

Ce travail comporte deux chapitres :

Dans le chapitre I, on considérera un opérateur différentiel :

$$P = \sum_{i=0}^m a_i(x, y) \frac{\partial^i}{\partial x^i} \in \mathbb{C}\{x, y\} \left[\frac{\partial}{\partial x} \right], \text{ où } \mathbb{C}\{x, y\} \text{ est l'anneau des germes de fonctions}$$

analytiques au voisinage de l'origine de \mathbb{C}^2 , on montrera que le noyau du $\mathbb{C}\{y\}$ homomorphisme $P : \mathbb{C}\{y\}[[x]] \longrightarrow \mathbb{C}\{y\}[[x]]$ est un $\mathbb{C}\{y\}$ module libre de rang fini, tandis que son noyau est un $\mathbb{C}\{y\}$ module de type fini.

Dans le second chapitre, on considérera d'abord un système de Pfaff (S_1) complètement intégrable :

$$(S_1) \begin{cases} x^{p+1} \frac{\partial Z}{\partial x} + AZ = g \\ y^{q+1} \frac{\partial Z}{\partial y} + BZ = h \end{cases}$$

Avec $p, q \in \mathbb{N}^*$; $A, B \in \text{End}(k[[x, y]]^N)$; k un corps quelconque.

On montrera que si $g, h \in k[[x, y]]^N$ et si $A(0,0)$ ou $B(0,0)$ est inversible dans $\text{End}(k^N)$ alors le système (S_1) possède une unique solution formelle dans $k[[x, y]]^N$. \times