Au chapitre (I) nous détaillerons la démonstration d'une formule qui permet de réaliser le calcul de la dimension de l'espace vectoriel des solutions analytiques au point $x = 0$ du système :

$$(S) \qquad x^p \frac{du}{dx} + A(x)u = 0$$

où $p \in \mathbb{N}$ et $A(x)$ matrice carré d'ordre n holomorphe à l'origine $0 \in \mathbb{C}$.

La méthode employée, dû à HALL, consiste à calculer la dimension du conoyau de l'opérateur :

$L : C_1^n \to C_0^n$ défini à partir de (S).

Où C_m^n représente l'espace de Banach des vecteurs colonnes à n-composantes analytiques dans le disque unité $D_1 = \{x \in \mathbb{C} / |x| < 1\}$, et de classe $C^{m'}$ dans $\overline{D_1}$, et comme L est un opérateur à indice, la connaissance de cette dimension entraîne celle du noyau de L.

Au chapitre (II) nous donnerons et démontrons une formule qui permet de réaliser le calcul de la dimension du noyau de l'opérateur différentiel :

$$L : \quad \mathbb{C}(x) \longrightarrow \mathbb{C}(x)$$

$$u \longrightarrow \quad Pu = \sum_{i=0}^{m} a_i D^i u.$$

où $D = \dfrac{d}{dx}$ et $a_i \in \mathbb{C}[x]$, et $\mathbb{C}(x)$ le corps des fractions de l'anneau $\mathbb{C}[x]$.

La méthode employée, consiste à calculer la dimension du conoyau de l'opérateur