

N° d'ordre : 01/2005 - M/G.C

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de la Technologie

«Houari Boumediène»

Faculté de Génie Civil



mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de

magister

EN GÉNIE CIVIL

Spécialité : construction

Par : M^{lle} Mendaci Farida

THEME

**ÉLABORATION DES OUTILS D'AIDE AU
DIMENSIONNEMENT ET À L'OPTIMISATION DES
ÉLÉMENTS PORTEURS
EN BÉTON ARMÉ : POUTRES - POTEAUX**

Soutenu publiquement le 31/05/2005, devant le jury composé de :

M. M.CHABAAT	Professeur	FGC/ USTHB	Président
M. A.BOUKHALED	Maître de conférences	FGC/ USTHB	Dteur de Thèse
M. S.KENAI	Professeur	Univ BLIDA	Examineur
M. M.CHEMROUK	Professeur	FGC/ USTHB	Examineur
M. A.BENYAHIA	Maître de conférences	FGM/ USTHB	Examineur
M. A.NECHNECH	Maître de conférences	FGC/ USTHB	Examineur

Remerciements

Je remercie dieu Clément et Miséricordieux de m'avoir donné force et patience pour bien mener à terme ce modeste travail.

Je remercie M. A. Boukhaled Maître de conférences à l'USTHB qui a bien voulu diriger ce travail et pour l'aide et conseils qu'il m'a apportés.

Je remercie M. Chabaat, Professeur à l'USTHB qui me fait le grand honneur en présidant le jury de la soutenance.

Je remercie vivement, Messieurs les membres du jury de m'avoir fait l'honneur en faisant partie du jury et accepté de juger ce modeste travail.

Je tiens à exprimer mes plus sincères remerciements à monsieur F. Challah, chargé de cours à l'USTHB pour ses encouragements et ses précieux conseils.

J'adresse des remerciements tout particuliers à mon amie Lila pour son soutien et sa gentillesse, qu'elle reçoive ici le témoignage de ma sincère amitié.

Je tiens ici à remercier très chaleureusement toutes les personnes que j'ai rencontrées au cours des dernières années et qui m'ont soutenue, tant par l'intérêt qu'elles ont manifesté pour mon travail que par leur gentillesse.

Finalement, il me serait impossible de réaliser ce travail sans le soutien de ma famille. En particulier mes parents, qui dès l'enfance, avec le peu de connaissances qu'ils avaient m'ont fait savoir l'importance des études et qui pendant tout mon parcours n'ont pas cessé de m'encourager à me dévouer à mes rêves, même sachant que ces rêves, généralement, imposaient des centaines de kilomètres entre nous.

Résumé

Les outils (méthodes et logiciels) existants dans le domaine de génie civil sont essentiellement dédiés au calcul de structures. Or, tous ces outils nécessitent dans leur démarche un préalable très important : les caractéristiques géométriques des éléments structuraux. Le choix judicieux de ces données initiales permet incontestablement d'écourter le temps de calcul et d'économiser le volume des matériaux

Les spécifications réglementaires (BAEL. et RPA.) concernant le choix des dimensions initiales des poutres et des poteaux en béton armé ne donnent que, d'une manière générale, des fourchettes assez larges.

Le travail réalisé vient combler partiellement ce vide, dans le sens où il consiste en l'élaboration d'outils d'aide au *dimensionnement* et à *l'optimisation* des éléments porteurs : poteaux-poutres, tout en respectant les différentes spécifications techniques et réglementaires résultant d'un contexte de projet donné. Pour réaliser cet objectif, nous nous proposons de développer les phases suivantes :

- *L'analyse du contexte global de l'étude* : cette phase a pour objet d'analyser le processus de dimensionnement et d'optimisation de ce type de structure pour identifier et formaliser les différentes informations nécessaires, et de faire le point sur les outils existants afin de bien cerner les limites de notre travail.
- *La conception et la réalisation des outils* : il s'agit ici de construire pour chaque type d'élément structural proposé à l'étude (tronçon unitaire de poutre, poutre et poteau) le problème de dimensionnement et de l'optimisation, puis proposer la méthode ou l'approche de sa résolution et enfin procéder à la concrétisation de tout cela par des programmes informatiques faciles à utiliser.

Mots-clés : dimensionnement, Optimisation, structures, section, coût, armatures, béton.

Abstract

The available tools (methods and software) in civil engineering are dedicated essentially to the design of structures. However, all these tools require in their use, an important preliminaries that are : the geometric features of the structural elements. The choice of these data allow to reduce the time of calculation and avoid the unnecessary waste of the materials.

The specifications of the design codes (BAEL. and RPA.) concerning the choice of the initial dimensions of beams and posts in reinforced concrete (RC) gives only, a wide interval of values of the dimensions of beams or posts.

The work proposed here, comes as a complement to existing works in the sense where it consists in the development of tools to calculate and to the optimize the dimensions of the load-bearing elements : such as posts or beams, while respecting the different allowed technical specifications resulting in the context of a given project. To achieve this objective, we developed the following steps :

- *First ,the analysis of the global context of the project* : this phase has the aim to analyze the process of dimensionning and optimizing the type of the structure to identify and to formalize the necessary different information, and finally to *compile* the existing tools in order to know the limits of our work.
- Secondly, conception and realization of the necessary tools : for every type of structural element proposed for study (unit section of beam, beam or column) we build the problem of dimensioning and optimizing, and then propose a method or an approach for its resolution and finally proceed with a the proposition of a software easy to use.

Keywords : design, Optimization, structures, section, cost, reinforcement, concrete.

المخلص

إن الأدوات (الطرق و البرامج) الموجودة في ميدان الهندسة المدنية مختصة في حساب المنشآت ، تتطلب مسبقا من خلال منهجيتها، الخصائص الهندسية الأولية للعناصر الهيكلية. إن الإختيار الأمثل لهذه المعطيات الأولية يمكن حتما من تخفيض زمن الدراسة و اقتصاد حجم المواد المستعملة.

إن المقترضات القانونية الخاصة بالخرسانة المسلحة و القواعد المضادة للزلازل المتعلقة بإختيار الأبعاد الأولية للأعمدة و العارضات المكونة من الخرسانة المسلحة لا تعطي إلا بصفة عامة مجالات واسعة في هذا الإطار. و عليه فإن بحثنا يندرج ضمن هذا السياق لسد الفراغ و إنجاز أدوات مساعدة لحساب المقاطع و للحساب الأمثل لعناصر التحميل: الأعمدة و العارضات، مع الأخذ بعين الإعتبار مختلف المقترضات التقنية و القانونية الناتجة عن محيط المشروع. للحصول على هذا الهدف، نقترح إتباع المرحلتين التاليتين :

- دراسة و تحليل المحيط العام للمشروع : نعني بهذا تحليل مسار حساب المقاطع و الحساب الأمثل لمثل هذه العناصر لتحديد و تشكيل مختلف المعلومات الضرورية ثم القيام بتقييم الوسائل و الإمكانيات المتوفرة في هذا الإطار لحصر حدود بحثنا.

- تصميم و إنجاز الأدوات : الهدف من هذه المرحلة، هو بناء إشكالية حساب المقاطع و الحساب الأمثل لمختلف العناصر المقترحة للدراسة (قطعة أحادية لعارضة، العارضات و الأعمدة) ثم اقتراح الطريقة أو المقاربة لحلها و القيام بعد ذلك بتجسيدها على شكل برامج معلوماتية.

الكلمات المفتاحية : الحساب الأمثل، حساب المنشآت، التكلفة، التسليح، الخرسانة.

Sommaire

Remerciements	I
Résumé	II
Abstract	III
المخلص	IV
Sommaire	V
LISTE DES SYMBOLES UTILISÉS DANS LES ORGANIGRAMMES	1
LISTE DES FIGURES	2
LISTE DES TABLEAUX	3
LISTE DES ORGANIGRAMMES	5
INTRODUCTION GÉNÉRALE	6
CHAPITRE 1 : CONTEXTE DE L'ÉTUDE	10
1.1. INTRODUCTION	10
1.2. ANALYSE DU PROCESSUS DE CONCEPTION ET DE RÉALISATION	10
1.2.1. Les phases de conception	10
1.2.1.1. Les études préalables et le programme	11
1.2.1.2. L'esquisse	11
1.2.1.3. L'avant-projet sommaire	11
1.2.1.4. L'avant projet détaillé	12
1.2.1.5. La consultation des entreprises (DCE.)	12
1.2.1.6. La préparation du chantier	12
1.2.1.7. Les études d'exécution	12
1.2.1.8. Les travaux de construction	12
1.2.2. Interaction des fonctions	13
1.2.3. Les différents intervenants dans l'acte de bâtir	14
1.2.3.1. Le maître de l'ouvrage	14
1.2.3.2. Le maître d'œuvre	14
1.2.3.3. Le contrôleur technique	15
1.2.3.4. L'entrepreneur	15
1.3. LE BÉTON ARMÉ : HISTORIQUE, MÉTHODES ET CARACTÈRES DES MATÉRIAUX	15
1.3.1. Historique	15
1.3.2. Méthodes de calcul	16
1.3.2.1. Les états limites	17
1.3.2.2. Combinaisons d'actions	18
1.3.3. Caractères des matériaux	19
1.3.3.1. Le béton	19
1.3.3.2. Les aciers	19
1.3.4. Hypothèses de calcul	19

1.3.5. Résistances de calcul	20
1.4. CONCLUSION	21

CHAPITRE 2 : CONTEXTE ET CLASSIFICATION DES MÉTHODES DE L'OPTIMISATION **22**

2.1. INTRODUCTION	22
2.2. CONTEXTE DE L'OPTIMISATION	22
2.2.1. Historique, rôle et intérêts de l'optimisation	22
2.2.2. Contradictions et compromis	23
2.3. CLASSIFICATION DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION	24
2.3.1. Optimisation continue ou discrète (combinatoire)	24
2.3.2. Optimisation avec ou sans contraintes	25
2.3.3. Optimisation locale et globale	25
2.3.4. Optimisation déterministe et probabiliste	26
2.3.5. Optimisation statique et dynamique	26
2.3.6. Optimisation linéaire et optimisation non linéaire	27
2.3.7. Optimisation monocritère ou multicritère, avec un décideur ou plusieurs décideurs	27
2.4. APERÇU SUR LES GRANDS SYSTÈMES D'OPTIMISATION	27
2.5. CONCLUSION	31

CHAPITRE 3 : ÉTAT DE L'ART **32**

3.1. INTRODUCTION	32
3.2. OPTIMISATION DANS LE CONTEXTE D'UN PROJET	32
3.3. LES DIFFÉRENTES CLASSES DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DE STRUCTURES	33
3.3.1. Le dimensionnement automatique des structures ou paramétriques (design optimization)	33
3.3.2. L'optimisation de forme ou géométrique (shape optimization)	33
3.3.3. L'optimisation topologique (topological optimization)	34
3.4. ÉVOLUTION DE L'OPTIMISATION STRUCTURALE	35
3.5. MÉTHODES D'OPTIMISATION UTILISÉES EN GÉNIE CIVIL	36
3.5.1. Méthode aux contraintes complètes (fully stressed design)	36
3.5.2. Théorie de Michell (1904)	37
3.5.3. L'optimisation par la méthode des éléments finis	37
3.5.3.1. <i>Optimisation de structures à comportement linéaire</i>	37
3.5.3.2. <i>Optimisation de structures à comportement non linéaire</i>	38
3.5.3.3. <i>Optimisation de structures en présence de non-linéarités géométriques</i>	38
3.6. L'OPTIMISATION EN BÉTON ARMÉ	38
3.6.1. Types de problèmes d'optimisation	39
3.6.1.1. <i>Problèmes déterministes</i>	40
3.6.1.2. <i>Problèmes probabilistes</i>	41
3.6.2. Formulation déterministe	41
3.6.3. Formulation probabiliste	44

3.7. PROCESSUS D'OPTIMISATION DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX : POUTRES ET POTEAUX _____	45
3.8. CONCLUSION _____	46

CHAPITRE 4 : OPTIMISATION D'UN TRONÇON UNITAIRE DE POUTRE _____ 47

4.1. INTRODUCTION _____	47
4.2. JUSTIFICATION DES SECTIONS SOUMISES À LA FLEXION SIMPLE ____	47
4.2.1. Justification de l'intégration de la section d'armatures comprimées _____	48
4.2.2. Formulation des équations d'équilibre _____	49
4.3. FORMULATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION DU TRONÇON ____	52
4.3.1. Premier niveau : optimisation de la section longitudinale _____	52
4.3.2. Deuxième niveau : optimisation du coût _____	53
4.4. RÉOLUTION DU PROBLÈME DE L'OPTIMISATION _____	54
4.4.1. Premier niveau _____	54
4.4.2. Deuxième niveau _____	56
4.4.2.1. Méthode branch and bound (SEP.) _____	56
4.4.2.2. Approche algorithmique _____	58
4.5. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS _____	60
4.5.1. Influence des armatures comprimées _____	60
4.5.1.1. Variation de A_S et A_{tot} en fonction de A_{comp} _____	61
4.6. CONCLUSION _____	73

CHAPITRE 5 : OPTIMISATION D'UNE POUTRE _____ 74

5.1. INTRODUCTION _____	74
5.2. PRÉSENTATION DES INFORMATIONS RELATIVES À L'ÉLÉMENT POUTRE _____	74
5.2.2. Connaissances générales _____	75
5.2.3. Calcul des déformations des poutres _____	85
5.3. FORMULATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION DE LA POUTRE ____	89
5.4. RÉOLUTION DU PROBLÈME _____	91
5.5. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS _____	94
5.5.1 Poutre isostatique _____	94
5.5.2 Poutre continue _____	96
5.6. CONCLUSION _____	99

CHAPITRE 6 : OPTIMISATION D'UNE COLONNE DE POTEAUX 100

6.1. INTRODUCTION _____	100
6.2.1. Données du problème _____	100
6.2.2. Connaissances générales _____	101
6.3. RÉOLUTION DU PROBLÈME _____	103
6.3.1. Dimensionnement et Optimisation des armatures longitudinales _____	103

6.3.2. Dimensionnement et optimisation des armatures transversales _____	108
6.3.3. Optimisation globale _____	111
6.3.4 Optimisation de la colonne intégrée à une structure _____	114
6.4. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS _____	114
6.5. CONCLUSION _____	121
CONCLUSION ET PERSPECTIVES _____	122
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES _____	125
ANNEXES _____	130
ANNEXE 1 _____	130
ANNEXE 2 _____	133
ANNEXE 3 _____	136

LISTE DES SYMBOLES UTILISÉS DANS LES ORGANIGRAMMES

- b : largeur de la poutre.
- h : hauteur de la poutre.
- b_1 : largeur du poteau.
- h_1 : hauteur du poteau.
- cx : l'enrobage selon la direction X dans un poteau.
- cy : l'enrobage selon la direction Y dans un poteau.
- A_{SX} : section d'armatures en flexion composée selon la direction X.
- A_{SY} : section d'armatures en flexion composée selon la direction Y.
- A_{st} : section d'armatures transversales.
- A_{tot} : section d'armatures longitudinales totale.
- A_{equi} : section d'armatures longitudinales équivalente à une section d'armatures transversales.
- N_{cps} : nombre de cadre par série.
- N_c : nombre de cadre total sur une poutre.
- N_{cn} : nombre de cadres en zone nodale.
- N_{cc} : nombre de cadres en zone courante.
- st_n : espacement en zone nodale.
- st_c : espacement en zone courante.
- Φ_X : diamètre des barres des armatures longitudinales selon la direction X.
- Φ_Y : diamètre des barres des armatures longitudinales selon la direction Y.
- Φ_{max} : $\max(\Phi_X, \Phi_Y)$.
- N_{bx} : nombre de barres selon la direction X.
- N_{by} : nombre de barres selon la direction Y.
- A_{sb} : section des brins composant une section de cadres.
- A_{st1} : quantité d'armatures transversale de calcul.
- A_{st} : quantité d'armatures transversale effective.
- P_{atot} : poids du cadre selon la série.
- $Coût_{st}$: coût des armatures transversales.
- Z_{sis} : zone sismique.
- Δ : espacement maximal selon zone sismique.
- X : abscisse de l'intervalle considéré.
- X_0 : abscisse d'effort tranchant nul.
- V_{UX} : effort tranchant à l'abscisse x.
- dx : longueur de l'intervalle considéré.

LISTE DES FIGURES

Figure (1.1) : Interaction entre la structure et les autres partie _____	14
Figure (2.1) : Différents types de minima dans le cas unidimensionnel _____	25
Figure (2.2) : Classification des types et méthodes d'optimisation _____	30
Figure (4.1) : Schémas des classes de problèmes d'optimisation des structures. _____	34
Figure (4.1) : Diagramme des déformations et des contraintes normales d'une section soumise à un moment de flexion à l'ELU. _____	49
Figure (4.2) : Variation de la section d'armatures longitudinales tendues A_S en fonction de la section A_{comp} _____	61
Figure (4.3) : Courbes de variation de la section d'armatures tendue en fonction de A_{comp} , pour $b=20\text{cm}$ et $M=0.30\text{MNm}$ _____	64
Figure (4.4) : Courbes de variation de la section d'armatures tendue en fonction de A_{comp} , pour $b=40\text{cm}$ et $M=0.30\text{MNm}$ _____	64
Figure (4.5) : Courbes de variation du coût et de la section d'armatures en fonction de h : pour $M=0.300\text{MNm}$, $b=20, 21, 22, 23, 24$ et 25cm _____	66
Figure (4.6) : Courbes de variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $M=0.300\text{MNm}$ et $b=20\text{cm}$ _____	69
Figure (5.1) : Longueur des « chapeaux » _____	76
Figure (5.2) : Répartition de cadres _____	80
Figure (5.3) : Disposition des cadres par série _____	80
Figure (5.4) : Vue en plan et en élévation du bâtiment _____	97

LISTE DES TABLEAUX

Tab (1.1) : Les différents intervenants et leurs fonctions_____	15
Tab (1.2) : Les résistances de calcul du béton selon les états limites_____	21
Tab (1.2) : Classification des problèmes d'optimisation _____	29
Tab (4.1) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b = 20\text{cm}$ et $M=0.300\text{MNm}$	62
Tab (4.2) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b = 40\text{cm}$ et $M=0.300\text{MNm}$	63
Tab (4.3) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b = 20\text{cm}$ et $M=0.600\text{MNm}$	63
Tab (4.4) : Variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $b=20\text{cm}$ et $M=0.300\text{MNm}$ _____	67
Tab (4.5) : Variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $b=40\text{cm}$, $M=0.300\text{MNm}$ _____	68
Tab (4.6) : Variation du coût pour $b=20\text{cm}$, $M=0.60\text{MNm}$ _____	68
Tab (4.7) : Variation du coût linéaire en fonction du rapport de coûts _____	69
Tab (4.8) : Variation du coût optimal local en fonction de b et A_{comp} pour $M=0.300\text{MNm}$	71
Tab (4.9) : Variation du coût optimal local en fonction de b et A_{comp} pour $M=0.600\text{MNm}$	72
Tab (5.1) : Données de la poutre isostatique_____	94
Tab (5.2) : Coût et variables de conception optimaux pour $\frac{h}{b} \leq 4$ _____	95
Tab (5.3) : Coût et variables de conception optimaux pour $\frac{h}{b} \leq 4.01 [19]$ _____	95
Tab (5.4) : Données pour l'élément poutre _____	96
Tab (5.5) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération 1) _____	97
Tab (5.6) : Résultats de dimensionnement et de l'optimisation (itération1)_____	97
Tab (5.7) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération 2) _____	98
Tab (5.8) : Sections d'armatures longitudinales par section de poutre (itération 2) _____	98
Tab (5.9) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération3) _____	98
Tab (5.10) : Sections d'armatures longitudinales par section de poutre (itération3) _____	99
Tab (6.1) : Données de base pour l'élément poteau _____	115
Tab (6.2) : Sollicitations obtenues par la section 40x40 (ferraillage identique) _____	116

Tab (6.3) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferraillage identique)	116
Tab (6.4) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferraillage identique)	117
Tab (6.5) : Sollicitations obtenues par la section 30x30 (ferraillage identique)	117
Tab (6.6) : Sollicitations obtenues par la section 40x40 (ferraillage différent)	118
Tab (6.7) : Résultats obtenus par la section 40x40 (ferraillage différent)	119
Tab (6.8) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferraillage différent)	119
Tab (6.9) : Sollicitations obtenues par la section 30x30 (ferraillage différent)	120
Tab (6.10) : Récapitulation des Résultats	120

LISTE DES ORGANIGRAMMES

Organigramme (4.1) : Optimisation des armatures longitudinales, en flexion simple à l'ELU, avec possibilité d'intégration des armatures comprimées	56
Organigramme (4.2) : Optimisation du tronçon unitaire de poutre sollicité en flexion simple	60
Organigramme (5.1) : Calcul des armatures transversales et de leur coût	84
Organigramme (5.2) : Optimisation d'une poutre sollicitée en flexion	93
Organigramme (6.1) : Optimisation des armatures longitudinales d'un poteau	107
Organigramme (6.2) : Dimensionnement et optimisation des armatures transversales d'un poteau	110
Organigramme (6.3) : Optimisation globale d'une colonne de poteaux	113

Introduction générale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le processus de la conception d'un projet en génie civil est composé de plusieurs phases : esquisse architecturale, avant-projet sommaire, avant-projet détaillé.

La première question que se pose un concepteur (architecte ou ingénieur) : **quel(s) matériau(x) doit-on utiliser pour la structure d'un projet?** Une fois cette problématique résolue, la deuxième question pertinente, mais souvent embarrassante pour les débutants, se pose : **quel(s) système(s) de structures faut-il choisir au regard de certains nombres de contraintes (contraintes de faisabilité, contraintes architecturales, contraintes économiques...) et de critères (coût, poids, esthétique...) qui sont tout à fait au début pas clairs et mal formulés?**

Ce n'est qu'à partir de la phase d'avant-projet sommaire (APS) que commence la formulation de la réponse à cette dernière question, à savoir la définition et l'identification des éléments porteurs.

L'Algérie a connue ces dernières années un développement considérable dans le domaine de l'habitat et plus particulièrement dans le logement individuel ou participatif. Ces constructions de hauteur moyenne (deux à quatre niveaux) ont dans leur grande majorité une structure en portiques autostables en béton armé. Ce type de structures se justifie essentiellement par la facilité de réalisation et la compétitivité en terme de coût de revient. La maîtrise de la conception et de la réalisation de tels projets est devenu une nécessité accrue pour garantir l'équilibre entre le rapport qualité-prix. La structure constitue un facteur très important dans la recherche de ce compromis.

Le but de tout calcul de structures en béton armé est la détermination du coffrage et du ferrailage des différents éléments porteurs qui doivent d'une part vérifier les conditions de stabilité locale et générale et d'autres part garantir le respect des fonctions que doit assurer la construction.

Les dimensions des sections de ces éléments porteurs dépendent directement des sollicitations qui leurs sont appliquées, et ces dernières dépendent à leur tour des actions et des dimensions en plan et en élévation de la structure. Or la démarche suivie par les ingénieurs dans le processus de calcul de structure se donne comme préalable les caractéristiques géométriques des éléments structuraux pour passer ensuite à leur vérification. Le choix judicieux des paramètres initiaux (dimensions des sections) permet sans doute d'écourter le temps de calcul et d'économiser le volume des matériaux.

Les outils de dimensionnement existants ne permettent pas de résoudre la problématique du choix de matériaux ni du système de structures, car ces derniers se limitent aux calculs classiques de structures et le ferrailage conséquent selon les dispositions réglementaires et de construction.

Les spécifications réglementaires (BAEL. et RPA.) concernant le prédimensionnement de ce type de structure donnent d'une manière générale des fourchettes assez larges pour le choix des dimensions initiales des sections, qui *constituent un préalable incontournable pour le concepteur.*

Pour ces raisons, le travail présenté ici est intéressant et opportun dans la mesure où il s'intègre dans le cadre général de l'aide à la décision, dès les phases précoces, dans les opérations de dimensionnement et de l'optimisation des éléments structuraux : poutres et/ ou poteaux.

Le travail réalisé consiste donc en l'élaboration d'outils d'aide au dimensionnement et à l'optimisation des éléments porteurs: poutres - poteaux, tout en respectant les différentes spécifications techniques et réglementaires.

Il s'agit donc de mettre à la disposition des concepteurs de bâtiments en général et aux architectes et ingénieurs en particulier des outils efficaces qui permettent d'aider à réaliser les tâches relatives :

- Au dimensionnement optimal des éléments clés de la structure : poutres et poteaux ;
- A l'estimation d'un taux de ferrailage en passant par les justifications des sections aux différents cas de sollicitations ;
- A l'élaboration de devis quantitatif et estimatif qui intègrent la notion de la fonction objective, autrement dit en tenant compte du critère coût.

Ces outils sont de types documents (documents graphiques ou tabulés) ou programmes informatiques.

Pour ce faire, nous nous sommes fixé le cahier des charges suivant :

- La construction de la problématique de l'optimisation ;
- La résolution du problème de l'optimisation ;
- Implémentation informatique et simulations avec étude de cas.

La phase de construction du problème passe inévitablement par l'analyse du processus de la conception de structures pour pouvoir formuler clairement les objectifs et les sous objectifs, identifier, analyser et formaliser les informations (données et connaissances) nécessaires.

La phase de la résolution du problème posé par l'optimisation des éléments structuraux permet de construire la démarche méthodologique de résolution du problème de l'optimisation. Il s'agit ici d'identifier les étapes et de construire les modèles de l'optimisation, de proposer les méthodes appropriées et de réaliser les outils permettant d'atteindre le(s) objectif(s). Ceci nécessite la maîtrise des méthodes d'optimisation et des outils informatiques, rendus nécessaires par la nature des solutions du problème de l'optimisation et la forme et le contenu des outils d'aide à la conception que nous voulons établir.

La dernière phase : *Implémentation informatique et simulations*, concerne la concrétisation et la validation de la démarche méthodologique de résolution proposée en élaborant des programmes informatiques répondant au mieux aux objectifs fixés.

Le présent mémoire se compose de six chapitres :

Le premier chapitre, « Contexte de l'étude », présente la problématique de la recherche dans son cadre général, le processus de la conception de ce type de structure pour identifier et analyser les différentes informations nécessaires à cette étude.

Le deuxième chapitre, « Contexte et classification des méthodes de l'optimisation », décrit l'intérêt, le fondement et les différentes phases du processus de l'optimisation, et présente une classification des méthodes fondée sur des critères établis à cet effet.

Le troisième chapitre traite principalement de « l'État de l'art » dans ce domaine. Il s'agit d'une présentation des méthodes et des approches de résolution des problèmes généraux d'optimisation de structures et des problèmes spécifiques à l'optimisation des structures en béton armé, selon deux approches : déterministe et probabiliste.

Le quatrième chapitre traite de « l'Optimisation d'un tronçon unitaire de poutre ». Dans lequel est justifié l'intérêt de l'intégration de la section d'armatures comprimée dans la résistance globale de la section. Il présente aussi la structure, le fonctionnement et la validation par des exemples d'application, du programme **Optronçon** qui permet d'optimiser les sections de béton et d'armatures et le coût final.

Le cinquième chapitre s'intéresse à « l'Optimisation de poutres » pouvant être composées de plusieurs travées. Il présente d'abord les informations inhérentes à cette phase, puis la construction du problème de l'optimisation d'un tel élément et décrit la structure, le

fonctionnement et la validation de l'outil informatique établi à cet effet : programme **Optpoutre**. Ce dernier permet d'optimiser les sections de béton et des armatures longitudinales et transversales par tronçon de travées, et par voie de conséquence le coût global, tout en respectant l'ensemble des contraintes techniques réglementaires et de faisabilité.

Le sixième chapitre est consacré à «l'optimisation d'une colonne composée de plusieurs poteaux ». Ce chapitre est structuré de la même manière que le précédent, le programme appelé **Optpoteau**. détermine le coût optimal, les sections correspondantes de béton et d'armatures longitudinales et transversales de chaque poteau, tout en respectant bien entendu les différentes contraintes.

Chapitre 1

**Contexte général de
l'Étude**

CONTEXTE DE L'ÉTUDE

1.1. INTRODUCTION

L'analyse du processus de conception et de réalisation d'un projet de construction montre bien que le cycle de vie d'un ouvrage est composé de plusieurs phases qui sont sommairement : la conception, la réalisation et l'exploitation de ce dernier. Chacune d'elles peut être décomposée dans le temps et dans l'espace de sous phases hiérarchisées. La connaissance de ces dernières, de leurs interactions et de leurs intervenants permet de prendre en charge d'une manière très précoce la résolution de certains problèmes conflictuels. Ceci permet d'éviter des remises en cause partielles ou totales du projet, qui sont souvent tardives et coûteuses.

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser d'abord à ces aspects, puis aux matériaux béton et acier en tant que composants principaux des éléments structuraux étudiés.

1.2. ANALYSE DU PROCESSUS DE CONCEPTION ET DE RÉALISATION

L'analyse du processus de conception d'un projet permet de caractériser cette délicate tâche et de déterminer tous les facteurs qui contribuent favorablement ou défavorablement quant à son bon déroulement. La conception se fait généralement graduellement, c'est-à-dire par niveaux, et nécessite la compétence de plusieurs spécialistes. Elle peut donc être qualifiée de multitechnique et multiacteur. Ceci est dû au fait qu'une construction est conçue et réalisée pour remplir un certain nombre de fonctions qui interagissent entre elles. L'identification et l'analyse de ces niveaux, ces fonctions, et ces intervenants facilitent considérablement la réalisation d'une conception performante.

1.2.1. Les phases de conception

Pour tout projeteur, la réalisation d'un projet passe nécessairement, par plusieurs phases allant de la simple idée qu'il se fait du projet jusqu'à la phase où il le réalise, le commercialise, etc.

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les principales étapes d'une opération de construction avec les événements associés présentés dans un ordre chronologique.

Les étapes composant un projet de construction d'après les références [5, 6,11,18,32, 58] sont :

1.2.1.1. Les études préalables et le programme

Les études préalables relatives à un projet comportent :

- une enquête commerciale sur les opérations en cours ou en projet, de même nature que la construction envisagée, afin de situer l'état de l'offre et de la demande et une enquête sur les coûts fonciers ;
- une enquête sur les caractéristiques du terrain et les possibilités de construction ;
- une étude graphique des solutions envisageables, accompagnée d'un état des surfaces constructibles ;
- les plans de financement des solutions retenues ;
- une organisation prévisionnelle des intervenants pour l'opération éventuelle dans le cas où certains pourraient être imposés ;
- une orientation sur la décision à prendre suite à cette étude.

Tous ces éléments recueillis vont permettre l'établissement du plan financier de l'opération.

Le maître de l'ouvrage pourra alors établir le programme de construction (c'est un document comportant les différentes données administratives et techniques du bâtiment) Déjà à ce stade là, une première remise en cause peut avoir lieu si l'estimatif dépasse le plan de financement réservé.

1.2.1.2. L'esquisse

Elle constitue une première étape de la réponse architecturale et technique au programme.

Elle consiste à faire une certaine organisation des différents volumes composants les bâtiments.

1.2.1.3. L'avant-projet sommaire

Les études d'avant-projet sommaire ont pour objet de préciser la composition générale du projet dans le plan et dans l'espace, d'apprécier les volumes intérieurs et l'aspect extérieur de l'ouvrage, de proposer les dispositions techniques pouvant être envisagés (système porteur, planchers, les contreventements, l'emplacement des joints de dilatation, etc.) et de préciser le calendrier de réalisation

A la fin, la solution estimée comme meilleure est retenue.

En avant projet sommaire, L'estimatif est établi d'une manière traditionnelle, en utilisant la méthode des ratios élémentaires. Cette méthode évalue le coût objectif à partir des informations tels que la surface de l'immeuble, la hauteur, l'épaisseur des éléments structuraux en fonction des portées, pourcentage du ferrailage par unité de volume, type d'immeuble, prix au m² et enfin en s'appuyant sur l'expérience de l'évaluateur.

Les études APS. aboutissent à la délivrance du permis de construction.

1.2.1.4. L'avant projet détaillé

La solution retenue en APS. est affinée ici, afin de présenter les choix architecturaux, structuraux et techniques et d'établir une estimation détaillée des dépenses d'exécution.

Il s'agit d'un travail qui permet d'élaborer le *dossier de consultation des entreprises*.

Une deuxième remise en cause à ce stade, à pour effet d'augmenter le coût d'étude et par conséquent le coût final. Donc, toutes les décisions prises au niveau de l'APS., doivent être bien révisées car une fois passées, elles seront pratiquement irrévocables.

1.2.1.5. La consultation des entreprises (DCE.)

Il s'agit d'étude de détails relative à l'exécution des ouvrages sur la base d'un avant-projet détaillé accepté par le maître d'ouvrage. Ces études portent sur la détermination dans tous leurs détails des dispositions architecturales et techniques des ouvrages et la spécification des lots techniques : caractéristiques fonctionnelles, dimensionnelles et de positionnement de tous les détails des ouvrages, choix des matériaux et équipements, planning d'exécution détaillé tout corps d'état, estimation détaillée du coût du bâtiment et des réseaux.

Par la suite, un *appel d'offre* est lancé pour sélectionner les entreprises de réalisation.

1.2.1.6. La préparation du chantier

Elle consiste en la préparation des différents moyens administratifs et surtout techniques pour garantir la production du projet.

1.2.1.7. Les études d'exécution

Il s'agit de déterminer les modes opératoires définissant la manière dont les entreprises vont exécuter leur travail ainsi que les modifications de détail qui le faciliteront.

1.2.1.8. Les travaux de construction

Il s'agit de contrôler les différentes opérations administratives, techniques et financières relatives aux travaux de construction.

1.2.2. Interaction des fonctions

Un ouvrage est conçu pour remplir un certain nombre de fonctions. Son ossature est formée de l'ensemble des éléments de construction, qui assurent sa stabilité vis-à-vis de toutes les sollicitations possibles. D'une manière générale, la principale fonction d'une structure est de supporter et de répartir les charges quelles soient verticales ou horizontales. La transmission de ces charges peut se faire selon la morphologie des éléments assurant cette fonction : surfaciques (planchers), linéaire (murs) ou ponctuelle (poteau). Cependant, la fonction structure peut interagir avec d'autres, telles que : la fonction architecturale, la fonction thermique, la fonction acoustique.

a. interaction *structure- architecture*

Le choix de la structure dépend de l'aspect extérieur du bâtiment et aussi de l'aménagement intérieur.

b. interaction *structure- thermique*

Cette relation bi-directionnelle est liée au choix des parois qui en plus de leur rôle structurel, auront à jouer le rôle d'isolant thermique (diminuer la déperdition calorifique pour assurer un certain confort des usagers).

c. interaction *structure- acoustique*

L'isolation acoustique interagit avec la structure presque au même niveau que l'isolation thermique (pour éviter la transmission d'un certain niveau de son).

d. interaction *structure- fondations*

Comme le choix du type de fondation dépend de la rigidité de la superstructure, et vice-versa, la structure ne peut s'adapter à n'importe quel type de sol (voir phénomène d'amplification dynamique).

Une bonne conception de la structure ne peut donc se contenter de la seule fonction structurale. Elle doit prendre en compte l'ensemble de ces interactions et des relations entre fonctions. Soulignons ici le fait que nous n'avons présenté que les fonctions primordiales. La figure (1.1) constitue un modèle grossier de représentation de ces intervenants.

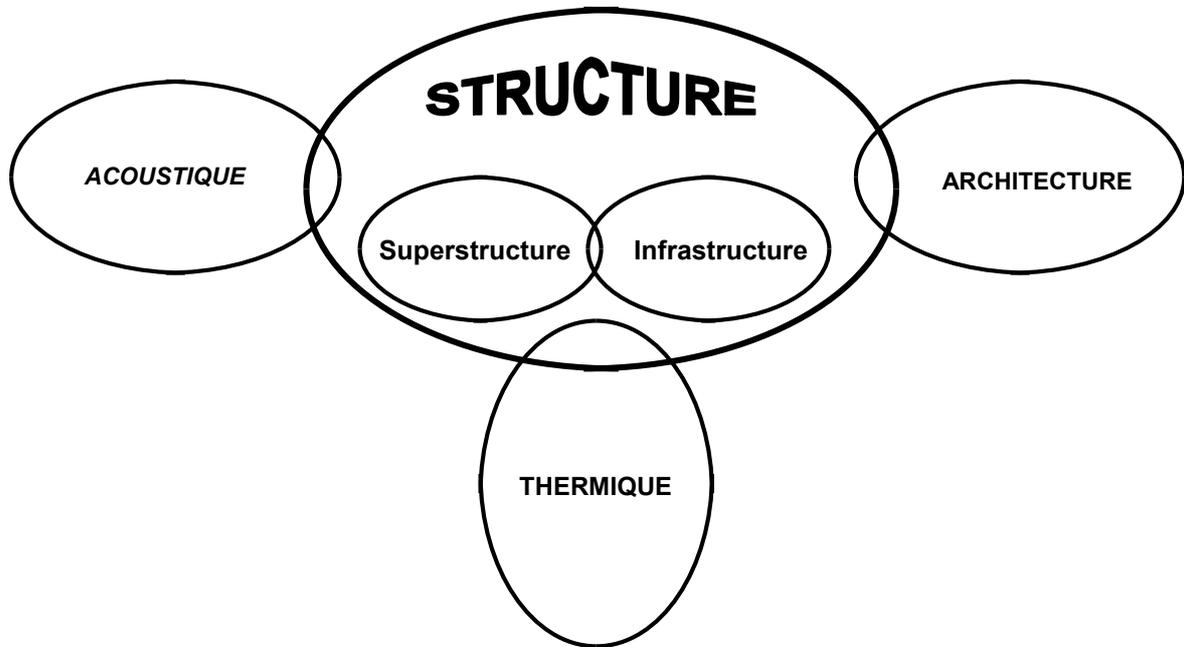


Figure (1.1) : Interaction entre la structure et les autres partie

1.2.3. Les différents intervenants dans l'acte de bâtir

Le processus de conception et de réalisation d'un projet donné nécessite l'intervention, à des niveaux précis, de plusieurs acteurs¹ dont les champs techniques peuvent se chevaucher, engendrant souvent des situations conflictuelles.

1.2.3.1. Le maître de l'ouvrage

Le maître de l'ouvrage peut être une personne physique ou morale. Il est chargé d'assurer certaines tâches telles que : l'établissement de la proposition (expression des besoins) et l'accomplissement des opérations de paiement du projet.

1.2.3.2. Le maître d'œuvre

Le maître d'œuvre est choisi par le maître de l'ouvrage.

La maîtrise d'œuvre est décomposée en la maîtrise d'œuvre de conception (architecture et technique) et la maîtrise d'œuvre d'exécution (relative aux opérations de coordination et de suivi). Le maître d'œuvre peut être soit un bureau d'études techniques ou un architecte.

¹ un acteur est une personne physique ou morale jouant un rôle dans un projet.

1.2.3.3. Le contrôleur technique

Il s'agit du contrôle technique de la construction, son objectif est d'améliorer la qualité des constructions et de garantir le respect de l'application des règles techniques en vigueur. Le contrôleur intervient tant en phase de la conception d'ouvrage que lors de sa réalisation. Le contrôle est généralement assuré par les bureaux de contrôle agréés.

