

N°=d'ordre : 07/2018-D/GM

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET GENIE DES PROCEDES



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR EN SCIENCES

Spécialité : Aérodynamique et Conversion d'Energie

Par : **SI SALAH Sid Ali**

SUJET

**ETUDE DES ASPECTS DYNAMIQUES DES ECOULEMENTS DANS UN MINI
CANAL**

Soutenue publiquement le 18/09/2018, devant le jury composé de :

M ^r R. Dizene	Professeur à l'USTHB	Président de jury
M ^{me} E.G. Filali	Professeur à l'USTHB	Directrice de thèse
M ^r A. Smaili	Professeur à l'ENP	Examineur
M ^r A. Bentebbiche	Professeur à l'USTHB	Examineur
M ^r M. Hachemi	Maître de conférence /A à l'UMBB	Examineur
M ^r R. Kerfah,	Maître de conférence /A à l'U. Khemis Meliana	Examineur

Dédicaces

Je dédie cette thèse

A la personne que j'aurais tant aimé voir assistée à ma soutenance, mon regretté cher père. Il a été toujours là et il a été un magnifique modèle de labeur et de persévérance. Que Dieu le préserve au fond de son éden.

A ma très chère mère, à qui je dois tout simplement tout et qui n'a cessé de me conseiller et de me soutenir.

Sans oublier mon épouse pour son soutien et notamment d'avoir accepté de porter le fardeau familiale toute seule durant la préparation de cette thèse.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements à mon encadreur M^{me} E.G. FILALI ; Professeur (USTHB) ; pour l'intérêt porté à mon travail, sa disponibilité, ses conseils précieux et surtout sa grande patience.

Je remercie vivement M^R R.DIZENE ; Professeur (USTHB) ; pour avoir accepté d'évaluer ce travail et qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à M^R A. Smaili ; Professeur (ENP), M^R A. BENTEBBICHE ; Professeur (USTHB) ; et M^R M. Hachemi ; Maitre de conférences (UMBB) ; et M^R R. Kerfah ; Maitre de conférences

(U. Khemis Meliana) pour avoir accepté d'examiner ce travail et de prendre part au jury.

Un vif remerciement est prodigué à la direction du laboratoire MASC qui m'a accueilli dans ses locaux et m'a fourni les moyens nécessaires à cette l'étude.

Enfin, à tous ceux et celles qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail.

Résumé

L'objectif de cette étude est de cerner les limites d'applicabilité des lois et corrélations classiques de l'hydrodynamique dans des conduites de très faible diamètre hydraulique. Il s'agit de mettre en évidence l'effet de la réduction d'échelle, sur le comportement hydrodynamique d'un écoulement liquide en mini et micro canal. Pour ce faire, nous avons réalisé une étude numérique et analytique d'un écoulement d'eau laminaire à travers des canaux lisses bidimensionnels de section rectangulaires. Un code de calcul a été adopté utilise la méthode combinée aux éléments finis/volumes de contrôle (**CFVEM** en anglais) pour résoudre les équations de Navier-Stokes, laminaires et incompressibles. Les diamètres hydrauliques explorées vont de 1mm à 1 μ m. Le nombre de Reynolds varie de 0,001 à 2000. Les résultats obtenus montrent un bon accord avec les corrélations proposées dans le cas de conduites de taille conventionnelle, signifiant que ces relations restent applicables jusqu'à ces échelles. Une confrontation des résultats obtenus avec des études expérimentales récentes démontre aussi une bonne concordance, tant en aspect qualitatif que quantitatif. L'effet de la double couche électrique (DCE) et de la dissipation visqueuse a aussi été analysé. Les résultats analytiques obtenus montrent que les effets de la DCE ne sont observés que pour des conductivités électriques inférieures à une certaine valeur. Constatation largement approuvée par les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature.

Mots-clefs : Hydrodynamique, Micro canaux, Régime laminaire, Effet de la double couche électrique (DCE), Effet de la dissipation visqueuse.

Abstract

The aim of this study is to define the limits of applicability of the classical laws and correlations of hydrodynamics in pipes of very small hydraulic diameter. This is to highlight the effect of downscaling, on the hydrodynamic behavior of a liquid flow in mini and micro channel. To do this, we performed a numerical and analytical study of a laminar water flow through two-dimensional smooth channels of rectangular section. A calculation code was adopted use a combined finite element / control volume method (**CVFEM**) to solve the steady laminar incompressible Navier-Stokes equations. The heights explored range from 1mm to 1 μ m. The Reynolds number varies from 0,001 to 2000. The results obtained shows a good agreement with the correlations proposed in the case of conventional size pipes, meaning that these relationships remain applicable up to these scales. A comparison of the results obtained

with recent experimental studies also shows good agreement, both in terms of quality and quantity. The effect of double electric layer (DCE) and viscous dissipation has also been analyzed. The analytical results obtained show that the effects of the DCE are observed only for electrical conductivities lower than a certain value. Finding largely supported by experimental results available in the literature.

Keywords: Hydrodynamics, Micro channels, Laminar regime, Electrical Double Layer (EDL) effect, viscous dissipation effect.

ملخص

الهدف من هذا البحث هو تحديد بدقة حدود تطبيق القوانين الكلاسيكية الهيدروديناميكية في أنابيب ذات قطر هيدروليكي صغير جدا. بهدف تسليط الضوء على تأثير تقليص قطر الأنابيب على سلوك الهيدروديناميكي للسائل , أجرينا دراسة عددية باستعمال برنامج و طريقة (éléments finis/volumes de contrôle **CFVEM**) لتدفق ماء من خلال قنوات ثنائية الأبعاد . القنوات المستعملة في المحاكاة يتراوح قطرها الهيدروليكي ما بين 1مم إلى 1 ميكرون. عدد رينولدز يتغير ما بين 0,001 و 2000 . أظهرت النتائج أن السلوك الهيدروديناميكي تتفق بشكل جيد مع القوانين الكلاسيكية في حالة الأنابيب التقليدية الحجم و القياسات التجريبية التي تثبت ثبات السلوك الهيدروديناميكي مهما يكن قطر القناة المستعمل.

أثار الطبقة الكهربائية المزدوجة (**ECD**) والتبديد اللزج درسا في هذا البحث. النتائج التحليلية أظهرت أن أثار الطبقة الكهربائية المزدوجة لا تكون محسوسة إلا من أجل توصيلات كهربائية اصغر من قيمة معينة, وهذه النتيجة تتفق مع النتائج التجريبية لكثير من البحوث في هذا المجال

Nomenclature

$A_\phi^D, B_\phi^D, C_\phi^D$	<i>Coefficients de terme de diffusion interpolé linéairement</i>
C_1^A, C_2^A, C_3^A	<i>Coefficients de terme de convection</i>
A_p, B_p, L_p	<i>Coefficients de terme de pression interpolé linéairement</i>
a_i^u, a_{nb}^u, b_i^u	<i>Coefficients de l'équation discrétisée de quantité de mvt suivant x</i>
a_i^v, a_{nb}^v, b_i^v	<i>Coefficients de l'équation discrétisée de quantité de mvt suivant y</i>
a_i^P, a_{nb}^P, b_i^P	<i>Coefficients de l'équation discrétisée de pression</i>
A	<i>Surface de la section du passage [m²]</i>
C_f	<i>Le coefficient de frottement local</i>
C_F	<i>Le coefficient de frottement global</i>
C_p	<i>Capacité calorifique à pression constante du fluide [kJ /kg.K]</i>
D_h	<i>Diamètre hydraulique du mini-canal [m]</i>
E_s	<i>potentiel de convection, [V]</i>
e	<i>Charge d'un électron, $1,6021 \times 10^{-19}$ [Colomb, C]</i>
\bar{j}	<i>Flux total (diffusion+convection)</i>
h_{in}	<i>Enthalpie d'entrée du mini-canal [kJ /kg]</i>
h_{out}	<i>Enthalpie de sortie du mini-canal [kJ /kg]</i>
h	<i>La hauteur du mini-canal [m]</i>
I_s	<i>Courant électrique de convection [Ampère, A]</i>
I_C	<i>Courant électrique de conduction [Ampère, A]</i>
k^{-1}	<i>L'épaisseur de la double couche électrique, [nm]</i>
K_b	<i>Constante de Boltzmann, $1,3806 \cdot 10^{-23}$ [J.K⁻¹ .mol⁻¹]</i>
L	<i>Longueur du canal et mini canal [m]</i>
l	<i>Largeur du canal et mini canal [m]</i>
L_e	<i>La longueur d'établissement dynamique</i>
\dot{m}	<i>Débit massique [kg/s]</i>
n_0	<i>Concentration moléculaire volumique [molécule. m⁻³]</i>
\bar{n}	<i>vecteur unitaire</i>
Po	<i>Le nombre de Poiseuille</i>
P	<i>Pression [Pa]</i>
P_m	<i>périmètre mouillé [m]</i>
Re	<i>Nombre de Reynolds</i>

S_{ϕ}	<i>Terme source</i>
T	<i>Température absolue du fluide [K]</i>
t	<i>temps[s]</i>
U_{∞}	<i>Vitesse d'écoulement libre, loin de la paroi</i>
u	<i>Composante axiale de la vitesse [m/s]</i>
u_{\max}	<i>Vitesse maximale au centre du mini-canal</i>
u_m	<i>Vitesse moyenne dans une section transversale de la mini-conduite [m/s]</i>
u_{in}	<i>Vitesse à l'entrée de la mini-conduite [m/s]</i>
v	<i>Composante transversale de la vitesse [m/s]</i>
z	<i>la valence associée à l'ion positif ou négatif</i>
x	<i>Coordonnée axiale [m]</i>
y	<i>Coordonnée transversale [m]</i>

Symboles grecs

ϕ	<i>Variable scalaire transportée, (P,u,v)</i>
α_{ϕ}	<i>Facteur de relaxation</i>
ε_{ϕ}	<i>Valeur caractérisant l'erreur sur la solution obtenue</i>
Γ_{ϕ}	<i>Coefficient de diffusion</i>
β	<i>Coefficient de dilatation thermique isobare [K⁻¹]</i>
δ	<i>Épaisseur de la couche limite dynamique [mm]</i>
ρ_e	<i>La densité des ions positifs et négatifs [C. m⁻³]</i>
ε	<i>La permittivité l'électrolyte (eau), 80 [C. V⁻¹ .m⁻¹]</i>
ε_0	<i>La permittivité du vide, 8,854 x 10⁻¹² [C. V⁻¹ .m⁻¹]</i>
ΔP	<i>Pertes de charge entre l'entrée et la sortie du mini-canal [Pa]</i>
ΔT	<i>Différence de température entre l'entrée et la sortie du mini-canal</i>
$\frac{\partial P}{\partial x}$	<i>Gradient de pression suivant x</i>
$\frac{\partial P}{\partial y}$	<i>Gradient de pression suivant y</i>
λ_0	<i>Conductivité électrique [μS/Cm]</i>
ξ	<i>Potentiel d'interface zêta [mV]</i>
Ψ	<i>Potentiel électrostatique à un point quelconque de la double couche électrique</i>
μ	<i>Viscosité dynamique du fluide [kg/m.s]</i>
μ_a	<i>Viscosité dynamique apparente du fluide [kg/m.s]</i>

ν	<i>Viscosité cinématique [m²/s]</i>
ρ	<i>Masse volumique du fluide [kg/m³]</i>
τ_p	<i>Contrainte de pariétale à la paroi [Pa]</i>

Indices :

<i>atm</i>	<i>Atmosphérique</i>
<i>in</i>	<i>Entrée du mini-canal</i>
<i>i</i>	<i>Nœud</i>
<i>max</i>	<i>Valeur maximale</i>
<i>nb</i>	<i>Référence aux nœuds voisins au point « i »</i>
<i>out</i>	<i>Sortie du mini-canal</i>
<i>o</i>	<i>Relatif à la permittivité du vide</i>

Sommaire

Résumé	
Nomenclature	
Introduction Générale	01
Chapitre I : Analyse bibliographique	
1. Introduction.....	4
2. Les explications avancées dans la littérature quant aux déviations par rapport aux lois classiques :.....	18
2.1 La géométrie des canaux.....	18
2.2. Les effets de la rugosité :.....	20
2.3. La dissipation visqueuse :	20
2.4. Les effets de la raréfaction des gaz (nombre de Knudsen Kn)	20
2.5. L'effet électro-visqueux.....	21
2.6. L'erreur de mesure.....	21
3. Synthèse :	22
Chapitre II : Généralités et définitions	
1. Introduction	25
2. Description physique de l'écoulement ; aspect dynamique	25
2.1. Profils de vitesse	27
2.2. Epaisseur de la couche limite dynamique et longueur d'établissement	28
2.3. Coefficient de frottement et nombre de Poiseuille	29
3. Théorie de la double couche électrique (DCE) et effet électro-visqueux.....	31
3.1. Principe de la théorie de la DCE avec un fluide statique.....	31
3.2. Double couche électrique et mise en mouvement du fluide	32
3.3. Origine des chargements électrostatiques d'une surface.....	33
3.4. Analyse mathématique de la DCE	34
3.5. Solution de l'équation de Poisson – Boltzmann	35
3.6. Couplage avec les équations de Navier et Stokes	36
Profil de vitesse :	36

Débit volumique	40
Nombre de Poiseuille	40
Viscosité apparente.....	40
4. Effet de la dissipation visqueuse.....	41
4.1. Analyse thermodynamique	41

Chapitre III : Modélisation numérique

1. Introduction	45
2. Présentation du domaine d'étude	45
3. Les équations gouvernantes.....	46
➤ <i>Equation de continuité</i>	46
➤ <i>Equation de conservation de la quantité de mouvement</i>	47
4. Méthode éléments finis/volumes de contrôle (CVFEM)	49
4.1 Discrétisation du domaine de calcul	49
4.2 Equation intégrale de la loi de conservation	50
4.3 Fonctions d'interpolation	51
4.3.1 Terme de diffusion	51
4.3.2 Terme de convection	53
• Schema Mass-Weighted Upwind (MAW)	54
4.3.3 Terme de pression	56
4.3.4 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	57
4.3.5 Discrétisation de l'équation de pression	58
4.3.6 Procédure de résolution.....	59
4.3.6.1 Technique de Gauss Seidel avec sur relaxation (SOR).....	60
4.3.6.2 Critère de convergence	61
5. Structure du Code de Calcul	62

Chapitre IV : Résultats et interprétations

1. Introduction.....	63
2. Validation du code de calcul.....	64

2.1. Présentation du domaine de calcul.....	64
2.2. Maillage et conditions aux limites	64
2.3. Profils de vitesse	65
2.4. Evolution de la vitesse axiale et épaisseur de la couche limite	66
2.5. Evolution de la pression et nombre de Poiseuille.....	66
2.6. Conclusion.....	68
3. Résultats et discussions.....	68
3.1. Domaine d'étude.....	68
3.2. Comportement dynamique de l'écoulement dans un mini-canal.....	68
3.2.1 Sensibilité de la solution au maillage	69
3.2.2 Profils de vitesse, longueurs d'établissement et couches limites	69
3.2.2 Coefficient de frottement et pertes de charges linéaire :.....	73
3.3. Effet de la variation du nombre de Reynolds	75
3.3.1 Profils de vitesse, longueurs d'établissement et couches limites.....	75
3.3.2 Coefficient de frottement local, moyen.....	78
3.3.3 Synthèse	81
3.4. Effet de la variation de la hauteur du mini canal.....	81
3.4.1 Profils de vitesse et épaisseur de la couche limite	82
3.4.2 Evolution de la pression, coefficient de frottement et nombre de Poiseuille	84
3.4.3 Synthèse	88
3.5. Effet de la dissipation visqueuse	90
3.6. Effet de la double couche électrique.....	93
3.6.1 Synthèse.....	101
Conclusion Générale.....	102
Références bibliographiques	107

Liste des figures

Figure (I.1) Nombre de Poiseuille expérimentale adimensionné par sa valeur théorique en fonction du en fonction du nombre de Reynolds [21].....	08
Figure (I.2) Nombre de Poiseuille expérimentale en fonction du nombre de Reynolds dans des canaux de 28,2 et de 14,1 μm d'épaisseurs: (a) eau de-ionisée (b) KCl à 10^{-4} mol.L $^{-1}$ [23].....	09
Figure (I.3) Développement d'un écoulement entrant dans un canal rectangulaire [30]... ..	10
Figure (I.4) Evolution du nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds [31].....	11
Figure (I.5) Distribution du nombre de Poiseuille normalisé laminaire pour différentes hauteurs [36].	12
Figure (I.6) Distribution du nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds [38].....	13
Figure (I.7) Comparaison du nombre de Poiseuille avec les corrélations classiques en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs [48].....	15
Figure (I.8) Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds [61]	17
Figure (I.9) Poiseuille normalisé en fonction du nombre de Reynolds: dispersion des résultats expérimentales pour les écoulements liquides et gaz [63]	19
Figure (II.1) Développement du profil de vitesse et chute de pression entre deux plaques.....	24
Figure (II.2) Modèle de la double couche d'après Stern et variation du potentiel ψ dans la DCE.....	31
Figure (II.3) Répartition des charges dans le fluide, direction des courants "d'écoulement et de conduction"	33
Figure (II.4) La première loi de la thermodynamique appliquée au volume de contrôle (microcanal).....	41
Figure (II.5) Variation du C_p et $1 - \beta T / \rho$ en fonction de la pression et de la température [72].....	43
Figure (III.1) Domaine de calcul.....	46
Figure (III.2) Parcelle du domaine de calcul discrétisé en éléments triangulaires et en volumes de contrôle polygonaux	50
Figure (III.3) (a) Élément typique, (b) nœud interne, (c) nœud de frontière.....	51
Figure (III.4) Organigramme du Programme principal.....	63
Figure (IV.1) Maillage du canal.....	65
Figure (IV.2) Comparaison du profil de vitesse numérique et analytique.....	67
Figure (IV.3) Evolution de la vitesse axiale (a) et l'épaisseur de la couche limite (b) le long de canal.....	68

Figure (IV.4) Evolution de la pression (a) et nombre de Poiseuille (b) le long du canal.....	68
Figure (IV.5) Représentation géométrique du domaine d'étude.....	69
Figure (IV.6) Influence du maillage sur la vitesse axiale ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	70
Figure (IV.7) Variation de la vitesse d'écoulement suivant la longueur du mini-canal.....	71
Figure (IV.8) Profils de vitesse axiale (a) et transversale (b) à différentes sections du mini-canal ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	72
Figure (IV.9) Variation de la vitesse au centre du mini-canal ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	73
Figure (IV.10) Evolution de la couche limite dynamique dans le mini-canal ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	74
Figure (IV.11) Variation de la pression(a) et le coefficient de frottement (b) suivant la longueur du mini-canal. ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	75
Figure (IV.12) Evolution des résidus pendant le calcul hydrodynamique ($h=500 \mu\text{m}$, $u_e=0,5\text{m/s}$).....	76
Figure (IV.13) Profils de vitesse pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).....	77
Figure (IV.14) Variation de la vitesse axiale au centre du mini-canal u_{max} en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).....	77
Figure (IV.15) Variation de la longueur d'établissement en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).....	78
Figure (IV.16) Evolution de l'épaisseur δ_h pour plusieurs nombres de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).....	79
Figure (IV.17) Variation du coefficient du frottement (a) local et (b) moyen en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).....	80
Figure (IV.18) Variation du nombre de Poiseuille Po en fonction du nombre de Reynolds ($h=500\mu\text{m}$).....	81
Figure (IV.19) Profils de vitesse pour différent nombre de Reynolds avec $u_e=0,5\text{m/s}$	83
Figure (IV.20) Epaisseurs de la couche limite pour différents nombres de Reynolds avec $u_e=0,5\text{m/s}$	84
Figure (IV.21) Variation de la perte de pression en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs.....	85
Figure (IV.22) Variation du nombre de Poiseuille et coefficient de frottement en fonction de Reynolds pour différentes hauteurs.....	88

Figure (IV.23) Variation du nombre de Poiseuille en fonction de Reynolds pour $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$	90
Figure (IV.24) Variation du nombre de Poiseuille normalisé en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs.....	91
Figure (IV.25) Comparaison entre la différence de température calculée analytiquement et mesurée expérimentalement.....	93
Figure (IV.26) Variation de la température en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs.....	94
Figure (IV.27) Effet de la variation de la conductivité sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=20,5\mu\text{m}$ et $h=4,58\mu\text{m}$	96
Figure (IV.28) Effet de la variation de la conductivité sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=20,5\mu\text{m}$ et $h=4,58\mu\text{m}$	98
Figure (IV.29) Effet de la DCE sur le profile de vitesse et le débit pour la hauteur $h= 2,5\mu\text{m}$	99
Figure (IV.30) Effet de la DCE sur le profile de vitesse et le débit pour la hauteur $h= 0,5\mu\text{m}$	100
Figure (IV.31) Effet du potentiel zêta sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$, $\lambda_0=0,1\mu\text{s/Cm}$	101
Figure (IV.32) Effet du potentiel zêta sur le profile de vitesse et le débit pour les hauteurs $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$, $\lambda_0=0,1\mu\text{s/Cm}$	102

Liste des tableaux

Tableau (I.1) Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux et numériques concernant les écoulements en microcanaux.....	24
Tableau (II.1) Valeurs moyennes des propriétés thermo physiques [72].....	44
Tableau (III.1) Les dimensions des microcanaux utilisées dans les études [36] [38] [48]	46
Tableau (III.2) Expressions du Coefficient de diffusivité, et terme source	49
Tableau (IV.1) Longueurs et gammes des nombres de Reynolds en fonction de la hauteur du mini-canal.....	82
Tableau (IV. 2) Liste des études expérimentales de la littérature ayant obtenus un nombre de Poiseuille inférieur à la théorie.....	94
Tableau (IV.3) données de calcul d'un écoulement électro-visqueux.....	95
Tableau (IV.4) Effet de la conductivité sur l'épaisseur de la double couche électrique DCE ...	97

Introduction générale

Le micron fait office de transition entre les échelles conventionnelles et l'échelle des particules où règnent les phénomènes quantiques. Entre ces deux extrêmes, les lois de la mécanique des fluides et des transferts thermiques ont rarement été approuvées. Aussi, des questions persistent. A l'échelle du milli et micrométrique, le modèle du milieu continu est-il applicable? Les corrélations conventionnelles restent-elles valables? Les lois de référence de l'hydrodynamique et des transferts sont-elles vérifiées? Etc...Depuis une dizaine d'années, ces interrogations ont fait l'objet d'intenses recherches dans les domaines de l'hydrodynamique et de la thermique en mini et micro conduite.

L'explosion des études et recherches sur la dynamique et la convection forcée monophasique en micro et mini-canaux est principalement liée aux nombreux avantages de ces systèmes. En premier lieu, leur très grande compacité (de l'ordre de $15\ 000\ \text{m}^2\text{m}^{-3}$), permet une dissipation thermique qui peut atteindre $20\ 000\ \text{W}\cdot\text{m}^{-3}$. De faible masse et volume, ils pourront être utilisés dans tous les cas où les contraintes encombrement et masse sont fortes : domaine aéronautique, spatial, automobile, etc. Du fait de la faible dimension des canaux, la quantité de fluide circulant est très faible, ce qui les rend intéressants lorsque ces fluides sont toxiques ou néfastes pour l'environnement, ou tout simplement chers. La minimisation de la quantité de matière fait aussi qu'ils ont un faible temps de réponse. Par contre, ils introduisent des chutes de pression élevées et nécessitent l'utilisation de fluides très purs pour éviter leur encrassement.

A l'heure actuelle, l'optimisation thermo hydraulique s'effectue à l'aide des corrélations établies dans le cas de conduites de taille conventionnelle. Or on ne dispose d'aucune approche théorique satisfaisante ni d'aucune vérification expérimentale qui justifierait l'utilisation de ces corrélations dans le cas de canaux de diamètre hydraulique inférieur au millimètre.

Afin de comprendre l'hydrodynamique dans ces micro-échelles, un grand nombre d'études ont été effectuées. De nombreux auteurs ont publié des résultats qui diffèrent de ceux trouvés pour la taille conventionnelle. Parmi les explications les plus mentionnées, à part les incertitudes de mesure, on peut citer les effets de la double couche électrique et la raréfaction des gaz, de la dissipation visqueuse et de l'état de surface.

L'objectif de cette thèse est donc de lever l'incertitude qui règne quant à l'applicabilité en microfluidique liquide, des lois classiques de l'hydrodynamique. Il s'agit de mettre en évidence l'effet de la réduction d'échelle, sur le comportement hydrodynamique d'un écoulement liquide en mini et micro canal. Pour ce faire, nous avons mené une étude numérique et analytique d'un écoulement d'eau, laminaire à travers des canaux lisses bidimensionnels de sections rectangulaires. Les diamètres hydrauliques explorés vont de 1mm à 1 μ m. Le nombre de Reynolds s'étend de 0,001 à 2000.

Les simulations numériques ont été effectuées à l'aide d'un code de calcul élaboré par Dung Tran Luu et al. [76] en langage fortran 77 et basé sur la méthode combinée volume de contrôle / élément finis (**CVFEM**) (**C**ontrôle **V**olume **F**inite **E**lement **M**ethod). Un schéma up wind de second ordre a été adopté pour discrétiser le terme convectif.

Notons que la méthode **CVFEM** remonte aux années 1980, développée d'abord par Schneider et Raw [75] ensuite par Saabas et Baliga [73]. Ce dernier a utilisé un schéma up wind de premier ordre.

Une solution approximative linéaire de l'équation de Poisson-Boltzmann est employée pour décrire le champ de la double couche électrique (**DCE**) près de l'interface paroi-liquide. L'équation de quantité de mouvement d'un écoulement en régime établi en présence la force de volume électrique générée par la (**DCE**) est résolue analytiquement.

Une analyse thermodynamique est effectuée pour estimer l'importance de l'effet de la dissipation visqueuse sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement.

Les résultats obtenus sont confrontés à ceux des travaux expérimentaux reconnus en tant que référence [36] [38] [48]. Il est à noter, que les canaux considérés dans ces références ont un rapport d'aspect suffisamment élevé pour que l'on puisse les considérer comme bi-dimensionnels. D'autre part, la géométrie du canal rectangulaire à fort rapport d'aspect a été retenue dans la plupart des travaux expérimentales, car elle présente l'intérêt d'être facilement usinable à toutes les échelles et d'avoir été étudiée à de très nombreuses reprises aux échelles conventionnelles.

Dans un premier temps, objet du premier chapitre, on présente une analyse bibliographique détaillée, des principaux travaux réalisés dans le domaine de la microfluidique, numériques et expérimentaux. Cette revue bibliographique est une étape importante pour se rendre compte de la diversité des résultats obtenus dans ce domaine, tant en aspect dynamique que thermique.

Au chapitre **II**, on présente une description des aspects dynamiques des écoulements dans des canaux classiques. Cette étape est nécessaire et servira de référence pour la comparaison des résultats obtenus dans les mini- et micro-canaux. On y présente les principaux paramètres intervenant lors d'un écoulement de fluide dans un canal. Les équations qui décrivent la théorie de la double couche électrique (**DCE**) ainsi que la dissipation visqueuse y sont également exposées.

Le chapitre **III**, résume les équations fondamentales régissant le phénomène étudié ; c'est la formulation mathématique du problème posé. L'approche s'appuie essentiellement sur les équations de continuité et de quantité de mouvement.

Ce chapitre sera consacré également à la présentation de la méthode volume de contrôle / élément finis (**CVFEM**) et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème.

L'interprétation des résultats est présentée dans le chapitre **IV**. Les résultats obtenus sont confrontés à l'expérience ainsi qu'à ceux obtenus dans le cas des canaux de taille conventionnelle.

Enfin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques perspectives et recommandations pour les études futures sont également émises.

Chapitre I

Analyse bibliographique

1. Introduction :

La théorie de la mécanique des fluides et des transferts s'appuie sur des modèles qui ont été élaborés pour la description d'écoulements à l'échelle macroscopique. Afin de pouvoir éventuellement étendre le domaine d'utilisation de ces modèles à la microfluidique, il est important de cerner les limites de validité de ces derniers. C'est dans cet objectif que de nombreuses études expérimentales et numériques ont été réalisées.

La démarche la plus répandue consiste à mesurer un paramètre qu'il soit hydrodynamique (coefficient de frottement) ou thermique (coefficient de transfert de chaleur), et à comparer les résultats obtenus à ceux donnés par la théorie admise aux échelles conventionnelles. Les résultats bibliographiques issus de cette démarche sont très dispersés. Les études restent toujours en cours, et malgré l'énorme progrès réalisé dans ce domaine, la communauté scientifique reste très mitigée en ce qui concerne l'élaboration de corrélations propres aux mini et micro-canaux, d'où l'intérêt de cette présente étude.

Avant d'entamer la présentation de notre étude sur les écoulements en mini et microcanaux, il est judicieux de rappeler les distinctions entre les canaux à petits diamètres et les canaux de taille conventionnelle. Plusieurs classifications ont été proposées, on en retiendra celle proposée par Kandlikar et Grande [1], qui, en se basant uniquement sur la notion du diamètre hydraulique, ont proposé la valeur de 3mm comme limite départageant les conduites classiques du domaine de la mini et micro canalisation.

On se propose dans ce chapitre, de présenter quelques travaux pertinents de la littérature spécialisée, qui s'intéressent en particulier à l'aspect dynamique des écoulements dans les mini et micro-canaux lisses et rugueux. Il est à noter que certaines références ne donnent aucune information sur l'état de surface des canaux utilisés, ce qui laisse penser qu'il s'agit de surfaces lisses.

L'eau étant un des fluides les plus utilisés parmi les applications de la microfluidique, elle a été choisie comme fluide de travail. D'autre part, pour l'eau, le modèle du milieu continu peut être conservé en microconduite. En revanche, un gaz dans les conditions normales, ne pourra

être considéré comme un milieu continu que dans des microconduites de diamètre supérieur à une dizaine de microns.

Il est à noter, que les canaux considérés dans la plupart des travaux expérimentaux, ont un rapport d'aspect suffisamment élevé pour que l'on puisse les considérer comme bidimensionnels. En outre, la géométrie du canal rectangulaire a été retenue dans ces références, car elle présente l'intérêt d'être facilement usinable à toutes les échelles et d'avoir été étudiée à de très nombreuses reprises aux échelles conventionnelles.

Parmi les premières études dans ce domaine, on retrouve les travaux de Wu et Little. **(1983) [2]**. Ils ont étudié expérimentalement les écoulements laminaires et turbulents de gaz (**N₂, H₂, Ar**) dans des microcanaux à parois lisses et de sections trapézoïdales avec un diamètre hydraulique $D_h \approx 72 \mu\text{m}$. Ils ont observé un bon accord entre le coefficient de frottement C_F mesuré et celui issu des corrélations classiques en régime laminaire et turbulent. La transition est observée pour un nombre de Reynolds compris entre 1000 et 3000.

Pfahler et al **(1990) [3,4]**, **(1991) [5]** ont conduit une série d'expériences avec des liquides (alcool, huile de silicone) et gaz (azote, hélium) à travers des microcanaux de sections rectangulaires, trapézoïdales et circulaires. La gamme des diamètres hydrauliques variant entre $0,96 \mu\text{m}$ et $65 \mu\text{m}$. Les auteurs ont constaté une diminution progressive du coefficient de frottement global (jusqu'à -30%). Cette même constatation est retrouvée dans l'étude de Choi et al **(1991) [6]** pour un écoulement d'azote dans des microtubes de section circulaire de diamètre hydraulique de **3 à 81** μm avec un nombre de Reynolds variant de 20 à 2500.

Urbanek et al **(1993) [7]** ont étudié expérimentalement un écoulement laminaire d'isopropanol à travers des microcanaux de diamètres hydrauliques compris entre 5 et 25 μm . Les auteurs ne donnent aucune information sur les rugosités, ce qui laisse penser qu'il s'agit de conduites lisses. Ils ont observé un coefficient de frottement supérieur à celui prévu par la théorie.

Wilding et al **(1994) [8]** ont analysé expérimentalement des écoulements d'eau et divers fluides biologiques à travers des microcanaux de section trapézoïdale de 50 μm à 150 μm de largeur et de 20 μm à 40 μm de hauteur. Ils observent une augmentation du coefficient de frottement de près de 50% par rapport aux valeurs théoriques. Ces observations sont

similaires à ceux décrites par Jiang et al (1995) [9] dans des microcanaux de section trapézoïdale et rectangulaires dont les diamètres hydrauliques varient entre 20 et 65 μm .

Liu et al. (1995) [10] ont analysé expérimentalement un écoulement laminaire d'Hélium et de Nitrogène à travers un canal de section rectangulaire et de diamètre hydraulique $D_h=2,33\mu\text{m}$. Le nombre de Reynolds varie de 0,001 à 0,01. Ils relèvent un coefficient de frottement inférieur de 45% par rapport à celui prévu par la théorie classique.

Yu et al (1995) [11] ont étudié expérimentalement un écoulement d'eau dans des microcanaux lisses de section circulaires. Les diamètres explorés vont de 19 μm à 102 μm avec un nombre de Reynolds variant entre 30 et 2.10^3 . Il s'avère que le coefficient de frottement moyen laminaire est inférieur de 22 % par rapport aux valeurs classiques.

Wu et al (1998) [12] ont mené une série de tests sur un écoulement laminaire ; liquide (eau) et gaz (azote) ; dans un microcanal rectangulaires de hauteur 1,85 μm . Le nombre de Reynolds variant entre 0,1 et 1. Pour le cas d'un écoulement d'eau, ils ont constaté un nombre de Poiseuille supérieur de 10 à 30% à la théorie. Cette même conclusion est retrouvée dans les études de Wilding [8] et Jang [9]. Les auteurs ont également remarqué un nombre de Poiseuille inférieur de 30 à 40 % par rapport aux lois classiques dans le cas de l'azote. Notons que cette remarque rejoint les observations de Yu et al (1995) [11].

Flockhart et al. (1998)[13] ont étudié expérimentalement les caractéristiques d'un écoulement laminaire d'eau distillée dans des canaux de diamètre hydraulique compris entre 50 et 120 μm (Reynolds < 600). Leurs mesures se sont révélées très proches de la théorie ainsi que des résultats obtenus avec un modèle numérique basé sur les équations classiques de la mécanique des fluides. Ce modèle ayant été validé par les auteurs à l'aide des travaux de Shah & London (1978) [14].

Mala et al (1999) [15] ont également effectué des mesures dans des microtubes rugueux de diamètre compris entre 50 et 254 μm . Le fluide utilisé étant de l'eau. Leurs résultats montrent qu'une rugosité relative (hauteur d'une rugosité divisée par le diamètre hydraulique du canal) de l'ordre de 0,69 % à 3,5% augmente les frottements par rapport au cas lisse et donne des nombres de Poiseuille normalisés (nombre de Poiseuille expérimentale adimensionné par sa valeur théorique) variant de 1,06 à 1,21.

Papautsky et al (1999) [16] ont analysé expérimentalement le comportement hydrodynamique d'un écoulement d'eau dans des microcanaux de sections rectangulaires et trapézoïdales. Les hauteurs explorées vont de 20 à 65 μm . Le coefficient de perte de charge est supérieur de 20% par rapport aux valeurs théoriques.

Pfund et al (2000) [17] ont également analysé expérimentalement un écoulement laminaire d'eau, de méthanol et d'isopropanol à travers des microcanaux lisses et rugueux, de sections circulaires et carrées. Les résultats obtenus montrent que le coefficient de perte de charge linéaire, pour des canaux carrés avec des diamètres de 200 μm à 900 μm est en bon accord avec la théorie conventionnelle. Dans le cas des tubes circulaires dont les diamètres varient de 15 μm à 150 μm , le coefficient de perte de charge linéaire n'indique aucune déviation significative par rapport à l'équation de Poiseuille théorique. Ces résultats sont en contradiction par rapport aux conclusions des études réalisées sur des microcanaux rugueux, avec un diamètre hydraulique variant entre 128,76 et 521 μm , où ils ont observé un coefficient de frottement plus important que celui prédit par la littérature (jusqu'à +60 %) pour une rugosité relative inférieure à 1 %.

Araki et al (2000) [18] ont mené une série d'expériences en utilisant des microcanaux de sections trapézoïdales de diamètres hydrauliques compris entre 3 et 10 μm , parcourus par un écoulement laminaire d'Hélium et de Nitrogène. Les auteurs ont révélé un coefficient de frottement inférieur à celui prévu par la théorie classique. Notons que cette remarque rejoint les observations d'Arkilic et al [19], selon laquelle la valeur du nombre de Poiseuille mesurée dans une conduite de section rectangulaire et de diamètre hydraulique de 2.6 μm , est inférieure, de 55 à 65%, par rapport à la théorie. Ce phénomène a également été observé par Shih [20]. Ce dernier rapporte que le coefficient de frottement mesuré dans une conduite de section rectangulaire et de diamètre hydraulique de 2,33 μm , est de 55 à 70% inférieur aux valeurs attendues pour les conduites de taille conventionnelle.

Qu et al (2000) [21], ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement d'eau à travers des microcanaux à section trapézoïdale avec un diamètre hydraulique variant entre 51,3 μm à 168,9 μm et une rugosité relative qui s'étend de 3,4% à 5,2%. Le graphique qui résume l'ensemble de leurs résultats est présenté figure (I.1). On y remarque que dans le cas d'un régime laminaire établi, le nombre de Poiseuille expérimental adimensionné par rapport à sa

valeur théorique est de 8 à 38 % lorsque le diamètre hydraulique diminue. Les auteurs d'expliquent ces écarts par un modèle de viscosité modifié par la rugosité de la paroi.

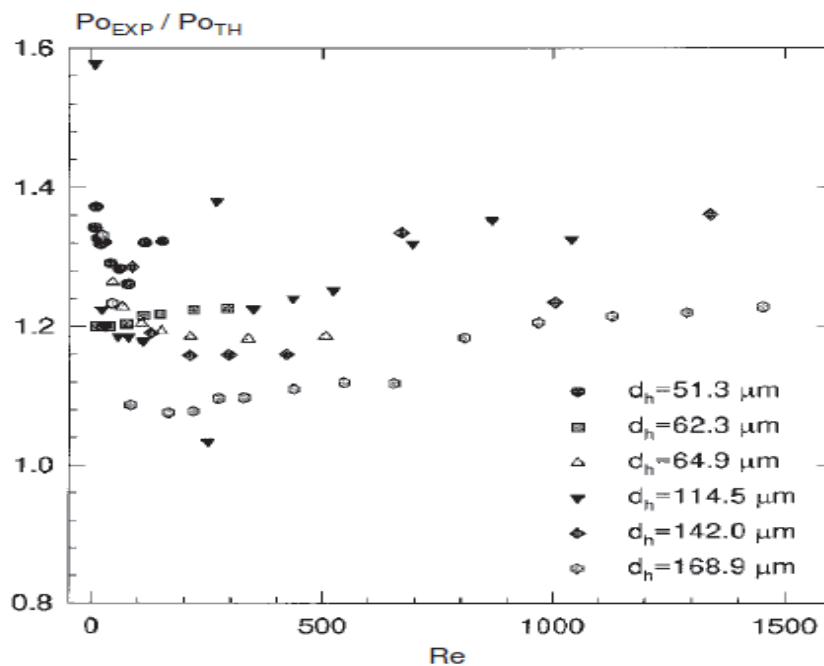


Figure (I.1) Nombre de Poiseuille expérimental adimensionné par sa valeur théorique en fonction du nombre de Reynolds [21]

Sharp et al (2000) [22] ont obtenu un nombre de Poiseuille conforme à la relation ($Po=24$). Leur travail a porté sur des microtubes lisses en verre, de diamètre compris entre 50 et 247 μm , parcourus par des liquides de différentes polarités (eau de ionisée, solution de glycérol et 1-propanol). La gamme de Reynolds atteint 2500.

Ren et al (2001) [23] ont effectués une étude expérimentale avec de l'eau dé-ionisée et des solutions aqueuses de KCL de différentes molarités (10^{-4} et 10^{-2} mol.l^{-1}) dans trois microcanaux bidimensionnels. Les hauteurs explorées sont de 14,1 μm , 28,2 μm et 40,5 μm ; pour une largeur du canal de 5 mm et une longueur de 30 mm. La faible résistance mécanique de l'ensemble ne leur a pas permis d'explorer des gammes de Reynolds étendues. La figure I.2 fournit la variation du nombre de Poiseuille pour plusieurs nombre de Reynolds avec de l'eau pure et de KCl à 10^{-4} mol.L^{-1} dans les canaux de 28,2 μm et de 14,1 μm d'épaisseurs. Malgré l'échelle un peu trop grande (de 50 à 150), l'auteur confirme que le nombre de Poiseuille est de +20% plus important par rapport à la théorie ($Po=96$). Pour le canal le plus grand, la loi de Poiseuille est vérifiée quelle que soit la concentration ionique du fluide utilisé.

