

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DE PHYSIQUE



Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de grade de **DOCTEUR**
En **PHYSIQUE**

Spécialité : **Physique Théorique de la Matière et des Hautes Energie**

Par

AMOUR Rabia

THÈME

**Contribution à l'étude de l'onde acoustique non linéaire
dans un plasma poussiéreux à charge variable**

Soutenue publiquement le **14/06/2012**, devant le jury composé de :

Mr	A. BENDIB	Professeur	à l'USTHB	Président
Mr	M. TRIBECHÉ	Professeur	à l'USTHB	Directeur de thèse
Mr	T. H. ZERGUINI	Professeur	à l'USTHB	Examineur
Mme	D. BENNACEUR-DOUMAZ	Maitre de recherche	(CDTA)	Examinatrice
Mr	O. LAMROUS	Professeur	(UMM, T. OUZOU)	Examineur
Mr	T. E. ABDELLATIF	Directeur de recherche	(CRAAG)	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le Professeur **M. TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le **Professeur Abderrezak BENDIB** du laboratoire d'Electronique Quantique (USTHB) qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Professeur Taha Hossine ZERGUINI** du laboratoire de Physique Théorique (USTHB), au **Docteur Djamila BENNACEUR-DOUMAZ**, Maître de recherche au CDTA, au **Professeur Omar LAMROUS**, de l'université Mouloud MAMMERI, Tizi Ouzou et au **Docteur Toufik Elhak ABDELLATIF**, Directeur de recherche au CRAAG, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie le Docteur **K. AOUTOU**, **S. YOUNSI**, **M. BENZEKKA**, **S. MAY-OUT**, **S. BOUKHALFA** et **M. BACHA** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Boubakour, Ghebache, Djebarni, Merriche) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide.

Que tous mes amis et mes collègues (Haderbache, Fermous, Bouateli, Bachi, Mahboub, Bara et Haddadi) de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon père, ma mère, mes sœurs, mes frères et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	4
1 Introduction à la physique des plasmas poussiéreux	10
1.1 Généralités sur les plasmas	10
1.1.1 Température des espèces du plasma	11
1.1.2 Longueur de Debye	11
1.1.3 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique	12
1.2 Classification des plasmas	13
1.2.1 Plasmas classiques et quantiques	13
1.2.2 Plasmas relativistes	14
1.3 Descriptions mathématiques d'un plasma	14
1.3.1 Description hydrodynamique (fluide) d'un plasma	15
1.3.2 Description cinétique d'un plasma	16
1.3.3 Fonction de distribution et équation de Vlasov	16
1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux	17
1.4.1 Appauvrissement électronique	18
1.4.2 Plasmas poussiéreux thermiques	18
1.4.3 Plasmas poussiéreux fortement couplés	19
1.4.4 Forces exerçant sur un grain de poussière	20
1.5 Charge des grains de poussière	20
1.5.1 Collection des particules	20
1.5.2 Emission photo- électrique	21
1.5.3 Emission secondaire des électrons	21
1.6 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux	23
1.6.1 Solitons	23
1.6.2 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)	24

1.6.3	Mode acoustique poussiéreux (DA)	25
1.6.4	Equation de Korteweg- de Vries	25
1.7	Introduction à la mécanique statistique non extensive	27
1.7.1	Formalisme mathématique non extensif	28
1.7.2	Interactions de longue portée ayant un intérêt physique	31
2	Onde acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma complexe à charge variable	33
2.1	Introduction	33
2.2	Modèle théorique et équations de base	34
2.2.1	Passage aux équations adimensionnelles	35
2.2.2	Equation de la charge du grain de poussière et calcul des courants	37
2.3	Solution analytique dans le cas $I_e + I_i \simeq 0$	38
2.3.1	Approche du potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons	39
2.3.2	Résultats numériques et discussion	41
2.4	Effet de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$)	46
3	Influence des ions non thermiques sur l'amortissement anormal de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux à charge variable	51
3.1	Présentation physique du problème	51
3.2	Formulation mathématique	53
3.2.1	Charge des grains de poussière	54
3.3	Analyse faiblement non linéaire	54
3.3.1	Résultats numériques et discussion	57
3.3.2	Solution en onde solitaire de l'équation K-dV amortie	59
4	Ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non extensifs	62
4.1	Présentation physique du problème	62
4.2	Equations de base du modèle	63
4.2.1	Equation de la charge du grain de poussière	65
4.3	Solution analytique dans le cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \simeq 0$)	66
4.3.1	Approche du pseudo- potentiel	67

4.3.2	Résultats numériques et discussion	68
4.4	Variation non adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$)	73
5	Influence des ions non extensifs sur la propagation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable	76
5.1	Position du problème	76
5.2	Equations de base du modèle	76
5.2.1	Charge des grains de poussière et courants microscopiques	78
5.3	Existence des solitons dans le cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière	79
5.3.1	Discussion des résultats numériques	83
5.4	Cas de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière . . .	86
5.4.1	Interprétation des résultats numériques	88
6	Amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la variation de la charge des grains dans un plasma non extensif	90
6.1	Présentation physique du problème	90
6.2	Equations de base du modèle	91
6.2.1	Equation de charge du grain de poussière	92
6.3	Traitement faiblement non linéaire	92
6.3.1	Analyse des résultats numériques	94
6.3.2	Solution solitaire de l'équation K-dV amortie	96
7	Approche non extensive du modèle de Cairns	98
7.1	Présentation physique du problème	98
7.2	Formulation mathématique	99
7.3	Résultats numériques	103
7.4	Analyse faiblement non linéaire	108
	Conclusion générale	110
	Bibliographie	121
	Index	121

Introduction

C'est le physicien anglais Sir William Crooks en 1879 qui, étudiant les propriétés particulières des gaz raréfiés excités par des décharges électriques dans des tubes de verre, suggéra l'existence d'un quatrième état de la matière pour expliquer les phénomènes observés. A cette époque, cet état n'était pas encore désigné par le mot plasma. C'est à un chimiste américain Irving Langmuir travaillant chez General Electric que l'on doit l'utilisation en 1928 du mot plasma pour décrire les gaz ionisés dans les décharges électriques. Irving Langmuir travaillait depuis 1923 avec son collègue Levy Tonks [1] sur de telles décharges. Ces dernières brillaient et ondulaient comme une substance gélatineuse et la manière dont elles transportaient ses constituants (électrons, ions) rappela à Langmuir le transport des cellules sanguines par le plasma sanguin.

Un plasma est un gaz partiellement ou totalement ionisé, milieu composé de particules neutres, d'ions et d'électrons. On définit le degré d'ionisation pour distinguer les plasmas partiellement ionisés des plasmas totalement ionisés [2]. Ce coefficient varie de quelques 10^{-6} pour les plasmas très faiblement ionisés jusqu'à 1 pour les plasmas totalement ionisés. On parle de plasma lorsque les particules chargées ont un comportement collectif. Il faut pour cela qu'elles soient en nombre suffisant de manière à ce que leur mouvement soit affecté par le champ électrique créé par leur voisine.

Les plasmas constituent l'essentiel de l'environnement terrestre au-delà de la haute atmosphère ; à l'échelle cosmique plus de 99,9% de la matière visible se présente sous forme ionisée [3]. Ainsi, la physique des plasmas est l'outil essentiel pour étudier notre environnement au-delà des couches basses de l'atmosphère ; en particulier, les structures et les processus tels que : les aurores boréales, le vent solaire, les queues de comètes, les bras galactiques, les magnétosphères, la couronne solaire, les éruptions solaires, les atmosphères et intérieurs stellaires, l'émission des nébuleuses et des pulsars, relèvent de la physique des plasmas. Au-delà de son intérêt en tant qu'outil de référence pertinent pour l'étude des problèmes d'astrophysique et de physique spatiale, la physique des plasmas se situe en

amont d'un vaste champ d'applications technologiques. Par exemple, dans les domaines des hautes technologies que sont les nanotechnologies et l'exploration spatiale : plus de la moitié des opérations de fabrication des processeurs et mémoires sont effectuées dans des réacteurs plasmas, et les propulseurs plasmas sont actuellement considérés comme la seule option pour une mission habitée vers Mars. Au cours de ces dernières années, la pénétration des procédés plasmas dans les processus industriels a augmenté de façon extrêmement rapide ; bien qu'elles ne soient pas encore identifiées en tant que secteur industriel spécifique, les technologies plasmas sont devenues indispensables aussi bien dans des domaines innovants comme les nouveaux matériaux, les nanotechnologies et la propulsion spatiale, que dans des domaines plus classiques tels que la sidérurgie, l'éclairage ou la chimie.

La définition d'un plasma telle que énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées communément appelées poussières [4], [5]. La présence de ces extra particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe et beaucoup plus difficile à cerner. Un plasma poussiéreux (*dusty plasma*) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Au cours de ces dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un large et profond regain d'intérêt à cause de leur rôle, parfois prépondérant, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horsehead, Eagle). Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. La présence de grains de poussière d'origine météorique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, ces grains de poussière peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. Par conséquent, de nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. C'est au début des années 90 que les plasmas poussiéreux ont connu une grande importance grâce à la découverte de deux ondes acoustiques, l'onde acoustique poussiéreuse [6], [7] (un nouveau mode) et l'onde acoustique ionique poussiéreuse [8] (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence de grains de poussière immobiles). Généralement,

la charge du grain de poussière (une charge qui peut équivaloir plusieurs milliers de fois celle de l'électron) provient d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Ces travaux ont montré que le phénomène de la fluctuation de la charge des grains modifie sensiblement les propriétés intrinsèques des deux modes acoustiques.

Le but de notre thèse consiste à investir, au moyen d'une approche hybride (analytique et numérique), les ondes acoustiques non linéaires associées à différents modèles de plasma poussiéreux à charge variable hors équilibre thermodynamique. Nous nous intéresserons particulièrement aux conditions d'existence et de réalisation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) dans le contexte du nouveau formalisme non extensif de Tsallis. Ces structures qui peuvent être perçues comme « les modes normaux non linéaires » d'un plasma à charge variable sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue du pseudo-potentiel [9] (amplitude arbitraire) et aux méthodes de perturbation réductive [10] (amplitude faible mais finie). Ce travail de thèse s'articule autour de sept chapitres.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser. Nous décrirons ensuite les plasmas complexes ou poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de charge, l'appauvrissement électronique et l'apparition de nouveaux modes d'onde qui nous seront utiles dans la suite de cette thèse. Nous terminerons en présentant un bref aperçu sur la mécanique statistique non extensive de Tsallis, à savoir, la description de ses principaux concepts et la citation de ses quelques applications dans différents domaines de la science.

Le second chapitre de cette thèse sera réservé au rappel du modèle bien connu de l'onde acoustique poussiéreuse. Nous allons rappeler, grâce à une étude antérieure, les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude dans un plasma complexe en présence d'ions non thermiques en tenant compte de la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière. Cette étude nous permettra de donner un aperçu global sur les travaux présentés dans la suite de cette thèse. Le phénomène de variation de la charge du grain de poussière modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation

des deux modes acoustiques poussiéreux. C'est pourquoi, le troisième chapitre de notre thèse sera consacré à l'effet de la non thermalité ionique sur l'amortissement anormal de l'onde acoustique poussiéreuse causé par la variation de la charge des grains. Pour cela, l'équation d'évolution de la charge des grains, en présence d'électrons Maxwelliens et d'ions non thermiques, sera établie de manière appropriée. Les courants de charge (électronique et ionique) seront par la suite calculés en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique. La méthode de la perturbation réductive, utilisée dans le cas d'amplitudes petites mais finies, sera utilisée pour établir une équation de type K-dV. Cette dernière contient un terme additif associé à l'amortissement anormal. Nous verrons que ce dernier sera sensiblement affecté par les effets non thermiques.

Bien entendu, la plupart des études qui ont été réalisées dans le cadre de la modélisation des ondes acoustiques poussiéreuses ont été limitées au cas d'additivité standard des entropies (la statistique standard, extensive, de Boltzmann et Gibbs). C'est pourquoi, nous proposerons au cours du quatrième chapitre d'étendre l'investigation sur les propriétés non linéaires des ondes acoustiques poussiéreuses au cas non additif en faisant appel à la mécanique statistique non extensive. Rappelons que cette dernière, basée sur la déviation de la mesure d'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS), a été identifiée pour la première fois par Renyi [11] et proposée bien plus tard par Tsallis [12], en prolongeant l'additivité standard des entropies au cas non extensif non linéaire caractérisé par un paramètre particulier, appelé indice entropique q , qui désigne le degré de non extensivité du système considéré. Notre travail a été motivé par le fait qu'au cours de ces vingt dernières années, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS). Ceci est dû au fait qu'il est actuellement admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. Il est aussi important de mentionner que l'entropie de Tsallis a été utilisée avec un grand succès en physique des plasmas [13]-[27] et a même servi comme assise théorique pour les fonctions de distribution de type Kappa. Nous mettrons alors l'accent sur les modifications introduites par les effets non extensifs sur les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Pour ce faire, nous supposerons un plasma composé d'électrons non extensifs, d'ions Maxwelliens et de grains de poussière fluides à charge variable. Nous introduirons alors les équations fluides pour décrire l'évolution des oscillations acoustiques poussiéreuses que peut propager notre modèle de plasma. Nous prescrirons les fonctions de distribution et déduirons les densités de particules. La charge des grains

de poussière sera exprimée en termes de la fonction de Lambert et les courants de charge seront établis en faisant appel à la théorie de la sonde électrostatique. Nous verrons que notre modèle de plasma admet la propagation d'ondes acoustiques poussiéreuses et que ces dernières sont sensiblement affectées par les effets non extensifs.

Le cinquième chapitre sera dédié à l'étude de l'onde acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma complexe à charge variable, composé de grains fluides, d'électrons Maxwelliens et d'ions non extensifs. Ces derniers sont décrits par une fonction de distribution dite q -distribution ou de Tsallis. Nous rechercherons alors dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge du grain et la présence des ions non extensifs peuvent-ils affecter et modifier le mode acoustique poussiéreux. Etant donné que la charge du grain de poussière exhibe des fluctuations, il nous sera alors nécessaire d'établir une autre équation qui tiendra compte d'un degré de liberté additionnel : la dynamique de la charge du grain. Celle-ci deviendra une nouvelle variable dynamique dont nous tiendrons compte de manière self-consistante. Les courants de charge électronique et ionique seront calculés en moyen des fonctions de distribution déjà définies et des sections efficaces collisionnelles appropriées. Ce calcul nous a permis de mettre en évidence, pour la première fois, l'expression exacte (non approximative) du courant ionique non extensif. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dite anormale, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc).

Le sixième chapitre de la présente thèse portera sur l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la variation de la charge des grains de poussière dans un plasma non extensif. Il s'agira d'analyser, en faisant appel à la méthode de la perturbation réductive, l'effet conjugué de la variation de la charge du grain et de la non extensivité ionique sur l'onde acoustique poussiéreuse propre à un modèle de plasma déjà illustré dans le chapitre précédent. Nous verrons que la variation de la charge du grain est responsable de l'amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse. Cette dernière peut être décrite par une équation de type Korteweg-de Vries (K-dV) qui comporte un terme additif : le terme d'amortissement. Nous montrerons, aussi, que ce phénomène de dissipation anormale devient important lorsque les effets non extensifs deviennent plus significatifs.

En guise d'extension, le septième chapitre sera consacré à l'étude de l'onde acoustique ionique solitaire dans le cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques et non extensifs. Autrement dit, on se propose de revisiter le modèle de Cairns dans le contexte non extensif de Tsallis. En particulier, on s'intéressera aux effets simultanés de la non

extensivité et de la non thermalité des particules sur la nature de l'onde acoustique ionique associée à un plasma à deux composantes. Pour cela, nous allons proposer une nouvelle fonction de distribution des électrons dont une proportion est non thermique. Celle-ci nous permettra d'établir la densité des électrons non thermiques et non extensifs. Nous verrons que ce modèle de plasma peut admettre la coexistence de structures ioniques acoustiques solitaires de raréfaction et de compression.

Le manuscrit se terminera par une conclusion et une brève présentation de nos perspectives.

1

Introduction à la physique des plasmas poussiéreux

Ce chapitre n'a pas pour intention de décrire de façon étendue et détaillée la physique des plasmas poussiéreux. Cependant, le but est de présenter succinctement les notions nécessaires (les concepts de base d'un plasma, les propriétés des plasmas poussiéreux, les processus de charge, les oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux, les généralités sur la statistique non extensive...) qui nous seront utiles dans les chapitres suivants.

1.1 Généralités sur les plasmas

C'est en 1923 que les physiciens Langmuir et Tonks ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube de décharge. La physique des plasmas, science du 20^{ième} siècle, est née de l'étude des décharges dans les gaz. Depuis 1920 cette discipline s'est considérablement développée en raison de son intérêt (milieux naturels, applications industrielles), intégrant l'essentiel des connaissances de la physique moderne. Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite, dans l'ordre croissant des températures, aux états solides, liquides et gazeux. La phase plasma correspond, à l'équilibre thermodynamique, à l'ionisation totale d'un gaz par collision entre les particules neutres. Cette situation ne peut être atteinte, dans ces conditions, qu'à très haute température (supérieur à 50000 °K) afin que l'énergie d'agitation thermique soit du même ordre que le seuil d'ionisation des particules neutres. L'appellation plasma devrait être réservée aux gaz complètement ionisés et globalement neutres, les particules chargées (ions, électrons) en interaction générant des champs locaux de charge d'espace.

Généralement, un plasma peut être caractérisé par sa température électronique et sa densité notées respectivement T_e et n_e . Ces deux quantités, peuvent varier respectivement de 0.1 à 10^6 eV et de 1 à 10^{18} cm⁻³ selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Nous allons donner, dans ce qui suit, quelques définitions qui nous semblent nécessaires.

1.1.1 Température des espèces du plasma

Un plasma, du fait qu'il contient des espèces ionisées, contient aussi des électrons libres (par neutralité globale du plasma). Les électrons ont une masse 2000 fois plus faible que les ions (le rapport de masse entre les ions et les électrons vaut exactement 1836), ils ont donc moins d'inertie et, par conséquent, sont plus « réactifs ». Il est donc plus facile de donner de l'énergie aux électrons qu'aux espèces plus lourdes, à savoir, les ions. En effet, les plasmas peuvent être scindés en deux types :

Plasmas froids

Appelés aussi plasmas non thermiques, ce sont des plasmas dont les ions et les particules neutres restent à des températures très inférieures à celles des électrons ($T_i \ll T_e$). Les électrons sont à des températures élevées avec assez d'énergie pour effectuer des réactions (applications au traitement de surface, à l'élaboration des matériaux nouveaux, à la dépollution, à la génération d'ozone, à la chimie assistée par plasma, ...). Les plasmas froids peuvent être étudiés en laboratoire. Les scientifiques ont alors acquis un savoir-faire expérimental, actuellement largement appliqué dans les industries (gravure, dépôts PVD/CVD...).

Plasmas chauds

Ces plasmas sont portés à des températures supérieures à 10^6 K (l'objectif étant de produire de l'énergie électrique à partir de la fusion contrôlée) et dans lesquels les ions sont également énergétiques (réactifs) pour influencer le comportement du plasma. La production des plasmas chauds nécessite de grandes énergies et donc des installations adéquates.

1.1.2 Longueur de Debye

Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge électrique est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye, notée λ_D . Cette distance peut être déduite de l'équation de Poisson autour d'une charge en

prenant une distribution de Maxwell- Boltzmann pour les électrons et les ions qui entourent la particule test. Pour un plasma de densité n_0 et de température T_e , cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.1)$$

où k_B représente la constante de Boltzmann. Par conséquent, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, celle-ci devra satisfaire la condition triviale suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.2)$$

Le nombre de particules chargées N_D que comporte une sphère de Debye

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.3)$$

devra alors être très grand pour que le caractère collectif des particules du plasma soit important. Le second critère auquel doit satisfaire un gaz à l'état plasma a trait aux collisions des particules chargées avec les particules neutres : les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent prédominer devant ceux dus aux collisions binaires entre particules chargées et neutres. En d'autres termes, cela veut dire que le mouvement d'une particule chargée dans un plasma est déterminé, particulièrement, par la présence d'une charge d'espace. Par conséquent, la fréquence caractéristique des oscillations plasma ν et le temps de vol d'une particule chargée entre deux collisions avec les particules neutres τ , doivent vérifier la condition suivante

$$\nu \tau > 1 \quad (1.4)$$

1.1.3 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique

Les plasmas thermiques sont, en général, en équilibre thermodynamique global ou local. Toutes les espèces constituant ces plasmas sont caractérisées par une température unique. Autrement dit, l'énergie cinétique est bien répartie entre toutes ces particules. L'état d'équilibre thermodynamique est vérifié lorsque le nombre de collisions est assez important et aussi lorsque chaque processus qui se produit dans le plasma est équilibré par son processus inverse.

Lors d'une décharge électrique, la température des électrons peut rester très supérieure à celle des particules lourdes. En effet, à cause de leur mobilité, les électrons sont accélérés

par les champs électriques et leur température monte rapidement. Ces électrons chauds ne cèdent qu'une faible partie de leur énergie cinétique aux particules lourdes, les collisions étant rares. Ces plasmas sont appelés plasmas réactifs ou plasmas hors équilibre thermodynamique.

1.2 Classification des plasmas

Les plasmas peuvent être classés selon leur densité et leur température électronique car ces deux paramètres déterminent en grande partie les propriétés des plasmas.

1.2.1 Plasmas classiques et quantiques

Les plasmas classiques couvrent une très large gamme de densité électronique allant de 1 à plus de 10^{25} cm^{-3} pour des températures électroniques de quelques centièmes d'électrons-volts à plus de 1MeV . On parle d'un plasma classique quand l'énergie d'agitation thermique est très supérieure à l'énergie de Fermi d'un gaz dégénéré, c'est-à-dire

$$k_B T \gg E_f = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n_e)^{2/3} \quad (1.5)$$

où \hbar représente la constante de Planck réduite. On distingue deux types de plasma classique selon que les effets d'interactions entre particules dominant ou pas. On exprime ceci avec le paramètre de couplage $g = 1/N_D$. Si g est plus petit que 1 ($g \ll 1$), alors le plasma est dit cinétique, c'est à dire dominé par les effets cinétiques des particules qui le composent. Dans le cas contraire ($g \geq 1$), le plasma est corrélé ou fortement couplé. Par ailleurs, les plasmas quantiques sont des plasmas dont l'énergie d'agitation thermique est inférieure à celle de l'énergie de Fermi. Dans ce type de plasmas, la distribution statistique de Fermi-Dirac est communément utilisée plutôt que la distribution de Maxwell-Boltzmann dans les plasmas classiques. Les échelles caractéristiques quantiques (le temps, la longueur et la vitesse thermique) des particules chargées sont tout à fait différentes de celle des plasmas classiques. En raison des grandes valeurs de la densité dans les plasmas quantiques, la fréquence plasma $\omega_p = \left(\frac{4\pi n_0 e^2}{m_s}\right)^{1/2}$ et la longueur de Fermi $\lambda_F = \frac{v_F}{\omega_p}$ sont nettement différentes de leurs analogues classiques. Les effets quantiques commencent à se manifester lorsque la distance moyenne entre particules $d = n_0^{-1/3}$ devient comparable à la longueur d'onde thermique de De Broglie associée

$$\lambda_B = \frac{\hbar}{mv_{th}} \quad (1.6)$$

c'est à dire à chaque fois que l'approximation $n_0^{1/3} \lambda_B \geq 1$ est valable. En régime classique ($n_0^{1/3} \lambda_B \ll 1$), la longueur d'onde de De Broglie est petite et insignifiante. Par conséquent, il n'y a aucun recouvrement des fonctions d'onde et aucune interférence quantique. La modélisation des plasmas quantiques est basée sur les approches mathématiques bien connues de Schrödinger- Poisson et de Wigner- Poisson. Celles-ci ont été largement utilisées pour étudier le comportement hydrodynamique et statistique des particules de plasma à l'échelle quantique. Ces approches sont l'analogie quantique des modèles fluide et cinétique en physique des plasmas classiques.

1.2.2 Plasmas relativistes

On parle d'un plasma relativiste quand l'énergie d'agitation thermique est de l'ordre de l'énergie de masse ou de repos des électrons (c'est-à-dire $T \geq m_e c^2$). Autrement défini, les plasmas relativistes sont des plasmas pour lesquels les corrections relativistes de la masse et de la vitesse des particules qui le composent sont importantes. En effet, plus la température augmente dans un plasma, plus grandes seraient les écarts entre les vitesses des particules qui le composent et plus importants seraient les effets relativistes. En général, ce sont les électrons qui ont une température élevée (de l'ordre de quelques MeV), alors que les ions et les neutres restent à des températures relativement basses. Les plasmas relativistes sont présents dans différentes parties de notre univers, à savoir, les noyaux actifs de galaxies (AGN), les étoiles à neutrons et les étoiles de la séquence principale. Dans les plasmas de l'environnement terrestre, les effets relativistes sont en général assez faibles.

1.3 Descriptions mathématiques d'un plasma

La description de la dynamique d'un plasma se fait, en général, grâce à deux approches : la première considère le plasma comme étant un fluide non- collisionnel caractérisé par un certain nombre de grandeurs macroscopiques telles que la densité, la vitesse du fluide, la pression, etc, appelée approche hydrodynamique ou fluide. Cette dernière, n'est plus valable ou insuffisante si on s'intéresse à la description microscopique du plasma. Pour cela, on fait appel à l'approche cinétique. Cette approche tient compte de la nature moléculaire du fluide, en introduisant des grandeurs telles que les fonctions de distribution des vitesses qui donnent une description microscopique du plasma.

1.3.1 Description hydrodynamique (fluide) d'un plasma

Dans ce type de description, on suit le mouvement de petits éléments de volume de plasma, sans tenir compte des phénomènes microscopiques qui s'y déroulent. Cela suppose que ce volume est suffisamment petit pour que la description spatiale soit précise ; et que celui-ci contient suffisamment de particules pour que les fluctuations par rapport aux valeurs moyennes y soient négligeables. Ainsi, le plasma sera considéré comme un fluide qui se meut avec une vitesse u dont l'évolution est décrite par les équations hydrodynamiques ou fluides. Ces dernières peuvent être déduites en explicitant les lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.7)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \sum \mathbf{F} \quad (1.8)$$

\mathbf{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc.) qui s'exercent sur l'élément de volume dV . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}) = 0 \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + (\mathbf{u}_s \cdot \nabla) \mathbf{u}_s = \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_s n_s} + \mathbf{g} \quad (1.10)$$

$s = i, e$ dénote l'espèce de particules considérées et \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{g} et p représentent, respectivement, le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. L'équation (1.9), dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation du nombre de particules. La seconde (Eq. 1.10), dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumis le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_s n_s^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.11)$$

et les deux équations de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.13)$$

qui relie le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{B} . Les deux autres équations de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.15)$$

où ρ représente maintenant la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.3.2 Description cinétique d'un plasma

La description fluide de la dynamique (ondes et oscillations) du plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self-consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Aussi, la description hydrodynamique (fluide) d'un plasma fait intervenir des grandeurs macroscopiques telles la température, la pression, etc. Ces grandeurs sont des moyennes calculées à partir d'une fonction de distribution $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ des vitesses microscopiques des particules. Cette fonction de distribution s'obtient dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, et permet d'établir un rapport entre les propriétés macroscopiques et microscopiques.

1.3.3 Fonction de distribution et équation de Vlasov

La description cinétique d'un plasma repose sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent en général des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques self-consistants. Alors, il est possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de Vlasov-Maxwell. Pour cela, chaque composante j du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ définie telle que $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \mathbf{d}\mathbf{x}\mathbf{d}\mathbf{v}$ représente le nombre de particules d'espèce j localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases $\mathbf{d}\mathbf{x}\mathbf{d}\mathbf{v}$ centré en (\mathbf{x}, \mathbf{v}) , à l'instant t . Cette fonction de distribution des vitesses nous permet de calculer, pour chaque position x et au temps t , la valeur moyenne de certaines propriétés du plasma. Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule

sont négligeables, l'évolution de $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ est régie par l'équation de Vlasov, qui, dans le cas non relativiste, s'écrit sous la forme [28]

$$\frac{\partial f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)}{m_j} \nabla_{\mathbf{v}} f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.16)$$

où m_j représente la masse de la particule d'espèce j . L'équation (1.16) décrit l'évolution incompressible de $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ dans l'espace des phases (\mathbf{x}, \mathbf{v}) en présence d'une force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ qui s'exerce sur une particule d'espèce j et de charge q_j est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -q_s \nabla_s \phi(\mathbf{x}, t) \quad (1.17)$$

où ϕ est le potentiel du champ moyen donné par

$$-\nabla^2 \phi = \sum_j q_j \int f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.18)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen.

1.4 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux (dusty plasma) est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Cette mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D , et la distance moyenne inter-granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_d d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par [29]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.19)$$

où

$$\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2} \quad (1.20)$$

représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre

et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} > n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.21)$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges à l'équilibre résidant sur la surface du grain.

1.4.1 Appauvrissement électronique

L'appauvrissement électronique est l'une des propriétés les plus remarquables des plasmas poussiéreux. Ce phénomène est dû principalement à la collection préférentielle des électrons (à cause de leur grande mobilité) par la surface du grain de poussière. Dans ce cas, la condition de quasi neutralité précédente (1.21) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$. Cependant, Il est important de noter que cet appauvrissement ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet [30] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égale à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du gain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire.