1.2.3.4. L'entrepreneur

Il s'agit des chefs d'entreprises qui peuvent intervenir de différentes manières (en marchés séparés, en entreprise générale ou en entreprises groupées).

Le tableau (1.1) repris de [38] résume la répartition des tâches par acteur :

Fonction	Acteur				
	Client	Architecte	Bureau d'études	Bureau de contrôle	Entreprise
Maîtrise d'ouvrage	X				
Maîtrise d'œuvre :					
Conception architecturale		X			
Conception technique			X		
Marché de travaux		X			
Contrôle				X	
Réalisation					X

Tab (1.1) : Les différents intervenants et leurs fonctions

1.3. LE BÉTON ARMÉ : HISTORIQUE, MÉTHODES ET CARACTÈRES DES MATÉRIAUX

1.3.1. Historique

Le béton armé comme matériau n'a fait son apparition qu'en 1852, grâce à l'architecte français François Coignet. Par la suite le principe de disposition des sections d'acier dans les zones tendues sera théorisé en 1854 par Wilkinson ainsi que l'explication théorique de l'introduction des étriers en 1892 par le Belge François Hennebique.

En 1894, les premières bases du calcul en béton armé sont données par Edmond Coignet et Napoléon de Todesco. Le premier cours de béton armé enseigné dans le

monde est celui de Charles Rabut dans son cours de mécanique appliquée pendant l'année universitaire 1897-1898 à l'ENPC de Paris [55].

Les années qui suivirent, marquaient une croissance exponentielle des constructions en béton armé. Rabut recense près de 20.000 constructions en béton armé en Europe seule en 1906. C'est ainsi que moins d'un siècle plus tard, on coule annuellement, dans le monde, près de 6 milliards de mètres cubes de béton. Une grande part de ce volume a été réservée aux constructions à usage d'habitation.

Il est à présent bien admis que pour avoir un comportement satisfaisant d'une construction en zone sismique, il y a lieu de la concevoir, la calculer et la réaliser suivant les règles parasismiques. A cet égard toute insuffisance au niveau de ces trois paramètres peut concourir au mauvais comportement [8]. Et comme disait Albert Caquot, «le véritable créateur n'est pas celui qui, par hasard, émet des hypothèses, mais celui qui, connaissant les moyens dont il peut disposer, les groupe par le raisonnement et associe leurs immenses qualités pour en faire une réalité concrète et harmonieuse».

1.3.2. Méthodes de calcul

Pendant longtemps, la méthode des contraintes admissibles a constitué la base des règlements et normes de conception en béton armé. Par la suite, il s'est avéré que cette méthode présente un inconvénient important, car la résistance d'un élément était calculée en additionnant la contrainte de compression du béton à la limite élastique de l'acier ce qui a conduit à un surdimensionnement important [4].

Pour ces raisons, le calcul aux contraintes admissibles a été remplacé par des méthodes basées sur la théorie de la résistance. Et enfin, comme les structures devenaient plus légères et plus élancées, de nouvelles exigences de tenue en service s'imposent (les flèches, la fissuration et les vibrations). Tous ces changements ont contribué à dépasser le caractère universel du calcul aux contraintes admissibles. La diversification des constructions a fait que le besoin d'une théorie générale de calcul de structures se fait d'avantage ressentir. Pour répondre à ce besoin, le calcul aux états limites a été introduit.

La philosophie du calcul aux états limites a été développée en premier lieu par le CEB et la FIP et a reçu par la suite une acceptation internationale. Elle utilise un concept probabiliste basé sur l'application des méthodes de statistiques pour les variations des charges et des résistances. Par la suite le calcul s'effectuera de la façon d'un calcul déterministe avec des grandeurs corrigées dites «de calcul».

Les états limites définissent les premiers signes des différents types d'effondrement et de mauvaise tenue en service. Ce calcul est effectué pour s'assurer que les états limites ne seront pas atteints ou dépassés.

D'une part les charges sont multipliées par des coefficients de charges afin de tenir compte de la probabilité de variation des charges réelles par rapport aux valeurs indiquées dans les codes (tous les coefficients de charges à l'ELS ont la valeur 1.0, car les limites concernent la performance dans des conditions normales d'exploitation). D'autres part, les résistances des éléments sont multipliées par des coefficients de résistance pour tenir compte de la variation des propriétés des matériaux, des dimensions, etc.

1.3.2.1. Les états limites

Quelles que soient son volume et son usage, une construction est appelée à remplir des fonctions entre autres la fonction structurelle comme : la résistance, la capacité de portance et la transmission des charges. Cependant, pour que ces fonctions soient bien remplies, elles nécessitent certaines conditions d'équilibre comme : la stabilité, la durabilité et des déformations minimales.

Donc une structure est considérée impropre à sa destination lorsqu'elle transgresse certains critères conditionnant son comportement. Ces limites à ne pas dépasser sont dénommées «états limites » et sont repartis en deux catégories : états limites ultimes et états limites de service.

A. États limites ultimes (ELU.)

Ils correspondent à la valeur maximale de la capacité portante sans risque d'instabilité ;, on distingue :

- l'état limite ultime de résistance des matériaux (exemple : non-rupture par écrasement du béton) ;
- l'état limite de stabilité de forme (exemple : non - flambement d'un poteau ou d'un voile en béton armé) ;
- l'état limite d'équilibre général.

B. États limites de service (ELS.)

Ils sont définis compte tenu des conditions d'exploitation et de durabilité des constructions en service :

- états limites de résistance à la compression du béton : donc contrainte bornée pour le béton comprimé.
- états limites de déformation (exemple : pas de flèches excessives pour la bonne tenue des revêtements scellés, des cloisons ou des plafonds).
- états limites d'ouverture de fissures pour la durabilité et la sécurité des ouvrages (exemple : pas de corrosion des armatures).

1.3.2.2. Combinaisons d'actions

A. L'ELS.

La combinaison générale sera :

$$G_{\max} + G_{\min} + Q_1 + \sum \varphi_{0i} Q_i \quad (1.1)$$

Avec :

G_{\max} : l'ensemble des charges permanentes défavorables

G_{\min} : l'ensemble des charges permanentes favorables.

Q_1 : action variable dite de base.

Q_i : ($i > 1$) les autres actions variables dites d'accompagnement.

Ψ_{0i} : action non variable dite de base.

B. L'ELU.

On distingue deux cas de situations :

B1. Situations normales

La combinaison générale sera :

$$1.35G_{\max} + G_{\min} + \gamma Q_1 + 1.3 \sum \psi_{0i} Q_i \quad (2.1)$$

γ et ψ_{0i} coeff donnés par des tableaux dans le BAEL

B2. Situations accidentelles

La combinaison d'actions à prendre est :

$$G_{\max} + G_{\min} + F_A + \psi_{11} Q_1 + \sum \psi_{2i} Q_i \quad (3.1)$$

F_A : valeur nominale de l'action accidentelle.

$\psi_{11} Q_1$: valeur fréquente d'une action variable.

$\Psi_{2i}Q_i$: valeur quasi permanente d'une action variable.

Dans le cas des bâtiments courants, ces combinaisons se réduisent à :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1.35 G + 1.5Q & \text{à l'ELU} \\ G + Q & \text{à l'ELS} \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

1.3.3. Caractères des matériaux

1.3.3.1. Le béton

- résistance caractéristique à la compression à l'âge de 28j : f_{C28} (MPa)
- résistance caractéristique à la traction à l'âge de 28j est définie par :

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 f_{C28} \quad (\text{MPa}) \quad (5.1)$$

- déformations longitudinales du béton :

- module de déformation longitudinale instantanée du béton :

$$E_i = 11000 f_{C28}^{1/3} \quad (\text{MPa}) \quad (6.1)$$

- module de déformation longitudinale différée du béton :

$$E_v = 3700 f_{C28}^{1/3} \quad (\text{MPa}) \quad (7.1)$$

- coefficient de Poisson (rapport des déformations transversales et longitudinales), il est égal à : 0.2, pour le calcul des déformations et 0, pour le calcul des sollicitations

1.3.3.2. Les aciers

- module d'élasticité longitudinale : $E_s = 200000$ (MPa) (8.1)
- contrainte limite élastique : f_e (MPa)

1.3.4. Hypothèses de calcul

l'ELU

- Les sections planes avant déformation restent planes après déformation.
- Le glissement relatif n'a pas lieu entre les armatures et le béton.
- La résistance à la traction du béton est négligée.
- Le diagramme des déformations limites est régi par la règle des trois pivots A, B et C.
- Le raccourcissement relatif du béton est limité à $\varepsilon_{bc} = 3.5$ ‰ en flexion et 2‰ en compression simple.
- Le raccourcissement relatif de l'acier est limité à 10 ‰.
- Les matériaux acier et béton seront considérés dans leur comportement plastique.

I'ELS

Les trois premières hypothèses seront conservées, plus les hypothèses suivantes :

- Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéaires élastiques.
- Par convention : le rapport : $\frac{E_S}{E_B}$ est pris égal à 15.

1.3.5. Résistances de calcul**• I'ELU****a. acier**

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Avec :

En situations normales : $\gamma_s = 1,15$.

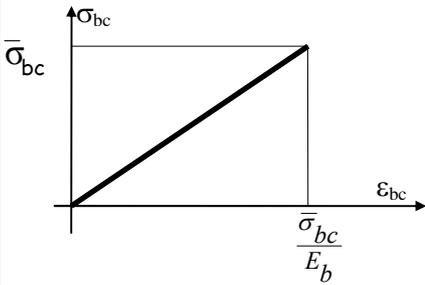
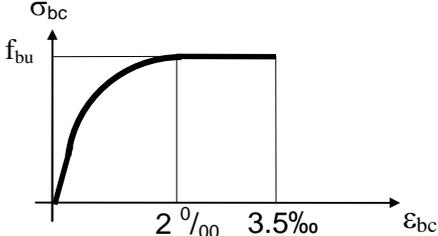
En situations accidentelles : $\gamma_s = 1$.

b. béton**• I'ELS**

On distingue trois cas de fissuration de béton :

- Fissuration peu nuisible : $\bar{\sigma}_s = \sigma_s$
- Fissuration préjudiciable : $\bar{\sigma}_s = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{\eta f_{t28}} \right\}$
- Fissuration très préjudiciable : $\bar{\sigma}_s = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{\eta f_{t28}} \right\}$

η : coefficient de fissuration.

État considéré	ELS	ELU
Compression	$\sigma_{bc} \leq 0.6f_{cj} = \bar{\sigma}_{bc}$	$f_{bu} = \frac{0.85f_{cj}}{\gamma_b}$ où $\gamma_b = 1.5$
Traction	0	0
Cisaillement	-	$\bar{\tau}_u = \text{Inf} \{ 5. \text{ MPa} ; 0.13 f_{c28} \}$ Fpn $\bar{\tau}_u = \text{Inf} \{ 4. \text{ MPa} ; 0.10 f_{c28} \}$ Fp et Ftp
Modèle de calcul réglementaire	<p><u>Modèle élastique linéaire</u></p> 	<p><u>Diagramme parabole-rectangle</u></p> 

Tab (1.2) : Les résistances de calcul du béton selon les états limites

1.4. CONCLUSION

Nous avons montré dans ce chapitre, en passant par l'analyse du processus de conception et de réalisation d'un projet, la nécessité de bien connaître l'environnement global dans lequel se situe notre étude. Cette phase a permis de mettre l'accent sur la dimension organisationnelle et fonctionnelle d'un projet, la composante humaine (les personnes physiques ou morales) avec et pour lesquelles est réalisé notre travail, et l'environnement matériel et économique, qui conditionnent de près ou de loin la réalisation de notre objectif.

Le nombre important des étapes et la diversité des techniques nécessaires à la réalisation d'un projet exigent le concours de plusieurs intervenants dont les systèmes de valeurs peuvent être convergents ou divergents. La compréhension des interactions et des interrelations entre ces différents facteurs permet sans doute de mieux réussir l'apport en termes d'aide à la décision.

Chapitre 2

**Contexte et classification
des méthodes
d'Optimisation**

CONTEXTE ET CLASSIFICATION DES MÉTHODES DE L'OPTIMISATION

2.1. INTRODUCTION

Ce chapitre porte sur l'intérêt et la genèse de l'optimisation, les types d'approches et les techniques que suscite généralement cette opération. Nous présentons d'abord le contexte global de l'optimisation, puis nous procédons à la classification des méthodes d'optimisation en se basant sur des critères établis à cet effet.

2.2. CONTEXTE DE L'OPTIMISATION

2.2.1. Historique, rôle et intérêts de l'optimisation

D'un point de vue technique, l'optimisation est le nom formel donné à la branche des mathématiques appliquées qui cherche à répondre à la question *Quoi de meilleur ?*

D'une manière générale l'optimisation peut être définie comme étant le processus (heuristique) avec lequel la solution optimale est trouvée. Le mot optimum tient ses origines du mot latin *optimus*, qui veut dire meilleur [42].

Depuis son existence, l'homme a toujours accordé un intérêt à l'optimisation. Ainsi en l'an 100 avant J-C, un des premiers exemples d'optimisation a été formulé par Héron d'Alexandrie qui postula que la lumière se propage en suivant toujours le chemin le plus court. Il a fallu attendre jusqu'en 1657 pour que le mathématicien français Fermat généralise ce postulat, en énonçant que la lumière se propage toujours dans le temps de parcours le plus faible au lieu de la distance à parcourir la plus petite [42].

Vers le début du dix-septième siècle et dans le domaine de structures, le physicien italien Galilée donne la loi de distribution d'épaisseur d'une poutre console en bois, soumise à son poids propre, en supposant une répartition constante de la contrainte le long de celle-ci : résultats tout à fait confirmé par les théories et connaissances actuelles !

Les premières recherches liées au domaine du génie civil faisant appel à l'optimisation date du XVIII^{ème} siècle, exactement en 1781 date à laquelle Gaspard Monge publia un mémoire très connu sur les déblais et les remblais² : comment déplacer un tas de cailloux de la manière la plus économique ? C'est un problème qui semble facile à poser et qui s'est révélé peu à peu d'une très grande richesse mathématique [23].

² G. Monge *Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais*. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Paris (1781).

Donc, faire le *mieux possible* pour un ingénieur est un souci permanent lorsqu'il a en charge la conception ou le dimensionnement d'une structure donnée. L'expression du mieux est relative aux contraintes de réalisation, de budget, de sécurité ou autres contraintes dont le niveau à lui-même fait l'objet de décisions préalables [20].

Le développement de l'art de l'ingénieur requiert des efforts considérables pour améliorer les techniques de conception des structures. Avec l'évolution des sciences mathématiques et l'avènement de l'informatique, la résolution de plusieurs problèmes d'optimisation de complexités de plus en plus croissantes est rendue possible.

Par ailleurs, le développement de l'industrie a contribué à la production de nouveaux matériaux de construction et à l'apparition de nouvelles techniques de réalisation. De ce même fait, de nouvelles exigences techniques sont apparues (exemple : isolations thermique, hygrométrique, phonique...). *C'est pour cela que, l'optimisation est devenue à la fois un outil et une fin en soit, nécessaire à la conception et la réalisation d'un projet.*

L'avènement des ordinateurs a accru l'intérêt des chercheurs, leur permettant en utilisant les algorithmes à base de programmation mathématique, d'aborder et de résoudre des problèmes d'optimisation de plus en plus complexes.

2.2.2. Contradictions et compromis

Si tout le monde s'accorde à admettre qu'il vaut mieux être riche et en bonne santé que pauvre et malade", on se trouve rarement dans la pratique en face de choix aussi clairs. Le plus souvent, on n'a pas *un* mais *plusieurs* critères en tête, et ils varient rarement tous dans le même sens. C'est pourquoi beaucoup de choix sont difficiles et aussi l'optimisation est souvent décriée, parce que l'illusion de faire mieux d'un certain point de vue se traduit par une détérioration d'un autre point de vue. Donc, bien souvent les choix ne sont que des compromis [14].

On verra que l'optimisation est une technique pour "quantifier" les compromis entre des critères parfois non commensurables, c'est-à-dire peu susceptibles de s'évaluer dans les mêmes unités. La théorie de l'optimisation fournit des outils permettant de répondre à des questions du type "si on accepte de perdre x sur un critère, combien pourra-t-on gagner au mieux sur un autre critère? Et elle ne peut en aucun cas se substituer à la responsabilité du décideur, elle rend les conséquences de certains choix a priori (fixation d'un budget, d'un niveau de sécurité) plus explicites en ayant fait le mieux possible à l'intérieur du contexte créé par ces choix.

Même après l'identification d'un problème d'optimisation, sa formulation et sa résolution demandent du temps et de la pratique bien qu'on en ait compris les fondements, on peut se poser les questions : que mettre dans la fonction coût? Que mettre dans les contraintes? Comment formuler ces contraintes? Quelle approche de résolution faut il adopter? Comment revenir sur cette formulation lorsque la solution obtenue ne parât pas adéquate ou satisfaisante?

Le problème de l'optimisation tel qu'il se pose dans le domaine du génie civil est qualifié de multitechnique et multiacteur, dans la mesure où la conception et la réalisation d'un projet suscite le concours et la compétence de plusieurs intervenants (voir chapitre précédent) : spécialistes ou non. Il s'agit donc, dans la plupart des cas, de concilier des avis et des intérêts contradictoires.

Selon la forme et la nature des modèles représentant les différents composants du problème de l'optimisation, à savoir la fonction objectif (F.O.), les variables de décision (de conception) et éventuellement les critères et les contraintes, nous pouvons distinguer plusieurs types d'optimisation. Ceci nous incite à établir une classification de ces différentes approches d'optimisation.

2.3. CLASSIFICATION DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION

Il existe une panoplie d'algorithmes d'optimisation dans différentes applications scientifiques. Malgré leur diversité, ces méthodes sont appliquées à des classes de problèmes bien déterminés.

Il est donc impératif de bien connaître les caractéristiques d'un problème donné pour pouvoir choisir la technique appropriée à sa résolution. Les problèmes d'optimisation existants dans la littérature sont classés en fonction des caractéristiques mathématiques des éléments constitutifs des problèmes d'optimisation [17].

2.3.1. Optimisation continue ou discrète (combinatoire)

La première distinction à faire concernant la nature des "espaces" dans lesquels les variables de décision prennent leurs valeurs : espace discret ou espace continu.

Dans certains problèmes d'optimisation les variables n'ont un sens que si elles sont entières. Le terme *optimisation discrète* désigne une combinaison d'éléments parmi un ensemble fini d'objets. A la différence de l'optimisation discrète, *l'optimisation continue* recherche une solution dans un ensemble finis d'objets et permettant de considérer des variations infinitésimales et l'usage de la notion de dérivée des fonctions.

2.3.2. Optimisation avec ou sans contraintes

Les problèmes d'*optimisation sans contraintes* sont fréquemment rencontrés dans la pratique dans le cas où les variables sont naturellement limitées.

En revanche, les problèmes d'*optimisation avec contraintes* résultent des formulations introduisant des contraintes. Ces contraintes peuvent être simplement des bornes géométriques sur les variables ou des inégalités.

2.3.3. Optimisation locale et globale

L'*optimisation locale* a pour but la recherche d'un optimum (minimum/maximum) local, c'est à dire un point en lequel la fonction objectif est optimale (plus faible/plus grande) qu'en tout autre point dans son voisinage le plus proche.

Les algorithmes basés sur l'optimisation locale sont réputés pour leur convergence rapide vers la solution optimale, par contre, ils ne donnent pas toujours le " meilleur " optimum (l'optimum global) surtout dans le cas des fonctions multimodale (présentant plusieurs optimum (Figure (2.2) reprise de [42]).

Dans des cas pratiques la recherche d'optimum global est nécessaire et constitue une tâche très difficile.

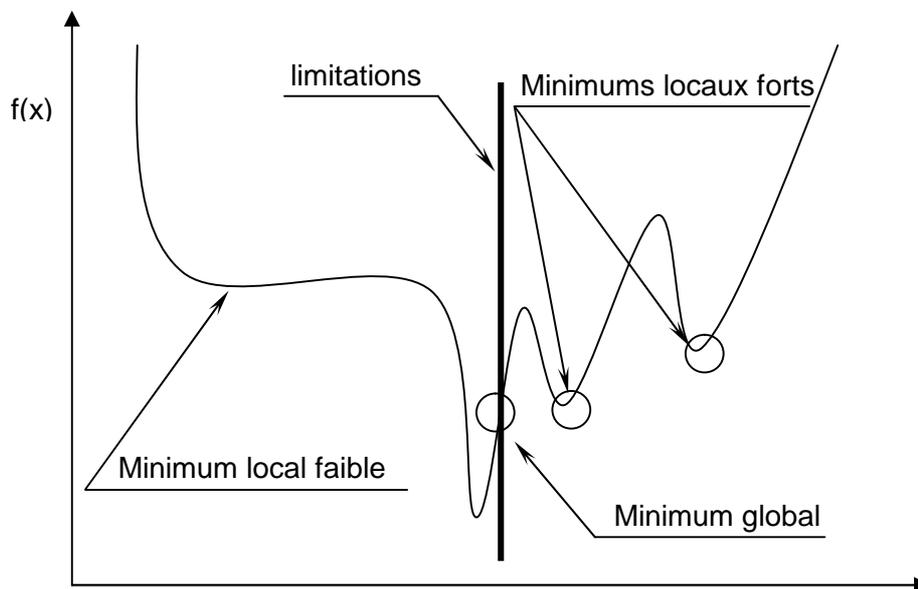


Figure (2.1) : Différents types de minima dans le cas unidimensionnel

2.3.4. Optimisation déterministe et probabiliste

Il arrive dans certains cas de problèmes d'optimisation que le modèle ne soit pas défini au préalable car il dépend de paramètres qui ne sont pas connus, donc leur estimation se trouve nécessaire. Le décideur se trouve face à un certain nombre de facteurs connus soit statistiquement, soit par des plages de valeurs (maxima, minima).

Il existe plusieurs approches de la "décision dans l'incertain" on peut distinguer deux cas :

- Un cadre probabiliste utilisé pour décrire mathématiquement l'incertain (on parle alors d'*optimisation stochastique* et on cherche en général à minimiser l'espérance mathématique de la fonction coût, ce qui suppose implicitement qu'on accepte un comportement "optimal en moyenne")
- Ou bien des plages de valeurs possibles (mais non probabilistes) des aléas sont supposés et on cherche à se prémunir contre la pire des occurrences (du point de vue de la fonction coût), ce qui correspond à un comportement pessimiste ou très prudent (on parle alors d'*optimisation min-max*).

Par contre dans l'optimisation déterministe, tous les paramètres dont dépend le modèle sont supposés connus avec précision.

2.3.5. Optimisation statique et dynamique

Le mot "dynamique" est le plus souvent utilisé lorsque le temps intervient, c'est-à-dire qu'un système évolue, qu'il faut prendre des décisions à diverses étapes de cette évolution, et que ces décisions auront une influence sur tout le futur. Il existe en fait un sens plus profond au mot "dynamique" dans le contexte de problèmes de décision autrement dit :

- S'il s'agit d'une formulation déterministe, le futur de l'évolution est parfaitement calculable à partir du modèle du système et des décisions planifiées à chaque instant. Les objets à manipuler sont des objets indexés par le temps: ces objets sont de dimensions finies si le temps est un temps discret (comme sur un ordinateur) et ils sont de dimensions infinies en particulier lorsque le temps est considéré comme une variable continue.
- Si des paramètres incertains influencent l'évolution du système dynamique, alors il n'est plus possible de prédire exactement l'évolution future. On a donc intérêt à prendre les décisions à chaque instant au vu des observations disponibles.

2.3.6. Optimisation linéaire et optimisation non linéaire

Historiquement, La programmation linéaire a occupé le devant de la scène en optimisation dans les années soixante sous l'impulsion de George B. Dantzig, et on peut dire que pendant longtemps, "optimisation" a été synonyme de "programmation linéaire". Techniquement, bien que cas particulier de la programmation convexe, le contexte de la programmation linéaire permet des développements qui lui sont spécifiques. Ce fut en particulier le cas sur le plan algorithmique avec le fameux *algorithme du simplexe* qui exploite un certain aspect combinatoire de la programmation linéaire même en variables continues.

2.3.7. Optimisation monocritère ou multicritère, avec un décideur ou plusieurs décideurs

Le décideur est généralement confronté à plusieurs critères de choix qui ne varient pas forcément tous dans le même sens en fonction des systèmes de valeur envisageables. Une théorie de l'*optimisation multicritère* existe. En choisissant lesquelles des préoccupations seront agrégées dans une même fonction objectif et lesquelles apparaîtront sous forme de contraintes, on peut parvenir à formuler de tels problèmes avec de tels compromis [36, 44, 50].

A l'opposé, il existe des situations où l'on est en présence de plusieurs décideurs ayant chacun leur propre fonction objectif et leurs propres contraintes. Bien entendu, l'avis de chacun agit sur le critère de tous et vis versa : on se trouve confronté à une analyse multicritère.

2.4. APERÇU SUR LES GRANDS SYSTÈMES D'OPTIMISATION

Les problèmes d'optimisation de structures qui se posent sont souvent des problèmes de grande taille, c'est à dire comportent des centaines de milliers de variables et/ou de contraintes. Cela a pour effet d'entraîner beaucoup de calculs et/ou de stockage des informations. Cette classe de problèmes porte le nom de "*grands systèmes*" ou "*systèmes complexes*".

D'après [15] les "*grands systèmes*" se caractérisent par les points suivants :

- Le système est décrit par un *grand nombre de variables et de contraintes*, ce qui entraîne beaucoup de calculs et/ou de stockage (la situation la plus typique étant celle où l'on doit utiliser la *programmation dynamique* pour résoudre le problème associé) ;

- Le système global est fait de sous-systèmes interconnectés : il a donc une *structure spatiale complexe*, ce qui s'accompagne souvent d'une certaine *hétérogénéité* ;
- Le système met en jeu des phénomènes à *plusieurs échelles de temps* ou changeant de façon brutale au cours du temps : dans ce cas, c'est la *structure temporelle* qui est *complexe*.

Du fait de leur taille, les grands systèmes sont soumis à une *économie d'échelle* : pour de tels systèmes, 1% d'économie peut représenter beaucoup en valeur absolue.

Pour contourner ces difficultés, d'après [15] on fait appel à :

- La *décomposition* pour isoler des sous-problèmes qui sont plus petits et plus homogènes.

Les sous-systèmes étant *plus petits* que le système global, sont *plus faciles à traiter* (dix sous-systèmes de dimension 1, c'est plus facile à traiter qu'un système de dimension 10 : question de volume total des calculs, de contrôle des calculs (éviter l'usage de la mémoire virtuelle).

Les sous-systèmes étant *plus homogènes* sont plus faciles :

- à comprendre ;
- à traiter (*conditionnement* d'un sous-problèmes meilleur que le conditionnement global) ;
- à simplifier (idée de l'*agrégation*).

Une autre caractéristique peut être associée a cette notion est celle de difficultés. Dans la littérature notamment [12, 15], deux sortes de problèmes d'optimisation reçoivent l'appellation, de problèmes "difficiles" :

- Certains problèmes d'optimisation combinatoire, pour lesquels on ne connaît pas d'algorithme exact "rapide" ;
- Certains problèmes d'optimisation à variables continues, pour lesquels on ne connaît pas d'algorithmes permettant de trouver l'optimum global à coup sûr, et en un nombre fini de calculs.

Le tableau suivant présente une classification des problèmes d'optimisation selon la nature, la forme et la taille des ses différentes composantes. Tandis que l'organigramme présente une arborescence des types d'approches d'optimisation et quelques méthodes appropriées à leur résolution.

critères	propriétés	classification
Nombre de variables	Une seule variable	Monovariable
	Plusieurs variables	Multivariable
Types de variables	Réelles	Continue
	Entières	Discrète
	Réelles et Entières	Mixte
	Entières avec permutation	Combinatoire
Type de fonction objectif	Linéaire en fonction des variables	Linéaire
	Quadratique en fonction des variables	Quadratique
	Non linéaire en fonction des variables	Non linéaire
Présence des contraintes	Soumis à des limitations	Avec contraintes
	Pas de limitation	Sans contraintes
Type D'approche	Paramètres connus	Déterministe
	Paramètres inconnus	Probabiliste
Type de recherche	Sur un voisinage	Locale
	Sur un domaine	Globale
Nombre de critères	Un seul critère	Monocritère
	Plusieurs critères	Multicritère
Caractère Évolutif dans le temps	Non Évolutifs (non dépendant du temps)	Statique
	Évolutifs (dépendant du temps)	Dynamique

Tab (1.2) : Classification des problèmes d'optimisation

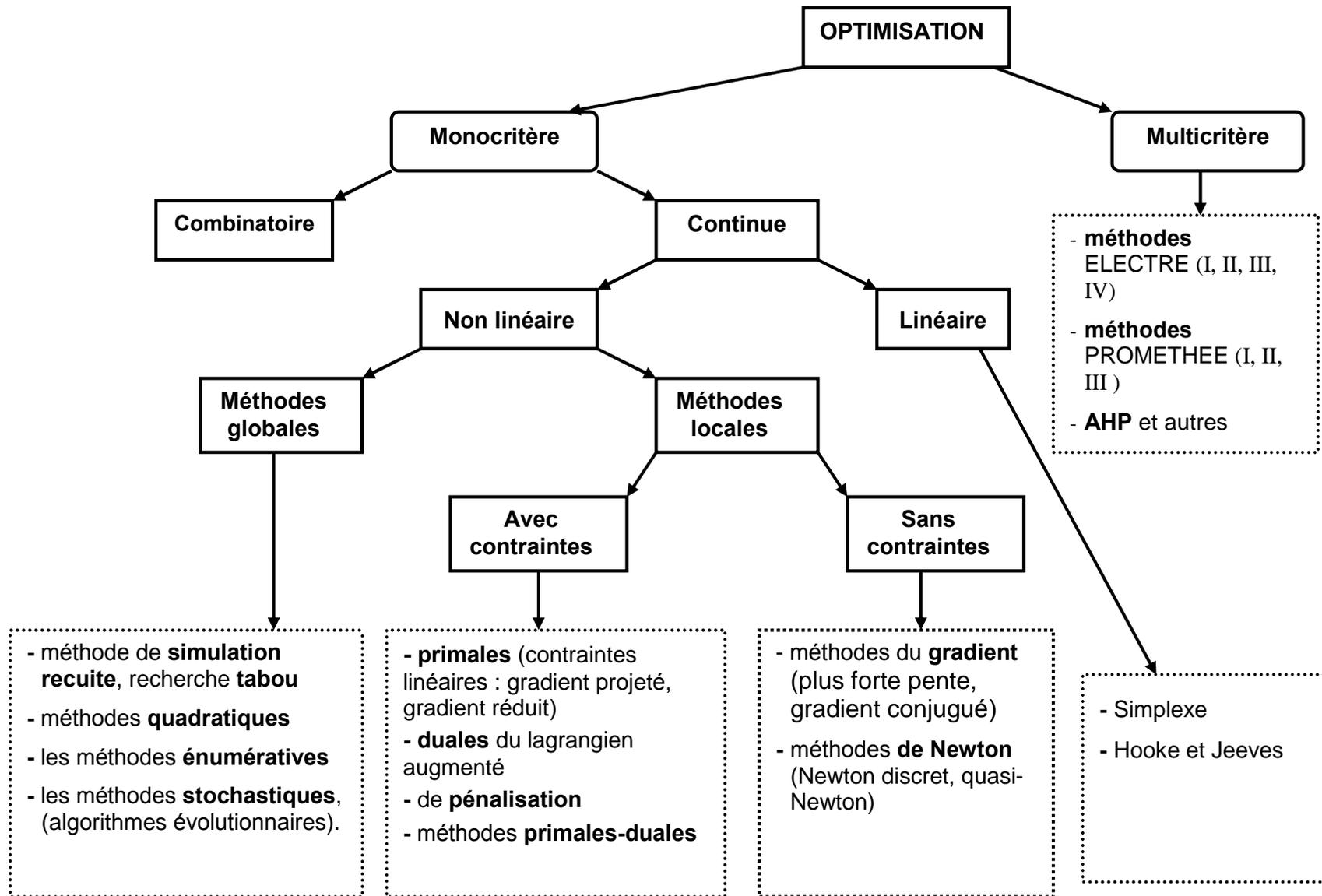


Figure (2.2) : Classification des types et méthodes d'optimisation

2.5. CONCLUSION

L'intérêt avéré de l'optimisation a fait que de nombreux chercheurs se sont intéressés à ce domaine très vaste. Ils ont ainsi mis au point moult méthodes et techniques de résolution générales ou particulières à un type de problèmes donnés. Cependant, la connaissance de ces méthodes reste une condition nécessaire mais pas suffisante pour résoudre un problème d'optimisation.

En effet, savoir formuler un problème d'optimisation constitue une étape très importante dans le processus de l'optimisation, encore plus dans le choix de l'algorithme ou de méthodes de résolution les plus appropriés et répondant aux exigences du problème.

Pour cela, nous avons établi les principaux critères qui ont permis de classer ces méthodes d'optimisation.

Cette étape va certainement nous aider dans le choix des méthodes et la mise au point des algorithmes de résolution des problèmes d'optimisation que nous allons construire (voir chapitres 4,5 et 6).

Chapitre 3

État de l'Art

ÉTAT DE L'ART

3.1. INTRODUCTION

Dans un contexte de projet donné, les phases les plus importantes qui ont été concernées principalement par l'optimisation sont ceux relatives à la conception et à la réalisation.

Dans ce chapitre, nous allons faire un tour d'horizon sur les principales méthodes existantes dans la littérature, depuis leur première apparition jusqu'à aujourd'hui.

Comme il est difficile de donner une liste exhaustive de ces méthodes et des différentes techniques de programmation dédiées au domaine de génie civil, nous allons nous contenter de mettre en premier lieu l'accent sur les concepts de base de quelques méthodes générales relatives au contexte de réalisation d'un projet donné. Nous présentons ensuite quelques méthodes de résolution des problèmes généraux d'optimisation de structures. Nous nous intéressons à la fin aux méthodes particulières à l'optimisation des structures en béton armé, selon deux approches : déterministe et probabiliste.

3.2. OPTIMISATION DANS LE CONTEXTE D'UN PROJET

Dans le contexte de réalisation ou de conception d'un projet donné plusieurs points peuvent être vus d'après [13] :

- De celui de l'optimisation des systèmes structuraux où il est possible d'optimiser le choix des matériaux, des éléments composants et de la hauteur même des ossatures de sorte à ce que le coût soit minimal ou une analyse multicritère soit réalisée. A ce titre, nous citons le travail réalisé en [9], qui consiste en l'élaboration d'un outil d'aide au choix des ouvrages de soutènement fondé sur une approche multicritère ;
- De l'établissement des programmes de planification, en appliquant la méthode *du chemin critique*, la résolution se fait moyennant la programmation linéaire. Donc on doit minimiser les ressources en minimisant les disponibilités ;
- D'un certain nombre d'applications qui comprenait des problèmes tels que la détermination de la combinaison optimale de type d'habitation pour un site donné, optimiser différents types de services pour un projet (routes, commodités de transport, réseaux d'alimentation et évacuation, etc.) et

optimiser l'organisation de l'espace d'après des critères de densité, de minimisation des circuits internes, etc. [20] ;

- L'application des techniques d'optimisation a été étendue à d'autres composants du projet où s'inscrit la construction : l'éclairage, le transport vertical, etc.

3.3. LES DIFFÉRENTES CLASSES DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION DE STRUCTURES

Pour illustrer l'évolution des techniques d'optimisation structurale, l'optimisation est décomposée suivant, la nature des données que l'on modifie, le niveau de difficulté du problème d'optimisation ou le degré de modifications apporté aux structures en trois grandes familles : le dimensionnement automatique, l'optimisation de forme et enfin l'optimisation topologique [10, 14, 42].

3.3.1. Le dimensionnement automatique des structures ou paramétriques (design optimization)

Cette classe constitue le problème le plus simple en optimisation des structures.

La forme de la structure est paramétrée par un nombre de variables représentant les dimensions transversales des éléments de structures, comme : la section droite de poutre ou l'épaisseur de coques ou de plaques. Ceci implique qu'aucune modification de la forme ou de la topologie n'est introduite dans le processus d'optimisation. Dans la pratique, les types de structures qu'il est possible d'étudier avec cette approche sont les treillis à barres ou les portiques (Figure (1.3)-a).

3.3.2. L'optimisation de forme ou géométrique (shape optimization)

Cette classe de problèmes admet la modification des paramètres suivants :

- Toutes les variables modifiant la représentation géométrique des frontières extérieures et intérieures du modèle ;
- Toutes les variables touchant à l'optimisation du matériau, comme l'orientation des fibres dans un composite ;
- Toutes les variables du dimensionnement automatique.

Donc, les seuls changements de formes acceptés n'altèrent pas la topologie de la structure, les formes ne varient que par la position des frontières (sans changer la connectivité ou la nature des membres structuraux).

A cause de leurs difficultés relatives par rapport au dimensionnement, les changements géométriques ont été limités (Figure (1.3)-b).

3.3.3. L'optimisation topologique (topological optimization)³

Dans cette classe de problèmes, c'est la nature de la géométrie de la structure qui est modifiée donc sans aucune restriction sur cette dernière ou le nombre d'éléments structuraux.

Cette classe permet de déterminer les endroits où perforer la structure ainsi que la connectivité des domaines, alors que dans les deux précédentes classes, il incombe à l'ingénieur de faire ce choix (Figure (1.3)-c).

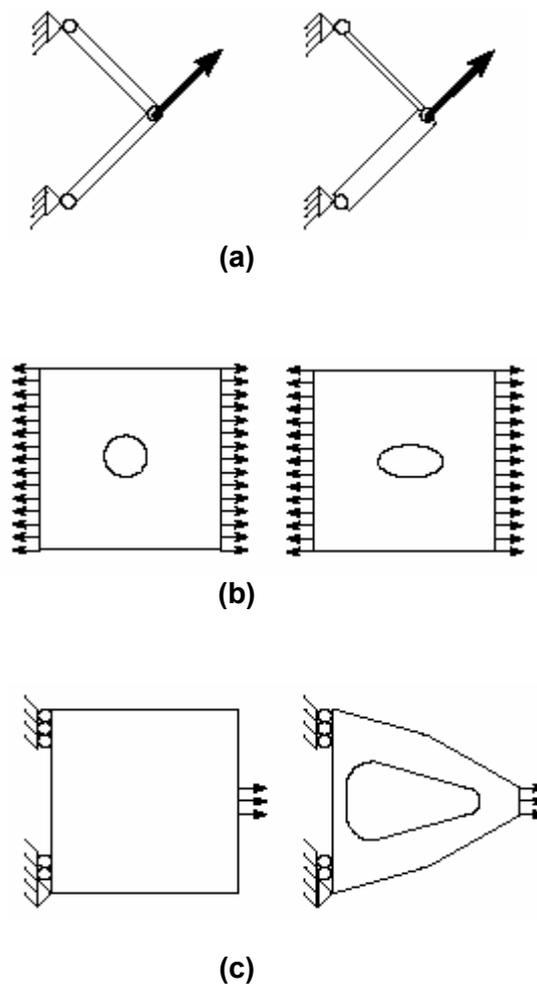


Figure (4.1) : Schémas des classes de problèmes d'optimisation des structures.