La principale explication avancée pour élucider ces coefficients de frottement supérieurs à ceux prédits théoriquement se trouvait dans les effets électro-visqueux. Par suite de l'interaction solide-liquide, des charges ioniques en solution se trouvent attirées près de la paroi solide et forment ainsi une couche appelée : double couche électrique (**DCE**). Selon cette théorie, un micro-écoulement électro-visqueux présenterait une viscosité apparente supérieure à sa viscosité dynamique. Mala et al (1997) [24] ont tenté d'intégrer la théorie de la double couche électrique (**DCE**) dans les équations de Navier-Stokes afin de prendre en compte le couplage électrostatique entre les ions du fluide et la paroi. Leur étude est principalement théorique et basée sur un écoulement plan d'une solution ionique. La distance entre les deux plaques étant le paramètre de confinement. Ils ont résolu l'équation de Navier-Stokes en régime stationnaire pour des fluides incompressibles avec une force volumique supplémentaires due aux ions. Ils concluent que la **DCE** peut altérer le coefficient de frottement pour des microcanaux de quelques dizaines de microns.

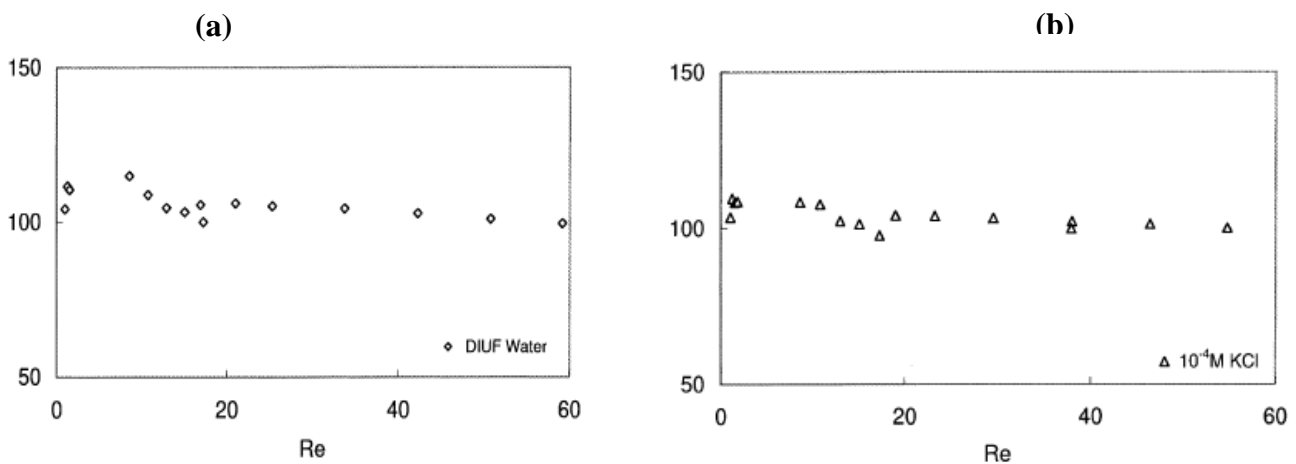


Figure (I.2) Nombre de Poiseuille expérimental en fonction du nombre de Reynolds dans des canaux de 28,2 et de 14,1 μm d'épaisseurs: (a) eau de-ionisée (b) KCl à 10^{-4} mol.L⁻¹ [23]

Xu et al (2000) [25], Judy et al. (2002) [26] ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement d'eau à travers des canaux rectangulaires et circulaires dont le diamètre hydraulique est compris entre 15 μm et 344 μm . Les auteurs ont relevé des valeurs du coefficient de frottement conformes aux prédictions théoriques. Ces constatations sont en contradiction avec les conclusions des études précédentes réalisées par les mêmes auteurs, (1999) [27] et (2000) [28], sur des microcanaux dont le diamètre hydraulique varie entre 20 μm et 300 μm où ils ont observé des valeurs du coefficient de frottement conformes aux prédictions théoriques classique uniquement pour des diamètres supérieurs à 100 μm .

Kim et al (2000) [29] ont également réalisé des mesures dans des microtubes de sections circulaires avec des diamètres compris entre 5 et 100 μm . les fluides utilisés étant l'Hélium, le Nitrogène et l'Argon. Le nombre de Reynolds varie entre 0,03 et 29,7. Les nombres de Poiseuille mesurés dans ces tubes étaient inférieurs de 20% par rapport au cas des conduites de taille conventionnelle en écoulement laminaire.

L'expérience menée par Lee et al (2002) [30] consistait en la mesure des vitesses par vélocimétrie dans un micro-canal de section rectangulaire, de diamètre hydraulique de 327 μm . Les résultats obtenus montrent que pour un nombre de Reynolds égal à 1980, une différence entre la longueur d'établissement mesurée et celle prévue par la théorie ($Le=0.06*Re*D_h$). En effet, la figure (I.3) montre clairement que le fluide se développe à une distance approximativement égale à $y = 1.4 \text{ cm}$ qui représente, pratiquement, la moitié de ce qui est prévu par la théorie.

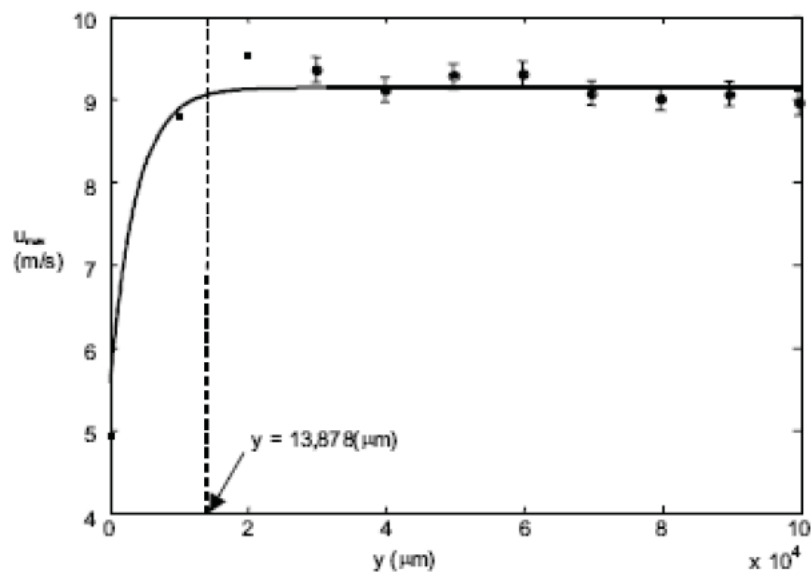


Figure (I.3) Développement d'un écoulement entrant dans un canal rectangulaire [30]

Gao et al. (2002) [31], ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement d'eau à travers sept microcanaux de forme rectangulaires parcourus par de l'eau. Les hauteurs explorées vont de 1mm à 100 μm . La gamme des nombres de Reynolds atteint les 8000 et la rugosité relative inférieure à 1%. Les résultats obtenus montrent que les valeurs du nombre de Poiseuille sont conformes à la théorie en régime laminaire comme en régime turbulent, et ce, quel que soit l'épaisseur du canal (Figure (I.4)). De même pour la transition laminaire-turbulent. Bucci et al (2003) [32] rapportent des observations similaires dans le cas d'un canal de section circulaire

avec un diamètre hydraulique de 290 μm et des rugosités relatives inférieures à 0.75 %. Le nombre de Reynolds est compris entre 200 et 6000.

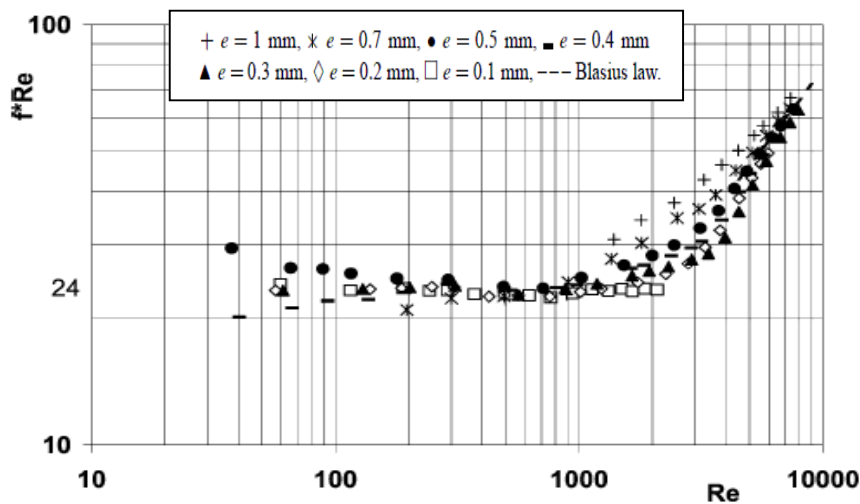


Figure (I.4) Evolution du nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds [31]

Li et al. (2003) [33] ont mené une étude expérimentale d'un écoulement d'eau laminaire dans des canaux de diamètre hydraulique variant de 79.9 à 449 μm . Le nombre de Reynolds est compris entre 300 et 2500. L'analyse du coefficient de frottement, a révélé une valeur inférieure de 7 % par rapport aux lois classiques pour une rugosité inférieure à 1%. Cependant, une valeur supérieure de 33% est observée dans le cas où la rugosité relative est égale à 4.3%.

Wu and Cheng (2003) [34], ont conduit une étude expérimentale d'un écoulement d'eau à travers des conduites de sections trapézoïdales et de diamètres hydrauliques variant entre 25,9 μm et 291 μm . Les valeurs du coefficient de frottement indiquent une déviation de $\pm 11\%$ par rapport à la théorie classique.

Lelea et al (2004) [35] ont réalisé une étude expérimentale et numérique d'un écoulement d'eau à travers trois conduites de diamètres hydrauliques 100 ; 300 et 500 μm , et des nombres de Reynolds allant de 100 à 800. Les résultats expérimentaux et numériques indiquent une déviation par rapport à la théorie pour la conduite de diamètre $D_h=100\mu\text{m}$.

Une des expériences qui fait référence dans le domaine est celle de Bavière et al (2004) [36]. Ils ont utilisé une section d'essai formée de sept canaux de sections rectangulaires dont le

rapport largeur/épaisseur est suffisamment élevé, avec un écoulement d'eau laminaire. Les hauteurs explorées sont comprises entre 20,5 μm et 4,6 μm . Le dispositif expérimental utilisé est constitué de micro canaux usinés dans un bloc en silicium et refermés par un capot en pyrex. Des capteurs de pression intégrés permettent la mesure locale du frottement dans des structures de très faible dimension. Ces échantillons résistent aux hautes pressions (25 bars) et permettent la mesure de très faibles débits (jusqu'à 2 mg. min⁻¹). La gamme des Reynolds étudiée s'étend de 0,1 à 300. Afin de détecter un éventuel effet électrocinétique, des expériences ont d'abord été menées avec de l'eau de-ionisée de conductivités différentes (< 0,1 $\mu\text{S.cm}^{-1}$ et 70 $\mu\text{S.cm}^{-1}$).

Les résultats montrent que l'effet électro visqueux n'a pas d'influence significative sur la valeur du nombre de Poiseuille. La figure (I.5) présente un récapitulatif des résultats obtenus. Le nombre de Poiseuille normalisé présente une dispersion qui peut atteindre 10% de la loi théorique pour les canaux de hauteur 4,6 et 7,5 μm . Les auteurs ont conclu que les lois de l'hydrodynamique restent valables pour des écoulements d'eau, dans des conduites de dimension interne supérieure a 4,6 μm . Cui et al (2004) [37] ont également présenté des résultats aboutissant à ce même constat, pour des écoulements avec de l'eau de-ionisée à travers des microtubes. Les diamètres testés varient de 3 à 10 μm et le nombre de Reynolds compris entre 0,1 et 24.

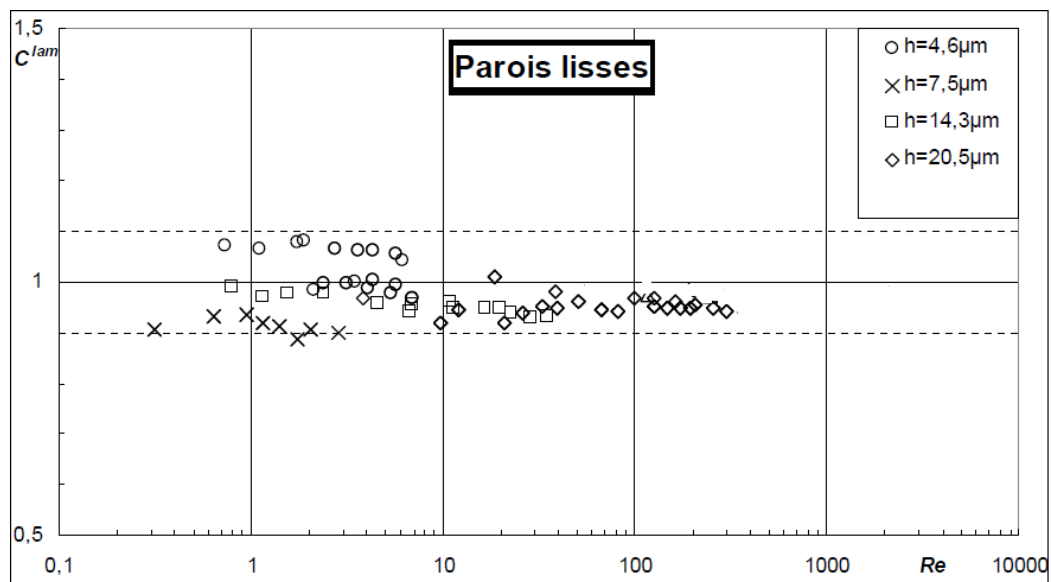


Figure (I.5) Distribution du nombre de Poiseuille normalisé laminaire pour différentes hauteurs [36]

Reynaud et al (2005) [38] ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement d'eau laminaire et turbulent dans des mini-canaux de section rectangulaire dont l'épaisseur varie de 1,12 mm à 300 μm . L'étude dynamique révèle que les mesures correspondant aux deux canaux

les plus épais, 1,12 et 0,5 mm, sont relativement proches des corrélations classiques. Le nombre de Poiseuille Po ($Po = C_F \cdot Re$) diminue légèrement lorsque le diamètre hydraulique diminue. Par contre pour le canal de 300 μm d'épaisseur, les mesures du nombre Poiseuille Po sont nettement supérieures aux précédentes (Figure (I.6)).

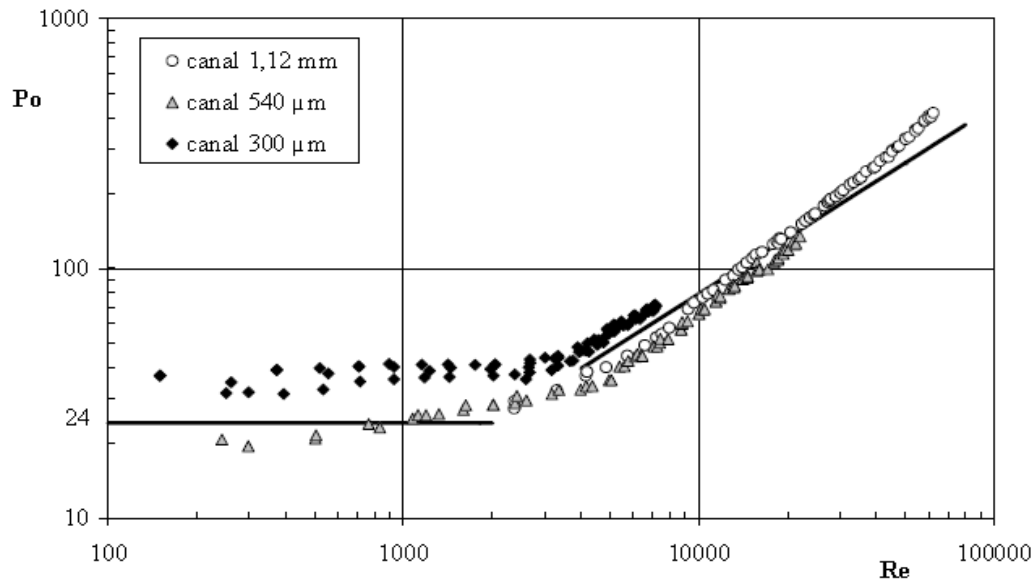


Figure (I.6) Distribution du nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds [38]

Kohl et al (2005) [39] ont effectué des mesures dans des microcanaux rectangulaires rugueux parcourus par deux écoulements d'eau et d'air. Les diamètres explorés sont compris entre 24,9 μm et 99,8 μm et la rugosité relative inférieure à 1,33. La gamme de Reynolds atteint les 2068. Les résultats montrent que le coefficient de frottement est plus élevé de 7% par rapport à celui prévu par la théorie. Cette même conclusion est retrouvée dans l'étude de Rands et al (2006) [40], pour de l'eau dans un réseau de microcanaux de sections circulaires et de diamètres compris entre 16,6 et 32,2 μm . Ce comportement a également été observé par Hrnjak (2007) [41] avec le R134a comme fluide de travail. L'auteur rapporte que le coefficient de frottement mesuré dans un canal de section rectangulaire de diamètres hydrauliques variant entre 69,5 et 304,7 μm est plus élevé de 9% par rapport aux valeurs attendues par la théorie classique.

Zhigang and Yaohua (2005) [42] ont étudié expérimentalement un écoulement d'eau dans des microtubes circulaires, de diamètre 315 μm et 520 μm . La gamme des Reynolds étudiée

s'étend de 200 à 800. Il s'avère que le coefficient de frottement est de 10 à 25 % supérieur à celui obtenu par la théorie classique.

Morini et al. (2006) [43] ont effectués une étude expérimentale d'un écoulement de nitrogène à travers des microtubes de diamètres 762, 508, 254 et 127 μm . L'analyse du coefficient de frottement et du nombre de Reynolds critique n'a révélé aucun écart par rapport aux lois classiques.

Li et al (2007) [44] ont analysé expérimentalement le nombre de Poiseuille normalisé d'un écoulement d'eau dans des microtubes de diamètres hydrauliques variant entre 373 et 1570 μm et une rugosité relative inférieure à 2,4 %. Le nombre de Reynolds étant compris entre 80 et 2200. Dans le cas de rugosités relatives inférieures à 1%, les valeurs du coefficient de frottement sont inférieures de 8% par rapport aux lois classiques. En revanche, ils ont constaté une augmentation de 10% pour des rugosités relatives supérieures à 1%. Notons que cette remarque rejoint les observations de Hakamada et al (2008) [45].

Brackbill and Kandlikar (2007) [46], (2008) [47] ont analysé expérimentalement le nombre de Poiseuille normalisé d'un écoulement d'eau dans des microtubes de diamètres hydrauliques variant de 125 à 2016 μm et une rugosité relative de 1,04 à 16,8%. Le nombre de Reynolds est compris entre 30 et 7000. Dans le cas des rugosités relatives inférieures à 1%, le coefficient de frottement suit les lois classiques en régime laminaire comme en régime turbulent. En revanche, ils ont constaté une déviation progressive pour des rugosités relatives supérieures à 1%.

Parmi les études qui font aussi référence dans le domaine, on trouve également les expériences menés par Mokrani et al (2009) [48]. Ils ont utilisé un dispositif constitué d'un réseau de quatre microcanaux de forme rectangulaire, parcourus par de l'eau distillée. Les hauteurs explorées vont de 50 à 500 μm . Les nombres de Reynolds étudiés atteignent la valeur de 5000. Ils constatent que les valeurs du nombre de Poiseuille sont conformes à la théorie en régime laminaire comme en régime turbulent, et ce, quel que soit l'épaisseur du canal (Figure I.7). La transition à la turbulence est, elle aussi, observée à des nombres de Reynolds conformes aux valeurs classiquement admises. Des résultats similaires ont été obtenus par Krzysztof Dutkowski (2008) [49], pour des écoulements d'eau et d'air dans des canaux de diamètre hydraulique compris entre 55 et 550 μm .

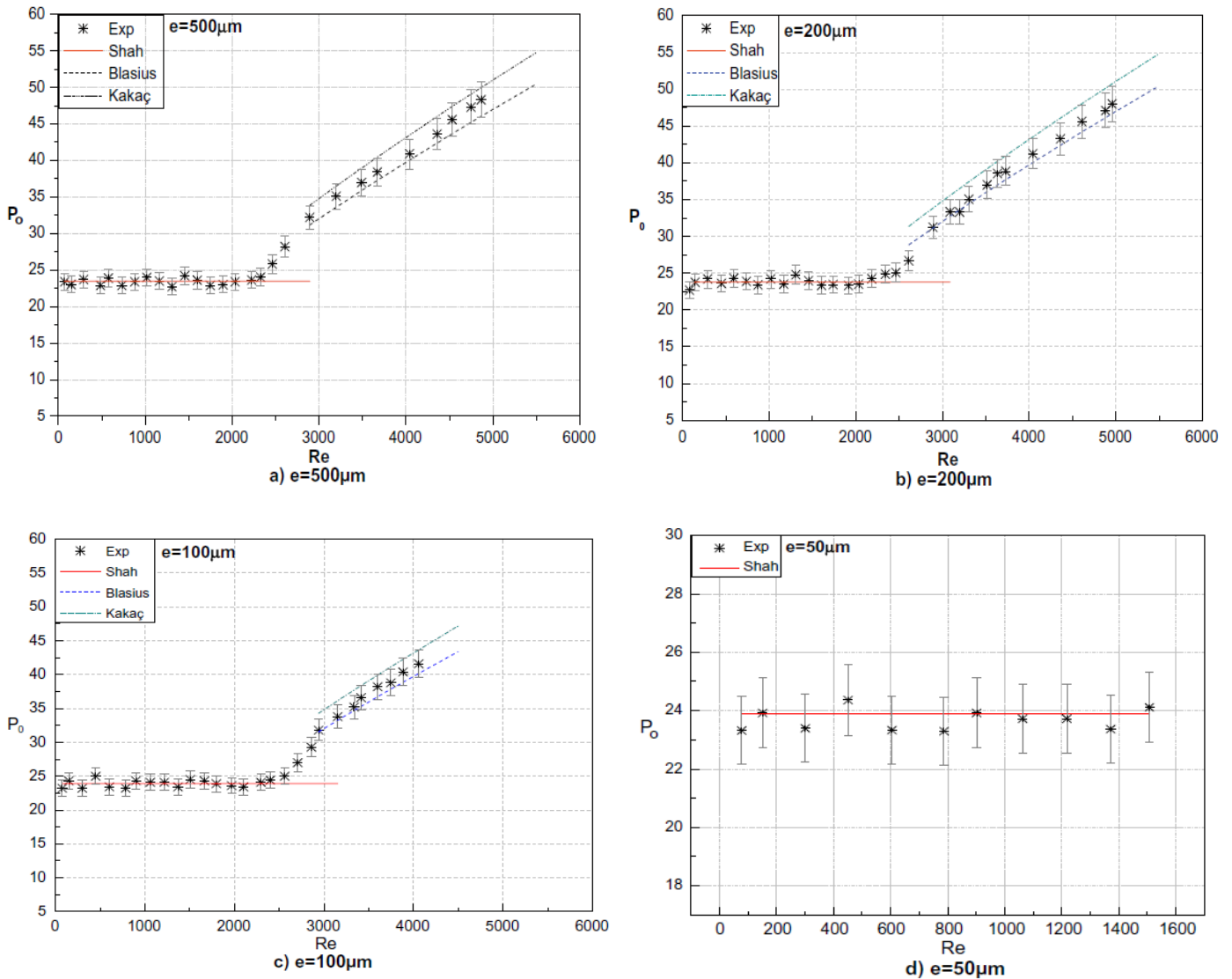


Figure (I.7) Comparaison du nombre de Poiseuille avec les corrélations classiques en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs [48].

Wibel et Ehrhard (2009) [50] ont trouvé des nombres de Poiseuille normalisés laminaires allant de 0,97 à 1,06 à partir d'expériences faites avec de l'eau dans des microcanaux rectangulaires dont le diamètre hydraulique varie de 128 à 386 μm et un nombre de Reynolds variant de 300 à 3000.

Chen et al. (2009) [51], ont analysé numériquement un écoulement d'eau à travers des microcanaux de sections rectangulaire, triangulaire et trapézoïdale et de diamètres hydrauliques de 40, 129,6 et 158 μm respectivement. Les auteurs ont obtenus des valeurs du nombre de Poiseuille constantes en fonction du nombre de Reynolds. Le nombre de Poiseuille ne semble dépendre que de la géométrie des microcanaux, et est conforme aux valeurs classiquement admises.

Lorenzini et al (2010) [52] ont étudié les caractéristiques dynamiques en régime laminaire d'un écoulement d'eau à travers des microtubes lisses, avec des nombres de Reynolds allant de 30 à 1000. Les conduites considérées ont des diamètres compris entre 29 μm et 508 μm . Une déviation du coefficient de frottement est observée pour les microtubes de diamètre inférieur à 100 μm .

Ghajar et al (2010) [53] ont mené une série d'expériences en utilisant des microtubes rugueux avec des diamètres compris entre 337 et 2083 μm . Leurs résultats montrent qu'une rugosité relative de l'ordre de 1.2 % à 3.7 % augmente les frottements par rapport au cas lisse et donne des nombres de Poiseuille normalisés variant de 0,98 à 1,88.

Tam et al (2011) [54] ont conduit une étude expérimentale d'un écoulement d'eau à travers des conduites de section circulaires de diamètres hydrauliques variant entre 750 μm et 2000 μm . Les valeurs du coefficient de frottement indiquent une déviation de $\pm 8\%$ par rapport à la théorie pour une rugosité relative allant de 0.021 à 0.65%.

La détermination du coefficient de frottement fait l'objet d'une investigation expérimentale accomplie par Singh (2011) [55], dans des microtubes de diamètres de 381 μm à 1016 μm et une rugosité relative 0,5-1,3. Les auteurs constatent que le coefficient de frottement augmente avec les rugosités jusqu'au +12 %.

Fabiano DA Rosa Hollweg et al (2013) [56] ont effectué une étude numérique d'un écoulement laminaire d'eau dans un micro tube de diamètre 130 μm . Le but de cette étude, est d'analyser l'impact de l'incertitude expérimentale, dominée par l'erreur de mesure du diamètre, sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement. Les résultats montrent qu'une erreur de $\pm 3\%$ sur l'estimation du diamètre hydraulique mène à une erreur de $\pm 16\%$

sur la valeur du nombre de Poiseuille. Notons que cette remarque rejoint les observations de B. Agostino et al et July et al [57] [58].

Chien-Yuh Yang et al (2012) [59] et J.Zhang et al. (2014) [60] ont mesuré le coefficient de frottement d'un écoulement d'air et d'eau dans des microtubes dont le diamètre hydraulique varie entre 48-920 μm . Les rugosités représentent entre 0,29 et 1.06 % de l'épaisseur du canal. Les résultats indiquent un bon accord avec les corrélations appliquées aux échelles conventionnelles.

Des simulations numériques ont été effectuées par A.M. Sahar et al (2016) [61] moyennant le code de calcul Fluent 14.5, pour calculer la chute de pression à travers un micro canal bidimensionnel, lisse, de section rectangulaire et de diamètre hydraulique égale à 0.409mm. Le fluide de travail est le R-134a. La plage de Reynolds étudiée s'étend de 500 à 5000. En comparant leurs résultats avec la loi de Shah et London [14] en régime laminaire, et des résultats expérimentaux en régime turbulent [62], les auteurs confirment que le coefficient de frottement est inférieur de 38% par rapport à la théorie classique (Figure I.8).

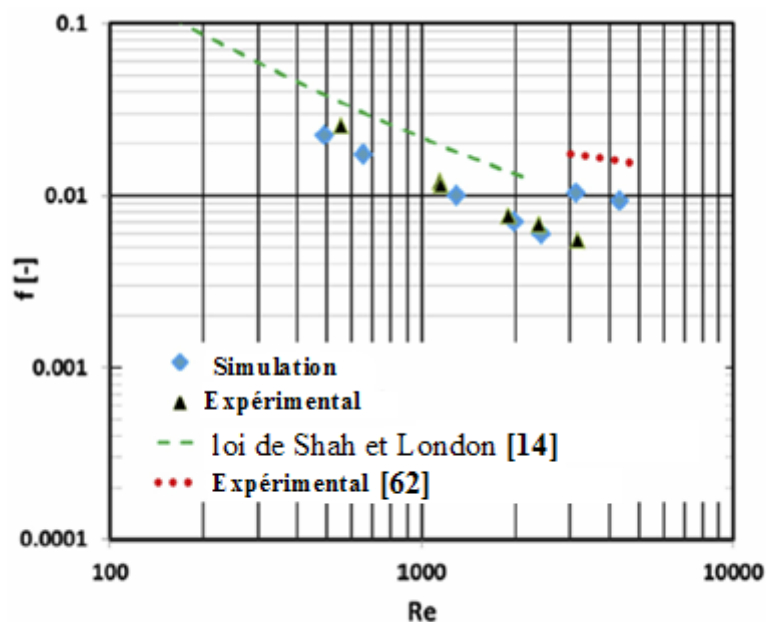


Figure (I.8) Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds [61]

La Figure I.9, tracée par Zhipeng Duan [63], reprend et compare quelques résultats des études expérimentales citées ci-dessus pour des microécoulements liquides et gaz. Les résultats sont présentés sur un graphe qui trace le nombre de Poiseuille normalisé C^* en fonction du nombre de Reynolds Re . Ils englobent des géométries de section rectangulaire, trapézoïdale et circulaire. Cette figure fait nettement apparaître la dispersion des résultats expérimentaux de part et d'autre de la valeur théorique prévue par les corrélations classiques. Pour l'ensemble de ces résultats, l'amplitude de la dispersion est de +/- 50 %. Une tentative d'explication de ces écarts est donnée dans la littérature. Des phénomènes négligés, semblent prendre de l'importance en mini et microcanaux.

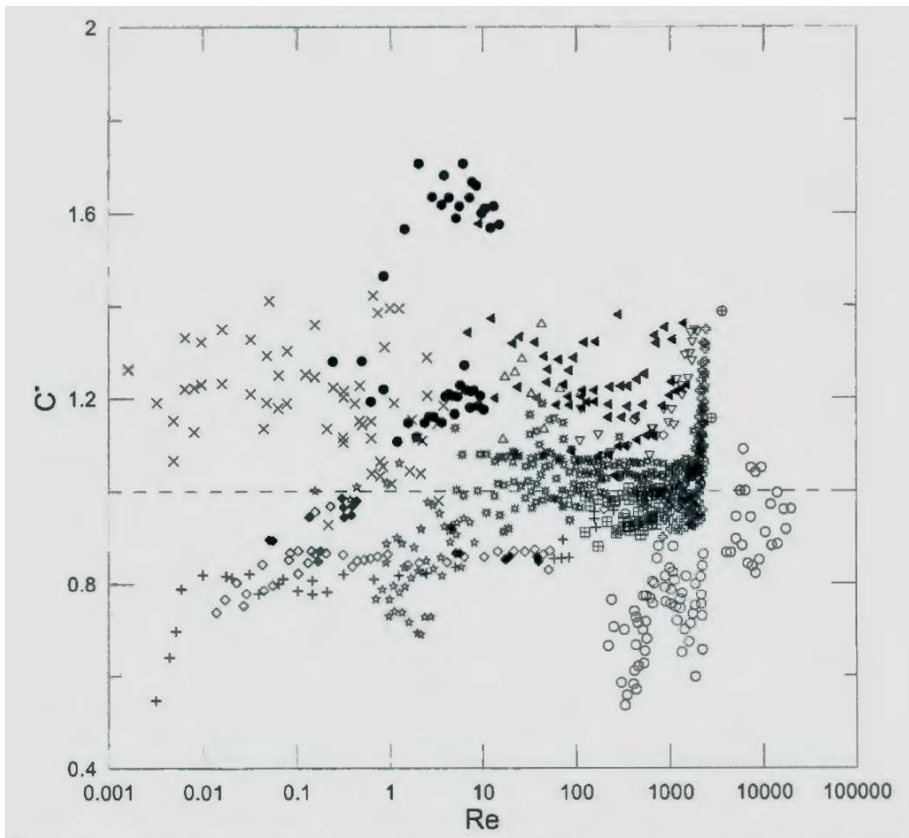
2. Les explications avancées dans la littérature quant aux déviations par rapport aux lois classiques :

Certains auteurs font la distinction entre les "macro" et les "micro-effets". Ces derniers étant généralement négligés dans les conduites conventionnelles. La première catégorie regroupe les effets géométriques et les rugosités de paroi tandis que les effets des forces électrostatiques, dissipation visqueuse et la raréfaction des gaz entrent dans la seconde.

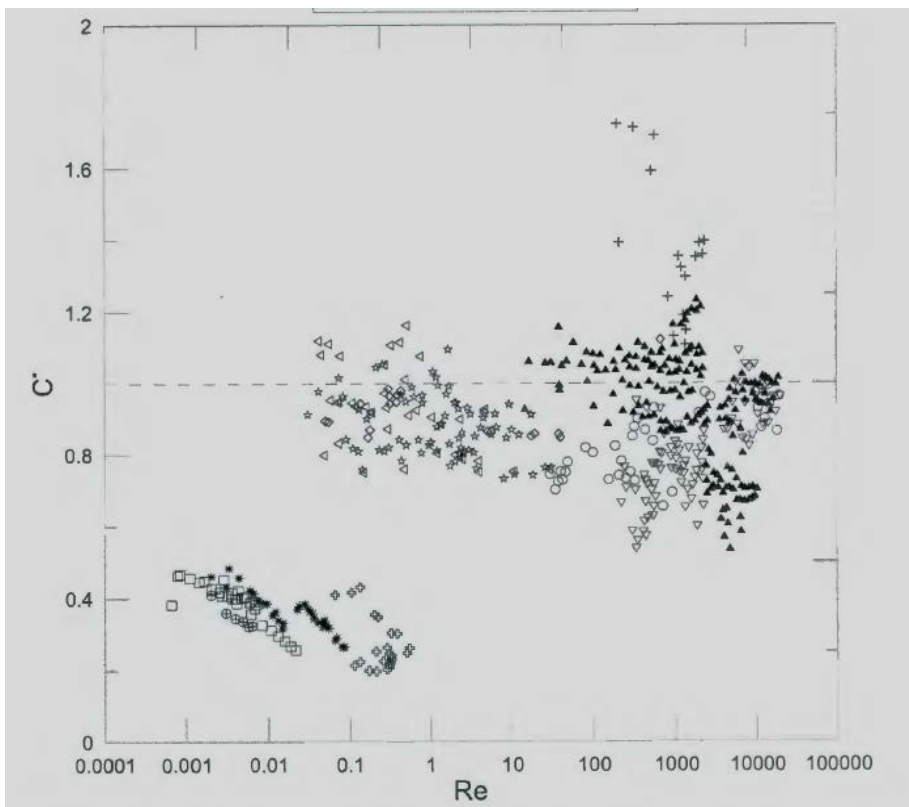
2.1 La géométrie des canaux

Les dimensions des canaux, comme la longueur qui détermine le développement hydraulique ou le rapport d'aspect Z peuvent expliquer certaines différences observées. A titre d'exemple, Pfahler et al (1990) [3] rapportent que la longueur d'établissement du régime cinématique, qui peut atteindre 20 % de la longueur du canal, serait à l'origine de l'augmentation du nombre de Poiseuille avec le nombre de Reynolds en régime laminaire.

En règle générale, un canal dont le facteur de forme est supérieur à 50 est considéré comme bidimensionnel ($Z \rightarrow \infty$). En d'autres termes, les effets de bord (tourbillons de coins) peuvent y être négligés. La déviation du coefficient de frottement révélée par Peng et al [64], dans des canaux dont le rapport d'aspect est compris entre 1 et 4, pourrait être causée par les tourbillons de coins.



- + Pfahler et al.
- ◇ Pfahler et al.
- ◆ Pfahler et al.
- Yu et al.
- △ Wilding et al.
- Jiang et al.
- ▽ Mala and Li
- × Papautsky et al.
- ◀ Qu et al.
- ⊕ Li et al.
- ⊗ Sharp et al.
- ⊠ Judy et al.
- ☆ Teng et al.
- ✱ Kohl et al.



- + Wu and Little
- ◇ Pfahler et al.
- Choi et al.
- Arkilic et al.
- ▽ Yu et al.
- ⊕ Liu et al.
- ✱ Shih et al.
- ⊕ Wu et al.
- ◁ Araki et al.
- ☆ Kim et al.
- ▲ Kohl et al.

Figure (I.9) Poiseuille normalisé en fonction du nombre de Reynolds: dispersion des résultats expérimentales pour les écoulements liquides et gaz [63].

2.2 Les effets de la rugosité :

Plusieurs auteurs, comme Qu et al (2000) [21] ont mis en évidence le rôle joué par les rugosités de paroi dans les déviations observées. Selon Sabry (1999) [65] la contrainte pariétale, particulièrement élevée en mini et micro-canaux, donnerait à l'écoulement de liquide une plus grande tendance à décoller de la paroi au passage des rugosités, l'écoulement serait alors séparé de la paroi par un film de gaz quasi-continu. Celui-ci pourrait expliquer la baisse du coefficient de frottement constatée par certains expérimentateurs. Dans le cas des gaz, l'auteur précise qu'il faudrait s'attendre à une augmentation du coefficient de frottement. Or Li et al (2007) [33] ont observé le phénomène contraire.

2.3 La dissipation visqueuse :

Lorsqu'un fluide s'écoule à une vitesse élevée dans une conduite de diamètre hydraulique très petit, la production de chaleur interne en raison des forces visqueuses peut entraîner une hausse de température même si les parois sont adiabatiques. La variation de température en raison de la dissipation visqueuse change les valeurs des propriétés thermo physiques du fluide à l'entrée et sortie du canal. A titre d'exemple, Judy et al [26], ont prouvé expérimentalement que la dissipation visqueuse, pourraient être la cause de la déviation du nombre de Poiseuille observée dans plusieurs études. Celata [66] a mené une expérience sur l'échauffement de l'eau due à la dissipation visqueuse dans un mini-canal de diamètre hydraulique $D_h=50\mu\text{m}$. Il a constaté que la différence de température entre l'entrée et la sortie du mini-canal ne dépasse pas 2°C sur une gamme de pression $0,1\text{Mpa} \leq \Delta P \leq 12\text{Mpa}$.

2.4 Les effets de la raréfaction des gaz (nombre de Knudsen Kn) :

Le nombre de Knudsen Kn est défini comme le rapport du libre parcours moyen des molécules de gaz sur la dimension caractéristique du canal. Il est généralement admis que l'hypothèse du milieu continu et la condition d'adhérence à la paroi sont valables pour les nombres de Knudsen inférieurs à 10^{-3} . Au contraire, pour des nombres de Knudsen supérieurs à 10, le milieu est raréfié au point qu'il ne soit plus considéré comme continu.

Pour $10^{-3} \leq \text{Kn} \leq 10^{-1}$, on peut appliquer les équations de Navier-Stokes mais la condition d'adhérence n'est plus valable. On parle alors d'écoulement glissant, ayant pour conditions aux limites, une vitesse de glissement et un saut de température. Ces discontinuités près de la

paroi sont les effets majeurs de la raréfaction et pourraient être responsables des déviations observées dans le cas des gaz. Notons que ces résultats vont à l'encontre des observations de Wu & Little et Choi et al. Cependant, bien que ce ne soit pas mentionné dans les publications correspondantes, Tardu [67] estime que le nombre de Knudsen de ces expériences est inférieur à 10^{-3} , ce qui exclut l'effet de la raréfaction, et met plutôt en avant les effets de la géométrie des sections droites ou des rugosités.

2.5 L'effet électro-visqueux:

La plupart des surfaces solides ont des charges électrostatiques qui attirent les ions, même peu nombreux, se trouvant dans le liquide. Cette concentration d'ions près de la paroi crée un champ électrique. Les ions très proches de la paroi restent immobiles dans une couche de l'ordre de 0.5 nm et les plus éloignés restent mobiles dans la couche diffuse de quelques centaines de nanomètres. Cet arrangement d'ions est la double couche électrique (**DCE**).

L'effet électro-visqueux prédit une augmentation des frottements en microstructure. Cet effet résulterait de l'interaction entre un écoulement liquide en conduite et la **DCE** aux parois. Selon cette théorie, un microécoulement électro-visqueux présenterait une viscosité apparente supérieure à sa viscosité dynamique. A notre connaissance, seuls Ren et al ont présenté des expériences qui mettent en évidence cet effet. Ces résultats n'ayant pas encore été confirmés, la question de savoir si un tel phénomène existe en micro-conduite reste donc ouverte.

