On va aborder dans ce travail des idées un peu générales concernant la stabilisation exponentielle appliquée en particulier à l'étude de la contrôlabilité exacte d'un problème réversible.

Le but de notre travail est l'étude de la stabilité exponentielle d'un problème d'évolution doublement couplé parabolique-hyperbolique : c'est un couplage d'un système de Klein-Gordon semi-linéaire avec un système de la chaleur.

Deux types de stabilité sont considérés, l'un par un feed-back frontière dans un domaine borné, et l'autre par un feed-back interne avec amortissement global dans un domaine borné puis avec amortissement local dans un domaine borné ou non.

On commence d'abord par l'étude de l'existence et de l'unicité de la solution pour les différents problèmes, on utilise pour cela la méthode des semi-groupes.

Le chapitre deux fait l'objet de l'étude de la stabilité frontière dans le cas linéaire tandis que le chapitre trois est consacré à celle du cas non- linéaire, on a suivi pour cela les idées de [1] et de [10].Dans [10] les deux auteurs ont fait l'étude de l'équation des ondes à laquelle ils ont ensuite ajouté un potentiel et enfin une perturbation non linéaire. Les trois auteurs de [1] ont étudié la stabilité d'un système similaire à celui de la thermoélasticité (c'est le couplage de l'équation des ondes avec celle de la chaleur. Une étude a été faite dans l'article de Zuazua [16] sur la stabilité interne de l'équation des ondes non-linéaire, Ferreira [6] a généralisé cette étude pour un système à deux équations non-linéaires de Klein-Gordon dans un domaine non nécessairement borné.

Dans les deux derniers chapitres on généralise les études faites sur le système dans [6], à l'étude du couplage de ce système avec un système de la chaleur avec des termes d'amortissements des ondes locaux et globaux.

Pour la démonstration des résultats on procède de deux manières:

- Soit on définit une fonctionnelle E_ε (est une perturbation de l'énergie):
$E_\varepsilon(t) = E(t) + \varepsilon p(t)$, et on démontre les deux estimations

$$(i)\ |E_\varepsilon(t) - E(t)| \le \varepsilon C_1 E(t)$$
$$(ii)\ \frac{d}{dt} E_\varepsilon(t) \le -\varepsilon C_2 E_\varepsilon(t)$$

C_1 et C_2 sont deux constantes positives,

et on déduit la stabilité à partir de ces dernières estimations .