

Un grand nombre de phénomènes physiques, chimiques, biologiques et autres sont décrits par des équations différentielles ordinaires du premier, second, troisième ou $n^{\text{ième}}$ ordre, n représentant le nombre de variables indépendantes décrivant le système. Dans les ouvrages élémentaires, on montre qu'en général, les équations différentielles ordinaires d'ordre supérieur ou égal à 2, lorsque la dérivée d'ordre supérieur s'exprime explicitement en fonction des dérivées d'ordre inférieure peuvent se mettre sous la forme d'un système d'équations différentielles d'ordre 1. De plus, dans la plupart des cas, le phénomène physique évolue durant un intervalle de temps déterminé, aussi, afin de décrire convenablement le phénomène, nous devons imposer des conditions aux limites (au début et à la fin de l'intervalle de temps en question). Nous obtenons ainsi un problème aux limites pour des équations différentielles.

Les inclusions différentielles jouent un rôle crucial dans la théorie des équations avec un second membre discontinu. La recherche de telles équations est de grande importance puisqu'elles modélisent la performance de divers dispositifs mécaniques et électriques aussi bien que le comportement des systèmes de contrôle automatique. L'équation différentielle

$$x' = f(x)$$

avec f discontinue est un objet plutôt désagréable du point de vue mathématique. En particulier, il est impossible de prouver des théorèmes d'existence. Cependant, si des solutions de l'équation où le second membre est discontinu sont considérées pour être des solutions de l'inclusion différentielle

$$x' \in \bigcap_{\epsilon > 0} \overline{\text{co } f(x + \epsilon B_n)},$$

alors il est possible de développer par une théorie mathématique rigoureuse les systèmes discontinus. Un des exemples les plus importants des inclusions différentielles vient de la théorie de contrôle. On considère un système de contrôle

$$x' = f(x, u), \quad u \in U,$$

où u est un paramètre de contrôle. Il s'avère que le système de contrôle et l'inclusion différentielle

$$x' \in f(x, U) = \bigcup_{u \in U} f(x, u)$$

ont les mêmes trajectoires. Si l'ensemble des contrôles dépend de x , c.-à-d., $U = U(x)$, alors nous obtenons l'inclusion différentielle

$$x' \in f(x, U(x)).$$