

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene**



MEMOIRE

**Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTER EN PHYSIQUE
Spécialité : Physique Théorique
Par : Melle ANNOU Karima**

Sujet :

*Sur les structures cohérentes dans les
Plasmas poussiéreux*

Soutenu publiquement le 07/07/2007, devant le jury composé de :

Mr. O. ZIANE	Professeur (USTHB)	Président
Mr. R. ANNOU	Maître de conférences (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. M. CHOUCHAOUI	Professeur (USTHB)	Examineur
Mr. T. BOUTKEDJIRT	Maître de conférences (USTHB)	Examineur
Mr. N. MEZAOUI	Chargé de cours (USTHB)	Examineur

REMERCIEMENTS

*Ce travail a été effectué au sein du laboratoire de Physique théorique de la Faculté de Physique de
l'U. S. T. H. B.*

A Monsieur O. ZIANE,

Professeur à l'U. S. T. H. B.,

Qui m'a fait l'honneur de présider le jury d'évaluation de cette thèse.

Qu'il trouve ici l'assurance de mon plus profond respect.

A Messieurs :

M. CHOUCHAOUI,

Professeur à l'U. S. T. H. B.,

T. BOUTEKJIRT

Maître de conférences à l'U. S. T. H. B.,

N. MEZAOUI,

Chargé de cours à l'U. S. T. H. B.,

Qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer à mon jury de thèse.

*Je tiens à leur témoigner ici, ma profonde reconnaissance et ma grande déférence pour l'intérêt qu'ils
ont porté à ce travail.*

A Monsieur R. ANNOU,

Maître de conférences à l'U. S. T. H. B.

Qu'il reçoit ici, mes remerciements les plus vifs ainsi que ma profonde gratitude.

*Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance d'avoir proposé et dirigé ce travail, et de m'avoir
initié à la recherche.*

A Mademoiselle S. BAHAMIDA,

Maître assistante à l'U.M.B.B.

*Avec qui j'ai appris énormément lors de notre édifiante collaboration. Qu'elle trouve ici ma profonde
reconnaissance de n'avoir cessé de m'encourager à persévérer dans mon travail.*

Je lui adresse mes remerciements les plus distingués. Que notre amitié perdure In'cha Allah.

A tous mes amis

Pour leur soutien moral ainsi que toute l'amitié qu'ils m'ont témoignée.

Je leur adresse mes remerciements les plus ardents

A tous mes collègues du laboratoire de Physique Théorique.

Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance.

A mes parents

Ma source et mes ressources

*Sans qui je ne serais et n'en serais pas là. Pour la confiance qu'ils m'ont accordé, le soutien qu'ils ont
su me donner. Pour leur patience souvent mise à rude épreuve*

Et pour tous les sacrifices qu'ils ont su accorder.

Qu'ils trouvent dans ce travail le témoignage de ma gratitude et de tout mon amour.

A mes sœurs et frères

Ma fierté et mon trésor

Qu'ils trouvent ici tout simplement, l'expression de mon amour.

Merci à tous.

Dieu vous bénisse tous.

A la mémoire de ma grand-mère Fatima.

Et

A mes chers parents.

Merci à tous.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
--------------	---

CHAPITRE I

STRUCTURES COHERENTES

I.1 SOLITONS	9
I.1.1 Définition.....	9
I.1.2 Caractéristiques importantes des solitons.....	10
I.1.2.1 Dissipation.	10
I.1.2.2 Dispersion.	11
I.1.2.3 Non linéarité	11
I.1.3 Quelques types de Solitons.	12
I.1.3.1 Solitons optiques	12
I.1.3.2 Soliton de Langmuir.	13
I.1.3.3. Soliton enveloppe	13
I.1.3.4 Onde acoustique ionique.	14
I.1.3.5 Onde acoustique de poussière	14
I.1.4 Travaux théoriques relatifs aux solitons.	15
I.1.4.1 Equation de Kortweg de Vrie (K-dV equation).	15
I.1.4.2 Fermi – Pasta – Ulam (FPU)	15
I.1.4.3 Equation de Sine-Gordon	16
I.1.4.4 Equation non linéaire Schrödinger (NSE).	17
I.2 COUCHE-DOUBLES.	17
I.2.1. Définition.	17
I.2.2 Formation.	18

I.2.3 Mécanismes	19
I.3 REFERENCES	20

CHAPITRE II

EFFET DES IONS NON THERMIQUES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIERE

II.1 INTRODUCTION.	24
II.2 FORMULATION.	25
II.3 ETUDE LINEAIRE DES ONDES ACOUSTIQUES DE POUSSIERE.	26
II.4 ANALYSE MATHEMATIQUE DES ONDES SOLITAIRES.	27
II.4.1 Structures solitaires d'amplitudes arbitraires.	28
II.4.2 Structures solitaires de faibles d'amplitudes.	30
II.5 DISCUSSION.	33
II.6 REFERENCES.	43

CHAPITRE III

EFFET DE LA DISTRIBUTION DE TAILLE DES GRAINS DE POUSSIERE ET DES IONS NON THERMIQUES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIERE

III.1 INTRODUCTION.	44
III.2 FORMULATION.	45
III.3.STRUCTURES SOLITAIRES D'AMPLITUDES ARBITRAIRES	47

III.3. STRUCTURES SOLITAIRES DE FAIBLES AMPLITUDES.	49
III.4 DISCUSSION.	52
III.5 REFERENCES.	59

CHAPITRE IV

EFFET DES GRAINS DE POUSSIERE POSITIFS SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIERE

IV.1 INTRODUCTION.	60
IV.2 FORMULATION.	61
IV.3 ETUDE LINEAIRE DES ONDES ACOUSTIQUES DE POUSSIERE.	62
IV.4 NORMALISATION.	63
IV.5. STRUCTURES SOLITAIRES D'AMPLITUDES ARBITRAIRES.	63
IV.6 STRUCTURES SOLITAIRES DE FAIBLES AMPLITUDES.. . . .	63
IV.6.1 Développement du second ordre.	66
IV.6.1 Développement du troisième ordre.	67
IV.7 DISCUSSION.	70
IV.9 REFERENCES.	76
CONCLUSION.	79
INDEX.	82

Introduction

Le plasma poétique.

Du temps du tout, il nous faut revenir au début : le plasma. L'état incertain de la matière qui veut être lui-même sans autre espoir que de devenir lui-même. Tel Sisyphe, un même chemin est à refaire, s'ioniser et se recombinaison, l'éternel devenir d'un phoenix s'annonce. État ultime de la matière le plasma peut-il être. État de la matière, de la matière tantôt cristal, tantôt fluide toujours diffus jamais solide bien que dense parfois est le plasma. Du plus chaud de l'univers à l'ultra froid aux effets collectifs il s'abandonne, à l'unisson il réagit pour mieux être et pour notre bien-être. Pilier informe et multiforme à toutes tâches, il supporte nos activités des plus sublimes aux plus mornes. Il nous éclaire et nous chauffe, peut nous meurtrir aussi mais n'oublions pas une de ces formes nous a donné la vie et les autres nous ont permis de vivre, d'être et d'avoir un futur.

S. Heuraux

« L'effort vers la connaissance représente un de ces buts indépendants, sans lesquels, pour moi, une affirmation consciente de la vie n'existe pas pour l'homme qui déclare penser ».
Albert Einstein

INTRODUCTION

Depuis quelques années, la physique des plasmas poussiéreux reçoit un intérêt grandissant, à cause de l'omniprésence des particules de poussières non seulement dans l'espace [1,3] mais aussi dans les plasmas de laboratoire [4-6]. Ces particules, ou grains de poussière, introduisent une grande variété de nouveaux phénomènes associés aux ondes et aux instabilités [7-9] et jouent un rôle primordial dans la compréhension de différents phénomènes en astrophysique, notamment dans les environnements tels que, l'espace interstellaire composé d'atomes d'hydrogène (H), de molécules (H₂), et d'atomes d'hélium (He), les anneaux des planètes, les comètes [10,11]. Dans ces environnements, les grains de poussière sont la source de rayonnement thermique émis dans le domaine infrarouge du spectre électromagnétique. En effet, une fraction du rayonnement stellaire est absorbée par les grains, ce qui contribue à les chauffer jusqu'à des températures d'équilibre de l'ordre de 300K. L'observation dans les années soixante de ce rayonnement infrarouge (longueurs d'onde comprises entre 5 et 100 micromètres) a permis de déterminer les propriétés de ces grains : leur taille varie de quelques dizaines à plusieurs centaines de nanomètres, leur masse peut atteindre la valeur $m_d/m_i \approx 10^{12}$, et sont capables d'acquérir des charges très élevées de l'ordre de $|Q/e| \approx 10^4$. Les grains de poussière dans les milieux interstellaires sont de nature diélectrique (glaces, silicate, etc.) ou conductrice (graphite, magnétite, etc.). Au cœur d'un grain de poussière, on trouve les grains de silicates enrobés d'un manteau de matière carbonée et dans les nuages moléculaires, elles sont entourées d'un manteau de glace [Philippe Carrez 2002]. Ces grains ne représenteraient que 0.5 à 1% de la masse du milieu

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

interstellaire, cependant, ils jouent un rôle fondamental dans l'évolution des différents objets astrophysiques. Selon la magnitude des forces électromagnétique et gravitationnelle exercées par les grains les uns sur les autres, il apparaît trois cas de figures distincts, à savoir, i/la force électromagnétique est supérieure à la force de gravité, ii/ les deux forces s'équilibrent et iii/ la force de gravité prédomine. En pratique, le premier cas correspond aux plasmas de laboratoire alors que le second cas est relatif aux milieux interstellaires et aux atmosphères planétaires, e.g. anneaux de Jupiter, de Saturne, de Neptune et d'Uranus. Par ailleurs, le dernier cas correspond aux plasmas astrophysiques, lesquels se manifestent lors de la formation des structures de larges échelles [12]. La formation des grains a fait l'objet de nombreux travaux. D'après ces études, trois phases sont dénombrées et à travers lesquelles s'effectue la formation d'un grain, à savoir, la nucléation*, l'agglomération* et enfin l'accrétion*. Le grain une fois formé, va acquérir une certaine charge via des processus bien définis. A titre d'exemple, l'émission secondaire*, la photo-émission* ou l'émission thermoïonique* sont des processus par lesquels le grain acquiert une charge positive. En outre, la collection des particules à la surface du grain conduit ce dernier à se charger négativement à cause de l'inertie des ions [13].

Il est à souligner que la présence des grains de poussières chargés dans le plasma ne modifie pas seulement le spectre des ondes du plasma [Bliokh et al. 1985 ; de Angelis et al. 1988], mais en introduit de nouvelles, telles que les ondes acoustiques de poussière (DAW) (dust acoustic waves), [Rao *et al.* 1990 ; Barkan *et al.* 1995 ; Thomson *et al.* 1999], et les ondes de réseau de poussière (DL), [Melandsø 1996 ; Hoffmann et al. 1997 ; Morfill *et al.* 1997 ; Farokhi *et al.* 1999] etc.

Les propriétés linéaires des ondes ioniques acoustiques de poussière (**DI**AW) (dust ion acoustic waves), des ondes acoustiques de poussière (**DA**W) et des ondes de réseau de poussière (**DL**), dans le plasma poussiéreux sont désormais connues et rapportées dans plusieurs revues et articles [Rao *et al.* 1990 ; Varma *et al.* 1993 ; Rosenberg 1996]. Toutefois, cette théorie linéaire n'est valide que pour des ondes de basses amplitudes. Cependant, il existe plusieurs processus par lesquels les modes atteignent de grandes amplitudes. Quand les amplitudes des ondes sont suffisamment grandes, les nonlinéarités

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

ne peuvent aucunement être ignorées. La nonlinéarité dans le plasma contribue à la localisation des ondes, menant ainsi à différents types de structures cohérentes nonlinéaires (viz. Structure solitaires, les ondes de choc, les couche-doubles, les vortex...etc.) qui sont fort importants aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental. De plus, il est à signaler que la présence de la poussière dans le plasma modifie fortement la forme et les conditions d'existence des structures cohérentes [19,20]. A titre d'exemple, il a été prouvé que la distribution en taille des grains provoquait une transition dans le domaine des solutions oscillatoires bornées, ainsi, les ondes cnoidales succèdent aux solitons [21]. De surcroît, les contraintes quand les grains sont considérés imperméables [22], sont remarquablement rehaussées [21].

Par ailleurs, il est opportun de souligner que le choix de la distribution des ions (dans le plasma poussiéreux) a un effet non négligeable sur les structures cohérentes. En effet, il a été montré que les distributions des ions modifiaient considérablement les ondes acoustiques de poussière et introduisaient de nouveaux comportements [23-25]

Dans cette thèse, nous étudierons la propagation non-linéaire des ondes acoustiques de poussière et montrerons comment les grains de poussières influencent-ils les structures cohérentes dans un plasma poussiéreux nonmagnetisé. Aussi, nous allons considérer quelques paramètres, à savoir, les ions nonthermiques, la distribution en taille des grains et la coexistence de grains de charge positive et négative. Une succincte description du travail est présentée ci-après.

a- Le but de notre investigation est de déceler la présence de structures cohérentes, et ceci dans différents plasmas poussiéreux. Les structures dont il est question sont i/ *les solitons* : les ondes solitaires sont des paquets d'ondes se propageant dans des milieux dispersifs et non-lineaires. Leur forme stable est due à l'équilibre qui s'établit entre ces effets dispersifs et non-lineaires, et ii/ *les couche-doubles* : Une couche-double est une zone de charge d'espace interne au plasma, qui est associée à une chute brutale du potentiel (choc électrostatique). Dans cette première partie, nous allons tenter de nous familiariser avec ces structures.

b- Depuis la découverte des ondes acoustiques de poussière (dust acoustic waves ; **DAW**) par Rao *et al* [28], l'étude des processus collectifs dans un plasma poussiéreux a reçu un grand intérêt. Dans leur article, Rao *et al* ont introduit une théorie pour les **DAW** dans un plasma poussiéreux à trois composantes : des grains inertiels et des électrons et des ions Boltzmanniens. Dans la présente étude, la distribution Boltzmannienne des ions a été délaissée en faveur d'une autre distribution plus réaliste (elle prend en compte une plus grande population d'ions) viz ; la *distribution non-thermique* [24]. La méthode du pseudo potentiel de Sagdeev [29] a été adoptée pour l'analyse des amplitudes arbitraires des ondes solitaires, alors que pour l'étude des ondes de petites amplitudes, c'est la méthode de perturbation [30] qui a été choisie. Il a été trouvé que la présence des ions nonthermiques rendait possible la co-existence des ondes acoustiques solitonique compressives et raréfactives, alors que cela n'était pas possible pour des ions Boltzmanniens.

c- Pour des raisons de calcul, les grains de poussière ont été considérés de mono-taille. Toutefois, dans les situations réelles, les grains exhibent une distribution en taille [22,23] et n'ont pas de rayon constant. Il a été montré que la distribution en taille des grains affecte les modes soutenus par le plasma et le taux d'accroissement de certaines instabilités paramétriques. De plus si les ions sont chauffés adiabatiquement, il a été trouvé que les conditions d'existence de solution oscillatoires bornée étaient plus sévères [21]. Nous avons, dans cette partie, délaissé l'approximation sur la taille des grains, en prenant comme modèle, un plasma poussiéreux avec une distribution en taille des grains et des ions non-thermiques. Cette étude peut être utile à la compréhension de plusieurs situations astrophysiques, telles que les anneaux des planètes notamment l'anneau F de Saturne et les comètes.

d- Le trait saillant des grains de poussière demeure leur charge électrique. Celle-ci peut être négative ou positive selon le processus de charge considéré. Récemment, il a été suggéré que les grains chargés positivement et négativement pouvaient co-exister [27,28], dans les plasmas d'espace et les

plasmas de laboratoire [32]. C'est pourquoi, cette partie du travail est consacrée à l'étude d'un plasma constitué de grains positifs et négatifs, d'électrons Boltzmanniens et d'ions non-thermiques. Un remarquable changement des propriétés des **DAW**, a été noté pour le modèle adopté. Nous pensons que ces résultats peuvent être très intéressants pour l'identification des structures cohérentes dans la mésosphère terrestre.

REFERENCES

- [1] C. K. Goertz. *Rev. Geophys.* **27**,271(1989).
- [2] D.A.Mendis, 1991, *Astrophys.Space.Sci.* **176** 163
- [3] U.de Angelis, V.Formisano and M.Giordano, *J.Plasma Phys* **40**, 399 (1988)
- [4] P. K. Shukla. A. A. Mamun *Introduction to Dusty Plasma Physics* (2002).
(Published by IoP Publishing Ltd, London) ISBN 0 7503 0653X
- [5] P. K. Shukla, 2002, *Dusty Plasma Interaction in Space* (New York: Nova)
- [6] J.Winter,1998,*Plasam Phys.Control.fusion* **40** R1201
- [7] R.Annou and V.K.Tripathi, *Phys.Lett.A* **234**, 131 (1997)
- [8] R. Annou and U. K. Tripathi, *Phys. Plasmas* **5**, 1 (1998)
- [9] R.L.Merlino, *IEEE, Trans.Plasma.Sci.* **25**, 60(1997); R.Annou, *Phys.Plasmas* **5**, (1998)
- [10] Bliokh, P. V.and Yaroshenko, V.N.1985, *Sov Astron. (Engl. Trans.)* **29**,
330
- [11] Angelis,U. de,Bingham,R. and Tsytovich,. 1989, *J. Plasmas Phy.* **42**, 445.
- [12] L.Mahanta, B.J.Saikia, B.P. Paudey and S.Bujarbarua, *J. Plasma Phys.*
55, 401 (1996)
- [13] J.M.Geenberg, *Physica. Scripta*, **T11**, 14 (1985))
- [14] B. Ameya. *Charging of Particles in a Plasma*, ME 8362 *Advanced Plasma Technology* (2002)
- [15] A. A. Samarian, O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, V. E. Fortov, B. W. James et O. F. Petrov. *Phys. Rev.E.* 056407-1-7.**64** (2001)
- [16] M.Ishak-Boushaki, R.Annou and B.Ferhat, *Phys. Plasmas.* **8**, 5040 (2001)
- [17] M. Djebli, R. Annou and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 1493 (2001)
- [18] M. Amroun and R. Annou, *Phys. Plasmas* **8**, 5331(2001)
- [19] P.K.Shukla, L.Stenflo, and G.Morfill, *IEEE Trans.Plasma Sci.*(2002)
- [20] M. Djebli, R. Annou and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **11**, 2267 (2004)
- [21] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo. *Phys. Plasma* **2**, 3563 (1995)
- [22] M.Rosenberg 1996,*J.Vac.Sci.Technol.A* **14** 631
- [23] M.Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R.Annou, *Phys. Plasmas.* **8**,
3418(2003).

- [24] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis. J. Geophys. Res. **90**, 7450(1985).
- [25] K. Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131 (1997)
- [26] R.A. Cairns, A. A. Mamun and R.Bingham,1995, Geophys.Rev.lett. **22**, 2709-2712.
- [27]. Mamun, A. A, Cains, R. A. and Shukla, P. K. ,1996, Phys. Plasmas **3**, 2610
- [28]. Mamun, A. A, Cains, R. A. and Shukla, P. K. ,1996, Phys. Plasmas **3**, 702
- [29] Y. Nakamura, T. Odagiri, and L. Tsukabashi, Plasma Phys. Control.
- [30] P. H. Sakanaka and I. Spassovska, Brazilian Journal of Physics, vol.**33**, 2003
- [31] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, 1990, Planet Space Sci. **38**, 543
- [32] Sagdeev R. Z. 1966, in Reviews of plasma physics ed M. A. Leontovich, Vol 4, p23.
- [33] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 966 (1966).
- [34] P. k. Shukla, Phys, Plasmas **1** 1362 (1994)

Chapitre I

« Les formes et les choses se manifestent à celui qui n'est pas attaché à son être propre. Dans ses mouvements, il est comme l'eau ; dans son repos il est comme un miroir, et dans ses réponses, il est comme l'écho ».

Lao-Tseu

CHAPITRE I

STRUCTURES COHERENTES

I.1 SOLITONS

I.1.1 Définition

Lorsqu'un paquet d'onde se déplace dans un milieu dispersif, il s'étale car ses composantes se déplacent à des vitesses de phase différentes. Cependant, si le milieu offre une non-linéarité, le paquet ou l'impulsion se déplace alors sans changer de forme: C'est le soliton.

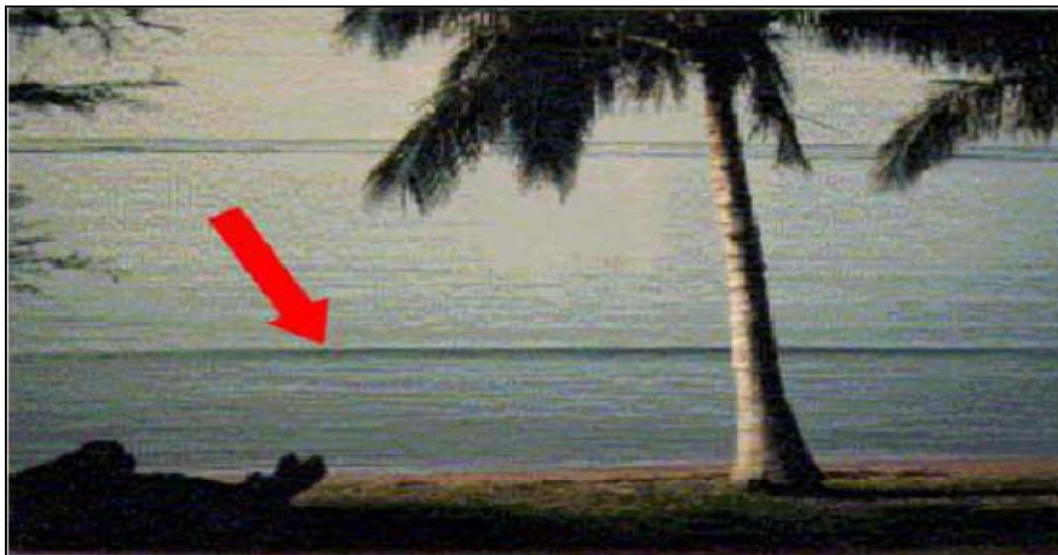


Figure.I.1. Le soliton est la turgescence indiquée par la flèche.

