

## Contribution à l'amélioration de la précision de robots parallèles par les ellipsoïdes stochastiques

**Rezala Aicha**

Département de Construction Mécanique et Productique, Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), B.P. 32, El Alia, 16111, Bab Ezzouar, Alger, Algérie

Email : [aicha\\_rezala@yahoo.fr](mailto:aicha_rezala@yahoo.fr) or [arezala@usthb.dz](mailto:arezala@usthb.dz)

**Résumé:** La conception mécanique des robots exige de très haute précision des éléments du système mécanique qui le compose afin que leur organe terminal puisse réaliser des précisions élevées. Ces robots doivent, aussi présenter une bonne répétabilité lors de leur utilisation. Notre travail traite de la modélisation de robots parallèles afin de permettre le positionnement d'une façon précise dans les applications mécaniques. Pour l'analyse de la répétabilité, une méthode probabiliste basée sur les ellipsoïdes stochastiques est utilisée dans tout l'espace de travail d'un robot au voisinage d'un point de cet espace.

**Mots clés :** Robots Parallèles, Précision, Répétabilité et Ellipsoïdes Stochastiques.

### 1. Introduction

Les robots parallèles sont de plus en plus utilisés pour la précision de positionnement, vu que leur exactitude a donc une très grande importance lors de la réalisation des tâches d'assemblage. Ceci nous conduit à traiter des variables aléatoires par des techniques probabilistes dont la solution n'est plus ponctuelle mais de la forme d'un ensemble de solutions dans un ellipsoïde. Pour la répétition d'une même séquence, l'extrémité terminale du robot n'atteint jamais exactement la même position ce qui génèrent des erreurs [1,2] d'où l'importance de les étudier.

Dans le présent travail, nous proposons l'étude et l'analyse de la répétabilité d'un robot parallèle de type Delta, moyennant une approche probabiliste basée sur les ellipsoïdes stochastiques initiés [3]. Cette approche a déjà fait preuve de son efficacité en aboutissant à des résultats satisfaisants comparés à ceux des essais expérimentaux réalisés sur un robot sériel de la société Kuka [4].

### 2. Description et fonctionnement du robot Delta

Les besoins industriels dont les performances visées (cadence de travail élevée, grande précision, faible consommation de puissance), nous ont conduits à traiter un robot adéquat qui est le robot Delta illustré par la figure 1.

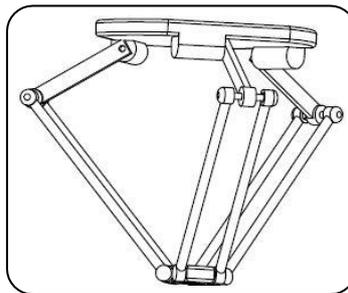


Figure 1. Robot Delta 3(R(2S2S)).

Ce robot a une structure pleine, légère et il est constitué d'une base fixe et d'une nacelle mobile qui sont liées par trois chaînes cinématiques identiques constituées d'un bras et de deux barres parallèles. Chaque bras est entraîné par un moteur-réducteur, solidaire de la base fixe. La nacelle reste toujours parallèle à la base. Les mouvements de translation de cette dernière résultent du mouvement combiné des trois actionneurs [5].

### 3. Modélisation stochastique de la répétabilité

Le phénomène de répétabilité peut être modélisé par un processus aléatoire. Selon [3], les variations angulaires articulaires  $dq_i$  suivent une distribution normale de vecteur moyen nul et de matrice de covariance  $D$  [6,7] telle que :

$$D = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Les coordonnées opérationnelles du robot sont liées aux coordonnées articulaires par le modèle géométrique direct :

$$X = f(q) \quad (2)$$

La différentiation de cette équation par rapport au temps nous mène au modèle cinématique reliant les vitesses opérationnelles aux vitesses articulaires.

$$\dot{X} = J \times \dot{q} \quad (3)$$

où :  $J$  est la matrice jacobéenne.

