

N° d'ordre : 14/2009-M/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIENNE »

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En : PHYSIQUE

Spécialité : Energétique et Mécanique des Fluides

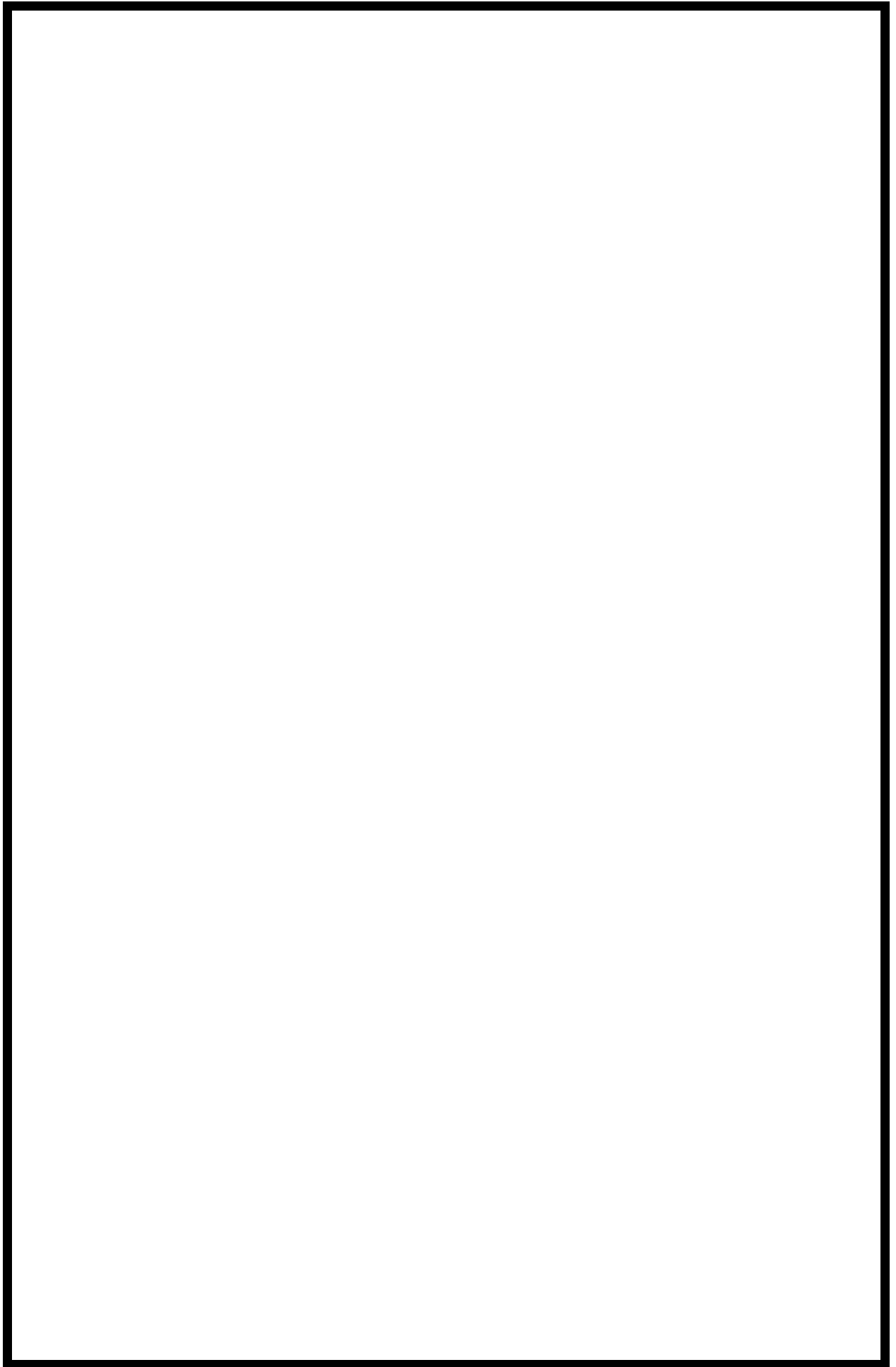
Par : **TIGRINE ZAHIA**

Sujet

***ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ECOULEMENT ENTRE
DEUX SPHERES CONCENTRIQUES EN ROTATION***

Soutenu publiquement le 28 /01/2009, devant le jury composé de :

Mr- A. BOUABDALLAH	Professeur à l'USTHB	Président
Mr- A. MAHAMDIA	Maître de Conférences à l'USTHB	Directeur de thèse
Mr- M. AFRID	Professeur à l'UMC /Constantine	Examineur
Mr- E.K. SI AHMED	Professeur à l'USTHB	Examineur
Mr- A.BENZAOU	Maître de Conférences à l'USTHB	Examineur



*Avant tout propos, je tiens à remercier notre bon
dieu le tout puissant de m'avoir procuré la foi et le
courage d'achever ce travail.*

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Thermodynamique et Systèmes Energétiques, Faculté de Physique-USTHB, dirigé par Monsieur A.MAHAMDIA, à qui j'adresse ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli et confié la réalisation de cette étude. A cette occasion, je profite de lui exprimer toute ma gratitude pour m'avoir fait confiance tout au long de ces deux années, avoir pris des orientations et effectué des choix décisifs pour la réussite de ce travail, et enfin pour son implication lors de la mise en oeuvre du mémoire ; je dirai encore merci et merci pour l'ensemble de ces qualités.

Je remercie Monsieur A.Bouabdallah, Professeur à l'Université de l'USTHB de m'avoir fait l'honneur de juger ce travail et d'être président du jury. Je dirai que j'ai eu le plaisir et la chance de travailler tout au long de cette thèse avec ce grand Monsieur qui m'a fait honneur d'évaluer ce travail, et que je tiens à remercier chaleureusement pour sa disponibilité, son soutien et son implication conséquente durant de ces deux années qui ont été déterminant dans l'aboutissement de ce travail.

Que Messieurs E.K Si Ahmed, Professeur à l'Université de l'USTHB, M.Afred, Professeur à l'Université de Constantine et A.Benzaoui, Maître de conférence à l'Université de l'USTHB trouvent ici toute ma reconnaissance pour avoir bien voulu examiner ce travail.

Je ne saurai oublier Messieurs M.Zizi et M.Saighi, pour leur disponibilité et leurs compétences ; sans également omettre le soutien apporté par monsieur le Professeur F. Souidi.

Je tiens aussi à remercier tous les membres du laboratoire de Thermodynamique et Systèmes Energétiques pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à cette étude et tout particulièrement Monsieur T.Tamsaout pour sa collaboration et pour m'avoir fait profiter de ses compétences et de son expérience.

Que toute l'équipe du LTSE, anciens comme nouveaux, trouve ici l'expression de mon amitié.

Enfin, une attention toute particulière à mes chères parents, à toute ma famille et à tous mes amis pour leur soutien et leurs encouragements.

DEDICACES

*Je dédie très fièrement comme preuve d'amour et de reconnaissance
à tous ceux qui me sont chers ;*

*A mes très chers parents pour leur sacrifice, leur amour, je ne saurais trop
vous remercier qu'en vous dédiant ce modeste mémoire ; qu'il soit le témoignage
de mon grand amour et ma plus sincère reconnaissance...je vous aime beaucoup
et pour toujours.....*

A mes très chers frères : Mohamed, Abdenour et Kamel.

*A mes adorables sœurs : Ouahiba, Karima, Fouzia et Radia pour leur
présence et leur soutien moral sans oublier ma belle sœur Nouara.*

A mes chers beaux frères : TIR Farid et BOUCHAMA Abdelhafid.

A mes très précieux neveux et nièces Islam et Zineddine/Louiza et Ikram

A ma famille en général du plus grand au plus petit, chacun son nom.

A tous mes oncles, mes tantes, cousins et cousines que j'ai beaucoup aimé.

*A toutes mes amies sans exception, pour leur aide et soutien moral, je
n'oublierai jamais les meilleurs moments qu'on a partagé ensemble.*

*A mes très chères et fidèles amies d'enfance Abdeslam.N.A, Chiekh.F
Boukersi.L.F, Foulani.N, Chamlel.T et à toutes leurs familles que j'adore pour
leur immense gentillesse et accueil.*

*A tous mes amis : Chahra,Souhila, Amel, Nouzha, Sabrina, Wafia,Randa,
Maamar (Amimer) et Mohamed avec qui j'ai passé de bon moments.*

A tous ceux que j'ai connus

Tigrine Nora Zahia

SOMMAIRE

SOMMAIRE.....	i
NOMENCLATURE.....	iv
INTRODUCTION GENERALE	1

CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA TRANSITION LAMINAIRE TURBULENT DANS LE SYSTEME D'ECOULEMENT DE TAYLOR-COUPETTE SPHERIQUE

INTRODUCTION.....	6
I. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME	7
I.1. MISE EN EQUATION DU MOUVEMENT.....	9
I.1-1 Equation de continuité.....	9
I.1-2. Equations de bilan de la quantité de mouvement.....	9
I.1-3 Conditions aux limites.....	10
I.2. THEORIE LINEAIRE.....	10
I.2-1 Equations du mouvement en régime laminaire stable.....	11
I.2- 2 Equations du mouvement en régime laminaire perturbé	12
I.3. ANALYSE DES EQUATIONS ADIMENSIONNELLES.....	13
I.3-1 Grandeurs adimensionnées.....	14
I.3-2 Equations adimensionnelles du champ moyen.....	14
I.3-3 Equations adimensionnelles du champ perturbe	15

I.4. ECOULEMENT ENTRE CYLINDRES COAXIAUX.....	17
I.5. ECOULEMENT ENTRE DEUX CONES COAXIAUX.....	20
I.6.ECOULEMENT ENTRE DEUX SPHERES COAXIALES.....	20
I.6 -1 Travaux expérimentaux	21
I.6 -2 Travaux théoriques.....	40
I.7. CONCLUSION.....	59

CHAPITRE II : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET TECHNIQUES DE MESURES

INTRODUCTION.....	60
II. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	60
II.1. DESCRIPTION D'ENSEMBLE DU MONTAGE MECANIQUE.....	60
II.1-1 Le système d'écoulement.....	60
II.1-2 Transmission du mouvement rotatif.....	63
II.1-3 Mesure de la vitesse de rotation Ω_1	64
II.2. CARACTERISTIQUES PHYSIQUES DES FLUIDES ET PROCEDURE D'ESSAIS.....	64
II.2-1 Solutions de visualisation utilisées.	64
II.2 -2 Contrôle de la température.....	65
II.2 -3 Condition d'essais.....	67
II.3. TECHNIQUE DE VISUALISATION CLASSIQUE.....	67
II.3-1 Principe.....	67
II.3-2 Modes d'éclairage.....	68
II.4. CALCUL D'ERREUR SUR LES PARAMETRES DYNAMIQUES	70
II.4 -1 Calcul d'erreur sur le nombre de Taylor.....	70
II.4 -2 Calcul d'erreur sur le nombre de Froude.....	71
II.5. LA METHODE POLAROGRAPHIQUE.....	72
II.5-1 Rappel du principe.....	72
II.5-2 Courant limite de diffusion et gradient pariétal de vitesse.....	73
II.6. LA VELOCIMETRIE LASER.....	75
II.7. LA VELOCIMETRIE ULTRASONORE.....	78
II.8. CONCLUSION	79

CHAPITRE III : ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

INTRODUCTION.....	80
III.1. ETUDE DES INSTABILITES AVEC UN SEUL FLUIDE.....	81
III.1-1 Etude des instabilités dans le système complètement rempli.....	81
III.1-1.1 Régime laminaire perturbé (RLP).....	82
III.2. ANALYSE QUALITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE.....	89
III-2.1 Etude de l'effet de deux fluides non miscibles sur le système d'écoulement en charge.	89
III.2-1.1 Effet d'un fluide non miscible sur le système d'écoulement en charge utilisant deux fluides pour un taux de remplissage donné.....	89
III.2-1.2 Etude de l'effet d'un film non miscible sur le système d'écoulement partiellement rempli	105
III.2-1.3 Effet du taux de remplissage pour une épaisseur d'un film h fixée.....	105
III.3 ANALYSE QUANTITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE.....	113
III.3.1- Détermination des nombres critiques de Taylor et des paramètres internes	
De l'écoulement sous l'effet du rapport d'aspect Γ_{eau}	113
A- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur les valeurs des nombres critiques de Taylor.....	114
B- Etude de l'évolution des nombres critiques de Taylor T_{ci} en régime de transition pour un rapport des taux de remplissage donné $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$	117
C- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution du nombre d'onde.....	119
D- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution de la longueur d'onde.....	122
E- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution de la vitesse de phase.	124
III.4. ETUDE DES CHEMINS DE BIFURCATION DE L'ECOULEMENT.....	128
a) Système d'écoulement de deux fluides non miscibles en charge pour $\Gamma_{eau} = 16$	128
b) Processus de transition vers le Chaos pour différents cas étudié	130

III.5. ETUDE DE L'ÉCOULEMENT A SURFACE LIBRE UTILISANT UN FILM NON MISCIBLE.....	133
III.6. RESULTATS.....	137
III.7. CONCLUSION.....	138
CONCLUSION GENERALE	140

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

NOMENCLATURE

❖ Caractéristiques des fluides utilisées

$\rho_1 = \rho_{\text{sol}}$: Masse volumique de la solution

$\rho_2 = \rho_{\text{eau}}$: Masse volumique de l'eau

$\mu_1 = \mu_{\text{sol}}$: Viscosité dynamique de la solution

$\mu_2 = \mu_{\text{eau}}$: Viscosité dynamique de l'eau

$\nu_1 = \nu_{\text{sol}}$: Viscosité cinématique de la solution

$\nu_2 = \nu_{\text{eau}}$: Viscosité cinématique de l'eau

$T_{\theta 1}$: Température de la solution

$T_{\theta 2}$: Température de l'eau

❖ Caractéristiques géométriques et dynamiques

R_1 : Rayon de la sphère intérieure

R_2 : Rayon de la sphère extérieure

$d = R_2 - R_1$: Espace annulaire ou gap

$\delta = \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1}$: Jeu radial

$\eta = \frac{R_2}{R_1}$: Rapport des rayons

H : Hauteur de remplissage

$\Gamma = \frac{H}{d}$: Facteur d'aspect

h : Hauteur de remplissage du film mince

$\gamma = \frac{h}{d}$: Facteur d'aspect du film mince

V_1 : Vitesse linéaire de la sphère intérieure

Ω_1 : Vitesse de rotation de la sphère intérieure

Ω_2 : Vitesse de rotation de la sphère extérieure

$\tilde{\eta} = \Omega_1 / \Omega_2$ Rapport des vitesses

$\vec{g}$: Accélération de pesanteur ou gravité

(r, θ, φ) : Coordonnées sphériques

U_r : Composante radiale de la vitesse

U_θ : Composante longitudinale de la vitesse

U_φ : Composante tangentielle de la vitesse

P : Pression Hydrodynamique

$(\overline{V}_r, \overline{V}_\theta, \overline{V}_\varphi)$: Composantes de la vitesse moyenne radiale, méridionale et tangentielle.

$(v_r, v_\theta, v_\varphi)$: Composantes de la vitesse de perturbation

$\overline{P}$: Pression moyenne

p : Perturbation de pression

t : Temps

$(\overline{V}_r^*, \overline{V}_\theta^*, \overline{V}_\varphi^*)$: Composantes adimensionnées de la vitesse moyenne

$(v_r^*, v_\theta^*, v_\varphi^*)$: Composantes adimensionnées de la vitesse de perturbation

$\overline{P}^*$: Pression adimensionnée moyenne

p^* : Pression adimensionnée de perturbation

t^* : Temps adimensionné

❖ Paramètres dynamiques d'influence du fluide F (eau)

Re : Nombre de Reynolds

Ta : Nombre de Taylor

Ta_c, Re_c : Nombre de Taylor et de Reynolds critiques

Fr : Nombre de Froude

Tc_1 : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition de l'onde de Taylor

Tc_2 : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du Mode spiral

Tc_3 : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du Mode spiral combiné au Wavy Mode

Tc_4 : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du Spiral Wavy Mode

$Tc_5 = Tc_w$: Nombre de Taylor critique correspondant au Wavy Mode

Tc_{fch} : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition des fluctuations chaotiques

Tc_{ch} : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du chaos

Tc_D : Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition de la turbulence développée.

❖ **Paramètres d'influence du fluide f (solution)**

Re : Nombre de Reynolds

$T'a$: Nombre de Taylor

$T'a_c, Re_c$: Nombre de Taylor et de Reynolds critiques

$F'r$: Nombre de Froude

$T'c_1$: Nombre critique de Taylor correspondant à l'apparition de l'onde de Taylor

$T'c_2$: Nombre critique de Taylor correspondant à l'apparition du Mode spiral

$T'c_3$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du Mode spiral combiné au Wavy Mode

$T'c_4$: Nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition du Spiral Wavy Mode

$T'c_5$: Nombre de Taylor critique correspondant au Wavy Mode

❖ **Caractéristiques de l'onde**

ω : Vitesse de phase

m : Nombre d'onde circonférentielle ou nombre d'onde azimutale (Wavy mode)

λ : Longueur d'onde axiale

n : Nombre de cellules de Taylor

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les écoulements d'un fluide occupent une place privilégiée en hydrodynamique physique pour la prévision et la description des phénomènes d'instabilités qui prennent naissance. A ce jour, on recense un très grand nombre de travaux à caractères expérimentaux et théoriques sont effectués en vue d'apporter une explication aux phénomènes d'instabilités dans différentes géométries d'écoulement. En particulier, les instabilités qui apparaissent au sein d'un fluide confiné entre deux parois en rotation se traduisent par une succession de structures caractéristiques de mouvements secondaires assez complexes lors de la transition laminaire- turbulent ; celles-ci n'ont cessé de susciter l'intérêt de beaucoup de chercheurs.

Toutefois, la description et l'explication des mouvements secondaires dans les écoulements entre cylindres coaxiaux, entre cônes coaxiaux, entre sphères coaxiales, etc...restent encore difficiles et insuffisantes en raison du caractère tridimensionnel et instationnaire du processus de transition qui est plus complexe que dans les géométries simples tels que le plan, les plaques planes parallèles, la conduite rectangulaire ou cylindrique. En dépit des difficultés mentionnées ci-dessus, l'écoulement de Taylor-Couette entre cylindres coaxiaux est toujours d'actualité si l'on se réfère aux travaux théoriques et expérimentales pour une meilleure compréhension de la transition laminaire-turbulent.

Dans le cadre de notre travail, on étudie les phénomènes instabilités dans un système analogue constitué de deux sphères concentriques où seule la sphère intérieure est en rotation.

Ce système d'écoulement peut servir comme exemple de modélisation des phénomènes naturels à grande échelle relevant de la Physique de l'Atmosphère (Météorologie) tel que les tourbillons de Hadley (**Figure.1 et 2**). Egalement, les perturbations anticycloniques ou

cycloniques qui couvrent la surface du globe (**Figure.3 et 4**). En Océanographie, en vue d'approcher des effets de déplacement de masses d'eau froide et chaude pour examiner leur incidence sur le climat de la terre (Climatologie). Enfin, en Géophysique, dans le cadre de l'étude de l'effet dynamo pour expliquer l'origine de l'existence du champ magnétique terrestre (**Figure.5**).

Dans l'industrie, on se limitera à évoquer essentiellement le domaine des techniques tribologiques qui consiste à réduire le frottement dans la transmission des vitesses dans les machines tournantes et dans les diverses articulations et liaisons mécaniques (rotules sphériques).

A notre connaissance les nombreux travaux, à la fois théoriques et expérimentales, consacrés à cette géométrie n'ont pas abordé l'effet de la hauteur de remplissage du système d'écoulement et l'interaction interfaciale entre deux fluides non miscibles.

C'est dans ce contexte que s'inscrit notre travail qui vise la détermination des paramètres dynamiques et géométriques sensibles, agissant directement sur l'écoulement à travers sa diversité phénoménologique : instabilités, structures, chaos et turbulence.

Dans une première étape, il s'agit d'étudier l'effet de la rotation de la sphère intérieure sur les formes et l'évolution des structures de l'écoulement en vue de vérifier les résultats rencontrés dans la littérature. Ensuite on examine l'influence de la hauteur du fluide dans l'espace annulaire ainsi que l'effet possible engendré par la surface libre sur la structure du mouvement.

Notre travail, essentiellement à caractère expérimental, utilise une technique de visualisation pour analyser l'influence de ces paramètres, combinés ou non, sur l'apparition ou la disparition des instabilités caractérisant le passage de la transition vers le chaos.

Ce mémoire comporte trois principales parties qui sont :

Au chapitre I, on présente la formulation générale des équations qui régissent le mouvement, une revue bibliographique rapide des travaux portant sur les écoulements confinés et on donne une vue d'ensemble de la plupart des phénomènes d'instabilités résultant du mouvement entre sphères coaxiales en rotation.

Le chapitre II, est consacrée à la description du dispositif expérimental, méthodes de visualisation employées, la préparation de la solution de visualisation et à une revue succincte

des techniques de mesures non perturbatrices, utilisées en mécanique des fluides et bien adaptées aux écoulements rotatifs confinés.

Le chapitre III, regroupe les résultats expérimentaux obtenus par photométrie aussi que leurs discussions.

Enfin, une conclusion générale récapitulant les principaux résultats de notre travail et l'on propose une extension dans le cadre d'une étude ultérieure.

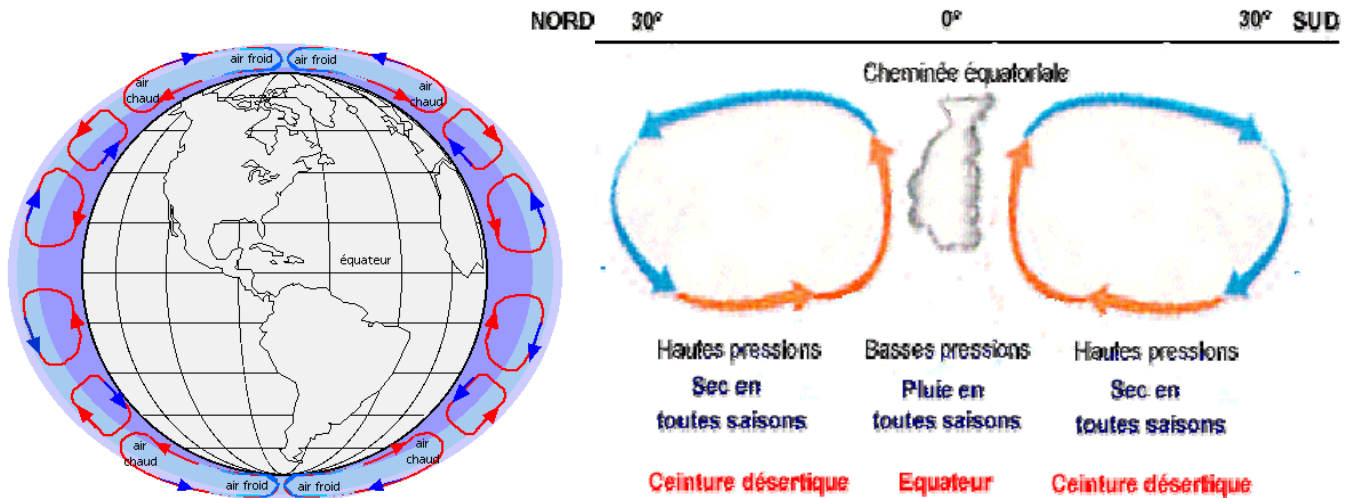


Figure 1 : Cellules convectives de Hadley

Coupe verticale de la cellule de Hadley

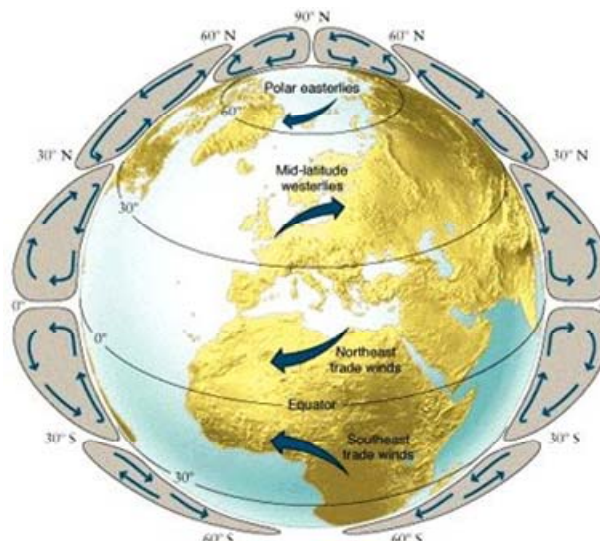


Figure2 : Circulation atmosphérique



Figure.3 : Perturbation cyclonique

" Cyclone de Catarina "



Figure.4: L'œil d'un cyclone

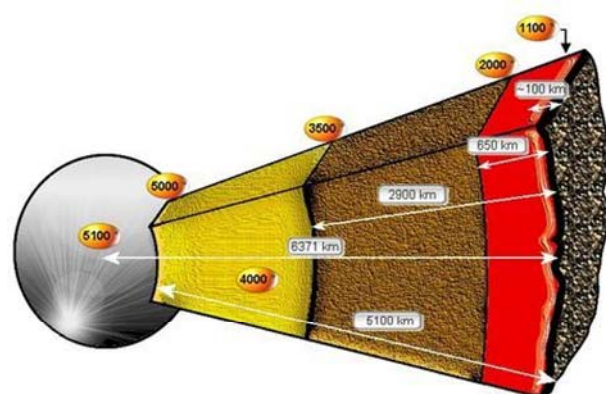
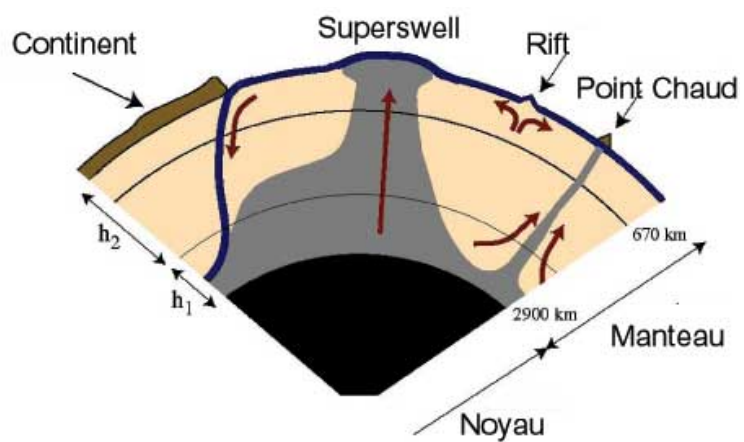
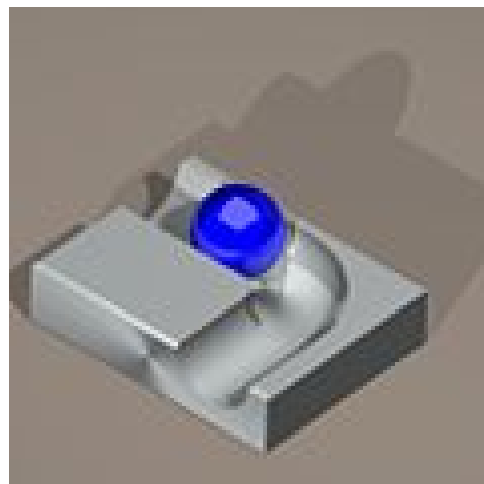


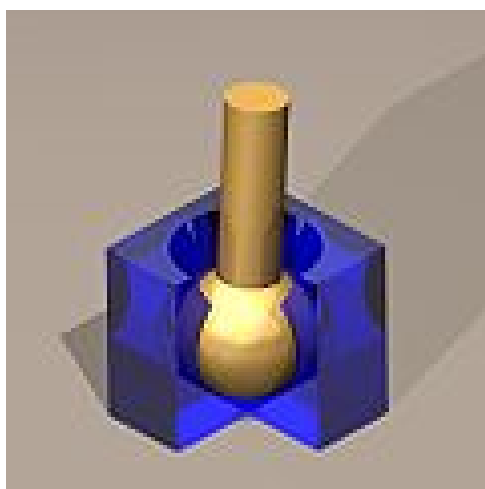
Figure.5 : Manteau terrestre



Sphère / plan



Sphère / Cylindre



Sphère / Sphère



Sphère / cône

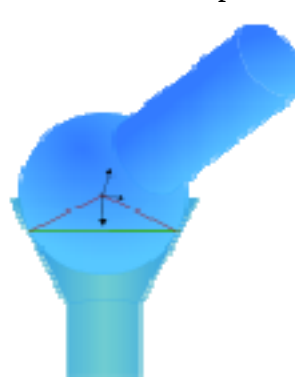


Figure 6 : Tribologie des liaisons mécaniques de type sphérique

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA TRANSITION LAMINAIRE–TURBULENT DANS LE SYSTEME D’ÉCOULEMENT DE TAYLOR–COUETTE SPHERIQUE

POSITION DU PROBLEME *THEORIQUE ET EXPERIMENTAL*

INTRODUCTION

Les écoulements de fluides confinés occupent une place privilégiée en hydrodynamique physique. Ces types d’écoulement ont été largement utilisés pour l’étude des phénomènes de transition et de stabilité. Aux plans fondamental et pratique ce thème plus que centenaire ne cesse de susciter de nouvelles recherches expérimentales, théoriques ou numériques.

