

✕ Dans cette thèse nous avons établi des versions non-commutatives de théorèmes de décomposition très connus dans la théorie de la mesure classique. Les théorèmes auxquels nous nous sommes intéressés sont: le théorème de décomposition de Lebesgue, le théorème de décomposition atomique, le théorème de décomposition de Hahn, de Hahn-Heine et Hahn-Jordan, et enfin le théorème de décomposition de Hewitt-Yosida.

Dans le cas du théorème de décomposition de Lebesgue nous avons procédé en deux étapes. La première était de réaliser une version non-commutative et générale avec des hypothèses faibles sur la commutativité. C'est ce qui nous a permis d'unifier et d'inclure plusieurs résultats obtenus récemment. La deuxième étape était de considérer le cas le plus important de la théorie de la mesure non-commutative, soit l'étude des états normaux d'une algèbre JBW, et d'établir un théorème de décomposition de Lebesgue sans aucune hypothèse sur la commutativité. Le résultat que nous avons réalisé unifie et contient deux résultats obtenus récemment. De plus, il nous a permis de caractériser les algèbres associatives à l'aide des états traces.

Nous avons introduit les décompositions atomique et Hahn-Heine, pour la première fois, dans le cadre de la théorie de la mesure non-commutative. Nous ne pouvons donc comparer les résultats obtenus ici qu'avec ceux connus dans le cadre de la théorie de la mesure classique. Nous avons réalisé des améliorations.

L'approche que nous avons suivie dans les cas des théorèmes de décomposition de Hahn et de Hahn-Jordan ne nous a malheureusement pas permis d'inclure toutes les versions non-commutatives réalisées auparavant dans des cas particuliers mais importants de la théorie de la mesure non-

commutative. Néanmoins, nous avons obtenu des versions qui améliorent celles du cadre classique et nous avons étudié des cas particuliers dans le cadre non-commutatif.

En ce qui concerne le théorème de décomposition de Hewitt-Yosida, la version non-commutative que nous avons établie est la même qu'a obtenue RÜTTIMANN [71] par une approche différente.

Nous concluons cette thèse en espérant que le jour viendra où on ne parlera que d'une seule théorie de la mesure et d'une seule théorie des probabilités. X