La formule (2) lie également les petites variations des coordonnées opérationnelles  $\delta X$  aux variations articulaires  $dq$ .

$$\delta X = J \times dq \quad (4)$$

Par conséquent, les erreurs cartésiennes suivent, elles aussi, une loi normale dont la matrice de covariance est donnée par :

$$C = J \times D \times J^T \quad (5)$$

Et dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f(\delta X) = k \times \exp \left[ -\frac{1}{2} \delta X^T \times C^{-1} \times \delta X \right] \quad (6)$$

et la constante  $k = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 |C|}}$  Coefficient de normalisation de la densité de probabilité  $f$ .

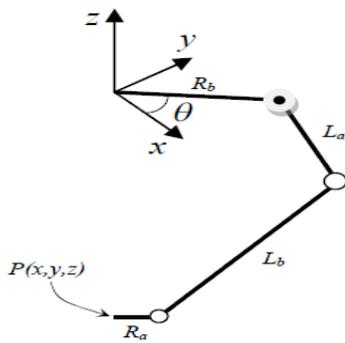
Ce qui nous conduit à la l'équation suivante ::

$$\delta X^T \times C^{-1} \times \delta X = Cst \quad (7)$$

qui est l'équation d'un ellipsoïde centré à l'origine  $O$  du repère  $(x, y, z)$ , avec pour demi-axes les valeurs propres de la matrice  $C$  et pour directions les vecteurs propres de cette même matrice.

#### 4. Application numérique

La modélisation numérique a été réalisée sur le robot Delta [8,9], dont les dimensions géométriques correspondantes, (figure 2) sont données dans le tableau 1 suivant :



**Figure 2.** Schéma cinématique du Robot Delta.

**Tableau 1.** Dimensions géométriques du robot Delta.

| Dimensions géométriques | Valeurs   |
|-------------------------|-----------|
| Ra                      | 30 mm     |
| Rb                      | 194 mm    |
| La                      | 260 mm    |
| Lb                      | 480 mm    |
| $\theta$                | $0^\circ$ |

Les erreurs d'entrée sont supposées celles de trois actionneurs identiques à courant continu à pas de 1.8 degré et une erreur non cumulable de  $\pm 5\%$ , ce qui fait une erreur de l'ordre de :  $1.6\mu\text{rad}$ . Pour simplifier l'étude, cette erreur est arrondie à  $10^{-5}$  rad. Nous avons étudié également l'influence de cette erreur sur les résultats en injectant des erreurs de l'ordre de  $10^{-4}$  et de  $10^{-6}$  rad.

Afin de bien traiter notre étude, nous avons effectué trois modélisations stochastiques de la répétabilité qui sont : (I) l'ellipsoïde stochastique de la répétabilité, (II) les formes des ellipsoïdes dans l'espace de travail du robot ainsi que (III) le champ de répétabilité dans l'espace de travail.

Le tableau 2 nous renseigne les valeurs des paramètres utilisés dans ces modélisations :

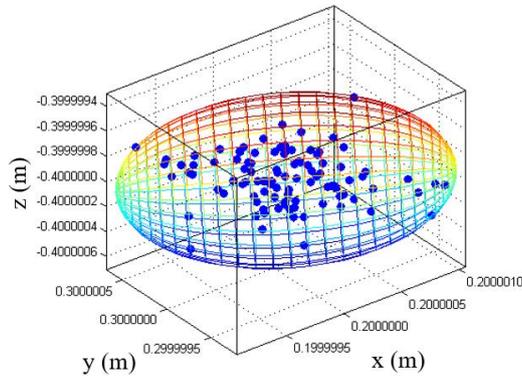
**Tableau 2.** Valeurs des paramètres utilisés dans les trois modélisations.

| Modélisations                                    | I          | II             | III  |
|--|------------|----------------|--|
| <b>Ds(rad<sup>2</sup>)<sup>a</sup></b>           | $10^{-10}$ | $10^{-10}$     | $10^{-8}, 10^{-10}$ et $10^{-12}$                |
| <b><math>\theta_s(^\circ)</math><sup>b</sup></b> | 0          | 0              | 0, 30, 60 et 90                                  |
| <b>Zs(m)</b>                                     | -0.4       | -0.4           | -0.25, -0.3, -0.4 et -0.5                        |
| <b>Ps(x,y)</b>                                   | -          | $x^2+y^2=0.04$ | $-0.2 \leq x \leq 0.2$<br>$-0.2 \leq y \leq 0.2$ |
| <b>Ns(points)</b>                                | 100        | -              | -  |

<sup>a</sup> Ds est la valeur x identités et <sup>b</sup>  $\theta$  l'angle de décalage.

