

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENE

FACULTÉ D'ÉLECTRONIQUE ET D'INFORMATIQUE



## MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

En **ÉLECTRONIQUE**

Spécialité : **Contrôle de Processus et Robotique**

Par : **Mr. Abdellah KHELLOUFI**

*Thème :*

***Contribution à L'étude de la Mobilité d'un Robot  
Non Holonome en Milieu Contraint***

Soutenu publiquement, le 11 Décembre 2012, devant le jury composé de :

Mr. R. TOUMI	Professeur à l'U.S.T.H.B.	Président
M <sup>me</sup> . N. ACHOUR	Professeur à l'U.S.T.H.B.	Directrice de mémoire
Mr. F. FERGUENE	Maître de Conférences/A à l'U.S.T.H.B.	Examinateur
Mr. R. GUERNANE	Maître de Conférences/B à l'U.M.B.B.	Invité

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Laboratoire de Robotique Parallélisme Electroénergétique (LRPE) de la faculté d'électronique et d'informatique (FEI) de l'université des sciences et de la technologie Houari Boumediene (USTHB).

Je souhaite tout d'abord remercier Madame Nouara Achour, Professeur à la faculté d'électronique et d'informatique de l'USTHB et directrice du présent mémoire pour m'avoir orienté au cours de mon travail et pour m'avoir fait profiter de ses connaissances.

Je tiens à exprimer tout mes remerciements aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner ce travail :

Monsieur Rédouane Toumi, Professeur à la faculté d'électronique et d'informatique de l'USTHB, pour l'honneur que m'a fait en présidant ce travail.

Monsieur Farid Ferguene, Maître de conférences à la faculté d'électronique et d'informatique de l'USTHB, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Monsieur Réda Guernane, Maître de conférences à l'université M'hamed Bougara de Boumerdès, qui a eu la gentillesse de faire partie de mon jury de soutenance.

Enfin, j'adresse un profond remerciement à ma famille qui m'a toujours encouragé et soutenu tout au long de mes études.

للقيام بحركات آمنة وسريعة يعتمد الروبوت على المعلومات المستقاة من فضاء عمله. تهدف هذه المذكرة لدراسة فضاء الوضعيات المقبولة لروبوت متحرك في وجود واحدة أو أكثر من العلامات المميزة في محيطه والتي يتوجب عليه أن يحرص على إبقائها في مجال رؤيته. الروبوت هو عبارة عن نظام غير هولونومي ذو عجلتين فعاليتين ومزود بحساس ذو مجال رؤية محدود. نظام من هذا النوع يخضع لعدة قيود تتمثل في: الغير هولونوميا، القيود المفروضة على زاوية دوران الحساس، بالإضافة إلى محدودية مجال الرؤية بالنسبة لهذا الأخير. تتسبب هذه القيود في إنتاج حواجز افتراضية لا تسمح للروبوت باستشعار العلامات المميزة. والهدف من العمل المقدم في هذه المذكرة هو تحديد فضاء الحركة للروبوت مع احترام القيود الناجمة عن محدودية الرؤية والطبيعة الغير هولونومية للنظام. بعد كتابة قيود الرؤية المفروضة على الروبوت في شكل معادلات ومتراجحات رياضية، قمنا بحساب فضاء الوضعيات المقبولة الناتج عن هذه القيود. نعتقد أن هذه الدراسة لها تطبيقات في الملاحة الذاتية التحكم، كما يمكن أن تستخدم في مهام المراقبة، وفي هذه الحالة يكون الروبوت مكلف بمراقبة بعض الأشياء ذات الأهمية الموجودة في محيطه.

كلمات دلالية: فضاء الوضعيات، الروبوتات الغير هولونومية، قيود الرؤية، الملاحة بواسطة العلامات المميزة

## Résumé

La garantie de déplacements sûrs et rapides d'un robot dans l'environnement repose sur une bonne connaissance des caractéristiques de l'espace d'évolution. Dans ce mémoire, nous étudions l'espace de configurations admissibles d'un robot mobile en présence d'une ou plusieurs balises statiques que le robot doit percevoir dans son champ de vision. Le robot est un système non holonome à roues différentielles qui dispose d'un capteur avec un champ de vision limité. Un tel système doit satisfaire plusieurs types de contraintes: la non-holonomie, les limites sur l'angle de rotation du capteur et la limitation du champ de vision du capteur. Ces contraintes de visibilité produisent des obstacles virtuels dans l'espace de configurations. En effet, Les configurations appartenant à ces obstacles sont non admissibles et ne permettent pas au robot de détecter les balises. Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour but la détermination de l'espace de mobilité du robot tout en respectant les contraintes de visibilité et de non holonomie.

Après avoir exprimé les contraintes de visibilité sous formes d'équations et d'inégalités mathématiques, nous avons calculé l'espace de configurations admissibles résultant de ces contraintes. Nous pensons que cette analyse a des applications dans la navigation autonome, comme elle peut être utilisée dans des tâches de surveillance. Dans ce dernier cas le robot doit surveiller des objets considérés comme des balises à percevoir dans son environnement.

**Mot clés:** Espace de configuration; robot non holonome; contrainte de visibilité; navigation basé sur les balises.

## Summary

Safe and fast movements of a robot in the environment depend on its knowledge of the evolution space. In this thesis, we study the admissible configuration space of a mobile robot in the presence of one or more landmarks that the robot has to keep in its field of view. The robot is a nonholonomic differential drive system which has a sensor with a limited field of view. Such a system has to satisfy several types of constraint: the non-holonomy, the limits on the rotation angle sensor and the limitation of the field of view sensor. These visibility constraints produce virtual obstacles in the configuration space. Indeed, the configurations belong to these obstacles are inadmissible and will not allow the robot to detect the landmarks. The work presented in this thesis aimed to determine the mobility space of the robot while respecting the visibility and non-holonomy constraints.

After expressing the visibility constraints in the form of mathematical equations and inequalities, we calculated the resulting admissible configuration space of these constraints. We believe that this analysis has applications in autonomous navigation, as it can be used in surveillance tasks, where the robot has to monitor some objects of interest.

**Keywords:** Configuration space; nonholonomic robot; visibility constraints; Landmark-based navigation.



# Sommaire

<b>Remerciements</b>	iii
<b>Résumé</b>	iv
<b>Sommaire</b>	vi
<b>Table des figures</b>	viii
<b>Introduction Générale</b>	3
<b>Chapitre 1: Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques</b>	5
1.1 Introduction	6
1.2 Les principaux types de roues des robots mobiles	6
1.3 Roulement sans glissement et contraintes non holonomes	8
1.3.1 Définition	8
1.3.2 Contraintes non holonomes	9
1.3.3 Roulement sans glissement	11
1.4 Les grandes classes de robots mobiles et leurs modèles	12
1.4.1 Robots mobiles de type unicycle	13
1.4.2 Robots mobiles de type tricycle et de type voiture	17
1.4.3 Robots mobiles omnidirectionnels	20
1.5 Conclusion	22
<b>Chapitre 2 : L'espace de Configurations</b>	23
2.1 Introduction	24
2.2 Configuration d'un robot	24
2.3 Exemples des espaces de configurations	26
2.4 Distance euclidienne	31
2.5 Obstacles et l'espace de configuration	31
2.5.1 Définition du problème de planification de mouvement de base	33
2.5.2 Modélisation des C-obstacles	34

2.5.3 Exemples d'obstacles	36
2.5.3.1 Robot point	36
2.5.3.2 Robot mobile circulaire	36
2.5.3.3 Robot polyédriques : cas de la translation	38
2.5.3.3 Robot polyédriques : cas de la translation et de la rotation	39
2.6 Conclusion	40
<b>Chapitre 3 : Perception des Balises</b>	<b>41</b>
3.1 Introduction	42
3.2 Les principaux capteurs utilisés pour perception des balises	44
3.2.1 Les Télémètres	44
3.2.1.1 Télémètres à ultrason	45
3.2.1.2 Télémètres à infrarouge	47
3.2.1.3 Télémètres laser	48
3.2.2 Vision par ordinateur	50
3.2.2.1 Caméras simples	50
3.2.2.2 Caméras panoramiques	51
3.3 Conclusion	52
<b>Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité</b>	<b>54</b>
4.1 Introduction	55
4.2 Définition du problème	55
4.3 L'espace de configurations admissibles sous des contraintes de visibilité	56
3.2.1 Perception d'une seule balise	57
3.2.2 Perception de deux balises	61
3.2.2 Perception d'un ensemble de balises	68
4.4 Conclusion	74
<b>Conclusion Générale</b>	<b>75</b>
<b>Bibliographies</b>	<b>77</b>
<b>Annexes</b>	<b>81</b>

# Table des figures

Figure 1.1	Les trois types de roues classiques avec ses représentations respectives.	7
Figure 1.2	Roue Mecanum (ou suédoise).	8
Figure 1.3	Configuration d'un robot mobile.	8
Figure 1.4	Roulement sans glissement d'une roue sur le sol.	12
Figure 1.5	Robot mobile de type unicycle (à roues différentielles).	13
Figure 1.6	Evolution des robots mobiles de type unicycle.	14
Figure 1.7	Centre instantané de rotation d'un robot de type unicycle.	15
Figure 1.8	Robot mobile de type tricycle.	17
Figure 1.9	Robot mobile de type voiture.	17
Figure 1.10	Projets de voitures autonomes : (a) La voiture Stanley développée par l'équipe de l'université Stanford, (b) La voiture Highlander développée par l'équipe Rouge de l'Université Carnegie Mellon.	18
Figure 1.11	Centre instantané de rotation d'un robot de type tricycle.	19
Figure 1.12	Robot mobile omnidirectionnel à trois roues décentrées orientables.	20
Figure 1.13	Robot mobile omnidirectionnel Nomadic XR4000.	21
Figure 1.14	Robot mobile Uranus: un robot omnidirectionnel à quatre roues suédoise.	22
Figure 2.1	Le robot $A$ se déplace dans un espace de travail $W = IR^n$ .	25
Figure 2.2	La configuration du bras manipulateur à deux articulations est représentée par deux angles $\theta_1$ et $\theta_2$ .	28
Figure 2.3	L'espace de configuration d'un bras manipulateur 2R; (a): une représentation localement valide en tant que sous-ensemble de $IR^2$ , (b) : une représentation topologiquement correcte d'un tore à deux dimensions.	29
Figure 2.4	L'espace de travail pour un bras manipulateur à deux articulations.	30
Figure 2.5	Le problème de planification de mouvement. La tâche consiste à trouver un chemin entre $q_i$ et $q_g$ dans $C_{free}$ .	33
Figure 2.6	Un C-obstacle unidimensionnel.	35

Figure 2.7	(a) Un robot circulaire et un obstacle dans l'espace de travail. (b) la construction de C-obstacles. (c) l'espace de configurations libre et le C-obstacle $CO_i$ .	37
Figure 2.8	La rangée du haut montre l'espace de travail et la rangée du bas indique l'espace de configurations, pour : (a) un robot mobile point, (b) un robot mobile circulaire, et (c) un robot mobile circulaire plus grand.	37
Figure 2.9	Construction des C-obstacles pour un robot polygonal se translatant dans $W = IR^2$ . (a) la procédure d'agrandissement de l'obstacle $O_i$ par le robot $B$ , (b) l'espace de configurations libre et le C-obstacle $CO_i$ .	39
Figure 3.1	Robot mobile, équipé d'un télémètre laser, percevant un ensemble de balises (pierres).	44
Figure 3.2	Principe du télémètre à ultrasons et un exemple de télémètre réel.	45
Figure 3.3	Cône d'émission d'un capteur à ultrasons dont l'angle d'ouverture avoisine les 20 degrés.	46
Figure 3.4	Télémètres infrarouges Sharp.	47
Figure 3.5	Illustration d'un télémètre Laser.	48
Figure 3.6	La famille des Télémètres Lasers Sick	49
Figure 3.7	Un Télémètre Laser Ibeo.	49
Figure 3.8	Une caméra standard.	50
Figure 3.9	Principe des caméras panoramiques.	51
Figure 3.10	Exemple d'une image omnidirectionnelle	52
Figure 4.1	Robot à roues différentielles soumis à des contraintes de visibilité ( $L_1$ étant la balise).	56
Figure 4.2	Les limites de visibilité.	57
Figure 4.3	Zone de visibilité de la balise pour une valeur fixe de $\theta = 3\pi/2$ , pour $r_{\min} = 2$ , $r_{\max} = 22$ , $\phi^+ = \pi/6$ et $\beta = \pi/4$ .	59
Figure 4.4	L'espace de configurations admissibles $(x, y, \theta)$ d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir une seule balise.	60
Figure 4.5	L'espace de configurations admissibles $(V)$ pour un angle $\theta$ donné.	61
Figure 4.6	L'espace des configurations admissibles $V$ (en bleu) pour une valeur de $\theta = -\pi/2$ , avec $r_{\min} = 2$ , $r_{\max} = 22$ , $\phi^+ = \pi/6$ , $\beta = \pi/4$ .	62
Figure 4.7	Calcul des paramètres de la zone interdite $\Gamma_\beta$ .	64
Figure 4.8	La structure de l'espace de configurations admissibles, dans le plan x-y, en fonction de $\theta$ (des valeurs croissantes de $\theta$ ), avec $\pi/2 < \mu < \pi$ et $\beta > \pi$ .	65

Figure 4.9	L'espace de configurations admissibles $(x, y, \theta)$ d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir deux balises.	67
Figure 4.10	Robot à roues différentielles qui doit percevoir un ensemble de balises.	68
Figure 4.11	Perception de trois balises.	69
Figure 4.12	Zone interdite dans laquelle le robot ne peut pas percevoir les trois balises simultanément.	70
Figure 4.13	L'espace des configurations admissibles $V$ (en bleu) pour une valeur de $\theta = -\pi/2$ , avec $r_{\min}=2$ , $r_{\max}=22$ , $\phi^+ = \pi/6$ , $\beta = \pi/4$ .	72
Figure 4.14	L'espace de configurations admissibles $(x, y, \theta)$ d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir trois balises.	73



# Introduction Générale

## Introduction Générale

---

Suite à leur application à grande échelle dans l'industrie automobile (essentiellement pour l'accomplissement des tâches de soudage, peinture ou assemblage), les robots ont été utilisés avec succès dans d'autres domaines industriels, tels que la production métalliques, la chimie, l'électronique et les industries agro-alimentaires.

Depuis quelques années, la robotique s'est appliquée à de nouveaux secteurs comme le médical, les transports, l'exploration sous-marine et spatiale, l'agriculture, le nettoyage, la sécurité ou encore la défense. La plupart de ces robots sont dotés d'un dispositif de locomotion qui leur donne la possibilité d'évoluer librement dans leurs environnements. Ainsi, un robot mobile peut être défini comme une machine équipée de capacités de perception, de décision et d'action qui lui permettent de se déplacer, d'exécuter des tâches et d'agir de manière autonome dans son environnement.

Avec l'apparition de ce type de robots, un nouveau domaine de recherche avait été lancé, à savoir la navigation autonome. En fait, les premiers liens entre la recherche en intelligence artificielle et la robotique apparaissent à Stanford en 1969 avec Shakey. Ce robot utilise des télémètres à ultrasons et une caméra et sert de plate-forme pour la recherche en intelligence artificielle, qui à l'époque travaille essentiellement sur des approches symboliques de la planification. La perception de l'environnement, qui à l'époque est considérée comme un problème séparé, voire secondaire, se révèle particulièrement complexe et conduit là aussi à de fortes contraintes sur l'environnement [Fil 11].

Dans les années 1970, des études sur les robots manipulateurs ont permis de développer la notion de l'espace de configurations d'un système mécanique [Loz 80]. Dans cet espace, le piano est considéré comme un point (Problème du déménageur de piano posé par Schwartz et Sharir [Sch 87]). Le problème de planification de mouvements pour un système mécanique a donc été réduit à un problème de planification de mouvements pour un point dans l'espace de configurations.

Une décennie plus tard, la notion des systèmes non holonomes (également empruntée à la mécanique) est apparue dans la littérature [Lau 87] à travers le problème de parking. La planification de mouvements des robots non holonomes est ensuite devenue un domaine de recherche attractif [Min 08].

Une étape importante est à signaler au début des années 1990 avec l'apparition de la robotique réactive, représentée notamment par Rodney Brooks. Cette nouvelle approche de la robotique, qui met la perception au centre de la problématique, a permis de passer de gros robots très lents à de petits robots, beaucoup plus réactifs et adaptés à leur environnement. Ces robots n'utilisent pas ou peu de modélisation du monde, problématique qui s'est avérée être extrêmement complexe.

Malheureusement, dans la plupart des cas, le robot ne dispose pas d'un modèle complet du monde. Pour compenser ce manque de connaissance sur l'environnement du robot, Certaines approches utilisent la vision par ordinateur pour percevoir l'environnement, puis extraire (apprendre) des structures distinctives qui servent comme des balises naturelles dont le but est d'assurer les tâches de localisation et de navigation des robots

# Introduction Générale

---

mobiles [Sim 98][Thr 98][Nic 98]. Un algorithme de navigation, basé sur la reconnaissance et la localisation de balises naturelles dispersées dans l'espace de travail, a été proposé par Lazanas et Latombe en construisant itérativement un ensemble grandissant de zone-balises qui aident le robot à atteindre son but [Laz 95].

D'autres techniques de navigation basée sur la vision ont été développées au cours des dernières années en utilisant des balises visuelles artificielles qui peuvent être facilement et discrètement ajoutés à l'environnement [Bri 04] [Bei 11].

Parmi les premiers travaux qui ont intégré les contraintes de visibilité du capteur dans la planification de trajectoires, on trouve ceux de Bhattacharya *et al* qui ont étudié les plus courts chemins en termes de distance dans le plan pour un robot à roues différentielles (DDR) avec des contraintes de visibilité du capteur, dans un environnement sans obstacles [Bha 05] [Bha 07]. Ces études ont été suivies par d'autres travaux dont le but est de calculer des trajectoires réalisables par un DDR en maintenant la visibilité d'une ou de plusieurs balises [Hay 08] [Hay 11] [Sal 10].

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacré à l'étude de l'espace de configurations admissibles d'un robot non holonome à roue différentielles, en présence d'une ou plusieurs balises que le robot doit garder dans son champ de vision. En plus de la non-holonomie, le mobile est soumis à deux contraintes supplémentaires : les limitations de champ de vision et de l'angle de rotation du capteur.

Le manuscrit est composé de quatre chapitres :

- Le premier présente les différents types de robots mobiles utilisés dans les applications pratiques, et décrit leurs contraintes cinématiques et quelques exemples correspondant à ces robots.
- Dans le deuxième chapitre, nous introduisons le concept de l'espace de configurations, l'un des concepts les plus importants dans la planification de trajectoires des robots mobiles. Nous présentons également quelques exemples d'espaces de configurations avec ou sans présence d'obstacles physiques dans l'environnement du robot.
- Le troisième chapitre présente les capteurs les plus couramment utilisés pour percevoir les balises, en donnant une idée de leur gamme de mesure et d'application. Nous décrivons également les avantages et les inconvénients de chaque type de ces capteurs.
- Le quatrième chapitre décrit la géométrie de l'espace de configurations admissibles d'un robot non holonome qui doit percevoir une ou plusieurs balises. Nous exprimons les contraintes de perception de ces balises sous formes d'inégalité mathématique et nous calculons l'espace de configurations admissibles résultant de ces contraintes.

# Chapitre 1 :

Robots Mobiles à Roues et  
leurs Contraintes  
Cinématiques

## **1.1 Introduction**

La caractéristique principale des robots mobiles est la présence d'une base (plateforme) mobile qui permet au robot de se déplacer librement dans son environnement. Contrairement aux bras manipulateurs, ces robots sont principalement utilisés dans des applications de service, qui nécessitent une grande capacité de mouvements autonomes [Sic 09].

De point de vue mécanique, un robot mobile est constitué d'un ou de plusieurs corps rigides équipés d'un système de locomotion. Les robots mobiles à roues (wheeled mobile robots) sont généralement constitués d'un corps rigide (la base ou le châssis) et un système de roues qui fournissent le mouvement par rapport au sol. D'autres corps rigides (remorques), équipés de roues, peuvent être reliés à la base en utilisant des articulations rotoïdes.

En général, les robots à roues se caractérisent par une simplicité de mise en œuvre, une consommation faible d'énergie et ils peuvent se déplacer plus rapidement que les autres mécanismes de locomotion (par exemple les robots à pattes et les véhicules chenillés). Bien qu'ils trouvent quelques difficultés à se déplacer dans des terrains accidentés, les robots mobiles à roues sont adaptés pour une large classe d'environnements dans les applications pratiques.

Le but de ce chapitre est d'analyser et de comparer les différents types de robots mobiles à roues et de présenter les conceptions et les réalisations les plus utilisées dans les applications de la robotique mobile. Nous étudions également les contraintes cinématiques résultant des conditions de roulement sans glissement des roues sur le sol. Ces contraintes ont une influence importante sur la mobilité locale des robots mobiles, c'est pourquoi, il est important d'analyser en détail la structure de ces contraintes.

## **1.2 Les principaux types de roues des robots mobiles**

C'est la combinaison du choix des roues et de leur disposition qui confère à un robot son mode de locomotion propre. Sur les robots mobiles, on rencontre principalement trois types de roues qui sont présentés dans la figure 1.1.

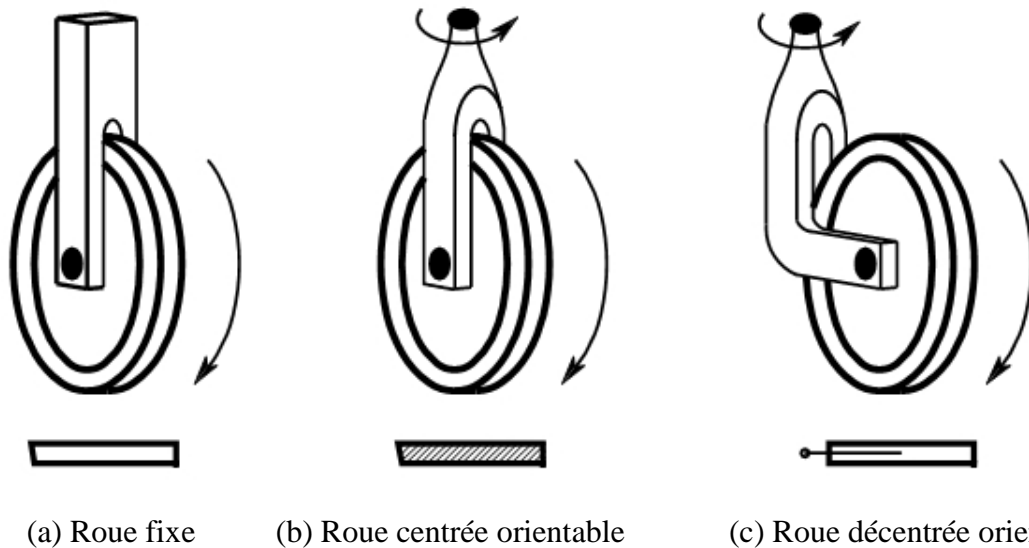


Figure 1.1 Les trois types de roues classiques avec ses représentations respectives.

- Les roues fixes (*fixed wheels*) peuvent tourner autour d'un axe (de direction constante) qui passe par le centre de la roue, il est orthogonal au plan de la roue. La roue est fixée rigidement et son orientation par rapport au châssis est donc constante
- Les roues centrées orientables (*steerable wheels*) possèdent deux axes, un pour la rotation et l'autre pour l'orientation. Le premier est le même que celui d'une roue fixe, tandis que le second est vertical et passe par le centre de la roue. Ceci permet à la roue de changer son orientation par rapport au châssis.
- Les roues décentrées orientables, souvent appelées roues folles (*caster wheels*) pour lesquelles l'axe d'orientation ne passe pas par le centre de la roue, il est déplacé par un décalage constant. Ce type de roue est utilisé pour améliorer l'équilibre statique du véhicule. On trouve également ces roues dans les paniers et les chaises de bureau [Sic 09].

En plus des roues classiques précédentes, d'autres roues ont été développées pour accroître la mobilité du robot. Elles permettent d'augmenter les capacités de déplacement dans toutes les directions du plan. Cependant, elles ne sont commandables que dans certaines de ces directions. Dans cette catégorie nous trouvons notamment les roues suédoises (ou Mecanum), représentées sur la figure 1.2.

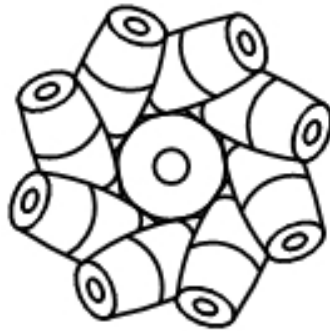


Figure 1.2 Roue Mecanum (ou suédoise).

Ces roues autorisent les glissements latéraux grâce à un système de galets remplaçant la bande de roulement classique, montés en inclinaison par rapport au plan de la roue. La combinaison de la rotation de la roue avec la rotation libre du galet en contact avec le sol permet le déplacement sans glissement sur le sol dans toutes les directions. Cependant le couple moteur que l'on peut transmettre à ces roues est très limité, ce qui réduit son utilisation en pratique [Mor 09].

### 1.3 Roulement sans glissement et contraintes non holonomes

#### 1.3.1 Définition :

Considérons un repère fixe quelconque  $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et un autre repère mobile lié au robot  $R' = (O', \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ . Le centre de l'axe des roues motrices est l'origine  $O'$  de ce repère, comme illustré à la figure 1.3.

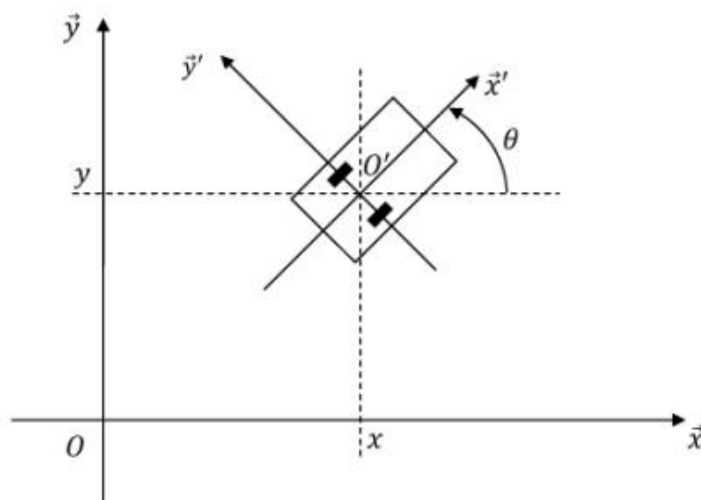


Figure 1.3 Configuration d'un robot mobile.

## ***Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques***

Par analogie avec la manipulation, on appelle situation [Fou 99] ou souvent posture du robot [Cam 96], le vecteur :

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

où  $x$  et  $y$  sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point  $O'$  dans  $R$  et  $\theta$  l'angle entre l'axe  $\vec{x}$  du repère fixe et l'axe  $\vec{x}'$  du repère mobile. La situation du robot est donc définie sur un espace  $C$  de dimension  $m = 3$ , comparable à l'espace opérationnel d'un manipulateur plan [Bay 10].

La configuration d'un système mécanique [Nei 72] est connue quand la position de tous ses points dans un repère donné est connue. Alors que pour un bras manipulateur cette notion est définie sans ambiguïté par les positions angulaires des différentes articulations. Dans le cas d'un robot mobile, on définira la configuration du robot mobile par un vecteur :

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

de  $n$  coordonnées appelés coordonnées généralisées. La configuration est ainsi définie sur un espace  $C$  de dimension  $n$ , appelé l'espace de configuration, qui est défini comme l'espace de toutes les configurations possibles du robot (voir le chapitre 2).

### **1.3.2 Contraintes non holonomes**

Considérons un système mécanique dont la configuration  $q \in C$  est décrit par un vecteur de coordonnées généralisées, et supposons que l'espace de configuration  $C$  égale à  $\mathbb{R}^n$ .

Le mouvement du système mécanique qui est représenté par l'évolution de  $q$  en fonction du temps peut être soumis à des contraintes cinématiques réduisant de manière générale sa mobilité locale. Ce qui oblige le robot à effectuer quelques manœuvres pour atteindre certaines configurations. Il est donc important d'analyser en détail la structure de ces contraintes.