En particulier la dynamique des fluides en rotation constitue un domaine de recherche très vaste et, il est intéressant de connaître leurs propriétés en relation avec les conditions de leur mise en mouvement. En effet, dans les études des fluides géophysiques et de la circulation océanique, l’effet de la rotation joue un rôle très important dans la climatologie et en particulier la formation des cyclones et explique l’existence des courants marins tels que le *Gulf Stream* le long des côtes américaines et du *Kuro-Shio* le long des côtes japonaises. Ces phénomènes naturels sont des instabilités hydrodynamiques dues à la force de Coriolis engendrée par la rotation de la terre. Ce qui explique entre autre le grand intérêt qui a été porté à l’étude des instabilités hydrodynamiques dans les écoulements tournants.

En 1923, G.I Taylor avait traité les problèmes d’instabilités météorologiques en relation avec la rotation de la terre autour d’elle-même. Dans ce travail fondateur, il avait étudié les instabilités dans un écoulement confiné entre deux cylindres coaxiaux [1]. Ensuite, en vue d’analyser les phénomènes météorologiques, il a étendu son travail au cas de deux sphères

concentriques en rotation en vue de simuler le mouvement de la terre entourée par l'atmosphère. Il considèrerait que l'espace annulaire compris entre deux sphères concentriques dans la zone de l'équateur peut être assimilé à un espace annulaire limité par deux cylindres coaxiaux.

Depuis une somme considérable de travaux a été dédiée aux écoulements dans les milieux confinés tournants appartenant à la classe des mouvements rotatifs entre cylindres, cônes et sphères coaxiales. En raison de l'intérêt grandissant, porté aux systèmes précédents, on s'intéresse plus particulièrement à l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible compris entre deux sphères concentriques dont la sphère intérieure est en rotation et l'extérieure est au repos.

Le mouvement considéré apparaît analogue à celui qui se produit entre cylindres coaxiaux, d'où l'appellation écoulement de Taylor–Couette sphérique. Cependant, ce type d'écoulement présente des différences assez importantes. Ainsi, il n'existe pas d'effets d'extrémités ou effets de bords dans ce cas. Le mouvement de base, en géométrie sphérique, est tridimensionnel alors qu'il est bidimensionnel dans le cas cylindrique. En fait, il se compose d'un mouvement azimutal qui se superpose à un écoulement méridional formant de la sorte un grand vortex dans le plan méridional.

On présente, dans ce qui suit, la formulation du problème et les principaux résultats expérimentaux et théoriques obtenus par différents auteurs en mettant l'accent sur les valeurs critiques du nombre de Taylor ou de Reynolds qui caractérisent les différentes structures qui apparaissent au cours du mouvement.

Avant d'analyser ces travaux, on donne d'abord un bref aperçu sur les études consacrées à l'étude des instabilités hydrodynamiques des écoulements similaires entre cylindres et cônes coaxiaux en rotation.

I. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME

On s'intéresse à l'étude du mouvement d'un fluide visqueux incompressible, à propriétés physiques constantes (ρ et μ), confiné entre deux sphères concentriques et soumis au champ $\vec{g}$ de gravitation. La sphère intérieure de rayon R_1 tourne avec une vitesse angulaire Ω_1 et la sphère extérieure de rayon R_2 est maintenue fixe ($\Omega_2=0$).

Compte tenu de la symétrie naturelle du problème, on adopte le système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) (**Figure I.1**).

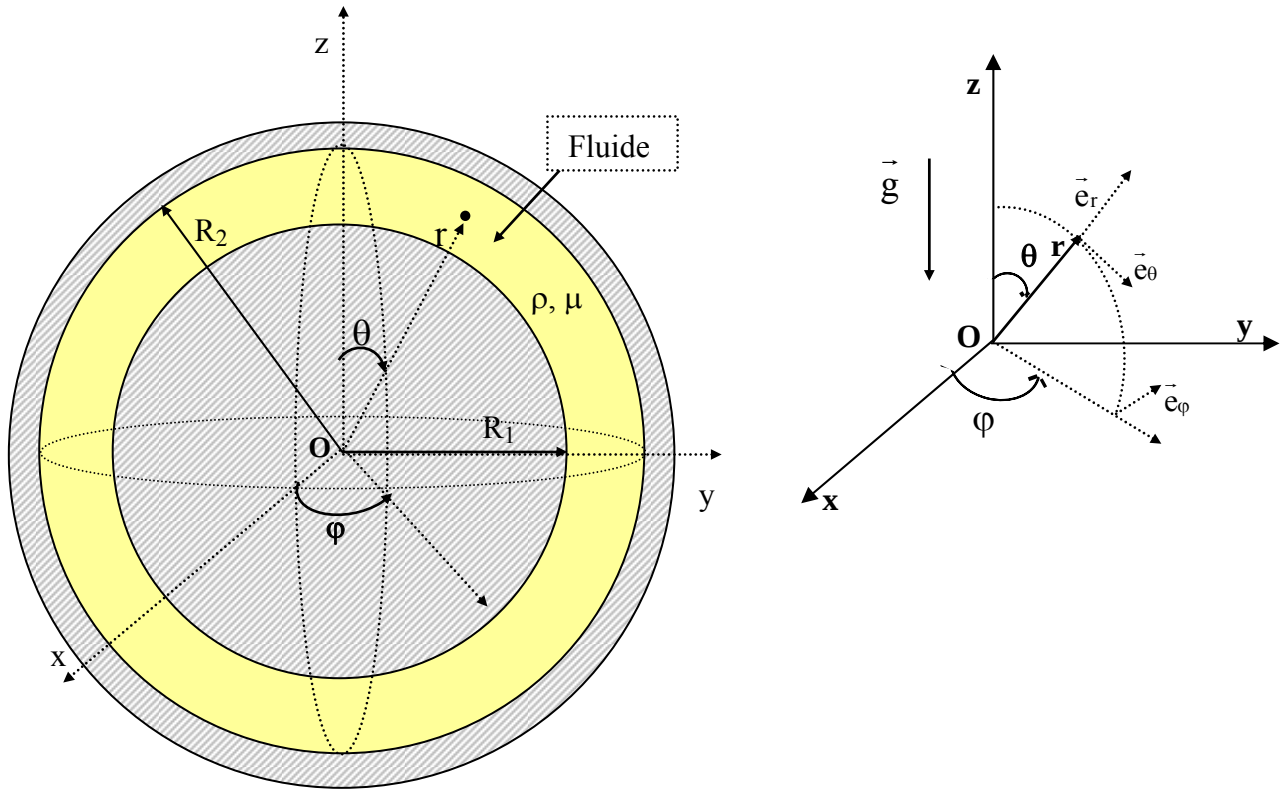


Figure.I.1 : Système de coordonnées sphériques

Dans le cas de notre système les forces sont de deux types :

-Les forces de surfaces liées aux effets de pression et des effets visqueux.

-Les forces de volume dont la force centrifuge due à l'effet de courbure des sphères, la force de pesanteur qui est ici négligeable (système d'écoulement en position verticale $\alpha=0$).

Domaine de définition de l'écoulement :

Direction radiale : $R_1 \leq r \leq R_2$

Direction méridionale : $0 \leq \theta \leq \pi$

Direction azimutale : $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

Le champ de vitesse a pour composantes U_r, U_θ et U_φ qui désignent respectivement les composantes radiale, méridionale tangentielle et du vecteur $\vec{U}$ auquel on associe la pression correspondante P. L'écoulement du fluide réel et incompressible est décrit par l'équation de Navier-Stokes qui exprime la conservation de la quantité de mouvement et l'équation de continuité qui découle du principe de conservation de matière.

Pour un fluide visqueux newtonien et lorsque l'écoulement est incompressible, l'équation de l'énergie est découplée des équations de continuité et de quantité de mouvement, c'est-à-dire qu'on peut déterminer la vitesse et la pression indépendamment de l'équation de l'énergie. L'expression des équations de continuité et de quantité de mouvement est considérablement simplifiée.

I.1. MISE EN EQUATION DU MOUVEMENT

I.1-1 Equation de continuité

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2U_r}{r} + \frac{U_\theta}{r} \cot \theta = 0 \quad (1)$$

I.1-2 Equations de bilan de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{U} + \vec{g} \quad (2)$$

où $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ désigne la viscosité cinématique du fluide (unité SI: $m^2.s^{-1}$)

Les opérateurs gradient (∇) et Laplacien (Δ) ont pour expression :

$$\left\{ \begin{array}{l} = \left(\frac{1}{r}, \frac{1}{r} \frac{1}{\theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{1}{\varphi} \right) \\ \Delta = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \end{array} \right.$$

L'équation de Navier-Stokes est projetée selon les trois directions radiale, méridionale et tangentielle (ou azimutale) (r , θ et φ) :

Suivant $\vec{e}_r$:

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{U_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} - \frac{U_\theta^2 + U_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + g_r + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r U_r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \varphi^2} - \frac{2U_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} - \frac{2 \cot \theta}{r^2} U_\theta - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} \right] \quad (2.1)$$

Suivant $\vec{e}_\theta$:

$$\frac{\partial U_\theta}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial U_\theta}{\partial \varphi} + \frac{U_r U_\theta}{r} - \frac{U_\varphi^2 \cot \theta}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + g_\theta +$$

$$v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r U_\theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} \right]. \quad (2.2)$$

Suivant $\vec{e}_\varphi$:

$$\frac{\partial U_\varphi}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \theta} + \frac{U_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{U_r U_\varphi}{r} + \frac{U_\theta U_\varphi \cot \theta}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + g_\varphi$$

$$v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r U_\varphi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial U_\theta}{\partial \varphi} - \frac{U_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right]. \quad (2.3)$$

I.1-3 Conditions aux limites

D'après le système d'écoulement utilisé, on pose les conditions aux limites (d'adhérence) telle que :

* La sphère intérieure est en rotation (paroi mobile $\Omega_1 \neq 0$) $r = R_1$:

$$U_r = U_\theta = 0, \quad U_\varphi = V_1 \sin \theta = R_1 \Omega_1 \sin \theta \quad (2.4)$$

* Sphère extérieure maintenue fixe (paroi fixe $\Omega_2 = 0$) $r = R_2$:

$$U_r = U_\theta = U_\varphi = 0 \quad (2.5)$$

I.2. THEORIE LINEAIRE

Dans l'approche linéaire du problème considéré, on suppose valable l'hypothèse de Rayleigh qui consiste à négliger les termes quadratiques liés à la perturbation ($v_r, v_\theta, v_\varphi, p$) devant le champ moyen ($\bar{V}_r, \bar{V}_\theta, \bar{V}_\varphi, \bar{P}$). Moyennant cette hypothèse on peut adopter l'approximation suivante :

$$\begin{cases} U_r = \bar{V}_r + v_r & ; & v_r \ll \bar{V}_r \\ U_\theta = \bar{V}_\theta + v_\theta & ; & v_\theta \ll \bar{V}_\theta \\ U_\varphi = \bar{V}_\varphi + v_\varphi & ; & v_\varphi \ll \bar{V}_\varphi \\ P = \bar{P} + p & ; & p \ll \bar{P} \end{cases} \quad (3)$$

L'application de cette hypothèse linéaire permet par la suite de séparer le système d'équations initial en deux sous-systèmes différents, l'un représente la dynamique du mouvement moyen de base, et l'autre le mouvement perturbé.

I.2-1 Equations du mouvement en régime laminaire stable

On écrit les équations tridimensionnelles du champ laminaire de base stationnaire en fonction des valeurs moyennes de la pression $\bar{P}$ et les composantes de vitesse ($\bar{V}_r, \bar{V}_\theta, \bar{V}_\varphi$).

➤ **Equation de conservation de la masse**

$$\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2\bar{V}_r}{r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \cot \theta = 0 \quad (4)$$

➤ **Equations de la quantité du mouvement**

Les équations de la quantité du mouvement du champ moyen en système sphérique ($\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_\varphi$) s'écrivent :

Direction radiale $\bar{e}_r$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \varphi} - \frac{\bar{V}_\theta^2}{r} - \frac{\bar{V}_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} - \frac{2\bar{V}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} - \frac{2 \cot \theta}{r^2} \bar{V}_\theta - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi} \right] - g \cos \theta \end{aligned} \quad (5)$$

Direction méridionale $\bar{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_\theta}{r} - \frac{\bar{V}_\varphi^2 \cot \theta}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} + g \sin \theta + \\ \nu \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{V}_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Direction azimutale $\bar{e}_\varphi$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r \bar{V}_\varphi}{r} + \frac{\bar{V}_\theta \bar{V}_\varphi}{r} \cot \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \varphi} + \\ \nu \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \varphi} - \frac{\bar{V}_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

➤ **Conditions aux limites**

Les conditions d'adhérence du fluide aux parois en mouvement laminaire sont :

$$* r = R_1 : \quad \bar{V}_r = \bar{V}_\theta = 0 \quad \text{et} \quad \bar{V}_\varphi = R_1 \Omega_1 \sin \theta \quad (8)$$

$$* r = R_2 : \quad \bar{V}_r = \bar{V}_\theta = \bar{V}_\varphi = 0 \quad (9)$$

I.2-2 Equations du mouvement en régime laminaire perturbé

On écrit les équations qui régissent le champ perturbé (première instabilité) p et $(v_r, v_\theta, v_\varphi)$ en fonction du champ moyen $(\bar{V}_r, \bar{V}_\theta, \bar{V}_\varphi)$ et $\bar{P}$.

➤ **Equation de conservation de la masse**

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2v_r}{r} + \frac{v_\theta}{r} \cot \theta = 0 \quad (10)$$

➤ **Equations de la quantité du mouvement**

Selon $\bar{e}_r$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_r}{\partial t} + \bar{V}_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_r \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial \varphi} - \frac{2\bar{V}_\theta v_\theta}{r} - \frac{2\bar{V}_\varphi v_\varphi}{r} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \varphi^2} - \frac{2v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. - \frac{2 \cot \theta}{r^2} v_\theta - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Selon $\bar{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \bar{V}_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_r \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r v_\theta}{r} + \frac{v_r \bar{V}_\theta}{r} - \frac{2\bar{V}_\varphi v_\varphi}{r} \cot \theta \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + v \left[\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. - \frac{v_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Selon $\bar{e}_\varphi$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \bar{V}_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_r \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial r} + \frac{\bar{V}_\theta}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r v_\varphi}{r} + \frac{v_r \bar{V}_\varphi}{r} \\ & + \frac{\bar{V}_\theta v_\varphi}{r} \cot \theta + \frac{v_\theta \bar{V}_\varphi}{r} \cot \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + v \left[\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \theta} \right. \\ & \left. + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

➤ Conditions aux limites associées

Les conditions aux limites du champ perturbé (instabilité) étudiée peuvent s'écrire:

$$\text{* Paroi mobile} \quad r = R_1 : v_r = v_\theta = v_\varphi = 0 \quad (14)$$

$$\text{* Paroi fixe} \quad r = R_2 : v_r = v_\theta = v_\varphi = 0 \quad (15)$$

I.3. ANALYSE DES EQUATIONS ADIMENSIONNELLES

I.3-1 Grandeurs adimensionnées

Les grandeurs de référence se rapportent aux variables spatiale, temporelle, de vitesse et de pression.

$$\text{* Variable d'espace :} \quad \begin{cases} r^* = r/d \\ \text{on a} \quad R_1 \leq r \leq R_2 \quad \text{et} \quad \frac{R_1}{d} \leq r^* \leq \frac{R_2}{d} \\ \text{alors} \quad \frac{1}{\delta} \leq r^* \leq 1 + \frac{1}{\delta} \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{* Variable de temps : } t^* = tv/d^2$$

*** Champ moyen de vitesse et de pression :**

$$\bar{V}_r^* = \frac{\bar{V}_r}{R_1 \Omega_1}, \quad \bar{V}_\theta^* = \frac{\bar{V}_\theta}{R_1 \Omega_1}, \quad \bar{V}_\varphi^* = \frac{\bar{V}_\varphi}{R_1 \Omega_1}, \quad \bar{P}^* = \frac{\bar{P}}{\rho V_1^2} = \frac{\bar{P}}{\rho R_1^2 \Omega_1^2} \quad (17)$$

*** Champ perturbé de vitesse et pression**

$$v_r^* = \frac{v_r}{R_1 \Omega_1}, \quad v_\theta^* = \frac{v_\theta}{R_1 \Omega_1}, \quad v_\varphi^* = \frac{v_\varphi}{R_1 \Omega_1}, \quad p^* = \frac{p}{\rho V_1^2} = \frac{p}{\rho R_1^2 \Omega_1^2} \quad (18)$$

*** Paramètres externes du mouvement :**

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nombre de Reynolds : } Re = \frac{\Omega_1 R_1^2}{\nu} \\ \text{Nombre de Taylor : } Ta = Re \sqrt{\delta} \\ \text{Nombre de Froude : } Fr = \frac{V_1}{\sqrt{gH}} \end{array} \right. \quad (19)$$

*** Paramètre géométrique :**

Le facteur d'aspect Γ représente le rapport de la hauteur H de l'écoulement par l'espace annulaire d ; tel que $\Gamma = \frac{H}{d}$ d'où H est défini dans l'intervalle $0 \leq H \leq 2R_2$

par conséquent $0 \leq \Gamma \leq 2 \left(1 + \frac{1}{\delta} \right)$

I.3-2 Equations adimensionnelles du champ moyen

On introduit les grandeurs adimensionnelles dans le système d'équations précédent pour obtenir un système d'équations du mouvement lié à des paramètres de contrôle externes suivant :

➤ **Equation de conservation de la masse**

$$\frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\phi^*}{\partial \phi} + \frac{2\bar{V}_r^*}{r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \cot \theta = 0 \quad (20)$$

➤ **Equation de la quantité du mouvement**

Suivant $\vec{e}_r$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r^* \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\phi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \phi} - \frac{\bar{V}_\theta^{*2}}{r^*} - \frac{\bar{V}_\phi^{*2}}{r^*} = -\frac{\partial \bar{P}^*}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_r^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{V}_r^*}{\partial \theta^2} \right. \\ \left. + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_r^*}{\partial \phi^2} - \frac{2\bar{V}_r^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} - \frac{2 \cot \theta}{r^{*2}} \bar{V}_\theta^* - \frac{2}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\phi^*}{\partial \phi} \right] - \frac{\cos \theta}{Fr^2 \Gamma} \end{aligned} \quad (21)$$

Suivant $\vec{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r^* \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r^* \bar{V}_\theta^*}{r^*} - \frac{\bar{V}_\varphi^{*2} \cot \theta}{r^*} = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial \theta} + \frac{\sin \theta}{Fr^2 \Gamma} \\ + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_\theta^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial r^*} \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta^*}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_\theta^*}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} \right. \\ \left. - \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^{*2} \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Suivant $\vec{e}_\varphi$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_r^* \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r^* \bar{V}_\varphi^*}{r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^* \bar{V}_\varphi^*}{r^*} \cot \theta = -\frac{1}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial \varphi} \\ + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi^*}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{V}_\varphi^*}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \varphi} \right. \\ \left. + \frac{2 \cos \theta}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \varphi} - \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^{*2} \sin^2 \theta} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

➤ Conditions aux limites

$$* \text{ Sphère intérieure en rotation } (\Omega_1 \neq 0) : r^* = \frac{1}{\delta} : \quad \bar{V}_\varphi^* = \sin \theta \quad (24)$$

$$* \text{ Sphère extérieure fixe } (\Omega_2 = 0) : r^* = 1 + \frac{1}{\delta} : \quad \bar{V}_r^* = \bar{V}_\theta^* = \bar{V}_\varphi^* = 0 \quad (25)$$

I.3-3 Equations adimensionnelles du champ perturbé

➤ Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \bar{v}_r^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \bar{v}_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{v}_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{2 \bar{v}_r^*}{r^*} + \frac{\bar{v}_\theta^*}{r^*} \cot \theta = 0. \quad (26)$$

➤ Equations de la quantité du mouvement

Les équations adimensionnelles du mouvement perturbé sont en fonction du nombre de Reynolds Re seulement :

Selon $\bar{e}_r$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial v_r^*}{\partial t} + \bar{V}_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + v_r^* \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{\partial v_r^*}{\partial \theta} + \frac{v_\theta^*}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial v_r^*}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_r^*}{\partial \varphi} - \frac{2\bar{V}_\theta^* v_\theta^*}{r^*} - \frac{2\bar{V}_\varphi^* v_\varphi^*}{r^*} \\ &= -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 v_r^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial v_r^*}{\partial \theta} + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial \varphi^2} - \frac{2v_r^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. - \frac{2 \cot \theta}{r^{*2}} v_\theta^* - \frac{2}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Selon $\bar{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial t} + \bar{V}_r^* \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r^*} + v_r^* \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{v_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{v_\theta^*}{r^*} \frac{\bar{V}_\theta^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\theta^*}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r^* v_\theta^*}{r^*} \\ & + \frac{v_r^* \bar{V}_\theta^*}{r^*} - \frac{2\bar{V}_\varphi^* v_\varphi^*}{r^*} \cot \theta = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 v_\theta^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_\theta^*}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_\theta^*}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial v_r^*}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^*}{r^{*2} \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Selon $\bar{e}_\varphi$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial t} + \bar{V}_r^* \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial r^*} + v_r^* \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{V}_\theta^*}{r^*} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \theta} + \frac{v_\theta^*}{r^*} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \theta} + \frac{\bar{V}_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi^*}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \bar{V}_\varphi^*}{\partial \varphi} + \frac{\bar{V}_r^* v_\varphi^*}{r^*} + \frac{v_r^* \bar{V}_\varphi^*}{r^*} \\ & + \frac{\bar{V}_\theta^* v_\varphi^*}{r^*} \cot \theta + \frac{v_\theta^* \bar{V}_\varphi^*}{r^*} \cot \theta = -\frac{1}{r^* \sin \theta} \frac{\partial p^*}{\partial \varphi} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 v_\varphi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_\varphi^*}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^{*2}} \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 v_\varphi^*}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial v_r^*}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^{*2} \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi^*}{r^{*2} \sin^2 \theta} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

➤ Conditions aux limites

$$\begin{cases} r^* = \frac{1}{\delta} : & v_r^* = v_\theta^* = v_\varphi^* = 0 \\ r^* = 1 + \frac{1}{\delta} : & v_r^* = v_\theta^* = v_\varphi^* = 0 \end{cases} \quad (30)$$

Nous remarquons que les équations qui régissent l'écoulement entre deux sphères concentriques sont très complexes ; la résolution mathématique complète du problème en vue de déterminer le champ des vitesses paraît très compliquée.

En effet, à notre connaissance, aucune résolution analytique n'a été entreprise. Par contre un nombre conséquent de travaux, par voie de simulation numérique, a été consacré à l'étude des instabilités dans cette géométrie en vue de compléter les résultats obtenus sur le

plan expérimental. L'essentiel de ces contributions est analysé dans cette étude bibliographique.

Dans une première étape et en vue de situer le problème du Couette sphérique, on décrit d'abord brièvement les phénomènes d'instabilités hydrodynamiques observés dans des écoulements confinés similaires tels que l'écoulement entre cylindres coaxiaux et l'écoulement entre cônes coaxiaux.