³ Le terme de topologie dérive du mot anglais "*topology*" où il désigne la *géométrie de position* ou *de situation*. En mathématiques, ce mot désigne "*la partie de la géométrie qui étudie les propriétés qualitatives et les positions relatives des êtres géométriques, indépendamment de leur forme et de leur grandeur*".

3.4. ÉVOLUTION DE L'OPTIMISATION STRUCTURALE

Vers les années soixante, Schmit [53] et Fox [28] ont jeté les bases d'une théorie moderne de l'optimisation des structures fondée sur les concepts de programmation mathématique et d'analyse de sensibilité. La méthode des contraintes complètes était la seule méthode largement utilisée même si elle ne présentait pas des bases théoriques solides.

Il a fallu attendre Prager et Taylor [47] pour que les méthodes variationnelles et les conditions d'optimalité de Lagrange permettent de justifier les critères de la méthode pour une classe de problèmes d'optimisation structurale. Les conditions d'optimalité du problème d'optimisation furent alors utilisées directement pour construire un algorithme de résolution itératif qu'on appelle la technique des critères d'optimalité ⁴[17].

Depuis sa première apparition, l'optimisation des structures était principalement limitée au dimensionnement de treillis ou de portiques. Il a été considéré comme le terrain d'application des critères d'optimalité. Le problème de dimensionnement recherche les sections transversales des membres structuraux tandis que leur longueur et la localisation de leurs joints restent fixées. La période qui s'étend de la fin des années 60 et le début des années 70, a été marquée par l'adaptation des critères d'optimalité aux structures de grande taille, modélisées par éléments finis.

En parallèle, le problème de topologie de treillis a été également étudié par Prager [46] sur une classe très restreinte de structures en se basant sur le concept de treillis de Michell (1904). Le problème consiste à trouver la meilleure configuration possible pour que le treillis ou le portique puisse transmettre les forces aux fondations en améliorant une performance donnée et en satisfaisant les contraintes de la conception.

Plus récemment, le problème de la topologie optimale des treillis a été approché comme étant un problème de dimensionnement classique, de très grande taille, en imposant une borne minimale de très faible valeur sur la section. La solution est alors obtenue en prenant une variété de fonctions objectifs : compliance, déplacements, tensions, valeurs propres (Rozvany [51] et Zhou [56]).

À côté des critères d'optimalité, le problème d'optimisation structurale fit de rapides progrès basés sur le développement de l'analyse de sensibilité, du concept d'approximation structurale explicite et des méthodes de programmation mathématique adaptées aux structures. Le caractère non linéaire de ces problèmes de conception des structures par éléments finis, a amené Fleury [25], Schmit [52] et ses collaborateurs

⁴ Ces critères représentent la manière d'atteindre l'optimum

(Schmit et Farshi [52] et , Schmit et Miura [54]) à la décomposition en des sous-problèmes approchés et explicites.

Les schémas d'approximation les plus utilisés sont : la linéarisation inverse (Schmit et Farshi [52] et l'approximation mixte (Fleury et Braibant [26]). La résolution des sous-problèmes nécessite la mise au point d'algorithmes de résolution efficaces et robustes basés sur des méthodes de programmation mathématique. Par exemple, les méthodes de programmation quadratique séquentielle ont été appliquées.

Le problème d'optimisation de dimensionnement fut également étendu au problème des éléments de flexion (Fleury et Sander [27]) pour l'amélioration du comportement vibratoire et à la stabilité de l'équilibre.

Des méthodes de résolution du problème d'optimisation topologique a été développé récemment en [2, 3] notamment la méthode des courbes de niveaux (leve-set). Le problème a consisté à maximiser la première fréquence propre d'une structure ou à minimiser la compliance associée à une structure ou à un chargement donné.

Le dimensionnement optimal aux états limites a été étalé aux structures axisymétriques (en béton armé), le problème a consisté en la recherche de l'épaisseur qui minimise leurs poids [35]. La fonction objectif utilisée dans les structures considérées, est exprimée en fonction du rayon de la structure, des coordonnées des circonférences. Ce problème est résolu moyennant la programmation quadratique en se basant sur l'optimisation convexe.

D'autres types de méthodes ont été utilisés ces dernières années, les algorithmes évolutionnaires ou génétiques en [31] pour minimiser le coût global de production d'une structure métallique. La combinaison de ces méthodes avec la méthode des éléments finis, permet le changement de forme et la résolution de problèmes de structures sur des espaces de recherche non standards, lui offrent ainsi de nouvelles perspectives.

3.5. MÉTHODES D'OPTIMISATION UTILISÉES EN GÉNIE CIVIL

3.5.1. Méthode aux contraintes complètes (fully stressed design)

C'est une méthode élaborée il y a plus d'un siècle par Maxwell. Selon cette méthode, le problème s'énonce de la manière suivante. Pour une structure composée de barres articulées, on cherche la structure de poids minimum. Le critère employé étant donc le poids et les variables optimisées sont : les variables d'importance⁵, les caractéristiques sectionnelles et la géométrie des éléments. Les barres sont considérées dans leur domaine élastique. Seuls les efforts axiaux sont admis au niveau des barres (traction ou compression) [11].

⁵ Le nombre d'éléments.

La modélisation des structures par un simple assemblage de barres et surtout la contrainte sur les liaisons, rendent cette méthode inapplicable pour les bâtiments en béton armé.

3.5.2. Théorie de Michell (1904)

Le problème de treillis de Michell, introduit par Michell concerne la topologie de treillis de barres de masse minimale. Dans son document connu [37] sur les limites de l'économie dans les structures à barres, le problème optimal au sens de Michell s'énonce comme suit : en considérant une structure à barres constituées d'un matériau élastique, soumise à un système de forces concentrées, on cherche la configuration optimale pour des contraintes axiales limites de traction et de compression, et de telle manière que le volume des barres soit minimal que possible [29].

La fonction coût choisi est exprimée en fonction des positions des nœuds et des sections transversales des barres.

3.5.3. L'optimisation par la méthode des éléments finis

En 1979 Zavellini [11] a employé une méthode qui consiste à utiliser une structure maximale dans laquelle tous les éléments sont actifs au départ. Ensuite par une méthode de réduction appropriée, le nombre des éléments est diminué jusqu'à avoir une structure optimale vis à vis des critères à optimiser (poids). L'inconvénient de cette méthode est qu'elle est applicable seulement à des structures massives.

Les travaux qui ont été réalisés par la suite sur des éléments finis en optimisation des structures, font distinction entre optimisation avec prise en compte et non prise en compte des linéarités géométriques. Selon les travaux de [42], les méthodes d'optimisation de structures sont classées en trois types : Optimisation *de structures à comportement linéaire*, Optimisation *de structures à comportement non linéaire* et Optimisation *de structures en présence de non-linéarités géométriques*.

3.5.3.1. Optimisation de structures à comportement linéaire⁶

En 1973 Zienkiewicz et Cambell [57] ont présenté une méthode utilisant la technique des éléments finis, permettant l'optimisation de forme de structures a barres ou les variables d'optimisation étaient les coordonnées des nœuds.

En 1980 Qucau et Trompette [48] ont utilisé la méthode des éléments finis avec une méthode de pénalité pour l'optimisation de forme de structures axisymétriques, qui minimise les concentrations de contraintes sur les bords.

⁶ petits déplacements et loi de comportement élastique linéaire du matériau.

3.5.3.2. Optimisation de structures à comportement non linéaire⁷

L'application de l'optimisation à ce type de structure est relativement récente par rapport à l'optimisation linéaire.

En 1992 Pezeshk et al. [45] ont présenté une approche pour l'optimisation de forme de structures formées de barres et de poutres en présence de non linéarités géométriques basée sur la méthode du critère optimalité. La fonction objectif est la masse de la structure avec une limitation sur la charge critique.

En 1993 Oblack et Kegl [43] ont présenté une approche pour la conception optimale de structures à comportement non linéaire avec prise en compte des conditions de stabilité de la structure. Le problème linéaire est remplacé par une succession de problèmes approchés simples qui renferment des limitations sur des estimations de la charge critique. La fonction objectif était le volume et les variables d'optimisation étaient les sections droites des éléments de treillis.

En 1995 Ringertz [49] publia un algorithme pour la conception optimale de structures de coques en grands déplacements utilisant les méthodes SQP⁸ couplés à l'analyse par éléments finis. La fonction objectif était le poids de la structure avec des limitations sur la stabilité et les déplacements en certains points.

En 1995, Kegl et Butin [33] ont présenté une approche pour l'optimisation de forme de poutres en présence de non linéarités géométriques, en combinant la méthode de programmation mathématique et les éléments finis. La fonction objectif étant le volume avec une limitation sur la charge critique et les variables d'optimisation.

3.5.3.3. Optimisation de structures en présence de non-linéarités géométriques

La méthode SQP a été utilisée dans [17] pour optimiser la ligne moyenne d'une poutre permettant la réduction des contraintes maximales dans celle-ci, tout en satisfaisant certaines conditions géométriques. La fonction objectif est une fonction des contraintes définies à partir du critère de Von Mises en contraintes planes.

3.6. L'OPTIMISATION EN BÉTON ARMÉ

Le dimensionnement optimal en béton armé peut satisfaire les quatre critères suivants selon [13] :

⁷ grands déplacements et rotations.

⁸ programmation quadratique séquentielle.

1. L'équilibre limite (ELU), assurant que l'état limite n'est pas atteint ;
2. Le critère de *tenue en service* ;
3. Le critère d'*optimum*, une fonction de mérite soit optimale ;
4. Le critère de *compatibilité plastique*, exige que les rotations soient inférieures à leur valeur ultime.

Le degré de satisfaction de ces critères se mesure moyennant les indices suivants :

$$1. \text{ indice de sécurité à la ruine } \mathbf{ISR} : u_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0} \geq 1 \quad (3.1)$$

$$2. \text{ indice de compatibilité plastique } \mathbf{ICP} : t_{ij} = \frac{\theta_{pj}}{\theta_{ij}} \geq 1 \quad (3.2)$$

$$3. \text{ indice de sécurité à la plastification } \mathbf{ISP} : x_j = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_0} \text{ avec } \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \leq x_j \leq 1 \quad (3.3)$$

$$4. \text{ indice de rendement de projet } \mathbf{IRP} : v_k = \frac{V_k}{V_e} \leq 1 \quad (3.4)$$

Avec :

λ_i : facteur de charge à la ruine.

λ_0 : facteur de charge correspondant à un état mécanisme de ruine.

λ_1 : facteur de charge à la sécurité.

λ_{ij} : facteur de charge vis a vis de la plastification de la section considérée.

V_k : volume de l'acier longitudinal déterminé par les méthodes inélastiques.

V_e : volume de l'acier longitudinal déterminé par les méthodes élastiques.

θ_{pj} : rotation inélastique de la section dans le mode de ruine.

θ_{ij} : rotation possible de la section dans le mode de ruine.

3.6.1. Types de problèmes d'optimisation

Du point de vue nature des données utilisées et genre de résultats escomptés, on distingue deux types de problèmes : déterministes et probabilistes.

3.6.1.1. Problèmes déterministes

Le problème *déterministe* peut être défini comme suit :

Pour une structure dont les charges, la géométrie et les dimensions des sections en béton sont fixées pour connaître la distribution des moments de résistance, le problème de dimensionnement optimal va consister à déterminer les variables optimisant la fonction de mérite tout en satisfaisant les contraintes adéquates.

Selon cette approche, on déterminera la distribution de l'armature longitudinale pour chaque section critique, ou la distribution équivalente des moments résistants plastiques :

$$M_{pj} = x_j \lambda_0 M_j \quad (3.5)$$

M_j : moment fléchissant de calcul élastique.

Donc on formule le problème d'optimisation comme suit :

Trouver x_j

Tel que $F(x_j) = \min$ ou \max

$$\text{Et que } \left\{ \begin{array}{l} \sum a_{ij} x_j \geq c_i \\ x_j \geq b_{jk} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \leq x_j \leq 1 \\ x_j = k x_k \\ a_{ij}, b_{ij}, c_i \geq 0 \end{array} \right. \quad (3.6)$$

x_j : indice de sécurité à la plastification.

λ_0 : facteur de charge global.

M_j : l'enveloppe des moments élastique.

λ_1 : coefficient de sécurité associé à un mode de ruine.

a_{ij} : coefficient de contribution.

c_i : paramètre dépendant de α et γ .

En adoptant comme fonction de mérite l'aire du diagramme des moments plastiques, on aura :

$$F(x_j) = \int_S M_{pj} ds = \int_S \lambda_0 x_j M_j ds$$

Cette fonction est équivalente au volume d'armatures de flexion en supposant que les armatures sont constantes sur les longueurs L_j de part et d'autres des sections critiques.

$$F(x_j) = V_f = \sum M_{pj} L_j = \sum \lambda_0 x_j M_j L_j \quad (3.7)$$

3.6.1.2. Problèmes probabilistes

Un problème *probabiliste* peut être formulé de la manière suivante :

Pour une structure à configuration, charge probable et variations des résistances connues, trouver les résistances moyennes des éléments, telles que les niveaux de confiance spécifiés à la ruine et des conditions d'économie déterminées soient satisfaits (la confiance à la ruine est définie comme la probabilité requise pour qu'une structure n'atteigne pas sa ruine plastique ou qu'il y est formation de rotules plastiques).

Le problème peut s'énoncer en respectant les niveaux de confiance et les conditions d'économie bien déterminées comme suit :

$$\begin{aligned} & \text{Trouver } \bar{M}_p \\ & \text{Tel que } \left\{ \begin{array}{l} P_1(\bar{M}_p) \geq R_1 \\ P_2(\bar{M}_p) \geq R_2 \\ Z(\bar{M}_p) \leq Z_0 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (3.8)$$

\bar{M}_p : valeur moyenne des M_{pj} des sections critiques.

P_1 et P_2 : les probabilités de survies pour les deux modes de ruine (la ruine plastique et la rotulation).

R_1 et R_2 : les niveaux de confiance spécifiés pour les modes de ruine.

Z : coût initial.

Z_0 : coût limite acceptable pour un projet donné.

Le problème d'optimisation probabiliste permet soit de maximiser les probabilités de survie P_1 ou P_2 soit de minimiser le coût de la structure z en les adoptant comme fonction de mérite et en considérant les inégalités disponibles comme contraintes du problème.

Il s'agit donc, d'un problème d'optimisation non linéaire.

En résumé, la fonction de mérite est le coût total C_T pour la vie de la structure compte tenu des probabilités des survies à ruine P_1 ou à la plastification P_2 ainsi que des coûts correspondants C_1 et C_2 .

$$C_T = Z - C_1 P_1 - C_2 P_2 \quad (3.9)$$

3.6.2. Formulation déterministe

Il existe deux méthodes ; les méthodes dites d'équilibre et les méthodes générales.

3.6.2.1. Méthodes d'équilibre

Ces méthodes regroupent les approches statiques⁹ et cinématiques¹⁰ utilisant les critères de type 1, 2 et 3 (cités en 3.6).

A. Approche statique

Le problème peut s'énoncer comme suit :

Trouver x_j et \bar{M}_{jk}

$$\text{Tel que } V_k(x_j) = \min \left(\sum \lambda_o \bar{M}_j x_j l_j \right) \quad (3.10)$$

$$\text{Et que } \sum B_{ji} \bar{M}_{jk} = \sum w_{jk} L \quad (3.11)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_j \geq \frac{\bar{M}_{jk}}{M_j} = b_{jk} \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \leq x_j \leq 1 \\ B_{ji} \geq 0 \\ b_{jk} \geq 0 \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

B_{jk} : constantes dépendantes de la géométrie et des conditions d'encastrement de la structure.

B. Approche cinématique

Trouver x_j

$$\text{Tel que } V_k(x_j) = \min \left(\sum \lambda_o \bar{M}_j x_j l_j \right) \quad (3.13)$$

$$\text{Et que } \left. \begin{array}{l} \sum a_{ij} x_j \geq c_i \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \leq x_j \leq 1 \\ x_j = k x_{\min} \\ a_{jk}, c_i \geq 0, k > 0 \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

Selon les deux approches, le problème obtenu est un problème de programmation linéaire qui peut être résolu par l'algorithme du Simplexe.

⁹ Concerne l'équilibre relatif aux sections critiques.

¹⁰ Concerne l'équilibre relatif aux mécanismes de ruine.

3.6.2.2. Méthodes générales

Selon ces méthodes, le calcul optimal se fait sans nécessité de la vérification du critère de compatibilité plastique.

Les variables considérés sont :

- Les moments plastiques : $M_{pj} = x_j \lambda_0 M_j$ (3.15)
- Les rigidités relatives des éléments : γ
- Les paramètres géométriques de la structure : α

Le problème s'énonce comme suit :

Connaissant

- La configuration de la structure ;
- Les conditions de charges ;
- Les conditions d'appui et des joints.

Trouver

- Les moments plastiques ;
- Les rigidités relatives des éléments ;
- Les longueurs relatives des éléments α .

Tel que

$$V_k = \min \left(\sum \lambda_0 x_j M_j l_j \right) \quad (3.16)$$

$$\text{Et que} \left\{ \begin{array}{l} \sum a_{ji} x_j \geq c_i \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \leq x_j \leq 1 \\ \theta_{ji} = \theta_{oi} + \sum M_{pi} \theta_{ji} \leq \theta_{pj} \\ \theta_{jk} = \theta_{ok} + \sum M_j \theta_{jk} = 0 \\ a_{ji}, c_i \geq 0, \gamma, \alpha > 0 \end{array} \right. \quad (3.17)$$

θ_{ji} : rotation inélastique.

θ_{pi} : rotation inélastique limite.

A. Approche non linéaire

Le problème est considéré parmi les problèmes non linéaires d'une complexité considérable. La résolution du problème se fait avec des approximations permettant la linéarisation de la fonction mérite et des contraintes.

B. Approche linéaire

Selon la méthode développée à Imperial College of science and Technology de Londres par Munro, Krishnamoorthy et Yu [12], le problème optimal prend la forme :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } x_j \\ &\text{Tels que } V = \min \left(\sum (B_j + C_j x_j) \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\text{Et que } \left. \begin{aligned} &[G]\{m_b\} + \{v_0\} + [C]\{\theta\} = 0 \\ &\{\theta^-\} \leq \{\theta\} \leq \{\theta^+\} \\ &\{m_n\} = [K]^T \{m_b\} + \{m_{0n}\} \\ &x_j \geq L_j \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

La fonction de mérite représente le volume de l'acier.

$[G]$: matrice de flexibilité.

$[C]$: matrice cinématique.

$\{m_b\}$: vecteur des moments.

$\{v_0\}$: rotation élastiques.

$\{\theta\}$: rotations inélastiques.

L_j : limite inférieure de l'indice de plasticité.

$\{m_n\}$ et $\{m_{0n}\}$: vecteurs moments de la méthode des déplacements.

Par la suite la résolution se fait par les algorithmes du simplexe adaptés à leur formulation.

Les économies d'acier sont de l'ordre de 6 à 18 % pour les cas étudiés.

3.6.3. Formulation probabiliste

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } \bar{M}_p \\ &\text{Tel que } \left. \begin{aligned} &Z(\bar{M}_p) = \min \\ &P_1(\bar{M}_p) \geq R_1 \\ &P_2(\bar{M}_p) \geq R_2 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$P_1 = \min_{i=1}^p P_{1i}$$

$$P_2 = \Pi P [\bar{M}_{pj} - \bar{M}_j \geq 0]$$

P_{1i} : probabilité de survie à la ruine globale.

P_{2i} : probabilité de survie à la ruine locale.

Le problème ainsi formulé représente un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes. Il peut être résolu par exemple par la méthode de recherche des gradients en adoptant des combinaisons des paramètres R_1 et R_2 .

Les travaux cités dans [13], concerne le dimensionnement optimale des poutres selon les états limites ultimes et les états limites de services séparément, plus précisément l'optimisation de la section du béton et des armatures longitudinales.

En conclusion, nous constatons que la plupart des méthodes que nous avons présentées ici sont dédiées à l'optimisation des éléments de structures métalliques. Par souci de complémentarité, nous nous proposons d'intervenir dans le domaine d'optimisation des structures en béton armé, plus précisément les poutres et les poteaux.

3.7. PROCESSUS D'OPTIMISATION DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX : POUTRES ET POTEAUX

Le processus d'optimisation des structures est un processus long et compliqué. Il se compose généralement des phases suivantes : l'identification et l'évaluation des différentes charges, l'évaluation des caractéristiques géométriques, l'analyse statique et dynamique de la structure, l'évaluation des sollicitations de calcul, la vérification de la stabilité locale et globale des éléments, la détermination des armatures et enfin l'évaluation de la fonction objectif.

Les poutres soumises à la flexion simple doivent être ferraillées à l'aide des différentes combinaisons issues des ELU. et des ELS. Ces dernières peuvent nécessiter des armatures comprimées et des armatures tendues.

Quant au dimensionnement des poteaux, il est plus compliqué, du fait qu'ils sont soumis à la flexion composée dans les deux sens. Pour faciliter à la fois les opérations de calcul et les tâches de réalisation, les concepteurs ont tendance à uniformiser les sections de béton des poteaux dans plusieurs étages. Ceci implique la détermination de toutes les sollicitations défavorables issue des ELU. et des ELS. qui leurs sont appliquées.

Devant ces multiples difficultés, le projeteur en béton armé choisit au préalable, bien entendu, d'une manière intelligente les dimensions de ces éléments de structure en se basant sur son expérience personnelle et de la profession. A la fin de ces travaux, il peut garantir l'aspect sécurité, et ce évidemment en rapport avec les règles techniques en vigueur ; mais il n'est jamais sûr de l'aspect économique, à moins qu'il y ait fait des études économiques comparatives entre plusieurs variantes de solutions.

Les outils que nous proposons permettent d'aider le concepteur à prendre en charge le calcul optimal du coût des éléments de structure. En effet, les deux programmes **optpoutre** et **optpoteau** (voir chapitre 5 et 6) offrent la possibilité, moyennant un processus itératif, d'obtenir dans un contexte de projet donné, les dimensions géométriques optimales (bopt, hopt), les sections d'armatures longitudinales et transversales optimales et par voie de conséquence le coût optimal des éléments structuraux (poutres et poteaux).

En effet, une poutre ou un poteau est composé d'un ensemble de tronçons. L'optimisation de ces derniers conduit normalement vers l'optimisation de l'élément en entier. Pour cette raison, nous avons pensé à l'optimisation d'un module générique: tronçon unitaire de poutre qui constitue une composante de base commune à tout élément structural linéaire.

3.8. CONCLUSION

Comme on vient de le voir, il existe dans la littérature plusieurs méthodes et approches de résolution de problèmes d'optimisation dans le domaine très vaste de génie civil. Ces problèmes d'optimisation s'inscrivent aussi bien dans la phase de conception que dans la phase de réalisation. Ils concernent ainsi soit les études de structures, soit la planification intelligente des tâches.

En effet, la plupart des études d'optimisation de structures qu'on vient de voir visent essentiellement soit à minimiser le poids de la structure, soit à minimiser le coût de réalisation d'une partie ou de la totalité de l'ouvrage.

Certes, l'optimisation dans le domaine de génie civil a fait des pas considérables, couronnés par de succès importants, et ce, avec le concours de l'outil informatique ; mais nous restons loin d'atteindre l'objectif de l'optimisation de structures intégrées dans un contexte donné, encore moins l'optimisation d'un projet dans son ensemble.

Ceci nous amène à dire que le champ de recherches est encore ouvert à des études répondant à des besoins vitaux dans le domaine d'aide à la décision.

Chapitre 4

Optimisation d'un Tronçon Unitaire

OPTIMISATION D'UN TRONÇON UNITAIRE DE POUTRE

4.1. INTRODUCTION

Cette partie traite de l'optimisation d'un tronçon unitaire de poutre, représentée par sa section transversale rectangulaire et sollicitée par un moment fléchissant M .

L'objectif principal est de déterminer les dimensions optimales de la section de béton, les sections optimales d'armatures longitudinales, et le coût optimal acier-béton, qui en découle.

Rappelons que le calcul classique ne se fixe comme objectif que la recherche d'une section pseudo optimale d'armatures, alors que nous, nous visons l'optimisation de cette section et du coût final de l'élément structural. Pour réaliser ce but, nous nous proposons de considérer deux niveaux de raisonnement : *optimisation de la section d'armatures*, et *optimisation du coût global du tronçon*.

La prise en compte du premier niveau nous interpelle à procéder à chaque fois que c'est possible à l'optimisation des sections d'armatures longitudinales et transversales. Motivé par ces préoccupations, la prise en compte du premier niveau nous a guidé vers l'intégration de la section d'armatures comprimées dans la résistance globale de la section.

Dans ce qui suit, nous commençons d'abord par présenter la justification et la formulation de cette opération de l'intégration des armatures comprimées, la construction du problème de l'optimisation, puis les approches de sa résolution, et en fin l'analyse de quelques résultats.

4.2. JUSTIFICATION DES SECTIONS SOUMISES À LA FLEXION SIMPLE

Les efforts auxquels est soumise généralement une section en flexion simple, se réduisent à un moment fléchissant M et un effort tranchant V . Dès lors qu'il s'agit d'optimiser un tronçon unitaire de poutre, l'effet de l'effort tranchant ne sera pas pris en compte à ce niveau d'optimisation. En revanche, il en sera question dans le prochain chapitre.

Le dimensionnement des sections est effectué en considérant l'état limite ultime de résistance et l'état limite de service en passant généralement par deux étapes : le prédimensionnement et la justification de cette section.

A. Prédimensionnement de la section de béton

Dans cette étape, il s'agit d'optimiser le coût de béton et d'acier, les dimensions de la section de béton constituent les variables de décision. Donc, on se donne comme valeurs initiales, les valeurs minimales RPA.

B. Dimensionnement des sections d'armatures

Le dimensionnement de ces sections se fait par la méthode classique de calcul en béton armé en calculant le moment réduit sollicitant la section à l'ELU. Selon sa valeur, une ou deux sections d'armatures sont calculées (armatures tendues et comprimées), puis on vérifie à l'ELS les contraintes du béton comprimé et des armatures selon le cas de fissuration considéré. Les contraintes étant vérifiées, les sections d'armatures sont retenues, sinon on redimensionne la section de béton.

Dans ce qui suit, nous allons formuler de nouvelles équations d'équilibre de la section en considérant la contribution de la section d'armatures comprimées dans la résistance globale de cette dernière. Ces équations resteront toujours valables pour un calcul classique de section en annulant la section d'armatures comprimées. Ce calcul classique ne tient pas compte de la résistance de la section d'armatures se trouvant dans la partie comprimée de la section de béton.

4.2.1. Justification de l'intégration de la section d'armatures comprimées

Le calcul classique d'une section en béton armé, aboutit souvent à une section simplement armée, c'est-à-dire, seules les armatures tendues qui sont nécessaires alors qu'en pratique, on doit incorporer, ne serait ce que pour des raisons de dispositions constructives, une autre nappe d'armatures dites de construction.

Les barres de construction ont pour but de permettre une préfabrication puis une mise en place convenable du ferrailage et on les prévoit souvent en nombre inférieur à celui des barres du lit principal surtout lorsque la largeur des poutres se trouve imposée par d'autres considérations que le calcul [16].

La section des barres de construction n'est pas liée à la section des aciers principaux. De même les aciers de peau ne sont placés habituellement que lorsque la hauteur de l'âme de la poutre dépasse une certaine valeur.

Cependant, on peut rencontrer des cas de sections où cette nappe participe à la résistance (voire réversibilité des effets sismiques).

En effet, cette nappe travaille dans tous les cas de figures à la compression du fait de sa position et par adhérence acier- béton. Pour cette raison et pour son omniprésence, nous nous sommes intéressés à son intégration dans la résistance globale de la section pour évaluer son impact sur la section d'armatures longitudinales et par conséquent sur le coût total d'un élément de structure en poutres et/ou poteaux.

4.2.2. Formulation des équations d'équilibre

Dans la suite du présent travail, seul le cas des sections rectangulaires ($b \times h$) est traité.

Le pourcentage des armatures comprimées k'_A est exprimé par la relation (1.4) :

On suppose :

$$k'_A = \frac{A'_s}{bd} \quad (4.1)$$

$$\text{Et : } \begin{cases} d = \frac{9}{10}h \\ \frac{d'}{d} = \frac{1}{9} \\ d - d' = \frac{8}{9}d \end{cases} \quad (4.2)$$

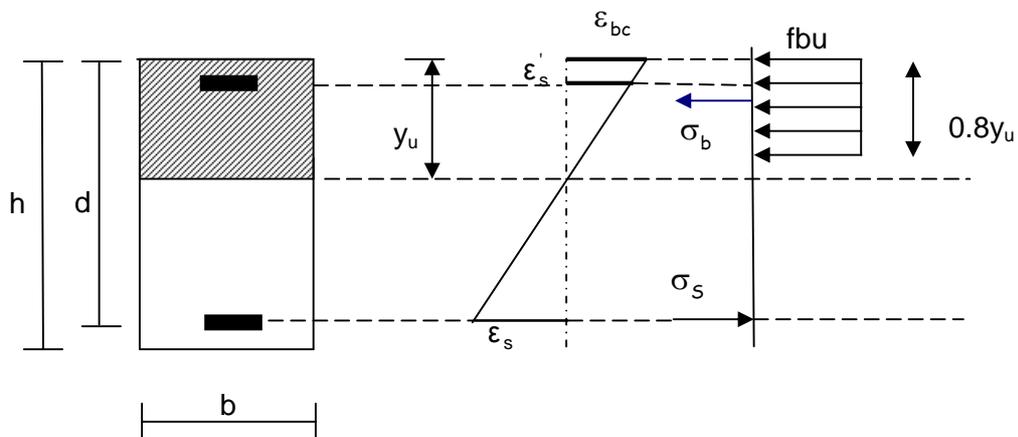


Figure (4.1) : Diagramme des déformations et des contraintes normales d'une section soumise à un moment de flexion à l'ELU.

D'après le diagramme des déformations, on retrouve :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha d}{\alpha d - d'} = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon'_s} &\Rightarrow \epsilon'_s = \frac{\alpha d - d}{\alpha d} \epsilon_{bc} \\ &= \frac{\alpha d - \frac{1}{9}d}{\alpha d} \epsilon_{bc} \\ \epsilon'_s &= \left(1 - \frac{1}{9\alpha}\right) \epsilon_{bc} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Équilibre des efforts

$$N_s = N_b + N'_s \quad (4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s A_s &= 0.8\alpha b d f_{bu} + \sigma'_s A'_s f_{bu} \\ &= 0.8\alpha b d f_{bu} + \sigma'_s k'_A b d \\ &= b d \left(0.8\alpha f_{bu} + \sigma'_s k'_A\right) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

N_s : la résultante des efforts, due aux armatures tendues.

N_b : la résultante des efforts, due au béton comprimé.

N'_s : la résultante des efforts, due aux armatures comprimées.

M : moment sollicitant la section.

M_b : moment résistant dû au béton comprimé.

M'_A : moment résistant dû aux armatures comprimées.

Équilibre des moments

$$\left. \begin{aligned} M_u &= M_b + M'_A \\ M_b &= 0.8\alpha b d^2 f_{bu} (1 - 0.4\alpha) \\ M'_A &= k'_A b d \sigma'_s (d - d') \\ &= \frac{8}{9} k'_A b d^2 \sigma'_s \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

D'où :

$$\left. \begin{aligned} M &= 0.8\alpha (1 - 0.4\alpha) b d^2 f_{bu} + \frac{8}{9} k'_A b d^2 \sigma'_s \\ &= b d^2 f_{bu} \left(0.8\alpha (1 - 0.4\alpha) + \frac{8}{9} \frac{k'_A}{f_{bu}} \sigma'_s\right) \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Et :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma'_s = E_s \varepsilon_s \\ = E_s \left(\frac{9\alpha - 1}{9\alpha} \right) \varepsilon_{bc} \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

Détermination de ε_{bc}

• **Pivot A**

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{bc} = \frac{\alpha d}{d - \alpha d} \varepsilon_s \\ = d \frac{\alpha}{1 - \alpha} 10^{-2} \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

• **Pivot B**

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$$

Expression des moments selon les pivots

• **Pivot A**

$$\left\{ \begin{array}{l} M = b d^2 f_{bu} \left[0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) + \frac{8}{9} k'_A \frac{E_s}{f_{bu}} \left(1 - \frac{1}{9\alpha} \right) \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) 10^{-2} \right] \\ = b d^2 f_{bu} \left[0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) + \frac{16000}{81} \frac{k'_A}{f_{bu}} \left(\frac{9\alpha - 1}{1 - \alpha} \right) \right] \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

• **Pivot B**

$$\left\{ \begin{array}{l} M = b d^2 f_{bu} \left[0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) + \frac{8}{9} k'_A E_s \left(1 - \frac{1}{9\alpha} \right) \frac{1}{f_{bu}} 3,5 \cdot 10^{-3} \right] \\ = b d^2 f_{bu} \left[0,8 \alpha (1 - 0,4 \alpha) + \frac{5600}{81} \frac{k'_A}{f_{bu}} \frac{(9\alpha - 1)}{\alpha} \right] \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

La section d'acier tendue est exprimée finalement par :

$$A_s = b d \frac{0,8\alpha(1-0,4\alpha) f_{bu} + K'_A \sigma'_s}{\sigma_s} \quad (4.12)$$

Connaissant M, on peut déterminer la valeur de α .

On veillera dans tout les cas à ce que le moment résistant de la section calculé ci-dessus soit supérieur au moment extérieur ($M_U \leq M$).

En réarrangeant les équations (10.4) et (11.4), elles se mettront sous la forme d'une équation du 3^{ème} degré en fonction de α . La résolution de ces d'équations revient à résoudre un polynôme du 3^{ème} degré. Cependant, nous savons que la solution réalisable et admissible est unique. Pour pouvoir la localiser (voir pivot A ou pivot B) nous avons choisi une méthode de résolution par approximations successives. On fait varier la valeur de α et on calcule le moment résistant de la section jusqu'à convergence de ce dernier vers le moment sollicitant (voir organigramme Figure (4.1)). La valeur de α étant ainsi obtenue, on calcule ensuite la section d'armatures longitudinales avec l'équation (4.12).

4.3. FORMULATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION DU TRONÇON

On distingue deux niveaux d'optimisation : optimisation *de la section d'armatures longitudinales* et optimisation *du coût total béton-acier*

4.3.1. Premier niveau : optimisation de la section longitudinale

Dans ce premier niveau, nous nous intéressons à la recherche de la section optimale d'armatures longitudinales.

A. Les données sont :

- Les caractéristiques des matériaux béton et acier.
- Les données géométriques de la section.

B. La fonction objectif

Elle est définie par :

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{tot}} = A_s + A_{\text{comp}} \\ A_{\text{tot}} = b d \left(\frac{0.8\alpha(1-0.4\alpha) f_{bu} + K'_A \sigma'_s}{\sigma_s} + K'_A \right) \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

C. Les variables de décision

La variable de décision ici est le rapport K'_A ou A_{comp} .

D. Les contraintes de décision [59,60]

$$\bullet \left. \begin{array}{l} b \geq 20 \text{ cm} \\ h \geq 30 \text{ cm} \\ \frac{h}{b} \leq 4 \end{array} \right\} \text{contraintes géométriques de coffrage} \quad (4.14)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} A_s \geq 0.23 \frac{f_{t28}}{f_e} b h \\ 0.5\% \leq \frac{A_{\text{tot}}}{b h} \leq 4\% \end{array} \right\} \text{contraintes liées au pourcentage d'armatures} \quad (4.15)$$

$$\bullet \text{ ou } \left. \begin{array}{l} M_{uA} \leq b d^2 f_{bu} \left[0.8\alpha (1 - 0.4\alpha) + \frac{16000}{81} \frac{k'_A}{f_{bu}} \left(\frac{9\alpha - 1}{1 - \alpha} \right) \right] \\ M_{uB} \leq b d^2 f_{bu} \left[0.8\alpha (1 - 0.4\alpha) + \frac{5600}{81} \frac{k'_A}{f_{bu}} \left(\frac{9\alpha - 1}{1\alpha} \right) \right] \end{array} \right\} \text{contraintes de résistance au moment fléchissant} \quad (4.16)$$

4.3.2. Deuxième niveau : optimisation du coût

Dans ce niveau : optimisation du coût final du tronçon unitaire, on fait varier b et h et la section d'armatures comprimées. Les modèles représentant les principaux composants du problème de l'optimisation du tronçon unitaire sont :

A. Les données

- Les caractéristiques des matériaux béton et acier.
- Les données géométriques de la section.
- Les coûts unitaires.

B. La fonction objectif

Elle est définie par :

$$\text{Coût} = C_b (b h + \text{rap } A_{\text{tot}}) \quad (4.17)$$

Le problème consiste, donc, à minimiser ce coût :

$$\text{MIN } C_b (b h + \text{rap } A_{\text{tot}}) \quad (4.18)$$

Le paramètre rap exprime le rapport des coûts unitaires de l'acier et du béton calculé selon la méthode exposée en Annexe :

$$\text{rap} = \frac{C_s}{C_b}$$

Avec :

C_s : coût unitaire de l'acier.

C_b : coût unitaire du béton.

b : largeur de la section du béton.

h : hauteur totale de la section du béton.

A_{tot} : section totale des armatures longitudinales.

NB :

Le coût du béton C_b couvre les frais de confection, coulage, vibration, manutention et toutes sujétions de mise en œuvre d'une part et les frais de coffrage, d'autres parts, calculé selon la méthode exposée en Annexe 1.

Le coût unitaire de l'acier C_s comprend tous les frais et toutes les sujétions relatives à la confection et à la mise en place de ce dernier (voir Annexe 1).