Les contraintes qui peuvent être mises sous la forme :

$$h_i(q) = 0 \quad i = 1, \dots, k < n \quad (1.3)$$

## Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques

sont appelées holonomes (ou intégrable). Dans ce qui suit, on suppose que les fonctions  $h_i(\mathbf{q}) : C \rightarrow \mathbb{R}$  sont indépendantes et de classe  $C^\infty$ . Par l'effet de contraintes holonomes, l'espace de configurations accessibles se réduit à un sous-ensemble de  $C$ , de dimension  $n - k$ . Un système mécanique dont les contraintes peuvent être exprimées sous la forme (1.3) est appelé holonome.

Une alternative pratique consiste à remplacer les coordonnées généralisées originales par un ensemble réduit de  $n-k$  nouvelles coordonnées qui sont directement définies sur le sous-espace accessible. La mobilité obtenue du système réduit est complètement équivalente à celle du mécanisme original [Sic 09].

Les contraintes holonomes sont généralement le résultat d'interconnexions mécaniques entre les différents organes du système. Par exemple, les articulations prismatiques et rotoïdes utilisées dans les bras manipulateurs sont une source typique de ces contraintes, et les variables d'articulations sont un exemple d'ensembles réduits de coordonnées du robot.

Les contraintes qui lient le vecteur des coordonnées généralisées avec le vecteur des vitesses :

$$a_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = 0 \quad i = 1, \dots, k < n \quad (1.4)$$

sont appelées cinématiques. Ces contraintes sont généralement exprimées sous la forme de Pfaff (*Pfaffian form*):

$$\mathbf{a}_i^T(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (1.5)$$

ou, sous la forme matricielle :

$$\mathbf{A}_i^T(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (1.6)$$

Les vecteurs  $\mathbf{a}_i : C \rightarrow \mathbb{R}^n$  sont supposés lisses et linéairement indépendants.

De toute évidence, l'existence de  $k$  contraintes holonomes (1.3) implique un nombre égal de contraintes cinématiques:

$$\frac{dh_i(\mathbf{q})}{dt} = \frac{dh_i(\mathbf{q})}{d\mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = 0, \quad i = 1, \dots, k. \quad (1.7)$$

Cependant, l'inverse de cette hypothèse n'est pas toujours vrai. Un système de contraintes cinématiques de la forme (1.6) peut être intégrable à la forme (1.3), comme il peut être non intégrable. Dans ce dernier cas, les contraintes cinématiques sont appelées non holonomes (ou non intégrables).

Un système mécanique soumis au moins à une seule contrainte de ce type est appelé non holonome. Les contraintes non holonomes réduisent la mobilité du système

## ***Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques***

mécanique d'une façon complètement différente par rapport aux contraintes holonomes. Pour bien illustrer ces notions, nous considérons un robot soumis à une seule contrainte de Pfaff :

$$\mathbf{a}^T(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0. \quad (1.8)$$

Si la contrainte est holonome, elle peut être intégrée et écrite comme :

$$h(\mathbf{q}) = c, \quad (1.9)$$

où  $\partial h / \partial \mathbf{q} = \gamma(\mathbf{q}) \mathbf{a}^T(\mathbf{q})$ , avec  $\gamma(\mathbf{q}) \neq 0$  un facteur d'intégration et  $c$  une constante d'intégration. Par conséquent, il y a une perte de l'accessibilité dans l'espace de configuration.

Supposons maintenant que la contrainte (1.8) est non holonome. Dans ce cas, les vitesses généralisées sont en effet contraints d'appartenir à un sous-espace de dimension  $n-1$ . Néanmoins, le fait que la contrainte est non-intégrable signifie qu'il n'y a pas de perte de l'accessibilité en  $C$  pour le système. En d'autres termes, le nombre de coordonnées généralisées ne peut être réduit, même pas au niveau local. Pour un système mécanique à  $n$  dimensions qui est soumis à  $k$  contraintes non holonomes, son espace de configuration  $C$  est entièrement accessible, mais ses vitesses généralisées à n'importe quelle configuration doivent appartenir à un sous-espace de dimension  $(n - k)$ .

### **1.3.3 Roulement sans glissement**

La locomotion à l'aide de roues exploite la friction au contact entre roue et sol. Pour cela, la nature du contact (régularité, matériaux en contact) a une forte influence sur les propriétés du mouvement relatif de la roue par rapport au sol. Dans de bonnes conditions, il y a roulement sans glissement (r.s.g) de la roue sur le sol, c'est-à-dire que la vitesse relative de la roue par rapport au sol au point de contact est nulle. Théoriquement, pour vérifier cette condition, il faut réunir les hypothèses suivantes :

- le contact entre la roue et le sol est ponctuel.
- les roues sont indéformables, de rayon  $r$ .

En pratique le contact se fait sur une surface, ce qui engendre bien évidemment de légers glissements. De même, alors qu'il est raisonnable de dire que des roues pleines sont indéformables, cette hypothèse est largement fautive avec des roues équipées de pneus. Malgré cela, on supposera toujours qu'il y a r.s.g et, par ailleurs, que le sol est parfaitement plan [Bay 10].

Considérons une roue qui roule sans glissement sur un plan horizontal (figure 1.4). Sa configuration est décrite par trois coordonnées généralisées : les coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  du point de contact avec le sol, mesurée dans un repère de référence fixe, et l'angle  $\theta$  qui caractérise l'orientation de la roue par rapport à l'axe  $x$ . Le vecteur de configuration est donc  $\mathbf{q} = [x \ y \ \theta]^T$ .

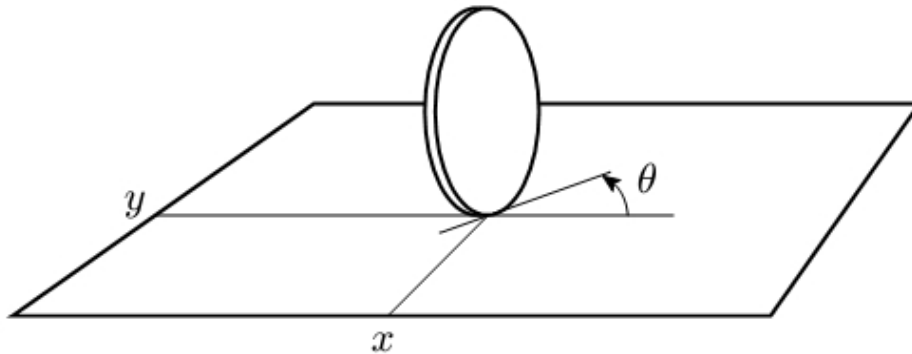


Figure 1.4 Roulement sans glissement d'une roue sur le sol.

La contrainte du roulement sans glissement de la roue est exprimée sous la forme de Pfaff par [Sic 09]:

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = [-\sin \theta \cos \theta 0] \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (1.10)$$

L'équation précédente, caractérisant le r.s.g. d'une roue sur le sol, est une contrainte non holonome.

### 1.4 Les grandes classes de robots mobiles

Bien évidemment, pour un ensemble de roues donné, toute disposition ne conduit pas à une solution viable. Un mauvais choix peut limiter la mobilité du robot ou occasionner d'éventuels blocages. Par exemple, un robot équipé de deux roues fixes non parallèles ne pourrait pas aller en ligne droite! Pour qu'une disposition de roues soit viable et n'entraîne pas de glissement des roues sur le sol, il faut qu'il existe pour toutes ces roues un unique point de vitesse nulle autour duquel tourne le robot de façon instantanée. Ce point, lorsqu'il existe, est appelé centre instantané de rotation (CIR). Les points de vitesse nulle liés aux roues se trouvant sur leur axe de rotation, il est donc nécessaire que le point d'intersection des axes de rotation des différentes roues soit unique. Pour cette raison, il existe en pratique trois principales catégories de robots mobiles à roues, que l'on va présenter maintenant.

### **1.4.1 Robots mobiles de type unicycle :**

On désigne par unicycle ou véhicule à roues différentielles un robot actionné par deux roues fixes avec un axe de rotation commun, et possédant éventuellement un certain nombre de roues folles, généralement plus petits, assurant l'équilibre statique du robot. Le schéma des robots de type unicycle est donné à la figure 1.5. Les deux roues fixes sont commandées séparément par différentes valeurs de vitesse angulaire qui peut être arbitrairement imposée, par contre la roue folle est passive. Un tel robot peut tourner sur place (i.e sans déplacer le centre de l'axe des roues) à condition que les vitesses angulaires des deux roues soient égales et opposées. Par contre, si les vitesses des deux roues sont égales et dans la même direction, alors le robot se déplace en ligne droite. L'utilisation de ces deux seuls modes de locomotion, bien que limitée, permet de découpler les mouvements et de fournir une solution simple pour amener le robot d'une posture à une autre. C'est sans doute là une des raisons du succès de ce type de robots [Bay 10].

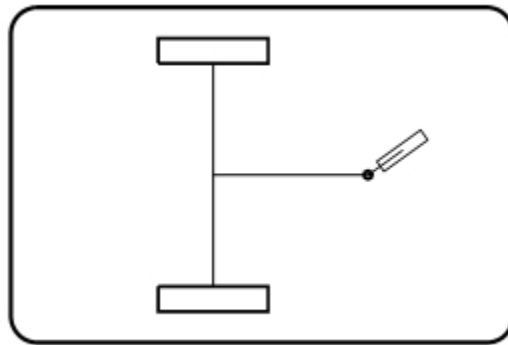


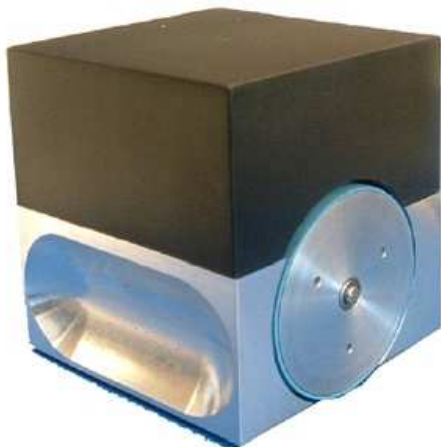
Figure 1.5 Robot mobile de type unicycle (à roues différentielles).



Hilare, LAAS-CNRS, Toulouse, 1977  
[Gir84]



Pioneer P3-DX, ActiveMedia Robotics, 2004  
[Act 04]



Miabot, Merlin Robotics, 2006  
[Mer 06]



Khepera II, K-team, EPFL, Lausanne, 2002  
[K-t 02]

Figure 1.6 Evolution des robots mobiles de type unicycle.

Dans La figure 1.6, nous présentons quatre exemples de robots de type unicycle, depuis Hilare [Gir 84], en 1977, jusqu'aux modèles actuels, qui, à l'instar du robot Khepera [K-t 02], tendent parfois vers l'extrême miniaturisation.

### Modèle cinématique :

Le Centre instantané de rotation (CIR) du robot est un point de l'axe de rotation des roues motrices. Le rayon de courbure  $\rho$  de la trajectoire du robot est défini comme la distance entre le CIR et l'origine  $O'$  (figure 1.7). Soit  $L$  l'entre-axe et  $\omega$  la vitesse de rotation du robot autour du CIR. Alors les vitesses des roues droite et gauche, respectivement notées  $V_d$  et  $V_g$  et définies à la figure 1.7, vérifient :

$$V_d = -r\dot{\phi}_d = (\rho + L)\omega \quad (1.11)$$

$$V_g = r\dot{\phi}_g = (\rho - L)\omega \quad (1.12)$$

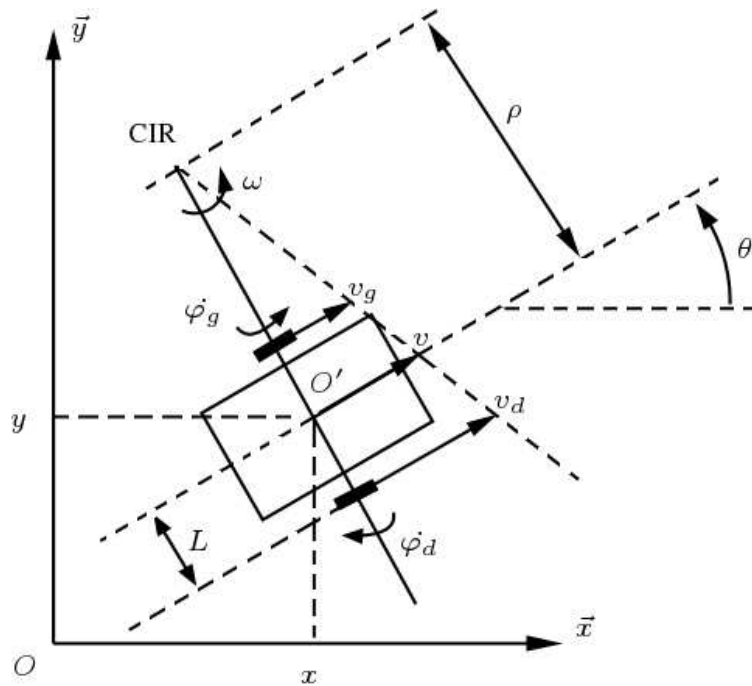


Figure 1.7 Centre instantané de rotation d'un robot de type unicycle.

A partir des deux équations précédentes, on peut exprimer le rayon de courbure  $\rho$  et la vitesse angulaire  $\omega$  en fonction des vitesses angulaires des roues :

$$\rho = L \frac{\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_g}{\dot{\phi}_d + \dot{\phi}_g} \quad (1.13)$$

$$\omega = -r \frac{(\dot{\phi}_d + \dot{\phi}_g)}{2L} \quad (1.14)$$

## ***Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques***

Ces équations expliquent deux propriétés particulières du mouvement des robots de type unicycle : si  $\dot{\varphi}_d = -\dot{\varphi}_g$  le robot se déplace en ligne droite ; si  $\dot{\varphi}_d = \dot{\varphi}_g$ , alors le robot effectue une rotation sur lui-même.

La commande de ce type de robot est donnée, au plus bas niveau, par les vitesses de rotation des roues ( $\dot{\varphi}_d, \dot{\varphi}_g$ ). Cependant, cette commande est généralement exprimée par la vitesse longitudinale du robot et sa vitesse de rotation autour du CIR ( $V, \omega$ )[Dud 00]:

$$V = \frac{v_d + v_g}{2} = r \frac{(\dot{\varphi}_g - \dot{\varphi}_d)}{2} \quad (1.15)$$

$$\omega = \dot{\theta} = -r \frac{(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_g)}{2L} \quad (1.16)$$

La relation entre la dérivée de la posture  $(\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta})^T$  et la commande  $u = (v \ \omega)^T$  est donnée par les équations suivantes :

$$\dot{x} = v \cos \theta \quad (1.17)$$

$$\dot{y} = v \sin \theta \quad (1.18)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (1.19)$$

A partir des équations (1.17) et (1.18) on peut déterminer la relation suivante:

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (1.20)$$

Ce qui fait apparaître la non-holonomie du mobile. Le modèle cinématique du robot est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

### **1.4.2 Robots mobiles de type tricycle et de type voiture**

Un robot de type tricycle est constitué de deux roues arrière fixes de même axe et d'une roue avant centrée orientable placée sur l'axe longitudinal du robot (figure 1.8). Le mouvement est conféré au robot par deux actions : la vitesse longitudinale et l'orientation de la roue orientable. De ce point de vue, il est donc très proche d'une voiture. C'est d'ailleurs pour cela que l'on étudie le tricycle, l'intérêt pratique de ce type de robot restant limité.

Les roues fixes sont actionnées par un moteur unique qui contrôle leur traction, la répartition du couple de traction sur les deux roues doit les permettre de se déplacer avec des vitesses différentes. La roue orientable est également actionnée par un autre moteur qui modifie son orientation, agissant alors comme un dispositif de direction. Cependant, on peut réaliser un robot tricycle en utilisant deux roues arrière passives et une roue avant active et orientable.

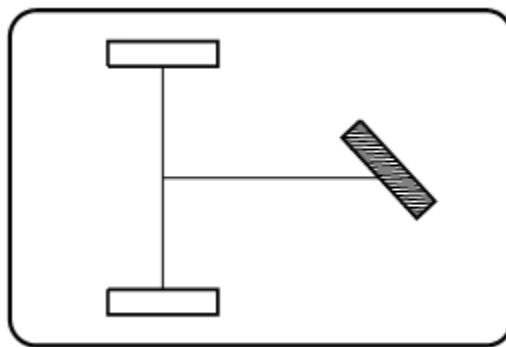


Figure 1.8 Robot mobile de type tricycle.

Faire naviguer une voiture de manière autonome est l'un des grands défis issus de la robotique mobile. En effet, le cas du robot de type voiture est très similaire à celui du tricycle. La différence se situe au niveau du train avant, qui comporte deux roues au lieu d'une, comme illustrée à la Figure 1.9.

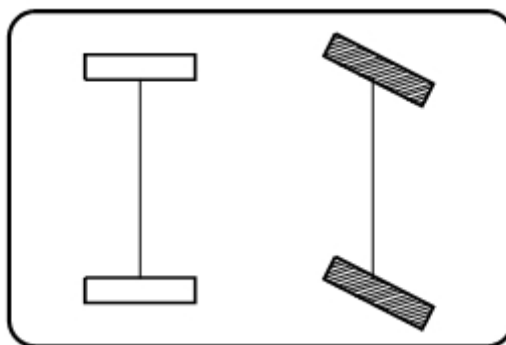


Figure 1.9 Robot mobile de type voiture.



(a)



(b)

Figure 1.10 Projets de voitures autonomes : (a) La voiture Stanley développée par l'équipe de l'université Stanford, (b) La voiture Highlander développée par l'équipe Rouge de l'Université Carnegie Mellon.

## Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques

Dans le but de développer des véhicules autonomes, le DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) a lancé un grand challenge (Octobre 2005) qui consiste à parcourir plus de 200 km de désert en moins de 10 heures et de façon entièrement autonome. Cette compétition a été remportée par l'équipe de l'université de Stanford avec son véhicule *Stanley* (figure 1.10.a) [Thr 06]. Un autre concurrent développé par l'équipe Rouge de l'Université Carnegie Mellon est illustré également à la figure 1.10.b.

### Modèle cinématique :

Le CIR du robot tricycle est le point d'intersection entre l'axe des roues fixes et l'axe de la roue orientable, comme illustrée à la figure 1.11. L'équivalence entre tricycle et voiture est facile à montrer. Il suffit pour cela de figurer une roue virtuelle qui transformerait un robot de type voiture en tricycle en plaçant la roue orientable du tricycle au centre de l'axe des roues avant de la voiture, orientée de sorte que le CIR reste inchangé [Bay 10].

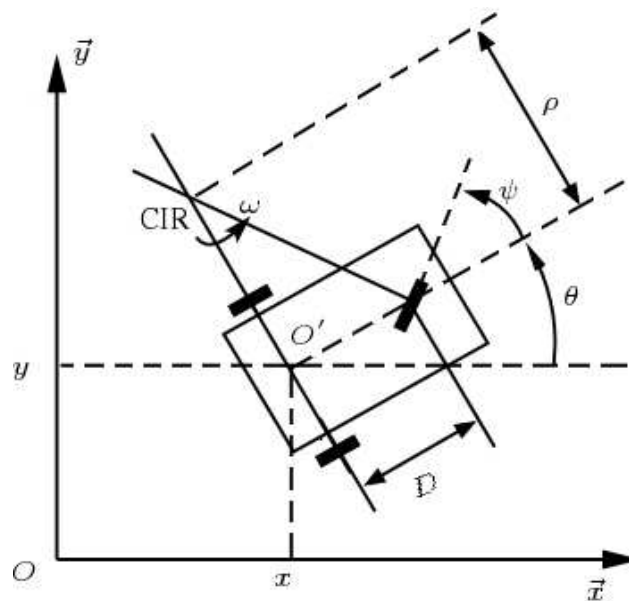


Figure 1.11 Centre instantané de rotation d'un robot de type tricycle.

Soit  $\psi$  l'angle d'orientation de la roue orientable,  $V$  la vitesse linéaire du véhicule et  $D$  la distance entre le point  $O'$  et le centre de la roue orientable. Le rayon de courbure  $\rho$  et la vitesse angulaire  $\omega$  sont donnés par :

$$\rho = \frac{D}{\tan \psi} \quad (1.22)$$

$$\omega = \frac{V}{D} \tan \psi \quad (1.23)$$

## Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques

Ce type de robot peut se diriger en ligne droite pour  $\psi = 0$  et théoriquement tourner sur place pour  $\psi = \pi/2$ . Néanmoins, le rayon de braquage de la roue orientable, généralement limité, impose le plus souvent des valeurs de  $\psi$  telles que  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ , interdisant cette rotation du robot sur lui-même.

La configuration du robot de type tricycle est définie par le vecteur  $q = (x \ y \ \theta \ \psi)^T$ , ainsi le modèle cinématique de ce robot est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ \frac{\tan \psi}{D} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \eta \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

où  $u = (V \ \eta)^T$  est le vecteur de commande cinématique,  $\eta$  représentant la vitesse d'orientation de la roue orientable.

### 1.4.3 Robots mobiles omnidirectionnels

Contrairement aux cas précédents, un robot omnidirectionnel se caractérise par sa capacité de se déplacer instantanément dans n'importe quelle direction cartésienne, comme il peut tourner sur place. D'un point de vue cinématique on montre que cela n'est pas possible avec des roues fixes ou des roues centrées orientables [Cam 96]. Cependant, Ce type de robot peut être réalisé en utilisant des roues décentrées orientables ou des roues suédoises (figure 1.12).

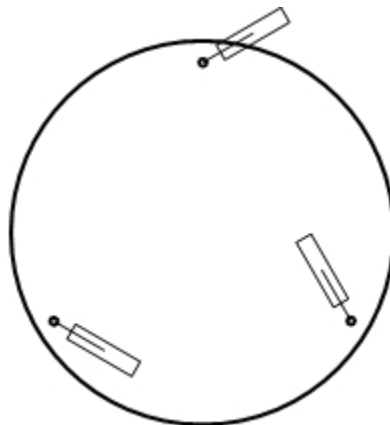


Figure 1.12 Robot mobile omnidirectionnel à trois roues décentrées orientables.

### Modèle cinématique :

Dans ce cas, la commande est représentée par le vecteur  $u = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T$  et le modèle cinématique du robot est donné par :

$$\dot{x} = u_1, \quad (1.25)$$

$$\dot{y} = u_2, \quad (1.26)$$

$$\dot{\theta} = u_3, \quad (1.27)$$

On choisit ainsi généralement ce type de robot pour se dispenser des problèmes de planification et de commande liés à la non holonomie. L'avantage d'une cinématique extrêmement simple est cependant à mettre en balance avec les inconvénients liés à une localisation odométrique déficiente et à une plus grande complexité mécanique, généralement responsable d'un surcoût. On citera pour mémoire le cas du XR4000 Nomadic représenté à la figure 1.13, disparu en 2000.



Figure 1.13 Robot mobile omnidirectionnel Nomadic XR4000.

Un véhicule équipé de quatre roues suédoises montées en paires sur deux axes parallèles est également omnidirectionnel. Dans ce cas, chaque roue est actionnée par un moteur séparé. La figure 1.14 présente le robot Uranus réalisé à l'université Carnegie-Mellon [Ura 85]. Un déplacement latéral Peut être effectué en actionnant une paire de roues situées

## ***Chapitre 1 : Robots Mobiles à Roues et leurs Contraintes Cinématiques***

---

en diagonale (par exemple, la roue avant droite et la roue arrière gauche) dans la même direction et l'autre paire de roues dans la direction opposée.



Figure 1.14 Robot mobile Uranus: un robot omnidirectionnel à quatre roues suédoise.

### **1.5 Conclusion**

Le nombre de réalisations possibles des robots mobiles à roues est presque infini, et il varie en fonction du nombre, de type, d'implémentation, de caractéristiques géométriques, et de motorisation des roues.

Dans ce chapitre nous avons présenté les types de robots les plus couramment utilisés dans les applications pratiques, ainsi leurs modèles cinématiques et quelques exemples correspondant à ces robots.

Nous avons également analysé les contraintes cinématiques résultant des conditions de roulement sans glissement des roues sur le sol. La nature de ces contraintes est en général non holonome et par conséquent la mobilité locale des robots mobiles soumis à ces contraintes est toujours réduite. Par exemple, un robot de type voiture ne peut pas se déplacer instantanément dans une direction parallèle à l'axe de ses roues arrière. Pour atteindre les configurations correspondantes à ce déplacement, le robot est obligé d'effectuer quelques manœuvres.

## **Chapitre 2 :**

# L'espace de Configurations

### 2.1 Introduction

La planification de chemin est très dépendante de la forme et des dimensions du robot. Ainsi un espace de type couloir ou porte ne peut être franchi que si les dimensions du robot, relativement à l'espace libre, le permettent. De même certaines zones de l'espace libre sont atteignables uniquement pour un ensemble d'orientations bien définies du mobile. Ainsi l'utilisation de l'espace libre à des fins de planification n'est pas suffisante pour la recherche de chemins d'un robot non ponctuel [Pru 96].

Dans ce chapitre, nous introduisons le concept de l'espace de configurations, l'un des concepts les plus importants dans la planification de trajectoires des robots mobiles. Son principe consiste à représenter dans cet espace chaque configuration possible du robot par un point unique. Ainsi tous les obstacles physiques de l'espace de travail doivent être modifiés dans cet espace afin d'éviter la collision entre le robot et ces obstacles. Dans ce cas, le problème de planification des mouvements d'un objet complexe est équivalent à un problème de planification des mouvements d'un point.

### 2.2 Configuration d'un robot

Nous considérons un objet rigide  $A$  (le robot) se déplaçant dans un espace de travail physique  $\mathcal{W}$  (figure 2.1). Ce dernier est un espace euclidien de dimension  $n$ ,  $\mathbb{R}^n$ , où  $n = 2$  ou  $3$ . Nous considérons un repère de coordonnées cartésiennes lié à cet espace de travail et noté  $F_w$ . Un repère mobile  $F_A$  est attaché au robot  $A$  de sorte que chaque point dans le robot a des coordonnées fixes dans  $F_A$ . Les origines de  $F_w$  et  $F_A$  sont désignés par  $O_w$  et  $O_A$ , respectivement.  $O_A$  est appelé le point de référence de  $A$ .

Strictement parlant,  $\mathcal{W}$  est un "espace physique", tandis que  $\mathbb{R}^n$  est un "espace mathématique" représentant le premier. Cependant, nous ne pourrions pas faire cette distinction dans ce qui suit et nous allons utiliser la même notation  $\mathcal{W}$  pour désigner les deux espaces.

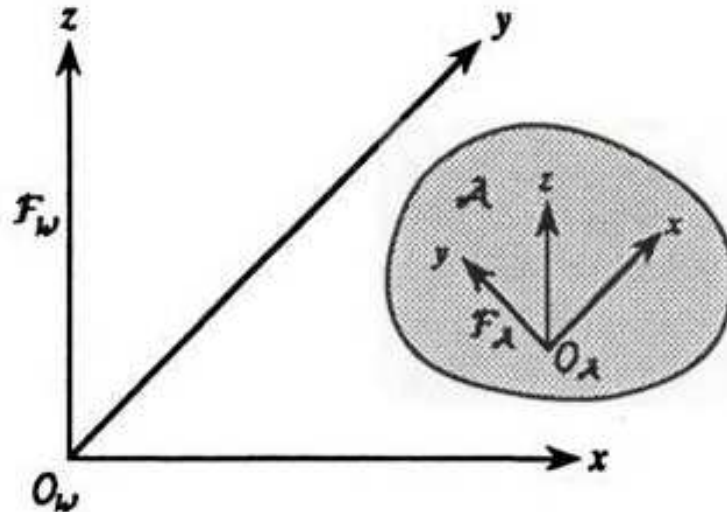


Figure 2.1 Le robot  $A$  se déplace dans un espace de travail  $W = \mathbb{R}^n$ . La configuration du  $A$  spécifie la position et l'orientation du repère  $F_A$  par rapport au repère  $F_W$ .

L'espace de configuration de  $A$  est défini comme suit:

**Définition 1:** Une configuration  $q$  du robot  $A$  est une spécification de la position et de l'orientation de  $F_A$  par rapport à  $F_W$ . L'espace de configuration (ou C-espace) de  $A$  est l'espace  $C$  de toutes les configurations possibles de  $A$  [Loz 83]. Ainsi, une configuration est tout simplement un point dans cet espace de configuration abstrait. Une configuration unique de  $C$  arbitrairement choisie est appelée configuration de référence de  $A$ , elle est désignée par  $q_{réf}$ .