1.4.2 Plasmas poussiéreux thermiques

Dans ce type de plasmas, les grains de poussière émettent des électrons et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ (contrairement à l'appauvrissement électronique). Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson

linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (1.22)$$

est donnée par [31]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_d}\right) \quad (1.23)$$

ϕ_d est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa, $\phi_g(r_0)$ est le potentiel du grain à $r = r_0$ et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par [32] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (1.24)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (1.25)$$

$$\nu_1 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.26)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel ϕ_s de la surface du grain

$$\nu_2 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di})(1 - e\phi_s / T_i) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.27)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et ω_{pi} (ω_{pe}) représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme $f_d \nu_2 / \nu_1$ est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière [33].

1.4.3 Plasmas poussiéreux fortement couplés

Les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement couplés. Ceci dépendra essentiellement de la valeur du rapport

$$\Gamma = \frac{(Z_{d0} e)^2}{dT_d} \exp(-k) \quad (1.28)$$

où T_d représente la température des grains de poussière et $k = d / \lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \ll 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$, les micro- sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de réseaux dits de Coulomb devient alors possible. Les plasmas poussiéreux fortement couplés sont créés par les décharges dans les plasmas de laboratoire à basses températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux.

1.4.4 Forces exerçant sur un grain de poussière

Les forces qui s'exercent sur un grain de poussière dépendent toutes de son rayon, soit directement, soit par l'intermédiaire de la charge électrique Q_d . Nous pouvons ainsi classer ces forces en deux catégories : celles indépendantes de la charge et celles déterminées par celle-ci (la charge). La force de gravitation, la force de friction ou d'entraînement (en cas de flux de gaz) des neutres et la force thermophorèse entraînant les grains de poussière vers la zone froide sont autant d'exemples de forces indépendantes de la charge. Dans la catégorie de forces dépendantes de charge, nous citons : la force électrique, la force d'entraînement ionique et la force d'interaction entre grains de poussière.

1.5 Charge des grains de poussière

Un grain de poussière immergé dans un plasma va immédiatement être soumis aux flux de différentes espèces chargées du plasma. Généralement des électrons et des ions. Ce grain de poussière va donc se comporter comme une sonde de Langmuir et acquérir un potentiel communément appelé potentiel flottant qui correspond au potentiel pour lequel la somme des courants est nulle. Du fait de la grande mobilité des électrons, ce potentiel est de signe négatif [34]-[38]. Le grain de poussière se charge donc négativement et, si on considère qu'il est assimilable à un condensateur sphérique, sa charge Q_d est donnée par

$$Q_d = 4\pi\epsilon_0 r_d V_d \quad (1.29)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide, r_d le rayon du grain et V_d son potentiel de surface relativement au potentiel du plasma (et donc négatif). Ainsi, la charge électrique d'un grain est directement proportionnelle au rayon de celui-ci. Typiquement, un grain de rayon de $1\mu\text{m}$ peut porter à sa surface plus d'un millier d'électrons. Généralement, la charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Ces derniers, jouent un rôle très important dans la physique des plasmas. Parmi ces processus, nous citerons la collection des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électrique, l'émission thermo-électronique, l'émission électronique secondaire [39], [40]...etc.

1.5.1 Collection des particules

Dans ce cas, les électrons atteignent la surface du grain de poussière avant les ions (l'énergie thermique des électrons est supérieure à celle des ions). Le grain acquiert une charge négative

à laquelle correspond un potentiel de surface négatif. Dès que ce dernier atteint une valeur seuil critique, les électrons sont repoussés à la faveur de l'attachement des ions positifs. Ceci se traduit par un décroissement du courant de charge électronique et un accroissement du courant ionique. Le phénomène inverse se produit lorsque le potentiel à la surface du grain est positif.

1.5.2 Emission photo- électrique

Quand un flux de photons d'énergie $h\nu$ (plus grande que la fonction de travail photo-électrique du grain de poussière) atteint la surface du grain, cette dernière émet des photo-électrons. Ces derniers peuvent alors être capturés par un autre grain. La photo-émission dépend de la longueur d'onde des photons incidents, de l'importance de la surface du grain de poussière et de sa nature.

1.5.3 Emission secondaire des électrons

Lorsqu'une particule énergétique du plasma (électron ou ion) entre en collision avec un grain de poussière, celle-ci perd de l'énergie de manière totale ou partielle. Cette énergie permet à certains électrons de quitter la surface du grain. La libération de ces électrons secondaires peut contribuer à rendre positive la charge du grain. Ce processus est connu sous le nom d'émission secondaire des électrons.

Notons que chaque processus de charge n'est significatif que dans certaines circonstances particulières. A titre d'exemple, dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des grains est généralement négative car la collection des particules du plasma de base représente le processus de charge le plus dominant. Ce processus dépend des sections efficaces de charge qui elles mêmes sont déterminées à partir du paramètre d'impact. Leurs expressions, dans le cas des électrons et des ions, sont données respectivement par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.30)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.31)$$

pour $v^2 > 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$, alors que pour $v^2 < v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici $v = |\mathbf{v}|$ et q_d représente la charge du grain de poussière. Les électrons, eu égard à la charge négative du grain de poussière, doivent acquérir une vitesse minimale pour pouvoir atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est

alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla\right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.32)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\mathbf{v}) d^3\mathbf{v} \quad (1.33)$$

est le courant plasma de charge, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\mathbf{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s est dite de Maxwell-Boltzmann et est donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2v_{ts}^2}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2\right] \quad (1.34)$$

où \mathbf{v}_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$ leur vitesse thermique correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par [41]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} n_{e0} \exp\left(\frac{eq_{d0}}{r_d T_e}\right) \quad (1.35)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i}\right)^{1/2} n_{i0} \left(1 - \frac{eq_{d0}}{r_d T_i}\right) \quad (1.36)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive v_0 des ions est plus grande que leur vitesse thermique, l'expression du courant ionique est donnée par

$$I_{i0} \simeq \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left(1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2}\right) \quad (1.37)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de v_0 , l'expression de I_{i0} est quelque peu compliquée. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.38)$$

et il devient alors possible d'obtenir la relation

$$v_{te} \exp\left(\frac{e\phi_g}{T_e}\right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left(1 - \frac{e\phi_g}{T_i}\right) \quad (1.39)$$

à partir de laquelle il devient aisé de déterminer le potentiel ϕ_g de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions.

Notons que la charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est reliée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.40)$$

C est la capacité du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est de l'ordre du rayon r_d du grain et donc $q_d \simeq r_d\phi_g$. Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye λ_D du plasma poussiéreux).

1.6 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux

L'étude des oscillations non linéaires en physique des plasmas revêt un aspect important car elle nous permet de comprendre la nature de l'interaction non linéaire entre les différents champs, propres et/ou appliqués, et les constituants du plasma. Dans la nature, les plasmas astrophysiques et la magnétosphère terrestre englobent une grande variété de phénomènes d'ondes non linéaires. Ces différentes structures d'ondes non linéaires mises en évidence grâce à des observations satellitaires sont les solitons, les doubles-couches, les ondes de choc, les tourbillons (vortex), etc.

1.6.1 Solitons

Les solitons représentent l'un des aspects les plus importants des phénomènes non linéaires dans la recherche en physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation étonnante de la nature résultant d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion. Les solitons sont des ondes capables de se déplacer sur de très grandes distances en conservant leurs formes initiales. C'est l'ingénieur écossais John Scott-Russell, en 1834, qui a observé pour la première fois les solitons. Il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement produisait une vague fascinante qui continuait à se propager en aval du canal, sans déformation. Plusieurs expériences ont été réalisées par la suite (expérience de Henry Bazin en 1863 sur des solitons plus contrôlés). A cette époque, les théories fondées sur des approches linéarisées montraient que le soliton ne pouvait pas exister. La première interprétation mathématique et théorique a été faite par D.J Korteweg et G. de Vries [42], en 1895, en proposant une équation connue par la suite sous le nom

d'équation de Korteweg- de Vries (K-dV). L'étude de cette dernière a permis de comprendre les idées fondamentales de la notion de soliton. En 1965, Gardner et Morikawa [43] ont redécouvert que l'équation de K-dV est également valable pour l'étude des ondes magnétohydrodynamiques non linéaires se propageant perpendiculairement à un champ magnétique externe. Depuis, les ondes acoustiques solitaires non linéaires ont été intensément étudiées dans le domaine de la physique des plasmas. Dans un plasma, la présence des grains de poussière peut modifier et altérer les modes habituels de ce dernier et donner naissance à deux nouveaux modes : le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) et le mode acoustique poussiéreux (DA).

1.6.2 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel modifié par la présence de grains de poussière chargés négativement [8], [44]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence kV_{td} , $kV_{ti} \ll \omega \ll kV_{te}$ (où $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$ représente la vitesse thermique de l'espèce j). Par conséquent, dans les électrons peuvent être décrits par une distribution de Maxwell- Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. Dans ce cas, les grain de poussière jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi- neutralité du plasma). La relation de dispersion du mode DIA est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.41)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.42)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$. Le terme $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs,

le terme $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$, comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence $3 - 5 \text{ kHz}$.

1.6.3 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence, de l'ordre de 10 à 20 Hz . Ce mode a été identifié au début des années 90 [6]. Dans ce cas, la vitesse de phase est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}, kV_{ti}$. Dans cette gamme de fréquences, les électrons et les ions suivent une distribution de Maxwell-Boltzmann. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par [6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d)T_i/T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.43)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour le maintien et l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.44)$$

Ces deux modes (DIA et DA) appartiennent à la famille des modes électrostatiques de basses fréquences. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} et f_{pi} la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion. Notons que la relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été établie à l'aide du modèle fluide par D'Angelo [44].

1.6.4 Equation de Korteweg- de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (K-dV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [28]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.45)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b des constantes réelles non nulles et U une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide...etc.). L'équation (1.45) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif $U\partial U/\partial\xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U/\partial\xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.45) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [45] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro- magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.45) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [10]. C'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [46] montrèrent que (1.45) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.45) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial\tau} + U\frac{\partial U}{\partial\xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial\xi^3} = 0 \quad (1.46)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial\xi$ de l'équation (1.46) provient du terme convectif non linéaire ($\mathbf{v}_i \cdot \nabla v_i$) de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si on néglige le terme dispersif $\partial^3 U/\partial\xi^3$, l'équation (1.46) se réduit à $\frac{\partial U}{\partial\tau} + U\frac{\partial U}{\partial\xi} = 0$ et admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.47)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial\xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.46) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il est important de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.46). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.46) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3}U^2(\chi)[3c - U(\chi)] \quad (1.48)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.48) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left[\sqrt{c/2}(\xi - c\tau) \right] \quad (1.49)$$

Dans l'équation (1.49), la hauteur (amplitude), la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [47], [48] de l'équation (1.46) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.49) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2 \dots$ etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.46) a été réalisée par Ikezi *et al.* [49], [50]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [51] et l'effet des grandes amplitudes [52].

1.7 Introduction à la mécanique statistique non extensive

La non extensivité, basée sur la déviation de la mesure d'entropie de Boltzmann-Gibbs (BG), a été proposée pour décrire les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. La généralisation non extensive de l'entropie de BG a été identifiée pour la première fois par Renyi [11] et proposée bien plus tard par Tsallis [12]. Rappelons que l'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens d'évolution d'un système.

1.7.1 Formalisme mathématique non extensif

Traditionnellement, les systèmes en équilibre statistique ont été étudiés sur la base de l'entropie de Boltzmann-Gibbs suivante

$$S_B = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad (1.50)$$

où p_i est la probabilité du i ème micro état et k_B la constante de Boltzmann. Dans ce cas, on a supposé que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire que le système considéré est non corrélé. Cela implique l'isotropie de la direction de la vitesse et l'entropie apparaît comme une quantité additive qui donne la distribution de Maxwell- Boltzmann. En d'autres termes, les interactions microscopiques sont de petites portées et l'espace- temps est euclidien. Rappelons que la détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique (BG), repose sur le fait que le système est en contact avec un thermostat, à savoir l'ensemble canonique et la considération des contraintes suivantes [53]

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.51)$$

et

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U \quad (1.52)$$

où E_i est l'énergie de l'état i que peut occuper le système, U est l'énergie interne du système possédant une valeur fixe et finie et w est le nombre total d'états microscopiques possibles. L'expression de la distribution la plus probable peut être déduite en optimisant l'entropie S_B . Celle-ci est donnée par

$$p_i = e^{-\beta' \varepsilon_i} / Z_B \quad (1.53)$$

avec

$$Z_B = \sum_l^w e^{-\beta' \varepsilon_l} \quad (1.54)$$

où β' est proportionnel à l'inverse de la température T du thermostat. En considérant deux sous systèmes a et b , l'entropie de Boltzmann- Gibbs satisfait l'égalité suivante

$$S_{BG}(a + b) = S_{BG}(a) + S_{BG}(b) \quad (1.55)$$

Cette dernière indique que l'entropie de BG est une quantité additive (extensive). La description statistique basée sur cette entropie a été appliquée avec succès dans une grande variété de systèmes pendant plus d'un siècle. Cependant, les systèmes gravitationnels, les plasmas

et de manière générale les systèmes dotés d'interactions de longue portée ne semblent pas être décrits correctement par la statistique de BG [54]. Afin de résoudre ce problème, Tsallis a proposé l'entropie suivante [12]

$$S_q = k_B \frac{\left(1 - \sum_i p_i^q\right)}{q - 1} \quad (1.56)$$

où

$$p_i^q = p_i \exp [(q - 1) \ln p_i] \sim p_i [1 + (q - 1) \ln p_i] \quad (1.57)$$

q est un paramètre qui décrit le degré de non extensivité du système considéré, généralement appelé indice entropique. Dans ce cas, la détermination de la distribution la plus probable du système repose sur une nouvelle définition de l'énergie interne qui dépend du paramètre non extensif

$$q \sum_{i=1}^w p_i E_i = U_q \quad (1.58)$$

Dans le but d'optimiser l'entropie S_q (Eq. 1.56), on introduit les facteurs de Lagrange α_1 et β_1 et la fonction

$$g_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha_1 \sum_{i=1}^w p_i - \alpha_1 \beta_1 (q - 1) \sum_{i=1}^w p_i E_i \quad (1.59)$$

Cette fonction possède un extrémum déterminé à partir de $\partial g_q / \partial p_i = 0, \forall i$. On obtient alors

$$p_i = \frac{[1 - \beta_1 (q - 1) E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.60)$$

avec

$$Z_q = \sum_{l=1}^w [1 - \beta_1 (q - 1) E_l]^{1/(q-1)} \quad (1.61)$$

Notant que pour $q \rightarrow 1$, l'entropie S_q se réduit à celle de Boltzmann- Gibbs S_{BG} . En effet, l'entropie (Eq. 1.56), appelée aussi q -entropie, est une conséquence directe de la généralisation de l'entropie de Boltzmann- Gibbs. La propriété de base de cette entropie est la pseudo- additivité. L'entropie de deux sous- systèmes indépendants a et b peut être exprimée comme suit

$$S_q(a + b) = S_q(a) + S_q(b) + \underbrace{(q - 1) S_q(a) \cdot S_q(b)}_{\text{Terme de corrélation entre particules}} \quad (1.62)$$

Il est aisé de vérifier que pour $q \rightarrow 1$, cette dernière expression se réduit à celle de l'équation (1.55). Par conséquent, les interactions de longue portée sont introduites par le terme multiplicatif qui tient compte de la corrélation entre les deux sous systèmes.

Fonction de distribution non extensive des vitesses

En théorie cinétique des gaz, la distribution la plus probable est remplacée par une fonction de distribution des vitesses. Dans sa version classique, cette fonction est la distribution des vitesses de Maxwell- Boltzmann qui caractérise l'équilibre thermodynamique. La détermination de cette distribution repose sur le fait que les trois composantes de la vitesse ne sont pas corrélées. Cependant, cette propriété ne tient pas compte des systèmes dotés d'interactions de longue portée comme le cas d'un plasma. Afin d'établir l'expression de la fonction de distribution des vitesses en tenant compte des corrélations entre les différentes composantes, on utilise le formalisme non extensif. Pour simplifier le problème, considérons le cas bi-dimensionnel suivant [55]

$$F \left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) d^2v = \exp_q \left[f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \right] dv_x dv_y \quad (1.63)$$

où les fonctions q -exp et q -log sont définies, respectivement, par [55]

$$\exp_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/(1-q)} \quad (1.64)$$

et

$$\ln_q(f) = \frac{1}{(1 - q)} (f^{1-q} - 1) \quad (1.65)$$

On vérifie facilement que

$$\exp_q[\ln_q(f)] = \ln_q[\exp_q(f)] = f \quad \text{et} \quad \frac{d}{dx} \ln_q(f) = f^{-q} \frac{df}{dx}$$

En dérivant $\ln_q(F)$ par rapport à v_x , on obtient

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ \exp_q [f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)] \} \quad (1.66)$$

ou de façon équivalente,

$$\frac{v_x F'(\chi_1)}{\chi_1 F^q(\chi_1)} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} \quad (1.67)$$

avec $\chi_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. En introduisant la notation abrégée suivante

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{\chi_1} \frac{F'(\chi_1)}{F^q(\chi_1)} \quad (1.68)$$

l'équation (1.67) peut être réécrite comme suit

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} = \frac{1}{v_y} \{ f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \} \quad (1.69)$$

On peut choisir $\Phi(\chi_1) = -m\gamma_1$, où m représente la masse de la particule et γ_1 une constante arbitraire. Bien entendu, l'introduction de m à cet endroit est dictée uniquement par la connaissance de la limite Maxwellienne. En utilisant la transformation suivante (1.65)

$$f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) = \ln_{q'} f(v_x)$$

avec $q' = 2 - q$, on a

$$\ln_{q'} f(v_x) = -\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A \quad (1.70)$$

En faisant agir q -exponentielle des deux côtés de l'équation (1.70), il s'ensuit

$$f(v_x) = [1 + (1 - q')(-\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A)]^{1/(1-q')} \quad (1.71)$$

En définissant une nouvelle constante β_2

$$\beta_2 = \frac{\gamma_1}{1 + (1 - q') \ln_{q'} A} = \frac{\gamma_1}{A^{1-q'}} \quad (1.72)$$

on obtient l'expression générale de la fonction de distribution des vitesses non extensive [55]

$$f(v_x) = A_q \left[1 - (q - 1) \frac{\beta_2 m v_x^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (1.73)$$

A_q est la constante de normalisation. Son expression (pour $q > 1$) est donnée par

$$A_q = \left(\frac{1 + q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m(q-1)}{2\pi kT}} \quad (1.74)$$

1.7.2 Interactions de longue portée ayant un intérêt physique

Un système macroscopique sera dit “muni d'interactions de longue portée” si on ne peut pas exprimer son énergie comme somme des énergies de sous-systèmes macroscopiques indépendants. Une interaction entre particules décroissant en loi de puissance avec la distance, comme $1/r^\alpha$, est “à longue portée” dès que l'exposant α est plus petit que D , la dimension spatiale du système. Ceci inclut par exemple la gravitation et exclut les interactions de Van der Waals. Les interactions à longue portée, telles qu'on vient de les définir, ne sont pas des curiosités mathématiques, se rencontrent en fait dans un assez grand nombre de systèmes physiques. On peut donner bien sûr comme premier exemple les systèmes en interaction gravitationnelle pour lesquels le potentiel est attractif et décroît relativement à la distance en $1/r$. Ils ont évidemment été étudiés depuis longtemps dans le contexte astrophysique. Un autre exemple, moins immédiat, est donné par la mécanique des fluides bi-dimensionnels.

En effet, l'énergie du système apparaît dans ce cas comme une énergie d'interaction entre vortex, et cette interaction est de longue portée : par exemple, $V(r)$ est proportionnel à $\ln(r)$ pour un domaine infini. La turbulence bi-dimensionnelle [56] est donc une application importante de la théorie des systèmes dotés d'interactions de longue portée, d'autant plus importante qu'il faut inclure dans cette catégorie les flots géophysiques, rendus quasi bi-dimensionnels par la rotation des planètes. On pourrait penser qu'il est possible d'ajouter à ces deux exemples les systèmes en interaction coulombienne. Cette interaction est proportionnelle à $1/r$. Aux échelles de longueur qui nous sont familières, toute charge électrique est généralement compensée par des charges électriques voisines de signe opposé, de sorte que l'interaction coulombienne donne naissance à des interactions chimiques attractives de courte portée.

La physique des plasmas fournit néanmoins beaucoup d'exemples de systèmes non additifs à partir d'une description effective du système. Plus précisément, même si l'équilibre statistique global d'un système est additif, il est possible qu'il soit pertinent (pour certaines conditions expérimentales, ou échelles de temps) de ne considérer l'équilibre statistique que d'une partie des degrés de liberté du système. Cette description effective est alors parfois non additive : il en est ainsi de la modélisation de l'interaction de filaments de courant par des modèles de points vortex [57], proches donc de la turbulence bidimensionnelle, ou encore de la description d'un plasma par l'interaction entre ondes de Langmuir et particules résonantes avec ces ondes [58] : dans ce cas, l'onde, degré de liberté global pour le système, couple entre elles des parties éloignées du système, et crée ainsi la non additivité, bien que les interactions de particule à particule puissent être négligeables.

2

Onde acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma complexe à charge variable

2.1 Introduction

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années. De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont alors été mis en évidence. Rao et ses collaborateurs [6] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence de l'onde acoustique poussiéreuse de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussière fluides, d'électrons et d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ces oscillations, de faible longueur d'onde, apparaissent sur une échelle de temps suffisamment petite. Sous certaines conditions, elles peuvent devenir hautement non linéaires [7]. Le mode acoustique poussiéreux a été observé au cours d'expériences de laboratoire par Barkan et ses collaborateurs [7]. D'un autre côté, Shukla et Silin [8] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles. En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs [6], [59]-[62]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré constante la charge du grain de poussière (les gains sont pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge

d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Celle-ci devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self-consistante. Rappelons que Melandso *et al.* [63] ont été parmi les premiers à avoir proposé une analyse linéaire prenant en compte la fluctuation de la charge du grain de poussière. Ils ont alors montré que cette fluctuation donne naissance à un amortissement additionnel (en plus de l'amortissement Landau) de l'onde acoustique poussiéreuse. D'autre part, Ma et Liu [64] ont établi l'un des tous premiers modèles non linéaires de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma à charge variable. Ces derniers, en négligeant le terme convectif de l'équation de la charge, ont considéré le cas (dit adiabatique) où la somme des courants de charge (électronique et ionique) est égale à zéro ($I_e + I_i = 0$). Par la suite, plusieurs études [65]-[68] ont été faites dans le cas où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes, non adiabatiques ($I_e + I_i \neq 0$) dans le but de rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier les résultats concernant le mode acoustique poussiéreux.

Dans ce chapitre, nous allons analyser les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude dans un plasma complexe en présence d'ions non thermiques en tenant compte de la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière [65].

2.2 Modèle théorique et équations de base

Le plasma que l'on se propose d'étudier est non collisionnel, non magnétisé et constitué de trois espèces de particules : des électrons, des ions et des grains de poussière de densités, respectives, n_e , n_i et n_d . Bien que les dimensions (et donc la charge) des grains varient d'un grain à un autre, tous les grains sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et ayant la même charge $q_d = -eZ_d$, où Z_d représente le nombre de charge du grain. La densité des électrons distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann, est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (2.1)$$

Ici et dans ce qui suit, ϕ représente le potentiel électrostatique, $q_{j=i,e} = \pm e$ la charge électrique et $T_{j=i,e}$ la température des particules d'espèce j . A l'équilibre ($\phi = 0$), la condition de quasi-neutralité requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$, où l'indice "0" désigne des quantités

non perturbées. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides suivantes :

- Equation de conservation du nombre de particules (appelée aussi équation de continuité)

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

- Equation du mouvement, qui traduit la conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} = \frac{q_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.3)$$

Ces deux équations sont complétées par l'équation de Poisson suivante

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi \left(\sum_j q_j n_j + q_d n_d \right) \quad (2.4)$$

2.2.1 Passage aux équations adimensionnelles

L'étude physique d'un système et la détermination des phénomènes dominants est la première étape, nécessaire, de la modélisation. Cependant, elle est rarement suffisante car les équations auxquelles on arrive ne sont en général pas solubles sous leur forme primitive. Pour pouvoir leur appliquer des méthodes d'approximation, il faut évaluer correctement le poids des différents termes. Pour cela la meilleure méthode est de passer à des équations sans dimension en introduisant des échelles adaptées au problème. En l'absence de champ magnétique, un plasma est caractérisé par une seule échelle de longueur, la longueur de Debye λ_D qui est une longueur d'écrantage : à l'équilibre un ion est entouré d'un nuage électronique dont la densité décroît en fonction de la distance r à l'ion en $\exp(-r/\lambda_D)$. Le plasma peut être caractérisé par deux échelles de temps, $\tau_{i,e} = 1/\omega_{pi,e}$ l'inverse de la fréquence plasma ionique et l'inverse de la fréquence plasma électronique. Par exemple, pour l'étude des ondes acoustiques ioniques (DIA) c'est l'échelle de temps ionique τ_i qui est pertinente. Ces deux échelles (longueur et temps) définissent une échelle naturelle de vitesse $C_s = \lambda_D/\tau_i$ qui correspond à la vitesse du son dans le plasma. Enfin, l'échelle d'énergie peut être définie par T_e température électronique que nous exprimons en unité d'énergie. Cela fixe une échelle naturelle pour le potentiel électrique, T_e/e . Rappelons que le plasma que nous nous proposons d'étudier contient des grains de poussière (plasma poussiéreux). En effet, les échelles souvent utilisées sont : λ_{Dm} pour la longueur, ω_{pd}^{-1} , C_{ds} et T_i/e caractérisant, respectivement, les échelles de temps, de vitesse et du potentiel électrostatique. Les équations (2.2)-(2.4) peuvent alors être réécrites sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.7)$$

N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse $C_d = (Z_d T_i / m_d)^{1/2}$, Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_i / e et Q_d est la charge d'un grain de poussière normalisée par $r_d T_e / e$. Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{e0} Z_d e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Dm} = (T_i / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ où $Z_d = r_d T_e / e^2$.

Pour modéliser la distribution des ions rapides et non thermiques, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses ionique tridimensionnelle suivante [69]

$$f_i(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi V_{ti}^2} \right)^{3/2} \left[1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{V_{ti}^2} + 2 \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right] \exp \left(-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2V_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (2.8)$$

Cette dernière est solution d'équilibre de l'équation non collisionnelle de Vlasov. α est un paramètre désignant la fraction d'ions non thermiques présents dans notre modèle de plasma et $V_{ti} = \sqrt{T_i / m_i}$ représente la vitesse thermique ionique. En intégrant la distribution (2.8) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des ions non thermiques suivante

$$n_i = \int f_i(v_i) d^3 v_i = n_{i0} \left\{ 1 + \beta \left(\frac{e\phi}{T_i} + \frac{e^2 \phi^2}{T_i^2} \right) \right\} \exp \left(-\frac{e\phi}{T_i} \right) \quad (2.9)$$

où

$$\beta = \frac{4\alpha}{(1 + 3\alpha)}$$

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitude arbitraire que peut propager notre modèle de plasma, les équations (2.5)-(2.7) sont réécrites en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, où M (Vitesse du soliton / C_d) représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (2.10)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2 \Psi}{d\xi^2} = N_e - f N_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f - 1) N_d \quad (2.12)$$

En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (2.10) et (2.11), l'expression de la densité normalisée des grains suivante

$$N_d = \frac{1}{(1 - 2\chi/M^2)^{1/2}} \quad (2.13)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (2.14)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable.

2.2.2 Equation de la charge du grain de poussière et calcul des courants

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique, la charge du grain de poussière (assimilé donc à une sonde immergée dans un plasma) provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i = -e \iiint v \sigma_e(q_d, v) f_e(\mathbf{v}) d^3v + e \iiint v \sigma_i(q_d, v) f_i(\mathbf{v}) d^3v \quad (2.15)$$

En réalité, l'équation (2.15) précédente traduit le principe de conservation de la charge électrique. I_e et I_i représentent, respectivement, les courants microscopiques de charge électronique et ionique, $f_{j=e,i}(\mathbf{v})$ la fonction de distribution des vitesses des particules d'espèce j et $\sigma_{j=e,i}$ la section efficace de collision d'une particule chargée d'espèce j avec un grain de poussière. Son expression est donnée par

$$\sigma_j(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2q_j q_d}{C m_j v^2} \right) \quad (2.16)$$

où $C = r_d(1 + r_d/\lambda_e) \simeq r_d$ est la capacitance effective du grain, r_d le rayon du grain et $\lambda_e = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ la longueur de Debye électronique. Le courant électronique I_e est obtenu en utilisant σ_e sur la fonction de distribution des vitesses des électrons supposée, pour la circonstance, de Maxwell-Boltzmann et définie par

$$f_e = n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2T_e} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (2.17)$$

Nous obtenons alors [31]

$$\begin{aligned}
 I_e &= -e \iiint v \sigma_e(q_d, v) f_e(\mathbf{v}) d^3v \\
 &= -e 4\pi^2 r_d^2 n_{e0} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \int_{v_{\min}}^{\infty} \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2T_e} + \frac{e\phi}{T_e} \right) v^3 dv \\
 &= -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \exp\left(\frac{eq_d}{r_d T_e} \right)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Notons que l'intégrale précédente a été effectuée en coordonnées sphériques ($d^3v = v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi$). $v_{\min} = \sqrt{-2eq_d/m_e r_d}$ représente la vitesse minimale que devra acquérir un électron pour pouvoir parvenir à la surface du grain et ainsi vaincre la barrière de potentiel. En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons l'expression du courant ionique non thermique suivant [65]

$$\begin{aligned}
 I_i &= \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \frac{n_{i0}}{(1+3\alpha)} \\
 &\quad \exp(-\Psi) \left\{ 1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16\alpha}{3}\Psi + 4\alpha\Psi^2 - Q_d/\sigma \left(1 + \frac{8\alpha}{5} + \frac{8\alpha}{3}\Psi + 4\alpha\Psi^2 \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

où $\sigma = T_i/T_e$ représente le rapport entre la température ionique et électronique.