2.6. L'erreur de mesure

D'autres expérimentateurs suspectent l'erreur de mesure commise sur le diamètre hydraulique d'être à l'origine de certaines déviations par rapport aux lois classiques. Il est à noter que la chute de pression à travers une conduite dépend du diamètre de tube à la puissance quatrième et de la hauteur de canal à la puissance troisième. Ainsi, les incertitudes sur ces dimensions influencent fortement la chute de pression mesurée. July et al [58], ont montré qu'une incertitude expérimentale, dominée par une erreur de mesure commise sur le diamètre, peut engendrer une augmentation de 20% sur la valeur du nombre de Poiseuille théorique. Agostini et al [57], ont illustré qu'une erreur de 3% sur l'estimation de la hauteur et la largeur d'un canal mène à une incertitude de 21% sur la valeur du coefficient de frottement. Ces observations ont été également prouvées numériquement par Fabiano DA Rosa Hollweg et al [56].

En dessous d'une centaine de microns, l'usinage et la métrologie macroscopique deviennent inopérantes. L'étude de la micro fluidique nécessite alors la maîtrise des moyens de micro fabrication pour concevoir et réaliser des microcanaux avec leurs instrumentations associées.

3. Synthèse :

Les avis des différents chercheurs concernant le comportement hydrodynamique des écoulements liquides et gaz en micro conduite demeurent controversés. À ces échelles, une rupture technologique à lieu et les méthodes classiques de mesure et d'usinage deviennent inadaptées. Les effets de variation du diamètre hydraulique sur les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement peuvent être obscurcis par des incertitudes très grandes dans les mesures et les autres effets présents dans les microcanaux. C'est pourquoi l'approche analytique ou numérique est fortement recommandée. La géométrie bien définie du modèle numérique élimine l'incertitude inhérente aux mesures. De plus, on peut éliminer facilement les phénomènes secondaires comme l'effet d'entrée.

Les problématiques rencontrées dans les écoulements des gaz rejoignent celles déjà étudiées dans des conduites de taille conventionnelle : effet de glissement, de raréfaction et de compressibilité. Aucun micro-effet n'est attendu pour ce type d'écoulement, en revanche, les caractéristiques hydrodynamiques des microécoulements liquides sont moins bien connues. Des phénomènes traditionnellement négligés peuvent prendre de l'importance en microconduite. C'est le cas des phénomènes d'interaction électrostatiques liés à la double couche électrique et la dissipation visqueuse.

Les résultats cités ci-dessus sont synthétisés dans Le tableau (I.1).

Auteurs	$D_h(\mu\text{m})$	Sections	Fluide	Poiseuille normalisé C^*
Wu et al. [2]	72	Trapézoïdale	N_2, H_2, Ar	≈ 1
Pfahler et al [3, 4,5]	0.96 - 65	Rectangulaire Trapézoïdale Circulaire	Rectangulaire, H_2 alcool, huile de silicone	< 1
Choi et al [6]	3-81	Circulaire	N_2	< 1
Urbanek et al [7]	5 – 25	Rectangulaire	H_2O	> 1

Wilding et al [8]	20-40	Trapézoïdale	H2O	> 1
Jiang et al [9]	20-65	Rectangulaire	H2O	> 1
Yu et al [11]	19-102	Circulaire	H2O	< 1
Wu et al [11]	1.85	Rectangulaire	H2O	> 1
			N2	< 1
Flockhart et al. [12]	50-120	Rectangulaire	H2O	≈ 1
Mala et al [14]	50-254	Circulaire	H2O	> 1
Papautsky et al [15]	20-30	Rectangulaire	H2O	> 1
Pfund et al [16]	15-900	circulaires carrées	H2O	≈ 1
	128.76-521		Méthanol Isopropanol	> 1
Araki et al [17]	3-10	Trapézoïdale	N ₂ , H ₂	< 1
Arkilic et al [18]	2.6	Rectangulaire	H ₂	< 1
Shih [19]	2.33	circulaire	N ₂ , H ₂	< 1
Qu et al [20]	51.3-168.9	Trapézoïdale	H2O	> 1
Sharp et al [21]	50-247	circulaires	eau deionisée, glycérol et 1- propanol	≈ 1
Ren et al [22]	1 4.1 - 28.2	Rectangulaire	eau deionisée, KCl	> 1
	40.5			≈ 1
Xu et al [24]	15-344	Rectangulaire	H2O	≈ 1
Judy et al [25]	47-101	Circulaire	H2O	≈ 1
Xu et al [26]	<100	Rectangulaire	H2O	< 1
Judy et al [27]	<100	Circulaire	H2O	< 1
Kim et al [28]	5-100	circulaire	N ₂ , H ₂ , Ar	< 1
Gao et al. [30]	100-1000	Rectangulaire	H2O	≈ 1
Bucci et al [31]	290	circulaire	H2O	≈ 1
Li et al. [32]	79.9- 449	Rectangulaire	H2O	≈ 1
				> 1
Wu and Cheng [33]	25.9-291	Trapézoïdale	H2O	< 1
				> 1
Lelea et al [34]	300-500	Rectangulaire	H2O	≈ 1
	100			< 1
Baviere et al [35]	20.5-4.6	Rectangulaire	H2O	≈ 1

Cui et al [36]	3-10	Circulaire	H2O	≈ 1
Reynaud et al [37]	1120-500	Rectangulaire	H2O	≈ 1
	300			> 1
Kohl et al [38]	24.9-99.8	Rectangulaire	H2O/Air	> 1
Rands et al [39]	16.6-32.2	Circulaire	H2O	> 1
Hrnjak [40]	69.5-304.7	Rectangulaire	R134a	> 1
Liu et al. [41]	2.33	Rectangulaire	N ₂ , H ₂	< 1
Zhigang et al [42]	315-520	Circulaire	H2O	> 1
Morini et al. [43]	127-762	Circulaire	N ₂	≈ 1
Li et al [44]	373-1570	Circulaire	H2O	< 1
				> 1
Hakamada et al [45].	200-500	Circulaire	H2O	< 1
				> 1
Brackbill and Kandlikar [43] [46]	125-2016	Rectangulaire	H2O	≈ 1
				> 1
Mokrani et al [47]	1000-100	Rectangulaire	H2O	≈ 1
Krzysztof Dutkowski [48]	55-550	Rectangulaire	H2O, Air	≈ 1
Wibel et Ehrhard [49]	128-386	Rectangulaire	H2O	< 1
				> 1
Chen et al. [50]	40,129.6, 158	Rectangulaire Trapézoïdale Triangulaire	H2O	≈ 1
Lorenzini et al [51]	< 100	Circulaire	H2O	< 1
Ghajar et al [52]	29	Circulaire	H2O	≈ 1
				> 1
Tam et al [53]	750-2000	Circulaire	H2O	< 1
				> 1
Chien-Yuh Yang et al [58] Chen Yong ping et al. [59]	48-920	Circulaire	H2O, Air	≈ 1
A.M. Sahar et al [60]	409	Rectangulaire	R134a	< 1

Tableau (I.1) Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux et numériques concernant les écoulements en microcanaux.

Chapitre II

Généralités et définitions

1. Introduction

Ce chapitre est consacré, dans un premier temps, aux rappels théoriques concernant les aspects dynamiques d'un écoulement laminaire dans un canal de taille conventionnelle. Cette étape est importante, puisqu'elle permettra de cerner les principaux traits du comportement dynamique d'un écoulement à simple phase dans un espace confiné.

Nous considérons essentiellement le cas d'un écoulement laminaire entre deux plaques planes dont la distance est suffisamment petite pour que l'on puisse les assimiler à deux plans quasi infinis. Cette illustration nous permettra, par la suite, la comparaison par rapport à nos résultats obtenus par simulation numérique en mini et micro canaux. Il s'agit en particulier, de se rendre compte de l'applicabilité des relations théoriques déjà établies au cas des mini et micro canaux.

Dans la deuxième partie, l'effet de la double couche électrique et de la dissipation visqueuse sur l'hydrodynamique de l'écoulement est mis en évidence par une analyse analytique et thermodynamique. Cette analyse nous permettra de repérer la source des déviations, lorsqu'elles existent, par rapport aux lois classiques rapportées dans la littérature. En effet, une des causes couramment citée par les scientifiques concernant les déviations des résultats en mini et micro canaux étant l'effet de la double couche électrique. A noter, que cette information, ne peut être obtenue expérimentalement.

2. Description physique de l'écoulement ; Aspect dynamique

Considérons l'écoulement dans un canal avec un profil de vitesse uniforme à l'entrée. Le fait d'imposer une condition de non glissement aux parois, entraîne une décélération du mouvement et oblige les particules proches de la paroi, à ralentir à cause de la friction. En revanche, la conservation du débit entraîne une augmentation de la vitesse au centre du canal. La région de l'écoulement dans laquelle les effets des forces de cisaillement visqueuses causés par la viscosité du fluide sont ressentis est appelé ; « couche limite dynamique » (Figure (II.1.a)).

Le nombre adimensionnel qui caractérise le régime d'écoulement (laminaire, transitoire ou turbulent) est le nombre de Reynolds. Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Nous précisons que dans cette thèse, le nombre de Reynolds de

l'écoulement est calculé par rapport au diamètre hydraulique du canal D_h et la vitesse moyenne U_m dans une section, selon la relation (II.1).

$$Re = \frac{u_m * D_h}{\nu} \tag{II.1}$$

Avec
$$D_h = \frac{4 * A}{P_m}$$

A, P_m et ν , désignent respectivement la section de passage, le périmètre mouillé et la viscosité cinématique du fluide.

Selon la théorie classique, un écoulement est laminaire est défini pour des nombres de Reynolds inférieurs à une valeur critique qui varie entre 2000 à 3000. Le profil des vitesses à une forme parabolique, aigu dans la zone centrale avec une valeur maximale (Figure (II.1.a)). Pour un nombre de Re supérieur à 3000, le profil de vitesse prend une allure parabolique aplatie dans la zone centrale ; c'est l'écoulement **turbulent**.

La distribution axiale de la pression est rapportée sur la figure (II.1.b). Nous remarquons l'aspect linéaire de la courbe, La pente qui représente le gradient axial de la pression (dp/dx), diminue en valeur absolue le long du canal.

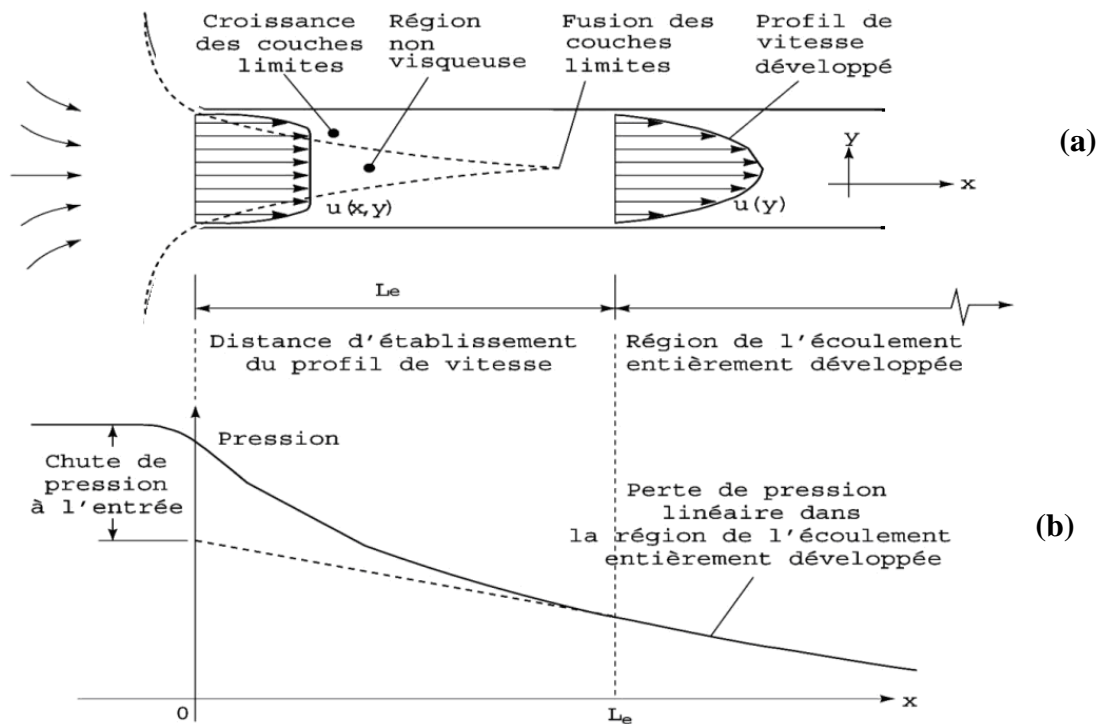


Figure (II.1) Développement du profil de vitesse et chute de pression entre deux plaques [68].

2.1. Profils de vitesse :

Considérons le cas d'un écoulement de fluide entre deux plaques planes distantes de " h ". A partir de l'équation de la quantité de mouvement, on peut facilement démontrer que pour un écoulement de fluide visqueux, incompressible et laminaire, en régime établi, la distribution de la vitesse adimensionnelle s'écrit comme suit :

$$\bar{u}(\bar{y}) = K_1 \left[\bar{y} - \frac{\bar{y}^2}{2} \right] \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \bar{u}(\bar{y}) = \frac{u(y)}{u_m} \\ K_1 = -\frac{(h/2)^2}{\mu u_m} \frac{dP}{dx} \\ \bar{y} = \frac{y}{(h/2)} \end{cases}$$

$\frac{dP}{dx}$ et μ : désignent respectivement le gradient de pression et la viscosité dynamique.

u_m : vitesse moyenne de l'écoulement.

Cette solution est connue sous le nom "**solution de Poiseuille**" pour un écoulement laminaire pleinement développé à travers une section transversale d'un canal rectangulaire. La vitesse varie de façon parabolique en fonction de y . La vitesse maximale adimensionnelle obtenue à $\bar{y} = 1$ ($y=h/2$) est donnée par l'expression **II.3**.

$$\bar{u}_{\max} = \frac{u_{\max}}{u_m} = \frac{1}{2} K_1 \quad (\text{II.3})$$

La vitesse moyenne adimensionnelle est déterminée à partir de l'intégration sur un élément de surface dA du canal, de la vitesse instantanée et adimensionnelle :

$$u_m = \frac{1}{A} \int_A \bar{u}(\bar{y}) dA \quad (\text{II.4})$$

Sachant que la surface de la section du canal $A=h.l$, La vitesse moyenne adimensionnelle, s'exprime alors sous la forme suivante :

$$\bar{u}_m = \frac{u(y)}{u_m} = \frac{1}{h} \int_{y=0}^{\bar{y}=2} K_1 \left[\bar{y} - \frac{\bar{y}^2}{2} \right] d\bar{y} = \frac{1}{3} K_1 \quad (\text{II.5})$$

On déduit la relation entre la vitesse maximale de l'écoulement et sa vitesse moyenne:

$$\bar{u}_m = \frac{2}{3} u_{\max} \quad (\text{II.6})$$

Le débit volumique est donné par la relation suivante :

$$\bar{Q}_v = \int_A \bar{u}(\bar{y}) \cdot dA = 2/3 K_1 \quad (\text{II.7})$$

2.2. Epaisseur de la couche limite dynamique et longueur d'établissement :

Sur une plaque plane placée dans un écoulement de vitesse U_∞ , on définit l'épaisseur de la couche limite dynamique, notée conventionnellement $\delta(x)$, par la distance à la paroi où la vitesse d'écoulement axiale, $u(y)$ atteint 99% de la valeur de la vitesse de l'écoulement non perturbé par la présence de la paroi U_∞ .

L'épaisseur de la couche limite dans le cas d'un écoulement externe en régime laminaire, sur une plaque plane, est donnée par l'expression (II.8) (solution de Blasius) [68]:

$$\frac{\delta(x)}{x} = \frac{5}{\sqrt{\text{Re}_x}} \quad (\text{II.8})$$

Avec: $\text{Re}_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$ x : étant la distance à partir du bord d'attaque

L'expression (II.8) reste valable pour les écoulements confinés, avec un nombre de Reynolds calculé par rapport à la vitesse moyenne de l'écoulement.

Dans un écoulement confiné, la couche limite visqueuse s'accroît, de part et d'autre des parois, pour se rejoindre après une certaine distance parcourue, correspondant à la longueur d'établissement dynamique notée, L_e , (Figure **II.1.a**). A partir de cette longueur, l'écoulement est totalement visqueux et pleinement établi. Les caractéristiques cinématiques n'évoluent plus d'une section droite à l'autre.

Dans l'analyse macroscopique, l'expression de cette longueur est donnée par la relation **II.9**, [67] :

$$\frac{L_e}{D_h} = A \text{Re} \quad (\text{II.9})$$

A : étant une constante, avec $A \in [0.02, 0.06]$.

2.3. Coefficient de frottement et nombre de Poiseuille :

A partir d'un bilan des forces sur une tranche de fluide de longueur L et de hauteur h , soumise à une différence de pression dP (en supposant une répartition hydrostatique des pressions), nous écrivons la relation (**II.10**), qui lie la contrainte pariétale τ_p au gradient de pression longitudinal.

$$\tau_p = \left. \mu \frac{d\bar{u}}{dy} \right|_{y=0} = \frac{\Delta P h}{2L} \quad (\text{II.10})$$

Le coefficient de frottement local peut être déduit selon l'expression (**II.11**).

$$C_f = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h}{\rho u_m^2} \quad (\text{II.11})$$

ρ : étant la masse volumique du fluide.

Le coefficient de frottement global ou moyen à partir de

$$C_F = \frac{\Delta P \cdot h}{L \rho u_m^2} = \frac{\tau_p}{0.5 \rho u_m^2} \quad (\text{II.11.a})$$

La perte de pression ΔP entre l'amont et l'aval d'un canal plan de longueur L et de diamètre hydraulique D_h , peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\Delta P = 2\rho u_m^2 C_F \frac{L}{D_h} \quad (\text{II.11.b})$$

On introduit le nombre de Poiseuille, qui caractérise l'influence des forces de pression par rapport aux forces visqueuses, par la relation (II.12)

$$Po = C_F \cdot Re \quad (\text{II.12})$$

L'équation (II.13), issue des travaux de Shah & London [14] pour des écoulements bidimensionnels laminaires **dans des canaux conventionnels**, corrige le nombre de Poiseuille en fonction des effets d'entrée :

A l'entrée du canal :

$$Po = \frac{3.44}{\sqrt{x^+}} + \frac{24 + \frac{0.674}{4x^+} - \frac{3.44}{\sqrt{x^+}}}{1 + \frac{2.9 \cdot 10^{-5}}{x^{+2}}} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$x^+ = \frac{x}{D_h \cdot Re}$$

En régime laminaire établi, dans un canal plan lisse, la théorie conventionnelle prévoit un nombre de Poiseuille Po constant et indépendant du nombre de Reynolds Re . La valeur du nombre de Poiseuille en régime laminaire est donnée par la relation suivante [14] :

$$Po = 24 \quad (\text{II.14})$$

Ces lois de référence permettent d'introduire le nombre de Poiseuille normalisé laminaire C^* , qui est le rapport entre le nombre de Poiseuille mesuré ou calculé numérique et le nombre de Poiseuille théorique ($Po=24$) :

$$C^* = \frac{Po}{Po_{lam}} \quad (\text{II.14.a})$$

$C^* < 1$, sous-estimé par rapport à la théorie.

$C^* > 1$, surestimé par rapport à la théorie.

$C^* = 1$, en accord avec la théorie.

On en déduit, pour un canal plan, l'expression du coefficient de frottement global, donnée par la relation II.15:

$$C_F = \frac{24}{Re} \tag{II.15}$$

3. Théorie de la double couche électrique (DCE) et effet électro-visqueux:

3.1. Principe de la théorie de la DCE avec un fluide statique:

Lorsqu'un liquide polaire (électrolyte) est mis en contact avec une paroi polarisée possédant un potentiel électrique, des effets électrostatiques apparaissent aux interfaces.

Les charges de surface attirent, par effet des forces électrostatiques, les ions de charge opposée (contre-ions) et repoussent les ions de même charge (co-ions), formant ce que l'on appelle une "couche électrique", schématisée (Figure. II.2).

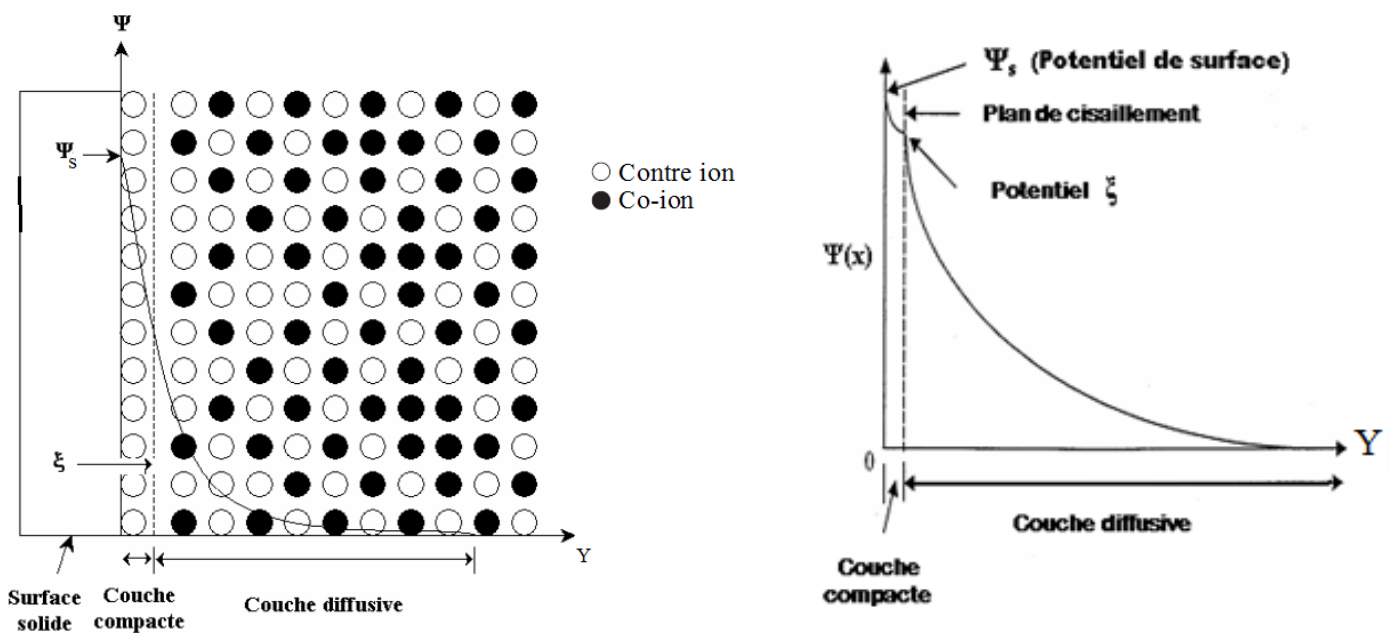


Figure. II.2 Modèle de la double couche d'après Stern et variation du potentiel ψ dans la DCE [70].

Le modèle le plus couramment utilisé pour décrire la structure de la couche électrique est celui de Stern [69] [70]. Il est utilisé dans la plupart des études et présente cette couche comme une "double couche électrique" (DCE) comportant une couche compacte immobile dite de Stern associée à une couche diffuse dans laquelle les ions sont faiblement liés et

susceptibles de se déplacer sous l'influence d'un champ électrique ou d'un déplacement de liquide (Figure. **II.2**).

Les charges de surface sont équilibrées par les charges adsorbées (couche de **Stern**) et par les charges de la couche diffuse, réalisant ainsi l'électroneutralité de l'ensemble.

Il est important de signaler que la couche diffuse contient un excès de contre-ions, décroissant progressivement lorsque l'on s'éloigne de la surface. Bien entendu, loin de la paroi solide, on retrouve les co-ions et les contre-ions en nombre égal, pour assurer l'électroneutralité de la solution.

Pour le potentiel électrostatique ψ , le modèle de Stern, suggère une décroissance linéaire dans la couche de compacte, puis une diminution exponentielle dans la couche diffuse (Figure. **II.2**). Lorsque la phase solide et la phase liquide sont mises en mouvement tangentiel l'une par rapport à l'autre, la partie compacte de la double couche électrique reste solidaire de la surface solide. La couche diffuse et la couche compacte glissent donc l'une par rapport à l'autre. Le plan de glissement entre les deux couches est appelé "plan de cisaillement". Le potentiel zêta (ξ) correspond alors à la valeur du potentiel électrostatique au niveau de ce plan de cisaillement.

3.2. Double couche électrique et mise en mouvement du fluide :

Lorsque l'écoulement est généré par un gradient de pression, la couche diffuse, qui n'est pas électriquement neutre, se trouve entraînée par l'écoulement du liquide et génère un courant dit "d'écoulement, I_s " (streaming current). Le courant d'écoulement génère graduellement une différence de concentration ionique entre l'amont et l'aval du canal. Cela donne naissance à une différence de potentiel "le potentiel d'écoulement, E_s " (streaming potential), qui provoque un courant de "conduction, I_c " ionique, en sens inverse, au milieu du canal. Ce courant cherche à égaliser la différence de potentiel et circule donc dans le sens inverse du courant d'écoulement. Les ions présents dans la couche diffuse subissent une force qui a pour effet de les freiner et de ralentir l'écoulement dans cette couche proche de la paroi (Figure. **II.3**). À l'équilibre, le courant d'écoulement et le courant de conduction ont la même valeur et un signe contraire [69] [70].

L'effet électro-visqueux en micro-canal est donc la conséquence de l'interaction entre un écoulement de liquide et la **DCE** au niveau des parois. Selon cette théorie, un micro écoulement électro-visqueux présenterait une viscosité apparente supérieure à sa viscosité dynamique et une vitesse réduite au centre du micro-canal et un débit plus faible par rapport à celui prévu par la théorie conventionnelle.

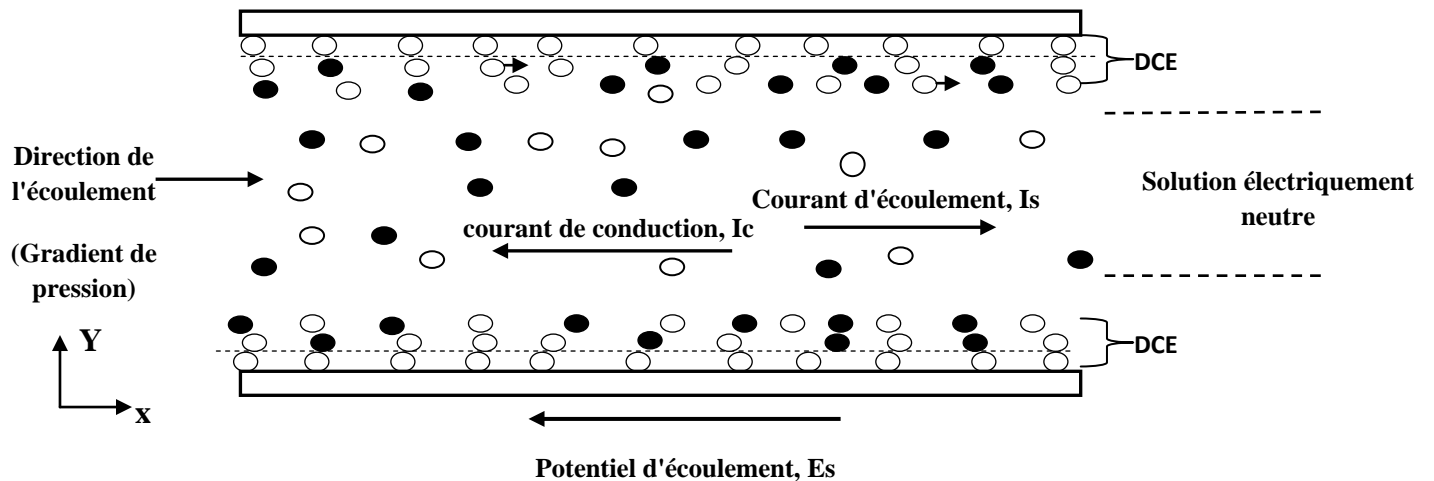
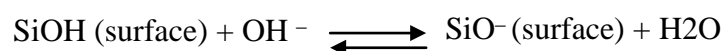


Figure. II.3 Répartition des charges dans le fluide, direction des courants "d'écoulement et de conduction" [69].

3.3. Origine des chargements électrostatiques d'une surface :

Le chargement d'une surface en contact avec un liquide peut avoir deux origines. La première, est la dissociation d'un groupement. La seconde, est l'adsorption d'ions de la solution sur une surface non ou peu chargée à l'origine. Cependant, quel que soit le mécanisme de chargement de la surface, la charge finale doit être équilibrée par la présence, en vis-à-vis dans le liquide, d'une densité de charge opposée. La capacité du matériau à pouvoir stocker les charges va être fonction de sa permittivité électrique.

Par exemple, dans le cas d'une paroi en silicium en contact avec de l'eau, la dissociation des molécules au niveau de la paroi va produire une surface chargée négativement, suite à la réaction :



3.4. Analyse mathématique de la DCE :

Le mouvement des ions (positifs et négatifs) est gouverné, à la fois, par les interactions électrostatiques et l'agitation thermique. De se fait leurs mouvement est décrit à la fois par l'équation de **Poisson** et l'équation de **Boltzmann**.

Selon la théorie de l'électrostatique, l'équation qui permet d'établir la relation entre le potentiel électrostatique ψ et la densité ρ_e des ions positifs et négatifs est l'équation de **Poisson**, définie par la relation (II.16) [69] [70]:

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0 \varepsilon} \quad (\text{II.16})$$

ε et ε_0 sont respectivement la permittivité, l'électrolyte et la permittivité du vide

La concentration en ions positifs n^+ ou négatifs n^- est donnée par l'équation de distribution de **Boltzmann** [69] [70]:

$$n^- = n_0 e^{ze\psi / K_b T} \quad \text{et} \quad n^+ = n_0 e^{-ze\psi / K_b T} \quad (\text{II.17})$$

Où " n_0 " est la concentration initiale, " z " la valence associée à l'ion positif ou négatif, " e " la charge d'un électron, " k_b " la constante de **Boltzmann** et " T " la température de l'électrolyte.

Pour une solution symétrique (constituée d'ions de même valence), la densité locale de charges dans l'électrolyte est alors donnée par la relation (II.18) [68] [69] :

$$\rho_e = (n^+ - n^-)ze = -2n_0 ze \sinh(ze\psi / K_b T) \quad (\text{II.18})$$

ψ : Potentiel électrostatique à un point quelconque de la **DCE**

En insérant l'équation (II.18) dans l'équation (II.16), on obtient l'équation de **Poisson-Boltzmann** [69] [70]:

$$\nabla^2 \psi = \frac{2n_0 ze}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sinh(ze\psi / K_b T) \quad (\text{II.19})$$

3.5. Solution de l'équation de Poisson – Boltzmann :

L'équation de **Poisson Boltzmann** est une équation différentielle non linéaire qui n'a pas de solution explicite générale. Mais si on considère que le potentiel électrostatique est faible partout dans la double couche ou autrement dit que l'énergie électrique est inférieure à l'énergie thermique $ze\psi \ll K_bT$, on peut réécrire l'équation (II.19) en développant le terme sinus hyperbolique en séries de Taylor et en ne gardant que le premier terme. On obtient alors l'équation (II.20) [69] [70]:

$$\nabla^2\psi = \frac{d^2\psi}{dy^2} = \frac{2n_0ze}{\varepsilon_0\varepsilon} (ze\psi / K_bT) \quad (\text{II.20})$$

Le potentiel électrostatique varie uniquement en fonction de y . Le Laplacien ∇^2 s'écrit alors d^2 / dy^2 (Figure II.2).

Afin de rendre l'équation (II.20) universelle, nous introduisons des grandeurs de référence qui conduisent à une présentation adimensionnelle.

Considérons la géométrie de la figure (II.3). Un fluide se trouve entre deux plaques planes distants de " h ". Nous adoptons les deux grandeurs caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} \bar{y} = \frac{y}{(h/2)} \\ \bar{\psi} = ze\psi / K_bT \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

L'équation (II.20) devient :

$$\frac{d^2\bar{\psi}}{d\bar{y}^2} = k^2\bar{\psi} \quad (\text{II.22})$$

$$\text{Avec } k = \left(\frac{2n_0z^2e^2}{\varepsilon_0\varepsilon K_bT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.22.a})$$

L'approximation $ze\psi \ll K_bT$, qui conduit à la linéarisation de l'équation de **Poisson-Boltzmann** est connue comme étant l'approximation de **Debye – Hückel**. Le paramètre k , ou

plus précisément son inverse k^{-1} , représente l'épaisseur de la double couche électrique **est connue** sous le nom de la **longueur de Debye** [69]. Notons que l'épaisseur de la double couche électrique peut être exprimée en fonction de la conductivité électrique de l'eau λ_0 à PH 7 par la relation suivante :

$$k^{-1} = 1.92 * 10^{-7} * \lambda_0^{-1/2} \quad (\text{II.22.b})$$

La solution de l'équation (II.22) est de la forme :

$$\bar{\psi}(y) = C_1 e^{k\bar{y}} + C_2 e^{-k\bar{y}}$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées en utilisant les conditions aux limites suivantes :

$$y = 0 \quad , \quad \bar{y} = 0 \quad , \quad \bar{\psi} = \xi$$

$$y = h/2 \quad , \quad \bar{y} = 1 \quad , \quad \bar{\psi} = 0$$

$$y = h \quad , \quad \bar{y} = 2 \quad , \quad \bar{\psi} = \xi$$

Nous obtenons la relation (II.23)

$$\bar{\psi} = -\frac{\xi \cdot \sinh(\bar{y}-1)}{\sinh(k)} \quad (\text{II.23})$$

L'équation (II.23) représente la distribution spatiale du potentiel électrostatique.

3.6. Couplage avec les équations de Navier et Stokes:

Dans cette partie, nous allons déterminer les différents paramètres dynamiques caractéristiques d'un écoulement en micro canal, en présence de la double couche électrique. Il s'agit de la distribution de vitesse, du débit volumique, du nombre de Poiseuille et de la viscosité apparente.

- **Profil de vitesse :**

L'équation de quantité du mouvement d'un écoulement en régime établi et en présence de la DCE est donnée comme suit :

$$\mu \frac{d^2 u}{dy^2} - \frac{dP}{dx} + E_x \rho_e(\bar{y}) = 0 \quad (\text{II.24})$$

La quantité $E_x \rho_e(\bar{y})$ étant la force de volume électrique générée par la DCE et $E_x = \frac{E_s}{L}$ le champ qui dérive du potentiel de convection E_s (Figure II.3).

Introduisons es grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u} = \frac{u(y)}{u_m} \\ \bar{E}_s = \frac{E_s}{\xi} \\ \bar{\rho}_e(\bar{y}) = \frac{\rho(\bar{y})}{n_0 z e} = -\frac{2}{k^2} \frac{d^2 \bar{\psi}^2}{d\bar{y}^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

La substitution de l'équation (II.25) dans (II.24), donne l'équation du mouvement adimensionnelle :

$$\frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{y}^2} + K_1 - \frac{2K_2 \bar{E}_s}{k^2} \frac{d^2 \bar{\psi}}{d\bar{y}^2} = 0 \quad (\text{II.26})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = -\frac{(h/2)^2}{\mu u_m} \frac{dP}{dx} \\ K_2 = \frac{\xi n_0 z e}{L \mu u_m} (h/2)^2 \end{array} \right. \quad (\text{II.27})$$

En intégrant l'équation (II.26), on obtient :

$$\bar{u} + K_1 \frac{\bar{y}^{-2}}{2} - \frac{2K_2 \bar{E}_s}{k^2} \bar{\psi} = C_1 \bar{y} + C_2 \quad (\text{II.28})$$

Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées en utilisant les conditions aux limites suivantes :

$$y = 0 \quad , \quad \bar{y} = 0 \quad , \quad \bar{\psi} = \xi \quad , \quad \bar{u} = 0$$

$$y = h/2 \quad , \quad \bar{y} = 1 \quad , \quad \bar{\psi} = 0 \quad , \quad \bar{u} \neq 0$$

$$y = h \quad , \quad \bar{y} = 2 \quad , \quad \bar{\psi} = \xi \quad , \quad \bar{u} = 0$$

En introduisant l'expression de $\bar{\psi}$ (équation II.23) dans (II.28), on obtient la distribution de vitesse adimensionnelle :

$$\bar{u} = K_1 \left[\bar{y} - \frac{\bar{y}^{-2}}{2} \right] - \frac{2K_2 \bar{E}_s \bar{\xi}}{k^2} \left[1 + \frac{\text{Sinh}k(\bar{y}-1)}{\text{Sinh}(k)} \right] \quad (\text{II.29})$$

Dans l'équation (II.29), l'expression de la vitesse dépend du potentiel d'écoulement \bar{E}_s . À ce dernier est associé un courant électrique d'écoulement I_s dont l'expression adimensionnée est donnée par l'équation (II.30) [70]:

$$\bar{I}_s = \frac{I_s}{2u_m n_0 z e (h/2)} = -2 \int_0^{\bar{y}} \bar{u} \bar{\psi} d\bar{y} \quad (\text{II.30})$$

En insérant l'équation (II.29) et (II.23) dans (II.30), on obtient l'équation suivante, [70] :

$$\bar{I}_s = -2\alpha \left[\frac{K_1}{2} \{I_1 - I_2\} - \frac{2K_2 \bar{E}_s \bar{\xi}}{k^2} I_3 + \frac{2K_2 \bar{E}_s \bar{\xi}}{k^2 \text{Sinh}(k)} I_4 \right] \quad (\text{II.31})$$

$$\text{avec ; } \begin{cases} \alpha = \frac{\bar{\xi}}{\text{Sinh}(k)} \\ I_1 = I_3 = \frac{\text{Cosh}(k) - 1}{k} \\ I_2 = \left(\frac{1}{k} + \frac{2}{k}\right)\text{Cosh}(k) - \frac{2}{k^2}\text{Sinh}(k) - \frac{2}{k^3} \\ I_4 = \frac{\text{Sinh}(k)\text{Cosh}(k)}{2k} - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

Le potentiel de convection généré par le courant électrique de l'écoulement, I_s , produira un courant de conduction I_c dans le sens inverse de l'écoulement (Figure (II.3)), donné par la relation adimensionnelle suivante :

$$\begin{cases} I_c = \frac{E_s \lambda_0 A}{L} \\ \bar{I}_c = \frac{I_c}{\xi \lambda_0 (h/2)} = \frac{\bar{E}_s A}{\bar{L}} \\ \bar{L} = \frac{L}{(h/2)} \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

En régime permanent, $I_c + I_s = 0$, la somme de ces deux courants doit être nulle pour respecter la neutralité globale.

On obtient ainsi l'équation (II.34) :

$$\bar{E}_s = \frac{\alpha k^2 K_1 K_3 (I_1 - I_2)}{k^2 + 4K_3 K_2 \bar{\xi} \alpha \{I_3 - I_4 / \text{Sinh}(k)\}} \quad (\text{II.34})$$

$$\text{Avec : } K_3 = \frac{u_m n_0 z e l}{\xi \lambda_0}$$

- **Débit volumique :**

Le débit volumique est obtenu en intégrant l'équation de la vitesse adimensionnelle (II.29) à travers la section transversale A du micro canal.

Tout calcul fait, on obtient l'équation (II.35):

$$\bar{Q}_v = \frac{2K_1}{3} - \frac{4K_2 \overline{E_s \xi}}{k^2} + \frac{4K_2 \overline{E_s \xi}}{k^3} \frac{(\text{Cosh}(k)-1)}{\text{Sinh}(k)} \quad (\text{II.35})$$

- **Nombre de Poiseuille :**

En utilisant les relations (II.9) et (II.10), on obtient l'équation du nombre de Poiseuille en présence de la double couche électrique par l'équation (II.36) :

$$Po = 8 \cdot \left[K_1 + \frac{2K_2 \overline{E_s \xi}}{k} \text{Coth}(k) \right] \quad (\text{II.36})$$

- **Viscosité apparente :**

La notion de viscosité apparente (appelée généralement deuxième effet électro visqueux) est introduite par de nombreux auteurs [70]. Par analogie à un écoulement de Poiseuille, le débit en présence de la DCE peut ainsi se mettre sous la forme :

$$\bar{Q}_v = \frac{2}{3} K_1 \frac{\mu}{\mu_a} \quad (\text{II.37})$$

μ_a Étant la viscosité apparente. Elle est introduite pour tenir compte de l'effet de la DCE.

