

X Le but de cette thèse est l'étude de quelques propriétés de certaines équations elliptiques et paraboliques non linéaires. De très nombreux auteurs ont étudié ces sujets et depuis les années 60 sont parus de nombreux articles utilisant les méthodes de monotonie et de compacité sur lesquelles est fondé notre travail. Nous renvoyons à la bibliographie de cette introduction pour quelques références sur ce vaste sujet ; qu'il nous suffise ici de citer le livre [Li] de J.L. Lions.

Cette thèse est composée de deux parties. La première partie est consacrée à la démonstration de l'existence d'au moins une solution pour une équation parabolique non linéaire, et pour deux types de systèmes elliptiques non linéaires. Elle comprend trois chapitres correspondant à trois articles publiés ou acceptés pour publication:

Chapitre 1 : A. Mokrane, Existence of bounded solutions of some nonlinear parabolic equations, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 107A, 1987, pp. 313-326,

Chapitre 2 : A. Mokrane, Existence for quasilinear elliptic systems due to a small  $L^\infty$ -bound, accepté pour publication dans Rendiconti di Matematica,

Chapitre 3 : A. Mokrane, Existence for quasilinear elliptic systems with quadratic growth having a particular structure, accepté pour publication dans Portugaliae Mathematica.

Les caractéristiques communes de ces trois articles sont qu'on y considère une équation ou un système qui comportent un terme d'ordre inférieur qui est au plus quadratique (pour simplifier l'exposé, on suppose  $p = 2$  dans le début de cette introduction) par rapport au gradient de la solution, que l'on démontre l'existence d'au moins une solution bornée, et que la méthode de démonstration, basée sur les méthodes de monotonie et de compacité, emploie des fonctions test non linéaires bien choisies.

La deuxième partie de la thèse est consacrée à l'utilisation de la méthode de pénalisation dans les inéquations variationnelles avec obstacle, et en particulier à la démonstration de l'inégalité de Lewy-Stampacchia pour les inéquations elliptiques. Elle comprend quatre chapitres correspondant à trois articles publiés ou acceptés pour publication, et à l'annonce d'un travail en préparation :

Chapitre 4 : A. Mokrane, An existence result via penalty method for some nonlinear parabolic unilateral problems, Bolletino dell'Unione Matematica Italiana, 8B, 1994, pp. 405-417,

Chapitre 5 : A. Mokrane & F. Murat, A proof of the Lewy-Stampacchia's inequality by a penalization method, accepté pour publication dans Potential Analysis,

Chapitre 6 : A. Mokrane & F. Murat, Proving the Lewy-Stampacchia's inequality by penalization, accepté pour publication dans Atti del Seminario dell' Università di Modena,

Chapitre 7 : A. Mokrane & F. Murat, A proof by penalization of the Lewy-Stampacchia's inequality for bilateral problems, annonce d'un article en préparation.

Dans le chapitre 4, qui est en quelque sorte une transition avec la première partie de la thèse, on démontre l'existence d'au moins une solution pour une inéquation variationnelle parabolique avec obstacle qui comporte un terme d'ordre inférieur strictement sous quadratique possédant une propriété de signe. Dans les trois derniers chapitres, on démontre l'inégalité de Lewy-Stampacchia pour des inéquations elliptiques avec obstacle ou avec obstacle bilatéral. La caractéristique commune de ces quatre articles est l'utilisation de la pénalisation naturelle pour traiter ces problèmes.

Décrivons maintenant plus en détail, chapitre par chapitre, les résultats obtenus et les méthodes employées pour les démonstrations.