2.3 Solution analytique dans le cas $I_e + I_i \simeq 0$

Avant d'aller plus loin, notons d'abord que le temps caractéristique du mouvement d'un grain, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, est de l'ordre de quelques dizaines de milli-secondes alors que son temps de charge est typiquement de l'ordre de $10^{-8}s$. Le déplacement du grain, durant le temps de charge du grain, est par conséquent négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Il s'en suit que le processus de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (2.15) peut être négligé pour obtenir

$$I_e + I_i \simeq 0 \tag{2.20}$$

à partir de laquelle nous obtenons la relation, exprimée en termes de la fonction de Lambert, qui lie la charge des grains de poussière au potentiel électrostatique

$$Q_d = -W \left\{ \frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu} \exp[\Psi(1+\sigma) + \delta(\Psi)]}{f(15+24\alpha+40\alpha\Psi+60\alpha\Psi^2)} \right\} + \delta(\Psi) \tag{2.21}$$

où

$$\delta(\Psi) = \sigma \left(\frac{15 + 72\alpha + 80\alpha\Psi + 60\alpha\Psi^2}{15 + 24\alpha + 40\alpha\Psi + 60\alpha\Psi^2} \right) \quad (2.22)$$

et $\mu = m_i/m_e$. La fonction W de Lambert [70], appelée aussi fonction Oméga, est la fonction inverse de $g(W) = W \exp(W)$. Plusieurs problèmes en électrostatique ou en mécanique quantique ont été résolus grâce à $W(x)$. Cette dernière n'est réelle que pour $x \succeq -1/e$ et il est aisé de vérifier que l'argument $\frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\sigma\mu} \exp[\Psi(1+\sigma)+\delta(\Psi)]}{f(15+24\alpha+40\alpha\Psi+60\alpha\Psi^2)}$ est toujours positif. A l'équilibre ($\Psi = 0$), la relation (2.21) requiert la condition suivante

$$f = \left\{ \frac{5\sqrt{\sigma\mu}(1+3\alpha) \exp[\sigma(5+24\alpha)/(5+8\alpha)]}{(-5Q_{d0} - 8Q_{d0}\alpha + 5\sigma + 24\sigma\alpha)} \right\} \exp\left(\frac{5Q_{d0} + 8Q_{d0}\alpha - 5\sigma - 24\sigma\alpha}{5+8\alpha}\right) \quad (2.23)$$

où Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de f sera déduite à partir de l'équation précédente (2.23) alors que les autres paramètres sont supposés à priori connus.

2.3.1 Approche du potentiel de Sagdeev et conditions d'existence des solitons

Cette approche est utilisée dans le but d'étudier l'existence des ondes solitaires. Il s'agit de réécrire l'équation de Poisson sous la forme de l'équation d'énergie d'une pseudo-particule (d'où la seconde appellation de cette approche "pseudo-potentiel"). En portant la relation (2.13) dans l'équation de Poisson (2.12), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (2.24)$$

où

$$V(\Psi) = \frac{1}{\sigma} [1 - \exp(\sigma\Psi)] + f \{1 + 3\beta - \exp(-\Psi)[1 + 3\beta(1 + \Psi) + \beta\Psi^2]\} + \frac{(f-1)M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2}\right)^{1/2} - 1 \right] \quad (2.25)$$

représente le pseudo-potentiel ou potentiel de Sagdeev [9]. Rappelons que l'équation (2.24) peut être perçue comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse

unité, de position Ψ et de vitesse ($d\Psi/d\xi$), oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (2.25) que

$$V(\Psi = 0) = \left[\frac{dV(\Psi)}{d\Psi} \right]_{\Psi=0} = 0 \quad (2.26)$$

Rappelons que les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire peuvent être énoncées comme suit :

i) $(d^2V(\Psi)/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$, on dit alors que le point fixe à l'origine est instable.

ii) Ψ admet un extremum (un maximum ou un minimum) non nul noté Ψ_m tel que $V(\Psi_m) = 0$. Cela signifie que la quasi-particule d'énergie totale nulle sera réfléchiée à la position $\Psi \geq \Psi_m$.

iii) $V(\Psi) < 0$ lorsque Ψ varie de 0 à Ψ_m . Cette dernière condition indique que $V(\Psi)$ doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée. En vertu de ces trois conditions, l'équation (2.24) admettra alors une solution en onde solitaire si

$$\left[\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right]_{\Psi=0} < 0 \quad (2.27)$$

ou

$$\left[\frac{d^2V(\Psi)}{d\Psi^2} \right]_{\Psi=0} = - \left\{ \sigma + f(1 - \beta) + \frac{(f-1)Q_{d0}}{M^2} + \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left(\frac{dQ_d}{d\Psi} \right)_{\Psi=0} \right\} < 0 \quad (2.28)$$

Moyennant l'expression de Q_d en fonction de Ψ [voir Eq. (2.21)], la condition (2.27) peut être explicitée sous la forme

$$\begin{aligned} & - \frac{(f-1)}{Q_{d0}} \left\{ \frac{[-\frac{40}{15}W(B)Bf(15+24\alpha)(1/f(15+24\alpha)+1+\sigma+B_1)]}{[(1+W(B)Bf(15+24\alpha))] + B_1} \right\} \\ & - \sigma - f(1 - \beta) - \frac{(f-1)Q_{d0}}{M^2} < 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

où

$$\begin{aligned} B &= \frac{15(1+3\alpha)\sqrt{\mu\sigma}}{f(15+72\alpha)} \exp\left(\sigma \frac{15+72\alpha}{15+24\alpha}\right) \\ B_1 &= \frac{80\alpha\sigma}{15+24\alpha} - \frac{40\sigma\alpha(15+72\alpha)}{(15+24\alpha)^2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Intéressons nous maintenant à la nature de ces structures solitaires (compression ou raréfaction). Cette nature peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ à l'ordre trois en séries de Taylor. Les paramètres critiques sont ceux pour lesquels le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel

$V(\Psi)$ se trouvera du côté des Ψ négatifs (soliton de raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des Ψ positifs (soliton de compression). En vertu des deux expressions suivantes

$$\left(\frac{dQ_d}{d\Psi}\right)_{\Psi=0} = - \left\{ \frac{Q_{d0} [\sigma + f(1 - \beta)]}{(f - 1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2} \right\} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^3V(\Psi)}{d\Psi^3}\right)_{\Psi=0} &= - \left\{ 1 + f\beta + \frac{(f - 1)}{Q_{d0}} \left[-2 \left(\frac{Q_{d0} [\sigma + f(1 - \beta)]}{(f - 1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2} \right) \frac{Q_{d0}}{M^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. 3 \frac{Q_{d0}^3}{M^2} + \left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2} \right)_{\Psi=0} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

notre analyse a révélé que si

$$\left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0} - \left\{ \frac{Q_{d0} (1 + f\beta)}{(f - 1)} - 2 \left(\frac{Q_{d0} [\sigma + f(1 - \beta)]}{(f - 1)} + \frac{Q_{d0}^2}{M^2} \right) + 3 \frac{Q_{d0}^3}{M^2} \right\} > 0 \quad (2.33)$$

l'équation (2.24) n'admettra que des structures solitaires de compression et, dans le cas inverse, des structures solitaires de raréfaction. Notons au passage qu'il nous a été possible, grâce à la relation (2.21), d'exprimer de manière explicite le terme $\left(\frac{d^2Q_d}{d\Psi^2}\right)_{\Psi=0}$. Cependant et eu égard au fait que cette expression est assez complexe nous avons jugé utile de ne pas la rapporter dans ce manuscrit.

2.3.2 Résultats numériques et discussion

L'équation (2.24) est résolue numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes "raides". Le plasma de base est supposé être composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour entreprendre l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-6}$ ont été choisies. La figure 1a montre la variation spatiale de Ψ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (figure 1b). Chaque pic de Ψ correspond à une valeur nulle de $V(\Psi)$. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -2$, $T_e = 1.2$ eV, $\sigma = 0.5$ et $M = 1.2$ ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des structures solitaires soient satisfaites. Les résultats révèlent que les effets non thermiques affectent de manière significative le profil spatial de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Une augmentation de α entraîne une diminution de l'amplitude du soliton et une augmentation de sa largeur, i.e, une fraction d'ions non thermiques relativement petite peut rendre le profil

de l'onde solitaire moins connu. La charge des grains de poussière Q_d (figure 2) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 2 indique qu'à mesure que le nombre des ions énergétiques augmente, le grain de poussière collecte plus d'ions positifs réduisant ainsi la charge négative nette résidant sur la surface du grain (Q_d est moins négative pour les petites valeurs de α dans la région de localisation du soliton). Les grains de poussière (figure 3) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, est plus effective pour les petites valeurs de α . Le vide électronique associé s'élargit tandis que sa profondeur diminue à mesure que α augmente. Nous avons alors gardé constante la valeur du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ pour voir dans quelle mesure les ions non thermiques peuvent-ils affecter la gamme des valeurs admissibles du nombre de Mach M pour l'existence des solutions en ondes solitaires. Les résultats de notre investigation ont alors révélé que notre modèle de plasma peut admettre la propagation d'ondes solitaires de type subsonique ($M < 1$, Figs. 5a-5b). Malheureusement et à cause de la nature hautement non linéaire des équations de base du modèle, il ne nous a pas été possible d'obtenir analytiquement et de manière explicite les critères d'existence de telles ondes acoustiques poussiéreuses subsoniques, à moins qu'un développement en séries de puissances (à titre d'exemple) ne soit fait. Ce dernier, au delà de son caractère parfois complexe, peut donner des résultats quantitativement incorrects. Cependant, on peut toujours essayer de trouver s'il existe ou non une limite supérieure de M au delà de laquelle les solutions solitaires n'existent plus. Cette limite peut être obtenue grâce à la condition $V(\Psi_c) \leq 0$, où Ψ_c est la valeur minimale (pour les ondes de raréfaction) ou maximale (pour les ondes de compression) de Ψ au delà de laquelle la densité des grains de poussière $N_d = 1/(1 - 2\chi/M^2)^{1/2} = 1/(1 - 2 \int_0^\Psi Q_d d\Psi/M^2)^{1/2}$ n'est plus réelle.

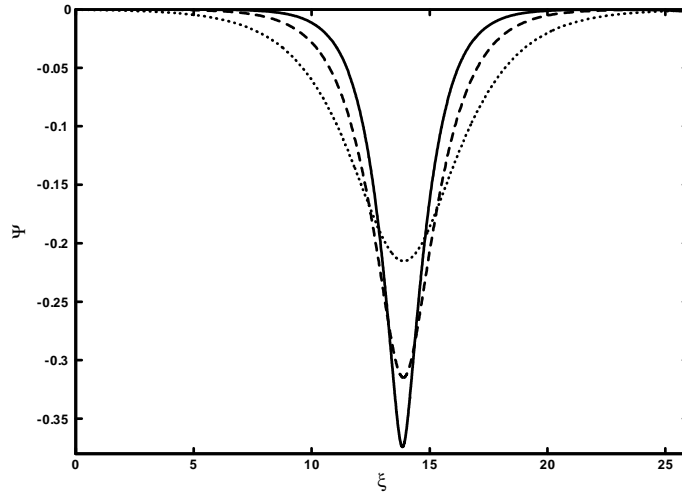


Figure 1a: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ (trait plein, $f = 1.74$), 0.2 (tirets, $f = 1.81$) et 0.3 (pointillés, $f = 1.86$), avec $M = 1.2$, $\sigma = 0.5$, $Q_{d0} = -2$ et $T_e = 1.2$ eV.

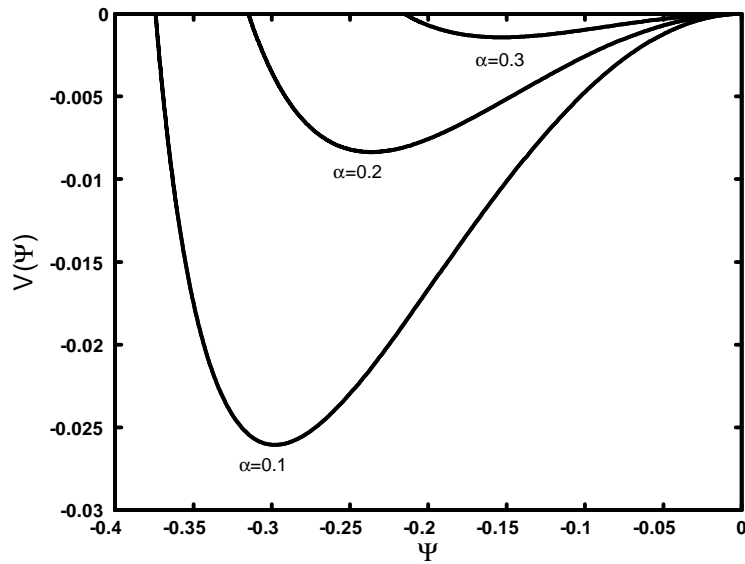


Figure 1b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 1a pour différentes valeurs du paramètre non thermique α .

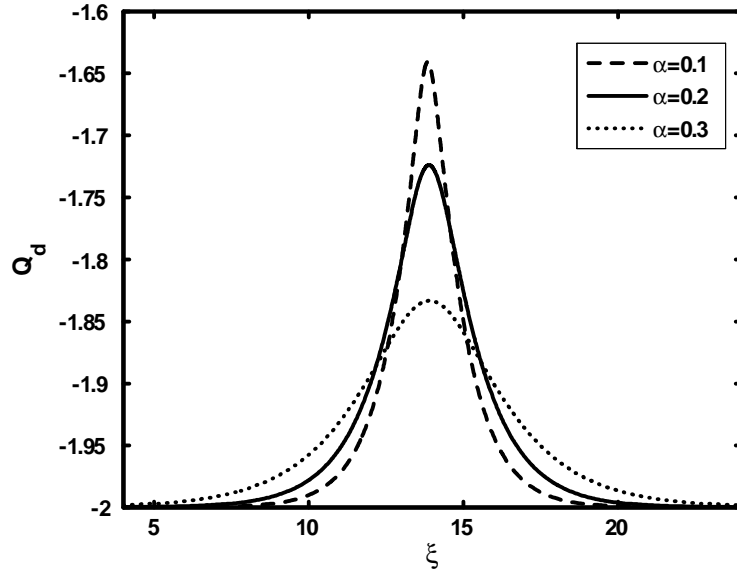


Figure 2: Profil spatial de la charge du grain de poussière Q_d pour différentes valeurs de α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

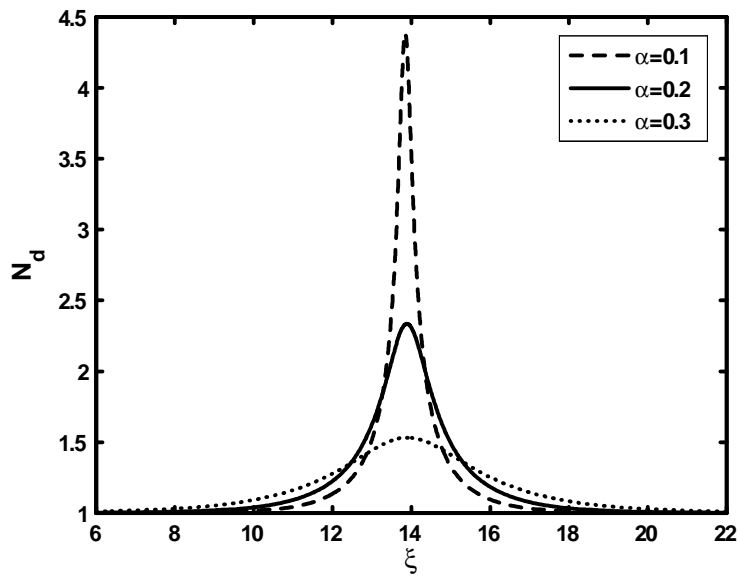


Figure 3: Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

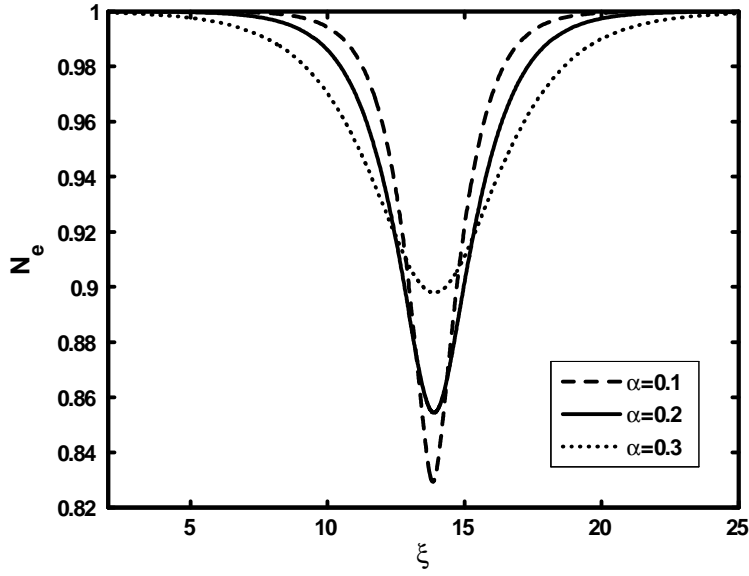


Figure 4: Profil spatial de la densité électronique N_e pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a.

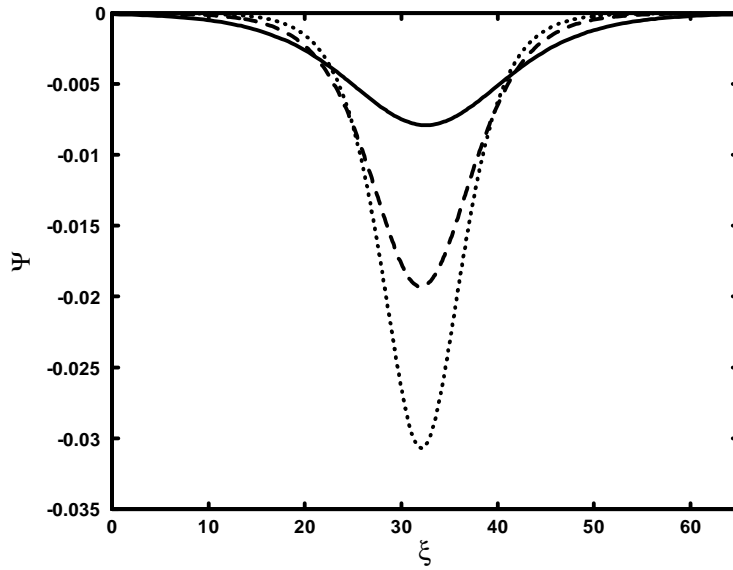


Figure 5a: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussièreuse pour différentes valeurs du paramètre non thermique $M = 0.86$ (traits pleins), 0.87 (tirets) et 0.88 (pointillés). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 1a avec $\alpha = 0.1$.

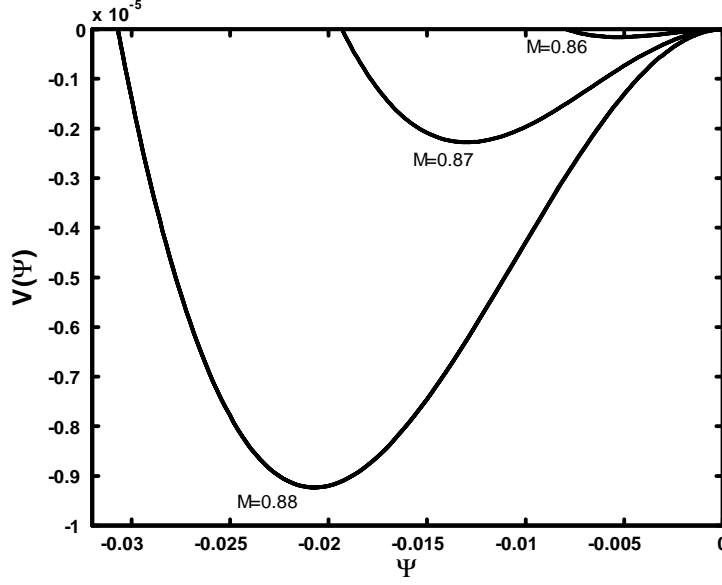


Figure 5b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 5a pour différentes valeurs du nombre de Mach M .

2.4 Effet de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$)

Nous allons maintenant reprendre l'analyse de la section précédente en tenant compte du terme convectif de l'équation (2.15). Le but est de voir dans quelle mesure la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge peut-elle affecter le soliton acoustique poussiéreux de la section précédente. Rappelons qu'il est maintenant admis que la variation non adiabatique de la charge des grains introduit un nouveau mécanisme de dissipation de l'énergie dit mécanisme de dissipation anormale de l'énergie. Pour cela, considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante [71], [72]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (2.34)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right)^{1/2} \quad (2.35)$$

représente la vitesse perturbée du grain et δ est la fonction delta. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (2.36)$$

où

$$\gamma = \frac{2r_d\sigma T_e^2}{m_d e^2 v_{d0}^2} \quad (2.37)$$

et

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (2.38)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. Les équations de Poisson et de la charge du grain sont alors données respectivement par

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = N_e - fN_i + (f - 1)\frac{Q_d}{Q_{d0}}N_d \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{dX} = & kN_d \left\{ -N_e\sqrt{\mu/\sigma}\exp(Q_d) + f\exp(-\Psi)/(1 + 3\alpha) \right. \\ & \left. \times \left[1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16\alpha}{3}\Psi + 4\alpha\Psi^2 - \frac{Q_d}{\sigma} \left(1 + \frac{8\alpha}{5} + \frac{8\alpha}{3}\Psi + 4\alpha\Psi^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.40)$$

où

$$k = \left(\frac{2n_{e0}e^2r_d^2\sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (2.41)$$

et $X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_i/4\pi n_{d0}Z_d e^2)^{1/2}$. A l'équilibre ($\Psi = 0$), l'équation (2.40) requiert

$$f = \frac{(1 + 3\alpha)\sqrt{\mu/\sigma}\exp(Q_{d0})}{1 + \frac{24\alpha}{5} - \frac{Q_{d0}}{\sigma}(1 + \frac{8}{5}\alpha)} \quad (2.42)$$

Les équations (2.38), (2.39) et (2.40) sont une nouvelle fois intégrées numériquement. La figure 6 montre que lorsque la charge des grains de poussière est variable, la profondeur du potentiel solitaire augmente alors que sa largeur est légèrement réduite. Cet élargissement additionnel (dû à la variation de la charge du grain de poussière) est plus prononcé pour les grandes valeurs de α , tel que indiqué sur la figure 7. La figure 8 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important : la variation de la charge donne lieu à une dissipation alternative (autre que celle due aux collisions ou à l'interaction onde-particule) de l'énergie qui se traduit par une diminution de l'amplitude du front de l'onde et un transfert vers ce que l'on appelle une queue de

bruit. Un effet similaire a été rapporté récemment par Gupta *et al.* [73]. Cette structure représente en réalité une onde de choc dite non collisionnelle car, à l’opposée de l’onde de choc classique, son apparition ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement de Landau non linéaire). Rappelons qu’une onde de choc résulte de l’équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique déjà connue), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement [73], [74] qu’expérimentalement [63]. Notons le phénomène de séparation de la charge électrique qui se manifeste par l’apparition de quelques oscillations dans le profil de l’onde de choc. Ces oscillations tendent à disparaître pour des valeurs élevées du paramètre non thermique α (Fig. 8) (cas de dissipation anormale dominante). Nous avons alors mené une investigation numérique sur un large spectre des paramètres du plasma dans le but d’établir le critère d’apparition des ondes de choc ou des ondes solitaires. Nous avons noté que l’amortissement anormal est intimement relié à la valeur de la constante k [Eq. (2.41)]: les grandes valeurs de k favorisent le développement de structures cohérentes (solitons) alors que les plus petites d’entre elles sont associées à l’existence de structures dissipatives (ondes de choc). Finalement, notons que la nature des ondes acoustiques poussiéreuses associées à notre présent modèle de plasma dépend sensiblement du paramètre non thermique α . Au-delà de certaines valeurs critiques de α , des ondes solitaires et/ou de choc compressives peuvent apparaître comme l’ont récemment noté El Taibany *et al.* [75], [76]. Une augmentation de α entraîne une diminution progressive de l’amplitude du pulse négatif (Figs. 6 et 7) et de la hauteur du front de l’onde (Fig. 8) jusqu’à ce que des ondes acoustiques de compression apparaissent.

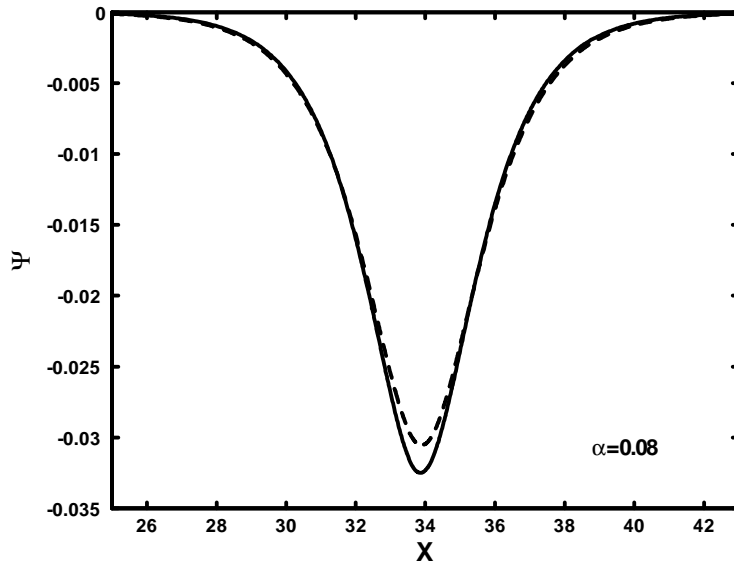


Figure 6: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas de la charge constante du grain (trait plein) et charge variable (tirets), avec $Q_{d0} = -2.38$, $T_e = 1\text{eV}$, $\sigma = 0.6$, $n_{i0} = 7 \cdot 10^{12}\text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 90\text{ cm/s}$, $r = 1\mu\text{m}$ et $\alpha = 0.08$. Les valeurs de k et de f sont données, respectivement, par 894.77 et 1.08.

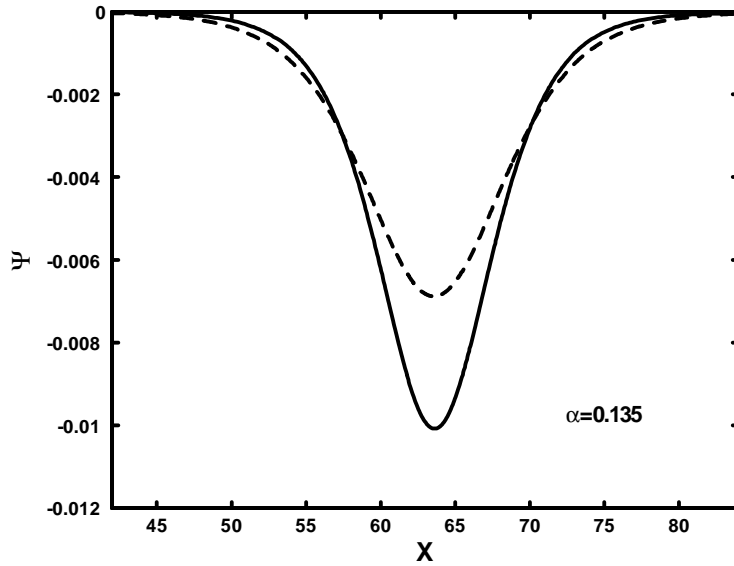


Figure 7: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse dans le cas de la charge constante du grain (trait plein) et de la charge variable (tirets). Les valeurs des paramètres utilisés sont celles de la figure 6, avec $\alpha = 0.135$ ($k = 883.48$ et $f = 1.11$).

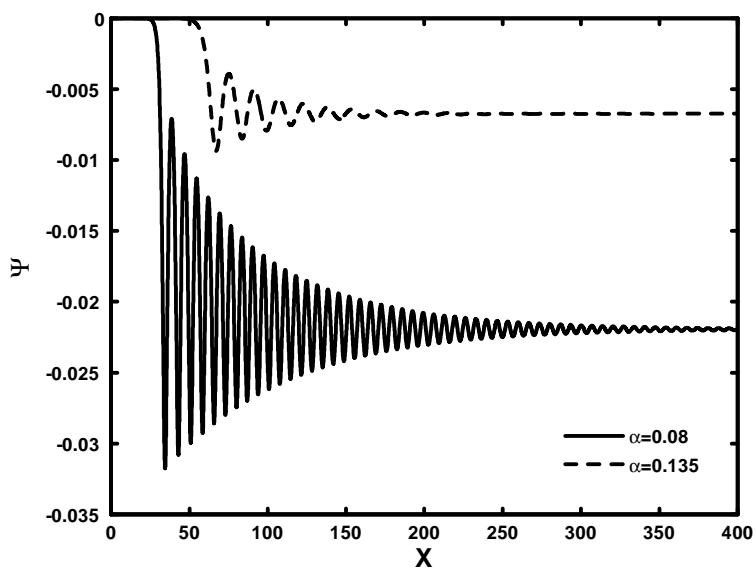


Figure 8: Solution en onde de choc du potentiel électrostatique Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour deux valeurs différentes du paramètre non thermique $\alpha = 0.08$ ($k = 0.105$ et $f = 1.08$) et $\alpha = 0.135$ ($k = 0.105$ et $f = 1.11$). Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 6, avec $n_{i0} = 10^5 \text{cm}^{-3}$.