En égalisant l'équation (II.37) avec l'équation (II.35), on obtient le rapport de la viscosité apparente à la viscosité dynamique du fluide, relation (II.38) :

$$\frac{\mu_a}{\mu} = \frac{k^3 K_1}{k^3 K_1 - 6K_2 \overline{E_s \xi} k + 6K_2 \overline{E_s \xi} (\text{Cosh}(k)-1) / \text{Sinh}(k)} \quad (\text{II.38})$$

Il est important de signaler que le gradient de pression $\frac{\partial P}{\partial x}$ inclus dans le paramètre K_1 est déterminé par un calcul numérique qui fera l'objet du troisième chapitre.

4. Effet de la dissipation visqueuse :

Les effets de la dissipation visqueuse étant généralement négligés dans les conduites conventionnelles. Cependant, lorsque le diamètre hydraulique est très petit, la production de chaleur interne en raison des forces visqueuses peut entraîner une élévation de la température du fluide le long de la conduite même si les parois sont adiabatiques. Cette variation de température engendrera une diminution de la viscosité et peut remarquablement réduire la valeur du coefficient de frottement.

Pour estimer l'importance des effets de la dissipation visqueuse au sein d'un écoulement, nous nous proposons de mener ici une analyse thermodynamique portant sur un écoulement laminaire dans un canal plan.

4.1 Analyse thermodynamique :

La configuration de l'écoulement est représentée sur la figure (II.4).

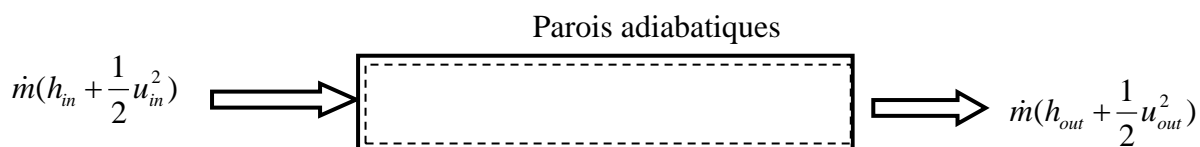


Figure (II.4) La première loi de la thermodynamique appliquée au volume de contrôle (microcanal)

Adoptons les hypothèses suivantes :

1. Écoulement en régime permanent,
2. volume de contrôle = canal au complet (lignes en pointillé de la figure (II.4)),
3. Les deux parois sont adiabatiques et aucun travail n'intervient durant l'évolution,
4. L'énergie potentielle est négligeable.

La première loi de la thermodynamique appliquée au système de la figure **II.4** donne :

$$\dot{m}\left(h_{in} + \frac{1}{2}u_{in}^2\right) = \dot{m}\left(h_{out} + \frac{1}{2}u_{out}^2\right) \quad (\text{II.39})$$

Avec h_{in} et h_{out} respectivement, l'enthalpie à l'entrée et sortie du volume de contrôle.

Dans le cas d'un écoulement incompressible, les vitesses moyennes à l'entrée et à la sortie du système sont identiques. En conséquence, on peut négliger la variation de l'énergie cinétique.

La première loi (**II.39**) devient

$$h_{in} = h_{out} \quad (\text{II.40})$$

Notons que la relation (**II.40**) est vraie dans le cas où la dissipation visqueuse est dominante durant l'évolution (écoulement).

Une des relations générales de la thermodynamique pour l'enthalpie est la relation **II.41** [71] :

$$dh = C_p dT + \left\{ \frac{1}{\rho} - T \left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right)_p \right\} dp \quad (\text{II.41})$$

dT et dp sont respectivement la variation de la température et pression.

ρ : Masse volumique du fluide.

C_p : Capacité calorifique à pression constante du fluide.

T : Température absolue.

$\beta = \frac{-1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$: Coefficient de dilatation thermique isobare.

L'équation (**II.41**) peut être réécrite sous la forme intégrale suivante :

$$\int_{in}^{out} dh = \int_{in}^{out} C_p dT + \int_{in}^{out} \frac{1 - \beta T}{\rho} dp \quad (\text{II.42})$$

Pour intégrer l'équation **II.42**, il faut, bien entendu, connaître la variation des propriétés thermo-physiques C_p , ρ et β en fonction de la pression et de la température.

La figure II.5 représente l'évolution de la chaleur spécifique C_p et la quantité $\frac{1-\beta T}{\rho}$ d'un écoulement d'eau dans un microcanal.

Ces courbes démontrent clairement que pour des valeurs de la pression de 0,1 à 10 MPa à une température d'entrée de 280K à 360K, aucune variation significative de la valeur de la chaleur spécifique C_p et de la quantité $\frac{1-\beta T}{\rho}$, n'est observée, figure II.5.

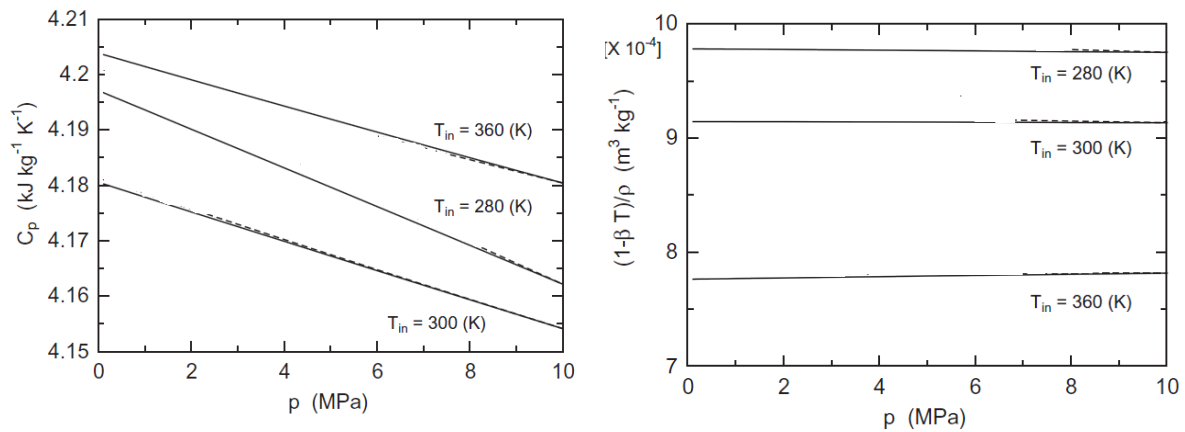


Figure II.5 Variation du C_p et $1-\beta T/\rho$ en fonction de la pression et de la température [72].

Les valeurs de C_p et $1-\beta T/\rho$ peuvent être estimées avec des valeurs moyennes (tableau II.1).

$T_{in}(K)$	$\overline{C_p} (KJ/Kg.K)$	$\overline{1-\beta T/\rho} (m^3/Kg)[\times 10^{-4}]$
280	4,1795	9,7704
300	4,1672	9,1435
360	4,1919	7,7935

Tableau II.1 Valeurs moyennes des propriétés thermo physiques [72]

En intégrant l'équation (II.42) de l'entrée à la sortie du microcanal, on obtient la relation suivante :

$$h_{out} - h_{in} = \overline{C_p}(T_{out} - T_{in}) + \overline{\left(\frac{1-\beta T}{\rho}\right)}(P_{in} - P_{out}) \tag{II.43}$$

La substitution de l'équation (II.40) dans (II.43) donne l'expression (II.44) pour la différence des températures :

$$T_{out} - T_{in} = \frac{1}{C_p} \overline{\left(\frac{1 - \beta T}{\rho} \right)} (P_{in} - P_{out}) \quad (\text{II.44})$$

L'échauffement du fluide causé par la dissipation visqueuse est alors simplement déterminé par l'équation (II.44).

On appelle les quantités moyennes $\frac{1}{C_p} \overline{\left(\frac{1 - \beta T}{\rho} \right)}$, les coefficients de Joule-Thomson.

Dans le cas où $\beta = 0$, l'équation (II.44) devient :

$$T_{out} - T_{in} = \frac{P_{in} - P_{out}}{\rho C_p} \quad (\text{II.45})$$

Notons que la différence de pression $P_{in} - P_{out}$ est déterminée numériquement. Le calcul de ce paramètre est présenté au chapitre III.

Chapitre III

Modélisation numérique

1. Introduction :

Du fait des difficultés d'élaboration des installations expérimentales ainsi que leur cout, les chercheurs s'orientent vers un procédé moins onéreux qui est la mécanique des fluides numérique, plus souvent désignée par le terme anglais Computational Fluid Dynamics (CFD). Dans certaines conditions, cette technique est arrivée à substituer parfaitement le procédé expérimental de par l'infime pourcentage d'erreurs qu'elle présente. Dans d'autres cas, joindre à ce procédé une vérification expérimentale est nécessaire lorsque les résultats obtenus sont difficilement exploitables.

Nous présentons dans une première partie les équations de base de la mécanique des fluides, utilisées pour décrire les caractéristiques dynamiques observées dans les écoulements en microcanaux, objet de notre étude. Ces équations étant ; l'équation de continuité qui traduit le principe de conservation de masse et les équations de Navier-Stokes qui traduisent le principe de conservation de la quantité de mouvement. Mais auparavant, une description globale du problème étudié, s'impose, regroupant les dimensions du microcanal ainsi que les hypothèses nécessaires à la résolution du problème.

La deuxième partie de ce chapitre, est consacrée à la présentation de la méthode numérique « éléments finis / volumes de contrôle » (CVFEM) utilisée pour discrétiser les équations gouvernantes. Ces équations sont développée avec l'explication de la technique de résolution utilisée, entre autre l'algorithme SIMPLER

2. Présentation du domaine d'étude :

Pour mener une étude fondamentale en microfluidique, il nous paraît préférable de réduire autant que possible le nombre de paramètres influents, comme l'ont fait certaines études expérimentales [36] [38] [48]. Ceci permettra de découpler les interactions possibles, ne permettant pas de bien se rendre compte de l'effet individuel de chaque paramètre.

Les microcanaux considérés dans [36] [38] [48] ont un rapport largeur/ hauteur suffisamment élevé pour que l'on puisse les considérer comme bidimensionnels (les effets de bord peuvent y être négligés), tableau (III.1).

L'épaisseur du microcanal (μm)	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Rapport d'aspect (Largeur/ épaisseur)
$100 \leq h \leq 1000$	80/150	25/50	25-250 / 50-500
$5 \leq h \leq 20$	6	1	50-200

Tableau (III.1) Les dimensions des microcanaux utilisées dans les études [36] [38] [48].

Notre choix s'est porté sur une géométrie simple. Il s'agit de micro canaux formés de deux plaques planes, de longueurs « L » et distantes d'une hauteur « h », suffisamment petite, pour les considérer comme infinies (Figure (III.1)).

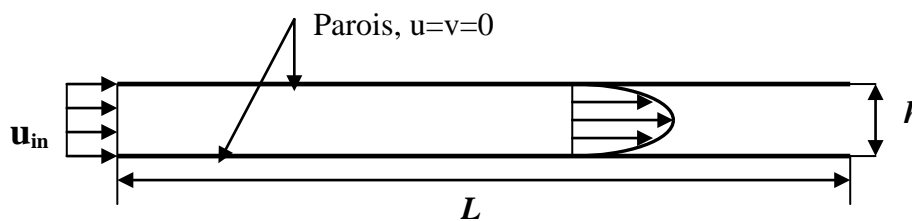


Figure (III.1) Domaine de calcul

Dans ce chapitre, l'analyse est bidimensionnelle et l'eau est le fluide considéré

3. Les équations gouvernantes :

Nous présentons dans cette partie les différentes équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide dans un microcanal. Dans le cas général en premier lieu puis dans un cas bien spécifique, qui est le notre, en prenant en considération les hypothèses simplificatrices.

➤ Equation de continuité :

Elle est déduite du principe de conservation de masse. Elle est régie par l'équation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{III.1})$$

ρ : Masse volumique du fluide (kg/m^3).

\vec{V} : Vecteur vitesse (m/s).

t : le temps (s).

➤ *Equation de conservation de la quantité de mouvement :*

L'équation de conservation de la quantité de mouvement découle du principe fondamental de la dynamique. Elle est exprimée comme suit :

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = -\vec{\nabla} P + \mu \left[\nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \right] + \rho \vec{F} \quad (\text{III.2})$$

Où :

\vec{F} : La résultante des forces extérieures exercées dans le fluide (N).

P : La pression statique (Pa).

μ : La viscosité dynamique du fluide ($Pa.s$).

Pour résoudre numériquement le problème étudié, des hypothèses simplificatrices s'imposent.

Pour notre étude nous avons considéré les hypothèses suivantes :

- Ecoulement incompressible bidimensionnel en régime permanent.
- Fluide newtonien, visqueux en milieu continu.
- Fluide à propriétés physiques constantes.
- Forces de volumes négligeables $\vec{F} = \vec{0}$.

Les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement se simplifient et s'écrivent respectivement sous la forme des équations **III.3, a, b, c** :

Equation de continuité :

$$\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{III.3.a})$$

Equation de quantité de mouvement suivant x :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_u = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{III.3.b})$$

$$\text{avec :} \quad \vec{J}_u = \rho \vec{V} u - \mu \vec{\nabla} u$$

Equation de quantité de mouvement suivant y :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_v = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (\text{III.3.c})$$

avec : $\vec{J}_v = \rho \vec{V}_v - \mu \vec{\nabla} \cdot v$

Dans ces équations, on définit les variables suivantes : ρ la masse volumique ; μ viscosité dynamique ; u et v les composantes du vecteur vitesse \vec{V} suivant x et y respectivement.

\vec{J}_u et \vec{J}_v sont les flux de convection et de diffusion dans la direction axiale et transversale, respectivement. Les équations de continuité et de quantité de mouvement peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\phi = S_\phi \quad (\text{III.4})$$

avec $\vec{J}_\phi = \rho \vec{V}_\phi - (\Gamma_\phi) \vec{\nabla} \phi$

Où : ϕ : est une variable générale.

Γ_ϕ : Coefficient de diffusion.

S_ϕ : Terme source.

Les expressions du coefficient de diffusion et du terme source sont indiquées dans le tableau (III.1).

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Q-M suivant x	u	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Q-M suivant y	v	μ	$-\frac{\partial P}{\partial y}$

Tableau III.2 : Expressions du Coefficient de diffusivité et terme source

Les équations régissant notre problème d'étude sont des équations aux dérivées partielles non linéaires, de type elliptique et couplées. En raison de leurs complexités, la résolution se fait par l'utilisation d'une méthode numérique.

La méthode numérique proposée dans ce travail est une méthode éléments finis/volumes de contrôle (**EFVC**) ou control volume finite element method (**CVFEM**) en anglais, développée d'abord par Schneider et Raw [75] ensuite par Saabas et Baliga [73].

4. Méthode éléments finis/volumes de contrôle (**CVFEM**) :

En général, la méthode est basée sur la discrétisation spatiale, elle combine des concepts associés traditionnellement aux méthodes des volumes finis (**FVM**) et des éléments finis (**FEM**). Le domaine est discrétisé en éléments triangulaires, comme pour la méthode des éléments finis (**FEM**), auxquelles les propriétés thermo-physiques de l'écoulement comme la viscosité et la masse volumique sont affectées. Des fonctions d'interpolations sont définies sur chaque élément, pour décrire la variation locale de la vitesse et de la pression. Ces fonctions sont interpolées linéairement pour assurer la convergence et éviter les instabilités numériques, tel que le problème "checkerboard" (damier) du champ de pression décrit par Patankar [74]. Similaire à la méthode de volumes finis (**FVM**), les équations de conservations sont intégrées à travers un volume de contrôle pour obtenir un système d'équations algébriques qui peut être résolu pour la détermination du champ de pression et de vitesse.

La méthode (**CVFEM**) peut se résumer par les points suivants : **(i)** la discrétisation du domaine de calcul en éléments, **(ii)** la construction de volumes de contrôle qui encadrent les nœuds du maillage des éléments finis, **(iii)** la prescription de fonctions d'interpolation sur les éléments pour les variables dépendantes et les propriétés thermophysiques du fluide, **(iv)** la dérivation des approximations algébriques des équations de la mécanique des fluides grâce à une procédure d'assemblage élément par élément, **(v)** la prescription d'une procédure pour résoudre ces équations algébriques.

4.1 Discrétisation du domaine de calcul :

La procédure de discrétisation spatiale débute par la division du domaine de calcul en éléments triangulaires aux sommets desquels sont conservées les variables discrètes de l'écoulement. Des volumes de contrôle polygonaux sont par la suite formés en joignant le centre de chaque côté

des triangles aux centroïdes tel que présenté à la figure (III.2) ; les lignes continues correspondent aux frontières des éléments et du domaine de calcul alors que les lignes faites de tirets délimitent les faces des volumes de contrôle. Les surfaces ombrées représentent les volumes de contrôle associées à un nœud interne et à un nœud placé sur la frontière.

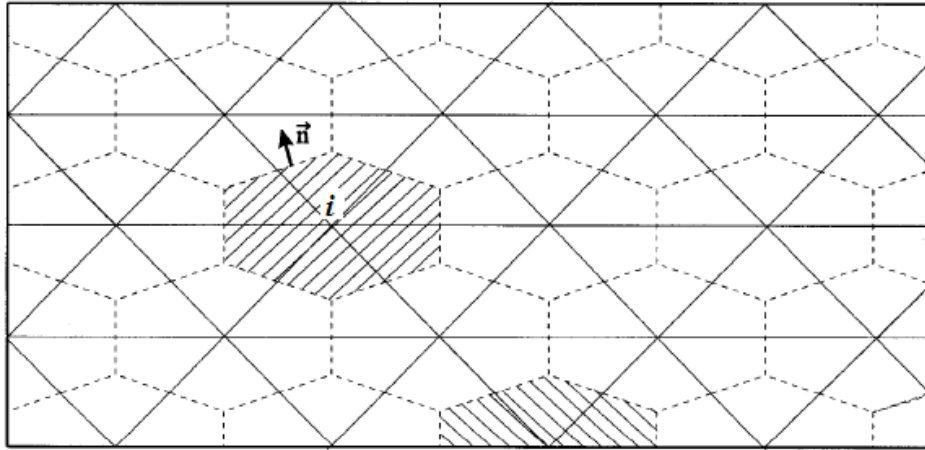


Figure (III.2) Parcelle du domaine de calcul discrétisé en éléments triangulaires et en volumes de contrôle polygonaux [75]

4.2 Equation intégrale de la loi de conservation :

Considérons le nœud « i » figure (III.2), comme étant un nœud quelconque appartenant au domaine de calcul; il peut correspondre à un nœud interne similaire à celui présenté à la figure (III.3.b) ou à un nœud placé sur la frontière tel qu'illustré à la figure (III.3.c). Lorsqu'elle est appliquée au volume de contrôle entourant le nœud « i », l'équation intégrale générale de conservation (équation (III.4)) s'écrit sous la forme :

$$\sum_{K=1}^M \left(\int_a^o \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot ds + \int_o^c \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot ds - \int_{iaoc} S_\phi d\Omega \right) + [\text{contribution des frontières si applicable}] = 0 \quad \text{(III.5)}$$

M représente le nombre d'éléments triangulaires possédant le nœud « i » comme un de leurs sommets, \vec{n} correspondant au vecteur unitaire sortant du volume de contrôle Ω et normal à l'élément différentiel de longueur ds et \vec{J} le flux combiné de diffusion \vec{J}_D et de convection \vec{J}_A de ϕ :

$$\vec{J} = \vec{J}_A + \vec{J}_D$$

$$\vec{n} \cdot ds = dy \cdot \vec{i} - dx \cdot \vec{j}$$

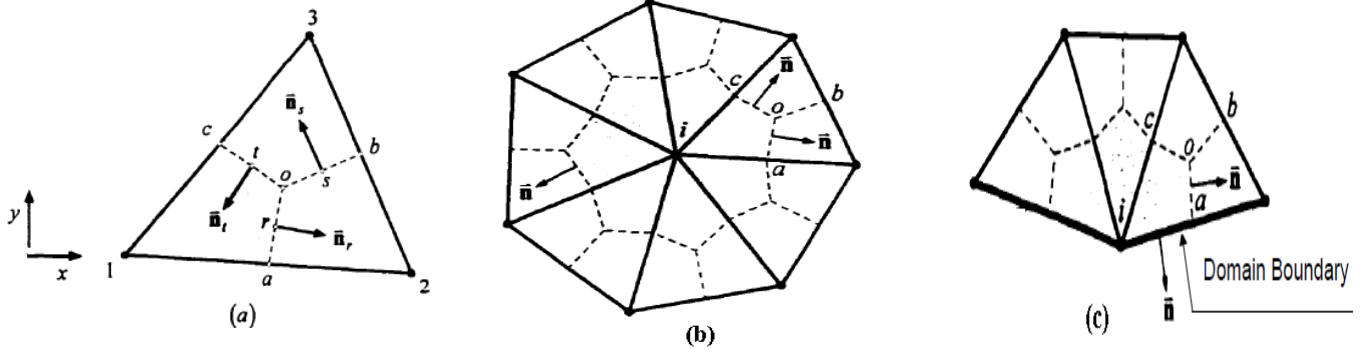


Figure (III.3) (a) Elément typique, (b) nœud interne, (c) nœud de frontière[75].

4.3. Fonctions d'interpolation :

La dérivation des équations algébriques discrètes approximées à partir des équations intégrales de conservation nécessite la spécification des fonctions d'interpolation associées aux éléments pour les variables dépendantes et les propriétés thermophysiques. Pour chaque élément triangulaire, l'ensemble des propriétés thermophysiques telles que la densité ρ et la viscosité dynamique, μ , sont évalués au centroïde « o » et ces valeurs prévalent sur l'ensemble de l'élément.

4.3.1 Terme de diffusion :

Le terme de diffusion \vec{J}_D , peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\vec{J}_D = -\Gamma \phi \cdot \vec{\nabla} \phi = -\Gamma \phi \cdot \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} \right] \tag{III.6}$$

Afin d'obtenir une approximation algébrique discrète des flux de diffusion, la variable scalaire transportée ϕ est interpolée linéairement sur chaque élément, selon la relation suivante :

$$\phi^D = A_\phi^D x + B_\phi^D y + C_\phi^D \tag{III.7}$$

L'équation (III.6) devient :

$$\vec{J}_D = -\Gamma \phi \cdot \left[A_\phi^D \vec{i} + B_\phi^D \vec{j} \right] \tag{III.8}$$

L'intégration du terme de diffusion (Eq (III.6)) à travers l'élément 1aoc de la figure (III.2.a), donne :

$$\begin{cases} \int_a^o \vec{J}_D \cdot \vec{n} \cdot ds = -\Gamma_\phi \cdot \left[A_\phi^D (y_o - y_a) + B_\phi^D (x_o - x_a) \right] \\ \int_o^c \vec{J}_D \cdot \vec{n} \cdot ds = -\Gamma_\phi \cdot \left[A_\phi^D (y_c - y_o) + B_\phi^D (x_c - x_o) \right] \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Pour chaque élément, les coefficients A_ϕ^D , B_ϕ^D et C_ϕ^D peuvent être uniquement déterminés en termes de trois valeurs nodales de x, y et ϕ .

En appliquant l'équation (III.7) aux sommets de l'élément 123 de la figure (III.2.a), on obtient un système d'équations résultant qui peut être écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\phi^D \\ B_\phi^D \\ C_\phi^D \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

la résolution de (III.10) donne :

$$\begin{pmatrix} A_\phi^D \\ B_\phi^D \\ C_\phi^D \end{pmatrix} = \frac{1}{2\Omega_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \\ x_2 y_3 - x_3 y_2 & x_3 y_1 - x_1 y_3 & x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

$$2\Omega_e = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) = DET \quad (\text{III.12})$$

Ω_e est le volume par unité de profondeur de l'élément 123.

$$\begin{cases} A_\phi^D = \frac{y_2 - y_3}{DET} \phi_1 + \frac{y_3 - y_1}{DET} \phi_2 + \frac{y_1 - y_2}{DET} \phi_3 \\ B_\phi^D = \frac{x_3 - x_2}{DET} \phi_1 + \frac{x_1 - x_3}{DET} \phi_2 + \frac{x_2 - x_1}{DET} \phi_3 \\ C_\phi^D = \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2}{DET} \phi_1 + \frac{x_3 y_1 - x_1 y_3}{DET} \phi_2 + \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{DET} \phi_3 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Posons :

$$\begin{cases} ymul_1 = y_2 - y_3 & ymul_2 = y_3 - y_1 & ymul_3 = y_1 - y_2 \\ xmul_1 = x_2 - x_3 & xmul_2 = x_3 - x_1 & xmul_3 = x_1 - x_2 \\ xymul_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 & xymul_2 = x_3 y_1 - x_1 y_3 & xymul_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Les expressions des coefficients A_ϕ^D , B_ϕ^D et C_ϕ^D peuvent alors être écrites sous les formes suivantes :

$$\begin{cases} A_\phi^D = \frac{1}{DET} \sum_{i=1}^3 ymul_i \phi_i \\ B_\phi^D = \frac{1}{DET} \sum_{i=1}^3 xmul_i \phi_i \\ C_\phi^D = \frac{1}{DET} \sum_{i=1}^3 xymul_i \phi_i \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

4.3.2 Terme de convection :

L'utilisation des fonctions d'interpolations linéaires pour la variable ϕ dans les termes de diffusion est compatible vu la nature elliptique du processus diffusif. Cependant, pour les problèmes où la convection est dominante, une interpolation linéaire du terme de convection peut engendrer des difficultés numériques de convergence et donner des solutions dénuées de sens physique.

Deux schémas ont été proposés dans la littérature [73] ; (1) Flow-Oriented Upwind scheme (**FLO**); et (2) Mass-Weighted Upwind scheme (**MAW**). Le schéma (**FLO**) peut produire des coefficients négatifs dans les équations discrétisées. Ceci implique qu'une convergence vers une solution physiquement réaliste n'est pas garantie. Lorsqu'une telle difficulté est rencontrée, l'utilisation du schéma de (**MAW**) est recommandée.

- **Schema Mass-Weighted Upwind (MAW) :**

Le schéma **MAW** est une adaptation du schéma aux coefficients positifs de Schneider et Raw [75] provenant des travaux de Saabas et Baliga [73]. Le schéma assure au niveau de l'élément (par conséquent au niveau du volume de contrôle) que la grandeur de la contribution aux flux de convection sortant soit inférieure ou égale à celle correspondant au flux de convection entrant. Cette condition est suffisante pour que les approximations algébriques des termes de convection s'additionnent positivement dans les coefficients des équations discrétisées.

Le flux convectif est donné par la relation suivante :

$$\vec{J}_A = \rho \cdot \vec{V} \cdot \phi \cdot [u\vec{i} + v\vec{j}] \quad (\text{III.15})$$

L'intégration de l'équation (III.15) à travers l'élément laoc de la figure (III.2.a), et l'application du schéma **MAW** donne :

$$\begin{cases} \int_a^o \vec{J}_A \cdot \vec{n} \cdot ds = \dot{m}_r \cdot \phi_r^A \\ \int_o^c \vec{J}_A \cdot \vec{n} \cdot ds = \dot{m}_t \cdot \phi_t^A \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Les valeurs correspondantes de ϕ_r^A et ϕ_t^A sont exprimées implicitement de la façon suivante :

$$\phi_r^A = \begin{cases} f_p \phi_t^A + (1 - f_p) \phi_1 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_t / \dot{m}_r, 0), 1] \quad \dot{m}_r > 0 \\ f_p \phi_s^A + (1 - f_p) \phi_2 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_s / \dot{m}_r, 0), 1] \quad \dot{m}_r < 0 \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

$$\phi_s^A = \begin{cases} f_p \phi_r^A + (1 - f_p) \phi_2 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_r / \dot{m}_s, 0), 1] \quad \dot{m}_s > 0 \\ f_p \phi_t^A + (1 - f_p) \phi_3 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_t / \dot{m}_s, 0), 1] \quad \dot{m}_s < 0 \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

$$\phi_t^A = \begin{cases} f_p \phi_s^A + (1 - f_p) \phi_3 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_s / \dot{m}_t, 0), 1] \quad \dot{m}_t > 0 \\ f_p \phi_r^A + (1 - f_p) \phi_1 & \text{avec } f_p = \min[\max(\dot{m}_r / \dot{m}_t, 0), 1] \quad \dot{m}_t < 0 \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Les débits massiques \dot{m}_r , \dot{m}_s et \dot{m}_t , sont données par les expressions :

$$\begin{cases} \dot{m}_r = \int_a^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n}_r \cdot ds \\ \dot{m}_s = \int_b^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n}_s \cdot ds \\ \dot{m}_t = \int_c^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n}_t \cdot ds \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Les vecteurs unitaires \vec{n}_r , \vec{n}_s et \vec{n}_t sont représentés sur la figure (III.2.a), et \vec{V}^m est la vitesse massique, elle sera définie par les expressions (III.33). Les intégrales de l'équation (III.20) peuvent être évaluées en assumant une distribution linéaire de la vitesse \vec{V}^m sur chaque élément. Les expressions finales des débits massiques sont données par l'équation III.21.

$$\begin{cases} \dot{m}_r \\ \dot{m}_s \\ \dot{m}_t \end{cases} = \frac{\rho}{2} \cdot \begin{cases} (u_o^m + u_a^m)(y_o - y_a) - (v_o^m + v_a^m)(x_o - x_a) \\ (u_o^m + u_b^m)(y_o - y_b) - (v_o^m + v_b^m)(x_o - x_b) \\ (u_o^m + u_c^m)(y_o - y_c) - (v_o^m + v_c^m)(x_o - x_c) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

En remplaçant les différents termes \dot{m}_r , \dot{m}_s et \dot{m}_t constituant les équations (III.17)-(III.19) par leurs expressions correspondantes de l'équation (III.21), on obtient la forme implicite appropriée suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 1 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_r^A \\ \phi_s^A \\ \phi_t^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

avec la solution correspondante :

$$\begin{bmatrix} \phi_r^A \\ \phi_s^A \\ \phi_t^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & 0 & b_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 1 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

Finalement, le flux convectif global est donné par l'expression suivante :

$$\int_a^o \vec{J}_A \cdot \vec{n} \cdot ds + \int_o^c \vec{J}_A \cdot \vec{n} \cdot ds = \dot{m}_r \cdot \phi_r^A - \dot{m}_t \cdot \phi_t^A = C_1^A \phi_1 + C_2^A \phi_2 + C_3^A \phi_3 = \sum_{i=1}^3 C_i^A \phi_i \quad (\text{III.24})$$

4.3.3 Terme de pression :

La pression est interpolée linéairement. Elle est traitée de manière similaire au terme de diffusion :

$$p = A_p x + B_p y + L_p \quad (\text{III.25})$$

Les coefficients A_p , B_p et L_p sont déterminés de la même manière que A_ϕ^D , B_ϕ^D et C_ϕ^D dans le paragraphe 4.3.1. Ils sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{pmatrix} A_p \\ B_p \\ L_p \end{pmatrix} = \frac{1}{2\Omega_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \\ x_2 y_3 - x_3 y_2 & x_3 y_1 - x_1 y_3 & x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

En utilisant les équations (III.14) et (III.26), les coefficients A_p , B_p et L_p peuvent être réécrits comme suit :

$$\begin{cases} A_p = \frac{y_2 - y_3}{DET} P_1 + \frac{y_3 - y_1}{DET} P_2 + \frac{y_1 - y_2}{DET} P_3 \\ B_p = \frac{x_3 - x_2}{DET} P_1 + \frac{x_1 - x_3}{DET} P_2 + \frac{x_2 - x_1}{DET} P_3 \\ L_p = \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2}{DET} P_1 + \frac{x_3 y_1 - x_1 y_3}{DET} P_2 + \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{DET} P_3 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Finalement, les gradients de pression sont exprimés sous les formes compactes suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = A_p = \frac{1}{DET} \sum_{i=1}^3 ymul_i P_i \\ \frac{\partial P}{\partial y} = B_p = \frac{1}{DET} \sum_{i=1}^3 xmul_i P_i \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

4.3.4 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement :

Après que les différents termes de diffusions, convections et gradient de pression, associés au nœud « i », soient regroupés, les équations discrétisées de quantité de mouvement pour u et v peuvent être exprimées sous la forme suivante :

$$a_i^u u_i = \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} + b_i^u - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_i \Omega_i \quad (\text{III.28})$$

$$a_i^v v_i = \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} + b_i^v - \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_i \Omega_i \quad (\text{III.29})$$

avec $\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_i$ et $\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_i$ les pressions moyennes associées au volume de contrôle Ω_i entourant

le nœud « i ».

$a_{nb}^u, b^u, a_{nb}^v, b^v$: Coefficients contenant une combinaison du flux diffusif, convectif ainsi que les différentes propriétés thermo-physiques du fluide à savoir ; la viscosité et la masse volumique.

L'indice nb fait référence aux nœuds voisins au point « i ».

Les équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisées (III.28) et (III.29) sont écrites sous la forme suivante :

$$u_i = \hat{u}_i - d_i^u \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_i \quad v_i = \hat{v}_i - d_i^v \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_i \quad (\text{III.30})$$

On définit les pseudo-vitesses \hat{u}_i et \hat{v}_i de la manière suivante :

$$\hat{u}_i = \frac{\sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} + b_i^u}{a_i^u} \quad , \quad \hat{v}_i = \frac{\sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} + b_i^v}{a_i^v} \quad (\text{III.31})$$

avec :

$$d_i^u = \frac{\Omega_i}{a_i^u} \quad , \quad d_i^v = \frac{\Omega_i}{a_i^v} \quad (\text{III.32})$$

Les fonctions d'interpolations utilisées pour rapprocher les composantes de la vitesse dans les termes des flux massiques ρu_i et ρv_i , sont définies comme suit :

$$u^m = \hat{u} - d_e^u \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_e \quad v^m = \hat{v} - d_e^v \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_e \quad (\text{III.33})$$

u^m et v^m étant les vitesses massiques

$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_e$ et $\left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_e$ représentent les gradients de pression donnés par l'équation (III.28).

d_e^u et d_e^v sont les coefficients de pression évalués au centre de la surface ie comme moyenne arithmétique des trois valeurs nodales.

4.3.5 Discrétisation de l'équation de pression :

L'équation de conservation de masse appliquée au volume de contrôle entourant le nœud « i », peut être écrite sous la forme suivante :

$$\sum_{k=1}^M \left[\int_a^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds + \int_o^c \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds \right] + [\text{contribution des frontières si applicable}] = 0 \quad (\text{III.34})$$

avec : $\vec{V}^m = u^m \cdot \vec{i} - v^m \cdot \vec{j}$

M : représente le nombre d'éléments triangulaires possédant le nœud « i » comme un de leurs sommets, et u^m, v^m sont les composantes de la vitesse massique \vec{V}^m .

Remplaçons les composantes de la vitesse massiques par leurs expressions (Eq (III.33)) dans la première et la deuxième intégrale de l'équation (III.34). On obtient alors :

$$\int_a^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds = \rho \cdot \left[\left(\hat{u}_r - d_e^u \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_e \right) (y_o - y_a) - \left(\hat{v}_r - d_e^v \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_e \right) (x_o - x_a) \right] \quad (\text{III.35})$$

$$\int_o^c \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds = \rho \cdot \left[\left(\hat{u}_t - d_e^u \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_e \right) (y_c - y_o) - \left(\hat{v}_t - d_e^v \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_e \right) (x_c - x_o) \right] \quad (\text{III.36})$$

Les expressions du gradient de pression sont données par les relations (III.28). On obtient l'équation suivante :

$$\left[\int_a^o \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds + \int_o^c \rho \cdot \vec{V}^m \cdot \vec{n} \cdot ds \right] = C_1^P P_1 + C_2^P P_2 + C_3^P P_3 + D^P \quad (\text{III.37})$$

La substitution de l'équation (III.37) à nouveau dans la relation (III.34), donne l'équation discrétisée complète, valable pour le nœud « i » :

$$a_i^P P_i = \sum_{nb} a_{nb}^P P_{nb} + b_i^P \quad (\text{III.38})$$

L'indice nb fait référence aux nœuds voisins au point « i ». Notons que le terme b_i^P est une fonction des pseudo-vitesses.

4.3.6 Procédure de résolution :

Les équations discrétisées non-linéaires (III.28), (III.29) et (III.38) peuvent être résolues de manière découplée en faisant usage de l'algorithme d'ajustement séquentiel des variables [73] similaire à l'algorithme bien connu SIMPLER (SIMPLE Revised), mis au point par Patankar [74], mais omettant l'équation de correction de pression. La procédure de résolution des équations de Navier-Stokes est réalisée selon les grandes lignes suivantes:

1. Initialiser les champs de vitesse et de pression. Introduire les caractéristiques physiques du fluide (ρ , μ) et géométriques (h, L) du domaine de calcul.
2. Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement, équations (III.28), (III.29), sans les contributions des termes de gradient de pression.
3. Calculer les pseudo-vitesses \hat{u} , \hat{v} et les constants d_i^u et d_i^v l'aide des relations (III.31) et (III.32).
4. calculer les coefficients de l'équation de pression, équation (III.38).
5. résoudre simultanément les équations de quantité de mouvement et de pression.
6. compléter les équations de quantité de mouvement en y ajoutant les termes de gradient de pression, leur appliquer de la relaxation et résoudre.
7. Réinitialiser toutes les variables calculées et retourner à l'étape 2 et répéter jusqu'à convergence.

Dans cette procédure les équations discrétisées pour u et v (**étapes 5 et 6**) sont résolues en utilisant la méthode itérative Gauss Seidel avec sur relaxation SOR (Successive Over-Relaxation).

4.3.6.1 Technique de Gauss Seidel avec sur relaxation (SOR)

Soit l'équation discrétisée de la variable ϕ :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.39})$$

A l'itération $(k+1)$, on peut écrire l'équation **(III.39)** sous la forme suivante :

$$\phi_P^{K+1} = \phi_P^K + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^K \right] \quad (\text{III.40})$$

La quantité entre crochets, dans l'équation **(III.40)** représente la variation de la variable ϕ produite par une itération ou tout simplement : le résidu.

La technique de relaxation a pour but de diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ :

$$\phi_P^{K+1} = \phi_P^K + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} - \phi_P^K \right] \quad (\text{III.41})$$

Ou encore :

$$\frac{a_P}{\alpha_\phi} \phi_P^{K+1} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{a_P}{\alpha_\phi} (1 - \alpha_\phi) \phi_P^K \quad (\text{III.42})$$

Avec : $0 < \alpha_\phi < 2$

Deux cas sont généralement rencontrés :

$1 < \alpha_\phi < 2$: On est en présence d'une sur-relaxation.

$0 < \alpha_\phi < 1$: Il s'agit d'une sous-relaxation.

4.3.6.2 Critère de convergence :

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence, c'est-à-dire qu'il rapproche de la solution exacte, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi 'Critère de convergence' qui dépend de la nature du problème ainsi que des objets de calcul. Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement et de masse. Ces résidus sont définis par :

$$R_\phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \quad (\text{III.43})$$

$$\phi = u, v, P$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite, R_ϕ tendra vers zéro.

Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\omega} R_\phi < \varepsilon_\phi \quad (\text{III.44})$$

avec : ω : Domaine de calcul.

ε_ϕ : Valeur caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

Les étapes 2-7 de la procédure de résolution sont répétées jusqu'à ce que $\varepsilon_\phi \leq 10^{-6}$.

5. Structure du Code de Calcul :

Le code de calcul est constitué d'un programme principal et des sous programmes.

La fonction de chaque sous-programme (subroutine) est :

1- INIT: calcul les différents paramètres géométriques du maillage et initialisation des variables de l'écoulement.

2- INLET : Détermine les conditions aux limites des vitesses et de la pression.

3- GRID : permet d'établir le maillage.

4- PROPS : Calcul les propriétés thermo physiques.

- 5- **CALCU**: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transport de la vitesse u
- 6- **CALCV**: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transport de la vitesse v
- 7- **CALCP**: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de pression.
- 8- **MOD Φ** : calcul les conditions aux limites de la variable de transport ($\Phi = u, v, p$).
- 9- **LISOLV**: Résolution du système d'équations algébriques associé à la variable Φ
- 10- **PRINT**: impression des résultats.