C. Les variables de décision :

Les variables de décision ici sont au nombre de trois : la hauteur h et la largeur b de la section de béton, et le rapport k'_A ou A_{comp}

E. Les contraintes de décision :

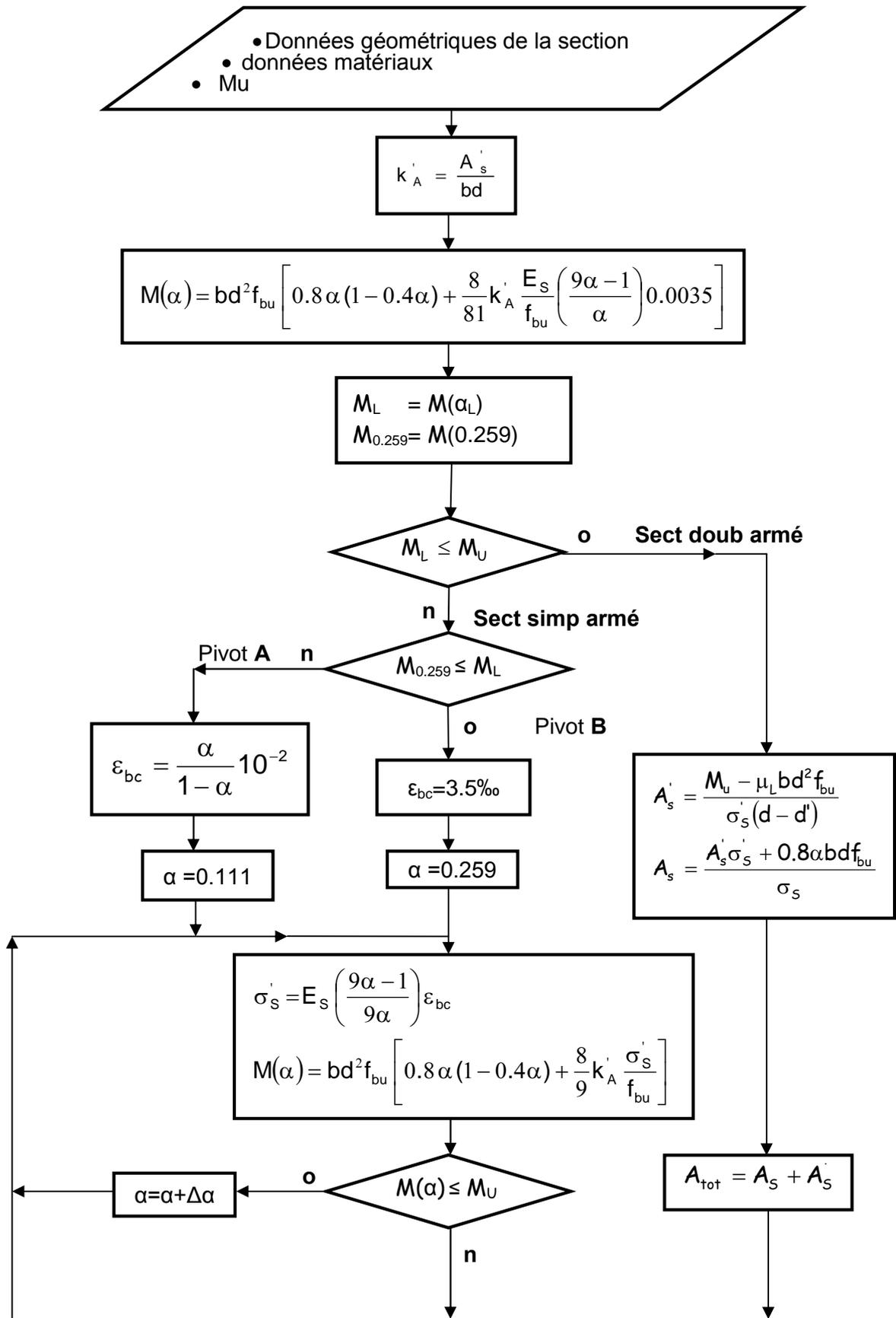
Les contraintes sont les mêmes que dans le niveau précédent à savoir (14.4), (15.4) et (16.4).

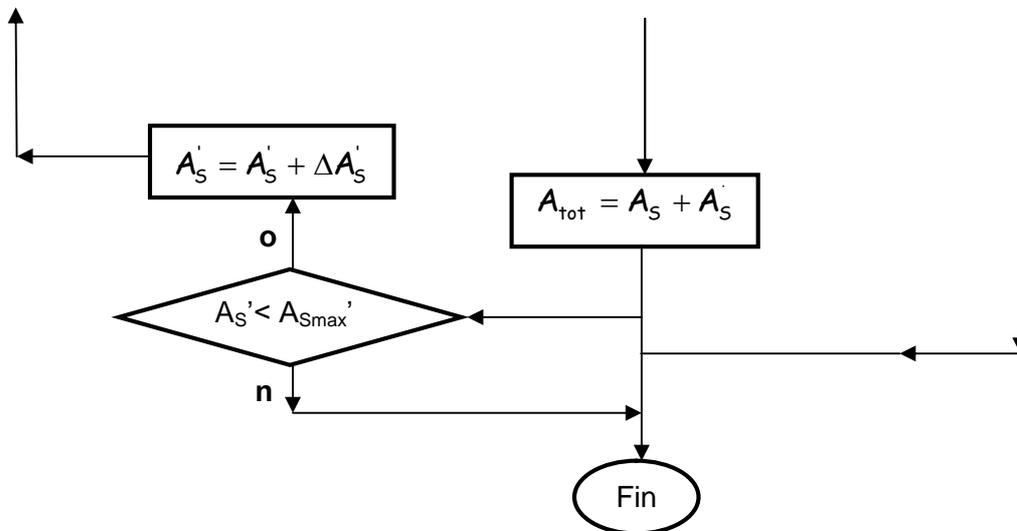
4.4. RÉOLUTION DU PROBLÈME DE L'OPTIMISATION

4.4.1. Premier niveau

Le problème relatif à ce niveau est mathématiquement possible à résoudre, nous pouvons obtenir la valeur de α à partir des équations (10.4) ou (11.4), ensuite la valeur optimale de k'_A en dérivant la fonction objectif A_{tot} . Nous obtenons des équations du 3^{ème} degré en fonction de α .

Pour les résoudre, nous avons opté de procéder par une approche itérative résumée dans l'organigramme ci après. L'évaluation progressive de A_{tot} , en faisant varier k'_A , permet d'obtenir sa valeur optimale.





Organigramme (4.1) : Optimisation des armatures longitudinales, en flexion simple à l'ELU, avec possibilité d'intégration des armatures comprimées

4.4.2. Deuxième niveau

Dans un premier temps, nous présentons une approche combinatoire (séparation et évaluation progressive : méthode SEP.) puis une approche algorithmique en vue de réaliser un outil automatique.

4.4.2.1. Méthode *branch and bound* (SEP.)

Vu les spécificités de notre problème. Nous proposons de mener sa résolution graduellement par une approche combinatoire et ensuite on mène une analyse différentielle. Dans la première étape on procède à un raisonnement fondé sur la méthode S.E.P.¹¹ [36].

Cette méthode est fondée sur l'application successive et en alternance de deux principes :

Le principe de séparation qui permet de découper un ensemble de solutions D en sous-ensembles de plus en plus petits.

Le principe d'évaluation progressive qui permet :

- d'éliminer certains sous-ensembles ;
- de sélectionner le sous-ensemble sur lequel on appliquera la prochaine séparation.

¹¹ Séparation et Évaluation Progressive.

Cette méthode permet ainsi de remplacer la résolution d'un problème large par la résolution d'un ensemble de petits problèmes.

Nous considérons dans un premier temps A_{comp} fixe, seules les dimensions géométriques b et h de la section qui varient et appartiennent à l'ensemble D dans R^2 .

Divisant l'ensemble D en sous ensembles tels que les éléments de x_i (b_i , h_i) vérifient la condition suivante :

$$b_i \times h_i = B_i ; \quad (4.19)$$

B_i : étant une constante appartenant à un ensemble borné, appartenant à R .

De cette façon le coût de béton reste constant, par conséquent la fonction objectif ne varie qu'en fonction de la variation du coût de l'acier A_s , qui varie à son tour en fonction des valeurs de x_i ; que nous pouvons obtenir à l'aide des équations d'équilibre de la section soumise à un moment de flexion M .

Ces mêmes équations permettent d'affirmer que la section d'acier A_s est étroitement liée à la hauteur de la section et ne varie que très peu en fonction de sa largeur. En général, lorsque la hauteur augmente la section d'acier diminue. Nous pouvons donc en déduire que le coût est minimal pour un X_i dont h_i est maximal et par voie de conséquence b_i est minimal. Si nous supposons que b_{min} est fixée et la constante B_i est donnée, la hauteur optimale est donc égale à B_i/b_{min} . Ce raisonnement nous amène à dire que la valeur optimale de b est unique est égale à b_{min} , Il reste donc à chercher la valeur de la hauteur optimale quand B_i prend d'autres valeurs.

La fonction coût ne varie ainsi que en fonction de la hauteur h :

$$\text{coût} (b_{min}, h) = C_b b_{min} h + C_a A_{sl} \quad (4.20)$$

La section d'armatures longitudinales A_{sl} peut s'écrire à son tour en fonction de b_{min} et de h . Cette opération étant réalisée, on obtient encore une fonction objectif qui ne varie qu'en fonction de la seule variable h . En dérivant cette fonction, on obtient aisément la valeur de h optimale théorique.

Par exemple, si on suppose que l'on est en pivot A la section d'armatures est simple :

$$A_s = \frac{M}{d(1 - 0.4\alpha)\sigma_s}$$

$$A_s = \frac{M}{d \left(1 - 0.5 \sqrt{1 - 2 \frac{M}{b d^2 f_{bu}}} \right) \sigma_s}$$

$$\begin{aligned}
\text{cout} &= C_b b_{\min} h + C_a A_s \\
&= C_b b_{\min} h + C_a \frac{M}{d \left(1 - 0.5 \sqrt{1 - 2 \frac{M}{b d^2 f_{bu}}} \right) \sigma_s} \\
\text{cout} &= C_b b_{\min} h + C_a \frac{M}{0.9 \left(1 - 0.5 \sqrt{1 - 2 \frac{M}{0.81 b h^2 f_{bu}}} \right) \sigma_s h} \quad (4.21)
\end{aligned}$$

Nous pouvons obtenir de la même manière l'équation relative au pivot B.

Nous constatons que cette équation est en fonction de l'unique variable h , En la dérivant, elle permet d'obtenir la valeur optimale du coût.

Dans le cas de la présence des contraintes, Le problème devient plus compliqué. L'un des deux cas peut se poser :

- les contraintes sont vérifiées, la solution théorique coïncide avec la solution pratique ou encore dite réalisable ;
- l'une ou plusieurs des contraintes ne sont pas vérifiées. Par exemple, si le moment est assez important, il se pourrait que l'une des contraintes (le rapport $\frac{h}{b}$) élimine la hauteur optimale théorique. Dans ce cas précis, nous pouvons tomber sur une autre solution pratique : b_{opt} , h_{opt} qui diffère complètement de la solution théorique.

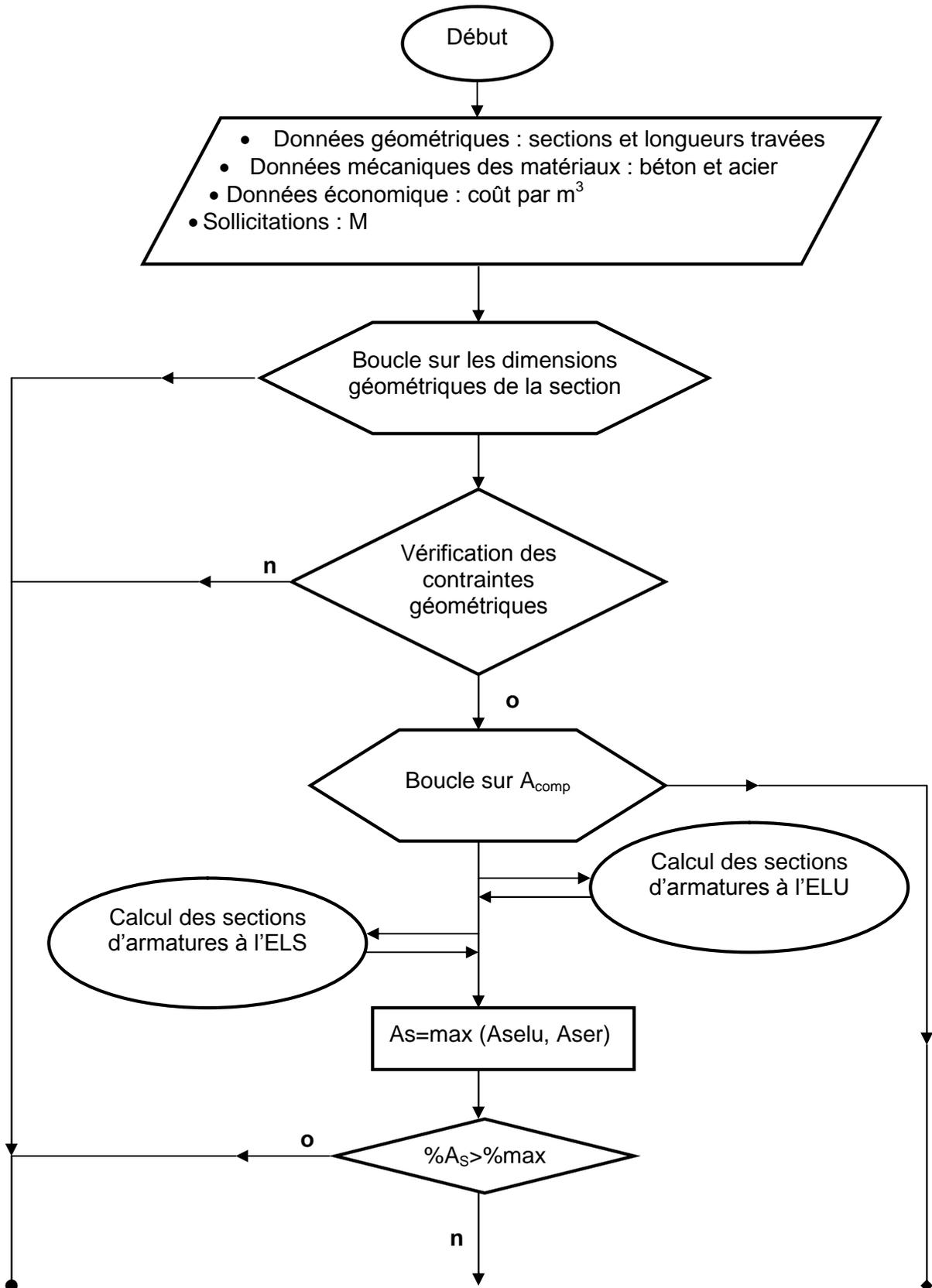
Cette approche permet de trouver dans la plupart des cas la valeur optimale théorique de la largeur b ; mais elle demeure très lourde pour la détermination des valeurs optimales des autres variables. Pour cette raison nous avons préféré une approche algorithmique globale qui permet d'intégrer la totalité des contraintes possibles.

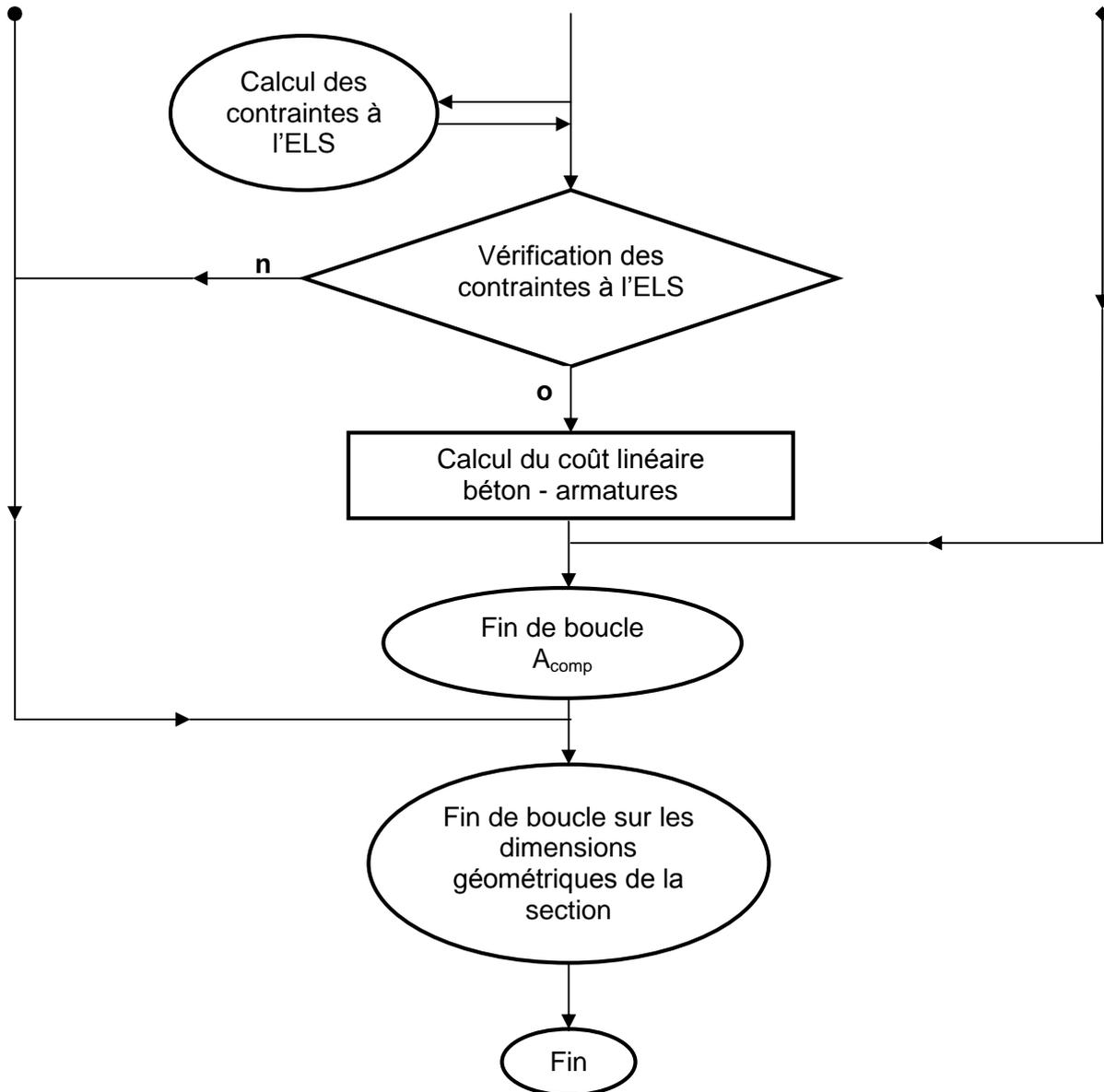
4.4.2.2. Approche algorithmique

En effet, la précédente approche est lourde à manipuler parce qu'il s'agit de déterminer d'abord le pivot par rapport auquel la section travaille pour pouvoir choisir l'équation donnant la section d'acier puis on parvient à sa dérivation. En outre, elle ne permet pas de résoudre entièrement le problème car on a considéré que A_{comp} est fixe alors qu'elle est variable dans le problème de l'optimisation.

Pour ces raisons nous avons opté pour résoudre cette problématique d'optimisation de faire recours à une approche algorithmique dont les grandes étapes sont consignées

dans l'organigramme ci-après. Cet organigramme constitue la structure de l'outil informatique développé à cet effet.





Organigramme (4.2) : Optimisation du tronçon unitaire de poutre sollicité en flexion simple

Les tests d'arrêt des boucles peuvent être des valeurs limites des variables de décisions ou une valeur optimale sur le coût.

4.5. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS

4.5.1. Influence des armatures comprimées

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la présentation et à l'interprétation de quelques résultats tabulés et graphiques, concernant l'influence de l'intégration de la section d'armatures comprimée sur la section tendue ou totale. Ces résultats sont obtenus en faisant varier bien entendu la section comprimée.

4.5.1.1. Variation de A_s et A_{tot} en fonction de A_{comp}

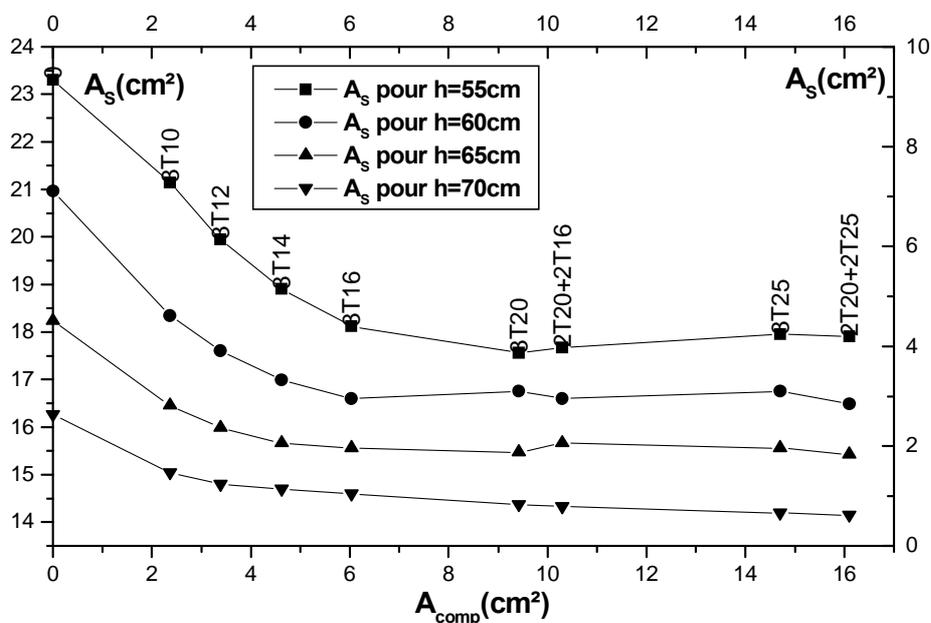


Figure (4.2) : Variation de la section d'armatures longitudinales tendues A_s en fonction de la section A_{comp}

COMMENTAIRE

D'après les courbes représentés, la section d'armatures longitudinales tendue diminue en fonction de A_{comp} jusqu'à atteindre une valeur optimale.

Les résultats présentés ci-après sont obtenus pour les moments fléchissant $M=0.300$ MNm et $M=0.600$ MNm.

h(cm)		$A_{comp}(cm^2)$								
		/	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
45.	M=0.30MNm	26.56	26.56	26.56	26.56	26.56	20.98	20.57	20.38	20.77
		35.49	35.49	35.49	35.49	35.49	30.40	30.87	39.76	36.87
50.		24.75	24.75	24.75	21.93	20.47	18.83	18.74	19.61	19.65
		29.90	29.90	29.90	26.55	26.50	28.25	29.04	36.54	35.75
55.		23.31	21.14	19.95	18.91	18.12	17.56	17.67	17.95	17.91
		25.07	23.50	23.34	23.53	24.15	26.98	27.97	35.08	34.01
60.		20.97	18.35	17.61	16.99	16.60	16.76	16.70	16.49	16.45
		/	20.71	21.00	21.61	22.63	26.18	27.00	34.31	32.55
65.		18.23	16.45	15.99	15.66	15.56	15.47	15.42	15.25	15.21
		/	18.81	19.38	20.28	21.59	24.89	25.72	29.95	31.30
70.		16.27	15.05	14.80	14.70	14.60	14.37	14.33	14.19	14.15
		/	17.41	18.19	19.32	20.63	23.79	24.63	28.89	30.25
75.		14.76	13.98	13.86	13.72	13.60	13.42	13.38	13.25	13.23
		/	16.34	17.25	18.34	19.63	22.84	23.68	27.95	29.33
80.		13.55	13.05	12.93	12.82	12.73	12.57	12.55	12.44	12.42
		/	15.41	16.32	17.44	18.76	21.99	22.5	27.14	28.52
85.		12.54	12.20	12.11	12.03	11.95	11.83	11.81	11.72	11.70
		/	14.56	15.5	16.65	17.98	21.25	22.11	26.42	27.80
90.		11.69	11.45	11.39	11.32	11.27	11.17	11.15	11.08	11.07
		/	13.10	14.78	15.94	17.30	20.59	21.45	25.78	27.17

Tab (4.1) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b = 20\text{cm}$ et $M = 0.300\text{MNm}$

Indication de lecture

La première et la deuxième ligne correspondant à chaque valeur de h représentent respectivement les valeurs de la section d'armatures tendues et les valeurs de la section totale des armatures (dans le cas d'une section est doublement armé, la section d'armatures comprimées représente la section de calcul et non la section d'armatures de construction exemple : pour $h = 45\text{ cm}$ et $A_{comp} = 3T12$: $A_s = 26.56\text{ cm}^2$, $A_s' = 8.93\text{ cm}^2 \neq 3T12$).

Les résultats de la première colonne représentent les valeurs des sections d'armatures obtenues par un calcul classique, c'est à dire sans intégration de A_{comp} dans la résistance de la section.

Les chiffres en **gras** représentent les sections totales optimales des armatures longitudinales.

h(cm)		$A_{comp}(cm^2)$								
		/	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
45.		26.70	24.57	23.88	23.24	22.74	22.37	22.44	22.26	22.19
		/	26.93	27.27	27.86	28.75	31.79	32.74	36.96	38.29
50.		22.68	21.40	21.04	20.76	20.63	20.36	20.30	20.06	20.00
		/	23.76	24.43	25.38	26.64	29.78	30.60	34.76	36.10
55.		19.88	19.19	19.04	18.88	18.72	18.47	18.42	18.25	18.20
		/	21.55	22.43	23.50	24.73	27.89	28.72	32.95	34.30
60.		17.78	17.40	17.29	17.17	17.08	16.90	16.87	16.72	16.70
		/	19.76	20.68	21.79	23.09	26.32	27.17	31.42	32.80
65.		16.11	15.89	15.82	15.75	15.69	15.56	15.53	15.45	15.41
		/	18.25	19.21	20.37	21.70	24.98	25.83	30.15	31.51
70.		14.76	14.63	14.59	14.55	14.50	14.42	14.40	14.34	14.33
		/	16.99	17.98	19.17	20.51	23.84	24.70	29.04	30.43
75.		15.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00	15.00
		/	17.36	18.39	19.62	21.01	24.42	25.30	29.70	31.10
80.		16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00	16.00
		/	18.36	19.39	20.62	22.01	25.42	26.30	30.70	32.10

Tab (4.2) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b=40cm$ et $M=0.300MNm$

h(cm)		$A_{comp}(cm^2)$								
		/	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
65.		37.20	37.20	37.20	37.20	37.20	32.14	31.14	28.43	28.15
		48.93	48.93	48.93	48.93	48.93	41.56	41.44	43.13	44.25
70.		35.35	35.35	35.35	35.35	35.35	28.63	28.04	26.70	26.71
		43.26	7.91	43.26	43.26	43.26	38.05	38.34	41.40	42.81
75.		33.77	33.77	32.00	30.22	28.66	26.28	25.95	25.51	25.73
		38.15	4.38	35.39	34.84	34.67	35.70	36.25	40.21	41.83
80.		32.43	29.67	28.41	27.19	26.11	24.59	24.43	24.67	24.93
		33.51	32.03	31.80	31.81	32.12	34.01	34.73	39.37	41.03

Tab (4.3) : Variation de A_s en fonction de A_{comp} et de h pour $b=20cm$ et $M=0.600MNm$

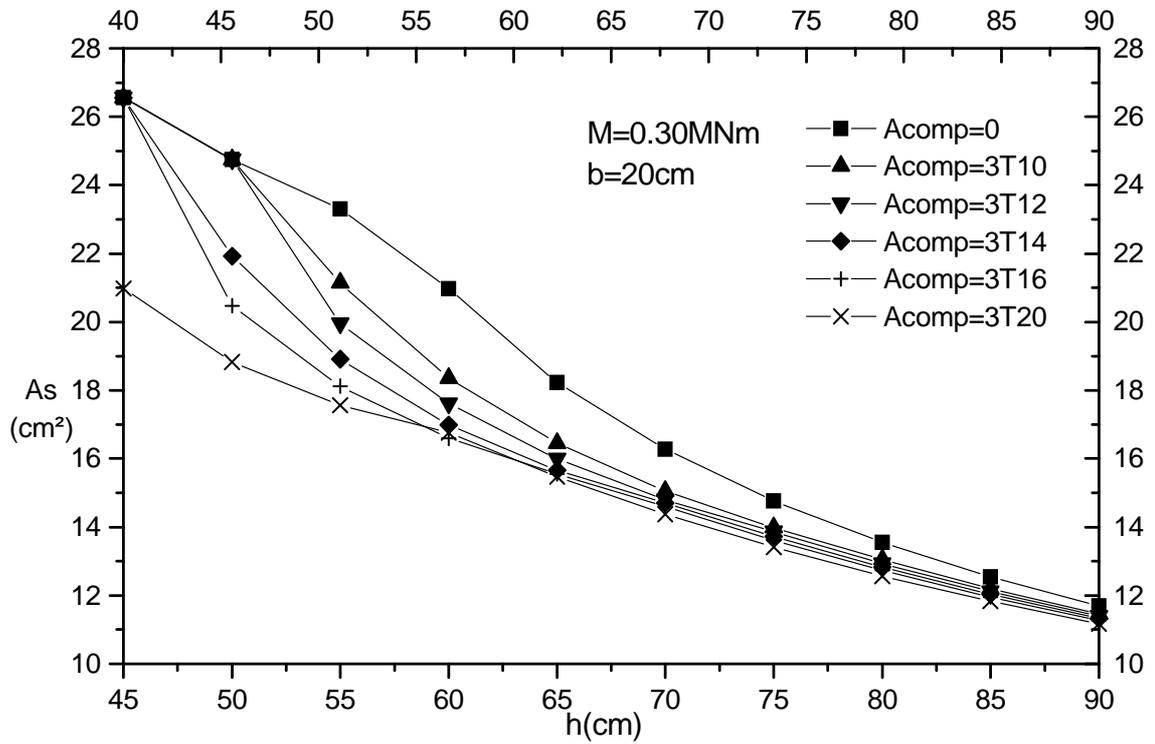


Figure (4.3) : Courbes de variation de la section d'armatures tendue en fonction de A_{comp} , pour $b=20\text{cm}$ et $M=0.30\text{MNm}$

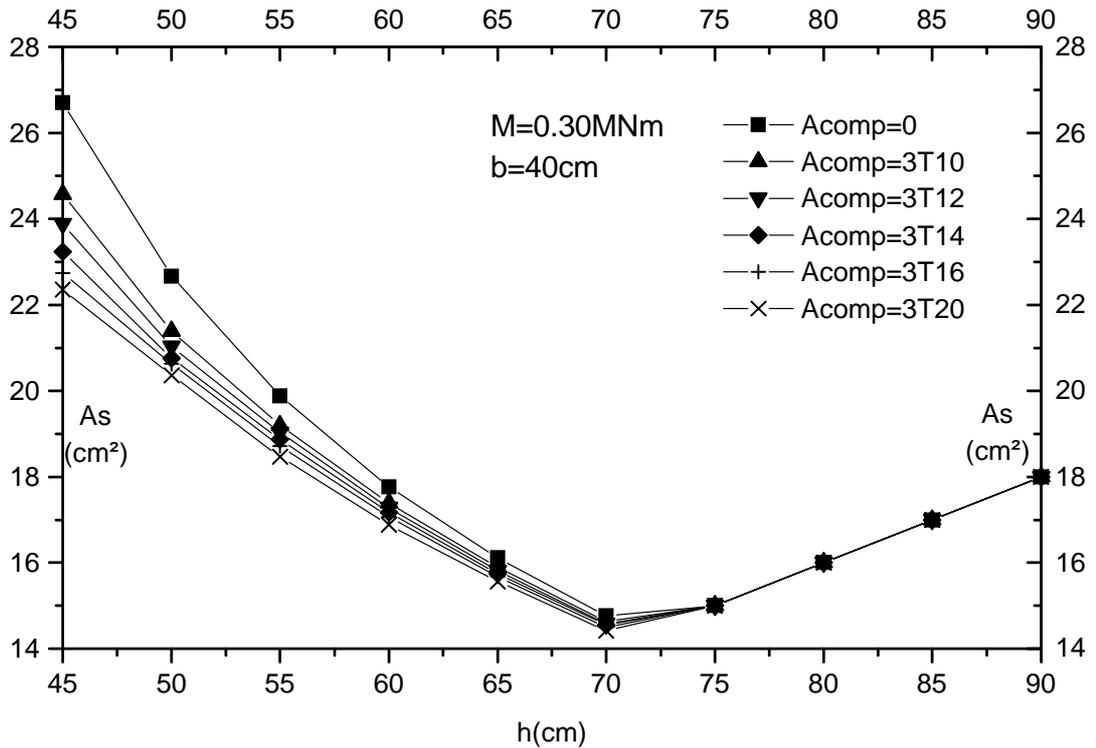


Figure (4.4): Courbes de variation de la section d'armatures tendue en fonction de A_{comp} , pour $b=40\text{cm}$ et $M=0.30\text{MNm}$

COMMENTAIRE

Nous constatons que la valeur de la section d'armatures comprimées A_{comp} optimale permettant d'obtenir la section d'armatures totale optimale diminue lorsque la hauteur h augmente. Lorsque la hauteur atteint ou dépasse une certaine valeur, cette section optimale coïncide généralement avec A_{comp} minimale exigée par des dispositions constructives ou des contraintes de calcul, voir cas de sections sollicitées alternativement par un moment positif et un moment négatif, ceci s'explique par le fait que lorsque h augmente la valeur de α diminue, ceci a pour conséquence de réduire l'impact de A_{comp} sur la résistance globale de la section.

La section d'armatures tendues a tendance à diminuer en fonction de la section des armatures comprimées. Cette diminution est d'autant plus ressentie que le pourcentage des armatures est élevé. En revanche, elle est faible quand le moment de calcul est faible où la hauteur h est grande ; car dans ce cas la valeur de α est petite et la contribution des armatures comprimées est négligeable.

L'intégration de A_{comp} fait généralement augmenter la résistance globale de la section ; mais elle peut perdre le sens de cette contribution quand la section totale d'armatures est inférieure au minimum réglementaire RPA. (pourcentage = 0.50 %) ou quand le moment de calcul exige une section doublement armée avec une section d'armatures comprimées, égale ou supérieure à A_{comp} .

D'après l'allure des graphes, et selon l'intensité du moment de calcul et les dimensions de la section plusieurs domaines peuvent coexister :

- **Domaine 1** : la diminution est insignifiante car la section des armatures reste inférieure au pourcentage minimal (voir $h > 70\text{cm}$ pour $M = 0.300\text{MNm}$).
- **Domaine 2** : la réduction de la section d'armatures tendues est plus au moins sensible surtout au voisinage du moment réduit limite. On peut le constater sur les graphes par le décalage entre les courbes représentatives de A_s en fonction de h (voir $h = 50$ à $h = 85\text{cm}$ pour $M = 0.30\text{MNm}$) (Figure (3.4)).
- **Domaine 3** : *quand* le moment réduit de calcul est supérieur à sa valeur limite la section d'armatures comprimée devient de facto une section résistante (voir $h = 45$ à $h = 50\text{cm}$ pour $M = 0.30\text{MNm}$) (Figure (3.4)).

Soulignant comme même le fait que dans le cas où A_{comp} est composée de 3T20, le moment réduit limite n'est pas encore atteint. Nous remarquons à ce niveau que la diminution de la section d'armatures tendues est assez appréciable. Elle passe de 26.56cm^2 à 20.98cm^2 (Tab (1.4)). Soit une réduction de 26 %.

Par ailleurs, à chaque section d'armatures comprimée correspondant un moment réduit limite qui à son tour correspond à une hauteur «limite», cette hauteur est d'autant plus grande que A_{comp} est petite.

4.5.1.2. Variation du coût en fonction de b , h et A_{comp}

A. Variation du coût et de A_s en fonction de b et de h

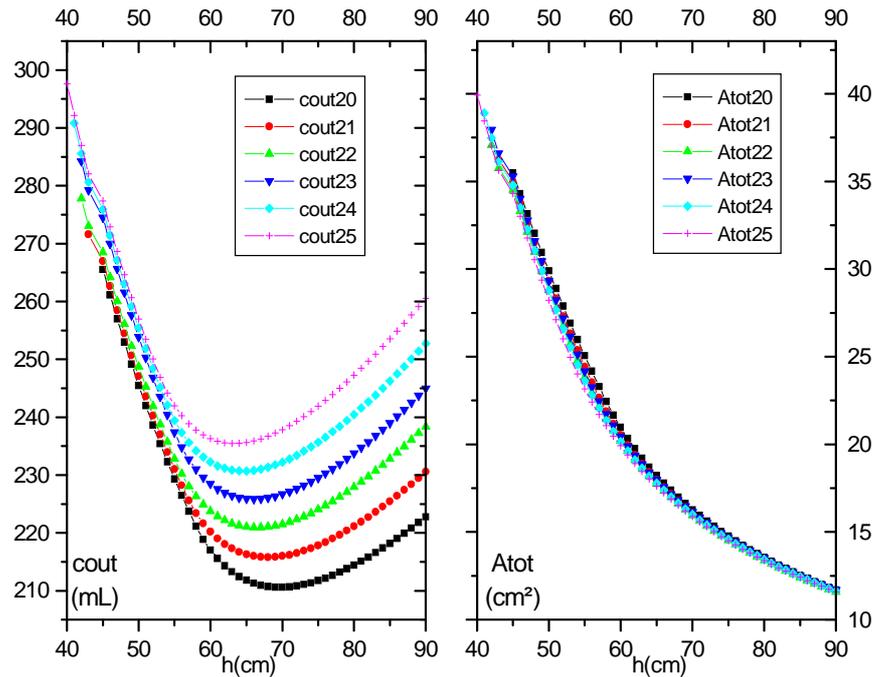


Figure (4.5) : Courbes de variation du coût et de la section d'armatures en fonction de h : pour $M=0.300MNm$, $b=20, 21, 22, 23, 24$ et $25cm$

COMMENTAIRE

La courbe de variation du coût montre la présence d'une valeur minimale pour une valeur de h donnée. Cette hauteur a tendance à diminuer avec l'augmentation de b .

Concernant la section d'armatures, elle présente une variation décroissante.

