

Le travail que nous présentons porte sur différentes questions concernant une classe d'espaces fonctionnels du type Orlicz généralisé. Plus exactement, on s'intéressera aux espaces dits de Stepanoff, Weyl et Besicovitch-Orlicz. Souvent et, en particulier pour l'étude des propriétés géométriques de ce dernier espace, on se placera dans le cadre restreint d'une classe de fonctions dites presque périodiques.

Avant de présenter les principaux résultats que nous avons obtenus, il nous semble nécessaire de préciser le cadre général dans lequel s'est faite notre étude:

Soit $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, une fonction de Young, c. a. d., une fonction convexe symétrique et telle que $\varphi(0) = 0$, $\varphi(u) > 0$ si $u > 0$ et $\lim_{u \rightarrow \infty} \varphi(u) = \infty$.

Si I est un intervalle de \mathbb{R} , on note $M(I)$ l'ensemble des fonctions réelles μ -mesurables définies sur I , μ étant la mesure de Lebesgue sur \mathbb{R} . Soit alors la fonctionnelle dite modulaire:

$$\rho : M(\mathbb{R}) \rightarrow \bar{\mathbb{R}}^+, \quad \rho(f) = \int_I \varphi(|f(t)|) d\mu$$

L'espace d'Orlicz associé est défini par la relation:

$$L^\varphi(I) = \{f \in M(I), \lim_{\lambda \rightarrow 0} \rho(\lambda f) = 0\}$$

La théorie des espaces d'Orlicz a pris naissance au début des années 30 dans les travaux de W. Orlicz [28], [29] et [30]. Cette théorie s'est développée par la suite dans trois directions essentielles:

La première animée par H. Nakano [27] donna naissance à la théorie plus abstraite des espaces modulaires. La seconde direction animée par M. A. Krasnoselskii et Ya. B. Rutickii est une contribution directe à la théorie initiale, notamment par les différentes applications qui y sont données. La monographie [19] de ces mêmes auteurs suscita un intérêt particulier et constitue la première référence dans ce domaine. La troisième direction animée par A.C.

Zaanen et W.A. Luxemburg développe une théorie globale concernant une large classe d'espaces fonctionnels (c.f. [20]).

La théorie des espaces d'Orlicz connaît actuellement un essor considérable. Elle s'est imposée dans différents domaines et donne lieu à différentes applications. Les récents développements dans cette théorie sont consignés dans les deux ouvrages suivants dûs à J. Musielak [26] et M.M. Rao [31].