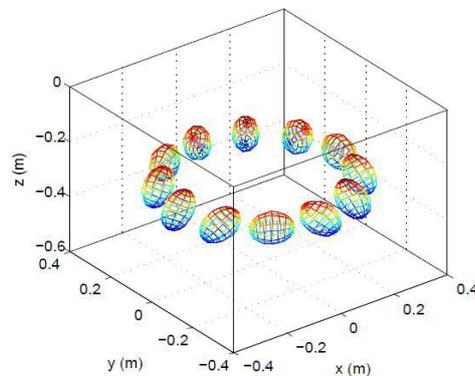
## 5. Résultats et discussions

Nous avons présenté une approche de modélisation de la répétabilité par ellipsoïdes stochastiques qui semble être beaucoup plus réaliste. En effet, le résultat de la première modélisation donne un nuage de points autour du point Ps, obtenus par une distribution normale de la matrice de covariance d'entrée  $D_s$  sous forme d'ellipse (figure 3) contrairement à ce qui est donné par d'autres normes traduisant en cercles.

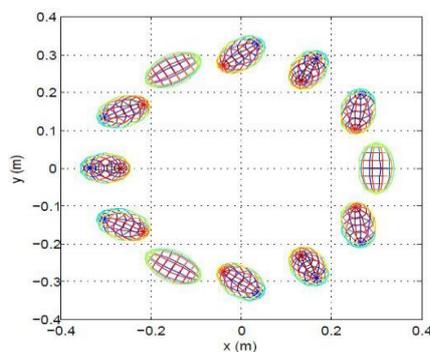


**Figure 3.** Nuage de points autour du point Ps (200, 300 et -400mm).

Lors de la seconde modélisation, les figures, isométrique (figure 4) et la vue de haut (figure 5), montrent les formes des 12 ellipsoïdes stochastiques uniformément répartis sur une trajectoire circulaire de rayon de 200mm autour du centre de l'espace de travail. Ces figures ont été représentées avec des agrandissements pour le couple (x,y) et les ellipsoïdes respectivement. Nous constatons la présence d'une symétrie par rapport aux droites d'équations  $y = 0$ ,  $y = 3x$ , et  $y = -3x$ , quand  $\theta = 0^\circ$  ainsi que les ellipsoïdes peuvent être obtenues par rotation de centre (0,0) et d'angle  $\theta = 120^\circ$ .



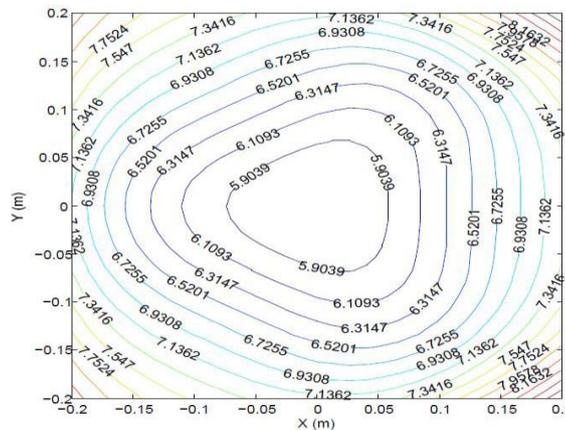
**Figure 4.** Ellipsoïdes stochastiques sur une trajectoire circulaire de rayon 200mm au plan  $z=-300$ mm.



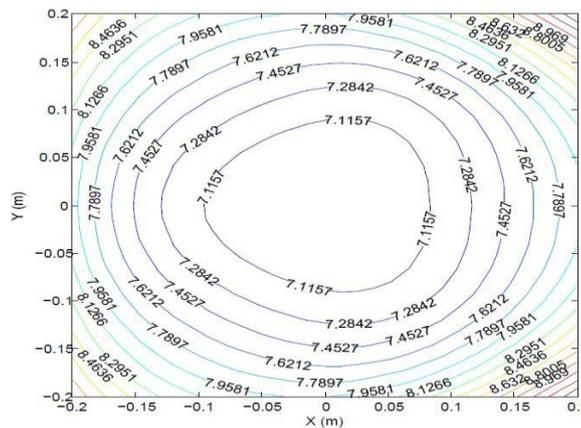
**Figure 5.** Vue de dessus des ellipsoïdes stochastiques.