B. Variation du coût en fonction de A_{comp} et de h

h(cm)	$A_{comp}(cm^2)$								
	0	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
45	2470,75	2470,75	2470,75	2470,75	2470,75	1791,93	1772.55	1763.57	1782.18
	/	2581.20	2629.40	2686.97	2752.95	2232.78	2254.59	2451.53	2535.66
50	2299,32	2299,32	2299,32	1926,15	1857,92	1781,47	1777.20	1817.59	1819.61
	/	2409.77	2457.97	2142.37	2140.12	2222.33	2259.24	2505.55	2573.09
55	2163,01	1979,35	1923,87	1874,93	1837,97	1811,76	1816.84	1830.26	1828.13
	/	2089.79	2082.52	2091.15	2120.17	2252.62	2298.88	2518.22	2581.61
60	2061,53	1938,85	1904,29	1875,33	1857,05	1864,14	1861.50	1851.54	1849.64
	/	2049.30	2062.94	2091.55	2139.25	2304.99	2343.54	2539.50	2603.12
65	2023,30	1939,91	1918,48	1903,03	1898,10	1894,22	1891.87	1883.85	1881.76
	/	2020.36	2077.13	2119.25	2180.30	2335.08	2373.91	2571.81	2635.26
70	2021,41	1964,48	1952,62	1947,95	1943,50	1932,42	1930.68	1924.03	1922.43
	/	2074.93	2111.27	2164.17	2225.70	2373.27	2412.72	2611.99	2675.91
75	2040,86	2004,35	1998,75	1992,25	1986,60	1977,87	1976.41	1970.31	1969.16
	/	2114.79	2157.40	2208.47	2268.80	2418.72	2458.45	2658.27	2722.64
80	2073,94	2050,67	2045,21	2040,14	2035,72	2028,35	2027.22	2022.14	2021.37
	/	2161.12	2203.86	2256.36	2317.92	2469.20	2509.26	2710.10	2774.85

Tab (4.4) : Variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $b=20cm$ et $M=0.300MNm$

h(cm)	$A_{comp}(cm^2)$								
	0	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+2 T16	3T25	2T25+ 2T20
45	2869,43	2769,68	2737,59	2707,65	2684,02	2666,56	2670,04	2661,84	2658,67
	/	2880.13	2896.24	2923.87	3124.87	3107.41	3152.00	3349.80	3412.15
50	2861,11	2801,27	2784,33	2771,40	2765,36	2752,80	2749,81	2738,65	2735,78
	/	2911.72	2942.98	2987.62	3206.22	3193.65	3231.85	3426.61	3489.26
55	2910,24	2878,04	2870,80	2863,21	2856,02	2844,25	2842,23	2833,89	2831,61
	/	2988.49	3029.45	3079.43	3296.87	3285.10	3324.27	3521.50	3585.09
60	2991,69	2973,97	2968,85	2963,59	2959,01	2950,59	2949,31	2942,50	2941,54
	/	3084.42	3127.50	3179.81	3399.87	3391.44	3431.35	3630.46	3695.02
65	3093,99	3083,69	3080,12	3077,16	3073,94	3068,02	3066,90	3062,83	3061,32
	/	3194.14	3238.77	3293.38	3514.79	3508.87	3548.94	3750.79	3814.80
70	3210,55	3204,57	3202,53	3200,75	3198,62	3194,83	3194,07	3191,32	3190,46
	/	3315.02	3361.18	3416.97	3639.48	3635.68	3676.11	3879.28	3943.94
75	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00	3402,00
	/	3512.45	3560.65	3618.22	3842.86	3842.85	3884.04	4089.96	4155.48
80	3628,8	3628,80	3628,80	3628,80	3628,80	3628,80	3628,80	3628,80	3628,80
	/	3739.25	3787.45	3845.02	4069.66	4069.65	4110.84	4316.76	4382.28
85	3855,6	3855,60	3855,60	3855,60	3855,60	3855,60	3855,60	3855,60	3855,60
	/	3966.05	4014.25	4071.82	4296.46	4296.45	4337.64	4543.56	4609.08
90	4082,4	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40	4082,40
	/	4192.85	4241.05	4298.62	4523.26	4523.25	4564.44	4770.36	4835.88

Tab (4.5) : Variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $b=40cm$, $M=0.300MNm$

h(cm)	$A_{comp}(cm^2)$								
	0	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+2 T16	3T25	2T25+ 2T20
65	3460.04	3460.04	3460.04	3460.04	3460.04	2674.00	2627.40	2500.45	2487.32
	/	3570.49	3618.69	3676.26	3742.24	3114.86	3109.44	3188.41	3240.80
70	3284.49	3284.49	3284.49	3284.49	3284.49	2600.04	2572.48	2509.46	2510.07
	/	3394.94	3443.14	3500.71	3566.69	3010.89	3054.52	3197.42	3263.55
75	3135.52	3135.52	2847.37	2764.26	2691.12	2580.10	2564.25	2543.90	2554.15
	/	3245.97	3006.02	2980.48	2973.32	3020.96	3046.29	3231.86	3307.63
80	3008.31	2828.35	2769.64	2712.36	2661.84	2591.05	2583.34	2594.43	2606.64
	/	2938.79	2928.29	2928.58	2944.04	3031.91	3065.38	3282.39	3360.12

Tab (4.6) : Variation du coût pour $b=20cm$, $M=0.60MNm$

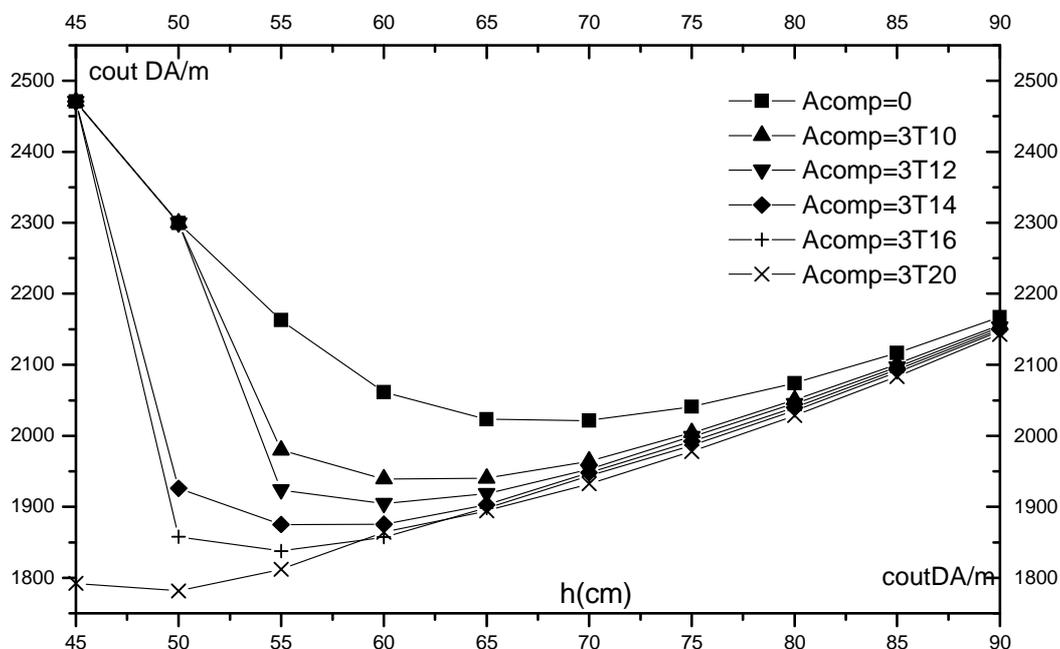


Figure (4.6) : Courbes de variation du coût en fonction de A_{comp} , pour $M=0.300MNm$ et $b=20cm$

C. Variation du coût optimal en fonction du rapport de coûts

M (MNm)	rap	bxh cm ²	As (Asp) cm ²	Coutop mL	M (MNm)	rap	bxh cm ²	As (Asp) cm ²	Coutop mL
0.100	55	20x40	9.54	1192.14	0.100	55	30x35	10.59	1468.96
	50	20x40	9.54	1149.22		50	30x35	10.59	1421.33
	45	20x40	9.54	1106.30		45	30x35	10.59	1373.69
0.200	55	20x55	14.07	1686.78	0.200	55	30x45	17.18	2065.63
	50	20x55	14.07	1623.44		50	30x45	17.18	1988.30
	45	20x55	14.07	1560.09		45	30x45	17.18	1910.97
0.300	55	20x70	16.27	2065.52	0.300	55	30x60	21.11	2530.17
	50	20x65	18.23	1990.66		50	30x60	21.11	2456.99
	45	20x65	18.23	1908.60		45	30x60	21.11	2340.14
0.400	55	20x80	19.08	2384.51	0.400	55	30x65	23.54	2920.28
	50	20x80	19.08	2298.65		50	30x65	23.54	2814.35
	45	20x75	21.08	2203.83		45	30x60	26.70	2701.47
0.500	55	20x90	21.14	2666.38	0.500	55	30x75	25.13	3268.95
	50	20x85	23.06	2567.73		50	30x70	27.86	3143.91
	45	20x85	23.06	2463.96		45	30x70	27.86	3018.52
0.600	55	20x90	26.70	2941.80	0.600	55	30x80	28.62	3576.77
	50	20x90	26.70	2821.64		50	30x80	28.62	3447.97
	45	20x90	26.70	2701.47		45	30x75	31.62	3305.75
0.700	55	20x90	33.20	3263.57	0.700	55	30x85	31.68	3863.25
	50	20x90	33.20	3114.15		50	30x85	31.68	3720.68
	45	20x90	33.20	2964.74		45	30x80	34.86	3572.03
0.800	55	20x90	38.07	3642.84	0.800	55	30x90	34.36	4131.26
	50	20x90	38.07	3458.94		50	30x90	34.36	3976.60
	45	20x90	38.07	3275.05		45	30x85	37.68	3820.12

Tab (4.7) : Variation du coût linéaire en fonction du rapport de coûts

COMMENTAIRE

Le rapport entre les coûts par unité de volume de l'acier et du béton représente un paramètre de décision dans le problème d'optimisation étudié, car il est lié au contexte du projet.

Nous avons donné à ce rapport trois valeurs décroissantes choisies arbitrairement pour observer l'évolution du coût optimal. La réduction de ce rapport peut être mathématiquement obtenue de plusieurs façons :

- la réduction du coût de l'acier en gardant le coût de béton fixe ;
- la réduction des coûts de l'acier et de béton ;
- l'augmentation du coût de béton et la réduction du coût de l'acier ;
- l'augmentation du coût de béton en gardant le coût de l'acier fixe.

Les deux premières solutions conduisent certainement à une diminution du coût optimal. La troisième solution, elle reste à vérifier par des applications concrètes

La dernière solution est à exclure, car elle ne fait qu'augmenter le coût optimal.

Les résultats résumés dans le tableau précédent ont été obtenus en adoptant la première solution. Nous avons fait varier le moment et la largeur minimale de la section pour s'assurer de la robustesse de la solution. Nous constatons bien que le coût optimal diminue en conséquence avec le rapport rap .

La valeur optimale de la hauteur est indépendante des valeurs du rapport rap pour des moments faibles, puis elle continue d'une manière aléatoire. L'augmentation de la largeur optimale fait augmenter d'une part le coût optimal et d'autre part la valeur du moment fléchissant à partir de laquelle la variation de la hauteur optimale devient aléatoire.

D. variation du coût et des variables de décisions optimaux en fonction de A_{comp} et du moment fléchissant

b(cm)	$A_{comp}(cm^2)$								
	0	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
20.	2021.41	1938.85	1904.29	1874.93	1837.97	1781.47	1772.43	1742.31	1744.33
	/	2049.30	2062.94	2091.15	2120.17	2222.33	2254.47	2431.67	2497.81
	70	60	60	55	55	50	45	40	40
	16.27	18.35	17.61	18.91	18.12	18.83	20.56	21.84	21.89
	/	20.71	21.00	23.53	24.15	28.25	30.86	36.54	37.99
25.	2257.60	2174.21	2141.18	2110.84	2070.74	2004.75	2013.13	1958.44	1965.95
	/	2284.66	2299.83	2327.06	2352.94	2445.61	2495.17	2647.80	2719.43
	60	55	55	50	50	45	40	40	40
	19.39	20.02	19.31	21.07	20.21	21.20	23.78	22.62	22.78
	/	22.38	22.70	25.69	26.24	30.62	34.08	37.32	38.88
30.	2472.94	2390.91	2355.03	2322.41	2284.86	2217.51	2197.68	2172.48	2320.56
	/	2501.36	2513.68	2538.63	2567.06	2658.37	2679.72	2861.84	3074.04
	55	50	50	50	45	40	40	40	40
	21.11	22.24	21.47	20.78	22.86	24.31	23.88	23.34	26.51
	/	24.70	24.86	25.40	28.89	33.73	34.18	38.04	42.61
35.	2672.77	2590.53	2556.48	2515.14	2480.95	2401.75	2389.00	2384.24	2530.68
	/	2700.98	2715.13	2731.36	2763.15	2842.61	2871.04	3073.60	3284.16
	50	50	45	45	45	40	40	40	40
	23.46	21.70	24.34	23.45	22.72	24.40	24.12	24.02	27.15
	/	24.06	27.73	28.07	28.75	33.82	34.42	38072	43.25
40.	2861.11	2769.68	2737.59	2707.65	2684.02	2666.56	2670.04	2661.84	2834.20
	/	2880.13	2896.24	2923.87	2966.22	3107.42	3152.08	3351.20	3587.68
	50	45							
	22.67	24.57	23.88	23.24	22.74	22.36	22.44	22.26	27.94
	/	26.93	27.27	27.86	28.74	31.78	32.747	36.96	44.04

Tab (4.8) : Variation du coût optimal local en fonction de b et A_{comp} pour $M=0.300MNm$

Indications de lecture du contenu des tableaux

b	Coût($bh+A_s$)
	Coût($bh+A_s+A'_s$)
	h
	A_s
	A_{tot}

b (cm)	A _{comp} (cm ²)								
	0	3T10	3T12	3T14	3T16	3T20	2T20+ 2T16	3T25	2T25+ 2T20
	Coût DA/m								
20.	24063.75	22624.49	22154.99	21696.96	21292.96	20639.25	20512.57	20002.20	19897.31
	/	22734.94	22313.63	21913.16	21575.16	21080.11	20994.61	20690.16	20650.79
	80	80	80	80	80	75	75	75	75
	32.42	29.66	28.41	27.18	26.10	26.28	25.94	28.42	28.14
	1.08	/	/	/	/	/	/	/	/
25.	25541.80	24856.04	24575.59	24285.82	23939.59	23266.80	23143.69	22538.53	22386.76
	/	24966.49	24734.23	24502.02	24221.79	23707.66	23625.73	23226.49	23140.24
	85	80	80	75	75	70	70	70	70
	27.36	27.93	27.18	28.81	27.88	28.49	28.16	31.35	30.95
	/	/	/	/	/	/	/	/	/
30.	27993.57	27283.25	27027.51	26693.10	26360.79	25648.62	25513.04	24880.11	24684.21
	/	27393.69	27186.15	26909.30	26642.99	26089.47	25995.08	25568.07	25437.69
	80	75	75	70	70	65	65	65	65
	28.62	29.60	29.82	30.91	30.02	31.01	30.64	31.84	34.20
	/	/	/	/	/	/	/	/	/
35.	30260.44	29526.47	29271.33	28930.64	28580.46	27844.46	27680.24	26974.55	26832.78
	/	29636.92	29429.97	29146.84	28862.66	28285.32	28162.28	27662.51	27586.26
	70	70	70	65	65	60	60	60	60
	33.71	31.75	31.07	33.52	32.59	33.99	33.55	35.03	34.65
	/	/	/	/	/	/	/	/	/
40.	32342.57	31604.36	31334.46	31051.86	30656.65	29952.10	29740.78	29037.43	28792.35
	/	31714.81	31493.10	31268.06	30938.85	30392.96	30222.82	29725.39	29545.83
	70	65	65	60	60	55	55	55	55
	32.54	34.41	33.69	36.78	35.73	37.69	37.13	39.10	38.44
	/	/	/	/	/	/	/	/	/
45.	34277.72	33583.78	33276.66	32959.06	32660.34	31831.08	31671.38	30869.91	30694.27
	/	33694.22	33435.31	33175.26	32942.54	32271.94	32153.42	31557.87	31447.75
	65	60	60	60	60	55	55	55	55
	35.30	37.78	36.96	36.11	35.31	37.42	37.00	39.18	38.71
	/	/	/	/	/	/	/	/	/

Tab (4.9) : Variation du coût optimal local en fonction de b et A_{comp} pour M=0.600MNm

COMMENTAIRE

Nous constatons bien que la valeur optimale de la largeur b est égale à la valeur minimale de 20 cm, comme cela a été montré précédemment.

La courbe de variation du coût en fonction de la section d'armatures comprimées présente toujours *un optimum global unique* qui se trouve de moins en moins réduit quand la section comprimée augmente. Cet optimum ne correspond pas forcément à une section minimale d'armatures longitudinales, car ce dernier dépend en même temps des trois variables de conception : b , h et A_{comp} .

En ce qui concerne la variation des minima locaux, on remarque que pour une largeur b constante, en faisant augmenter la section d'armatures comprimées la hauteur correspondant au coût optimal local diminue. Par ailleurs, la hauteur h optimale diminue aussi avec l'augmentation de la largeur b . Cette diminution est de mois en mois ressentie quand A_{comp} augmente.

A titre d'exemple, pour la largeur minimale optimale ($b = 20$ cm) le calcul classique aboutit à un coût optimal réduit (sans tenir compte des armatures de construction) égal à 2021.41 DA par m. et une hauteur optimale égale à 70 cm. Tandis que le calcul avec intégration de A_{comp} a permis de passer à un coût optimal global égal à 1742.31 DA par m. et à une hauteur optimale égale à 40 cm. Soit un gain en coût supérieur à 16 % à et un gain en retombée égal 42 %. Nous constatons que ces résultats sont forts intéressants et ouvrent la voie à une analyse multicritère.

4.6. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre les phases nécessaires à l'optimisation d'un tronçon unitaire de poutres. Nous avons ainsi identifié et formalisé les informations (données et connaissances) y afférentes, proposé et construit deux niveaux d'optimisation : la section totale des armatures longitudinales en intégrant dans la résistance globale de la section la résistance des armatures dites de construction, et l'optimisation du coût global acier-béton.

L'approche algorithmique itérative retenue pour la résolution des problèmes posés par ces deux niveaux d'optimisation a été concrétisée par l'élaboration d'un programme informatique.

Les résultats obtenus à travers les exemples traités par ce programme, aussi bien dans le premier niveau que dans le second sont intéressants et suscitent dans certains cas de poutres fléchies (portées et charges assez importantes) de revoir la méthode classique de calcul des sections rectangulaires au profit de l'approche proposée.

Chapitre 5

Optimisation d'une poutre

OPTIMISATION D'UNE POUTRE

5.1. INTRODUCTION

Nous consacrons ce chapitre à l'optimisation des poutres qui peuvent être composées de plusieurs travées. Si ces dernières font partie d'une structure formée de poutres et de poteaux, on considère que ces derniers ont des sections constantes (qui ne sont pas à optimiser). Nous avons choisi de mimer les projeteurs en béton armé dans leur raisonnement et leur démarche menés dans le cadre de l'élaboration d'une note de calcul.

Pour cette raison, nous avons veillé autant que faire ce peut, à garder dans la formalisation des informations et l'implémentation informatique, les symboles et les formules utilisés dans la littérature usuelle.

Nous allons d'abord présenter les informations (données et connaissances) relatives à l'élément poutre, la formulation du problème d'optimisation, puis l'approche de sa résolution et enfin des résultats commentés issus du traitement de quelques exemples d'application.

5.2. PRÉSENTATION DES INFORMATIONS RELATIVES À L'ÉLÉMENT POUTRE

Nous considérons que la poutre est formée de plusieurs travées de section transversale rectangulaire constante. Chacune d'elles se compose d'une succession de trois tronçons : deux tronçons d'appuis et un tronçon intermédiaire.

Les informations relatives à la poutre peuvent être des *données* ou des *connaissances* nécessaires au dimensionnement *et* à l'optimisation de la poutre.

5.2.1. Données générales

Les données générales sont de plusieurs types :

A. Le nombre d'appuis ou le nombre de travées n .

B. Les sollicitations :

- moments Max. à l'ELU : Situation Durable et Transitoire (SDT.) ;
- moments Min. à l'ELU : Situation Durable et Transitoire (SDT.) ;
- moments Max. à l'ELU : Situation Accidentelle (SA.) ;
- moments Min. à l'ELU : Situation Accidentelle (SA.) ;
- moments à l'ELS ;
- effort tranchant à l'ELU (SDT.).

Pour chaque situation de sollicitations, on a dans l'ordre le moment maximal de chaque travée : à L'ELU. (SDT.) et à L'ELS. Le moment max. en travée se trouve presque au milieu de la poutre, par contre pour la situation accidentelle, le moment max. se trouve presque soit à $\frac{L}{4}$ soit à $\frac{3}{4}L$. On passe ensuite aux moments max. sur appuis.

L'effort tranchant est donné à gauche et à droite de chaque appui sauf pour les appuis de rive, nous avons soit un effort de gauche soit un effort de droite.

C. Les données géométriques de la poutre

- les longueurs des travées (L_i) ;
- les dimensions géométriques de la section transversale de béton sont sensées être variables.

D. Caractéristiques des matériaux

D1. Béton

- la résistance caractéristique à 28 jours f_{c28} ;
- le module d'élasticité longitudinal instantané E_i ;
- le module d'élasticité longitudinal différé E_v .

D2. Acier

- la résistance caractéristique de l'acier ;
- le cas de fissuration : peu nuisible (1) ; fissuration préjudiciable (2) ; fissuration très préjudiciable (3).

E. Pourcentage d'armatures se trouvant dans la zone comprimée

- pourcentage d'armatures entrant dans la résistance à la compression de la section ;
- pourcentage d'armatures de construction.

F. paramètres de coût

- coût d'un m^3 de béton C_b ;
- rapport (Rap.) entre le coût d'un m^3 de béton et 1 m^3 d'acier ou coût d'un m^3 d'acier.

5.2.2. Connaissances générales

Les connaissances présentées ici sont directement liées à la détermination, la vérification et l'évaluation économiques des sections de béton et d'armatures longitudinales et transversales.

5.2.2.1. Détermination des longueurs des tronçons

Les longueurs respectives des trois tronçons formant une travée sont définies selon les modifications suivantes :

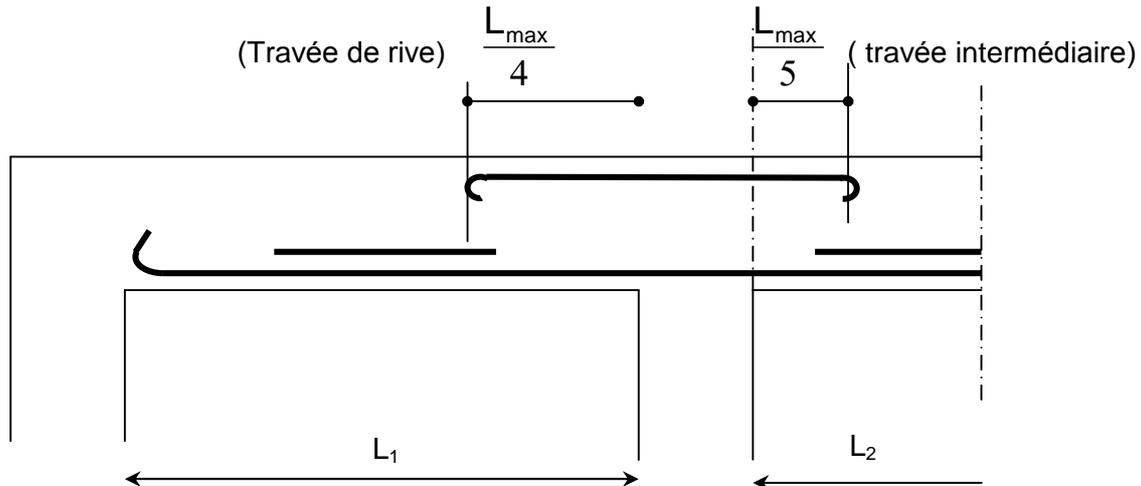


Figure (5.1) : Longueur des « chapeaux »

Concernant les longueurs d'arrêt du deuxième lit d'armatures longitudinales, elles sont égales à :

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{4} \max\{L_1 ; L_2\} , \text{ si l'appui appartient à une travée de rive.} \\ L &= \frac{1}{5} \max\{L_1 ; L_2\} , \text{ si l'appui appartient à une travée intermédiaire.} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Pour les poutres de grande hauteur, on veillera à introduire dans les cas de fissuration préjudiciable et très préjudiciable des armatures de peau. Ces armatures seront nécessaires lorsque la hauteur de l'âme dépasse :

$$h_a \geq 2 \left(80 - \frac{f_e (\text{MPa})}{10} \right) \quad (5.2)$$

5.2.2.2. justification à l'effort tranchant

Généralement, une poutre sollicitée en flexion simple est soumise en plus des contraintes de flexions aux contraintes de cisaillement dues aux efforts tranchants qui sont maximaux aux appuis.

Dans une section homogène, les contraintes tangentielles dues à l'effort tranchant à une fibre \$y\$, varient selon la formule de Jourawski [30]:

$$\tau(y) = \frac{V \cdot S(y)}{I \cdot b(y)} \quad (5.3)$$

V : effort tranchant.

I : moment d'inertie de la section.

S(y) : moment statique de la section par rapport à l'axe neutre.

b(y) : largeur de la section à l'ordonnée y.

Dans le cas d'une section en béton armé, la contrainte tangentielle se réduit à :

$$\tau(y) = \frac{V}{b(y) \cdot Z} \quad (5.4)$$

Z : bras de levier entre efforts de compression et traction.

Le modèle de comportement d'une poutre est fondé sur la théorie classique de cisaillement formulée par Mörsch, à la base de cette théorie il y a un schéma simplifié des efforts dans une poutre en béton armé, ce schéma est déduit de ce qu'on appelle l'analogie treillis classique" (basée sur le triangle qui est géométriquement indéformable). L'élément étant évidé de toutes matières seules les parties correspondantes aux trajectoires théoriques des efforts de compression et de traction, c'est-à-dire les barres qui vont constituer une poutre à treillis [32].

Dans une section de poutre l'effort tranchant est repris par une combinaison d'action provenant de la zone de compression du béton, des aciers longitudinaux et des aciers transversaux. L'effort tranchant repris par les aciers transversaux est donné par :

$$\tau_s = \frac{A_{st} f_e}{b S_t} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (5.5)$$

La justification des poutres soumises à des efforts tranchant est effectuée seulement aux états limites ultimes. Car les phénomènes de fissuration et de déformation induis par cet effort étant nettement moindres à l'état limite de service qu'à l'état limite ultime.

Concernant notre étude, nous allons d'abord passer en revue les vérifications dues à l'effort tranchant, afférentes au béton, ensuite celles liées aux armatures transversales et longitudinales.

Les justifications à l'effort tranchant [7] portent sur :

- la contrainte tangente du béton ;
- la contrainte d'entraînement des armatures ;
- les armatures transversales ;
- les zones d'appuis d'about ou intermédiaire.

Seulement les justifications du type 1, 3 et 4 sont effectuées.

A. Vérification du béton

- On prend des cadres droits ;
- On détermine l'effort tranchant sur appui ;
- On calcule la contrainte tangentielle sur appui $\tau_U(0)$;
- On vérifie que $\tau_U(0) \leq \tau_{U_{mac}}$.

Justification de la contrainte tangentielle du béton

La contrainte tangentielle ultime est définie par la contrainte conventionnelle, introduite par le règlement BAEL afin de simplifier les calculs.

Pour les Armatures droites la valeur de la contrainte conventionnelle est égale à :

- . Fissuration peu nuisible

$$\tau_u \leq \left\{ 0.2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 5\text{MPa} \right\} \quad (5.6)$$

- . Fissuration préjudiciable et très préjudiciable

$$\tau_u \leq \left\{ 0.15 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 4\text{MPa} \right\} \quad (5.7)$$

- . Sections totalement comprimées

$$\tau_u \leq \left\{ 0.06 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 1.5\text{MPa} \right\} \quad (5.8)$$

Avec : $\tau_u = \frac{V_U}{b.d}$

Vérification des armatures longitudinales [39], [34], [40]

- appui de rive

- bielle de béton

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \min\{a' ; 0.9h\} \\ V_u \leq 0.4 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} b_0 a \end{array} \right\} \quad (5.9)$$

- appui intermédiaire

$$A_{\text{tot}} \geq \left\{ V_u + \frac{M_u}{0.9d} \right\} \frac{1}{\sigma_s} \quad (5.10)$$

La quantité d'armatures transversale minimale RPA :

$$A_t = 0.003.st.b \quad (5.11)$$

Par ailleurs la condition de non-fragilité s'écrit :

$$\frac{A_t}{b_0 st} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u}{2} ; 0.4 \text{MPa} \right\} \quad (5.12)$$

L'espacement maximal :

$$st = \min \left\{ \frac{h}{4} ; 12\phi_l \right\}, \text{ en zone nodale et en travée.}$$

$$st \leq \frac{h}{2}, \text{ en dehors de la zone nodale.}$$

5.2.2.3. Détermination et évaluation des armatures transversales

La méthode que nous adoptons dans l'évaluation des armatures transversales est fondée sur la répartition des cadres le long des intervalles de longueur choisie de telle manière à ce que l'effort tranchant résistant s'approche de l'effort tranchant de calcul. De plus en plus que la longueur de l'intervalle est petite, de plus en plus que la solution est économique en volume d'acier. Mais il faut rester dans la limite raisonnable, c'est-à-dire, observer les contraintes de réalisations tel que le nombre des espacements des cadres soit acceptable.

Pour pouvoir quantifier le volume d'armatures transversales. Il faut définir des dispositions géométriques "standards" de cadres. Nous considérons que nous pouvons obtenir selon l'intensité de l'effort tranchant, trois sortes de séries de cadres (voir Figure. (3.5))

La première se compose d'un seul cadre, son poids noté P_{ast} est estimé à :

$$P_{ast} = \rho_a A_{st} (b+h) \quad \text{avec : } A_{st} = 2 A_{sb} \quad (5.13)$$

La deuxième se compose de deux cadres, leur poids est estimé à :

$$P_{ast} = \rho_a A_{st} (0.75 b + h) \quad \text{avec : } A_{st} = 4 A_{sb} \quad (5.14)$$

La troisième se compose de trois cadres, leur poids est estimé à :

$$P_{ast} = \rho_a A_{st} (0.5 b + h) \quad \text{avec : } A_{st} = 6 A_{sb} \quad (5.15)$$

ρ_a : poids volumique de l'acier.

A_{st} : section d'armatures transversales correspondant au cas de nombre de cadres.

A_{sb} : section transversale d'un brin de cadre.

b : largeur de la section.

h : hauteur de la section.

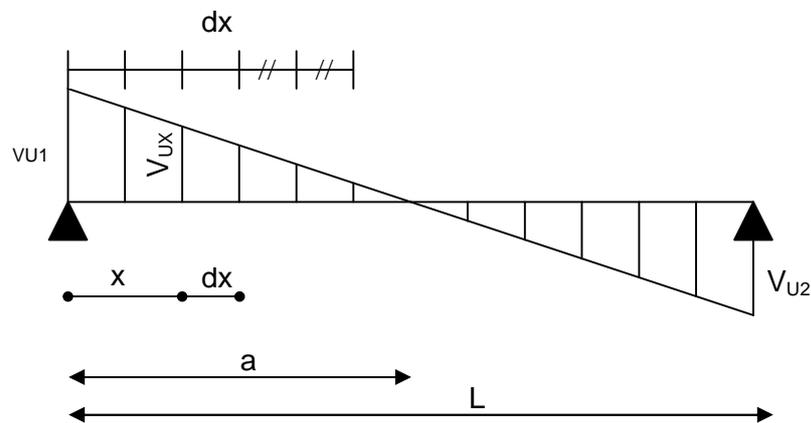


Figure (5.2) : Répartition de cadres

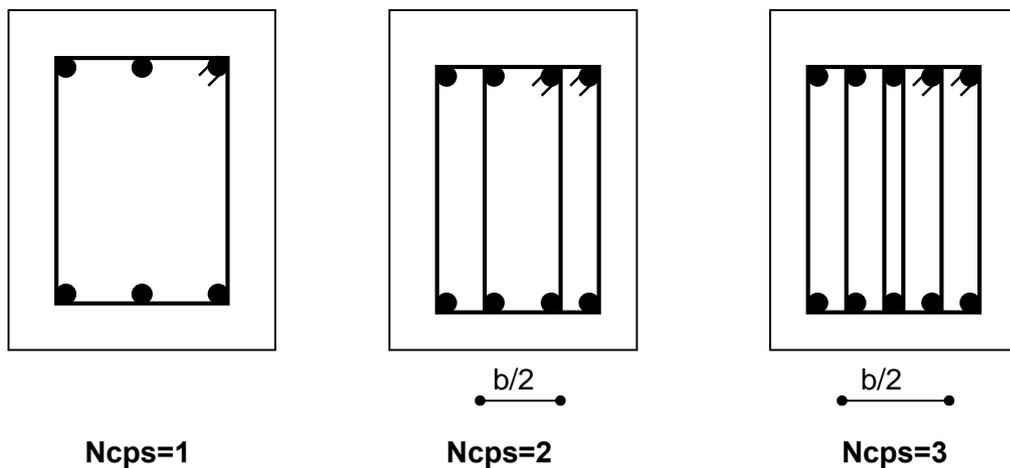


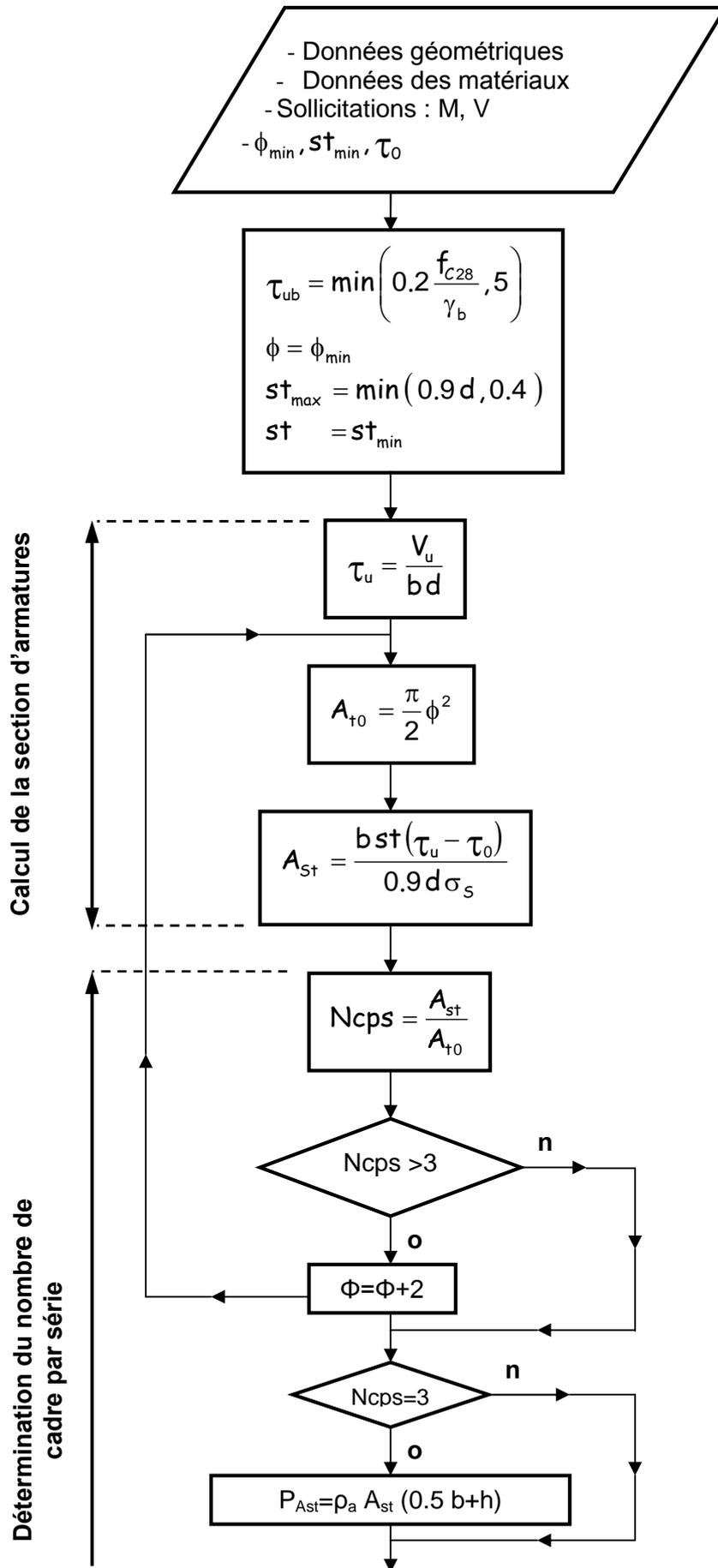
Figure (5.3) : Disposition des cadres par série

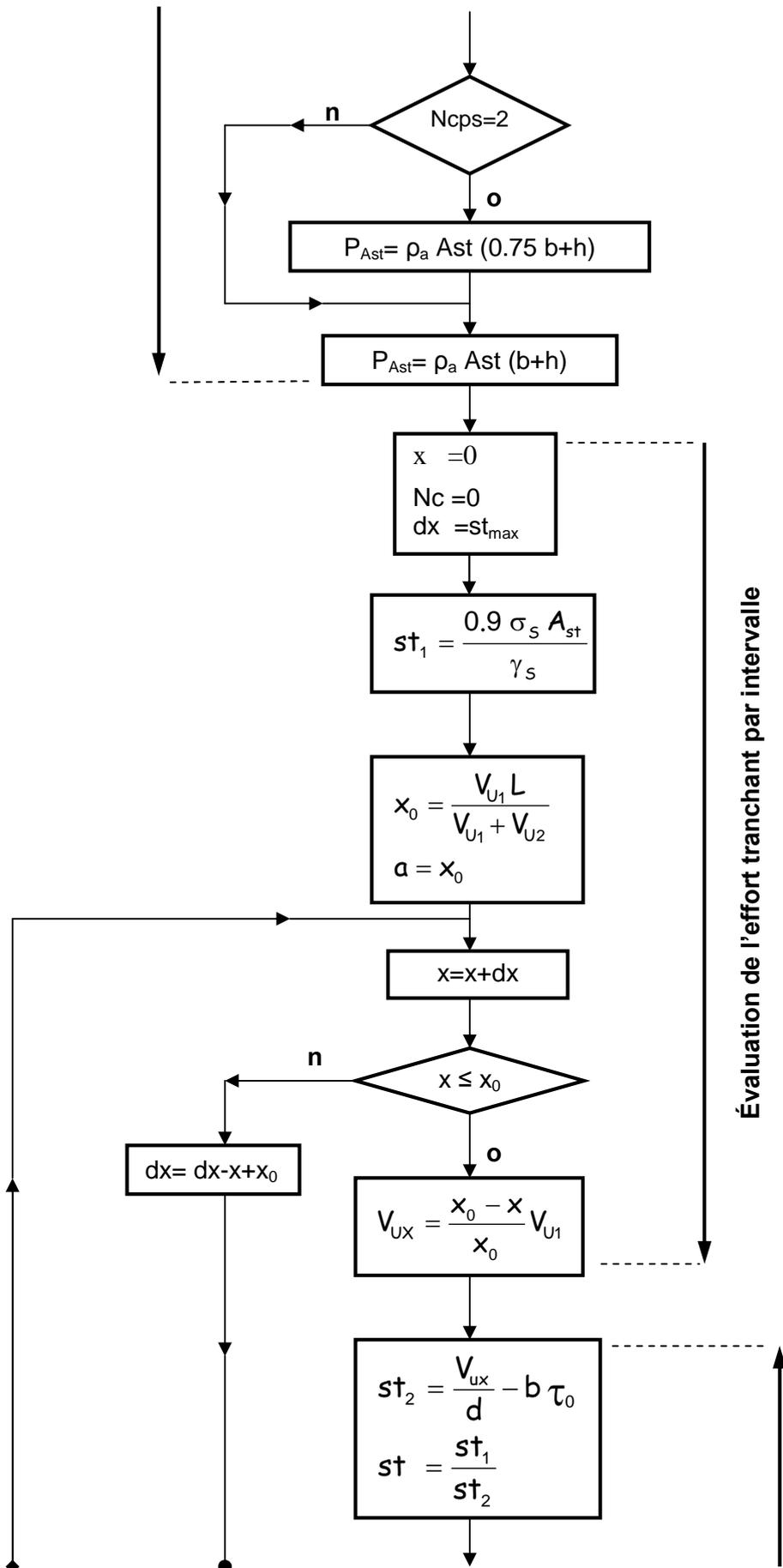
Pour évaluer les armatures transversales, on calcule d'abord l'effort tranchant maximal revenant à chaque intervalle, puis on détermine les armatures transversales correspondantes (Organigramme (5.1)). Pour faciliter la prise en compte de leur coût dans la fonction objectif, on détermine une section longitudinale qui leur est équivalente en poids, donc en coût.