Les solitons ont été découverts en août 1834 par un ingénieur écossais, John Scott-Russell alors qu'il montait à cheval le long de l'Union Canal à

Edimbourg. Il remarqua qu'une barge en s'arrêtant soudainement produisit une vague importante qui continua à se propager en aval du canal, sans atténuation remarquable de sa forme, ni variation de sa vitesse. Il la suivit sur une certaine distance jusqu'à ce qu'elle se perde dans les tourbillons et les méandres du canal. J. S. Russell nota aussi, que les vagues d'amplitudes plus grandes se déplaçaient plus vite que celles de tailles moindres. Il se trouvait en face d'un phénomène de propagation non-linéaire. Mais ce qu'il n'observa pas, c'est qu'après une collision entre deux vagues isolées d'amplitudes différentes, celles-ci reprenaient leurs formes d'origine. Il appela cette onde "onde de translation"[1].

I.1.2 Caractéristiques des solitons

La vitesse de l'onde (de la vague) dépend de son amplitude et si plusieurs vagues entrent en collision, les vagues ressortent non perturbées avec la même vitesse et la même forme d'avant la collision. Un soliton est une onde capable de se déplacer sur une très grande distance sans se déformer, en conservant sa forme et sa vitesse. Cependant, il faut que le milieu de propagation soit **dispersif** et **non linéaire**.

I.1.2.1 Dissipation

Si l'on envoie une impulsion dans un milieu dissipatif, on observe une décroissance exponentielle de l'amplitude en fonction de la distance de propagation. La forme de l'impulsion étant conservée. C'est la "surface" de l'impulsion qui diminue (l'intégrale, l'énergie). Tous les milieux sont dissipatifs sauf le vide (Voir **Figure.I.2**).

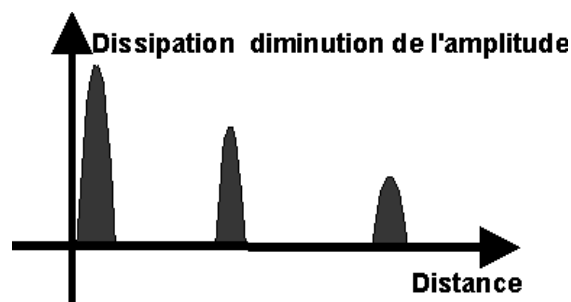


Figure.I.2. Dissipation (diminution de l'amplitude de l'onde).

I.1.2.2 Dispersion

Une impulsion est en fait une onde modulée, la représentation d'une onde comme une variation sinusoïdale à l'infini est un cas particulier, un concept mathématique qui n'existe pas en pratique. Il existe des trains d'ondes sur un intervalle de temps limité ou plus généralement une onde modulée (variation harmonique dont l'amplitude est modulée). Il y a donc une onde porteuse de l'information, représentée par l'enveloppe. Une impulsion injectée dans un milieu **dispersif** va s'étaler, s'élargir au fur et à mesure de la propagation (voir **Figure I.3**). S'il n'y a pas de perte par dissipation, et en vertu de la conservation de l'énergie cette impulsion voit son amplitude décroître quand sa largeur augmente (surface constante sous la courbe). Les diverses composantes (fréquences) de l'impulsion ont des vitesses de propagation différentes, donc au cours de la propagation on observe un "étalement" de l'impulsion identique à l'étalement observé sur un groupe de coureurs en fonction de la distance parcourue.

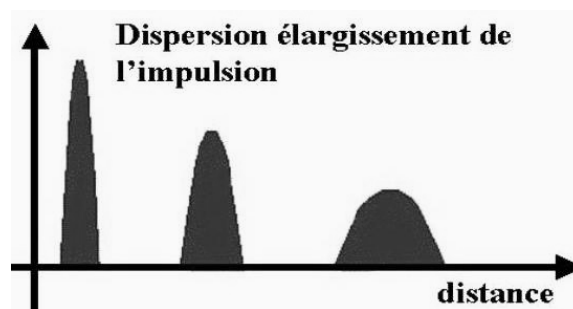


Figure.I.3. Dispersion (étalement du paquet d'onde).

1.2.3 Non-linéarité

En optique, la non linéarité s'exprime par la variation de l'indice de réfraction vis à vis de la puissance (amplitude) de l'onde initiale. L'indice de réfraction qui dépend déjà de la fréquence, va également dépendre de la puissance d'entrée, i.e., de l'intensité du signal qui traverse le milieu. Par conséquent, les différentes parties (fréquences) de l'impulsion ne se propagent pas à la même vitesse. Cette vitesse sera minimale au centre de l'impulsion et plus rapide de chaque côté, ce qui induira une distorsion du signal : une non linéarité au fur et à mesure de la propagation. (Voir **Figure I.4**).

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

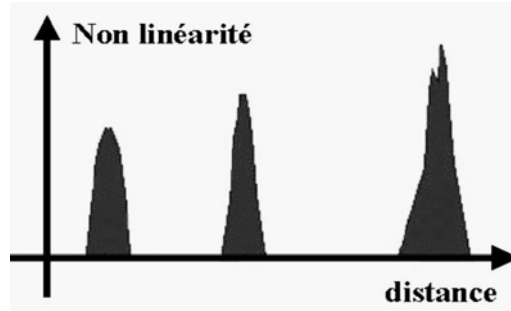


Figure.I.4 La non linéarité (compression du paquet d'onde).

La non linéarité conduit donc à une compression du paquet d'ondes, alors que la dispersion seule causerait l'étalement du paquet d'ondes. L'équilibre qui s'établit entre ces deux effets, i. e., dispersif et non-linéaire est justement la cause de l'apparition des solitons. (Voir **Figure I.5**).

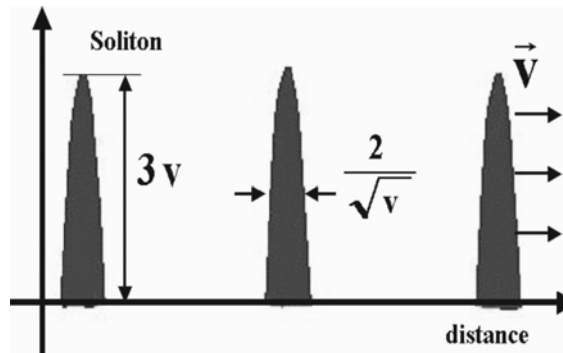


Figure.I.5. Le soliton (forme et vitesse conservées)

I.1.3 Quelques types de Solitons

a. Solitons optiques

Le soliton optique est apparu récemment grâce aux travaux très fondamentaux (peu diffusés) en mathématiques, de deux russes (Zakharov et Shabat) qui ont amené Akira Hasegawa et Tappert des laboratoires Bell à faire la prédiction du soliton dans les fibres optiques en 1973. Les premières expériences de propagation et d'interaction de solitons dans les fibres optiques ont été faites par Mollenauer et Stolen aux Bell Labs en 1980. Il a été démontré une transmission de données sur une distance supérieure à 10 000 km. Il est clair que l'information peut être transmise sans recourir aux solitons, toutefois, le soliton est privilégié vu qu'il peut maintenir sa forme sur de longues distances. Notons aussi, que la possibilité de former des

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

solitons dans les fibres optiques, a été à la base de la conception et la réalisation de lasers à solitons qui ont pu à leur tour, délivrer des impulsions très courtes de ~ 50 fs (10^{-15} s).

b. Soliton de Langmuir

Le plasma a plusieurs branches de mode d'oscillation qui ont des caractéristiques de dispersion variées ; le plasma est par conséquent, l'un des milieux les plus intéressants dans lequel on peut étudier les propriétés des solitons. Dans un plasma où les ions sont considérés froids et stationnaires, l'étude du développement et de l'évolution des oscillations plasma électroniques, i.e., les ondes Langmuir, montre que des solitons peuvent être générés [2,3].

c. Soliton enveloppe

Dans le module non-linéaire de Zakharov le couplage des oscillations des électrons et des ondes acoustiques ioniques se fait sur une échelle des temps court qui caractérise l'évolution électronique du plasma, et une échelle des temps longs, sur laquelle se met en place la dynamique acoustique ionique[4]. A cause de la non-linéarité des équations hydrodynamiques, on suppose que les champs varient rapidement. Le système ainsi considéré, aurait pour solution *l'Equation de Schrödinger non-linéaire (NLS)*

$$i \frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + |f|^2 f = 0$$

Cette équation peut aussi être résolue par des techniques de résolutions « des problèmes inverses ». Sa solution du type soliton est:

$$f(\xi, \tau) = (2\Omega)^{1/2} \operatorname{sech}(\Omega^{1/2} \xi) e^{i\Omega \tau}.$$

Elle est dite, soliton enveloppe. Avec, ξ, τ variables spatio-temporelles ; Ω constante d'intégration.

d. Onde acoustique de poussière

Les micro-particules contenues dans le plasma influencent les modes habituels supportés par le plasma e.g. le mode acoustique ionique, qui est transformé en mode acoustique ionique de poussière par réduction de la densité des électrons. Ces particules introduisent aussi de nouveaux modes : les modes électrostatiques à basse fréquence, cyclotronique de poussière et acoustique de poussière [5, 6, 7,8]. Rao et Shukla [7] sont les premiers théoriciens à prédire l'existence de cette onde avec une vitesse de phase très petite devant les vitesses thermiques des électrons et des ions, dans un plasma poussiéreux non magnétisé.

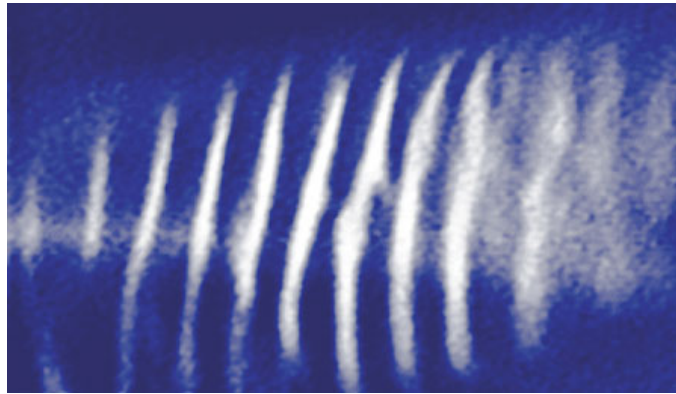


Figure.I.6.

Propagation d'une onde acoustique de poussière (C.Ref. [8])

d. Onde acoustique ionique de poussière

Shukla et Silin ont été les premiers à avoir montré l'existence des ondes ioniques de poussière. En effet, il a été montré que les équations hydrodynamiques non-linéaires qui décrivent les ondes acoustiques ioniques faisaient apparaître des structures cohérentes du type impulsion solitaire (soliton) et onde de choc. Les ondes électrostatiques sont détectées dans la planète Saturne, où la densité des ions est plus grande que celle des électrons. Ce type d'onde a été observé expérimentalement dans une gamme de fréquence (3-5 kHz), il a été montré que la vitesse de phase de l'onde augmente quand la densité des électrons diminue.

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

I.1.4 Travaux théoriques relatifs aux solitons

I.1.4.1 Equation de Kortweg de Vrie (K-dV equation)

L'onde solitaire a été mentionnée dans les travaux de Stokes et Boussinesq, cependant il a fallu patienter 60 ans pour que l'onde de Russel trouve le cadre théorique approprié. En effet, en 1895, Korteweg et de-Vries dérivèrent l'équation portant leurs noms et décrivant la propagation d'ondes dans une direction sur la surface du canal peu profond (shallow), cette équation s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{g}{l}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{3} \alpha \eta + \frac{1}{2} \eta^2 + \frac{1}{3} \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right)$$

où l est la profondeur du canal et $l+b$ est l'élévation de la surface par rapport au fond, x, t sont les variables spatio-temporelles. Notons pour l'histoire, que Diderick Johannes Korteweg fût le directeur de thèse de Gustave de Vries (thèse soutenue le 1 décembre 1894). L'équation de K-dV est à la base de plusieurs applications en physique. Elle intervient dans une large gamme de systèmes dispersifs faiblement non linéaires. En vérité, on dit que les équations non linéaires dispersives ne montrent un comportement soliton exacte quoique possédant des solutions d'ondes solitaires localisées que si elles possèdent une transformation de Backlund. [2]

Pour clore, notons que l'équation KdV peut se mettre sous la forme générale,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} = 0$$

La solution solitaire est donnée par la forme,

$$\phi(x - ut) = 3u \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{u} (x - ut) \right]$$

C'est une impulsion de vitesse u , d'amplitude $3u$ avec u la vitesse du soliton, et de largeur $2/\sqrt{u}$. L'équation KdV décrit entre autres phénomènes les ondes acoustiques non-linéaires dans les plasmas.

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

I.1.4.2 Fermi - Pasta - Ulam (FPU)

En 1955 à Los Alamos, Fermi et ses collaborateurs -en voulant étudier le comportement de certains systèmes qui sont essentiellement linéaires et dans lesquelles la non-linéarité est à introduire en tant que perturbation- ont fait une découverte qui a stimulé un travail important dans le domaine. En effet, l'énergie dans chaque mode normal est constante pour le système linéaire [2]. Ils ont pensé qu'en introduisant la non-linéarité, l'interaction distribuerait l'énergie entre tous les modes. En fait, il n'en fût rien ! L'énergie ne diffuse pas, mais reste localisée dans le mode initial et ceux qui sont les plus proches ; il n'y a pas de perte d'énergie au profit des modes les plus "élevés". En ce qui concerne l'équipe de Fermi, le système fit une collection de 64 particules de masse unitaire placées sur une ligne à bouts fixes. Il a été montré que le déplacement des particules pouvait être décrit par une équation K-dV.

I.1.4.3 Equation de Sine-Gordon

L'un des premiers modèles de la théorie des champs est l'équation linéaire de Klein Gordon ,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = m^2 \phi$$

En 1958, Skyrme proposa une théorie des champs non linéaire et pris comme équation,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = m^2 \sin \phi$$

Elle fût appelée équation de Sine-Gordan.

Nous pouvons montrer qu'elle possède en effet , une solution représentant une onde de profil permanent de la forme.

$$\phi = 4 \tan^{-1} \exp[m\gamma(x - ut) + \delta]$$

où, $\gamma^2 = \frac{1}{1 - v^2}$. Cette solution reçut le nom de Kink. De surcroît, il a été

montré que cette équation exhibait un comportement soliton ou un kink et

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

son anti-kink (se déplace en sens inverse) se comporteraient comme des particules lors d'une collision (L'équation Sine-Gordon est la seule équation Klein –Gordon non linéaire à posséder une transformation de Backlund).

I.1.4.4 Equation non linéaire de Schrödinger (NSE)

L'équation s'écrit comme suit,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \beta |\phi|^2 \phi = -i \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Elle a la même forme que l'équation de Schrödinger d'où son nom. Une solution correspondant à une onde se déplaçant vers la droite et s'annulant à l'infini serait,

$$\phi = \frac{a}{\sqrt{2/\beta}} \left(i \left(\frac{1}{2} bx - \left(\frac{1}{4} b^2 - a^2 \right) \right) \right) \times \sec^2 h(a(x-b))$$

C'est une onde enveloppe de forme « sécante hyperbolique ». L'équation NSE est fondamentale pour décrire l'évolution des trains d'ondes variant lentement, dans les milieux stables faiblement non-linéaire que l'on rencontre en physique des plasmas et en optique non-linéaire [3,4].

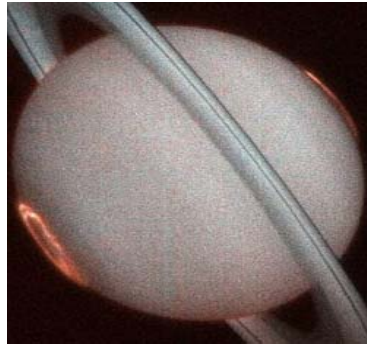
I.2 COUCHE-DOUBLES

I.2.1. Définition

Une couche-double est une zone de charge d'espace dans le plasma associée à une chute brutale du potentiel (choc électrostatique). Elle consiste en deux couches parallèles et de charges opposées. Dans cette zone, les particules chargées sont accélérées dans des directions contraires. La production de ces couche-doubles requiert une région ayant un excès de charges positives et négatives, i.e., la quasi-neutralité n'est vérifiée [10]. Ces couches ont été étudiés en laboratoire la première fois, par le prix Nobel Irving Langmuir en 1929 [11] : il leur a donné l'appellation de double-sheath ou gaine double, leur importance dans les plasmas d'espace a été évoqué par le prix Nobel Hannes Alfvén en 1958. Bien après, en 1977 Forrest Mozzer, reportait que les satellites avaient pu détecter la signature des couche-doubles dans la magnétosphère. Plusieurs autres observations suivirent [12],

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

et leur rôle dans les flemmes solaires a été suggéré par de nombreux scientifiques [13].



Figures I.7

Les aurores sur Saturne sont caractéristiques de l'hydrogène du plasma ionisé. Les courants de filamentation sont associés aux couche-doubles

I.2.2 Formation

La production des couche-doubles (CD) se fait suivant de multiples procédés, dépendant de l'environnement du plasma. En général, si deux régions du plasma avec différentes températures d'électrons rentrent en contact, une couche- double peut être formée. Dans le laboratoire, un plasma en contact avec une surface peut également générer une CD (e.g., une électrode dans un tube à décharge). Grâce à leur faible inertie, les électrons ont une plus grande vitesse que les ions. De plus, les particules dans le plasma chaud (à gauche) se déplacent plus vite que ceux du plasma froid (à droite), ceci permet aux électrons chauds de pénétrer dans le plasma froid avant même que ses particules aient le temps de se repositionner. Cela conduit à un excès de charges négatives d'un côté et un déficit de l'autre. C'est ainsi que se forme un courant électrique, lequel agit comme un accélérateur de particules à l'intérieur de la couche double.

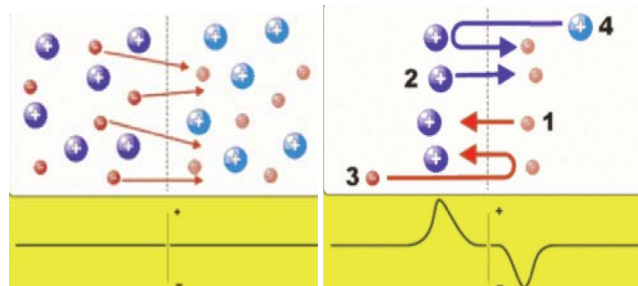


Figure I.5

Etapas de la formation de couche-doubles.

I.2.3 Mécanismes

Toutes les couche-doubles ont la même structure. Néanmoins, les mécanismes via lesquels elles sont formées, sont différents et dépendent du plasma e.g. laboratoire, ionosphère, espace...etc.. Citons à titre d'exemple :

- Injection d'un courant d'électrons dans le plasma.
- Augmentation de la densité du courant d'un plasma,
- Décharge électrique,
- Instabilités des conducteurs de courants;
- Ondes de chocs dans le plasma,
- Radiation Laser.

Pour clore, nous rappelons que les solitons, qui sont des ondes solitaires se comportant comme des particules, et les couche-doubles qui sont les zones de charge d'espace, ont été brièvement revus dans ce chapitre, tout en exhibant quelques exemples pour souligner leur universalité. Dans ce qui suivra nous étudierons la propagation de ce type d'ondes, et ce, dans différents types de plasmas poussiéreux.

I.5 REFERENCES

- [1] K.Lonngren and A.Scott, Solitons in action, Ed.Acadimic Press (1978).
- [2] R.Annou and S.Dahamni, J.S.P.5, USTHB, (2000)
- [3] C.Oberoi, introduction to unmagnetized plasma, Ed.Prentice-Hall, India (1988).
- [4] R. Annou and V. K. Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131.(1997).
- [5] A. A. Mamun, P. K. Shukla and F. Verheest: *Nonlinear electrostatic waves in dusty plasmas: in Dust Plasma Interaction in Space* (edited. P. K. Shukla) Nova Science (New York), Chapter 8, p. 30. (2002)
- [6] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol), p. **195**; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 268. (2002).
- [7] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet Space Sci. **38**, 543.(1990).
- [8] Barkan, A., Merlino, R.L. and D'Angelo, N., Phys. Plas. **2**, 3563. (1995)
- [9] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics* (Consultants Bureau, New York.), Vol. **3**, p. 23. (1966)
- [10] L. P. Block. A double layer review. Astrophysics and Space Science, **55**:59–83, 1978.
- [11] H. Alfvén and P. Carlqvist. Currents in the Solar Atmosphere and a Theory of Solar Flares. Solar Physics, (1967).
- [12] C. Chan, M. H. Cho, N. Hershkowitz, and T. Intrator. Laboratory evidence for ion-acoustic-type double layers. *Physical Review Letters*, **52**:1782–1785, May (1984).
- [13] C. Chan, M.-H. Cho, N. Hershkowitz, and T. Intrator. Experimental observation of slow ion acoustic double layers. *Physical Review Letters*, **57**:3050–3053, Dec. (1986).

Chapitre I

"La pensée n'est qu'un éclair dans la nuit. Mais c'est cet éclair qui est tout".

Henri Poincaré.

