

Résumé

Raoul BOTT a démontré dans « The stable homotopy of classical groups » que l'espace des géodésiques de longueurs minimales joignant deux points donnés d'un espace symétrique compact et connexe et appartenant à une même classe d'homotopie est encore un espace symétrique.

Il applique ensuite ce théorème aux groupes classiques répondant aux hypothèses et tire ainsi des résultats concernant leurs groupes d'homotopie.

Dans le travail qui suit, on fait la même chose pour le groupe exceptionnel G_2 des automorphismes de l'algèbre de Cayley. Dans la description de cette algèbre et de son groupe de structure, ne sont signalées que les propriétés utilisées pour la détermination des espaces des géodésiques: en particulier, la simple connexité de G_2 et donc l'unicité de la classe d'homotopie.

Dans le second chapitre, on explicite le système de racines de G_2 pour déduire les points conjugués à l'élément neutre qui donneront, dans le dernier chapitre, des variétés isomorphes à $P_1(\mathbb{C})$ ou à $P_2(\mathbb{C})$ et contenues dans G_2 comme espaces de géodésiques de longueurs minimales joignant deux points donnés.