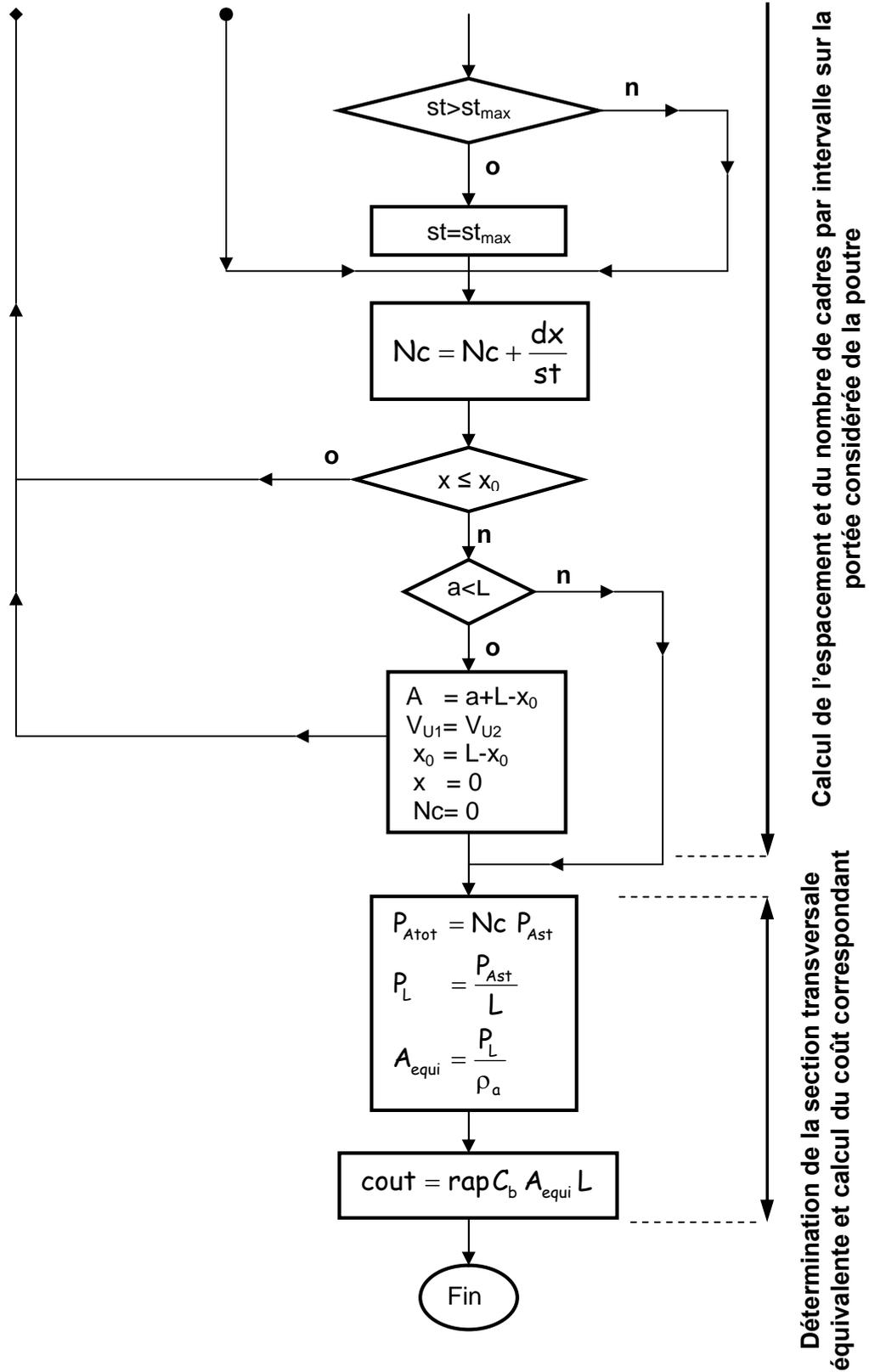
Cette opération illustre les étapes suivies dans l'algorithme suivant :

1. calcul de la section d'armatures transversales due à l'effort tranchant max.
2. calcul du nombre de cadres N_{cps} par série (c'est-à-dire le nombre de cadres composant la série (la section) d'armatures transversales : 1, 2 ou 3 cadres (voir Figure. (3.5)).
3. calcul du poids des armatures transversales par série de cadres
4. détermination de l'effort tranchant max. au niveau de l'intervalle considéré en tenant compte de son diagramme de calcul.
 - détermination de l'espacement des séries de cadres dans l'intervalle considérée.
 - calcul du nombre de séries de cadres.
 - répéter les opérations 4, 5, 6 autant de fois que nécessaire (voir le nombre d'intervalles).
 - calcul de la section longitudinale équivalente.

L'organigramme suivant représente la structure de base du module informatique développé à cet effet.







Organigramme (5.1) : Calcul des armatures transversales et de leur coût

5.2.3. Calcul des déformations des poutres

Une structure quelle que soit sa destination, est soumise généralement à un ensemble de forces ou de charges, appelées actions. Selon leur nature et leurs effets induits sur les éléments structuraux, on distingue les actions directes et les actions indirectes [21] :

- *Les actions directes*, sont les forces appliquées directement à la construction engendrant toujours des efforts intérieurs (M et V) qui sollicitent les sections ; les charges permanentes, les surcharges (vent, séisme, etc.).
- *Les actions indirectes*, proviennent de déformations imposées à une structure : variation de température, retrait du béton, les gonflements, le fluage, etc. Souvent ces déformations sont empêchées ou entravées (elles ne peuvent se développer librement par suite des liaisons surabondantes –systèmes hyperstatiques-).

La déformation d'une structure ou une partie d'une structure ne doit pas affecter l'apparence ou le comportement de celle-ci. Donc la fissuration induite de ces déformations ne doit en aucun cas affecter sa bonne tenue en service (serviceability) ou tout simplement sa durabilité.

En pratique, le respect des conditions de mise en service est garanti en prenant certaines mesures comme la limitation du rapport L/d et de la contrainte de traction dans les aciers.

D'une part les charges de service prises dans les vérifications sont supposées être suffisamment faibles pour que les résultats d'une analyse élastique soit applicable. D'autres parts, quand le moment fléchissant est suffisamment petit pour que la contrainte maximale de traction n'excède pas la résistance à la traction du béton, une analyse basée sur une section non fissurée devient applicable sinon il faut prendre la section fissurée.

Comme on vient de constater que le développement des flèches est associé à la fissuration du béton. Le problème des flèches spécialement dans les poutres en béton armé fut le sujet de recherches théoriques et expérimentales depuis plusieurs années. Il en résulte que les poutres armées d'étriers verticaux sous charges importantes subissent des flèches très supérieures à celles des poutres munies d'étriers obliques. Aussi dans les éléments possédant un élancement géométrique important c'est le moment fléchissant qui détermine la flèche et l'influence de l'effort tranchant est insignifiante. Parmi ces éléments structuraux caractérisés par des contraintes élevées de cisaillement sont le plus souvent courts ; donc la valeur des flèches n'a qu'une faible influence pratique [41].

Les planchers et les poutres font l'objet d'une approche de l'état limite de déformation. Celle-ci doit rester suffisamment faible pour ne pas occasionner de désordres dans les éléments porteurs, dans les revêtements ou dans les cloisons, ni gêner l'utilisation de la construction ou nuire à son aspect [32].

On distingue :

- la flèche instantanée f_{ji} qui se produit immédiatement après la mise en charges du plancher ou de la poutre, liée au module de déformation instantané du béton E_i .
- la flèche différée f_{vi} qui est atteinte après un temps relativement long, liée au module de déformation différé du béton E_v .

Le calcul de déformations est obtenu généralement par intégration des courbures moyennes en appliquant le théorème des travaux virtuels, soit :

$$W = \frac{1}{r_m} \overline{M} dx \quad (5.16)$$

Parmi les méthodes existant dans la littérature, on distingue les quatre suivantes [21], [39], [22] :

- la méthode trilinéaire ;
- la méthode bilinéaire ;
- la méthode des coefficients globaux ;
- la méthode SIA162/code modèle CEB et FIP 1990 ;
- la méthode BAEL.

La méthode choisie pour le calcul des flèches est la méthode BAEL, car c'est la mieux adapté à la programmation. Les quatre autres méthodes sont présentées en Annexe 1.

La méthode BAEL

Cette méthode consiste en le calcul d'une courbure moyenne, celle-ci étant calculée à partir des courbures de base en prenant en compte la contribution du béton fissuré.

Vu que la méthode BAEL est la plus simple et la proche dans l'estimation de la flèche.

Dans la méthode BAEL la flèche dans une section quelconque peut être évaluée par les deux méthodes suivantes :

1. Calcul des courbures par la méthode générale

Les courbures sont calculées à l'état limite de service à partir du diagramme des contraintes dans la section considérée :

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_{bc}}{d} ; \varepsilon_{bc} = \frac{\sigma_{bc}}{E_b} \text{ et } \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (5.17)$$

2. Calcul des courbures par la méthode de l'inertie fissurée

Cette méthode considère la section totale du béton homogénéisée et l'inertie fissurée.

L'inertie fissurée est calculée en majorant l'inertie de la section homogénéisée.

Nous avons choisi le calcul des courbures par la méthode de l'inertie fissurée car elle donne des résultats très proches des valeurs réelles d'une part et la plus simple numériquement puisqu'elle fait appel à des grandeurs qui ont déjà été calculées à l'ELS.

On calcule le moment d'inertie de la section totale homogène (section rectangulaire) :

$$I = b \frac{h^3}{12} + 15 \left[A_s (d - d'')^2 + A_s' \left(\frac{h}{2} - d' \right)^2 \right] \quad (5.18)$$

On calcule aussi :

Les flèches dues aux charges instantanées :

$$f_i = \frac{ML^2}{10E_i I_{fi}} \quad (5.19)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} E_i &= 11000 f_{c25}^{\frac{1}{3}} \\ I_{fi} &= \frac{1.1 I_0}{1 + \lambda_i \mu} \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

$$\lambda_i = \frac{0.05 f_{t28}}{\rho \left(2 + 3 \frac{b_0}{b} \right)} \quad (5.21)$$

Puis :

$$\left\{ \begin{aligned} \mu &= 1 - \frac{1.75 f_{t28}}{4 \rho \sigma_s + f_{t28}} & \text{si } \mu > 0 \\ \mu &= 0 & \text{si } \mu \leq 0 \end{aligned} \right. \quad (5.22)$$

$$\rho = \frac{A_{tot}}{b_0 d} \quad (5.23)$$

- pour les flèches dues aux charges de longue durée :

$$f_v = \frac{ML^2}{10E_v I_{fv}} \quad (5.24)$$

$$\left. \begin{aligned} E_v &= \frac{E_i}{3} \\ I_{fv} &= \frac{1.1I_0}{1 + 0.4\lambda_i\mu} \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

Pour les consoles les flèches valent :

$$f_{(iouv)} = \frac{ML^2}{4E_{(iouv)} I_{f(iouv)}} \quad (5.26)$$

$$\text{Avec : } \rho = \frac{A}{b_0 d} \quad (5.27)$$

L : longueur de travée ;

b et b_0 : les largeurs des tables de compression et des nervures ;

I_0 : le moment d'inertie de la section homogène ;

f_{t28} : la résistance caractéristique du béton à la traction ;

σ_s : la contrainte de traction dans l'armature.

M : le moment de service dans la section considérée.

Il est possible de faire une estimation majorée de la flèche maximale de la travée de poutre à partir du seul calcul dans la section à moment maximal :

$$f_i = \frac{M_{ser,max} L^2}{10E_i I_{fi}} \quad (5.28)$$

La part de la flèche totale Δf_i qui doit être comparée aux limites admissibles a pour valeur :

$$\Delta f_i = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi} \quad (5.29)$$

f_{gi} et f_{gv} : flèches dues à l'ensemble des charges permanentes.

f_{ji} : flèche due aux charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément considéré.

f_{pi} : flèche due à l'ensemble des charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément.

Cette part de flèche est constituée d'un ensemble d'opérations ayant pour but de s'assurer que la structure présentera une rigidité acceptable à l'égard des fonctions qu'elle doit remplir.

Dans le cas de mise en place tardive des cloisons et autres revêtements fragiles dont le bon comportement est à l'origine du calcul des flèches, il est loisible de rectifier la formule précédente pour ne pas tenir compte de la part de la flèche de fluage qui s'est déjà produite à l'instant de cette mise en place (article [6.5,2] BAEL).

En réalité, le processus de déformations des poutres n'est pas lié à la formation et au développement de la fissuration dans la poutre considérée, mais aux éléments voisins lesquelles par leur résistance contribueront au renforcement de la rigidité de l'ensemble.

Pour des valeurs d'âges différentes de 28 jours, la résistance du béton et le module de déformation longitudinale sont définis par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{c_j} = \frac{t_0}{4,76 + 0,83t_0} f_{c_{28}} \\ E_{ij} = 11000 f_{c_{28}}^{\frac{1}{3}} \end{array} \right. \quad (5.30)$$

t_0 : L'âge du béton.

Flèche admissible

La part de la flèche ne doit dépasser :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{L}{500} & L \leq 5m \\ \frac{L}{1000} + 0.5m & L > 5m \end{array} \right. \quad (5.31)$$

Il est à noter que la flèche admissible pourrait être limitée à 10 mm pour la flèche se produisant après la pose où la réalisation des éléments non porteurs risquant d'être endommagés [21].

5.3. FORMULATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION DE LA POUTRE

L'optimisation du coût final de la poutre revient à optimiser le coût du volume total de béton et des armatures aussi bien longitudinales que transversales.

Pour ce faire, nous devons commencer par construire notre problème en lui identifiant les différents composants.

A. Les données

- voir paragraphe 5.2.1.

B. La fonction objectif

La fonction coût est issue d'une généralisation de celle obtenue dans le cas d'un tronçon unitaire de poutre, en tenant compte des longueurs d'arrêt de barres. Elle s'exprime comme suit :

$$\text{coût} = \sum (b h + \text{rap } A_{\text{tot}}) L(i) C_b \quad (5.32)$$

donc :

$$\sum (b h + \text{rap } A_{\text{tot}}) L(i) C_b \rightarrow \text{MIN} \quad (5.33)$$

b , h , A_{tot} , C_b et rap ont la même signification qu'en III.3

$$A_{\text{tot}} = A_S + A_{\text{comp}} + A_{\text{pe}} + A_{\text{stequi}} \quad (5.34)$$

C. Les variables de décision

Les variables de décision ici sont aux nombre de trois : la hauteur h et la largeur b de la section de béton, et éventuellement le rapport k'_A ou A_{comp} .

F. Les contraintes

Aux contraintes énumérées dans le tronçon unitaire s'ajoute, les contraintes suivantes [39] :

- $\left| A'_S = \left(V_u - \frac{M}{0.9d} \right) \frac{1}{\sigma_s} \right\rangle$ contraintes de comportements en flexion (5.35)

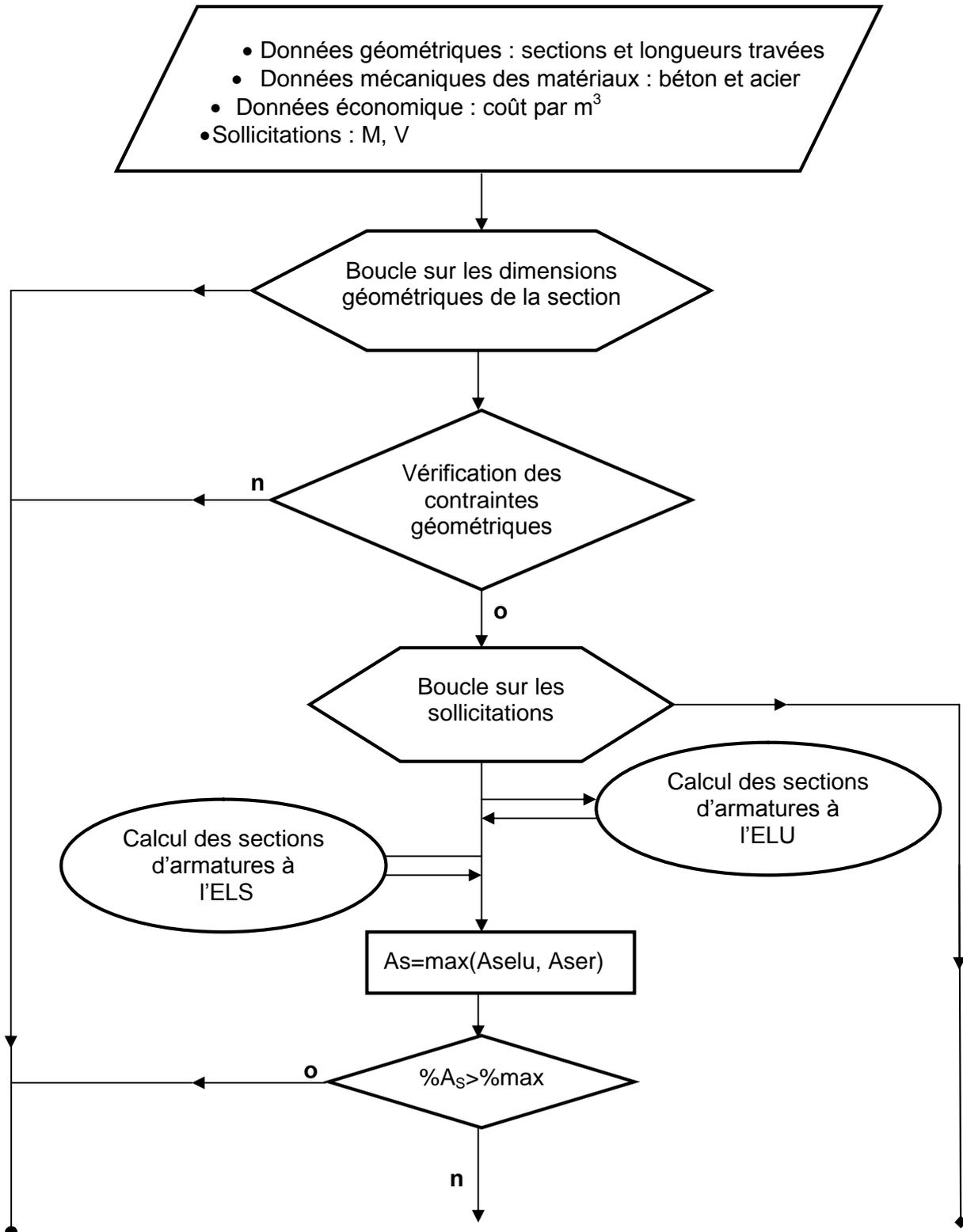
- $\left| \begin{array}{l} V_u \leq 0.4 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} a b_0 \\ \frac{V_d + V_g}{2ab} \leq 1.3 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} \end{array} \right\rangle$ contraintes de comportement en cisaillement (5.36)

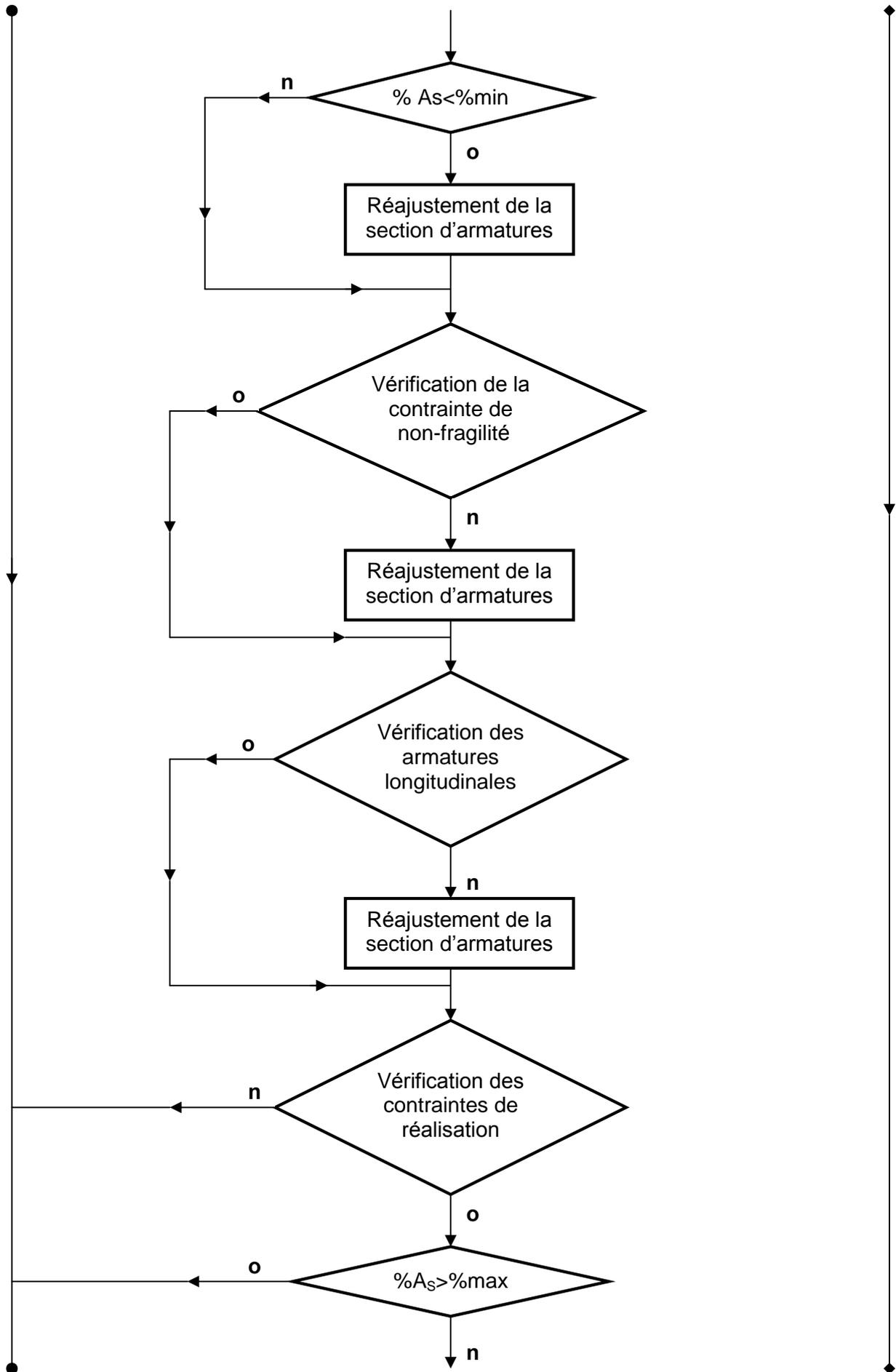
- $f \leq \bar{f}$ contrainte de flèche. (5.37)

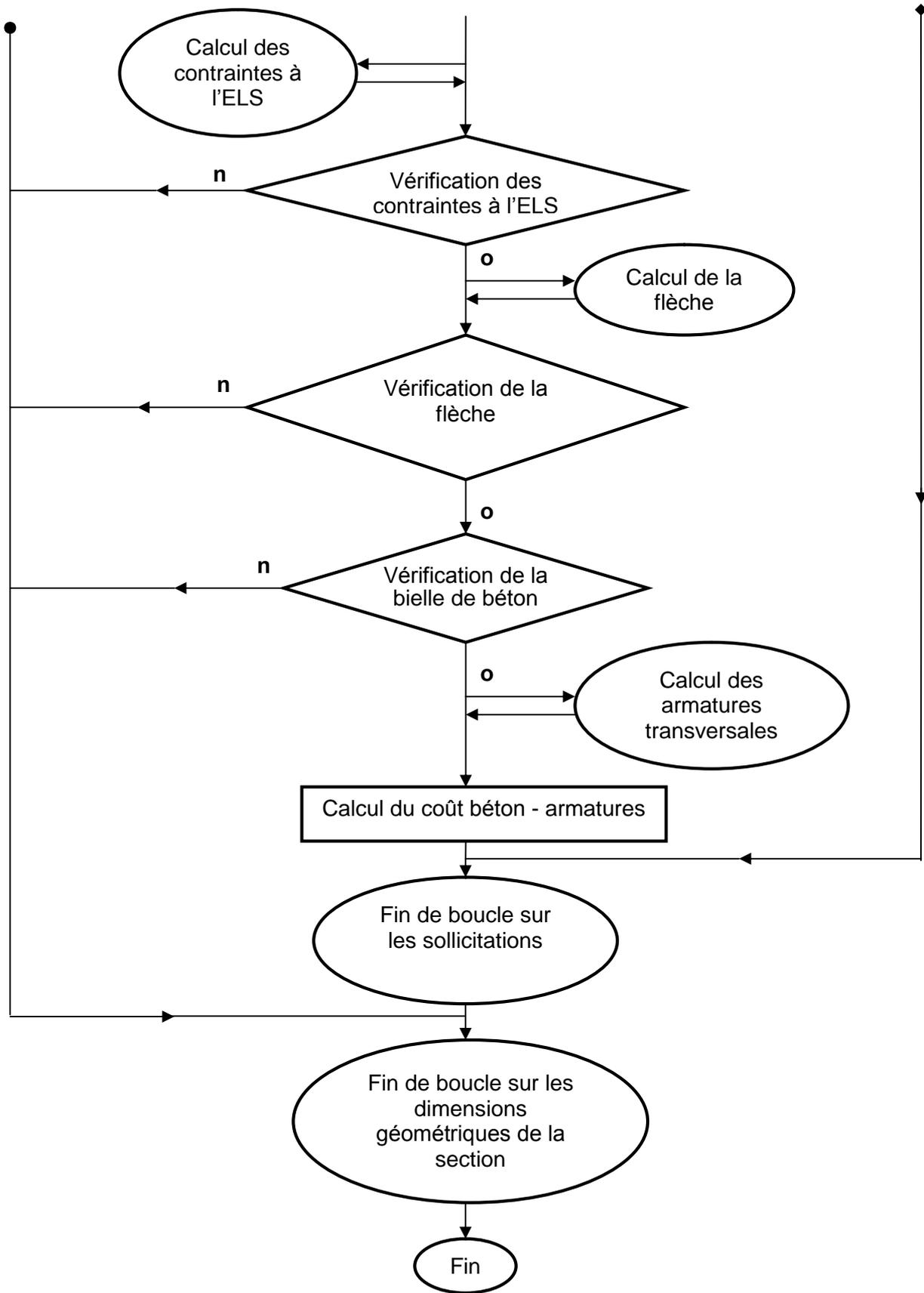
- **Contraintes de réalisation (de chantier).** Représentent les contraintes de répartition d'une section d'armatures longitudinales relativement grande par rapport à la largeur de la poutre.

5.4. RÉOLUTION DU PROBLÈME

La résolution du problème de la poutre continue se fait de la même façon que le tronçon unitaire, en ajoutant les contraintes supplémentaires indiquées ci-dessus. En plus du coût de béton et des armatures longitudinales, le coût de la poutre comporte le coût des armatures transversales et des armatures de peau.







Organigramme (5.2) : Optimisation d'une poutre sollicitée en flexion

5.5. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS

A titre illustratif, deux exemples d'application sont traités : une poutre isostatique de longueur égale à 8 m. et une poutre continue composée de deux travées, faisant partie d'une structure en portique autostable représentée à la Figure (1.5).

Les données générales utilisées dans ces exemples sont résumées dans le tableau suivant :

Résistance caractéristique du béton à 28 jours : f_{c28}	25MPa
Limite élastique de l'acier : f_e	400MPa
Contrainte limite du béton à l'ELU : f_{bu}	14.17MPa
Contrainte limite du béton à l'ELS : $\bar{\sigma}_b$	15MPa
Contrainte limite de l'acier à l'ELU : σ_s	348MPa
Contrainte limite de l'acier à l'ELS : $\bar{\sigma}_s$	/ FPN 265MPa FP 165MPa FTP
Module de déformation longitudinale de l'acier : E_s	$2 \cdot 10^5$ MPa
Module de déformation longitudinale de béton : E_b	32164MPa
Pourcentage géométrique minimal pour la poutre	0.5%
Pourcentage géométrique maximal pour la poutre	4%
Rapport de coût : $\frac{C_s}{C_b}$	52
Coût unitaire de béton : C_b	9000DA

Tab (5.1) : Données de la poutre isostatique

5.5.1 Poutre isostatique

Données particulières

Sollicitation a l'ELU : M_U	0.705 MNm
Sollicitation a l'ELS : M_{SER}	0.500 MNm
Sollicitation a l'ELU : V_U	0.352 MN
Longueur de la poutre : L	8.m

Pour valider notre exemple, nous allons considérer les mêmes connaissances et données prises dans la référence [19] c'est-à-dire, on néglige les aciers transversaux ($A_{comp}=0$) et considéré la section d'armatures longitudinale constante sur la totalité de la poutre.

La fonction objectif Z, se simplifie et devient :

$$Z = (b \cdot d + 52 \cdot A_s) C_b L$$

En pose :

$$Z' = b.d+52.A_s$$

$$Z = Z'.L.C_b$$

L'optimisation de la fonction Z revient à l'optimisation de la fonction Z'.

RESULTAS

Le coût optimal et les variables de conception correspondantes sont pour les valeurs suivantes en respectant l'intervalle de variation normal des contraintes à savoir le rapport

de coffrage $\frac{h}{b}$:

	valeurs
$A_{opt} (cm^2)$	33.50
$b_{opt} (cm)$	22.
$h_{opt} (cm)$	88.
$Z (m^2)$	0.3484
$Z' (DA)$	25087.68

Tab (5.2) : Coût et variables de conception optimaux pour $\frac{h}{b} \leq 4$

En augmentant le rapport de coffrage à 4.01, le coût (Z et respectivement Z') et variables de décision optimaux seront comme indiqué par le tableau (3.5).

	valeurs
$A_{opt} (cm^2)$	32.14
$b_{opt} (cm)$	22.
$h_{opt} (cm)$	90.
$Z (m^2)$	0.3453
$Z'(DA)$	24864.64

Tab (5.3) : Coût et variables de conception optimaux pour $\frac{h}{b} \leq 4.01$ [19]

COMMENTAIRE

Le coût optimal que nous avons obtenu vaut 0.348m² (25087.68 DA), les variables de conception valent : b = 22cm, d =79.2cm (h=88cm) et A_s = 33.51cm².

D'après le tableau (3.5), on remarque que les valeurs présentés par la référence [19] malgré qu'elle sont optimales, elles ne seront pas retenues comme solutions réalisables

car le rapport de dimensions $\frac{h}{b}$ (≤ 4) n'a pas été respecté (un calcul simple montre que la hauteur maximale pour b=22cm est de 88cm et non 90cm).

5.5.2 Poutre continue

Données particulières

La poutre sélectionnée est une poutre transversale à deux travées faisant partie d'un bâtiment à deux niveaux à usage d'habitation, en zone sismique III.

Sollicitation a l'ELU : M _U	0.705 MNm
Sollicitation a l'ELS : M _{SER}	0.500 MNm
Sollicitation a l'ELU : V _U	0.352 MN
Type de site :	S ₁
Groupe d'usage :	2
Type de remplissage :	léger
Facteur de qualité	1.20
Zone sismique :	III
Longueur de la poutre : L	8.m
Combinaisons de charges :	- G + Q - 1.35 G + 1.5 Q - 0.8 G ± E - G + Q ± E
Sollicitations considérées :	M _{max} , M _{min} et V _{umax}

Tab (5.4) : Données pour l'élément poutre

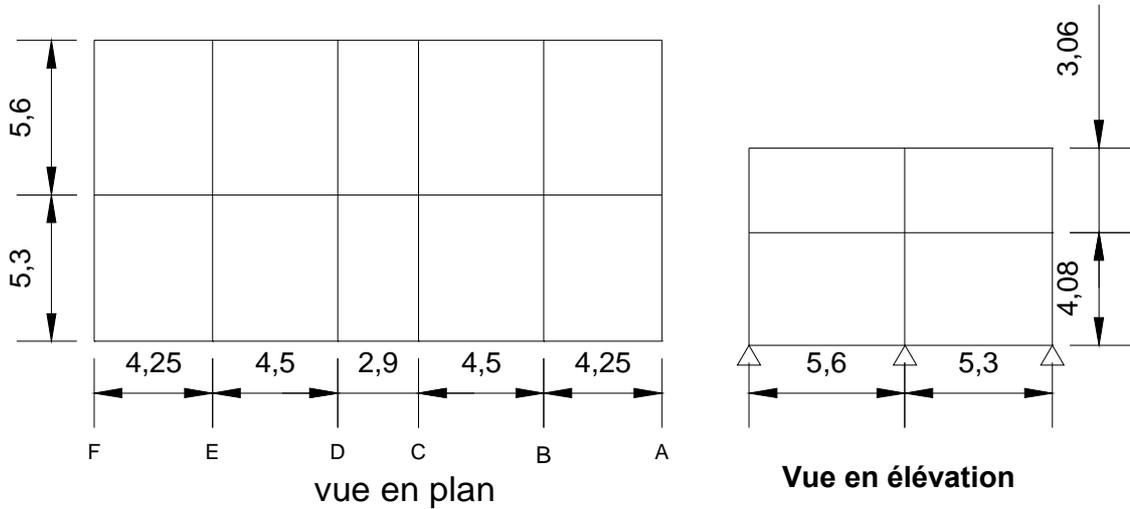


Figure (5.4) : Vue en plan et en élévation du bâtiment

NB :

Dans ce qui suit, les unités utilisées sont : KN et KNm

Itération 1

30x50		sect appui1	sect travée1	sect appui2	sect travée2	sect appui3
ELU(SDT)	M	-97.63	81.47	-148.37	70.57	-86.74
G+Q ± EY Comb4	Msup	-187.07	/	-192.0	/	-183.31
	Minf	81.37	85.19	72.10	84.74	90.21
0.8G ± EY comb5	Msup	-162.82	/	-158.98	/	-161.84
	Minf	99.22	76.87	79,45	77.35	106.10
ELU(SDT)	V _u	-131.50	/	153.28 -146.53	/	122.99

Tab (5.5) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération 1)

bxh (cm ²)			Sect Appui1	Sect Travée1	Sect Appui2	Sect Travée2	Sect Appui3	Coût DA/m
25x45	A _s	cm ²	13.146	6.084	13.565	5.283	12.810	20836.23
	A _{sp}		6.436	5.478	5.072	5.478	6.931	
	A _{tot}		19.581	11.562	18.637	10.761	19.742	
30x50	A _s	cm ²	11.184	3.750	11.519	4.609	10.919	23778.17
	A _{sp}		5.680	3.750	4.509	4.860	6.102	
	A _{tot}		16.864	7.500	16.028	9.469	17.021	

Tab (5.6) : Résultats de dimensionnement et de l'optimisation (itération1)

La section améliorée, et qui va être considérée dans l'étape suivante est donc : 25x45

Itération 2

25x45		sect appui1	sect travée1	sect appui2	sect travée2	sect appui3
ELU(SDT)	M(MNm)	-106.36	72.25	-137.92	63.51	-94.72
G+Q± EY Comb4	Msup	-157.75	/	-162.21	/	-153.11
	Minf	39.93	57.64	35.60	57.77	48.53
0.8G± EY comb5	Msup	-130.70	/	-130.4	/	-129.04
	Minf	59.93	51.75	56.95	52.50	66.39
ELU(SDT)	V(MN)	-131.43	/	143.90 -137.14	/	123.44

Tab (5.7) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération 2)

bxh (cm ²)			sect appui1	sect travée1	sect appui2	sect travée2	sect appui3	Coût DA/m
20x40	A _s	cm ²	11.230	5.464	11.572	4.722	10.803	16295.30
	Asp		3.845	3.712	3.645	3.778	4.242	
	Atot		15.075	9.176	15.216	8.500	15.045	
25x45	A _s	cm ²	12.661	6.155	13.054	5.319	12.180	18529.35
	Asp		4.327	4.180	4.105	4.253	4.774	
	Atot		16.988	10.335	17.160	9.572	16.954	

Tab (5.8) : Sections d'armatures longitudinales par section de poutre (itération 2)

Itération 3

20x40		sect appui1	sect travée1	sect appui2	sect travée2	sect appui3
ELU(SDT)	M	-104.16	72.66	-137.87	63.73	-92.90
G+Q± EY Comb4	Msup	-160.20	/	-164.78	/	-155.78
	Minf	45.63	57.64	39.31	57.77	54.17
0.8G± EY comb5	Msup	-133.66	/	-133.42	/	-132.16
	Minf	65.21	54.37	60.66	55.12	71.65
ELU(SDT)	V	-129.89	/	143.55 -136.89	/	121.90

Tab (5.9) : Sollicitations obtenues par les combinaisons (itération3)

bxh (cm²)			Sect Appui1	Sect Travée1	Sect Appui2	Sect Travée2	Sect Appui3	Coût (DA/m)
20x45	A_s	cm ²	11.401	5.464	11.834	4.803	11.060	16453.21
	A_{sp}		4.178	3.712	3.911	3.712	4.652	
	A_{tot}		15.579	9.176	15.745	8.514	15.711	
20x40	A_s	cm ²	13.659	6.311	14.239	5.531	13.209	16549.53
	A_{sp}		4.766	4.218	4.450	4.218	5.330	
	A_{tot}		18.425	10.528	18.689	9.749	18.539	

Tab (5.10) : Sections d'armatures longitudinales par section de poutre (itération3)

COMMENTAIRE

Nous constatons qu'après trois itérations nous sommes arrivés à améliorer progressivement le coût global de la poutre considérée dans son contexte d'étude.

Bien qu'il existe un coût inférieur à celui correspondant à la section de 20x45 (Tab (10.5)), mais on peut se contenter de la section 20x40 car le gain n'est pas significatif.

En finalité les passages entre le calcul des sollicitations et les simulations informatiques par le programme **optpoutre** nous ont permis d'optimiser le coût total de la poutre. On remarque aussi que d'après le tableau ci-après que le passage des dimensions de 30x50 à 20x40 fait diminuer le coût total de 7228.64 DA soit de 30%.

5.6. CONCLUSION

Ce chapitre a été réservé au dimensionnement et à l'optimisation de l'élément poutre. Deux cas peuvent exister : poutre singulière reposant sur des appuis simples et poutre faisant partie d'un système de structure (portique).

Dans le premier cas, l'opération de l'optimisation de la poutre est simple, car quand sa section transversale varie, les sollicitations ne varient que très peu en fonction de son poids propre. Pour pallier à ce problème, on peut au départ surestimer ce poids et se mettre ainsi du côté de la sécurité.

Par contre, dans le deuxième cas, les sollicitations sont étroitement liées aux rigidités relatives des éléments structuraux. Ceci implique que l'optimisation ne peut être réalisée que par une succession d'itérations de calcul de sollicitations et de dimensionnement optimal. Le deuxième exemple illustre bien ce processus.

Chapitre 6

**Optimisation d'une
colonne de poteaux**

OPTIMISATION D'UNE COLONNE DE POTEAUX

6.1. INTRODUCTION

Nous consacrons ce chapitre à l'optimisation de colonnes de poteaux. Si ces derniers font partie d'une structure formée de poutres et de poteaux, on considère que les poutres ont des sections constantes (qui ne sont pas à optimiser).

Comme dans le cas de l'élément poutre, nous avons veillé à adopter la démarche suivie par les professionnels dans le dimensionnement de l'élément poteau.