CHAPITRE II

EFFET DES IONS NON THERMIQUES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

I.1 INTRODUCTION

Les plasmas poussiéreux sont des plasmas contenant des grains de poussière. La présence de ces grains modifie incontestablement les modes d'oscillations que peut supporter ce plasma et en introduit de nouveaux [2]. Cette influence, se manifeste à travers la dynamique et la charge des grains de poussière. La dynamique du grain introduit un mode nouveau du type acoustique. En effet, Rao *et al.* [2] ont étudié les oscillations collectives à basses fréquences dans le plasma poussiéreux, et ont prouvé théoriquement l'existence d'un nouveau mode appelé l'onde acoustique de poussière (DA), dont la fréquence est de quelques dizaines d'Hertz. Pour cette onde, la force de rappel est due aux ions et aux électrons dont la distribution est celle de Boltzmann, alors que l'inertie est assurée par les grains de poussière. Cette onde acoustique de poussière a été mise en évidence expérimentalement par Barkan *et al* [3]. Par ailleurs, l'existence de solitons acoustiques de poussière compressifs a été rapportée dans le cas d'un plasma contenant des grains de poussières, des électrons et des ions Boltzmanniens [4]. D'autre part, il a été trouvé que la considération d'ions non-thermiques dans le plasma modifiait le comportement non-linéaire des ondes acoustiques de poussière, en affectant aussi bien leur forme que leurs conditions d'existence [5-8].

Dans cette partie, nous nous proposons d'étudier l'influence de ce type d'ions, i.e., les ions non-thermiques dans un plasma poussiéreux à trois composantes (plasmas plus fréquents dans les environnements astrophysiques). L'étude des caractéristiques non-linéaires de cette onde acoustique de poussière a été réalisée dans le cadre de la méthode du quasi-potential de Sagdeev pour les ondes de fortes amplitudes, et par la méthode

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

de perturbation réductrice pour les faibles amplitudes. Nous montrerons ci-après, que l'introduction de ce type d'ion rend possible la co-existence d'ondes solitaires de poussières raréfactives et compressives.

II.2 FORMULATION

Considérons un plasma à plusieurs composants, à savoir, des électrons Boltzmanniens, des ions non-thermiques et des grains de poussières massifs et hautement chargés. A l'équilibre, nous avons l'équation de quasi-neutralité donnée par : $N_{i0} = Z_d N_{d0} + N_{e0}$, où N_{i0} , N_{e0} et N_{d0} sont respectivement les densités à l'équilibre des ions, des électrons et des grains de poussière et Z_d le nombre de charge des grains.

Les distributions des électrons et des ions sont formulées ci-dessous, viz;

a) La distribution de Boltzmann pour les électrons

$$N_e = N_{e0} \exp\left\{\frac{e\phi}{T_e}\right\}, \quad (\text{II.1})$$

b) La distribution non thermique pour les ions

En suivant le modèle de Cairns *et al.* [5], la distribution des vitesses non thermique pour les ions s'écrit comme suit :

$$f_{i0} = \frac{N_{i0}}{\sqrt{2\pi v_i^2}} \frac{1 + \alpha v^4 / v_{thi}^4}{1 + 3\alpha} \exp\left\{-\frac{v^2}{2v_{thi}^2}\right\}, \quad (\text{II.2})$$

où ϕ est le potentiel électrostatique, T_e la température des électrons N_{i0} et $v_{thi} = (T_i / m_i)^{1/2}$ sont la densité à l'équilibre, et la vitesse thermique à l'équilibre des ions non-thermiques T_i étant leur température. Le paramètre réel α exprime la déviation par rapport à la distribution de Maxwell. L'intégrale de la fonction de distribution f_{i0} par rapport à la vitesse entre v^2 et $v^2 - 2\phi$ nous mène à l'expression de la densité des ions non-thermique suivante :

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

$$N_i = N_{i0} \left(1 + \beta \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left(\frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right) \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\}, \quad (\text{II.3})$$

Les équations correspondantes aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système ; elles sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + \nabla \cdot (N_d \vec{V}_d) = 0, \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{V}_d + \vec{V}_d \cdot \nabla \vec{V}_d = \frac{Z_d}{m_d} \nabla \phi, \quad (\text{II.5})$$

où, m_d , N_d , et V_d sont respectivement la masse, la densité, et la vitesse du grain. Le système est fermé par l'équation de Poisson :

L'équation de Poisson étant,

$$\Delta \phi = 4 \pi e (Z_d N_d - N_i + N_e), \quad (\text{II.6})$$

II.3 ETUDE LINEAIRE DES ONDES ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

Linearisons les équations que nous venons d'exposer ci-dessus. Pour ce faire, nous supposons que le plasma poussiéreux est décrit à l'équilibre par les grandeurs hydrodynamiques, i.e., la densité N_{d0} des particules dans le plasma et leur vitesse V_{d0} ; ces grandeurs sont constantes dans l'espace et dans le temps. Mais alors, $N_j = N_{j0} + \tilde{N}_j$ et $V_j = V_{j0} + \tilde{V}_j$ ($j = d, i, e$) où les grandeurs coiffées du signe (\sim) correspondent aux grandeurs perturbées qui dépendent de (ω, \vec{k}) selon la forme $\exp[i(kx - \omega t)]$, i.e, $\partial/\partial t = -i\omega$ et $\partial/\partial x = ik$. En remplaçant, dans le système [(II.1)-(II.6)]; et en ne gardant que les grandeurs d'ordre 1 nous obtenons,

$$\tilde{N}_e = N_{e0} \frac{e\phi}{T_e}, \quad (\text{II.7})$$

$$\tilde{N}_i = N_{i0} (\beta - 1) \frac{e\phi}{T_i}, \quad (\text{II.8})$$

$$-i\omega \tilde{N}_d + ik N_{d0} \tilde{V}_d = 0, \quad (\text{II.9})$$

$$-i\omega\tilde{V}_d = ik\phi(Z_d e/m), \quad (\text{II.10})$$

$$-k^2\phi = 4\pi e(\tilde{N}_e - \tilde{N}_i + Z_d\tilde{N}_d), \quad (\text{II.11})$$

Après quelques transformations, nous obtenons la relation de dispersion suivante :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{v}{\sqrt{1 + \lambda_{Dd}^2 k^2}}. \quad (\text{II.12})$$

$$\text{où } v = \lambda_{Dd}\omega_{pd}, \quad \omega_{pd}^2 = \frac{4\pi e^2 Z_d^2 N_{d0}}{m_d}, \quad \lambda_{Dd}^2 = \left(4\pi e^2 \frac{N_0}{T_0}\right)^{-1} \text{ et } \frac{N_0}{T_0} = \frac{N_{e0}}{T_e} + (1 + \beta)\frac{N_{i0}}{T_i}$$

λ_{Dd} étant la longueur de Debye effective, ω_{pd} la fréquence plasma des grains, N_0 une densité effective et T_0 une température effective. Pour $\lambda_{Dd}^2 k^2 \ll 1$, $\omega = kv - (1/2)\lambda_{Dd}^2 k^3 v$. La phase de l'onde se réécrit alors sous la forma :

$$kx - \omega t = (x - vt)k + \frac{1}{2}v\lambda_{Dd}^2 k^3 t. \quad (\text{II.13})$$

Par conséquent, on suggère d'introduire de nouvelles variables, à savoir, ξ et τ définies par $\xi = \varepsilon^{1/2}(x - v_0 t)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}t$, où v_0 est la vitesse du soliton, laquelle sera définie plus loin.

II.3 ANALYSE MATHÉMATIQUE DES ONDES SOLITAIRES

Nous adoptons pour notre analyse deux méthodes ; la méthode du *pseudo potentiel de Sagdeev* [9] pour les ondes d'amplitudes arbitraires, donnant les conditions d'existence des solutions oscillatoires bornées, et la méthode des *perturbations réductrices* [10] pour les ondes de petites amplitudes, donnant la forme des solutions détectées.

Après la normalisation des Eqs. [(II.4)-(II.6)], nous aboutissons au système suivant :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d u_d) = 0, \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = n_d + \mu_e n_e - \mu_i (1 + \beta \Phi + \beta \Phi^2) \exp\{-\Phi\}, \quad (\text{II.16})$$

où n_d est la densité du grain normalisée par n_{d0} , T_i la température des ions et m_d la masse des grains de poussières; Φ est le potentiel électrostatique normalisé par T_i/e , e la charge de l'électron. Les paramètres μ_1, μ_0 et μ sont

$$\text{respectivement donnés par: } \sigma = \frac{T_i}{T_e}, \mu = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}, \mu_i = \frac{1}{1-\mu} \text{ et } \mu_e = \frac{\mu}{1-\mu}.$$

II.3.1 Structures solitaires d'amplitudes arbitraires

Afin de déterminer les conditions d'existence des ondes solitoniques acoustiques de poussière, nous adoptons la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev [8]. Pour ce faire, nous considérons que toutes les quantités physiques dépendent uniquement d'une variable $\xi = x - Mt$, où M est le nombre de Mach, qu'est le rapport de la vitesse de déplacement du soliton et de la vitesse acoustique de poussière.

Les équations [(II.14)-(II.16)] se réduisent alors à,

$$(u_d - M) \frac{\partial n_d}{\partial \xi} = -n_d \frac{\partial u_d}{\partial \xi}, \quad (\text{II.17})$$

$$(u_d - M) \frac{\partial u_d}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (\text{II.18})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = n_d - n_i + n_e. \quad (\text{II.19})$$

On résout le système [(II.17)-(II.19)] en tenant compte des conditions, $\Phi \rightarrow 0$, $u_d \rightarrow 0$ et $n_d \rightarrow 1$ pour $\xi \rightarrow \infty$.

Ainsi la densité des grains se détermine par combinaison des équations (II.17) et (II.18),

$$n_d = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}}, \quad (\text{II.20})$$

La densité des ions quant à elle, s'écrit comme suit,

$$n_i = (1 + \beta \Phi + \beta \Phi^2) \exp(-\Phi),$$

(II.21) L'intégration de l'équation de Poisson (II.19) sous les conditions $\Phi \rightarrow 0$,

$d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ pour $\xi \rightarrow \infty$, permet d'aboutir à l'équation différentielle du deuxième ordre suivante :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0, \quad (\text{II.22})$$

où le potentiel Sagdeev est donné par

$$V(\Phi) = -\mu_i \left[\left(1 + 3\beta + 3\beta\Phi + \beta^2\Phi^2 \right) \exp(-\Phi) - (1 + 3\beta) \right] + \frac{\mu_e}{\sigma} (1 - \exp(\sigma\Phi)) + M^2 \left(1 - \left(1 + \frac{2\Phi}{M^2} \right)^{1/2} \right), \quad (\text{II.23})$$

• **Conditions d'existence des solitons**

Les solutions oscillatoires de type "soliton" existent si les conditions suivantes, $V(\Phi) = dV(\Phi)/d\Phi = 0$ à $\Phi = 0$ et $V(\Phi) < 0$ pour $0 < |\Phi| < |\Phi_0|$, où Φ_0 est l'amplitude maximale du soliton, sont vérifiées. Les conditions sur le nombre de Mach pour lequel la seconde dérivée change de signe sont obtenues en développant le potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ donné par **Eq.(II.23)** autour de l'origine. Le nombre de Mach critique est donné alors par la formule,

$$M_l = \sqrt{\frac{1-\mu}{\mu\sigma + 3(1-\beta)}}, \quad (\text{II.24})$$

Lorsque $M = M_l$, la deuxième dérivée du potentiel de Sagdeev est négative,

$$V''(0) = -3 \left(\frac{1-\mu}{\mu\sigma + 3(1-\beta)} \right)^{-4} - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma^2 + \frac{1}{1-\mu} (7 - \sigma\beta) < 0, \quad (\text{II.25})$$

La valeur minimale pour qu'il ait coexistence des deux types de solitons est $\alpha \sim 0.178$.

Par ailleurs, le potentiel de Sagdeev calculé au point de $\Phi_M = -M^2/2$ pour lequel la densité des grains de poussière n'est plus une quantité définie positive, devrait au minimum s'annuler, en l'occurrence,

$$V(\Phi_M) = M^2 - \mu_i \left(\left(1 + 3\beta + 3\beta \left(-\frac{M^2}{2} \right) + \left(\frac{M^4}{4} \right) \right) \exp \left(\frac{M^2}{2} \right) + (1 + 3\beta) \right) + \frac{\mu_e}{\sigma} \left(1 - \exp \left(-\frac{\sigma M^2}{2} \right) \right) \geq 0 \quad (\text{II.26})$$

à la valeur maximale de M correspond $V(\Phi_M) = 0$.

Après détermination des expressions du nombre de Mach critique, de $V(\Phi_M)$ ainsi que celle du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$, les variations de ces derniers en fonction de μ , M , α , σ et Φ sont données dans les Figures [(II.1)-(II.8)].

II.3.2 Structures solitaires de faibles amplitudes

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques de poussières de petites amplitudes nécessite l'utilisation de la méthode de la perturbation réductrice. L'équation de Korteweg de-Vries (K-dV equation) est obtenue et résolue. En effet, nous développons les grandeurs physiques,

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \varepsilon^3 n_{d3} + \dots, \quad (\text{II.27})$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \varepsilon^3 u_{d3} + \dots, \quad (\text{II.28})$$

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \dots \quad (\text{II.29})$$

A présent, nous opérons le changement de variable déjà suggéré par l'analyse de la relation de dispersions à savoir ,

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_0 t), \quad (\text{II.30})$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t. \quad (\text{II.31})$$

En injectant [(II.30)-(II.31)] dans [(II.14)-(II.16)] nous obtenons :

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} v_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) n_d + \sqrt{\varepsilon} n_d \frac{\partial n_d}{\partial \xi} = 0, \quad (\text{II.32})$$

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} v_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) u_d + \sqrt{\varepsilon} u_d \frac{\partial u_d}{\partial \xi} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (\text{II.33})$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = n_d + \mu_i \left[(1 + \beta) \Phi + \left(\frac{1}{2} + 2\beta \right) \Phi^2 \right] + \mu_e \left[-\alpha \Phi + \frac{1}{2} \alpha^2 \Phi^2 \right]. \quad (\text{II.34})$$

i/ à l'ordre zéro

$$n_{d1} = -\Phi_1 / v_0^2, \quad (\text{II.35})$$

$$\mu_{d1} = -\Phi_1 / v_0, \quad (\text{II.36})$$

avec $v_0 = 1 / \sqrt{\alpha \mu_e - \mu_i (1 + \beta)}$.

ii/ à l'ordre un

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_{d1} u_{d1}) = 0, \quad (\text{II.37})$$

$$-v_0 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} + u_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} = 0, \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} - \frac{1}{v_0^2} \Phi_1 - n_{d1} - \gamma \frac{[\Phi_1]^2}{2} = 0, \quad (\text{II.39})$$

où $\gamma = -(\mu_e \alpha^2 + \mu_i (1 + 4\beta))$.

Nous pouvons éliminer facilement $\partial n_{d2} / \partial \xi$, $\partial u_{d2} / \partial \xi$, et $\partial \Phi_2 / \partial \xi$ du système [(II.37)-(II.39)], et avoir,

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + A \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (\text{II.40})$$

L'équation de **Korteweg de Vries** où $A = -\frac{v_0^3}{2} \left[-\mu_e \alpha^2 - \mu_i (1 + 4\beta) - \frac{3}{v_0^4} \right]$; $B = \frac{v_0^3}{2}$.

Afin de trouver la solution solitonique de l'Eq.(II.40), nous recherchons la solution $\Phi(\zeta)$ liée à ξ et τ par la variable $\zeta = \xi - M\tau$.

En termes de ζ , l'Eq. (II.40) se réécrit sous la forme,

$$-M \frac{d\Phi_1}{d\zeta} + A \Phi_1 \frac{d\Phi_1}{d\zeta} + B \frac{d^3 \Phi_1}{d\zeta^3} = 0, \quad (\text{II.41})$$

$$B \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{d^2 \Phi_1}{d\zeta^2} \right) + A \frac{1}{2} \frac{d\Phi_1^2}{d\zeta} - M \frac{d\Phi_1}{d\zeta} = 0, \quad (\text{II.42})$$

L'Eq. (II.42) peut-être intégrée facilement,

$$\left(A \frac{\Phi_1}{2} - M \right) \Phi_1 + B \frac{d^2 \Phi_1}{d\zeta^2} = 0, \quad (\text{II.43})$$

En multipliant l'Eq.(II.43) par $\frac{d\Phi}{d\zeta}$, nous obtenons,

$$B \frac{1}{2} \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{d\Phi_1}{d\zeta} \right)^2 + A \frac{1}{6} \frac{d\Phi_1^3}{d\zeta} - \frac{M}{2} \frac{d\Phi_1^2}{d\zeta} = 0, \quad (\text{II.44})$$

Intégrons l'Eq.(II.44) en prenant en considération les conditions aux limites,

viz., $\Phi_1(\zeta) \rightarrow 0$, $\frac{d\Phi_1}{d\zeta} \rightarrow 0$, $\frac{d^2\Phi_1}{d\zeta^2} \rightarrow 0$, pour aboutir à,

$$\left(\frac{d\Phi_1}{d\zeta} \right)^2 = \frac{1}{3B} \Phi_1^2(\zeta) [3M - A\Phi_1(\zeta)], \quad (\text{II.45})$$

En intégrant l'Eq.(II.45), la solution stationnaire de l'équation de K-dV est du type solitonique, et a la forme suivante,

$$\Phi_1(\zeta) = \Phi_{1m} \operatorname{sech}^2(\zeta / \delta), \quad (\text{II.46})$$

où l'amplitude Φ_{1m} et la largeur δ de l'onde solitaire sont données par :

$$\Phi_{1m}^{(1)} = 3M/A, \text{ et } \delta = \sqrt{4B/M}.$$

$$\text{où } A = -\frac{v_0^3}{2(1-\mu)^2} \left\{ (1-\mu)\mu\alpha^2 + (1+\beta)(1-\mu) + 3(\alpha + \mu(1+\beta))^2 \right\}.$$

L'amplitude Φ_{1m} a le signe de A lequel peut être aussi bien positif (soliton compressif) que négatif (soliton raréfactif) selon les paramètres μ et α . Le profil du soliton est représenté sur les Figures [(II-8)-(II-14)] pour différents paramètres du plasma poussiéreux. Les résultats sont revus dans la discussion.

II.4 DISCUSSION

La **Figure 1** représente la variation de M_l en fonction de μ , elle indique que M_l est proportionnel à μ et σ . La **Figure 2** indique que la limite supérieure du nombre de Mach croît avec α . Nous avons aussi tracé le potentiel de Sagdeev en fonction du potentiel électrostatique Φ . On montre alors que les solutions oscillatoires bornées de type soliton existent pour $\alpha > 0.155$ et $M > 1.41$.

Les **Figures 3-4** montrent la variation de $V(\Phi)$ pour $\mu = \sigma = 0.01$. Il est clair, d'après la **Figure 3**, que pour $\alpha > 0.155$ et $1.41 \leq M \leq 1.48$ nous avons un puit de potentiel sur la partie négative de l'axe Φ , ce qui correspond à des solitons raréfactifs. En outre, les **Figures 4-6** montrent que pour $\alpha \geq 0.20$ et $1.41 < M < 1.62$ les solitons raréfactifs et compressifs coexistent. Il est à signaler que les solitons correspondent à de très petites bosses par opposition aux cavitons. En effet, le rapport de la profondeur du caviton et de l'amplitude du soliton est au tour de 10. Les **Figures 6-7** montrent la variation de $V(\Phi)$ pour une valeur fixe du nombre de Mach et différentes valeurs de α et μ . Nous constatons que les solitons et les cavitons coexistent pour $\alpha \geq 0.178$ et $\mu < 0.06$. Il est à signaler, que pour des ions Boltzmanniens ($\alpha = 0$), les solitons existent pour $0.95 < M < 1.52$, et sont exclusivement raréfactifs (**c.f.Ref.[10]**).

Les **Figures 8-14** exhibent le profile des solutions oscillatoires bornées pour différents paramètres. Il est montré sur les **Figures 8 et 9** que, la largeur et l'amplitude des solitons sont inversement proportionnelles. En effet, lorsque l'on augmente le nombre de Mach, l'amplitude du soliton augmente, alors que sa largeur diminue. Les **Figures 10-11** nous révèlent que si l'on augmente la valeur de α , l'amplitude des solitons diminue, tandis que celle des cavitons augmente. En outre, la largeur des cavitons décroît alors que celle des solitons augmente. Par surcroît, les **Figures 12-13** montrent que la largeur des solitons se réduit avec l'accroissement de μ , tandis que leur amplitude s'accroît. Cependant, l'amplitude des solitons

* Les astérisques renvoient à l'index, où les définitions sont données par ordre alphabétique.

augmente avec μ , alors que leur largeur décroît. On note également, que lorsque la valeur de σ augmente, l'amplitude fait de même.

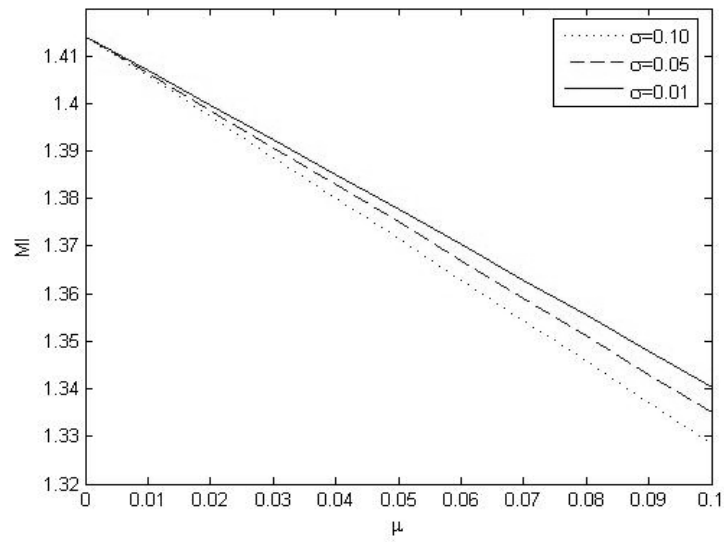


Figure II.1.

Variation de M_l en fonction μ pour $\alpha = 0.20$.