L'espace de configuration  $C$  est intrinsèquement indépendant du choix des repères  $F_W$  et  $F_A$ . Seule la représentation de  $C$  dépend de ces repères [Lat 91]. Le nombre de degrés de liberté du robot est la dimension de l'espace de configuration, ou le nombre minimum de paramètres nécessaires pour spécifier la configuration.

Le sous-ensemble de  $W$  occupé par  $A$  à la configuration  $q$  est notée  $A(q)$ . Un point  $a$  du robot  $A$  est notée  $a(q)$  dans  $W$  lorsque  $A$  est à la configuration  $q$ . Ainsi, pour deux configurations  $q$  et  $q'$ ,  $a(q)$  et  $a(q')$  sont au même point dans  $A$ , mais en général, ne se coïncident pas dans  $W$ .

En général, si  $k$  est une entité géométrique (par exemple un point, un vecteur, un ensemble de points) dans  $A$ ,  $k(q)$  désigne le même élément dans  $W$  lorsque  $A$  est à la configuration  $q$ .

Il est parfois commode d'interpréter une configuration comme une transformation du corps rigide, c'est à dire une transformation qui préserve la distance et l'orientation. La transformation  $TRq$  correspondant à la configuration  $q$  dans  $C$  oriente et translate  $A(q_{réf})$

vers  $A(q)$ , nous pouvons écrire  $TRq(A(q_{réf})) = A(q)$ , où  $TRq(k)$  désigne le résultat de l'application de  $TRq$  à l'entité géométrique  $k$ . Autrement dit, pour tout  $q \in C$ , il existe une rotation  $r$  et une translation  $t$  uniques, tels que  $TRq = t \circ r$ , où  $t \circ r$  désigne la composition des applications  $t$  et  $r$ , avec  $r$  appliquée en premier.  $TRq$  est une application continue de  $W$  sur lui-même.

Pour illustrer ces définitions, nous considérons un robot mobile circulaire qui peut se translater sans rotation dans le plan. Une façon simple de représenter la configuration du robot est de spécifier l'emplacement de son centre  $(x, y)$  par rapport au repère fixe  $F_w$ . Si nous avons la valeur de rayon  $r$  du robot, nous pouvons facilement déterminer à partir de la configuration  $q = (x, y)$  l'ensemble des points occupés par le robot. Nous utilisons la notation  $A(q)$  pour désigner cet ensemble.

$$A(x, y) = \{(x', y') \mid (x - x')^2 + (y - y')^2 \leq r^2\} \quad (2.1)$$

Nous voyons que ces deux paramètres,  $x$  et  $y$ , sont suffisants pour déterminer complètement la configuration du robot circulaire, et nous pouvons représenter l'espace de configuration par  $\mathbb{R}^2$ . Par conséquent, l'espace de travail et l'espace de configurations sont deux espaces euclidiens à deux dimensions, mais il est important de garder à l'esprit que ce sont des espaces différents. Cela devient évident lorsqu'on considère des robots un peu plus complexes.

### 2.3 Exemple d'espaces de configurations

Dans la plupart des cas, nous pouvons modéliser les robots comme des corps rigides, des chaînes articulées, ou des combinaisons de ces deux. Notons que l'ensemble de toutes les matrices de rotation du robot forme un groupe appelé *groupe des rotations* ou *groupe spécial orthogonal*  $SO(m)$  ( $m = 2, 3$ ).

Quelques exemples d'espaces de configuration sont présentés ci-dessous :

- La configuration d'un robot mobile polygonal dans  $W = \mathbb{R}^2$  est décrite par la position d'un point représentatif sur le corps (par exemple un sommet) et par l'orientation du polygone. Ces deux paramètres sont exprimés par rapport au repère de référence fixe  $F_w$ . L'espace de configurations  $C$  est alors  $SE(2) = \mathbb{R}^2 \times SO(2)$  (ou  $\mathbb{R}^2 \times S^1$ ) dont la dimension est  $n = 3$  (notons que  $SO(2) = S^1$  est le cercle unité).
- Pour un robot mobile polyédrique dans  $W = \mathbb{R}^3$ , l'espace de configuration  $C$  est  $\mathbb{R}^3 \times SO(3)$  dont la dimension est  $n = 6$ .
- Pour un manipulateur planaire à base fixe avec  $n$  articulations rotoïdes, l'espace de configuration est un sous-ensemble de  $(\mathbb{R}^2 \times SO(2))^n$ . La dimension de  $C$  est égale à la dimension de  $(\mathbb{R}^2 \times SO(2))^n$  moins le nombre de contraintes dues à la présence des

## Chapitre 2 : L'espace de Configurations

---

articulations, c'est-à-dire  $3n - 2n = n$ . En fait, dans une chaîne cinématique planaire, chaque articulation impose deux contraintes holonomes sur le corps suivant.

➤ Pour un manipulateur spatial à base fixe avec  $n$  articulations rotoïdes, l'espace de configuration est un sous-ensemble de  $(\mathbb{R}^3 \times SO(3))^n$ . Puisque dans ce cas, chaque articulation impose cinq contraintes sur le corps suivant, la dimension de  $\mathcal{C}$  est  $6n - 5n = n$ .

➤ Pour un véhicule de type unicycle avec une remorque dans  $\mathbb{R}^2$ , l'espace de configuration est un sous-ensemble de  $(\mathbb{R}^2 \times SO(2)) \times (\mathbb{R}^2 \times SO(2))$ . Si la remorque est connectée au véhicule par une articulation rotoïde, la configuration du robot peut être décrite par la position et l'orientation de l'unicycle et de l'orientation de la remorque. La dimension de  $\mathcal{C}$  est donc  $n = 4$ .

Lors de la conception d'un planificateur de trajectoires, il est souvent important de comprendre la structure sous-jacente de l'espace de configuration du robot. En particulier, nous notons les remarques suivantes.

- $S^1 \times S^1 \times \dots \times S^1$  ( $n$  fois)  $= T^n$ , le tore à  $n$  dimensions
- $S^1 \times S^1 \times \dots \times S^1$  ( $n$  fois)  $\neq S^n$ , la sphère à  $n$  dimensions dans  $\mathbb{R}^{n+1}$
- $S^1 \times S^1 \times S^1 \neq SO(3)$
- $SE(2) \neq \mathbb{R}^3$
- $SE(3) \neq \mathbb{R}^6$

Il est parfois important de noter que les espaces  $S^n$ ,  $T^n$ , et  $SO(n)$  sont tous compacts, et leurs produits directs sont aussi compacts. Les espaces  $\mathbb{R}^n$  et  $SE(n)$  ne sont pas compacts, et donc  $\mathbb{R}^n \times M$  n'est pas compact, quelque soit la nature de l'espace  $M$  [Cho 05].

Malgré leurs différences, tous ces espaces de configuration ont une similitude importante.

- $\mathbb{R}^1$  et  $SO(2)$  sont des espaces unidimensionnelles;
- $\mathbb{R}^2$ ,  $S^2$  et  $T^2$  sont des espaces à deux dimensions;
- $\mathbb{R}^3$ ,  $SE(2)$  et  $SO(3)$  sont des espaces à trois dimensions;
- $\mathbb{R}^6$ ,  $T^6$  et  $SE(3)$  sont des espaces à six dimensions.

## Chapitre 2 : L'espace de Configurations

Ainsi, par exemple, tous les espaces  $\mathbb{R}^3$ ,  $SE(2)$  et  $SO(3)$  peuvent être représentés localement par un ensemble de trois coordonnées.

**Remarque** Si  $n$  est la dimension de  $C$ , une configuration dans  $C$  peut être décrite par le vecteur  $q \in \mathbb{R}^n$ . Cependant, cette description n'est valable que localement: la structure géométrique de l'espace de configuration  $C$  est en général plus complexe que celle d'un espace euclidien, comme le montre l'exemple suivant :

### Exemple d'un bras manipulateur planaire :

Considérons un bras manipulateur à deux articulations rotoïdes, comme le montre la figure 2.2. Un point sur le premier lien du bras est épinglé, de sorte que le seul mouvement possible du premier lien est la rotation autour de son articulation. De même la base du deuxième lien est épinglée à un point se trouvant à l'extrémité du premier lien, et le seul mouvement possible du deuxième lien est la rotation autour de cette deuxième articulation. Par conséquent, la configuration du bras manipulateur est représentée par deux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , comme illustré à la figure 2.2. Nous supposons qu'il n'y a pas de limitations sur les articulations, donc les deux liens peuvent se déplacer chacun par rapport à l'autre.

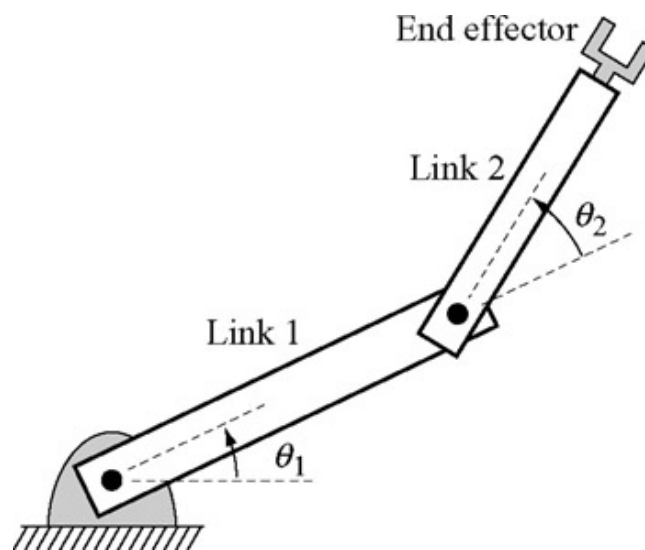


Figure 2.2 La configuration du bras manipulateur à deux articulations est représentée par deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

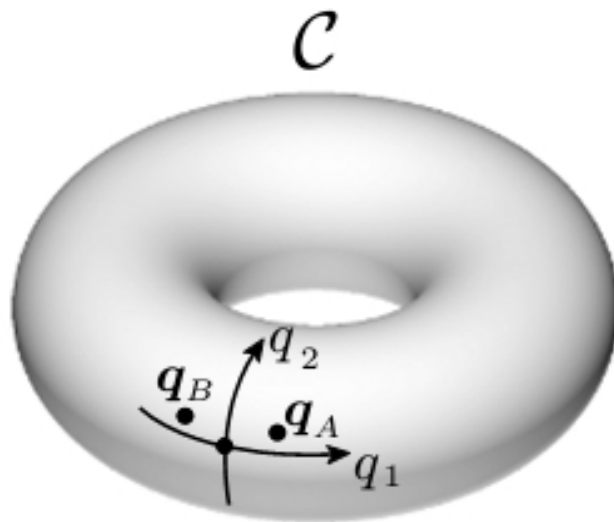
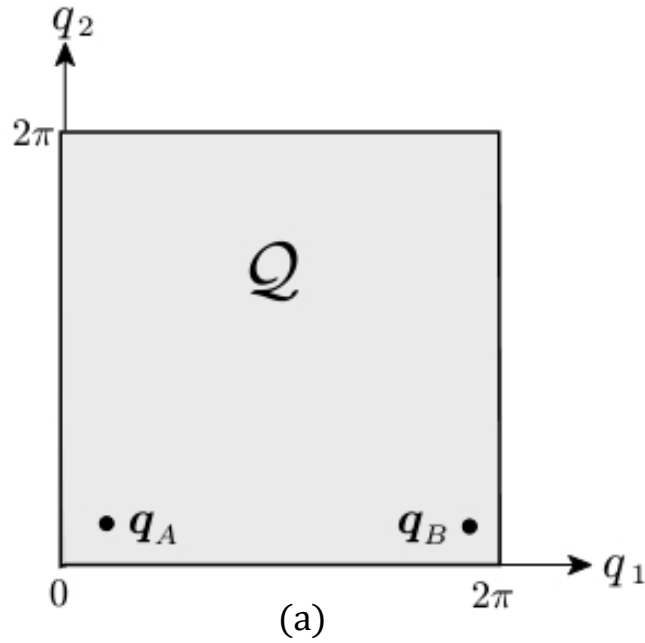


Figure 2.3 L'espace de configuration d'un bras manipulateur 2R; (a) : une représentation localement valide en tant que sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$ , (b) : une représentation topologiquement correcte d'un tore à deux dimensions.

Chaque angle d'articulation  $\theta_i$  correspond à un point sur le cercle unité  $S^1$  ( $SO(2)$ ), et l'espace de configurations est de deux dimensions, et peut être représenté localement le sous-ensemble  $Q \subset \mathbb{R}^2$ , tel que :

$$Q = \{q = (q_1, q_2) : q_1 = \theta_1 \in [0, 2\pi[, q_2 = \theta_2 \in [0, 2\pi[ \} \quad (2.2)$$

## Chapitre 2 : L'espace de Configurations

Cela garantit que la représentation est injective, c'est-à-dire que pour chaque posture du manipulateur, il existe une seule configuration  $q$  correspondant à cette posture. Cependant, cette représentation n'est pas topologiquement correcte : par exemple, les configurations notées  $q_A$  et  $q_B$  dans la Figure 2.3.a qui correspondent à des postures du manipulateur "proches" dans l'espace de travail  $W$ , semblent être "loin" dans l'espace  $Q$ . Pour prendre cela en compte, on devrait "plier" le carré  $Q$  sur lui-même (de façon à permettre aux chaque deux côtés opposés de se correspondre). Cette procédure génère un tore qui peut être vu comme une surface à deux dimensions immergée dans  $\mathbb{R}^3$  (Figure 2.3.b). L'expression correcte de cet espace est :  $SO(2) \times SO(2)$  [Sic 09].

Nous rappelons que l'espace de travail d'un bras manipulateur à deux articulations est défini comme l'ensemble des points accessibles par l'effecteur. Cet espace de travail est représenté par un anneau (figure 2.4), qui est un sous-ensemble de  $\mathbb{R}^2$ . Tous les points à l'intérieur de l'anneau sont accessibles par le bras manipulateur de deux façons, soit dans une configuration bras-droit, soit dans une configuration bras-gauche, parfois appelé le coude vers le haut et le coude vers le bas. Par conséquent, la position de l'effecteur n'est pas une configuration valide (n'est pas une description complète de l'emplacement de tous les points du robot), donc l'anneau n'est pas un espace de configurations pour ce robot [Cho 05].

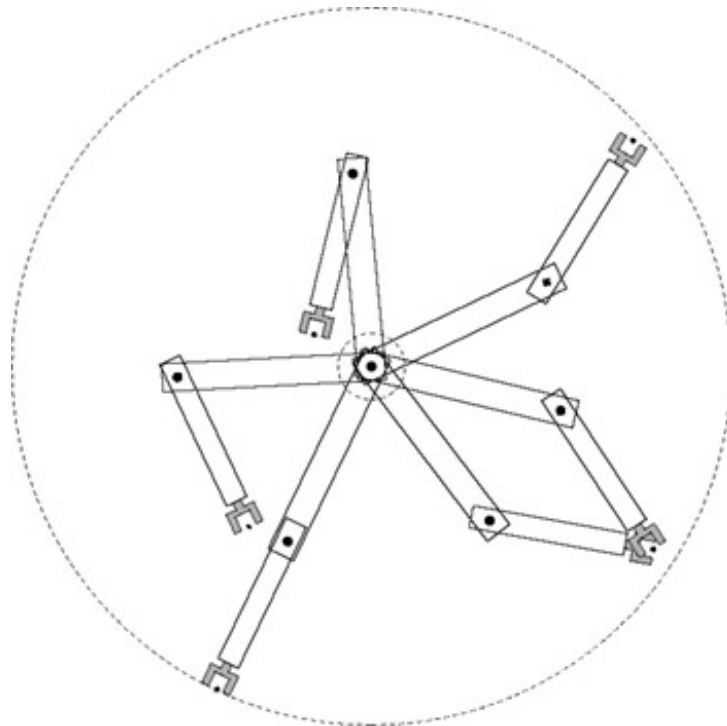


Figure 2.4 L'espace de travail pour un bras manipulateur à deux articulations.

### 2.4 Distance euclidienne

Après avoir discuté la nature de l'espace de configurations du robot, il est utile de définir une fonction de distance en  $C$ . Soit  $q$  une configuration quelconque du robot  $A$ , soit  $A(q)$  le sous-ensemble de l'espace de travail  $W$  occupé par le robot  $A$ , et soit  $p(q)$  la position dans  $W$  d'un point  $p$  sur  $A$ . La distance entre deux configurations  $q_1$  et  $q_2$  converge vers zéro lorsque les deux régions  $A(q_1)$  et  $A(q_2)$  ont tendance à se coïncider. Une définition qui satisfait cette propriété est :

$$d_1(q_1, q_2) = \max_{p \in A} \| p(q_1) - p(q_2) \| \quad (2.3)$$

où les  $\| \cdot \|$  désigne la distance euclidienne dans  $W = \mathbb{R}^n$ .

Cependant, l'utilisation de la fonction  $d_1$  est lourde (en termes de calcul) car elle nécessite la caractérisation du volume (ou la surface si  $n = 2$ ) occupé par le robot dans les deux configurations et le calcul de la distance maximale, dans  $W$ , entre les points correspondants. Pour des raisons algorithmiques, la norme euclidienne simple, est souvent choisie comme une distance dans l'espace de configurations :

$$d_2(q_1, q_2) = \| q_1 - q_2 \| \quad (2.4)$$

Néanmoins, il faut garder à l'esprit que cette définition ne convient que lorsque  $C$  est un espace euclidien. Dans l'exemple précédent du bras manipulateur, il est facile de remarquer que, contrairement à  $d_1(q_A, q_B)$ , la norme euclidienne  $d_2(q_A, q_B)$  ne représente pas correctement la distance sur le tore.

### 2.5 Obstacles et l'espace de configurations

Après avoir défini les notions de configurations et d'espaces de configurations, nous pouvons définir le problème de planification du chemin comme la détermination d'une application continue,  $\tau : [0,1] \rightarrow C$ , de telle sorte qu'aucune configuration dans le chemin ne provoque une collision entre le robot et l'obstacle. Donc, il est nécessaire de construire les "images" des obstacles dans l'espace de configurations du robot.

Dans la suite, il est supposé que les obstacles sont fermés (c'est à dire, ils contiennent leurs limites). Etant donné un obstacle  $O_i$  ( $i = 1, \dots, P$ ) dans  $W$  ( $W = \mathbb{R}^2$  ou  $W = \mathbb{R}^3$ ), son image dans l'espace de configurations  $C$  est appelé C-obstacle et elle est définie comme :

$$CO_i = \{q \in C \mid A(q) \cap O_i \neq \emptyset\} \quad (2.5)$$

En d'autres termes,  $CO_i$  est le sous-ensemble de toutes les configurations  $q$  qui provoquent une collision (y compris les contacts simples) entre le robot  $A$  et l'obstacle

## Chapitre 2 : L'espace de Configurations

---

$O_i$  dans l'espace de travail. Comme  $O_i$  et  $A(q)$  sont des ensembles fermés dans  $W$ , la région obstacle  $CO_i$  est un ensemble fermé dans  $C$ . L'union de tous les C-obstacles est donné par :

$$CO = \bigcup_{i=1}^p CO_i \quad (2.6)$$

L'espace libre ou l'espace de configurations libre  $C_{free}$  est l'ensemble des configurations du robot qui n'engendrent pas de collision avec les obstacles :

$$C_{free} = C \setminus CO = C \setminus \left( \bigcup_{i=1}^p CO_i \right) = \left\{ q \in C : A(q) \cap \left( \bigcup_{i=1}^p CO_i \right) = \emptyset \right\} \quad (2.7)$$

Bien que  $C$  soit un espace connexe (Etant donné deux configurations arbitraires, il existe un chemin qui les relie), l'espace de configurations libre  $C_{free}$  peut être non connexe.

Comme  $C$  est un espace topologique et  $CO$  un ensemble fermé,  $C_{free}$  doit être un ensemble ouvert. Cela implique que le robot peut être arbitrairement proche des obstacles tout en restant dans  $C_{free}$ . Si  $A$  "touche"  $O$  :

$$int(O) \cap int(A(q)) = \emptyset \text{ et } O \cap A(q) \neq \emptyset, \quad (2.8)$$

Donc  $q \in CO$  (notons que *int* signifie l'intérieur). La condition ci-dessus indique que seules leurs frontières se croisent. Comme  $C_{free}$  est ouvert, il devient impossible de formuler quelques problèmes d'optimisation, comme la recherche du plus court chemin. Dans ce cas, l'espace fermé  $cl(C_{free})$  ( $cl(C_{free})$  désigne le contour de  $C_{free}$ ) devrait plutôt être utilisé [Lav 04].

Nous définissons un chemin libre comme une application continue  $\tau : [0,1] \rightarrow C_{free}$ , et un chemin semi-libre comme une application continue  $c : [0,1] \rightarrow cl(C_{free})$ . Un chemin libre ne provoque pas des contacts entre le robot et les obstacles, par contre un chemin semi-libre provoque des contacts entre le robot et la frontière d'un obstacle.

### 2.5.1 Définition du problème de planification de mouvement

Il est maintenant possible de donner une formulation plus compacte du problème de planification de mouvement. Le problème est conceptuellement illustré dans la figure 2.5 [Lav 04].

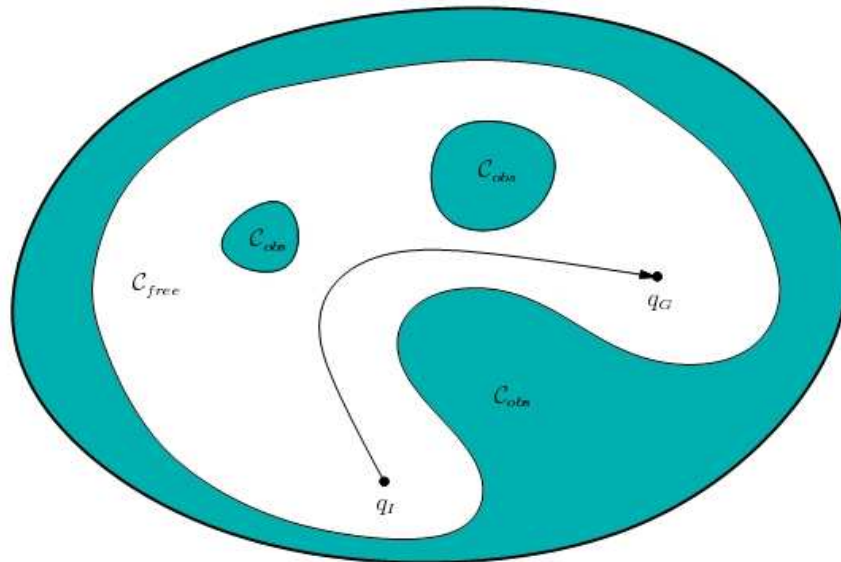


Figure 2.5 Le problème de planification de mouvement. La tâche consiste à trouver un chemin entre  $q_i$  et  $q_g$  dans  $C_{free}$ .

**Formulation** (problème du déménageur de piano)

1. Un environnement  $W$  dans lequel on a  $W = \mathbb{R}^2$  ou  $W = \mathbb{R}^3$ .
2. Une région d'obstacle  $O \subset W$  dans l'espace de travail.
3. Un robot est défini dans  $W$ . Il peut être un robot rigide  $A$  ou une collection de  $m$  liens,  $A_1, A_2, \dots, A_m$ .
4. L'espace de configurations  $C$  est déterminé en spécifiant l'ensemble de toutes les transformations possibles qui peuvent être appliquées au robot. De là,  $CO$  et  $C_{free}$  sont calculés.
5. Une configuration  $q_i \in C_{free}$ , représente la configuration initiale.
6. Une configuration  $q_g \in C_{free}$ , représente la configuration but (goal). Les deux configurations initiale et but sont représentées par  $(q_i, q_g)$ .
7. Un algorithme complet doit calculer un chemin continu,  $\tau : [0,1] \rightarrow C_{free}$ , telle que  $\tau(0) = q_i$  et  $\tau(1) = q_g$ . Ce chemin doit être sûr (sans collision) et doit appartenir à

la même composante connexe du  $C_{free}$ . Dans le cas contraire l'algorithme doit déclarer que ce chemin n'existe pas (un rapport d'échec).

### 2.5.2 Modélisation des C-obstacles

Il est important de comprendre comment construire une représentation de C-obstacle. Dans certains algorithmes, cela représente une première étape importante pour résoudre le problème. D'autres algorithmes, en particulier les algorithmes de planification basés sur l'échantillonnage, aident à comprendre pourquoi de telles constructions sont évitées à cause de leur complexité.

#### Somme et différence de Minkowski

Les obstacles et le mobile sont considérés comme étant définis par un ensemble de points. La modification des dimensions des obstacles par le mobile est réalisée par un traitement sur l'ensemble de ces points. Définissons la somme, la différence et le complément des ensemble A et B de  $\mathbb{R}^n$ .

$$A \oplus B = \{ a + b \mid a \in A, b \in B \} \quad (2.9)$$

$$A \ominus B = \{ a - b \mid a \in A, b \in B \} \quad (2.10)$$

$$\ominus A = \{ -a \mid a \in A \} \quad (2.11)$$

Ces sommes et différences sont appelées somme et différence de Minkowski. Nous pouvons noter les propriétés suivantes [Pru 96]:

- Si A est un ensemble singleton  $\{a\}$  alors  $a \oplus B = \{a\} \oplus B = A \oplus B$ .
- De même  $A \ominus B = A \oplus \{\ominus B\}$ .
- Notons également que  $A \oplus A \neq \{2a \mid a \in A\}$  et  $A \ominus A \neq \emptyset$
- mais que  $A \oplus B = B \oplus A$ .

Ces propriétés découlent du fait que les éléments a et b sont des vecteurs.

Dans [Loz 83] l'auteur montre que l'accroissement des obstacles par la dimension du robot pour une orientation donnée se définit par la différence de Minkowski entre les obstacles et le mobile lié au référentiel.

**Théorème :** Soit A l'ensemble des points liés au mobile,  $(A)_O$  l'ensemble des points liés au mobile dont un point particulier appelé point de référence est mené à l'origine du référentiel et O un ensemble de points représentant un obstacle :

## Chapitre 2 : L'espace de Configurations

---

$$CO = O \ominus (A)_0 \quad (2.12)$$

$CO$  représente l'obstacle  $C$  modifié par le mobile  $A$ . L'espace de configurations libre est défini par le complément des obstacles agrandis sur l'espace total.

Pour illustrer ces notions, il est utile d'examiner un exemple avec un obstacle unidimensionnel. Dans la figure 2.6, nous avons le robot  $A = [-1, 2]$  et la région obstacle  $O = [0, 4]$ , ce sont des intervalles dans un espace unidimensionnel,  $W = \mathbb{R}$ . La négation  $-A$  du robot est présentée par l'intervalle  $[-2, 1]$ . Enfin, en appliquant la somme de Minkowski entre  $O$  et  $-A$ , le  $C$ -obstacle correspondant est  $CO = [-2, 5]$ .

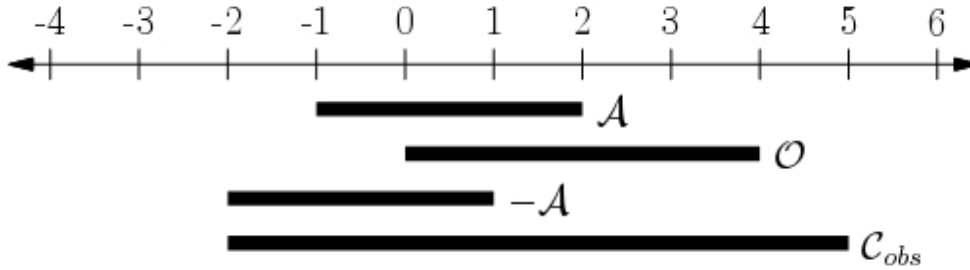


Figure 2.6 Un  $C$ -obstacle unidimensionnel.

La différence de Minkowski est souvent considérée comme un produit de convolution entre deux fonctions  $f$  et  $g$ . Pour un exemple unidimensionnel, ces fonctions sont définies comme suit:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\} \text{ telle que } f(x) = 1 \text{ si et seulement si } x \in O$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\} \text{ telle que } g(x) = 1 \text{ si et seulement si } x \in A.$$

Le produit de convolution entre  $f$  et  $g$  est défini par la fonction suivante :

$$h(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(x - \tau) d\tau \quad (2.13)$$

telle que  $h(x) > 0$  si  $x \in \text{int}(CO)$ , et  $h(x) = 0$  dans la cas contraire.