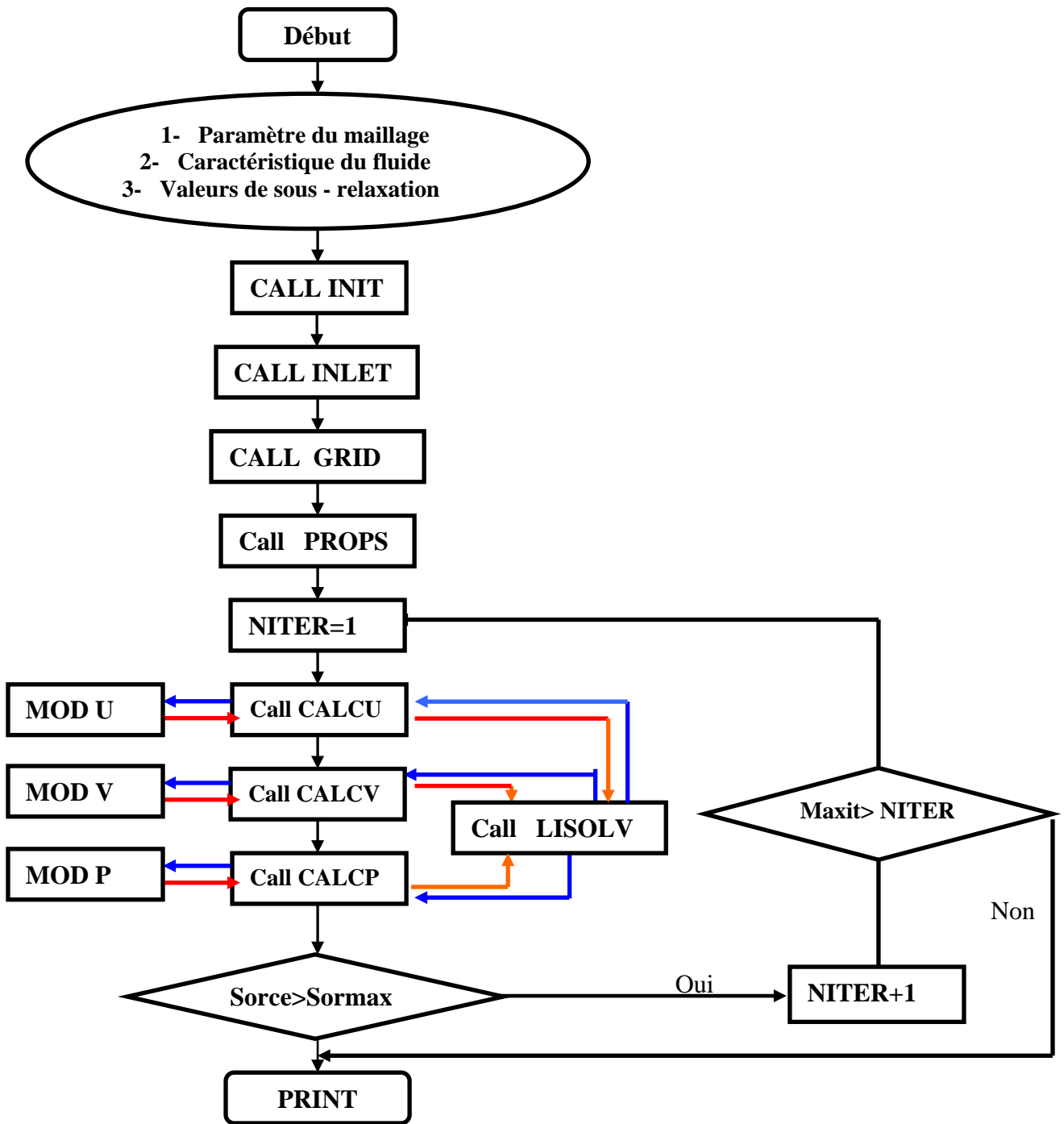


Figure (III.4) Organigramme du Programme principal.

Chapitre IV

Résultats et interprétations

1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats des simulations ainsi que l'interprétation des différents comportements dynamiques observés, d'un écoulement de fluide en mini et micro canal. L'écoulement est supposé homogène et monophasique. Le fluide de travail est composé d'eau pure. Seul le régime laminaire est considéré dans la présente étude avec une plage du nombre de Reynolds allant de 0,001 à 2000.

Avant d'entamer notre étude, et afin de valider notre code de calcul, nous présentons les résultats des simulations relatifs aux aspects dynamiques dans un canal de dimensions classiques de hauteur 2mm, correspondant à un diamètre hydraulique de 4mm. Cette partie nous servira, également, de référence pour la comparaison par rapport à un écoulement en mini et micro canaux. Les paramètres analysés étant le profil de vitesse, la chute de pression, la couche limite dynamique ainsi que le coefficient de frottement global à la paroi.

Selon la classification de certains auteurs [1], la transition entre les conduites classiques et la mini et microfluidique, est réalisée pour des canaux de 3 à 1mm de diamètre hydraulique. Pour tenter d'analyser cette zone de transition, nous avons réalisé une étude détaillée d'un écoulement en mini-canal, avec une hauteur de 500 μ m, correspondant à un diamètre hydraulique de 1mm. Les principaux paramètres analysés étant d'aspect dynamique et sont les mêmes que ceux analysés dans la partie précédente.

La seconde étape, cœur de notre travail, traite quant à elle de l'influence du diamètre hydraulique du mini canal sur les aspects dynamiques d'un écoulement d'eau pure. Il s'agit en particulier de mettre en évidence l'évolution du nombre de Poiseuille en fonction de la variation du nombre de Reynolds et du diamètre des mini-canaux.

Les résultats des simulations sont comparés, qualitativement et quantitativement, avec les corrélations théoriques valables pour des conduites de taille conventionnelle, ainsi qu'avec des résultats de travaux de recherche antérieurs, numériques et expérimentaux, réalisés dans le cas de mini et microcanaux.

En dernier lieu, nous avons analysé l'effet de la double couche électrique et de la dissipation visqueuse sur le comportement dynamique de l'écoulement. Le but étant de tenter d'expliquer les écarts, quand ils existent, des résultats obtenus en mini-canaux et ceux valables pour les

conduites classiques. A rappeler, que les phénomènes de la double couche électrique ainsi que de la dissipation visqueuse, étant les plus couramment cités dans la littérature, comme causes des divergences des résultats obtenus en mini-canaux.

2. Validation du code de calcul :

Pour valider notre code de calcul, nous avons effectué des tests sur l'évolution de la vitesse axiale, l'épaisseur de la couche limite, l'évolution de la pression ainsi que la variation du nombre de Poiseuille. Les résultats sont comparés avec des solutions analytiques disponibles dans la littérature et exposées dans le deuxième chapitre.

2.1. Présentation du domaine de calcul

Les calculs sont réalisés dans un canal de taille conventionnelle de diamètre hydraulique $D_h=4\text{mm}$, correspondant à une hauteur h de 2mm. h étant la distance entre les deux plaques planes formant le canal. La longueur choisie est de 40cm pour un nombre de Reynolds $Re=250$, soit une vitesse moyenne d'entrée $u_m=0,0625\text{m/s}$.

2.2. Maillage et conditions aux limites :

Le maillage adoptée dans cette étude est le même pour tout les cas considérés. Le domaine de calcul est discrétisé en éléments triangulaires comme le montre la figure (IV.1). Il s'agit d'un maillage non structuré à base d'éléments triangulaires, raffiné près de la paroi dans le but de capter au maximum les gradients de vitesse qui sont très important dans cette région. Rappelons que la méthode « éléments finis/volumes de contrôle » **CVFEM** est basé sur un maillage triangulaire, comme ca été spécifié au chapitre III.

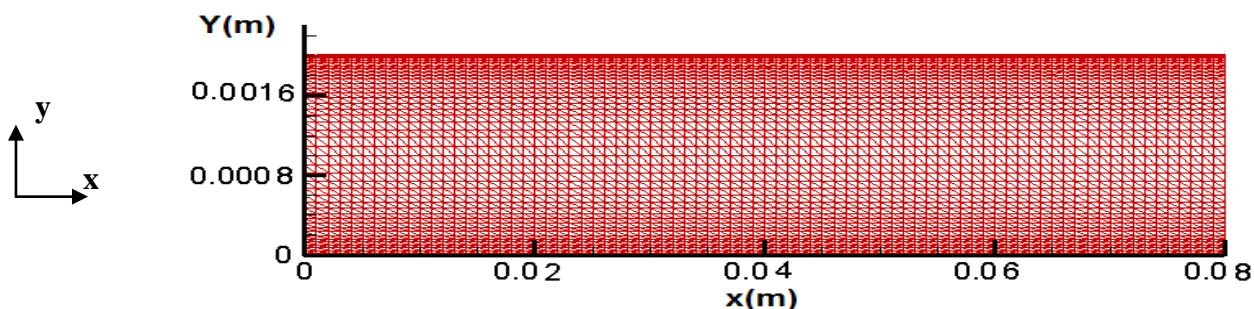


Figure (IV.1) Maillage du canal

Les conditions aux limites adoptées sont les suivantes :

- À l'entrée du canal, $x = 0$, la vitesse d'écoulement est calculée à partir d'un Reynolds imposé en utilisant la relation

suivante :

$$u = u_{in} = \frac{Re \cdot \mu}{\rho \cdot D_h}$$

μ et ρ étant respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau à 20 °C ($\mu = 10^{-3}$ poiseuille, $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$).

Le diamètre hydraulique est calculé en fonction de la hauteur entre les deux plaques

- À la sortie du microcanal $x = L$, une condition de pression constante a été retenue ;

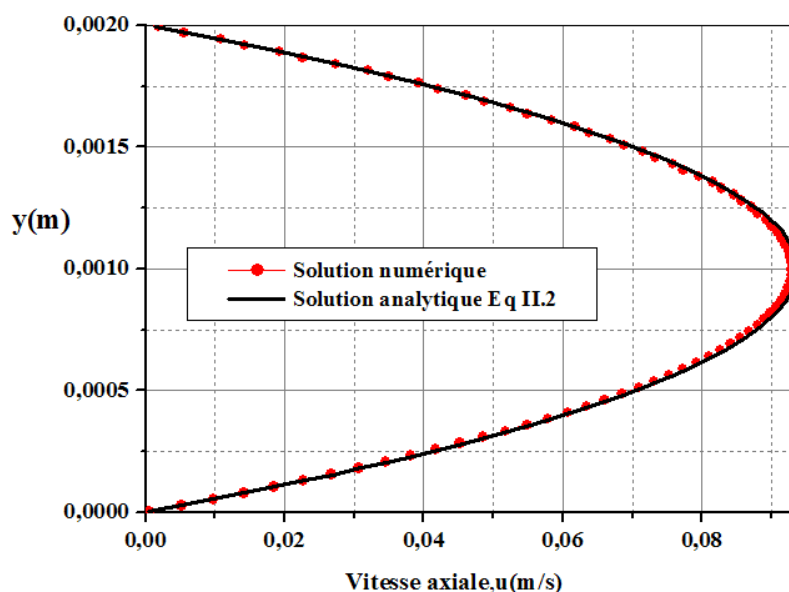
$$P_{relative} = 0$$

- Une condition aux limites de non glissement a été attribuée aux surfaces non poreuses des deux plaques ;

$$u = v = 0$$

2.3. Profils de vitesse :

La figure (IV.2) montre que la distribution du profil de vitesse en régime établi, est en bon accord avec la relation analytique (II.2). Cette comparaison est très satisfaisante, l'erreur relative est inférieure à 1%. Notons que la relation II.2 est connue sous le nom de « solution de Poiseuille » pour un écoulement laminaire pleinement établi.



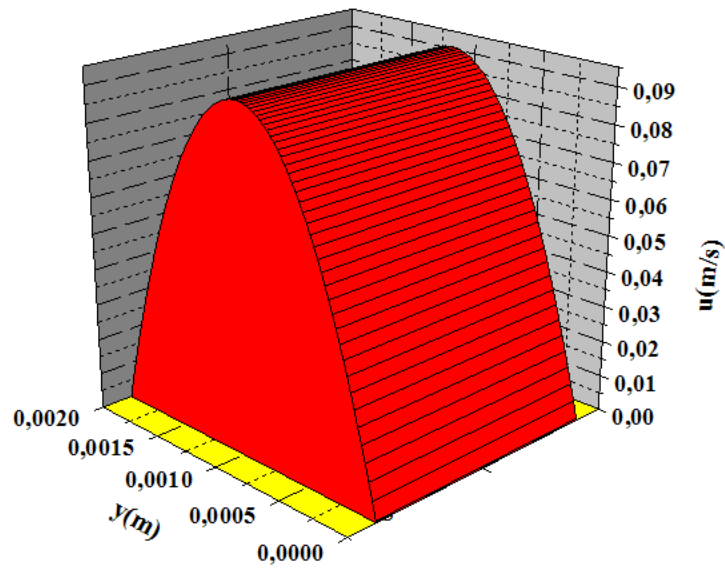


Figure (IV.2) Comparaison du profil de vitesse numérique et analytique.

2.4. Evolution de la vitesse axiale et épaisseur de la couche limite :

Sur la figure (IV.3.a), qui représente l'évolution de la vitesse au centre du canal, l'on remarque, que cette valeur ne varie plus à partir de la distance $x \approx 19\text{cm}$. Cette abscisse correspond à la longueur d'établissement dynamique de l'écoulement. Le tracé de la couche limite hydrodynamique (IV.3.b), confirme cette valeur qui se trouve être proche de celle proposée par la théorie classique (relation II.9), et qui prévoit une valeur égale à 20cm.

Notons que la courbe de l'épaisseur de la couche limite, représenté sur la figure (IV.3.b) est déterminée géométriquement en localisant à chaque section du canal la coordonnée transversale y où la vitesse est pratiquement égale à 99% de la valeur de la vitesse à l'entrée du canal.

2.5. Evolution de la pression et nombre de Poiseuille :

La distribution axiale de la pression est rapportée sur la figure (IV.4.a). Nous remarquons l'aspect linéaire de la courbe, la pente qui représente le gradient axial de la pression ($\partial p / \partial x$) diminue en valeur absolue le long du canal. Ce gradient de pression est utilisé pour calculer le nombre de Poiseuille local représenté sur la figure (IV.4.b), en utilisant l'expression (II.10). La valeur du nombre de Poiseuille diminue et tend vers une valeur asymptotique constante

égale à 24. Cette valeur correspond exactement à celle calculée théoriquement à partir de l'équation de Shah et London (Eq II.14), lorsque l'écoulement est pleinement développé.

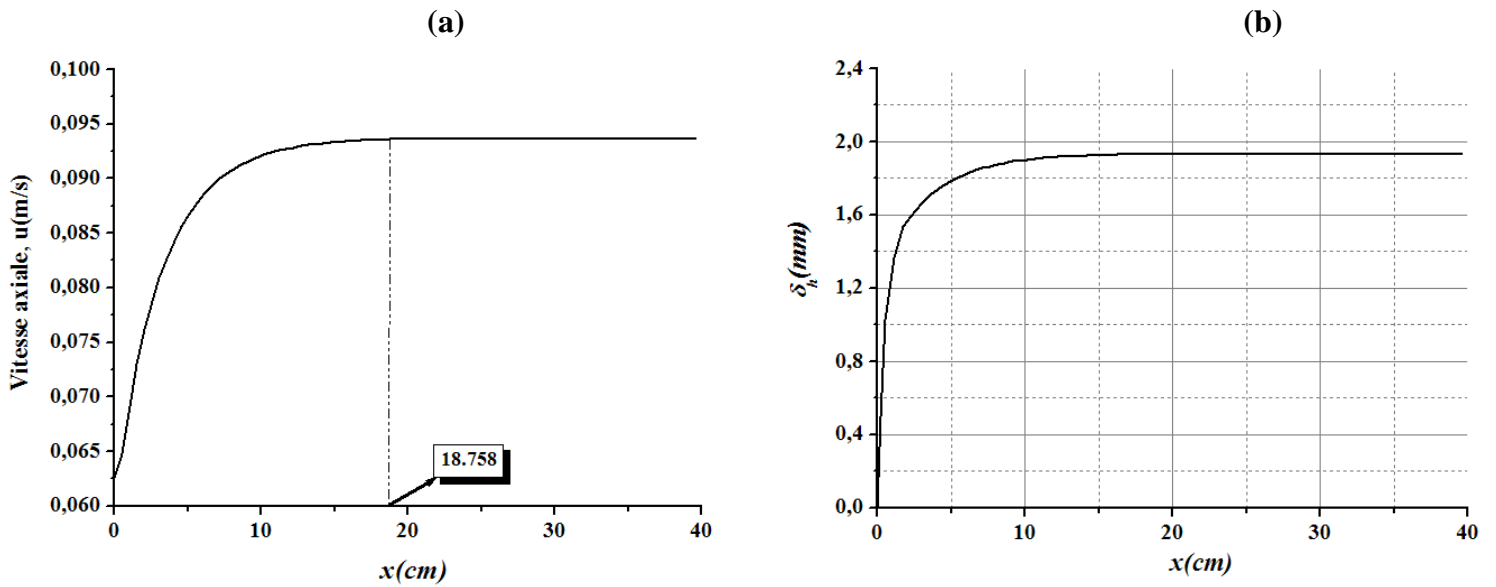


Figure (IV.3) Evolution de la vitesse axiale (a) et l'épaisseur de la couche limite (b) le long de canal

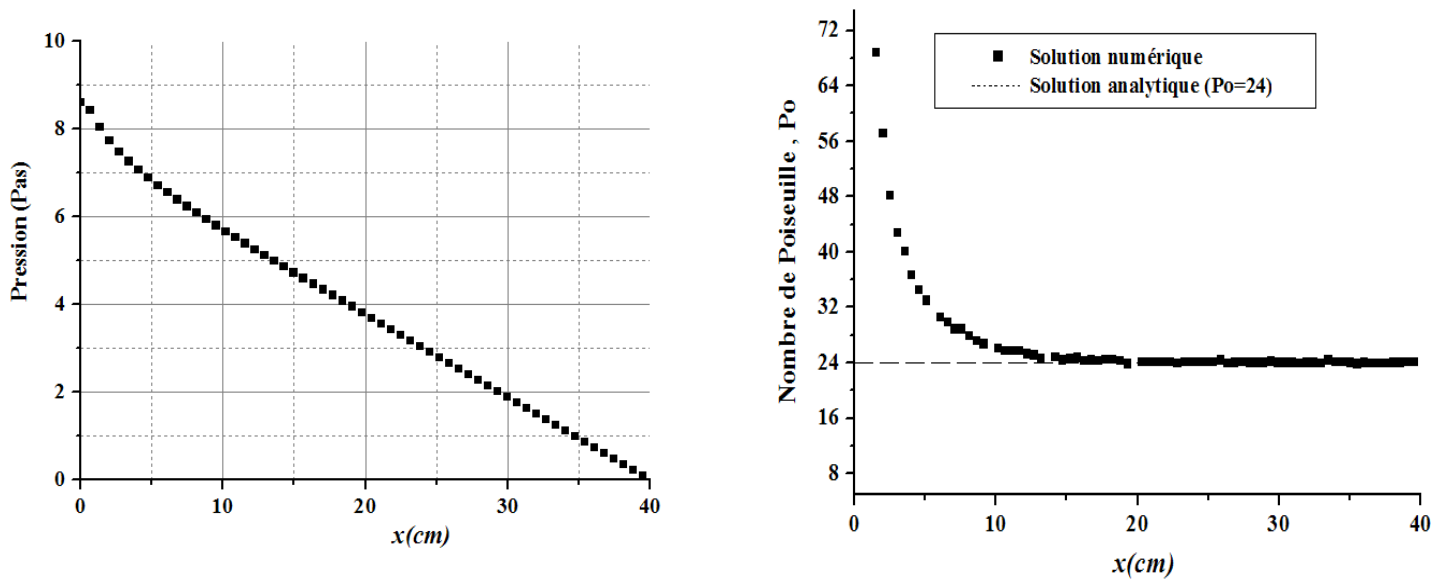


Figure (IV.4) Evolution de la pression (a) et nombre de Poiseuille (b) le long du canal

2.6. Conclusion :

La cohérence des résultats obtenus pour ce cas test, laisse présager du bon fonctionnement du code de calcul élaborée, et permet d'entamer notre étude pour des canaux de hauteurs inférieures au mm. La limite d'application des corrélations classiques à la minifluidique sera donc présentée dans la suite de ce chapitre.

3. Résultats et discussions :

3.1. Domaine d'étude :

Le domaine de calcul consiste en deux plaques planes parallèles de largeurs infinies, distantes d'une hauteur h , et de longueurs L (figure IV.5). La vitesse d'entrée est spécifiée u_e (m / s), constante et uniforme. Les vitesses d'écoulement à l'entrée sont tirées des valeurs du nombre de Reynolds et varient en fonction de la distance entre les deux plaques.

Il est important de signaler que les dimensions géométriques de chaque mini-canal ainsi que la plage de Reynolds considérée, retenues dans cette étude, sont celles utilisées dans les études expérimentales qui nous servent de base de comparaison [36] [38] [48].

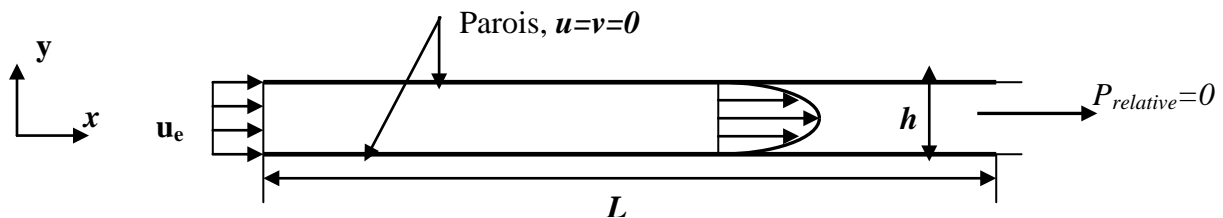


Figure (IV.5) Représentation géométrique du domaine d'étude

3.2. Comportement dynamique de l'écoulement dans un mini-canal :

Nous présentons dans cette partie les résultats relatifs au comportement dynamique d'un écoulement d'eau pure en mini-canal de longueur $L = 80\text{mm}$ et de hauteur $h = 500 \mu\text{m}$ ($D_h=1\text{mm}$). La vitesse d'entrée considérée étant, $u_e=0,5\text{m/s}$, correspondant à un nombre de Reynolds $Re= 500$. Le choix de cette valeur est retenu par souci de comparaison aux résultats expérimentaux dont nous disposons, mais aussi par souci de s'éloigner le plus possible, de la zone de transition, jusqu'ici méconnue.

3.2.1 Sensibilité de la solution au maillage :

Pour étudier l'effet du maillage sur la solution, nous avons tracé le profil la vitesse axiale le long de l'axe du mini-canal en fonction de l'abscisse adimensionnelle x^+ pour différent nombre de nœuds (Figure (IV.6)). Nous remarquons qu'à partir de 18600 nœuds, le profil de la vitesse ne présentent pas d'écarts et se confondent davantage.

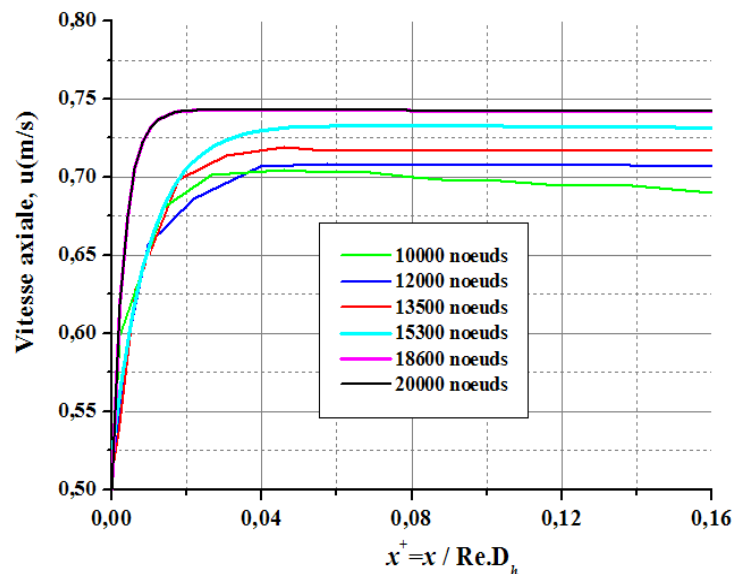


Figure (IV.6) Influence du maillage sur la vitesse axiale
($h=500 \mu\text{m}$, $u_{in}=0,5\text{m/s}$)

3.2.2 Profils de vitesse, longueurs d'établissement et couches limites :

Le comportement hydrodynamique de l'écoulement peut être analysé en termes de distribution de vitesse dans le mini canal.

La figure (IV.7) représente les iso-vitesses correspondant à la configuration adoptée. On observe une réduction de la vitesse près de la paroi, due à l'effet de la viscosité du fluide. Cette zone, proche de la paroi, est le siège d'un fort gradient de vitesse, caractérisé par la formation d'une couche limite dynamique, à l'intérieur de laquelle la variation de la vitesse

$\frac{\partial u}{\partial y}$ est très grande.

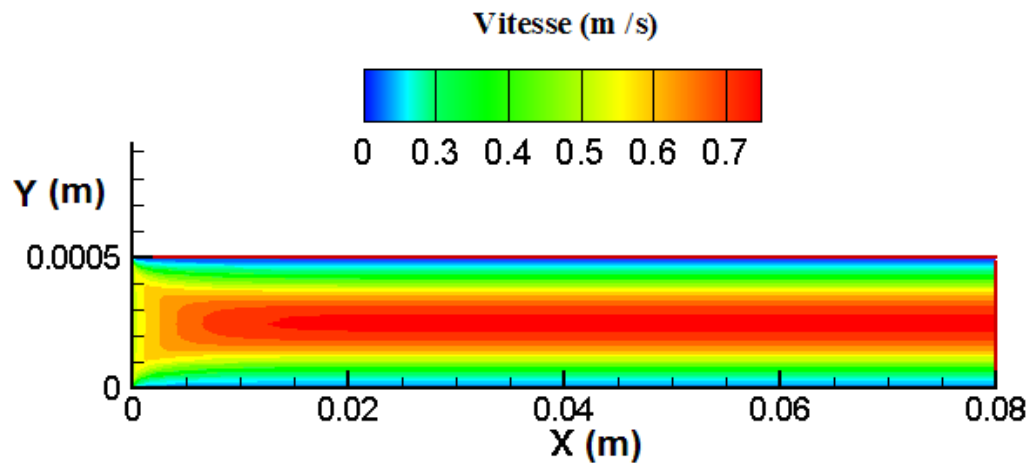


Figure (IV.7) Variation de la vitesse d'écoulement suivant la longueur du mini-canal

Un traitement de la figure (IV.7) permet d'obtenir les profils, transversal et axial, de la composante de vitesse u , en plusieurs sections « x » du mini-canal, représentés sur les figures (IV.8).

Les profils de vitesse axiales, figure (IV.8.a), présentent une allure évolutive en allant de $x = 0,5\text{mm}$ à $x = 10\text{mm}$. A partir de cette distance, la vitesse est nulle près de la paroi (condition d'adhérence), et augmente progressivement pour atteindre son maximum au centre du mini-canal, vérifiant ainsi le principe de la conservation de la masse. A cette abscisse, le profil est parabolique, caractéristique du régime laminaire établi. La composante transversale de la vitesse v , étant nulle (figure (IV.8.b)).

Sur la figure (IV.8.a), on observe également une bonne concordance entre le profil de vitesse obtenue numériquement avec celui donné par la solution analytique de Poiseuille (Eq II.2) pour le cas d'un écoulement d'eau complètement développé (erreur relative inférieure à 2%).

La valeur de la vitesse maximale issue du calcul numérique est de $u_{\max} = 1,48u_e$, valeur proche à celle proposé par la théorie classique, et qui prévoit une valeur de $1,5 u_e$. Ces valeurs correspondent parfaitement aux valeurs théoriques obtenues à partir de l'intégration des équations de Navier-Stokes.

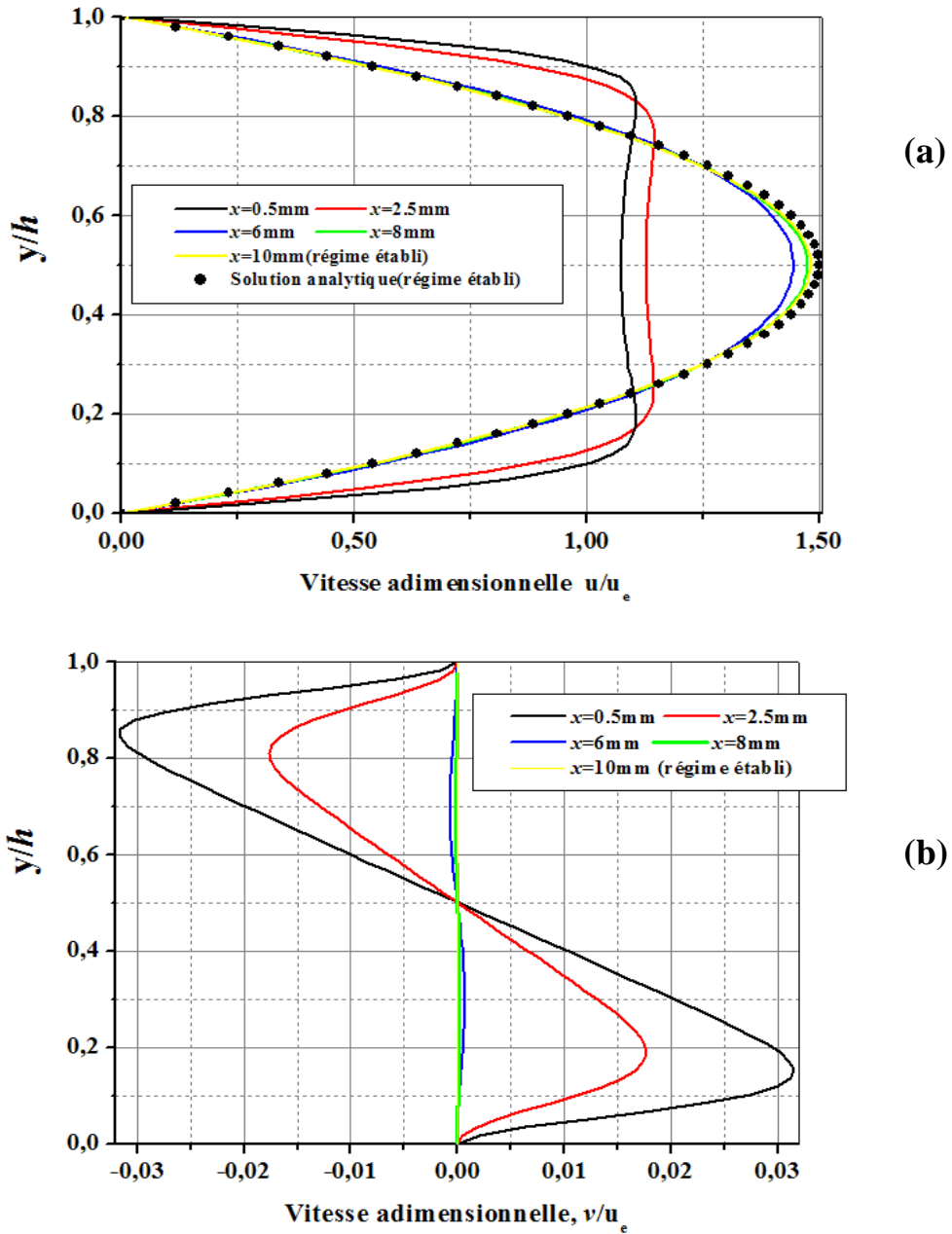


Figure (IV.8) Profils de vitesse axiale (a) et transversale (b) à différentes sections du mini-canal ($h=500\ \mu\text{m}$, $u_{in}=0,5\text{m/s}$)

Le tracé de l'évolution de la vitesse axiale le long de l'axe du mini-canal en fonction de l'abscisse adimensionnelle x^+ est schématisé sur la figure (IV.9). A l'entrée du mini-canal, la vitesse à pour valeur $u_e=0,5\ \text{m/s}$, correspondant à un nombre de Reynolds $Re=500$ et une hauteur $h=500\ \mu\text{m}$. On notera qu'à mesure que la valeur de x^+ augmente, la vitesse au centre du canal augmente et se stabilise à une valeur maximale $u_{max}=0,74\text{m/s}$ pour une valeur de $x^+ \approx 0,02$. Cette abscisse correspond à la longueur d'établissement de la couche limite

hydrodynamique. Nous rappelons que dans l'analyse macroscopique, l'expression de la longueur d'établissement est donnée par la relation $\frac{L_e}{D_h \text{Re}} = x^+$ avec $x^+ \in [0,02 - 0,06]$

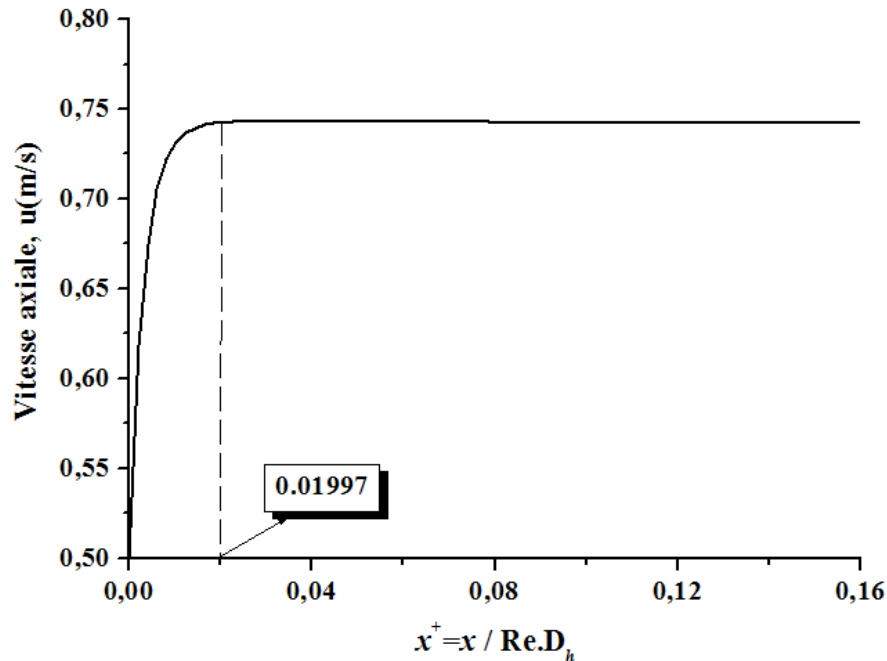


Figure (IV.9) Variation de la vitesse au centre du mini-canal.
($h=500 \mu\text{m}$, $u_{in}=0,5\text{m/s}$)

La figure (IV.10) décrit l'évolution de l'épaisseur de la couche limite dynamique δ_h tout au long du mini-canal. Notons que l'épaisseur de la couche limite dynamique est déterminée géométriquement en localisant à chaque section du canal la coordonnée transversale y où la vitesse est pratiquement égale à 99% de la valeur de la vitesse à l'entrée du canal.

On retrouve la zone de fort gradient de vitesse, occasionnant la formation de la couche limite dont la valeur semble se stabiliser à $x=10\text{mm}$. L'ordre de grandeur de cette épaisseur est d'environ $0,24 \text{ mm}$ comme valeur maximale. Cette valeur représente 96% de la demi-hauteur du mini-canal. La couche limite envahit pratiquement toute l'épaisseur du mini canal lorsque le régime est pleinement établi.

Pour une distance x inférieure à 10mm (régime non établi), la loi d'évolution $\delta_h=f(x)$ est de la forme $\frac{\delta(x)}{x} = \frac{C}{\sqrt{\text{Re}_x}}$ avec C , une constante numérique variant dans l'intervalle $[1,65 - 4,95]$.

L'évolution de la couche limite est identique à celle prévue par la théorie classique en régime laminaire (Eq II.8), avec un coefficient numérique, cependant, différent.

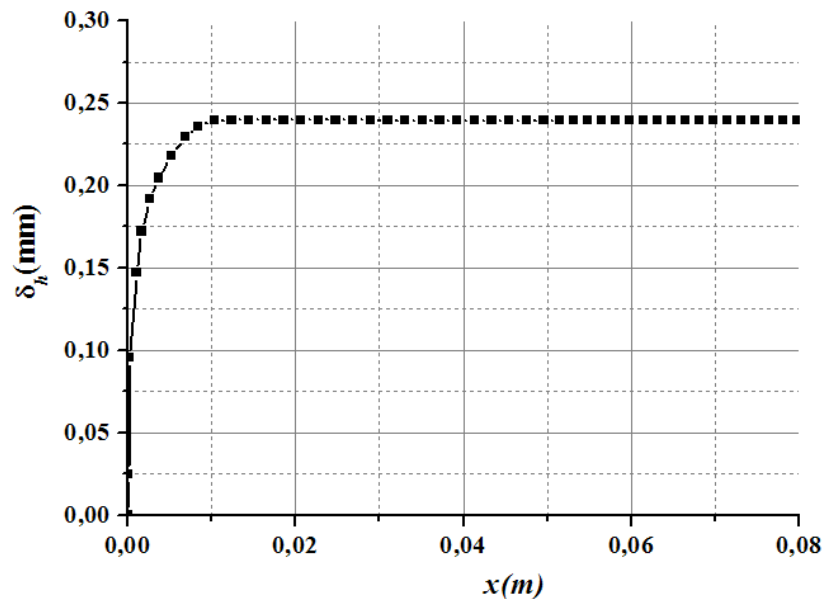


Figure (IV.10) Evolution de la couche limite dynamique dans le mini-canal ($h=500 \mu\text{m}$, $u_{in}=0,5\text{m/s}$)

3.2.3 Coefficient de frottement et pertes de charges linéaire :

Comme déjà mentionné, la viscosité du fluide entraîne une perte de pression le long du mini-canal, schématisée selon la figure (IV.11.a). On relève une valeur ΔP de **1.75 Kpa** entre l'entrée et la sortie du mini-canal. La pente qui représente le gradient de la pression ($\partial p / \partial x$) est directement lié à la valeur du coefficient de frottement local par l'équation (II.11).

La figure (IV.11.b) montre le tracé de la variation du coefficient de frottement local au niveau de la paroi en fonction de la distance axiale. Variant dans le même sens que la contrainte de frottement pariétale, le coefficient de frottement C_f présente une valeur maximale à l'entrée du mini canal, puis diminue asymptotiquement jusqu'à devenir constant à partir d'une certaine distance de l'entrée, correspondante à l'établissement dynamique (stabilisation du profil de vitesse). La valeur de cette distance est évaluée à environ 10mm, valeur précédemment trouvée lors du tracé de la longueur d'établissement.

La valeur du coefficient de frottement se stabilise à **0,04778**. Cette valeur correspond exactement à celle calculée théoriquement à partir de l'équation (II.11).