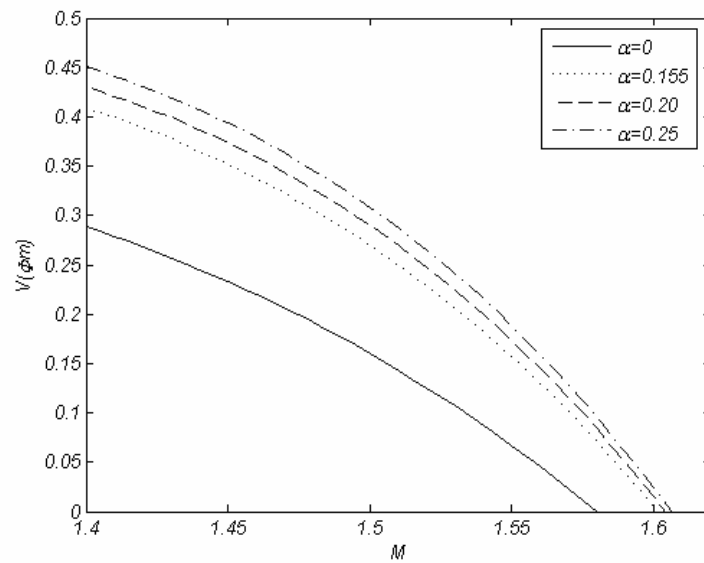


Figure II.2.

$V(\Phi_m)$ Vs. M pour $\sigma = 0.01$ et $\mu = 0.01$

Variation de M_u en fonction de α .

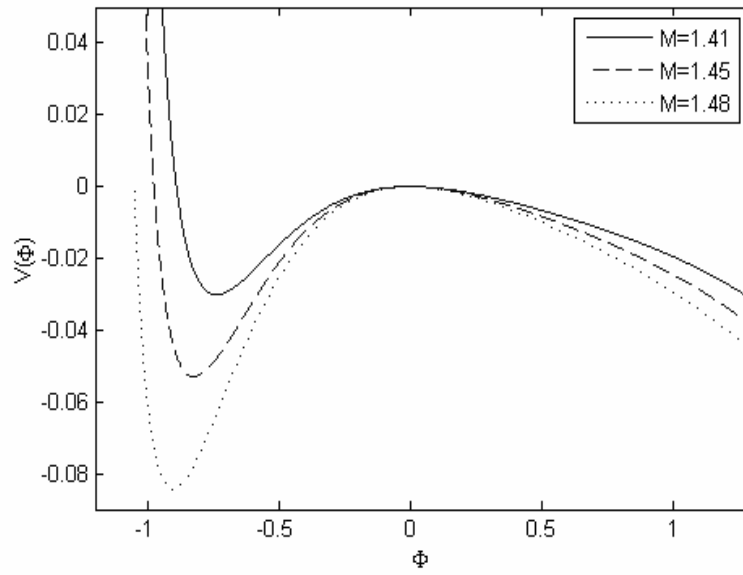


Figure II.3.
Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.155$.

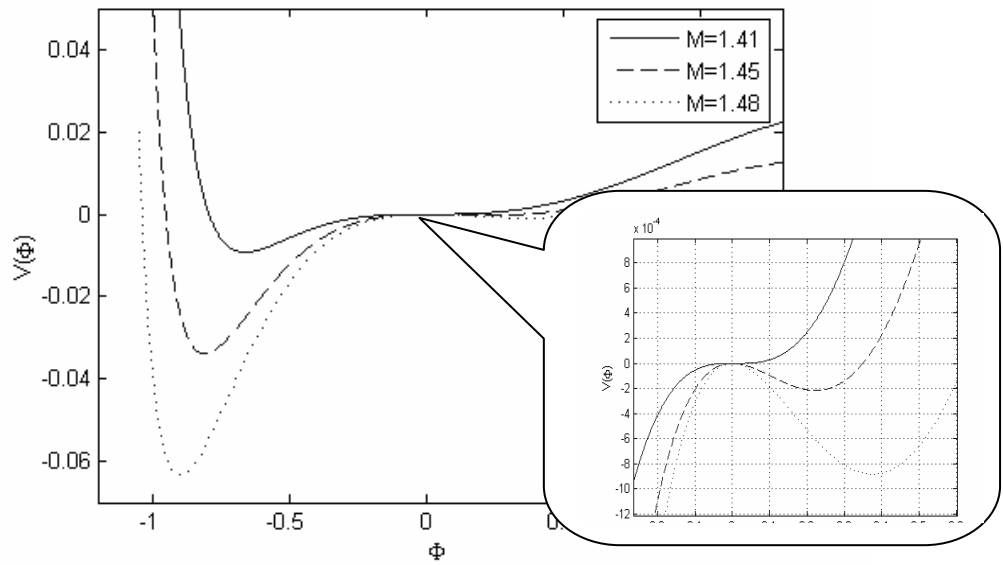


Figure II.4.
Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.20$ et différentes valeurs de M . La figure montre la co-existence de solitons et de

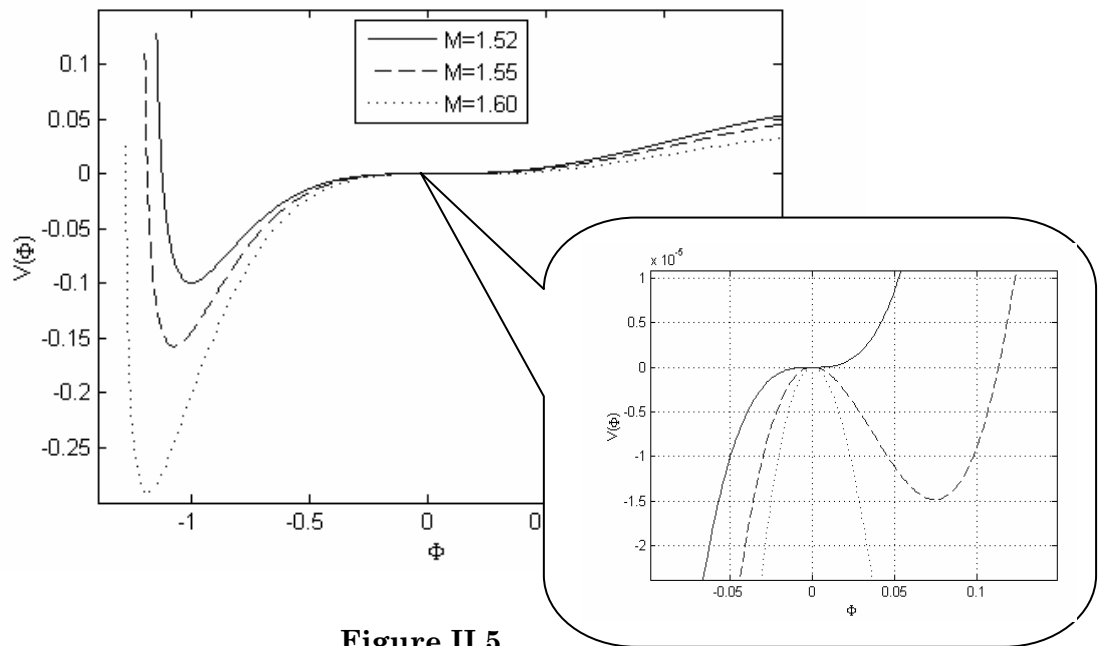


Figure II.5.

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.25$ et différentes valeurs de M .

La figure montre la co-existence de solitons raréfactifs et compressifs.

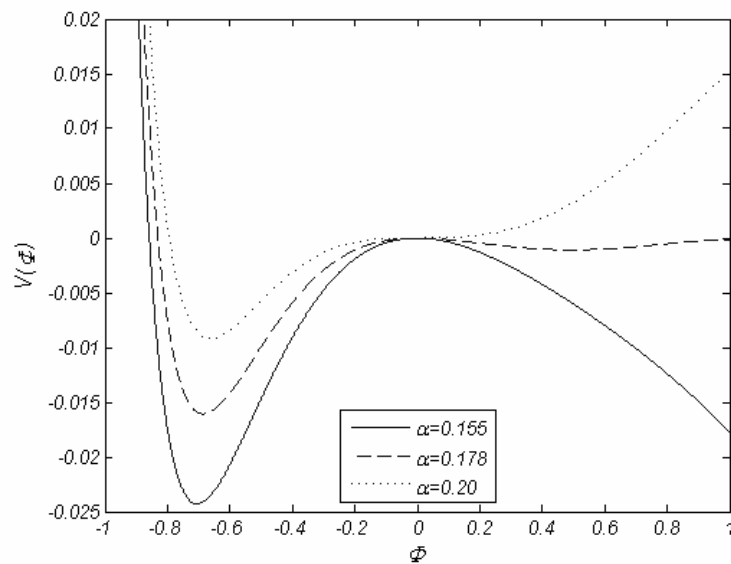


Figure II.6.

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\mu = 0.01$ $M = 1.41$.

La figure montre que la co-existence de soliton raréfactifs et compressifs commence à $\alpha \geq 0.178$

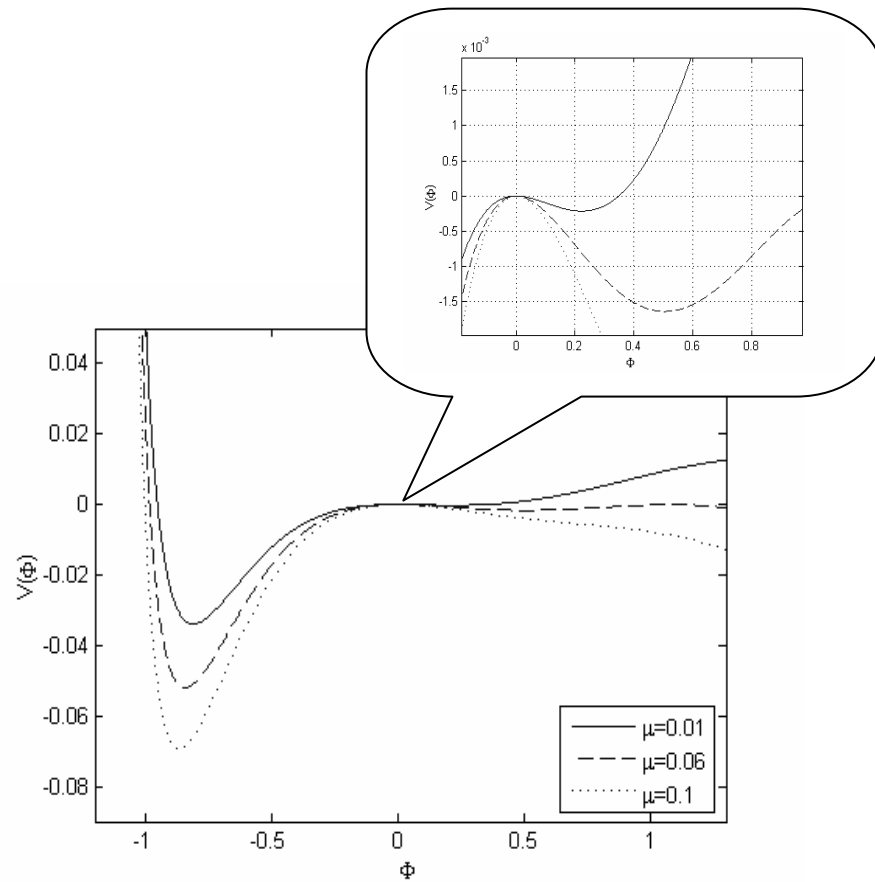
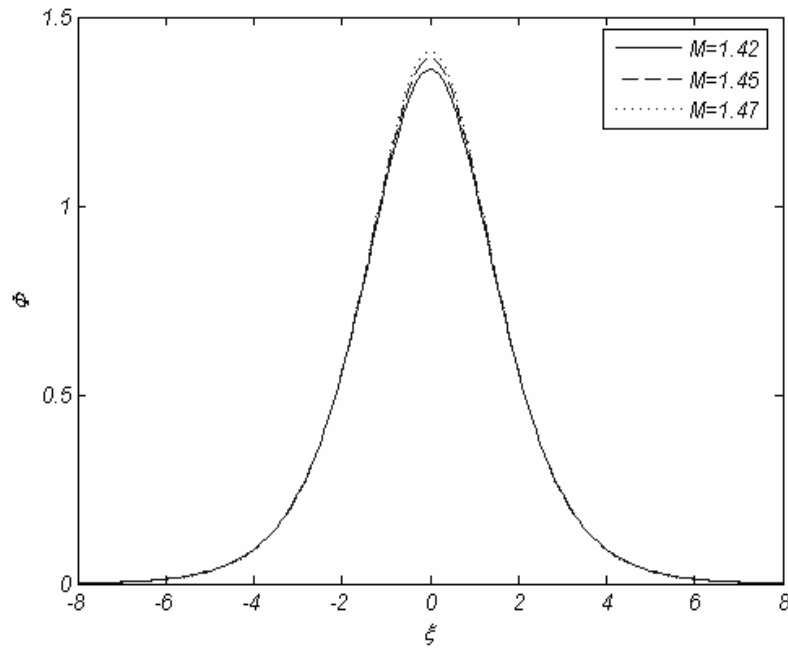


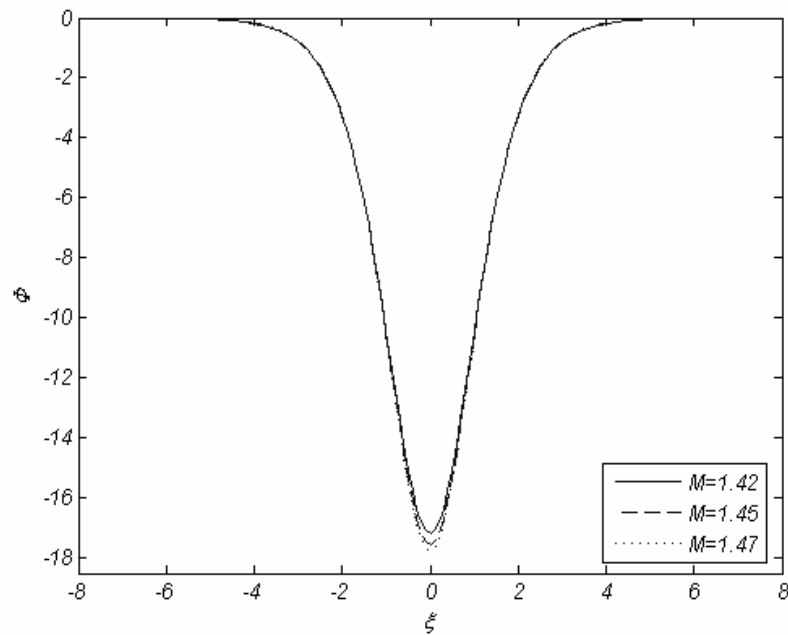
Figure II.7.

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.20$ et $M = 1.45$.

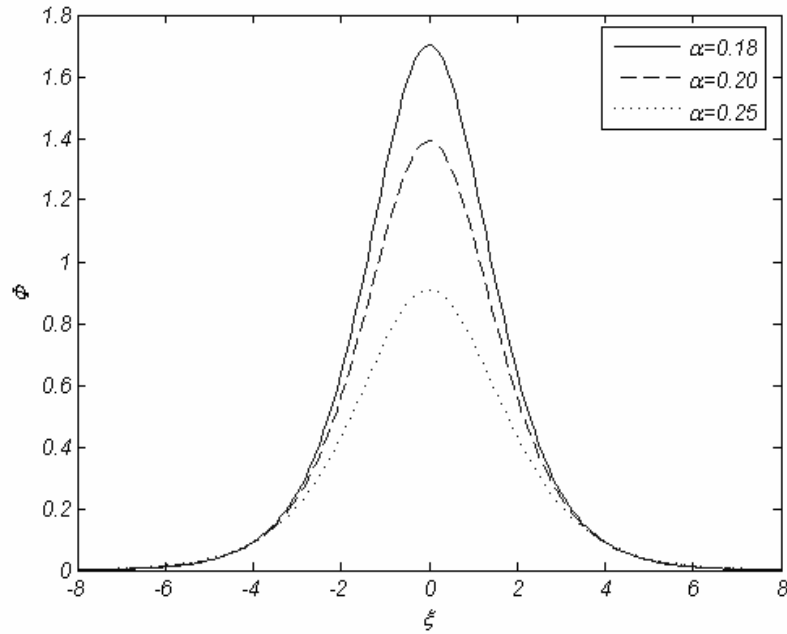
La figure montre que la co-existence de solitons raréfactifs et compressifs n'est plus possible si $\mu \geq 0.06$.

**Figure II.8.**

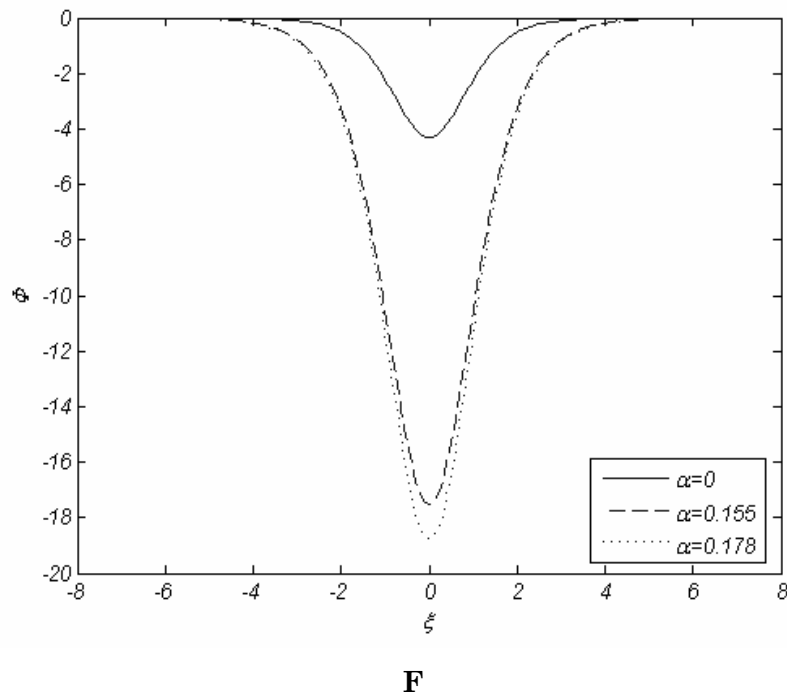
Le Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $\alpha = 0.20$, $\mu = 0.01$ et $\sigma = 0.01$.

**Figure II.9.**

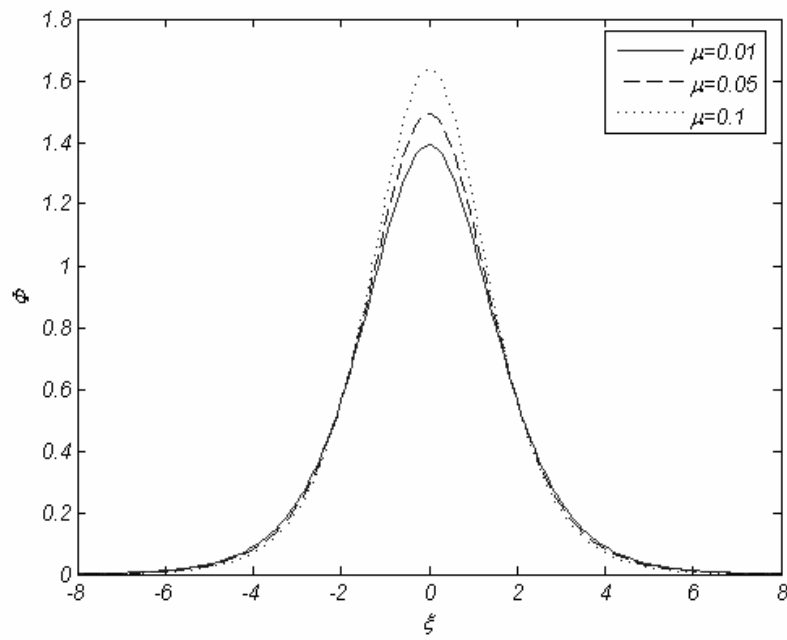
Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $\alpha = 0.155$, $\sigma = 0.01$ et $\mu = 0.01$.

**Figure II.10.**

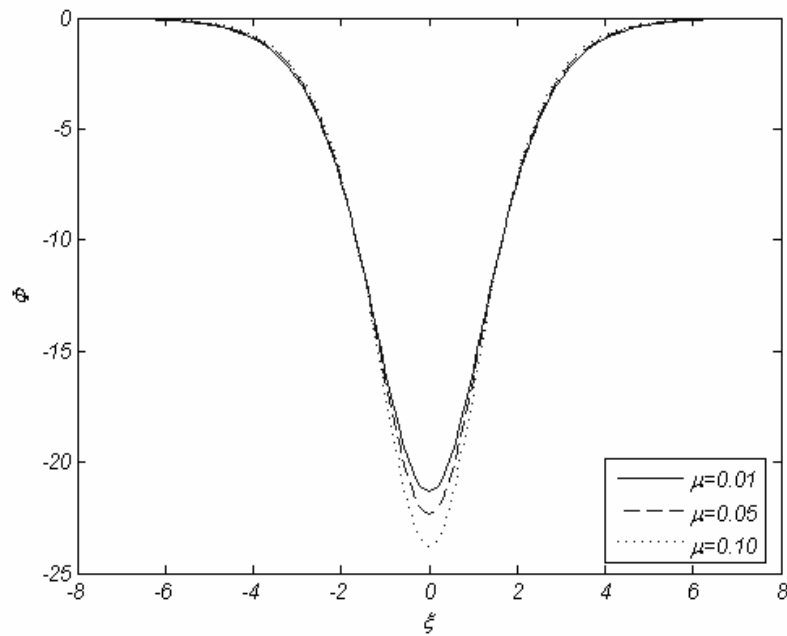
Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.45$ $\mu = 0.01$ et $\sigma = 0.01$.

**Figure II.11.**

Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.45$ $\mu = 0.01$ et $\sigma = 0.01$.