### 2.5.3 Exemples d'obstacles

Dans la suite, la procédure de construction des C-obstacles est présentée dans quelques cas représentatifs. Pour plus de simplicité, on suppose que les obstacles dans  $W$  sont soit des polygones, soit des polyèdres à trois dimensions.

#### 2.5.3.1 Robot point

Prenons le cas d'un robot point  $B$ . Dans ce cas, la configuration du robot est décrite par les coordonnées du point  $B$  dans l'espace de travail  $W = \mathbb{R}^n$  et l'espace de configuration  $C$  est une copie de  $W$ . De même, les C-obstacles sont des copies des obstacles dans  $W$ .

#### 2.5.3.2 Robot mobile circulaire

Si le robot est une sphère (Pour plus de simplicité, le terme "sphère" sera utilisé dans des espaces euclidiens de dimension arbitraire  $n$  à la place de  $n$ -sphère) dans  $W = \mathbb{R}^n$ , sa configuration peut être décrite par les coordonnées cartésiennes d'un point représentatif (de référence), par exemple son centre (notons que l'orientation de la sphère n'est pas importante pour la vérification de collision).

Par conséquent, comme dans l'exemple précédent, l'espace de configurations  $C$  est une copie de l'espace de travail  $W$ . Cependant, les C-obstacles ne sont plus de simples copies des obstacles dans  $W$ . En particulier, la limite de C-obstacle  $CO_i$  est le lieu des configurations qui engendrent un contact entre le robot et l'obstacle  $O_i$ . Par conséquent, pour construire  $CO_i$ , il suffit d'agrandir  $O_i$  isotropiquement (c.à.d. dans toutes les directions) par le rayon du robot. Si le point représentatif du robot est différent du centre de la sphère, la procédure précédente n'est pas isotrope [Sic 09].

Cette procédure est illustrée dans la Figure 2.7 pour le cas  $n = 2$  où un robot mobile circulaire  $A$  se trouve dans un environnement contenant un seul obstacle polygonal dans l'espace de travail  $W = \mathbb{R}^2$ . La courbe tracée par le point de référence représente la frontière du C-obstacle dans l'espace de configurations (figure 2.7 (b)).

La figure 2.7 (c) montre le C-obstacle résultant dans l'espace de configurations. La planification de mouvements pour le robot circulaire dans la figure 2.7 (a) est désormais équivalente à la planification de mouvements d'un point dans l'espace de configuration, comme le montre la figure 2.7 (c).

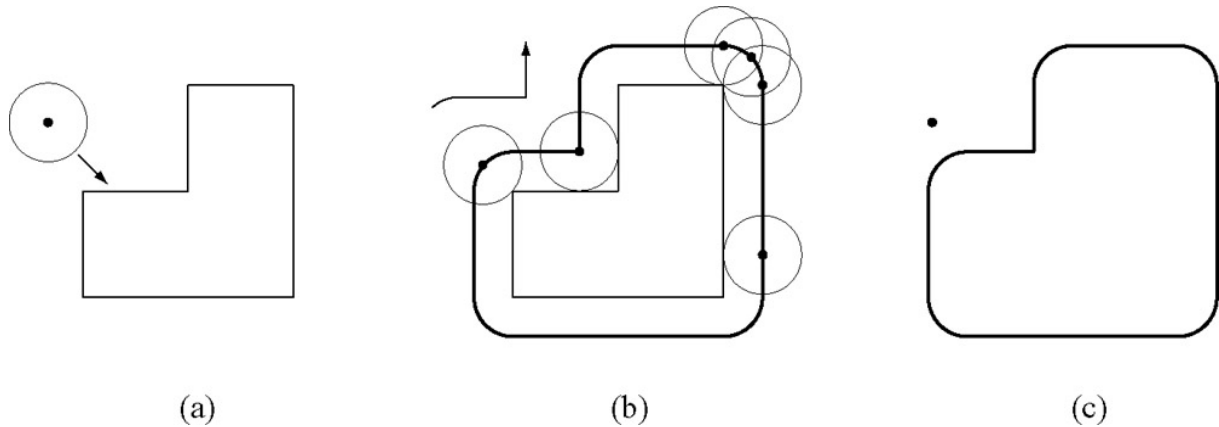


Figure 2.7 (a) Un robot circulaire et un obstacle dans l'espace de travail. (b) la construction de C-obstacles. (c) l'espace de configurations libre et le C-obstacle  $CO_i$ .

La figure 2.8 présente trois robots mobiles de rayons différents dans le même environnement. Dans chaque cas, le robot essaie de trouver un chemin d'une configuration à une autre. Pour transformer les obstacles de l'espace de travail en C-obstacles de l'espace de configuration, nous agrandissons les obstacles vers l'extérieur et les murs vers l'intérieur. Le problème maintenant est de trouver un chemin pour le robot point dans l'espace de configuration. Nous voyons que le processus d'agrandissement a déconnecté l'espace de configurations libre  $C_{free}$  pour le robot le plus grand. Ce qui signifie qu'il n'existe pas une solution du problème de planification dans ce dernier cas [Cho 05].

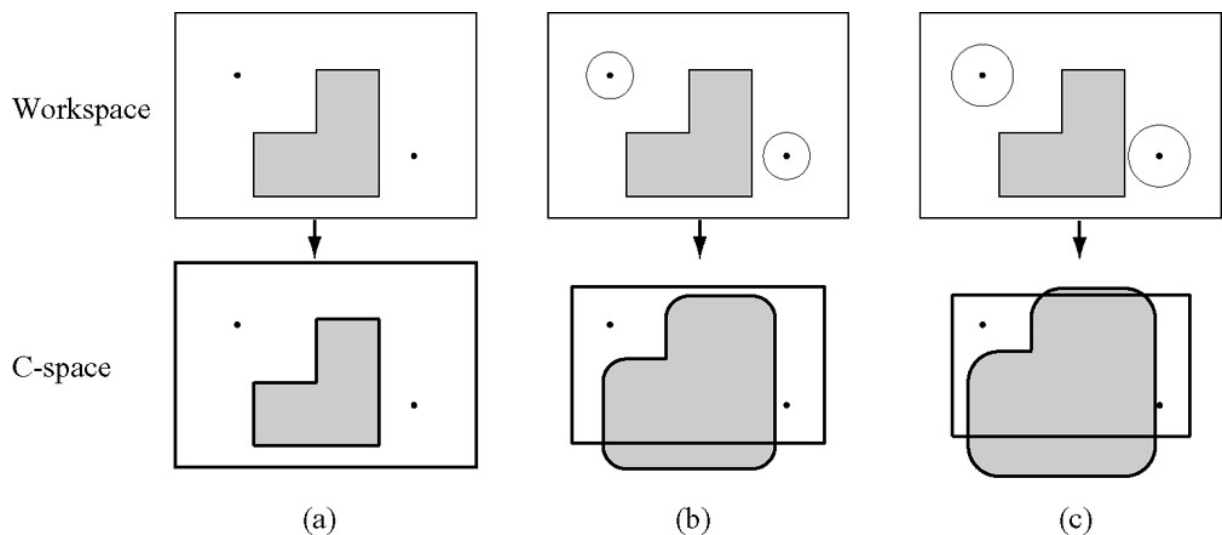


Figure 2.8 La rangée du haut montre l'espace de travail et la rangée du bas indique l'espace de configurations, pour : (a) un robot mobile point, (b) un robot mobile circulaire, et (c) un robot mobile circulaire plus grand.

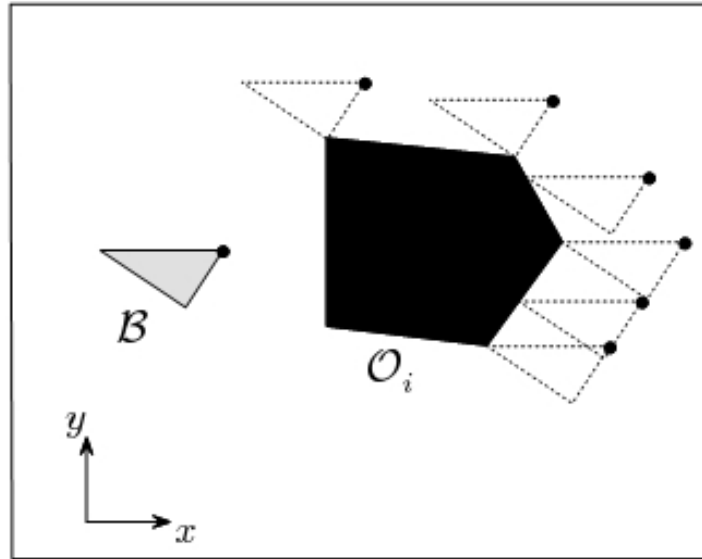
Dans cet exemple, l'espace de travail et l'espace de configurations du robot peuvent être représentés par  $\mathbb{R}^2$ , et les obstacles semblent tout simplement agrandis. Cependant, ces deux espaces sont des espaces différents, et la transformation des obstacles de l'espace de travail à des C-obstacles de l'espace de configurations n'est pas toujours assez simple.

### 2.5.3.3 Robot polyédriques : cas de la translation

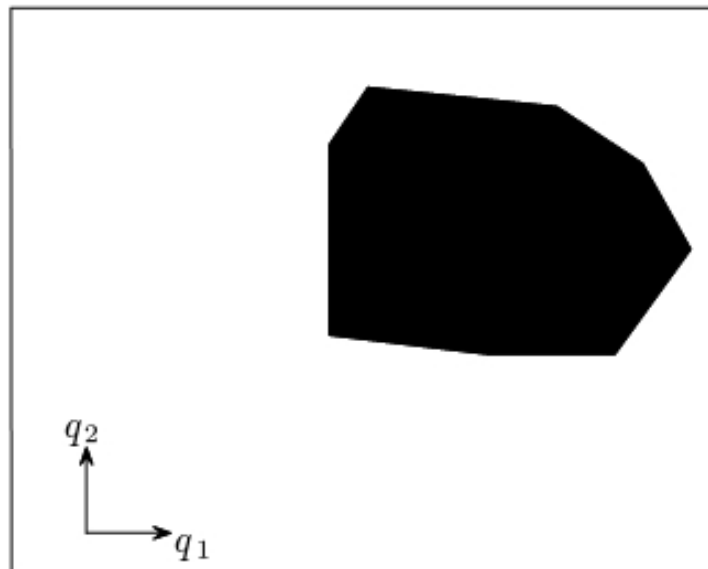
Considérons maintenant le cas d'un robot polyédrique qui est libre de se translater avec une orientation fixe dans  $\mathbb{R}^n$ . Sa configuration peut être décrite par les coordonnées cartésiennes d'un point représentatif, par exemple un sommet du polyèdre. Par conséquent, l'espace de configuration  $C$  est à nouveau une copie de  $\mathbb{R}^n$ . Encore une fois, une procédure d'agrandissement doit être appliquée aux obstacles de l'espace de travail pour obtenir leurs images dans l'espace de configurations. En particulier, les frontières de C-obstacle  $CO_i$  est la surface décrite par le point représentatif du robot lorsque ce dernier se glisse avec une orientation fixe autour de l'obstacle  $O_i$ .

Prenons le cas d'un robot polygonal dont l'espace de travail  $W = \mathbb{R}^2$  (le cas de  $n = 2$ ) comme illustré à la figure 2.9. En glissant le robot autour de l'obstacle de telle manière qu'ils soient toujours en contact, comme le montre la figure 2.9a. Le point représentatif du  $B$  trace les arêtes du C-obstacle, comme illustré à la figure 2.9b. Il y a huit arêtes, et chaque arête correspond soit à une arête du  $B$ , soit à une arête du  $O$ . La forme du C-obstacle résultant dépend de la position du point représentatif sur le robot, mais en tout cas, le C-obstacle est en soi-même un polyèdre.

Sachant que le résultat de la procédure d'agrandissement (et donc la forme du C-obstacle) dépend du choix du point représentatif sur le robot, tous les problèmes de planification de chemins correspondants (c.à.d. pour chaque point représentatif choisi) dans l'espace de configurations sont équivalents. En particulier, l'existence d'une solution (chemin) pour un de ces problèmes implique l'existence d'une solution pour tous les autres. Le mouvement du robot dans l'espace de travail est le même pour toutes ces solutions.



(a)



(b)

Figure 2.9 Construction des C-obstacles pour un robot polygonal se translatant dans  $W = \mathbb{R}^2$ . (a) la procédure d'agrandissement de l'obstacle  $O_i$  par le robot  $B$ , (b) l'espace de configurations libre et le C-obstacle  $CO_i$ .

#### 2.5.3.4 Robot polyédriques : cas de la translation et de la rotation

Pour un robot polyédrique qui peut se translater et se tourner dans  $\mathbb{R}^n$ , la dimension de l'espace de configuration est augmentée par rapport à l'exemple précédent, car il est nécessaire de prendre en compte le degré de liberté d'orientation. Par exemple, considérons le cas d'un polygone qui peut se translater et se tourner dans  $\mathbb{R}^n$ . La

configuration du robot peut être caractérisée par les coordonnées cartésiennes d'un point représentatif (par exemple, un sommet du polygone) et une coordonnée angulaire  $\theta$  représentant l'orientation du polygone par rapport à un repère fixe. L'espace de configurations  $C$  est alors  $\mathbb{R}^2 \times SO(2)$ , qui peut être représenté localement par  $\mathbb{R}^3$ . Pour construire l'image en  $C$  d'un obstacle  $O_i$ , on devrait, en principe, répéter la procédure illustrée dans la Figure 2.9 pour chaque valeur possible de l'orientation  $\theta$  du robot. Le C-obstacle  $CO_i$  est la surface générée par "l'empilage" de toutes les tranches correspondantes aux orientations possibles.

### 2.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'espace de configurations avec ou sans présence d'obstacles physiques dans l'environnement du robot. Dans cet espace, chaque configuration possible du robot doit être représentée par un point unique, et tous les obstacles physiques, se trouvant dans l'environnement, sont reconstruits afin d'éviter une collision entre le robot et ces obstacles. L'intérêt majeur de cette procédure est de transformer le problème de planification des mouvements d'un objet complexe à un problème de planification des mouvements d'un point.

Nous avons présenté quelques exemples d'espaces de configurations pour des robots particuliers et nous avons également décrit la procédure de construction des C-obstacles. Cependant, sauf pour quelques cas particuliers, les procédures de construction des C-obstacles sont extrêmement complexes et le temps du calcul croît de façon exponentielle avec la dimension de l'espace de configurations.

# **Chapitre 3 :**

## Perception des Balises

### 3.1 Introduction

Les balises ont été utilisées pendant de nombreux siècles comme un moyen fiable et précis pour la navigation. Les étoiles peuvent être considérées comme des balises naturelles, et les phares étaient les premiers systèmes conçus comme des balises artificielles.

Les balises ou les amers sont définis comme des objets distinctifs qui peuvent être détectés par des capteurs extéroceptifs du robot lors de la navigation dans son environnement. Les balises peuvent avoir des formes géométriques (par exemple, des rectangles, des lignes, des cercles), comme elles peuvent inclure des informations supplémentaires (par exemple, sous forme de codes-barres). En général, les balises sont statiques c'est-à-dire qu'elles ont une position fixe et connue, par rapport à laquelle un robot peut se localiser. Elles sont soigneusement choisies pour être faciles à identifier par rapport aux autres objets se trouvant dans l'environnement.

On distingue deux types de balises ; des balises "naturelles" et des balises "artificielles" [Bor 96]

#### Les balises naturelles

Les balises naturelles sont des objets ou des caractéristiques (tels que des portes, des coins, des affiches,...etc.) qui se trouvent déjà dans l'environnement. Il est important de garder à l'esprit que les balises naturelles travaillent mieux dans des environnements hautement structurés tels que les couloirs, les endroits industriels ou les hôpitaux. Le principal problème de la navigation basée sur ce type de balises est la détection et l'identification des éléments caractéristiques par les capteurs embarqués sur le robot. La bonne sélection de ces caractéristiques est importante car elle permettra de faciliter la tâche de navigation et d'augmenter la précision de la localisation.

#### Les balises artificielles

Les balises artificielles sont des objets spécialement conçus pour aider le robot dans sa tâche de navigation. La perception est beaucoup plus facile avec ce type de balises. Avant leur utilisation pour la navigation, les caractéristiques (la forme, la couleur et la taille) de ces objets doivent être connues et stockées dans la mémoire du robot.

Plusieurs types de motifs ou de marques, qui servent comme des balises, ont été utilisés par les chercheurs. Les méthodes et les techniques associées pour la navigation des robots mobiles varient en conséquence. Par exemple, Fukui [Fuk 81] a utilisé une balise en forme de losange et il a appliqué la méthode des moindres carrés pour trouver la position du robot à partir d'une image TV. Des objets à trois dimensions, tels que les sphères, ont été utilisés pour réaliser la localisation d'un robot mobile [Mag 84].

On peut également ajouter des codes couleurs ou des codes-barres aux balises. Par exemple dans [Kab 87], les auteurs ont utilisé un demi-cercle blanc et un autre noir avec un code barre pour chacun de ces demi-cercles. D'autres systèmes utilisent des motifs à matériau réfléchissant pour faciliter la segmentation et l'extraction de paramètres [Lap 92][ Mes92].

## **Chapitre 3 : Perception des Balises**

---

La précision obtenue par les méthodes précédentes dépend de la position et l'angle relatif entre le robot et la balise. En général, la précision diminue avec l'augmentation de la distance robot-balise et elle est meilleure lorsque le robot est proche de la balise.

### **Les balises artificielles actives**

Les balises actives se caractérisent par leurs capacités d'envoyer des signaux détectables par les capteurs du robot. Ces signaux peuvent être, par exemple, des ondes lumineuses, radiofréquences ou ultrasons. Le principe de fonctionnement d'une balise active consiste à émettre un signal codé par un numéro caractéristique de la balise émettrice. Le signal est ensuite détecté par un capteur en rotation placé sur le robot. Les informations fournies sont la distance entre le robot et la balise, l'angle de gisement (l'angle entre l'axe de symétrie du véhicule et la source du signal) ainsi que le numéro caractéristique de la balise détectée [Ber 09].

Les systèmes de navigation à base de balises actives sont les aides à la navigation les plus courants pour les navires et les avions. Les balises actives peuvent être détectées de manière fiable et fournir des informations de positionnement très précis avec un traitement minimal. Cependant, le coût d'installation et de maintenance de ces systèmes est très élevé.

### **Quelques caractéristiques de la navigation par balises**

Nous résumons ici les caractéristiques de la navigation basée sur les balises comme suit:

- Les balises naturelles ne nécessitent pas une modification de l'environnement du robot.
- Les balises artificielles passives sont peu coûteuses et peuvent avoir des informations supplémentaires comme les codes-barres et les codes couleurs.
- La distance maximale entre le robot et une balise passive est sensiblement plus courte que celle des systèmes à balises actives.
- Le traitement (calcul) est plus important pour les systèmes à balises passives par rapport aux systèmes à balises actives
- les conditions ambiantes, telles que l'éclairage, pourraient poser quelques problèmes de perception lorsque la visibilité est faible, ainsi les balises peuvent être non reconnues par le robot, ou d'autres objets qui possèdent des caractéristiques similaires peuvent être considérés comme des balises.
- La navigation basée sur les balises nécessite un emplacement approximatif de départ afin que le robot sache où il doit chercher ces balises. Si la position de départ n'est pas connue, le robot doit effectuer un processus de recherche.
- Les caractéristiques des balises et leurs emplacements dans l'environnement doivent être mémorisés dans une base de données.

- Il est généralement très difficile de réaliser un système de navigation qui est capable de détecter plusieurs types de balises se trouvant dans des environnements de natures différentes [Bor 96].

### 3.2 Les principaux capteurs utilisés pour perception des balises

Dans cette section, nous présentons les capteurs les plus couramment utilisés pour percevoir les balises (figure 3.1), en donnant une idée de leur gamme de mesure et d'application. Nous décrivons également les avantages et les inconvénients de chacun des types de ces capteurs.



Figure 3.1 Robot mobile, équipé d'un télémètre laser, percevant un ensemble de balises (pierres) [Mon 02]

#### 3.2.1 Les Télémètres

On appelle télémétrie toute technique de mesure de distance par des procédés acoustiques, optiques ou radio électriques. L'appareil permettant de mesurer les distances est appelé télémètre. Le principe utilisé consiste à mesurer le temps  $\Delta t/2$  mis par une onde (ultrasons, rayonnement infrarouge, lumière visible) pour parcourir la distance  $\Delta x$  à mesurer, c'est-à-dire celle qui sépare le capteur de la cible sur laquelle vient se réfléchir cette onde. Pour obtenir une mesure significative, il faut assurer la coaxialité des directions d'émission et de réception.

La distance entre le robot et la cible est donnée par :

$$\Delta x = c \Delta t / 2 \quad (3.1)$$

où  $c$  représente la vitesse de propagation de l'onde.

Quelle que soit la technologie utilisée pour effectuer la mesure télémétrique, le capteur retourne généralement deux informations. La première donne l'angle de gisement, c'est-à-dire la direction dans laquelle a été faite la mesure. La seconde donne la distance au corps ayant réfléchi l'onde émise. Cette technique de mesure permet donc de positionner les objets présents dans la scène par rapport au robot. Elle se prête très bien aux environnements d'intérieur, structurés, comportant des formes régulières et statiques [Bay 10].

### 3.2.1.1 Télémètres à ultrason

Les télémètres à ultrasons (télémètres acoustiques) sont historiquement les premiers à avoir été utilisés (figure 3.2), en raison de leur simplicité, de leur compacité et de leur faible coût. Ils sont mis en œuvre pour assurer les fonctions d'évitement des collisions, de localisation ou encore de modélisation de l'environnement [Ald 01].

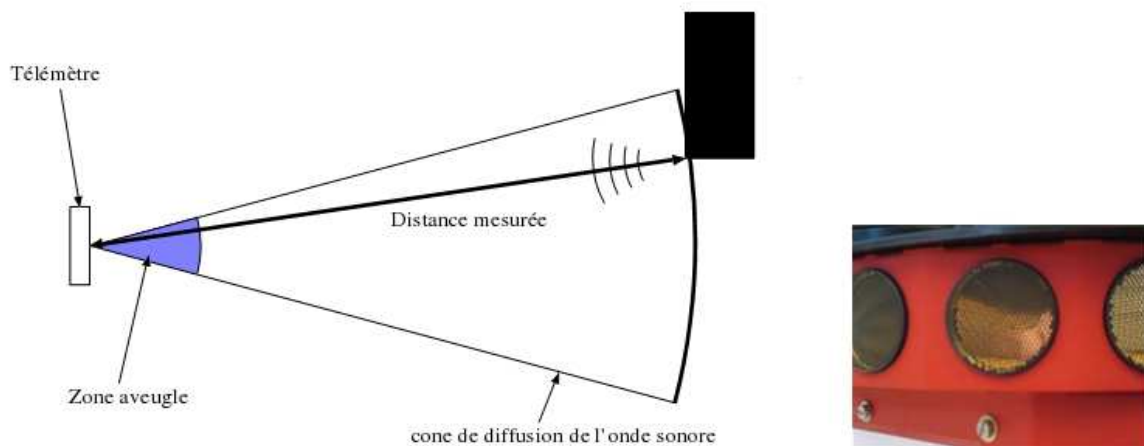


Figure 3.2 Principe du télémètre à ultrasons et un exemple de télémètre réel.

L'émission de l'onde acoustique est assurée par l'excitation d'une céramique piézoélectrique de manière impulsionnelle, à une fréquence voisine de 40 kHz. Cette valeur représente un compromis entre des fréquences plus élevées qui donnent une bonne précision mais une portée faible à cause de l'atténuation de l'onde, et des fréquences plus faibles assurant une portée plus grande mais avec une résolution trop faible [Lau 97].

### Chapitre 3 : Perception des Balises

Les inconvénients des ultrasons sont cependant assez nombreux : En premier lieu, deux télémètres voisins ne peuvent être utilisés simultanément, car il est impossible de savoir par lequel des deux télémètres une onde réfléchie a été émise (phénomène de “crosstalk”). Un robot possédant plusieurs télémètres doit donc les activer l’un après l’autre, ce qui entraîne un taux de rafraîchissement global des mesures relativement faible [Fil 11].

Ces télémètres possèdent une “zone aveugle” (zone morte), de quelques dizaines de centimètres, en dessous de laquelle ils ne peuvent détecter les obstacles. Cette zone est due à une temporisation entre l’émission de l’onde sonore et le début de la détection de l’onde réfléchie qui est nécessaire pour ne pas perturber cette mesure (voir la figure 3.2). A l’inverse, à cause de l’atténuation de la puissance des ondes, il existe aussi une distance maximale, à partir de laquelle le capteur ne peut pas percevoir les objets se trouvant dans l’environnement.

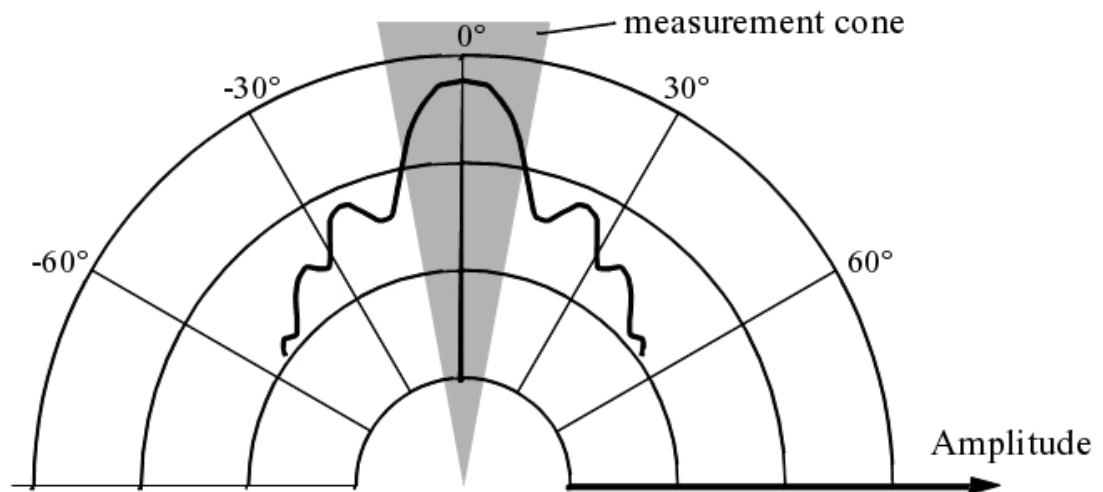


Figure 3.3 Cône d’émission d’un capteur à ultrasons dont l’angle d’ouverture avoisine les 20 degrés.

Les télémètres à ultrasons détectent les objets se situant dans un cône (figure 3.3) dont le sommet est la source d’émission et avec un angle d’ouverture autour de 20 à 40 degrés. Plus l’angle d’ouverture du cône est grand, plus cela influe sur la détection des objets. En effet, un objet détecté n’est pas localisé en angle à l’intérieur du cône de détection, et on obtient donc une mesure de la position relativement imprécise.

Ces inconvénients ont limité l’utilisation des ultrasons à la détection de proximité. Toutefois, ces télémètres sont particulièrement simples et bon marché et, en robotique mobile ou de manipulation, ils ont trouvé un champ d’application assez vaste. Souvent, ils ont été utilisés pour la détection dynamique d’obstacles imprévus, pour assurer des suivis de parois ou réaliser des ceintures de protection [Lau 97]

### 3.2.1.2 Télémètres à infrarouge

Les capteurs infrarouges sont constitués d'un ensemble émetteur/récepteur fonctionnant avec des radiations non visibles, dont la longueur d'onde est juste inférieure à celle du rouge visible. Il est possible de mesurer simplement le retour ou le non-retour d'une impulsion codée, ce qui permet de détecter la présence ou l'absence d'un objet dans une certaine portion de l'espace.

Les inconvénients de ces télémètres sont liés à leur portée, en général relativement restreinte, et à leur sensibilité aux fortes sources de lumières qui contiennent un fort rayonnement infrarouge. Un projecteur du type de ceux utilisés pour la télévision pointé sur le robot, par exemple, sature en général complètement le récepteur et empêche toute détection d'obstacle. Ils sont également très sensibles à la couleur et à la nature de la surface de l'obstacle (par exemple, ils détectent difficilement les vitres) [Fil 11]. Ces capteurs ne sont pas complètement directionnels et leur caractéristique (à l'image des capteurs ultrasons) présente une zone de détection conique à l'origine d'incertitudes.