3

Influence des ions non thermiques sur l'amortissement anormal de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux à charge variable

Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation des deux modes acoustiques poussiéreux. C'est pourquoi, le but de ce chapitre consiste à investir, au moyen d'une approche hybride (analytique et numérique), l'amortissement anormal du mode acoustique non linéaire causé par la variation de la charge des grains dans un plasma complexe contenant des ions non thermiques. L'accent sera alors mis, sur l'effet de non thermalité ionique sur l'amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse. L'expression de la charge du grain, provenant de la collecte des électrons et des ions du plasma, sera déterminée de manière self-consistante et le courant ionique non thermique, établi en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique, sera exploité.

3.1 Présentation physique du problème

Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Ces travaux se sont, particulièrement, focalisés sur l'étude des ondes, des instabilités et des processus de charge dans les plasmas poussiéreux.

Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation des deux nouveaux modes (modes acoustique et acoustique ionique poussiéreux) et donne lieu à une dissipation dite anormale. Par ailleurs, la charge des grains peut fluctuer devenant une nouvelle variable dynamique. De plus, le comportement des ions peut être fortement affecté par le potentiel non linéaire du plasma en produisant une population d'ions énergiques et rapides (non thermiques). Ces derniers peuvent modifier de manière drastique les caractéristiques de la propagation des ondes dans les plasmas non collisionnels et leur présence a été confirmée par de nombreuses observations spatiales [77]-[80]. Ghosh *et al.* [81] ont analysé l'effet des ions non thermiques sur la propagation des ondes linéaires en incluant l'effet de la variation de la charge électrique des grains de poussière. Zhang et Xue [82] ont établi une équation de type Korteweg- de Vries- Burger (K-dVB) dans un plasma poussiéreux magnétisé contenant des ions non thermiques. El-Taibany et Sabry [75] ont étudié l'influence conjuguée des ions non thermiques et de la fluctuation de la charge du grain de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse non linéaire dans un plasma magnétisé. Zhang *et al.* [83] ont étudié l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux magnétisé à charge variable en présence d'ions non thermiques à deux températures. El-Taibany et Kourakis [84] ont considéré l'effet combiné des ions non thermiques, de la fluctuation non adiabatique de la charge et de l'inhomogénéité du plasma sur l'onde acoustique poussiéreuse. Plus récemment, Tribeche et Amour [65] ont étudié l'influence des ions non thermiques sur la propagation de l'onde acoustique solitaire dans un plasma poussiéreux à charge variable et ont établi un modèle semi-analytique. Tribeche et Benzekka [68] ont étudié l'effet des ions non thermiques sur l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable dans un plasma électrostatif.

A notre connaissance, aucune étude n'a porté sur l'effet des ions non thermiques sur l'amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la variation de la charge des grains. C'est pourquoi, l'objectif de ce chapitre est de présenter, en faisant appel à la méthode de la perturbation réductive, l'effet conjugué des ions non thermiques et de la variation de la charge des grains de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse. Rappelons que le courant de charge ionique non thermique approprié a été établi en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique.

3.2 Formulation mathématique

Nous allons nous intéresser aux solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude faible mais finie, dans le cas de grains de poussière à charge variable. Pour cela, nous considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons Maxwelliens, d'ions non thermiques et de grains de poussière négatifs à charge variable de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. La densité des électrons est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (3.1)$$

La dynamique unidimensionnelle des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides (continuité, mouvement, Poisson) adimensionnelles suivantes [85]

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -\mu_d (\Delta Q_d - 1) \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \delta N_e - N_i - (\Delta Q_d - 1)(1 - \delta) N_d \quad (3.4)$$

où $\mu_d = Z_{d0} m_i / m_d$ et $\delta = n_{e0} / n_{i0}$. N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_i = (T_e / m_i)^{1/2}$, Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_e / e et $\Delta Q_d = Q_d + 1$ est la charge d'un grain de poussière normalisée par $Z_{d0} e$ (Z_{d0} est le nombre d'électrons résidant sur la surface du grain de poussière à l'équilibre). Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par la période ionique du plasma $\omega_{pi}^{-1} = (m_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ et la longueur de Debye $\lambda_{Di} = (T_e / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$. $q_{j=e,i} = \mp e$ sont les charge électriques, m_j les masses et T_j les températures.

Les ions non thermiques sont décrit par la fonction de distribution, suivante [69]

$$f_i(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi V_{ti}^2}\right)^{3/2} \left[1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{V_{ti}^2} + 2\frac{e\phi}{T_i}\right)^2\right] \exp\left(-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2V_{ti}^2} - \frac{e\phi}{T_i}\right) \quad (3.5)$$

où α est un paramètre désignant la fraction d'ions non thermiques présents dans notre modèle de plasma et $V_{ti} = \sqrt{T_i / m_i}$ représente la vitesse thermique ionique. En intégrant la

distribution (3.5) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des ions non thermiques normalisée suivante

$$N_i = \left\{ 1 + \beta \left(\frac{\Psi}{\sigma} + \frac{\Psi^2}{\sigma^2} \right) \right\} \exp \left(-\frac{\Psi}{\sigma} \right) \quad (3.6)$$

avec $\sigma = T_i/T_e$ et $\beta = 4\alpha/(1 + 3\alpha)$.

3.2.1 Charge des grains de poussière

Le grain de poussière est assimilé à une sonde immergée dans un plasma. Sa charge provient de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma de base. Par conséquent, la charge du grain normalisée ΔQ_d est déterminée de manière self-consistante par [86]

$$\frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial T} + V_d \frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial X} = \frac{1}{\omega_{pi} \tau_{ch}} \frac{(I_e + I_i)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (3.7)$$

où $\tau_{ch} = v_{ch}^{-1}$, I_e et I_i sont, respectivement, la fréquence de charge du grain de poussière, le courant électronique et le courant ionique. Les expressions normalisées du courant électronique Maxwellien [31] et ionique non thermique [65] (voir chapitre précédent) sont données, respectivement, par

$$I_e = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp(\Psi) \exp[z(\Delta Q_d - 1)] \quad (3.8)$$

et

$$I_i = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \frac{n_{i0}}{(1 + 3\alpha)} \exp(-\Psi/\sigma) \left\{ 1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{16\alpha}{3\sigma} \Psi + \frac{4\alpha}{\sigma^2} \Psi^2 - z(\Delta Q_d - 1)/\sigma \left(1 + \frac{8\alpha}{5\sigma} + \frac{8\alpha}{3\sigma} \Psi + \frac{4\alpha}{\sigma^2} \Psi^2 \right) \right\} \quad (3.9)$$

où $z = Z_{d0} e^2 / r_d T_e$.

3.3 Analyse faiblement non linéaire

Pour étudier l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire, nous utilisons la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [10]. Contrairement à l'approche du pseudo-potentiel (voir chapitre précédent), la méthode de la perturbation réductive, utilisée généralement dans le cas d'amplitude petite mais finie, se base sur un développement en séries de puissances des variables (potentiel, vitesse, densité, ...) du plasma. Pour ce faire, nous introduisons les changements de variable suivants

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T), \tau = \varepsilon^{3/2}T \quad (3.10)$$

où λ est la vitesse de phase linéaire normalisée de l'onde acoustique poussiéreuse linéaire et ε un paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde. Par conséquent, les équations (3.2)-(3.4) peuvent être réécrites sous la forme

$$\varepsilon \frac{\partial N_d}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_d}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial \xi} = 0 \quad (3.11)$$

$$\varepsilon \frac{\partial V_d}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_d}{\partial \xi} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial \xi} = -\mu_d (\Delta Q_d - 1) \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} = \delta N_e - N_i - (\Delta Q_d - 1)(1 - \delta) N_d \quad (3.13)$$

Les variables dynamiques sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\begin{aligned} N_d &= \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \varepsilon^3 N_d^{(3)} + \dots \\ V_d &= \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \varepsilon^3 V_d^{(3)} + \dots \\ \Psi &= \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \varepsilon^3 \Psi^{(3)} + \dots \\ \Delta Q_d &= \varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} + \varepsilon^3 \Delta Q_d^{(3)} + \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

En substituant les développements en séries de puissance précédents dans le système d'équations (3.11)-(3.13) et en tenant compte de l'approximation suivante (voir Ref. [86])

$$1/\omega_{pi} \tau_{ch} \sim v \varepsilon^{3/2} \quad (3.15)$$

où $v \approx O(1)$, nous obtenons, à l'ordre le plus petit en ε , les relations suivantes

$$\begin{aligned} V_d^{(1)} &= \frac{-\mu_d \Psi^{(1)}}{\lambda} \\ &= \lambda N_d^{(1)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

La substitution des équations (3.1) et (3.6) dans l'équation de Poisson (Eq. 3.13) donne

$$N_d^{(1)} = \left(\frac{\delta - (\beta - 1)/\sigma}{1 - \delta} \right) \Psi^{(1)} - \Delta Q_d^{(1)} \quad (3.17)$$

En utilisant les changements de variables précédents (Eq. 3.10), les développements en séries de puissances de (3.14) et en tenant compte de l'approximation (3.15), l'équation de charge (Eq. 3.7) peut être réécrite comme suit

$$\left[\left(-\lambda \varepsilon^{1/2} + \varepsilon^{3/2} V_d^{(1)} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \left(\varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} \right) = v \varepsilon^{3/2} \frac{(I_e + I_i)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (3.18)$$

En portant les équations (3.8) et (3.9) dans (3.18) et en gardant à l'esprit qu'à l'équilibre $Q_d(\Psi = 0) = -Z_{d0}e$, nous obtenons

$$\frac{\partial \Delta Q^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \Rightarrow \Delta Q^{(1)} = 0 \quad (3.19)$$

Notons au passage qu'en établissant l'équation (3.19), nous avons supposé que pour $\zeta \rightarrow \infty$, toutes les perturbations s'annulent. En éliminant $N_d^{(1)}$, $\Psi^{(1)}$ et $\Delta Q_d^{(1)}$ des équations (3.16), (3.17) et (3.19), nous obtenons l'expression de la vitesse de phase linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu_d(1-\delta)}{\delta - (\beta - 1)/\sigma}} \quad (3.20)$$

Aux ordres les plus élevés en ε , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \xi} + \mu_d \Delta Q^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \mu_d \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} &= (1-\delta) \left(N_d^{(2)} - \Delta Q^{(2)} - N_d^{(1)} \Delta Q^{(1)} \right) \\ &+ (\delta - (\beta - 1)/\sigma) \Psi^{(2)} + \frac{1}{2} (\delta - 1/\sigma^2) \Psi^{(1)^2} \end{aligned} \quad (3.23)$$

De même, en substituant les développements de Ψ et ΔQ_d (Eq. 3.14) dans le second membre de l'équation (3.18) et en utilisant l'équation (3.19), nous obtenons

$$\frac{\partial \Delta Q^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{v\sigma}{\lambda z(1+z+\sigma)} \left\{ \delta(1-z) - \frac{1}{\sqrt{\sigma\mu}(3\alpha+1)} \left(\frac{8\alpha}{15} - 1 + \frac{z}{\sigma} \left(\frac{16\alpha}{15} - 1 \right) \right) \right\} \Psi^{(1)} \quad (3.24)$$

En différenciant l'équation (3.23) par rapport à ξ , nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} &= (1-\delta) \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - (1-\delta) \frac{\partial \Delta Q^{(2)}}{\partial \xi} \\ &+ \left(\frac{\delta - (\beta - 1)/\sigma}{1-\delta} \right) \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} + (\delta - 1/\sigma^2) \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Finalement, en remplaçant l'expression de $\partial \Delta Q^{(2)}/\partial \xi$ (Eq. 3.24) et en éliminant, en utilisant les équations (3.21) et (3.22), le terme $\partial/\partial \xi \left[(1-\delta) N_d^{(2)} + \left(\frac{\delta - (\beta - 1)/\sigma}{1-\delta} \right) \Psi^{(2)} \right]$ de l'équation (3.25), nous obtenons l'équation de Korteweg-de Vries amortie suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} + C \Psi^{(1)} = 0 \quad (3.26)$$

Où les coefficients A , B et C traduisent, respectivement, la non linéarité, la dispersion et la dissipation (amortissement) et sont donnés par

$$A = \frac{-\lambda^3}{2\mu_d(1-\delta)} \left[\left(\delta - \frac{1}{\sigma^2} \right) + (1-\delta) \frac{3\mu_d^2}{\lambda^4} \right] \quad (3.27)$$

$$B = \frac{\lambda^3}{2\mu_d(1-\delta)} \quad (3.28)$$

$$C = \frac{\lambda^2 \sigma v}{2\mu_d z(z + \sigma + 1)} \left[\delta(1-z) - \frac{1}{\sqrt{\sigma\mu}(3\alpha + 1)} \left(\frac{8\alpha}{15} - 1 + \frac{z}{\sigma} \left(\frac{16\alpha}{15} - 1 \right) \right) \right] \quad (3.29)$$

Rappelons qu'une équation similaire a été déjà obtenue, dans le contexte de l'onde acoustique poussiéreuse (DA), par Rao et Shukla [87]. Les expressions de A et C indiquent que les coefficients non linéaire et dissipatif dépendent du paramètre non thermique α . Le coefficient dispersif B qui ne dépend pas explicitement de α est similaire à celui obtenu par Ghosh *et al.* [86]. Notons aussi que l'amortissement anormal (Eq. 3.29) s'annule dans deux cas : $v = 0$ et $\delta = n_{e0}/n_{i0} = 1$. Le premier cas entraîne l'annulation du second membre de l'équation (3.7), et le deuxième reflète l'absence des grains de poussière. Par conséquent, l'amortissement est principalement dû à la variation de la charge des grains de poussière.

3.3.1 Résultats numériques et discussion

Nous allons analyser, dans cette section, le comportement du terme non linéaire A et de l'amortissement C en fonction des différents paramètres du plasma. Les résultats numériques montrent que le terme non linéaire A et l'amortissement C sont affectés par les effets non thermiques. La valeur absolue de A diminue (Fig. 1) tandis que celle de l'amortissement C augmente (Fig. 2) à mesure que le paramètre non thermique α augmente. Autrement dit, lorsque les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique, la dissipation anormale peut prévaloir sur les phénomènes non linéaires. La figure 3 indique que le coefficient C décroît au fur et à mesure que le rapport de densité δ augmente, révélant ainsi que l'amortissement tend à devenir négligeable à mesure que l'appauvrissement en grains de poussière devient important (pour $\delta = 1$, $n_{d0} \rightarrow 0$). Ce phénomène de dissipation n'est, par conséquent, dû qu'à la variation de la charge électrique des grains de poussière. Pour des valeurs de α et δ fixes, le coefficient C devient important à mesure que le rapport de température ($\sigma = T_i/T_e$) augmente (Fig. 4).

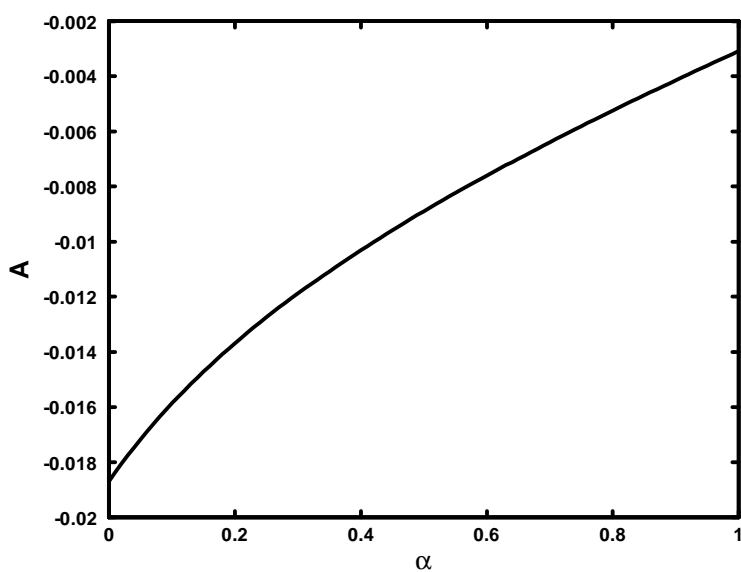


Figure 1: Variation du coefficient non linéaire A en fonction du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $\delta = 0.5$ et $z = 1.97$.

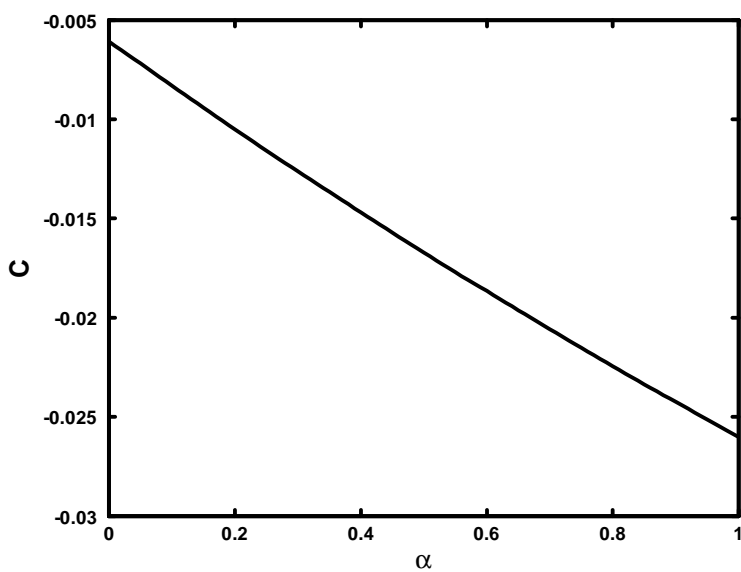


Figure 2: Variation de l'amortissement C en fonction du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $\delta = 0.5$ et $z = 1.97$.

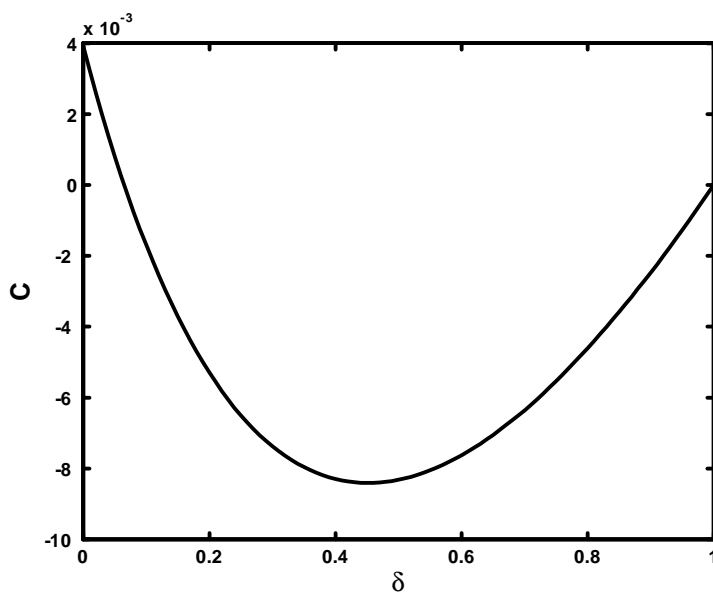


Figure 3: Variation de l'amortissement C en fonction du rapport de densité δ , avec $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $\alpha = 0.1$ et $z = 1.97$.

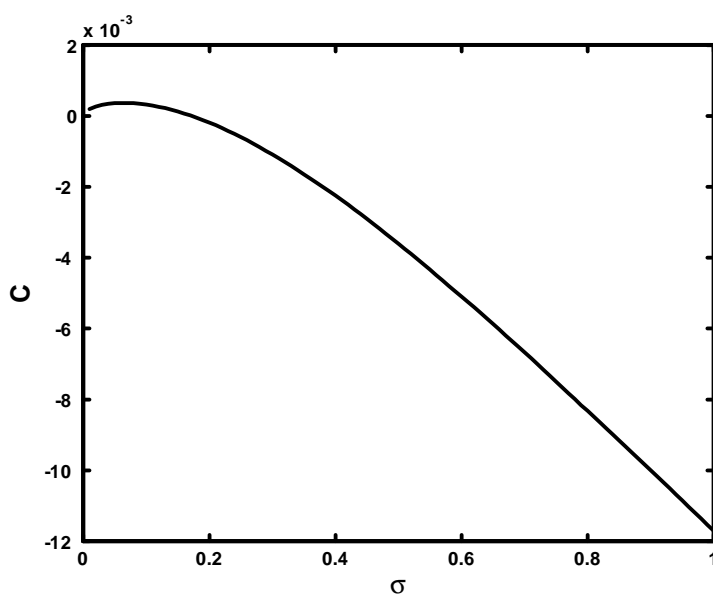


Figure 4: Variation de l'amortissement C en fonction du rapport de température σ , avec $\delta = 0.5$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $\alpha = 0.1$ et $z = 1.97$.

3.3.2 Solution en onde solitaire de l'équation K-dV amortie

Communément, l'existence d'une solution en onde solitaire de l'équation de K-dV résulte de l'équilibre entre la non linéarité et la dispersion : la non linéarité a tendance à localiser l'excitation alors que la dispersion l'étale. Il est essentiel de noter que c'est un équilibre

stable. Si l'on part d'un profil initial trop étroit, la dispersion prédomine et l'onde aura tendance à s'étaler jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. Par ailleurs, si l'on part d'un profil initial trop étalé, la dispersion sera nettement dominée par la non linéarité qui aura tendance à localiser la solution. C'est cette remarquable propriété qui rend le concept de soliton si utile et si fascinant. Bien entendu, la solution de l'équation (3.26), en raison de la dissipation (amortissement) causée par la variation de la charge des grains, est différente de celle de l'équation K-dV ordinaire [88]. La solution de l'équation K-dV amortie (Eq. 3.26) est donnée par [86]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)}(\tau) \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{A\Psi_m^{(1)}(\tau)}{12B}} (\xi - U\tau) \right] \quad (3.30)$$

où $\Psi_m^{(1)} = \Psi_0^{(1)} \exp(-C\tau)$ et $U = (A\Psi_0^{(1)}/6) \exp(-C\tau)$ décrivent, respectivement, l'amplitude et la vitesse du soliton. En utilisant le changement de variable $\zeta = \xi - U_0\tau$, nous obtenons une équation différentielle ordinaire d'ordre 3 par rapport à $\psi = \Psi^{(1)}(\zeta)$

$$-U_0 \frac{d\psi}{d\zeta} + A\psi \frac{d\psi}{d\zeta} + B \frac{d^3\psi}{d\zeta^3} + C\psi = 0 \quad (3.31)$$

Pour $C = 0$ (cas non dissipatif), cette dernière (Eq. 3.31) peut être intégrée pour obtenir

$$B \frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + \frac{A}{2}\psi^2 - U_0\psi = 0 \quad (3.32)$$

La figure 5 représente la variation du potentiel électrostatique ψ en fonction de ζ . Le résultat numérique montre qu'à mesure que α augmente (le caractère non thermique du plasma devient plus important), l'amplitude et la largeur du soliton augmentent.

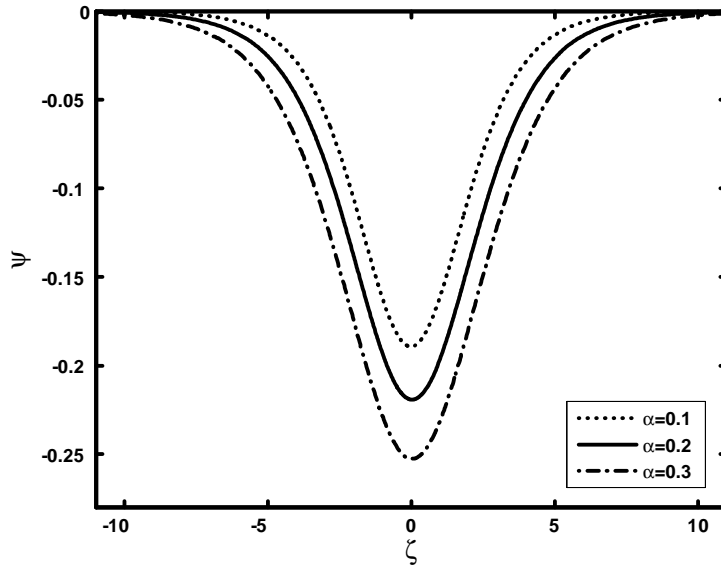


Figure 5: Solution en onde solitaire (avec $C = 0$) pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\delta = 0.5$, $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $U_0 = 0.001$ et $z = 1.97$.

4

Ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non extensifs

4.1 Présentation physique du problème

La statistique non extensive basée sur la déviation de la mesure d'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS) a suscité un grand intérêt durant les deux dernières décennies. Une généralisation non extensive appropriée de l'entropie de BGS a été identifiée pour la première fois par Renyi [11] et proposée bien plus tard par Tsallis [12], en prolongeant l'additivité standard des entropies au cas non extensif caractérisé par un paramètre particulier, appelé indice entropique q , qui désigne le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond au cas extensif de BGS). Cette entropie non additive de Tsallis a été exploitée avec succès dans un large éventail de phénomènes [13]-[27]. Bien entendu, la distribution de Maxwell- Boltzmann est universellement valide pour des systèmes en équilibre macroscopique. Cependant, la généralisation non extensive de l'entropie de BGS est due au fait qu'il est maintenant admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. Les résultats d'une expérience de propagation d'ondes électrostatiques planes dans un plasma thermique non collisionnel, sont en faveur

d'une classe de distributions de Tsallis dont le paramètre non extensif q est plus petit que l'unité [14].

Eu égard au manque d'un fondement formel, une approche non extensive à la distribution suprathermique ou Kappa a été suggérée [90]-[93]. Il a été montré que des distributions très proches des distributions Kappa sont la conséquence de l'entropie généralisée de Tsallis. Il est important de noter que certains travaux théoriques récents se sont focalisés sur les effets des particules suprathermiques sur différents types de processus collectifs linéaires et non linéaires dans les plasmas poussiéreux et les plasmas non poussiéreux [66], [67], [94]-[113].

Les oscillations acoustiques poussiéreuses dans les plasmas poussiéreux à charge variable en présence d'électrons non extensifs n'ont jamais été traitées dans la littérature des plasmas poussiéreux. Par conséquent, nous allons présenter, dans ce chapitre, une étude théorique dans le but de voir dans quelle mesure la non extensivité peut affecter les solitons acoustiques poussiéreux à charge variable [114].

4.2 Equations de base du modèle

Considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons, d'ions positifs et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. Dans une échelle de temps liée à la dynamique des grains de poussière, les ions peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et leur densité obéissant à la loi de Maxwell- Boltzmann

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) \quad (4.1)$$

où ϕ représente le potentiel électrostatique et T_i la température des ions. L'indice "0" désigne des quantités non perturbées. A l'équilibre ($\phi = 0$), la condition de quasi- neutralité requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides (continuité, mouvement, Poisson) adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (4.4)$$

N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{j=i,e}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par n_{j0} , V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse $C_d = (Z_{d0}T_e/m_d)^{1/2}$, Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_e/e et Q_d est la charge d'un grain de poussière normalisée par r_dT_e/e . Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pd} = (m_d/4\pi n_{e0}Z_{d0}e^2)^{1/2}$ et $\lambda_D = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$.

Pour modéliser l'effet des électrons non extensifs, nous nous referons à la fonction de distribution suivante [14], [55]

$$f_e(v_e) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.5)$$

C_q est la constante de normalisation qu'on déterminera par la suite, q est le paramètre entropique désignant le degré de non extensivité et Γ est la fonction gamma standard. Il est utile de noter que pour $q < -1$, la fonction de distribution (4.5) est non normalisable [14]. Dans le cas de la limite extensive ($q \rightarrow 1$), la distribution (4.5) se réduit à la distribution des vitesses, bien connue, de Maxwell-Boltzmann. Il est aisé de vérifier qu'en raison de $\left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\} \geq 0$, la distribution (4.5) exhibe (pour $q > 1$) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{e\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e} \left(\frac{e\phi}{T_e} + \frac{1}{q-1} \right)} \quad (4.6)$$

La constante C_q peut être déterminée en moyennant la fonction de distribution sur tout l'espace des vitesses. Dans ce cas ($\phi = 0$), la distribution (4.5) et la vitesse maximum (4.6) se réduisent, respectivement, à

$$f_{e0}(v_e) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \frac{m_e v_e^2}{2T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.7)$$

et

$$v_{e\max 0} = \sqrt{2T_e/m_e(q-1)} \quad (4.8)$$

La constante C_q peut être déduite à partir des intégrales suivantes

$$n_{e0} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{e0}(v_e) dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{e\max 0}}^{+v_{e\max 0}} f_{e0}(v_e) dv_e, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

Celle-ci est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \left(\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e} \right)^{1/2}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \left(\frac{1+q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left(\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e} \right)^{1/2}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.10)$$

En intégrant la distribution (4.5) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des électrons non extensifs

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{e\max}}^{+v_{e\max}} f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

Notons que cette dernière peut être réécrite sous la forme

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ \frac{m_e(q-1)}{2T_e} v_{e\max}^2 \right\}^{1/(q-1) + (1/2)} \quad (4.12)$$

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques poussiéreuses d'amplitude arbitraire que peut propager notre modèle de plasma, les équations (4.2)-(4.4) sont réécrites en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, où M (Vitesse du soliton / C_d) représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors,

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (4.13)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (4.14)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = N_e - fN_i + \frac{Q_d}{Q_{d0}} (f-1)N_d \quad (4.15)$$

En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (4.13) et (4.14), l'expression de la densité normalisée des grains suivante

$$N_d = \frac{1}{(1 - 2\chi/M^2)^{1/2}} \quad (4.16)$$

où

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (4.17)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable.