Nous commençons d'abord par présenter les informations relatives au dimensionnement et à l'optimisation de cet élément structural, Nous procédons ensuite à la formulation du problème d'optimisation, nous détaillons l'approche de sa résolution, et nous présentons à la fin quelques résultats commentés issus du traitement d'exemples d'application.

6.2. CONSTRUCTION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION D'UNE COLONNE DE POTEAUX

La construction du problème d'optimisation consiste en la détermination des différentes informations relatives aux opérations de dimensionnement et d'optimisation de l'élément structural « poteau », l'identification des variables de décision et la formulation de la fonction objectif et des contraintes de décision.

6.2.1. Données du problème

a. Le nombre de poteaux composant la colonne : nbpot.

b. Les sollicitations

Un poteau est sollicité selon deux directions principales x et y . Chaque sens comporte plusieurs types de sollicitations :

- l'ELU. : Situation Durable et Transitoire (SDT.) ;
- l'ELU. : Situation Accidentelle (SA.) ;
- l'ELS. ;
- Effort tranchant à l'ELU. (SDT.) on considère l'effort tranchant maximal de chaque poteau.

Pour chacun de ces types de sollicitations, nous avons 4 combinaisons de couples (M, N) : $(N_{\max}, M_{\text{corres}})$, $(N_{\min}, M_{\text{corres}})$, $(M_{\max}, N_{\text{corres}})$, $(M_{\min}, N_{\text{corres}})$, nous en retenons uniquement les trois premières combinaisons, car la dernière n'est pas déterminante comparativement aux autres.

Pour chaque poteau, nous avons donc à considérer 9 moments : les trois premiers sont ceux résultant de L'ELU. (SDT.), les trois moments suivants sont ceux résultant de L'ELU. (SA.), et les trois moments restants, sont ceux dus à L'ELS.

c. Les données géométriques

- les hauteurs des poteaux

Comme pour la poutre, la colonne peut être composée de plusieurs poteaux de section rectangulaire $(b_1 \times h_1)$.

d. Caractéristiques des matériaux

Ces données sont les mêmes que celles du chapitre 5.

e. Pourcentage d'armatures se trouvant dans la zone comprimée

- pourcentage d'armatures entrant dans la résistance à la compression de la section.
- pourcentage d'armatures de construction.

f. paramètres du coût

Ils sont identiques à ceux indiqués au chapitre précédent.

g. données relatives au calcul sismique : zone sismique, groupe d'usage, facteur de qualité, nature du sol.

6.2.2. Connaissances générales

Ces connaissances concernent le dimensionnement et l'optimisation du coût de la colonne (acier-béton).

La justification des sections transversales se fait en flexion composée à l'ELU puis à l'ELS. Le cas le plus défavorable sera considéré. Tandis que la justification des sections à l'effort tranchant, elle se fait uniquement à l'ELU.

L'optimisation du coût total de la colonne revient à optimiser le coût du volume total de béton et des armatures aussi bien longitudinales que transversales.

Comme pour la poutre, le problème de l'optimisation se compose comme indiqué à la section suivante.

6.2.3. Formulation du problème d'optimisation

○ les variables de décision

Les variables de décisions sont cette fois ci, les dimensions géométriques de la section transversale des poteaux (b_1 et h_1) et les sections d'armatures longitudinale et transversale.

○ la fonction objectif

La fonction coût est exprimée par la relation :

$$\text{coût} = \sum C_b (b_1 h_1 + \text{rap } A_{\text{tot}}) h(i) \quad (6.1)$$

Avec :

$$A_{\text{tot}} = A_S + A_{\text{equi}}$$

$h(i)$: hauteur de l'étage i .

b_1 : largeur de la section.

h_1 : hauteur de la section.

A_S : section d'armatures longitudinales.

A_{equi} : section d'armatures longitudinale équivalente en poids à celle de la section d'armatures transversale.

Le problème consiste donc à déterminer la valeur minimale de la fonction coût et en déduire les valeurs optimales des variables de conception ainsi que les sections d'armatures longitudinales et transversales.

○ Les contraintes

Les contraintes que doivent vérifier les poteaux, sont celles préconisées par les règlements RPA [59], [60] et BAEL, à savoir : le coffrage de la section de poteaux, pourcentages des armatures longitudinales et les armatures transversales

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} \min(b_1, h_1) \geq 25 \text{ cm} \quad \text{en zone I et IIa} \\ \min(b_1, h_1) \geq 30 \text{ cm} \quad \text{en zone IIb et III} \\ \min(b_1, h_1) \geq \frac{h_e}{20} \\ \frac{1}{4} < \frac{b_1}{h_1} < 4 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Contraintes} \\ \text{géométriques} \\ \text{de coffrage} \end{array} \quad (6.2)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} 0.7\% \leq \frac{A_{\text{tot}}}{b_1 h_1} \leq 4\% \quad \text{en zone I} \\ 0.8\% \leq \frac{A_{\text{tot}}}{b_1 h_1} \leq 4\% \quad \text{en zone IIa} \\ 0.9\% \leq \frac{A_{\text{tot}}}{b_1 h_1} \leq 4\% \quad \text{en zone IIb et III} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Contraintes liées au} \\ \text{pourcentage d'acier} \end{array} \quad (6.3)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} A_s \geq \max \left(\frac{b_1 h_1}{1000}, \frac{f_{t28}}{f_e} b_1 h_1 \right) \\ \frac{A_{\text{trans}}}{st.b_1} = -0.25 \lambda g + 1.55 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{contraintes de comportement en flexion} \end{array} \quad (6.4)$$

$$\bullet V = \frac{N_d}{B_c f_{c28}} \leq 0.30 \quad \begin{array}{l} \text{contrainte de rupture fragile} \\ \text{sous sollicitations sismiques} \end{array} \quad (6.5)$$

6.3. RÉOLUTION DU PROBLÈME

L'optimisation globale de la colonne de poteau ne peut se faire sans optimiser les sections d'armatures longitudinales et transversales.

En effet, les sections d'armatures longitudinales obtenues par les modules de calcul doivent être distribués intelligemment dans les deux sens. Vu la réversibilité des sollicitations, notamment sismiques, nous retenons pour un direction donnée (x ou y) la section d'armatures maximale des deux sections tendue et comprimée pour les deux nappes d'armatures. Nous essayons de placer autant que faire ce peut, le maximum de barres aux coins de la section de béton, parce que celles-ci travaillent dans les deux sens et dans les deux directions.

Les armatures transversales doivent être dimensionnées et distribuées correctement de telle manière à respecter les contraintes techniques et réglementaires.

Dans ce qui suit, nous allons présenter les processus de dimensionnement et d'optimisation des armatures longitudinales, les armatures transversales et enfin l'optimisation globale de la colonne de béton

6.3.1. Dimensionnement et Optimisation des armatures longitudinales

Le calcul de section en flexion composée se fait à l'ELU selon les règlements BAEL et RPA, en respectant les différentes contraintes relatives au pourcentage et de résistance, énumérées au paragraphe 6.2.2. Après le calcul de sections, leur optimisation est réalisée en vue de déterminer la section finale effective. Le processus d'optimisation des armatures longitudinales est défini par les étapes suivantes :

Les sections d'armatures longitudinales dans les deux sens A_{SX} et A_{SY} étant obtenues par les modules de calcul de sections (armatures totales supérieures et inférieures selon chaque sens) ;

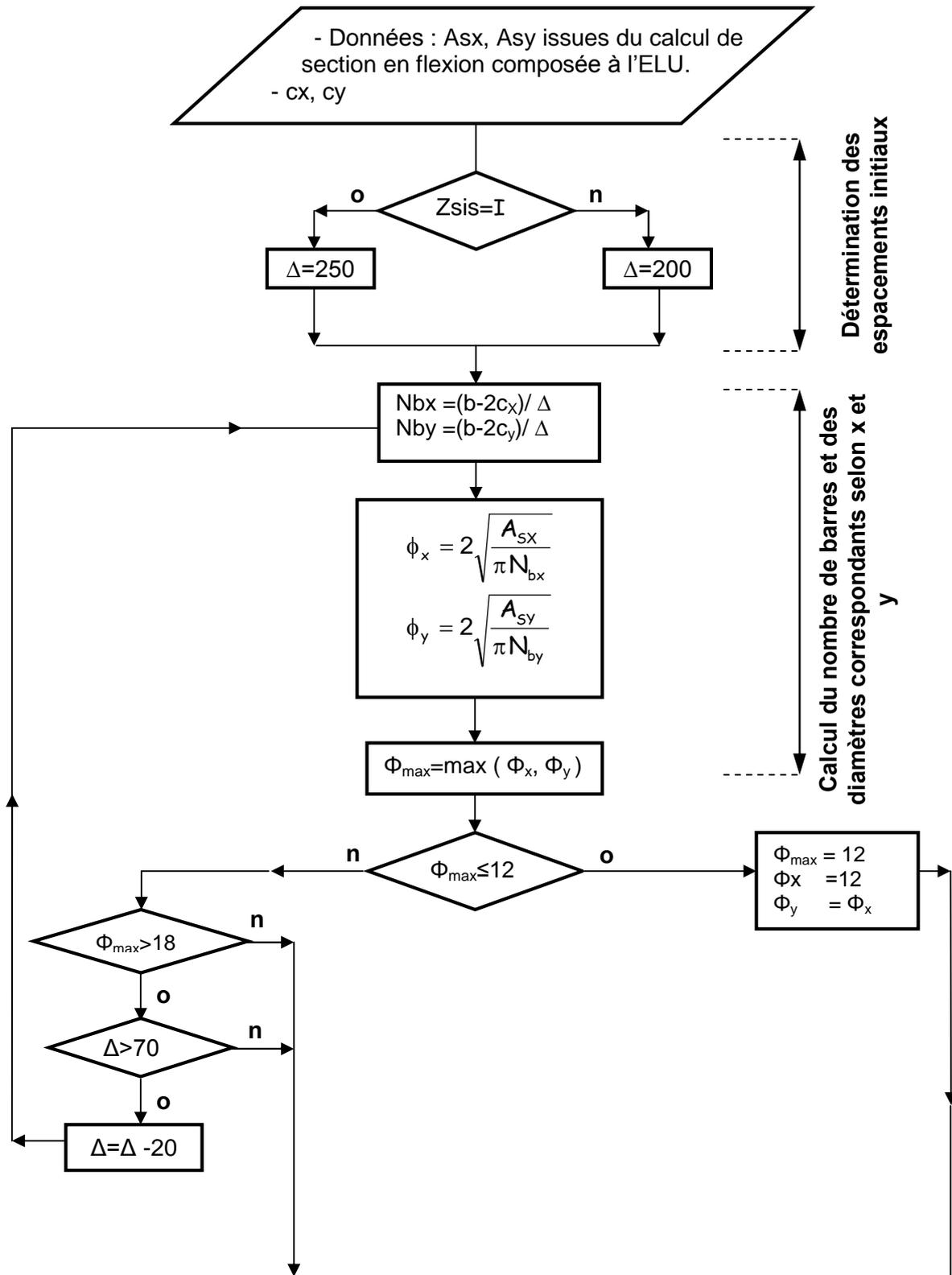
1. choix des espacements initiaux égaux aux espacements maximaux réglementaires RPA ;
2. détermination des nombres de barres (N_{bx} et N_{by}) ainsi que leur diamètres (Φ_x et Φ_y) dans les deux directions ;
3. réajustement des nombres et diamètres des barres : si leur diamètre est inférieur à 12mm, il sera pris égal à cette valeur, et si il est supérieur à 18mm, on diminue progressivement l'espacement des barres pour avoir un diamètre inférieur à celle-ci. L'espacement minimal a été fixé à 7cm ;
4. déduction des nouvelles sections d'armatures par les formules suivantes :

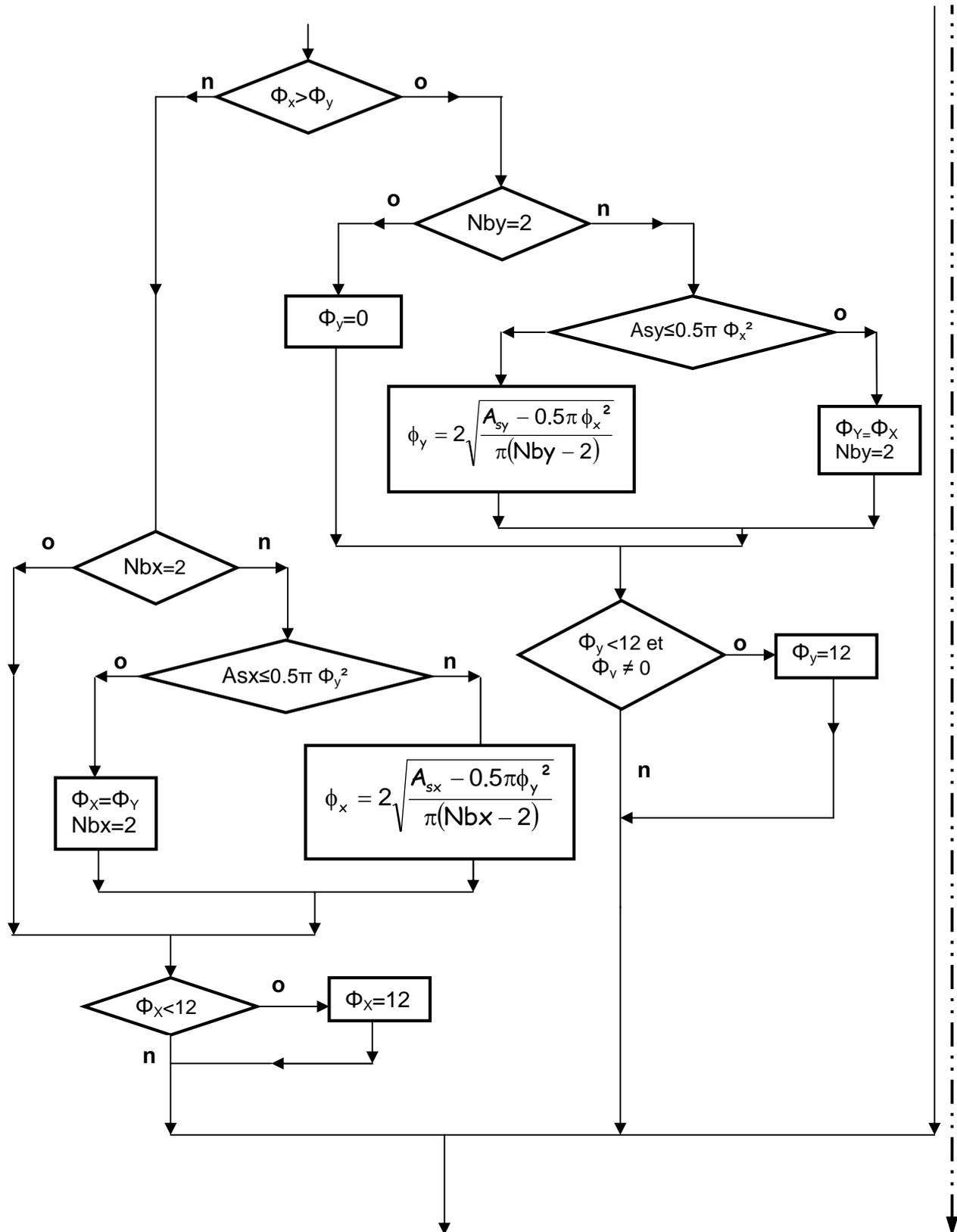
$$\left. \begin{array}{l} A_{SX} = 0.5 \pi (\max(\phi_x, \phi_y))^2 + \pi \frac{(N_{bx} - 2) \phi_x^2}{4} \\ A_{SY} = \frac{\pi (N_{by} - 2) \phi_y^2}{4} \end{array} \right\} \text{si } \phi_x > \phi_y$$

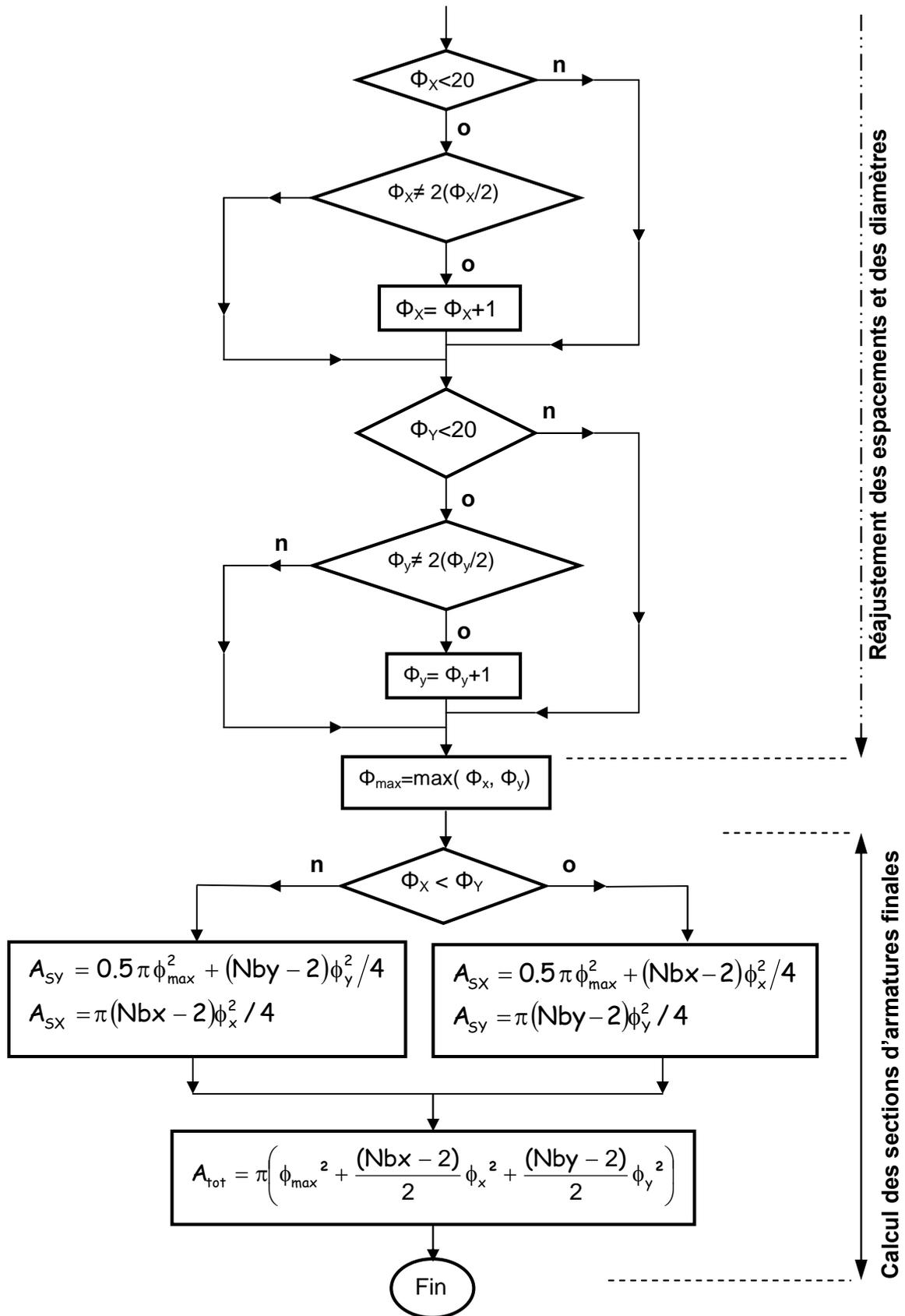
$$\left. \begin{array}{l} A_{SY} = 0.5 \pi (\max(\phi_x, \phi_y))^2 + \frac{(N_{by} - 2) \phi_y^2}{4} \\ A_{SX} = \frac{\pi (N_{bx} - 2) \phi_x^2}{4} \end{array} \right\} \text{si } \phi_x \leq \phi_y$$

$$A_{\text{tot}} = \pi \left((\max(\phi_x, \phi_y))^2 + \frac{(N_{bx} - 2)}{2} \phi_x^2 + \frac{(N_{by} - 2)}{2} \phi_y^2 \right)$$

L'organigramme suivant présente le détail du cheminement de cette opération d'optimisation des armatures longitudinales (ces différentes étapes).







Organigramme (6.1) : Optimisation des armatures longitudinales d'un poteau

6.3.2. Dimensionnement et optimisation des armatures transversales

Le calcul de ces armatures se fait seulement à l'ELU, tout en respectant les contraintes relatives au pourcentage d'armatures et de comportement en flexion composée comme indiquées au paragraphe 6.2.2.

Le processus d'optimisation des armatures transversales se compose des étapes suivantes :

1. Limitation du diamètre des barres des armatures transversales entre 6 et 12 mm ;

2. Calcul de l'élançement géométrique par : $\lambda_g = \frac{L_f}{\min(b_1, h_1)}$

3. Détermination des espacements maximaux. des armatures, selon la zone sismique, en zone nodale et en zone courante, respectivement stn et stc comme suit :

$$\bullet \text{ si la zone sismique : I et IIa} \quad \left. \begin{array}{l} \text{stn} = \min(0.15, 10 \phi_L) \\ \text{stc} = 15. \phi_L \end{array} \right\}$$

$$\bullet \text{ si la zone sismique : IIa et III} \quad \left. \begin{array}{l} \text{stn} = 0.1 \\ \text{stc} = \min(0.5b_1, 0.5h_1, 10\phi_L) \end{array} \right\}$$

4. Calcul du pourcentage d'armatures minimal :

$$- A_{st} = 0.008 b_1 st \quad \text{pour : } \lambda_g \leq 3$$

$$- A_{st} = 0.010 b_1 -st (1.55-25\lambda_g) \quad \text{pour : } 3 < \lambda_g < 5$$

$$- A_{st} = 0.003 b_1 st \quad \text{pour : } \lambda_g > 5$$

Puis :

$$A_{st1} = \frac{\rho_a V_u st}{h_1 f_e}$$

$$A_{st} = \max(A_{st1}, A_{st})$$

5. Détermination du nombre de cadres par série par : $N_{cps} = \frac{A_{st}}{2 \pi \phi^2}$.

Si ce nombre est supérieur à 3 cadres, le diamètre sera augmenté jusqu'à ce que celui-ci soit inférieur à 3 ;

6. Détermination du nombre total de cadres à reparti sur la totalité de la hauteur :

$$N_c = N_{cc} + N_{cn} \text{ (composée des cadres calculés en zone nodales est zone courante) ;}$$

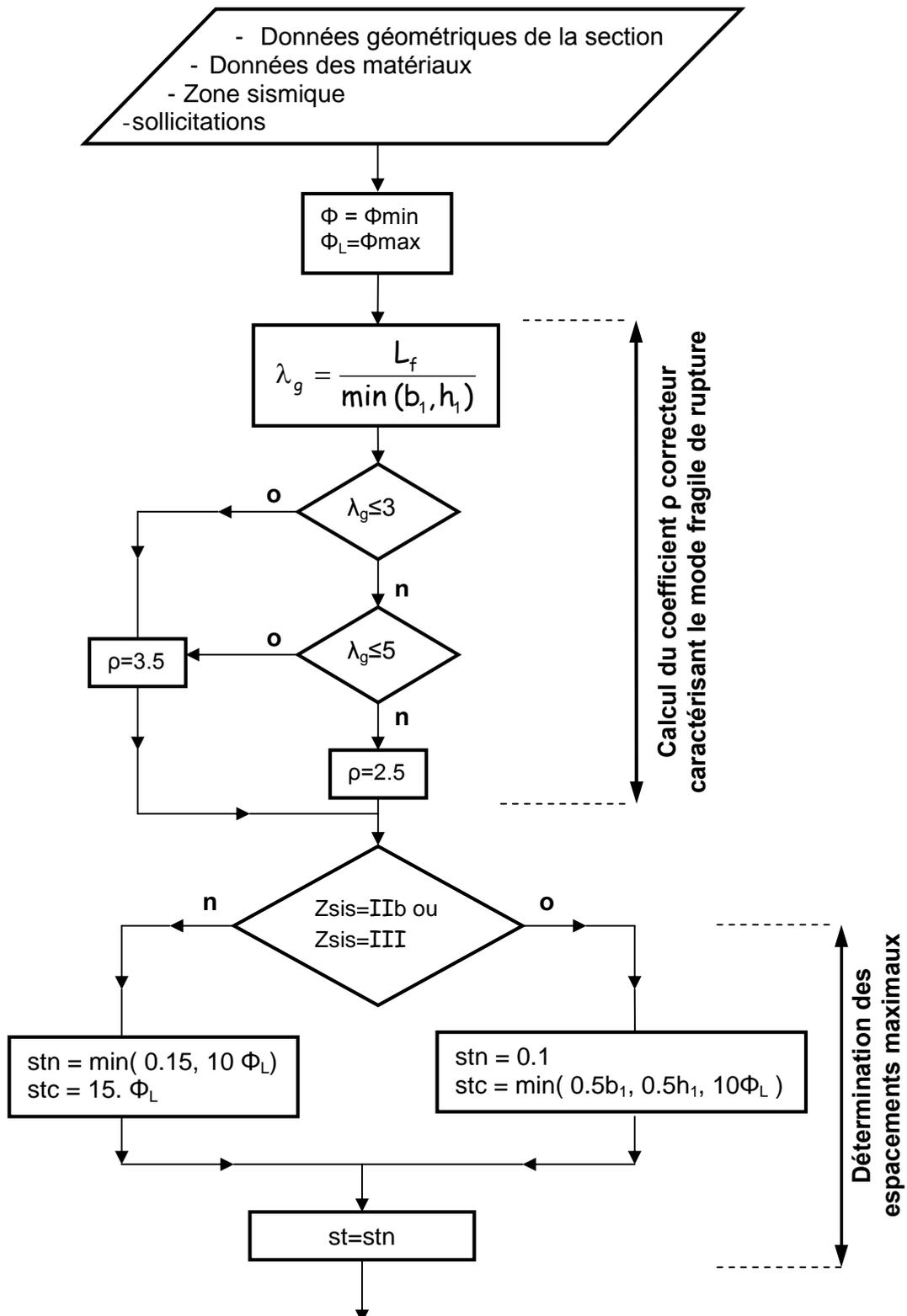
7. Calcul du poids des cadres :

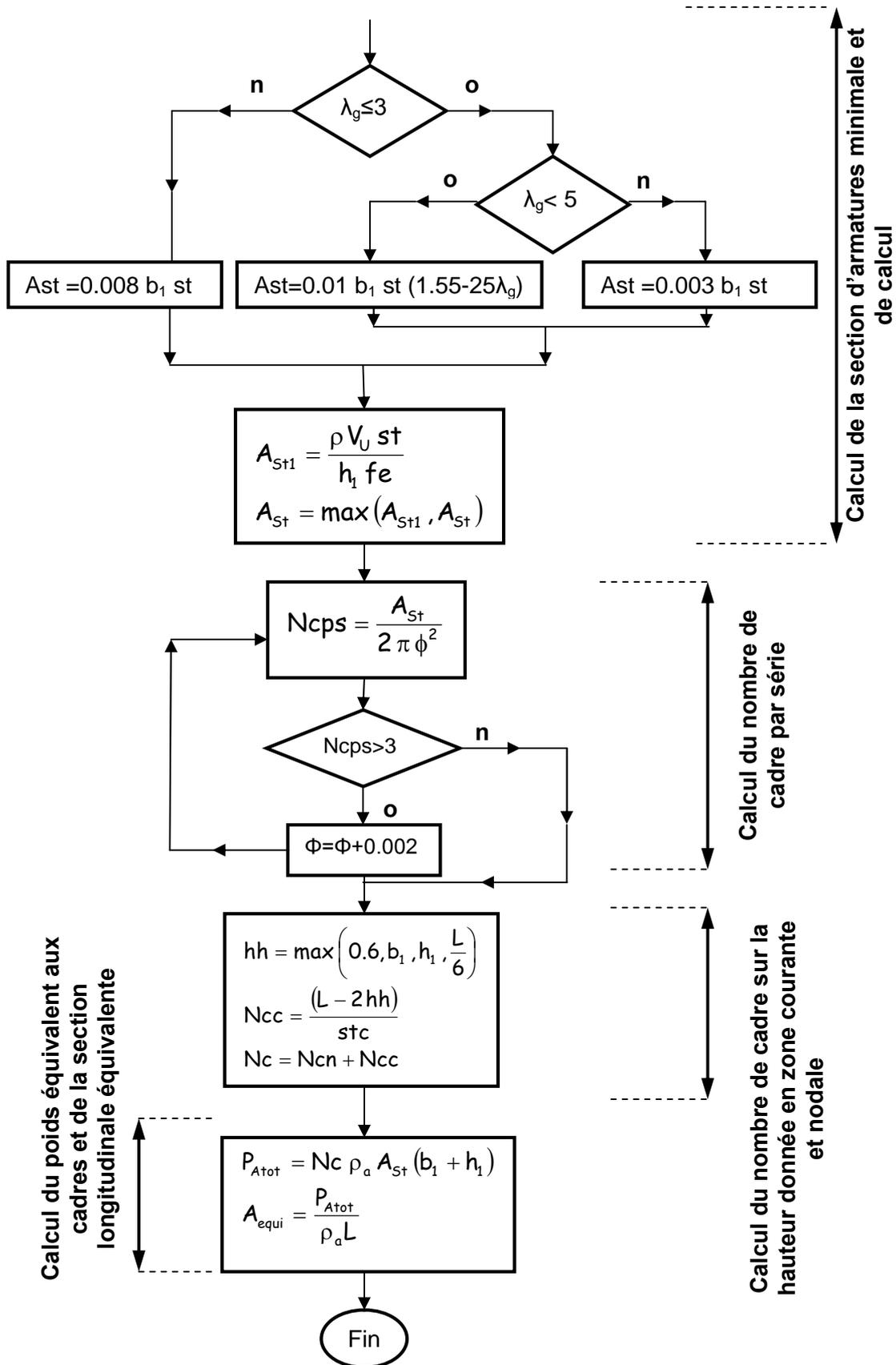
$$P_{A_{tot}} = N_c \rho_a A_{st} (b_1 + h_1) ;$$

8. Calcul de la section équivalente :

$$A_{\text{equi}} = \frac{P_{\text{A tot}}}{\rho_a L}$$

L'organigramme suivant représente la structure du module informatique dédié au calcul et à l'optimisation des armatures transversales.



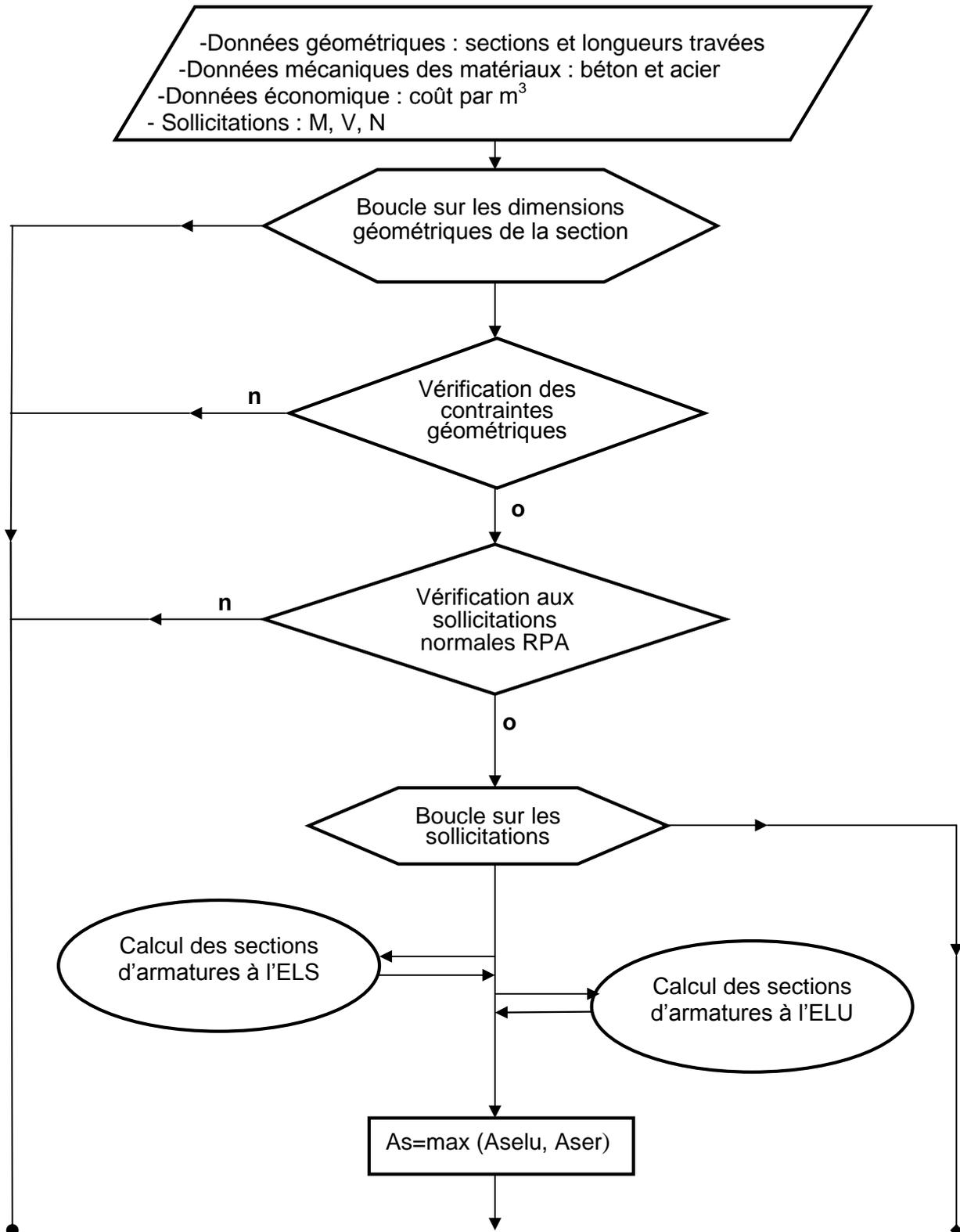


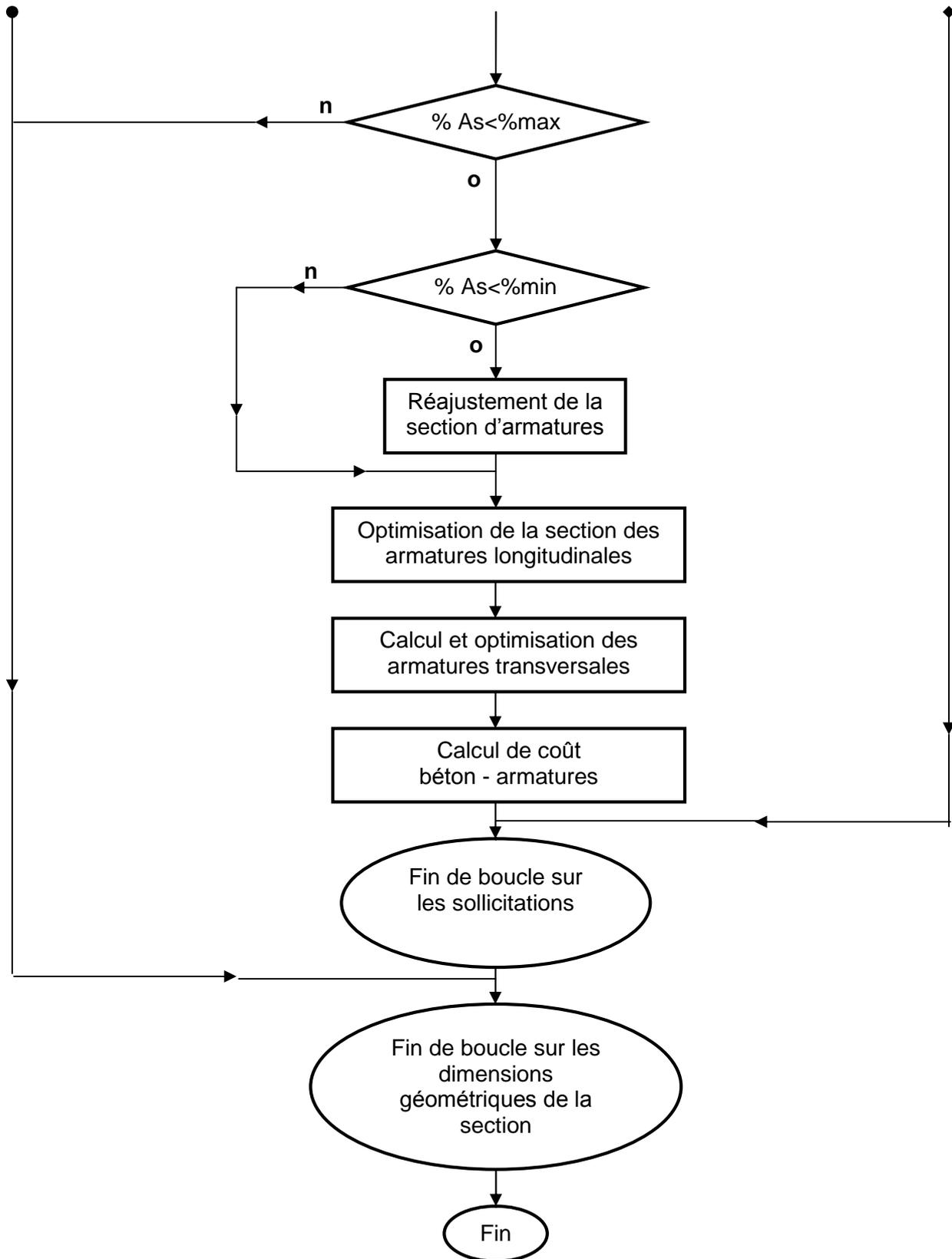
Organigramme (6.2) : Dimensionnement et optimisation des armatures transversales d'un poteau

6.3.3. Optimisation globale

Pour la résolution du problème d'optimisation globale de la colonne de poteau, nous avons adopté une approche algorithmique itérative. Celle-ci est concrétisée par la conception et l'élaboration d'un programme informatique que nous avons appelé **optpoteau**.

L'organigramme suivant décrit grossièrement les différentes phases de ce processus de dimensionnement et d'optimisation globale de la colonne de poteau.





Organigramme (6.3) : Optimisation globale d'une colonne de poteaux

6.3.4 Optimisation de la colonne intégrée à une structure

Rares sont les colonnes qui ne sont pas solidaires à une structure. Il est souvent donc question de tenir compte de l'interaction de la colonne avec les autres éléments structuraux. Si les dimensions des poteaux varient, les sollicitations varient également en conséquence. Par conséquent, l'optimisation ne serait rendue possible que par un ensemble d'itérations incluant les deux étapes : détermination des sollicitations puis optimisation du coût final de la colonne.

Pour aider à accélérer la convergence vers la solution optimale, nous proposons d'adopter l'algorithme suivant :

1. Choisir des dimensions géométriques initiales des sections légèrement surdimensionnées pour ne pas limiter le champ des solutions admissibles ;
2. Évaluer à l'aide de logiciel de calcul de structures les sollicitations ;
3. Procéder à l'opération « optimisation » à l'aide du programme **optpoteau** en se basant sur les sollicitations obtenues précédemment ;
4. Refaire la deuxième et la troisième étape jusqu'à l'obtention des résultats satisfaisants, c'est-à-dire, convergence des dimensions de calcul des sollicitations vers les dimensions optimisant le coût.