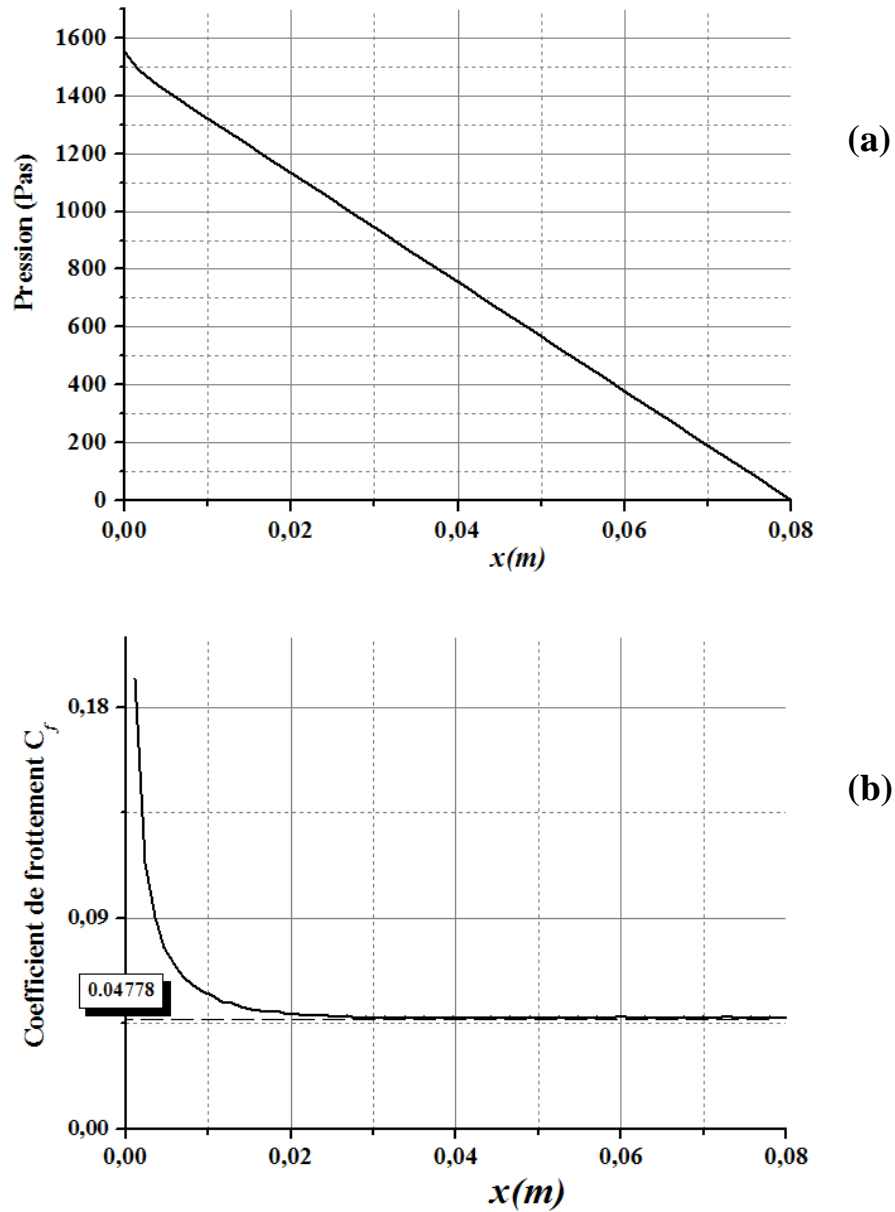


Figure (IV.11) Variation de la pression(a) et le coefficient de frottement (b) suivant la longueur du mini-canal. ($h=500 \mu\text{m}$, $u_m=0,5\text{m/s}$)

Notons que tous ces résultats sont obtenus avec un maillage raffiné aux parois, contenant 18630 nœuds et 19260 éléments triangulaires. Ce type de maillage permet d'obtenir une très bonne convergence du calcul comme le montre l'évolution des résidus au cours du processus d'itération (figure (IV.12)). Le calcul s'arrête lorsque tous les résidus calculés sont au dessous de la valeur du critère de convergence $\varepsilon_{u,v,p} \leq 10^{-6}$

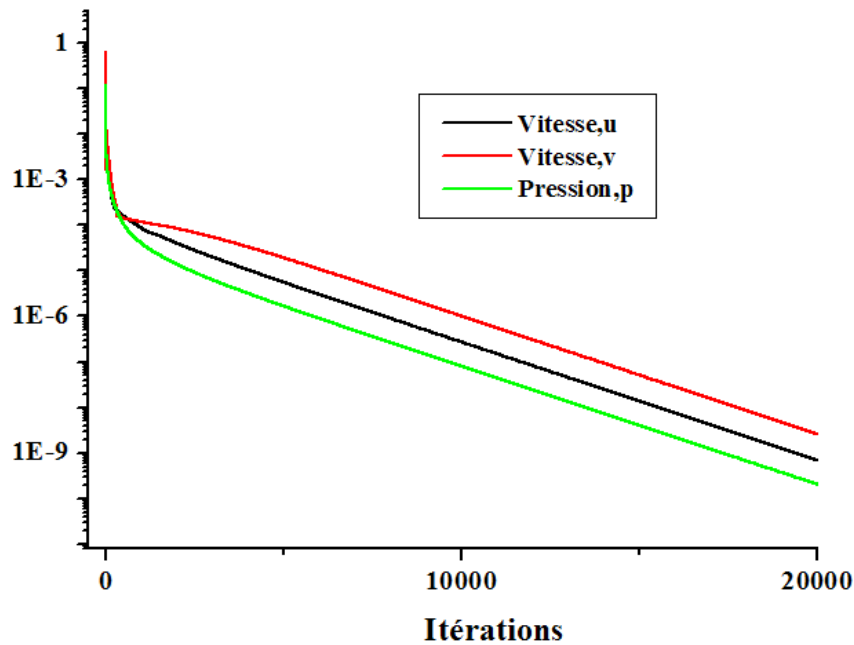


Figure (IV.12) Evolution des résidus pendant le calcul hydrodynamique.
($h=500 \mu\text{m}$, $u_{in}=0,5\text{m/s}$)

3.3. Effet de la variation du nombre de Reynolds :

Dans cette partie, on traite de l'effet de variation du nombre de Reynolds sur la configuration de l'écoulement dans un mini-canal de diamètre hydraulique $h = 500 \mu\text{m}$ ($D_h=1\text{mm}$) et de longueur $L=80\text{mm}$. La vitesse d'entrée dans le mini-canal varie de 0,05 à 2,0 m/s, soit une évolution du nombre de Reynolds de 50 à 2000. Le choix de cette plage de vitesses s'est fait par souci de comparaison par rapport aux résultats expérimentaux dont nous disposons.

3.3.1 Profils de vitesse, longueurs d'établissement et couches limites :

La figure (IV.13), montre l'évolution des profils de vitesse à une distance $z = 60\text{mm}$ à partir de l'entrée du mini canal. A noter que nous avons pris soin à ce que toutes les valeurs soient relevées dans la zone de régime pleinement établi. L'on constate clairement que les profils correspondant à des vitesses sont des profils paraboliques avec une vitesse maximale au centre du mini-canal. Cette évolution est laminaire par comparaison au cas classique.

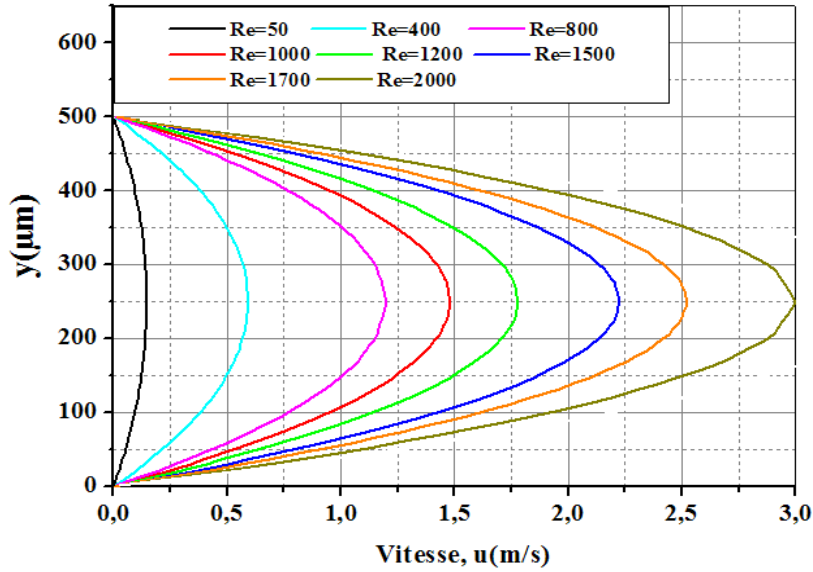


Figure (IV.13) Profils de vitesse pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).

Il est intéressant de noter que l'accroissement du nombre de Reynolds entraîne une augmentation linéaire de la vitesse maximale au centre du mini-canal (figure (IV.14)).

Le rapport entre la vitesse maximale au centre et la vitesse à l'entrée u_{max}/u_e est de 1,48. Rappelons que la théorie des conduites classiques prévoit une valeur $u_{max}/u_e = 1,5$ pour les écoulements laminaires. On remarque clairement, que ce rapport de vitesse est tout à fait comparable entre mini-canal et conduite classique.

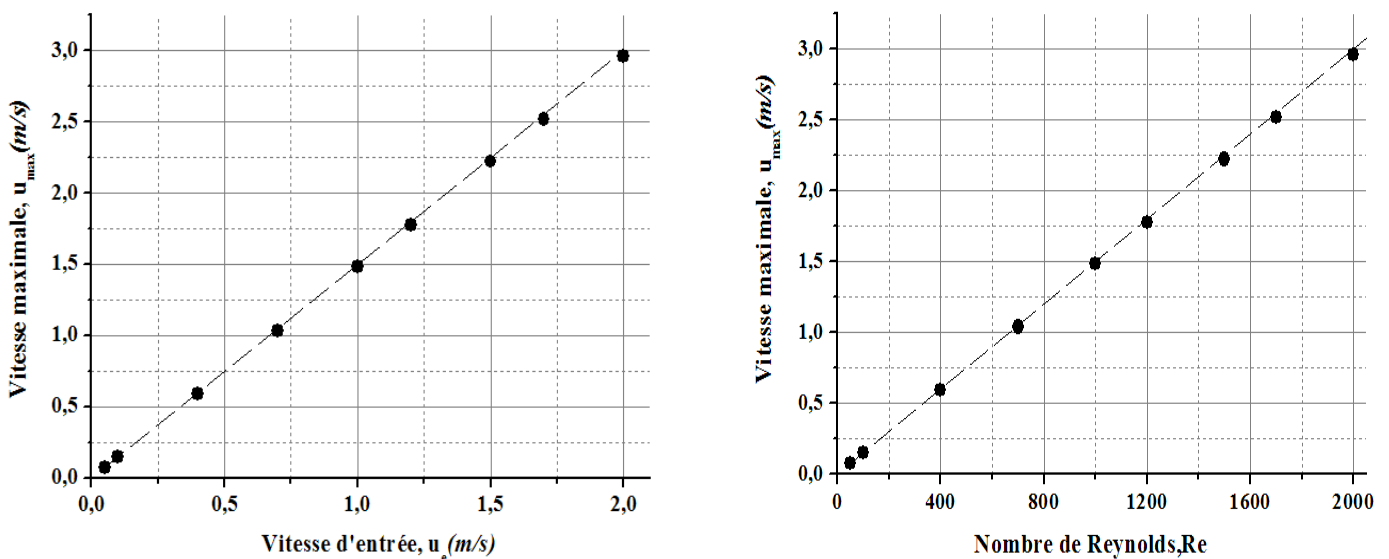


Figure (IV.14) Variation de la vitesse axiale au centre du mini-canal u_{max} en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).

L'effet du nombre de Reynolds sur la longueur d'établissement est représenté sur la figure (IV.15). On voit clairement la dépendance de la longueur d'établissement au nombre de Reynolds. La longueur d'établissement évolue de manière croissante fonction du nombre de Reynolds selon l'expression $L_e/D_h = C.Re$, avec $C=0,019-0,02$. Valeur proche de celle obtenue par la théorie relative aux écoulements dans des conduites de taille conventionnelle qui prévoit une valeur pour la constante C de 0,02. Ce résultat ne fait que confirmer la théorie classique en régime laminaire (Eq II.9).

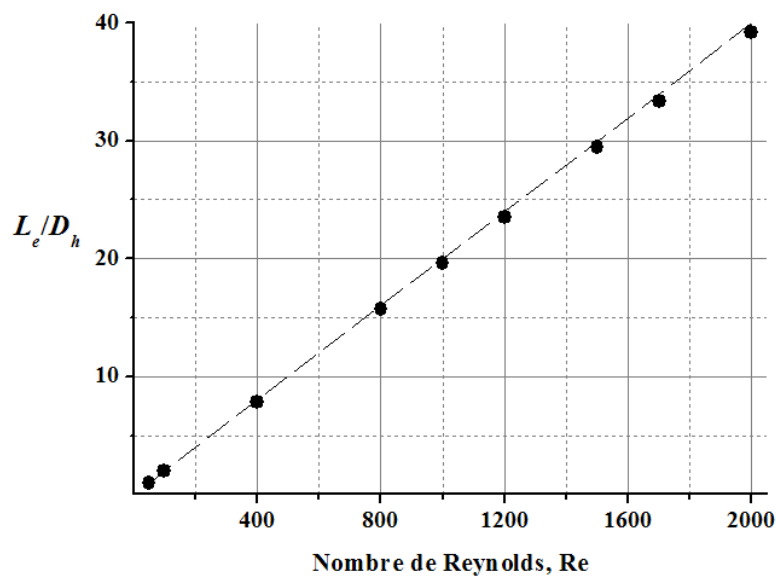


Figure (IV.15) Variation de la longueur d'établissement en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$)

La figure (IV.16) montre l'évolution de la couche limite dynamique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

L'épaisseur de la couche limite dynamique δ_h diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente. Notons, que la couche limite envahit pratiquement toute la section du mini-canal, lorsque le régime d'écoulement est pleinement développé. Les ordres de grandeur de cette épaisseur par rapport à la hauteur du mini-canal restent comparables au cas classique. Remarquons aussi que la zone d'établissement est influencée par le nombre de Reynolds, ce qui confirme les résultats présentés dans la figure (IV.15).

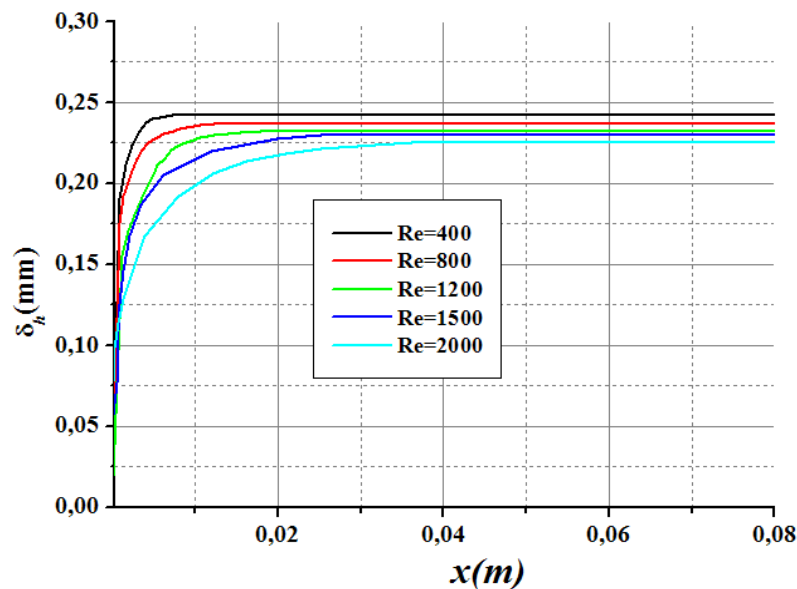


Figure (IV.16) Evolution de l'épaisseur δ_h pour plusieurs nombres de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).

3.3.2 Coefficient de frottement local, moyen :

La figure (IV.17.a) donne l'évolution du coefficient de frottement local le long d'un mini-canal de diamètre $h=500 \mu\text{m}$ pour plusieurs valeurs du nombre de Reynolds.

Le coefficient de frottement présente un maximum à l'entrée du mini-canal et décroît jusqu'à tendre vers une valeur constante à partir de l'établissement dynamique. Ceci est dû à la variation de la contrainte de cisaillement pariétale avec le développement de la couche limite dynamique.

La valeur asymptotique du coefficient de frottement diminue avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement. Ce fait s'explique par le fait que L'augmentation des forces d'inertie accélère le mouvement des particules et vaincre l'effet des forces visqueuses.

La figure (IV.17.b) représente l'évolution du coefficient de frottement moyen en fonction du nombre de Reynolds. Il est important de noter que le coefficient de frottement moyen est calculé en moyennant le coefficient de frottement local dans la zone où l'écoulement est pleinement établi. Une bonne concordance est notée entre les valeurs calculées et ceux classiquement rencontrés aux échelles conventionnelles (Eq II.11.a). Ce résultat ne fait que confirmer la similitude des lois entre le domaine de mini fluide et l'échelle macroscopique, dans le cas d'un régime laminaire.

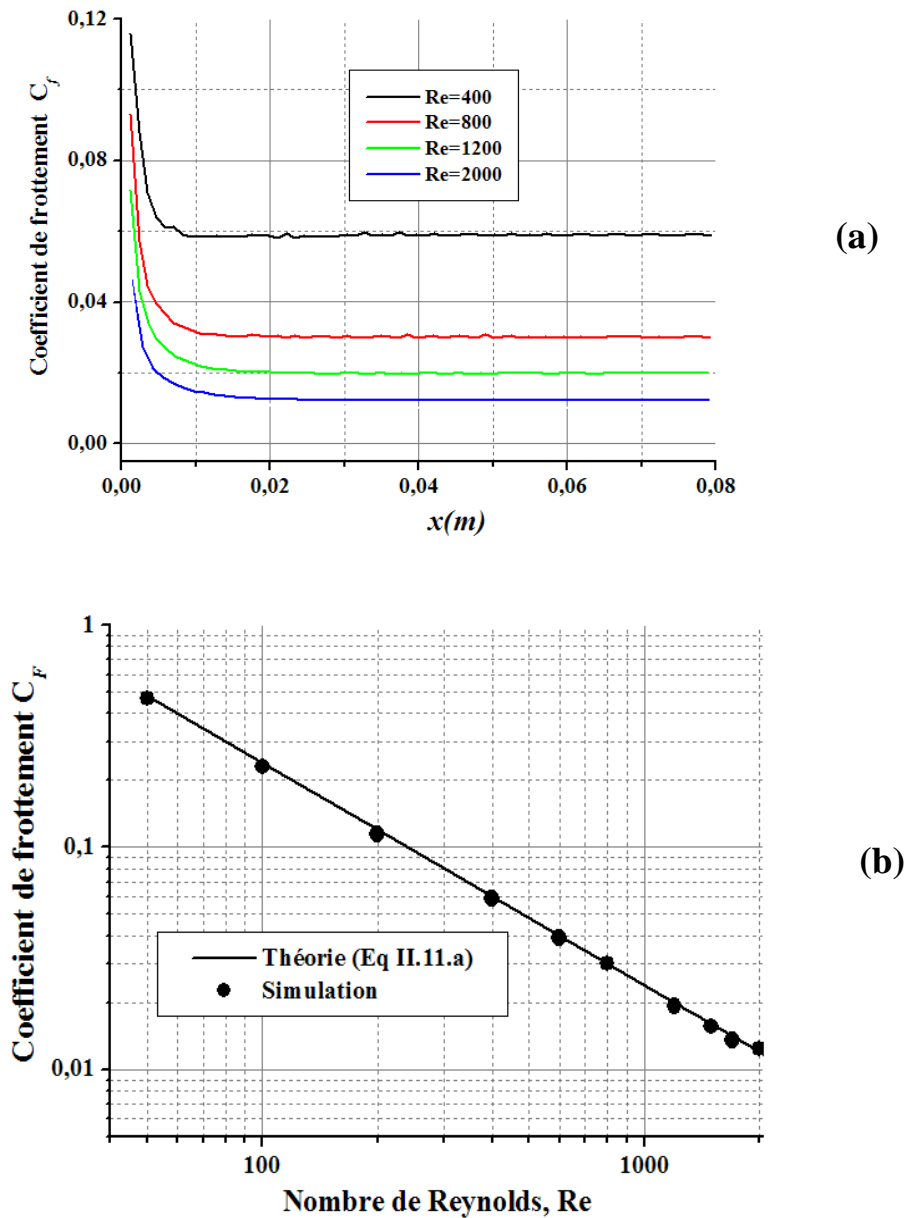


Figure (IV.17) Variation du coefficient du frottement (a) local et (b) moyen en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$).

Une confrontation de nos résultats de simulation aux résultats mesurés expérimentalement [38] [48] est schématisée sur la figure (IV.18) par le tracé du nombre de poiseuille. La comparaison est réalisé pour un mini-canal de hauteur $h=500\mu\text{m}$ ($D_h=1\text{mm}$) et une longueur $L=80\text{mm}$, avec une vitesse d'entrée variable en fonction du nombre de Reynolds.

Le calcul du nombre de Poiseuille est effectué selon la relation $Po = C_F \cdot Re$ suivant deux manières :

- Calcul du coefficient C_F à partir de la perte de charge du canal ($\Delta P = P_{\text{entrée}} - P_{\text{sortie}}$), pour tenir compte des effets d'entrée.

- Calcul du coefficient de frottement C_F par intégration du coefficient de frottement local $C_{F,l}$, dans la zone où le régime est établi.

Les résultats de simulation semblent en bon accord avec les valeurs expérimentales de Mokrani [48] et l'équation II.14 ($Po=24$) établie pour des conduites classiques.

Les valeurs du nombre de Poiseuille tenant compte des effets d'entrée suivent l'équation II.13 avec un écart inférieur à 5% sur l'ensemble de la gamme des nombre de Reynolds étudiée. Rappelons que l'équation II.13, issue des travaux numériques de Shah & London [14] sur les écoulements laminaires en conduites bidimensionnelles, corrige le nombre de Poiseuille en fonction des effets d'entrée.

Faisons également remarquer, à partir de la figure (IV.18), que le nombre de Poiseuille obtenu à partir d'essais expérimentaux, Reynaud [38], croît avec le nombre de Reynolds et suit la loi II.13. Cette déviation peut être due aux effets d'entrée. Les valeurs du nombre de Poiseuille augmentent lorsque les effets d'entrée deviennent prépondérants.

Certains expérimentateurs (Reynaud [38], Pfahler et al [4]), ont relevé que le nombre de Poiseuille en régime laminaire augmentait avec le nombre de Reynolds. Cette déviation peut être due aux effets d'entrée, la longueur d'établissement cinématique croît avec l'accroissement du nombre de Reynolds (Figure (IV.15)). Elle représente 40% de la longueur du canal pour un nombre de Reynolds $Re=2000$.

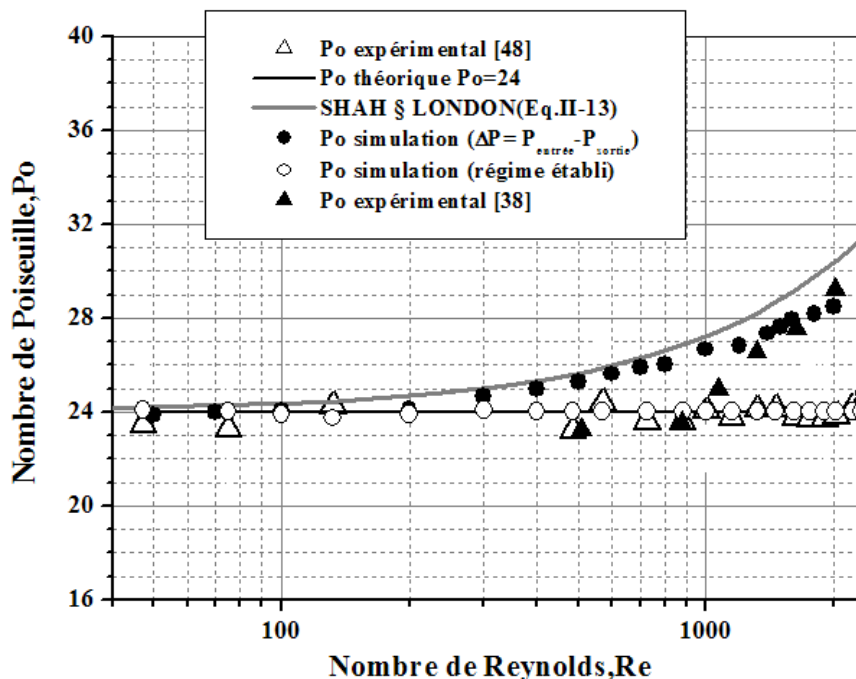


Figure (IV.18) Variation du nombre de Poiseuille Po en fonction du nombre de Reynolds ($h=500 \mu\text{m}$)

3.3.3 Synthèse :

Il en ressort de part le tracé des profils de vitesse, de la couche limite, du coefficient de frottement et de la perte de pression, que l'on retrouve qualitativement le même comportement de l'écoulement du fluide que pour le cas de conduites de dimensions conventionnelles (dans la zone des diamètres et vitesses étudiés à savoir, un ordre millimétrique). Les ordres de grandeurs des vitesses maximales, couches limites, pertes de pression et coefficient de frottement restent aussi comparables quantitativement.

3.4. Effet de la variation de la hauteur du mini canal :

Les études antérieures semblent s'accorder que peu de différences sont notées entre l'échelle macroscopique et l'échelle millimétrique. Cependant, ce constat n'est pas toujours valable lorsqu'on passe à l'échelle macroscopique.

Dans cette partie, on cherche à déceler, si elles existent, des variations du comportement dynamique d'un écoulement laminaire, entre échelle macroscopique, millimétrique et micrométrique. Nous exposerons les variations des profils de vitesse, coefficients de frottements et pertes de pression, mais nous nous intéresserons plus particulièrement aux valeurs des nombres de Poiseuille et leur variation en fonction des nombres de Reynolds.

Les hauteurs des mini-canaux testées varient entre 200 μm et 4,58 μm , correspondant à des diamètres hydrauliques de 400 μm à 10 μm . En effet, toutes les études antérieures s'accordent pour dire que le diamètre hydraulique est un paramètre fondamental dans les études des écoulements à l'échelle micrométrique. Il intervient dans la quasi-totalité des nombres adimensionnels utilisés lors du traitement des résultats, et parfois même avec un exposant important comme dans le cas du coefficient de frottement.

Le tableau (IV.1) donne les valeurs des nombres de Reynolds en fonction de la hauteur du microcanal considéré. Rappelons que le choix de ces valeurs s'est fait par souci de comparaison aux résultats expérimentaux dont nous disposons [48] [36].

hauteurs (μm)	200	100	50	20,5	14,3	7,5	4,58
Longueurs (mm)	80			6			
Reynolds	50-2000	50-2000	50-1500	10-300	1,5-100	0,3-4	0,7-7
Vitesses (m/s)	0,25-10	0,50-20	1-30	0,25-7,5	0,05-3,57	0,02-0,5	0,07-0,7

Tableau (IV.1) Longueurs et gammes des nombres de Reynolds en fonction de la hauteur du mini-canal.

3.4.1 Profils de vitesse et épaisseur de la couche limite :

L'effet de la variation de la hauteur du mini-canal sur le profil de vitesse est schématisé sur la figure (IV.19), pour une vitesse d'entrée $u_e = 0,5$ m/s. L'on constate clairement que les profils sont tous des profils paraboliques avec une vitesse maximale au centre du mini-canal. Cette évolution est laminaire par comparaison au cas classique. Le rapport $\frac{u_{\max}}{u_e}$ reste égal à 1,48 dans tout les cas.

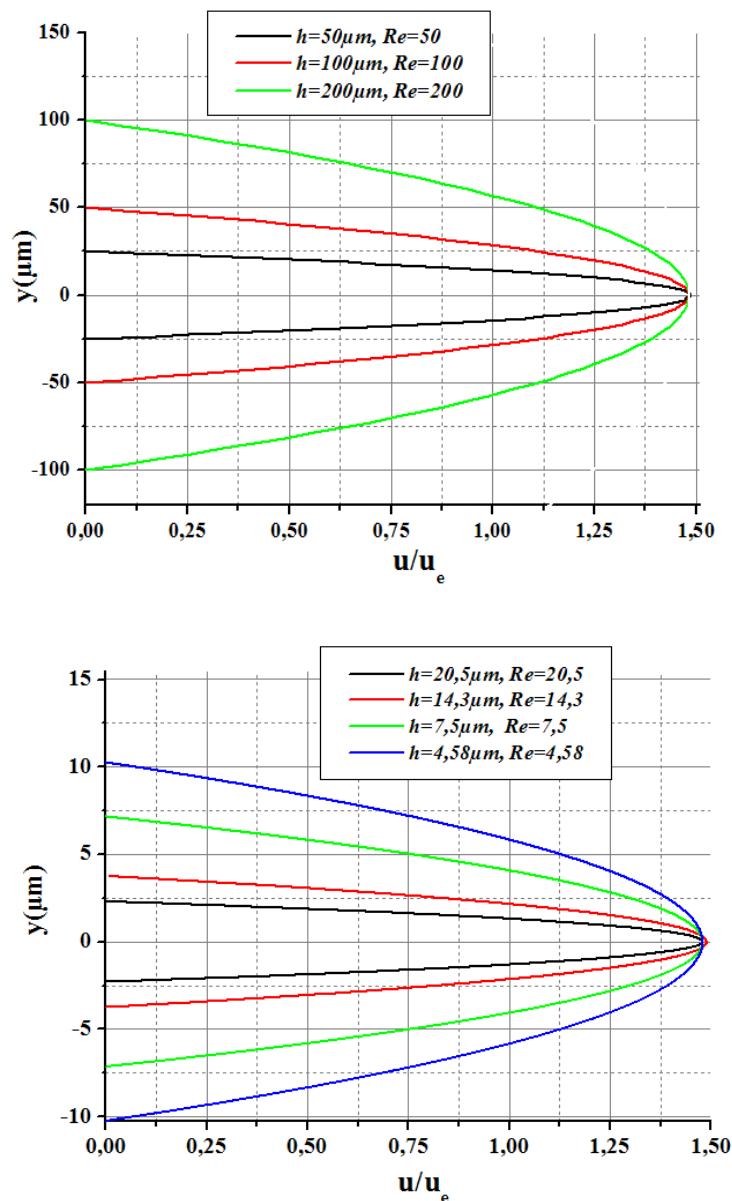


Figure (IV.19) Profils de vitesse pour différent nombre de Reynolds avec $u_{in}=0,5\text{m/s}$.

La figure (IV.20) montre l'effet de la variation de la hauteur du mini-canal sur l'évolution de la couche limite dynamique pour la même vitesse considérée précédemment.

Nous remarquons que la couche limite dynamique couvre un pourcentage de la demi-hauteur du mini-canal, variant entre 86 et 97%. Les ordres de grandeur de cette épaisseur par rapport à la hauteur du micro canal restent comparables au cas classique, dans tous les cas considérés.

Rappelons que, dans le cas d'un écoulement dans un canal de taille conventionnel, on observe le même comportement, la couche limite visqueuse s'accroît, de part et d'autre des parois, pour se rejoindre après une certaine distance parcourue qui est la longueur d'établissement. A partir de ce point, l'écoulement sera totalement visqueux et entièrement développé.

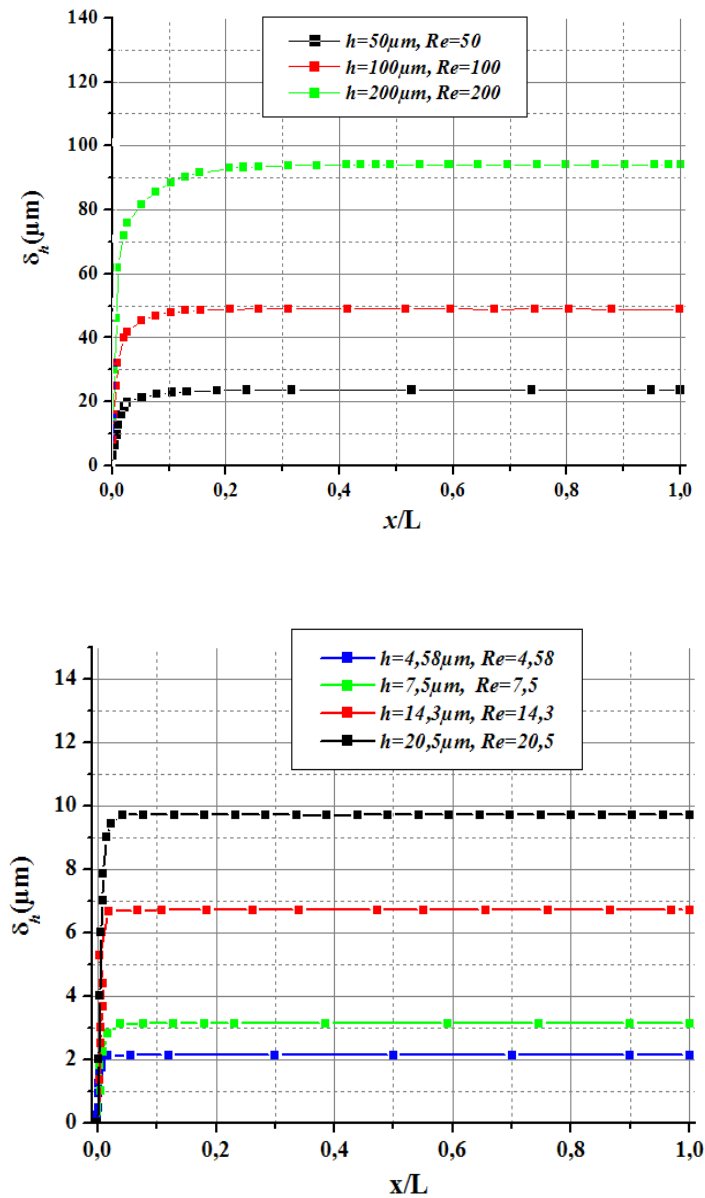


Figure (IV.20) Epaisseurs de la couche limite pour différents nombres de Reynolds avec $u_{in}=0,5\text{m/s}$.

3.4.2 Evolution de la pression, coefficient de frottement et nombre de Poiseuille :

La figure (IV.21) illustre l'évolution de la perte de pression linéaire ΔP en fonction du nombre de Reynolds. L'augmentation du nombre de Reynolds s'accompagne d'une augmentation de la perte de pression. Une bonne concordance est notée entre les valeurs calculées et ceux tirés à partir de la théorie classique qui donne une évolution de la forme

$$\Delta P = \frac{24}{Re} \left(\frac{L}{D_h} \right) \rho u_e^2 / 2 \quad (\text{Eq II.11.b}).$$

Ce résultat ne fait que confirmer la similitude des

résultats avec les lois classiques dans le cas d'un régime laminaire, et ce, dans la gamme des diamètres considérés.

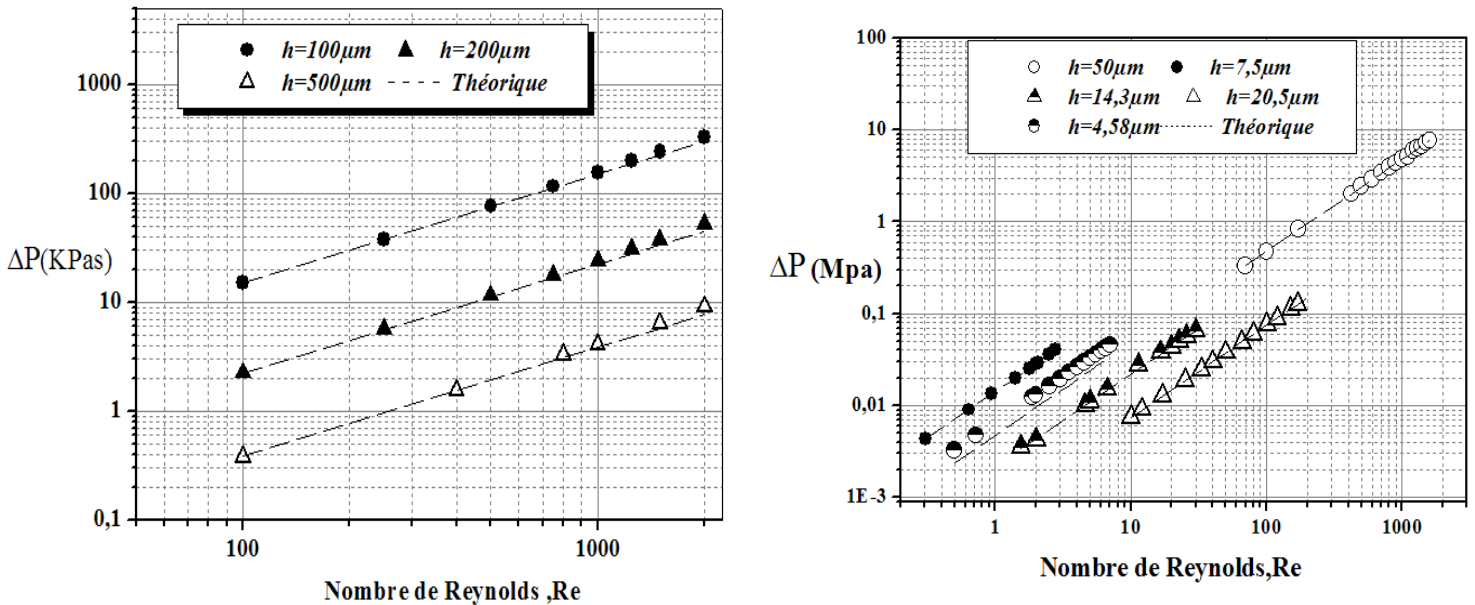


Figure (IV.21) Variation de la perte de pression en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs.

Une confrontation de nos résultats de simulation aux résultats mesurés expérimentalement [48] [36], est schématisée sur la figure (IV.22), par le tracé du nombre de poiseuille et le coefficient de frottement. La comparaison est réalisée pour des mini-canaux dont la hauteur varie de 200μm à 4,58 μm.

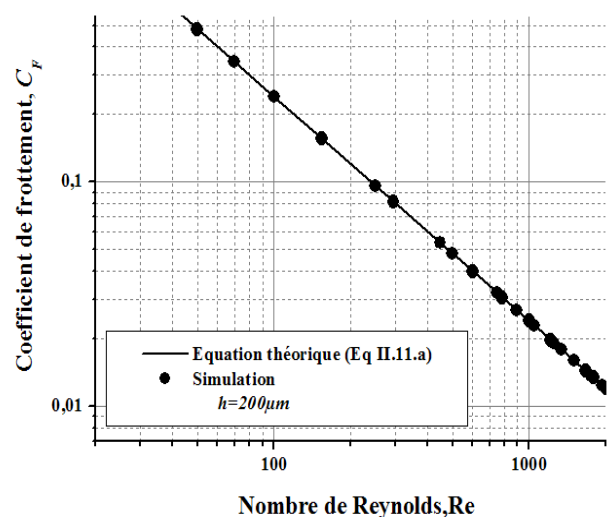
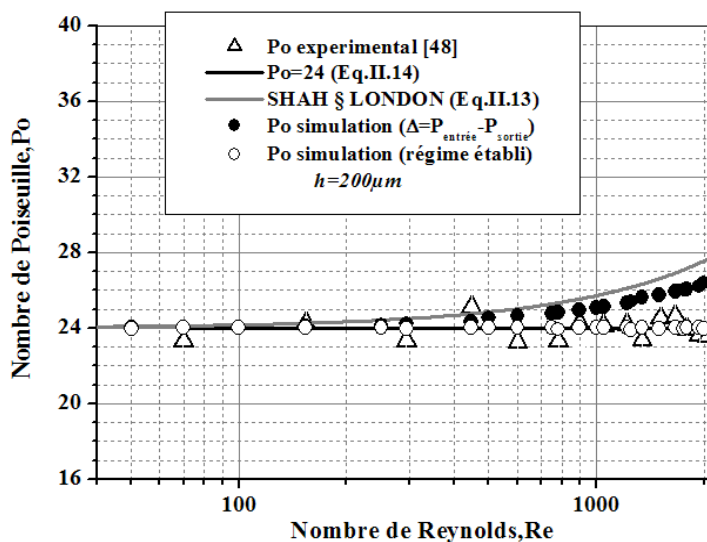
Nous observons, figure (IV.22), que conformément à la théorie, le nombre de Poiseuille issu du calcul numérique est quasiment indépendant du nombre de Reynolds pour tous les mini-canaux testés.

