

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DES PHYSIQUES**



Mémoire

**présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER
en PHYSIQUE**

Spécialité : Physique théorique de la Matière et des Hautes Energies

Par Ghania BOUMEZOUED

THÈME

**Structures localisées non linéaires dans un plasma poussiéreux
self-gravitationnel à charge variable**

Soutenu publiquement le 18/03/ 2009, devant le jury composé de :

Mme	F. CHAFA-MEKIDECHE	Professeur	U.S.T.H.B	Présidente
Mr	M. TRIBECHÉ	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Directeur de thèse
Mme	A. H. HAMICI	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examinatrice
Mr	M. DEBIANE	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examinateur
Mr	A. TAHRAOUI	Maître de Conférences	U.S.T.H.B	Examinateur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des Sciences-Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (U.S.T.H.B) d'Alger.

Je remercie vivement le **Docteur M. TRIBECHÉ**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur **F. CHAFA- MEKIDECHE** du Laboratoire de Physique Théorique qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse. Sa disponibilité en tant que chef de département nous a été d'un grand apport.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Docteur A. H. HAMICI**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, au **Docteur M. DEBIANE**, Maître de Conférences du laboratoire de Mécanique des Fluides, ainsi qu'au **Docteur A. TAHRAOUI**, Maître de Conférences du laboratoire d'Electronique Quantique, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie K. Aoutou, S. Younsi et R. Amour pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Bebri, Boubakour, Griba, Ghebache, Mayout, Benzekka, Bachi, Bacha, Idir et Boukhalefa) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi.

Que toutes mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finally, I wish to express my deep gratitude to my father, my mother, my sisters and my brother for their invaluable affection. A special thought goes to my husband for his understanding and his encouragements throughout the present work. To all these, I express my gratitude and my deep appreciation.

Table des matières

Introduction	1
1 Physique des plasmas poussiéreux	6
1.1 Propriétés des plasmas	6
1.1.1 Eléments de la théorie des plasmas	7
1.1.2 Eléments de la théorie fluide	8
1.2 Propriétés des plasmas poussiéreux	9
1.3 Charge des grains de poussière	12
1.4 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux . .	14
1.4.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)	14
1.4.2 Mode acoustique poussiéreux (DA)	15
1.5 Equation de Korteweg de Vries	15
2 Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma poussiéreux à charge variable	19
2.1 Présentation physique du problème	19
2.2 Modèle théorique et équations de base	20
2.3 Résultats numériques et discussion	24
3 Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non thermiques	31
3.1 Présentation physique du problème	31
3.2 Modèle théorique et équations de base	33
3.3 Résultats numériques et discussion	38

4 Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma gravitationnel à charge variable	45
4.1 Présentation physique du problème	45
4.2 Modèle théorique et équations de base	46
4.2.1 Cas non gravitationnel	48
4.2.2 Cas gravitationnel	51
4.2.3 Cas gravitationnel avec électrons non thermiques	56
5 Ondes acoustiques poussiéreuses faiblement non linéaires associées à un plasma poussiéreux self-gravitationnel	62
5.1 Introduction	62
5.2 Equations de base du modèle	63
5.2.1 Cas des électrons non thermiques	63
5.2.2 Cas des électrons piégés	67
6 Conclusion	70
Index	78

Introduction

Le mot « Plasma » est un mot grec qui veut dire «ouvrage façonné ». Il a été introduit en 1923 et pour la première fois par Langmuir et Tonks[1] et désigne un gaz ionisé quasi- neutre composé de particules chargées et de particules neutres qui se comportent de manière collective (à cause de la nature électromagnétique de leur interaction). Notons que n'importe quel gaz ionisé ne se trouve pas forcément à l'état plasma (un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation) : ce n'est qu'au moment où la concentration des particules chargées est telle qu'elle peut provoquer une charge d'espace suffisante pour limiter le libre parcours moyen des ions et des électrons que les caractéristiques du gaz changent de façon importante[2]. Langmuir et Tonks ont alors réussi à décrire la dynamique des électrons et à étudier les ondes plasma électromagnétiques en faisant appel aux équations hydrodynamiques couplées à celles de Maxwell[3]. Lorsque les particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charge positive et de charge négative sont générées au sein de ce plasma. Ces concentrations ou charges d'espace donnent naissance à des champs électriques. Par ailleurs, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces derniers affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer. La façon la plus naturelle d'obtenir un plasma est de chauffer un gaz jusqu'à ce que l'énergie moyenne des particules soit comparable à l'énergie d'ionisation de l'espèce considérée. Cette transition de phase (passage de la phase gazeuse à l'état plasma) a d'ailleurs suggéré le terme "quatrième état de la matière" pour désigner un état plasma. L'étude des plasmas est motivée par le fait que ces derniers soient présents dans la majeure partie de notre univers (99% environ)[4]. Ils forment le cœur de toutes les étoiles qui brillent (notamment le soleil), les atmosphères, les nébuleuses et remplissent l'espace interstellaire. Notre planète est elle-même entourée d'un plasma à une distance comprise entre 90 et 500 km de sa surface.

Cette couche rend possible les communications radio et est responsable de l'apparition des aurores boréales. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen, le vent solaire... etc constituent autant d'autres exemples de l'état plasma. Dans notre vie de tous les jours les plasmas ont de nombreuses applications (microélectronique, écrans plats de nos téléviseurs...) dont la plus courante est certainement le tube à néon. Cependant, la définition d'un plasma à deux composantes (électrons et ions) telle qu'énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées appelées communément poussières[5],[6]. La présence de ces extra particules chargées positivement ou négativement (selon les conditions de leur entourage) et de taille micrométrique ou sub-micrométrique rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe. Un plasma poussiéreux (dusty ou complex plasmas) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. L'étude des plasmas poussiéreux a une large étendue d'applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans le milieu interplanétaire, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horse Head, Eagle... etc). La présence de grains poussière d'origine météoritique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km grâce à des mesures directes de sonde. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité la physique des plasmas complexes n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode électrostatique dont l'existence a été prédite théoriquement par Rao *et al.*[7] et mis en évidence expérimentalement par Barkan *et al.*[8]), de l'onde acoustique ionique poussiéreuse[9] (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés (lorsque le rapport entre l'interaction de Coulomb et l'énergie thermique des grains excède une valeur critique de l'ordre de 170). Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma

ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radioactifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ion énergétique... etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Au cours de ces dernières années, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas complexes ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arsenal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux. Par ailleurs, les ondes acoustiques et acoustiques ioniques poussiéreuses ont été intensément étudiées. Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux nouveaux modes. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces dix dernières années traitant soit d'un aspect particulier soit donnant une vue d'ensemble. L'importance et l'impact d'une telle discipline en rapide évolution est à rechercher certainement dans les domaines de l'astrophysique et des décharges de basses températures utilisées dans les procédés industriels de traitement et de fabrication.

Le présent mémoire de Magister s'inscrit dans le cadre général de la modélisation des plasmas complexes à charge variable. Il se propose, en premier lieu, d'analyser l'existence et la formation de certaines structures cohérentes et dissipatives (solitons et ondes de choc) associées à un plasma complexe à charge variable et, en deuxième lieu, de voir dans quelle mesure et à quel degré la force gravitationnelle peut-elle les affecter. Ces structures non linéaires, solutions du système d'équations Vlasov- Poisson, représentent les états saturés d'un plasma poussiéreux, non collisionnel et loin de son équilibre thermodynamique. Cette saturation est due au concours de deux phénomènes qui agissent parfois de concert et parfois concurremment : la non thermalité des particules (piégeage ou accélération) et la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière. L'accent sera alors mis sur les propriétés non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse associée à deux modèles de plasma. Le premier modèle, dit non gravitationnel, ne considère que la force électrostatique qui s'exerce sur les grains de poussière alors que le second, extension naturelle du premier, prend en compte l'action conjuguée de la force électrostatique et de la force gravitationnelle. Ce modèle est essentiellement dicté par les propriétés intrinsèques des grains de poussière: des charges électriques qui peuvent équivaloir des milliers de fois la charge élémentaire et des masses

pouvant atteindre jusqu'à des billions de fois la masse du proton. Nous verrons alors que la force de gravitation, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations acoustiques non linéaires associées au mouvement du grain de poussière.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser. Nous décrirons ensuite les plasmas complexes ou poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'onde.

Le deuxième chapitre de cette thèse sera consacré à l'extension du modèle bien connu de Ma et Liu de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes et non adiabatiques ($I_e + I_i \neq 0$). Nous rechercherons dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier les résultats de Ma et Liu. Rappelons que ces derniers, en négligeant le terme convectif de l'équation de la charge, ont considéré le cas (dit adiabatique) où la somme des courants de charge (électronique et ionique) est égale à zero ($I_e + I_i = 0$).

Le but du troisième chapitre consistera à revisiter le problème des oscillations électrostatiques localisées associées à un plasma poussiéreuse à charge variable en présence d'électrons non thermiques. La charge du grain de poussière n'étant plus constante, il nous sera alors nécessaire d'établir une autre équation qui tiendra compte d'un degré de liberté additionnel : la dynamique de la charge du grain. Celle ci deviendra une nouvelle variable dynamique dont nous tiendrons compte de manière self-consistante. Pour ce faire, les courants de charge électronique et ionique seront calculés moyennant des fonctions de distribution et des section efficaces collisionnelles appropriées. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dites anormales, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc).

L'objectif du quatrième chapitre sera d'étendre notre analyse précédente au cas où la force gravitationnelle à laquelle est soumis le grain de poussière (son poids) peut être du même ordre de grandeur que la force électrostatique et donc non négligeable. Nous verrons alors que la force de gravitation, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations non linéaires associées au mouvement du grain de poussière.

Au cours du cinquième et dernier chapitre de la présente thèse, nous nous intéresserons à l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire (d'amplitude petite mais finie) associée à un plasma complexe, self-gravitationnel en nous inspirant des récents travaux de Burman *et al.* et en utilisant la technique, bien connue, de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti. Deux modèles de plasmas avec des concepts de non-isothermalité électronique différents seront alors considérés: un modèle avec des électrons rapides et énergétiques (électrons non thermiques) et un autre avec des électrons piégés. L'approche (en termes d'équations de base et de phénomènes gravitationnels) sera quelque peu différente de celle adoptée ci-dessus. Alors que, dans les chapitres précédents, la force gravitationnelle intervient uniquement et directement dans l'équation de mouvement du grain de poussière (bilan de forces), cette fois-ci, elle trouvera son origine dans l'interaction (de type gravitationnelle) entre les différentes particules du plasma. Nous verrons alors que le potentiel gravitationnel, à l'instar de son homologue électrostatique, peut adopter et exhiber un comportement solitaire et localisée.

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

1

Physique des plasmas poussiéreux

1.1 Propriétés des plasmas

Un plasma ordinaire (plasma habituel à deux composantes) comporte, en plus des particules neutres, des ions et des électrons portant respectivement des charges positives et négatives et dont les fractions relatives sont déterminées (à l'équilibre, en l'absence de toute perturbation) par la condition de la neutralité globale de la charge (exception faite pour les faisceaux de particules)[2]. Un plasma peut être caractérisé par sa température électronique, notée T_e , et sa densité notée n_e . T_e et n_e peuvent varier respectivement de 0.1 à 10^6 eV et de 1 à 10^{18} cm^{-3} selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye λ_D . Cette distance peut être déduite de l'équation de Poisson autour d'une charge et en prenant une distribution de Boltzmann-Maxwell pour les électrons et les ions qui entourent la particule test. Pour un plasma de densité n_0 et de température $k_b T_e$, cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_b T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.1.1)$$

Par conséquent, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, elle devra vérifier la condition suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.1.2)$$

Le nombre de particules chargées N_D que comporte une sphère de Debye est alors très grand

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.1.3)$$

De cette manière, les effets collectifs des particules seront plus importants que les effets dus aux forces coulombiennes. Il y a encore un critère pour qu'un gaz ionisé puisse s'appeler plasma, cela concerne les collisions des particules chargées avec les neutres. En effet dans un plasma, les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent dominer sur les collisions binaires entre particules chargées et neutres. Autrement dit, le mouvement d'une charge est déterminé en premier lieu par la présence d'une charge d'espace. Si ν est la fréquence caractéristique des oscillations dans un plasma et τ le temps de vol d'une charge entre une collision et l'autre avec des neutres, il faut que

$$\nu\tau \succ 1 \quad (1.1.4)$$

1.1.1 Éléments de la théorie des plasmas

Dans un plasma, les électrons et les ions suivent des trajectoires aléatoires et se meuvent avec de grandes vitesses. Une charge positive quelconque, placée à l'origine de notre référentiel, attire les électrons et repousse les ions, créant ainsi un nuage électronique dans son voisinage immédiat. On parle alors d'écrantage de Debye, car au delà d'une certaine distance, appelée longueur de Debye, le champ électrique créé par cette charge test sera annulé et ne sera plus ressenti par le reste des particules chargées. A l'aide de l'équation de Poisson

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0} (n_e - n_i) \quad (1.1.5)$$

et moyennant les densités de particules suivantes

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_b T_e}\right) \quad (1.1.6)$$

$$n_i = n_{i0} \quad (1.1.7)$$

il est aisé de montrer (avec l'approximation $\left|\frac{e\phi}{k_b T_e}\right| \ll 1$) que le potentiel ϕ s'écrit comme

$$\phi = \phi_0 \exp\left(\frac{|x|}{\lambda_D}\right) \quad (1.1.8)$$

avec

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{n_{e0} e^2}} \quad (1.1.9)$$

Il apparaît alors que la décroissance du potentiel électrostatique créé par une charge est plus rapide dans un plasma que dans le vide ($\propto \frac{1}{r}$) : c'est le phénomène d'écrantage (shielding).

1.1.2 Éléments de la théorie fluide

Il existe une théorie dite "théorie fluide" qui traite le plasma comme un fluide se mouvant avec vitesse \mathbf{u} . La masse totale et la quantité de mouvement d'un volume V de plasma de densité ρ sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (1.1.10)$$

$$\mathbf{P} = \int_V \rho \mathbf{u} dV \quad (1.1.11)$$

Les équations de base du modèle fluide se déduisent alors des lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.1.12)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \mathbf{F} \quad (1.1.13)$$

\mathbf{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques) qui s'exercent sur l'élément de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (1.1.14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.1.15)$$

$\alpha = i, e$ dénote l'espèce de particules considérée et \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{g} et p représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation de la masse. La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est assujettie le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie pression et densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.1.16)$$

et deux équations de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{d\mathbf{B}}{dt} \quad (1.1.17)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \quad (1.1.18)$$

qui relie \mathbf{E} et \mathbf{B} . Les deux autres équations de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.1.19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.20)$$

où ρ représente maintenant la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.2 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est généralement constitué de particules neutres, d'électrons, d'ions et de grains de poussières chargés ($Q_d \sim -10^3 e$) et massifs ($m_d \sim 10^9 m_p \sim 10^{12} m_e$). La présence, dans le plasma, de tels grains inertiels et hautement chargés introduit de nouvelles échelles caractéristiques spatio-temporelles. Un tel mélange de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d ($r_d \sim \mu m$), la longueur de Debye poussiéreuse λ_D , et la distance moyenne inter-granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_d d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par[10]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.2.1)$$

où $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e,i} e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} \succ n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0} \quad (1.2.2)$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain. Lorsque la majeure partie des électrons du plasma ambiant est collectée par les grains de poussière, la condition de quasi neutralité précédente (1.2.2) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$ [11],[12]. On parle alors d'appauvrissement ou déplétion électronique. Cependant, Il est important de noter que l'appauvrissement électronique ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet[13] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égal à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du grain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux thermiques ou irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent des électrons et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$. Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (1.2.3)$$

est donnée par[14]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_D}\right) \quad (1.2.4)$$

ϕ_d est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa, $\phi_g(r_0)$ est le potentiel du grain à $r = r_0$ et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par[15] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (1.2.5)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (1.2.6)$$

$$\nu_1 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.2.7)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel ϕ_s de la surface du grain, et

$$\nu_2 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di})(1 - e\phi_s / T_i) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.2.8)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et $\omega_{pi}(\omega_{pe})$ représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme $f_d \nu_2 / \nu_1$

est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière[17]. Dans un plasma poussiéreux, les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement corrélés. Ceci dépendra essentiellement de la valeur du rapport

$$\Gamma = \frac{(Z_{d0}e)^2}{dT_d} \exp(-k) \quad (1.2.9)$$

où T_d représente la température des grains de poussière et $k = d/\lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \leq 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$ et $k \leq 1$, des micro- sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de couches de Coulomb devient alors possible. Les plasmas poussiéreux fortement couplés sont créés dans les décharges dans les plasmas de laboratoire à basse températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux. On peut aussi les trouver dans les expériences d'implosion par laser et dans les systèmes colloïdaux. Il arrive souvent que des arguments selon lesquels un plasma poussiéreux est similaire à un plasma à plusieurs espèces d'ions soient présentés. Cependant, cette assertion doit être réfutée car la présence, dans un plasma, de grains de poussière chargés et massifs, produit de nouveaux phénomènes collectifs sur des échelles de temps et de longueur complètement différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons + ions). A titre d'exemple, citons l'onde acoustique poussiéreuse (DAW)[7] pour laquelle la masse du grain fournit l'inertie alors que les forces de rappel proviennent de la pression des électrons et des ions considérés, pour la circonstance, de masse négligeable. Ceci est dû au fait que la fréquence de l'onde DA est extrêmement basse. Dans les décharges de laboratoire, la fréquence de la DWA varie typiquement de 10 à 20 Hz et des images vidéo du front d'onde de la DWA sont réalisables[17]. En outre, la dynamique de la fluctuation de la charge du grain[18], [16] ainsi que les interactions entre les grains peuvent donner lieu à de nouveaux effets collectifs[19]. Les distributions de masse et de forme du grain peuvent également introduire de nouveaux effets[20]. Par ailleurs, il existe dans les plasmas poussiéreux une onde dite de couche[21] dont la contrepartie n'existe que dans les solides[22]. De plus, les plasmas poussiéreux peuvent supporter une grande variété de structures non linéaires telles que les ondes de choc acoustiques poussiéreuses[23], les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses[24], les cônes de Mach[25], et les structures en vortex[26]. Notons enfin que dans un plasma poussiéreux fortement couplé, il est possible d'avoir de nouvelles forces d'attraction (Wakefield[27], interaction dipolaire[28]) et des phénomènes de transition de phase relatifs aux cristaux poussiéreux[29]. Ces derniers, à l'inverse de ceux de l'état solide, peuvent avoir des propriétés inhabituelles : la charge du grain peut atteindre des milliers de

fois la charge élémentaire, des énergies d'interaction de l'ordre de 900 eV et des épaisseurs de couche de l'ordre du millimètre

1.3 Charge des grains de poussière

La charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Parmi ces derniers, nous citerons le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électronique sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet, l'émission d'ions (ion sputtering), la production d'électrons secondaires[30]-[31]...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des particules de poussière est en général négative car la collecte des électrons par la surface du grain est dominante par rapport à celle des ions (les électrons étant plus mobiles). Le processus de charge dépend des sections efficaces de charge. Celles-ci sont déterminées à partir du paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Leurs expressions, pour les électrons et les ions, sont données respectivement par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.3.1)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.3.2)$$

pour $v^2 > \frac{2e|q_d|}{r_d m_e} = v_*^2$, alors que pour $v^2 < v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici $v = |\vec{v}|$ et q_d est la charge du grain de poussière. Les électrons doivent avoir une vitesse minimale pour pouvoir atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.3.3)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\vec{v}) d^3 \vec{v} \quad (1.3.4)$$

est le courant plasma de charge, \vec{v} est le vecteur vitesse du grain, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\vec{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s peut être approximée par la fonction de distribution de Maxwellienne f_{s0} donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{1}{2v_{ts}^2} (\vec{v} - \vec{v}_0)^2 \right) \quad (1.3.5)$$

v_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = \left(\frac{T_s}{m_s}\right)^{1/2}$ leur vitesse thermique correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par[14]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} n_{e0} \exp\left(\frac{eq_d0}{r_d T_e}\right) \quad (1.3.6)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i}\right)^{1/2} n_{i0} \left(1 - \frac{eq_d0}{r_d T_i}\right) \quad (1.3.7)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive v_0 des ions est plus grande que la vitesse thermique ionique, alors l'expression approximée du courant ionique est donnée par

$$I_{i0} \approx \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left(1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2}\right) \quad (1.3.8)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de v_0 , l'expression de I_{i0} est quelque peu compliquée. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.3.9)$$

et il devient alors possible d'obtenir à partir des équations (1.3.6) et (1.3.7), la relation

$$v_{te} \exp\left(\frac{e\phi_g}{T_e}\right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{i0} \left(1 - \frac{e\phi_g}{T_i}\right) \quad (1.3.10)$$

à partir de laquelle il est possible de déterminer le potentiel ϕ_g de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier étant électriquement flottant, sa surface acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. Une sphère immergée dans un plasma thermalisé d'hydrogène sera portée à un potentiel $\phi_g = -2.51 \frac{T}{e}$ ($T_e = T_i = T$ et $n_{i0} = n_{e0}$). La charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est liée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.3.11)$$

C est la capacitance du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est simplement égale au rayon r_d du grain et donc $q_d = r_d \phi_g$. Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye λ_D du plasma poussiéreux).