I.4. ECOULEMENT ENTRE CYLINDRES COAXIAUX

Depuis les travaux fondateurs de Taylor, le problème des écoulements confinés n'a pas cessé de susciter l'intérêt des chercheurs à travers des études théoriques et expérimentales consacrées à la stabilité de l'écoulement sous les effets de géométrie et des conditions initiales de mise en rotation. Au delà du régime laminaire stable il apparaît au sein de l'écoulement une structure de tourbillons toriques qui occupent sensiblement la largeur de l'espace annulaire. Il s'établit un système d'ondes stationnaires périodiques dans la direction axiale schématisées sur la **figure I.2 (a)** [2]. Une onde est constituée par deux cellules voisines contra-rotatives dans une section parallèle à l'axe du cylindre. L'apparition de cette structure (cellules de Taylor) est caractérisée par le nombre de Taylor $Tc_I = \frac{R_I \Omega_I d}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_I}}$ dont la valeur est voisine de 41,2 et est indépendante de la largeur et de la hauteur de l'espace annulaire.

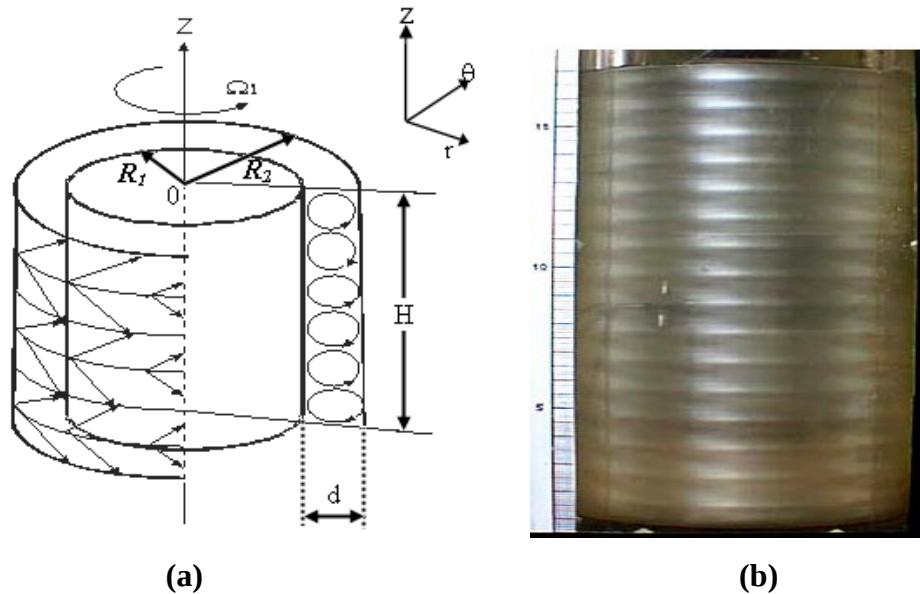


Figure I.2 : Configuration du système d'ondes axiales selon z : (a) présentée par H.Schlichting [2] et (b) obtenu par A.Dibes [6] pour $\Gamma=36$ et à $Ta=46$

Cependant la taille et le nombre de cellules qui se forment dépendent de la hauteur du fluide et des conditions de mise en régime. **T.B.Benjamin** [3] [4] a étudié théoriquement et expérimentalement l'influence d'une hauteur finie des cylindres sur la structure de l'écoulement. Pour une hauteur finie donnée, il intervient sur les conditions de mise en régime en vue de fixer le nombre de cellules de Taylor. Le domaine d'étude retenu est restreint au régime d'apparition des cellules de Taylor [Tc_1 , Tc_2] et au cas où seul le cylindre intérieur est en rotation. Sur le plan expérimental il a présenté les résultats se rapportant à l'influence du rapport d'aspect $\Gamma = H/d$ sur le mouvement en relation avec le nombre de Reynolds Re .

Il constate pour un rapport d'aspect Γ compris entre 3,6 et 3,72 et, lorsque le nombre de Reynolds Re augmente, l'écoulement laminaire se déstabilise au profit d'un autre mode cellulaire.

-1°) Si $\Gamma > 3,7$ l'écoulement se présente avec quatre cellules; celles-ci voient leur taille évoluer quand Re augmente progressivement. Pour une valeur particulière de Re , il se produit au sein de l'écoulement une transition caractérisée par un passage de quatre cellules à deux cellules.

-2°) Si $\Gamma = 3,7$, la situation est plus complexe que dans le cas précédent. L'écoulement à quatre cellules passe à deux quand Re augmente. Cependant si on réduit la vitesse (Re décroissant), le nombre de cellules n'est pas modifié.

-3°) Si $\Gamma < 3,6$ l'écoulement est constitué de deux cellules. Lorsque Re augmente, l'écoulement initial subit une modification; il passe de deux cellules à quatre cellules.

Pour une autre valeur particulière de la vitesse de rotation indiquée par le nombre de Taylor Tc_2 dont la valeur dépend du jeu radial d/R_1 , on observe la naissance d'une autre structure constituée de tourbillons ondulés dans la direction tangentielle et tournant autour de l'axe de symétrie des deux cylindres. Ce système d'ondes instationnaires se superpose aux cellules de Taylor comme l'indique la **figure I.3**, rencontrée dans la littérature [5] [6].

On est alors en présence du régime d'ondes azimutales appelé "wavy-mode" caractérisé par une vitesse de propagation dans la direction tangentielle (θ) et un nombre d'ondes circonférentielles n . L'ensemble du mouvement apparaît doublement périodique en z et θ . Les conditions d'apparition de cette structure montrent qu'elles sont très sensibles aux valeurs de la largeur d et de la hauteur h de l'espace annulaire. Dans le cadre d'une étude expérimentale menée par la méthode polarographique **A.Bouabdallah** [7] a effectué des mesures avec trois rapports R_1/R_2 : 0,95 ; 0,91 et 0,82. Il trouve que le rapport des rayons modifie fortement la valeur de Tc_2 sans affecter celle de Tc_1 qui reste voisine de $Tc_1 = 41,2$.

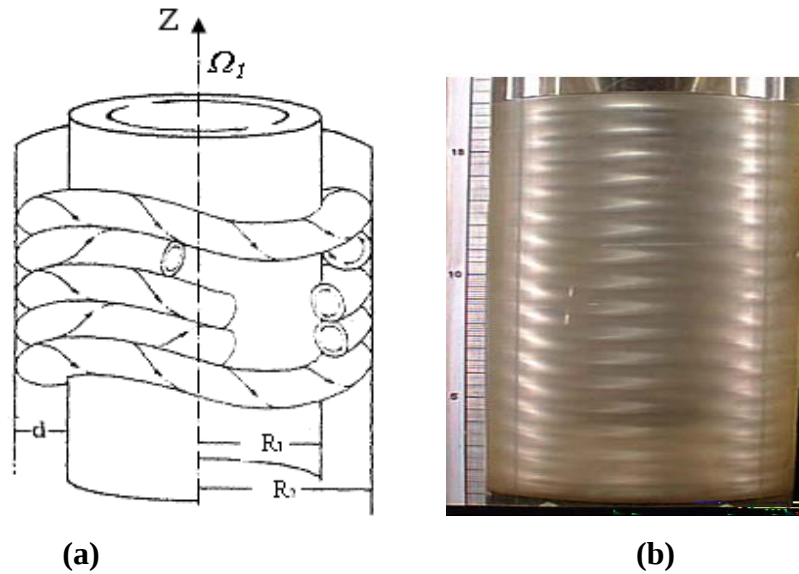


Figure I.3 : Configuration du système d'ondes azimutales selon θ : (a) présentée par **R.Lueptow** [5] et (b) obtenu par **A.Dibes** [6] pour $Ta = 60$; $\Gamma = 36$

L'analyse des travaux concernant l'étude des propriétés de l'écoulement de Taylor- Couette en géométrie finie fait apparaître que l'ensemble des tentatives entreprises se consacrent à des écoulements limités axialement par des parois rigides.

Les expériences de **J.A.Cole** [8] ont montré que l'apparition du régime d'ondes azimutales est d'autant plus retardée que H/d décroît, par contre la valeur critique du nombre de Taylor Tc_1 pour l'apparition des cellules varie peu avec le rapport d'aspect. **M.Douaya** [9] a étudié expérimentalement par visualisation l'effet du rapport d'aspect $\Gamma = H/d$ sur les conditions d'apparition des tourbillons ondulés. Ses résultats sont en bon accord avec ceux de J.A.Cole.

D.Walgraef et al [10] ont étudié les effets de géométrie finie sur la sélection des structures de l'écoulement. Ils ont mis en évidence également que les effets de bords sélectionnent des nombres d'ondes azimutales. Ils ont aussi confirmé que le nombre de Taylor Tc_2 croît lorsque le rapport d'aspect diminue. **A.Mahamdia** [11] a étudié par visualisation et par la technique polarographique l'effet combiné de la surface libre et du rapport d'aspect sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette. Il a remarqué que l'apparition du régime d'ondes azimutales (wavy mode) est retardée quand le rapport d'aspect diminue. En dessous d'une valeur critique $\Gamma_c = 10$, la transition vers le chaos s'effectue directement sans pouvoir observer le régime du wavy mode.

En augmentant progressivement la vitesse de rotation, on constate que le mouvement présente une complexité croissante jusqu'à ce que l'écoulement devienne perturbé et peut, être considéré comme chaotique. Ce passage du régime d'ondes azimutales vers le régime

chaotique est difficile à suivre par des techniques de visualisation. Le passage d'un état à l'autre ultérieur dépend des conditions géométriques et du protocole de mise en vitesse. Par conséquent l'écoulement peut présenter un caractère de non-unicité pour une vitesse donnée de la rotation du cylindre intérieur. Aussi **D. Coles [12]** a observé que chaque état d'écoulement dépend du mode de vitesse imposée (lent, modéré ou rapide). Le passage d'un état (k, n) à un autre dépend fortement du protocole opératoire et particulièrement de la valeur imposée au taux de variation des vitesses du cylindre $d\Omega / dt$. Pour $d\Omega / dt$ très petit, le protocole est dit adiabatique.

I.5. ECOULEMENT ENTRE DEUX CONES COAXIAUX

Les tourbillons de Taylor apparaissent également au sein d'un écoulement entre deux cônes coaxiaux. **M. Wimmer [13]** a étudié expérimentalement les caractéristiques de ce mouvement particulier où seul le cône intérieur est en rotation. Contrairement à l'écoulement classique de Taylor, le mouvement de base est tridimensionnel. Il a une grande influence sur l'apparition et le comportement des cellules au sein de l'espace annulaire. Dans le cas de cette géométrie la force centrifuge varie le long de la direction axiale du système ; ce qui engendre, à certaines vitesses de rotation, la coexistence de plusieurs états d'écoulement. Il a donné une analyse détaillée de la génération des tourbillons ainsi que les multiplicités des états, leurs dimensions. L'auteur a noté que des tourbillons contrarotatifs se déplacent du bas vers le haut du cône, et que l'augmentation de la vitesse de rotation du cône diminue le déplacement des vortex. Il explique ce phénomène par la différence des intensités des tourbillons de part et d'autre du plan médian.

M.Noui-Mehidi et A.Bouabdallah [14] ainsi que **M. Noui-Mehidi et M.Wimmer [15]** ont étudié l'écoulement entre deux cônes coaxiaux à surface limitée ou libre. Ils ont mesuré, par la technique polarographique, le gradient pariétal moyen de vitesse à la paroi interne du cône extérieur. Ils ont montré que le gradient diminue quand les rayons des cônes concentriques diminuent. La première instabilité apparaît pour des valeurs de Ta très faible $Ta_c = 3,49$. En continuant à augmenter très lentement la vitesse de rotation du cône interne, plusieurs tourbillons sont générés. **M.Noui-Mehidi et al [16]** ont étudié aussi le système conique par une technique de visualisation et une analyse spectrale du signal obtenu par anémométrie laser. Les auteurs ont étudié l'influence de la montée linéaire de la vitesse du cône intérieur sur la structure du mouvement. Différents modes d'écoulement sont observés en fonction du taux d'accélération et de la valeur du demi-angle au sommet du système conique.

I.6. ECOULEMENT ENTRE DEUX SPHERES COAXIALES

L'écoulement entre sphères a suscité un grand intérêt chez plusieurs auteurs en raison de sa similitude avec l'écoulement atmosphérique. Des travaux théoriques et expérimentaux ont été consacrés à cette géométrie qui présente, comme dans le cas de l'écoulement entre cylindres coaxiaux, une série d'instabilités lors de la transition laminaire-turbulent.

Les principaux paramètres qui interviennent dans le problème sont le rayon de la sphère intérieure R_1 , le rayon R_2 de la sphère extérieure, l'espace annulaire (gap) $d = R_2 - R_1$, les vitesses angulaires Ω_1 et Ω_2 , la densité ρ et la viscosité cinématique ν du fluide, la température T , le couple de rotation M , les paramètres adimensionnels qui sont le nombre de

Reynolds $Re = \Omega_1 R_1^2 / \nu$ ou le nombre de Taylor $T_a = \frac{\Omega_1 R_1^2}{\nu} \sqrt{\frac{d}{R_1}}$, le rapport de vitesse

angulaire $\eta = \Omega_1 / \Omega_2$, le jeu radial $\delta = d/R_1$ et le coefficient de frottement

$$\zeta_M = \frac{M}{2\rho R_1^5 \Omega_1^2}.$$

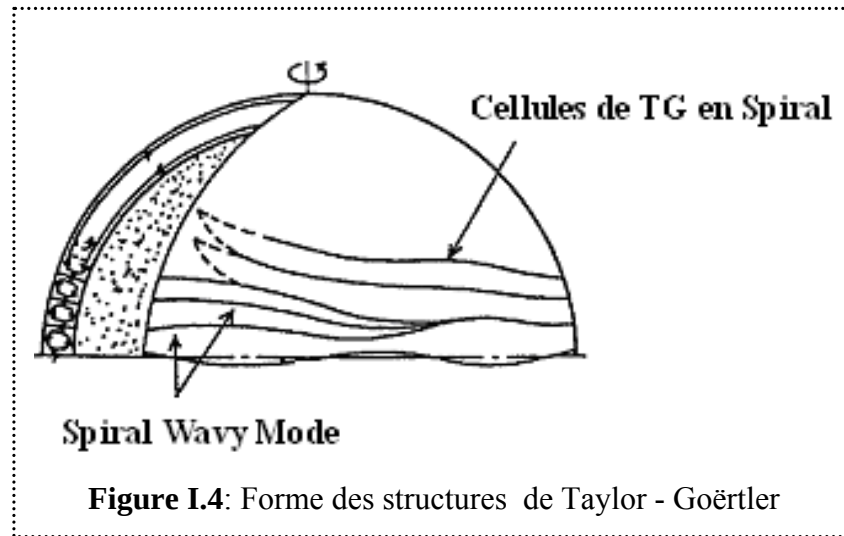
I.6-1. Travaux expérimentaux

G.N. Khlebutin [17] est le premier à observer expérimentalement (1968) l'existence des cellules de Taylor dans un écoulement entre sphères concentriques. Il a réalisé des expériences par visualisation et a procédé à des mesures de couple pour un jeu radial $0,0371 \leq \delta \leq 1,1547$. Il a confirmé expérimentalement que pour un jeu radial critique $\delta_c = 0,44$ les cellules de Taylor n'apparaissent pas en régime de transition dans le système sphérique.

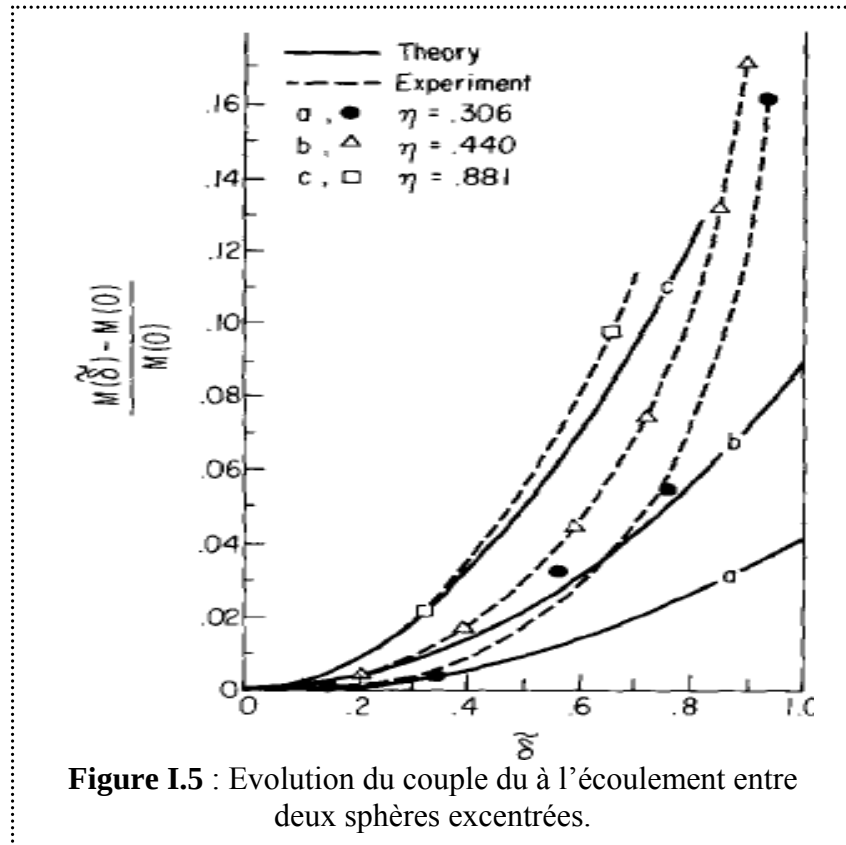
Pour un jeu radial $\delta \leq 0,12$ **Khlebutin** a conclu que le nombre de Reynolds Re_c caractéristique de l'apparition des vortex de Taylor est une fonction de δ satisfaisant par la relation empirique $Re_c = 49 \delta^{-3/2}$; une relation semblable $Re_c = 41,3 \delta^{-3/2}$ existe pour un écoulement entre cylindres coaxiaux.

Juste après cette étude **O.Sawatzki et J.Zierrep (1970) [18]** ont observé une variété des modes d'écoulement axisymétriques dans le Couette sphérique. Ils ont constaté dans le cas de petit espace annulaire où l'instabilité de Taylor est présente et, pour le même nombre de Reynolds supercritique, jusqu'à cinq modes d'écoulement stables différents, caractérisés par des couples de frottement différents. Les cinq modes d'écoulement incluent des vortex

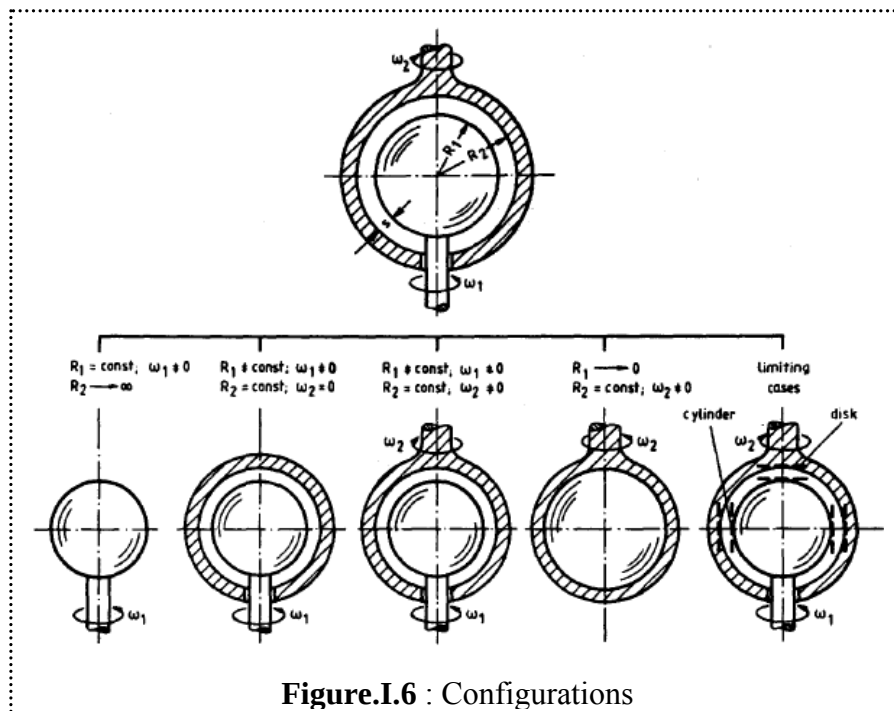
toriques (ou vortex de Taylor- Görtler) en spirale (**Figure I.4**). Au voisinage des pôles se forment des vortex du type d'Ekman.



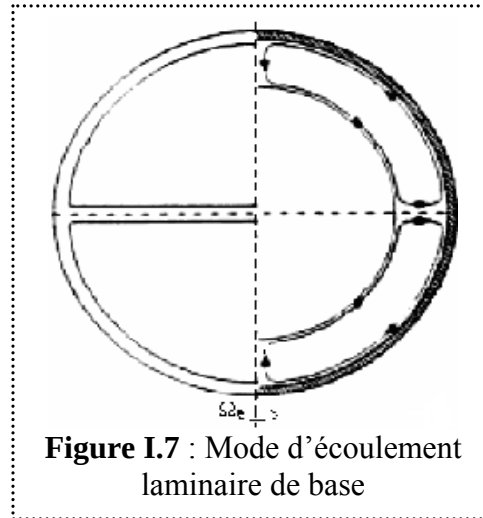
En 1975 **Menguturk et Munson [19]** ont étudié l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible à faible nombre de Reynolds contenu entre deux sphères coaxiales excentrées en rotation. Leurs résultats expérimentaux obtenus par visualisation montrent que la structure de l'écoulement secondaire est différente dans les deux hémisphères et les caractéristiques de l'écoulement de base (la forme des lignes de courant de l'écoulement secondaire et le couple adimensionnel) sont indépendantes pour des faibles nombres de Reynolds. Ils ont examiné l'effet de l'excentricité sur la surface de séparation entre les cellules supérieures et inférieures. En parallèle ils ont représenté l'évolution du couple du à l'excentricité pour un espace annulaire sphérique avec différents rapports des rayons $\eta = 0,306; 0,44$ et $0,881$. Les résultats expérimentaux obtenus étaient en bon accord avec la théorie, en particulier pour les petits espaces annulaires $\eta \rightarrow 1$. La figure suivante représente la comparaison des valeurs théoriques et expérimentales du couple mesuré pour les valeurs des rapports des rayons indiquées ci-dessus (**Figure I.5**).



Quelques temps après **Wimmer (1976) [20]** a étudié l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible entre sphères concentriques qualitativement par visualisation et quantitativement par la technique du fil chaud. Ses expériences ont été réalisées dans plusieurs espaces annulaires où le jeu radial δ varie entre $0,0063 \leq \delta \leq 0,60$ et ce, pour une large gamme du nombre de Reynolds $10^2 \leq Re \leq 10^6$. Il a présenté plusieurs configurations possibles (**Figure.I.6**) associées aux taux de vitesse angulaire et du jeu radial.

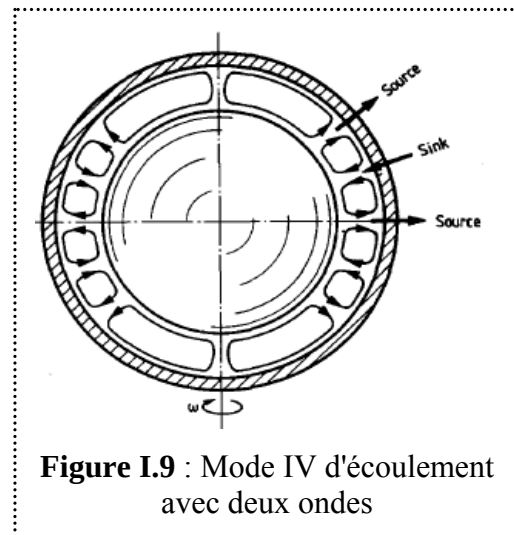
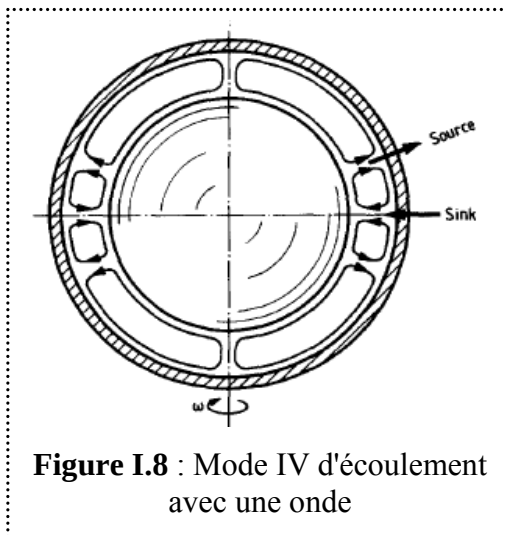


L'auteur a montré expérimentalement la multiplicité des états d'écoulement pour un même nombre de Reynolds critique. Il a observé trois modes axisymétriques stables et deux modes non axisymétriques instables. À très faible nombre de Reynolds, le premier mode qui apparaît est laminaire stable (**Figure.I.7**).