La troisième modélisation, nous a permis le calcul du champ de la répétabilité dans un volume de travail parallélépipédique de base (400 x 400mm) et de hauteur comprise entre - 250 et - 500 mm [10].

Les figures 6 et 7 montrent les coupes horizontales respectivement à  $z = - 0.25$  et  $z = - 0.3$ .



**Figure 6.** Champ de répétabilité en  $\mu\text{m}$  au plan  $z = -250\text{mm}$ .



**Figure 7.** Champ de répétabilité en  $\mu\text{m}$  au plan  $z = -300\text{mm}$ .

Nous avons montré aussi l'influence de l'angle de décalage  $\theta$  sur la valeur de la répétabilité. Nous remarquons que plus  $\theta$  augmente de  $30^\circ$ , dans le plan correspond à  $z = -300\text{mm}$ , plus le champ de répétabilité fait une rotation autour de  $z$  de  $-90^\circ$  et ce jusqu'à retrouver sa forme initiale à  $\theta = 2k\pi/3$  ( $k$  : entier).

## 6. Conclusion

Le modèle des ellipsoïdes stochastiques est une modélisation intéressante des phénomènes de répétabilité car il permet de donner une description spatiale du nuage de points. Dans ce travail, nous avons présenté une méthode probabiliste qui permet d'étudier la répétabilité d'un robot parallèle de type Delta. Le résultat obtenu est que le positionnement répétitif de l'organe terminal du robot suit une distribution normale autour de la position commandée. Cette modélisation permet à la fois de mieux caractériser la répétabilité d'un robot parallèle jusqu'à présent représentée par une sphère de répétabilité, et permet également de comprendre le comportement microscopique de ces appareils. Cela nous aidera à mieux les programmer et les exploiter en particulier dans les opérations d'assemblages fins et de micromanipulation en général.

## Références

- [1] A. Rezala et M. Arbaoui, "Etude et analyse de la répétabilité en vue de l'amélioration de la précision des robots industriels", Thèse de Doctorat en Science. Université M'Hamed Bougara-Boumerdes., Boumerdès, Algérie, 2022.
- [2] A. Rezala, A. Allali et A. Brahim "Contribution aux remèdes des erreurs statiques et dynamiques d'un robot manipulateur", Mémoire de Magister, Université Saad Dahleb, Blida, Algérie, 2009.
- [3] J. -F. Brethé, "Modélisation de la répétabilité des robots manipulateurs industriels par des ellipsoïdes stochastiques", in JJCR16. LAI-INSA Lyon, 2002.
- [4] J. -F. Brethé, E. Vasselín, D. Lefebvre, and B. Dakyo, "Validation expérimentale du modèle des ellipsoïdes stochastiques pour la répétabilité d'un robot kuka", JNRR. LASMEA-Clermont-Ferrand, 2003.
- [5] R. Clavel, "Delta, a fast robot with parallel geometry", 18<sup>th</sup> International Symposium on Industrial Robot. Lausanne., pp. 91-100, 1988.
- [6] O. A. Vivas Albán, "Contribution à l'identification et à la commande des robots parallèles", Thèse de Doctorat de l'université Montpellier II, 2004.
- [7] D. Corbel, "Contribution à l'amélioration de la précision des robots parallèles", Thèse de Doctorat, Université de Montpellier II, France, 2008.
- [8] P. Guglielmetti, "Model-Based Control of Fast Parallel Robots : a global approach in operational space", Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 1994.
- [9] T. Saidouni, "Contribution à l'Etude des Robots Parallèles - Réalisation d'un robot parallèle rapide de type DELTA", Thèse de Magister, Ecole Militaire Polytechnique, Alger, 2000.
- [10] T. Bentaleb, M. Belouchrani, et N. Henini, "Analyse de l'Exactitude d'un Robot Parallèle «Delta»", 4<sup>th</sup> International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007.