1.4 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Sa présence dans le plasma peut altérer et modifier les modes normaux habituels de ce dernier et/ou donner naissance à de nouveaux modes. Dans cette section, nous rapporterons de manière succincte l'essentiel des travaux d'un groupe de chercheurs de l'université de l'Iowa[32] sur les modes susceptibles de se propager dans un tel plasma. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation : le mode acoustique poussiéreux (DA, un nouveau mode identifié au début des années 90) et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA, mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de poussière). La relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été obtenue à l'aide du modèle fluide que D'Angelo a introduit au début des années 90[33]. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} et f_{pi} la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion.

1.4.1 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel avec, cependant, quelques modifications introduites par la présence de grains de poussière chargés négativement[33], [9]. Les grains de poussière, dans ce cas de figure, sont immobiles ($m_d \rightarrow \infty$) et jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi-neutralité du plasma). Sa relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.4.1)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. Notons que la vitesse de phase de l'onde v_ϕ , augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$ augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.4.2)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$. Le terme $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur

de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$, comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective.

1.4.2 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent alors être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par[7]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.4.3)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.4.4)$$

En résumé, les deux relations de dispersion précédentes peuvent être réécrites sous la forme suivante

Mode DIA

$$\omega^2 = k^2 C_{s,d}^2 \quad (1.4.5)$$

Mode DA

$$\omega^2 = k^2 C_{DA}^2 \quad (1.4.6)$$

1.5 Equation de Korteweg de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons entamer ce chapitre par une introduction et une discussion d'une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le

nom d'équation de Korteweg de Vries (KdV). Celle ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par[34]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.5.1)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes et a et b des constantes réelles non nulles. L'équation (1.5.1) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif $U \frac{\partial U}{\partial \xi}$ traduit la non linéarité tandis que $\frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3}$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.5.1) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa[35] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro- magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.5.1) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son[36]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner[37] montrèrent que (1.5.1) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.5.1) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.5.2)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow \frac{U}{ab^{-1/3}}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U \frac{\partial U}{\partial \xi}$ de l'équation (1.5.2) provient du terme non linéaire convectif $\mathbf{V}_i \cdot \nabla V_i$ de l'équation de mouvement des ions. De plus, le terme linéaire de troisième ordre $\frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3}$ est dû au fait que dans un repère se déplaçant avec la vitesse du son, les corrections de la relation de dispersion sont proportionnelles à k^3 , où k représente le vecteur d'onde de la perturbation acoustique. Remarquons que si le terme dispersif $\frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3}$ est omis dans l'équation (1.5.2), alors $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$ admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.5.3)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.5.2) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.5.2). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.5.2) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.5.4)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.5.4) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{c/2}(\xi - c\tau) \right) \quad (1.5.5)$$

Dans l'équation (1.5.5), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [38], [39] de l'équation (1.5.2) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.5.5) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2 \dots$ etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.5.2) a été réalisée par Ikezi *et al.* [40], [41]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [42] et l'effet des grandes amplitudes [43]. Un soliton résulte de l'équilibre de deux effets : la non linéarité et la dispersion [44]. La non linéarité en couplant différents modes (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$. Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde (wave steepening) : le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde : en une position x donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation qui est non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes

normaux quelconques du plasma, (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) = 0$. A cause de la dispersion, l'onde de battement (the beat wave) $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ peut ne pas satisfaire la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) \neq 0$ et donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des ordres supérieurs est alors stoppé. La non linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions en soliton dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions en soliton. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'ailleurs la redécouverte de l'équation de Korteweg de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été sans nul doute le premier pas pour démêler quelque peu le domaine très ardu des phénomènes non linéaires [45].

2

Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma poussiéreux à charge variable

2.1 Présentation physique du problème

Les modes collectifs associés aux plasmas poussiéreux ont fait l'objet d'une attention particulière durant ces trois dernières décennies. L'addition de grains de poussière massifs et hautement chargés à un plasma composé d'électrons et d'ions peut modifier les propriétés linéaires et non linéaires des ondes susceptibles de se propager dans un tel plasma. Ces modifications peuvent être attribuées, d'une part, aux caractéristiques intrinsèques des grains de poussière (grande inertie et grande charge électrique) et, d'autre part, aux nouveaux phénomènes qu'ils introduisent tels l'appauvrissement électronique et la fluctuation de la charge électrique. De nouveaux modes associés uniquement à la dynamique des grains de poussière peuvent alors apparaître. Rao *et al.*[7] ont été les premiers à avoir proposé de prendre en considération la dynamique des grains de poussière dans un plasma dont les ions et les électrons sont distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ils ont alors prédit l'existence d'un nouveau mode acoustique (baptisé depuis mode acoustique poussiéreux) de faible vitesse de phase (en comparaison avec les vitesses thermiques des ions et des électrons) et de très faible fréquence ($\omega \sim$ quelques dizaines de Hertz). Pour maintenir ces ondes acoustiques poussiéreuses, les forces de rappel proviennent des pressions électronique et ionique alors que la masse des grains fournit l'inertie. Le mode acoustique poussiéreux a été observé au cours d'expériences de laboratoire par Barkan et ses collaborateurs[8]. D'un

autre coté, Shukla et Silin[9] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles. En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs[7], [11], [46], [47], [48]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré constante la charge du grain de poussière (les gains sont pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Celle ci devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self consistante. Rappelons que Melandso *et al.*[23] ont été parmi les premiers à avoir proposé une analyse linéaire prenant en compte la fluctuation de la charge du grain de poussière. Ils ont alors montré que cette fluctuation donne naissance à un amortissement additionnel (en plus de l'amortissement Landau) de l'onde acoustique poussiéreuse. D'autre part, Ma et Liu[49] ont établi l'un des tous premiers modèles non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma à charge variable. Ces derniers, en négligeant le terme convectif de l'équation de la charge, ont considéré le cas (dit adiabatique) où la somme des courants de charge (électronique et ionique) est égale à zero ($I_e + I_i = 0$). C'est pourquoi, l'objet du présent chapitre consistera à étendre le modèle de Ma et Liu[49] à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes, non adiabatiques ($I_e + I_i \neq 0$) et à rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier les résultats concernant le mode acoustique poussiéreux.

2.2 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma poussiéreux composé d'électrons, d'ions positifs et de grains de poussière négatifs de densités numériques (nombre de particules par unité de volume) n_e , n_i et n_d , respectivement. Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r , de masse m_d et de charge q_d . A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert $n_{i0}e = n_{e0}e + n_{d0}q_d$. A l'échelle temporelle caractéristique de la dynamique des grains de poussière (dont le mouvement est extrêmement lent), les électrons et les ions peuvent être supposés en équilibre thermodynamique local et leurs densités obéissant à la distribution de Maxwell- Boltzmann

$$n_{e,i} = n_{e,i0} \exp\left(\pm \frac{e\phi}{T_s}\right) \quad (2.2.1)$$

où l'indice $j = e, i$ désigne, respectivement, les électrons et les ions, $q_{j=e,i} = \pm e$ leurs charges électriques et T_j leurs températures. ϕ représente le potentiel électrostatique. L'indice "0" dénote des quantités à l'équilibre, en l'absence de toute perturbation ($\phi = 0$). Les oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase associées à un tel plasma sont alors gouvernées par les équations fluides du modèle fluide suivantes

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d v_d) = 0 \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi[e(n_i - n_e) + q_d n_d] \quad (2.2.4)$$

Ces dernières peuvent être réécrites sous la forme adimensionnelle. En introduisant la variable adimensionnelle suivante $\xi = (x - ut)/\lambda_e$, où u représente la vitesse du soliton et $\lambda_e = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ la longueur de Debye électronique, les équations précédentes peuvent s'écrire sous la forme normalisée

$$-M \frac{\partial N_d}{\partial \xi} + \frac{\partial (V_d N_d)}{\partial \xi} = 0 \quad (2.2.5)$$

$$-M \frac{\partial V_d}{\partial \xi} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial \xi} = Q_d \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} = -N_e + f N_i - \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f - 1) N_d \quad (2.2.7)$$

où

$$\begin{aligned} N_e &= n_e/n_{e0} = \exp(-\Psi) \\ N_i &= n_i/n_{i0} = \exp(\sigma\Psi) \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

et $f = n_{i0}/n_{e0}$, $\sigma = T_e/T_i$ et $M = u/C_d$ représente le nombre de Mach. Les densités de particules $N_{j=e,i,d}$, la vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Ψ et la charge Q_d sont normalisés, respectivement, par leur valeurs d'équilibre n_{j0} , $C_d = (zT_e/m_d)^{1/2}$ où $z =$

rT_e/e^2 , $-e\phi/T_e$ et eq_d/rT_e . A partir des équations (2.2.5) et (2.2.6), il est possible d'obtenir l'expression de la densité des grains de poussière N_d

$$N_d = \frac{1}{(1 + 2\chi/M^2)^{1/2}} \quad (2.2.9)$$

où χ représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable.

$$\chi = \int_0^{\Psi} Q_d d\Psi \quad (2.2.10)$$

Les équations du modèle fluide précédentes sont complétées par l'équation d'évolution de la charge électrique q_d du grain de poussière. Celle-ci est déterminée à partir de la collecte, à la surface du grain, des ions et des électrons du plasma de base. Dans le cadre du modèle standard de la sonde électrostatique (un modèle qui assimile le grain de poussière à une sonde électrostatique sphérique), l'évolution de la charge q_d du grain est régie par l'équation, dite de charge, suivante[51]-[54]

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_e + I_i \quad (2.2.11)$$

I_e et I_i représentent, respectivement, les courants microscopiques de charge électronique et ionique. Ces derniers sont définis par

$$I_e = -e \int v \sigma_e(q_d, v) f_e(\mathbf{v}) d^3\mathbf{v} \quad (2.2.12)$$

$$I_i = e \int v \sigma_i(q_d, v) f_i(\mathbf{v}) d^3\mathbf{v} \quad (2.2.13)$$

où $\sigma_{e(i)}$ est la section efficace électronique (ionique) de charge donnée par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{rm_e v^2} \right) \quad (2.2.14)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{rm_i v^2} \right) \quad (2.2.15)$$

et $f_{e(i)}$ est la fonction de distribution des vitesses électroniques (ioniques) de Maxwell-Boltzmann définie par

$$f_e(v) = n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e v^2/2 - e\phi}{T_e} \right) \quad (2.2.16)$$

$$f_i(v) = n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i v^2/2 + e\phi}{T_i} \right) \quad (2.2.17)$$

En coordonnées sphériques, il est aisé d'obtenir les expressions explicites de I_e et I_i

$$I_e = -4\pi^2 r^2 e n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \int_{v_{\min}}^{\infty} \left(1 + \frac{2eq_d}{r m_e v^2} \right) \exp \left(-\frac{m_e v^2/2 - e\phi}{T_e} \right) v^3 dv =$$

$$- \pi r^2 e n_{e0} \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \exp \left(\frac{eq_d}{r T_e} \right) \quad (2.2.18)$$

$$I_i = 4\pi^2 r^2 e n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{2eq_d}{r m_i v^2} \right) \exp \left(-\frac{m_i v^2/2 + e\phi}{T_i} \right) v^3 dv =$$

$$\pi r^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{e\phi}{T_i} \right) \left(1 - \frac{eq_d}{r T_i} \right) \quad (2.2.19)$$

où $v_{\min} = \sqrt{-2eq_d/m_e r}$ est la vitesse minimale que doit acquérir un électron pour pouvoir parvenir à la surface du grain et r est le rayon du grain de poussière. L'équation de charge (2.2.11) peut alors être réécrite sous la forme adimensionnelle suivante (notons que nous considérons un plasma stationnaire uni dimensionnelles $\frac{\partial}{\partial t} = 0$)

$$\frac{dQ_d}{d\xi} = k N_d \left\{ f \sqrt{\frac{m_e}{\sigma m_i}} N_i (1 - \sigma Q_d) - N_e \exp(Q_d) \right\} \quad (2.2.20)$$

où $k = \sqrt{\frac{2r^2 e^2 n_{e0}}{v_{d0} m_e}}$. A l'équilibre ($\Psi = 0$, $Q_d = Q_{d0}$, $N_e = N_i = 1$), l'équation (2.2.20) requiert

$$f = \frac{\exp(Q_{d0})}{\sqrt{\frac{m_e}{\sigma m_i}} (1 - \sigma Q_{d0})} \quad (2.2.21)$$

Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de f sera déduite à partir de l'équation précédente (2.2.21) alors que les autres paramètres seront supposés a priori connus. En portant la relation (2.2.9) dans l'équation de Poisson (2.2.7), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (2.2.22)$$

où

$$V(\Psi) = [1 - \exp(-\Psi)] + \frac{f}{\sigma} [1 - \exp(\sigma\Psi)] + \frac{(f-1)M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 + \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.2.23)$$

est dit potentiel de Sagdeev [55] ou pseudo-potentiel. L'équation (2.2.22) peut être interprétée comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$.

2.3 Résultats numériques et discussion

Le système d'équations (2.2.7),(2.2.10) et (2.2.20) est alors résolu grâce à un schéma d'intégration numérique à pas variable. Ce dernier semble être le mieux adapté pour le traitement des problèmes dits "raides" (stiff problems). Ce système peut être résolu soit comme un problème aux valeurs limites soit comme un problème aux valeurs initiales. Par souci de simplicité, nous avons choisi de le résoudre comme problème aux valeurs initiales avec $\Psi(0) = 0$ et $(d\Psi/d\xi)_{\Psi=0} = 10^{-12}$. Nous considérons d'abord le cas de la charge fixe que nous comparons avec celui de la charge variable. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -1.6751$, $v_{d0} = 0.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$, $\sigma = 1$, $M = 1$, $r = 0.5\mu\text{m}$ ont été choisis. Le potentiel électrostatique non linéaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse, tracé sur la figure 1, exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde solitaire). La largeur de celle-ci est réduite et son amplitude augmente lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self-consistante, i.e, le phénomène de la variation de la charge peut donner naissance à des structures solitaires de type cornu. Les figures 2a et 2b illustrent les variations du potentiel solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse et du pseudo-potentiel qui lui est associé pour différentes valeurs du nombre de Mach M . A mesure que M augmente, l'amplitude du soliton augmente alors que sa largeur reste invariante. Les figures 3a et 3b montrent les variations du potentiel solitaire de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de Q_{d0} . Elles indiquent qu'une diminution de la charge électrique négative du grain de poussière (Q_{d0} devient moins négative) ou une augmentation de la population ionique (rappelez que $f = n_{i0}/n_{e0}$) entraîne une augmentation de l'amplitude de la structure solitaire. La charge électrique du grain de poussière Q_d adopte le même profil localisé (Fig.4) et devient moins négative à mesure que M augmente: cela veut dire que la surface du grain de poussière collecte moins d'électrons ou plus d'ions à mesure que la vitesse de la structure solitaire augmente. La figure 5 montre que l'accumulation des grains de poussière, résultat de l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur la surface du grain, devient plus prononcée pour les grandes valeurs du nombre de Mach M . Sous certaines conditions, le potentiel non linéaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse entreprend de faire des oscillations autour d'une valeur d'équilibre pour finalement donner naissance à une onde de choc (Fig.6). Cette

dernière est dite non collisionnelle car, à l'opposée de l'onde de choc classique, son apparition ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement [56], [57] qu'expérimentalement [58]. La figure 7 montre qu'une augmentation de la charge négative portée par la surface du grain Q_{d0} donne lieu à une augmentation de l'amplitude de l'onde de choc et une réduction du nombre d'oscillations. Le profil de l'onde tend alors à devenir monotone et la dissipation est alors importante.

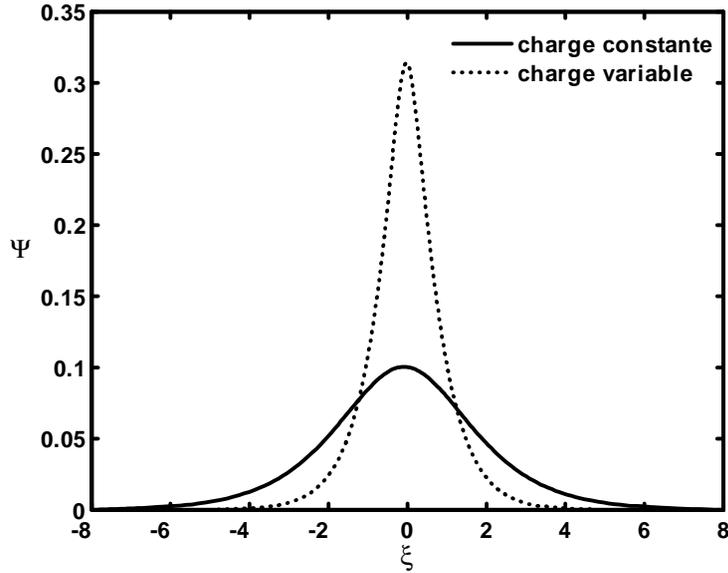


Figure 1: Potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas de la charge constante (trait plein) et variable (pointillés). Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -1.6751$, $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($f = 3$, $k = 1.4 \times 10^6$).

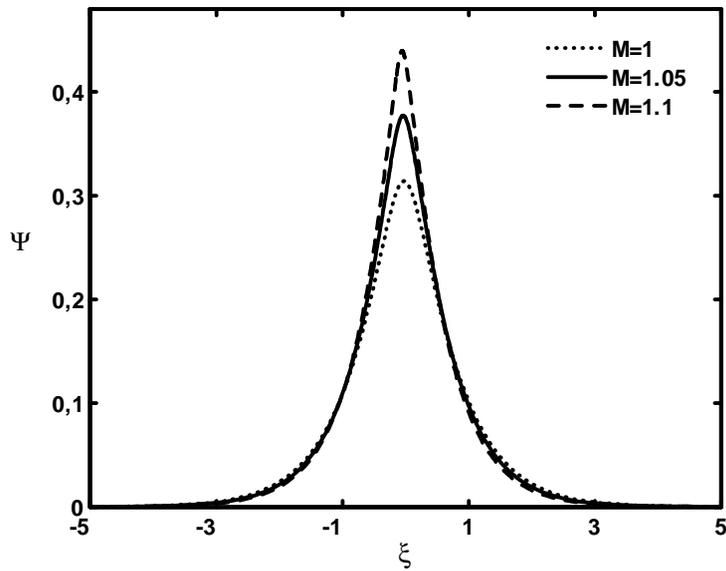


Figure 2a: Potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach $M = 1, 1.05, 1.1$. Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -1.6751$, $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($f = 3$, $k = 1.4 \times 10^6$).