Les deux autres types de l'écoulement supercritique stable sont :

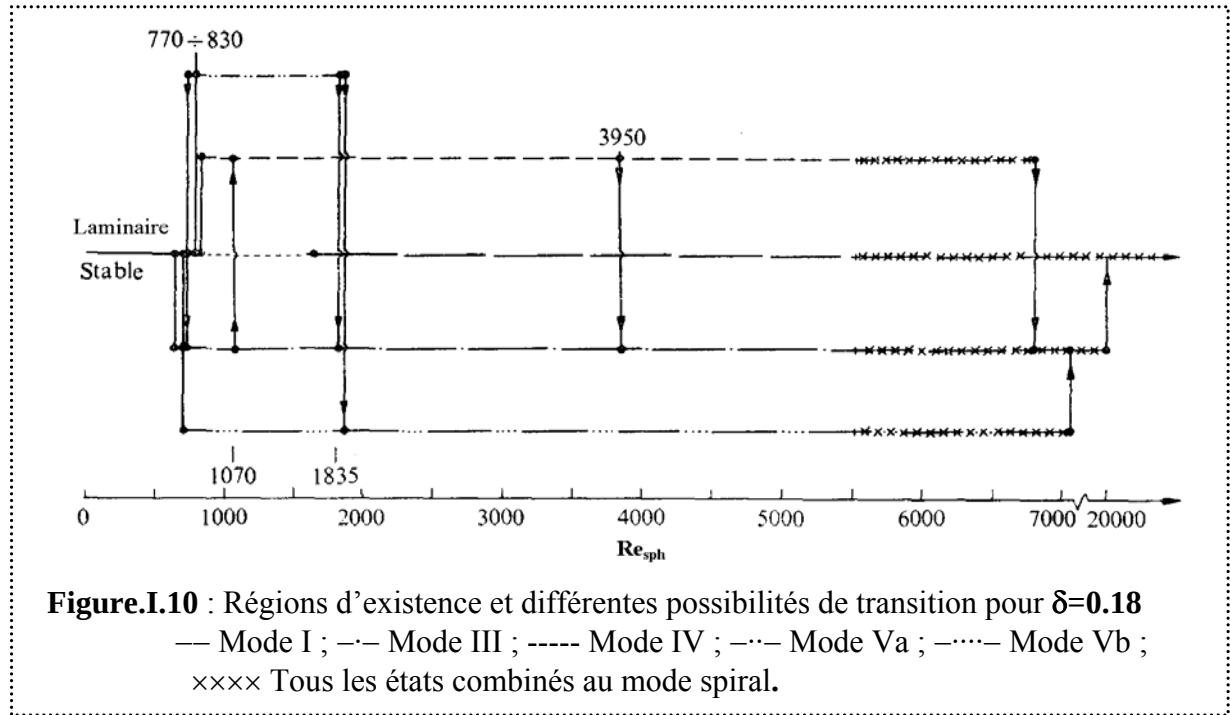
Mode III contient une cellule stationnaire par chaque hémisphère près de l'équateur. (**Figure.I.8**). Mode IV contient deux cellules stationnaires par chaque hémisphère près de l'équateur (**Figure.I.9**).



Deux autres modes instables (notés Va et Vb) sont caractérisés respectivement par une ou deux cellules instationnaires en oscillation près de l'équateur. Les axes de ces cellules sont inclinés par rapport à l'équateur d'un angle variant entre 2 et 10 degrés.

L'étude expérimentale montre que l'apparition des différents modes d'instabilités dépend de l'espace annulaire, de la vitesse angulaire donnée associée au nombre de Reynolds critique et

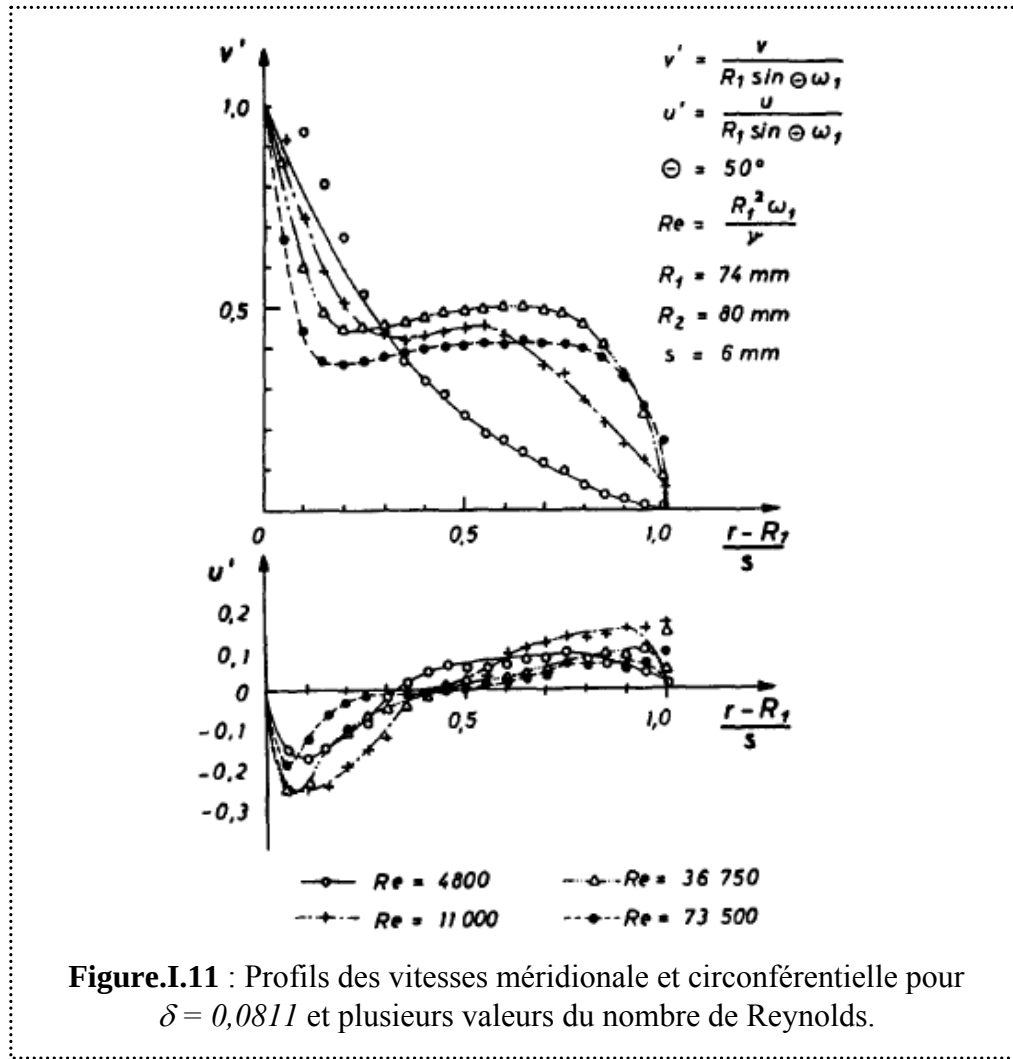
de l'accélération de la sphère en rotation. Mais, chacun de ces modes a son propre régime d'existence différent (**Figure.I.10**).



Au moyen de la technique du fil chaud il a établi les profils des vitesses méridionale et circumférentielle en fonction du nombre de Reynolds pour $\delta = 0,081$ et à la position $\theta = 50^\circ$. Ils sont représentés par la figure suivante (**Figure I.11**). Pour de très faible nombre de Reynolds, seuls les termes de cisaillement sont pris en compte dans les équations de Navier-Stokes ; les termes d'inertie sont négligés. Dans ces conditions Kotschin, Kibel et Rose déduisent, en tenant compte des conditions aux limites propres au gap sphérique, la vitesse circumférentielle qui est de la forme :

$$V(r, \Phi) = \frac{\Omega_I R_I^3 \sin \theta}{r^2 (R_2^3 - R_I^3)} (R_2^3 - r^3)$$

Wimmer a mesuré également le couple de frottement pour plusieurs espaces annulaires ($d=2, 4, 6$ et 12mm) et différents nombres de Reynolds dans les conditions de température constante.



La contrainte de cisaillement correspondante à la vitesse circonférentielle de vitesse s'écrit :

$$\tau(r, \Phi) = \frac{-3\eta\Omega_1 R_2^3 \sin\theta}{(R_2^3 - R_1^3)}$$

Le moment (M) de rotation est donné par la relation :

$$M = 8 \Pi \eta \Omega_1 R_1^3 R_2^3 / (R_2^3 - R_1^3) .$$

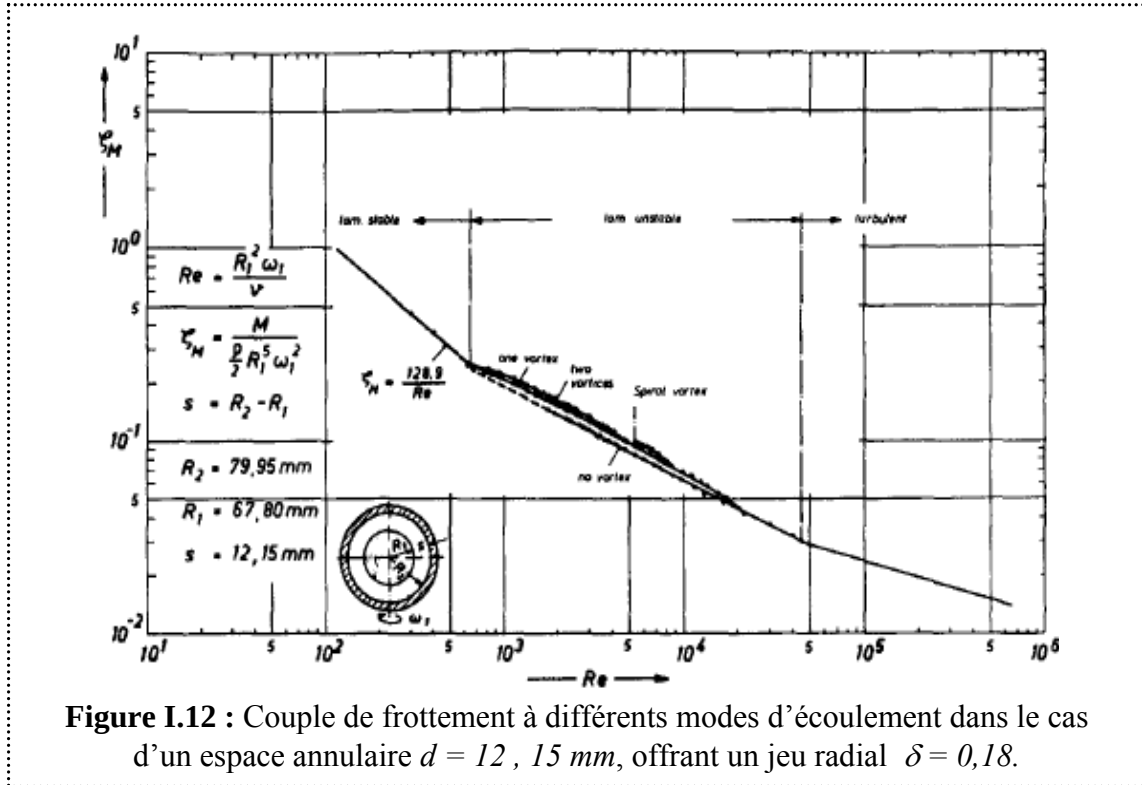
En injectant le terme $\frac{1}{2\rho R_1^5 \Omega_1^2}$ dans l'expression précédente on obtient le coefficient de

frottement :

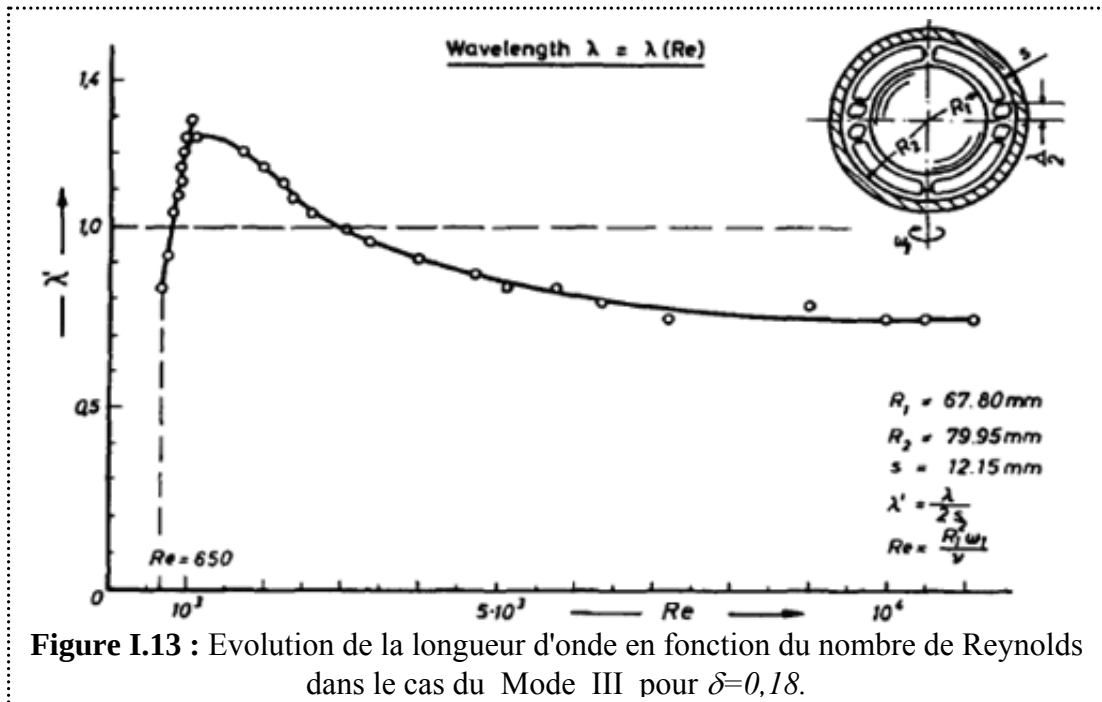
$$\xi_M = \frac{8\pi\eta\Omega_1 R_1^3}{1/2\rho R_1^5 \Omega_1^2} \frac{R_2^3}{(R_2^3 - R_1^3)}$$

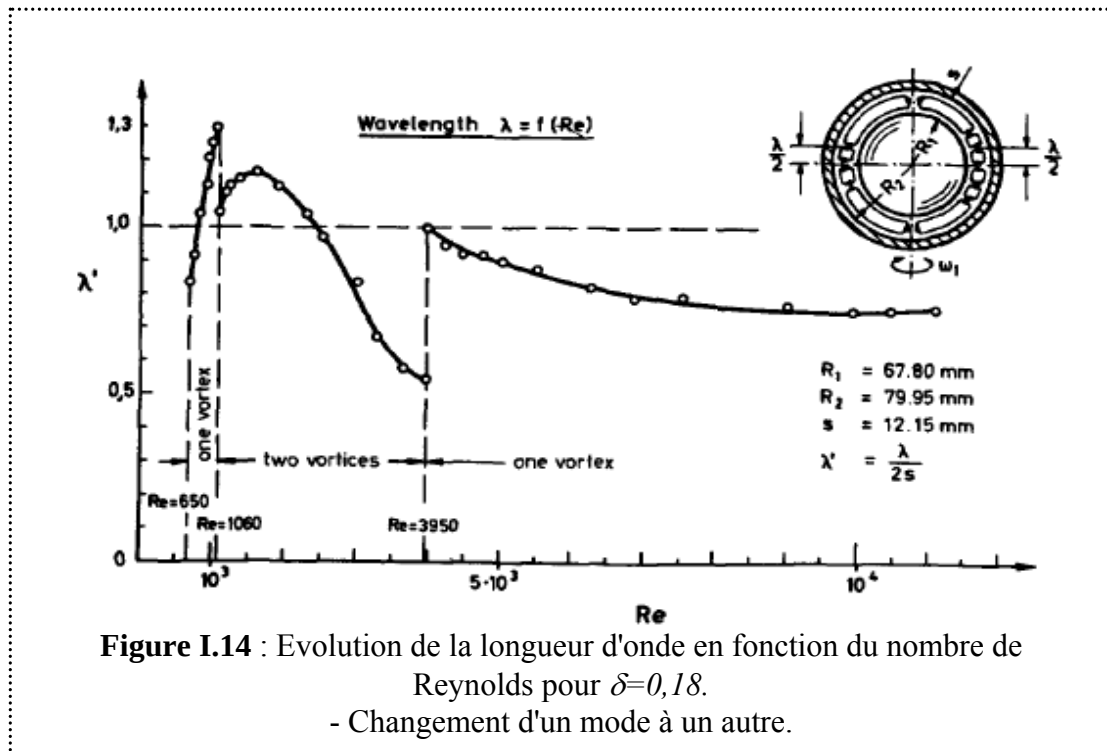
La **figure I.12** ci-dessous représente le coefficient de frottement à différents modes d'écoulement dans le cas d'un espace annulaire $d = 12,15 \text{ mm}$, offrant un jeu radial

$\delta = 0,18$. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les valeurs théoriques. Il constate qu'en régime instable le couple est indépendant de la largeur du gap.



Enfin Wimmer a étudié qualitativement et quantitativement l'évolution de la longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds. Il observe un brusque changement de la longueur d'onde à des nombres de Reynolds qui caractérisent l'apparition des transitions d'un mode à un autre (**Figure.I.13** et **Figure.I.14**). Ceci peut expliquer l'interaction entre un écoulement secondaire et un écoulement de base tridimensionnel.



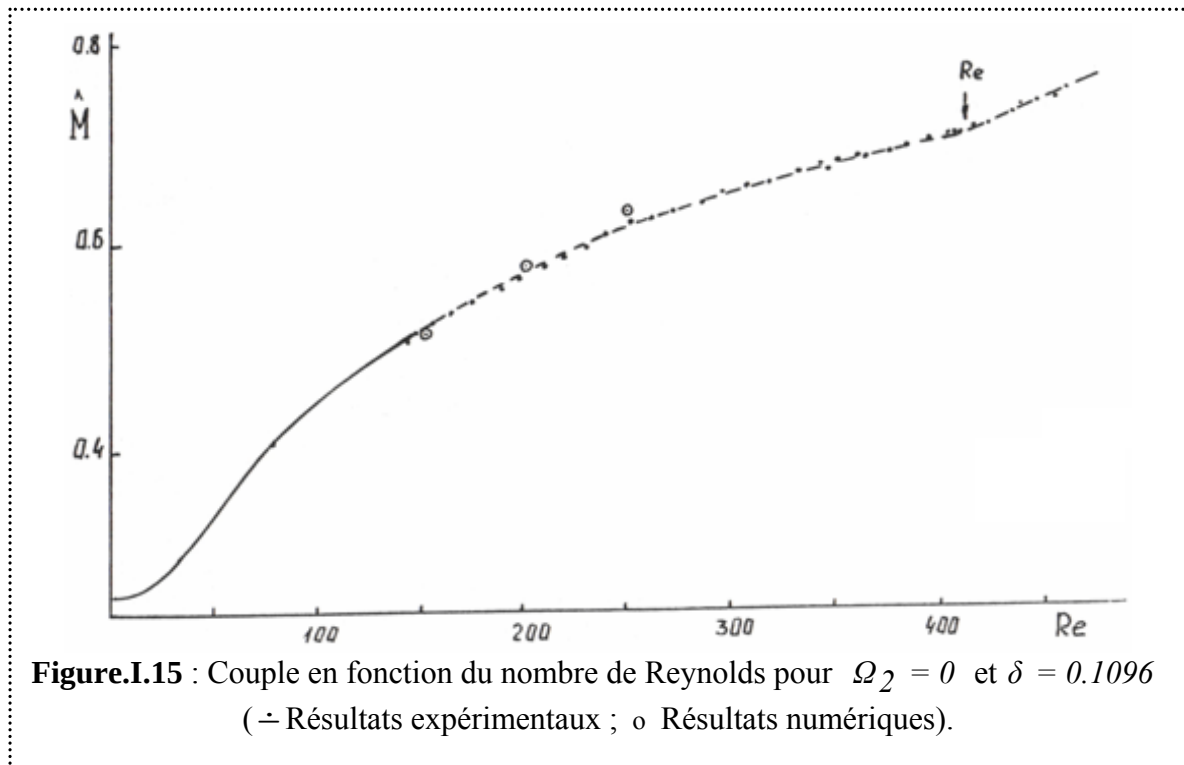


Wimmer a montré des résultats expérimentaux indiquant que la variété des cinq modes d'écoulement est provoquée par les conditions de mise en régime de la vitesse de rotation de la sphère intérieure; en d'autres termes, elle est due à la différence dans le taux d'augmentation du nombre de Reynolds. Il a apporté l'explication suivante : l'instabilité menant à chaque mode d'écoulement nécessite une quantité particulière d'énergie ou du moment angulaire qui correspond au couple de frottement mesuré à chaque mode d'écoulement ; par conséquent l'instabilité dépend du temps d'accélération pendant lequel l'énergie nécessaire (ou le moment angulaire) est fournie. Il a également montré qu'une large gamme des modes supérieurs de l'écoulement est obtenue par une augmentation ou une diminution du nombre de Reynolds.

I.MYavorskaya & al (1980) [21] ont effectué une recherche par voies numérique et expérimentale détaillée de la stabilité d'un fluide visqueux incompressible compris entre deux sphères coaxiales tournantes pour une large gamme des nombres de Reynolds $Re_1 = \Omega_1 R_1^2 / \nu$ et $Re_2 = \Omega_2 R_2^2 / \nu$. Les sphères utilisées permettent de faire varier le jeu radial δ entre 0,016 et 1,33. Ils ont observé presque tous les types d'instabilités déjà mentionnées dans les fluides incompressibles en rotation. En plus, ils ont mis en évidence quelques nouvelles instabilités à différentes valeurs de Re_1 , Re_2 et de δ . Ils ont ainsi montré numériquement et expérimentalement la non-unicité des écoulements secondaires et les

régions d'existence de différents régimes pour les mêmes valeurs supercritiques des paramètres de contrôle. Ils ont réalisé une étude complète de l'évaluation du couple de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de δ avec la sphère extérieure maintenue fixe ($\Omega_2 = 0$). La figure (**Figure.I.15**) représente l'évolution du couple de frottement pour $\delta = 1,006$.

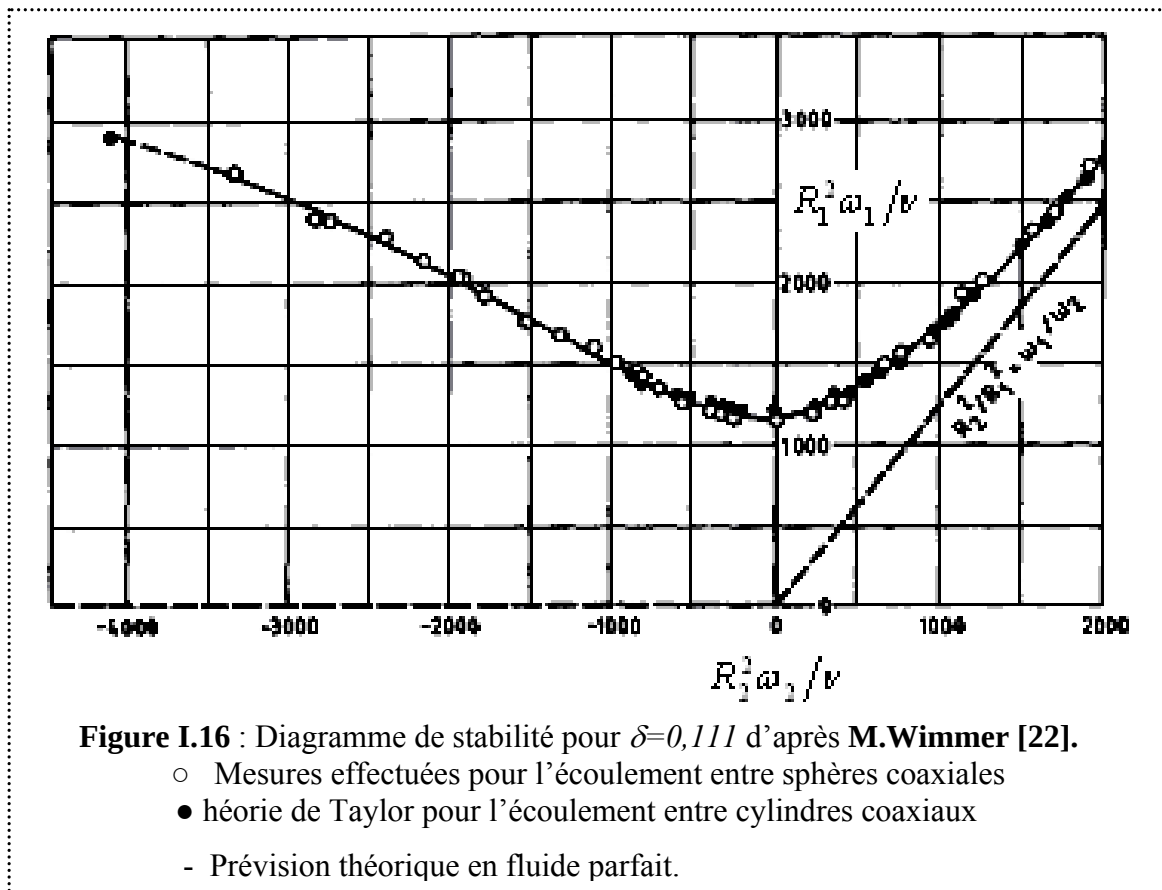
Les auteurs ont présenté dans les plans (Re_1, δ) et (Re_1, Re_2) les diagrammes de stabilité et les régions d'existences pour différents espaces annulaires ($\delta = 0,2413$ et $0,1096$), les diagrammes des écoulements secondaires, les lignes de courant, les lignes de vitesse angulaire constant, la distribution spectrale de la vitesse radiale et la vitesse de phase des écoulements ondulés.



M.Wimmer (1981) [22] a poursuivi son étude expérimentale dans le cas où les deux sphères peuvent tourner dans la même direction ou contrairement. Dans les deux cas étudiés, il observe une succession d'instabilités apparaissent lorsque le nombre de Reynolds Re ou de Taylor Ta augmente. L'apparition de la première instabilité dépend, dans les deux cas, fortement des dimensions de l'espace annulaire. Il a présenté dans le tableau ci dessous (**Tableau I.1**) une comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques concernant l'apparition de la première instabilité entre cylindres coaxiaux et sphères concentriques en rotation.

Méthode	Auteur	Nombre de Taylor critique Tc_1 ($\delta=0,0256$)	Nombre de aylor critique Tc_1 ($\delta=0,111$)
Théorique (cylindres)	Taylor	41,71	43,01
Théorique (cylindres)	Kirchgassner	41,40	43,02
Théorique (sphères)	Walton	42,80	43,03
Expérimentale	Yavorskaya et al	-----	44,82
Expérimentale	Wimmer	41,97	42,99
Tableau. I.1 : Comparaison des valeurs de Taylor critiques de la première instabilité (cylindres / sphères).			

Les résultats sont aussi récapitulées dans le diagramme de stabilité (**Figure I.16**) établi pour un jeu radial $\delta=0,111$. Celui-ci s'exprime en fonction du nombre de Reynolds Re_1 de la sphère intérieure, figurant en ordonnée et en fonction de la valeur du nombre de Reynolds Re_2 de la sphère extérieure qui est indiqué en abscisse. Dans le plan positif, les deux sphères tournent dans la même direction, et dans le plan négatif celles-ci tournent dans des directions opposées de sorte que le côté droit de l'abscisse est noté par $+R_2^2\omega_2/\nu$ et le côté gauche est noté par $-R_1^2\omega_1/\nu$.