Les capteurs infrarouges Sharp de la famille GP2 (figure 3.4) sont des télémètres de portée réduite. A titre d'exemple, le GP2D120 est un télémètre dont la plage d'utilisation est comprise entre 4 et 30 cm, alors que le GP2Y0A02YK, qualifié de télémètre longue distance, travaille entre 20 et 150 cm. Ces télémètres sont disponibles à des coûts relativement faibles [Bay 10].

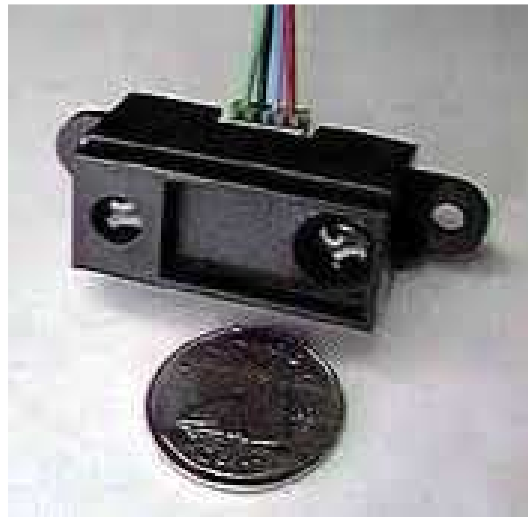


Figure 3.4 Télémètres infrarouges Sharp

### 3.2.1.3 Télémètres laser

Les télémètres laser sont à ce jour le moyen le plus répandu en robotique mobile pour obtenir des mesures précises de distance. Ils utilisent un faisceau laser mis en rotation afin de balayer un plan, en général horizontal, et qui permet de mesurer la distance des objets qui coupent ce plan (figure 3.5) [Fil 11].

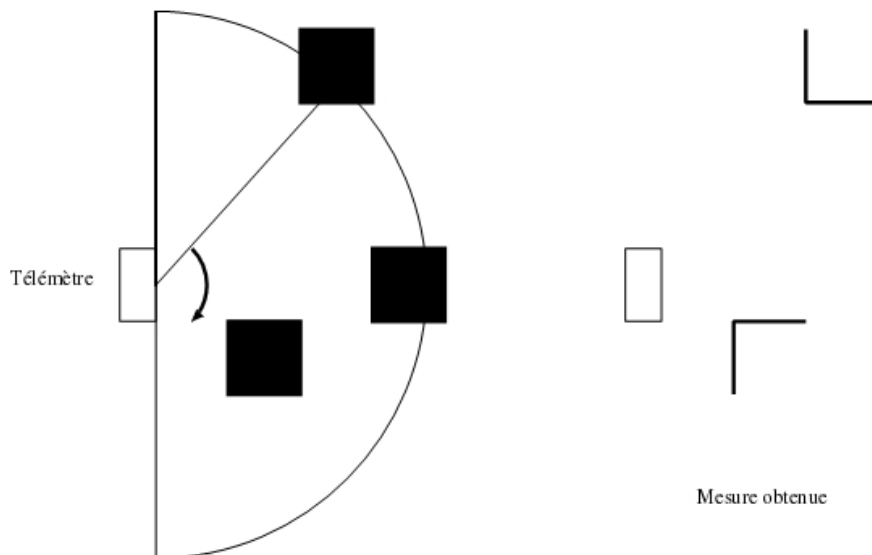


Figure 3.5 Illustration d'un télémètre Laser.

Il est important de souligner que la vitesse de propagation du son est d'environ 0,3 m/ms alors que la vitesse des signaux électromagnétiques est de 0,3 m/ns (1 million de fois plus rapide). Le temps de vol pour une distance typique de 3 m, est de 10 ms pour un système à ultrasons, mais seulement 10 ns pour un télémètre laser. Il est donc évident que la mesure du temps de vol avec des signaux électromagnétiques est technologiquement plus difficile. C'est pourquoi les capteurs laser ne sont devenus que récemment abordables et robustes pour une utilisation sur les robots mobiles [Sie 04].

L'acquisition d'images de distance 2D ou 3D nécessite l'emploi d'un système mécanique (miroir tournant) qui permet au faisceau laser d'effectuer un balayage plan ou spatial de la scène. L'angle de balayage couvrant généralement entre 100 et 180 degrés sur des produits commerciaux [Sic 04]. La gamme de produits de la marque Sick (figure 3.6) fait référence pour la navigation des robots mobiles.



Figure 3.6 La famille des Télémètres Lasers Sick [Sick 04]

D'autres modèles (marque Ibeo) permettent d'obtenir une mesure de distance tous les demi-degrés, sur une zone (de balayage) de 180 ou 360 degrés (figure 3.7).



Figure 3.7 Un Télémètre Laser Ibeo.

La portée du capteur dépend de la réflectivité des milieux rencontrés, mais une valeur typique de 30 mètres est atteinte avec un télémètre de bonne qualité. Outre cette portée relativement satisfaisante pour une application de navigation à basse vitesse, les autres performances de ces capteurs en termes de précision de mesure, de résolution angulaire et de stabilité en température font d'eux les meilleurs télémètres pour la robotique mobile. En effet, ces télémètres sont très utilisés en environnement intérieur car ils fournissent des données abondantes et précises sur la position des objets caractéristiques de l'environnement.

Les télémètres lasers possèdent toutefois un certain nombre d'inconvénients. En premier lieu, leur zone de perception est restreinte à un plan et ne permet donc pas de détecter les balises situés hors de ce plan (un petit objet posé au sol par exemple). Ils ne peuvent pas non plus détecter les objets ne réfléchissant pas correctement la lumière du laser (en premier

lieu les vitres, mais aussi certains objets très réfléchissants, tels que les objets chromés). Pour limiter ces inconvénients, il est possible de les utiliser en conjonction avec des capteurs à ultrasons qui ont un cône de détection plus large et qui peuvent détecter les vitres [Fil 11]. On peut noter également qu'un balayage complet sur 180 degrés prend quelques secondes. Enfin, le prix de ces dispositifs ne les destine aucunement à des applications grand public. A titre d'exemple, un télémètre Sick LMS200 reviendra approximativement à 6000 \$US [Bay 10].

### 3.2.2 Vision par ordinateur

L'œil, avec plus d'un million de liaisons au cortex cérébral, n'est que le prolongement du cerveau et constitue, du fait de la rétine (100 millions de cellules photosensibles), le capteur image extéroceptif de l'homme [Baj 98]. Grâce à la puissance de notre œil. La vue est de loin le plus rapide et le plus puissant de nos sens.

L'utilisation d'une caméra pour percevoir l'environnement est une méthode attractive car elle semble proche des méthodes utilisées par les humains. La détection visuelle offre une énorme quantité d'informations sur l'environnement du robot, et elle est potentiellement la source d'informations la plus puissante entre tous les capteurs utilisés dans les applications robotiques. Le traitement des données volumineuses et complexes fournies par ces capteurs reste cependant difficile à l'heure actuelle, même si cela reste une voie de recherche très explorée.

#### 3.2.2.1 Caméras simples

Une caméra sera dite *standard* ou *directionnelle* si son champ de vision couvre moins d'un hémisphère (figure 3.8). C'est le type de caméra le plus courant dans les applications robotiques.



Figure 3.8 Une caméra standard

De nombreuses techniques de navigation basées sur la vision ont été développées au cours des dernières années en utilisant des balises visuelles comme des points de passage ou

sous but à atteindre ou à percevoir durant le mouvement. D'autres méthodes de vision par ordinateur peuvent également être utilisées pour détecter des "guides" de navigation pour le robot, tels que des routes ou des couloirs.

Le problème de la localisation par vision a reçu également une attention considérable et beaucoup de techniques ont été proposées. En effet, L'utilisation d'une caméra standard pour percevoir trois balises simultanément permet au robot de déterminer sa position et son orientation par rapport à un repère fixe dans l'environnement.

### 3.2.2.2 Caméras panoramiques

Les caméras panoramiques (omnidirectionnelles) permettent au robot d'acquérir une vue de l'environnement sur  $360^\circ$  autour de lui. Ce type de capteur est constitué d'une caméra standard pointant vers un miroir parabolique de révolution (par exemple un simple cône) (figure 3.9). L'image recueillie permet d'avoir une vision de l'environnement sur 360 degrés autour de la camera. Le secteur angulaire vertical observé dépend de la forme du miroir et peut être adapté aux besoins de chaque application. Un exemple d'une image omnidirectionnelle est illustré à la figure 3.10 [Chr 08].

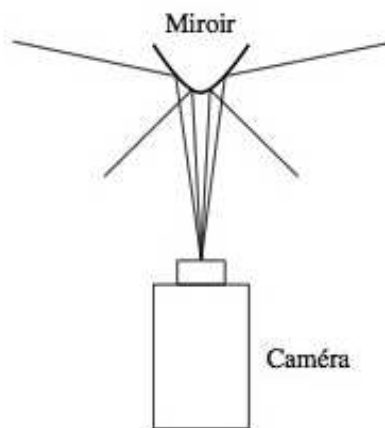


Figure 3.9 Principe des caméras panoramiques.



Figure 3.10 Exemple d'une image omnidirectionnelle

Comme l'angle de vision dans les caméras panoramiques est beaucoup plus large que dans les caméras standards, les balises visibles sont faciles à trouver et à percevoir dans l'environnement, ainsi une image prise par une camera panoramique orientée verticalement permet de caractériser une position, indépendamment de la direction du robot. Cependant, la résolution obtenue varie énormément selon la direction observée, et la géométrie de l'image formée est relativement complexe (la mesure obtenue est très largement distordue) ce qui pose un certain nombre de problèmes. En effet les algorithmes utilisés pour analyser ces images requièrent des temps de calcul relativement longs et difficilement compatibles avec les contraintes d'un système de navigation autonome.

#### 4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les capteurs les plus couramment utilisés par un robot mobile pour percevoir des balises se trouvant dans son environnement et dont le but est de faciliter sa tâche de navigation. Ces capteurs sont regroupés en deux grandes classes : les capteurs dédiés à la mesure de proximité et de distance (télémètres à ultrasons, infrarouges, lasers) et les capteurs basés sur la vision par ordinateurs. Les télémètres laser et les caméras

### ***Chapitre 3 : Perception des Balises***

---

standards sont actuellement le moyen le plus répandu en robotique mobile pour extraire des informations définissant des caractéristiques locales de l'environnement.

Néanmoins, quelque soit la nature du capteur utilisé, la perception des balises est soumise à des contraintes de visibilité imposées par les limites sur le champ de vision et les limites sur l'angle de rotation du capteur. Ces contraintes seront étudiées dans le prochain chapitre.

# Chapitre 4 :

L'Espace de Configurations  
Admissibles d'un Robot  
Mobile Non Holonome  
Soumis à des Contraintes de  
Visibilité

## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons les contraintes imposées par les limites sur le champ de vision et les limites sur l'angle de rotation du capteur pour un robot non holonome à roues différentielles qui doit percevoir une ou plusieurs balises se trouvant dans son environnement local. Les configurations qui ne permettent pas au robot de détecter les balises sont non admissibles et doivent être évitées par le robot. Ainsi, le but de ce chapitre est de calculer et de déterminer l'espace de configurations admissibles résultant de ces contraintes en utilisant le logiciel Matlab.

Afin de simplifier le problème de détection des balises lors de la navigation du robot mobile, il est souvent supposé que la position et l'orientation actuelles du robot sont approximativement connues, de sorte que le robot n'a besoin que de chercher des balises dans une zone limitée. Pour cette raison, une bonne précision d'odométrie est une condition préalable pour la perception réussie des balises [Bor 96].

## 4.2 Définition du problème

Considérons un robot mobile à roues différentielles et un repère  $\mathcal{F}_A$  attaché à celui-ci (figure 4.1). L'origine est le point milieu de l'axe des roues, l'axe  $y'$  est parallèle à l'axe des roues, et l'axe  $x'$  est dirigé vers l'avant, parallèlement à la direction du robot. L'angle  $\theta$  est l'angle formé par l'axe  $x$  du repère fixe  $\mathcal{F}_w$  lié à l'environnement et l'axe  $x'$  du robot. Les variables d'une configuration en coordonnées cartésiennes sont au nombre de trois  $x, y, \theta$ : soit une mobilité selon  $x$ , une mobilité selon  $y$  et une orientation  $\theta$  autour de centre du mobile.

Les arcs de courbures de la trajectoire du mobile sont réalisés par la création d'une différence de vitesse entre les deux roues droite et gauche. La rotation sur place requiert des vitesses des roues égales et opposées [Pru 96].

Nous utilisons également les coordonnées polaires pour représenter la position du robot en introduisant les transformations suivantes:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.1)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (4.2)$$

En coordonnées polaires, la configuration du robot peut être représenté par  $(r, \alpha, \theta)$ .

Le robot est équipé d'un capteur pan-contrôlable avec un champ de vision limité (par exemple, une caméra) qui peut se tourner par rapport à la base du robot. Nous supposons que ce capteur est placé sur le robot de telle sorte que le centre optique se trouve toujours au-dessus de l'origine du repère local du robot, c'est-à-dire que le centre de rotation du capteur est

le même que celui du robot. L'axe optique est parallèle au plan x-y du  $\mathcal{F}_w$ , et l'angle panoramique  $\phi$  est l'angle entre l'axe x' du robot et l'axe optique. Le capteur visuel a un champ de vision limité symétrique par rapport à son axe optique.  $\beta$  est l'angle de champ de vision du capteur. La plage de mesure du capteur, en termes de distance, est limitée entre une valeur minimale  $r_{min}$  et une valeur maximale  $r_{max}$ ,  $r \in [r_{min}, r_{max}]$ . Nous supposons que la gamme de rotations du capteur est limitée, tel que  $\phi \in [-\phi^+, \phi^+]$  (le cas le plus réaliste dans la pratique). On définit également l'angle  $\mu = \phi^+ + \beta/2$ . La balise statique est placée à l'origine du repère  $\mathcal{F}_w$ . Ces conventions sont illustrées par la Figure 4.1 [Khe 12].

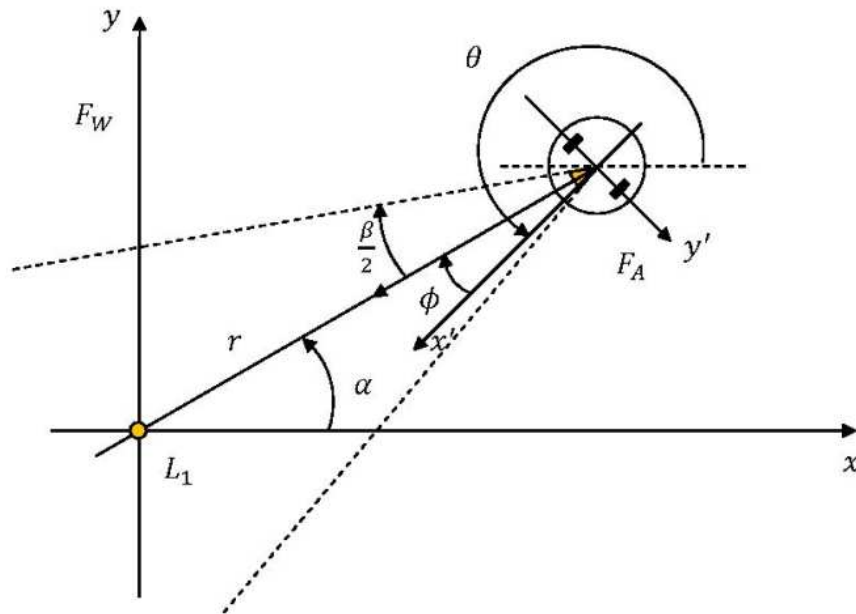


Figure 4.1 Robot à roues différentielles soumis à des contraintes de visibilité ( $L_1$  étant la balise).

### 4.3 L'espace de configurations admissibles sous des contraintes de visibilité

Dans cette section, nous décrivons la géométrie du système et nous fournissons une caractérisation de l'espace de configuration résultant de contraintes de visibilité d'une ou plusieurs balises se trouvant dans l'environnement local du robot.

La région de visibilité du robot est l'ensemble des points P tels que la distance euclidienne  $r$  entre P et le robot satisfait :  $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ . Notons que la limitation du champ de vision du capteur produit des obstacles virtuels dans l'espace de configurations, même sans obstacles physiques. Nous appellerons un tel système qui est un robot DDR (differential drive robot) soumis à des contraintes de visibilité et à des limites sur l'angle de rotation du capteur, un V-DDR, une notation que nous avons empruntée à [Hay 09].

### 4.3.1 Perception d'une seule balise

Dans ce cas, le robot doit maintenir la visibilité d'une seule balise. Ce qui signifie que la ligne de vision, qui joint la balise au capteur, doit se trouver entre des limites minimale et maximale de l'angle formé par la rotation  $\phi$  et le demi-angle d'ouverture  $\beta/2$  du capteur (figure 4.2).

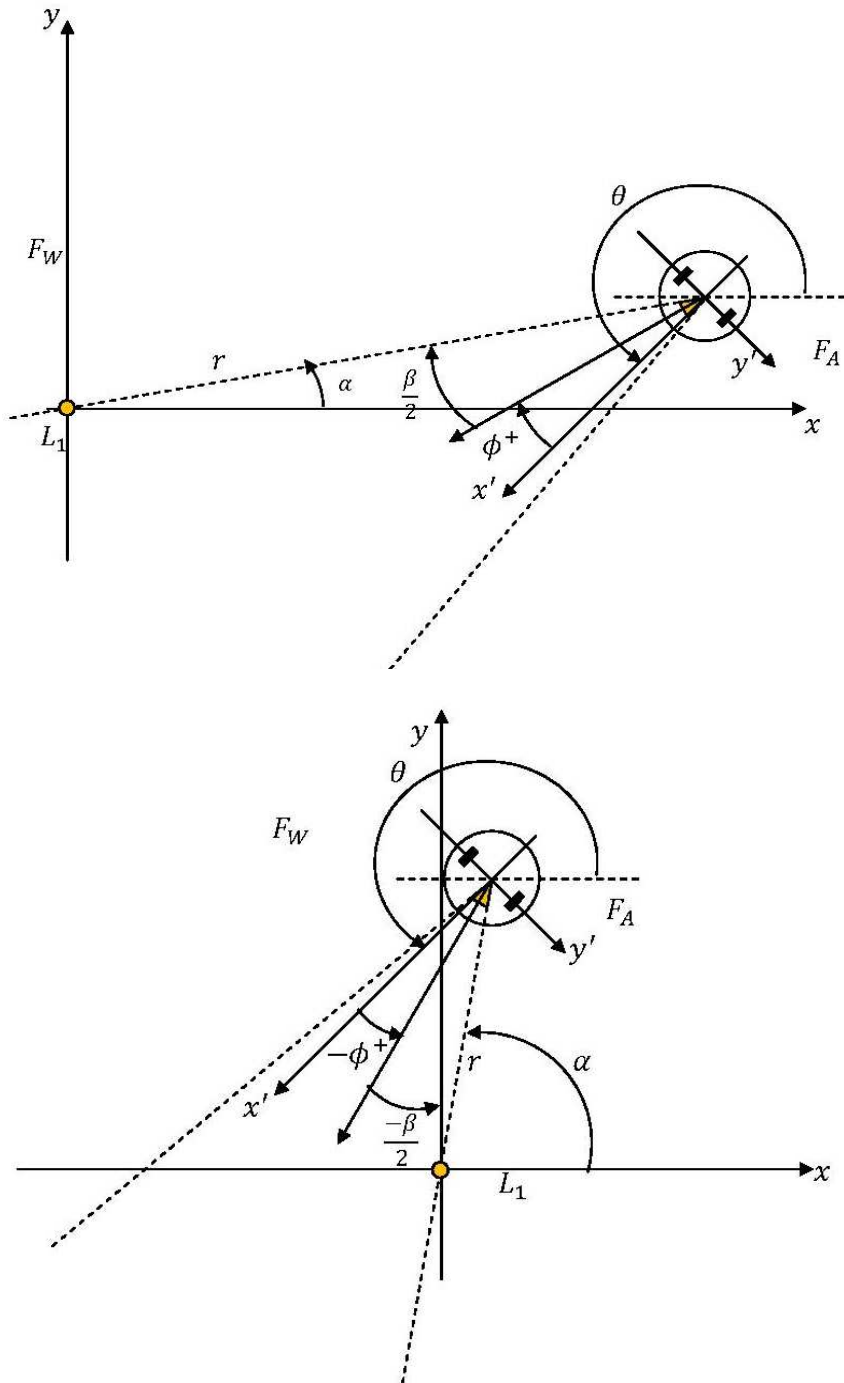


Figure 4.2 Les limites de visibilité.

## **Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

---

La balise est statique et elle coïncide avec l'origine  $O_W$  du repère  $\mathcal{F}_W$ . La contrainte de visibilité en termes de distance est donnée par l'inégalité suivante :

$$r_{min} \leq r \leq r_{max} \quad (4.3)$$

A partir de la figure 1, on peut déterminer la relation, entre les angles  $\theta$ ,  $\alpha$  et  $\phi$ , exprimée par l'équation suivante:

$$\theta + \phi = \alpha + (2k + 1) \pi, k \in \mathbb{Z} \quad (4.4)$$

D'après cette équation, on remarque que  $\phi$  n'est pas vraiment un degré de liberté.

L'angle de rotation du capteur  $\phi$  est limité :

$$-\phi^+ \leq \phi \leq \phi^+ \quad (4.5)$$

Par ailleurs, les limites minimale et maximale de la zone de visibilité sont illustrées à la figure 4.2, et sont exprimées par les deux équations suivantes :

$$\theta + \phi^+ + \frac{\beta}{2} = \alpha + (2k + 1) \pi, k \in \mathbb{Z} \quad (4.6)$$

$$\theta - \phi^+ - \frac{\beta}{2} = \alpha + (2k + 1) \pi, k \in \mathbb{Z} \quad (4.6)$$

Les deux équations précédentes nous permettent de déterminer la contrainte de visibilité angulaire qui est donnée par l'inégalité suivante :

$$-\phi^+ - \frac{\beta}{2} \leq -\theta + \alpha + (2k + 1) \pi \leq \phi^+ + \frac{\beta}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad (4.7)$$

Nous rappelons que l'espace de configurations d'un robot mobile non holonome est  $SE(2) = \mathbb{R}^2 \times SO(2)$  (voir le chapitre 2). Nous pouvons décrire précisément l'espace de configurations admissibles du robot  $\mathcal{C}_{adm}$ , en ne considérant que les configurations appartenant à  $SE(2)$  et satisfaisant les inégalités (4.3) et (4.7). En effet, les contraintes de visibilité à la fois en distance et en angle peuvent être traduites en obstacles virtuels dans  $SE(2)$ . A partir des inégalités (4.3) et (4.7), il est facile d'en déduire l'espace de configurations admissibles, qui est  $SE(2)$  moins ces obstacles.

Pour une valeur de  $\theta$  donnée, on peut calculer l'espace de configurations admissibles qui est représenté comme une zone de visibilité dans laquelle le capteur doit maintenir la balise dans son champ de vision (figure 4.3).

Nous avons :  $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$  telle que :

$$\begin{cases} \alpha^- = \theta - \pi - \phi^+ - \frac{\beta}{2} \\ \alpha^+ = \theta - \pi + \phi^+ + \frac{\beta}{2} \end{cases} \quad (4.8)$$

Nous appelons  $\mathcal{C}_{adm}^\phi$  l'espace de configurations admissibles résultant des contraintes angulaires de l'inégalité (4.7). Les contraintes sur la portée du capteur (exprimées par l'inégalité (4.3)) introduisent deux autres obstacles virtuels cylindriques qui réduisent l'espace de configurations admissibles à  $\mathcal{C}_{adm}^r$ . Enfin, la combinaison de ces contraintes donne lieu à l'espace de configurations admissibles [Hay 08] :

$$\mathcal{C}_{adm} = \mathcal{C}_{adm}^\phi \cap \mathcal{C}_{adm}^r \quad (4.9)$$

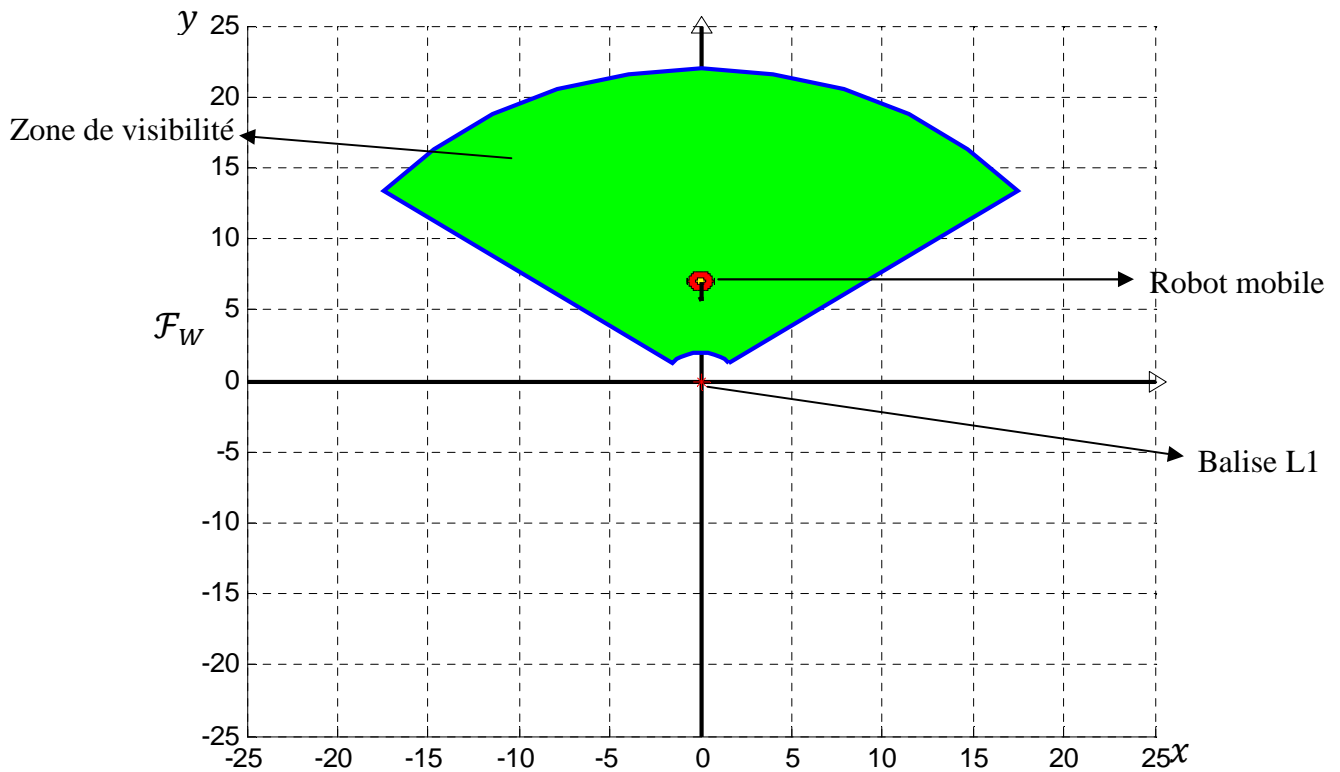
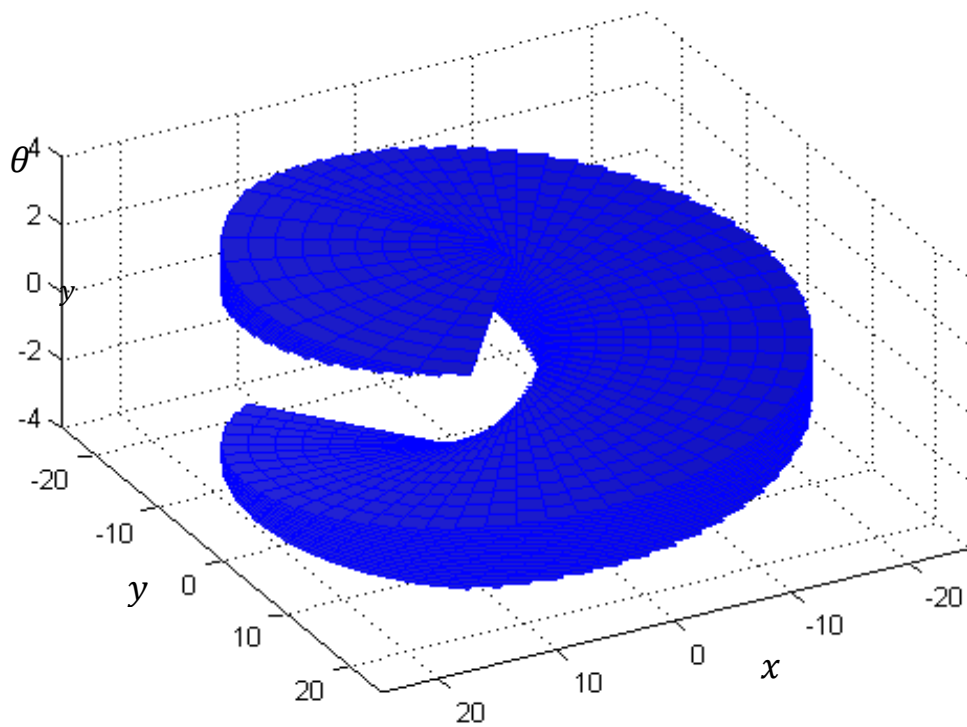
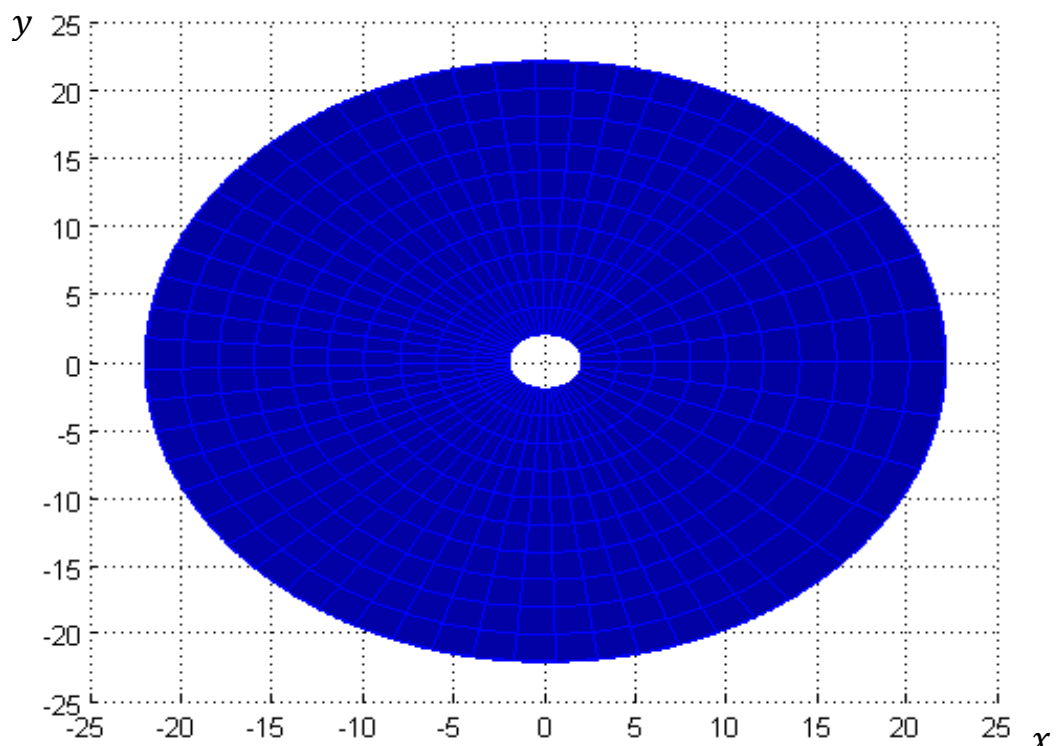


Figure 4.3 Zone de visibilité de la balise pour une valeur fixe de  $\theta = 3\pi/2$ , pour  $r_{\min} = 2$ ,  $r_{\max} = 22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$  et  $\beta = \pi/4$ .