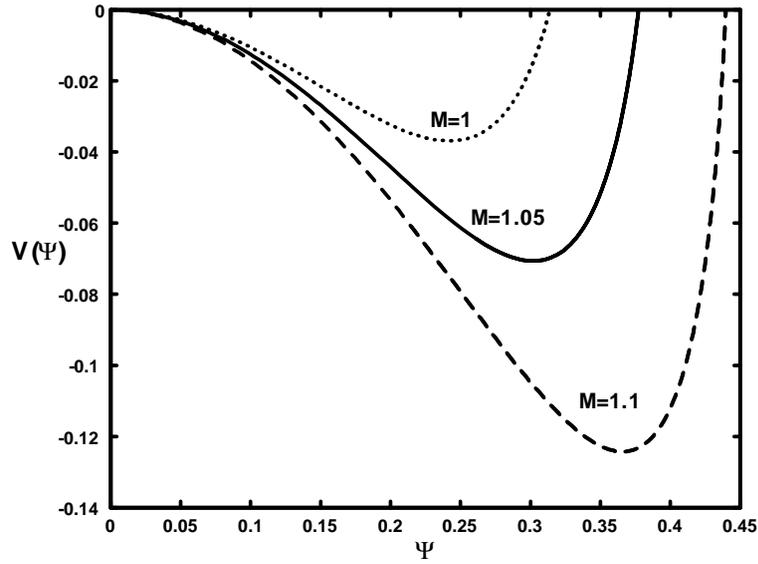


Figure 2b: Potentiel de Sagdeev associé à la structure solitaire de la figure 2a.

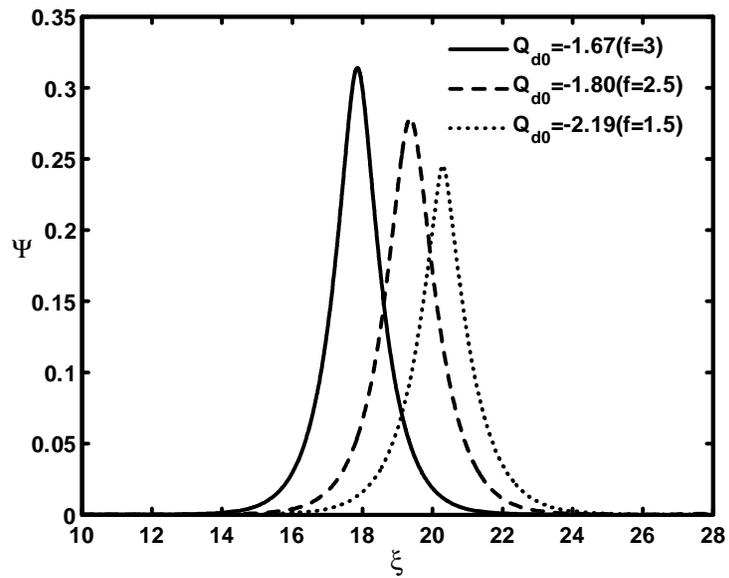


Figure 3a: Potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs de Q_{d0} . Les autres paramètres choisis sont $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($f = 3$, $k = 1.4 \times 10^6$).

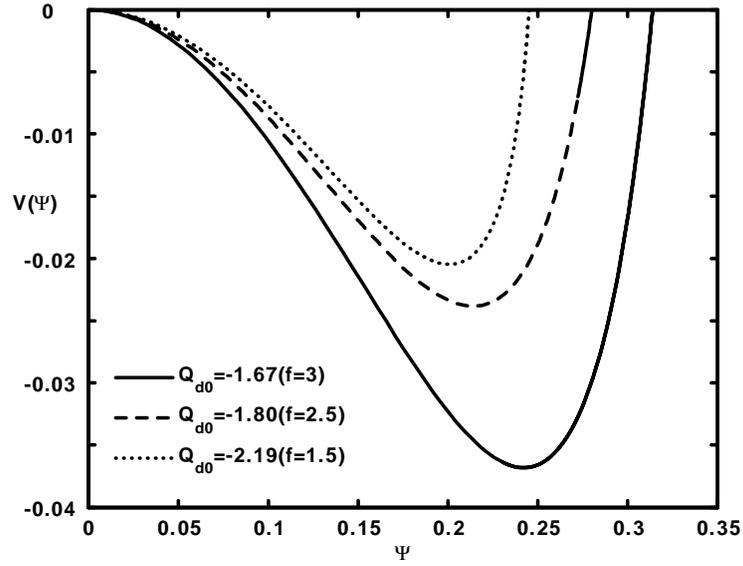


Figure 3b: Potentiel de Sagdeev associé à la structure solitaire de la figure 3a.

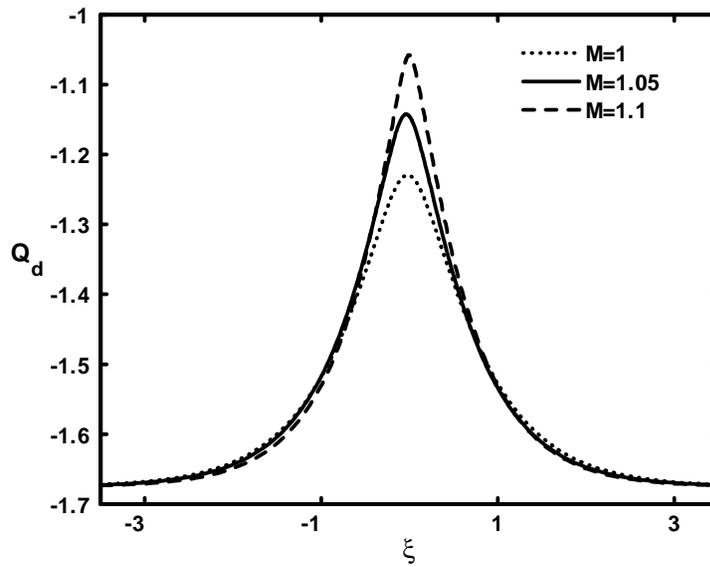


Figure 4: Profile spatial de la charge du grain de poussière Q_d pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -1.6751$, $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($f = 3$, $k = 1.4 \times 10^6$).

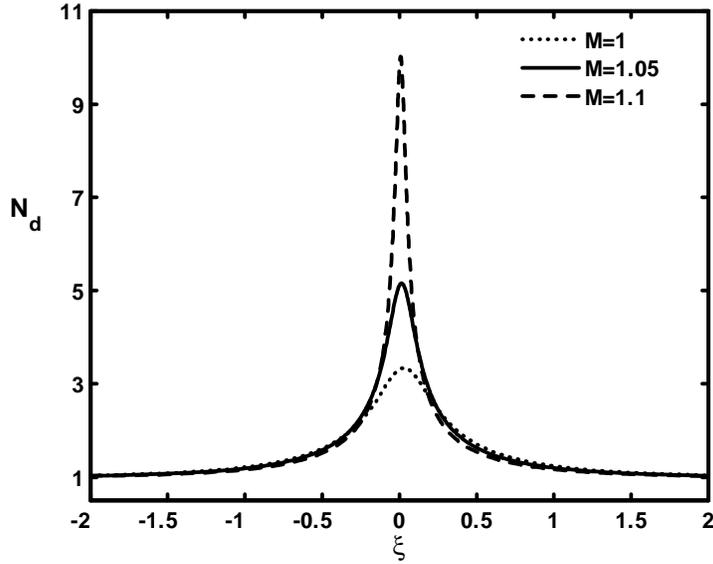


Figure 5: Profile spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -1.6751$, $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($f = 3$, $k = 1.4 \times 10^6$).

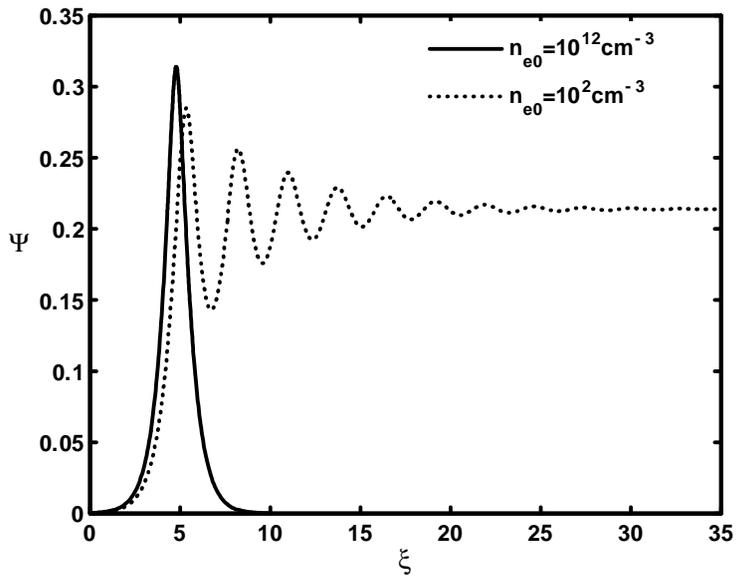


Figure 6: Onde de choc associée à l'onde acoustique poussiéreuse pour deux valeurs différentes de $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ ($k = 1.4 \times 10^6$) et 10^2cm^{-3} ($k = 14.05$). Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -1.6751$ ($f = 3$), $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $M = 1$, $\sigma = 1$

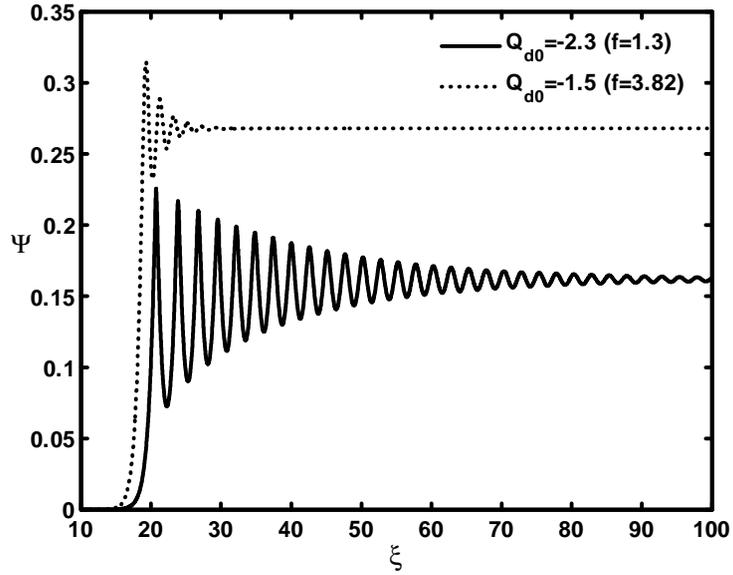


Figure 7: Onde de choc associée à l'onde acoustique poussiéreuse pour deux valeurs différentes de Q_{d0} avec $r = 0.2\mu\text{m}$ et $n_{e0} = 10^2\text{cm}^{-3}$ ($k = 14.05$). Les paramètres choisis sont $v_{d0} = 0.8\text{cm/s}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $M = 1$, $\sigma = 1$

3

Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non thermiques

3.1 Présentation physique du problème

Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, la mésosphère et la magnétosphère terrestre,...etc. Il a été démontré que la dynamique des grains de poussière introduit de nouveaux modes tels le mode acoustique poussiéreux (DA), le mode de Bernstein, Greene et Kruskal poussiéreux (DBGK),...etc. Par ailleurs, de nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence de particules énergétiques dans une variété de plasmas astrophysiques et les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non thermique[59]. Les observations faites par la navette spatiale Viking[60] et le satellite Freja[61] ont révélé l'existence, dans la magnétosphère, de structures solitaires associées à des dépressions de densité. Cairns *et al.*[62]; [63]; [64] ont alors montré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature de l'onde acoustique ionique solitaire et permettre l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles déjà observées par Freja et Viking. De nombreux travaux théoriques ont alors porté sur l'influence des particules non thermiques sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse. Ghosh *et al.*[65] ont étudié l'effet des ions non thermiques sur la propagation des

ondes acoustiques poussiéreuses linéaires en incluant la fluctuation de la charge du grain de poussière. Ils ont alors établi, pour la première fois, l'expression appropriée du courant de charge ionique non thermique. Ils ont démontré que le mode acoustique poussiéreux peut devenir instable si le paramètre non thermique ionique dépasse une certaine limite. En adoptant la méthode de la perturbation reductive, Zhang and Xue[66] ont analysé l'onde de choc acoustique poussiéreuse tri-dimensionnelle dans un plasma magnétisé à charge variable. Ils ont établi une équation de type Korteweg- de Vries Burger (K-dVB) et ont montré que le champ magnétique externe, la non thermalité des ions ainsi que la variation non adiabatique de la charge du grain peuvent affecter de manière significative la structure de l'onde de choc. El-Taibany et Sabry[67] ont établi une équation de type Zakharov–Kuznetsov (ZK) et ont montré qu'une distribution d'ions non thermiques peut modifier de manière significative la nature de l'onde acoustique solitaire poussiéreuse ainsi que celle des double-couches (double layers). Zhang et Wang[68] et El-Taibany et Kourakis[69] ont examiné l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux à charge variable. Ils ont montré que la non thermalité ionique peut altérer et affecter le domaine d'existence de cette instabilité. Tribeche et Amour[70] ont étudié l'influence des ions non thermiques sur la propagation de l'onde acoustique solitaire dans un plasma à charge variable et ont établi un modèle semi-analytique. Tribeche et Berbri[71] ont établi une équation de type K-dVB pour l'onde acoustique ionique poussiéreuse en y incluant les effets conjugués de la fluctuation de la charge, d'une température ionique finie et de la non thermalité électronique. Cependant et à l'exception des travaux de Ghosh *et al.*[72], les oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non thermiques n'ont jamais été abordées dans la littérature consacrée aux plasmas poussiéreux. De plus, Ghosh *et al.*[72] ont limité leur étude au cas faiblement non linéaire et ont fait usage d'un courant de charge électronique initialement établi pour les électrons Maxwelliens faisant ainsi abstraction du fait que les électrons non thermiques dévient considérablement de leur équilibre thermodynamique. Par conséquent, nous nous proposons de revisiter le problème des oscillations électrostatiques localisées associées à un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non thermiques[73]. Le courant de charge électronique approprié sera établi en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique.

3.2 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma poussiéreux non magnétisé composé d'électrons, d'ions positifs et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge $q_d = -eZ$ et le même rayon r . A l'échelle caractéristique temporelle des grains de poussière, les ions peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et avoir la densité numérique (nombre de particules par unité de volume) suivante

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) \quad (3.2.1)$$

L'indice $j = e, i, d$ désigne, respectivement, les électrons, les ions et les grains de poussière. ϕ représente le potentiel électrostatique, T_j la température des particules d'espèce j et l'indice "0" les quantités à l'équilibre. Les grains de poussière sont supposés former un faisceau de particules froides ayant toutes la même vitesse à une position spatiale donnée et sont décrits par[75]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} v_{d0} \frac{\delta(v_d - \tilde{v}_d)}{\tilde{v}_d}, \quad (3.2.2)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left[1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right]^{1/2} \quad (3.2.3)$$

représente la vitesse d'un grain de poussière. En moyennant f_d sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons la densité numérique des grains de poussière suivante

$$n_d(x) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = n_{d0} \left[1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right]^{-1/2} \quad (3.2.4)$$

Pour modéliser la distribution des vitesses des électrons rapides et non thermiques, nous nous référons à une fonction de distribution tridimensionnelle, dite de Cairns, solution de l'équation non collisionnelle de Vlasov[62]

$$F_e(v_e) = F_e(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{e0}}{(1 + 3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi V_{te}^2} \right)^{3/2} \left\{ 1 + 4\alpha \left(\frac{v_x^2}{2V_{te}^2} - \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \exp\left(\frac{v^2}{2V_{te}^2} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (3.2.5)$$

où $V_{te} = \sqrt{T_e/m_e}$ est la vitesse thermique des électrons et α est un paramètre déterminant le nombre d'électrons non thermiques présents dans notre modèle de plasma. La densité numérique des électrons non thermiques est alors donnée par

$$n_e = \int_R F_e(v_e) d^3v_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \left\{ 1 + \beta \left(-\frac{e\phi}{T_e} + \frac{e^2\phi^2}{T_e^2} \right) \right\} \quad (3.2.6)$$

où $\beta = \frac{4\alpha}{1+3\alpha}$. A l'équilibre, la condition de neutralité de la charge électrique s'écrit sous la forme $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + n_{d0}Z_0/n_{e0}$. L'équation de Poisson peut alors s'écrire, dans le système des variables normalisées précédent, sous la forme suivante

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = -N_e + fN_i - (f-1)N_d \frac{Q_d}{Q_{d0}} \quad (3.2.7)$$

avec

$$\begin{aligned} N_i &= n_i/n_{i0} = \exp(\sigma\Psi) \\ N_e &= n_e/n_{e0} = \exp(-\Psi) [1 + \beta(\Psi + \Psi^2)] \\ N_d &= n_d/n_{d0} = \left(1 + 2\frac{\chi}{M^2}\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (3.2.9)$$

et $M = v_{d0} (m_d/T_e)^{1/2}$ et $\sigma = T_e/T_i$.

