L'objet de ce travail est, d'une part, la caractérisation du temps de vie de la solution d'une équation d'onde quasi-linéaire en dimension deux d'espace pour des données de Cauchy de taille ε ; et d'autre part, l'évaluation de ce temps .

Cette étude a permis de mettre en évidence les points ci-après :

Pour des données initiales régulières , on a pu définir un temps de vie T pour la solution régulière ,

Dans le cas d'une équation scalaire , l'étude montre que le gradient de la solution explose comme l'inverse de la différentielle d'une application de corang 1; c'est ce qu'on appelle : " l'explosion géométrique "

La description de la solution explosive a permis de mettre en évidence la

différence essentielle entre une solution singulière et une solution explosive qui devient singulière en un point d'un domaine d'influence d'une zone où elle est régulière ; la singularité qu'on observe est donc crée et non propagée.

Lorsqu'on a établit la borne :

$$T_\varepsilon \geq \frac{A_0^2}{\varepsilon} + 2\,\frac{A_0 A_1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^{1-v}}$$

pour un certain $\nu > 0$ et A_1 constante explicite , on a montré que ce sont les dérivées secondes de la solution qui explosent à l'approche de T_ε

Enfin pour des essais futurs , il serait interessant de développer cette étude auquel cas la solution explose à l'infini, comme l'équation d'ondes quasi-linéaire dans

$\mathbb{R}_x^3 \times \mathbb{R}_t$

$$\partial_t^2 u - c^2(u)\Delta_x u = 0, \quad c(u) = 1 + u$$

avec des données de taille ε.