Il demeure néanmoins, impératif de veiller à faire toutes les vérifications liées à la variation des dimensions telles que les déformations absolues et relatives de la structure.

6.4. PRÉSENTATION ET ANALYSE DE QUELQUES RÉSULTATS

Données du problème

Nous considérons les poteaux de la structure présentée dans le chapitre précédent.

Les données prises en compte ici sont les suivantes :

Résistance caractéristique du béton à 28 jours : f_{c28}	25MPa
Limite élastique de l'acier : f_e	400MPa
Contrainte limite du béton à l'ELU : f_{bu}	14.17MPa
Contrainte limite du béton à l'ELS : $\bar{\sigma}_b$	15MPa
Contrainte limite de l'acier à l'ELU : f_s	348MPa
Module de déformation longitudinale de l'acier : E_s	$2 \cdot 10^5$ MPa
Module de déformation longitudinale de béton : E_b	32164MPa
Pourcentage géométrique minimal pour le poteau	0.7% zone III

Pourcentage géométrique maximal pour le poteau	4%
Rapport de coût : $\frac{C_s}{C_b}$	52
Coût unitaire de béton : C_b	9000DA
Hauteur étage RDC : h_{RDC}	4.08m
Hauteur étage courant : h_C	3.06m
Combinaisons de charges :	- G+Q - 1.35G+1.5Q - 0.8 G ± E - G + Q ± 1.2E
Sollicitations considérés :	- $N_{max} \rightarrow M_{corre}$ - $N_{min} \rightarrow M_{corre}$ - $N_{corre} \rightarrow M_{max}$

Tab (6.1) : Données de base pour l'élément poteau

Nous considérons dans un premier temps que les poteaux des deux niveaux sont ferrillés identiquement (*cas A*), puis dans un deuxième temps, ils sont ferrillés différemment (*cas B*).

La section transversale des poteaux prise en compte dans la première itération est de 40x40 cm².

Les résultats obtenus à partir des simulations moyennant le logiciel de calcul des structures et le programme Optpoteau sont récapitulés dans les tableaux suivants.

NB : Les unités utilisée ci-après sont comme suit :

Les efforts en KN ;

Les moments en KNm ;

Section d'armatures en cm² ;

Les coûts en DA.

Identification des abréviations utilisées dans les tableaux suivant :

Coutlong : coût du béton et des armatures longitudinales.

Coutrans : coût des armatures transversales.

A_{equi} : section des armatures correspondante à la section des cadres.

Cas A : ferrailage identique des poteaux des deux niveaux**A1. Itération 1**

Les sollicitations les plus défavorables obtenues dans les deux directions en considérant que la section est de 40X40, sont :

Niv_RDC + Niv_1						
40x40	combinaison	Direction X		Direction Y		V _{umax}
SDT	N _{max} → M _{corre}	-705,76	1,6	-705,76	-4,35E-01	-49,42
	N _{min} → M _{corre}	-88,22	-45,88	-88,22	-9,7	
	N _{corre} → M _{max}	-169,86	83,4	-199,95	-14,52	
SA	N _{max} → M _{corre}	-522,81	-144,97	-537,37	-158,41	
	N _{min} → M _{corre}	-24,33	20,94	-23,21	98,11	
	N _{corre} → M _{max}	-294,62	197,71	-292,85	-176,99	
ELS	N _{max} → M _{corre}	-507,04	-4,0E-1	-507,04	-1,66E-01	
	N _{min} → M _{corre}	-64,2	-33,27	-64,2	-7,14	
	N _{corre} → M _{max}	-124,44	60,93	-156,18	-10,67	

Tab (6.2) : Sollicitations obtenues par la section 40x40 (ferrailage identique)

Les résultats de l'optimisation se présentent comme suit :

Section 40x40	A _{tot} (cm ²)	Coutlong (DA)	A _{equi} (cm ²)	Coutrans (DA)	$\frac{A_{equi}}{A_{tot}}$ (%)	$\frac{coutrans}{coutlong}$ (%)
Niv RDC	34.66	12494.68	6.09	1163.51	17.57	9.31
Niv_1		9369.99	6.87	984.51	19.82	10.51
		21864.67		2148.02		9.82
(RDC)+(1)				24012.69		
(X)18				432228.42		

Tab (6.3) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferrailage identique)

L'opération optimisation a permis d'obtenir les valeurs optimales suivantes :

Section 35x35	A_{tot} (cm ²)	Coutlong (DA)	A_{equi} (cm ²)	Coutrons (DA)	$\frac{A_{equi}}{A_{tot}}$ (%)	$\frac{coutrons}{coutlong}$ (%)
Niv RDC	42.83	12676.51	4.69	895.61	10.95	7.065
Niv _1		9507.38	5.29	757.82	12.35	7.97
		22183.89		1653.34		7.45
	(RDC)+(1)			23837.32		
	(X)18			429071.76		

Tab (6.4) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferrailage identique)

A2. Itération 2

Après introduction de la section optimale 35X35 dans le logiciel de calcul de structure nous avons obtenu presque les mêmes sollicitations que précédemment. Les résultats de l'optimisation obtenus par le programme optpoteau sont presque identiques à ceux obtenus précédemment.

En analysant les résultats, nous avons constaté que les contraintes de pourcentage géométrique et la condition de rupture fragile ne sont pas vérifiées pour les sections inférieures à 35x35. A titre d'analyse nous allons introduire la section 30X30 dans l'itération suivante.

A3. Itération 3

Les nouvelles sollicitations sont :

Niv RDC et Niv -1						
30x30	combinaison	Direction X		Direction Y		V_{umax}
SDT	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-719,68	1,2	-719,68	-2,64E-01	30,34
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-81,95	-28,11	-81,95	6,28	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-163,41	49,26	-209,77	-9,67	
SA	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-548,9	-105,02	-533,95	-93,37	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-23,82	78,35	-27,02	14,41	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-170,28	114,77	-292,22	133,17	
ELS	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-525,13	8,68E-01	-525,13	-1,96E-01	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-59,63	-20,37	-59,63	4,63	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-119,73	35,95	-152,54	7,11	

Tab (6.5) : Sollicitations obtenues par la section 30x30 (ferrailage identique)

En introduisant ces données dans le programme Optpoteau, nous avons obtenu les mêmes dimensions optimales que dans la première et deuxième itération, c'est-à-dire une section de béton 35X35. Nous concluons que nous avons atteint les valeurs optimales

Cas B : ferrailage différent des poteaux des deux niveaux

En procédant de la même manière que dans le cas A, aussi bien sur le plan raisonnement que sur le plan approche, nous obtenons les résultats par itération et par niveau comme suit :

B1. Itération 1

RDC						
40x40	combinaison	Direction X		Direction Y		V_{umax} (KN)
SDT	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-705,76	1,6	-705,76	-4,35E-01	-10,06
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-194,72	-15,84	-194,72	-3,26	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-331,64	-24,34	-205,73	-4,79	
SA	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-522,81	-144,97	-537,37	-158,41	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-32,95	62,41	-23,21	98,11	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-294,62	197,71	-292,85	-176,99	
ELS	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-515,2	1,16	-515,2	-3,22E-01	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-141,34	-11,34	-141,34	-2,39	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-253,81	20,04	-294,44	-3,5	
Niv -1						
40x40	combinaison	Direction X		Direction Y		V_{umax}
SDT	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-369,17	7,49	-369,17	1,96	-49,42
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-88,22	-45,88	-88,22	9,7	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-169,86	83,4	-199,95	14,52	
SA	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-272,62	-70,06	-275,48	-62,91	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-24,33	20,94	-23,35	41,57	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-102,95	125,3	-113,63	-96,78	
ELS	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-270,42	5,45	-270,42	-1,45	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-64,2	-33,27	-64,2	-7,14	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-124,44	60,93	-145,41	10,67	

Tab (6.6) : Sollicitations obtenues par la section 40x40 (ferrailage différent)

Section 40x40	A_{tot} (cm ²)	Coutlong (DA)	A_{equi} (cm ²)	Coutrons (DA)	$\frac{A_{equi}}{A_{tot}}$ (%)	$\frac{coutrons}{coutlong}$ (%)	
Niv RDC	34.66	12497.32	6.09	1164.026	17.57	9.31	
Niv _1	20.60	7358.46	6.877	984.945	33.38	13.39	
		19855.78		2148.97		10.82	
	(RDC)+(1)	22004.75					
	(X)18	396085.50					

Tab (6.7) : Résultats obtenus par la section 40x40 (ferraillage différent)

Section 35x35	A_{tot} (cm ²)	Coutlong (DA)	A_{equi} (cm ²)	Coutrons (DA)	$\frac{A_{equi}}{A_{tot}}$ (%)	$\frac{coutrons}{coutlong}$ (%)	
Niv RDC	42.83	12678.826	4.692	896.062	10.95	7.07	
Niv _1	24.87	6936.989	5.294	758.207	21.29	10.93	
		19613.32		1554.27		7.92	
	(RDC)+(1)	21270.085					
	(X)18	382861.53					

Tab (6.8) : Résultats de l'optimisation obtenus par la section 40x40 (ferraillage différent)

B2. Itération 2

Nous obtenons presque les mêmes sollicitations et valeurs optimales que celles obtenues dans la première itération.

L'examen des résultats, montre que la section 30X30cm² présentant un coût inférieur au coût de l'itération précédente.

B2. Itération 3

Pour les mêmes raisons évoquées ci-avant, nous considérons une section de poteau égale à 30X30cm².

RDC						
30x30	combinaison	Direction X		Direction Y		V_{umax}
SDT	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-719,68	1,2	-719,68	-2,64E-01	-7,12
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-174,89	-11,4	-174,89	2,44	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-327,6	19,55	-418,7	-3,68	
SA	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-548,9	-105,02	-533,95	-93,37	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-23,82	78,35	-32,94	50,66	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-250,26	-114,77	-292,22	133,17	
ELS	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-525,13	8,68E-01	-525,13	-1,96E-01	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-126,85	-8,18	-126,85	1,79	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-239,35	14,17	-303,07	-2,7	
Niv -1						
30x30	combinaison	Direction X		Direction Y		V_{umax}
SDT	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-377,19	4,98	-377,19	-1,16	-30,34
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-81,95	-28,11	-81,95	6,28	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-163,41	49,26	-209,77	-9,67	
SA	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-280,45	-45,68	-278,06	-46,57	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-25,66	29,57	-27,02	14,41	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-99,85	-56,00	-1063	-79867	
ELS	$N_{max} \rightarrow M_{corre}$	-276,21	3,62	-276,21	-8,61E-01	
	$N_{min} \rightarrow M_{corre}$	-59,63	-20,37	-59,63	4,63	
	$N_{corre} \rightarrow M_{max}$	-119,73	35,95	-152,54	7,11	

Tab (6.9) : Sollicitations obtenues par la section 30x30 (ferraillage différent)

Les dimensions optimales réalisables de la section de béton sont de 35X35. Nous constatons que nous convergions vers la même solution optimale que pour les deux précédentes itérations.

Récapitulation générale

	Section	Cas A (ferr ident)	Cas B (ferr diff)
A_{tot} (cm ²)	40x40	34.66	34.66 et 20.60
$couttot$ (DA)		432228.42	396085.50
A_{tot} (cm ²)	35x35	42.83	42.83 et 24.87
$couttot$ (DA)		429071.76	382861.53

Tab (6.10) : Récapitulation des Résultats

COMMENTAIRE

D'après l'analyse des résultats obtenus par le programme `optpoteau`, nous avons remarqué que les sections d'armatures longitudinales optimales sont générées par les combinaisons accidentelles et plus exactement par le couple de sollicitations (M_{\max} , N_{corres}).

La convergence vers les valeurs optimales a été rapidement obtenue (deux itérations).

Les sections transversales optimales réalisables des poteaux dans les deux cas d'optimisation sont identiques et égales à 35x35 cm².

Nous constatons que nous réalisons dans le cas d'optimisation B, comparativement au cas A. un gain total respectivement pour les deux cas étudiés de 0.7% et 3.3%.

6.5. CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré au dimensionnement et à l'optimisation de la colonne de poteaux. Comme pour les poutres, nous pouvons avoir : des poteaux isolés constituant des appuis simples et des poteaux faisant partie d'un système de structure (portiques).

L'optimisation de la première catégorie de poteaux ne pose aucun problème. Connaissant les sollicitations, le programme `optpoteau` suffit pour réaliser en une seule itération l'optimisation souhaitée.

En revanche, les poteaux faisant partie d'une structure posent le même problème que celui des poutres du fait que les sollicitations sont étroitement liées aux rigidités relatives des éléments structuraux. L'optimisation ne peut être donc réalisée que par une succession d'itérations de calcul de sollicitations et de dimensionnement optimal. L'exemple traité ci avant illustre bien ce processus qui fait appel en plus du programme `optpoteau` à un logiciel de calcul de structure.

Conclusion et perspectives

CONCLUSION

L'identification des différentes données relatives à une structure ou un projet en béton armé, est effectuée à la phase d'avant-projet sommaire, par la suite, ces données vont servir à l'établissement d'un devis quantitatif en réalisant l'estimation d'une manière traditionnelle selon la méthode des ratios élémentaires.

La phase APD peut être ensuite engagée pour aboutir à la justification des différents éléments structuraux vis-à-vis des contraintes techniques et réglementaires, et l'établissement des plans bons pour exécution.

Les outils de dimensionnement existants ne permettent pas de résoudre la problématique de choix ou d'optimisation de système de structures dans sa globalité, car ces derniers se limitent aux calculs classiques de structures (détermination des éléments de réduction), sinon, ils se contentent de déterminer le ferrailage conséquent selon les dispositions réglementaires et de construction. Cependant, les versions les plus récentes des logiciels permettent de faire l'optimisation des structures en fonction des critères poids ou ratio entre les sections de béton et des armatures.

Notre travail s'intègre donc dans le cadre général de l'aide à la décision, dès les premières phases de la conception de projets dont la structure se compose de poutres et/ou de poteaux.

Dans le but de mettre à la disposition des architectes et ingénieurs des outils efficaces permettant de les aider à réaliser les tâches relatives au prédimensionnement optimal des éléments poutres-poteaux et l'élaboration des devis quantitatif et estimatif fondée sur une optimisation rationnelle, nous avons développé les programmes informatiques nommés : **optronçon**, **optpoutre** et **optpoteau**.

1. Le programme **optronçon** offre la possibilité non seulement d'accomplir l'opération de dimensionnement classique d'une section rectangulaire sollicitée en flexion simple, mais aussi l'intégration de la section d'armatures comprimées dans la résistante globale de la section, et l'optimisation des facteurs tels la largeur, la hauteur, la section d'armatures transversales et le coût total acier-béton. Les résultats obtenus par des simulations sont forts intéressants aussi bien sur le plan conception qu'optimisation. Nous avons ainsi montré que la largeur optimale d'une section est égale à la valeur minimale réalisable qui vérifie toutes les contraintes. Par ailleurs, l'intégration de la section d'armatures comprimées est doublement bénéfique. Elle fait réduire la retombée h de la poutre et même son coût total.

Le même programme nous a permis d'établir des outils de travail (voir Annexe2).

2. *Le programme **optpoutre*** permet le dimensionnement et l'optimisation d'une poutre composées de plusieurs travées, sollicitée en flexion simple et intégrée dans un contexte donné. Les dimensions géométriques optimales de la section transversale des travées, correspondant au coût total optimal, ainsi que les sections d'armatures longitudinales et transversales de chaque tronçon sont obtenues après traitement des informations issues du contexte de projet, tout en respectant les contraintes techniques et réglementaires. Nous avons montré aux travers des exemples de simulation l'utilité et l'efficacité de ce programme.

3. *Le programme **optpoteau*** permet aussi le dimensionnement et l'optimisation d'une colonne de poteaux sollicitée en flexion composée, considérée intégrée dans son environnement. Comme pour la poutre, ce programme offre la possibilité d'obtenir les dimensions géométriques optimales de la section transversale des poteaux, les sections d'armatures longitudinales et transversales de chaque poteau, et le coût total optimal correspondant. Ceux ci bien entendu sont obtenus après traitement des informations liées à l'environnement du projet.

L'exemple de simulation nous a bien montré le bon fonctionnement et la pertinence d'un tel programme. Par ailleurs, Nous avons pu conclure que la condition portant sur la limitation du risque de rupture fragile, dictée par les RPA. souvent omise par les ingénieurs, est la plus contraignante.

Enfin, ces programmes ont été conçus et élaborés afin de permettre à leur utilisateur de mener facilement ses propres analyses sur le projet en cours d'études et de pouvoir prendre les bonnes décisions aux moments opportuns sur le choix rationnel des dimensions géométriques de ces éléments structuraux *au regard* de certains nombres de contraintes (contraintes de faisabilité, contraintes architecturales, contraintes économiques...) et de critères (coût, poids, esthétique...)

PERSPECTIVES

Le travail que nous avons réalisé est loin d'être complet ou parfait. En effet, nous nous sommes limités dans notre étude à l'optimisation des éléments structuraux poutres et poteaux dont la section transversale est rectangulaire. Alors qu'en réalité les sections des poutres peuvent avoir d'autres configurations géométriques, par exemple, si elles font partie de la structure d'un plancher, leur section en travée est en forme de T.

Les résultats obtenus nous encouragent à imaginer quelques perspectives telles que :

- l'élaboration automatique des documents graphiques issus de l'opération d'optimisation des éléments structuraux en faisant appel à un modelleur graphique ;
- l'extension de l'optimisation à d'autres formes de section telles que la section en T ou en I pour les poutres et la section en L pour les poteaux, et ce pour répondre à des contraintes techniques, économiques ou de réalisation. Nous constatons que dans certains cas, la disposition de la section d'armatures longitudinales, bien qu'elle vérifie toutes les contraintes, pose un problème au regard de la largeur optimale. La section avec talents en constitue techniquement une bonne solution ;
- la généralisation de l'optimisation au système de structure en portiques autostable dans son intégralité. Ceci, de notre point de vue, ne pourra être rendu possible que par l'intégration du programme d'optimisation à un logiciel de calcul de structures ;
- Sur le plan approche d'optimisation, les résultats obtenus nous incitent à procéder à une analyse multicritère permettant de tenir compte dans la prise de décision d'autres critères tels que la retombée des poutres et le poids de la structure.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Allaire G. **Cours conception optimale de structures**, Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique janvier, Paris, 2004.
- [2] Allaire G. et Jouve F. **A level-set method for vibration and multiple loads structural optimization**, Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique, Paris, 2004.
- [3] Allaire G. et Jouve F. **Optimisation de forme par la méthode des lignes de niveaux**, Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique, Paris, 2003.
- [4] Allen D.E. **Digeste de la construction au canada, CBD-221-F, calcul au états limites**, CNRC, IRC, 1982.
- [5] André G. **Guide pratique de réalisation d'une opération immobilière**, Éditions Eyrolles, 1996.
- [6] Bayon R. **L'établissement d'un projet de bâtiment 1**, Editions Eyrolles, 1985.
- [7] Belazougui M. **Le béton armé aux états limites**, Office des publications universitaires, 1989.
- [8] Belazougui M. **Séminaire sur «Pathologie des constructions au séisme»**, 14 et 15 déc (cas de Beni Chougrane), Directeur du CGS, 1998.
- [9] Boukhaled A. **Élaboration d'un outil d'aide au choix des ouvrages de soutènement**, Thèse Doctorat, Université de Savoie, 1995.
- [10] Boutin B. **Les méthodes d'optimisation de formes en élasticité**, mémoire de stage de Magister, École Normale Supérieure de Cachans, 2004.
- [11] Charbredier, D. **Évaluation du coût de structure de bâtiment et aide à la décision en phase d'APS**, Diplôme de doctorat de troisième cycle, 1986.
- [12] Chelouah, R. **Chapitre 1 généralisés sur les méthodes d'optimisation**, University of Applied Science of Western Switzerland.
- [13] Chon M.Z. **Optimisation des structures en béton**, université de Waterloo, Canada, séminaire *Saint-Rémy-Lès-Chévreuses*, France, 1972

- [14] Cohen G. **Cours convexité et optimisation**, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2000.
- [15] Cohen G. **Optimisation des grands systèmes**, Cours de DEA, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- [16] Coin A. **Ossatures des bâtiments**, Éditions Eyrolles, 1992.
- [17] Duysinx P. **L'optimisation topologique : du milieu continu à la structure élastique**, Thèse Doctorat, Université de Liège, 1996.
- [18] Estingoy P. et Rabatel M. **Montage et suivi d'une opération de construction**, Éditions Le moniteur, Paris, 1994.
- [19] Fedghouche M. F. **Optimisation des éléments de structures en béton armé aux états limites**, Thèse de Magister, ENTP, 2001.
- [20] Fenves S.J. **Le rôle de l'optimisation dans la construction**, Université Carnegie-Mellon, USA, séminaire *Saint-Rémy Lès-Chévreuses*, France, 1972.
- [21] Favre F. – Jaccoud J.P. - Koprna M. - Radojicic A. **Traité de Génie Civil, dimensionnement des structures en béton (dalles, murs, colonnes et fondations)**, Volume 8, Presses polytechniques et universitaires Romandes, 1990.
- [22] Favre F. **Déformations de poutre en béton armé**, EPFL, Suisse, 1996.
- [23] Feyel D. **le problème de Monge**, Exposé 18 mars, l'ESIEA, Université d'Evry Val d'Essonne, 2003.
- [24] Fleury C. **Le dimensionnement automatique des structures élastiques**, Thèse de Doctorat, Rapport SF-72, LTAS, Université de Liège, 1978.
- [25] Fleury C. **Méthodes numériques d'optimisation des structures**, rapport interne LTAS, Université Liège SF-19, 1973.
- [26] Fleury C. et Braibant V. **Structural Optimization: A New Dual Method Using Mixed Variables**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol N° 23, pp. 409-428, 1986.
- [27] Fleury C. et Sander G. **Dual Method for Optimizing Finite Element Flexural Systems**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol N° 37, pp. 249-275, 1983.

- [28] Fox R.L. **Constraint Surface Normals for Structural Synthesis Techniques**, AIAA Journal, vol. 3, N°8, pp 1517-1518, 1965.
- [29] Gangbo W. **Michell Trusses and Existence of Lines of Principal Actions**, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA, 2004.
- [30] Godycki T. et Ćwirko. **Le cisaillement dans le béton armé**, Éditions Dunod, Paris, 1972.
- [31] Hadj Ali N. **Une approche globale d'optimisation des structures métalliques avec les algorithmes génétiques**, Université de Savoie, XXI^{èmes} Rencontres Universitaires de Génie Civil 2003 -Prix « René Houpert ».
- [32] Karsenty G. **La fabrication du bâtiment, Le gros œuvre**, Éditions Eyrolles, 1997.
- [33] Kegl M. - Butin B. et Oblak M.M. **Shape optimal design of elastic planar frames with non linear response**, IJNME, Vol N° 38, pp. 3227-3242, 1995.
- [34] Lacroix R. - Fuentes, A. et Thonier H. **Traité de béton armé**, Éditions Eyrolles, 1982.
- [35] Laplume D. **Application de la programmation orientée objet à l'optimisation plastique de structures axisymétriques**, Thèse Doctorat, École polytechnique de Mons, 2004.
- [36] Mangin J.C. **Méthodes et outils de l'aide à la décision (méthodes d'optimisation monocritère)**, Université de Savoie. Chambéry, 1989.
- [37] Michell A.G. **The limits of economy of material in framed-structures**. *Phil. Mag.* S. 6 8, pages 589-597, 1904.
- [38] Morand D. **Liaison entre la conception et la gestion de projet de bâtiments**, Thèse Doctorat, Université de Savoie, Chambéry, 1994.
- [39] Mougine J.P. **Cours de béton armé BAEL91**, Éditions Berti, Alger, 1994.
- [40] Mougine J.P. **Guide de calcul béton armé- BAEL91 et DTU associés**, Éditions Eyrolles, 1995.
- [41] Muller J. **Aspects pratiques de l'optimisation dans la construction**, Campenon, séminaire *Saint-Rémy Lès-Chévreuses*, France, 1972.
- [42] Naceur H. **L'optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matériels**, Thèse Doctorat, Université Technologique de Compiègne Paris, 1998.

- [43] Oblack M.M. - Kegl M. et Butinar. **An approach to optimal design of structures with non linear response**, IJME, Vol N° 36, pp. 511-521, 1993.
- [44] Otilmani I. **Optimisation multicritère : fondements et concepts**, Thèse Doctorat d'État, Université Joseph Fourier de Grenoble, 1998.
- [45] Pezeshk S. et al. **Optimal design of structures with kinematic non linear behavior**, journal of Engineering mechanics, Vol 118, N°4, 1992.
- [46] Prager W. **A Note on Discretized Michell Structures**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol N°3, pp. 349-355, 1974.
- [47] Prager W. et Taylor J.E. **Problems of Optimal Structural Design**, Journal of Applied Mechanics, Vol N° 35, pp. 102-106, 1968.
- [48] Qucau M. et Trompette P.H. **Two dimensional shape optimal design by the finite element method**, IJNME, Vol N° 15, pp. 1603-1612, 1980.
- [49] Ringertz U .T. **An algorithm for optimization of non linear shell structures**, IJNME, Vol N° 38, pp. 299-314, 1995.
- [50] Roy B. **Méthodologie multicritère d'aide à la décision**, *Economica*, 1985.
- [51] Rozvany G I .N. **Topological optimization of grillage: Past controversies and new directions**, Computers & structures, Vol 36, N°6, pp. 495-512, 1994.
- [52] Shmit L.A. et Farshi. **Some Approximation concepts for Structural Synthesis**, AIAA Journal, Vol N° 12, pp. 692-699, 1974.
- [53] Shmit L.A. **Structural design by synthesis**, proceeding of the second ASCE , Pittsburgh, PA, pp. 105-122, 1960.
- [54] Shmit L.A. et Miura H. **Some Approximation concepts for efficient structural synthesis**, NASA Contractor Report, NASA-CR 2552, 1976.
- [55] Walther R. et Miehlabrad M. **Traité de Génie Civil, dimensionnement des structures en béton, Volume 7**, Presses polytechniques et universitaires Romandes, 1990.
- [56] Zhou M. et Rozvany G.I.N. **The COC algorithm, Part II : Topological, Geometry and Generalized Shape Optimization**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol N° 89, pp. 309-336, 1991.

- [57] Zienkiewicz O.C. et Compbell J.S. **Shape optimisation and sequential linear programming : Optimum structural design**, john wiley, 1973.
- [58] **La modélisation des ouvrages**, sous la direction de Michel Prat, *Éditions Hermès*, paris, 1995.
- [59] **Règles parasismiques Algériennes (RPA99)**, *Éditions CGS*
- [60] **Addenda, aux Règles parasismiques Algériennes**, *Éditions CGS*, 2003.

ANNEXES

ANNEXE 1

Coûts et variables de conception optimaux correspondant à un tronçon de poutre unitaire sollicité en flexion simple

NB :

Les coûts ont été calculés sur la base des données suivantes :

- Le coût de béton par $m^3 = 9000DA$;
- Le coût de l'acier par $m^3 = 468000 DA$;
- Soit un rapport $rap = 52$.

M(MNm) b(cm)	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,4
20	30	40	50	55	60	70	75	80
	6,2	9,54	11,34	14,07	16,35	16,27	17,78	19,08
	0	0	0	0	0	0	0	0
	830,09	1166,4	1430,55	1648,63	1845,11	2021,41	2182,26	2332,8
25	30	35	45	50	55	60	65	70
	5,97	11,02	12,56	15,35	17,59	19,39	20,85	22,04
	0	0	0	0	0	0	0	0
	954,56	1303,24	1600,42	1843,42	2060,79	2257,6	2438,37	2606,49
30	35	35	40	45	50	55	60	65
	5,25	10,58	14,31	17,18	19,39	21,11	22,46	23,54
	0	0	0	0	0	0	0	0
	1190,7	1440,27	1749,6	2019,06	2257,6	2472,94	2671,08	2856,48
35	40	40	40	40	45	50	55	60
	7,00	8,73	13,85	19,79	21,91	23,46	24,63	25,53
	0	0	0	0	0	0	0	0
	1587,6	1668,49	1908,06	2186,05	2442,67	2672,77	2885,1	3084,85
40	45	45	45	45	45	50	50	60
	9,00	9,00	11,69	16,18	21,13	22,67	27,53	28,15
	0	0	0	0	0	0	0	0
	2041,2	2041,2	2166,94	2377,4	2609,08	2861,11	3088,62	3297,26
45	50	50	50	50	50	50	50	55
	11,25	11,25	11,25	13,96	17,92	22,14	26,68	31,62
	0	0	0	0	0	0	0	0
	2551,5	2551,5	2551,5	26783,41	2863,68	3051,28	3273,4	3504,65
50	55	55	55	55	55	55	55	55
	13,75	13,75	13,75	13,75	15,76	19,27	22,94	26,8
	0	0	0	0	0	0	0	0
	3118,5	3118,5	3118,5	3118,5	3212,48	3376,65	3548,74	3729,12

Coûts et variables de conception optimaux correspondant à un tronçon de poutre unitaire sollicité en flexion simple (suite)

0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0.80
85	90	90	95	95	95	95	95
20,18	21,13	23,83	24,48	18,72	30	33,07	36,43
0	0	0	0	0	0	0	0
2474,40	2609,08	2735,05	2855,72	2585,87	3114,12	3257,82	3414,83
75	80	80	85	90	95	95	95
23,03	23,85	26,9	27,36	28,99	28,07	30,6	33,25
0	0	0	0	0	0	0	0
2765,14	2916,00	3058,71	3192,73	2798,31	3451,01	3569,64	3693,81
70	70	75	80	80	85	90	90
24,4	27,86	28,27	28,62	31,30	31,67	31,7	34,36
0	0	0	0	0,91	0	0	0
3032,12	3193,78	3348,11	3499,20	3049,63	3777,38	3913,63	4038,11
65	65	70	70	75	80	80	85
26,25	29,95	30,17	33,71	33,74	33,38	36,41	36,01
0	0	0	0	0,82	0	0	0
3276,05	3449,31	3616,81	3782,56	3291,71	4082,40	4223,79	4362,85
60	60	65	70	70	75	75	80
28,62	32,7	32,61	32,54	36,38	35,57	38,79	38,15
0	0	0	0	1,65	0	0	0
3499,20	3690,21	3866,08	4042,82	3528,80	4364,53	4515,20	4665,60
55	60	60	65	65	70	70	75
31,66	31,7	35,74	0,97	35,76	38,3	41,79	40,8
0	0	0	35,3	0	0	0	0
3709,42	3913,63	4102,58	4284,72	3761,16	4627,28	4790,67	4947,14
55	55	60	60	65	65	70	70
30,86	35,18	34,78	38,78	40,04	41,7	40,67	44,08
0	0	0	0	0,24	0	0	0
39,19,31	4121,57	4327,89	4515,20	3925,11	4876,75	5053,53	5212,98

Les valeurs en gras sont pour des valeurs minimales (section d'armatures minimale RPA).

Coûts et variables de conception optimaux correspondant à un tronçon de poutre unitaire sollicité en flexion simple (suite)

0,85	0,90	0,95	1.	1,05	1,10
95	95	95	95	95	95
38,65	40,5	42,34	44,18	46,03	49,71
1,43	3,27	5,12	6,96	8,8	12,49
3586,02	3758,52	3931,02	4103,52	4276,02	4621,02
95	95	95	95	95	95
36,05	39	42,15	45,53	47,86	51,54
0	0	0	0	1,33	5,02
3824,52	3962,74	4110,10	4268,53	4439,40	4784,40
95	95	95	95	95	95
34,17	36,72	39,36	42,12	45	49,7
0	0	0	0	0	3,17
4164,29	4283,57	4407,16	4536,22	4671,18	4611,90
85	90	90	95	95	95
38,87	38,3	41	40,29	42,84	45,47
0	0	0	0	0	0
4496,76	4627,28	4753,93	4877,96	4997,50	5120,69
80	85	85	90	90	90
41,17	40,36	43,19	42,27	44,92	47,65
0	0	0	0	0	0
4806,55	4948,80	5081,30	5218,17	5342,16	5801,49
75	80	80	80	85	85
44,05	42,92	45,93	49,05	47,51	50,41
0	0	0	0	0	0
5099,05	5248,80	5389,59	5535,32	5666,08	5801,49
70	75	75	80	80	80
47,63	46,05	49,31	47,69	50,69	53,79
0	0	0	0	0	0
5379,16	5530,28	5682,59	5832,00	5972,51	6117,42

ANNEXE 2

Méthodes de calcul de flèches

1. LA MÉTHODE TRILINÉAIRE

Cette méthode est comptée comme étant la 1^{ère} méthode simplifiée développée à l'IBAP/EPFL au début des années 80, elle constituera une base pour les méthodes élaborées par la suite. Cependant son application est limitée au calcul des flèches des structures en béton soumises à une flexion simple. La courbe reliant la flèche à la courbure est approchée par une loi trilineaire caractérisée par les trois stades :

➤ **stade I**

Tant que les contraintes de traction dans le béton restent inférieures à sa résistance à la traction, l'élément est considéré comme non fissuré, possédant un comportement linéaire et homogène.

➤ **stade II**

Une fois la contrainte de traction du béton atteinte, la formation des fissures s'initie, ce stade est également décomposé en deux stades :

a. phase de formation des fissures (sur appuis)

Une diminution progressive de la rigidité de l'élément se trouve diminuée en parallèle avec la formation des fissures.

b. phase de fissuration stabilisée (en travée)

La stabilisation de formation des fissures règne dans, le comportement de l'élément est quasiment linéaire.

➤ **stade de la rupture**

Ce stade est caractérisé par l'écoulement des aciers utilisés soit un comportement non linéaire à l'approche de la rupture. Quand l'allongement à la rupture de l'acier atteint sa valeur à la rupture, il y a ruine de l'élément.

La flèche probable est évaluée par :

$$W_1 \cong K_{S1} (1 + K_{\phi 1} \phi) W_C \text{ en stade non fissuré}$$

$$W_2 \cong K_{S2} (1 + K_{\phi 2} \phi) W_C \text{ en stade fissuré}$$

W_C : flèche de base résultante d'un calcul élastique en prenant la rigidité du béton seul.

K_{S1}, K_{S2} : coefficients de correction de la courbure de base prenant en compte l'effet de l'armature tendue, donnés sous forme de courbes.

$K_{\phi 1}, K_{\phi 2}$: coefficients de correction du fluage en prenant en compte les armatures, donnés sous forme de courbes.

ϕ : Coefficient de fluage.

2. LA MÉTHODE BILINÉAIRE

C'est une méthode qui est développée à partir de la méthode trilinéaire.

Du fait de l'importance du phénomène de retrait, cette méthode prend en considération son effet. Donc la flèche probable est exprimée par :

$$W = W_2 - (W_{2R} - W_{1R}) \beta$$

W_{2R}, W_{1R} : flèches en stades I et II correspondant au moment de fissuration.

β : coefficient tenant en compte de l'adhérence des barres et la durée d'application des charges.

3. La Méthode Des Coefficients Globaux

Toujours dans le but d'estimer la flèche la plus probable, la méthode des coefficients globaux a été élaborée en se basant sur la méthode bilinéaire moyennant des simplifications supplémentaires. Donc la flèche probable est exprimée par :

$$W = W_C K_t K'_S$$

K_t : coefficient global de correction pour les flèches sous les charges de longues durées.

K'_S : coefficient de correction global tenant compte de l'influence de l'armature en compression.

4. LA MÉTHODE SIA162/CODE MODÈLE CEB ET FIP 1990

Dans le but toujours de simplifier d'avantage les calculs pour l'ingénieur constructeur pour les cas pratiques de bâtiment, une méthode a été développée et adoptée par la norme A162, le code modèle CEB et FIP 1990 et l'eurocode2. Cette méthode se base sur la méthode des coefficients globaux en lui apportant certaines simplifications spécifiques.

Les études paramétriques effectuées sur les coefficients globaux de correction ont montré que ceux-ci dépendent essentiellement des paramètres suivants :

-
- le rapport $\frac{d}{h}$;
 - rapport du pourcentage des armatures comprimées et du pourcentage des armatures tendues;
 - coefficient de fluage.

La flèche probable est exprimée par :

$$W = (1 + \phi) W_C \text{ en stade fissuré}$$

$$W = W_C (1 + K_\phi \phi) K_S$$

$$W = \frac{h^3}{d} \eta (1 - 20\rho'_m) W_C \text{ en stade fissuré}$$

ρ'_m : pourcentage des armatures comprimées

η : facteur de correction qui tient compte des effets des armatures, de la fissuration et du fluage.

ANNEXE 3

Calcul des coûts unitaires des matériaux béton-acier

**Bordereaux des prix unitaires de la construction BPU. Nord/Sud 1999/2000
CNAT/CSC**

Tab.a - Acier : *courts ouvrages en élévation comprenant : fourniture, façonnage en coupes, fils de ligature, manutentions et toutes sujétions d'exécution.*

élément	prix DA/kg (hors TVA)		
	zone Nord	zone Sud	rapport zone
poutre	63	72	1.14
poteau	63	72	1.14
dalle	62	70	1.14

Tab.b - Coffrage en bois : *coffrage plan ordinaire en bois, y compris étais, pointes, huile de décoffrage et toutes sujétions de décoffrage.*

élément	prix DA/m ² (hors TVA)		
	zone Nord	zone Sud	rapport zone
poutre	339	347	1.02
poteau	347	380	1.10
dalle	369	380	1.03

Tab.c - béton : *confection, coulage, vibration, manutention, fourniture et toutes sujétions (fabrication et mise en œuvre)*

élément	prix DA/kg (hors TVA)		
	zone Nord	zone Sud	rapport zone
poutre	5464.	6388.	1.17
poteau	5502.	6388.	1.16
dalle	5464.	6388.	1.17

Calcul des coûts unitaires : C_s pour acier et C_b pour béton

• **acier**

zone Nord

poutre : $C_s=63 \times 7850 = 494550$ **DA**

dalle : $C_s=62 \times 7850 = 486700$ **DA**

poteau : $C_s=72 \times 7850 = 565200$ **DA**

zone Sud

poutre : $C_s= 72 \times 7850 = 565200$ **DA**

dalle : $C_s= 70 \times 7850 = 549500$ **DA**

• **béton**

Le coût du béton comprend le coût du coffrage (un mètre cube de béton consomme en moyenne 12 m² de coffrage en bois).

zone Nord

poutre : $C_b= 339 \times 12+5464 = 9532$ **DA**

dalle : $C_b= 369 \times 12+5464 = 9892$ **DA**

poteau : $C_b= 347 \times 12+5502 = 9666$ **DA**

zone sud

poutre : $C_b=369 \times 12+6388 = 10816$ **DA**

dalle : $C_b=380 \times 12+6388 = 10948$ **DA**

Tab.d - Valeurs des rapports des coûts des matériaux par élément pour chaque zone

élément	zone Nord		zone Sud		zone Nord
	poutre	dalle	poutre	dalle	poteau
$\frac{C_s}{C_b}$	52	51	52	50	58