Dans le modèle standard de la sonde électrostatique appliqué au grain de poussière[52]-[54], ce dernier est chargé grâce aux courants plasma (appelés d'ailleurs courants de grain) à la surface du grain de poussière. La charge du grain, $q_d = -eZ$, est alors déterminée de manière self-consistante par (notons que nous considérons un plasma stationnaire unidimensionnel)

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (3.2.10)$$

où I_e et I_i sont les courants de charge microscopiques électronique et ionique obtenus en faisant la moyenne de la section efficace $\sigma_{e,i}(v_j, q_d) = \pi r^2 (1 \pm 2eq_d/m_{e,i}C v_j^2)$ de collision d'une particule chargée avec un grain de poussière sur les fonctions de distribution électronique et ionique

$$I_j = q_j \int_{R_j} F_j(v_j) v_j \sigma_j(v_j, q_d) d^3v_j \quad (3.2.11)$$

où $C = r(1 + r/\lambda_{De}) \simeq r$ est la capacité effective du grain de poussière et R_j le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses de l'espèce j . En effectuant les intégrales (3.2.11), nous obtenons

$$I_i = \pi r^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_i \left(1 - \frac{eq_d}{rT_i} \right) = \pi r^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} N_i (1 - \sigma Q_d) \quad (3.2.12)$$

et

$$\begin{aligned} I_e = & -e \int_{v_{\min}}^{+\infty} F_e(v_e) v_e \sigma_e(v_e, q_d) d^3 v_e = \\ & - \frac{\pi r^2 e n_{e0}}{(1 + 3\alpha)} \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(Q_d - \Psi) \left\{ 1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{4}{5}\alpha Q_d^2 - \frac{8}{3}\alpha Q_d \Psi - \frac{16}{5}\alpha Q_d + 4\alpha \Psi^2 + \frac{16}{3}\alpha \Psi \right\} \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

où $v_{\min} = (-2eq_d/m_e C)^{1/2}$ est la vitesse minimale que doit avoir un électron afin de pouvoir atteindre la surface, portée à un potentiel négatif, du grain de poussière. Pour $\alpha = 0$ (absence d'électrons non thermiques), nous retrouvons l'expression bien connue

$$I_e = -\pi r^2 e n_{e0} \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(Q_d - \Psi) \quad (3.2.14)$$

du courant de charge électronique dans le cas d'électrons distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Il serait peut être utile de comparer le courant électronique exact I_e (3.2.13) que nous avons établi à celui approximatif, I_e^{app} , jusque là utilisé dans la littérature

$$I_e^{app} = -\pi r^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e(\phi) \exp(eq_d/rT_e) \quad (3.2.15)$$

Le rapport

$$\frac{I_e}{I_e^{app}} = \frac{1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{4}{5}\alpha Q_d^2 - \frac{8}{3}\alpha Q_d \Psi - \frac{16}{5}\alpha Q_d + 4\alpha \Psi^2 + \frac{16}{3}\alpha \Psi}{1 + 3\alpha} \quad (3.2.16)$$

indique clairement que l'égalité $I_e \simeq I_e^{app}$ n'est satisfaite que pour $\alpha = 0$. En réarrangeant les termes de l'équation (3.2.10), nous obtenons l'équation normalisée de charge suivante

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{d\xi} = & kN_d \left\{ \frac{-\exp(Q_d - \Psi)}{1 + 3\alpha} \left(1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16}{3}\alpha \Psi - \frac{16}{5}\alpha Q_d + 4\alpha \Psi^2 - \frac{8}{3}\alpha Q_d \Psi + \frac{4}{5}\alpha Q_d^2 \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{m_e}{m_i \sigma} \right)^{1/2} f N_i (1 - Q_d \sigma) \right\} \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

où

$$k = \left(\frac{2e^2 r^2 n_{e0}}{v_{d0}^2 m_e} \right)^{1/2} \quad (3.2.18)$$

L'équation de la charge (3.2.17) est une équation additionnelle dont il est impératif de tenir compte. La charge électrique des grains devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self-consistante aux autres variables du plasma tels que la densité numérique et le potentiel électrostatique. Initialement et en l'absence de toute perturbation ($\Psi = 0$), l'équation de la charge (3.2.17) doit satisfaire

$$f = \frac{\exp(Q_{d0}) \left\{ 1 + \frac{24}{5}\alpha - \frac{16}{5}\alpha Q_{d0} + \frac{4}{5}\alpha Q_{d0}^2 \right\}}{\sqrt{\frac{m_e}{m_i \sigma}} (1 + 3\alpha) (1 - Q_{d0}\sigma)} \quad (3.2.19)$$

Au cours de la simulation qui va suivre, la valeur de f est déduite à partir de la relation ci-dessus lorsque les autres paramètres sont à priori connus. En multipliant les deux membres de l'équation de Poisson (3.2.7) par $d\Psi/d\xi$ et en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (3.2.20)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & (1 + 3\beta) - [1 + \beta(\Psi^2 + 3\Psi + 3)] \exp(-\Psi) \\ & + \frac{f}{\sigma} [1 - \exp(\Psi\sigma)] + \frac{(f-1)M^2}{Q_{d0}} \left\{ \left(1 + \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

représente le pseudo-potentiel ou potentiel de Sagdeev [55]. L'équation (3.2.20) peut être perçue comme étant « l'intégrale d'énergie » d'une pseudo-particule de masse unité, de vitesse $d\Psi/d\xi$ et de position Ψ , oscillant dans un puits de potentiel $V(\Psi)$. Avant toute simulation numérique, il serait instructif de discuter les conditions nécessaires pour que (3.2.20) admette des solutions solitaires en analysant le potentiel de Sagdeev. Il est clair à partir de l'équation (3.2.21) que $V(\Psi) = dV/d\Psi = 0$ en $\Psi = 0$. Rappelons que l'équation (3.2.20) n'admettra de solutions solitaires que si

- (i) $\left(\frac{d^2V}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} < 0$ (le point à l'origine est instable) ;
- (ii) il existe une valeur maximale ou minimale Ψ_m de Ψ pour laquelle $V(\Psi_m) = 0$;
- (iii) $V(\Psi) < 0$ pour tout Ψ compris entre 0 et Ψ_m .

La deuxième condition signifie qu'une quasi-particule d'énergie totale nulle sera réfléchie à la position $\Psi = \Psi_m$ alors que la troisième condition indique que V doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée. Les conditions (i)-(iii) requièrent des paramètres plasma qui satisfont (notons que $Q_{d0} < 0$)

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0} > \left(\frac{1-\beta+f\sigma}{f-1}\right)Q_{d0} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2} \quad (3.2.22)$$

et

$$V(\Psi_c) > 0 \quad (3.2.23)$$

où Ψ_c est la valeur minimale ou maximale de Ψ correspondant à la valeur minimale ou maximale de χ , $\chi_c = -M^2/2$, pour laquelle la densité N_d est réelle. Nous aurons alors

$$g(\Psi_c) = -\left[1 + \beta(1 + 3\Psi_c + 3\Psi_c^2)\right] \exp(-\Psi_c) + \frac{f}{\sigma} \{1 - \exp(\sigma\Psi_c)\} - \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M^2 + 1 + 3\beta > 0 \quad (3.2.24)$$

Ψ_c peut être aisément calculée en résolvant l'équation

$$g(\Psi_c) = 0 \quad (3.2.25)$$

grâce à la méthode de Newton

$$\Psi_c^{(n+1)} = \Psi_c^{(n)} - \frac{g(\Psi_c^{(n)})}{g'(\Psi_c^{(n)})} \quad (3.2.26)$$

Il peut être utile de noter que nous avons fait usage de

$$\frac{dN_d}{d\Psi} = -\frac{Q_d}{M^2(1+2\chi/M^2)^{3/2}} \quad (3.2.27)$$

pour établir l'inégalité (3.2.22). La nature, compressive ($\Psi > 0$) ou de raréfaction ($\Psi < 0$), de ces ondes solitaires peut être trouvée en procédant au développement en séries de Taylor du pseudo-potentiel (3.2.21) jusqu'à l'ordre 3. La valeur critique de $\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0}$ sera alors celle pour laquelle le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel se trouvera du côté des potentiels négatifs (raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des potentiels positifs (compression). Nous avons alors calculé la valeur critique de $\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0}$ pour laquelle la dérivée seconde change de signe. Son

expression est donnée par

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0} = (1 - \beta + f\sigma) / (f - 1) Q_{d0} + Q_{d0}^2 / M^2 \quad (3.2.28)$$

A cette valeur critique, le terme cubique est donné par

$$\left(\frac{d^3V}{d\Psi^3}\right)_{\Psi=0} = 1 - f\sigma^2 - \frac{3Q_{d0}}{M^2} (1 - \beta + f\sigma) + \frac{(f - 1)}{Q_{d0}} \left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0} \quad (3.2.29)$$

Par conséquent, le caractère, compressif ou de raréfaction, de ces ondes solitaires dépendra du signe de

$$1 - f\sigma^2 - \frac{3Q_{d0}}{M^2} (1 - \beta + f\sigma) + \frac{(f - 1)}{Q_{d0}} \left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0} \quad (3.2.30)$$

Les conditions (3.2.22) et (3.2.30) d'existence des structures solitaires, délibérément exprimées en termes de $\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0}$ et de $\left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0}$, nous renseigne sur l'importance que revêt un calcul exact (dans la mesure du possible) des courants de charge. Ces derniers affectent les détails des équations (3.2.21), (3.2.22) et (3.2.30) à travers χ et f .

3.3 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. Le système d'équations couplées (3.2.7), (3.2.9) et (3.2.17) peut être perçu soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Par souci de simplicité et à cause du fait que seul ce qui se passe à l'intérieur du domaine d'intégration nous intéresse, nous avons choisi de le résoudre en tant que problème aux valeurs initiales grâce à un schéma d'intégration numérique à pas variable basé sur la méthode Runge-Kutta. Les grains d'impureté de densité volumique $\rho = 3\text{g/cm}^3$ sont supposés immergés dans un plasma d'Hydrogène. Pour amorcer le processus de l'intégration numérique, les valeurs initiales $\Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -\left(\frac{d\Psi}{d\xi}\right)(\xi = 0) = -10^{-3}$ ont été choisies. Nous allons d'abord considérer le cas des électrons Boltzmanniens ($\alpha = 0$) pour discuter ensuite le cas où les électrons non thermiques sont inclus de manière self-consistante. Le potentiel électrostatique Ψ , tracé sur la figure 1, exhibe le profil d'une structure spatialement localisée (onde solitaire). Les paramètres suivants $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{ g/cm}^3$, $\alpha = 0$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$ et $\sigma = 1$ ont été choisis. La figure 1 montre que lorsque la charge du grain est variable, la largeur du soliton diminue tandis que son amplitude augmente, c'est-à-dire que le mécanisme de la variation de la charge électrique rend plus pointu le

profil de l'onde solitaire. Cette tendance (due à la fluctuation de charge des grains de poussière) est plus prononcée pour une concentration d'électrons non thermiques même infime ($\alpha = 0.01$) (Fig.2). Pour des fins de comparaison, nous traçons Ψ pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$, $\alpha = 0.15$ et $\alpha = 0.2$. Les résultats indiquent que les propriétés de la structure solitaire à charge variable sont sensiblement modifiées par les effets non thermiques (Fig.3a) tel que confirmé par le potentiel de Sagdeev associé (Fig.3b). Une augmentation de α entraîne une diminution de l'amplitude du pulse solitaire et une légère augmentation de sa largeur: l'addition d'une quantité relative d'électrons non thermiques rend plus lisse la structure solitaire. La charge électrique du grain de poussière Q_d adopte le même profil localisé (Fig.4) et reste négative. Figure 4 indique qu'à mesure que la fraction des électrons rapides et énergétiques diminue, le grain de poussière collecte plus d'ions positifs réduisant ainsi la charge négative nette résidant sur la surface du grain de poussière (Q_d est moins négative pour les petites valeurs de α dans la région de localisation du soliton). La figure 5 montre que les grains de poussière sont fortement localisés. Cette localisation (accumulation) due à un équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière est plus effective pour des valeurs plus petites de α . La figure 6 montre que sous certaines conditions, l'influence de la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière peut être importante: la variation de la charge donne lieu à une dissipation alternative (autre que celle due aux collisions ou à l'interaction onde-particule) de l'énergie qui se traduit par une décroissance de l'amplitude de l'onde et un transfert vers ce que l'on appelle une queue de bruit (a noise tail). L'amplitude de l'onde décroît alors de manière algébrique et la conservation de "la masse totale du soliton" donne lieu à la formation et au développement d'une queue (noise tail). C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau ni viscosité résultant de collisions entre les grains et le reste des particules. Des effets similaires ont d'ailleurs été rapportés dans des publications récentes traitant des effets non adiabatiques de la variation de la charge sur la génération d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses[56],[82] et des modes non linéaires de Bernstein-Greene-Kruskal (BGK) poussiéreux[83]. Un nouveau mécanisme physique entièrement différent de celui requis pour la génération d'ondes de choc décrites par l'équation de Korteweg-de Vries-Burger (KdVB) pour l'onde acoustique ionique poussiéreuse[85] a été mis en évidence par Gupta *et al.*[56]. L'influence de α sur la structure de l'onde de choc (comportement monotone ou oscillatoire) est illustrée respectivement sur les figures 6 et 7. Notons le phénomène de séparation de charge qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc (cas de la dispersion dominante).

Cet effet diminue quand la valeur de α augmente (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large éventail des paramètres du plasma et noté que l'amortissement anormal est intimement lié à la valeur de la constante k [voir Eq.(3.2.18)]: les grandes valeurs de k favorisent le développement de structures cohérentes (solitons) alors que de faibles valeurs de k sont requises pour l'existence de structures dissipatives (ondes de choc). En fait, la constante adimensionnelle k peut être perçue comme étant le rapport de l'énergie potentielle électrostatique E_{pe} d'un électron sur la surface d'un grain de poussière et l'énergie cinétique non perturbée d'un grain et peut être réécrite sous la forme

$$k = \sqrt{3 \frac{m_d n_{e0}}{m_e \rho}} \left(\frac{E_{pe}}{m_d v_{d0}^2 / 2} \right)^{1/2} \quad (3.3.1)$$

où $\rho = Z_0 / (4\pi r^3 / 3)$.

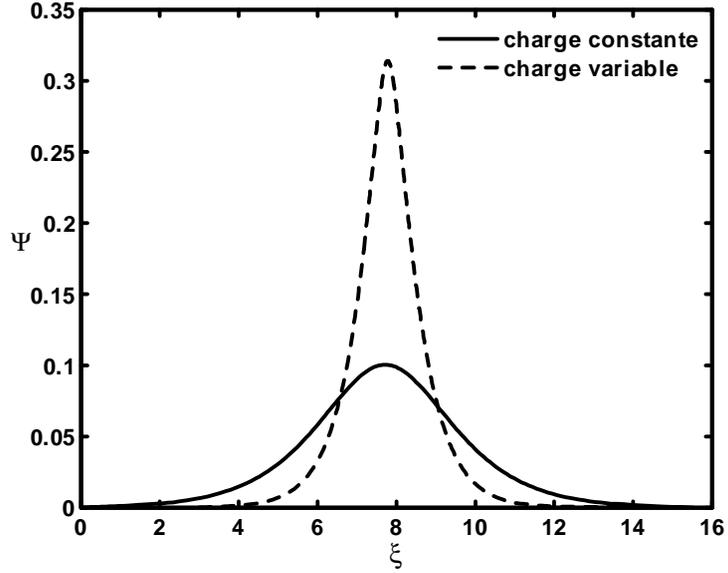


Figure 1: Solution en onde solitaire Ψ dans le cas de la charge constante et de la charge variable, avec $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $\alpha = 0$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($f = 3$ et $k = 5.97 \times 10^5$).

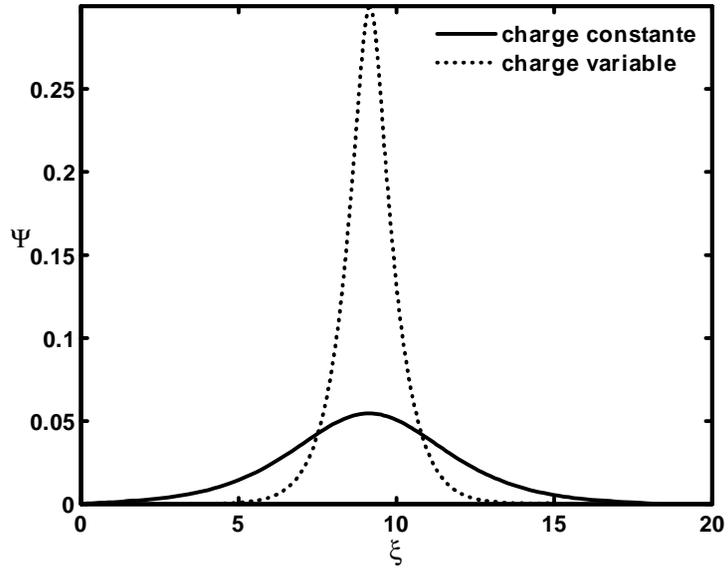


Figure 2: Solution en onde solitaire Ψ dans le cas de la charge constante (trait plein) et variable (pointillés). Les paramètres utilisés sont avec $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($k = 5.97 \times 10^5$) avec $\alpha = 0.01$ ($f = 3.27$).

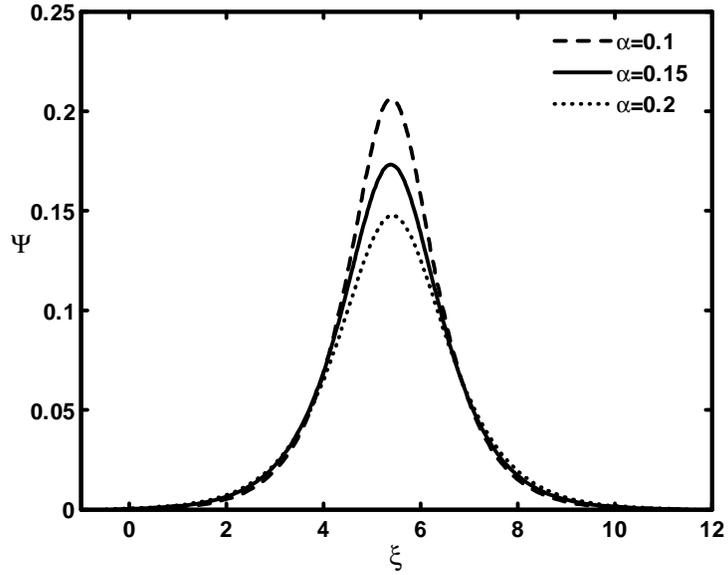


Figure 3a: Solution en onde solitaire Ψ pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ ($f = 5.17$), $\alpha = 0.15$ ($f = 5.91$) et $\alpha = 0.2$ ($f = 6.52$). Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($k = 5.97 \times 10^5$).

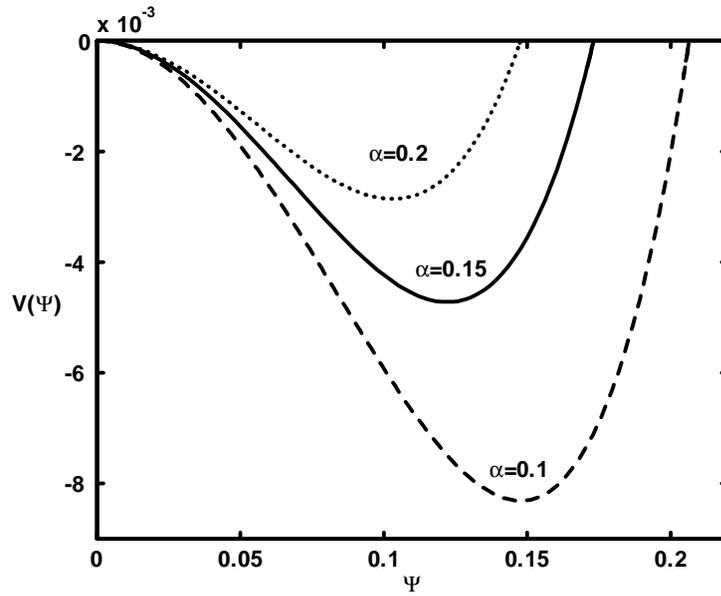


Figure 3b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé aux structures solitaires de la figure 3a.

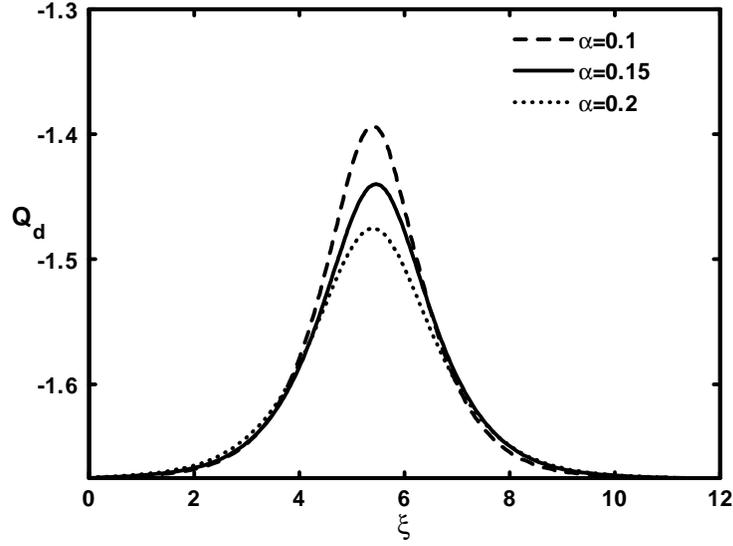


Figure 4: Profil spatiale de la charge Q_d du grain de poussière pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ ($f = 5.17$), $\alpha = 0.15$ ($f = 5.91$) et $\alpha = 0.2$ ($f = 6.52$).

Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($k = 5.97 \times 10^5$).

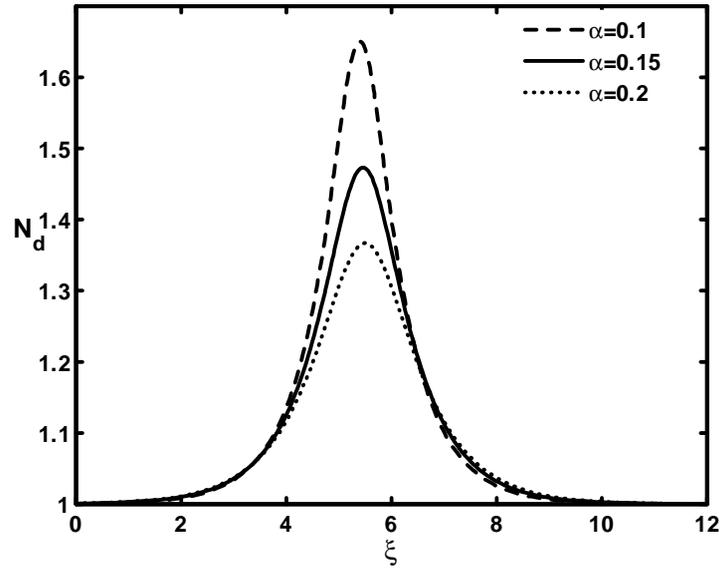


Figure 5: Profil spatial de la densité des grains de poussières N_d pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ ($f = 5.17$), $\alpha = 0.15$ ($f = 5.91$) et $\alpha = 0.2$

($f = 6.52$). Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $n_{e0} = 10^{10}\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $r = 5\mu\text{m}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($k = 5.97 \times 10^5$).