(a)



(b)

Figure 4.4 L'espace de configurations admissibles  $(x, y, \theta)$  d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir une seule balise.

Nous pouvons ensuite calculer l'espace de configurations admissibles pour  $\theta$  variant entre  $-\pi$  et  $\pi$  ( $\theta \in [-\pi, \pi]$ ). Cet espace est représenté en 3D ( $x, y, \theta$ ) dans la figure 4.4.a, pour les valeurs  $r_{\min}=2$ ,  $r_{\max}=22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$ ,  $\beta = \pi/4$ . Les configurations appartenant à cet espace sont celles pour lesquelles le robot est capable de percevoir la balise. Une vue de dessus (plan x-y) est donnée également dans la figure 4.4.b. Elle est délimitée par un cercle du rayon  $r = r_{\min}$  d'une part et un autre cercle du rayon  $r = r_{\max}$  d'autre part. Ce qui signifie que pour chaque position ( $x,y$ ) appartenant à cette région, il existe une orientation  $\theta$  telle que ( $x,y,\theta$ ) appartienne à l'espace de configurations admissibles.

### 4.3.2 Perception de deux balises

Considérons deux balises  $L_1$  et  $L_2$ , le robot à roues différentielles est situé de telle manière que les deux balises  $L_1$  et  $L_2$  soient visibles par son capteur. L'un de nos repères de référence, comme illustré dans la Figure 4.5, est centré sur  $L_1$  et son axe des x est la ligne droite joignant les deux balises. La distance entre  $L_1$  et  $L_2$  est notée  $d$ . La configuration du robot est  $P = (x, y, \theta)$ .

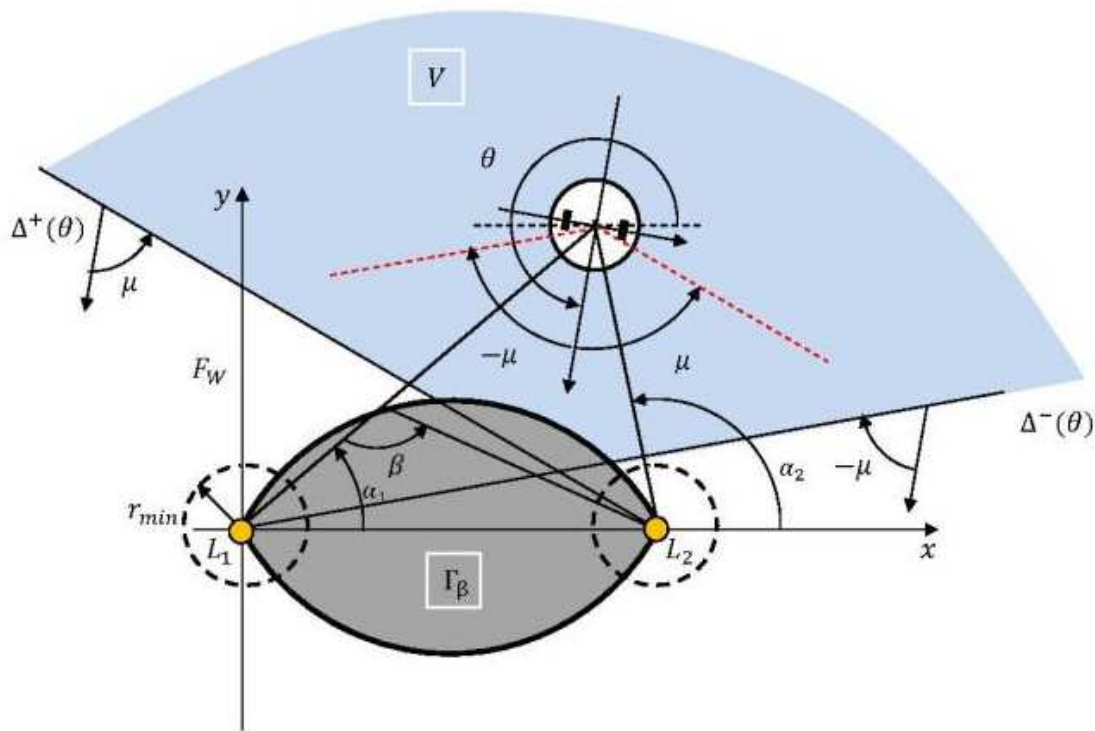


Figure 4.5 L'espace de configurations admissibles ( $V$ ) pour un angle  $\theta$  donné.

## **Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

---

Nous utilisons fréquemment les coordonnées polaires pour localiser le robot, soit dans un repère centré sur  $L_1$ , dans ce cas ils sont désignés par  $(r_1(P), \alpha_1(P))$  ou dans un repère centré sur  $L_2$ , dans ce cas ils sont désignés par  $(r_2(P), \alpha_2(P))$ . Par conséquent,  $r_1(P)$  et  $r_2(P)$  sont les distances de la position du robot par rapport à  $L_1$  et  $L_2$ , respectivement. Dans les deux repères, l'axe des  $x$  est la ligne  $(L_1 L_2)$ . Les angles  $\alpha_1(P)$  et  $\alpha_2(P)$  sont représentés sur la Figure 4.5, cette schématisation est empruntée à [Hay 11].

Sur la Figure 4.5, nous avons représenté en bleu ( $V$ ), l'espace de configurations admissibles pour une seule valeur de l'orientation  $\theta$  du robot. Le capteur du robot doit voir les deux balises  $L_1$  et  $L_2$  simultanément. Nous supposons que l'angle de vision est  $\beta < \pi$  et  $\mu = \phi^+ + \beta/2 < \pi$ . Les limites de l'espace admissible sont constituées de deux lignes  $\Delta^+(\theta)$  et  $\Delta^-(\theta)$  et l'arc de cercle de la zone ombrée  $\Gamma\beta$ . Le long de cet arc, l'angle de vue de  $L_1$  et  $L_2$  est égal à la valeur limite  $\beta$ . Les configurations qui se trouvent dans la zone  $\Gamma\beta$  ne permettent pas au robot de percevoir les deux balises simultanément.

Les contraintes de visibilité des deux balises en termes d'angle peuvent être écrites en deux inégalités par rapport à l'angle de vision du capteur:

$$\begin{cases} -\frac{\beta}{2} \leq -\theta - \phi + \alpha_1 + \pi \leq \frac{\beta}{2} \\ -\frac{\beta}{2} \leq -\theta - \phi + \alpha_2 + \pi \leq \frac{\beta}{2} \end{cases} \quad (4.10)$$

Comme dans le cas d'une seule balise, le rayon de champ de vision (la plage de mesure) du capteur est limité, les contraintes de visibilité en termes de distance sont exprimées par les deux inégalités suivantes :

$$\begin{cases} r_{min} \leq r_1 \leq r_{max} \\ r_{min} \leq r_2 \leq r_{max} \end{cases} \quad (4.11)$$

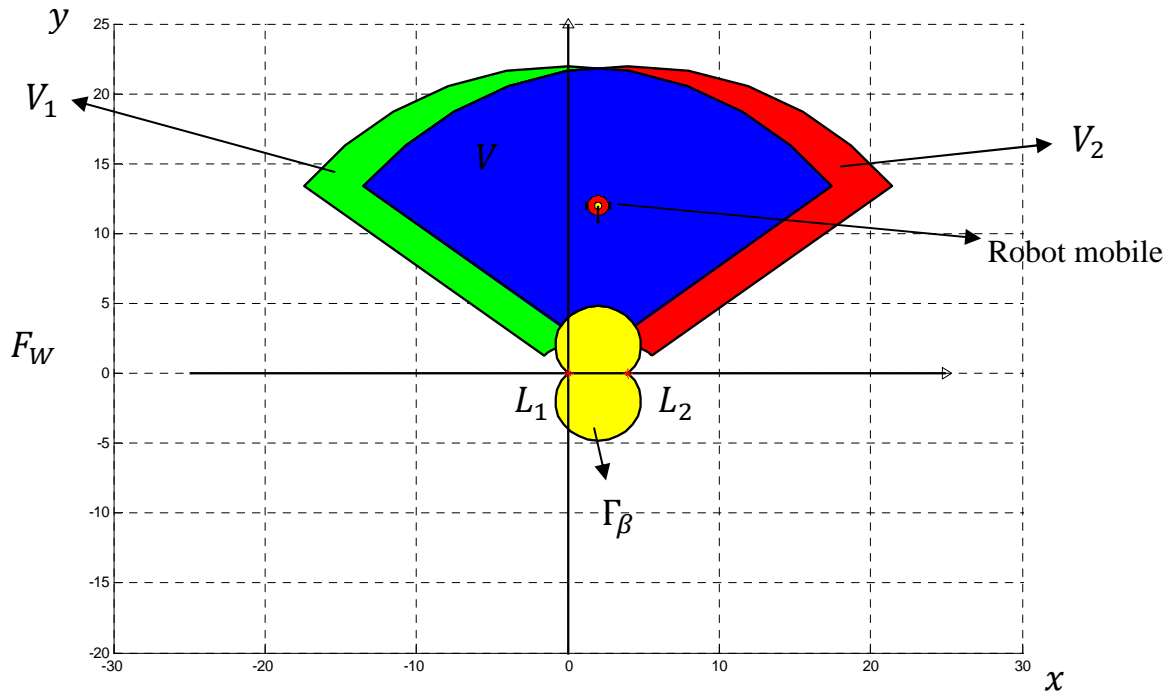


Figure 4.6 L'espace des configurations admissibles  $V$  (en bleu) pour une valeur de  $\theta = -\pi/2$ , avec  $r_{\min}=2$ ,  $r_{\max}=22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$ ,  $\beta = \pi/4$ .

Pour des orientations  $\theta \in ]-\pi, \pi]$ , les configurations admissibles (c.-à-d. les configurations qui permettent au système de satisfaire les inégalités (4.10) et (4.11)) sont celles pour lesquelles il existe au moins un angle  $\phi \in [-\phi^+, \phi^+]$  satisfaisant les inégalités (4.11) pour  $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \pi$ , ou  $-\pi \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 0$  et  $r_{\min} \leq r_{1,2} \leq r_{\max}$ .

La structure de la zone de visibilité varie en fonction des valeurs de l'angle de rotation  $\theta$ . En général, cela correspond à une région d'intersection entre deux secteurs angulaires (zone de visibilité de chaque balise) formés par deux paires de demi-droites dont les sommets sont  $L_1$  et  $L_2$  respectivement. On peut distinguer les différents cas en fonction de  $\mu = \phi^+ + \beta/2$ :

**a) Cas où  $0 < \mu < \pi$  :** Comme il est représenté sur les figures 4.5 et 4.6, les positions  $(x, y)$  ne donnent pas toutes des configurations admissibles, même pour une seule balise. L'espace de configurations admissibles pour une valeur  $\theta$  donnée est partiellement délimitée par deux droites  $\Delta^+(\theta)$  et  $\Delta^-(\theta)$  passant soit par  $L_1$  ou  $L_2$  (ou les deux) et qui correspondent aux lignes extrêmes de la vue ( $\theta + \mu$  et  $\theta - \mu$ ).

Lorsque  $\beta < \pi$ , nous avons des configurations interdites du fait que les deux balises ne peuvent pas être visibles simultanément. Le lieu de ces endroits est la partie ombrée de la figure 4.5, délimitée seulement par deux arcs de cercle, et sera appelée la zone interdite  $\Gamma_\beta$ . Chaque point  $M$  de ces deux arcs forme avec les deux balises un angle dont le sommet est le

point  $M$  et qui égale à  $\beta$  c.à.d.  $L_1\widehat{M}L_2 = \beta$  (Théorème de l'angle inscrit) comme illustré à la figure 4.7.

Nous avons les relations suivantes:

$$\beta/2 + \beta/2 + \lambda = \pi \quad \Rightarrow \quad \lambda = \pi - \beta \quad (4.12)$$

$$\sin \lambda = (d/2)/R \quad \Rightarrow \quad R = d/(2 \sin(\pi - \beta)) \quad (4.13)$$

$$\tan \lambda = -(d/2)/C_{y1} \quad \Rightarrow \quad C_{y1} = -d/(2 \tan(\pi - \beta)) \quad (4.14)$$

Le rayon et les coordonnées des centres des deux arcs sont respectivement :

$$R = d/(2 \sin(\pi - \beta)), \quad (4.15)$$

$$C1 = (d/2, -d/(2 \tan(\pi - \beta))), \quad (4.16)$$

$$C2 = (d/2, d/(2 \tan(\pi - \beta))). \quad (4.17)$$

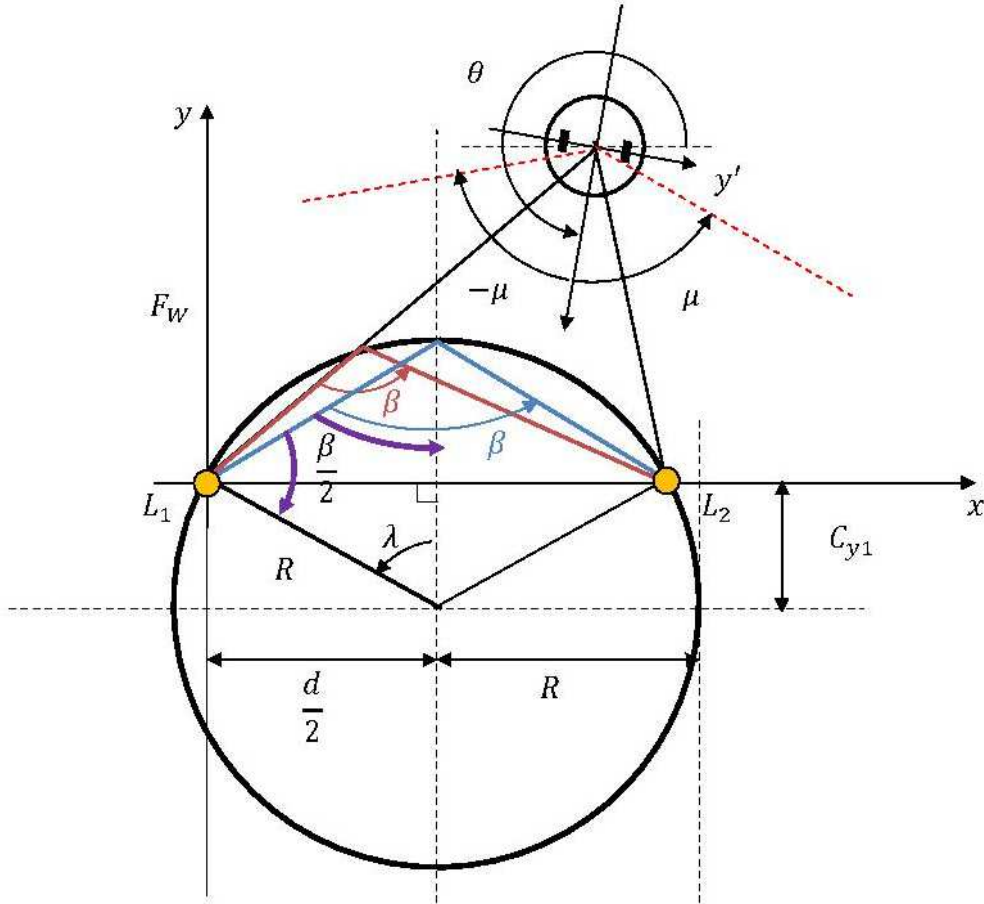


Figure 4.7 Calcul des paramètres de la zone interdite  $\Gamma_\beta$ .

**Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

---

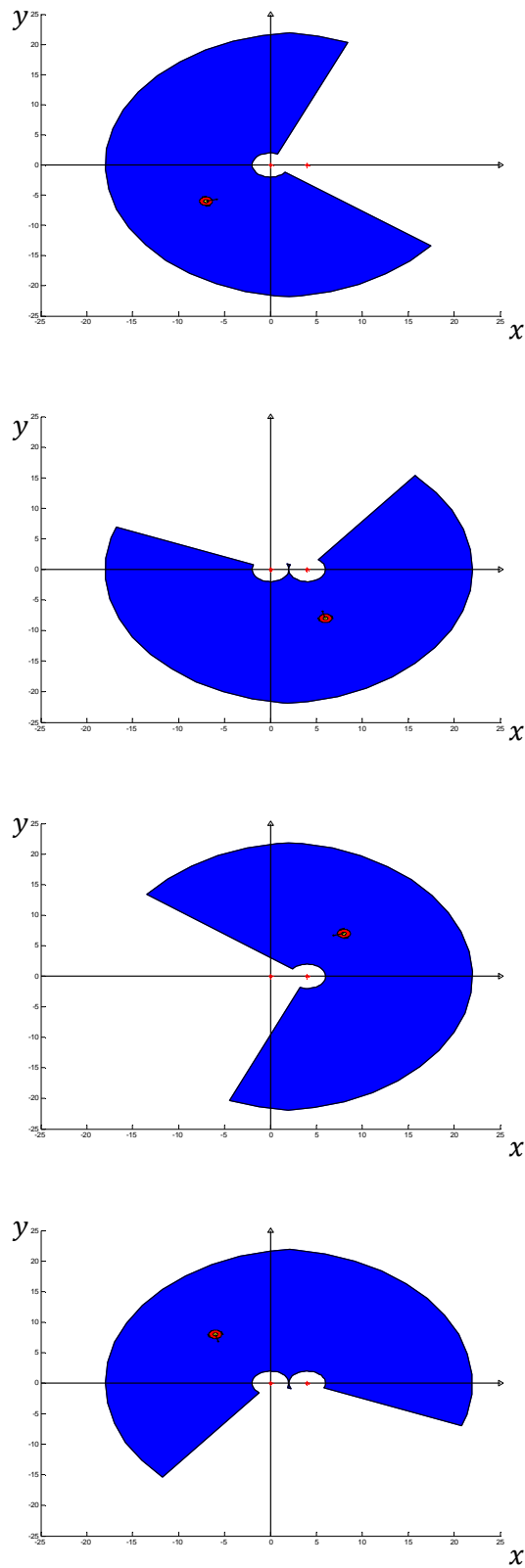


Figure 4.8 La structure de l'espace de configurations admissibles, dans le plan x-y, en fonction de  $\theta$  (des valeurs croissantes de  $\theta$ ), avec  $\pi/2 < \mu < \pi$  et  $\beta > \pi$ .

## **Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

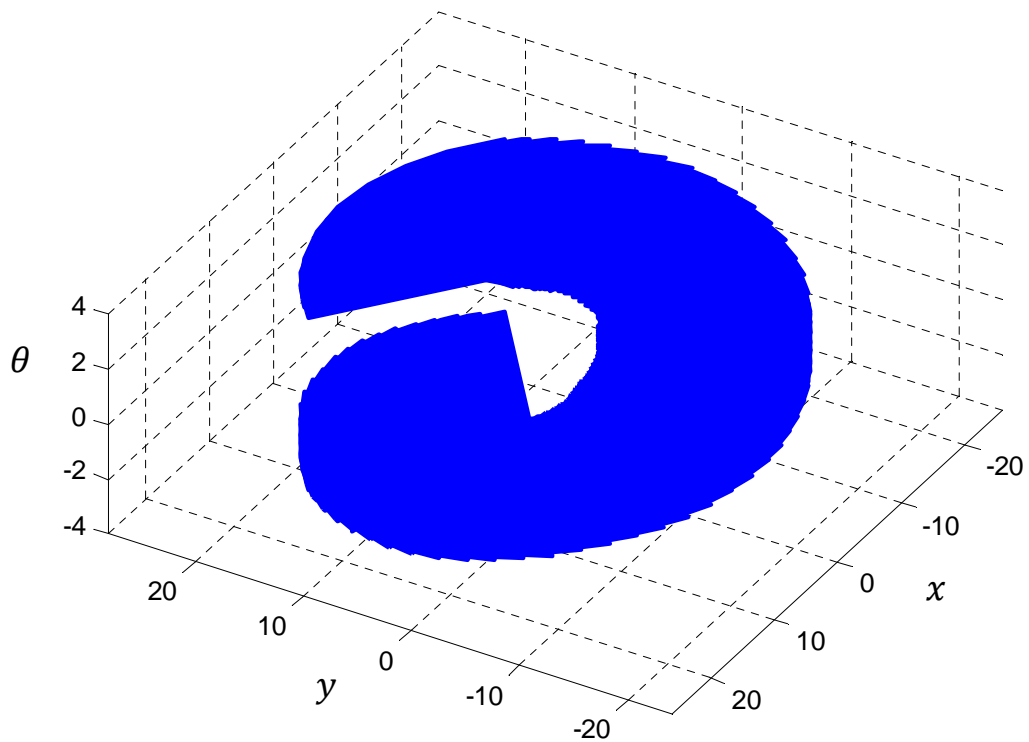
---

Dans la figure 4.6, les deux parties verte ( $V_1$ ) et rouge ( $V_2$ ) correspondent aux zones de visibilité de chaque balise. L'espace de configurations admissibles  $V$  (en bleu) est l'intersection de ces deux zones moins la zone interdite représentée en jaune ( $\Gamma_\beta$ ). La valeur de  $\beta$  dans cet exemple est inférieure à  $\pi$ .

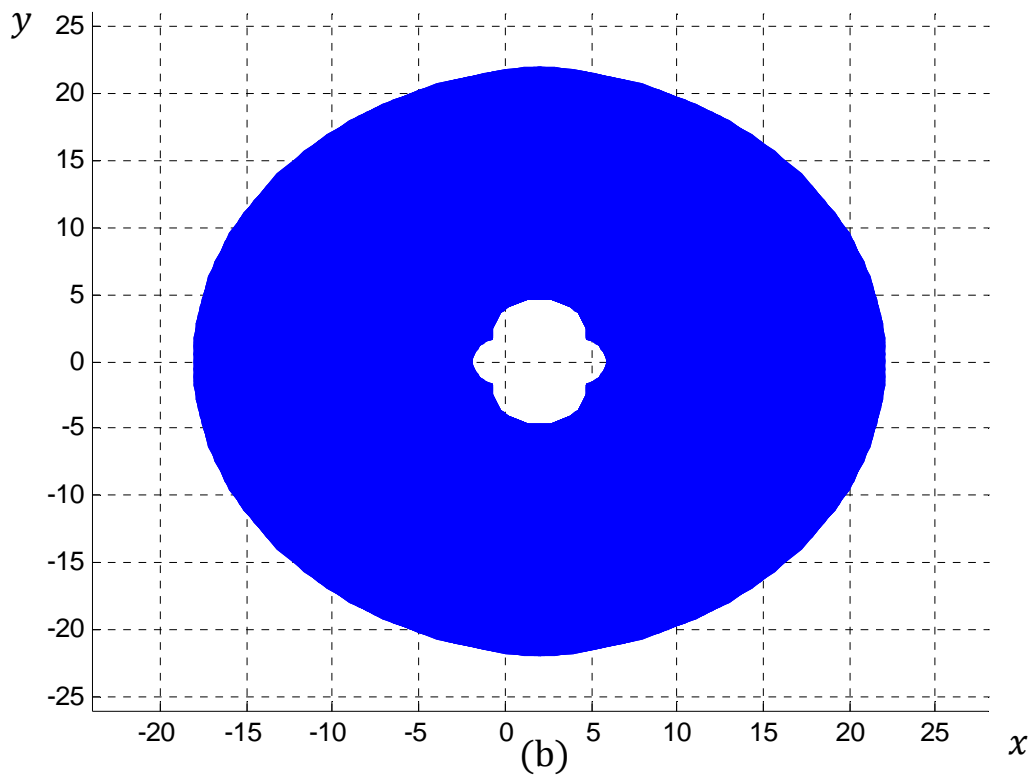
Dans un autre exemple (figure 4.8) pour  $\beta = 13\pi/12 > \pi$ , la zone interdite  $\Gamma_\beta$  n'existe pas (c.-à-d  $\Gamma_\beta = \emptyset$ ). Ainsi, l'espace de configurations admissibles est représenté pour certaines valeurs de  $\theta$  ( $\theta = \pi/12, 7\pi/12, 13\pi/12, 19\pi/12$  respectivement). Il est délimité par les deux droites  $\Delta^+(\theta)$  et  $\Delta^-(\theta)$  et par un ou deux arcs de rayon  $r_{\min}$  (dus aux contraintes de visibilité en termes de distance (limitation de la portée du capteur), illustrées dans les inégalités 4.11).

**Cas où  $\mu > \pi$ :** dans ce cas, n'importe quelle balise peut être perçue à partir de n'importe quelle position, à condition que le capteur soit correctement orienté et les distances  $r_{1,2}$  entre le capteur et chaque balise satisfaisant:  $r_{\min} \leq r_{1,2} \leq r_{\max}$ . La seule contrainte est que les deux balises doivent être vues simultanément, ce qui conduit à la même définition précédente d'une zone interdite  $\Gamma_\beta$  dans laquelle les deux balises ne sont pas visibles simultanément. Si  $\beta > \pi$ , cette zone n'existe pas. Noter que dans tous les cas, l'espace de configurations admissibles est connexe.