La ligne discontinue, se trouvant du côté droit du diagramme, représente la loi de comportement asymptotique prévue par la théorie de la stabilité pour un fluide non visqueux. Dans le cas d'un fluide parfait $\mu = 0$, celle-ci peut se formuler à l'aide du critère de stabilité de Rayleigh basé sur le moment cinétique $L = rV$ ou $V = r\omega$, d'où : $dL/dr > 0$.

Après intégration de celle-ci par rapport aux rayons R_1 et R_2 , on obtient l'inégalité suivante :

$$(\omega_2 R_2^2 - \omega_1 R_1^2) > 0$$

Lorsque les deux sphères tournent dans la même direction, la relation précédente prédit que le produit $R_2^2 \omega_2 / \nu$ doit être toujours plus grand que $R_1^2 \omega_1 / \nu$ pour obtenir la stabilité. Pour un rapport des rayons donné $\eta = R_2 / R_1$, l'inégalité précédemment s'écrit alors sous la forme $\eta^2 \omega_2 > \omega_1$. Donc, la vitesse angulaire de la sphère extérieure doit être supérieure dans un rapport η^2 à celle de la sphère intérieure pour que la stabilité s'installe, sinon, le mouvement devient instable. Si les deux sphères tournent dans des directions opposées la relation $(\omega_2 R_2^2 - \omega_1 R_1^2) > 0$ n'est pas satisfaite, et l'écoulement est alors instable.

K.Nakabayashi (1983) [23] a réalisé une étude expérimentale en employant trois types de techniques de visualisation deux par particules d'aluminium en procédant par réflexion et transmission de la lumière. Il a décrit les phénomènes accompagnant le régime de transition laminaire – turbulent ainsi a examiné le nombre critique de Taylor et la structure cellulaire du vortex de Taylor-Gortler dans l'écoulement entre deux sphères concentriques où l'intérieure tourne et l'extérieure est stationnaire. Il a trouvé expérimentalement que le nombre critique de Taylor augmente généralement avec le jeu radial δ . Les résultats expérimentaux ont été récapitulés dans le tableau **I.2** indiquant, pour chaque jeu radial δ , le nombre de Taylor critique T_c correspondant qui caractérise la première instabilité (TVF).

Conséquemment, il a constaté que, pour un jeu radial $\delta \leq 0,08$, le nombre critique de Taylor dans le cas de l'écoulement de Couette sphérique (SCF) est plus petit que dans l'écoulement de Couette circulaire (CCF), et vice versa pour $\delta \geq 0,08$.

Il a pu observer quatorze (14) régimes d'écoulement différents lors de la transition du régime laminaire de base vers la turbulence **Tableau. I.3**, évaluer le nombre de cellules et la longueur d'onde en fonction du nombre de Reynolds Re/Re_c pour différentes valeurs du jeu radial δ . Le nombre de cellules de Taylor – Gortler toriques ainsi que les cellules en spiral et leurs positions sont utilisés comme des moyens de base pour expliquer la formation et la structure spatiale du vortex.

Cas étudié	Rayon de la sphère intérieure R_I (mm)	Espace Annulaire d (mm)	Jeu radial $\delta = d/R_I$	Nombre de Reynolds Critique Re_c	Nombre de Taylor Critique T_c
1	85.49 ± 0.01	2.04	0.024	10700	39.4
2	82.55 ± 0.03	4.98	0.060	2760	40.6
3	76.89 ± 0.02	10.64	0.138	900	46.3
4	72.57 ± 0.01	14.96	0.206	554	51.3

Tableau I.2 : Les nombres critiques de Reynolds et Taylor trouvés par Nakabayashi [23].

Il a confirmé que les cellules toriques sont stationnaires, cependant, les cellules en spiral se déplacent dans le sens contraire de la rotation de la sphère intérieure et avec une vitesse égale à la moitié de sa vitesse de rotation. Les vortex en spiral au nombre de six sont inclinés de 2° - 10° par rapport à l'équateur.

Régime d'écoulement	Caractéristiques
I_B	Ecoulement laminaire +écoulement secondaire (écoulement laminaire de base)
II_T	Instabilité de Taylor (ondes de Taylor).
II_{TS}	Cellules de Taylor – Gortler + Cellules de Taylor en spiral.
II_S	Cellules de Taylor en spiral
II_{TS_t}	Cellules de Taylor – Gortler + Cellules de Stuart
III_{WTS}	Cellules de Taylor en spiral + cellules de TG ondulées (Wavy mode).
III_{WS}	Cellules de Taylor – Gortler en spiral Wavy mode
III_{WT}	Cellules de Taylor– Gortler ondulées (Wavy mode).
III_T	Cellules de Taylor– Gortler avec une forte circulation
III_{OTS_t}	Cellules de Taylor– Gortler ondulées +écoulement secondaire avec vortex de Stuart
IV_S	Ecoulement chaotique (turbulence naissante) + cellules de Taylor inclinées
IV_T	Ecoulement turbulent+ Ecoulement turbulent Taylor– Gortler
IV_{TS_t}	Ecoulement turbulent+ Ecoulement turbulent TG+ écoulement secondaire avec vortex de Stuart
IV_B	Ecoulement Turbulent.

Tableau I.3 : Classification de différents régimes de transition faite par Nakabayashi [23].

L'auteur a présenté les nombres critiques de Reynolds et de Taylor en fonction du jeu radial δ (Figure I.17) et les a comparés avec les résultats théoriques et expérimentaux obtenus pour l'écoulement de couette circulaire (CCF). Il apparaît que, pour des faibles δ , les résultats obtenus par visualisation en système sphérique (SCF) et en système cylindrique (CCF) sont en bon accord.

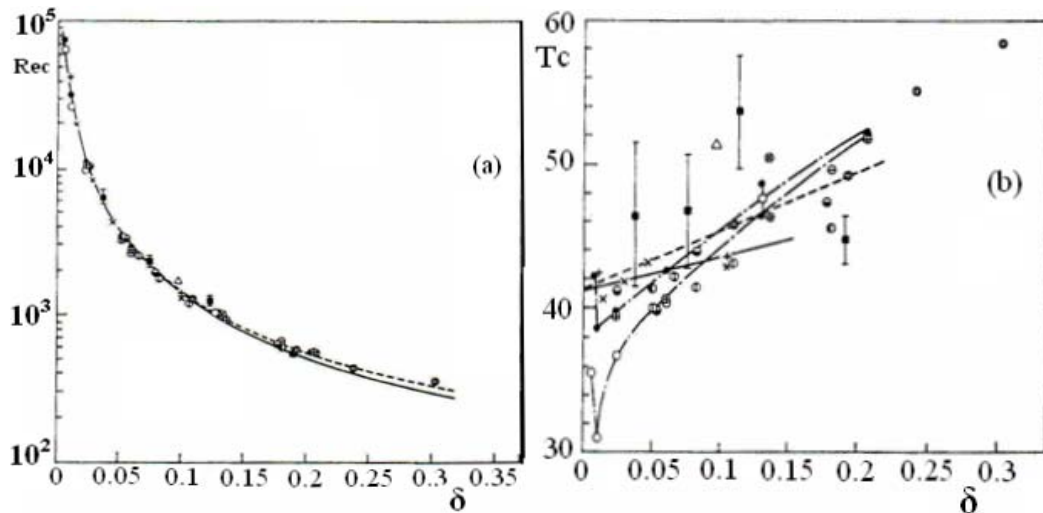


Figure I.17 : (a) nombre de Reynolds Re_c en fonction du jeu radial δ . (b) nombre de Taylor T_c en fonction du jeu radial δ . D'après **K. Nakabayashi [23]**.

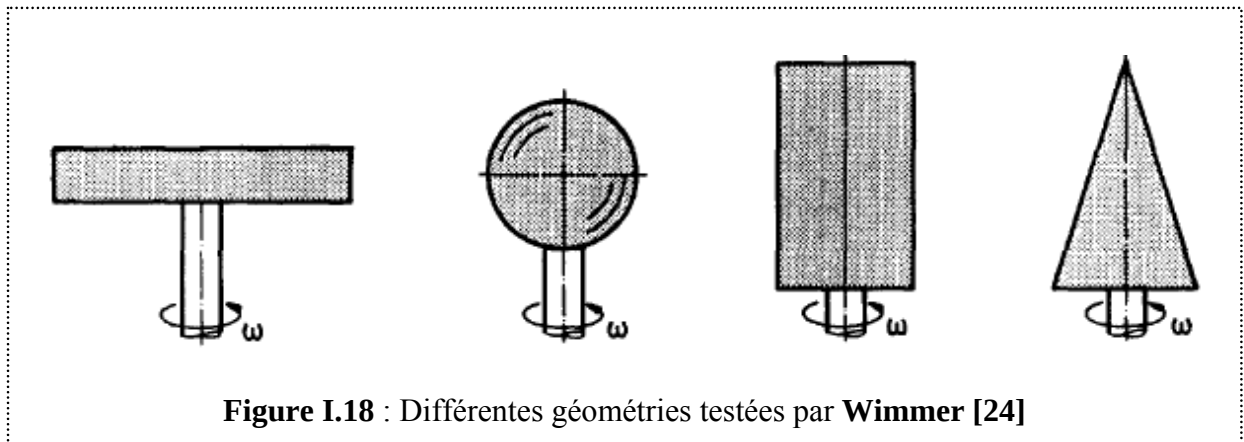
Par visualisation:

⊕ Nakabayashi (1983); ○ Nakabayashi (1978); ⊖ Wimmer (1976); ⊕ Sawatzki & J. Zierep (1970); ⊗ Yavorskaya & al (mesure de couple, 1980); ■ Khlebutin (1968); △ Yakushin (1970); ⊗ Munson & Menguturk (1975); ⊕ Sawatzki & J. Zierep (1970); ⊖ Wimmer (1976); ● Nakabayashi (1978); ---- Yavorskaya & al (1980).

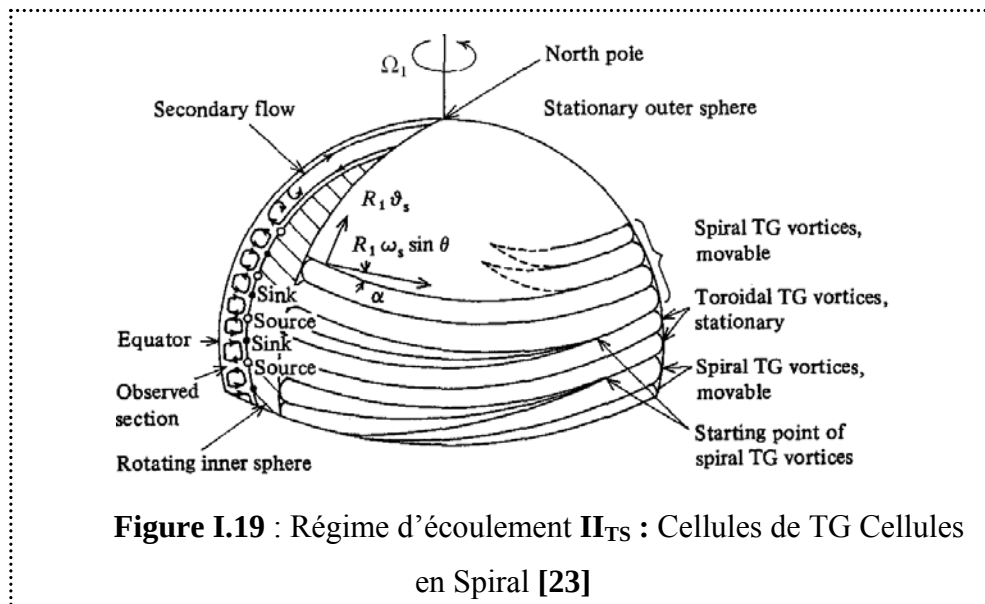
Cylindres : + Vohr (1968); × Nakabayashi (1972); — Taylor (1923).

Par la suite Wimmer (1988) [24] a réalisé des expériences sur des écoulements dans différentes géométries tournantes telles que sphères, disques, cylindres et cônes (Figure I.18). Ce travail de synthèse est consacré particulièrement aux conditions de déclenchement des instabilités et leurs développements ultérieurs. Selon la géométrie et les conditions aux limites imposées, il a observé des cellules de type TG et des cellules de Taylor en contre rotation en régime d'écoulement instable. Il a pu préciser leurs apparitions pour différents états d'écoulement et décrire le développement de la transition vers la turbulence. La non unicité de l'écoulement en régime supercritique, caractérisée par différentes formes de vortex, résulte de l'histoire de l'écoulement. Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats théoriques disponibles. En régime d'écoulement instable et pour les différentes géométries des structures d'écoulement semblables sont observées.

Enfin, cette étude précise que les régimes de transition rencontrés dans les diverses configurations présente des propriétés aussi bien communes que différentes



K. Nakabayashi et Y.Tsuchida (1988) [25] ont étudié l'évolution d'ondes azimutales modulées et non modulées qui se superposent aux vortex toriques de Taylor-Goërtler (TG) dans le dispositif de Couette sphérique où seule la sphère intérieure est en rotation. Ces ondes azimutales modulées et non modulées pourraient être engendrées si la sphère intérieure en rotation est soumise à un taux d'accélération spécifique. Ils ont trouvé que l'apparition de la modulation des ondes azimutales est conditionnée par la présence préalable des vortex de (TG) en mode spiral.



Les auteurs ont noté une différence au niveau de l'évolution des ondes azimutales modulées entre l'écoulement de Couette sphérique et de Couette circulaire. Cette différence est provoquée, dans le cas l'écoulement de Couette sphérique, par l'effet de la couche limite

d'Ekman sur les vortex (TG). Ils effectuent une comparaison entre l'écoulement de Couette sphérique (SCF) et l'écoulement de Taylor- Couette entre cylindres (CCF). Les résultats relatifs à la modulation de l'amplitude et de la fréquence sont présentés dans le tableau comparatif suivant :

Écoulement de Couette sphérique (SCF).	Écoulement Taylor- Couette circulaire (cylindrique CCF).
un seul état de 6/-1 est obtenu (présente étude)	douze états d'écoulement m/k soient rapportés en Wavy Mode
rapport des fréquences caractéristiques de l'évolution d'ondes azimutales modulées obtenu $(f'_2 + kf_1/m)/f_2 = 1$	rapport des fréquences caractéristiques trouvé $(f'_2 + kf_1/m_1)/f_2 = 1$
l'angle de phase azimutal entre les modulations de fréquence et d'amplitude est différent (l'onde en forme de S est longue, et l'onde aplatie est courte).	l'angle de phase azimutal entre les modulations de fréquence et d'amplitude est différent (l'onde en forme de S est courte, et l'onde aplatie est longue).
L'importance de la modulation de fréquence $\tilde{t}_{Fj}$ (réduction extension de la longueur d'onde) est plus grande.	L'importance de la modulation de fréquence $\tilde{t}_{Fj}$ (réduction extension de la longueur d'onde) est moins faible
L'importance de la modulation d'amplitude $\tilde{A}_j$ (Formation en S et l'aplatissement de la forme d'onde) est moins faible.	L'importance de la modulation d'amplitude $\tilde{A}_j$ (Formation en S et l'aplatissement de la forme d'onde) est plus grande

Tableau I.4 : Comparaison de modulation d'amplitude et de fréquence [(SCF)/ (CCF)].
 m : nombre d'onde ; k : paramètre de modulation ; f_2 et f'_2 fréquences de modulation ;
 f_1 : fréquence de rotation.

K. Nakabayashi & Y. Tsuchida (1995) [26] ont étudié par visualisation l'écoulement de Couette sphérique entre deux sphères concentriques où seule la sphère intérieure tourne pour un jeu radial $\delta=0,14$. Ils ont vérifié les caractéristiques des perturbations périodiques non axisymétriques et ont établi que le passage de l'écoulement en modes supérieurs dépend des trois facteurs suivants: (a) le taux d'augmentation du nombre de Reynolds; (b) le nombre de cellules de TG toriques en mode d'écoulement initial ; (c) l'historique de la variation du nombre de Reynolds. Ils ont décrit le processus de transition du régime laminaire de base vers la turbulence (voir le tableau). Le phénomène d'hystérésis dû à l'historique de variation du nombre de Reynolds apparaît tout de même avec une augmentation ou une diminution quasi- statique du nombre de Reynolds R^* . Le phénomène se manifeste non seulement à

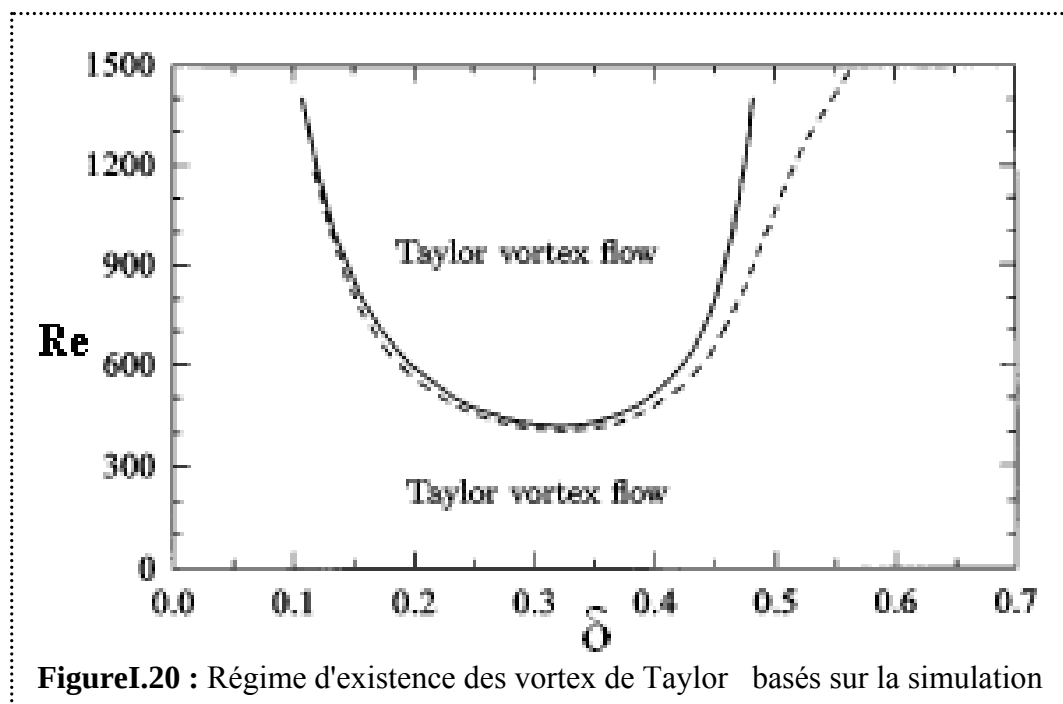
travers les nombres N (cellules toroïdales) et m (ondes azimutales) mais également au niveau de la fréquence de rotation des ondes azimutales. Ils aboutissent aux conclusions suivantes :

- Le mode final d'écoulement au nombre de Reynolds spécifique Rs^* est indépendant du taux d'augmentation pour $1 \leq R_s^* < 1,13$. Cependant, le mode d'écoulement final dépend du taux d'augmentation ; il conditionne l'observation d'une variété de modes d'écoulement finaux.

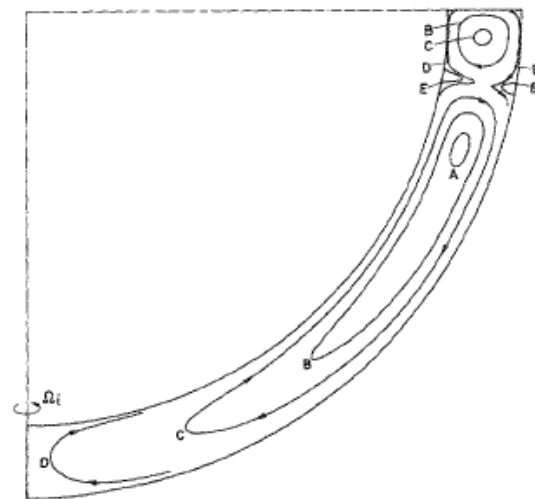
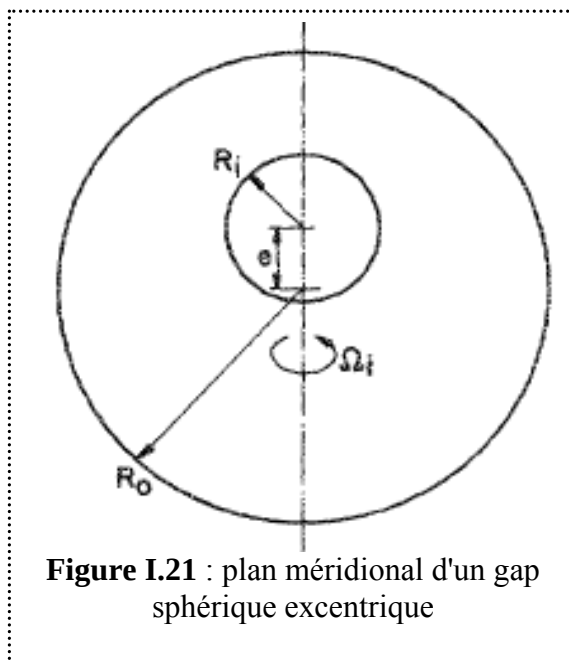
- Le mode d'écoulement final est déterminé par le rapport entre le temps mis pour atteindre la valeur R_s^* et le temps de diffusion visqueuse requis pour le développement des vortex de TG à la valeur de R_s^* . En particulier, tant que le temps d'augmentation est plus petit que le temps de diffusion visqueuse pour $R_s^* \geq 3,3$, il est observé un écoulement laminaire auquel se superpose un écoulement de base supercritique caractérisé par des cellules de Taylor inclinées (spiral). Il constitue un mode d'écoulement final.

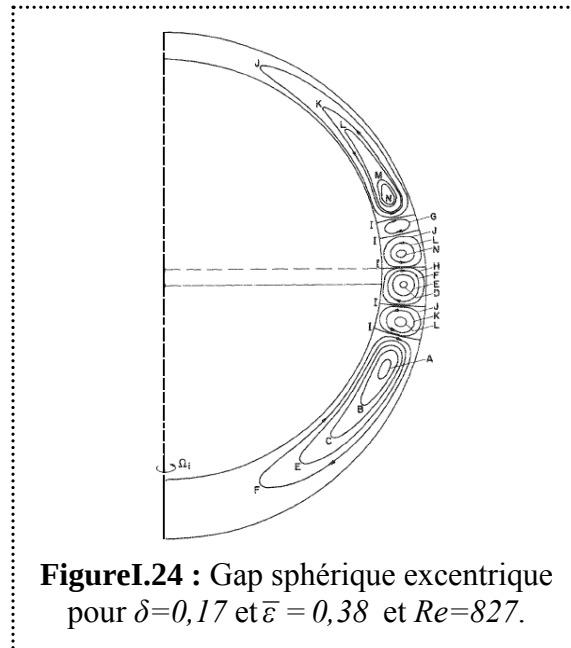
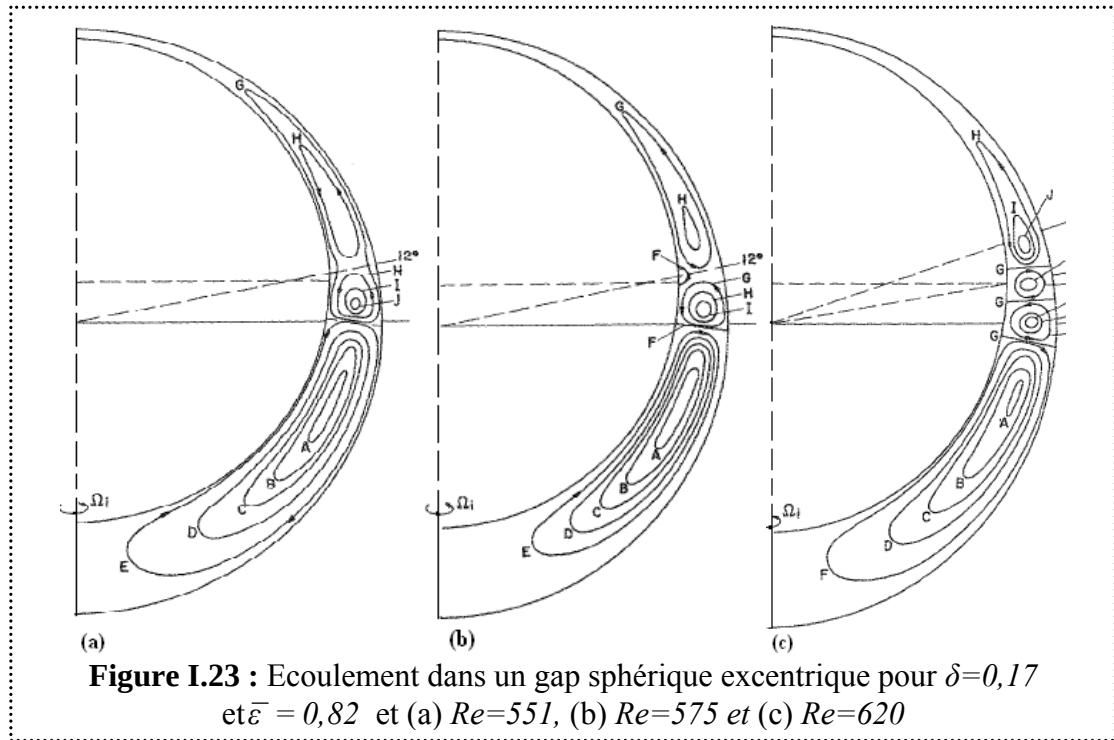
Enfin les modes d'écoulement observés dans leur étude sont tous stables pour des petites perturbations, et les transitions entre les modes d'écoulement sont reproductibles.

Certains auteurs ont estimé que les cellules de Taylor n'existeraient pas dans les espaces annulaires sphériques larges pour un jeu radial $\delta > 0.24$. Cette assertion est contredite par **M. Liu & al [27]** qui ont observé expérimentalement des cellules de Taylor dans un espace sphérique relativement large pour un jeu radial $\delta = 0.33$ en utilisant quelques conditions initiales spéciales. Leurs résultats sont confirmés par une simulation numérique (**FigureI.20**). Ils ont constaté que les cellules de Taylor restent très stables dans une gamme du nombre de Reynolds varie entre $467 < R < 2100$.