**Figure II.12.**

Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.45$, $\alpha = 0.20$ et $\sigma = 0.01$.

**Figure II.13.**

Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.45$, $\alpha = 0.16$ et $\sigma = 0.01$.

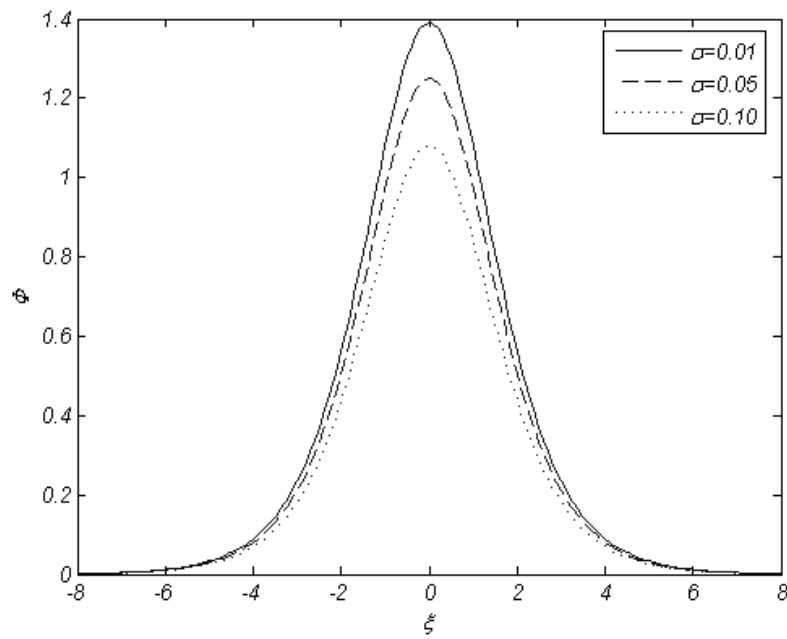


Figure II.14.
Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.45$,
 $\alpha = 0.20$ et $\mu = 0.01$.

II.5 REFERENCES

- [1] R. Annou and V. K. Tripathi, Phys. Lett. A **234**, 131.(1997).
- [2] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet Space Sci. **38**, 543.(1990).
- [3] Barkan, A., Merlino, R.L. and D'Angelo, N., Phys. Plasmas. **2**, 3563,(1995)
- [4] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol), p. 195; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 268. .(2002)
- [5] R.A. Cairns, A. A. Mamun and R.Bingham, Geophys.Rev.lett. **22**, 2709, (1995)
- [6]. Mamun, A. A, Cairns, R. A. and Shukla, P. K. ,Phys. Plasmas **3**, 2610. (1996)
- [7]. Mamun, A. A, Cairns, R. A. and Shukla, P. K. , Phys. Plasmas **3**, 702, (1996)
- [8] M.Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R.Annou, Phys. Plasmas. **8**, 3418 (2003).
- [9] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics* (Consultants Bureau, New York,) **3**, p. 23, (1966)
- [10] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**,966. (1966).
- [11] A. A. Mamun, P. K. Shukla and F. Verheest: *Nonlinear electrostatic waves in dusty plasmas: in Dust Plasma Interaction in Space* (edited. P. K. Shukla Nova Science New York 2002), Chap 8, p. 30.
- [12] Bliokh, P. V.and Yaroshenko, V.N, Sov. Astron. (*Engl. Trans.*) **29**, 330, (1985)
- [13] Angelis,U. de,Bingham,R. and Tsytovich,. J. Plasmas Phy. **42**, 445. (1985)
- [14] K. Annou, and R. Annou. URL: <http://ArXiv.org/physics/0610265>

Chapitre III

« *C'est auprès d'un sage qu'il faut apprendre la sagesse* ».

CHAPITRE III

EFFET DE LA DISTRIBUTION EN TAILLE DES GRAINS DE POUSSIÈRE ET DES IONS NON-THERMIQUES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

III.1 INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes limités à l'étude de la propagation des ondes acoustiques de poussière, en considérant les grains de taille constante. Toutefois, que ce soit dans les plasmas d'espace ou de laboratoires, les grains sont de tailles différentes [1,2]. En effet, il a été montré que les grains de poussière exhibaient une distribution en taille [3,4], laquelle affecte les modes soutenus par le plasma, ainsi que le taux d'accroissement de certaines instabilités paramétriques [5,6,7]. Les effets de la distribution en taille des grains ont été étudiés [8,9], en considérant les ions chauffés adiabatiquement, l'étude a montré, que les solitons ne se propageaient pas, et que les solutions oscillatoires bornées étaient des ondes cnoidales, existant pour une gamme de nombre de Mach très réduite, à savoir, $3.846 < M < 3.878$. Par surcroît, les contraintes sur l'existence de solutions oscillatoires bornées sont encore plus sévères, lorsque les grains sont considérés imperméables [Whipple, Annou] [9]. D'autre part, il a été révélé, que la présence des ions non-thermiques dans un plasma à deux composantes, e.g., ions et grains de poussières viz., cas rencontré dans la couche F des anneaux de Saturne, [10] donnait lieu à l'existence d'ondes solitaires de poussière raréfactives.

Dans le présent travail, nous avons considéré que les grains n'étaient pas de même taille, en l'occurrence, ils suivaient une distribution en taille, alors que les ions suivaient quant à eux, une distribution nonthermique. Un autre

élément a été inclus, à savoir, l'imperméabilité des grains. Nous montrerons ci-après, que le modèle ainsi considéré soutient la coexistence de solitons compressifs et raréfactifs.

III.2 FORMULATION

Considérons un plasma à deux composants avec des ions et des grains de poussières chargés négativement, et dont la taille suit une distribution en taille déterminée. L'échelle de temps qui correspond aux ondes acoustiques de poussière de faibles vitesses de phase, est longue par rapport au temps du chargement, i.e., la charge atteint sa valeur d'équilibre quasi-instantanément. De plus, les électrons sont supposés complètement capturés par les grains, par conséquent, la contribution des électrons sur les structures non-linéaires acoustiques de poussière est négligée. Les ions quant à eux suivent une distribution non-thermique. Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, couplées à l'équation de Poisson, décrivent l'évolution de notre système, et sont écrites comme suit :

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + \nabla \cdot (N_d \vec{V}_d) = 0, \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{\partial \vec{V}_d}{\partial t} + \vec{V}_d \cdot \nabla \vec{V}_d = -\frac{q_d(r)}{m_d(r)} \nabla \phi, \quad (\text{III.2})$$

où, N_d , V_d , q_d et m_d sont respectivement la densité, la vitesse, la charge et la masse du grain.

L'équation de Poisson étant,

$$\Delta \phi = 4\pi e \left[\frac{1}{1-\varepsilon} \sum_d Z_d(r) N_d - N_i \right], \quad (\text{III.3})$$

où $Z_d(r)$ est le nombre de charge du grain de rayon r , et ε est un paramètre qui désigne la perméabilité des grains de poussière [9,12,13] :

$\varepsilon=0$ (grains perméables) et $\varepsilon = \frac{4\pi}{3} r_0^3 n_{i0} \sum_d \frac{r_d^3}{r_0^3} n_{d0}$ (grains imperméable),

où r_0 le rayon du grain le plus probable.

La densité des ions évolue selon la distribution,

$$N_i = N_{i0} \left(1 + \beta \frac{e\phi}{T_i} + \beta \frac{e\phi^2}{T_i} \right) \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i} \right), \quad (\text{III.4})$$

avec $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$, Le paramètre réel α exprime la déviation par rapport à la distribution de Maxwell.

En normalisant les grandeurs dans les équations [(III-1)-(III-4)], à savoir, le potentiel ϕ par (T_{i0}/e) la vitesse fluide du grain \bar{V}_d par la vitesse acoustique du grain $C_d = (Z_0 T_{i0}/m_{d0})^{1/2}$, les densités N_d et N_i par N_{i0} , le temps par $\tau = (m_{d0}/4\pi Z_0 e^2 n_{i0})^{1/2}$ et l'espace par $\lambda_D = (T_{i0}/4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$ où N_{i0} et T_{i0} sont respectivement la densité et la température d'équilibre de l'ion. De plus, la charge et la masse du grain sont normalisées respectivement par $Z_{d0} = Z_d(r_0)$ et $m_{d0} = m_d(r_0)$, relative au rayon r_0 . Nous aboutissons aux équations :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} n_d u_d = 0, \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = \frac{Z_d}{m_d} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{Z_0}{1-\varepsilon_d} \sum Z_d n_d - n_i. \quad (\text{III.7})$$

Nous nous intéressons, aux solutions stationnaires des **Eqs. [(III.5)-(III.7)]**. Nous considérons que toutes les quantités physiques dépendent uniquement de la variable réduite $\xi = x - M t$, où M est le nombre de Mach, donné par le rapport de la vitesse de déplacement du soliton et de la vitesse acoustique de poussière. Le système d'équations **Eqs. [(III.5)-(III.7)]** se réduit alors à,

$$(u_d - M) \frac{\partial n_d}{\partial \xi} = -n_d \frac{\partial u_d}{\partial \xi}, \quad (\text{III.9})$$

$$(u_d - M) \frac{\partial u_d}{\partial \xi} = \frac{Z_d(r)}{m_d(r)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (\text{III.10})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = \frac{Z_0}{1-\varepsilon_d} \sum Z_d(r) n_d - n_i, \quad (\text{III.11})$$

$$n_i = (1 + \beta\Phi + \beta\Phi^2) \exp(-\Phi), \quad (\text{III.12})$$

En tenant compte des conditions, $\Phi \rightarrow 0$, $u_d \rightarrow 0$ et $n_j \rightarrow n_{j0}$ pour $\xi \rightarrow \infty$, la densité des grains obtenue par intégration des **Eqs. [(III.9)-(III.10)]**, esy donnée par :

$$n_d = \frac{M n_{d0}}{\sqrt{M^2 + (2Z_d(r)/m_d(r))\Phi}}. \quad (\text{III.14})$$

Afin de déterminer le potentiel de Sagdeev [14], nous privilégions la distribution en puissance (power Law distribution) [8,11], c'est à dire,

$$f(r_d) = C_p r_d^{-p}, \quad (\text{III.15})$$

où r_d est le rapport du rayon des grains au rayon minimal ($r_{\min} = r_0$), soit $r_d = r/r_{\min}$, $C_p = (p-1)/(1-r_{\text{dm}}^{1-p})$ est la constante de normalisation, avec $r_{\text{dm}} = r_{\max}/r_{\min}$.

Notons que p peut varier entre les valeurs 0.9 et 7 dans différents espaces et environnements astrophysiques. En effet, il a été trouvé que $p = (4,5)$ et $(6,7)$ correspondaient respectivement à la couche F et G de saturne, alors que la valeur 3.4 de p correspondait aux comètes [15].

III.5 STRUCTURES SOLITAIRES D'AMPLITUDES ARBITRAIRES

L'intégration de l'équation de Poisson (III-12) sous les conditions $\Phi \rightarrow 0$, $\Phi_\xi \rightarrow 0$ pour $\xi \rightarrow \infty$, permet d'aboutir à l'équation différentielle du deuxième ordre suivante :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0, \quad (\text{III.16})$$

où, $V(\Phi)$ est le potentiel de Sagdeev qui s'exprime sous la forme :

$$V(\Phi) = 1 + 3\beta - (1 + 3\beta + 3\beta\Phi + \beta\Phi^2) \exp(-\Phi) - \frac{Z_{d0}M}{1-\varepsilon} I(\Phi), \quad (\text{III.17})$$

$$I(\Phi) = \sum_d m_d n_{d0} \left[\sqrt{M^2 + \frac{2Z_d}{M_d} \Phi} - M \right], \quad (\text{III.18a})$$

Dans cette dernière expression nous transformons la somme discrète en une somme continue sur le rayon, sachant que la masse est proportionnelle à la 3^{ème} puissance du rayon du grain ($m_d \propto r^3$), et que le nombre de grains pour une taille variant entre r_d et $r_d + dr_d$, est donné par $dn = n_0^0 f(r_d) dr_d$, où n_0^0 est le nombre total des grains.

L'expression **(III-18a)** se transforme, en ce qui suit :

$$I(\Phi) \approx \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} r_d^3 n_0^0 \left[\sqrt{M^2 + \frac{2\Phi}{r_d^2}} - M \right] f(r_d) dr_d, \quad \text{(III.18b)}$$

En introduisant l'expression **(III.16)** dans **(III.18b)**, avec $p=4$ qui correspond aux météorites où le plasma est constitué de grains de poussière chargés négativement et d'ions non-thermiques. Après intégration entre $r_{d1} = 1$ et $r_{d2} = r_m = r_{\max}/r_0$, la relation **(III.18b)** se réécrit comme suit :

$$I(\Phi) = \frac{3n_0^0 M}{1-r_m^{-2}} \left\{ \ln \left[\frac{r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{2\Phi}{M^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2}}} \right] - \frac{\sqrt{r_m^2 + \frac{2\Phi}{M^2}}}{r_m} + \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2}} - \ln(r_m) \right\} \quad \text{(III.19)}$$

De même, la constante ε se transforme en une somme continue,

$$\varepsilon = \frac{4\pi}{3} r_0^3 n_0^0 n_{i0} \int_{r_{d1}}^{r_{d2}} r_d^3 f(r_d) dr_d = \frac{4\pi}{1-r_m^{-2}} r_0^3 n_0^0 n_{i0} \ln(r_m), \quad \text{(III.20)}$$

Ainsi, le potentiel de Sagdeev se met sous une forme plus simple, viz.,

$$V(\Phi) = -\frac{3n_0^0 Z_0 M^2}{(1-\varepsilon)(1-r_m^2)} \left\{ \ln \left[\frac{r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{\Phi}{M^2}}}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2}}} \right] - \frac{\sqrt{r_m^2 + \frac{2\Phi}{M^2}}}{r_m} + \sqrt{1 + \frac{2\Phi}{M^2}} - \ln(r_m) \right\} + \left[1 + 3\beta - (1 + 3\beta + 3\beta\Phi + \beta\Phi^2) \exp(-\Phi) \right] \quad \text{(III.21)}$$

Après détermination de l'expression du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$, la variation de ce dernier en fonction de Φ est donnée par les **Figures (III.1), (III.2) et (III.3)**, pour différentes valeurs du nombre de Mach ainsi que les paramètre α et ε .

III.4 STRUCTURES SOLITAIRES DE FAIBLES AMPLITUDES

Tout en suivant le procédé du chapitre précédent [16], nous introduisons dans les **Eqs. [(III.9)-(II.11)]** les expressions suivantes :

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \varepsilon^3 n_{d3} + \dots, \quad (\text{II.23})$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \varepsilon^3 u_{d3} + \dots, \quad (\text{II.24})$$

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \dots \quad (\text{II.25})$$

A présent, nous utilisons deux nouvelles variables indépendantes soient,

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_0 t), \quad (\text{II.26})$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t. \quad (\text{II.27})$$

v_0 étant la vitesse de propagation de l'onde solitaire. En injectant [(III.23)-(III.24)] dans [(III.9)-(III.11)] et en utilisant le changement de variable sus-cité, nous obtenons le système d'équations suivant ;

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} v_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) (1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots) + \sqrt{\varepsilon} (1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots) \frac{\partial (1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots)}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{II.28})$$

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} v_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) (\varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \dots) + \sqrt{\varepsilon} (\varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \dots) \frac{\partial (\varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \dots)}{\partial \xi} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial (\varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \dots)}{\partial \xi} \quad (\text{II.29})$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 (\varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \dots)}{\partial \xi^2} = - \left[1 + (1 + \beta) (\varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \dots) + \left(\frac{1 + 4\beta}{2} \right) (\varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \dots) \right] + \frac{Z_{d0}}{1 - \varepsilon} \sum_d Z_d (1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \dots) \quad (\text{II.30})$$

L'analyse ordre par ordre, des équations [(28)-(II.30)], donne :

i/ à l'ordre 1/2 de ε :

$$n_{d1} = -\Phi_1 / v_0^2, \quad (\text{II.31})$$

$$\mu_{d1} = -\Phi_1 / v_0, \quad (\text{II.32})$$

$$\text{avec } v_0^2 = C \sum_d \frac{Z_d^2}{m_d (1 + \beta)} \quad \text{où } C = \frac{Z_0 M}{1 - \varepsilon}.$$

ii/ à l'ordre 3/2 de ε

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_{d1} u_{d1}) = 0, \quad (\text{II.33})$$

$$-v_0 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} + u_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} - \frac{Z_j}{m_j} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} = 0, \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} - (1 + \beta) \Phi_2 - C \sum_d Z_d n^2 - (1 + 4\beta) \frac{[\Phi_1]^2}{2} = 0. \quad (\text{III.35})$$

En éliminant les termes $\partial n_{d2} / \partial \xi$, $\partial u_{d2} / \partial \xi$, et $\partial \Phi_{d2} / \partial \xi$ des **Eqs. [(II.33)-(III.35)]** nous obtenons l'équation K-dV du présent système décrivant l'évolution des perturbations d'ordre 1 du potentiel électrostatique ;

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + A \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{III.36})$$

$$\text{où } A = -\frac{3C}{2v_0^3 (1 + \beta)} \sum_d \frac{Z_d^3}{2m_d} - \frac{(1 + 4\beta) v_0}{(1 + \beta) 2} \quad \text{et } B = \frac{v_0}{2(1 + \beta)}.$$

Afin de trouver la solution solitonique de l'**Eq.(II.30)**, nous recherchons la solution $\Phi(\zeta)$ liée à ξ et τ par la variable $\zeta = \xi - M\tau$.

En terme de ζ , l'**Eq. (II.36)** se réécrit sous la forme,

$$-M \frac{d\Phi_1}{d\zeta} + A\Phi_1 \frac{d\Phi_1}{d\zeta} + B \frac{d^3\Phi_1}{d\zeta^3} = 0, \quad (\text{II.37})$$

$$B \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{d^2\Phi_1}{d\zeta^2} \right) + A \frac{1}{2} \frac{d\Phi_1^2}{d\zeta} - M \frac{d\Phi_1}{d\zeta} = 0, \quad (\text{II.38})$$

L'équation **(II.38)** peut être intégrée facilement,

$$\left(A \frac{\Phi_1}{2} - M \right) \Phi_1 + B \frac{d^2\Phi_1}{d\zeta^2} = 0, \quad (\text{II.39})$$

En multipliant l'**Eq.(II.39)** par $d\Phi/d\zeta$, nous obtenons,

$$B \frac{1}{2} \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{d\Phi_1}{d\zeta} \right)^2 + A \frac{1}{6} \frac{d\Phi_1^3}{d\zeta} - \frac{M}{2} \frac{d\Phi_1^2}{d\zeta} = 0, \quad (\text{II.40})$$

Intégrons l'**Eq.(II.40)** en prenant en considération les conditions aux limites,

viz., $\Phi_1(\zeta) \rightarrow 0$, $d\Phi_1/d\zeta \rightarrow 0$, $d^2\Phi_1/d\zeta^2 \rightarrow 0$, pour aboutir à

$$\left(\frac{d\Phi_1}{d\zeta} \right)^2 = \frac{1}{3B} \Phi_1^2(\zeta) [3M - A\Phi_1(\zeta)], \quad (\text{II.41})$$

En intégrant l'**Eq.(II.41)**, la solution stationnaire de l'équation de K-dV est du type solitonique, et a la forme suivante,

$$\Phi_1(\zeta) = \Phi_{1m} \operatorname{sech}^2(\zeta/\delta), \quad (\text{II.42})$$

où l'amplitude Φ_{m1} et la largeur δ de l'onde solitaire sont données par :

$$\Phi_{m1} = 3v_0/A \text{ et } \delta = \sqrt{4B/v_0} \text{ avec } v_0 > 0 \text{ (vitesse normalisée).}$$

Le profil des solitons est donné sur les **Figures (III.7-III.9)**

III.5 DISCUSSION

La **Figure III.1** représente la variation de M en fonction de α et indique que la limite supérieure du nombre de Mach augmente pour une plus grande population d'ions.

La variation du potentiel de Sagdeev en fonction du potentiel électrostatique Φ est donnée sur les **Figures III.2-III.5**. Nous avons trouvé que lorsque $1.013 < M < 1.030$ avec $\alpha = 0.20$, les solitons et les cavitons coexistent. Cette coexistence est illustrée sur la **Figure III.2**, où on voit bien, que les solitons sont plus large que les cavitons mais ces derniers sont de plus grandes amplitudes, de plus, ceci est valable quelque soit la nature des grains. Par surcroît, la même figure nous offre une autre information, en effet, pour $\Phi < 0$ le puits de potentiel correspondant aux grains imperméables ($\varepsilon \neq 0$) est de moindre profondeur et largeur que celui relatif aux grains perméables ($\varepsilon = 0$). Par contre, sur l'axe positif de Φ , la situation est inverse, c'est le puits de potentiel des grains perméables qui est moins profond et moins large. En outre, pour une gamme de nombres de Mach comprise dans l'intervalle $1.030 \leq M \leq 1.080$, seuls les cavitons existent.

Les **Figures III.3-III.4** montrent la variation de la forme de ces cavitons en fonction de M et α , pour $\alpha = 0.30$ et $1.20 \leq M \leq 1.40$ des cavitons existent, comme nous l'indique la **Figure III.5**. Pour les grains imperméables, viz., $\varepsilon = 0.069$ ($r_0 \approx 1 \mu m$, $n_{i0} \approx 0.24 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $Z_0 n_0^0 = 1$), les limites inférieure et supérieure des nombres de Mach permis peuvent atteindre les valeurs, $M_l = 1.033$ et $M_u = 1.075$, et par conséquent la gamme de nombres de Mach permis passe de $\Delta M = 0.05$ (grains perméables) à $\Delta M = 0.042$ (grains imperméable).

La **Figure III. 6** révèle que pour des ions Boltzmanniens ($\alpha = 0$), les solitons ne se propagent pas.

