

conclusion

- D'après notre étude, on peut affirmer que pour qu'une équation du type (E) (pour les cas $e \neq 0, f = 0$ et $f \neq 0$) soit stable, il est nécessaire et suffisant qu'elle soit, ou se ramène par une transformation $T(\lambda, \mu, \varphi)$ à l'une des neuf classes d'équations obtenues et données au dessous, avec des conditions en plus sur l'entier k et la fonction e_1 pour les classes V et V' (voir la troisième partie du chapitre précédent pour plus de précision). Pour les autres classes, c_0, d_0, e_0, f_1, f_0 sont des fonctions analytiques quelconques, et K_1, K_2, K_3 et K_4 des constantes complexes. En plus, toutes ces équations n'admettent que des pôles simples comme singularités mobiles.

classe I: $y'''' = y'y'' + \frac{1}{8}y^2y'' + \frac{1}{4}y(y')^2 + \frac{1}{64}y^3y'$.

classe II: $y'''' = yy'''' + \frac{11}{2}y'y'' - \frac{1}{2}y^2y'' - \frac{7}{4}y(y')^2 + \frac{1}{8}y^3y' + c_0y'' + (-\frac{1}{2}c_0y + \frac{4}{3}c_0')y' - \frac{1}{6}c_0'y^2 - \frac{2}{3}c_0''' + \frac{4}{9}c_0c_0'$.

classe III: $y'''' = yy'''' + \frac{5}{2}y'y'' - \frac{3}{8}y^2y'' - \frac{3}{4}y(y')^2 + \frac{1}{16}y^3y' - \frac{4}{3}d_0y'''' + \frac{4}{3}d_0yy'' + d_0(y')^2 + (-\frac{1}{2}d_0y^2 + e_0)y' + \frac{1}{48}d_0y^4 + (\frac{4}{3}d_0e_0 + e_0')y + f_0$.

classe IV: $y'''' = yy'''' + \frac{10}{3}y'y'' - \frac{4}{9}y^2y'' - \frac{8}{9}y(y')^2 + \frac{2}{27}y^3y' - \frac{6}{7}d_0y'''' + \frac{6}{7}d_0yy'' + d_0(y')^2 - \frac{8}{21}d_0y^2y' + \frac{1}{63}d_0y^4 + f_0$.

classe V: $y'''' = yy'''' + 3\frac{k^2-9}{k^2-1}y'y'' + \frac{12}{k^2-1}y^2y'' + \frac{24}{k^2-1}y(y')^2 - \frac{12}{k^2-1}y^3y' - e_1y'' + e_1yy' + (-e_1' + K_1)y' - \frac{1}{2}(-e_1' + K_1)y^2 + \frac{1}{24}(k^2 - 1)(-e_1''' - e_1e_1' + K_1e_1 + 2K_1^2x) + K_2$.

classe V': $y'''' = yy'''' + 3\frac{k^2-9}{k^2-1}y'y'' + \frac{12}{k^2-1}y^2y'' + \frac{24}{k^2-1}y(y')^2 - \frac{12}{k^2-1}y^3y' + \frac{1}{x}(y'''' - yy'' - \frac{k^2-13}{k^2-1}(y')^2) - e_1(y'' - yy') + (-e_1' + x^{-1}e_1 + K_3x)(y' - \frac{1}{2}y^2) + \frac{k^2-1}{24}[-e_1''' - e_1e_1' + (e_1'' + \frac{1}{2}e_1^2)x^{-1} + K_3xe_1 + \frac{1}{2}K_3^2x^3] + K_4x^{-1}$.

classe VI: $y'''' = yy'''' + 2y'y'' - \frac{2}{5}y^2y'' - \frac{3}{5}y(y')^2 + \frac{2}{25}y^3y' - \frac{1}{625}y^5 + c_0(y'' - \frac{3}{5}yy' + \frac{1}{25}y^3) + e_0(y' - \frac{1}{5}y^2) + f_1y + f_0.$

classe VII: $y'''' = y'y'' + \frac{1}{5}y^2y'' + \frac{1}{5}y(y')^2 - \frac{1}{625}y^5 + (K_2x + K_3)y - 5K_2 + K_1.$

classe VIII: $y'''' = y^2y'' + y(y')^2 - \frac{3}{50}y^5 + K_1(y^3 - 5y'') + (K_3x + K_4)y + \frac{1}{2}\sqrt{10}K_3 + K_2.$

- Les équations de classe VII et VIII "pourraient" être irréductibles, et donc définir de nouvelles fonctions, bien sûr c'est encore très tôt pour l'affirmer, la seule justification qu'on a pour l'instant est la complexité de leur étude.

- En ajoutant à la liste des classes d'équations stables déjà obtenues pour le cas ($e = f = 0$) (voir annexe) celles qu'on vient d'obtenir, on aura une liste **complète** (18 classes) des classes d'équations stables du type (E).

- L'utilisation de l'outil informatique a été d'un grand apport pour l'application de la méthode de BUREAU, surtout que celle ci a engendré des équations algébriques (par exemple l'équation diophantienne (2.56)) dont la résolution nécessite des calculs colossaux irréalisables à la main. La rigueur mathématique dans la construction de cette méthode et son application (à l'aide l'outil informatique) plus ou moins facile lui donnent une place importante parmi les autres de l'analyse de PAINLEVE, même si celle ci n'extrait aucune information des indices négatifs comme c'est le cas pour la méthode de perturbation de PAINLEVE [5,6].