Dans l'avant propos de son livre "Graphes", C. Berge note que la théorie des graphes a eu un développement bien étrange; d'abord apparue dans le magasin des curiosités mathématiques ("les ponts de Königsberg"), puis devenue un outil pour l'étude des circuits électriques (Kirchoff), elle a été utilisée par la chimie, la psychosociologie et l'économie avant même d'avoir été constituée. Elle est devenue aujourd'hui une des branches les plus florissantes de l'algèbre moderne, celle à laquelle on fait appel dans la plupart des problèmes mathématiques de nature combinatoire. Elle n'a pu prendre sa forme actuelle que grâce aux efforts de certains spécialistes de la recherche opérationnelle et sous l'impulsion de préoccupations pratiques.

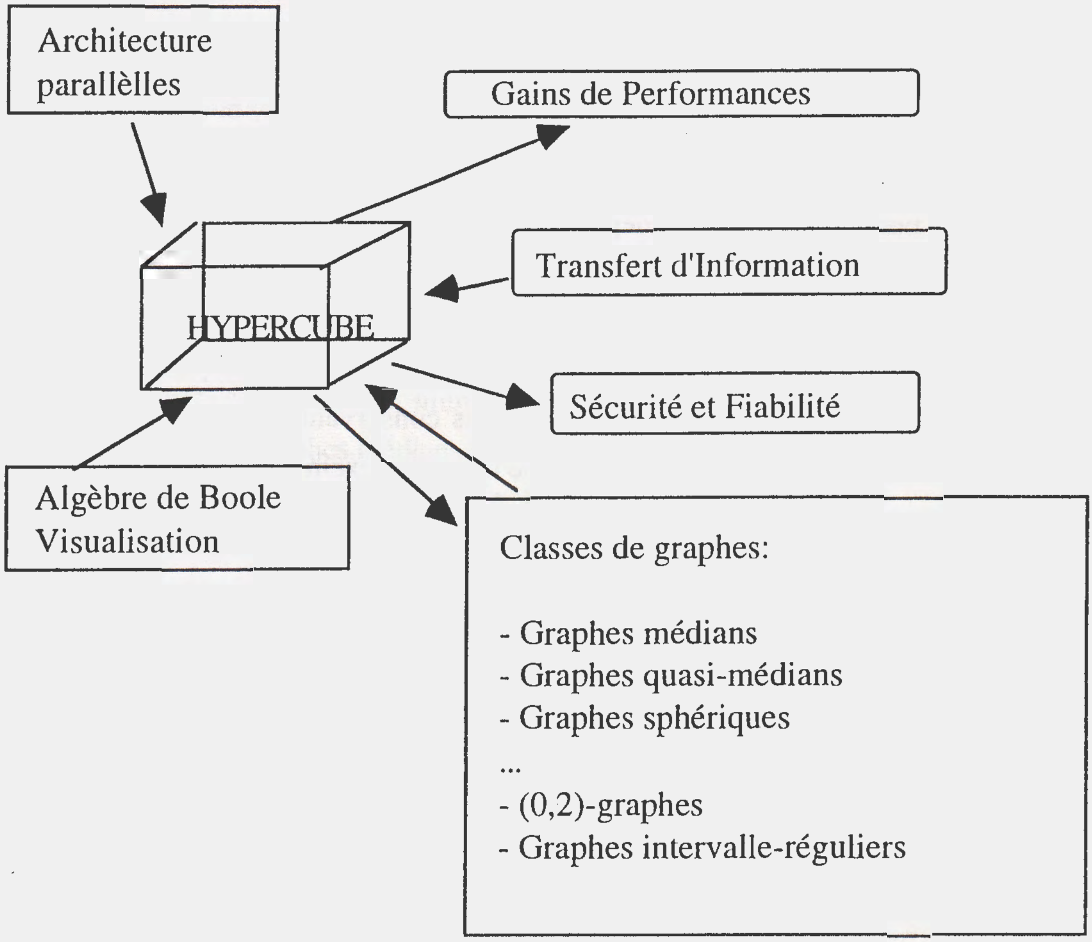
L'hypercube a suscité de nombreuses études engendrant une littérature très dense aussi bien en mathématiques discrètes qu'en informatique. Du fait de sa structure, la motivation première de l'intérêt sans cesse croissant qui est porté sur l'hypercube est son utilisation dans de nombreux domaines (architectures parallèles, transfert de l'information, réseaux d'interconnexion, décisions multicritères, théorie des codes,...). Il demeure encore le centre d'intérêt de plusieurs travaux récents focalisés sur la manière de caractériser les graphes comme étant des sous-graphes de l'hypercube (problèmes de plongements). Une réelle illustration est l'étude de plongements d'arbres. D'autres part, l'hypercube modélise des structures mathématiques très intéressantes (treillis booléen, espace métrique fini où les seuls ensembles convexes sont des intervalles, espace vectoriel fini sur le corps $\{0,1\}$,...).

Le schéma ci-dessous illustre les différentes motivations.

L'élément central de ce travail est l'étude de classes spécifiques de graphes (celles contenant les hypercubes comme sous classe) et ayant des propriétés de type hypercube:

- Propriétés algébriques (graphes de couvertures de posets, graphes médians, quasi-médians,...).
- Propriétés combinatoires ((0,2)-graphes,...).
- Propriétés métriques (graphes intervalle-réguliers,...).
- Propriétés géométriques (graphes sphériques,...).

Chaque classe est définie à partir d'une propriété saillante dans l'hypercube, et de nouvelles caractérisations de l'hypercube en tant qu'élément de cette classe sont données ainsi que le rôle qui y est joué. Ceci nous a permis de poser et d'essayer de résoudre un certain nombre de problèmes.



Cette thèse est développée en cinq chapitres:

Le chapitre 1 est consacré aux rappels et notations, il comporte les concepts de base nécessaires.

Le second chapitre s'intéresse de manière particulière aux (0,2)-graphes et aux graphes intervalle-réguliers. Les (0,2)-graphes sont les graphes où deux sommets quelconques possèdent 0 ou 2 voisins communs. Ces graphes sont des graphes réguliers. De nombreuses conjectures sont connues sur cette classe importante de graphes:

- Existence de (0,2)-graphes d'ordre impair,
- Hamiltonicité des (0,2)-graphes,
- Existence de (0,2)-graphe non transitifs,
- Existence de (0,2)-graphe d'ordre donné, ...