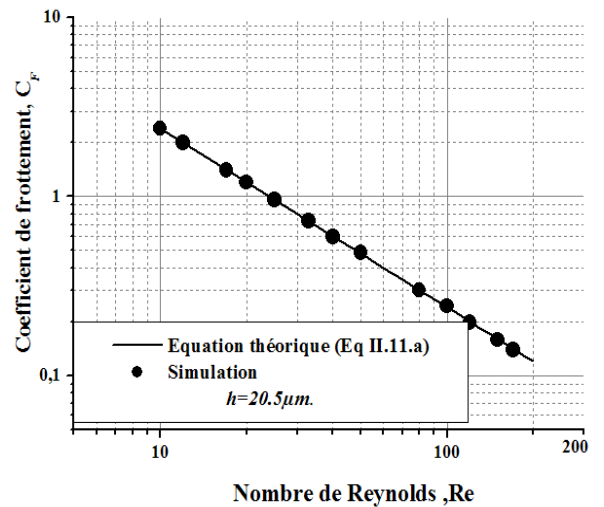
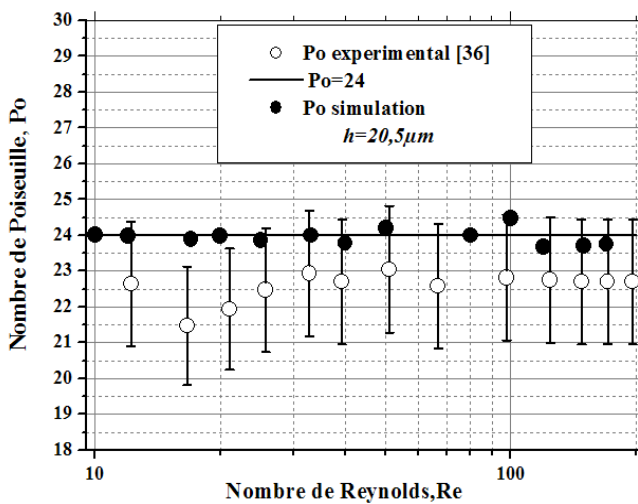
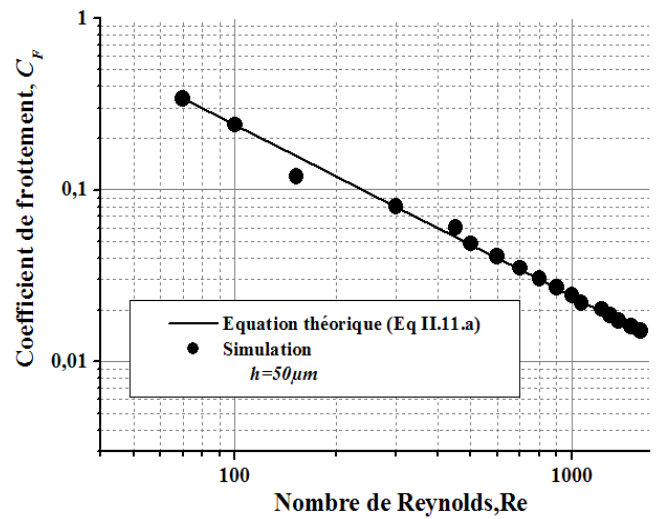
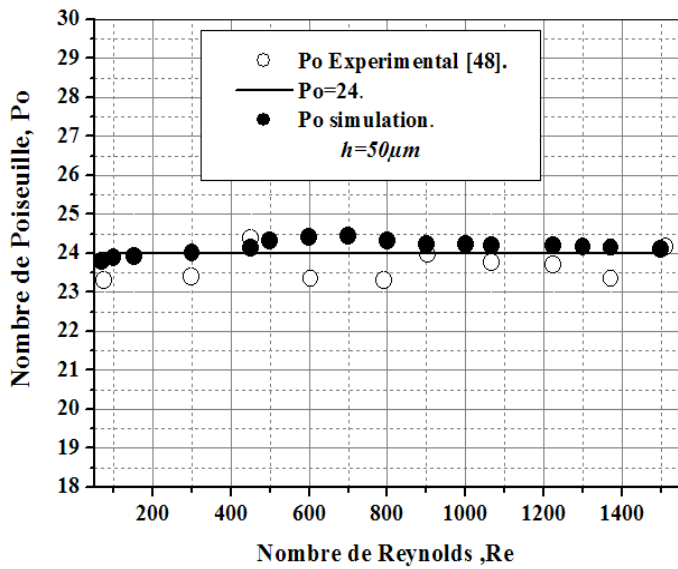
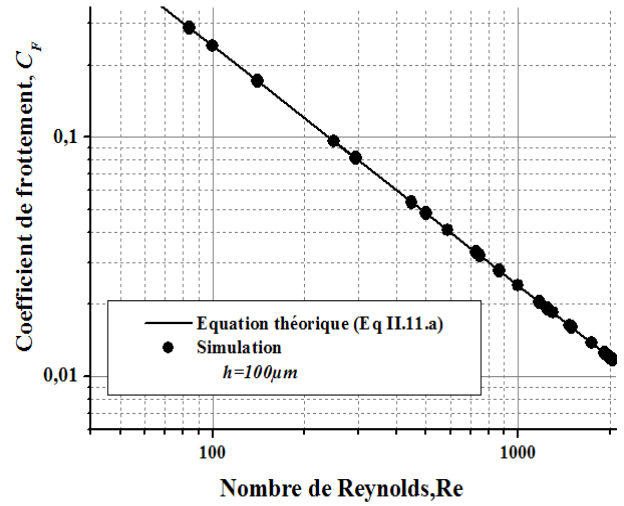
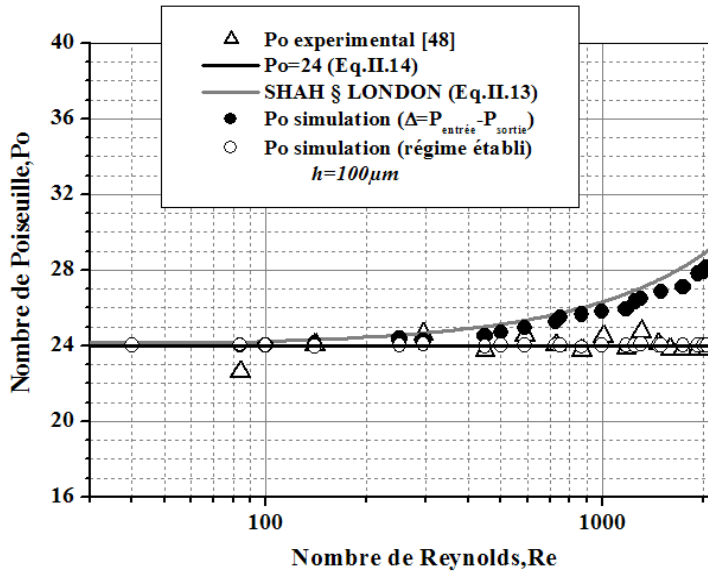
Pour le cas des mini-canaux de 200, 100 et 50µm de hauteurs, une bonne concordance est notée entre les valeurs des simulations et les valeurs expérimentales de Mokrani [48] et l'équation issue des lois classiques (II.14) ($Po=24$).

Les valeurs du nombre de Poiseuille tenant compte des effets d'entrée suivent l'équation II.13 avec un écart maximale de 5%, enregistré pour le micro canal de hauteur de 500µm, sur l'ensemble de la gamme des nombres de Reynolds étudiés.

Pour le cas des mini-canaux de 20,5, 14,3, 7,5 et 4,58µm de hauteurs, on remarque, que les résultats des simulations se superposent plus ou moins parfaitement par rapport à la valeur théorique ($Po=24$), avec un écart max de 4% enregistré pour le canal de hauteur de 14,3µm.

Faisons remarquer l'existence d'une différence entre les valeurs du nombre de Poiseuille expérimental et numérique. Cependant, cette différence reste inférieure à l'incertitude expérimentale, comprise entre +/- 7,7% et +/- 14% [36].





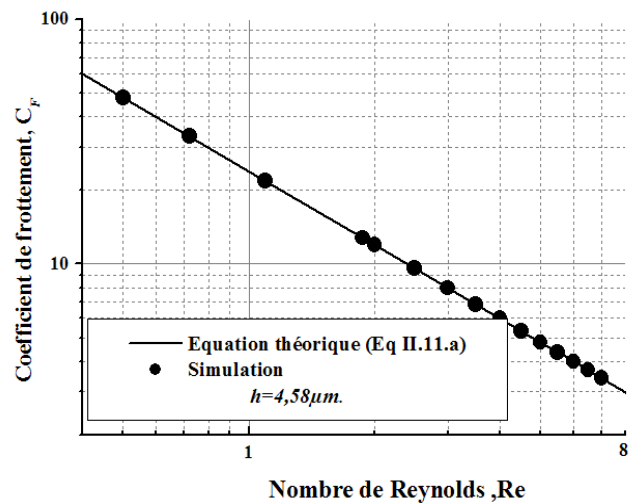
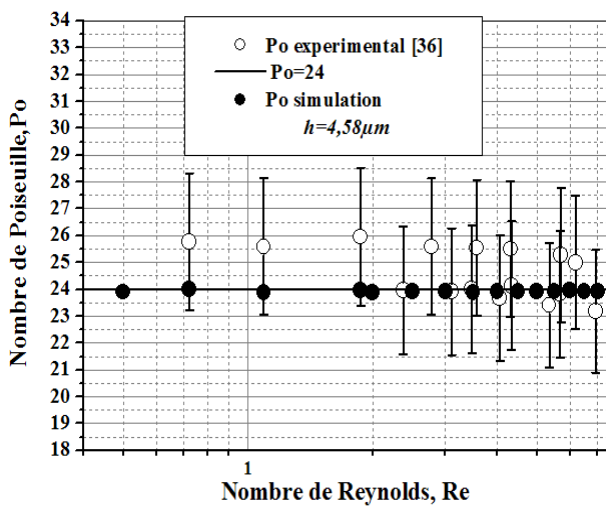
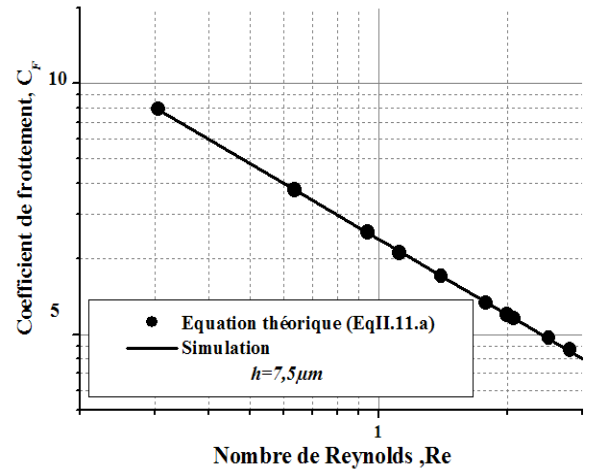
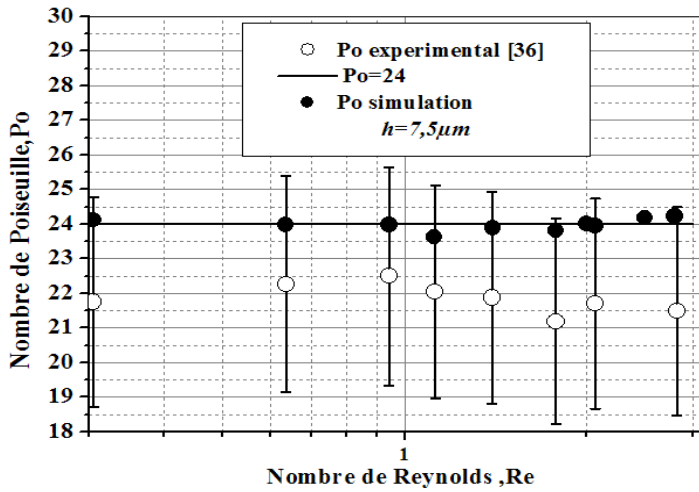
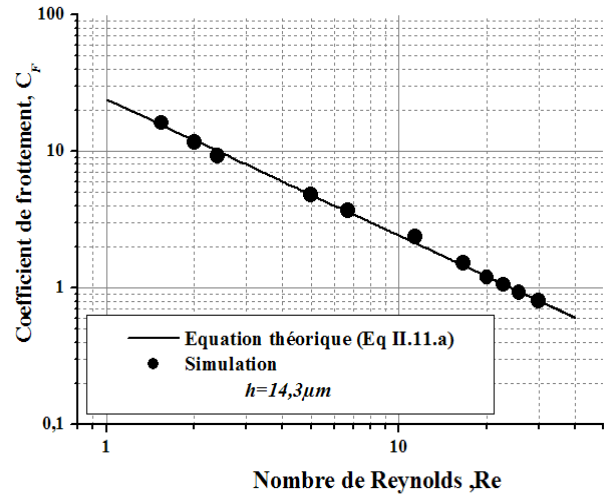
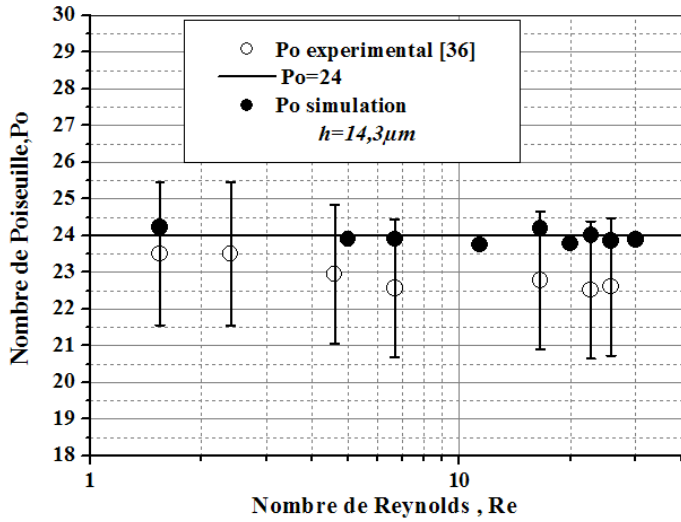


Figure (IV.22) Variation du nombre de Poiseuille et coefficient de frottement en fonction de Reynolds pour différentes hauteurs.

3.4.3 Synthèse :

La méthode numérique utilisée dans cette étude valide avec succès les résultats expérimentaux disponibles et démontre, assez clairement, que les lois de l'hydrodynamique restent valables pour des mini-canaux de hauteurs supérieures à $4,58\mu\text{m}$ ($D_h \approx 10\mu\text{m}$) sur l'ensemble de la gamme des nombre de Reynolds étudiée en écoulement laminaire.

Cette conclusion nous a conduit à étendre cette étude pour vérifier l'applicabilité des lois classique de l'hydrodynamique aux très petites dimensions ($h < 5\mu\text{m}$) et aux faibles nombre de Reynolds. Nous avons en effet remarqué, en analysant les recherches antérieures, que les études concernant les mini-canaux lisses de hauteur inférieure à $5\mu\text{m}$ sont peu nombreuses et présentent trop d'incertitudes sur les résultats finals pour que l'on puisse en tirer un comportement original.

Nous avons également remarqué qu'aux faibles nombres de Reynolds (0,005 à 1), l'ensemble des résultats regroupés dans la figure **I.9 (recherche bibliographique)** présente des nombres de Poiseuille normalisés inférieurs à 1 jusqu'à -25% pour les résultats de l'étude de Pfahler et al [3,4].

Dans ce sens, nous avons réalisé des simulations numériques sur deux mini-canaux de hauteur $2,5\mu\text{m}$ et $0,5\mu\text{m}$, correspondant à des diamètres hydrauliques de $5\mu\text{m}$ à $1\mu\text{m}$. La longueur du mini-canal étant de 2mm. Le nombre de Reynolds considéré est compris entre 0,1 et 24.

Nous avons également mené des calculs complémentaires avec des nombres de Reynolds suffisamment faibles (0,001-1) pour toutes les hauteurs considérées dans cette thèse.

L'évolution du nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds pour $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$ est schématisée sur la figure (**IV.23**). Les résultats numériques, semblent en bon accord avec la loi classique $Po=24$.

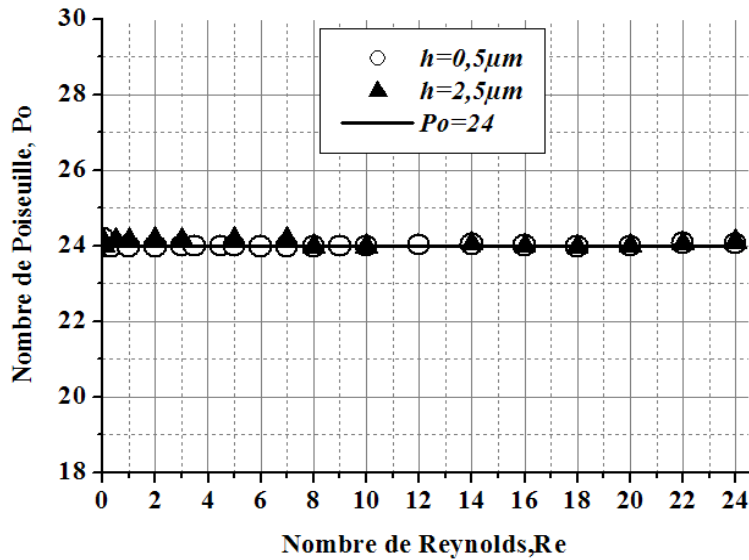


Figure (IV.23) Variation du nombre de Poiseuille en fonction de Reynolds pour $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$

La figure (IV.24) montre une vue d'ensemble des résultats de cette obtenus. Elle présente l'évolution du nombre de Poiseuille normalisé sur une plage des nombres de Reynolds étendue de 0.001 à 2000. Rappelons, que le nombre de Poiseuille normalisé est défini comme le rapport entre le nombre de Poiseuille calculé numériquement et le nombre de Poiseuille théorique ($Po=24$). La figure montre le regroupement des résultats des simulations autour de la courbe théorique avec un écart de 4% est observé pour le mini canal de hauteur $14.3\mu\text{m}$.

On analysant les résultats issus de la littérature, rassemblés par Zhipeng Duan [63], et reproduits dans la figure (I. 9), nous constatons que plus de 50 % des données expérimentales présentent une déviation d'amplitude supérieure à 10 % par rapport aux lois classiques. Cependant, il est intéressant de remarquer que l'amplitude des déviations constatées semble diminuer au cours du temps. En 2004, Cui et al [37] ont publié des mesures de coefficients de frottement dans des mini-canaux de diamètre compris entre 3 et $10\mu\text{m}$, présentant des déviations inférieures à 10 % par rapport aux lois classiques, et ce pour un écoulement d'eau et sur une plage de Reynolds qui s'étend de 0.1 à 24. Récemment, en 2009, Wibel et Ehrhard [50] ont également présenté des résultats aboutissant à ce même constat. Le nombre de Poiseuille présente une dispersion de l'ordre de 4% autour de la loi théorique pour des mini-canaux de hauteur supérieure à $64\mu\text{m}$ parcourus par de l'eau.

Les résultats de notre étude confirment cette tendance, et affirment que l'applicabilité des lois classiques de l'hydrodynamique peut être étendue aux échelles explorées dans cette étude.

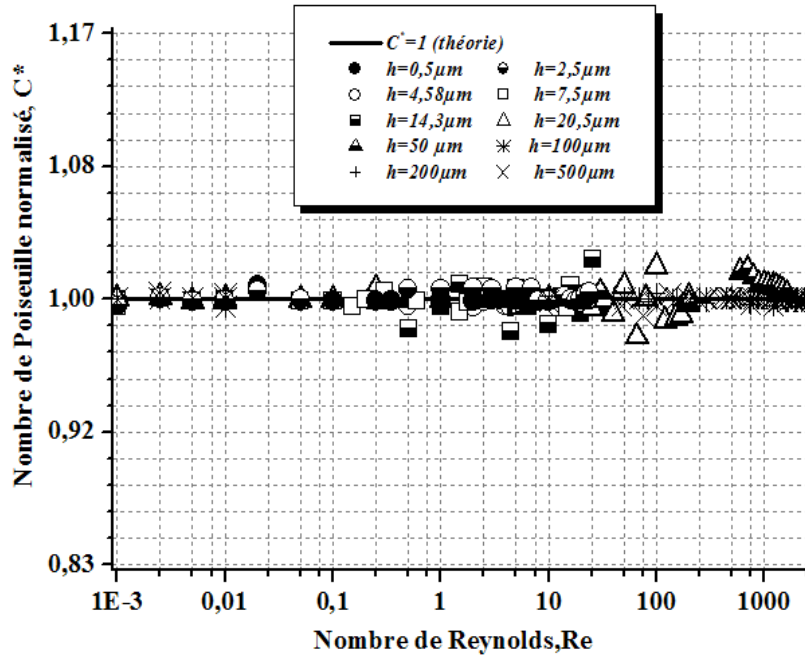


Figure (IV.24) Variation du nombre de Poiseuille normalisé en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs.

En passant en revue les travaux antérieurs, et notamment, concernant les nombres de Poiseuille normalisés, des valeurs à la fois inférieures et supérieures à 1 ont été trouvées. Ces résultats restent difficiles à interpréter. Souvent attribués à des erreurs de mesure, mais aussi, deux théories ont été proposées afin de comprendre les déviations observées ; la dissipation visqueuse et la double couche électrique.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons l'effet de la dissipation visqueuse et la double couche électrique (DCE) sur un mini et micro écoulement. L'idée est de déceler, une éventuelle influence sur l'évolution du nombre de Poiseuille.

3.5. Effet de la dissipation visqueuse :

Lorsqu'un fluide circule dans un conduit de diamètre hydraulique très petit, la production de chaleur interne en raison des forces visqueuses peut entraîner une hausse de température même si les parois sont adiabatiques. La variation de température en raison de la dissipation visqueuse change les valeurs des propriétés thermo physique du fluide entre l'entrée et la sortie et peuvent remarquablement réduire la valeur du coefficient de frottement.

L'échauffement du fluide causé par la dissipation visqueuse est simplement déterminé par l'équation (II.44). Cette équation, développée en détail dans le chapitre II, permet de calculer la différence de température entre l'entrée et la sortie du mini-canal en fonction de la chute de pression. Son expression est la suivante :

$$\Delta T = T_{out} - T_{in} = \frac{1}{C_p} \left(\frac{1 - \beta T}{\rho} \right) (P_{in} - P_{out})$$

Pour une température d'entrée de 20°C et une pression qui varie de 0,1 à 10 Mpa, les valeurs moyennes de $\overline{C_p}$ et de la quantité $\overline{1 - \beta T / \rho}$ sont respectivement 4,1672 (KJ/Kg.K) et $9,1435 \cdot 10^{-4}$ (m³/Kg) (voir tableau II.1).

La figure (IV.25) représente une comparaison entre la différence de température ΔT_{out-in} obtenue expérimentalement [66] et celle calculées analytiquement à partir des équations (II.44) et (II.45). La comparaison est réalisé pour un mini-canal de diamètre hydraulique $D_h = 50 \mu m$. Rappelons que l'expression de l'équation (II.45) est obtenu en posant le coefficient de dilatation thermique β égal à zéro dans l'équation (II.44).

Il est important de remarquer, que la différence de température ΔT_{out-in} obtenue analytiquement et expérimentalement augmente de manière linéaire avec la chute de pression (vitesse de l'écoulement) sans dépassée les 2°C.

On remarque une bonne concordance entre les valeurs mesurées et celles calculées à partir de l'équation (II.44) (écart $\leq 0,5\%$). En revanche, un écart de 5% à 7% est enregistré en comparant les valeurs tirée de l'équation (II.45) et celles obtenues expérimentalement. Il semble que l'équation (II.44) valide avec succès les résultats expérimentaux de Celata [66].

La figure (IV.26) illustre la variation de la différence de température ΔT_{out-in} sur une gamme des nombres de Reynolds qui s'étend de 0,001 à 2000, pour toutes les hauteurs considérées dans cette étude.

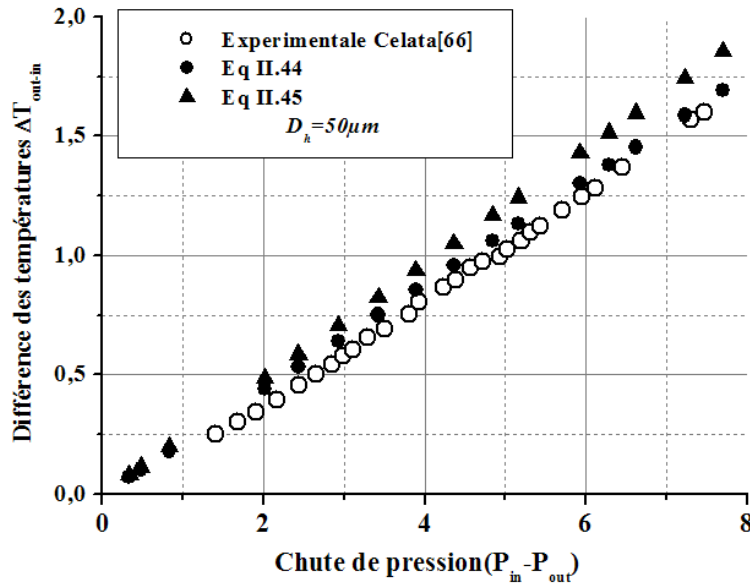


Figure (IV.25) Comparaison entre la différence de température calculée analytiquement et mesurée expérimentalement

Les résultats montrent que l’augmentation du nombre de Reynolds s’accompagne d’une augmentation linéaire de la différence de température entre l’entrée et la sortie du mini- canal. Cependant, cette différence est suffisamment faible pour influencer de manière significative les propriétés thermophysiques de l’eau, et donc avoir un effet sur le nombre de Poiseuille. Ces graphes démontrent assez nettement que la dissipation visqueuse n’a pas d’influence significative aux échelles explorées dans cette étude.

Cette conclusion permet d’écarter les interprétations avancées par d’autres chercheurs pour expliquer leurs propres résultats (tableau IV.2). Il est possible que, des erreurs expérimentales soient à l’origine des déviations observées.

Auteur, année	Fluide	D_h	Plage de Reynolds	Ecart /théorie
Yu et al (1995) [11]	Eau	19 μm à 102 μm	30-2000	-22%
Wu et al (1998) [12]	Eau	1.85 μm	0,1-1	- 10 à -30%
Li et al. (2003) [33]	Eau	79.9 μm à 449 μm	300-2500	- 7%
Li et al (2007) [44]	Eau	373 μm à 1570 μm	80-2200	- 8%

Tableau (IV. 2) Liste des études expérimentales de la littérature ayant obtenus un nombre de Poiseuille inférieur à la théorie.

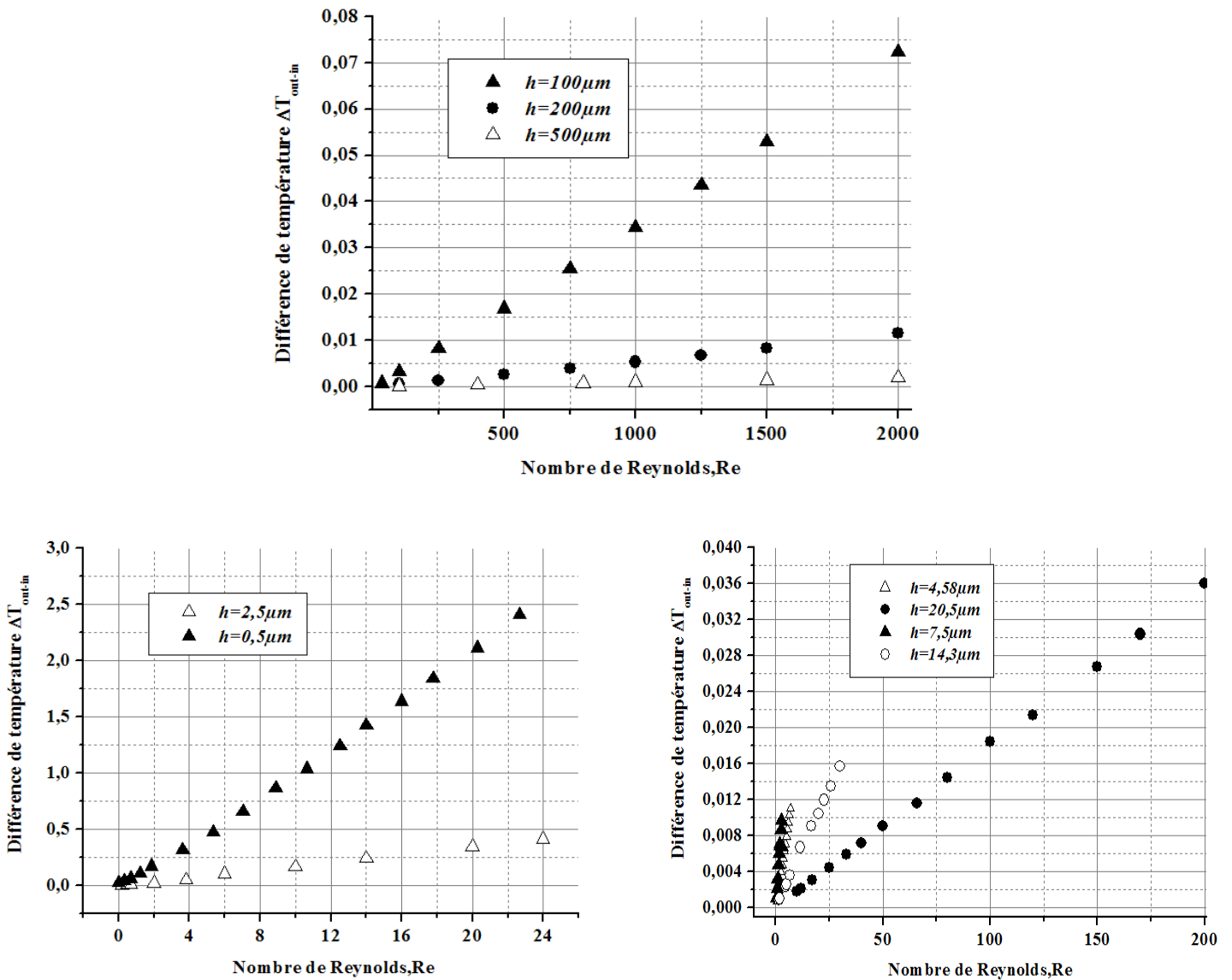


Figure (IV.26) Variation de la température en fonction du nombre de Reynolds pour différentes hauteurs

3.6. Effet de la double couche électrique :

Rappelons que l'effet électro-visqueux en mini-canal est la conséquence de l'interaction entre un écoulement de liquide et la double couche électrique **DCE** au niveau des parois. Selon cette théorie, un micro écoulement électro-visqueux présenterait une viscosité apparente supérieure à sa viscosité dynamique et une vitesse réduite au centre du mini-canal par rapport à celle prévue par la théorie conventionnelle.

Bavière et al [36] ont présenté des expériences qui mettraient en évidence cet effet dans des microcanaux usinés dans un bloc en silicium et refermés par un capot en pyrex. Le fluide utilisé est de l'eau de-ionisée de conductivités différentes ($0,1 \mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$ et $70 \mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$).

Les résultats ont montré que l'effet électro visqueux n'a pas d'influence significative sur la valeur du nombre de Poiseuille pour les hauteurs $20,5\mu\text{m}$ et $4,58\mu\text{m}$. Ces résultats n'ayant pas encore été confirmés, la question de savoir si un tel phénomène existe en micro canal reste donc ouverte.

Cette partie sera consacré à vérifier la tendance de Bavière [36], en se servant du modèle mathématique développé dans le chapitre II, et qui traite l'interaction de DCE-écoulement laminaire. L'épaisseur de la DCE et le nombre de Poiseuille sont calculés respectivement à partir des relations (II.22.a) et (II.36), en utilisant les données du tableau (IV. 3).

Comme le montre son expression, l'épaisseur la double couche électrique est inversement proportionnelle aux concentrations des ions et donc à la conductivité électrique du fluide.

L'ordre de grandeur du potentiel zêta pour de l'eau en contact avec du verre (pyrex) est de 100 mV [36]. Notons que le potentiel zêta ξ nous renseigne sur la force d'attraction électrostatique entre les ions (positifs et négatifs).

Paramètres	Symboles	Valeurs
Permittivité électrique du fluide	ε	80 (C/V.m)
Permittivité électrique du vide	ε_0	8,854E-12 (C/V.m)
Potentiel Zeta	ξ	-100 (mV)
Conductivité électrique du fluide	λ_0	0,1/ 70 ($\mu\text{S}\cdot\text{Cm}^{-1}$)
Viscosité du fluide	μ	9,8E-4 (Kg/ms)
la constante de Boltzmann	k_b	1,38E-23(J. mol ⁻¹ .K ⁻¹)
Température du fluide	T	293K

Tableau (IV.3) données de calcul d'un écoulement électro-visqueux.

Les figures (IV.27) illustrent l'effet de la variation de la conductivité sur le nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds. Les hauteurs testées varient entre $20,5\mu\text{m}$ et $0,5\mu\text{m}$.

Pour le cas des microcanaux de hauteurs $20,5$ et $4,58\mu\text{m}$, on remarque que le nombre de Poiseuille issu de la solution analytique concorde avec la loi classique ($Po=24$) sur une plage du nombre de Reynolds variant entre $0,03$ à 200 . La conductivité électrique de l'eau ne

semble pas influencer le comportement de l'écoulement, ce qui suggère que les effets électrovisqueux liés à l'interaction DCE-écoulement laminaire, sont négligeables. La valeur de l'épaisseur de la DCE reste faible au regard de la hauteur du mini-canal (tableau IV.4).

On en conclut que le modèle analytique développé dans cette étude confirme et valide avec succès les résultats de Bavière.

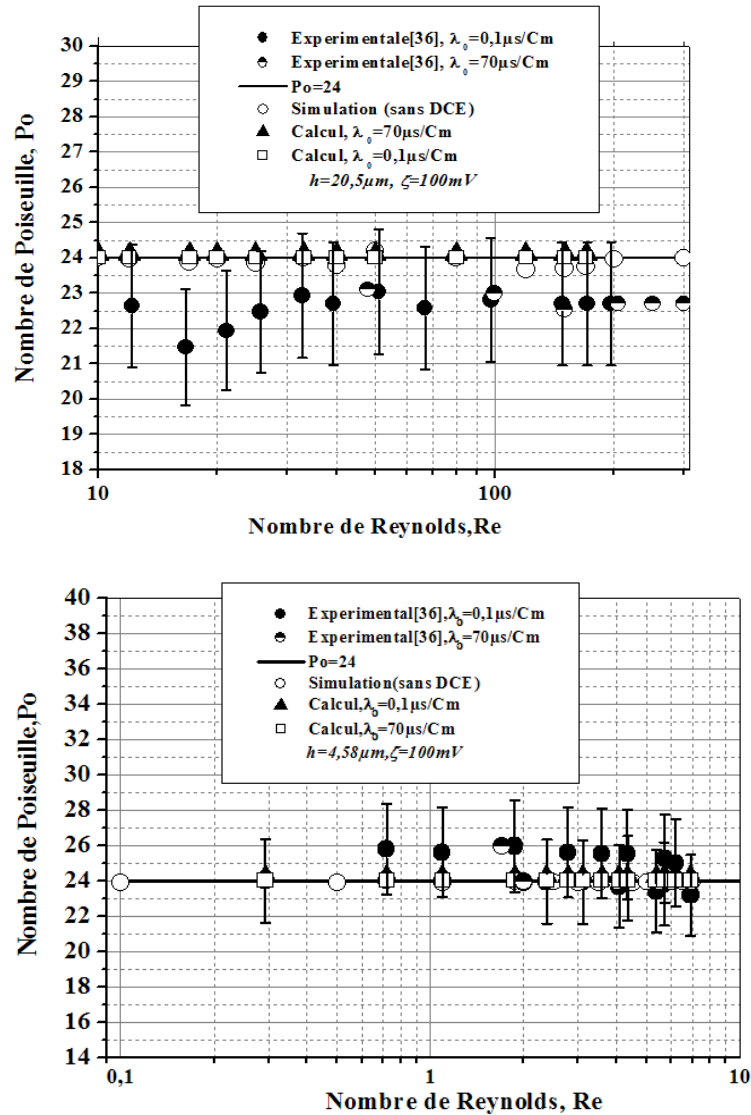


Figure (IV.27) Effet de la variation de la conductivité sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=20,5\mu m$ et $h=4,58\mu m$

Conductivité électrique ($\mu s/Cm$)	Epaisseur de la DCE $K^{-1}(nm)$	Hauteurs			
		Rapport épaisseur DCE / hauteurs (K^{-1}/h)%			
		20,5	4,58	2,5	0,5
70	23	0,056	0,25	0,5	2,30
0,1	607	1,5	7	12	61

Cette conclusion nous a conduit à étendre cette étude, pour des microcanaux de faibles hauteurs, $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$ sur une gamme de Reynolds qui s'étend de 0,001 à 24. La figure (IV.28) présente les résultats obtenus, dont on peut tirer les constatations suivantes :

Pour une conductivité électrique $\lambda_0=70\mu\text{s}/\text{Cm}$, le nombre de Poiseuille déduit du modèle analytique reste conforme à l'équation théorique ($Po=24$). Ceci s'explique par le fait que la

Tableau (IV.4) Effet de la conductivité sur l'épaisseur de la double couche électrique DCE.
 valeur de l'épaisseur de la double couche électrique est faible devant la hauteur pour les deux microcanaux considérés. Elle occupe seulement 0,5% et 2,30% de la section du micro canal respectivement pour les hauteurs $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$.

Diminuer la conductivité électrique jusqu'à $\lambda_0=0,1\mu\text{s}/\text{Cm}$, fait augmenter le nombre de Poiseuille analytique à des valeurs supérieures aux attentes théoriques ($Po=24$), mais il reste toujours indépendant du nombre de Reynolds. Un nombre de Poiseuille égal à 32 est enregistrée pour le micro canal de hauteur $h=0,5\mu\text{m}$, ie, une augmentation de plus de 33% par rapport à la valeur théorique ($Po=24$). Cette augmentation est due à l'effet de la **DCE** qui occupe plus de 60% de la section du mini- canal (tableau IV.4).

Une légère croissance du nombre de Poiseuille, ne dépassant pas les 2%, est observée pour le micro canal de hauteur $2,5\mu\text{m}$. La **DCE** occupe uniquement 12% de la section du mini-canal (tableau IV.4). En effet, lors de l'application d'un gradient de pression au fluide, un volume important des ions de la couche diffusive (partie mobile de la **DCE**) est transporté par l'écoulement vers la sortie du mini-canal. En conséquence, un déséquilibre électrique local apparaît. Cela donne naissance à une différence de potentiel, potentiel de convection, qui provoque un champ électrique dit de conduction entre les charges solidaires (partie fixe de la **DCE**) et les charges entraînées par l'écoulement. Les ions présents dans la couche diffusive subissent une force qui a pour effet de freiner et de ralentir l'écoulement dans une couche proche de la paroi. L'écoulement global résultant de la superposition **DCE**-écoulement, présenterait une viscosité apparente supérieure à sa viscosité dynamique et un nombre de Poiseuille supérieur à la valeur théorique ($Po=24$).

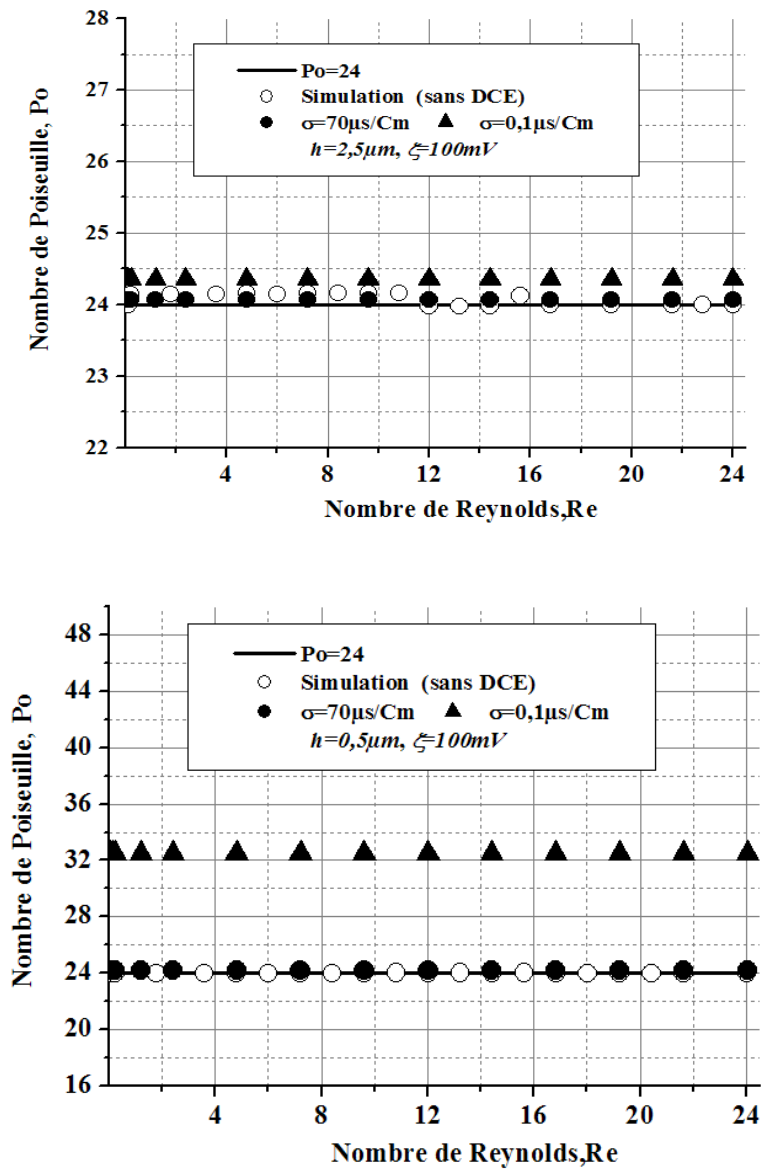


Figure (IV.28) Effet de la variation de la conductivité sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=20,5\mu\text{m}$ et $h=4,58\mu\text{m}$

Les figures (IV.29) et (IV.30) montrent l'effet de la variation de la conductivité électrique sur le profil de vitesse et le débit, pour les hauteurs ; $2,5\mu\text{m}$ et $0,5\mu\text{m}$.

Les profils de vitesse et débits sont calculées respectivement à partir des relations II.29 et II.35

Lorsque le rapport épaisseur de la DCE / hauteur du mini-canal devient petit, cas du mini-canal de hauteur $h=2,5\mu\text{m}$, les effets de la DCE sur la vitesse et le débit deviennent négligeables.

Pour le cas du mini-canal de hauteur $h=0,5\mu m$, la diminution de la conductivité électrique augmente les effets de la DCE. L'épaisseur de cette dernière est du même ordre de grandeur que la taille du mini-canal. L'écoulement devient fortement perturbé et la vitesse maximale au centre du mini-canal ainsi que le débit deviennent plus faibles que celles d'un écoulement classique. Pour une conductivité électrique $\lambda_0=0,1\mu s/Cm$, une diminution de 14% est observée pour la vitesse et le débit.