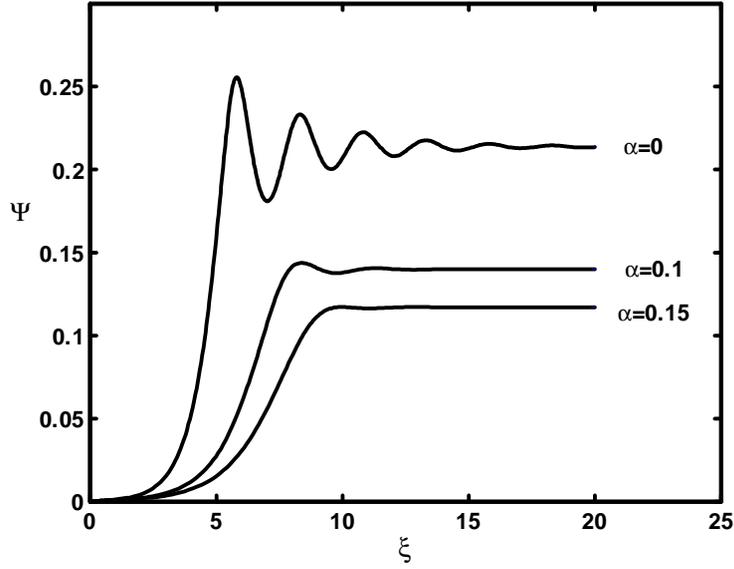


Figure 6: Solution en onde de choc Ψ dans le cas de la charge variable pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0$ ($f = 2.99$), $\alpha = 0.1$ ($f = 5.17$) et $\alpha = 0.15$ ($f = 5.91$). Les valeurs de v_{d0} et k sont respectivement $18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ et 5.97 . Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $T_e = 1\text{eV}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$. avec $n_{e0} = 10^4\text{cm}^{-3}$ et $r = 0.5\mu\text{m}$.

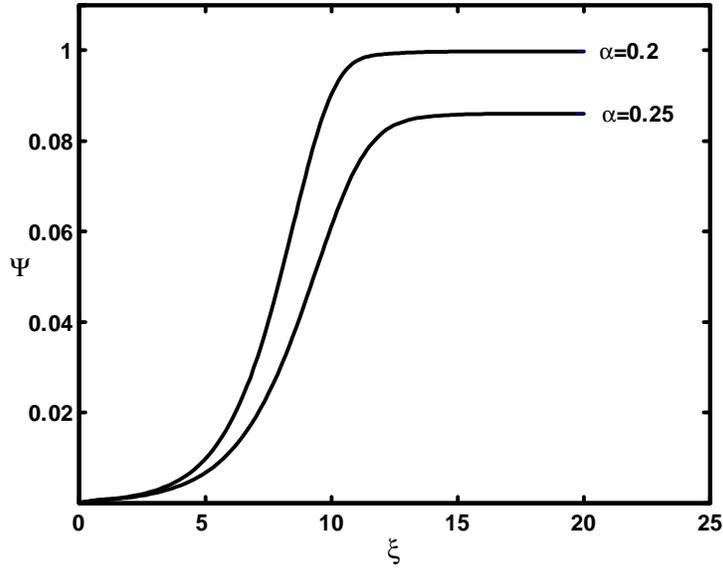


Figure 7: Solution en onde de choc Ψ dans le cas de la charge variable pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.2$ ($f = 6.52$) et 0.25 ($f = 7.03$). Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -1.6751$, $M = 1$, $\sigma = 1$, $T_e = 1\text{eV}$, $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 1.88\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ et $k = 5.97 \times 10^5$. avec $n_{e0} = 10^4\text{cm}^{-3}$ et $r = 0.5\mu\text{m}$.

4

Ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma gravitationnel à charge variable

4.1 Présentation physique du problème

De manière générale, les processus collectifs inhérents aux plasmas poussiéreux peuvent être étudiés dans trois régimes distincts, à savoir

- (i) force électromagnétique plus grande que la force gravitationnelle.
- (ii) force électromagnétique du même ordre de grandeur que la force gravitationnelle
- (iii) force électromagnétique plus petite que la force gravitationnelle.

Le premier cas correspond aux plasmas ordinaires de laboratoire[2] où l'interaction coulombienne joue un rôle majeur dans le comportement du plasma. Le second cas correspond aux atmosphères des planètes et au milieu inter-stellaire[76] où, à titre d'exemples, l'épaisseur de l'anneau de Jovian ou encore les structures apparentes sur les anneaux de Saturne sont présumées dues à un équilibre entre les forces électromagnétiques et gravitationnelles. Le dernier cas correspond généralement aux plasmas astrophysiques où la formation de structures à grande échelle est attribuée à la condensation gravitationnelle[77]. Cette diversité est essentiellement due aux propriétés intrinsèques des grains de poussière: des charges électriques qui peuvent équivaloir des milliers de fois la charge de l'électron ou celle du proton et des masses qui peuvent atteindre jusqu'à des billions de fois la masse du proton. C'est pourquoi, les fréquences plasma et les gyrofréquences (en présence d'un champ magnétique) associées à la composante poussiéreuse sont nettement plus petites que celles

correspondant aux ions et aux électrons. Par conséquent, l'objectif du présent chapitre est d'étendre notre analyse précédente au cas où la force gravitationnelle à laquelle est soumis le grain de poussière (son poids) peut être du même ordre de grandeur que la force électrostatique. Nous verrons alors que la force de gravitation, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations non linéaires associées au mouvement du grain de poussière.

4.2 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma poussiéreux non magnétisé composé d'électrons, d'ions positifs et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, avoir la même charge $q_d = -eZ$ et le même rayon r . A l'échelle caractéristique temporelle des grains de poussière, les électrons peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et avoir la densité numérique (nombre de particules par unité de volume) suivante

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (4.2.1)$$

où T_e représente la température électronique et ϕ le potentiel électrostatique. Les ions et les grains de poussière, dont les températures sont généralement plus petites que celle des électrons, sont supposés froids. En utilisant les équations de continuité et de mouvement des ions, la densité de ces derniers, dont la vitesse à l'équilibre ($\phi = 0$) est égale à v_{i0} , peut s'exprimer sous la forme[2]

$$n_i = n_{i0} \left(1 - \frac{2e\phi}{m_i v_{i0}^2}\right)^{-1/2} \quad (4.2.2)$$

Les grains de poussière sont soumis à la force gravitationnelle ainsi qu'à la force électrostatique. Rappelons que dans le cadre du modèle de la sonde, la force électrostatique est proportionnelle au rayon r du grain de poussière en raison de la dépendance linéaire de la charge du grain en r . La force gravitationnelle, quant à elle, est proportionnelle au cube du rayon du grain. La force électrostatique est dominante pour les grains légers tandis que la force de gravitation peut avoir un effet appréciable sur la dynamique des grains de poussière dans le cas inverse. Dans ces conditions, les oscillations acoustiques poussiéreuses peuvent être décrites grâce aux deux équations de conservation (du nombre de particules et de l'impulsion) suivantes[78]

$$n_d v_d = n_{d0} v_{d0} \quad (4.2.3)$$

$$m_d v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = -q_d \frac{\partial \phi}{\partial x} + m_d g \quad (4.2.4)$$

où g représente l'accélération gravitationnelle (notons que la coordonnée x est suivant la verticale), m_d la masse du grain de poussière, v_d sa vitesse fluide et q_d sa charge électrique. Cette dernière est déterminée par l'équation de charge suivante

$$v_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (4.2.5)$$

Les courants de charge électronique et ionique I_e et I_i sont déterminés à partir des densités locales des électrons et des ions ainsi que de la différence de potentiel entre la surface du grain de poussière et le plasma de base. Leurs expressions sont données par[52]

$$I_e = -\pi r^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_e \exp\left(\frac{eq_d}{rT_e} \right) \quad (4.2.6)$$

$$I_i = \pi r^2 e n_i v_i \left(1 - \frac{2eq_d}{r m_i v_i^2} \right) \quad (4.2.7)$$

Le système d'équations (4.2.3), (4.2.4) et (4.2.5) est complété par l'équation de Poisson

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -4\pi [e(n_i - n_e) + n_d q_d] \quad (4.2.8)$$

A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert $e(n_{i0} - n_{e0}) + n_{d0} q_{d0} = 0$. En introduisant les variables adimensionnelles suivantes $Q_d = eq_d/rT_e$, $\Psi = -\frac{e\phi}{T_e}$, $X = x/\lambda_{De}$ où $\lambda_{De} = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ est la longueur de Debye électronique, ainsi que la fonction énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière définie par

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (4.2.9)$$

les densités numériques des particules peuvent être réécrites sous la forme

$$N_i = n_i/n_{i0} = \left(1 + \frac{2\Psi}{M_i^2} \right)^{-1/2} \quad (4.2.10)$$

$$N_d = n_d/n_{d0} = \left(1 + \frac{2\chi}{M_d^2} + \frac{2\mu}{M_d^2} X \right)^{-1/2} \quad (4.2.11)$$

$$N_e = n_e/n_{e0} = \exp(-\Psi) \quad (4.2.12)$$

où $\mu = g\lambda_{De}/C_{ds}^2$ mesure l'effet gravitationnel, $M_j = v_{j0}/C_{js}$ est le nombre de Mach de l'espèce j (ne pas confondre entre le nombre de Mach ionique M_i et la masse ionique m_i) et $C_{ds} = (zT_e/m_d)^{1/2}$ est la vitesse acoustique poussiéreuse[7], avec $z = rT_e/e^2$. L'équation du Poisson (4.2.8) ainsi que l'équation de charge (4.2.5) peuvent alors s'écrire sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = -N_e + fN_i - (f-1)N_d \frac{Q_d}{Q_{d0}} \quad (4.2.13)$$

$$\frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ -\exp(Q_d - \Psi) + M_i f \left(\frac{\pi m_e}{8m_i} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{2Q_d}{M_i^2} N_i^2 \right) \right\} \quad (4.2.14)$$

où $f = n_{i0}/n_{e0}$ et $k = (2e^2 r^2 n_{e0}/v_{d0}^2 m_e)^{1/2}$. A l'équilibre ($\Psi = 0$), la relation (4.2.14) requiert la condition suivante

$$f = \frac{\exp(Q_{d0})}{M_i \left(\frac{\pi m_e}{8m_i} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{2Q_{d0}}{M_i^2} \right)} \quad (4.2.15)$$

4.2.1 Cas non gravitationnel

Considérons d'abord le cas où la force de gravitation est négligeable (grains de poussière légers). Dans ce cas $\mu X \ll \Psi$ et l'équation de Poisson (4.2.13) peut être réécrite sous la forme (en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées $\Psi \rightarrow 0$, $\frac{d\Psi}{dX} \rightarrow 0$ lorsque $X \rightarrow \pm\infty$)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{dX} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (4.2.16)$$

où

$$V(\Psi) = 1 - \exp(-\Psi) - fM_i^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\Psi}{M_i^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M_d^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\Psi}{M_d^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M_d^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\Psi}{M_d^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} \quad (4.2.17)$$

représente le potentiel de Sagdeev. Rappelons que l'équation (4.2.16) peut être perçue comme étant "l'intégrale d'énergie" d'une pseudo-particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $\frac{d\Psi}{dX}$ oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$ et qu'elle n'admettra de solution solitaire que si

(i) $\left(\frac{d^2V}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0} < 0$ (le point à l'origine est instable) ; (ii) il existe une valeur maximale ou minimale Ψ_m de Ψ pour laquelle $V(\Psi_m) = 0$; (iii) $V(\Psi) < 0$ pour toute valeur de Ψ comprise entre 0 et Ψ_m . Ces conditions requièrent

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0} > \left(1 - \frac{f}{M_i^2} + \frac{(f-1)}{M_d^2}\right) \frac{Q_{d0}}{(f-1)} \quad (4.2.18)$$

Le système d'équations couplées (4.2.9),(4.2.13),(4.2.14) est alors résolu numériquement et nos résultats indiquent que notre modèle de plasma peut propager une onde acoustique poussiéreuse solitaire de raréfaction (rappelons que $\Psi = -e\phi/T_e$) (Fig.1a) tel que confirmé par le pseudo-potentiel $V(\Psi)$ associé (Fig.1b). Notons la forte accumulation des grains de poussière (N_d) ainsi que la déplétion électronique (N_e) et ionique (N_i) dans la région de localisation du soliton. Cette accumulation, due à un équilibre des forces électrostatiques s'exerçant sur les grains, contribue au potentiel négatif du plasma. Une augmentation de la vitesse d'équilibre des ions (Figs.2a et 2b) entraîne une augmentation de l'amplitude du pulse solitaire et un rétrécissement de sa largeur.

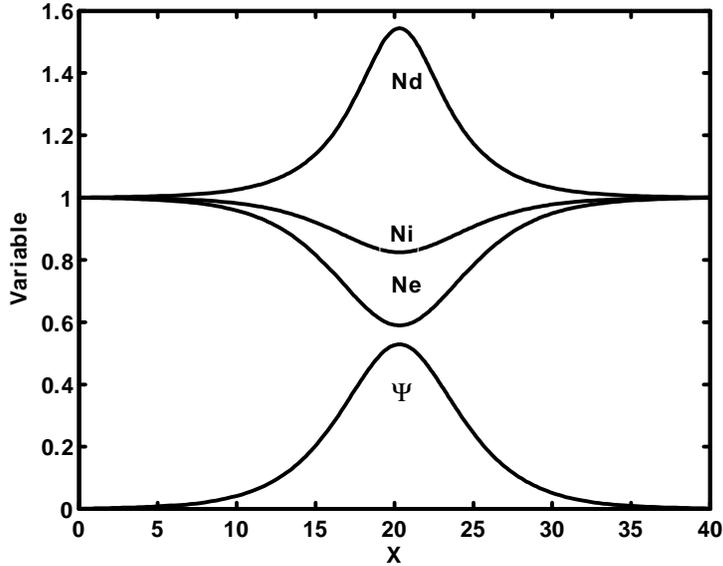


Figure 1a: Potentiel électrostatique Ψ et profil des densités de particules N_e , N_i et N_d dans le cas de la charge variable. Les paramètres choisis sont $Q_{d0} = -2.3006$ ($f = 1.5$), $M_i = 1.5$, $M_d = 2$, $r = 0.5\mu m$, $n_{e0} = 10^{12}\text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm s}^{-1}$ ($k = 5.98 \times 10^4$).

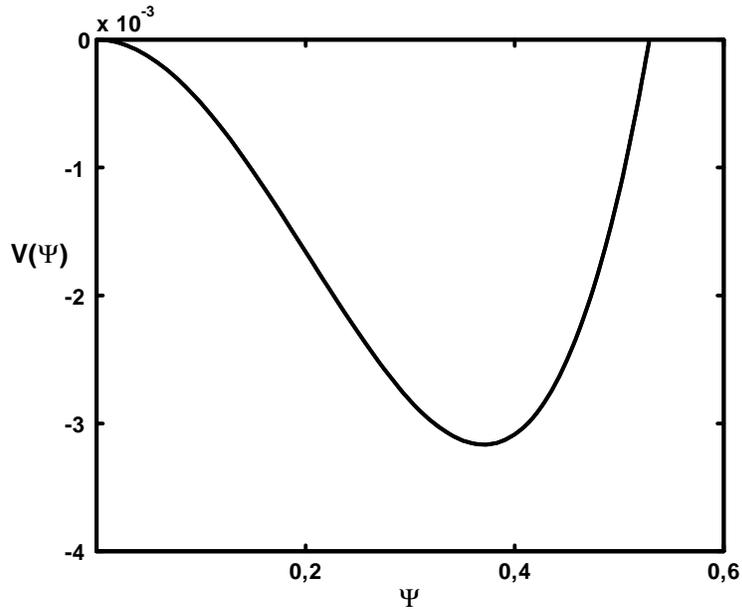


Figure 1b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au potentiel électrostatique Ψ de la figure 1a.

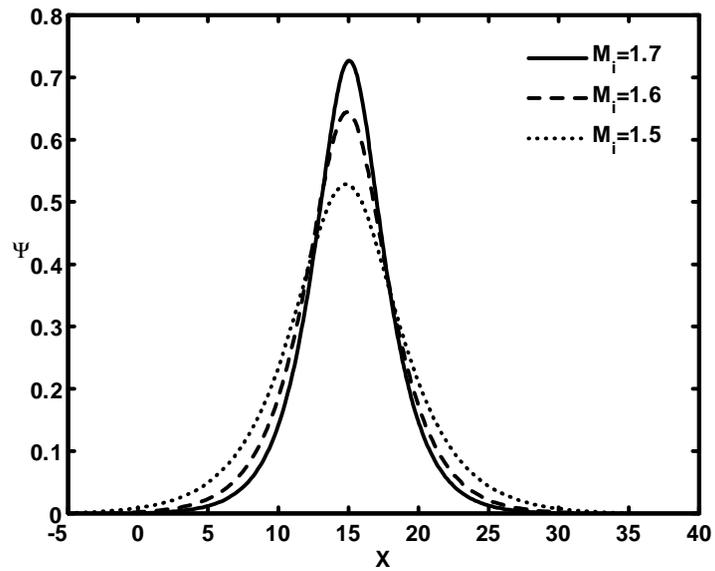


Figure 2a: Potentiel électrostatique solitaire pour différentes valeurs de M_i . Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -2.3006$ ($f = 1.5$), $M_d = 2$, $r = 0.5\mu m$, $n_{e0} = 10^{12} \text{cm}^{-3}$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cms}^{-1}$ ($k = 5.98 \times 10^4$).

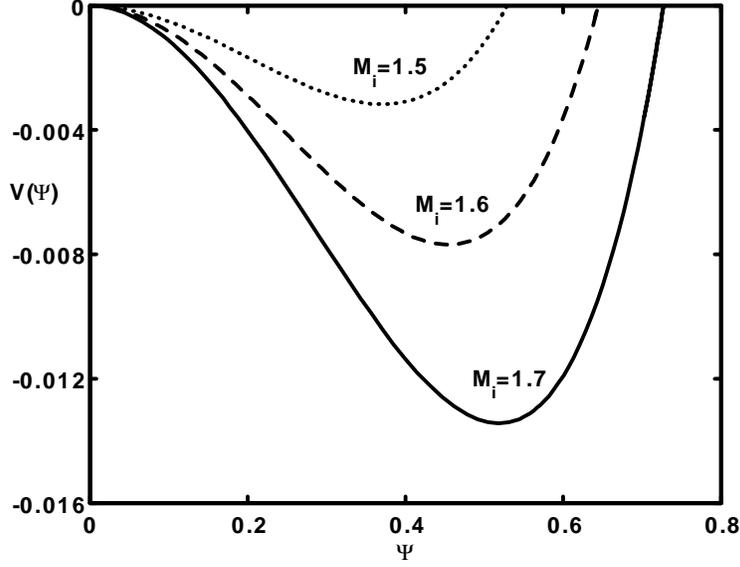


Figure 2b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé aux structures solitaires de la figure 2a.

