

Dans le chapitre I, on rappelle quelques points de la théorie arithmétique des courbes elliptiques.

Dans le chapitre II, on rappelle certaines équations de points et droites dans leur représentation dans le plan projectif $\mathbb{P}^2(\mathbb{Q})$. On s'intéresse plus particulièrement à un ensemble de quatre points particuliers de ce plan.

Dans le chapitre III, on démontre l'inexistence de courbe elliptique E/\mathbb{Q} possédant un point d'ordre 17.

Dans le chapitre IV, on étudie la courbe elliptique spéciale apparue dans le chapitre précédent :

$$B : y^2 = 4x^3 + 9x^2 + 4x ;$$

on montre que son groupe de torsion est cyclique d'ordre 4.

On étudie ensuite les isogénies d'une courbe elliptique par le biais des courbes elliptiques quotient par la méthode de VELU.

On détermine le rang de la courbe elliptique C/\mathbb{Q} d'équation de WEIERSTRASS :

$$y^2 = x(x-1)(x-17)$$

et on en déduit celui de la courbe isogène B .

Dans le chapitre V, on donne une interprétation modulaire à l'aide du groupe modulaire, des courbes modulaires de la formule donnant le genre d'une courbe $\chi(N)$ en fonction des points elliptiques et des pointes. On termine par l'exemple d'une courbe admettant cinq points rationnels seulement.