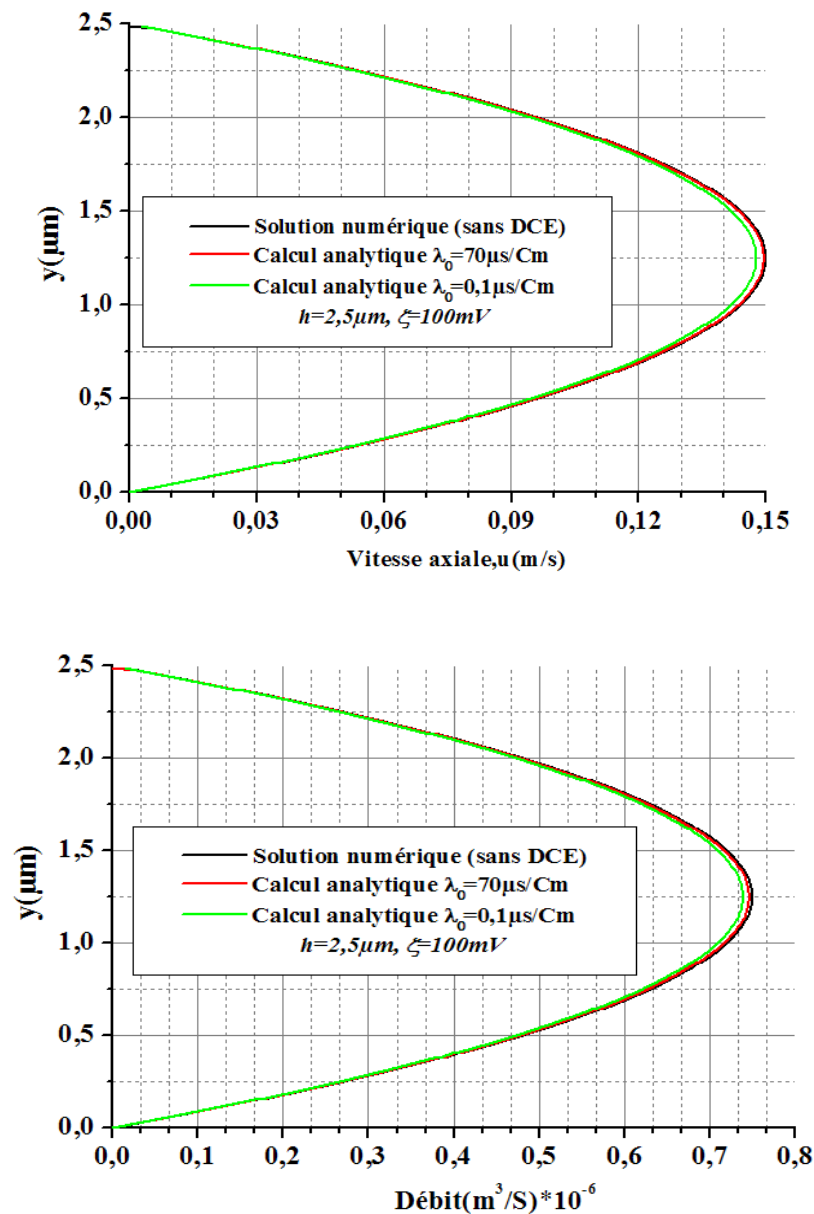


Figure (IV.29) Effet de la DCE sur le profil de vitesse et le débit pour la hauteur $h= 2,5\mu m$.

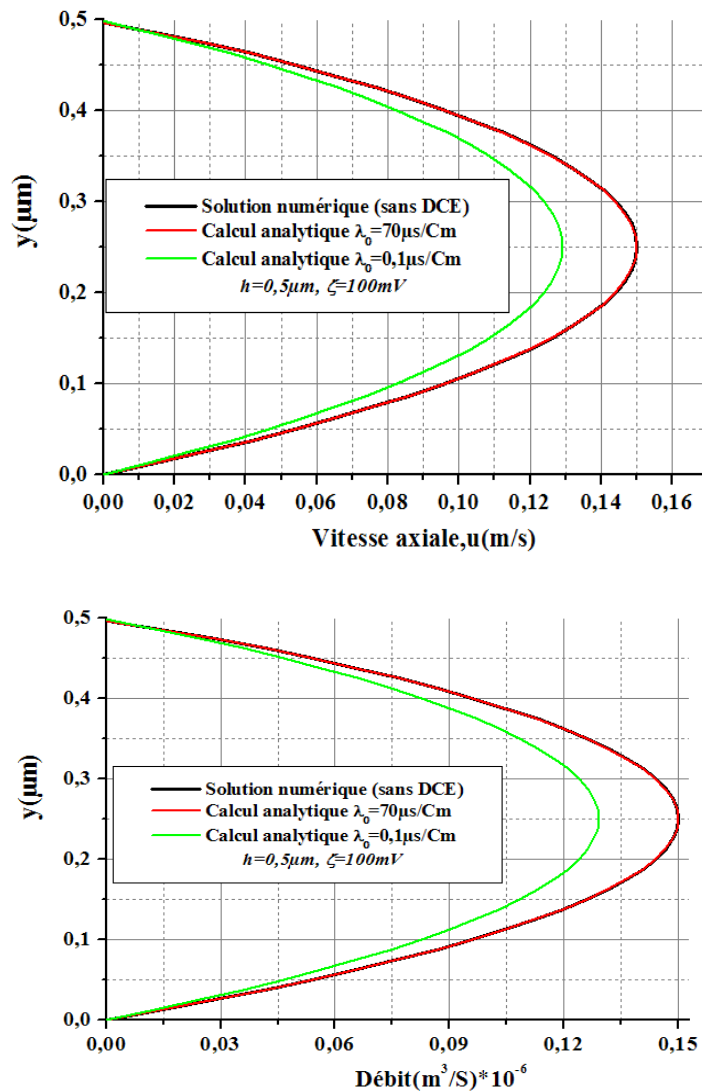


Figure (IV.30) Effet de la DCE sur le profil de vitesse et le débit pour la hauteur $h = 0,5\mu m$.

L'effet du potentiel zêta sur le nombre de Poiseuille ainsi que le profil de vitesse et débit pour les hauteurs $2,5\mu m$ et $0,5\mu m$ est représenté respectivement sur les figures (IV.31) et (IV.32). Pour une conductivité électrique de l'eau $\lambda_0 = 0,1\mu s/Cm$, on remarque que l'accroissement du potentiel zêta implique une augmentation du nombre de Poiseuille. Avec un potentiel zêta égal à $200mV$, une élévation de 75% par rapport à la théorie est enregistré pour le mini-canal de hauteur $h = 0,5\mu m$. En effet, un potentiel zêta élevé permet d'attirer plus de co-ions dans la couche diffusive. Ceci entraîne une élévation du volume des ions présent dans la couche diffusive, et par conséquent, la force induite par ce volume pour empêcher l'écoulement de

s'écouler s'amplifie. La vitesse maximale au centre du canal et le débit deviennent plus faible par rapport aux écoulements dans des canaux de taille classique.

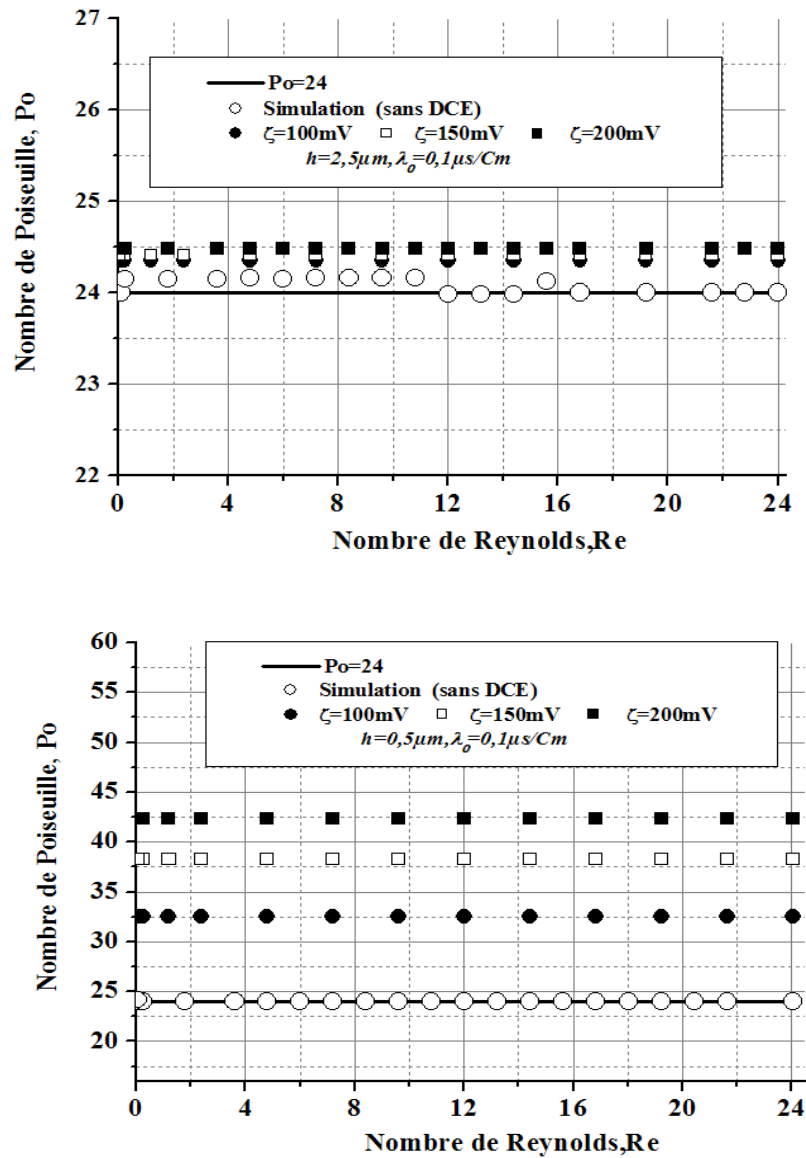


Figure (IV.31) Effet du potentiel zêta sur le nombre de Poiseuille pour les hauteurs $h=2,5\mu m$ et $h=0,5\mu m$, $\lambda_0=0,1\mu s/Cm$.

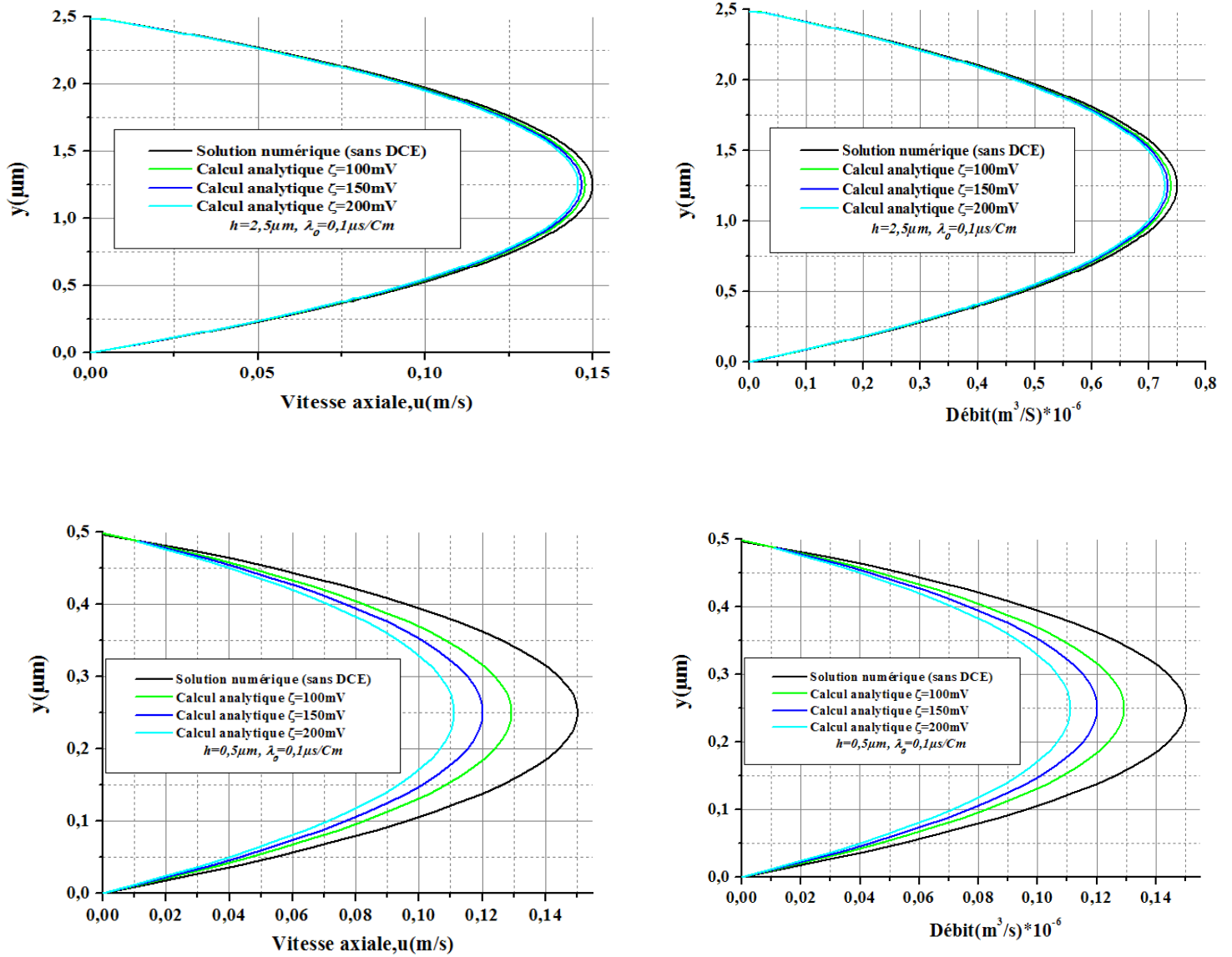


Figure (IV.32) Effet du potentiel zêta sur le profil de vitesse et le débit pour les hauteurs $h=2,5\mu\text{m}$ et $h=0,5\mu\text{m}$, $\lambda_0=0,1\mu\text{s/Cm}$.

3.6.1 Synthèse

Ces résultats suggèrent que les effets électrocinétiques peuvent expliquer les déviations rapportées par certains expérimentateurs.

Pour supprimer les effets de la DCE, il suffit de prendre un fluide de conductivité électrique suffisamment élevé.

Conclusion générale

A l'heure actuelle, les limites de validité des lois et des corrélations classiques pour les écoulements en mini et microfluidique, n'étant pas clairement établies. En effet, la disparité des résultats présents dans la littérature ne permet pas de conclure plus fermement sur la question. Les principales interprétations physiques avancées pour expliquer les changements de comportement remarquables, concernent principalement des effets de surface qui peuvent être de nature géométrique comme pour le cas de la rugosité ou de nature physique. En ce qui concerne ce dernier point, des modèles théoriques prévoient que les interactions électrostatiques liquide – parois (double couche électrique **DCE**) ainsi que la dissipation visqueuse, seraient susceptibles d'affecter le comportement classique des écoulements internes à ces échelles. Ces hypothèses restent pour l'heure en suspens.

L'objectif de cette étude consistait, alors, à répondre aux questions suivantes :

- i) L'hydrodynamique d'un écoulement liquide laminaire et particulièrement le nombre de Poiseuille, reste-t-il conforme à la théorie classique ?
- ii) La théorie de la double couche électrique **DCE** et de la dissipation visqueuse peuvent-elles expliquer la divergence du nombre de Poiseuille laminaire constatée par certaines études en mini-canaux ?

Nous nous sommes particulièrement intéressés à des écoulements d'eau laminaires, dans des mini-canaux de hauteurs comprise entre 500 μm et 0,5 μm , correspondant à des diamètres hydrauliques entre 1mm et 1 μm . Les nombre de Reynolds considérés allant de 0,001 à 2000.

Dans ce sens, un code de calcul de Dung Tran Luu et al. [76] établi en langage fortran 77 à été adopté, qui est basé sur la méthode éléments finis/volumes de contrôle (**CVFEM**) et un schéma up wind de second ordre. Le domaine de calcul est discrétisé en éléments triangulaires, sur chaque élément la variation locale de la vitesse et la pression est décrite par des fonctions d'interpolations linéaires pour assurer la convergence et éviter les instabilités numériques. Le système d'équations algébriques obtenu est résolu avec un processus itératif basé sur la méthode de Gauss Seidel.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude détaillée d'un écoulement d'eau en mini-canal, avec une hauteur de $500\mu\text{m}$, correspondant à un diamètre hydraulique de 1mm . La gamme des Reynolds étudiée allant de 50 à 2000. Le but de cette partie étant d'identifier le comportement dynamique d'un écoulement dans un mini canal ($D_h = 1\text{mm}$). Ce diamètre étant considéré comme limite départageant les mini-conduites des conduites classiques [1].

Les paramètres analysés étant le profil de vitesse, la chute de pression, la couche limite dynamique ainsi que le coefficient de frottement global à la paroi. Les résultats obtenus, montrent que l'on retrouve qualitativement le même comportement dynamique qu'un écoulement de fluide en conduite de taille conventionnelle. Les ordres de grandeurs de ces paramètres restent aussi comparables quantitativement. L'évolution du nombre de Poiseuille issu du calcul numérique en fonction du nombre de Reynolds semble en bon accord avec les valeurs expérimentales de Mokrani [48] et l'équation ($Po=24$) établie pour des conduites classiques.

Une fois le comportement dynamique de l'écoulement en mini canal bien identifié, nous nous sommes intéressés à l'effet de variation de la hauteur du mini canal sur les paramètres dynamiques déjà énumérés auparavant. Le but étant de détecter d'éventuelles différences de comportements lorsque le diamètre du mini-canal diminue au-delà de la limite millimétrique. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux valeurs des nombres de Poiseuille et leur variation en fonction des nombres de Reynolds. Les hauteurs considérées variant de $200\mu\text{m}$ à $4.58\mu\text{m}$, correspondant à des diamètres hydrauliques entre $400\mu\text{m}$ et $10\mu\text{m}$.

Les résultats obtenus semblent être en très bon accord avec les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature [36] [48] et démontre, assez clairement, que les lois de l'hydrodynamique restent valables pour des mini-canaux jusqu'à des hauteurs supérieures à $4.58\mu\text{m}$ ($D_h \approx 10\mu\text{m}$).

Cette conclusion nous a motivé à étendre notre étude pour vérifier l'applicabilité des lois classique de l'hydrodynamique aux très petites dimensions ($h < 5\mu\text{m}$) et aux faibles nombres de Reynolds. Pour ce faire, nous avons réalisé des simulations numériques sur deux mini-canaux de hauteur $2.5\mu\text{m}$ et $0.5\mu\text{m}$, correspondant à des diamètres hydrauliques de $5\mu\text{m}$ et $1\mu\text{m}$. Nous avons également mené des calculs complémentaires avec des nombres de Reynolds suffisamment faibles, de 0.001 à 1, pour toutes les hauteurs considérées dans cette étude. Les résultats obtenus montrent que les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement, à ces échelles, demeurent conformes aux corrélations conventionnelles.

Pour cerner l'impact de la dissipation visqueuse, nous avons élaboré, dans cette thèse, un modèle analytique issu d'un calcul thermodynamique portant sur un écoulement laminaire dans un mini-canal. Le modèle développée permet de calculer la différence de température entre l'entrée et la sortie du mini-canal en fonction de la chute de pression. Une bonne concordance (écart $\leq 0.5\%$) est notée en comparant les valeurs calculées analytiquement et celles mesurées expérimentalement [66]. La comparaison est réalisé pour un mini-canal de diamètre hydraulique $D_h=50\mu m$.

Au vu des données récoltées en traçant les courbes représentant l'augmentation de la température en fonction du nombre de Reynolds, on constate que la dissipation visqueuse n'a pas d'influence significative aux échelles considérées dans notre étude.

Les résultats obtenus suggèrent que l'effet de la dissipation visqueuse ne peut expliquer les déviations rapportées par certains expérimentateurs dans des conditions expérimentales pourtant comparables à celles de notre étude. Il est possible que, des erreurs expérimentales soient à l'origine des déviations observées.

Un autre effet a été analysé dans cette étude, l'effet de la double couche électrique **DCE**. En effet, ce phénomène étant cité dans la littérature comme responsable de certaines déviations observés, nous nous sommes intéressé a vérifier cette hypothèse, pour la gamme des échelles et des nombres de Reynolds considérés dans cette étude. L'équation de quantité de mouvement d'un microécoulement en régime établi en présence d'une force de volume électrique générée par la (**DCE**), est résolue analytiquement. Il s'agit de déterminer les paramètres hydrodynamiques de l'écoulement, à savoir ; profil de vitesse, débit et nombre de Poiseuille. Une solution approximative linéaire de l'équation de Poisson-Boltzmann est adoptée pour déterminer l'épaisseur de la double couche électrique (**DCE**) ainsi que la force de volume générer par cette dernière.

Pour une eau de-ionisée de conductivités différentes $0,1 \mu S.cm^{-1}$ et $70 \mu S.cm^{-1}$ et dans le cas des mini-canaux de hauteurs $20.5 \mu m$ ($D_h=41\mu m$) et $4.58\mu m$ ($D_h=41\mu m$), le nombre de Poiseuille issu de la solution analytique concorde avec la loi classique (**Po=24**) sur une plage du nombre de Reynolds variant entre 0.03 à 200. Ce qui implique que les effets électro-visqueux liés à l'interaction **DCE**-écoulement laminaire, sont négligeables. La valeur de l'épaisseur de la **DCE** reste faible au regard de la hauteur du mini-canal. Cette conclusion confirme les résultats de Bavière [36].

Dans le cas des mini-canaux de hauteurs $2.5 \mu\text{m}$ ($D_h=5\mu\text{m}$) et $0.5\mu\text{m}$ ($D_h=1\mu\text{m}$) parcourus par de l'eau de conductivité électrique égale à $70 \mu\text{S}\cdot\text{cm}^{-1}$, le nombre de Poiseuille déduit du modèle analytique reste conforme à l'équation théorique ($Po=24$) sur une gamme de Reynolds qui s'étend de 0.001 à 24. Ceci s'explique par le fait que la valeur de l'épaisseur de la double couche électrique est faible devant la hauteur pour les deux microcanaux considérés.

Diminuer la conductivité électrique jusqu'à $\lambda_0=0.1\mu\text{s}/\text{Cm}$, fait augmenter le nombre de Poiseuille analytique à des valeurs supérieures aux attentes théoriques ($Po=24$). Un nombre de Poiseuille égal à 32 est enregistrée pour le mini-canal de hauteur $h=0.5\mu\text{m}$, ie, une augmentation de plus de 33% par rapport à la valeur théorique ($Po=24$). Cette augmentation est due à l'effet de la **DCE** qui occupe plus de 60% de la section du mini-canal. L'écoulement devient fortement perturbé et la vitesse maximale au centre du mini-canal ainsi que le débit deviennent plus faibles que celles d'un écoulement classique. En revanche une légère croissance du nombre de Poiseuille, ne dépassant pas les 2%, est observée pour le mini-canal de hauteur $2.5\mu\text{m}$. Le rapport épaisseur de la **DCE** / hauteur du mini-canal est petit, les effets de la **DCE** sur la vitesse et le débit deviennent négligeables.

L'effet de l'augmentation du potentiel zêta sur le nombre de Poiseuille ainsi que le profil de vitesse et débit est ressenti uniquement pour le mini-canal de hauteur $0.5\mu\text{m}$, parcourus par de l'eau de conductivité $\lambda_0=0.1\mu\text{s}/\text{Cm}$. Avec un potentiel zêta égal à 200mV, le nombre de Poiseuille croit de 75% par rapport à la théorie. La vitesse maximale au centre du canal et le débit deviennent plus faible par rapport aux écoulements dans des canaux de taille classique.

Ces résultats montrent que les effets électrocinétiques peuvent, réellement, expliquer les déviations rapportées par certains expérimentateurs.

❖ Perspectives :

A l'issue de ce travail, de nombreuses perspectives apparaissent. En effet, une analyse du comportement thermique (nombre de Nusselt) permettrait une compréhension plus complète des écoulements en mini et microcanaux. De même, considérer des mini-canaux à sections plus complexe ; triangulaire, trapézoïdale , permettrait une meilleure comparaison avec les différentes études expérimentales ayant utilisé ce type de géométries.

Une autre voie, qui nous semble particulièrement prometteuse, étant l'analyse des écoulements de nanofluides en mini et microcanaux. En effet, de nombreuses études ont montré l'efficacité de l'introduction de nanoparticules dans un milieu fluide en vue de l'amélioration du transfert dans ce type de microstructures. On peut particulièrement s'intéresser à :

- ✓ Effet de la forme et de la dimension de la nanoparticule.
- ✓ Effet de la nature du fluide de base.

- [1] **KANDLIKAR, S. G. and GRANDE, W. J.** "Evolution of microchannel flow passages –thermo hydraulic performance and fabrication technology", *Heat Transfer Eng*, vol 24 pp 3–17 (2003).
- [2] **WU, P., LITTELE W.A.**, "Measurement of friction for the flow of gases in very fine channels used for microminiature Joule-Thomson refrigerators", *Cryogenics*, vol 23 pp 273-277(1983).
- [4] **J. Pfaller, J. Harley, H.H. Bau, J.N. Zemel** "Liquid transport in micron and submicron channels", *Sensors Actuators*, vol 21–23 pp 431–434 (1990).
- [5] **J. Pfaller, J. Harley, H.H. Bau, J.N. Zemel**, "Liquid and gas transport in small channels", in: *Proceedings of ASME DSC*, vol. 31 pp 149–157 (1990).
- [6] **J. Pfaller, J. Harley, H.H. Bau, J.N. Zemel**, "Gas and liquid flow in small channels, in: *Micromechanical*", *Sensors, Actuator and Systems, ASME DSC*, vol 32 pp 49–60 (1991).
- [7] **W. Urbanek, J.N. Zemel, H.H. Bau**, "An investigation of the temperature dependence of Poiseuille numbers in microchannel flow", *J. Micromech. Microengrg*, vol 3 pp 206–209 (1993).
- [8] **P.Wilding, J. Pfaller, J.N. Zemel, H.H. Bau, L.J. Kricka**, "Manipulation and flow of biological fluids in straight channels micromachined in silicon", *Clin. Chem*, vol 40 pp 43–47 (1994).
- [9] **X.N. Jiang, Z.Y. Zhou, J. Yao, Y. Li, and X.Y. Ye**, "Micro-fluid flow in microchannel", in: *Proceedings of Transducers '95, Stockholm, Sweden*, pp 317–320(1995).
- [10] **J. Liu, Y.-C. Tai and C.-M. Ho**, "MEMS for pressure distribution studies of gaseous flows in microchannels," in *Proceedings of IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, Amsterdam, The Netherlands, Jan. 29-Feb. 2*, pp 209-215(1995).
- [11] **D. Yu, R.O. Warrington, R. Barron, T. Ameel**, "An experimental and theoretical investigation of fluid flow and heat transfer in microtubes", in: *Proceedings of ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conf., Maui, HI*, pp 523–530(1995).
- [12] **S. Wu, J. Mai, Y. Zohar, Y.C. Tai, and C.M. Ho**, "A suspended microchannel with integrated temperature sensors for high pressure flow studies," in *Proc. IEEE Work hop on Micro Electro Mechanical Systems*, pp 87-92 (1998).
- [13] **S. M. Flockhart, R. S. Dhariwal**, "Experimental and numerical investigation into the flow characteristics of channels etched in <100> silicon", *J. Fluids Eng* 120, pp 291–295(1998).
- [14] **Shah, R. K and London, A.L** "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Academic Press (1978).
- [15] **G.M. Mala, D. Li**, "Flow characteristics of water in microtubes," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, pp. 142- 148 (1999).
- [16] **I. Papautsky, J. Brazzle, T. Ameel, A.B. Frazier**, "Laminar fluid behavior in micro channels using micropolar fluid theory", *Sensors Actuator* 73, pp 101–108(1999).
- [17] **D. Pfund, D. Rector, A. Shekarriz, A. Popescu et J. Welty**, "Pressure Drop Measurements in a Micro channel", *AIChE Journal* 46, pp 1496-1507(2000).
- [18] **T. Araki, K.M. Soo, I. Hiroshi, S. Kenjiro**, "An experimental investigation of gaseous flow characteristics in microchannels", in: *G.P. Celata, et al. (Eds.), Proceedings of International Conference on Heat Transfer and Transport Phenomena in Microscale, Begell House, New York, USA*, pp 155–161(2000).

- [19] **E.B. Arklic, K.S. Breuer, and M.A. Schmidt**, **Gaseous "flow in microchannels"**, in: *Application of Microfabrication to Fluid Mechanics*, in: ASME FED, vol197 pp 57–66(1994).
- [20] **J.C. Shih, C. Ho, J. Liu, and Y. Tai**, "Monatomic and Polyatomic Gas Flow through Uniform Microchannels", *ASME Micro electromechanical Systems (MEMS)*, vol 59 pp 197-203(1996).
- [21] **W. Qu, M. Mala, D. Li**, "Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels", *Internat. J. Heat Mass Transfer*, vol 43 pp 353–364 (2000).
- [22] **K.V. Sharp, R.J. Adrian, D.J. Beebe**, "Anomalous transition to turbulence in microtubes" *Proceedings of Int. Mech. Eng. Cong. Expo.,5th Micro-Fluidic Symp., Orlando, FL*, pp 150–158(2000).
- [23] **L. Ren, W. Qu, D. Li**, "Interfacial electrokinetic effects on liquid flow in microchannels", *Internat. J. Heat Mass Transfer*, Vol 44 pp 3125–3134 (2001).
- [24] **G. M. MALA, D. LIT and J. D. DALE**, "Heat transfer and fluid flow in microchannels": In. *J. Heat Mass Transfer*, vol 40 pp 3079-308X (1997).
- [25] **B. Xu, K.T. Ooi, N.T. Wong, W.K. Choi**, "Experimental investigation of flow friction for liquid flow in microchannels", *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, vol 27 pp 1165–1176(2000).
- [26] **G.P. Celata, M. Cumo, S.J. McPhail, G. Zummo**, "Hydrodynamic behavior and influence of channel wall roughness and hydrophobicity in microchannels", in: *2nd International Conference on Micrichannels and Minichannels (ICMM2004)*,pp 237–243 (2004).
- [27] **B. Xu, K.T. Ooi, N.T. Wong, C.Y. Liu, W.K. Choi**, "Liquid flow in microchannels", in: *Proceedings of the 5th ASME/JSME Joint Thermal Engrg. Conference, San Diego*, pp 150–158(1999).
- [28] **J. Judy, D. Maynes, B.W. Webb**, "Liquid flow pressure drop in microtubes", in: *G.P. Celata, et al. (Eds.), Proceedings of International Conference on Heat Transfer and Transport Phenomena in Microscale, Begell House, New York, USA*, pp 149–154(2000).
- [29] **M.S. Kim, T. Araki, K. Inaoka, K. Suzuki**, "Gas flow characteristics in microtube," *JSME International Journal, Series B, Vol 434* pp 634-639(2000).
- [30] **Lee, S. Y., et al.**, "Microchannel Flow Measurement Using Micro-PIV", *Proceedings of IMECE2002 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, Louisiana, November 17–22, IMECE 33682*(2002).
- [31] **P. Gao, S. Le Person, M. Favre-Marinet**, "Scale effects on hydrodynamics and heat transfer in two-dimensional mini and micro channels", *Internat. J. Thermal Sci.*, vol. 41 pp 1017–1027(2002).
- [32] **A. Bucci, G.P. Celata, M. Cumo, E. Serra, G. Zummo**, "Fluid flow and single-phase flow heat transfer of water in capillary tubes", in: *Proceedings of the Int. Conference on Minichannels and Microchannels, Rochester, paper ICMM-1037, USA* (2003).
- [33] **Z.X. Li, Dong-Xing Du, and Zeng-Yuan Guo** "Experimental study on flow characteristics of liquid in circular micro tubes", *J. Microscale Thermophys. Eng.*, vol 7, pp 253-265(2003).
- [34] **H.Y. Wu, P. Cheng**, "Friction factors in smooth trapezoidal silicon microchannels with different aspect ratios", *Internat. J. Heat Mass Transfer*, vol 46 pp 2519–2525(2003).

- [35] **LELEA. D., NISHIO. S., AND TAKANO.K** "The experimental research on microtube heat transfer and fluid flow of distilled water ", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 46 pp 149-159(2004).
- [36] **R. Baviere, M.F. Marinet, S. Le Person, M. Favre-Marinet**, "Bias effects on heat transfer measurements in microchannel flow", Int. J. Heat Mass Transfer, vol 49 pp 3325–3337(2006).
- [37] **Cui. H. H, Silber-Li Z H, Zhu .S .N**, "Flow characteristics of liquids in microtubes driven by a high pressure" Phys. Fluids, vol 16 pp 1803–10(2004).
- [38] **REYNAUD SYLVAIN, F. Debray, J P. Franc** "Hydrodynamics and heat transfer in twodimensional minichannels", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol 48 pp 3197–3211 (2005).
- [39] **M.J. Kohl, S.I, Abdel-Khalik, S.M. Jeter, and D.I. Sadowski**, "An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 48 pp 1518-1533 (2005).
- [40] **C. Rands, B. Webb, D. Maynes**, "Characterization of transition to turbulence in microchannels", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol 49 pp 2924-2930(2006).
- [41] **P. Hrnjak, X. Tu**, "Single phase pressure drop in microchannels", Int. J. Heat Fluid Flow, vol 28 pp 2-14(2007).
- [42] **Zhigang, L., Yaohua, Z.** "Experimental study on visualization of the flow field in microtube." Engineering and Materials Sciences, 521-529(2005).
- [43] **Morini, G.L., Lorenzini, M., Salvigni, S.**, "Friction Characteristics of Compressible Gas Flow in Micro-tubes" Experimental Thermal and Fluid Science, vol 30 pp 733-744(2006).
- [44] **Z. Li, Y.L. He, G.H. Tang, W.Q. Tao**, "Experimental and numerical studies of liquid flow and heat transfer in microtubes", Int. J. Heat Mass Transfer, vol 50 pp 3447-3460 (2007).
- [45] **M. Hakamada, Y. Asao, N. Saito, M. Mabuchi**, "Microfluidic flows in metallic microchannels fabricated by the spacer method", J. Micromech. Microeng. , Vol 18 pp 075029 (2008).
- [46] **T.P. Brackbill, S.G. Kandlikar**, "Effects of low uniform relative roughness on single-phase friction factors in microchannels and minichannels", in: Proceedings of 5th International Conference on Nanochannels Microchannels and Minichannels, ASME, Puebla, Mexico, ICNMM-30031(2007).
- [47] **T.P. Brackbill, S.G. Kandlikar**, "Effects of roughness on turbulent flow in microchannels and minichannels", in: Proceedings of the 6th International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels, ASME, Darmstadt, Germany, ICNMM2008-62224(2008).
- [48] **Mokrani, O., Bourouga, B., Castelain, C. and Peerhossaini, H.** "Fluid flow and convective heat transfer in flat micro channels". Int. J. Heat Mass Transfer, vol 52 pp 1337–1352(2009).
- [49] **Krzysztof Dutkowski**, "Experimental investigations of Poiseuille number laminar flow of water and air in minichannels", Int. J. Heat Mass Transfer, vol 51 pp 5983–5990(2008).
- [50] **W. Wibel, P. Ehrhard**, "Experiments on the laminar/turbulent transition of liquid flows in rectangular microchannels", Heat Transfer Eng., vol 30 pp 70-77(2009).

- [51] **Chen Yong ping, Zhang Chengbin, Shi Mingheng, and Wu Jiafeng.** "Three-dimensional numerical simulation of heat and fluid flow in noncircular microchannel heat sinks". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol 36 pp 917–20(2009).
- [52] **Lorenzini M., Morini G, Salvini, Laminar,** "transitional and turbulent friction factors for gas flows in smooth and rough microtubes". *International Journal of Thermal Sciences*, pp 248-255(2010).
- [53] **A.J. Ghajar, C.C. Tang, W.L. Cook,** "Experimental investigation of friction factor in the transition region for water flow in minitubes and microtubes", *Heat Transfer Eng. ,* vol 31 pp 646-657(2010).
- [54] **L.M. Tam, H.K. Tam, A.J. Ghajar, W. Ng, I.W. Wong, K.F. Leong, C.K. Wu,** "The effect of inner surface roughness and heating on friction factor in horizontal micro-tubes", in: *Proceedings of ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference, Hamamatsu, Shizuoka, Japan, AJK-16027*(2011).
- [55] **Singh, A.,** "Experimental Investigation of Friction Factor in Microtubes and Development of Correlations for Prediction of Critical Reynolds Number", MS thesis, Oklahoma State University, (2011).
- [56] **Fabiano Da Rosa Hollweg and Rejane De Césaro Oliveski,** "A numerical study about the influence of the inaccuracy in hydraulic diameter of microchannels in single phase laminar flow ", *22nd International Congress of Mechanical Engineering* (2013).
- [57] **B. Agostini, B. Watel, A. Bontemps, B. B. Thonon,** "Liquid flow friction factor and heat transfer coefficient in small channels": an experimental investigation, *Exp.Therm. Fluid Sci*, vol28 pp 97–103 (2004).
- [58] **J. July, D. Mayes, B.D. Webb,** "Characterization of frictional pressure drop for liquid flows through microchannels". *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 45 pp 3477–3489(2002).
- [59] **Chien-Yuh Yang, Chia-Wei Chen, Ting-Yu Lin, Satish G.Kandlikar,** "Heat transfer and friction characteristics of air flow in microtubes". *Journal of experimental Thermal and Fluid Science* vol.37 pp 12–18(2012).
- [60] **J.Zhang, Y.H. Diao, Y.H. Zhao, Y.N. Zhang,** "An experimental study of the characteristics of fluid flow and heat transfer in the multiport microchannel flat tube". *Applied Thermal Engineering* 65 (2014) 209-218.
- [61] **Amirah M. Sahar, Mehmed R. Ozdemir, Ekhlal M. Fayyadh,** "Single phase flow pressure drop and heat transfer in rectangular metallic microchannels". *Applied Thermal Engineering*, vol 93 pp 1324–1336(2016).
- [62] **R.J. Phillips,** "Forced-convection, Liquid-cooled, Microchannel Heat Sinks" (MS Thesis), Department of Mechanical Engineering, Cambridge, pp 70 (1987).
- [63] **Zhipeng Duan.,** "Analysis of Slip Flow in Microchannels ", PhD thesis, Faculty of Engineering and Applied Science Memorial University of Newfoundland, (2007).
- [64] **X. F. Peng, G. P. Peterson& B. X. Wang** "Frictional flow characteristics of water flowing through rectangular microchannels ". *Experimental Heat Transfer: A Journal of Thermal Energy Generation, Transport, Storage, and Conversion*, vol 7 pp 249-264(1994).
- [65] **SABRY M. N.** "Scale effects on fluid flow and heat transfer in microchannels", *Proceedings of Conf. Therminice, Rome*, pp 193-198(1999)

- [66] **G.P. Celata, G.L. Morini, V. Marconi, S.J. McPhail, G. Zummo**, "Using viscous heating to determine the friction factor in microchannels – an experimental validation", *Exp. Thermal Fluid Sci.* 30 725–731(2006).
- [67] **TARDU S.** "Transferts thermiques dans les microcanaux", *Traité EGEM, Tome 6 Chapitre 6, Microfluidique*, Hermès (2002).
- [68] **COMOLET R.** *Mécanique expérimentale des fluides, tome 2, 2nd Edition*, Masson & Cie Editeurs, (1976).
- [69] **L. Ren, W. Qu, D. Li.** "Interfacial electrokinetic effects on liquid flow in microchannels". *Internat. J. Heat Mass Transfer*, pp 3125–3134 (2001).
- [70] **Dongqing Li**, "Electro-viscous effects on pressure-driven liquid flow in microchannels": *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects* 35–57(2001).
- [71] **A. Cengel, Michael A. Boles, Marcel Lacroix** "Thermodynamique une approche pragmatique", Mc Graw Hill.
- [72] **Daisuke Kawashima, Yutaka Asako** "First law analysis for viscous dissipation in liquid flows in micro-channels", *Internat. J. Heat Mass Transfer*, pp 2244–2248 (2012).
- [73] **H.J. Saabas, B.R. Baliga**, "Co-located equal-order control-volume finite element method for multidimensional incompressible fluid flow", *An International Journal of Computation and Methodology, Part I: Formulation. Numer. Heat Transfer: Part B* 26, 381–407(1994).
- [74] **S.V. Patankar**, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, New York, (1980).
- [75] **G.E. Schneider and M.J. Raw.** "A skewed positive influence coefficient upwinding procedure for control volume based finite element convection diffusion computation". *Numerical Heat Transfer*, vol 9 pp1-26 (1986).
- [76] **Luu Dung Tran, Christian Masson and Arezki Smaïli** "A stable second order mass weighted upwind scheme for unstructured meshes", *International Journal for numerical methods in fluids*, Vol. 51, pp 749-77 (2006).