Nous avons vu, en ce qui concerne l'étude des systèmes Hamiltonien, que les différents auteurs se sont intéressés seulement aux solutions périodiques. On constate que trois approches ont été utilisées dans leurs travaux: la géométrie différentielle, le calcul des variations et enfin la plus récente des trois, l'analyse convexe et la théorie de l'optimisation.

Nous remarquons qu'à partir de l'apparition de l'analyse convexe, plusieurs résultats ont été améliorés surtout en ce qui concerne le nombre de solutions.

Notre principal travail consistait à résoudre le problème de Bolza dans le cas où H est sousquadratique et le cas où H est surquadratique. Le premier cas a été traité dans la deuxième partie du chapitre 2. Nous avons déduit l'existence d'une solution du problème de Bolza grâce au résultat obtenu par F. CLARKE et I. EKELAND dans [30]. Leur travail se ramenait à:

minimiser
$$\int_{0}^{T} \left\{ -\dot{y}x + G\left(-\dot{x},\ \dot{y}\right) \right\} dt + x\left(T\right) q_{1}$$

sous les contraintes:

$$x(0) = 0 \text{ et } \int_0^T \dot{y} = q_1 - q_0.$$

L'existence du minimum a été obtenue moyennant une suite minimisante.