4.2.2 Cas gravitationnel

On se propose maintenant d'étendre notre analyse précédente au cas où la force gravitationnelle peut être du même ordre de grandeur que la force électrostatique. Dans ce cas, la dynamique non linéaire des oscillations acoustiques poussiéreuses peut être décrite grâce à l'équation de Poisson adimensionnelle suivante (voir équations de base du modèle théorique)

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = -\exp(-\Psi) + f \left(1 + \frac{2\Psi}{M_i^2}\right)^{-1/2} - (f-1) \left(1 + \frac{2\chi}{M_d^2} + \frac{2\mu}{M_d^2}X\right)^{-1/2} \frac{Q_d}{Q_{d0}} \quad (4.2.19)$$

couplée à l'équation d'évolution de la charge du grain de poussière

$$\frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ -\exp(Q_d - \Psi) + M_i f \left(\frac{\pi m_e}{8m_i}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{2Q_d}{M_i^2} N_i^2\right) \right\} \quad (4.2.20)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (4.2.21)$$

Rappelons que $\mu = g\lambda_{De}/C_{ds}^2$ mesure l'effet gravitationnel et que les densités numériques des particules (ions, électrons et grains de poussière) sont données par $N_i = (1 + 2\Psi/M_i^2)^{-1/2}$, $N_e = \exp(-\Psi)$ et $N_d = (1 + 2\chi/M_d^2 + 2\mu X/M_d^2)^{-1/2}$. Notons, au passage, que lorsque la gravitation est prise en compte, une analyse en termes de pseudo-potentiel similaire à

celle de la section précédente n'est pas possible (certains auteurs parlent de systèmes non intégrables). Cependant, dans le cas de grains de poussière pas trop lourds, il est toujours possible d'utiliser l'approximation $\mu X \ll 1$ et obtenir alors la contribution $V_d(\Psi)$ des grains de poussière au potentiel de Sagdeev total $V(\Psi) = V_i(\Psi) + V_e(\Psi) + V_d(\Psi)$. Celle-ci est donnée par

$$V_d(\Psi) \simeq \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M_d^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\Psi}{M_d^2} + \frac{2\mu}{M_d^2} X \right)^{1/2} - 1 \right\} \quad (4.2.22)$$

$V_d(\Psi)$ dépend explicitement de la coordonnée spatiale X et il est analogue à un système Hamiltonien dépendant de temps.

Le système d'équations différentielles ordinaires couplées (4.2.19)-(4.2.21) est alors résolu grâce au schéma d'intégration numérique précédemment utilisé. Le plasma est supposé être composé d'électrons, d'ions d'hydrogène et de grains de poussière de masse volumique $\rho = 3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Psi(X=0) = 0$ et $E_0 = -(d\Psi/dX)(X=0) = -10^{-5}$ ont été choisies. Les paramètres suivants $T_e = 1\text{eV}$, $n_{e0} = 10^9\text{cm}^{-3}$, $r = 0.5\mu\text{m}$, $Q_{d0} = -2.3006$ ($f = 1.5$), $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ($m_d/m_e \sim 0.17 \cdot 10^{16}$ et $m_d/m_i \sim 0.93 \cdot 10^{12}$) ont été choisis. Nos résultats (Fig.3) révèlent que le potentiel électrostatique Ψ adopte le profil d'une structure asymétrique et augmente de manière oscillatoire tandis que les électrons et les ions se raréfient à mesure que la distance X augmente. Notons que cet appauvrissement est plus prononcé et plus rapide pour les électrons ($N_e \sim 0$ aux environs de $X \sim 45$). La densité des grains de poussière N_d exhibe un profil en multi-pics et une forte accumulation ($N_d \sim 40$ aux environs de $X \sim 40$) (Fig.4). Avec des grains de poussière huit fois plus lourds (Fig.5, $r = 1\mu\text{m}$), nous obtenons qualitativement les mêmes résultats avec, cependant, un appauvrissement plus rapide des électrons ($N_e \sim 0$ aux environs de $X \sim 12$) et une accumulation des grains de poussière encore plus forte sur une distance nettement plus petite ($N_d \sim 70$ aux environs de $X \sim 6$) (Fig.6). La charge électrique Q_d des grains de poussière adopte le même profil oscillatoire (Fig.7) et devient moins négative à mesure que X augmente: c'est là un résultat tout à fait attendu et prévisible dans la mesure où un appauvrissement plus accru des électrons favorise la collecte des ions positifs de la part de la surface du grain de poussière. Cette diminution progressive de la charge nette négative du grain de poussière peut même rendre Q_d positive invalidant ainsi nos équations de base car, rappelons le, les courants de charge I_e et I_i ont été établis dans le cas de grains de poussière à charge négative (barrière de potentiel pour les électrons). Par ailleurs, l'augmentation de la taille des grains de poussière et donc de leur

masse entraîne la diminution du nombre d'oscillations. Notons que des profils similaires de la densité des grains de poussière ont été observés lors d'expériences de laboratoire[79],[80].

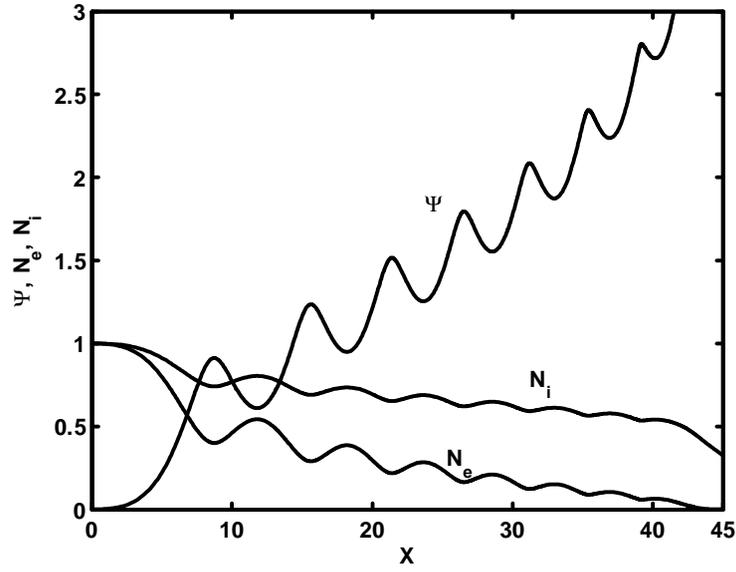


Figure 3 : Profil spatial du potentiel électrostatique Ψ et des densités électronique N_e et ionique N_i dans le cas gravitationnel, avec $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $r = 0.5\mu m$, $n_{e0} = 10^9\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 1.89 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$. La valeur de f déduite à partir de la relation (4.2.14) est égale à 1.5.

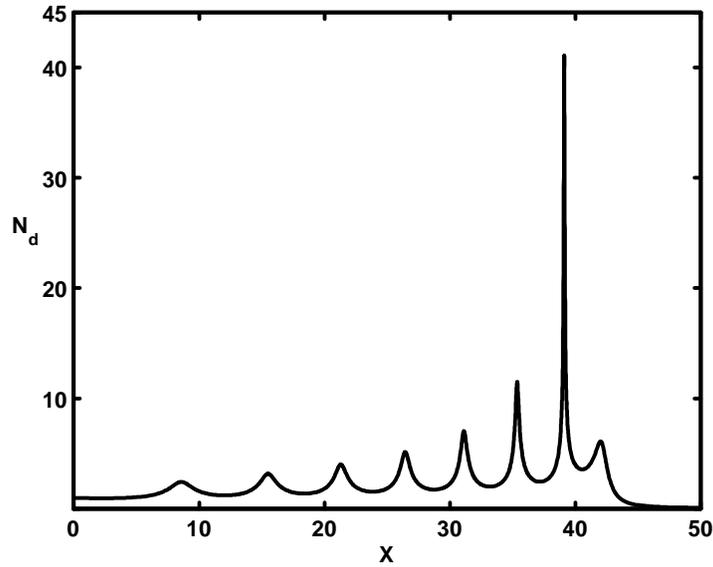


Figure 4 : Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d . Les paramètres utilisés sont $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $r = 0.5\mu m$, $n_{e0} = 10^9\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 1.89 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $f = 1.5$.

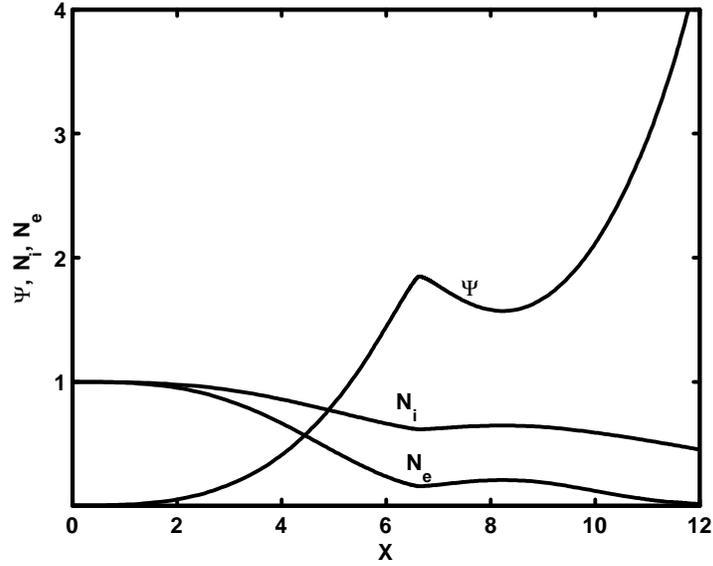


Figure 5: Profil spatial du potentiel électrostatique Ψ et des densités électronique N_e et ionique N_i dans le cas gravitationnel. Les paramètres utilisés sont $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $T_e = 1 \text{eV}$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $f = 1.5$. avec $r = 1 \mu\text{m}$,
 $k = 3.78 \times 10^3$

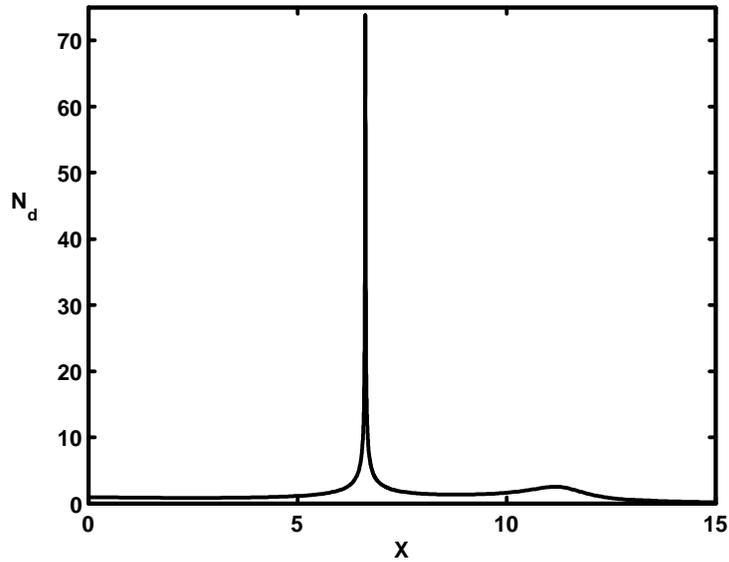


Figure 6 : Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d . Les paramètres utilisés sont $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $T_e = 1 \text{eV}$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$,
 $f = 1.5$. avec $r = 1 \mu\text{m}$, $k = 3.78 \times 10^3$

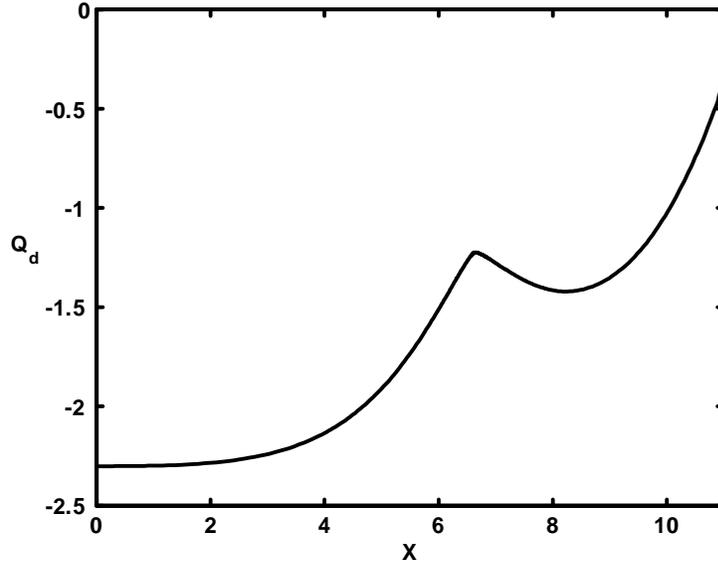


Figure 7 : Profil spatial de charge Q_d des grains de poussière. Les paramètres utilisés sont $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $T_e = 1 \text{eV}$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $f = 1.5$. avec $r = 1 \mu\text{m}$, $k = 3.78 \times 10^3$

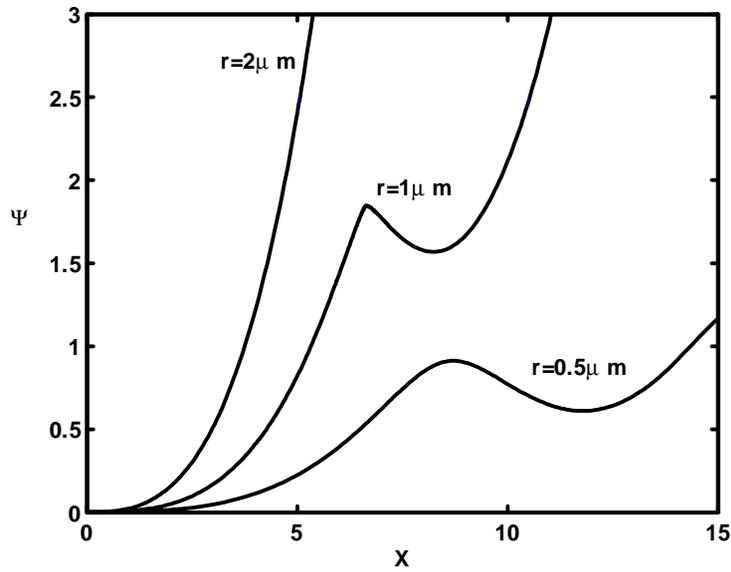


Figure 8: Profil spatial du potentiel électrostatique Ψ pour différentes valeurs du rayon $r = 0.5 \mu\text{m}$ ($k = 1.89 \times 10^3$), $r = 1 \mu\text{m}$ ($k = 3.78 \times 10^3$) et $r = 2 \mu\text{m}$ ($k = 7.5 \times 10^3$), avec $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $Q_{d0} = -2.3006$, $f = 1.5$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ et $T_e = 1 \text{eV}$.

4.2.3 Cas gravitationnel avec électrons non thermiques

Nous allons maintenant étendre l'analyse précédente au cas d'un plasma poussiéreux contenant une population d'électrons rapides et non thermiques. Pour cela, nous utiliserons les mêmes équations de base que précédemment. Cependant, les électrons n'étant plus en équilibre thermodynamique, nous ferons alors appel à la densité électronique (3.2.6) ainsi qu'au courant de charge électronique (3.2.13) établi dans le chapitre III. Dans ce cas, la dynamique non linéaire des oscillations acoustiques poussiéreuses peut être décrite grâce à l'équation de Poisson adimensionnelle suivante

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = -\exp(-\Psi) [1 + \beta(\Psi + \Psi^2)] + f \left(1 + \frac{2\Psi}{M_i^2}\right)^{-1/2} - (f-1) \left(1 + \frac{2\chi}{M_d^2} + \frac{2\mu}{M_d^2}X\right)^{-1/2} \frac{Q_d}{Q_{d0}} \quad (4.2.23)$$

couplée à l'équation d'évolution de la charge du grain de poussière

$$\frac{dQ_d}{dX} = KN_d \left\{ -\frac{\exp(Q_d - \Psi)}{(1 + 3\alpha)} \left(1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16}{3}\alpha\Psi - \frac{16}{5}\alpha Q_d + 4\alpha\Psi^2 - \frac{8}{3}\alpha Q_d\Psi + \frac{4}{5}\alpha Q_d^2\right) + \left(\frac{\pi m_e}{8m_i}\right)^{1/2} M_i f \left(1 - \frac{2Q_d}{M_i^2} N_i^2\right) \right\} \quad (4.2.24)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (4.2.25)$$

Notons qu'en l'absence de la force gravitationnelle ($\mu X \ll \Psi$), l'équation de Poisson (4.2.23) peut être réécrite sous la forme d'une quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{dX}\right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (4.2.26)$$

où

$$V(\Psi) = (1 + 3\beta) - [1 + \beta(\Psi^2 + 3\Psi + 3)] \exp(-\Psi) - f M_i^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\Psi}{M_i^2}\right)^{1/2} - 1 \right\} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} M_d^2 \left\{ \left(1 + \frac{2\chi}{M_d^2}\right)^{1/2} - 1 \right\} \quad (4.2.27)$$

représente le potentiel de Sagdeev associé. L'intégration numérique des équations (4.2.24), (4.2.25) et (4.2.26) met alors en évidence l'un des aspects les plus intéressants de la nature non thermique d'un plasma: la coexistence, pour les mêmes paramètres plasma, d'ondes solitaires de compression et de raréfaction (Figs.9a et 9b).

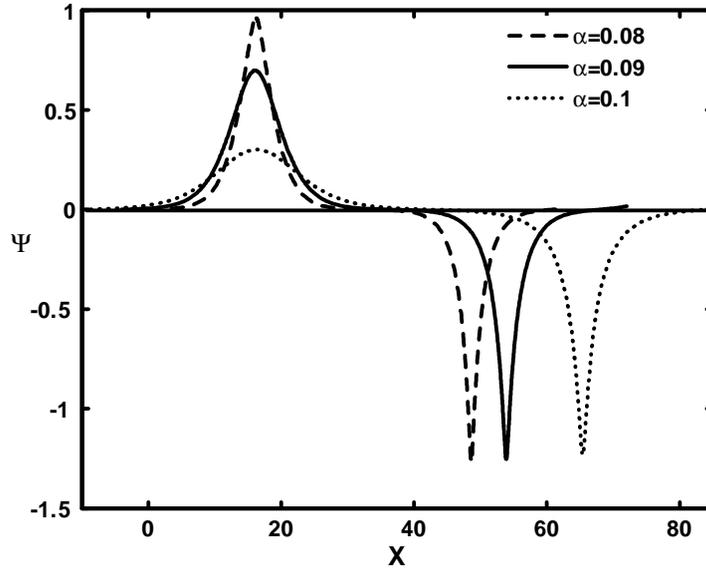


Figure 9a: Coexistence des potentiels solitaires de raréfaction et de compression Ψ dans le cas non gravitationnel pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.08 (f = 1.4)$, $\alpha = 0.09 (f = 1.21)$ et $\alpha = 0.1 (f = 1.27)$, avec $Q_{d0} = -3.2$, $M_i = 1.6$, $M_d = 2.5$, $r = 1\mu m$, $n_{e0} = 10^{12} \text{cm}^{-3}$, $k = 9.59 \times 10^4$ et $v_{d0} = 23.5 \text{cms}^{-1}$.

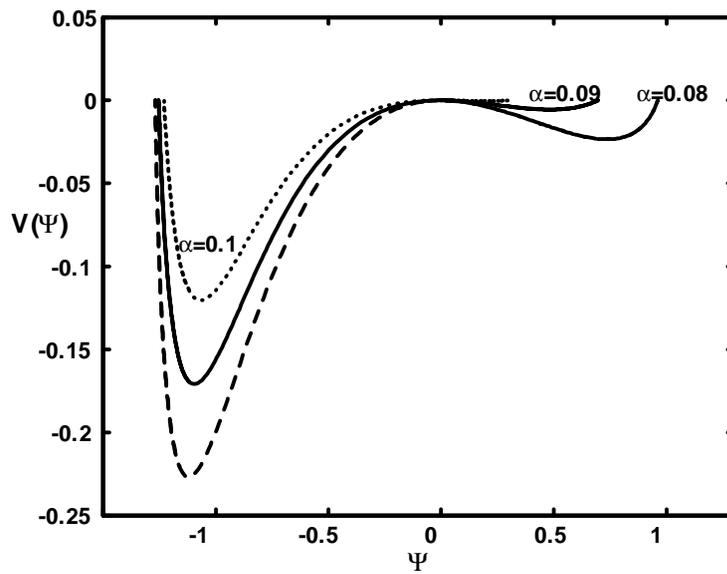


Figure 9b: Potentiel de Sagdeev associé aux structures solitaires de compression et de raréfaction de la figure 9a.