4.2.1 Equation de la charge du grain de poussière

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique [115], la charge du grain de poussière (assimilé donc à une sonde immergée dans un plasma) provient essentiellement de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma. Ces derniers viennent se greffer sur la surface du grain. Par conséquent, la charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$v_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (4.18)$$

4.3. Solution analytique dans le cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \simeq 0$)

où I_e et I_i représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont données par [5]

$$I_e(\Psi, Q_d) = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \{1 + (q-1)\Psi\}^{1/(q-1)+(1/2)} \exp(Q_d) \quad (4.19)$$

$$I_i(\Psi, Q_d) = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \exp(-\Psi/\sigma)(1 - Q_d/\sigma) \quad (4.20)$$

où r_d est le rayon du grain, m_e la masse électronique et $\sigma = T_i/T_e$ le rapport de température. La charge électrique devient une variable dynamique, couplée de manière self-consistante aux autres variables, à savoir, la densité et le potentiel.

4.3 Solution analytique dans le cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \simeq 0$)

L'équation de la charge du grain $dq_d/dt = I_e + I_i$ peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \frac{dq_d}{d(\omega_{pd}t)} = \frac{I_e + I_i}{\nu_{ch}} \quad (4.21)$$

où

$$\begin{aligned} \nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_e} \left[\frac{\partial(I_e + I_i)}{\partial Q_d} \right]_{\Psi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \left(\frac{8\pi e^4 r_d^2 n_{i0}^2}{m_i T_i} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sqrt{\sigma\mu} \exp(Q_{d0})}{f} \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

est la fréquence de charge des grains de poussière et

$$\omega_{pd} = \left(\frac{4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{r_d^2 T_e^2 4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{e^2 m_d} \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

est la fréquence plasma du grain. Dans la théorie de la variation non adiabatique de la charge électrique du grain [81], [116], le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$, alors que dans la théorie de la variation adiabatique de la charge, ω_{pd}/ν_{ch} est très petit, $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$. A partir des équations (4.22) et (4.23), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être exprimé comme suit

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left(\frac{T_e^2 n_{d0} Q_{d0}^2 m_i T_i}{2n_{i0}^2 m_d e^6} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sqrt{\sigma\mu} \exp(Q_{d0})}{f} \right]^{-1} \quad (4.24)$$

Notons que le temps caractéristique du mouvement d'un grain, dont les dimensions sont de l'ordre du micromètre, est de l'ordre de quelques dizaines de milli-secondes alors que son temps de charge est de l'ordre de 10^{-8} s. Par conséquent, le déplacement du grain au cours du processus de charge est négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Il s'en suit que le processus de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (4.18) peut être négligé. En procédant de la même manière que dans le chapitre 2, nous avons trouvé qu'il est possible d'établir une relation entre Q_d , la charge du grain de poussière, et le potentiel plasma Ψ . Partant de

$$I_e + I_i \simeq 0 \quad (4.25)$$

et en substituant (4.19) et (4.20) dans (4.25), nous obtenons la relation suivante exprimée en termes de la fonction de Lambert

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\sigma\mu}}{f} [1 + (q-1)\Psi]^{1/(q-1)+(1/2)} \exp(\sigma + \Psi/\sigma) \right\} + \sigma \quad (4.26)$$

où $\mu = m_i/m_e$ et W est la fonction de Lambert [70]. Rappelons que $W(x)$ n'est réelle que pour $x \succeq -1/e$. Cependant, il est aisé de vérifier que

$$\frac{\sqrt{\sigma\mu}}{f} [1 + (q-1)\Psi]^{1/(q-1)+(1/2)} \exp(\sigma + \Psi/\sigma) \quad (4.27)$$

est toujours positif. A l'équilibre et en l'absence de toute perturbation ($\Psi \rightarrow 0, Q_d \rightarrow Q_{d0}$), l'équation (4.26) requiert

$$Q_{d0} = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right\} + \sigma \quad (4.28)$$

Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de Q_{d0} sera déduite à partir de la relation (4.28) ci-dessus tandis que les valeurs des autres paramètres seront préalablement définies de telle sorte que la condition $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$ soit vérifiée. En portant l'expression de Q_{d0} (Eq. 4.28) dans l'équation (4.24), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être réécrit sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = & \left(\frac{T_e^2 n_{d0} Q_{d0}^2 m_i T_i}{2 n_{i0}^2 m_d e^6} \right)^{1/2} \left\{ -W \left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right) + \sigma \right. \\ & \left. - \frac{\sqrt{\sigma\mu}}{f} W \left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right) + \sigma \exp \left[-W \left(\frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp(\sigma) \right) + \sigma \right] \right\}^{-1} \end{aligned}$$

4.3.1 Approche du pseudo-potentiel

En multipliant l'équation (4.4) par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0, d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous

obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (4.29)$$

où

$$V(\Psi) = \frac{2}{(3q-1)} \left\{ 1 - [1 + (q-1)\Psi]^{1/(q-1)+(3/2)} \right\} + f\sigma \left[1 - \exp\left(-\frac{\Psi}{\sigma}\right) \right] + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (4.30)$$

représente le potentiel de Sagdeev ou Pseudo- potentiel [9]. Il est important de noter que dans la limite Maxwellienne ($q \rightarrow 1$), les expressions suivantes $[1 + (q-1)\Psi]^{1/(q-1)+(1/2)}$ et $[1 + (q-1)\Psi]^{1/(q-1)+(3/2)}$ tendent, respectivement, vers $\exp(\Psi)$. Dans ce cas, la charge des grains de poussière (4.26) et le pseudo- potentiel (4.32) se réduisent à ceux qu'on a déjà obtenus dans le modèle semi- analytique de l'onde acoustique poussiéreuse localisée à charge variable avec un fond Maxwellien [117], à savoir,

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{f} \exp \left[\left(\frac{1}{\sigma} + 1 \right) \Psi + \sigma \right] \right\} + \sigma \quad (4.31)$$

$$V(\Psi) = 1 - \exp(\Psi) + f\sigma \left[1 - \exp\left(-\frac{\Psi}{\sigma}\right) \right] + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (4.32)$$

4.3.2 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (4.29) est résolue numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes "raides". Le plasma de base est supposé être composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-10}$ ont été choisies de telle manière à ce que les conditions d'existence des structures solitaires soient satisfaites. Le potentiel électrostatique montré dans la figure 1a exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Fig. 1b). Les paramètres suivants $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$ ont été choisis. Dans le but de voir l'effet des électrons non extensifs sur le comportement des ondes acoustiques poussiéreuses que peut propager notre modèle de plasma, nous avons tracé le potentiel électrostatique Ψ pour différentes valeurs du paramètre non extensif ($q = 0.4, 0.6$ et 0.8). Les résultats révèlent que les effets non extensifs affectent

de manière significative le profil spatial de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. Une augmentation de q ($q \rightarrow 1$) entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton tandis que sa largeur diminue, i.e., une non extensivité électronique relativement petite peut rendre le profil de l'onde solitaire plus cornu. Le cas $q < 0$ (Fig. 2) fournit des résultats semblables comparativement à ceux obtenus dans le cas $q > 0$. La charge des grains de poussière Q_d (Fig. 3) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 3 indique qu'à mesure que le paramètre q diminue (de 0.8 à 0.4), i.e., les électrons dévient de leur équilibre thermodynamique, la charge des grains de poussière devient plus négative. Les grains de poussière (figure 4) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, devient plus effective (prononcée) lorsque les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique ($q \rightarrow 1$). La figure 5 montre que les électrons sont localement expulsés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Cet appauvrissement (déplétion) électronique est moins effectif lorsque les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique. En guise de comparaison, la figure 6 montre que les résultats obtenus dans le cas $q > 1$ sont tout à fait opposés à ceux obtenus dans le cas précédent ($-1 < q < 1$). L'amplitude du soliton augmente et sa largeur diminue à mesure que le paramètre non extensif q augmente (les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique), i.e., les électrons non extensifs rendent le profil de l'onde solitaire plus cornu.

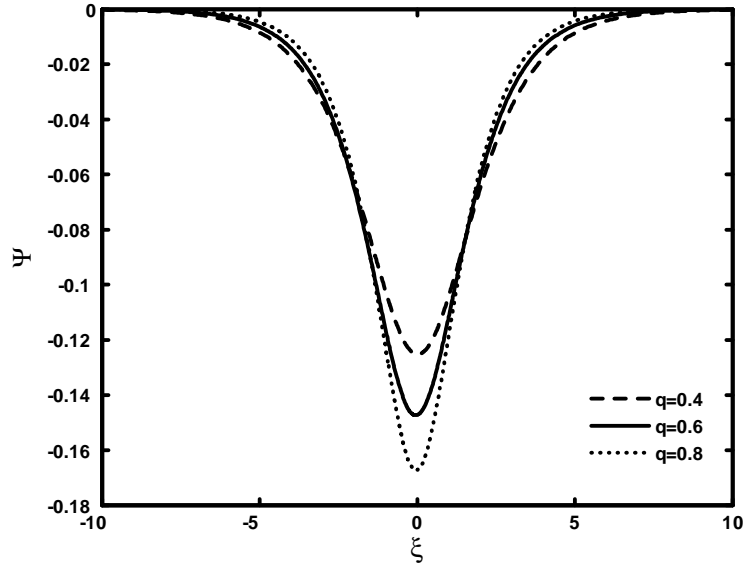


Figure 1a: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

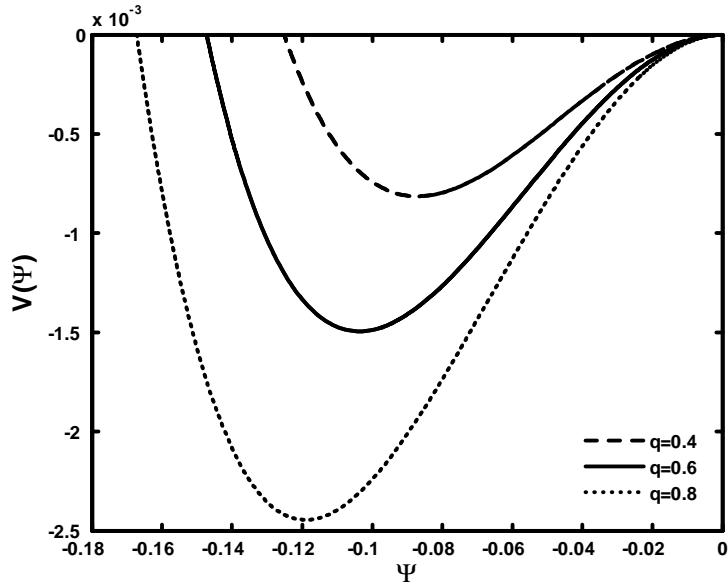


Figure 1b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 1a pour différentes valeurs de q .

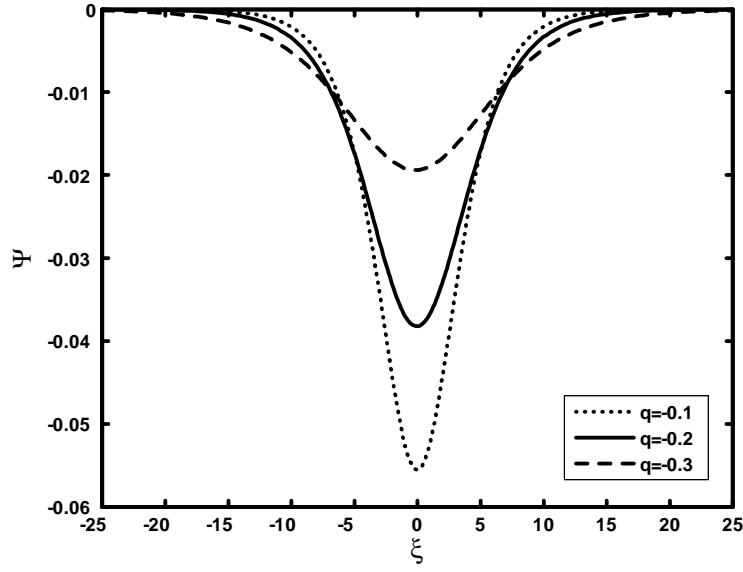


Figure 2: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif q ($q < 0$), avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

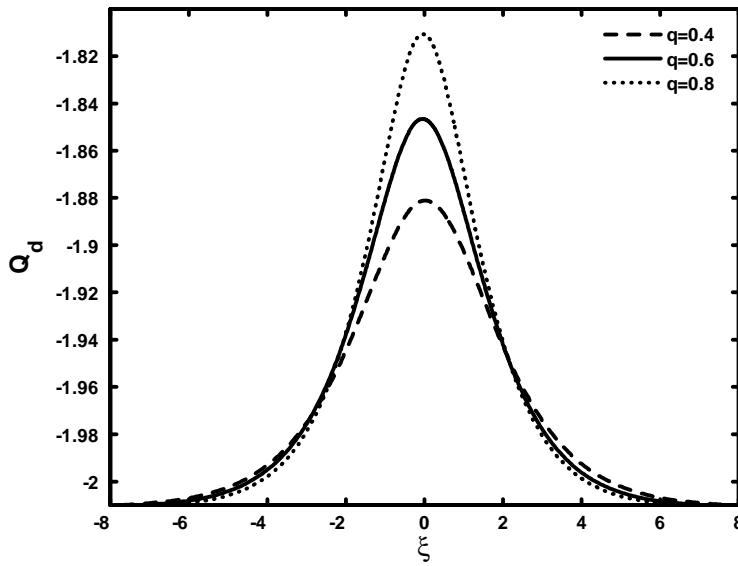


Figure 3: Profil spatial de la charge des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

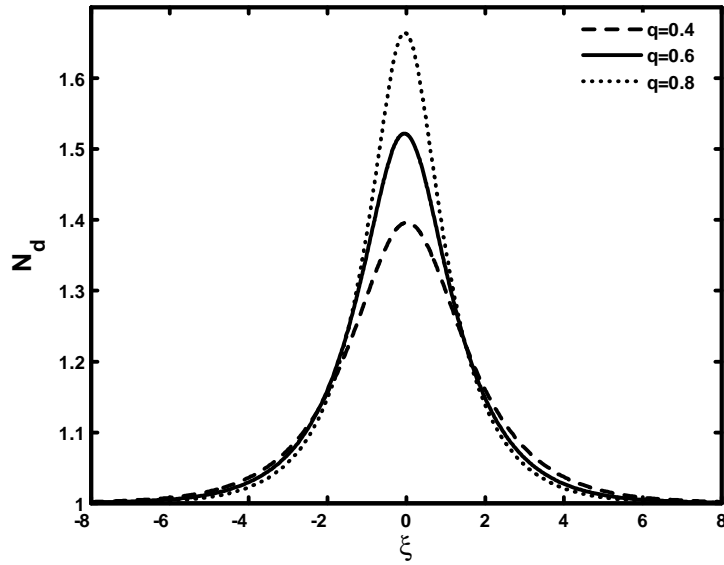


Figure 4: Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

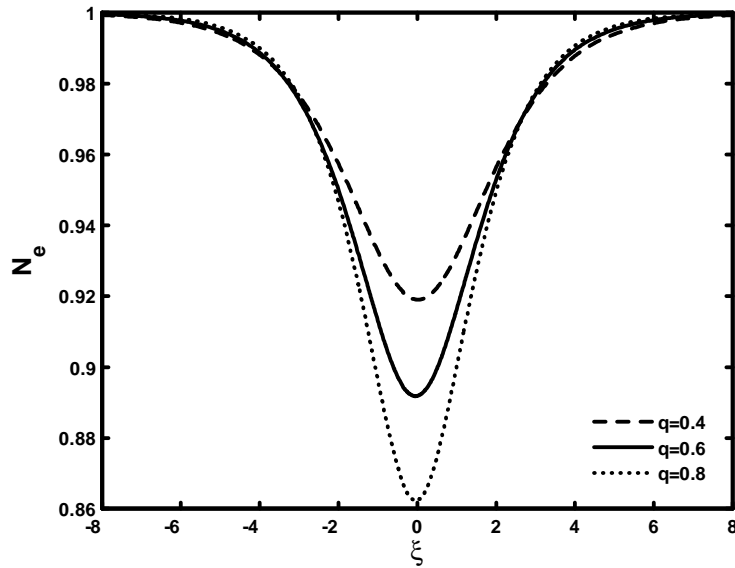


Figure 5: Profil spatial de la densité électronique N_e pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

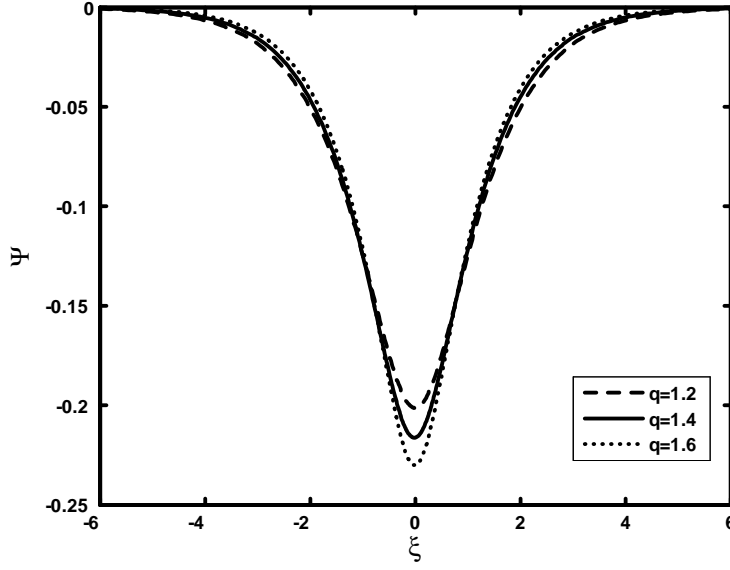


Figure 6: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse (DA) pour différentes valeurs du paramètre non extensif q ($q > 1$), avec $Q_{d0} = -2.01$, $M = 1$, $\sigma = 1.5$ et $f = 2$.

4.4 Variation non adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$)

Dans cette section, nous nous intéressons à l'effet de la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge des grains de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse. Rappelons, dans ce cas, que le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est supposé petit mais fini. Ainsi, nos résultats seront appropriés aux paramètres pour lesquels $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$. Pour ce faire, nous considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante [71]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (4.33)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right)^{1/2} \quad (4.34)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (4.35)$$

où

$$\gamma = \frac{2r_d\sigma T_e^2}{m_d e^2 v_{d0}^2} \quad (4.36)$$

et χ a été déjà défini dans l'équation (4.17). L'équation de Poisson et celle de la charge du grain sont alors données respectivement par

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = N_e - fN_i + (f - 1)\frac{Q_d}{Q_{d0}}N_d \quad (4.37)$$

$$\frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ -\sqrt{\mu/\sigma} [1 + (q - 1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \exp(Q_d) + f \exp(-\Psi/\sigma)(1 - Q_d/\sigma) \right\} \quad (4.38)$$

où

$$k = \left(\frac{2n_{e0}e^2 r_d^2 \sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (4.39)$$

et

$$X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$$

Les équations (4.17), (4.37) et (4.38) sont une nouvelle fois intégrées numériquement. La figure 7 montre que lorsque la charge des grains de poussière est variable, la profondeur du potentiel de l'onde solitaire augmente tandis que sa largeur se rétrécit [114].

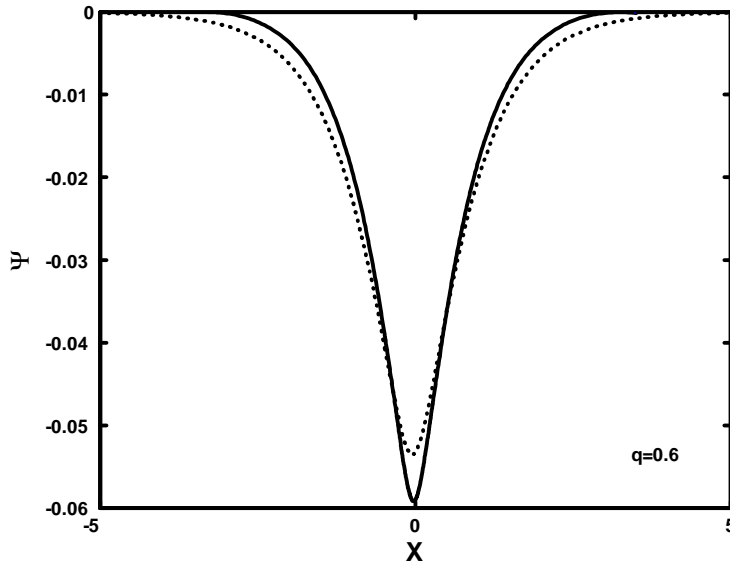


Figure 7: Potentiel électrostatique solitaire Ψ de l'onde acoustique poussiéreuse, avec

$Q_{d0} = -2.30$, $T_e = 1\text{eV}$, $\sigma = 0.5$, $v_{d0} = 90\text{ cm/s}$, $r_d = 1\mu\text{m}$, $q = 0.6$, $f = 1.15$ et

4.4. *Variation non adiabatique de la charge des grains de poussière (cas $I_e + I_i \neq 0$)*

$n_{i0} = 7 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$ ($k = 723.81$). Trait plein : la charge est variable. Trait pointillés : la charge est constante.

5

Influence des ions non extensifs sur la propagation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable

5.1 Position du problème

Dans ce chapitre, nous allons mener une étude similaire à celle du chapitre précédent avec, toutefois, des ions non extensifs dont la distribution des vitesses a été modélisée par une fonction de distribution dite q -distribution ou de Tsallis. Nous allons analyser l'effet de la non extensivité ionique sur l'amplitude et la largeur du soliton acoustique poussiéreux en tenant compte de la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière. Le courant de charge ionique non extensif approprié sera établi.

5.2 Equations de base du modèle

Considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons Maxwelliens, d'ions non extensifs et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. La densité des électrons, distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann, est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (5.1)$$

où ϕ représente le potentiel électrostatique. A l'équilibre ($\phi = 0$), la condition de quasi-neutralité requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$, où l'indice "0" désigne des quantités non perturbées. La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides (continuité, mouvement, Poisson) adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - f N_i + (f - 1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (5.4)$$

N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse $C_d = (Z_{d0} T_i / m_d)^{1/2}$, Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_i / e et Q_d est la charge d'un grain de poussière normalisée par $r_d T_e / e$. Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi n_{e0} Z_{d0} e^2)^{1/2}$ et $\lambda_D = (T_i / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$.

La fonction de distribution tridimensionnelle des vitesses des ions non extensifs est donnée par [55]

$$f_i(v) = f_i(v_x, v_y, v_z) = C_q \left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{v^2}{2V_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (5.5)$$

q est le paramètre non extensif, désignant le degré de non extensivité et $V_{ti} = \sqrt{T_i / m_i}$ représente la vitesse thermique ionique. Il est aisé de vérifier qu'en raison de $\left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{v^2}{2V_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\} \geq 0$, la distribution (5.5) exhibe (pour $q > 1$) une coupure thermique de la valeur maximale de la vitesse des ions, donnée par

$$v_{\max} = \sqrt{2(T_i - (q - 1)e\phi) / m_i(q - 1)} \quad (5.6)$$

Pour $q < -1$, la fonction de distribution précédente est non normalisable. La constante de normalisation est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{i0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2})} \left[\frac{m_i(1-q)}{2\pi T_i} \right]^{3/2}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{i0} \left(\frac{3q-1}{2}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left[\frac{m_i(q-1)}{2\pi T_i} \right]^{3/2}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (5.7)$$

En moyennant la fonction de distribution (5.5) sur tout l'espace des vitesses, l'expression de la densité ionique non extensive est donnée par

$$n_i(\phi) = \begin{cases} 4\pi \int_0^{+\infty} v^2 f_i(v) dv, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ 4\pi \int_0^{+v_{\max}} v^2 f_i(v) dv, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{i0} \left\{ 1 - (q-1) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (5.8)$$

Afin d'analyser les ondes acoustiques poussiéreuses de large amplitude que peut propager notre modèle de plasma, nous procédons de la même manière que précédemment : les équations (5.2)-(5.4) sont réécrites, en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, où M (Vitesse du soliton / C_d) représente le nombre de Mach. Nous obtenons alors

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d(V_d N_d)}{d\xi} = 0 \quad (5.9)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Psi}{d\xi} \quad (5.10)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = N_e - fN_i + (f-1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (5.11)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous déduisons à partir des équations (2.10) et (2.11) l'expression de la densité normalisée des grains de poussière

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\chi/M^2}} \quad (5.12)$$

où χ représente l'énergie potentielle d'un grain de poussière à charge variable donnée par

$$\chi = \int_0^{\Psi} Q_d d\Psi \quad (5.13)$$

5.2.1 Charge des grains de poussière et courants microscopiques

La charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$v_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (5.14)$$

I_e et I_i représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont obtenues en moyennant la section efficace de collision des particules $\sigma_j = \pi r_d^2 (1 - 2q_j q_d / r_d m_j v_j^2)$ sur la fonction de distribution des vitesses f_j

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) f_j(v_j) d^3 v_j \quad (5.15)$$

où $j = e, i$ désignent, respectivement, les électrons et les ions. R_j représente le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses et v_j la vitesse de la particule d'espèce j . Les électrons étant supposés Maxwelliens, leur courant de charge, déduit à partir de (5.15), est donné par

$$I_e = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp(\sigma\Psi) \exp(Q_d) \quad (5.16)$$

De manière similaire, en substituant (5.5) dans (5.15), nous obtenons l'expression du courant ionique non extensif suivant [118], [119]

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} B_q \left\{ \frac{1}{(2q-1)} [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1}+2} - \frac{Q_d}{\sigma} [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1}+1} \right\} \quad (5.17)$$

où

$$B_q = \begin{cases} \frac{(1-q)^{3/2} \Gamma(\frac{1}{1-q})}{q \Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2})}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{(3q-1)(q-1)^{3/2} \Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})}{2q \Gamma(\frac{1}{q-1})}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (5.18)$$

et $\sigma = T_i/T_e$ représente le rapport entre la température ionique et électronique. Notons que lorsque $q \rightarrow 1$, nous retrouvons l'expression bien connue [5]

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \exp(-\Psi) \left(1 - \frac{Q_d}{\sigma} \right) \quad (5.19)$$

du courant de charge ionique dans le cas d'ions distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann. La charge du grain de poussière devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self- consistante aux autres variables dynamiques du plasma telles la densité numérique des particules et le potentiel électrostatique.