L'espace de configurations admissibles global pour  $\theta$  variant entre  $-\pi$  et  $\pi$  ( $\theta \in [-\pi, \pi]$ ) est illustré dans la figure 4.9.a, pour les valeurs  $r_{\min} = 2$ ,  $r_{\max} = 22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$ ,  $\beta = \pi/4$ . Les configurations appartenant à cet espace sont celles qui permettent au robot de percevoir les deux balises simultanément. Nous considérons souvent la projection de l'espace de configurations admissibles  $\mathcal{C}_{adm}$  en  $\mathbb{R}^2$ , c'est à dire l'ensemble des points dans le plan x-y pour lequel il existe au moins une orientation  $\theta$  telle que le robot est dans une configuration admissible (figure 4.9.b).



(a)



(b)

Figure 4.9 L'espace de configurations admissibles  $(x, y, \theta)$  d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir deux balises.

### 4.3.3 Perception d'un ensemble de balises

Nous passons maintenant au cas le plus général où le robot à roues différentielles doit maintenir un ensemble de balises  $L_1, L_2, \dots, L_n$  dans son champ de vision, comme illustré à la figure 4.10. Le robot est situé de telle manière que toutes ces balises soient visibles par son capteur.

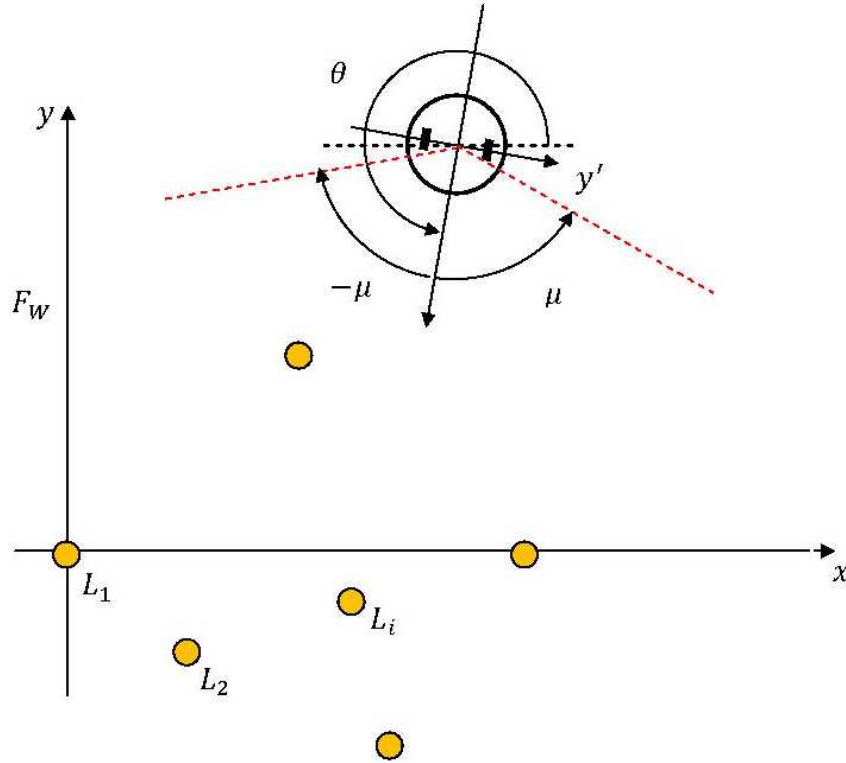


Figure 4.10 Robot à roues différentielles qui doit percevoir un ensemble de balises.

Pour représenter la configuration du robot en coordonnées polaires, nous définissons la distance et l'angle entre le robot et chaque balise  $L_i$  (avec  $i=1, \dots, n$ ) par  $r_i, \alpha_i$  respectivement.

Les contraintes de visibilité des balises en termes d'angle peuvent être écrites sous forme d'un ensemble d'inégalités, chacune d'elles représente la contrainte de visibilité d'une seule balise :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\beta}{2} \leq -\theta - \phi + \alpha_1 + \pi \leq \frac{\beta}{2} \\ -\frac{\beta}{2} \leq -\theta - \phi + \alpha_2 + \pi \leq \frac{\beta}{2} \\ \vdots \\ -\frac{\beta}{2} \leq -\theta - \phi + \alpha_n + \pi \leq \frac{\beta}{2} \end{array} \right. \quad (4.18)$$

**Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

---

Comme dans les cas précédents, le rayon du champ de vision (la plage de mesure) du capteur est limité, les contraintes de visibilité en termes de distance sont exprimées par les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} r_{min} \leq r_1 \leq r_{max} \\ r_{min} \leq r_2 \leq r_{max} \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \\ r_{min} \leq r_n \leq r_{max} \end{cases} \quad (4.19)$$

Pour plus de simplicité, nous considérons le cas de trois balises  $L_1$ ,  $L_2$ , et  $L_3$  se trouvant dans l'environnement local du robot (la figure 4.11). Les distances  $d_{12}$ ,  $d_{13}$  et  $d_{23}$  sont égales et représentent respectivement les distances entre chaque paire de ces balises. Les configurations admissibles sont celles qui permettent au système de satisfaire les inégalités (4.18) et (4.19) tel que  $n = 3$ .

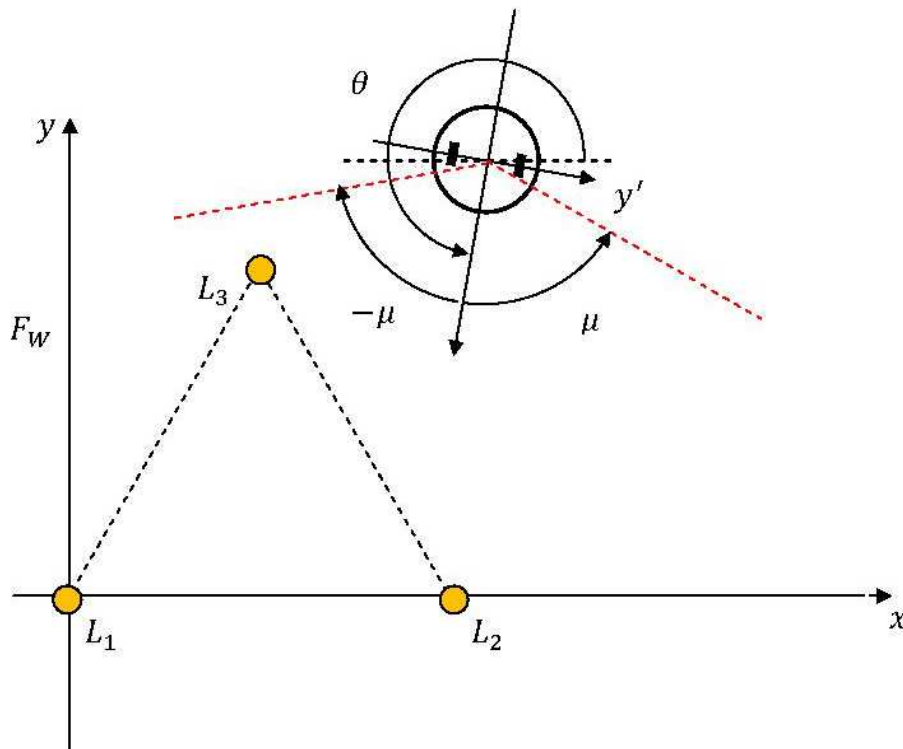


Figure 4.11 Perception de trois balises.

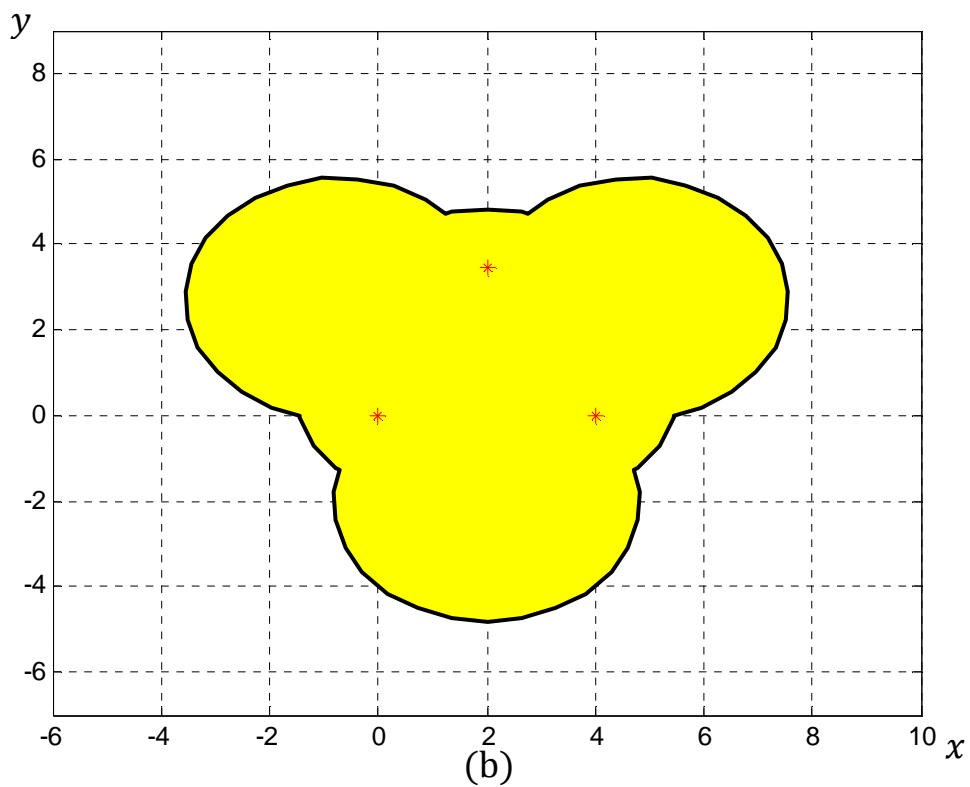
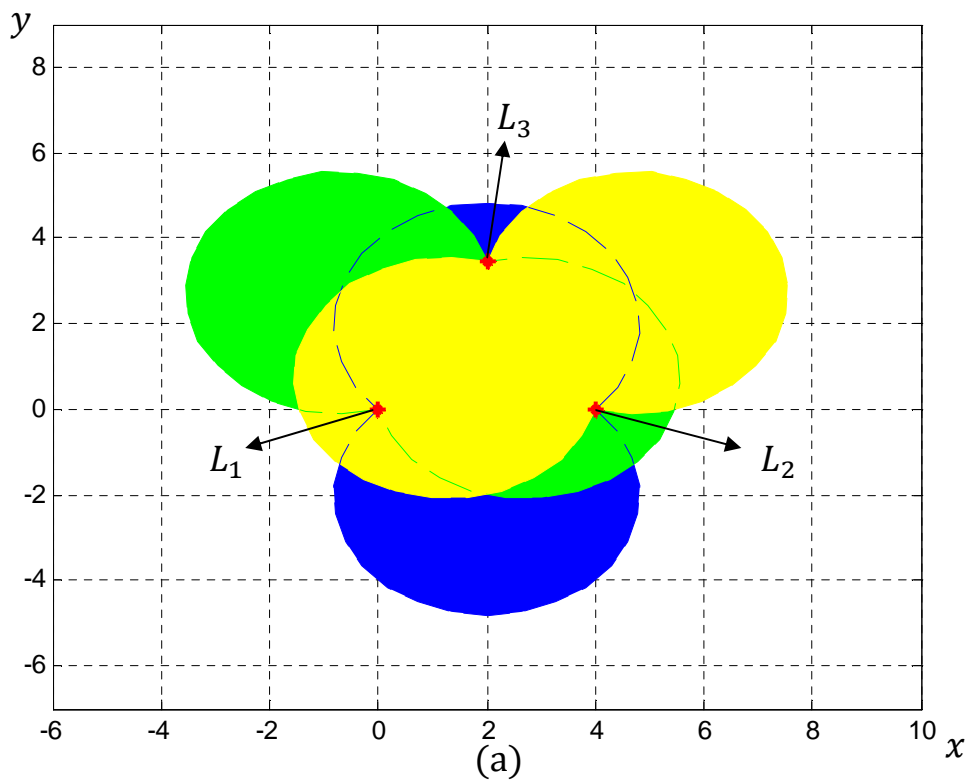


Figure 4.12. Zone interdite dans laquelle le robot ne peut pas percevoir les trois balises simultanément.

## **Chapitre 4 : L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Holonome Soumis à des Contraintes de Visibilité**

---

Comme dans le cas de deux balises, lorsque  $\beta < \pi$ , nous avons des configurations interdites du fait que les trois balises ne peuvent pas être visibles simultanément. La zone interdite des trois balises  $\Gamma_\beta$  est définie comme l'union entre les zones interdites correspondant à chaque paire de balises, comme illustré à la figure 4.12 :

$$\Gamma_\beta = \Gamma_{\beta 12} \cup \Gamma_{\beta 13} \cup \Gamma_{\beta 23} \quad (4.20)$$

telles que

$\Gamma_{\beta 12}$  est la zone interdite dans laquelle le robot ne peut pas percevoir les balises  $L_1$  et  $L_2$  simultanément.

$\Gamma_{\beta 13}$  est la zone interdite dans laquelle le robot ne peut pas percevoir les balises  $L_1$  et  $L_3$  simultanément.

$\Gamma_{\beta 23}$  est la zone interdite dans laquelle le robot ne peut pas percevoir les balises  $L_2$  et  $L_3$  simultanément.

La zone de visibilité des trois balises est la région d'intersection entre les zones de visibilité de chaque balise sans oublier de supprimer la zone interdite  $\Gamma_\beta$ . Un exemple de zone de visibilité, calculé pour une valeur de  $\theta = -\pi/2$ , est illustré à la figure 4.13. Les parties verte ( $V_1$ ), rouge ( $V_2$ ) et violet ( $V_3$ ) correspondent aux zones de visibilité de chaque balise. L'espace de configurations admissibles  $V$  (en bleu) est l'intersection de ces zones de visibilité moins la zone interdite représentée en jaune ( $\Gamma_\beta$ ). La valeur du  $\beta$  dans cet exemple est inférieure à  $\pi$ .

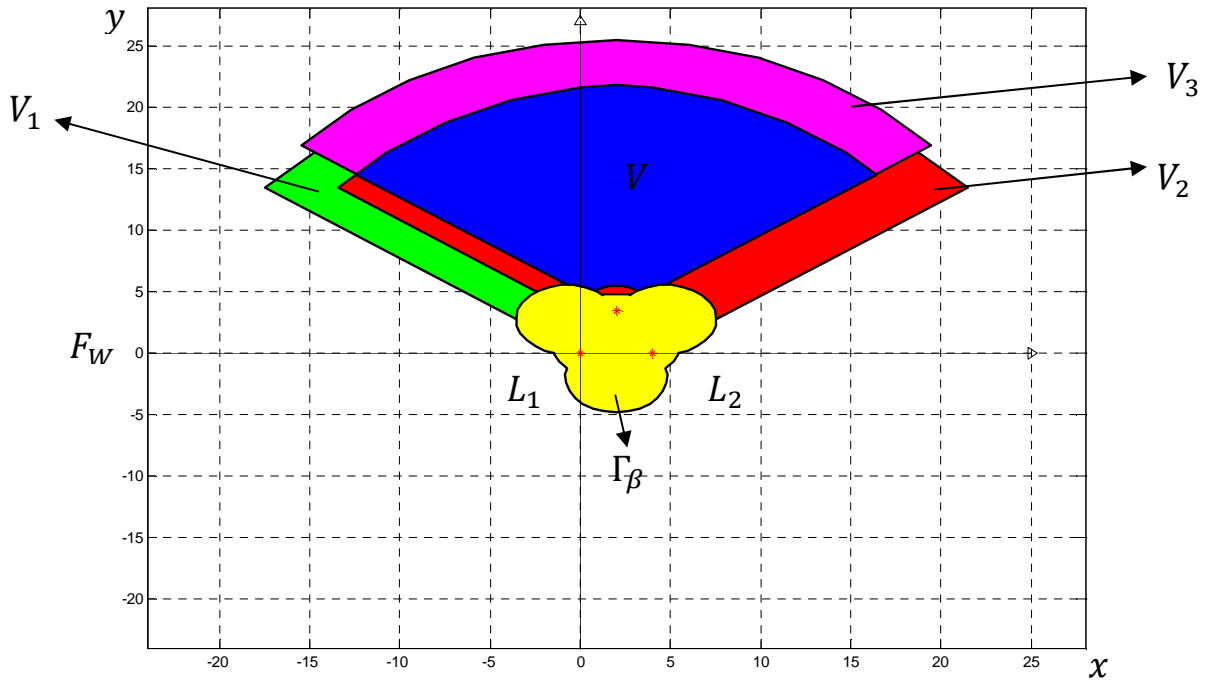
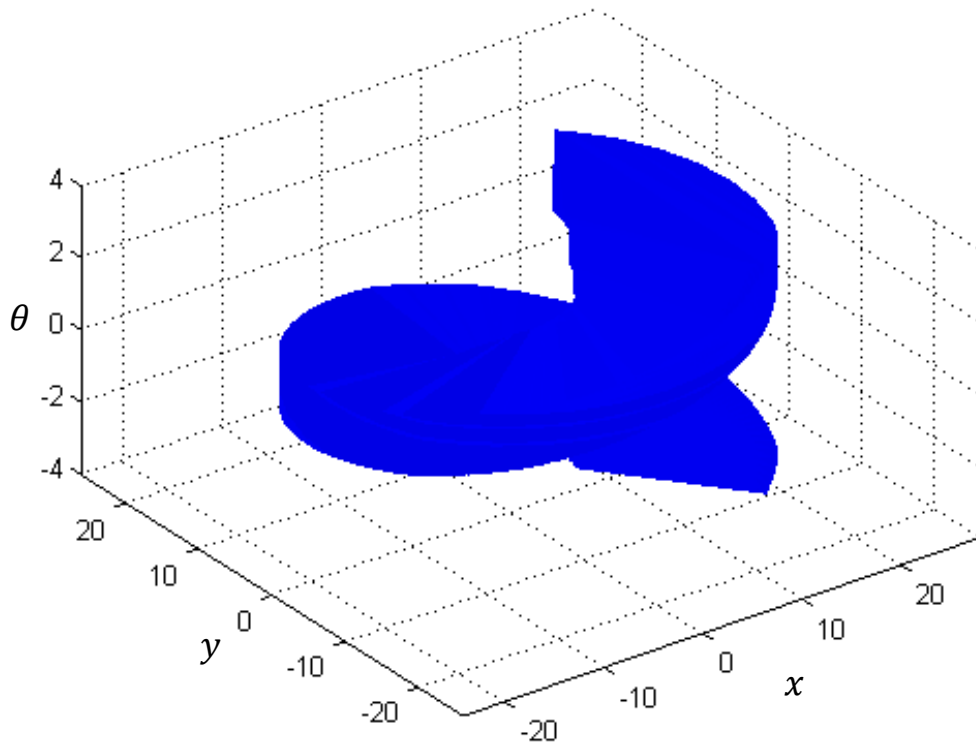
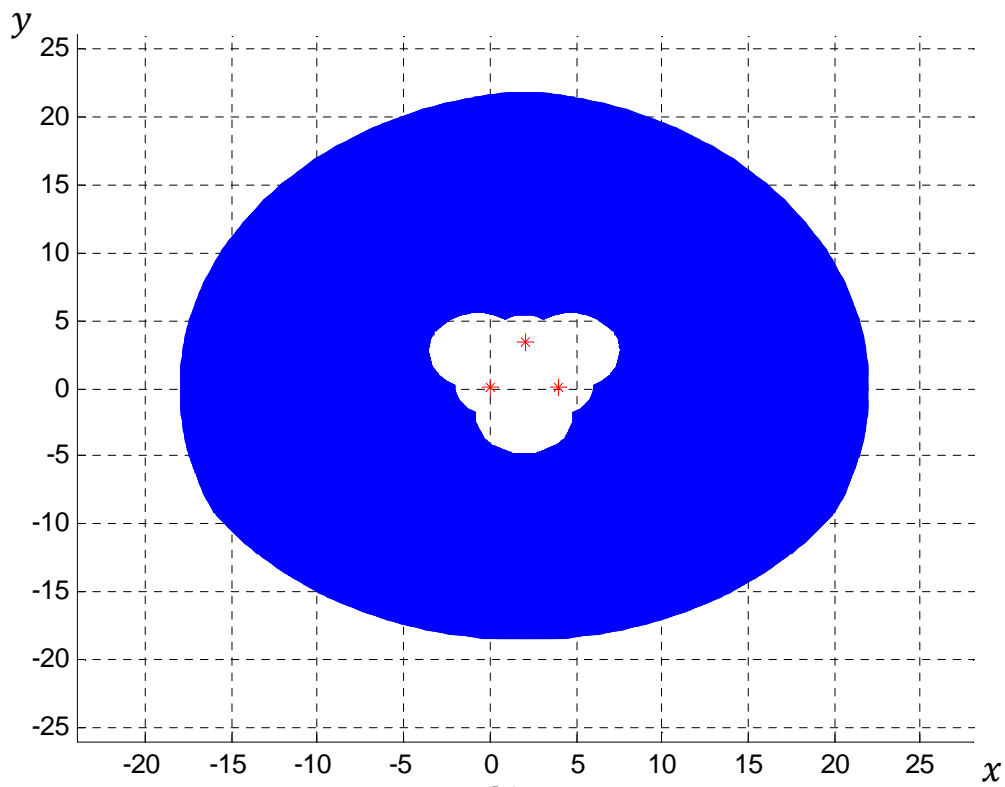


Figure 4.13. L'espace des configurations admissibles  $V$  (en bleu) pour une valeur de  $\theta = -\pi/2$ , avec  $r_{\min}=2$ ,  $r_{\max}=22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$ ,  $\beta = \pi/4$ .

La structure de la zone de visibilité varie en fonction des valeurs de l'angle de rotation  $\theta$ . L'espace de configurations admissibles global pour  $\theta$  variant entre  $-\pi$  et  $\pi$  ( $\theta \in [-\pi, \pi]$ ) est donné en bleu dans la figure 4.14.a, pour des valeurs de  $r_{\min} = 2$ ,  $r_{\max} = 22$ ,  $\phi^+ = \pi/6$ ,  $\beta = \pi/4$ . Les configurations appartenant à cet espace sont celles pour lesquelles les trois balises peuvent être détectées simultanément par le capteur embarqué sur le robot. La projection de cet espace sur le plan x-y nous permet de déterminer l'ensemble des positions  $(x, y)$  du robot pour lesquelles il existe au moins une orientation  $\theta$  qui permet au robot de percevoir les trois balises simultanément (figure 4.14.b).



(a)



(b)

Figure 4.14 L'espace de configurations admissibles  $(x, y, \theta)$  d'un robot mobile à roues différentielles qui doit percevoir trois balises.

## **4.4 Conclusion**

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'espace de configurations d'un robot non holonome à roues différentielles soumis à des contraintes de visibilité. Le robot est équipé d'un capteur à champ de vision limité et qui doit percevoir une ou plusieurs balises se trouvant dans l'environnement. Les limitations du champ de vision et l'angle de rotation du capteur imposent des contraintes sur la visibilité de ces balises et produisent des obstacles virtuels dans l'espace de configurations. En effet, Les configurations appartenant à ces obstacles sont non admissibles et ne permettent pas au robot de détecter les balises. Après avoir exprimé les contraintes de visibilité sous formes d'équations et d'inégalités mathématiques, nous avons calculé l'espace de configurations admissibles résultant de ces contraintes. La projection de cet espace dans le plan x-y nous permet de déterminer l'ensemble des positions  $(x,y)$  du robot pour lesquelles il existe une orientation  $\theta$  qui lui offre la possibilité de percevoir les balises.

# Conclusion Générale

## *Conclusion Générale*

---

Lorsque l'environnement du robot est bien connu, le problème de localisation ou de poursuite de chemin correspond à une opération de prédiction-vérification qui n'est possible que si le robot est guidé par la prédiction des événements. Sans une carte d'environnement, la prédiction n'est pas possible et le robot ne peut se référer qu'à des informations issues de capteurs définissant des caractéristiques locales de l'environnement [Pru 96].

Dans ce dernier cas, la planification de chemin est locale et le robot doit trouver une trajectoire dans l'espace des configurations admissibles, en ne considérant que des informations sur l'environnement local. Cette trajectoire amène le robot d'une configuration source  $q_0 = q(t_0)$  à une configuration but  $q_f = q(t_f)$ . Les points source et but sont en général peu éloignés. Cette planification est considérée comme un sous-problème de la planification globale et le point but comme un sous-but appartenant à l'ensemble des points de passages de la trajectoire globale.

L'utilisation des balises est nécessaire pour résoudre ce type de problème, soit pour réaliser la localisation du robot ou pour naviguer dans des environnements de structures différentes, comme elles peuvent être utilisées en tant que des buts ou sous-but à atteindre ou à percevoir durant le mouvement.

Dans ce mémoire, nous avons étudié l'espace de configurations admissibles d'un robot non holonome à roues différentielles (c.à.d. un véhicule qui comporte une contrainte non-holonome mais qui possède la capacité de tourner autour d'un point) capable de percevoir une ou plusieurs balises se trouvant dans l'environnement local du robot. En plus de la non-holonomie, le mobile est soumis à deux contraintes supplémentaires : la contrainte de visibilité des balises et les limites sur l'angle de rotation du capteur. Ces contraintes produisent des obstacles virtuels, autrement dit des configurations non admissibles pour le robot mobile. Le but de ce travail était donc de calculer l'espace de configurations admissibles du robot qui doit maintenir la visibilité d'une ou plusieurs balises. Nous pensons que cette analyse a des applications dans la navigation autonome, comme elle peut être utilisée dans des tâches de surveillance. Dans ce dernier cas le robot doit surveiller des objets considérés comme des balises à percevoir dans l'environnement.

Comme perspectives, nous envisageons de refaire cette étude cette fois-ci en présence d'obstacle se trouvant entre le robot et les balises. Nous nous intéressons également à la planification locale de trajectoires dans un environnement encombré d'obstacles où le robot doit se déplacer et percevoir un ensemble de balises réparties dans son environnement.

# Bibliographie

- [Act 04] ActivMedia. P3-DX: World's Most Popular Intelligent Wheeled Robot, 2004. <http://www.activrobots.com>.
- [Ald 01] M. J. Aldon. Capteurs et méthodes pour la localisation des robots mobiles. Techniques de l'Ingénieur, 2001.
- [Baj 98] J. Bajon. Vision 2D en robotique. Techniques de l'Ingénieur, 1998.
- [Bay 10] B. Bayle. Robotique mobile. Université de Strasbourg, France, 2010.
- [Ber 09] K. Berns, E. Puttkamer. Autonomous Land Vehicles. Vieweg Teubner, 2009
- [Bha 05] S. Bhattacharya. Optimal paths for landmark-based navigation by non-holonomic vehicles with field-of-view constraints. Master's thesis, University of Illinois, 2005.
- [Bha 07] S. Bhattacharya, R. Murrieta-Cid, and S. Hutchinson. Optimal paths for landmark-based navigation by differential-drive vehicles with field-of-view constraints. *IEEE Trans. on Robotics*, 23(1):47–59, 2007.
- [Bei 11] M. Beinhofer, J. Müller, and W. Burgard. Near-optimal landmark selection for mobile robot navigation. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4744-4749, 2011.
- [Bor 96] J. Borenstein, B. Everett, and L. Feng. Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robot Positioning. University of Michigan, 1996.
- [Bri 04] A. Briggs, C. Detweiler, D. Scharstein, and A. Vandenberg-Rodes. Expected shortest paths for landmark-based robot navigation. *Int. J. of Robotics Research*, 8(12), 2004.
- [Cam 96] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andréa-Novel. Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 1, pages 47-62, 1996.
- [Cho 05] H. Choset, K. Lynch, S. Hutchinson, G. Kantor, W. Burgard, L. Kavraki, and S. Thrun. Principles of Robot Motion-Theory, Algorithms, and Implementation. The MIT Press, England, 2005.