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques lorsque le plasma est à la fois non thermique et gravitationnel. Le système d'équations couplées (4.2.23)-(4.2.25) est alors résolu grâce au schéma d'intégration numérique déjà utilisé précédemment. Les figures 10 et 11 montrent qu'une augmentation du nombre d'électrons non thermiques entraîne une diminution de l'amplitude du potentiel électrostatique et une réduction sensible du nombre d'oscillations introduites par la gravitation: le profil du potentiel tend à devenir plus lisse et à ressembler à celui d'une double-couche[81] (une structure non linéaire caractérisée par un saut de potentiel) responsable de la forte accélération observée dans les plasmas de l'espace. La déplétion électronique et ionique est toujours de mise (Fig.12) avec cependant une différence de taille: l'appauvrissement ionique est plus rapide que celui des électrons (à comparer avec les figures 3 et 5). A mesure que α augmente, l'accumulation des grains de poussière devient moins importante (Fig.13) et la charge nette négative des grains de poussière plus importante (Fig.14). La figure 15 indique qu'une réduction de la taille (et donc de la masse) du grain de poussière induit qualitativement les mêmes effets qu'une augmentation du nombre d'électrons non thermique. Ce résultat nous amène à conclure que les effets produits par la non thermalité électronique équivalent à ceux que produirait une diminution de la masse du grain de poussière et, par conséquent, de l'intensité de la force de gravitation.

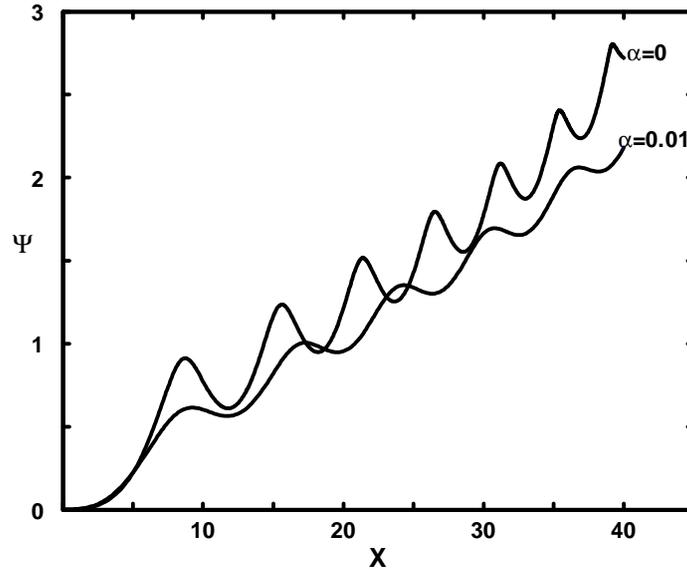


Figure 10: Potentiel électrostatique Ψ dans le cas gravitationnel pour deux valeurs différentes du paramètre non thermique $\alpha = 0$ ($f = 1.5$), $\alpha = 0.01$ ($f = 1.69$), avec $Q_{d0} = -2.3006$, $M_i = 1.5$, $M_d = 1.8$, $r = 0.5\mu m$, $n_{e0} = 10^9\text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 1.89 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

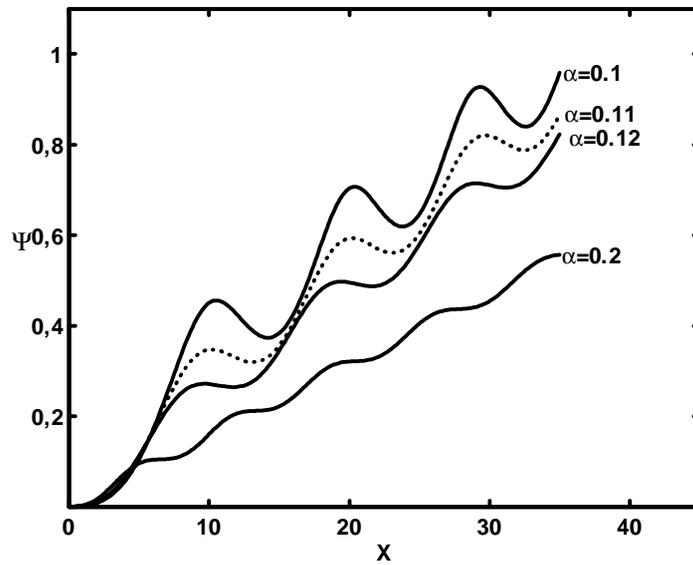


Figure 11: Potentiel électrostatique Ψ dans le cas gravitationnel pour différentes valeurs de $\alpha = 0.1$ ($f = 1.27$), $\alpha = 0.11$ ($f = 1.33$), $\alpha = 0.12$ ($f = 1.38$), $\alpha = 0.2$ ($f = 1.75$), avec $Q_{d0} = -3.2$, $M_i = 1.6$, $M_d = 1.8$, $n_{e0} = 10^9\text{cm}^{-3}$, $r = 0.5\mu m$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 1.89 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

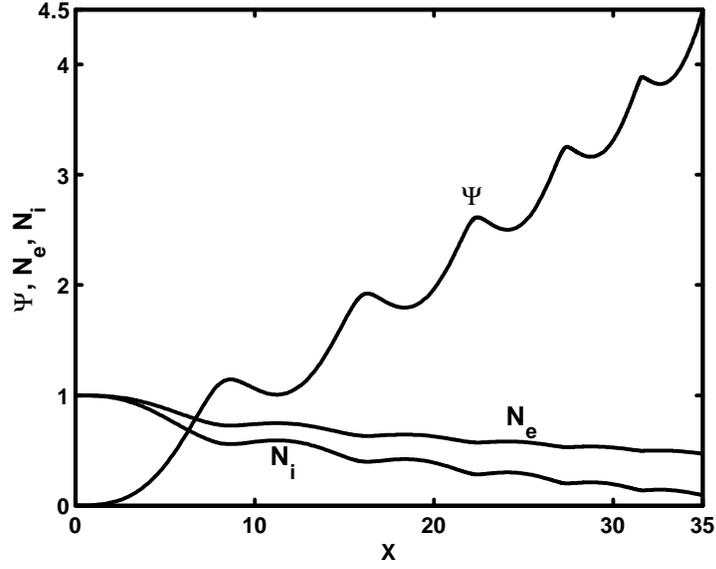


Figure 12: Potentiel électrostatique Ψ et profil des densités électronique N_e et ionique N_i dans le cas gravitationnel, avec $Q_{d0} = -3.2$ ($f = 1.27$), $M_i = 1.6$, $M_d = 1.8$, $r = 1\mu m$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$ et $\alpha = 0.1$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 3.7 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

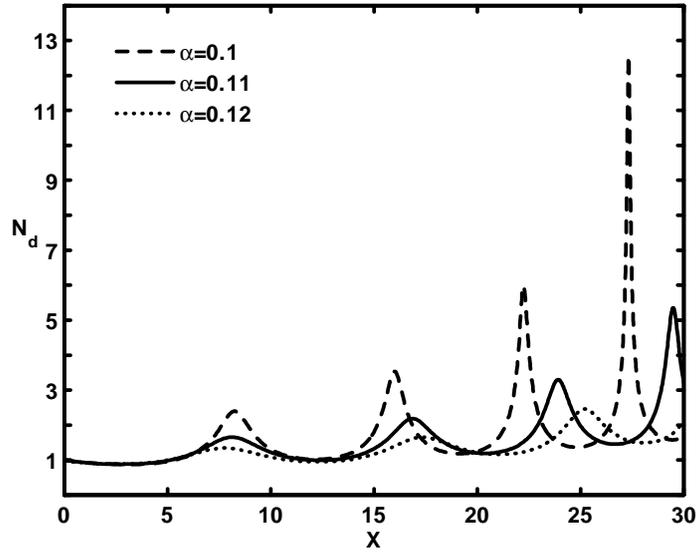


Figure 13: Profil de la densité des grains de poussière N_d dans le cas gravitationnel pour différentes valeurs de $\alpha = 0.1$ ($f = 1.27$), $\alpha = 0.11$ ($f = 1.33$), $\alpha = 0.12$ ($f = 1.38$), . avec $Q_{d0} = -3.2$, $M_i = 1.6$, $M_d = 1.8$, $r = 1\mu m$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 3.7 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

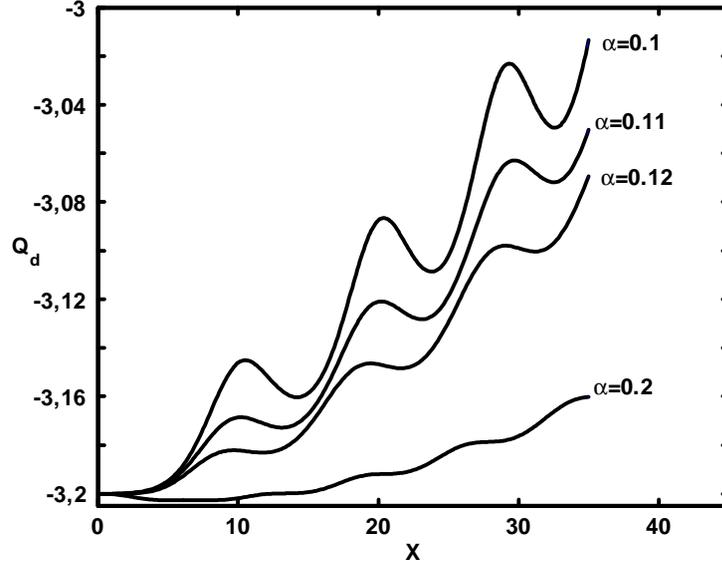


Figure 14: Profil de la charge électrique du grain de poussière Q_d dans le cas gravitationnel pour différentes valeurs de $\alpha = 0.1$ ($f = 1.27$), $\alpha = 0.11$ ($f = 1.33$), $\alpha = 0.12$ ($f = 1.38$), $\alpha = 0.2$ ($f = 1.75$), avec $Q_{d0} = -3.2$, $M_i = 1.6$, $M_d = 1.8$, $r = 1\mu m$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $T_e = 1\text{eV}$, $k = 3.7 \times 10^3$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

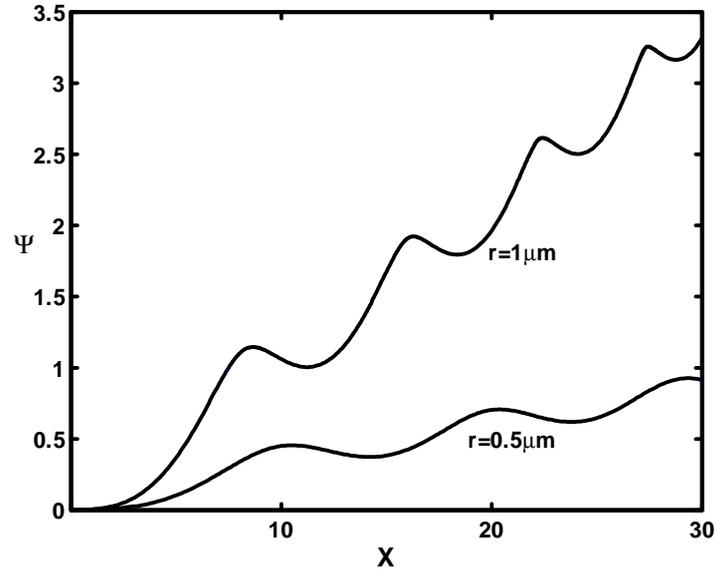


Figure 15: Potentiel électrostatique Ψ dans le cas gravitationnel pour deux valeurs différentes du rayon du grain de poussière $r = 0.5\mu m$ ($k = 1.89 \times 10^3$) et $r = 1\mu m$ ($k = 3.7 \times 10^3$). avec $Q_{d0} = -3.2$ ($f = 1.27$), $M_i = 1.6$, $M_d = 1.8$, $n_{e0} = 10^9 \text{cm}^{-3}$, $\alpha = 0.1$, $T_e = 1\text{eV}$ et $v_{d0} = 18.8 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

5

Ondes acoustiques poussiéreuses faiblement non linéaires associées à un plasma poussiéreux self-gravitationnel

5.1 Introduction

Nous allons maintenant nous intéresser à l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire (d'amplitude petite mais finie) associée à un plasma complexe, self-gravitationnel en nous inspirant des récents travaux de Burman *et al.*[86] et de Paul *et al.*[87]. Deux modèles de plasmas avec des concepts de non-isothermalité électronique différents seront considérées: un modèle avec des électrons rapides et énergétiques (électrons non thermiques) et un autre avec des électrons piégés. L'approche (en termes d'équations de base et de phénomènes gravitationnels) sera quelque peu différente de celle adoptée ci-dessus. Alors que, dans les chapitres précédents, la force gravitationnelle intervient uniquement et directement dans l'équation de mouvement du grain de poussière (bilan de forces), cette fois-ci, elle trouvera son origine dans l'interaction (de type gravitationnelle) entre les différentes particules du plasma. Cette démarche a été adoptée et préconisée par de nombreux auteurs[86]-[99] dans leur effort d'étudier les instabilités linéaires et les structures non linéaires (solitons, ondes de choc, double couches, vortex...etc) associées aux plasmas dits (peut être par abus de langage) "gravitationnels".

5.2 Equations de base du modèle

5.2.1 Cas des électrons non thermiques

Considérons un plasma composé d'électrons non thermiques[58], d'ions positifs et de grains de poussière supposés massifs et chargés négativement. La dynamique de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un tel modèle de plasma peut être décrite grâce aux équations de base fluides suivantes[86]

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{\partial (n_s u_s)}{\partial x} = 0 \quad (5.2.1)$$

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} = -\frac{q_s}{m_s} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5.2.2)$$

complétées par les deux équations de Poisson suivantes (l'une pour le potentiel électrostatique et l'autre pour le potentiel gravitationnel)

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - en_{e0} \left(1 - \beta \frac{e\phi}{T_e} + \beta \frac{e^2 \phi^2}{T_e^2} \right) \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + \sum_{s=i,d} q_s n_s = 0 \quad (5.2.3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 4\pi G \left\{ m_e n_{e0} \left(1 - \beta \frac{e}{T_e} \phi + \beta \frac{e^2}{T_e^2} \phi^2 \right) \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + \sum_{s=i,d} m_s n_s \right\} \quad (5.2.4)$$

où n_s , m_s , u_s , q_s désignent, respectivement, la densité, la masse, la vitesse fluide, la charge électrique des particules d'espèce $s = i, e, d$. ϕ représente le potentiel électrostatique et ψ le potentiel gravitationnel. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert $n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0} n_{d0}$, où Z_{d0} est le nombre de charges, à l'équilibre, du grain de poussière. Dans le but d'étudier la dynamique des ondes acoustiques poussiéreuses de faible amplitudes, nous établissons à partir des équations de base précédentes une équation d'évolution non linéaire (à l'instar de l'équation classique de Korteweg–de Vries) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[36] ainsi que les variables qu'ils ont introduites $\xi = \varepsilon^{1/2}(x - Vt)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}t$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion et V la vitesse de phase non linéaire. Les variables ϕ, ψ, n_s, u_s , sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$n_s = n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2} + \dots \quad (5.2.5)$$

$$u_s = \varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2} + \dots$$

$$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots \quad (5.2.6)$$

$$\psi = \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots$$

En substituant ces développements dans les équations (5.2.1)-(5.2.4), nous obtenons

$$\begin{aligned} -V \frac{\partial}{\partial \xi} (n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2}) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} (n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2}) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi} [(n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2}) (\varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2})] = 0 \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

$$\begin{aligned} -V \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2}) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2}) + (\varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2}) \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{s1} + \varepsilon^2 u_{s2}) = \\ -\frac{q_s}{m_s} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2) - \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2) \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2) + \sum_{s=i,d} q_s (n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2}) \\ + (-e) n_{e0} \left[1 + \frac{e}{T_e} (1 - \beta) (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2) + \frac{e^2}{2T_e^2} (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2) = 4\pi G \left\{ \sum_{s=i,d} m_s (n_{s0} + \varepsilon n_{s1} + \varepsilon^2 n_{s2}) + \right. \\ \left. m_e n_{e0} \left[1 + \frac{e}{T_e} (1 - \beta) (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2) + \frac{e^2}{2T_e^2} (\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

Au premier ordre en ε , nous obtenons à partir des équations (5.2.7) et (5.2.8)

$$n_{s1} = \frac{n_{s0}}{V} u_{s1} \quad (5.2.11)$$

$$V u_{s1} = \frac{q_s}{m_s} \phi_1 + \psi_1 \quad (5.2.12)$$

ou

$$n_{s1} = \frac{n_{s0} q_s}{m_s V^2} \phi_1 + \frac{n_{s0}}{V^2} \psi_1 \quad (5.2.13)$$

tandis que les deux équations de Poisson (5.2.9) et (5.2.10) permettent d'écrire

$$\sum_{s=i,d} q_s n_{s1} + \left[-\frac{e^2 n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] \phi_1 = 0 \quad (5.2.14)$$

$$\sum_{s=i,d} m_s n_{s1} + \left[\frac{em_e n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] \phi_1 = 0 \quad (5.2.15)$$

à partir desquelles il est aisé de déduire la relation suivante

$$\sum_{s=i,d} m_s n_{s1} \left[-\frac{e^2 n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] = \sum_{s=i,d} q_s n_{s1} \left[\frac{em_e n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] \quad (5.2.16)$$

Au second ordre en ε , nous obtenons le système d'équations suivant

$$-V \frac{\partial n_{s2}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_{s1}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_{s1} u_{s1}) + n_{s0} \frac{\partial u_{s2}}{\partial \xi} = 0 \quad (5.2.17)$$

$$-V \frac{\partial u_{s2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{s1}}{\partial \tau} + u_{s1} \frac{\partial}{\partial \xi} (u_{s1}) = -\frac{q_s}{m_s} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} \quad (5.2.18)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} + \left(\frac{-e^2 n_{e0} (1 - \beta)}{T_e} \right) \phi_2 + \left(\frac{-e^3 n_{e0}}{2T_e^2} \right) \phi_1^2 + \sum_{s=i,d} q_s n_{s2} = 0 \quad (5.2.19)$$

$$\frac{1}{4\pi G} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \xi^2} = \left\{ \left(\frac{em_e n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right) \phi_2 + \left(\frac{e^2 m_e n_{e0}}{2T_e^2} \right) \phi_1^2 + \sum_{s=i,d} m_s n_{s2} \right\} \quad (5.2.20)$$

En multipliant chaque membre de l'équation (5.2.17) par V/n_{s0} , en la sommant avec l'équation (5.2.18) et en faisant appel aux quantités (5.2.11), (5.2.12) et (5.2.13), nous obtenons

$$\begin{aligned} -\frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} &= -\frac{V^2}{n_{s0}} \frac{\partial n_{s2}}{\partial \xi} + \frac{3q_s}{m_s V^2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_1 \psi_1) + \\ &\frac{3q_s^2}{m_s^2 V^4} \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \frac{2q_s}{m_s V} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \frac{3}{V^2} \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + \frac{2}{V} \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (5.2.21)$$