5.3 Existence des solitons dans le cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière

A l'instar du chapitre 3, l'équation de la charge du grain $dq_d/dt = I_e + I_i$ peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \frac{dq_d}{d(\omega_{pd}t)} = \frac{I_e + I_i}{\nu_{ch}} \quad (5.20)$$

où

$$\begin{aligned}\nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_e} \left[\frac{\partial(I_e + I_i)}{\partial Q_d} \right]_{\Psi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \left(\frac{8\pi e^4 r_d^2 n_{i0}^2}{m_i T_i} \right)^{1/2} \left[\frac{B_q}{\sigma} + \frac{\sqrt{\sigma\mu} \exp(Q_{d0})}{f} \right]\end{aligned}\quad (5.21)$$

est la fréquence de charge des grains de poussière (celle-ci dépend sensiblement du paramètre non extensif q) et

$$\omega_{pd} = \left(\frac{4\pi n_{d0} q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{r_d^2 T_e^2}{e^2} \frac{4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} \quad (5.22)$$

représente la fréquence plasma du grain. L'échelle temporelle temps de charge du grain de poussière τ_{ch} ($\sim 1/\nu_{ch}$) est le temps de réponse de ce grain aux oscillations dans le plasma environnant. Dans un plasma de laboratoire, le temps de charge τ_{ch} est beaucoup plus petit que l'échelle de temps du mouvement des grains de poussière τ_{pd} (proportionnelle à l'inverse de la fréquence ω_{pd}). Dans un plasma de l'espace, τ_{ch} peut être de l'ordre ou même plus grand que τ_{pd} . Rappelons, avant d'aller plus loin, que dans la théorie de la variation adiabatique de la charge où la somme des courants est nulle, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$). Dans ce cas, la charge des grains de poussière atteint instantanément sa valeur d'équilibre en chaque point de l'espace- temps déterminé par le potentiel électrostatique local $\phi(x, t)$ et par conséquent ne donne pas lieu à des effets dissipatifs. Par contre, dans la théorie de la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge électrique du grain (Ce, sera l'objet de la section suivante), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ [81], [116]. En effet, la charge du grain n'atteint pas instantanément sa valeur d'équilibre et induit un phénomène dissipatif qui donne naissance à des ondes de choc non collisionnelles. A partir des équations (5.21) et (5.22), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être exprimé comme suit

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left(\frac{T_e^2 n_{d0} Q_{d0}^2 m_i T_i}{2 n_{i0}^2 m_d e^6} \right)^{1/2} \left[\frac{B_q}{\sigma} + \frac{\sqrt{\sigma\mu} \exp(Q_{d0})}{f} \right]^{-1} \quad (5.23)$$

Dans cette section, le rapport précédent doit être très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$) et le choix des paramètres doit être soumis à cette condition. Eu égard au déplacement négligeable du grain, au cours du processus de charge, devant l'échelle spatiale de notre problème, le phénomène de charge peut être traité localement et le terme convectif de l'équation (5.14) peut être négligé pour obtenir

$$I_e + I_i \approx 0 \quad (5.24)$$

En remplaçant les expressions (5.16) et (5.17) dans (5.24), nous obtenons la relation liant la charge du grain au potentiel électrostatique non linéaire, exprimée en termes de la fonction

de Lambert [119]

$$Q_d = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma} \exp \left(\sigma\Psi + \frac{\sigma[1-(q-1)\Psi]}{2q-1} \right)}{B_q f [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{q}{q-1}}} \right\} + \frac{\sigma [1 - (q-1)\Psi]}{2q-1} \quad (5.25)$$

où $\mu = m_e/m_i$. Rappelons que $W(x)$ désigne la fonction de Lambert [70] et que celle-ci n'est réelle que pour $x \succeq -1/e$. Il est aisé de vérifier que le terme

$$\frac{\sqrt{\mu\sigma} \exp \left(\sigma\Psi + \frac{\sigma[1-(q-1)\Psi]}{2q-1} \right)}{B_q f [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{q}{q-1}}} \quad (5.26)$$

est toujours positif. A l'équilibre ($\Psi = 0$, $Q_d = Q_{d0}$), l'équation (5.25) requiert la condition suivante

$$Q_{d0} = -W \left\{ \frac{\sqrt{\mu\sigma}}{B_q f} \exp \left(\frac{\sigma}{2q-1} \right) \right\} + \frac{\sigma}{2q-1} \quad (5.27)$$

où Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de Q_{d0} sera déduite à partir de l'équation précédente (5.27) tandis que les autres paramètres seront supposés a priori connus. La variation de la charge Q_d en fonction du potentiel Ψ pour différentes valeurs de q est représentée dans les figures 1 et 2 pour $q > 1$ et $-1 < q < 1$, respectivement. Pour des valeurs positives du paramètre non extensif q (Fig. 1), les résultats montrent qu'une augmentation du potentiel non linéaire s'accompagne d'une augmentation de la valeur de la charge négative du grain. Notons aussi qu'à mesure que le caractère non extensif des ions augmente (les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique), il devient évident que les petites valeurs du potentiel électrostatique Ψ sont requises pour atteindre une valeur donnée de la charge des grains de poussière. Par ailleurs, la figure 2 montre que pour $q = -0.45$, la charge négative des grains de poussière diminue (devient moins négative) d'abord avec l'augmentation de Ψ puis augmente au delà d'une certaine valeur critique Ψ_c . Cette valeur critique est légèrement décalée vers les grandes valeurs à mesure que $q \rightarrow -1$ [119].

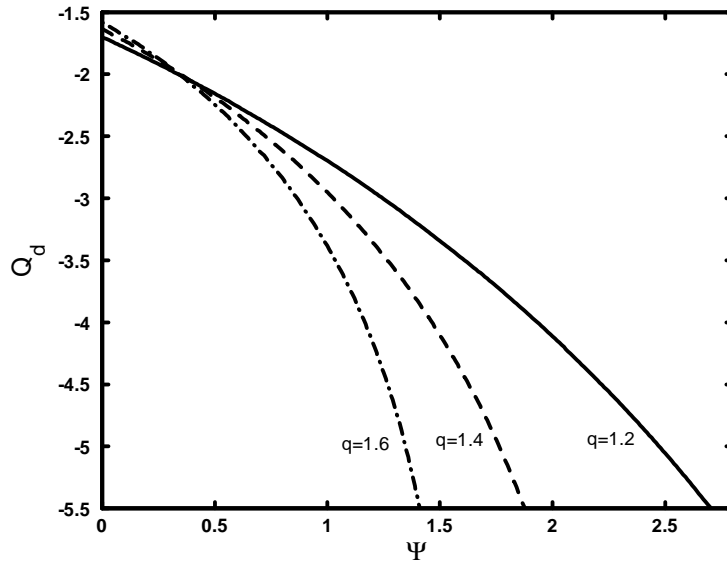


Figure 1: Charge du grain de poussière Q_d en fonction du potentiel électrostatique Ψ pour différentes valeurs de $q = 1.2$ ($Q_{d0} = -1.7012$), 1.4 ($Q_{d0} = -1.6336$) et 1.6 ($Q_{d0} = -1.5788$), avec $\sigma = 0.1$ et $f = 1.2$.

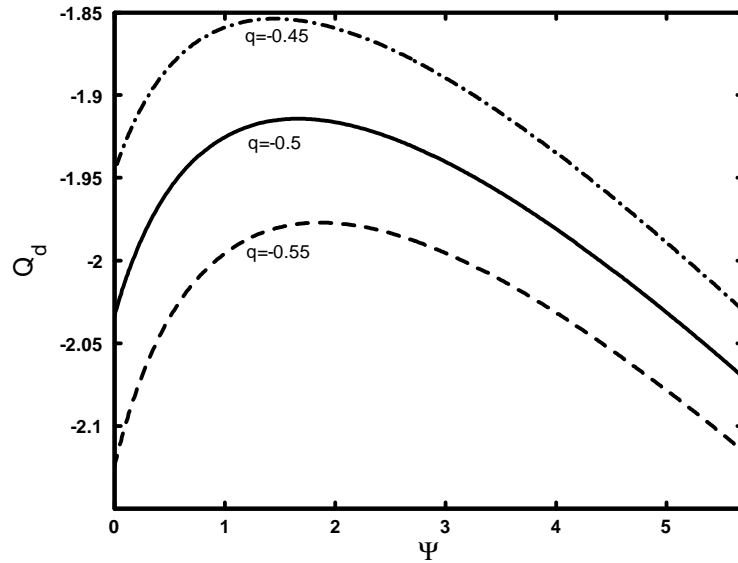


Figure 2: Charge du grain de poussière Q_d en fonction du potentiel électrostatique Ψ pour différentes valeurs de $q = -0.55$ ($Q_{d0} = -2.1248$), -0.5 ($Q_{d0} = -2.0337$) et -0.45 ($Q_{d0} = -1.9465$), avec $\sigma = 0.1$ et $f = 1.2$.

En multipliant l'équation (5.11) par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, lorsque $\xi \rightarrow$

$\pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (5.28)$$

où l'expression du pseudo-potentiel (potentiel de Sagdeev) est donnée par [118]

$$V(\Psi) = \frac{2f}{5q-3} \left\{ 1 - [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2}} \right\} + \frac{1 - \exp(\sigma\Psi)}{\sigma} + (f-1) \frac{M^2}{Q_{d0}} \left[\left(1 - \frac{2\chi}{M^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (5.29)$$

5.3.1 Discussion des résultats numériques

Dans cette section, nous allons discuter les résultats numériques obtenus. L'équation (5.28) est intégrée numériquement pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Notons que l'équation (5.28) peut être résolue soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Par souci de simplicité et compte tenu du fait que la solution ne nous intéresse que dans le domaine d'intégration, nous avons choisi de la résoudre comme problème aux valeurs initiales avec $\Psi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Psi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-10}$. La figure 3a montre la variation spatiale de Ψ pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (figure 3b). Chaque pic de Ψ correspond à une valeur nulle de $V(\Psi)$. Les paramètres suivants $Q_{d0} = -2.33$, $\sigma = 1.1$ et $M = 0.5$ ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des solitons, dans le cas de la variation adiabatique ($I_e + I_i \simeq 0$) de la charge des grains de poussière, soient satisfaites. Les résultats révèlent que les effets non extensifs affectent significativement le profil spatial du soliton acoustique poussiéreux à charge variable. Une augmentation de q entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton et une diminution de sa largeur, i.e., la non extensivité peut rendre le profil du soliton plus cornu [118]. La charge des grains de poussière Q_d (figure 4) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 4 indique qu'à mesure que le paramètre non extensif q augmente, i.e., les ions dévient de leur équilibre thermodynamique, la charge des grains de poussière devient moins négative. Les grains de poussière (figure 5) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, est plus effective pour les grandes valeurs de q . Les électrons (figure 6) sont localement expulsés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Ce vide électronique s'élargit tandis que sa profondeur diminue à mesure que le paramètre non extensif q diminue.

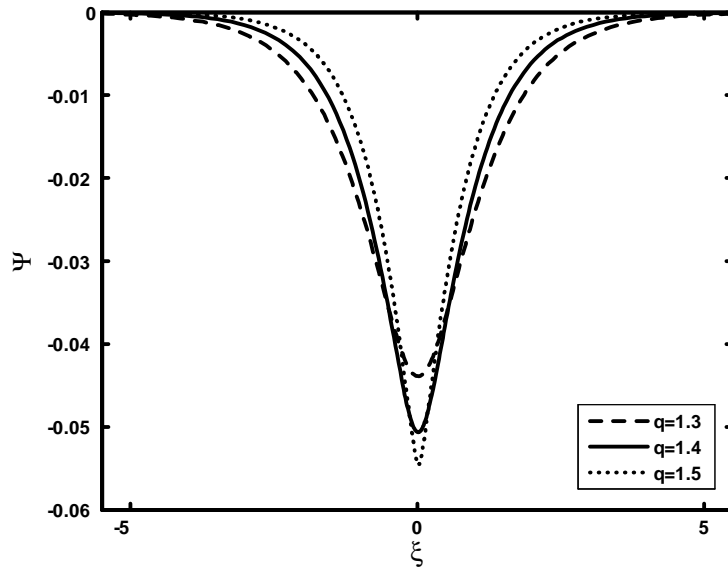


Figure 3a: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1.3$ ($f = 1.17$), $q = 1.4$ ($f = 1.139$) et $q = 1.5$ ($f = 1.11$), avec $Q_{d0} = -2.33$, $M = 0.5$ et $\sigma = 1.1$.

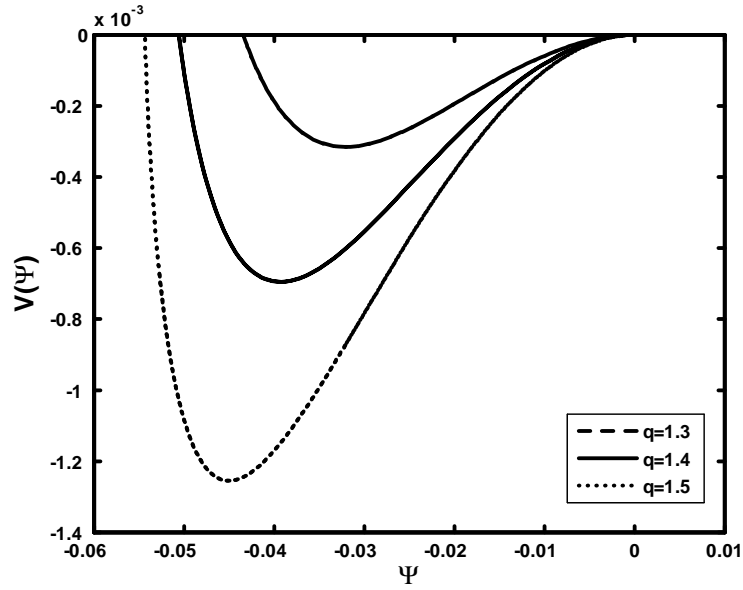


Figure 3b: Potentiel de Sagdeev $V(\Psi)$ associé au soliton de la figure 3a pour différentes valeurs de q .

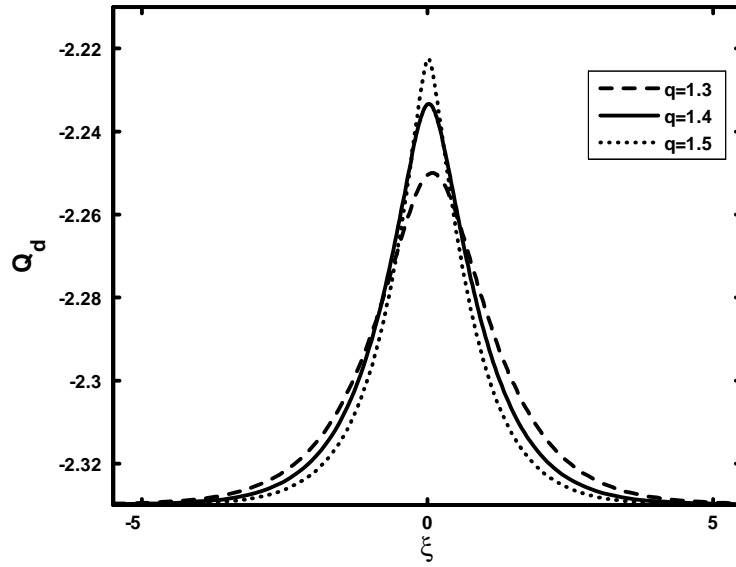


Figure 4: Profil spatial de la charge des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1.3$ ($f = 1.17$), $q = 1.4$ ($f = 1.139$) et $q = 1.5$ ($f = 1.11$), avec $Q_{d0} = -2.33$, $M = 0.5$ et $\sigma = 1.1$.

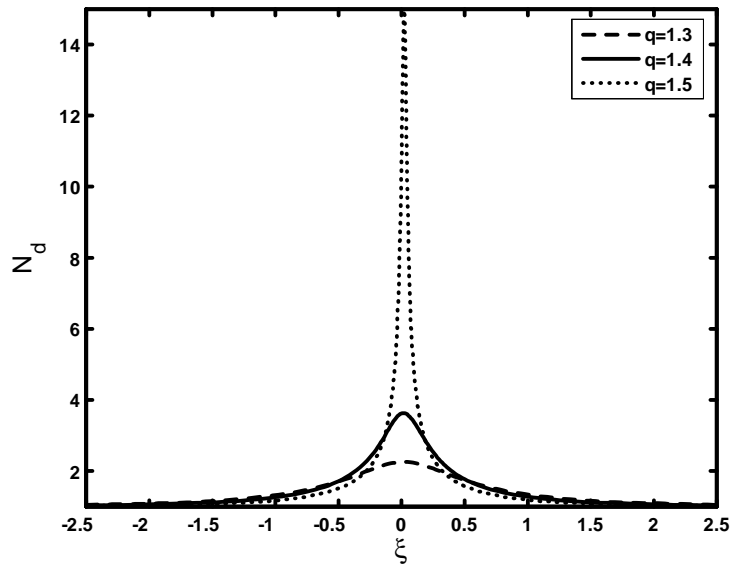


figure 5: Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1.3$ ($f = 1.17$), $q = 1.4$ ($f = 1.139$) et $q = 1.5$ ($f = 1.11$), avec $Q_{d0} = -2.33$, $M = 0.5$ et $\sigma = 1.1$.

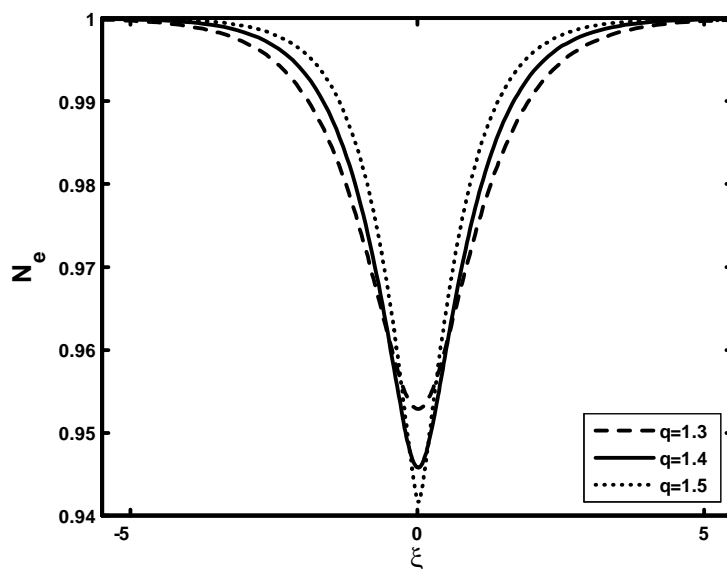


Figure 6: Profil spatial de la densité électronique N_e pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1.3$ ($f = 1.17$), $q = 1.4$ ($f = 1.139$) et $q = 1.5$ ($f = 1.11$), avec $Q_{d0} = -2.33$, $M = 0.5$ et $\sigma = 1.1$.

5.4 Cas de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière

Nous allons maintenant reprendre l'analyse de la section précédente en tenant compte du terme convectif de l'équation (5.14). Le but est de voir dans quelle mesure la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge peut-elle affecter le soliton acoustique poussiéreux de la section précédente. Rappelons, que le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est supposé, dans cette partie, petit mais fini. Notons qu'il est maintenant admis que la variation non adiabatique de la charge des grains introduit un nouveau mécanisme de dissipation de l'énergie dit mécanisme de la dissipation anormale ou non collisionnelle. Pour cela, considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante [71]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (5.30)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right)^{1/2} \quad (5.31)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}} \quad (5.32)$$

où

$$\gamma = \frac{2r_d\sigma T_e^2}{m_d e^2 v_{d0}^2} \quad (5.33)$$

et

$$\chi = \int_0^\Psi Q_d d\Psi \quad (5.34)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. L'équation de Poisson et celle de la charge du grain sont alors données respectivement par

$$\frac{d^2\Psi}{dX^2} = N_e - fN_i + (f - 1)\frac{Q_d}{Q_{d0}}N_d \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ -\sqrt{\mu/\sigma} \exp(Q_d + \sigma\Psi) + \right. \\ \left. fB_q \left[\frac{1}{(2q-1)} [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1}+2} - \frac{Q_d}{\sigma} [1 - (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1}+1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.36)$$

où

$$k = \left(\frac{2n_{e0}e^2 r_d^2 \sigma^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (5.37)$$

et $X = x/\lambda_{Dm} = x/(T_i/4\pi n_{d0} Z_d e^2)^{1/2}$. A l'équilibre ($\Psi = 0$), l'équation (5.36) requiert

$$f = \frac{\sqrt{\mu/\sigma} \exp(Q_{d0})}{B_q [1/(2q-1) - Q_{d0}/\sigma]} \quad (5.38)$$

En portant cette dernière (Eq. 5.38) dans l'équation (5.23), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être réécrit sous la forme [121]

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left(\frac{T_e^2 n_{d0} Q_{d0}^2 m_i T_i}{2n_{i0}^2 m_d e^6} \right)^{1/2} \left[B_q \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{\sigma}{2q-1} - Q_{d0} \right) \right]^{-1} \quad (5.39)$$

5.4.1 Interprétation des résultats numériques

Dans le but de montrer l'effet de la fluctuation de la charge des grains sur les structures solitaires qui peuvent se propager dans notre modèle de plasma, nous intégrons numériquement l'équation de Poisson (Eq. 5.35) couplée à l'équation de charge (Eq. 5.36). Les paramètres suivants, $Q_{d0} = -2.31$, $T_e = 1\text{eV}$, $n_{i0} = 5 \cdot 10^4 \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 85 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $\sigma = 0.42$, $r_d = 10 \mu\text{m}$ et $m_d = 10^{13} m_i$ ont été choisis de telle manière à ce que la condition $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ soit satisfaite. La figure 7 indique que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge du grain de poussière devient assez important: la variation de la charge induit une dissipation, dite anormale, qui, de concert avec les non linéarités du système, donne naissance à une onde de choc. Des résultats similaires ont été rapportés dans de récentes publications traitant des effets non adiabatiques de la variation de la charge sur la génération d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses [73]. C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau, ni viscosité résultant de collisions entre les grains et le reste des particules. Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. L'influence des ions non extensifs sur la structure de l'onde de choc est illustrée sur la figure 7. Nous avons tracé le potentiel électrostatique Ψ pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 0.7712$ ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3529$), 0.7714 ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3522$) et 0.7716 ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3515$). Nos résultats révèlent que l'amplitude de l'onde de choc est extrêmement sensible au degré de non extensivité des ions. L'effet de la séparation de la charge, qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc [120], diminue à mesure que la valeur du paramètre non extensif diminue (les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique). Cela signifie que plus forte est la corrélation entre les ions, plus important est l'amortissement non linéaire de l'onde, induit par la variation de la charge du grain de poussière [121].

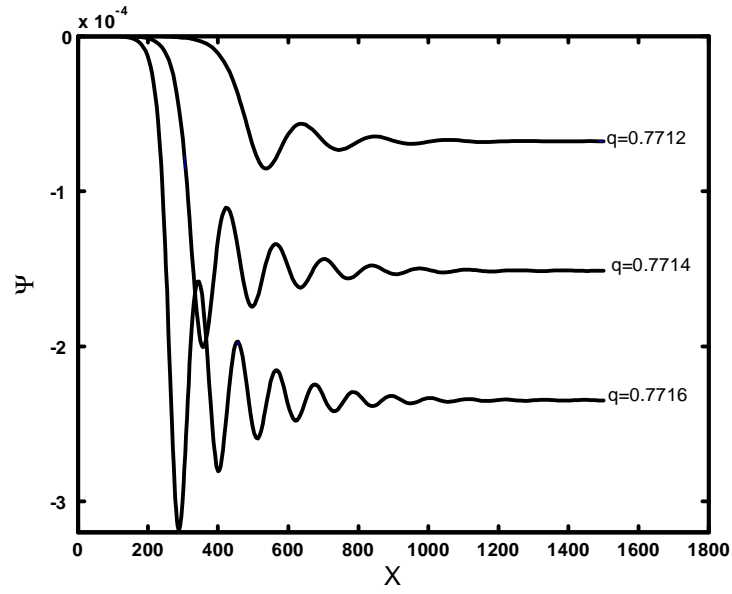


Figure 7: Potentiel électrostatique Ψ de l'onde de choc non collisionnelle pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 0.7712$ ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3529$, $f = 1.1515$, $k = 0.5595$), 0.7714 ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3522$, $f = 1.1514$, $k = 0.5595$) et 0.7716 ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \sim 1.3515$, $f = 1.1513$, $k = 0.5595$). Les autres paramètres sont $Q_{d0} = -2.31$, $T_e = 1\text{eV}$, $n_{i0} = 5 \cdot 10^4\text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 85\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $\sigma = 0.42$, $r_d = 10\mu\text{m}$ et $m_d = 10^{13}m_i$.

6

Amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse induit par la variation de la charge des grains dans un plasma non extensif

6.1 Présentation physique du problème

En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que les ondes acoustiques poussiéreuses et ioniques poussiéreuses peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs [6], [59]-[62]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré constante la charge du grain de poussière (les gains sont pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma dus à la collection des électrons et des ions, et, par conséquent, peut varier. En effet, plusieurs études ont été établies en tenant compte de la fluctuation de la charge des grains de poussière. Ces études ont montré que cette variation de charge cause une dissipation dite anormale, car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique déjà connu. Quelques travaux récents se sont focalisés sur l'amortissement dû à la variation de la charge des grains de poussière. Ghosh *et al.* [86] ont étudié l'amortissement non collisionnel de l'onde acoustique ionique poussiéreuse dû à la variation de la charge des grains. Plus récemment, Younsi et Tribeche [122] ont analysé l'effet des électrons non thermiques sur l'amortissement de l'onde non linéaire induit par

la variation de la charge des grains. Par ailleurs, tous ces travaux ont été réalisés dans le contexte du formalisme de la statistiques de Boltzmann- Gibbs (cas d'additivité standard des entropies). Par conséquent, le but de ce chapitre est d'étudier l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma poussiéreux à charge variable non extensif.

6.2 Equations de base du modèle

Notre modèle de plasma est non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons Maxwelliens, d'ions non extensifs et de grains de poussière négatifs à charge variable de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. Les électrons sont supposés en équilibre thermodynamique. L'expression de leur densité est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (6.1)$$

La dynamique des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -\mu_d (\Delta Q_d - 1) \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \delta N_e - N_i - (\Delta Q_d - 1)(1 - \delta) N_d \quad (6.4)$$

où $\mu_d = Z_{d0} m_d / m_i$ et $\delta = n_{e0} / n_{i0}$. N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_i = (T_e / m_i)^{1/2}$, Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_e / e et $\Delta Q_d = Q_d + 1$ est la charge d'un grain de poussière normalisée par $Z_{d0} e$ (Z_{d0} est le nombre d'électrons résidant la surface du grain de poussière à l'équilibre). Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par la période ionique du plasma $\omega_{pi}^{-1} = (m_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ et la longueur de Debye $\lambda_D = (T_e / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$. $q_{j=e,i} = \mp e$ sont les charge électriques, m_j les masses et T_j les températures.

Pour modéliser l'effet des ions non extensifs, nous nous referons à la fonction de distribution suivante [55]

$$f_i(v) = f_i(v_x, v_y, v_z) = C_q \left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{v^2}{2V_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (6.5)$$

où la constante de normalisation C_q est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{i0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})} \left(\frac{m_i(1-q)}{2\pi T_i} \right)^{3/2}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{i0} \left(\frac{3q-1}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left(\frac{m_i(q-1)}{2\pi T_i} \right)^{3/2}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (6.6)$$

Rappelons que q est le paramètre entropique désignant le degré de non extensivité et Γ est la fonction gamma standard. La densité des ions peut être déterminée comme suit [118]

$$n_i(\phi) = \begin{cases} 4\pi \int_0^{+\infty} v^2 f_i(v) dv, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ 4\pi \int_0^{+v_{\max}} v^2 f_i(v) dv, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{i0} \left\{ 1 - (q-1) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (6.7)$$

6.2.1 Equation de charge du grain de poussière

Dans le modèle standard de la sonde électrostatique appliqué au grain de poussière, ce dernier est chargé grâce aux courants plasma électronique et ionique. L'équation d'évolution de la charge du grain ΔQ_d (voir chapitre 3) est alors donnée par [86]

$$\frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial T} + V_d \frac{\partial(\Delta Q_d)}{\partial X} = \frac{1}{\omega_{pi} \tau_{ch}} \frac{(I_e + I_i)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (6.8)$$

où $\tau_{ch} = v_{ch}^{-1}$, I_e et I_i sont, respectivement, la fréquence de charge du grain de poussière, le courant électronique et le courant ionique. Les expressions normalisées du courant électronique Maxwellien [86] et ionique non extensif [118], [119] (voir chapitre précédent) sont données, respectivement, par

$$I_e = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp(\Psi) \exp[z(\Delta Q_d - 1)] \quad (6.9)$$

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} B_q \left\{ \frac{1}{(2q-1)} [1 - (q-1)\Psi/\sigma]^{\frac{1}{q-1}+2} - \frac{z(\Delta Q - 1)}{\sigma} [1 - (q-1)\Psi/\sigma]^{\frac{1}{q-1}+1} \right\} \quad (6.10)$$

où

$$B_q = \begin{cases} \frac{(1-q)^{3/2} \Gamma(\frac{1}{1-q})}{q \Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{(3q-1)(q-1)^{3/2} \Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})}{2q \Gamma(\frac{1}{q-1})}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (6.11)$$

avec $z = Z_{d0} e^2 / r_d T_e$.