Après avoir étudié les ondes d'amplitudes arbitraires pour différents paramètres, nous passons au cas des ondes de faibles amplitudes.

Le profile des solitons est donné sur les **Figures III.7-III.9**. la **Figure III.7** montre que pour $\alpha = 0.20$, lorsqu'on augmente M , l'amplitude des solitons augmente alors que leur largeur diminue. La **Figure III.8** quant à elle, indique que pour une plus grande population d'ions, le soliton voit sa hauteur décroître.

La **Figure III.9** corrobore les résultats trouvés lors de notre analyse des amplitudes arbitraires. En effet, sur cette figure, il est visible que la largeur et l'amplitude des cavitons lorsque $\varepsilon = 0$ sont plus grandes que dans le cas où $\varepsilon \neq 0$, et c'est exactement ce que nous avons conclu de la **Figure III.2**.

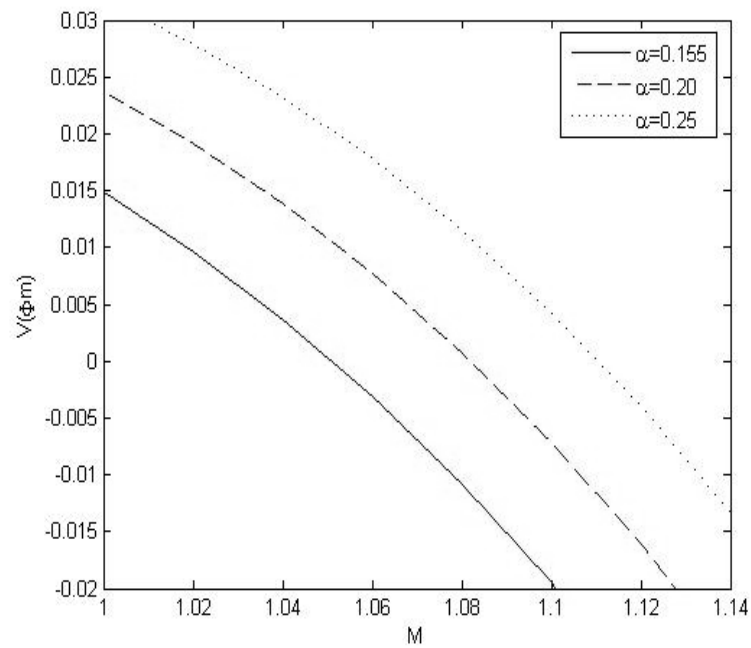


Figure III.1.

$V(\Phi_m)$ vs. M . Montre comment la valeur limite de M change avec α .

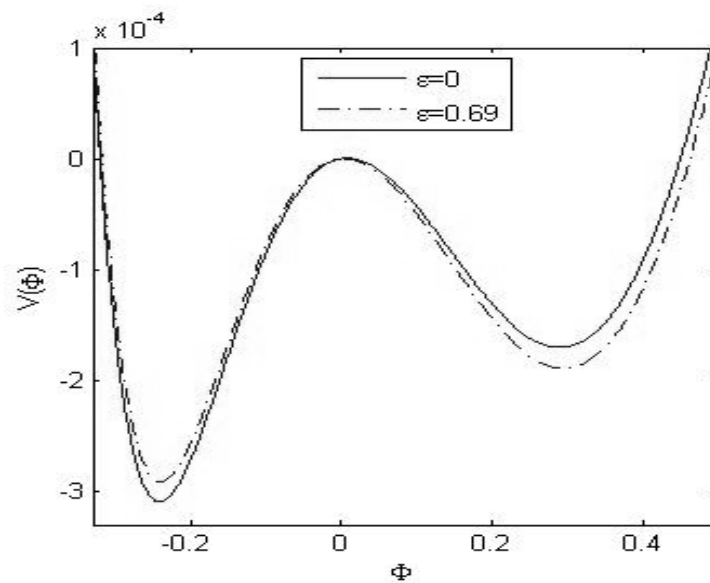
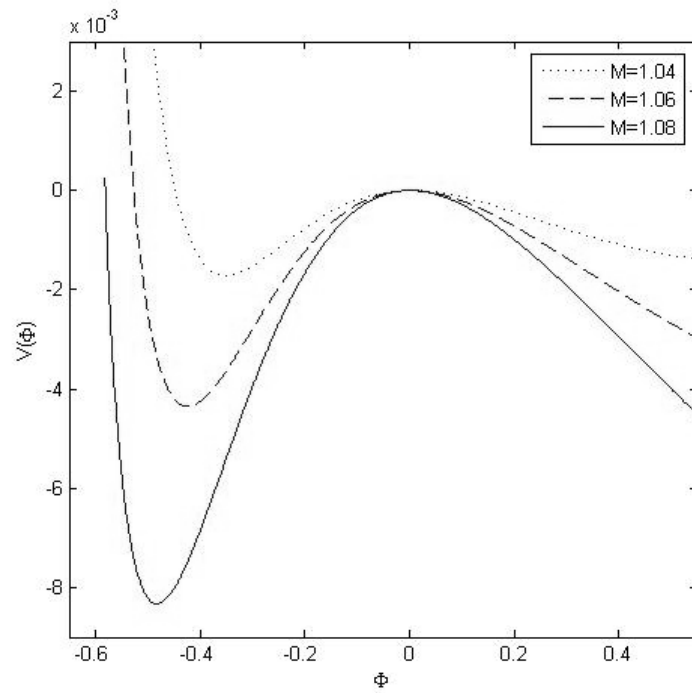


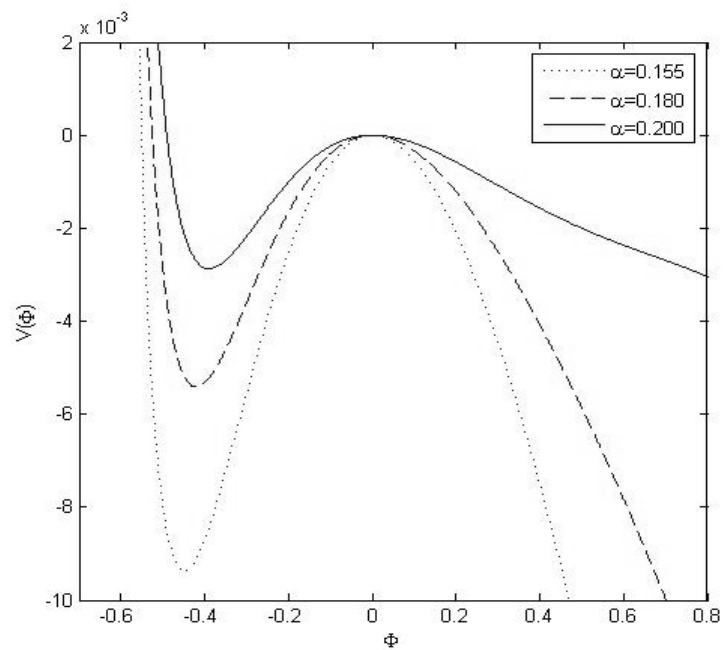
Figure.III.2

Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.2$.
La figure montre la co-existence de solitons ($\Phi > 0$) et de cavitons ($\Phi < 0$)

**Figure.III.3.**

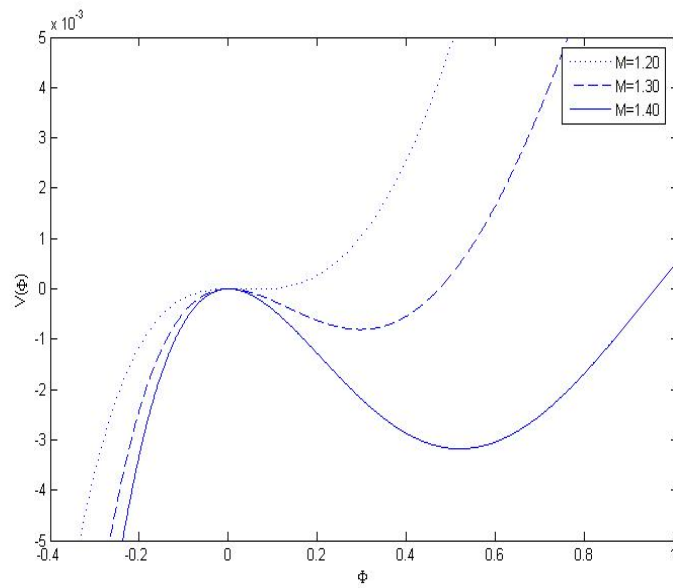
Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.20$.

La figure montre l'existence de solitons raréfactifs.

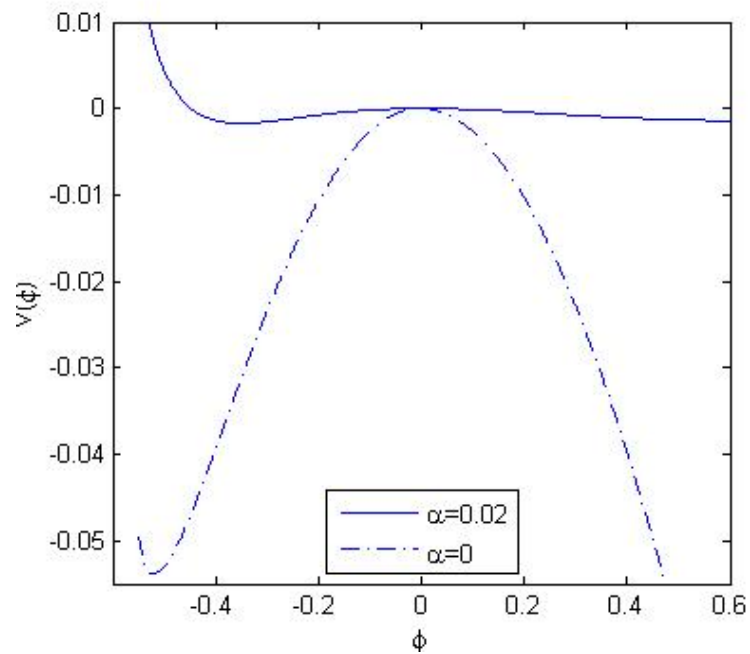
**Figure.III.4**

Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $M = 1.04$.

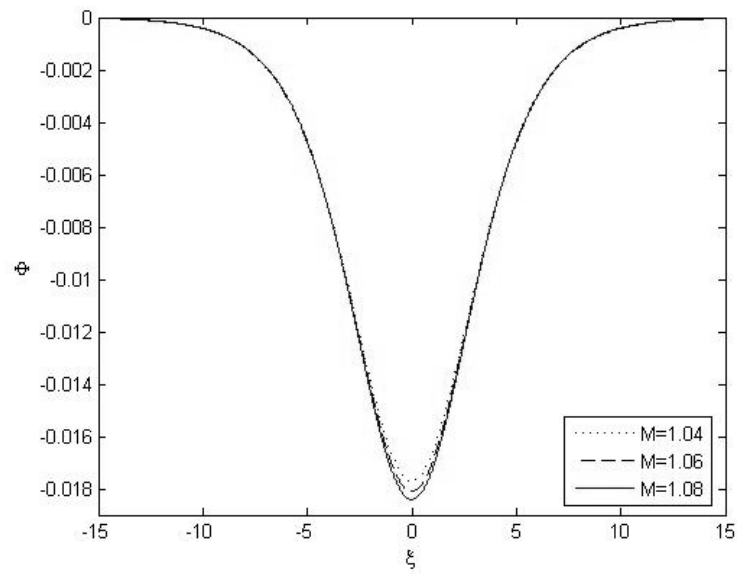
La figure montre l'existence de solitons raréfactifs.

**Figure.III.5**

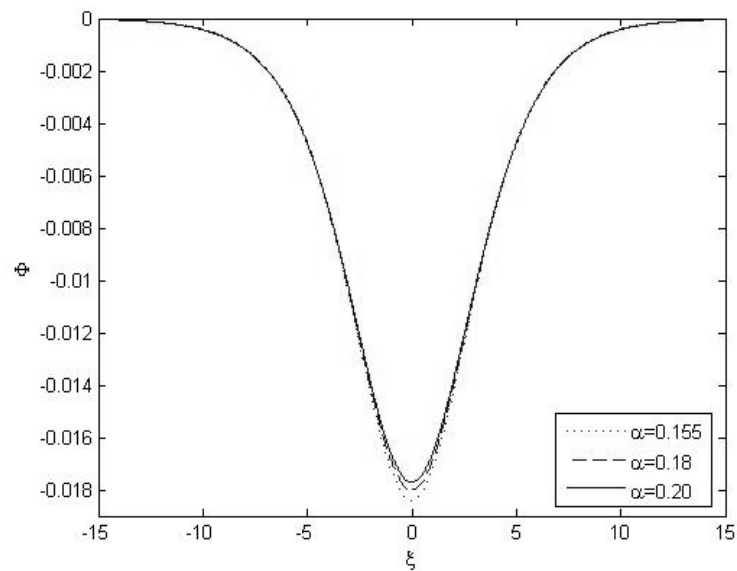
Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $\alpha = 0.30$
 La figure montre l'existence de solitons compressifs.

**Figure.III.6**

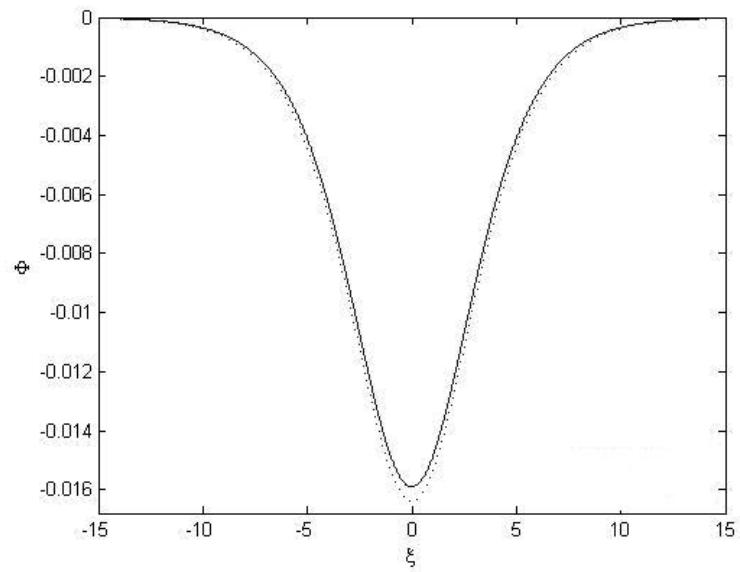
Variation du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ Vs. Φ pour $M = 1.04$.
 La figure montre que les solitons n'existent pas pour $\alpha = 0$.

**Figure.III.7**

Potentiel électrostatique Φ Vs. $\zeta = \xi - M\tau$ pour $\alpha = 0.20$.

**Figure.III.8**

Potentiel électrostatique Φ Vs. $\zeta = \xi - M\tau$ pour $M = 1.04$.

**Figure.III.9**

Potentiel électrostatique Φ Vs. $\zeta = \xi - M\tau$ pour $\alpha = 0.20$ and $M = 1.04$

(—) $\varepsilon = 0.069$, (.....) $\varepsilon = 0$

III.7 REFERENCES

- [1] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [2] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002), p. 195; E. Infeld and G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons, and Chaos* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002), p. 268.
- [4] R. Annou and V. K. Tripathi, *Phys. Lett. A* **234**, 131(1997).
- [5] R. Annou, *Sur les instabilités des ondes de choc très intenses*. Thèse de Magistère, 05/95- **M/PH, USTHB** (Algeria) (1995)
- [6] R. Annou and B. Ferhat, 1997 *J. Plasma Phys.* **58** 385
- [7] V. K. Tripathi and S. K. Sharma *Phys. Lett. A* **3**, 4380(1996).
- [8] Yu. A. Shchekinov, *Phys. Lett. A* **225**, 117 (1997).
- [9] M. Ishak-Boushaki, R. Annou, and B. Ferhat, *Phys. Plasmas* **8**, 5040(2001).
- [10] A. A. Mamun, R. A. Cairns, and P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702(1996). [11] E. C. Whipple, T. G. Northrop, and D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [12] M. Ishak-Boushaki, S. Bahamida and R. Annou, *Phys. Plasmas*. **8**, 3418(2003).
- [13] S. Bahamida 2005, *Sur l'effets de la charge des grains de poussière dans un plasma complexe*. Thèse de Magistère, 06-2005, **USTHB** (Algeria)
- [14] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics* ~Consultants Bureau, New York, Vol. **3**, p. 23 (1966).
- [15] P. Meuris, *Planet. Space Sci.*; **45**, 1171(1997).
- [16] H. Washimi and T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 966 (1966).
- [17] K. Annou and R. Annou, *AIP CP*, Fourth International Conference on the Physics of Dusty Plasma. **799**, 303-306 (2005)

Chapitre IV

« La valeur d'un homme tient dans sa capacité à donner et non dans sa capacité à recevoir ».

Albert Einstein

CHAPITRE IV

EFFET DE LA COEXISTENCE DES GRAINS DE POUSSIÈRE CHARGES POSITIVEMENT ET NÉGATIVEMENT ET DES IONS NON THERMIQUES SUR LES SOLITONS ACOUSTIQUES DE POUSSIÈRE

IV.1 INTRODUCTION

Le trait saillant des grains de poussière demeure leur charge électrique. Les grains de poussière dans l'espace peuvent acquérir des charges par l'interaction avec les particules du plasma et/ou les radiations électromagnétiques. Pour un grain de poussière immergé dans le plasma, la charge s'établit par le biais de divers processus. L'attachement des ions et des électrons à la surface du grain conduit ce dernier à se charger négativement. Ceci est dû au fait que l'inertie des électrons est très petite devant celle des ions. Ce processus est le plus rencontré dans les plasmas poussiéreux de laboratoire. En outre, le grain peut être chargé positivement par l'émission secondaire* et la photo-émission* qui sont les plus dominants dans les plasmas de l'espace. Ces processus permettent aux grains d'acquérir une charge négative ou positive. Toutefois, nous pouvons rencontrer des cas où des grains de charges opposées existent dans le même plasma. Cette idée a été suggérée la première fois par Meyer-Vernet en 1982, ensuite elle fut développée par Horanyi et Goertz en 1990. Ce phénomène a été associé à la coagulation* des grains de poussière durant leur formation. En effet, il a été noté que lors de la formation des grains, les grains de plus grandes tailles acquéraient une charge positive plus rapidement que les grains de plus petites tailles lesquelles se chargent négativement pendant ce temps. Bien

que cette coagulation* n'est possible que pour un intervalle de temps bien défini, elle est néanmoins responsable de la coexistence de grains de charges opposées dans un même milieu. Plus encore, des grains de poussière de charge positive et des grains de charge négative ont été observés expérimentalement et les effets de leur coexistence dans le même plasma semblaient ne pas être négligeables. Motivés par les précédentes observations, nous avons voulu étudier l'effet des grains de charges opposées sur les structures cohérentes dans un plasma contenant des électrons Boltzmanniens et des ions non-thermiques. Effectivement, nous avons pu montré qu'en plus des solitons, des couches doubles apparaissaient, chose qui nous faisait défaut avant de considérer la présence des grains positifs [**c.f. chap. II**].

IV. 2 FORMULATION

Considérons un plasma à plusieurs composantes, à savoir, des électrons Boltzmanniens, des ions non-thermiques, des grains de poussière de charge négative et des grains de poussière de charge positive. A l'équilibre, l'équation de quasi-neutralité est satisfaite et s'écrit :

$$N_{e0} + Z_{dn} N_{dn0} = N_{i0} + Z_{dp} N_{dp0}, \quad (\text{IV.1})$$

où N_{i0} et N_{e0} sont les densités à l'équilibre des ions et des électrons, Z_{dn0} et Z_{dp0} sont les charges à l'équilibre négative et positive des grains de poussière, alors que N_{dn0} et N_{dp0} sont les densités à l'équilibre des grains de poussière.

Les électrons suivent la distribution de Boltzmann :

$$N_e = N_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (\text{IV.2})$$

Les ions non-thermiques se distribuent selon la relation suivante:

$$N_i = N_{i0} \left(1 + \beta \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) + \beta \left(\frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right) \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (\text{IV.3})$$

où $\beta = \frac{4\alpha}{1+3\alpha}$; Le paramètre réel α exprime la déviation par rapport à la

distribution de Maxwell. Les équations correspondant aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement des grains chargés négativement et de ceux chargés positivement sont données, respectivement par :

$$\frac{\partial N_{dn}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (N_{dn} V_{dn}) = 0, \quad (\text{IV.4a})$$

$$\frac{\partial V_{dn}}{\partial t} + V_{dn} \frac{\partial V_{dn}}{\partial x} = \frac{Z_{dn} e}{m_{dn}} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (\text{IV.4b})$$

$$\frac{\partial N_{dp}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (N_{dp} V_{dp}) = 0, \quad (\text{IV.5a})$$

$$\frac{\partial V_{dp}}{\partial t} + V_{dp} \frac{\partial V_{dp}}{\partial x} = -\frac{Z_{dp} e}{m_{dp}} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (\text{IV.5b})$$

Le potentiel électrostatique ϕ , est donné par l'équation de Poisson, viz. ;

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e \left(N_e - N_i + Z_{dn} N_{dn} - Z_{dp} N_{dp} \right). \quad (\text{IV.6})$$

IV.3 ETUDE LINEAIRE DES ONDES ACOUSTIQUES DE POUSSIERE

L'analyse linéaire du système d'équation [(IV.2)-(IV.5)] aboutit à la relation de dispersion :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{C_d}{\sqrt{1 + \lambda_{Dd}^2 k^2}}, \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{avec } C_d^2 = \frac{T_0}{m_0}, \quad \lambda_{Dd} = \frac{C_d}{\omega_{pd}}, \quad \text{et } \omega_{pd}^2 = \frac{4\pi Z^2 e^2}{M_0}.$$

$$N_0 = N_{e0} + N_{i0}, \quad (\text{IV.8a})$$

$$\frac{N_0}{T_0} = \frac{N_{e0}}{T_e} + \frac{N_{i0}}{T_{i0}} (1 + \beta) \quad (\text{IV.8b})$$

$$\frac{N_0}{m_0} = \frac{Z_{dn}^2 N_{dn0}}{m_{dn}} + \frac{Z_{dp}^2 N_{dp0}}{m_{dp}}.$$

(IV.8c) Ici, C_d est la célérité des ondes acoustiques de poussière, λ_{Dd} étant la

longueur de Debye effective, ω_{pd} la fréquence plasma des grains, N_0, T_0 et m_0 sont respectivement, une densité effective, une température effective et une masse effective.