En 1990 **P.Bar-Yoseph et al [28]** ont pu examiner par voies numérique et expérimentale l'écoulement d'un fluide incompressible entre deux sphères dont la sphère intérieure est en rotation et l'extérieure étant au repos (**Figure I.21**). L'étude numérique a été faite au moyen d'une méthode, basée sur les éléments finis, qui résout les équations de Navier- Stokes d'un écoulement de base axisymétrique. Des espaces annulaires concentriques et excentriques sont considérés pour différents rapports des rayons (**Figure I.22, 23,24**). L'étude a porté sur l'effet de différentes excentricités sur le développement des vortex de Taylor et la transition entre les modes d'écoulement. Dans le cas concentrique, la transition de l'écoulement de base à un écoulement avec deux paires de vortex de Taylor est étudiée par une analyse temporelle. La transition de l'écoulement de base avec une paire de vortex de Taylor est examinée par une analyse stationnaire en utilisant une maille qui est asymétrique par rapport à l'équateur et présentant également une perturbation géométrique sous forme de petite excentricité. Pour cette transition, ils ont observé le phénomène d'hystérésis dont la présence tend à disparaître quand l'excentricité augmente. Les comparaisons des modes d'écoulement donnés par la simulation numérique sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.





K.Nakabayashia et Y.Tsuchida (2002) [29] ont étudié la transition laminaire-turbulent de l'écoulement de Couette sphérique entre deux sphères concentriques dont seule la sphère intérieure est en rotation pour deux petites valeurs du jeux radial et où les vortex de Taylor– Gortler (TG) en spiral et ondes ondulées jouent un rôle important. Au moyen des mesures simultanées par visualisation et d'une étude spectrale ils ont analysé les fréquences des fluctuations de vitesse provoquées par des perturbations (cellules et ondes)

durant la transition. Ils ont constaté que, pour les deux jeux radiaux étudiés et lorsque le nombre de Reynolds Re augmente, les premières cellules toriques de TG se produisent à l'équateur, mais l'écoulement reste stable. En second lieu, les cellules de TG en spiral (de fréquence fondamentale f_{si}) se produisent à côté des cellules toriques, de sorte que l'écoulement devienne uniquement périodique. Troisièmement, en plus de ces cellules de TG en spiral, les nouvelles cellules de TG en spiral se produisent entre eux pour différentes valeurs de θ de sorte que le nombre paire S_p de cellules de TG en spiral autour de l'espace annulaire sphérique diffère selon θ . En conséquence, différentes fréquences fondamentales f_{si} ($I = 1, 2, \dots$) des cellules de TG en spiral sont détectées dans tout le gap, correspondant aux différentes valeurs S_p . Cependant, l'écoulement n'est pas quasi-périodique, parce que les rapports des différentes fréquences f_{si} sont rationnels.

Quatrièmement, les ondes azimutales (cellules ondulées) (de fréquence fondamentale f_w) se produisent sur les cellules de TG, de sorte que l'écoulement devienne quasi-périodique f_w / f_{si} est irrationnel.

Cinquièmement, plusieurs fréquences f_{si} changent à une grande fréquence f_B , ce qui indique le déclenchement du chaos.

Sixièmement, f_w disparaît, de sorte que l'écoulement devienne chaotique avec des cellules de TG en spiral avec une fréquence f_B . La fréquence de rotation (vitesse d'onde) des ondes ondulées est plus grande que celle des vortex de TG en spiral, et la valeur de f_B est située à peu près entre les deux fréquences de rotation. Les auteurs ont présenté des diagrammes montrant la dépendance du nombre de Reynolds vis-à-vis des fréquences des perturbations détectées dans tout l'espace annulaire (**Figure I.25**).

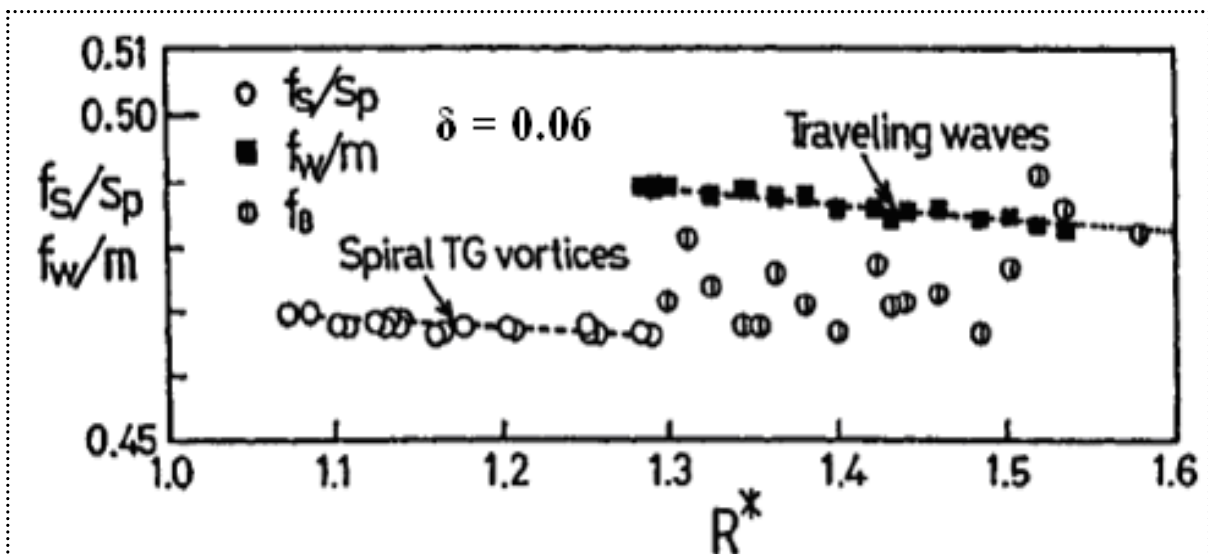


Figure I.25 : Dépendance du nombre de Reynolds vis à vis des fréquences des perturbations détectées dans tout le gap sphérique pour $\delta = 0.06$.

I.6-2. Travaux théoriques

Une variété d'études théoriques a été consacrée aux écoulements entre sphères coaxiales en vue d'interpréter et compléter les résultats expérimentaux obtenus.

IU. K. Bratukhin (1961) [30] a obtenu un résultat approximatif de la stabilité linéaire pour l'écoulement entre deux sphères coaxiales dont la sphère intérieure étant en rotation et l'extérieure est fixe pour un rapport des rayons $\eta = R_1/R_2 = 0.5$. Il a proposé une solution de perturbation de faible ordre. La solution approximative du problème linéaire obtenue a affirmé que les résultats des théories linéaires et de l'énergie peuvent être identiques. Le résultat linéaire approximatif concernant l'instabilité est obtenu pour le nombre de Reynolds $Re = \frac{\Omega_1 R_1 (R_2 - R_1)}{\nu} \approx 100$ qui est très proche de la valeur $Re = 90$ donnée par

la théorie de l'énergie. Ceci implique que l'écoulement de base est, soit instable ou perd sa stabilité pour un nombre de Reynolds critique voisin de 100.

B.R Munson D.D Joseph (1971) [31] ont étudié analytiquement et numériquement le mouvement laminaire stable d'un fluide visqueux incompressible contenu entre deux sphères qui tournent autour de même axe dans les situations suivantes ; sphère intérieure en rotation ; l'extérieure stationnaire ; sphère extérieure en rotation ; l'intérieure stationnaire ; les deux sphères en co-rotation et contre rotation avec des vitesses angulaires différentes. Ils ont déterminé la perturbation, dans le cas de faibles et moyennes valeurs du nombre de Reynolds, au moyen d'une solution analytique en fonction du nombre de Reynolds de grand ordre (Re^7). Pour les plus grands nombres de Re , le problème de la stabilité hydrodynamique a été approché par la méthode de Galerkin (une représentation approximative en série de polynômes de Legendre). Le résultat analytique est ensuite contrôlé par voie numérique. Les auteurs ont pu alors déterminer la structure de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds et le couple nécessaire pour imposer à la sphère une rotation donnée.

B.R Munson et D.D. Joseph [32] (1971) ont complété leur étude théorique en appliquant le bilan énergétique de la stabilité hydrodynamique à l'écoulement laminaire de base d'un fluide visqueux incompressible compris entre deux sphères concentriques qui tournent autour de même axe à des vitesses angulaires imposées. Le nombre de Reynolds critique est calculé pour deux valeurs de rapports des rayons $\eta = R_1/R_2 = 0,5$ et $0,75$ et à différents rapports des vitesses angulaires $\Omega_2/\Omega_1 = -1, -0,5, 0$ et ∞ en vue de s'assurer que le mouvement laminaire de base est stable vis à vis de toutes les perturbations. Le problème

de stabilité est résolu par la méthode d'une représentation " *poloidale et toroïdale* " de l'écoulement perturbé.

Le problème aux valeurs propres qui en résulte est ensuite résolu par une représentation appropriée en séries et par intégration numérique.

B.R.Munsun & M.Menguturk (1975) [33] ont poursuivi leurs travaux entrepris en 1971 et consacrés à l'étude la stabilité de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible contenu entre deux sphères coaxiales. Au plan expérimental, ils ont étudié l'effet du rapport des rayons des deux sphères. Ils ont trouvé que le caractère de la stabilité de l'écoulement dans un espace annulaire sphérique dépend fortement de ce paramètre géométrique. Les résultats donnés par l'étude expérimentale sont comparés (**Figure I.26**) aux résultats théoriques relatifs à l'écoulement laminaire de base obtenus en 1971 (part1).

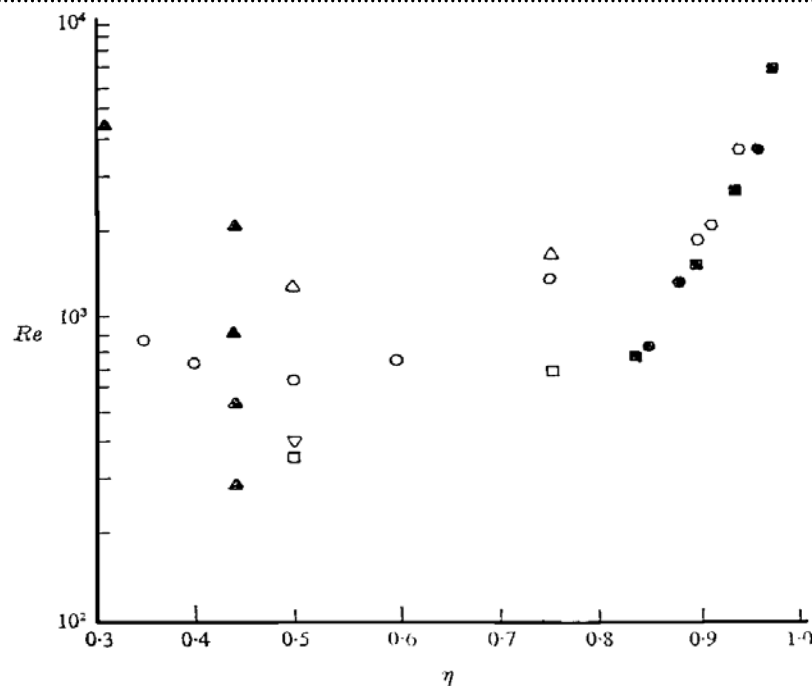
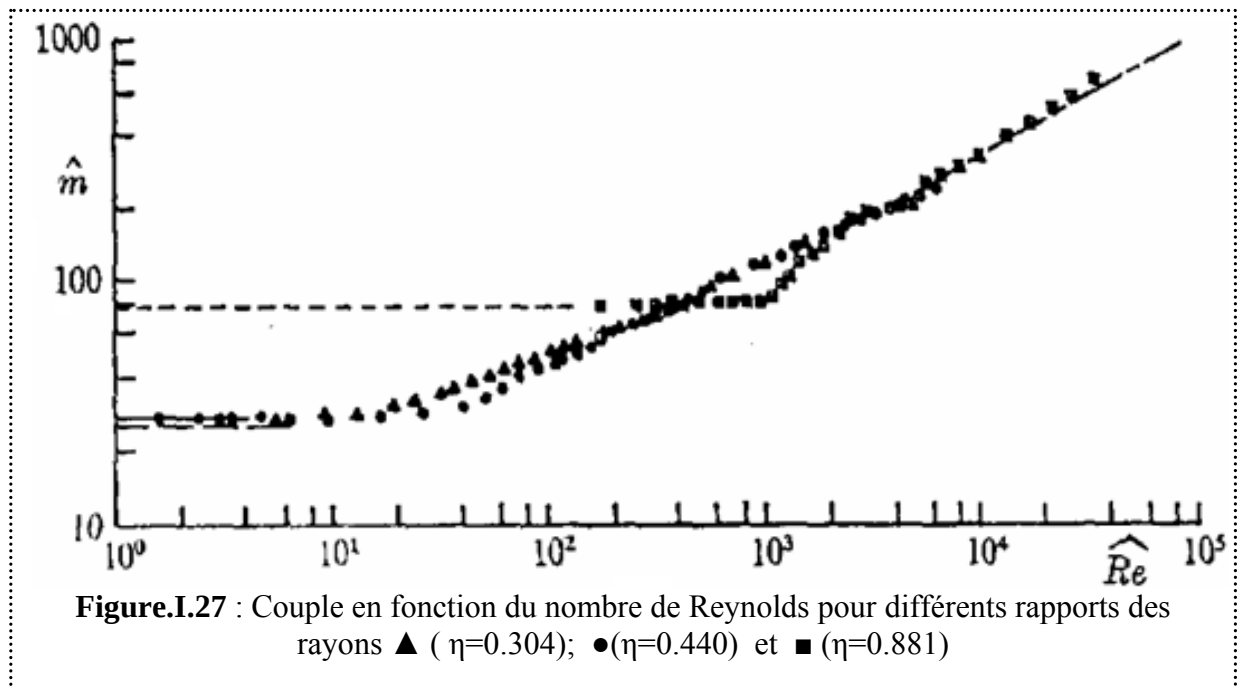


Figure.I.26 : Résultats théoriques et expérimentaux de stabilité en espace annulaire sphérique pour $\Omega_2 = 0$. Théorie linéaire : (Δ : l'écoulement de base ; $\circ$: l'écoulement de Stokes).
Théorie d'énergie : ($\square$ Munsun Joseph/1971). $\blacktriangle$ (expérimentaux); ($\blacksquare$: Khlebutin/1968)
($\bullet$:Zawatzki & Zierep/1970)

Il a été vérifié, pour un faible et un grand nombre de Reynolds, que la mesure du couple est en bon accord avec la solution théorique de l'écoulement de Stokes et de la théorie de couche limite. Le couple est indépendant du rapport des rayons comme l'indique la **figure.I.27**.



P. Marcus et L. S. Tukerman [34] (1987) ont examiné par voie numérique les trois états stables axisymétriques d'un fluide incompressible entre de deux sphères concentriques en rotation où la sphère extérieure est maintenue stationnaire. Ces états sont caractérisés respectivement par zéro (état de base subcritique), un et deux vortex (supercritique) de Taylor situés dans chaque hémisphère. Par une méthode numérique "pseudo spectrale", ils ont trouvé que les trois états stables axisymétriques en équilibre sont symétriques par rapport à l'équateur. Ils ont constaté, à des nombres de Reynolds juste inférieurs à la valeur critique correspondante à l'apparition des cellules de Taylor, des pincements (rétrécissements) qui se développent dans l'écoulement.

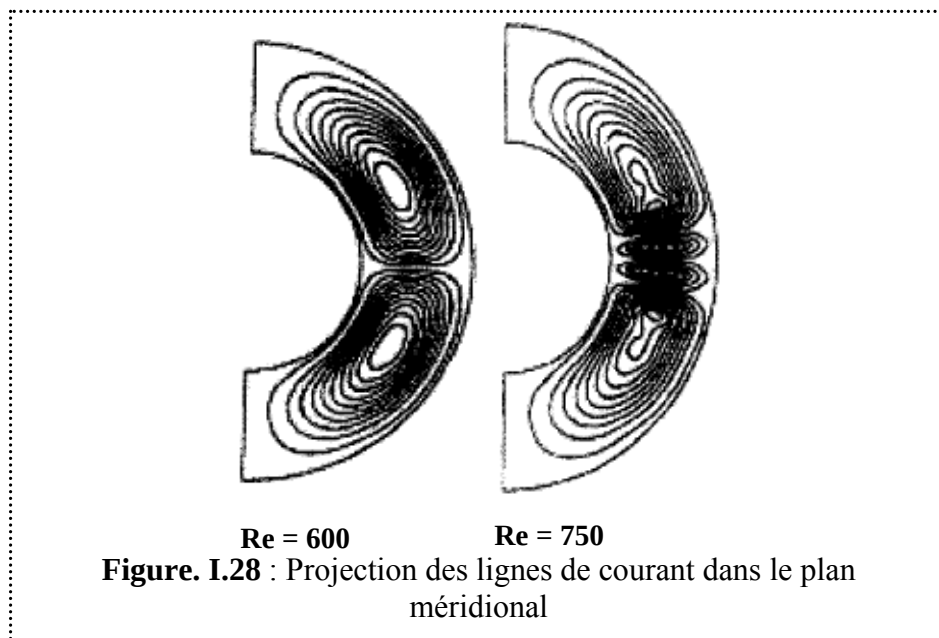
Le travail de **P. Marcus et L. S. Tukerman** est axé sur les descriptions détaillées de leurs simulations des trois états stables axisymétriques pour un jeu radial $\delta=0,18$. Les auteurs ont présenté des calculs de couple, des spectres d'énergie, des projections bidimensionnelles de la vitesse (r,θ) et des diagrammes de bifurcation. Les résultats numériques et expérimentaux relatifs à la taille des cellules de Taylor sont en très bon accord avec les mesures expérimentales de Wimmer.

Dans la seconde partie des travaux de **P. Marcus et L. S. Tukerman (1987) [35]** ont analysé numériquement les transitions entre les états stables axisymétriques d'écoulements de Couette sphérique avec zéro, un, et deux vortex dans chaque hémisphère. Un tel écoulement présente un grand nombre d'états possibles et une variété de transitions entre eux. Par un code numérique utilisant les valeurs initiales, ils ont pu calculer des modes propres linéaires les

plus ou moins instables qui produisent la transition de $0 \rightarrow 1$ et $2 \rightarrow 1$, et la valeur propre d'un état stable.

Ils ont aussi déterminé le champ de vitesse en fonction du temps pendant les deux étapes de transition linéaire et non linéaire et analysé le mécanisme de transfert d'énergie à l'intérieur et en dehors des composantes non-axisymétriques de l'écoulement pendant les transitions. Ce transfert est utile pour comprendre le rôle de la symétrie et la non linéarité dans ces transitions. Marcus et L. S. Tuckerman sont, à notre connaissance, les premiers qui ont présenté une étude détaillée du champ de vitesse lors des transitions de $1 \rightarrow 0$ et de $0 \rightarrow 2$.

H. Wang et L. Kaitai (2004) [36] ont pu simuler par une méthode spectrale l'écoulement entre deux sphères concentriques en rotation définissant un rapport des rayons $\eta = R_2/R_1 = 1,18$. Cette étude numérique a permis de présenter les expressions analytiques des fonctions propres d'un opérateur de Stokes dans l'espace annulaire sphérique. Les expressions ainsi obtenues sont appliquées aux simulations numériques pour l'approximation spectrale de l'écoulement de Couette sphérique. Leurs résultats sont en accord avec ceux de Marcus et Tuckerman. Des résultats numériques de l'écoulement axisymétrique avec zéro et un vortex de Taylor situés dans chaque hémisphère sont présentés. La figure ci-dessous (**Figure I.28**) montre une projection dans le plan méridional (r, θ) de la forme des vortex qui apparaissent au cours du mouvement.



R.Hollerbach et al (2006) [37] ont étudié numériquement les instabilités non axisymétriques d'un écoulement compris entre deux sphères coaxiales dont l'extérieure est fixe et l'intérieure étant en rotation, avec un jeu radial $\delta = (R_2 - R_1) / R_1$ varie variant de 0,1 à 10. L'écoulement de base est constitué d'un jet dans le plan équatorial où le fluide part de la sphère intérieure vers la sphère extérieure et la composante azimutale est également imposée. La composante azimutale domine si $\delta \leq 1$, par contre la composante radiale est dominante si $\delta \geq 1$.

Ils ont pu simuler les états non axisymétriques sur toute la gamme $0,1 \leq \delta \leq 10$ où l'écoulement de base est le même. En linéarisant l'équation de Navier stokes régissant l'écoulement de base ils ont calculé les premiers termes linéaires des instabilités non axisymétriques.

Ils ont obtenu les résultats suivants :

- * Pour $0,1 \leq \delta \leq 3,8$ les instabilités présentent la symétrie équatoriale opposée comme état de base et sont constituées d'une série d'ondes dans le plan du jet azimutal- radial.

Le nombre d'onde azimutal diminue de façon régulière de $m = 12$ pour $\delta = 0,1$ jusqu'à $m = 2$ pour $\delta = 3,8$. Une transition qui reste inexpliquée se produit entre $\delta = 0,27$ et $\delta = 0,28$ où un mode avec ($m=6$) est remplacé par un autre mode similaire.

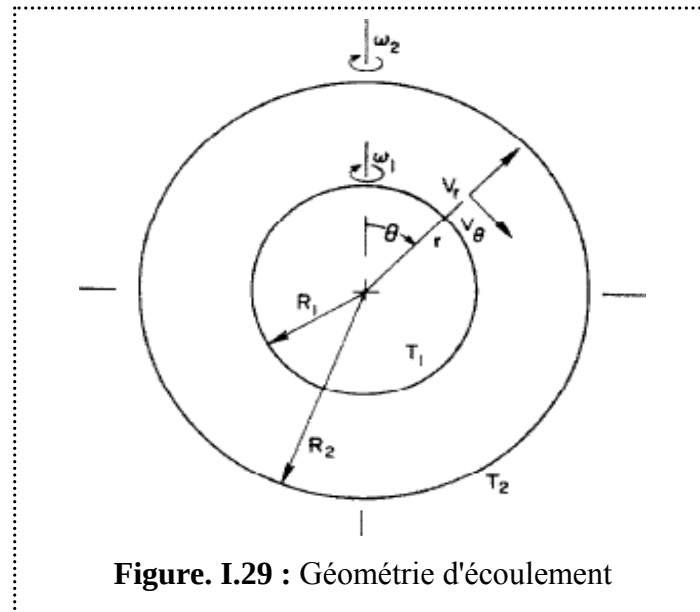
- * Pour $3,8 \leq \delta \leq 10$ ils ont obtenu un mode ($m=2$) ayant la même symétrie équatoriale comme l'état de base. Cette instabilité est différente des précédentes car elle se compose d'une modulation due à la force de l'écoulement de retour après l'impacte du jet sur la sphère extérieure plutôt que d'une instabilité du jet lui-même.

Finalement, ils résolvent entièrement l'équation de Navier stokes tridimensionnelle et considèrent l'équilibre de certains de ces modes en régime supercritique.

- * Pour $\delta = 0,5$ ils peuvent considérer le cas $Re = 1,15Re_c$ et obtenir des résultats en excellent accord avec des expériences.

Pour $\delta = 0,8 ; 1,5$ et $2,5$ les calculs ont pu être réalisé jusqu'à $Re = 1,9Re_c$. Ils trouvent, dans chacun des trois cas, des bifurcations secondaires et des solutions (instationnaires) dépendantes de temps mais qui sont assez compliquées.

Le dispositif de Taylor sphérique a été aussi adapté à l'étude des transitions en convection thermique naturelle ou forcée. En effet **R. W. Douglass et al (1978) [38]** ont examiné la convection forcée stationnaire d'un fluide visqueux entre deux sphères concentriques, maintenues à des températures différentes et tournant autour d'un axe commun avec des vitesses angulaires différentes (**Figure I.29**).



Ils ont contribué à la résolution des équations en proposant une solution approchée de perturbation régulière valable pour les faibles nombres de Reynolds et une solution de Galerkin modifiée pour les nombres de Reynolds modérés. Ils ont pu montrer la différence entre la conduction, l'écoulement de Stokes et la convection de couche limite. Ils ont également présenté les structures de l'écoulement, la distribution de température et les caractéristiques du transfert thermique pour les différents cas considérés. Les résultats théoriques sur le transfert thermique pour des nombres de Reynolds petits ou modérés avec la sphère extérieure fixe sont comparés à des résultats expérimentaux antérieurs relatifs à des grands nombres de Reynolds. Les résultats théoriques consacrés au taux de transfert de chaleur dans différentes situations géométriques et dynamiques sont représentés sur les figures qui suivent (**Figures I.30 et I.31**).