6.3 Traitement faiblement non linéaire

En procédant de la même manière que dans le chapitre 3, à savoir, l'introduction des nouvelles variables suivantes

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (X - \lambda T), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} T \quad (6.12)$$

où λ est la vitesse de phase normalisée de l'onde acoustique poussiéreuse linéaire et ε un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde, le développement des variables dynamiques en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \varepsilon^3 N_d^{(3)} + \dots \quad (6.13)$$

$$V_d = \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \varepsilon^3 V_d^{(3)} + \dots \quad (6.14)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \varepsilon^3 \Psi^{(3)} + \dots$$

$$\Delta Q_d = \varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} + \varepsilon^3 \Delta Q_d^{(3)} + \dots$$

et l'application de l'approximation [86]

$$1/\omega_{pi} \tau_{ch} \sim v \varepsilon^{3/2} \quad (6.15)$$

nous obtenons, à l'ordre le plus petit en ε à partir des équations (6.2)-(6.4), les égalités suivantes

$$\begin{aligned} V_d^{(1)} &= \frac{-\mu_d \Psi^{(1)}}{\lambda} \\ &= \lambda N_d^{(1)} \end{aligned} \quad (6.16)$$

et

$$N_d^{(1)} = \left(\frac{\delta - (\beta - 1)/\sigma}{1 - \delta} \right) \Psi^{(1)} - \Delta Q_d^{(1)} \quad (6.17)$$

De même, l'équation de charge (Eq. 6.8) peut être réécrite comme suit

$$\left[\left(-\lambda \varepsilon^{1/2} + \varepsilon^{3/2} V_d^{(1)} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \left(\varepsilon \Delta Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 \Delta Q_d^{(2)} \right) = v \varepsilon^{3/2} \frac{(I_e + I_i)}{v_{ch} Z_{d0} e} \quad (6.18)$$

En tenant compte des expressions des courants électriques données par les équations (6.9) et (6.10), l'équation (6.18), à l'ordre le plus petit en ε ($\varepsilon^{3/2}$), requiert

$$\frac{\partial \Delta Q_d^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \Rightarrow \Delta Q_d^{(1)} = 0 \quad (6.19)$$

En éliminant $N_d^{(1)}$, $\Psi^{(1)}$ et $\Delta Q_d^{(1)}$ des équations (6.16), (6.17) et (6.19), nous obtenons l'expression de la vitesse de phase de l'onde acoustique poussiéreuse

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mu_d (1 - \delta)}{\delta + [3(q - 1)/2 + 1]/\sigma}} \quad (6.20)$$

Aux ordres les plus élevés en ε , le système d'équation (6.2)-(6.4) devient

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial \left(N_d^{(1)} V_d^{(1)} \right)}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \xi} + \mu_d \Delta Q^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \mu_d \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} &= (1 - \delta) \left(N_d^{(2)} - \Delta Q^{(2)} - N_d^{(1)} \Delta Q^{(1)} \right) + [\delta + [3(q - 1)/2 + 1]/\sigma] \Psi^{(2)} \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \delta - [q - 1 + 3(q - 1)^2/2] [q - 1 + (q - 1)^2/2] / \sigma^2 \right\} \Psi^{(1)^2} \end{aligned} \quad (6.23)$$

et l'équation de charge (Eq. 6.18) peut être réécrite comme suit

$$\frac{\partial \Delta Q^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{v\sigma}{\lambda z(1 + z + \sigma)} \left\{ \delta(z - 1) + \frac{B_q}{\sqrt{\mu\sigma}} \left(1 + \frac{z}{\sigma} q\right) \right\} \Psi^{(1)} \quad (6.24)$$

A partir des équations précédentes, nous établissons l'équation Korteweg- de Vries amortie suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} + C \Psi^{(1)} = 0 \quad (6.25)$$

Rappelons que les calculs intermédiaires de l'équation (6.25) sont développés en détail dans le chapitre 3. Les coefficients de non linéarité A , de dispersion B ainsi que le terme d'amortissement C sont donnés, respectivement, par

$$A = \frac{-\lambda^3}{2\mu_d(1 - \delta)} \left\{ \delta - [q - 1 + 3(q - 1)^2/2] [q - 1 + (q - 1)^2/2] / \sigma^2 + (1 - \delta) \frac{3\mu_d^2}{\lambda^4} \right\} \quad (6.26)$$

$$B = \frac{\lambda^3}{2\mu_d(1 - \delta)} \quad (6.27)$$

$$C = \frac{\lambda^2 \sigma v}{2\mu_d z(z + \sigma + 1)} \left[\delta(1 - z) + \frac{B_q}{\sqrt{\mu\sigma}} \left(1 + \frac{z}{\sigma} q\right) \right] \quad (6.28)$$

Les expressions de A et C indiquent, respectivement, que les deux termes, non linéaire et dissipatif, dépendent explicitement du paramètre non extensif q . L'amortissement C donné par l'équation (6.28) s'annule dans deux cas: pour $v = 0$ et $\delta = n_{e0}/n_{i0} = 1$. Rappelons que le premier cas entraîne l'annulation du second membre de l'équation de charge (Eq. 3.7) et le deuxième reflète l'absence des grains de poussière ($n_{d0} \rightarrow 0$), confirmant ainsi que l'amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse n'est dû qu'à la variation de la charge des grains de poussière.

6.3.1 Analyse des résultats numériques

Analysons maintenant le comportement de l'amortissement non linéaire C pour différents paramètres du plasma. La figure 1 montre la variation de C en fonction de δ pour deux

valeurs différentes de q . Dans les deux cas de figure, le coefficient C décroît à mesure que le rapport de densités δ augmente. Autrement dit, l'amortissement tend à devenir négligeable à mesure que l'appauvrissement en grains de poussière devient important (disparaît complètement pour $\delta = 1$ ou $n_{d0} = 0$). Par conséquent, ce phénomène de dissipation n'est dû qu'à la variation de la charge des grains de poussière. Des résultats similaires ont été déjà obtenus par Ghosh *et al.* [86] et récemment par Younsi et Tribeche [122]. Pour des valeurs fixes de δ , σ , μ_d et z , nos résultats révèlent que l'amortissement C est sensiblement modifié par les effets non extensifs. Dans l'intervalle $-1 < q < 0$, le coefficient C possède une singularité. C'est pourquoi, nous avons préféré ne tracer que les variations de C en fonction de $q > 1$. Dans le cas où $q > 1$ (Fig. 2), l'amortissement C croît à mesure que le paramètre non extensif augmente, révélant ainsi que lorsque les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique la dissipation anormale devient plus importante. La figure 3 montre la variation de C en fonction de σ pour deux valeurs différentes de q . Le résultat indique que l'amortissement C croît à mesure que le rapport de température σ augmente. En guise de comparaison, la dissipation anormale s'avère plus importante dans le cas $q > 1$.

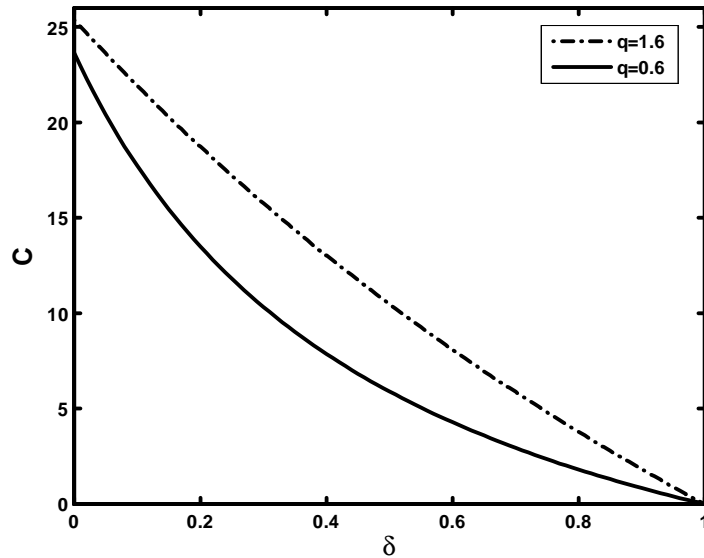


Figure 1: Variation de l'amortissement C en fonction du rapport de densité δ pour deux valeurs de q ($q = 0.6$ et 1.6), avec $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$ et $z = 1.97$.

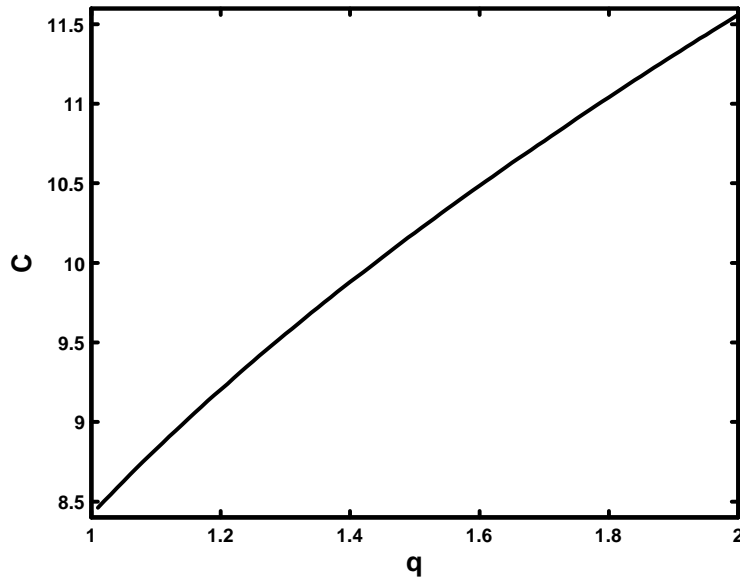


Figure 2: Variation de l'amortissement C en fonction du paramètre non extensif q dans l'intervalle $q > 1$, avec $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$, $\delta = 0.5$ et $z = 1.97$.

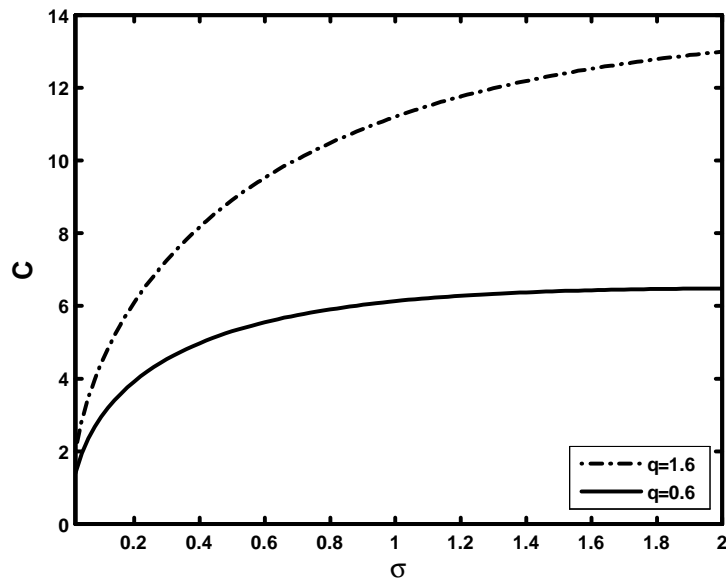


Figure 3: Variation de l'amortissement C en fonction du rapport de température δ pour deux valeurs de q ($q = 0.6$ et 1.6), avec $\delta = 0.5$, $\mu_d = 5.10^{-5}$ et $z = 1.97$.

6.3.2 Solution solitaire de l'équation K-dV amortie

Considérons maintenant la solution en onde solitaire de l'équation de l'équation K-dV amortie (6.25). Cette dernière admet la solution solitaire dépendante du temps approchée suiv-

ante [86]

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)}(\tau) \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{A \Psi_m^{(1)}(\tau)}{12 B}} (\xi - U\tau) \right] \quad (6.29)$$

où $\Psi_m^{(1)} = \Psi_0^{(1)} \exp(-C\tau)$ représente l'amplitude du soliton et $U = (A\Psi_0^{(1)}/6) \exp(-C\tau)$. La figure 4 représente l'évolution temporelle de l'amplitude de l'onde solitaire $\Psi_m^{(1)}/\Psi_0^{(1)}$ pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . L'augmentation de q entraîne une décroissance plus rapide de l'amplitude de l'onde solitaire.

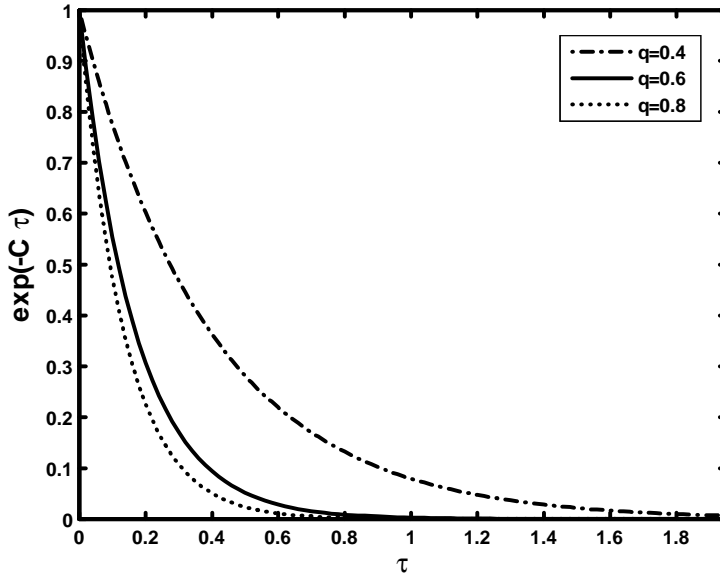


Figure 4: Variation de l'amplitude de l'onde solitaire $\Psi_m^{(1)}/\Psi_0^{(1)}$ en fonction de τ pour différentes valeurs de q , avec $\delta = 0.5$, $\sigma = 0.8$, $\mu_d = 5.10^{-5}$ et $z = 1.97$.

7

Approche non extensive du modèle de Cairns

7.1 Présentation physique du problème

De nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence de particules énergétiques dans une variété de plasmas astrophysiques. Les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non thermique [123]. Les observations faites par la navette spatiale Viking [124] et le satellite Freja [125] ont révélé l'existence, dans la magnétosphère, de structures solitaires associées à des dépressions de densité. Cairns *et al.* [69], [126], [127] ont alors montré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature de l'onde acoustique ionique solitaire et permettre l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles déjà observées par Freja et Viking.

Au cours de la dernière décennie, l'entropie non additive de Tsallis [12] et les statistiques généralisées qui s'en suivirent ont été exploitées avec succès dans la physique des plasmas [14], [26], [118], [128]-[132]. Plus récemment, nous avons étudié l'onde acoustique ionique associée à un plasma à deux composantes avec une distribution de vitesse électronique non extensive [128]. Nous avons noté que notre modèle de plasma peut admettre des solitons acoustiques ioniques de compression et de raréfaction. Ceci nous mène à penser que la non thermalité [69] et la non extensivité [12] peuvent agir concurremment sur la nature (rarefactive ou compressive) des structures acoustiques ioniques (IAS). C'est pourquoi, le but de ce chapitre est de généraliser les travaux de Cairns *et al.* [69] et de revisiter la non thermalité des particules dans le cadre théorique de la statistique non extensive de Tsallis [12].

7.2 Formulation mathématique

Considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons et d'ions de densités n_e et n_i respectivement. Les électrons sont supposés être non extensifs et non thermiques et sont décrits par la fonction de distribution des vitesses suivante [136], [137]

$$f_e(v_x) = C_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{v_{te}^2} - 2 \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{v_x^2}{2v_{te}^2} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (7.1)$$

où $v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ est la vitesse thermique électronique, T_e et m_e sont, respectivement, la température et la masse électronique. Procédant de même manière que dans les chapitres précédents, la fonction de distribution précédente (Eq. 7.1) peut être réécrite, en l'absence de l'énergie potentielle, comme suit

$$f_{e0}(v_x) = C_{q,\alpha} \left(1 + \alpha \frac{v_x^4}{v_{te}^4} \right) \left\{ 1 - (q-1) \frac{v_x^2}{2v_{te}^2} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (7.2)$$

à partir de laquelle nous pouvons déduire la constante de normalisation $C_{q,\alpha}$. Cette dernière est donnée par

$$C_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})(1-q)^{5/2}}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(q-1)^{5/2} (\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(\frac{1}{q-1}+\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1}+1) [3\alpha + (q-1)^2(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(\frac{1}{q-1}+\frac{5}{2})]}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (7.3)$$

Ici α désigne le nombre d'électrons non thermiques présents dans notre modèle de plasma, q est le paramètre entropique indiquant le degré de non extensivité et Γ est la fonction gamma standard. Pour $q > 1$, la distribution (7.1) exhibe une coupure thermique de la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e} \left(\frac{e\phi}{T_e} + \frac{1}{(q-1)} \right)} \quad (7.4)$$

au delà duquel un état probable n'existe pas. La figure 1 illustre la fonction de distribution unidimensionnelle $F(V) = f_{e0}(v_x)/C_{q,\alpha}$ (où $V = v_x/v_{te}$) pour différentes valeurs de q . Pour $q = 1$, la distribution de Cairns classique est retrouvée. À mesure que q augmente (le caractère non extensif des électrons non thermiques augmente), les "épaules" de la distribution deviennent moins importantes et les états d'énergie élevée sont moins probables que dans le cas non thermique extensif. Pour $q < 1$ (Fig. 2), les états d'énergie élevée sont plus probables que dans le cas non thermique additif [136], [138].

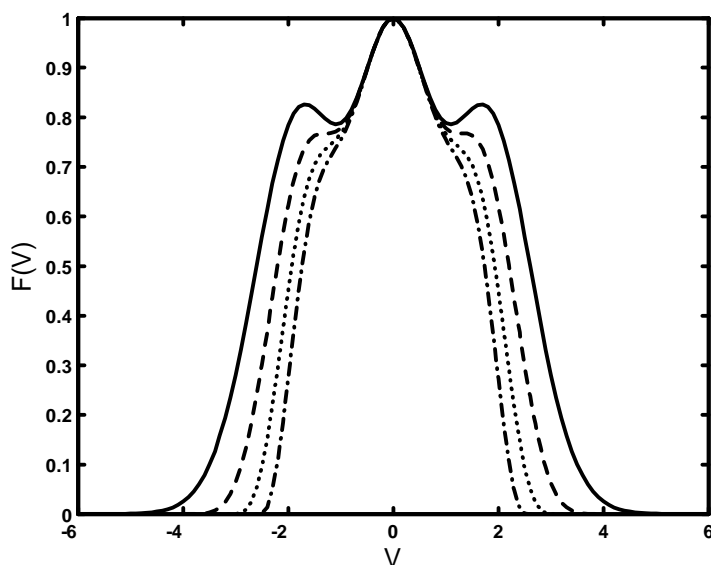


Figure 1: Tracé de $f_{e0}/C_{q,\alpha}$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 1.1 (tirets), 1.2 (pointillés) et 1.3 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.3$.

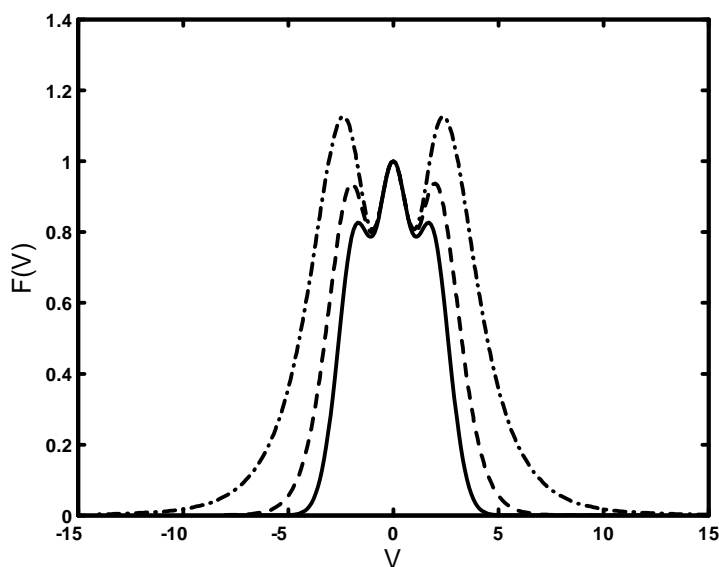


Figure 2: Tracé de $f_{e0}/C_{q,\alpha}$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 0.9 (tirets) et 0.8 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.3$.

En intégrant la fonction de distribution (7.1) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité électronique non extensive non thermique suivante [137]

$$\begin{aligned}
 n_e(\phi) &= \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x, & \text{for } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v_x) dv_x, & \text{for } q > 1 \end{cases} \\
 &= n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \left\{ 1 + A_1 \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + B_1 \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \quad (7.5)
 \end{aligned}$$

où

$$A_1 = \frac{2\alpha(q-1) \left\{ 2\left(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2}\right) + 3 \right\}}{(1-q)^2 \left(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2}\right) + 3\alpha} \quad (7.6)$$

et

$$B_1 = \frac{4\alpha(1-q)^2 \left\{ \left(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2}\right) \left(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{1-q} - \frac{7}{4} \right\}}{(1-q)^2 \left(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2}\right) + 3\alpha} \quad (7.7)$$

Notons que lorsque $q \rightarrow 1$ (limite extensive), nous retrouvons l'expression bien connue [127]

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ 1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \left[1 - \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \right] \right\} \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (7.8)$$

de la densité électronique de Cairns. D'un autre coté, pour $\alpha = 0$, l'expression de la densité (7.5) se réduit à celle des électrons non extensifs [114], [128]

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (7.9)$$

La dynamique des oscillations acoustiques ioniques de faible vitesse de phase est gouvernée par les équations fluides adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (7.10)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (7.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (7.12)$$

$N_{j=i,e}$ est la densité des particules d'espèce j normalisée par n_{j0} , V_i est la vitesse fluide des ions normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ et Ψ est le potentiel électrostatique normalisé par T_e/e . Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par la période plasma ionique $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ et la longueur de Debye électronique $\lambda_{De} = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$.

Pour étudier les ondes acoustiques ioniques solitaires de large amplitude indépendantes de temps que peut admettre notre modèle de plasma, les équations (7.10)-(7.12) sont réécrites

en introduisant le changement de variable $\xi = X - MT$, (où ξ est normalisé par λ_{De} et $M = \text{Vitesse du soliton} / C_s$). Nous obtenons alors

$$-M \frac{dN_i}{d\xi} + \frac{d(V_i N_i)}{d\xi} = 0 \quad (7.13)$$

$$-M \frac{dV_i}{d\xi} + V_i \frac{dV_i}{d\xi} = -\frac{d\Psi}{d\xi} \quad (7.14)$$

$$\frac{d^2\Psi}{d\xi^2} = N_e - N_i \quad (7.15)$$

En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $V_i \rightarrow 0$ et $N_i \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), les équations (7.13) et (7.14) peuvent être intégrées pour obtenir l'expression de la densité fluide des ions

$$N_i = \frac{1}{(1 - 2\Psi/M^2)^{1/2}} \quad (7.16)$$

En substituant l'expression de N_i dans l'équation de Poisson (Eq. 7.15), en multipliant l'équation résultante par $d\Psi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$, lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0 \quad (7.17)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Psi) = & -\frac{2 \{1 + (q-1)\Psi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} [1 + A_1\Psi + B_1\Psi^2] + \frac{4 \{1 + (q-1)\Psi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2}}}{(5q-3)(3q-1)} [A_1 + 2B_1\Psi] \\ & + \frac{16B_1 \left\{ 1 - [1 + (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2}} \right\}}{(7q-5)(5q-3)(3q-1)} + \frac{2[(5q-3) - 2A_1]}{(5q-3)(3q-1)} + M^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2\Psi}{M^2} \right)^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (7.18)$$

représente le pseudo- potentiel ou le potentiel de Sagdeev [9]. L'équation (7.17) peut être perçue comme étant l'énergie totale d'une pseudo- particule de masse unité, de position Ψ et de vitesse $d\Psi/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Psi)$. Avant de passer à l'intégration numérique, il est instructif de discuter les conditions d'existence des solutions solitaires par l'analyse du potentiel de Sagdeev (Eq. 7.18). Il est évident que $V(\Psi) = 0$ et $dV(\Psi)/d\Psi = 0$ en $\Psi = 0$. La solution en onde solitaire existe si (i) $(d^2V(\Psi)/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$, on dit alors que le point fixe à l'origine est instable; (ii) Ψ admet un extremum (maximum ou minimum) non nul noté Ψ_m tel que $V(\Psi_m) = 0$. Cela signifie que la quasi- particule d'énergie totale

nulle sera réfléchi à la position $\Psi = \Psi_m$; (iii) $V(\Psi) < 0$ lorsque Ψ varie de 0 à Φ_m . Cette dernière condition indique que $V(\Psi)$ doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée. La condition (i) impose au nombre de Mach de satisfaire

$$M > M_{\min} = \left(\frac{3q - 1}{4B_1} \right)^{1/2} \quad (7.19)$$

La figure 3 illustre la variation de la limite inférieure M_{\min} en fonction de q pour différentes valeurs de α . Le résultat montre que l'augmentation de q décale la limite inférieure M_{\min} vers des valeurs plus élevées. Par ailleurs, cette limite (au delà de laquelle les solitons apparaissent) diminue à mesure que le caractère non thermique du plasma devient important.

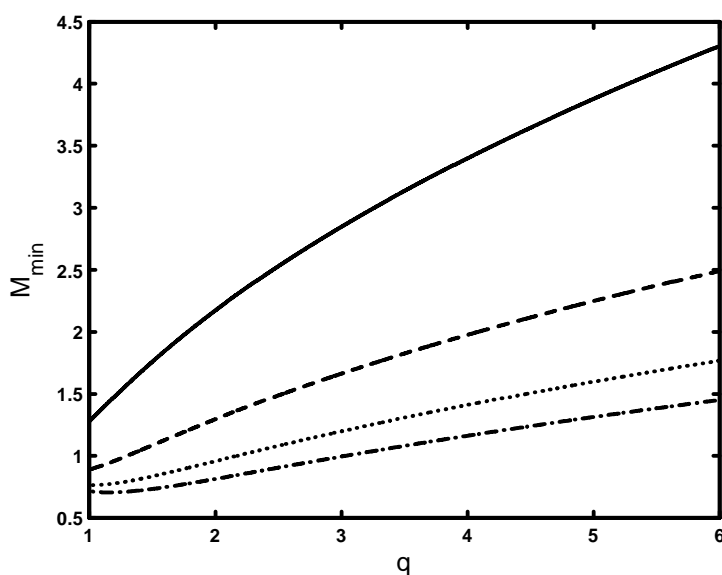


Figure 3: Variation de la limite inférieure M_{\min} en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de $\alpha = 0.1$ (trait plein), 0.3 (tirets), 0.6 (pointillés) et 0.9 (tirets-pointillés).

7.3 Résultats numériques

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. L'équation (7.17) est intégrée grâce à un schéma numérique propre aux problèmes à valeurs initiales. Pour amorcer l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$ et $\left(\frac{d\Psi}{d\xi} \right)_{\xi=0} = -10^{-10}$ ont été choisies. En guise de comparaison, nous avons tracé la variation spatiale du potentiel électrostatique Ψ pour deux valeurs différentes du paramètre non extensif $q = 1.2$ et $q = 1.21$. Les paramètres suivants $\alpha = 0.3$ et $M = 1.3$ ont été choisis de sorte que l'équation (7.17) admette des solitons acoustiques ioniques. Nos résultats

numériques révèlent que notre modèle de plasma admet la coexistence de structures ioniques acoustiques solitaires raréfactives lisses (Fig. 4) et compressives de type cornu [Fig. 5, notant que dans ce cas $\left(\frac{d\Psi}{d\xi}\right)_{\xi=0} = 10^{-10}$] associées, respectivement, à des densités électroniques raréfactive (Fig. 6) et compressive (Fig. 7). Les figures 4 et 5 indiquent qu'à mesure que la non extensivité électronique devient importante (le paramètre non extensif q augmente de 1.2 à 1.21), l'amplitude des deux solitons (raréfactif et compressif) augmente alors que leurs largeurs varient (plus ou moins) légèrement. Notons que les solitons raréfactifs (Fig. 4), comparativement aux solitons compressifs (Fig. 5), semblent être les plus affectés par les effets non extensifs. En maintenant fixe les valeurs de M et de α , une légère augmentation du paramètre non extensif peut détruire la coexistence d'ondes acoustiques ioniques, ne laissant que les solitons acoustiques de compression (voir Fig. 8, avec $q = 1.22$). Finalement, nous avons effectué une investigation numérique sur une large gamme du paramètre non extensif. Notre investigation a révélé que notre plasma modèle peut supporter que des solitons acoustiques ioniques de raréfaction (Fig. 9) ou de compression (Fig. 10) pour $-1 < q < 0$ ou $0 < q < 1$, respectivement.

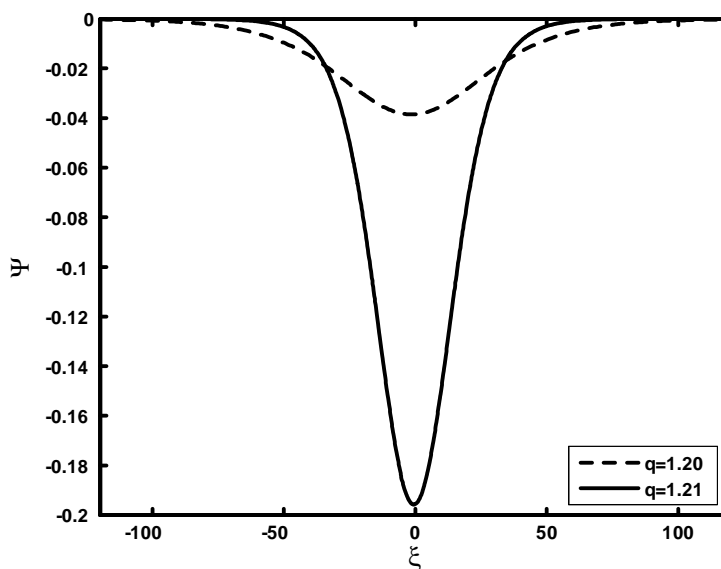


Figure 4: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique ionique raréfactive pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\alpha = 0.3$ et $M = 1.3$.

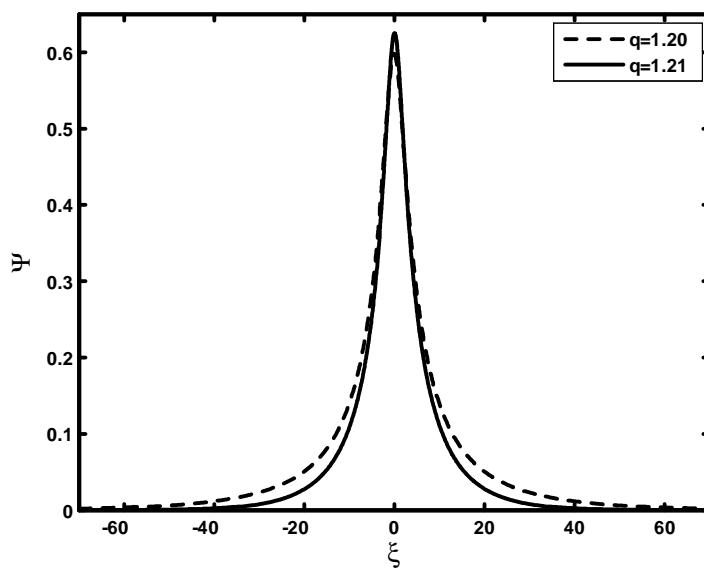


Figure 5: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique ionique compressive pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\alpha = 0.3$ et $M = 1.3$.

