Résumé:

Cette thèse est consacrée à l'étude des groupes quantiques. Ces nouvelles structures apparaissent naturellement dans les modèles intégrables et dans les théories des champs conformes.

Dans partie I, nous introduisons le formalisme de la partie fractionnaire qui permet d'unifier la description des représentations irréductibles de dimension finie pour q générique, et pour q racine de l'unité. Nous démontrons que l'application de ce formalisme à la représentation de Gelfand-Zetlin de $\mathcal{U}_q(sl(N))$ permet de décrire la totalité des représentations existantes. Dans la partie II, nous classifions les représentations irréductibles de dimension finie du groupe quantique $\mathcal{U}_q(sl(2|1))$. Nous discutons la notion d'ensemble complet de représentations pour établir les relations dans le centre de $\mathcal{U}_q(sl(2|1))$. Nous démontrons dans la partie III que les invariants fondamentaux de $H_N(q)$ et $\mathcal{U}_q(sl(N))$ caractérisent les représentations irréductibles de dimension finie (propriété de mémoire), et nous développons un nouvel algorithme pour extraire les caractères des représentations irréductibles de dimension finie de $H_N(q)$ basé sur cette propriété de l'invariant fondamental et sur la notion d'opérateur de Murphy. Nous discutons dans la partie IV la construction des représentations irréductibles de dimension finie du groupe quantique $\mathcal{U}_q(SO(5))$, et nous introduisons la notion de déformation non-minimale. Nous utilisons la propriété de mémoire du Casimir quadratique de $\mathcal{U}_q(SO(5))$ et la notion de contraction des représentations pour démontrer la dépendance du spin et la masse dans le groupe euclidien $\mathcal{U}_q(E(4))$ et le groupe de Poincaré quantique $\mathcal{U}_q(\mathcal{P}_4)$. Finalement dans la partie V, nous étudions la réalisation de l'algèbre de Lie $sl(2)$ non-linéaire en fonction des générateurs de $sl(2)$ habituels et les possibilités d'y définir une structure de Hopf. Nous classifions les représentations irréductibles de l'algèbre $sl(2)$ non-linéaire en deux types, la deuxième est spécifique à la déformation non-linéaire.