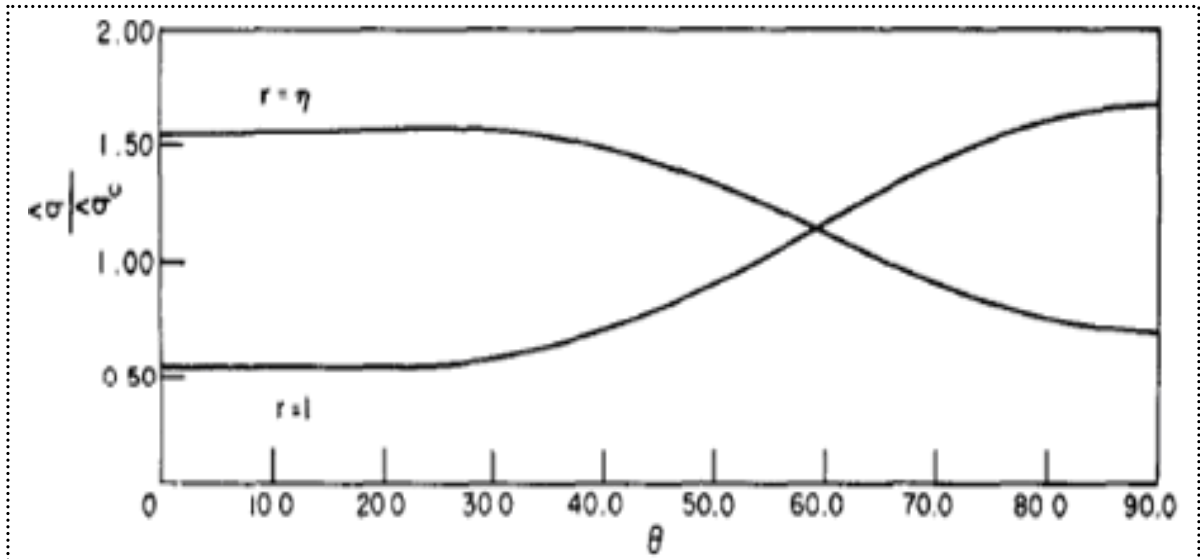


Figure.I.30 : Rapport du transfert de chaleur total en fonction de la position

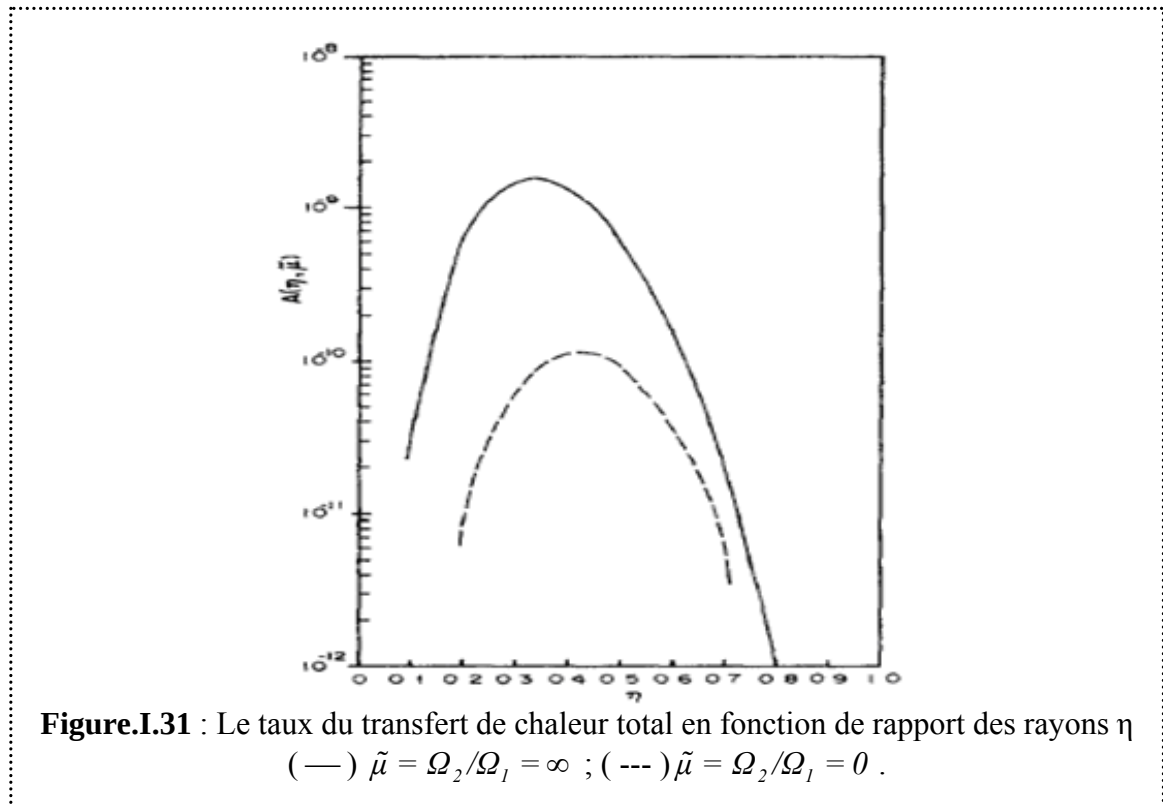


Figure.I.31 : Le taux du transfert de chaleur total en fonction de rapport des rayons η
 (—) $\tilde{\mu} = \Omega_2 / \Omega_1 = \infty$; (---) $\tilde{\mu} = \Omega_2 / \Omega_1 = 0$.

En complément de leur précédent travail **R. W. Douglass et al (1978) [39]** ont étudié la convection thermique mixte stationnaire dans un fluide visqueux de Boussinesq compris entre deux sphères concentriques. Les sphères sont maintenues à différentes températures et tournent autour de même axe avec des vitesses angulaires différentes. Un champ gravitationnel radial et uniforme agit sur le fluide. Ils ont encore résolu, de manière approchée, le problème théorique par une méthode de Galerkin modifiée en considérant des nombres de Reynolds modérés. Les structures résultantes d'écoulement, la distribution de température, le transfert de chaleur et les couples caractéristiques sont présentées pour plusieurs rapports des vitesses angulaires et degrés de stratification. Ils ont constaté que l'augmentation des forces de gravité (ou de flottabilité) modifie les structures de l'écoulement de base et secondaire ainsi que les distributions de température. L'effet des forces de flottabilité augmente le taux global de transfert de chaleur et du couple ; leur évolution est indiquée sur les figures suivantes :

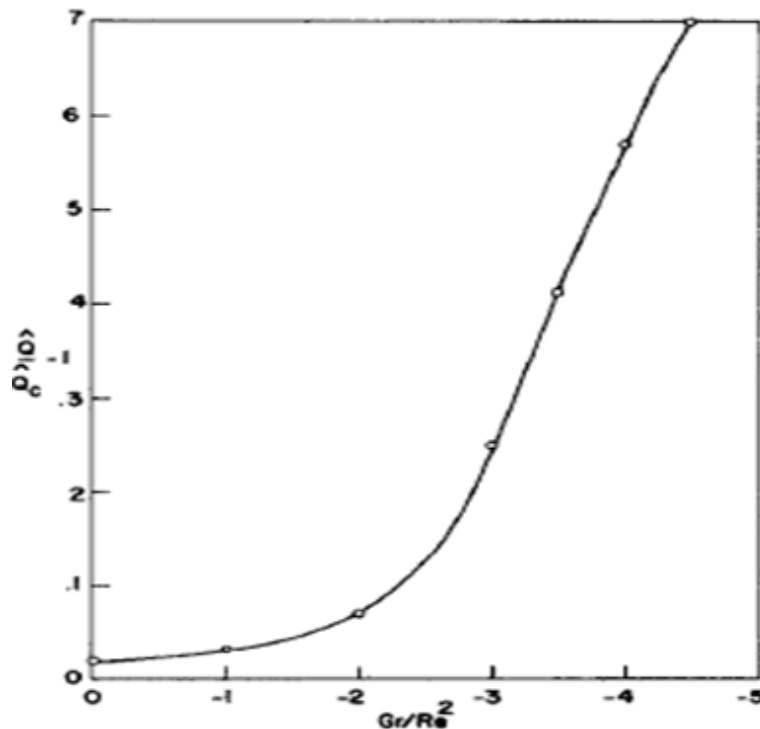
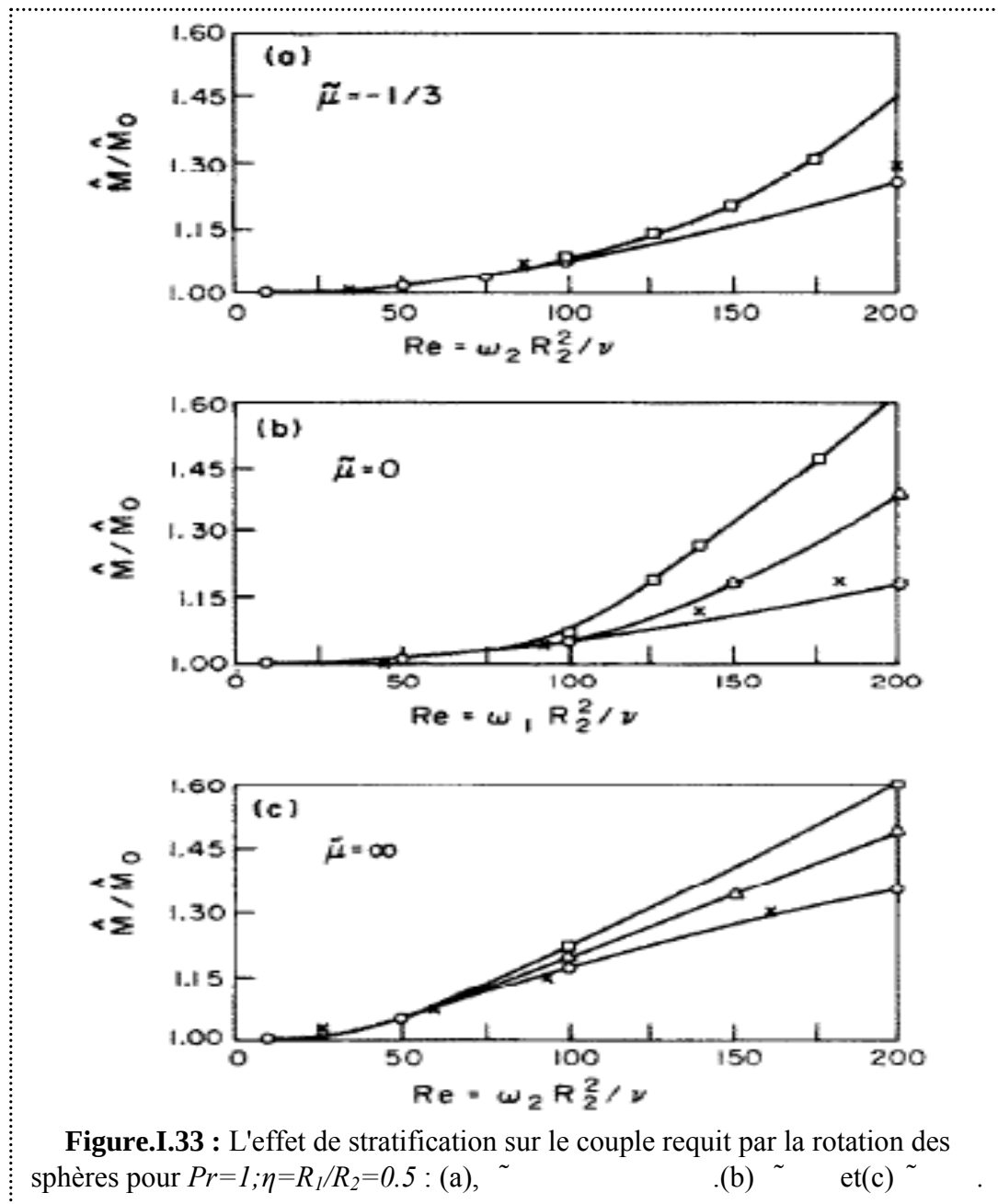


Figure.I.32 : L'effet de l'augmentation des forces de flottabilité sur le flux de chaleur total pour $Re=100$, $Pr=1$; $\eta=R_1/R_2=0.5$ et $\tilde{\mu} = \Omega_2 / \Omega_1 = -1/3$



En particulier **M. Liu et al (1995) [40]** ont étudié par voie expérimentale et numérique la convection thermique forcée dans le système de couette sphérique et présenté les solutions convectives d'amplitude finie. Les résultats numériques de la convection forcée sous l'effet d'un champ de température axial montrent un excellent accord avec les résultats expérimentaux. Ils ont observé en particulier par les deux voies la même évolution instable de l'écoulement au cours du temps.

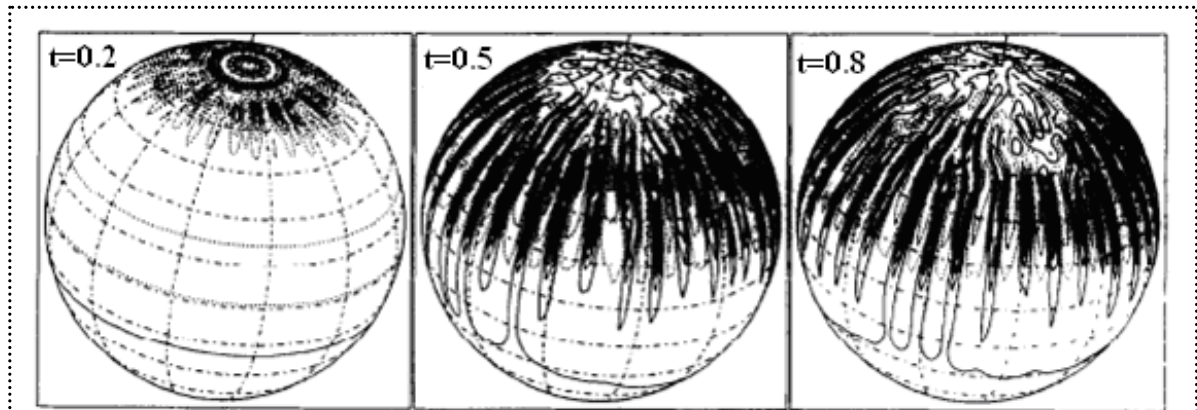
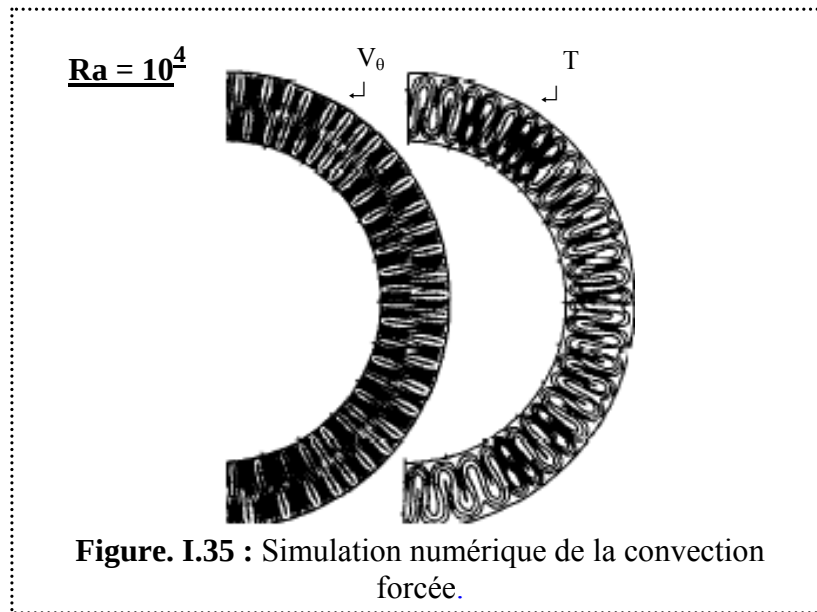
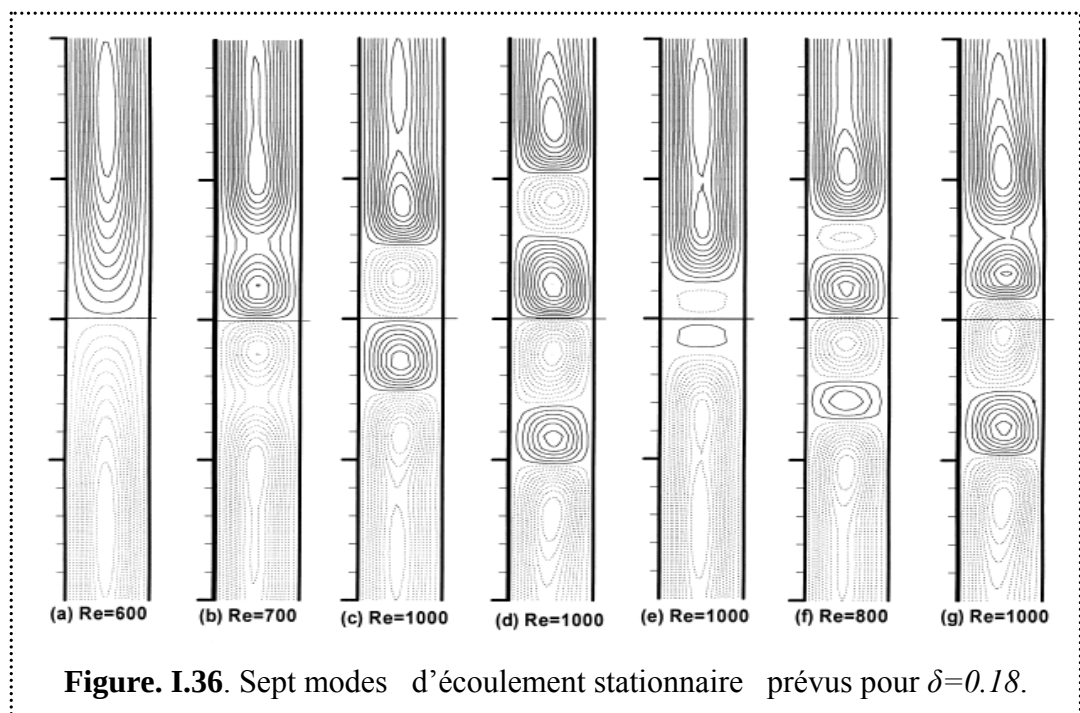


Figure.I.34 : Simulation numérique de la convection forcée sous un champ axial de température pour une valeur de Rayleigh $Ra=10000$ et $\delta=0,08$.

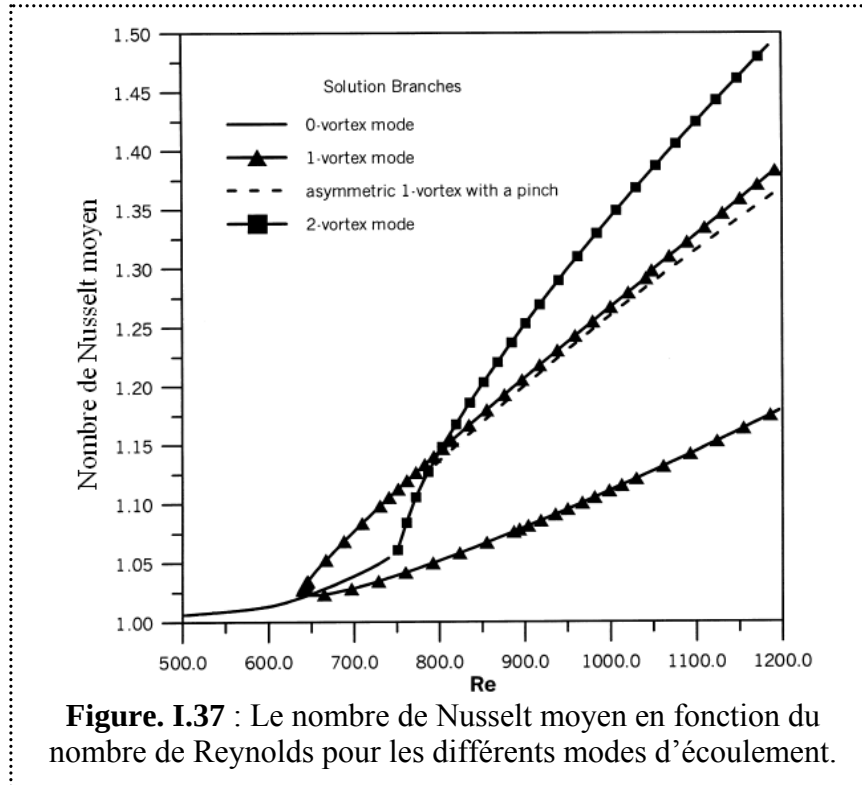
La figure **I.34** montre la forme des structures qui apparaissent au sein de l'écoulement sous l'effet de la température. Elle montre des configurations typiques des cellules convectives. Le nombre de cellules dépend fortement de la taille de l'espace annulaire. Dans le cas d'un gap très étroit ($\delta = 0,08$) le nombre de cellules croît d'abord de 36 ($Ra = 1,27.10^4$) jusqu'à 60 ($Ra = 1,67.10^4$) pour diminuer ensuite à 45 ($Ra = 2,11.10^4$) lorsque le nombre de Rayleigh augmente. Par contre, pour un espace annulaire moyen ($\delta = 0,18$) le nombre de cellules est égal à 20 pour un nombre de Rayleigh $Ra = 2,24.10^4$. D'autres simulations numériques de l'écoulement sont également présentées en convection forcée sous l'effet d'un champ central de température. La figure **I.35** montre une projection tridimensionnelle, dans le plan méridional, de la composante radiale de la vitesse et les lignes du champ de température dans un cas donné où $\delta = 0,08$ et $Ra = 10^4$.



W.-J. Luo & R.-J. Yang (2000) [41] ont étudié le transfert de chaleur d'un écoulement stationnaire entre deux sphères concentriques dont l'intérieure étant en rotation et l'extérieure est fixe présentant un jeu radial $\delta=0,18$. Une méthode numérique itérative est appliquée pour étudier la structure de bifurcation des équations discrétisées qui régissent l'écoulement. Afin de localiser les points de bifurcation, ils ont utilisé à titre d'essai la matrice Jacobienne qui en résulte avec une fonction test d'approche. Un diagramme de bifurcation de l'écoulement construit pour $Re < 1200$ prévoit Sept modes d'écoulement stable (**Figure.I.36**). Cinq modes ont été déjà identifiés par Wimmer. Le nombre de Reynolds critique calculé est en bon accord avec les résultats donnés par d'autres auteurs, Marcus et Tuckerman, Wimmer, etc...



La distribution de la température et le nombre de Nusselt local correspondants à chaque mode d'écoulement sont également calculés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. On donne, à titre indicatif (**Figure I.37**), l'évolution du Nusselt moyen pour quatre modes d'écoulement.



Horng Wen Wu et al (2004) [42] ont analysé, dans le cas de la convection naturelle, les effets de la viscosité, la distribution de la température et le nombre de Nusselt sur la transition de l'écoulement entre deux sphères en rotation avec une position concentrique et deux positions excentriques verticalement. Les résultats numériques obtenus par la méthode de Soreson modifiée pour des fluides à viscosité différente indiquent que l'échange de chaleur et les modes d'écoulement varient en fonction du nombre de Rayleigh Ra ($5.10^3 - 6.5.10^4$), de l'excentricité ε de l'espace annulaire adimensionnelle ($0 - \pm 0,65$) pour différents nombres de Prandtl Pr ($158,4$ et 720) et un rapport des rayons $\eta = 2$.

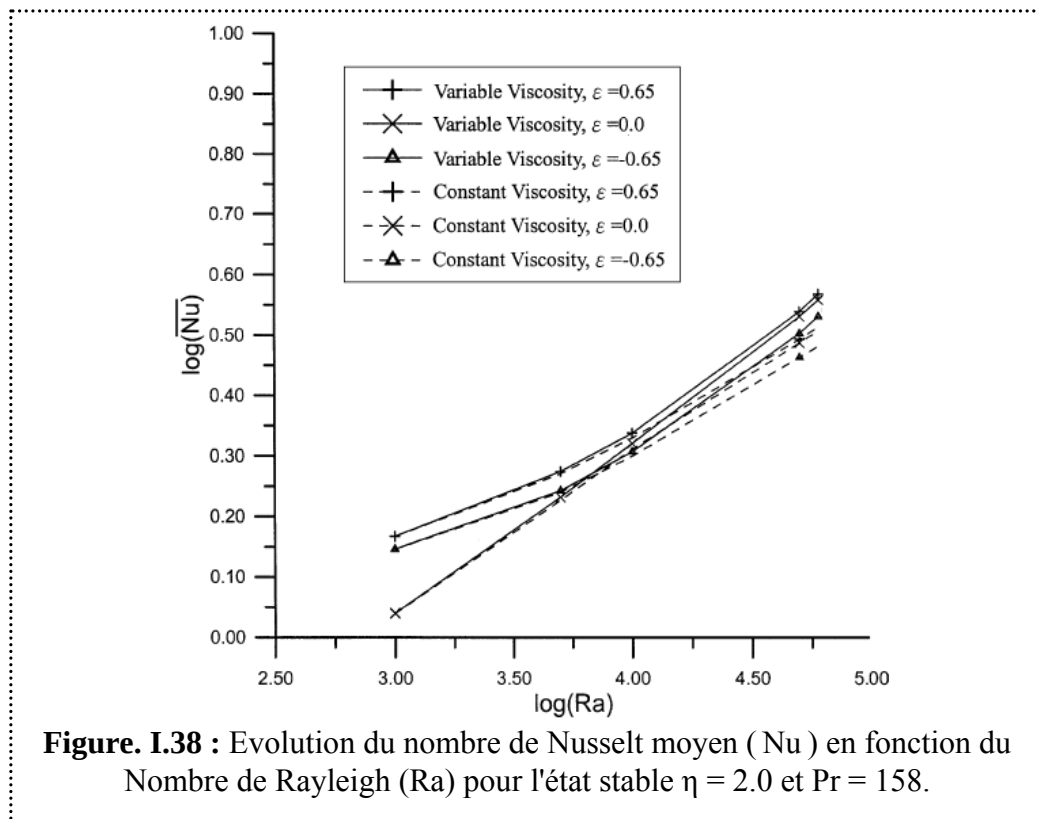
En plus de l'étude avec une viscosité variable, les auteurs ont effectué des calculs pour une viscosité constante ; les résultats obtenus sont comparés favorablement aux résultats rencontrés dans la littérature. De cette étude il en résulte que :

- 1- Le nombre de Prandtl n'affecte pas le champ d'écoulement pour un faible nombre de Ra .
- 2- Lorsque le nombre de Ra augmente pour une grande valeur du nombre de Prandtl, le champ d'écoulement est moins stable, l'état critique est atteint plus tôt.

3- Pour $Ra > Ra_c$, le champ d'écoulement élémentaire perd sa stabilité et se transforme en régime d'écoulement secondaire. Le nombre critique Ra_c diminue quand le nombre de Prandtl augmente.