IV.4 NORMALISATION

Pour résoudre le système d'équations, nous adoptons la normalisation suivante[2] : Les densités des grains, des ions et des électrons sont normalisées par N_0 , la vitesse des grains est normalisée par C_d , Φ est le potentiel électrostatique normalisé par T_i/e , les variables temps et position sont normalisées par la période plasma des grains ω_{dp}^{-1} et la longueur de Debye λ_{Dd} , et la température est normalisée par T_0 .

Des équations [(IV.1)- (IV.5)] nous parvenons à;

$$n_{e0} + n_{i0} = 1, \quad (\text{IV.9})$$

$$n_{e0} + n_{dn} = n_{i0} + n_{dp}, \quad (\text{IV.10})$$

$$n_{e0}a_e + n_{i0} = 1, \quad (\text{IV.11})$$

$$n_{dn0}a_{dn} + n_{dp0}a_{dp} = 1/M^2. \quad (\text{IV.11})$$

$$n_{dn} = \frac{N_{dn0}Z_{dn}}{N_0}, \text{ et } n_{dp} = \frac{N_{dp0}Z_{dp}}{N_0} \quad (\text{IV.12})$$

$$\text{avec } a_{dn} = \frac{Z_{dn}T_0}{m_{dn}V_0}, \quad a_{dp} = \frac{Z_{dp}T_0}{m_{dp}V_0}, \quad M = \frac{V_0}{C_d}, \quad n_{e0} = \frac{N_{e0}}{N_0}, \quad n_{i0} = \frac{N_{i0}}{N_0},$$

$$a_e = \frac{T_0}{T_e}, \text{ et } a_i = \frac{T_0}{T_i}.$$

IV.5 STRUCTURES SOLITAIRES D'AMPLITUDES ARBITRAIRES

IV.5.1 Solitons de compression et de raréfaction

Supposons que toutes les quantités physiques dépendent uniquement de la variable $\xi = x - V_0 t$. Les densités sont alors donnés par les grains négatifs et positifs sont données, après quelque calcul par ;

$$N_n = \frac{N_{n0}}{\sqrt{1 + \frac{2Z_{dn}e}{m_n V_0^2} \Phi}}, \quad (\text{IV.13})$$

$$N_p = \frac{N_{p0}}{\sqrt{1 - \frac{2Z_p e}{m_p V_0^2} \Phi}}, \quad (\text{IV.14})$$

En introduisant les expressions des densités (IV.13)-(IV.14) dans l'équation de Poisson, on obtient une équation différentielle donnant l'évolution du potentiel Φ , à savoir,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = - \left[n_{e0} \exp(a_e \Phi) - n_{i0} \exp(-a_i \Phi) + \frac{n_{dn}}{\sqrt{1 + 2a_{dn} \Phi}} - \frac{n_{dp}}{\sqrt{1 + 2a_{dp} \Phi}} \right]. \quad (\text{IV.15})$$

En multipliant cette équation des deux côtés par $\partial\Phi/\partial\xi$ et en intégrant de $-\infty$ à ξ , avec les conditions $\Phi \rightarrow 0$ et $\partial\Phi/\partial\xi \rightarrow 0$ à $\xi \rightarrow -\infty$, on obtient une équation analogue à l'équation de l'énergie pour une particule de masse unité,

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (\text{IV.16})$$

où $V(\Phi)$ étant le pseudo-potential de Sagdeev donné par ;

$$V(\Phi) = \frac{n_{i0}}{a_i} \left[(1 + 3\beta - \beta a_i \Phi - \beta a_i^2 \Phi^2) \exp(-a_i \Phi) + (1 + 3\beta) \right] + \\ - \frac{n_{dn}}{a_{dn}} \left(\sqrt{1 + 2a_{dn} \Phi} - 1 \right) - \frac{n_{dp}}{a_{dp}} \left(\sqrt{1 - 2a_{dp} \Phi} - 1 \right) - \frac{n_{e0}}{a_e} (\exp(a_e \Phi) - 1) \quad (\text{IV.17})$$

Sachant le pseudo-potential de Sagdeev $V(\Phi)$, nous sommes en mesure de

déterminer les conditions nécessaires à la formation de solitons dans le présent plasma. En effet, $V(\Phi)$ doit satisfaire les conditions suivantes :

- i/ $V(\Phi) = V'(\Phi) = 0$ pour $\Phi = 0$;
- ii/ $V(\Phi) = 0$ pour $\Phi = \Phi_1 \neq 0$;
- iii/ $V(\Phi) < 0$ pour $0 < |\Phi| < |\Phi_1|$.

Les variations du potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ satisfaisant les conditions sus-citées, sont données sur les Figures [(IV.1)-(IV.3)]. La discussion de ces figures suivra.

IV.6 STRUCTURES SOLITAIRES DE FAIBLES AMPLITUDES

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques de poussières de petites amplitudes, se fait par la résolution de l'équation modifiée de Korteweg de-Vries (mK-dV equation), et, ceci en utilisant la technique de la perturbation réductrice. En l'occurrence, nous introduisons dans les Eqs. [(IV.2)-(IV.4)] les développements limités des différentes grandeurs physiques :

$$N_{dn} = N_{dn0} + \varepsilon N_{dn1} + \varepsilon^2 N_{dn2} + \varepsilon^3 N_{dn3} + \dots, \quad (\text{IV.18})$$

$$N_{dp} = N_{dp0} + \varepsilon N_{dp1} + \varepsilon^2 N_{dp2} + \varepsilon^3 N_{dp3} + \dots, \quad (\text{IV.19})$$

$$N_i = N_{i0} + \varepsilon N_{i1} + \varepsilon^2 N_{i2} + \varepsilon^3 N_{i3} + \dots, \quad (\text{IV.20})$$

$$N_e = N_{e0} + \varepsilon N_{e1} + \varepsilon^2 N_{e2} + \varepsilon^3 N_{e3} + \dots, \quad (\text{IV.21})$$

$$V_{dn} = \varepsilon V_{dn1} + \varepsilon^2 V_{dn2} + \varepsilon^3 V_{dn3} + \dots, \quad (\text{IV.22})$$

$$V_{dp} = \varepsilon V_{dp1} + \varepsilon^2 V_{dp2} + \varepsilon^3 V_{dp3} + \dots, \quad (\text{IV.23})$$

$$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \varepsilon^3 \phi_3 + \dots, \quad (\text{IV.24})$$

Pour obtenir le système sous une forme plus tractable

$$\frac{\partial (1 + \varepsilon N_{dn1} + \varepsilon^2 N_{dn2} + \dots)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \varepsilon N_{dn1} + \varepsilon^2 N_{dn2} + \dots) (\varepsilon V_{dn1} + \varepsilon^2 V_{dn2} + \dots) \right] = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial(\varepsilon V_{dn1} + \varepsilon^2 V_{dn2} + \dots)}{\partial t} + (\varepsilon V_{dn1} + \varepsilon^2 V_{dn2} + \varepsilon^3 V_{dn3} + \dots) \frac{\partial(\varepsilon V_{dn1} + \varepsilon^2 V_{dn2} + \dots)}{\partial x} = \frac{Z_{dn} e}{M_{dn}} \frac{\partial(\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots)}{\partial x} \\
& \frac{\partial(\varepsilon V_{dp1} + \varepsilon^2 V_{dp2} + \dots)}{\partial t} + (\varepsilon V_{dp1} + \varepsilon^2 V_{dp2} + \dots) \frac{\partial(\varepsilon V_{dp1} + \varepsilon^2 V_{dp2} + \dots)}{\partial x} = \frac{Z_{dp} e}{M_{dp}} \frac{\partial(\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots)}{\partial x} \\
& \frac{1}{4\pi e} \frac{\partial^2(\varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots)}{\partial x^2} = (1 + \varepsilon N_{e1} + \varepsilon^2 N_{e2} + \dots) - (1 + \varepsilon N_{i1} + \varepsilon^2 N_{i2} + \dots) + \\
& \quad Z_{dn} (1 + \varepsilon N_{dn1} + \varepsilon^2 N_{dn2} + \dots) - Z_{dp} (1 + \varepsilon N_{dp1} + \varepsilon^2 N_{dp2} + \dots)
\end{aligned}$$

IV.6.1 Développement du second ordre

Les équations à dérivées partielles peuvent être simplifiées en adoptant le changement de variable suivant

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - V_0 t), \quad (\text{IV.25})$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t, \quad (\text{IV.26})$$

On aboutit alors à :

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} V_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) N_{dn} + \sqrt{\varepsilon} N_{dn} \frac{\partial N_{dn}}{\partial \xi} = 0, \quad (\text{IV.28})$$

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} V_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) V_{dn} + \sqrt{\varepsilon} V_{dn} \frac{\partial V_{dn}}{\partial \xi} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \quad (\text{IV.29})$$

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} V_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) N_{dp} + \sqrt{\varepsilon} N_{dp} \frac{\partial N_{dp}}{\partial \xi} = 0, \quad (\text{IV.30})$$

$$\left(-\sqrt{\varepsilon} V_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) V_{dp} + \sqrt{\varepsilon} V_{dp} \frac{\partial V_{dp}}{\partial \xi} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}, \quad (\text{IV.31})$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 4\pi e (N_e - N_i + Z_{dn} N_{dn} - Z_{dp} N_{dp}). \quad (\text{IV.32})$$

Nous introduisons dans les équations [(IV.28)-(IV.32)], les développements limités **Eqs. [(IV.18)-(IV.24)]** puis nous procédons à leur analyse ordre par ordre.

i/ à l'ordre 1/2 de ε :

Nous retrouvons l'équation de quasi neutralité

$$N_{e0} + Z_{dn} N_{dn0} = N_{i0} + Z_{dp} N_{dp0}, \quad (\text{IV.33})$$

ii/ à l'ordre $3/2$ de ε

$$\delta \equiv \frac{N_{e0}}{T_e} - \frac{Z_{dn}^2 N_{dn0}}{V_0^2 m_{dn}} - \frac{Z_{dp}^2 N_{dp0}}{V_0^2 m_{dp}} - \frac{N_{i0}}{T_{i0}} (1 - a_i \beta), \quad (\text{IV.34})$$

Conduisant à
$$V_0^2 = \frac{T_0}{m_0}, \quad (\text{VI.35})$$

iii/ à l'ordre $5/2$ de ε :

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + \frac{\eta}{2} \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0. \quad (\text{VI.36})$$

qui est l'équation de **Korteweg deVries** (K-dV equation) avec :

$$\eta = \left(\frac{3}{2} a_{dp1}^2 n_{dp} + \frac{1}{2} a_i^2 n_{i0} (1 + 2\beta) \right) - \left(\frac{3}{2} a_{dn1}^2 n_{dn} + \frac{1}{2} a_e^2 n_{e0} \right). \quad (\text{IV.37})$$

Où a_{dp1} et a_{dn1} sont les valeurs de a_{dp} et a_{dn} pour $V_0 = C_d$, respectivement.

Afin de trouver la solution solitonique de l'Eq.(IV.30), nous recherchons la solution $\Phi(\xi)$ liée à ξ et τ sous la forme $\zeta = \xi - \tilde{M}\tau$ la solution est donnée par,

$$\Phi_1 = \frac{3\tilde{M}}{\eta} \text{Sech}^2 \left[\left(\xi - \tilde{M}\tau \right) / \omega \right]. \quad (\text{VI.38})$$

où $\tilde{M} = 1 - M$, avec $\omega = \sqrt{2/\tilde{M}}$ représentant la largeur du soliton. Le potentiel Φ peut être positif ou négatif dépendamment du signe de η . Le profile des solitons est représenté sur les Figures [(VI.5)-(VI.6)] pour différents paramètres du plasma poussiéreux.

IV.6.2 Développement du troisième ordre

Le système d'équation étudié précédemment, peut être couronné par l'équation modifiée de K-dV. En effet, il suffit de poursuivre notre développement jusqu'aux termes ε^3 . Cependant, un autre changement de variable est préconisé [2] ;

$$\xi = \varepsilon(x - V_0 t) \text{ et } \tau = \varepsilon^3 t, \quad (\text{IV.39})$$

En injectant [(IV.22)-(IV.25)] dans [(IV.2)-(IV.4)] nous pouvons analyser les équations résultantes, ordre par ordre.

i/ A l'ordre zéro (ε^0) l'équation de la quasi-neutralité.

$$N_{e0} + Z_{dn} N_{dn0} = N_{i0} + Z_{dp} N_{dp0},$$

ii/ A l'ordre un ($-\varepsilon^1$) on reproduit l'équation (IV.29)

$$\delta \equiv \frac{N_{e0}}{T_e} - \frac{Z_{dn}^2 N_{dn0}}{V_0^2 m_{dn}} - \frac{Z_{dp}^2 N_{dp0}}{V_0^2 m_{dp}} - \frac{N_{i0}}{T_{i0}} (1 - a_i \beta) = 0(\varepsilon^1), \quad (\text{IV.40})$$

iii/ A l'ordre deux (ε^2),

$$\text{nous trouvons ;} \quad \delta \Phi_2 - \eta \Phi_1^2 = 0, \quad (\text{IV.41})$$

δ et η sont donnés par (IV.37) et (IV.40), respectivement.

iv/ L'équation de l'ordre trois ($-\varepsilon^3$)

donne lieu à l'équation modifiée de K-dV suivantes ,

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} + \frac{\eta}{2} \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + \kappa \frac{\partial \Phi_1^3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} = 0. \quad (\text{IV.42})$$

où

$$\kappa = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{6} (n_{e0} a_e^3 + n_{i0} a_i^3 (1 - 3\beta^2)) + \frac{5}{3} (n_{dn} a_{dn}^3 + n_{dp} a_{dp}^3) \right]. \quad (\text{IV.43})$$

avec la nouvelle variable $\zeta = \xi - \tilde{M}\tau$, l'équation (IV.42) prend la forme

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \zeta} \right)^2 + u(\Phi_1, \tilde{M}) = 0. \quad (\text{IV.44})$$

avec

$$u(\Phi_1, \tilde{M}) = -\tilde{M}\Phi_1 + (1/6)\Phi_1^3 + (\kappa/4)\Phi_1^4,$$

Les conditions, $u(\Phi_1, \tilde{M}) = 0$ et $\left. \frac{\partial u}{\partial \Phi_1} \right|_{\Phi_1 = \Phi_{11}} = 0$ produisant une solution du

type couche-doubles de la forme:

$$\Phi_1(\xi) = \frac{\Phi_{11}}{2} [1 - \tanh(\omega \xi)]. \quad (\text{IV.45})$$

où $\Phi_0 = \mu/3\kappa$, $\tilde{M} = -(\eta/4)\Phi_0$ et $\omega = \sqrt{-(\kappa/8\Phi_0^2)}$, la solution du type couche-double existe si $\kappa < 0$. Le profil des couches doubles est représenté sur les Figures [(VI.5)-(VI.6)] pour différents paramètres du plasma poussiéreux.

- *Conditions d'existence des couche-doubles*

Les couches doubles sont dues au changement brusque du potentiel électrique en relation avec la charge d'espace. Les conditions d'existence des couches doubles sont données par :

i/ $V(\Phi) = V'(\Phi) = 0$ pour $\Phi = 0$;

ii/ $V(\Phi) = V'(\Phi) = 0$ pour $\Phi = \Phi_1 \neq 0$;

iii/ $V(\Phi) < 0$ pour $0 < |\Phi| < |\Phi_1|$.

Les conditions données par ii/ produisent deux équations ;

$$n_{e0}a_e + n_{i0}a_i(1 - \beta) - n_{dn0}a_{dn} - n_{dp0}a_{dp} = 0 \quad (\text{IV.39})$$

$$n_{e0}a_e^2 - n_{i0}a_i^2 + 3 n_{dn0}a_{dn}^2 - 3 n_{dp0}a_{dp}^2 = 0 \quad (\text{IV.40})$$

Ceux sont les deux conditions suffisantes pour l'obtention de couche doubles. Nous avons bien sur, pris soin de les satisfaire, les résultats de notre investigation sont traités dans la discussion, et les figures correspondant au profil des solitons sont données ci-après.

IV.7 DISCUSSION

Nous avons tracé le potentiel de Sagdeev en fonction du potentiel électrostatique Φ . Dépendamment des paramètres, deux cas se sont présentés à nous. Effectivement, pour des paramètres satisfaisants les équations [(IV.9)-(IV.12)] les solutions oscillatoires bornées sont de types soliton, alors que pour des paramètres satisfaisants les équations [(IV.39)-(IV.40)] se sont des couche doubles qui apparaissent. Nous montrons que pour les paramètres $\alpha = 0.20$ et $a_{dn} = 0.200, a_{dp} = 0.016, n_{dn} = 1.615, n_{dp} = 1.637, a_e = 0.102$
 $a_i = 2.037, n_i = 0.464$ et $n_e = 0.536$, les solitons existent pour des nombres de Mach compris dans l'intervalle $1.120 \leq M \leq 1.760$. Sur les **Figures 1-2** nous avons un puits de potentiel sur la partie négative de l'axe Φ , ce qui correspond à des solitons rarefactifs. La **Figure 1** montre la variation de $V(\Phi)$ en fonction de Φ pour $\alpha = 0.20$ et différentes valeurs du nombre de Mach. La **Figure 2** montre la variation de $V(\Phi)$ en fonction de Φ pour $M = 1.400$ et différentes valeurs de α . En outre, pour $\alpha = 0.20$ et $a_e = 0.102, a_{dp} = 0.2436, a_{dn} = 0.826$, le plasma considéré, supporte la coexistence de solitons et de cavitons pour $1.249 \leq M \leq 1.340$. La **figure 3** montre cette coexistence pour une valeur choisie du nombre de Mach, à savoir, $M = 1.26$.

A présent, nos paramètres sont ceux qui remplissent les conditions d'obtention de couche-doubles. Les **Figures 4-5** montrent la variation de $V(\Phi)$ en fonction de Φ , dans la région entre Φ_0 ($V(\Phi_0) = 0$) et Φ_1 ($V(\Phi_1) = 0$), le potentiel $V(\Phi)$ est négatif et est limité par deux maxima. C'est précisément, la condition assurant la présence de couche-doubles. La **Figure 5** montre la variation de $V(\Phi)$ en fonction de Φ pour $M = 1.690, \alpha = 0.20, a_{dp} = 0.163, a_{dn} = 0.200, n_{dn} = 1.615, n_{dp} = 1.637,$
 $a_e = 0.100, a_i = 1.995, n_i = 0.474$ et $n_e = 0.525$, les paramètres considérés ont donné lieu à des couche-doubles.

La **Figure 6** montre la variation de $V(\Phi)$ pour $M = 2.000, \alpha = 0.30, a_{dp} = 0.180, a_{dn} = 0.263, n_{dn} = 0.715, n_{dp} = 0.765,$

$a_e = 0.100$ $a_i = 1.995$, $n_i = 0.474$ et $n_e = 0.525$. Ces paramètres permettant, également d'obtenir des couche-doubles.

Les **Figures 7-8** exhibent le profile des solutions oscillatoires bornées pour différents paramètres. La **Figure 7** montre le profil du soliton, tandis que, la **Figure 8** montre celui du caviton. Nous remarquons que, la largeur du caviton est plus grande que celle du soliton. Cependant, l'amplitude des solitons est plus grande que celle des cavitons. La **Figure 9** présente la couche double comme une zone où le potentiel $\Phi(\zeta)$ est compris entre deux plateaux parallèles.