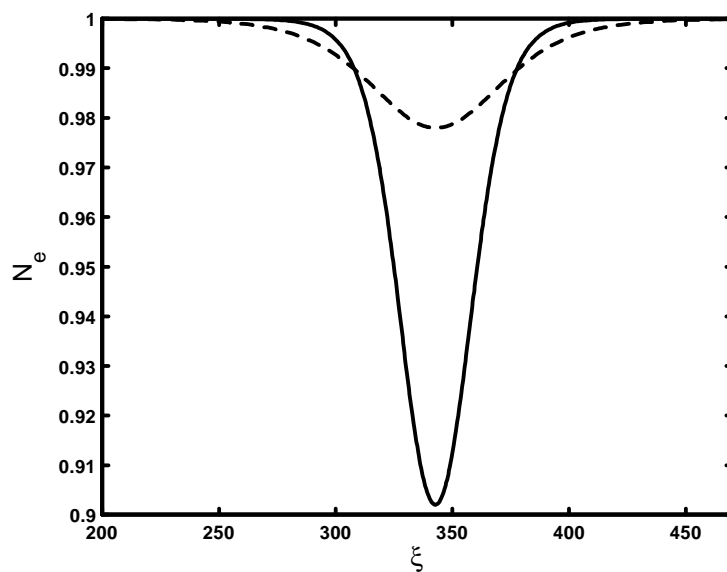


Figure 6: Profil spatial de la densité électronique N_e associée à l'onde acoustique raréactive de la figure 4.

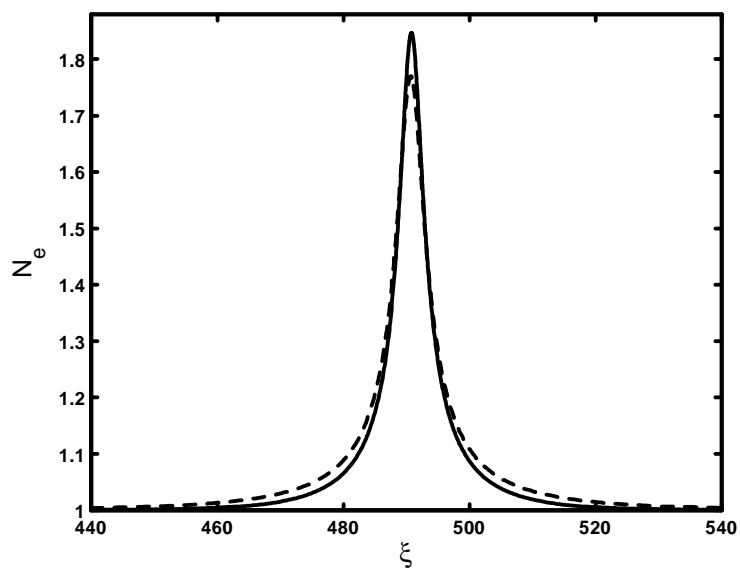


Figure 7: Profil spatial de la densité électronique N_e associée à l'onde acoustique compressive de la figure 5.

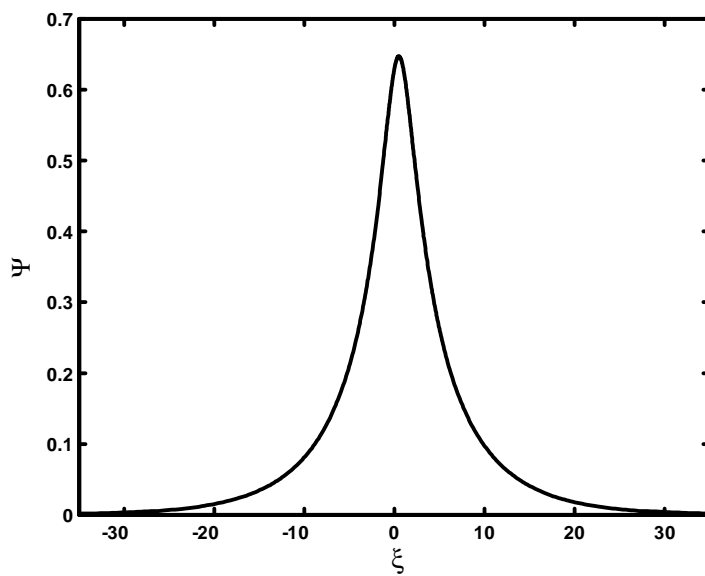


Figure 8: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique ionique compressive pour $q = 1.22$, $\alpha = 0.3$ et $M = 1.3$.

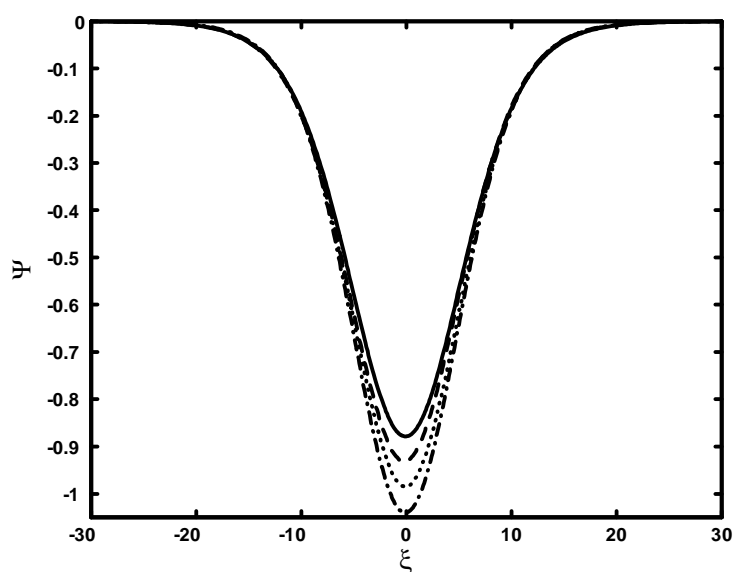


Figure 9: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique ionique raréfactive pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = -0.4$ (trait plein), -0.39 (tirets), -0.38 (pointillés) et -0.37 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.1$ et $M = 2$.

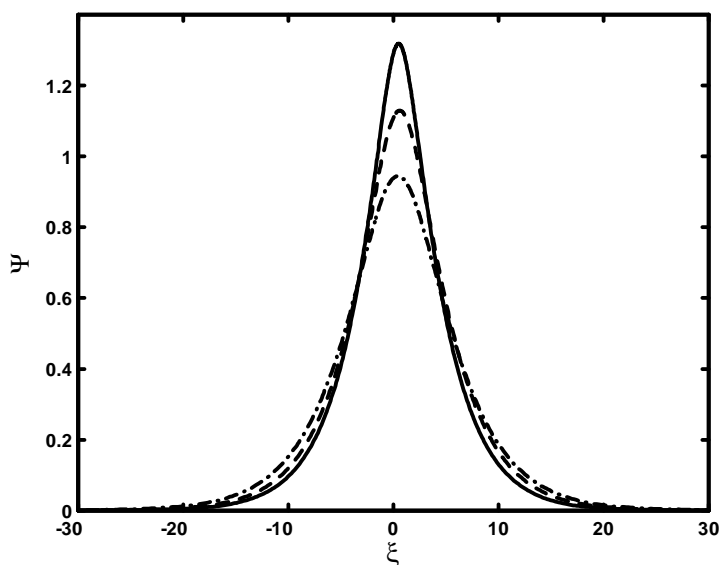


Figure 10: Potentiel électrostatique solitaire Ψ associé à l'onde acoustique ionique compressive pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 0.35$ (trait plein), 0.36 (tirets) et 0.37 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.3$ et $M = 3$.

7.4 Analyse faiblement non linéaire

Intéressons nous maintenant à la dynamique des solitons acoustiques ioniques d'amplitude faible mais finie. Pour cela, nous établissons à partir des équations (7.10)-(7.12) une équation de type Korteweg- de Vries (K- dV) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [10] ainsi que les variables qu'ils ont introduites $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et λ la vitesse de phase normalisée a priori inconnue de l'onde acoustique ionique. Les variables N_i , V_i et Ψ sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\begin{aligned} N_i &= 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \varepsilon^3 N_i^{(3)} + \dots \\ V_i &= \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \varepsilon^3 V_i^{(3)} + \dots \\ \Psi &= \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \varepsilon^3 \Psi^{(3)} + \dots \end{aligned} \quad (7.20)$$

À l'ordre le plus petit en ε , le système d'équations (7.10)-(7.12) donne $N_i^{(1)} = \Psi^{(1)}/\lambda^2$ et $V_i^{(1)} = \Psi^{(1)}/\lambda$ où

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{A_1 + (q+1)/2}} \quad (7.21)$$

L'expression de λ révèle que la vitesse de phase dépend explicitement du paramètre non extensif q et du paramètre non thermique α . Aux ordres les plus élevés en ε , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} (N_i^{(1)} V_i^{(1)}) = 0 \quad (7.22)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \zeta} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (7.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^2} &= \{1/2 - (q-1)^2/8 + A_1(q+1)/2 + B_1\} (\Psi^{(1)})^2 \\ &+ [A_1 + (q+1)/2] \Psi^{(2)} - N_i^{(2)} \end{aligned} \quad (7.24)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de Korteweg- de Vries (K- dV) suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\lambda^3}{2} \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (7.25)$$

avec

$$A = \frac{3}{2} \lambda - \lambda^3 \{1/2 - (q-1)^2/8 + A(q+1)/2 + B\} \quad (7.26)$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m^{(1)} \operatorname{Sech}^2 \left[\frac{(\zeta - u_0\tau)}{\delta} \right] \quad (7.27)$$

où $\Psi_m^{(1)} = 3u_0/A$ et $\delta = \sqrt{2\lambda^3/u_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. La solution (7.27), représente la solution stationnaire de l'onde solitaire d'amplitude faible mais finie à condition que $\lambda > 0$. L'amplitude Ψ_m et la largeur δ du potentiel solitaire peuvent être affectées par la présence des électrons non thermiques non extensifs. Par ailleurs, notre modèle de plasma peut admettre, selon le signe (positif ou négatif) du coefficient non linéaire A , des ondes acoustiques ioniques faiblement non linéaires compressives ou raréfactives.

Conclusion générale

En conclusion, les travaux présentés dans la présente thèse ont porté sur l'étude de certains phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux à charge variable. Les oscillations acoustiques ont été reconsidérées en tenant compte de la présence de grains de poussière massifs et hautement chargés et de la dynamique de leur charge. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques. Nous avons insisté, dans la majeure partie de notre thèse, sur l'existence et la formation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) associées à certains modèles de plasma dans le contexte du nouveau formalisme non extensif de Tsallis. Ce dernier consiste en une généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS). Cette généralisation, identifiée pour la première fois par Renyi et proposée bien plus tard par Tsallis en 1988, a été rendue utile par le fait qu'il est actuellement admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où des états stationnaires hors équilibre peuvent exister. A ce propos, nous avons analysé les ondes acoustiques poussiéreuses associées à un plasma complexe à charge variable. Notre investigation a révélé que la non extensivité peut affecter de manière considérable le mode acoustique poussiéreux.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur la notion du soliton, les modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux et l'équation de Korteweg- de Vries (K-dV). Nous avons terminé ce chapitre en présentant un bref aperçu sur la mécanique statistique non extensive, à savoir, la description de ses principaux concepts et l'énumération de ses applications dans différents domaines de la science.

Le second chapitre de cette thèse a été réservé au rappel du modèle bien connu de l'onde acoustique poussiéreuse. Nous avons rappelé, à travers une étude précédente, les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude dans un plasma complexe en présence d'ions non thermiques, en tenant compte de la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière.

Dans le chapitre trois, nous avons étudié l'influence de la non thermalité ionique sur l'amortissement anormal de l'onde acoustique poussiéreuse causé par la variation de la charge des grains de poussière. Rappelons que les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire et que la présence des particules non thermiques a été confirmée par de nombreuses observations spatiales. Nous avons alors établi, en faisant appel à la méthode des perturbations, une équation de type Korteweg- de Vries amortie. Pour cela, l'équation d'évolution de la charge des grains, en présence d'électrons Maxwelliens et d'ions non thermiques, a été établie de manière self- consistante et appropriée et les courants de charge ont été calculés en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique. Nous avons alors remarqué qu'à mesure que les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique (la valeur du paramètre non thermique augmente), le coefficient de dissipation anormale (amortissement) devient de plus en plus important. Par conséquent, la non thermalité ionique favorise la dissipation anormale causée par la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière.

Au cours du quatrième chapitre, nous avons abordé le problème des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires d'amplitude arbitraire associées à un plasma poussiéreux à charge variable dans le cadre du formalisme non extensif de Tsallis. Notre étude a été motivée par le fait qu'au cours de ces vingt dernières années, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS) et que cette nouvelle statistique a été utilisée avec un grand succès en physique des plasmas et a même servi comme assise théorique pour les fonctions de distribution de type Kappa (fonctions de distributions qui décrivent les particules suprathermiques). Nous avons mis l'accent sur les modifications induites par les effets non extensifs sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma composé d'ions Maxwelliens, d'électrons non extensifs et de grains de poussière à charge variable. Nos résultats ont révélé que le profil spatial de l'onde solitaire à charge variable est sensiblement affecté et modifié par les effets non extensifs: l'amplitude du soliton augmente tandis que sa largeur diminue lorsque $q \rightarrow 1$ (tendance vers l'équilibre de Maxwell-Boltzmann). En particulier, nous avons noté qu'à mesure que les électrons dévient de leur équilibre thermodynamique, la

charge des grains de poussière devient plus négative, la localisation des grains de poussière (due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains) est moins prononcée et l'appauvrissement électronique est plus effectif. A titre de comparaison (avec les résultats déjà obtenus, voir Refs. [67] et [112]), nous avons constaté que le cas $q > 1$ (contrairement au cas $-1 < q < 1$) donne des résultats qualitativement similaires à ceux déjà obtenus lorsque l'indice spectral $\kappa \rightarrow \infty$ ($q \rightarrow 1$): l'amplitude du soliton diminue alors que sa largeur augmente, c'est à dire que la suprathérmicité (la non extensivité) rend le profil de l'onde solitaire plus cornu. Ce résultat confirme en fait les similitudes entre la distribution de Tsallis et la distribution Kappa.

Dans le cinquième chapitre, nous avons mené une étude similaire à celle du chapitre précédent avec, toutefois, des ions non extensifs dont la distribution des vitesses a été modélisée par une fonction de distribution dite q -distribution ou de Tsallis. Cette dernière nous a permis d'établir la densité des ions non extensifs et de mettre en évidence, pour la première fois, l'expression du courant de charge ionique. Nos résultats ont révélé que la présence des ions non extensifs dans le plasma affecte de manière remarquable le profil spatial du soliton acoustique poussiéreux. En particulier, nous avons montré qu'une non extensivité ionique, relativement importante, peut rendre le profil du soliton plus cornu. Nous avons aussi montré que sous certaines conditions, les modifications introduites par la variation de la charge du grain de poussière peuvent être importantes. En particulier, nous avons noté une légère réduction de la largeur du potentiel solitaire associé à l'onde acoustique poussiéreuse ainsi qu'une augmentation de son amplitude lorsque la fluctuation de la charge du grain est prise en compte de manière self-consistante. Ce résultat donne un aperçu sur le rôle que peut jouer la dynamique de la charge électrique du grain dans la formation, l'apparition et l'entretien de l'onde acoustique poussiéreuse. Par ailleurs, notre analyse nous a permis de mettre en évidence l'existence d'ondes de choc acoustiques poussiéreuses non collisionnelles. La formation de celles-ci, à l'opposée de leurs homologues classiques, ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde-particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique connu), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. Cette dissipation est intimement liée au degré de non extensivité ionique dans le plasma. Une augmentation du

paramètre non extensif q donne lieu à une réduction du nombre d'oscillations de l'onde de choc et son profil tend à devenir monotone (cas de dissipation anormale dominante).

Le sixième chapitre de la présente thèse a été réservé à l'étude de l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse en présence d'ions non extensifs. Il s'agit d'analyser, en faisant appel à la méthode des perturbations, l'effet conjugué de la variation de la charge du grain et de la non extensivité ionique sur l'onde acoustique poussiéreuse propre à un modèle de plasma déjà illustré dans le chapitre précédent. La charge des grains de poussière a été prise en compte de manière self-consistante et la nouvelle expression du courant ionique non extensif a été exploitée. L'investigation numérique a confirmé que seule la variation de la charge du grain est responsable de l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse. Cette dernière peut être décrite par une équation de type K-dV qui comporte un terme additif: le terme d'amortissement. Nous avons montré que ce phénomène de dissipation anormale (l'amortissement dû à la variation de la charge des grains) devient de plus en plus important lorsque les effets non extensifs deviennent plus significatifs. Par conséquent, la non extensivité ionique contribue à rendre plus effective la dissipation anormale causée par la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière.

Dans le septième chapitre, nous avons revisité la non thermalité des électrons dans le contexte non extensif de Tsallis en nous inspirant des travaux de Cairns. Pour cela, nous avons proposé une nouvelle fonction de distribution des électrons. Celle-ci nous a permis d'établir la densité des électrons non thermiques et non extensifs. En guise d'application, nous avons étudié l'effet de la non thermalité des électrons non extensifs sur la propagation de l'onde acoustique ionique associée à un plasma à deux composantes. Nous avons noté que la limite inférieure M_{\min} est décalée vers des valeurs plus élevées pour de grandes valeurs du paramètre non extensif q et diminue à mesure que le caractère non thermique du plasma devient important. D'un autre côté, l'investigation numérique a révélé que notre modèle de plasma admet la coexistence de structures ioniques acoustiques solitaires raréfactives lisses et compressives cornues associées, respectivement, à des densités électroniques raréfactives et compressives. Les solitons raréfactifs, comparativement aux solitons compressifs, semblent être les plus affectés par les effets non extensifs et une légère augmentation du paramètre non extensif peut détruire cette coexistence laissant seulement les solitons acoustiques de compression. Nous avons terminé notre étude en établissant une équation de type K-dV. La solution de cette dernière a confirmé que l'amplitude et la largeur de l'onde acoustique ionique sont affectées par les effets non thermiques et non extensifs et que notre modèle de

plasma peut admettre des ondes acoustiques ioniques compressives et raréfactives selon le signe du terme non linéaire.

Nous estimons avoir atteint les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. Au vu de la pertinence des oscillations non linéaires dans les plasmas de laboratoire et de l'espace, nos résultats devraient aider à fournir un bon ajustement entre les résultats théoriques et expérimentaux. En effet, la flexibilité fournie par l'indice entropique q permet d'entrevoir un bon accord entre la théorie et l'expérience. Bien entendu, il reste encore de nombreuses questions ouvertes. Les perspectives de la présente thèse sont nombreuses. Nous nous proposons à l'avenir de tenir compte du poids du grain de poussière (notons que celui-ci peut être de l'ordre de la force électrostatique), de la forme de ce dernier (en faisant intervenir des distributions de masses et de rayons), de faire intervenir les autres processus de charge déjà énumérés et d'envisager une extension de notre étude au cas des oscillations collectives dans les plasmas non extensifs quantiques et relativistes.

Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York, 1974).
- [3] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Academic, New York, 1979).
- [4] L. Spitzer Jr., *Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley, New York, 1962).
- [5] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M.Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [8] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [9] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1966), Vol. **4**, p. 23.
- [10] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [11] A. Rényi, *Acta Math. Acad. Sci. Hung.* **6**, 285 (1955).
- [12] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [13] A. V. Milovanov et L. M. Zelenyi, *Nonlinear Processes Geophys.* **7**, 211 (2000).
- [14] J. A. S. Lima, R. Silva, Jr. et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).
- [15] G. Kaniadakis, *Phys. Lett. A* **288**, 283 (2001).
- [16] S. Martinez, F. Pennini et A. Plastino, *Phys. Lett. A* **282**, 263 (2001).

-
- [17] T. Wada, Phys. Lett. A **297**, 334 (2002).
- [18] J. Du, Phys. Lett. A **329**, 262 (2004).
- [19] F. Sattin, Phys. Scr. **71**, 443 (2005).
- [20] M. P. Leubner et Z. Vörös, Nonlinear Processes Geophys. **12**, 171 (2005).
- [21] R. Piasecki, Physica A **366**, 221 (2006).
- [22] L. Guo et J. Du, Phys. Lett. A **362**, 368 (2007).
- [23] M. P. Leubner, Nonlinear Processes Geophys. **15**, 531 (2008).
- [24] H. J. Haubold et D. Kumar, Astropart. Phys. **29**, 70 (2008).
- [25] N. G. de Almeida, Physica A **387**, 2745 (2008).
- [26] L. Liyan et J. Du, Physica A **387**, 4821 (2008).
- [27] R. Hanel et S. Thurner, Phys. Lett. A **373**, 1415 (2009).
- [28] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [29] P. K. Shukla, Phys. Plasmas **1**, 1362 (1994).
- [30] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, J. Geophys. Res. **90**, 7405 (1985).
- [31] P. K. Shukla, Phys. Plasmas **8**, 1791 (2001).
- [32] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, Phys. Plasmas **7**, 2731 (2000).
- [33] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993).
- [34] A. Melzer, T. Trottenberg et A. Piel, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994).
- [35] B. Walch, M. Horanyi et S. robertson, IEEE Trans. Plasma Sci. **22**, 97 (1994).
- [36] C. Arnas, M. Mikikian et F. Doveil, Phys. Rev. E **60**, 7420 (1999).
- [37] A. A. Samarian et S. V. Vladimirov, Phys. Rev. E **67**, 066404 (2003).
- [38] L. Couedel, M. Mikikian, L. Boufendi et A. A. Samarian, Phys. Rev. E **74**, 026403 (2006).

-
- [39] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, Phys. Rev. Lett. **84**, 6034 (2000).
- [40] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, J. Geophys. Res. **106**, 8343 (2001).
- [41] G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, Planet. Space sci. **49**, 1257 (2001).
- [42] D. J. Kortweg et G. D. Vries, Phil.Mag. **39**, 422 (1895).
- [43] C. S. Gardner et G. M. Morikawa, Comm. Pure Appl. Math. **18**, 35 (1965).
- [44] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. **38**, 1143 (1990).
- [45] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ., Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [46] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [47] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).
- [48] N. J. Zabusky, Phys. Rev. Lett. **168**, 124 (1968).
- [49] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [50] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [51] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).
- [52] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [53] C. Tsallis, R.S. Mendes et A.R. Plastino, Physica A **261**, 534 (1998).
- [54] E.G.D. Cohen, Physica A **305**, 19 (2002).
- [55] R. Silva, A. R. Plastino et J. A. S. Lima, Phys. Lett. A **249**, 401 (1998).
- [56] F. Bouchet et J. Sommeria, J. Fluid. Mech. **464**, 165 (2002).
- [57] M. K. H. Kiessling et T. Neukirch, Proc. Nat. acad. Sci. USA **100**, 1510 (2003).
- [58] M. Antoni, Y. Elskens et D. Escande. Phys. Plasmas **5**, 841 (1998).

-
- [59] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K. Shukla, *Phys. Plasma* **3**, 702 (1996).
- [60] R. Bharuthram et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **40**, 973 (1992).
- [61] F. Verheest, *Planet. Space Sci.* **40**, 1 (1992)
- [62] C. Yinhua et M. Y. Yu. *Phys. Plasma* **1**, 1868 (1994).
- [63] Y. Nakamura, H. Bailung et K. E. Lonngren, *Phys. Plasmas* **6**, 3466 (1999).
- [64] J. X . Ma et J. Liu, *Phys. Plasmas* **4**, 253 (1997).
- [65] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 103707 (2007).
- [66] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [67] M. Tribeche, S. Mayout, et R. Amour, *Phys. Plasmas* **16**, 043706 (2009).
- [68] M. Tribeche et M. Benzekka, *Phys. Plasmas* **16**, 083702 (2009).
- [69] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [70] B. Hayes, *Am. Sci.* **93**, 104 (2005).
- [71] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [72] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, *Phys. Scr.* **75**, 354 (2007).
- [73] M. R. Gupta, S. Sakar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [74] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 431 (1996).
- [75] W. F. El- Taibani et R. Sabri, *Phys. Plasmas* **12**, 082302 (2005).
- [76] W. F. El- Taibani, M. Wadati et R. Sabri, *Phys. Plasmas* **14**, 032304 (2007).
- [77] J. R Asbridge, S. J. Bame et I. B. Strong, *J. Geophys. Res.* **73**, 5777 (1968).
- [78] W. C. Feldman, S. J. Anderson, S. J. Bame, S. P. Gary, J. T. Gosling, D. J. McComas, M. F. Thomsen, G. Paschmann et M. M. Hoppe, *J. Geophys. Res.* **88**, 96 (1983).
- [79] R. Lundlin, A. Zakharov, R. Pellinen, H. Borg, B. Hultqvist, N. Pissarenko, E. M. Dubinin, S. W. Barabash, I. Liede et H. Koskinen, *Nature (London)* **341**, 609 (1989).

-
- [80] Y. Futaana, S. Machida, Y. Saito, A. Matsuoka et H. Hayakawa, *J. Geophys. Res.* **108**, 151, DOI: 10.1029/2002JA009366 (2003).
- [81] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **12**, 3602 (2004).
- [82] L. P. Zhang et J. K. Xue, *Phys. Plasmas* **12**, 042304 (2005).
- [83] J. F. Zhang et Y. Y. Wang, *Phys. Plasmas* **13**, 022304 (2006).
- [84] W. F. El- Taibani et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **13**, 022306 (2006).
- [85] S. Ghosh, *Phys. Plasmas* **12**, 094504 (2005).
- [86] S. Ghosh, T. K. Chaudhuri, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Rev. E* **65**, 037401 (2002).
- [87] N. N. Rao et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **42**, 221 (1994).
- [88] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, *Phys. Lett. A.* **135**, 37 (1989).
- [89] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [90] M. P. Leubner, *Astrophys. Space Sci.* **282**, 573 (2002).
- [91] M. P. Leubner, *Phys. Plasmas* **11**, 1308 (2004).
- [92] M. P. Leubner, *Astrophys. J.* **604**, 469 (2004).
- [93] G. Livadiotis et D. J. McComas, *J. Geophys. Res.* **114**, A 11105, doi:10.1029/2009JA014352 (2009).
- [94] R. L. Mace, G. Amey et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **6**, 44 (1999).
- [95] M. A. Hellberg et R. L. Mace, *Phys. Plasmas* **9**, 1495 (2002).
- [96] R. L. Mace et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **10**, 21 (2003).
- [97] R. L. Mace, *Phys. Plasmas* **10**, 2181 (2003).
- [98] R. L. Mace, *Phys. Plasmas* **11**, 507 (2004).
- [99] M. A. Hellberg, R. L. Mace et T. Cattaert, *Space Sci. Rev.* **121**, 127 (2005).
- [100] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702 (2008).

- [101] B. Basu, *Phys. Plasmas* **15**, 042108 (2008).
- [102] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **15**, 073706 (2008).
- [103] H. Hakimi Pajouh et H. Abbasi, *Phys. Plasmas* **15**, 103705 (2008).
- [104] N. S. Saini et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **15**, 123701 (2008).
- [105] T. K. Baluku et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **15**, 123705 (2008).
- [106] N. S. Saini, I. Kourakis et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **16**, 062903 (2009).
- [107] R. L. Mace et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **16**, 072113 (2009).
- [108] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **16**, 083701 (2009).
- [109] M. Tribeche et N. Boubakour, *Phys. Plasmas* **16**, 084502 (2009).
- [110] M. A. Hellberg, R. L. Mace, T. K. Baluku, I. Kourakis et N. S. Saini, *Phys. Plasmas* **16**, 094701 (2009).
- [111] Z. Liu et J. Du, *Phys. Plasmas* **16**, 123707 (2009).
- [112] N. Boubakour, M. Tribeche et K. Aoutou, *Phys. Scr.* **79**, 065503 (2009).
- [113] T. S. Gill, A. S. Bains et C. Bedi, *Phys. Plasmas* **17**, 013701 (2010).
- [114] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **17**, 063702 (2010).
- [115] J. E. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992).
- [116] S. Ghosh et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **12**, 092306 (2005).
- [117] M. Tribeche, L. Ait Gougam et K. Aoutou, *Phys. Plasmas* **13**, 092105 (2006).
- [118] R. Amour et M. Tribeche, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **16**, 3533 (2011).
- [119] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **18**, 033706 (2011).
- [120] M. Tribeche et A. Berbri, *J. Plasma Phys.* **74**, 245 (2008).
- [121] R. Amour, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 57 (2012).
- [122] S. Younsi et M. Tribeche, *Plasma Phys.* **17**, 043705 (2010).

- [123] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlinear Processes in Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [124] R. Boström, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
- [125] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [126] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, *J. de Physique* **5** C6, 43 (1995).
- [127] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, *Phys. Scr. T***63**, 80 (1996).
- [128] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [129] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas* **17**, 124502 (2010).
- [130] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **331**, 181 (2011).
- [131] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Plasmas* **18**, 022108 (2011).
- [132] M. Bacha, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* (2012, sous presse).
- [133] M. Tribeche et A. Merriche, *Phys. Plasmas* **18**, 034502 (2011).
- [134] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **18**, 062102 (2011).
- [135] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Lett. A* **375**, 2059 (2011).
- [136] R. Amour, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 287 (2011).
- [137] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [138] M. Benzekka et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 63 (2011).