- [Chr 08] H. I. Christensen and G. D. Hager. The Perception Process. Springer Handbook of Robotics, (Eds: B. Siciliano and O. Khatib), pp 827- 852, Springer. 2008
- [Dud 00] G. Dudek and M. Jenkin. Computational principles of mobile robotics. Cambridge University Press, 2000.
- [Fil 11] D. Filliat. Robotique Mobile. Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA), France, 2011.
- [Fou 99] J. Y. Fourquet and M. Renaud. Coordinated Control of a Non-Holonomic Mobile Manipulator. In ISER'1999, pages 115-125, Sydney, Australie, mars 1999.
- [Fuk 81] I. Fukui. TV Image Processing to Determine the Position of a Robot Vehicle. Pattern Recognition, Vol. 14, pp. 101-109, 1981.
- [Gir 84] G. Giralt, R. Chatila, and M. Vaisset. An Integrated Navigation and Motion Control System for Autonomous Multisensory Mobile Robots. In First International Symposium on Robotics Research, pages 191-214, Cambridge, 1984.
- [Hay 08] J. B. Hayet, C. Esteves, and R. Murrieta-Cid. A motion planner for maintaining landmark visibility with a differential drive robot. In Springer, editor, Proc. of the Eight Int. Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics, 2008.
- [Hay 09] J. B. Hayet, C. Esteves, G. Arechavaleta, and E. Yoshida. Shortest paths for differential drive robots under visibility and sensor constraints. In Proc. of the 9th IEEE-RAS Intl. Conf. on Humanoid Robots., pages 196–201, 2009.
- [Hay 11] J. B. Hayet. Shortest length paths for a differential drive robot keeping a set of landmarks in sight. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2011.
- [Kab 87] M. Kabuka and A. Arenas. Position Verification of a Mobile Robot Using Standard Pattern. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 6, pp. 505-516, 1987.
- [Khe 12] A. Khelloufi and N. Achour. L'Espace de Configurations Admissibles d'un Robot Mobile Non Homonome qui Doit Percevoir une ou deux Balises. ICIEM 2012, Second International Conference on Industrial Engineering & Manufacturing, Batna University, Batna, Algeria May 06-07, 2012.
- [K-t 02] K-team. Khepera II user manual, 2002. <http://www.k-team.com>.

- [Lap 92] B. Lapin. Adaptive Position Estimation for an Automated Guided Vehicle. *Proceedings of the 1992 SPIE Conference on Mobile Robots*, Boston, MA, Nov. 18-20, pp. 82-94, 1992.
- [Lat 91] J. C. Latombe. Robot motion planning. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [Lau 87] J. P. Laumond. Feasible trajectories for mobile robots with kinematic and environment constraints. In: *Intelligent Autonomous Systems*, ed. by F.C.A. Groen (L.O. Hertzberger, Amsterdam 1987) pp. 346–354.
- [Lau 97] C. Lurgeau. Perception géométrique tridimensionnelle en robotique. *Techniques de l'Ingénieur*, 1997.
- [LaV 04] S. M. LaValle. Planning algorithms. Published online, 1999-2004. <http://misl.cs.uiuc.edu/planning>.
- [Laz 95] A. Lazanas and J. C. Latombe. Landmark-based robot navigation. *Algorithmica*, 13(5):472-501, 1995.
- [Loz 80] T. Lozano-Pérez. Spatial Planning: A Configuration Space Approach. In A.I. Memo No. 605. Massachusetts Institute of Technology, 1980.
- [Mag 84] M. Magee and J. Aggarwal. Determining the Position of a Robot Using a Single Calibrated Object. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta, GA, March 13-15, pp. 140-149, 1984.
- [Mer 06] Merlin Robotics. 2006. <http://www.merlinrobotics.co.uk/merlinrobotics/>
- [Mes 92] Y. Mesaki and I. Masuda. A New Mobile Robot Guidance System Using Optical Reflectors. *Proceedings of the 1992 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Raleigh, NC, July 7-10, pp. 628-635, 1992.
- [Min 08] J. Minguez, F. Lamiroux, and J. P. Laumond. Motion Planning and Obstacle Avoidance. *Springer Handbook of Robotics*, (Eds: B. Siciliano and O. Khatib), pp 827- 852, Springer. 2008.
- [Mon 02] M. Montemerlo, S. Thrun, D. Koller, and B. Wegbreit. FastSLAM: a factored solution to the simultaneous localization and mapping problem, *Proc. Nat. Conf. Artif. Intell. (AAAI)*, 2002.
- [Mor 09] N. Morette. Contribution à la Navigation de robots mobiles : approche par modèle direct et commande prédictive. Thèse de doctorat, 2009.
- [Nei 72] J. Neimark and N. Fufaev. Dynamics of nonholonomic systems, volume 33. *Translations of Mathematical Monographs*, 1972.

- [Nic 98] B. Nickerson, P. Jasiobedzki, D. Wilkes, M. Jenkin, E. Milios, J. Tsotsos, A. Jepson, and O. N. Bains. The ARK project: Autonomous mobile robots for known industrial environments. *Robotics and Autonomous Systems*, 25:83-104, 1998.
- [Pru 96] A. Pruski. *Robotique mobile : la planification de trajectoire*. Hermès Sciences Publications, Collection : *Traité des nouvelles Technologies*. Série Robotique, 1996.
- [Sal 10] P. Salaris, D. Fontanelli, L. Pallottino, and A. Bicchi. Shortest paths for a robot with nonholonomic and field-of-view constraints. *IEEE Trans. on Robotics*, 26:269–281, 2010.
- [Sch 87] J. T. Schwartz and M. Sharir. On the piano movers’ problem : ii. In *General Techniques for Computing Topological Properties of Real Algebraic Manifolds*. Ablex Series in Artificial Intelligence. Ablex Publishing Corporation, Norwood, NJ, USA, Chapter 2 51–96, 1987.
- [Sic 09] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics : Modelling, Planning and Control*. Springer, 2009.
- [Sic 04] Sick. *Scanners de mesure à laser*, 2004.  
<http://www.sick.fr/fr/produits/vision/lasermeasurementinterface/fr.html>.
- [Sie 04] R. Siegwart and I. Nourbakhsh. *Introduction to autonomous mobile robots*, MIT Press, 2004.
- [Sim 98] R. Sim and G. Dudek. Mobile robot localization from learned landmarks. In *Proc. of IEEE/RSJ Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 1998.
- [Thr 98] S. Thrun. Bayesian landmark learning for mobile robot localization. *Machine Learning*, 33(1): 41-76,1998.
- [Thr 06] S. Thrun, M. Montemerlo, H. Dahlkamp, D. Stavens, A. Aron, J. Diebel, P. Fong, J. Gale, M. Halpenny, G. Hoffmann, K. Lau, C. Oakley, M. Palatucci, V. Pratt, P. Stang, S. Strohband, C. Dupont, L. Jendrossek, C. Koelen, C. Markey, C. Rummel, J. Niekerk, E. Jensen, P. Alessandrini, G. Bradski, B. Davies, S. Ettinger, A. Kaehler, A. Nefian, and P. Mahoney. The robot that won the darpa grand challenge. *Journal of Field Robotics*, 23:661–692, 2006.
- [Ura 85] **Uranus** An omni-directional mobile robot.1985.  
<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/user/gwp/www/robots/Uranus.html>

# Annexes

Nous présentons dans cette annexe les organigrammes des programmes que nous avons développés en langage Matlab pour calculer l'espace de configurations admissibles étudié dans le chapitre 4.

Nous définissons les paramètres suivant :

$\beta$  : l'angle de champs de vision du capteur.

$\phi^+$  : l'angle de rotation maximale (vers la droite) du capteur.

$[r_{min}, r_{max}]$  : la plage de mesure du capteur.

$(r, \alpha, \theta)$  : La configuration du robot en coordonnées polaires

Les limites de visibilité angulaire :

$$\begin{cases} \alpha^- = \theta - \pi - \phi^+ - \frac{\beta}{2} \\ \alpha^+ = \theta - \pi + \phi^+ + \frac{\beta}{2} \end{cases}$$

n : le nombre de balises.

i : le numéro de la balise i avec  $i = 1, 2, \dots, n$ .

k, l, m : des entiers.

(L1x, L1y) : les coordonnées de la balise 1.

(L2x, L2y) : les coordonnées de la balise 2.

(Lix, Liy) : les coordonnées de la balise i.

(Lnx, Lny) : les coordonnées de la balise n.

Arc 1.1: l'arc de cercle de centre (L1x, L1y) et de rayon  $r = r_{min}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

Arc 1.2: l'arc de cercle de centre (L1x, L1y) et de rayon  $r = r_{max}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

Arc 2.1: l'arc de cercle de centre (L2x, L2y) et de rayon  $r = r_{min}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

Arc 2.2: l'arc de cercle de centre (L2x, L2y) et de rayon  $r = r_{max}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

Arc 1.i: l'arc de cercle de centre (Lix, Liy) et de rayon  $r = r_{min}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

Arc 1.i: l'arc de cercle de centre (Lix, Liy) et de rayon  $r = r_{max}$  ( $\alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+$ ).

ZV1: la zone de visibilité de balise L1 (elle se trouve entre " Arc 1.1" et "Arc 1.2").

ZV2: la zone de visibilité de balise L2 (elle se trouve entre " Arc 2.1" et "Arc 2.2").

ZVi: la zone de visibilité de balise Li (elle se trouve entre " Arc i.1" et "Arc i.2").

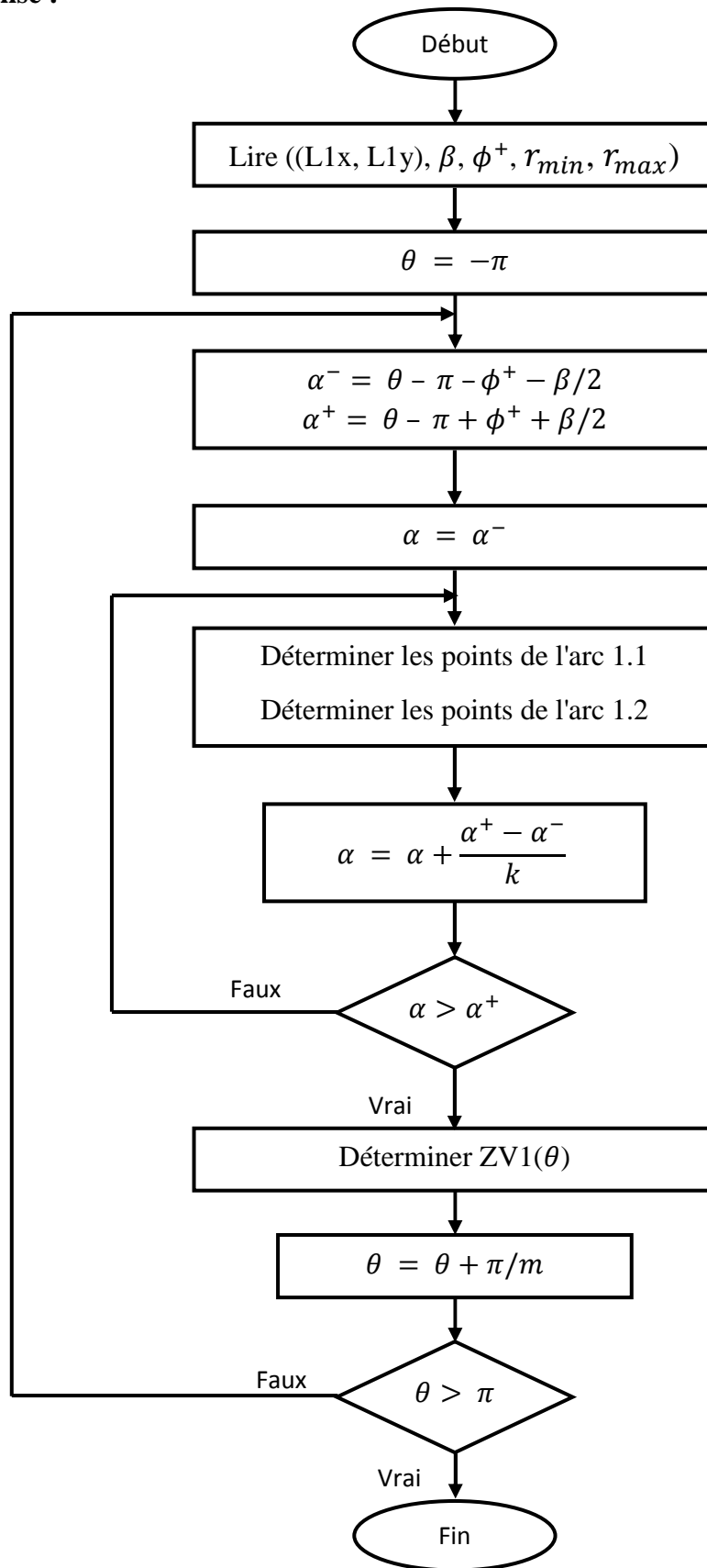
$\Gamma_{\beta 12}$  : la zone interdite des balise L1 et L2.

$\Gamma_{\beta ij}$  : la zone interdite des balise Li et Lj.

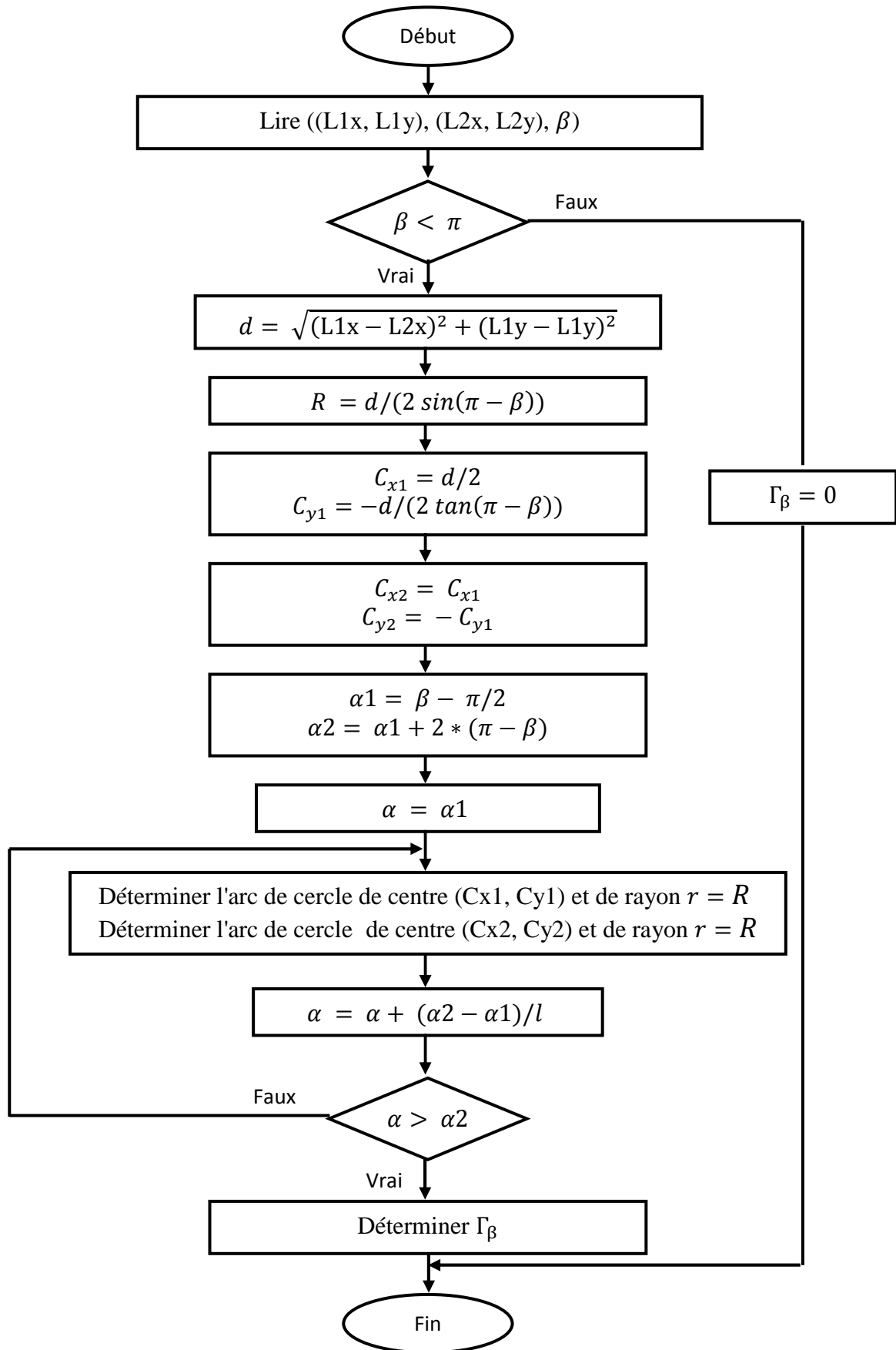
$$\Gamma_{\beta} = \Gamma_{\beta 12} \cup \Gamma_{\beta 13} \dots \cup \Gamma_{\beta 1n} \cup \Gamma_{\beta 23} \cup \Gamma_{\beta 24} \dots \cup \Gamma_{\beta 2n} \dots \cup \Gamma_{\beta n-1n}.$$

La zone de visibilité d'un ensemble de balises :  $ZV = (ZV1 \cap ZV2 \dots \cap ZVn) \setminus \Gamma_{\beta}$ .

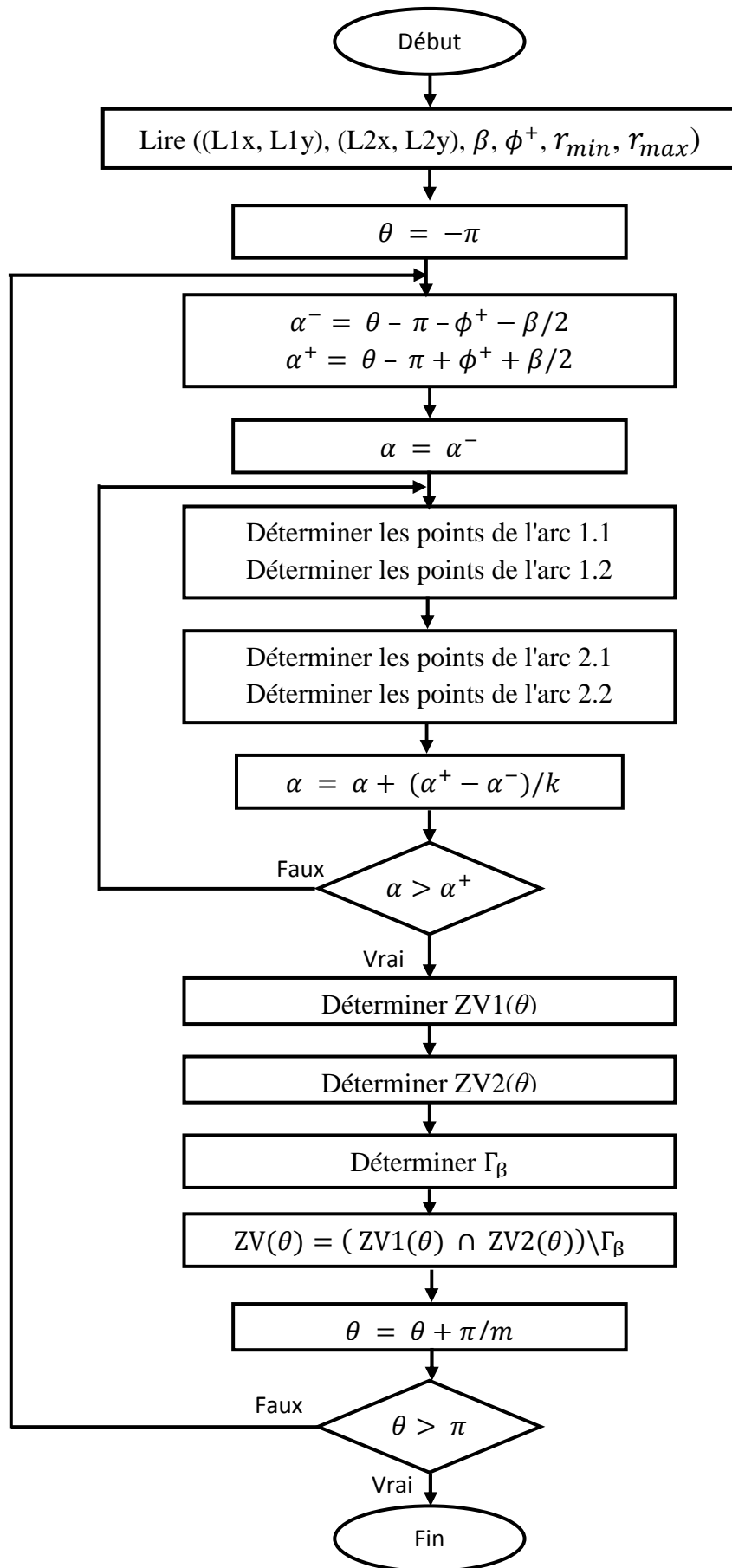
1. Calcul de l'espace de configurations admissibles sous contraintes de visibilité d'une seule balise :



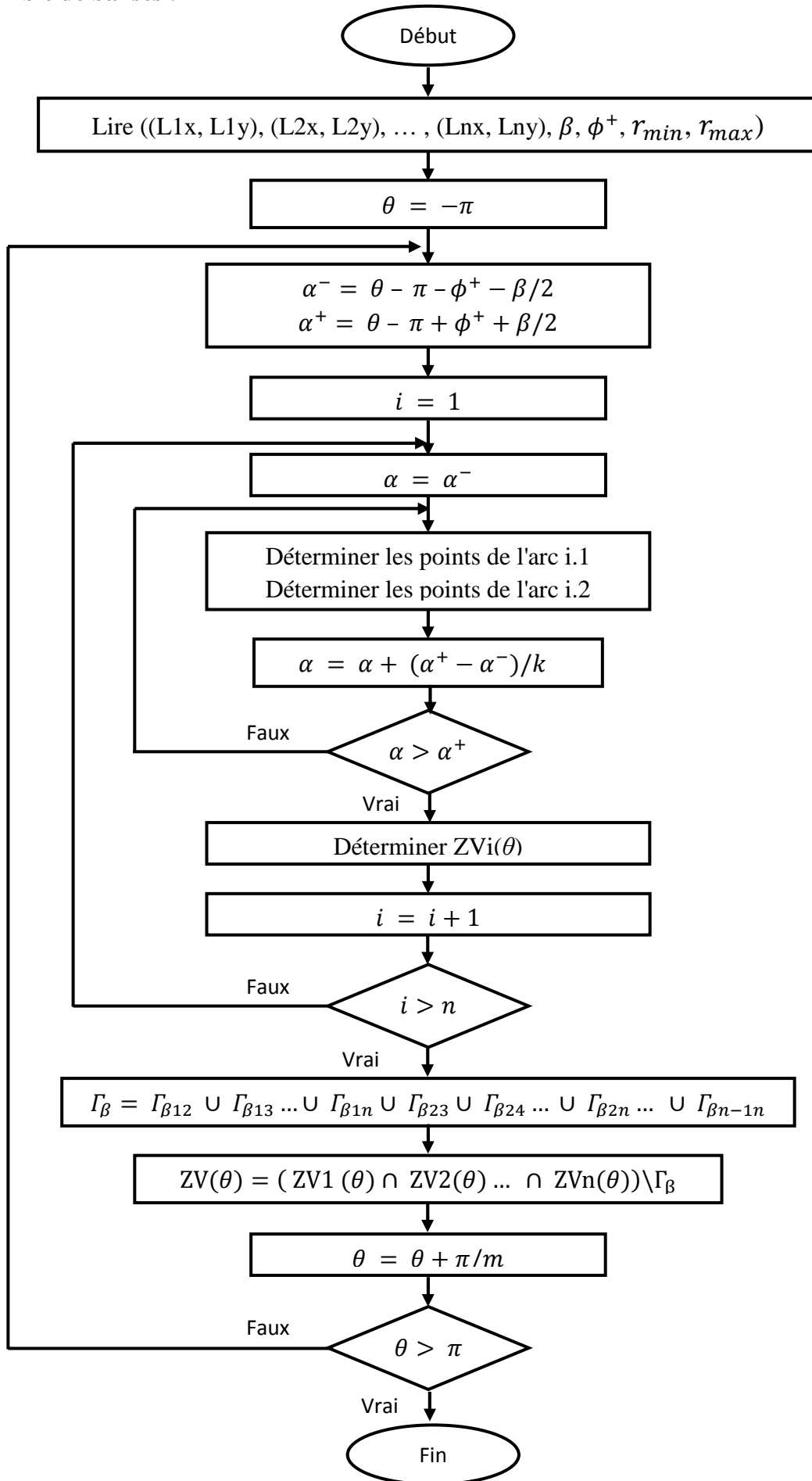
2. Calcul de la zone interdite  $\Gamma_\beta$  de deux balises :



**3. Calcul de l'espace de configurations admissibles sous contraintes de visibilité de deux balises :**



**4 . Calcul de l'espace de configurations admissibles sous contraintes de visibilité d'un ensemble de balises :**



## ملخص

للقيام بحركات آمنة وسريعة يعتمد الروبوت على المعلومات المستقاة من فضاء عمله. تهدف هذه المذكرة لدراسة فضاء الوضعيات المقبولة لروبوت متحرك في وجود واحدة أو أكثر من العلامات المميزة في محيطه والتي يتوجب عليه أن يحرص على إبقائها في مجال رؤيته. الروبوت هو عبارة عن نظام غير هولونومي ذو عجلتين فعاليتين ومزود بحساس ذو مجال رؤية محدود. نظام من هذا النوع يخضع لعدة قيود تتمثل في : الغير هولونوميا، القيود المفروضة على زاوية دوران الحساس، بالإضافة إلى محدودية مجال الرؤية بالنسبة لهذا الأخير. تتسبب هذه القيود في إنتاج حواجز افتراضية لا تسمح للروبوت باستشعار العلامات المميزة. والهدف من العمل المقدم في هذه المذكرة هو تحديد فضاء الحركة للروبوت مع احترام القيود الناجمة عن محدودية الرؤية والطبيعة الغير هولونومية للنظام. بعد كتابة قيود الرؤية المفروضة على الروبوت في شكل معادلات و متراجحات رياضية، قمنا بحساب فضاء الوضعيات المقبولة الناتج عن هذه القيود. نعتقد أن هذه الدراسة لها تطبيقات في الملاحة الذاتية التحكم، كما يمكن أن تستخدم في مهام المراقبة، وفي هذه الحالة يكون الروبوت مكلف بمراقبة بعض الأشياء ذات الأهمية الموجودة في محيطه.

كلمات دلالية : فضاء الوضعيات، الروبوتات الغير هولونومية، قيود الرؤية، الملاحة بواسطة العلامات المميزة

## Résumé

La garantie de déplacements sûrs et rapides d'un robot dans l'environnement repose sur une bonne connaissance des caractéristiques de l'espace d'évolution. Dans ce mémoire, nous étudions l'espace de configurations admissibles d'un robot mobile en présence d'une ou plusieurs balises statiques que le robot doit percevoir dans son champ de vision. Le robot est un système non holonome à roues différentielles qui dispose d'un capteur avec un champ de vision limité. Un tel système doit satisfaire plusieurs types de contraintes: la non-holonomie, les limites sur l'angle de rotation du capteur et la limitation du champ de vision du capteur. Ces contraintes de visibilité produisent des obstacles virtuels dans l'espace de configurations. En effet, Les configurations appartenant à ces obstacles sont non admissibles et ne permettent pas au robot de détecter les balises. Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour but la détermination de l'espace de mobilité du robot tout en respectant les contraintes de visibilité et de non holonomie.

Après avoir exprimé les contraintes de visibilité sous formes d'équations et d'inégalités mathématiques, nous avons calculé l'espace de configurations admissibles résultant de ces contraintes. Nous pensons que cette analyse a des applications dans la navigation autonome, comme elle peut être utilisée dans des tâches de surveillance. Dans ce dernier cas le robot doit surveiller des objets considérés comme des balises à percevoir dans son environnement.

**Mot clés:** Espace de configuration; robot non holonome; contrainte de visibilité; navigation basé sur les balises.

## Summary

Safe and fast movements of a robot in the environment depend on its knowledge of the evolution space .In this thesis, we study the admissible configuration space of a mobile robot in the presence of one or more landmarks that the robot has to keep in its field of view. The robot is a nonholonomic differential drive system which has a sensor with a limited field of view. Such a system has to satisfy several types of constraint: the non-holonomy, the limits on the rotation angle sensor and the limitation of the field of view sensor. These visibility constraints produce virtual obstacles in the configuration space. Indeed, the configurations belong to these obstacles are inadmissible and will not allow the robot to detect the landmarks. The work presented in this thesis aimed to determine the mobility space of the robot while respecting the visibility and non-holonomy constraints.

After expressing the visibility constraints in the form of mathematical equations and inequalities, we calculated the resulting admissible configuration space of these constraints. We believe that this analysis has applications in autonomous navigation, as it can be used in surveillance tasks, where the robot has to monitor some objects of interest.

**Keywords:** Configuration space; nonholonomic robot; visibility constraints; Landmark-based navigation.