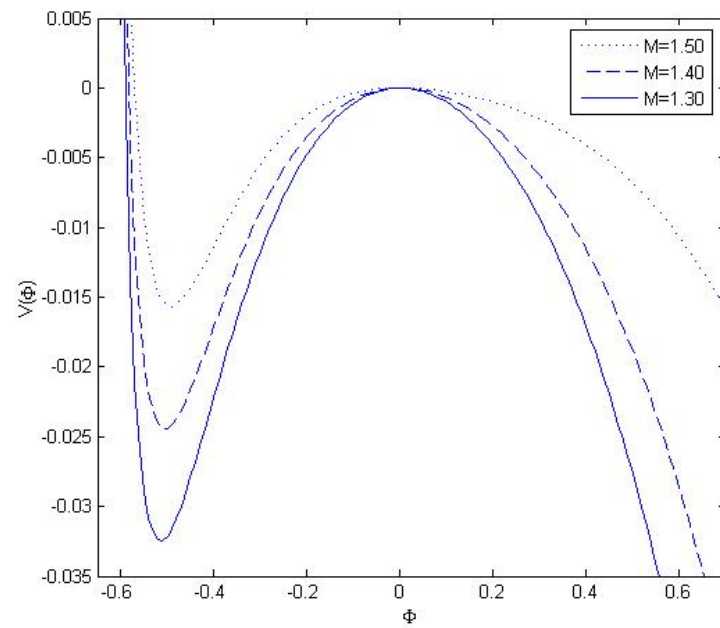


Figure IV.1.
Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ vs. Φ
pour $\alpha = 0.20$, $a_e = 0.102$, $a_{dp} = 0.016$ et $a_{dn} = 0.200$

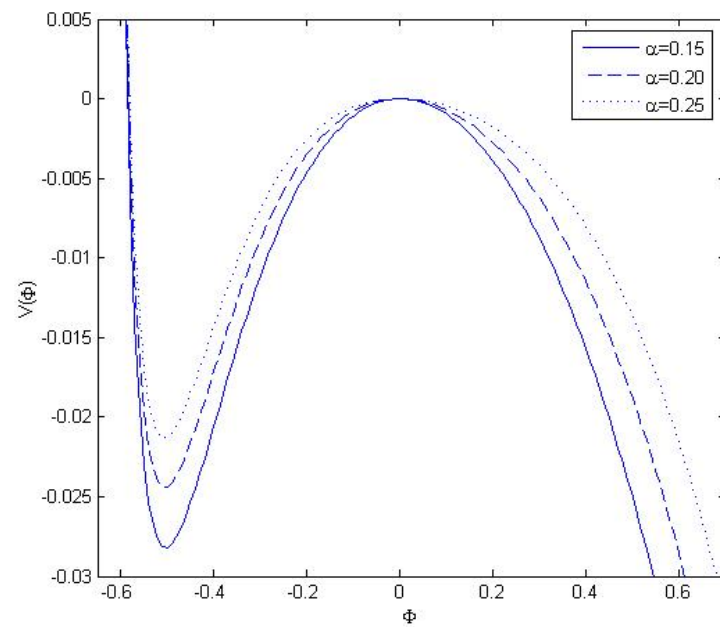
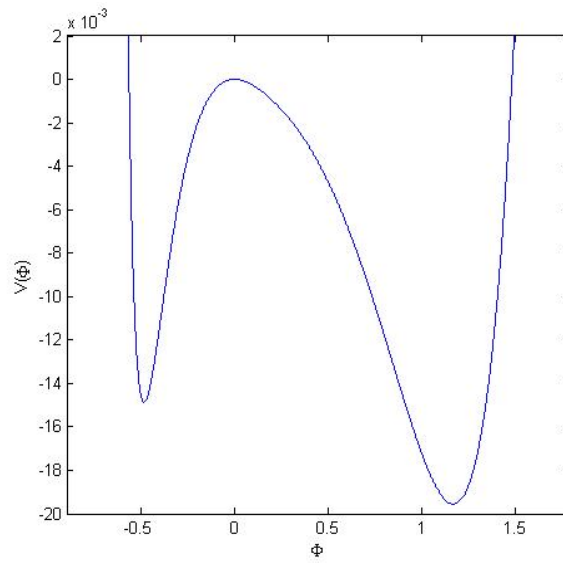


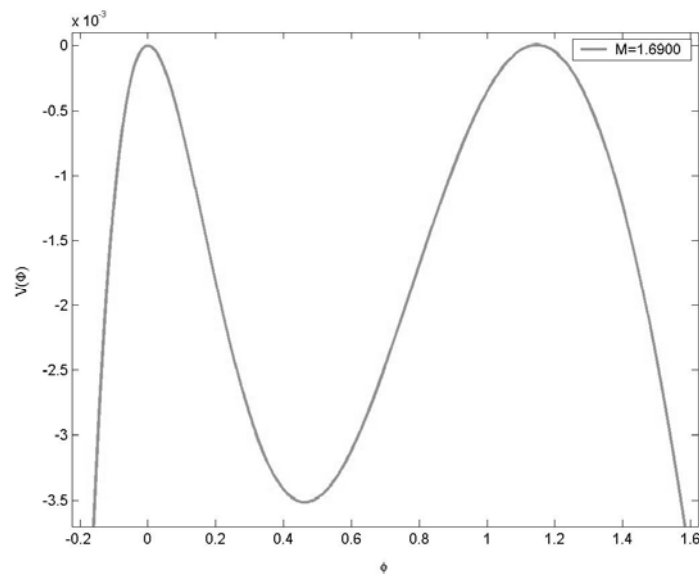
Figure IV.2.
Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ vs. Φ
 $M = 1.40$, $a_e = 0.102$, $a_{dp} = 0.016$, $a_{dn} = 0.200$

**Figure IV.3.**

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ vs. Φ

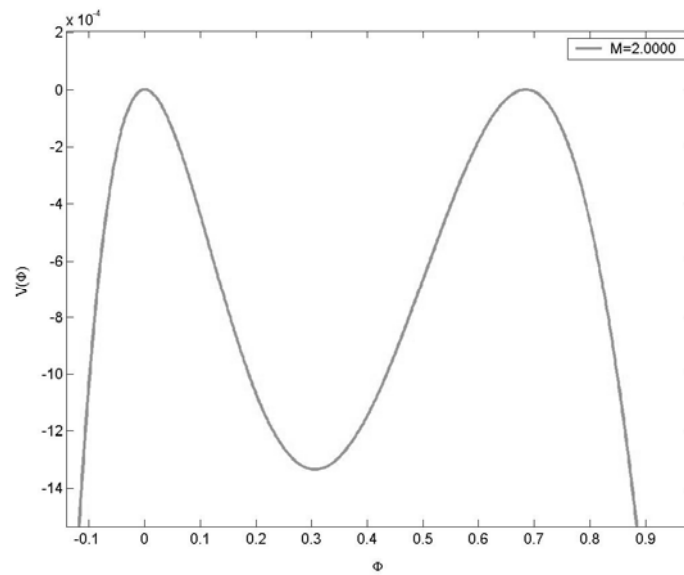
pour $\alpha = 0.20$ $a_e = 0.102$ $a_{dp} = 0.2436$ $a_{dn} = 0.826$ et $M = 1.26$

La figure montre la co-existence de soliton rarefactif et compressif

**Figure IV.4.**

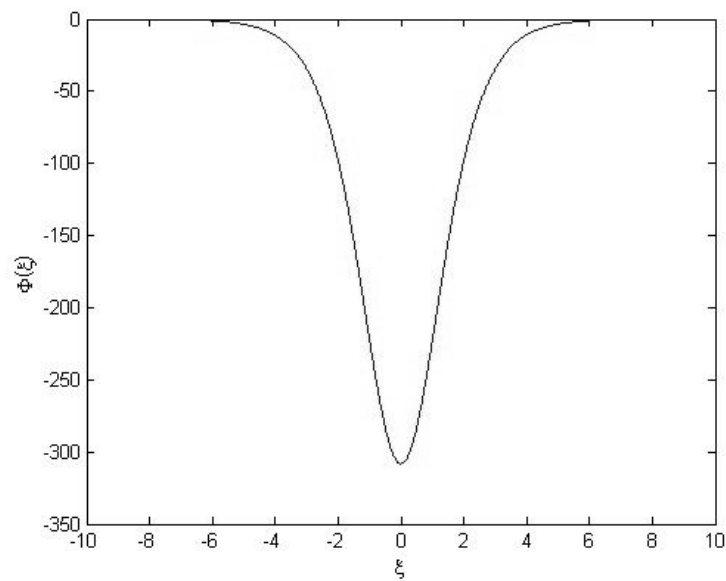
Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ vs. Φ .

pour $\alpha = 0.20$, $a_e = 0.100$ $a_{dp} = 0.163$ et $a_{dn} = 0.200$

**Figure IV.5.**

Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ vs. Φ .

pour $\alpha = 0.30$, $a_e = 0.100$, $a_{dp} = 0.018$, $a_{dn} = 0.263$

**Figure IV.6.**

Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$

pour $\alpha = 0.20$, $a_e = 0.102$, $a_{dp} = 0.2436$, $a_{dn} = 0.826$ et $M = 1.26$.

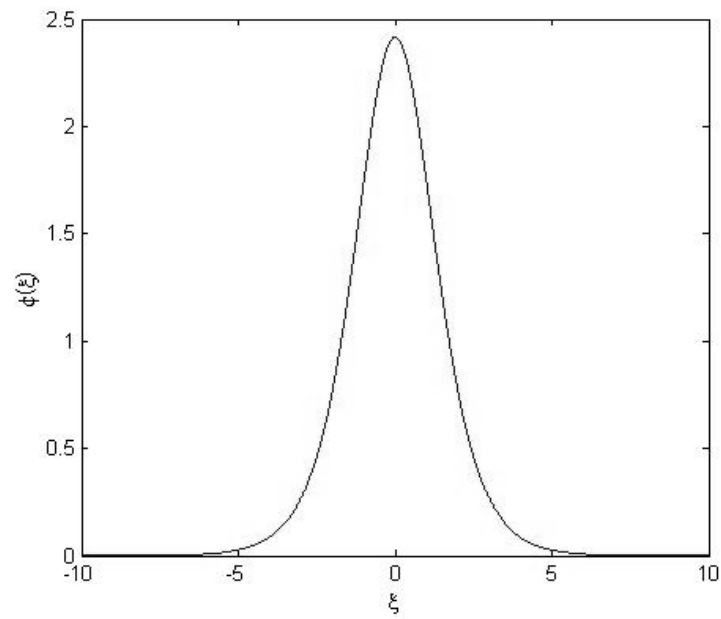


Figure IV.7.

Potentiel électrostatique Φ Vs $\zeta = \xi - M\tau$

pour $M = 1.40$, $a_e = 0.102$, $a_{dp} = 0.016$, $a_{dn} = 0.200$ et $\alpha = 0.20$.

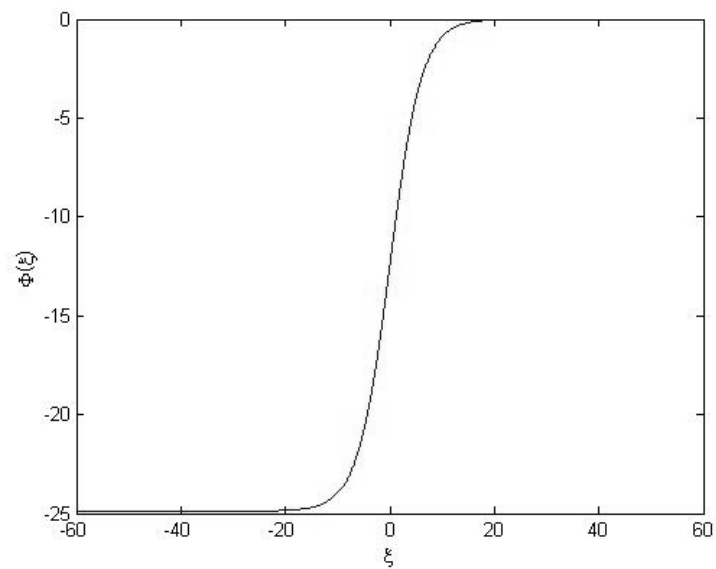


Figure IV.8.

Potentiel électrostatique Φ Vs. $\zeta = \xi - M\tau$

pour $\alpha = 0.20$, $a_e = 0.100$, $a_{dp} = 0.163$, $a_{dn} = 0.200$ et $M = 1.690$.

IV.8 RÉFÉRENCES

- [1] Angelis, U. de, Bingham, R. and Tsytovich, J. *Plasma Phys.* **42**, 445. (1989)
- [2] P.H. Sakanaka and I. Spassovka, *Braz. Jour. of Phys.* **33**, (2003)
- [3] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, *Planet Space Sci.* **38**, 543 (1990)
- [4] Barkan, A., Merlino, R.L. and D'Angelo, N., *Phys. Plas.* **2**, 3563 (1995)
- [5] Mamun, A. A, Cains, R. A. and Shukla, P. K. , *Phys. Plasmas* **3**, 2610, (1996).

Conclusion

"Le gain de notre étude, c'est en être devenu meilleur et plus sage".

Montaigne.

CONCLUSION

Dans un plasma poussiéreux à trois composantes, viz., des grains de poussière chargés négativement, des électrons et des ions Boltzmanniens, il a été montré que pour des valeurs du nombre de Mach inscrites $0.95 < M < 1.52$. Seuls les solitons raréfactifs existaient. En ce qui nous concerne, tenant compte de certains faits expérimentaux, nous avons introduit des éléments nouveaux sur des modèles déjà existants, tel que, la distribution non-thermiques des ions, la distribution en taille des grains et la coexistence de grains de charge positive et négative. Il en découle des résultats nouveaux qui ne sont pas en faveur de l'assertion sus-citée.

Dans le second chapitre, nous avons examiné la présence d'ondes solitaires (solitonique) dans un plasma à trois composantes, en remplaçant la distribution de Boltzmann des ions par la distribution non-thermiques. Nous avons pu montrer que l'inclusion d'ions de distribution non-thermique rendait possible la coexistence de solitons compressifs et raréfactifs, et ce, dans un même plasma poussiéreux, chose qui n'existait pas dans le premier modèle du plasma poussiéreux à trois composantes. En effet, il a été montré dans cette partie, que pour $0.155 \leq \alpha < 0.178$ où α représente la population des ions non-thermiques, le plasma considéré supportait l'existence de solutions oscillatoires bornées de type soliton. Plus intéressant encore, nous avons trouvé que pour $\alpha \geq 0.178$ et $M \geq 1.41$, la coexistence des solitons et des cavitons était possible.

Dans le troisième chapitre, nous avons considéré que les grains n'étaient pas de même taille, en l'occurrence, ils suivaient une distribution en taille, alors que les ions suivaient quant à eux, une distribution non-thermique. Un autre élément a été inclus, à savoir, l'imperméabilité des grains. Nous avons montré que le modèle considéré soutenait la coexistence de solitons compressifs et raréfactifs. En effet, nous avons trouvé que lorsque $1.013 < M < 1.030$ avec $\alpha = 0.20$, les solitons et les cavitons coexistent. En outre,

les cavitons existent. pour une gamme de nombres de Mach comprise dans l'intervalle $1.030 \leq M \leq 1.080$ pour $\alpha = 0.20$ et $1.20 \leq M \leq 1.40$ pour $\alpha = 0.30$. De plus, pour les grains imperméables, les limites inférieure et supérieure des nombres de Mach permis peuvent atteindre les valeurs, $M_{min} = 1.033$ et $M_{max} = 1.075$, par conséquent la gamme du nombres de Mach permis passe de $\Delta M = 0.05$ (grains perméables) à $\Delta M = 0.042$ (grains imperméable).

Nous avons utilisé un model de plasma à plusieurs composantes, viz., des électrons Boltzmanniens, des ions non-thermiques et deux espèces de grains, à savoir, des grains de charge positive et des grains de charge négative. Nous avons trouvé qu'un plasma à quatre composantes voyait ses propriétés remarquablement changées. En effet, nous avons trouvé que sous certaines conditions, viz., $\alpha = 0.20$ et $a_{dn} = 0.200$, $a_{dp} = 0.016$, $n_{dn} = 1.615$, $n_{dp} = 1.637$, $a_e = 0.102$, $a_i = 2.037$, $n_i = 0.464$ et $n_e = 0.536$ les solitons existent pour une gamme du nombre de Mach donnée par $1.120 \leq M \leq 1.760$. De plus, pour $\alpha = 0.20$ et $a_e = 0.102$, $a_{dp} = 0.2436$, $a_{dn} = 0.826$, le plasma considéré, supporte la coexistence de solitons et de cavitons pour $1.249 \leq M \leq 1.340$. Par surcroît, la coexistence de grains de charges différentes a produit des couche-doubles, alors qu'elles n'existaient pas précédemment, et ce pour les paramètres suivant, $M = 1.690$, $\alpha = 0.20$, $a_{dp} = 0.163$, $a_{dn} = 0.200$, $n_{dn} = 1.615$, $n_{dp} = 1.637$, $a_e = 0.100$, $a_i = 1.995$, $n_i = 0.474$ et $n_e = 0.525$.

Les propriétés linéaires et non-linéaires des ondes acoustiques de poussière ont été étudiées dans cette thèse, où l'étude de leurs caractéristiques a été réalisée dans le cadre de la méthode du quasi-potentiel de Sagdeev pour les ondes de fortes amplitudes, et par la méthode de perturbation réductrice pour les ondes de faibles amplitudes. Nous pensons que les résultats trouvés peuvent être forts intéressants. En particulier, ces résultats peuvent être importants pour la compréhension des comportements non-lineaires des ondes électrostatiques dans les anneaux de Saturne et la comète de Halley proposés dans les travaux de Blioch et Yaroshenko (1985) et Angelis *et al.* (1989).

Index

« Les livres : la sève vivante des esprits immortels ».

Virginia Woolf

INDEX

Accrétion : Formation d'agrégat (admise s'opérer à partir d'anions)

Aurore polaire : Phénomène lumineux caractérisé par des sortes de voiles extrêmement colorés dans le ciel nocturne. Provoquées par l'interaction entre les particules chargées du vent solaire et la haute atmosphère, les aurores se produisent principalement dans les régions proches des pôles magnétiques, dans une zone annulaire justement appelée « zone aurorale » (entre 65 et 75° de latitude magnétique).

Coagulation :(agglomération), réunion en une seule masse

Collection de particules*

Dans un plasma la vitesse thermique des électrons lointains est supérieure à celle des ions. Les électrons atteignent la surface du grain de poussière les premiers. Le grain acquiert une charge négative à laquelle correspond un potentiel négatif à la surface. Pour une valeur critique du potentiel négatif les électrons sont repoussés en faveur de l'attachement des ions positifs. Ainsi, le courant transporté par les électrons est réduit, celui transporté, par les ions croît. La situation s'inverse lorsque le potentiel à la surface devient positif. L'équilibre est atteint quand les courants électrique et ionique se compensent

Debye (Longueur de..) : En physique des plasmas, la longueur de Debye, en référence au chimiste Peter Debye, est l'échelle de longueur sur laquelle les charges électriques (par exemple les électrons) écrantent le champ électrostatique dans un *plasma* ou un autre conducteur. Autrement dit, la longueur de Debye est la distance en dessus de laquelle une séparation significative des charges peut avoir lieu.

Fréquence plasma : En physique, la fréquence plasma, ou fréquence de Langmuir, ou encore pulsation plasma, est la fréquence caractéristique des ondes de plasma, c'est-à-dire des oscillations des charges électriques présentes dans les

milieux conducteurs, comme le métal ou les plasmas. A l'image de l'onde électromagnétique qui, quantifiée, est décrite par des photons, cette onde de plasma est quantifiée en plasmons. Les oscillations des charges électriques peuvent être comprises grâce au raisonnement suivant : si les électrons d'une zone du plasma sont déplacés, alors les ions de cette zone, n'ayant que peu bougé du fait de leur masse importante, vont exercer sur ces électrons une force de Coulomb attractive. Ceux-ci vont donc revenir vers leur position initiale, et ainsi de suite ...

Mach (Nombre de) :

Un nombre sans dimension, noté M , qui exprime le rapport de la vitesse locale d'un fluide sur la vitesse du son dans ce même fluide. Il est nommé en l'honneur du physicien et philosophe autrichien Ernst Mach.

Nucléation : Formation d'agrégat (elle est admise s'opérer à partir d'anions)

Photo-émission : Principe identique à l'effet photo électrique. Lorsqu'un flux de photons possède une énergie supérieure au seuil du potentiel à la surface du grain, on peut avoir émission d'électron à partir de la surface. La charge du grain dans ces conditions est positive. Cette situation a été observée dans les astéroïdes et à la surface de la lune. Un tel processus est à la base du phénomène correspondant à l'apparition des étincelles lunaires.

Quasi-neutralité : Un plasma sous l'effet des forces de Coulomb et de Laplace, comme tout système dynamique, tend vers une position d'équilibre en minimisant ses forces. On voit rapidement qu'une égalité $Zn_i + n_e = 0$ permet d'atteindre cette stabilité.

Secondaire (Emission) : Lorsqu'une particule énergétique entre en collision avec le grain, des électrons peuvent se libérer de ce dernier. La particule peut être un électron qui a suffisamment d'énergie pour ne pas être stoppé lors de l'attachement par le grain. Il cède alors son excès d'énergie à un autre électron qui se libère. Il peut de même s'agir d'un ion de faible énergie. Celui-ci peut être neutralisé par l'électron.

Thermoïonique (Emission) : Principe identique à la photo-émission. Ici, le grain est bombardé par un flux d'ions énergétiques. L'émission thermoïonique

peut être provoquée par différents instruments : un filament chaud entouré par la particule, un chauffage laser et aussi par infrarouge thermique.

Une prière...

Dieu, protégez nos doutes, car le Doute est une manière de prier. C'est lui qui nous fait grandir, car il nous oblige à regarder sans crainte les nombreuses réponses à une même question. Et que pour ça soit possible,

Dieu, protégez nos décisions, car la Décision est une manière de prier. Donnez-nous du courage pour que, après le doute, nous sachions choisir entre un chemin et l'autre. Que notre OUI soit toujours un OUI, et notre NON toujours un NON. Qu'une fois le chemin choisi, nous ne regardions jamais en arrière, et que notre âme ne soit jamais rongée par le remords. Et pour que ce soit possible,

Dieu, protégez nos actions, car l'Action est une manière de prier. Faites que notre pain quotidien soit le fruit de ce que nous portons en nous de meilleur. Que nous puissions, par le travail et l'action, partager un peu de l'amour que nous recevons. Et pour que ce soit possible,

Dieu, protégez nos rêves, car le Rêve est une manière de prier. Faites que, quels que soient notre âge et notre situation, nous sachions garder vive dans notre cœur la flamme sacrée de l'espoir et de la persévérance. Et pour que ce soit possible,

Dieu, donnez-nous toujours l'enthousiasme, car l'Enthousiasme est une manière de prier. C'est lui qui nous relie aux Cieux et à la Terre, aux hommes et aux enfants, et nous dit que le désir est important et mérite nos efforts. C'est lui qui nous affirme que tout est possible, du moment que nous sommes totalement engagés dans ce que nous faisons. Et pour que ce soit possible,

Dieu, protégez-nous, car la Vie est le seul moyen que nous avons de manifester Votre miracle. Que la terre continue à transformer la semence en blé, que nous continuions à changer le blé en pain. Et ce n'est possible que si nous avons de l'Amour – par conséquent, ne nous abandonnez jamais à la solitude. Donnez-nous toujours Votre compagnie, et la compagnie d'hommes et de femmes qui ont des doutes, agissent, rêvent, s'enthousiasment et vivent comme si chaque jour était totalement consacré à Votre gloire.

Amine

"Merci d'être, pour moi, ces hommes et ces femmes!"