En déduisant l'expression de $\frac{\partial n_{s2}}{\partial \xi}$ à partir de (5.2.9) et (5.2.10), nous obtenons le système d'équations suivant

$$\begin{aligned} &\left[\sum_{s=i,d} \frac{q_s^2 n_{s0}}{m_s V^2} + \frac{e^2 n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} + \left(\sum_{s=i,d} \frac{q_s n_{s0}}{V^2} \right) \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} = \\ &- \left[\varepsilon_0 \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} + A \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + D \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + E \frac{\partial (\psi_1 \phi_1)}{\partial \xi} \right] \end{aligned} \quad (5.2.22)$$

$$\left[\sum_{s=i,d} \frac{q_s n_{s0}}{V^2} + \frac{em_e n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} + \left(\sum_{s=i,d} \frac{m_s n_{s0}}{V^2} \right) \frac{\partial \psi_2}{\partial \xi} = \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \xi^3} - 4\pi G \left[A_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C_1 \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + D_1 \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + E_1 \frac{\partial(\psi_1 \phi_1)}{\partial \xi} \right] \quad (5.2.23)$$

où

$$A = \sum_{s=i,d} \frac{2n_{s0} q_s^2}{m_s V^3}$$

$$A_1 = \sum_{s=i,d} \frac{2n_{s0} q_s}{V^3} \quad (5.2.24)$$

$$B = \sum_{s=i,d} \frac{2n_{s0} q_s}{V^3}$$

$$B_1 = \sum_{s=i,d} \frac{2n_{s0} m_s}{V^3} \quad (5.2.25)$$

$$C = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} q_s^3}{m_s^2 V^4} + \left(-\frac{e^3 n_{e0}}{T_e^2} \right)$$

$$C_1 = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} q_s^2}{m_s V^4} + \left(\frac{e^2 m_e n_{e0}}{T_e^2} \right) \quad (5.2.26)$$

$$D = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} q_s}{V^4}$$

$$D_1 = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} m_s}{V^4} \quad (5.2.27)$$

$$E = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} q_s^2}{m_s V^4}$$

$$E_1 = \sum_{s=i,d} \frac{3n_{s0} q_s}{V^4} \quad (5.2.28)$$

Les deux équations précédentes (5.2.22) et (5.2.23) peuvent être perçues comme deux équations linéaires inhomogènes en $\frac{\partial \phi_2}{\partial \xi}$ et $\frac{\partial \psi_2}{\partial \xi}$ et la détermination de ϕ_2 et de ψ_2 relève, à notre connaissance, de l'impossible. Cependant, dans le cas où le déterminant suivant

$$\det = \begin{vmatrix} \left[\sum_s \frac{q_s^2 n_{s0}}{m_s V^2} + \frac{e^2 n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] & \sum_s \frac{q_s n_{s0}}{V^2} \\ \left[\sum_s \frac{q_s n_{s0}}{V^2} + \frac{e m_e n_{e0}}{T_e} (1 - \beta) \right] & \sum_s \frac{m_s n_{s0}}{V^2} \end{vmatrix}$$

est nul et pour une solution non nulle de $\frac{\partial \phi_2}{\partial \xi}$ et de $\frac{\partial \psi_2}{\partial \xi}$, les deux membres de droite des équations (5.2.22) et (5.2.23) doivent être égaux à zéro. Nous obtenons alors

$$\frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} + \frac{1}{\varepsilon_0} \left[A \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + D \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + E \frac{\partial(\psi_1 \phi_1)}{\partial \xi} \right] = 0 \quad (5.2.29)$$

$$\frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \xi^3} - 4\pi G \left[A_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C_1 \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + D_1 \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + E_1 \frac{\partial(\psi_1 \phi_1)}{\partial \xi} \right] = 0 \quad (5.2.30)$$

Ces deux équations ne sont autres que deux équation de type Korteweg-de Vries couplées et dont les solutions stationnaires peuvent être écrites sous la forme[86],[87]

$$\phi_1 = \phi_{1m} \operatorname{sech}^2(\xi - U\tau)$$

$$\psi_1 = \psi_{1m} \operatorname{sech}^2(\xi - U\tau)$$

Les paramètres ϕ_{1m} , ψ_{1m} et U sont donnés par

$$\begin{aligned} U &= \frac{4\varepsilon_0}{A} \\ \phi_{1m} &= -4\pi G \frac{A_1}{A} \varepsilon_0 \psi_{1m} \\ \psi_{1m} &= \frac{12A_1 \varepsilon_0}{A [C_1 - (8\pi G E_1 A_1 / A) \varepsilon_0 + (16\pi^2 G^2 D_1 A_1^2 / A^2) \varepsilon_0^2]} \end{aligned} \quad (5.2.31)$$

Par conséquent, les potentiels électrostatique et gravitationnel exhibent, en régime faiblement non linéaire, des structures solitaires dont l'évolution est régie par deux équation de type Korteweg-de Vries couplées.

5.2.2 Cas des électrons piégés

Considérons maintenant le cas d'un plasma poussiéreux composé de grains froids, d'ions Maxwelliens de densité $n_i = n_{i0} \exp(-e\phi/T_i)$ et d'électrons piégés dans le potentiel de

l'onde acoustique poussiéreuse et dont la densité est donnée par[100]-[103]

$$n_e = n_{e0} \left\{ \exp\left(\frac{e\phi}{T_{ef}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e\phi}{T_{ef}}}\right) + \frac{1}{\sqrt{\beta_e}} \exp\left(\beta_e \frac{e\phi}{T_{ef}}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta_e \frac{e\phi}{T_{ef}}}\right) \right\} \quad \text{pour } \beta_e > 0 \quad (5.2.32)$$

$$n_e = n_{e0} \left\{ \exp\left(\frac{e\phi}{T_{ef}}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{e\phi}{T_{ef}}}\right) + \frac{2}{\sqrt{-\pi\beta_e}} W\left(\sqrt{-\beta_e \frac{e\phi}{T_{ef}}}\right) \right\} \quad \text{pour } \beta_e < 0 \quad (5.2.33)$$

Le paramètre β_e détermine la proportion relative des électrons piégés et est défini comme étant $|\beta_e| = T_{ef}/T_{et}$, où T_{ef} et T_{et} désignent, respectivement, la température des électrons libres et celle des électrons piégés. $W(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt$ représente l'intégrale de Dawson, $\operatorname{erf}(x)$ la fonction erreur et $\operatorname{erfc}(x)$ la fonction erreur complémentaire. En faisant appel à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[36] ainsi qu'aux variables introduites par Schamel[100] $\xi = \varepsilon^{1/4}(x - Vt)$ et $\tau = \varepsilon^{3/4}t$ (notons que celles-ci diffèrent de celles déjà utilisées dans le cas d'électrons non thermiques en l'absence du phénomène de piégeage) et en procédant de la même manière que précédemment, nous établissons les deux équations couplées suivantes de type Korteweg-de Vries modifiées

$$\frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} + \frac{1}{\varepsilon_0} \left(A \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C \sqrt{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (5.2.34)$$

$$\frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \xi^3} - 4\pi G \left(A_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + B_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + C_1 \sqrt{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (5.2.35)$$

où

$$\begin{aligned} A &= \frac{2n_{d0}q_d^2}{m_d V^3} \\ A_1 &= \frac{2n_{d0}q_d}{V^3} \end{aligned} \quad (5.2.36)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2n_{d0}q_d}{V^3} \\ B_1 &= \frac{2n_{d0}m_d}{V^3} \end{aligned} \quad (5.2.37)$$

$$\begin{aligned} C &= 2en_{e0}\sqrt{\frac{e^3}{\pi T_{ef}^3}}(\beta_e - 1) \\ C_1 &= 2m_en_{e0}\sqrt{\frac{e^3}{\pi T_{ef}^3}}(\beta_e - 1) \end{aligned} \tag{5.2.38}$$

et dont la solution est de la forme[104]

$$\phi_1 = \phi_{1m} \operatorname{sech}^4(\xi - U\tau)$$

$$\psi_1 = \psi_{1m} \operatorname{sech}^4(\xi - U\tau)$$

6

Conclusion

Les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'étude et l'analyse de certains phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux à charge variable. Les oscillations acoustiques ont été reconsidérées en tenant compte de la présence de grains de poussière massifs et hautement chargés et de la dynamique de leur charge. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques. Nous avons alors rapporté l'existence et la formation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) et oscillatoires associées à certains modèles de plasmas non thermiques en tenant compte de la force gravitationnelle à laquelle un grain de poussière peut être soumis.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur certains modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux.

Le second chapitre a été consacré à la généralisation du modèle de Ma et Liu de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable au cas non adiabatique. Cette étude a été motivée par les limitations inhérentes au modèle de Ma et Liu. Nos résultats ont alors révélé que le potentiel électrostatique non linéaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse exhibe le profil d'une structure spatialement localisée. La largeur de celle-ci est réduite et son amplitude augmente lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self-consistante, i.e, le phénomène de la variation de la charge peut générer des structures solitaires de type cornu.

Au cours du troisième chapitre, nous avons étendu notre analyse antérieure à des situations où une population électronique non thermique est générée au sein du plasma. Cette étude a été motivée par l'existence possible d'une source d'énergie qui accélère les électrons et génère donc une population électronique rapide et énergétique. Nos résultats ont montré que dans un tel plasma, des structures non linéaires et localisées peuvent exister. Ces structures solitaires sont sensiblement modifiées par la présence des électrons non thermiques. En particulier, nous avons noté que l'influence du phénomène de la variation de la charge électrique est plus prononcée en présence d'un certain nombre (même réduit) d'électrons non thermiques. Une augmentation du nombre de ces derniers entraîne une diminution de l'amplitude du pulse solitaire et une légère augmentation de sa largeur. Par ailleurs, notre analyse nous a permis de mettre en évidence l'existence d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses non collisionnelles. La formation de celles-ci, à l'opposé de leurs homologues classiques, ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique connu), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. De plus, nos résultats ont révélé que cette dissipation anormale est tributaire du nombre d'électrons non thermiques présents dans le plasma.

Le quatrième chapitre a porté sur l'extension de notre analyse au cas où la force gravitationnelle à laquelle est soumis le grain de poussière (son poids) peut être du même ordre de grandeur que la force électrostatique et donc non négligeable. Cette étude a été motivée essentiellement par le fait que la masse d'un grain de poussière peut équivaloir des milliards de fois la masse du proton. Nous avons alors démontré que la force de gravitation, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations acoustiques non linéaires associées au mouvement du grain de poussière. Nos résultats ont révélé que le potentiel électrostatique adopte le profil d'une structure asymétrique et augmente de manière oscillatoire tandis que les électrons et les ions se raréfient à mesure que l'on s'éloigne de $X = 0$. Cet appauvrissement, plus prononcé et plus rapide pour les électrons, s'accompagne d'une forte accumulation des grains de poussière. Une augmentation de la masse du grain entraîne un appauvrissement plus rapide des électrons et une accumulation des grains de poussière encore plus forte sur une distance nettement plus petite. La charge électrique des grains de poussière adopte le même profil oscillatoire et

devient moins négative lorsqu'on s'éloigne de l'origine $X = 0$. Par ailleurs, nos résultats ont révélé qu'une augmentation du nombre d'électrons non thermiques entraîne une diminution de l'amplitude du potentiel électrostatique et une réduction sensible du nombre d'oscillations introduites par la gravitation. L'appauvrissement ionique devient alors plus rapide que celui des électrons et l'accumulation des grains de poussière moins importante. Une réduction de la taille du grain de poussière induit qualitativement les mêmes effets qu'une augmentation du nombre d'électrons non thermiques. Ce résultat nous a alors amené à conclure que les effets produits par la non thermalité électronique équivalent à ceux que produirait une diminution de la masse du grain de poussière et, par conséquent, de l'intensité de la force de gravitation.

Au cours du cinquième et dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire associée à un plasma complexe et self-gravitationnel. Deux modèles de plasmas avec des concepts de non-isothermalité électronique différents ont alors été considérés: un modèle avec des électrons rapides et énergétiques (électrons non thermiques) et un autre avec des électrons piégés. Nous avons alors démontré que le potentiel gravitationnel, à l'instar de son homologue électrostatique, peut être décrit par des équations classiques de type Korteweg-de Vries et Korteweg-de Vries modifié. Celles ci admettent des solutions à comportement solitaire et localisé.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail. Les perspectives du présent mémoire sont nombreuses et certaines d'entre elles commencent à être investies. Nous nous proposons à l'avenir de faire intervenir les autres processus de charge déjà énumérés, d'introduire d'autres concepts de non-isothermalité (la supra-thermicité[105],[106] à titre d'exemple) et d'analyser l'analogie quantique[107] du mode acoustique à charge variable dans un plasma gravitationnel. La résolution numérique du système d'équations Vlasov- Poisson couplées à l'équation de la charge nous permettra d'estimer le temps au bout duquel s'établissent ces modes acoustiques non linéaires, leurs interactions mutuelles et surtout leur stabilité. Ceci nous permettra de conclure sur la nécessité d'introduire des termes additionnels (essentiellement des termes source et puits) dans notre système d'équations pour modeler d'éventuelles expériences de laboratoire.

Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York, 1974), Chap. 8.
- [3] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (McGraw-Hill, New York, 1973).
- [4] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Academic, New York, 1979).
- [5] L. Spitzer Jr., *Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley, New York, 1962).
- [6] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol 2002).
- [7] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [8] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [9] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [10] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [11] A.A. Mamun, R.A. Cairns et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702 (1996).
- [12] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **11**, 3001 (2004).
- [13] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [14] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [15] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Phys. Plasmas* **7**, 2731 (2000).
- [16] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, *Phys. Rev. E* **48**, 3930 (1993).

-
- [17] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).
- [18] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, Phys. Rev. E **47**, 3612 (1993).
- [19] P. K. Kaw et A. Sen, Phys. Plasmas **5**, 3552 (1998).
- [20] A. Brattli, O. Havnes et F. Melandso, J. Plasma Phys. **58**, 691 (1997).
- [21] B. Farokhi, P. K. Shukla, N. L. Tsintsadze et D. D. Tskhakaya, Phys. Plasmas **7**, 814 (2000).
- [22] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* (Wiley, New York, 1956), Chap. 11.
- [23] F. Melandso et P.K. Shukla, Planet. Space Sci. **43**, 635 (1995).
- [24] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, Phys. Plasmas **6**, 3455 (1999).
- [25] D. H. Dubin, Phys. Plasmas **7**, 3895 (2000).
- [26] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1598 (1999).
- [27] P. K. Shukla et N. N. Rao, Phys. Plasmas **3**, 1760 (1996).
- [28] G. Lapenta, Phys. Plasmas **6**, 1442 (1999).
- [29] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka et al., Phys. Plasmas **6**, 1769 (1999).
- [30] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, Phys. Rev. Lett. **84**, 6034 (2000).
- [31] V. N. Tsytovitch, A. P. Nefedov, V. N. Fortov, O. F. Petrov et G. E. Morfill, Phys. Plasmas **10**, 2633 (2003).
- [32] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **5**, 1607 (1998).
- [33] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **38**, 1143 (1990).
- [34] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972).
- [35] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ., Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).

-
- [36] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996 (1966).
- [37] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [38] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).
- [39] N. J. Zabusky, Phys. Rev. Lett. **168**, 124 (1968).
- [40] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [41] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [42] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).
- [43] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [44] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
- [45] Y. H. Ichikawa, Phys. Scr. **20**, 296 (1979).
- [46] R. Bharuthram et P. K. Shukla, Planet. Space Sci. **40**, 973 (1992).
- [47] F. Verheest, Planet. Space Sci. **40**, 1 (1992).
- [48] C. Yinhua et M. Y. Yu., Phys. Plasma **1**, 1868 (1994).
- [49] J. X. Ma et J. Liu, Phys. Plasmas **4**, 253 (1997).
- [50] S. V. Singh et N. N. Rao, J. Plasma Phys. **60**, 541 (1998).
- [51] T. S. Northrop, Phys. Scr. **45**, 475 (1992).
- [52] M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Forster, J. A. O'Neill et D. K. Coultas, Phys. Rev. Lett. **68**, 313 (1992).
- [53] B. Walch, M. Horanyi et S. Robertson, Phys. Rev. Lett. **75**, 838 (1995).
- [54] F. F. Chen, in *Plasma Diagnostic Techniques*, edited by R. H. Huddleston and S. L. Leonard (Academic, New York, 1965), Chap. 4.
- [55] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York, 1966) Vol. **4**, p. 23.
- [56] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, Phys. Rev. E **63**, 046406 (2001).

- [57] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 431 (1996).
- [58] Y. Nakamura, H. Bailung et K. E. Lonngren, *Phys. Plasmas* **6**, 3466 (1999).
- [59] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlinear Processes in Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [60] R. Boström, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
- [61] P.O. Dovner, A.I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [62] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Boström, R. O. Dendy, C. M. C. Nairs et P. k. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [63] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, *J. de Physique* **5** C6, 43 (1995).
- [64] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, *Phys. Scr.* **T63**, 80 (1996).
- [65] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [66] L. P. Zhang et J. K. Xue, *Phys. Plasmas* **12**, 042304 (2005).
- [67] W. F. El-Taibany et R. Sabry, *Phys. Plasmas* **12**, 082302 (2005).
- [68] J. F. Zhang et Y. Y. Wang, *Phys. Plasmas* **13**, 022304 (2006).
- [69] W. F. El-Taibany et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **13**, 062302 (2006).
- [70] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 103707 (2007).
- [71] M. Tribeche et A. Berbri, *J. Plasma Phys.* **74**, 245 (2008).
- [72] S. Ghosh, T. K. Chaudhuri, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Rev. E* **65**, 037401 (2002).
- [73] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [74] F. Melandso, T. Aslasken et O. Havnes, *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [75] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [76] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).

-
- [77] J. Binney et S. Tremaine, *Galactic Dynamics* (Princeton University Press, 1988).
- [78] J. X. Ma, Jin-Yuan Liu et M. Y. Yu, *Phys. Rev. E* **55**, 4627 (1997).
- [79] G. Selwyn, J. Singh et R. S. Bennet, *J. Vac. Sci. Technol. A* **7**, 2758 (1989).
- [80] K. G. Spears, T. J. Robinson et R. M. Roth, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **14**, 179 (1986).
- [81] M. Raadu, *Phys. Rep.* **178**, 25 (1989).
- [82] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **9**, 1150 (2002).
- [83] M. Tribeche, T. H. Zerguini et H. Houli, *Phys. Plasmas* **9**, 4879 (2002).
- [84] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [85] Y. Nakamura, H. Bailung et P. K. Shukla, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1602 (1999).
- [86] S. Burman et A. Roy Chowdhury, *Chaos, Solitons and Fractals* **13**, 973 (2002).
- [87] S. N. Paul, K. Roy Chowdhury, S. Burman, A. Roy Chowdhury et B. Paul, *Czechoslovak Journal of Physics* **56**, 1453 (2006).
- [88] F. Verheest et P.K. Shukla, *Phys. Scr.* **55**, 83 (1997).
- [89] F. Verheest, M. A. Hellberg et R. L. Mace, *Phys. Plasmas* **6**, 279 (1999).
- [90] M. Salimullah et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **6**, 686 (1999).
- [91] A. A. Mamun et A. A. Gebreel, *Eur. Phys. J D* **11**, 473 (200).
- [92] V. V. Yaroshenko et F. Verheest, *J. Plasma Phys.* **64**, 359 (2000).
- [93] N. N. Rao et F. Verheest, *Phys. Lett. A* **268**, 390 (2000).
- [94] V. V. Yaroshenko, G. Jacobs et F. Verheest, *Phys. Rev. E* **64**, 036401 (2001).
- [95] N. N. Rao, F. Verheest et V. M. Cadez, *Phys. Plasmas* **8**, 4740 (2001).
- [96] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 3513 (2001).
- [97] F. Verheest et V. V. Yaroshenko *Phys. Rev. E* **65**, 036415 (2002).
- [98] G. Jacobs, V. V. Yaroshenko et F. Verheest, *Phys. Rev. E* **66**, 026407 (2002).

- [99] A. P. Misra, A. Roy Chowdhury et K. Roy Chowdhury, *Phys. Lett. A* **323**, 110 (2004).
- [100] H. Schamel, *Phys. Rep.* **140**, 161 (1986).
- [101] M. Tribeche, T. H. Zerguini et K. Aoutou, *Phys. Plasmas* **10**, 631 (2003).
- [102] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **372**, 5181 (2008).
- [103] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, *Chaos, Solitons and Fractals* (sous presse),
doi: 10.1016/j.chaos.2008.05.009.
- [104] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, *Canadian J. Phys.* **86**, 975 (2008).
- [105] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702 (2008).
- [106] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **15**, 073706 2008.
- [107] M. Tribeche, S. Ghebache, K. Aoutou et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 033702 (2008).