Ce travail est constitué de cinq chapitres.

Dans le premier, nous caractériserons les éléments inversibles de l'algèbre de HADAMARD $R(K)$ des séries rationnelles, où K est un corps de caractéristique quelconque, ainsi que les diviseurs de zéro de $R(K)$, dans le cas d'une variable.

Le deuxième chapitre est une généralisation du premier à plusieurs variables. On montrera tout d'abord en utilisant un contre exemple que $R(K)$ n'est pas une sous K-algèbre de $K[[X_1, X_2, \ldots, X_r]]$, par conséquent, nous ne nous intéresserons qu'aux éléments inversibles de $R_0(K)$ qui est une partie de $R(K)$, ainsi que ses diviseurs de zéro.

Le troisième chapitre est divisé en deux parties. Dans la première partie on donnera la démonstration du théorème A de FURSTENBERG; et on fera remarquer que ce théorème reste vrai sur un corps quelconque de caractéristique p, p premier, et qu'il ne l'est pas sur un corps de caractéristique zéro. Dans la deuxième partie nous nous intéresserons au cas de plusieurs variables et nous montrerons que sur un corps parfait de caractéristique p, p premier, le produit de HADAMARD de deux séries algébriques à plusieurs variables est algébrique, puis par le théorème B étendre ce résultat à un corps quelconque de caractéristique p, p premier non nul.

Dans le quatrième chapitre, on donne un aperçu général des résultats connus sur les diagonales de fractions rationnelles, et on montrera quelques applications de cette notion; en particulier, nous caractériserons les éléments inversibles de $D(K)$ pour le produit de HADAMARD et le produit de CAUCHY; et on formulera des conjectures dues à G.CHRISTOL([7], [9]) , une première sur les solutions à coefficients entiers des équations différentielles linéaires à coefficients polynômes et une deuxième sur les solutions bornées pour presque tout p, des équations différentielles linéaires à coefficients dans $\mathbb{Q}(\lambda)$.

Dans le dernier chapitre, nous allons tout d'abord définir une nouvelle notion qui est celle des automates finis, donner une conjecture due à G.CHRISTOL [10], et le but essentiel de ce chapitre est la relation qui existe entre les séries algébriques et les automates finis, on terminera ce chapitre en donnant la démonstration du théorème 1 et du corollaire 1.