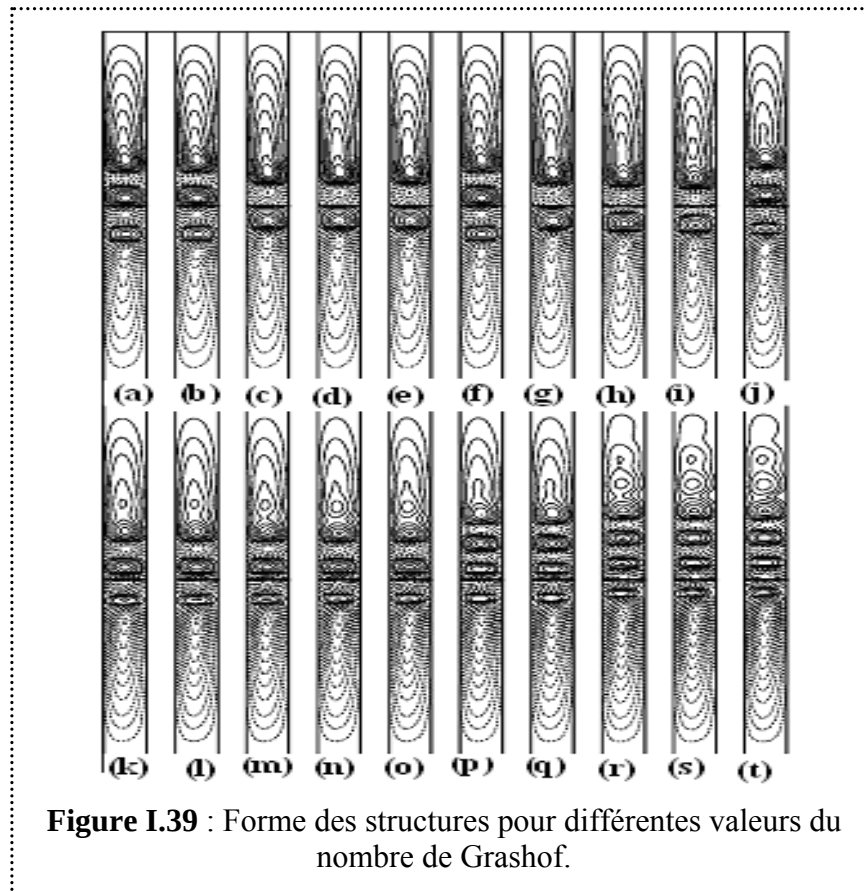
3- La viscosité variable augmente l'effet de la convection et le taux du transfert de chaleur. La caractéristique du transfert thermique à partir du champ d'écoulement peut être exprimée comme une relation linéaire de $\log Nu$ et de $\log Ra$ pour plusieurs nombres de Prandtl. La (Figure I.38) représente l'évolution de $\log \overline{Nu}$ en fonction de $\log Ra$ pour un nombre de Prandtl = 158.

4- La configuration excentrique positive peut donner un meilleur transfert thermique mais la configuration excentrique négative désavantage le développement de la convection naturelle et défavorise le transfert de chaleur.



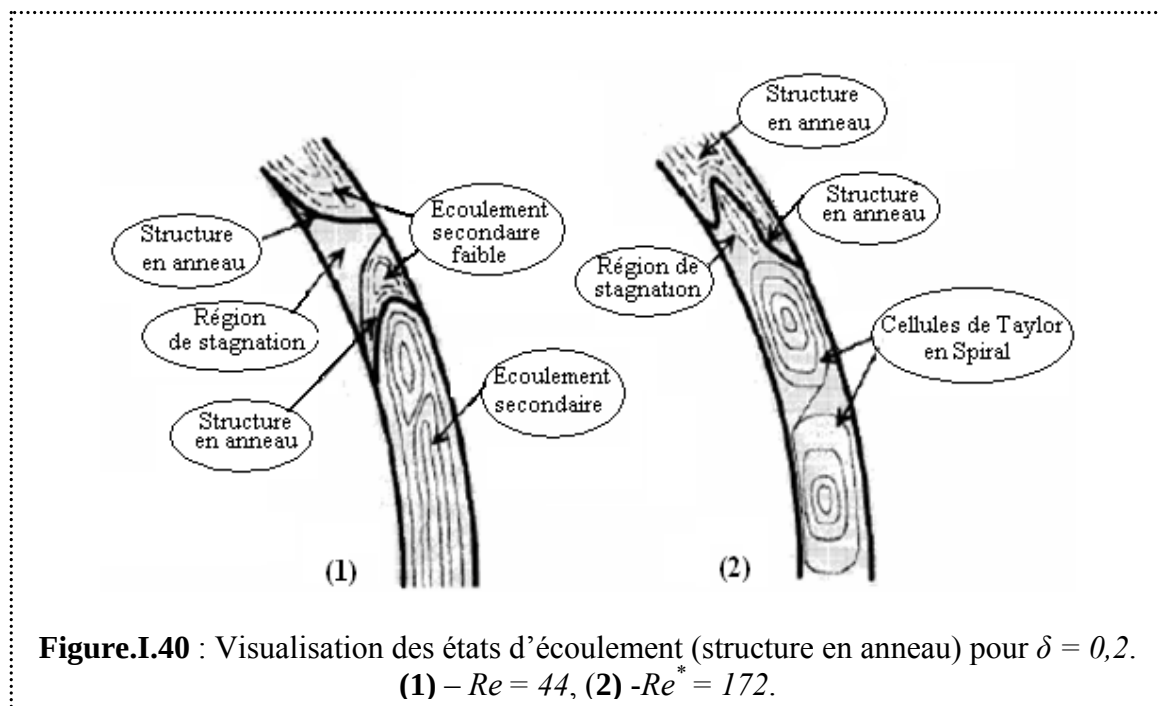
V. C. Loukopoulos (2005) [43] a étudié numériquement l'écoulement dans un espace annulaire sphérique pour un jeu radial moyen et large tel que $\delta = 0,18$ et $0,42$ en présence de la convection thermique. Il a pu montrer pour la première fois que, pour un jeu radial et un nombre de Reynolds donnés, le nombre de cellules de Taylor et leurs formes dépendent du nombre de Grashof (Gr) de l'écoulement. Cette étude a prouvé que l'augmentation du nombre de Gr est associée aux diverses branches de bifurcation qui compliquent le diagramme de

bifurcation. Le nombre de Grashof s'écrit $G_r = \frac{R_1^3 g \beta (T_1 - T_2)}{\nu^2}$ où β est le coefficient d'expansion thermique qui s'exprime en K^{-1} . L'étude numérique a permis de représenter les lignes de courant, pour un jeu radial et un nombre de Reynolds fixés, en fonction du nombre de Grashof (**Figure I.39**). Il obtient pour différentes valeurs du nombre de Grashof des formes de structures analogues à celles présentées par **W.-J. Luo et R.-J. Yang (2000)**



Par ailleurs l'étude d'un écoulement entre sphères coaxiales d'un fluide viscoélastique (non Newtonien) a aussi intéressé beaucoup de chercheurs pour la caractérisation des fluides biologiques (sang, solutions organiques, etc...). **H. Yamaguchi et al (1997) [44] [45] [46]** ont étudié par voie expérimentale l'écoulement du fluide viscoélastique contenu entre une sphère externe stationnaire et une sphère intérieure en rotation. Dans leur recherche, les auteurs ont utilisé d'une part des fluides viscoélastiques qui sont des solutions de polyacrylamide-eau en faible concentration et des fluides newtoniens constitués d'eau et de glycérine d'autre part. Les expériences ont porté sur des mesures du couple de rotation et le profil de vitesse dans le plan méridional. De divers phénomènes de transition des modes d'écoulement qui sont spécifiques aux fluides viscoélastiques sont étudiés par la visualisation

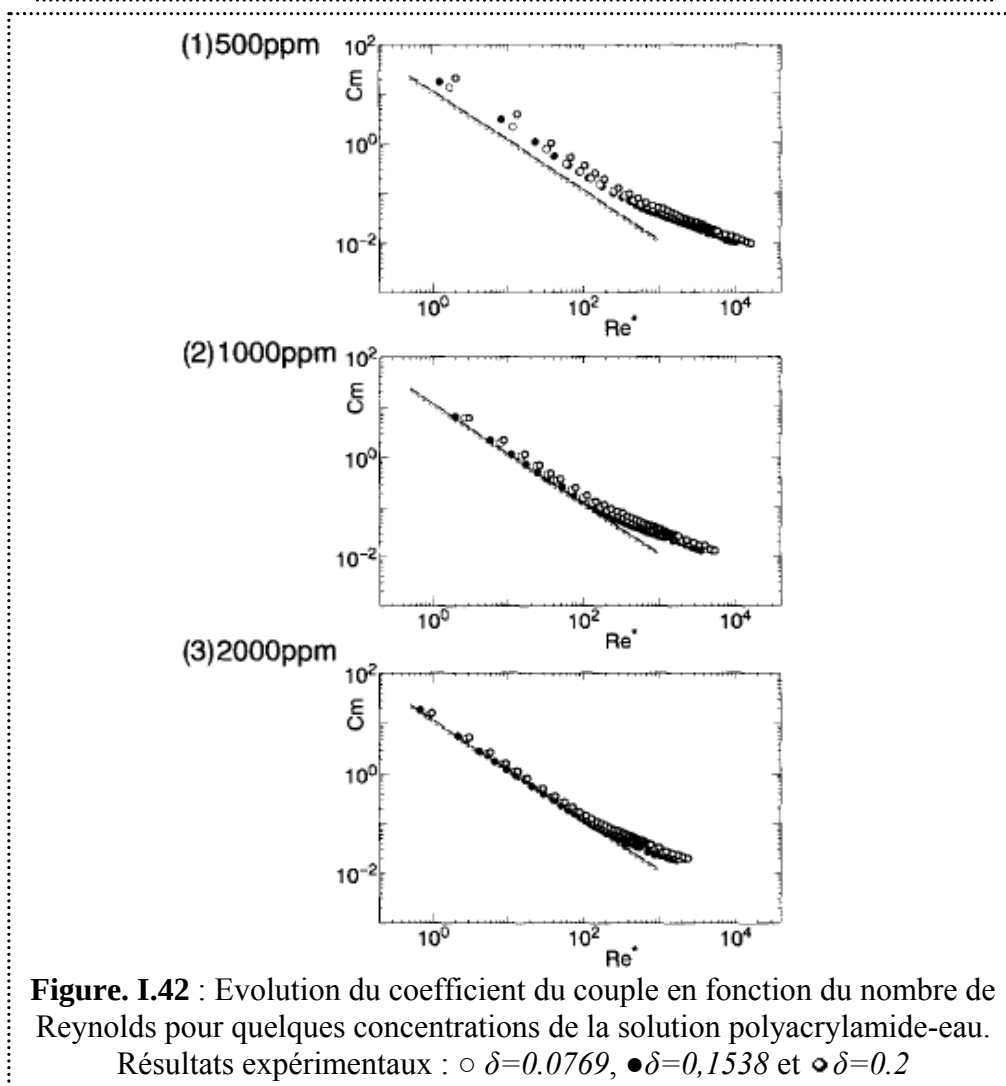
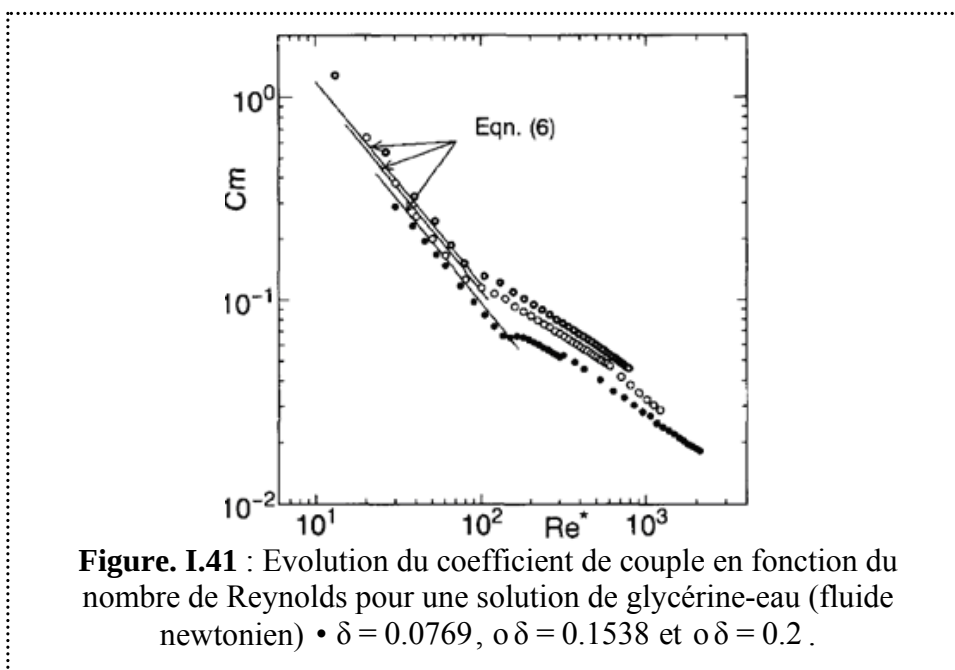
d'écoulement pour une gamme de nombres de Reynolds. Les résultats expérimentaux ont indiqué qu'une structure particulière (structure radiale réunie) provoquée par l'instabilité élastique se produit dans la région polaire, et qu'elle se propage ensuite vers la région équatoriale quand la rotation de la sphère intérieure augmente. L'écoulement est alors caractérisé par deux régions distinctes : la région dominante élastique et la région dominante à inertie. Des modes d'écoulement sont classifiés et des nombres critiques de Reynolds correspondants à leurs apparitions sont déterminés pour différentes largeurs de l'espace annulaire. Une variété de structures dans le fluide viscoélastique est observée en relation avec le jeu radial δ et le nombre de Reynolds (**Figure I.40**).



Les auteurs ont mesuré, pour différentes valeurs du jeu radial, le coefficient de couple du couple de frottement (noté C_m) exercé sur la sphère en rotation juste avant l'apparition de la première instabilité. Les mesures effectuées pour plusieurs valeurs du jeu radial $\delta = d/R_I$ sont comparées aux valeurs théoriques obtenues par voie analytique. L'évolution du coefficient de couple exercé par le fluide newtonien (glycérine-eau) en fonction du nombre de Reynolds est similaire à celle du frottement mesuré dans le système de Taylor cylindrique (**Figure I.41**).

Le coefficient du couple de frottement en fluide viscoélastique (non newtonien) est également mesuré pour quelques concentrations (500, 1000 et 2000 ppm). A partir d'un nombre de Reynolds $Re = 100$ un écart est observé entre les valeurs expérimentales et

théoriques. L'importance de cette différence dépend du jeu radial et de la concentration de la solution. La figure suivante (**Figure I.42**) montre l'évolution du coefficient du couple en fonction de la concentration pour plusieurs valeurs du jeu radial δ .



Enfin dans le domaine de la physique des plasmas et, en Géophysique dans le cadre de l'étude de l'effet dynamo régissant le manteau terrestre, l'effet du champ magnétique sur l'écoulement d'un fluide conducteur entre deux sphères concentriques en rotation a été examiné par plusieurs chercheurs.

Nous citons les travaux de **H. Yamaguchi & I. Kobori (1993) [47]** qui ont analysé les effets du champ magnétique sur le couple caractéristique mesuré pour l'écoulement d'un fluide magnétique entre deux sphères concentriques dont la sphère intérieure est en rotation tandis que l'extérieure est stationnaire. Des expériences ont été entreprises pour déterminer le couple caractéristique stable, qui traduit le comportement d'écoulement dans le gap sphérique. Les mesures du couple caractéristique sont effectuées dans le cas d'un écoulement avec et sans champ magnétique en fonction du nombre de Reynolds Re_I pour deux valeurs du jeu radial $\delta = 0,11$ et $\delta = 0,25$. La représentation graphique du coefficient de couple défini par $C_m = Tr / \rho R_I^5 \Omega_I^2$, où Tr est le couple mesuré, R_I le rayon de la sphère intérieure, Ω_I la vitesse angulaire et ρ la masse volumique du fluide, montre d'importantes différences dues à la présence du champ magnétique. Les résultats indiquent qu'aux grands nombres de Reynolds, les effets hydrodynamiques dominent le champ d'écoulement et de ce fait le couple caractéristique devient presque identique au couple sans champ magnétique. Par contre, le champ magnétique affecte fortement l'écoulement à de faibles nombres de Reynolds (**Figure I.43**).

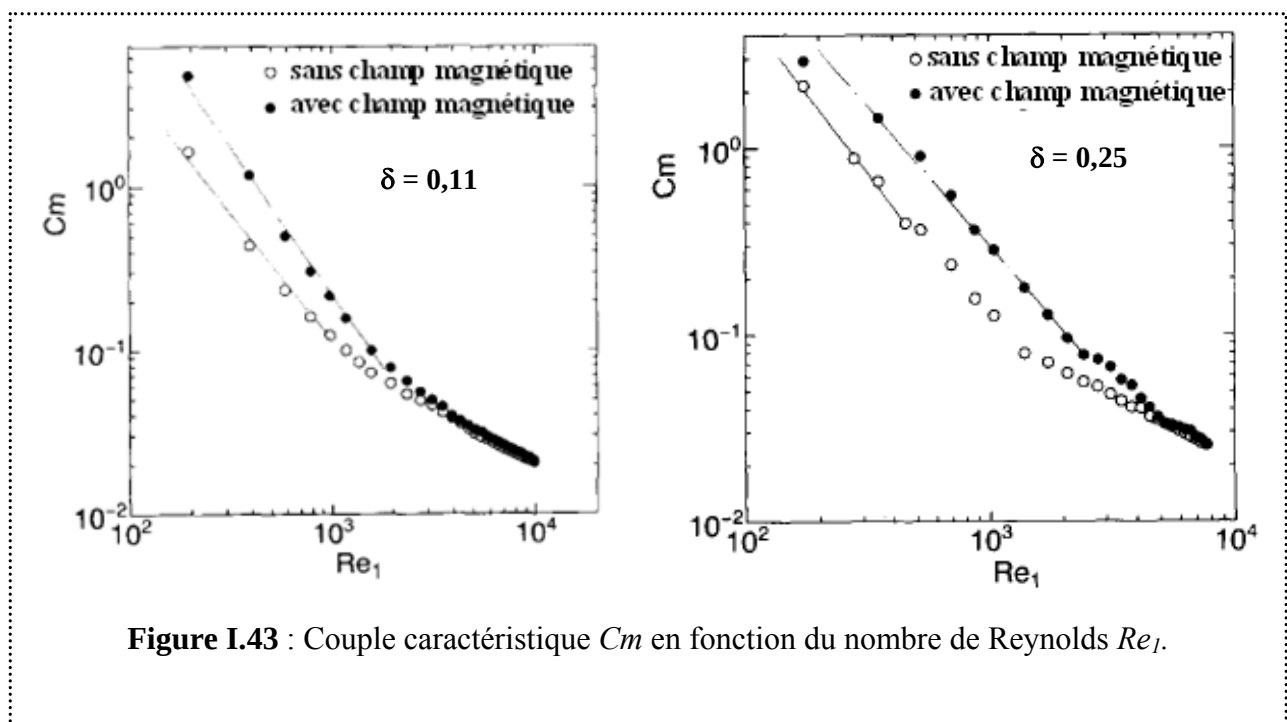


Figure I.43 : Couple caractéristique C_m en fonction du nombre de Reynolds Re_I .

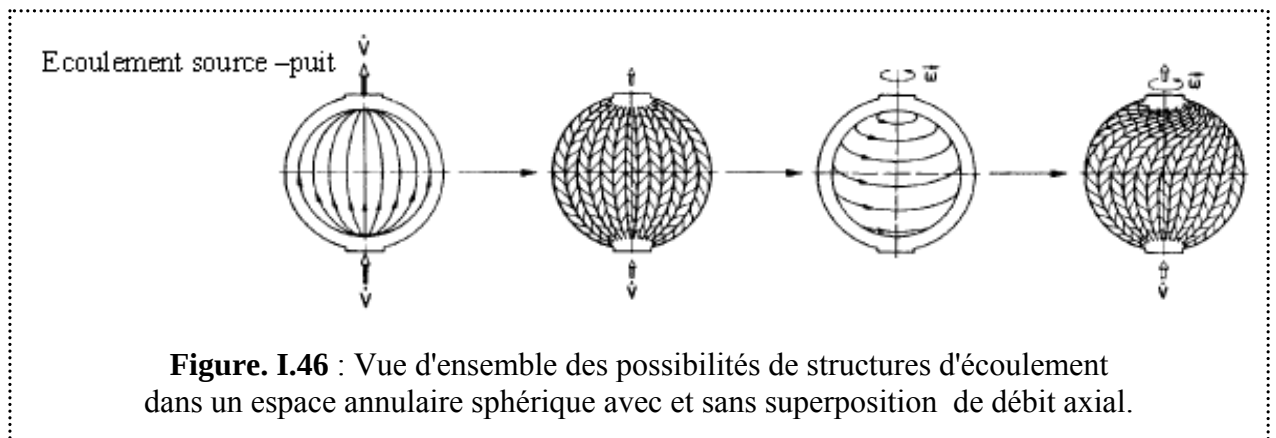
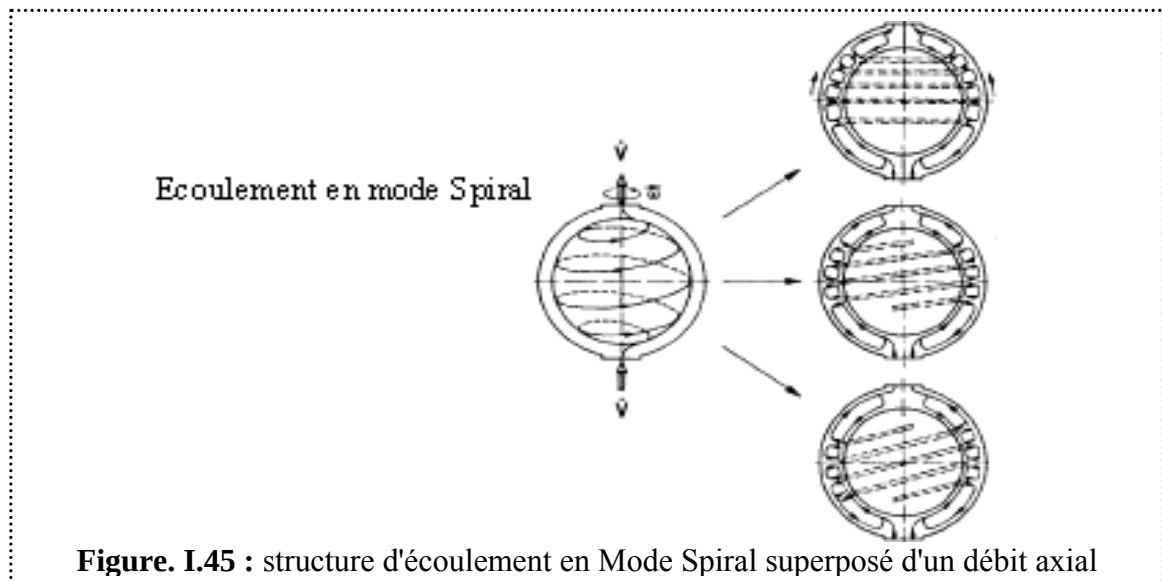
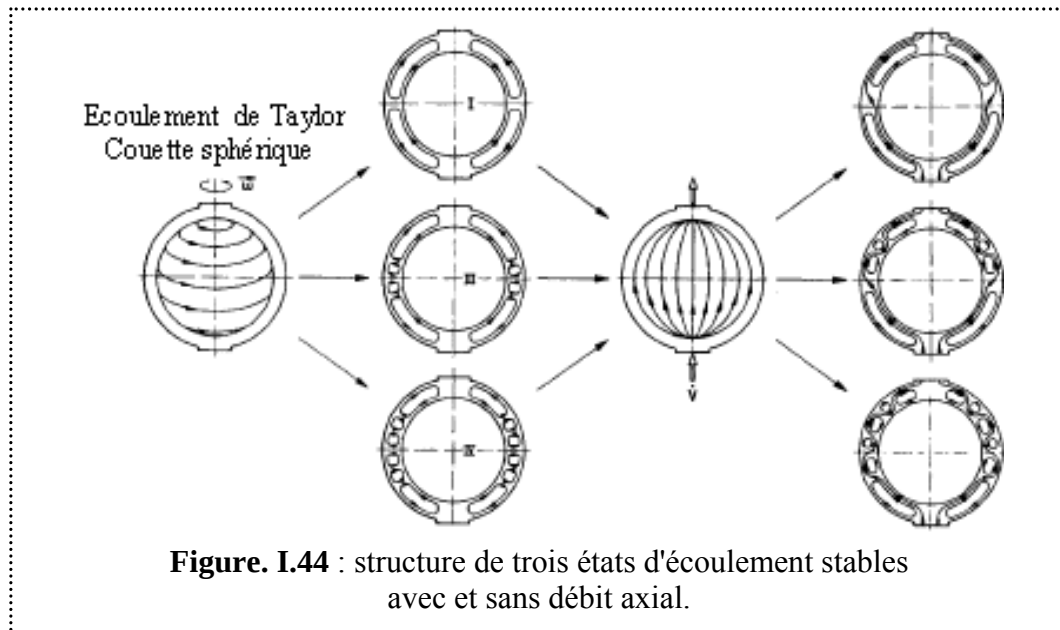
La généralisation de l'écoulement de Couette sphérique confiné dans un système ouvert a été traitée en 2000 par **K.Buhler [48]**. Un écoulement axial superposé dans la direction méridionale génère de nouvelles structures de stabilité. Dans cette configuration de deux écoulements superposés, une solution analytique est donnée en utilisant une solution relative à l'écoulement laminaire. Des solutions stationnaires et instationnaires, symétriques et rotationnelles obtenues par des simulations numériques sont présentées pour une large gamme du nombre de Reynolds. Ces solutions représentent la non unicité des états d'écoulements de Couette sphériques supercritiques. Leur symétrie par rapport à l'équateur et le temps de leur existence dépend fortement du débit de l'écoulement axial.

Les expériences réalisées par l'auteur montrent une grande variété de solutions supercritiques dépendant de la rotation de la sphère et des paramètres d'un écoulement axial. Des vortex symétriques rotationnelles et des vortex en spiral sont réalisés dans le cas stationnaire et instationnaire. Pour le cas d'un écoulement axial seul sans rotation de la sphère intérieure les instabilités apparaissent sous forme de banane.

Pour les états symétriques et rotationnelles il y a une bonne concordance entre la théorie et les expériences. Les résultats obtenus relatifs à ce système d'écoulement décrit sont d'un intérêt pratique dans les applications industrielles.

Dans ses expériences Buhler examine l'effet dynamique d'un débit axial superposé à l'écoulement de couette sphérique sur le comportement de l'écoulement et la structure des cellules. Cette étude met en évidence l'effet d'un débit axial sur les instabilités de Taylor avec et sans vitesse de rotation de la sphère intérieure (**Figure I.44**) sur les trois états d'écoulement axisymétriques stables décrits par Sawatzki, Zierep et Wimmer. En superposant un écoulement axial, ces états deviennent asymétriques par rapport à l'équateur. Aussi le déplacement des cellules vers la direction de l'écoulement axial est remarquable avec un changement de leurs tailles.

Les cellules de Taylor en spiral non axisymétrique peuvent être obtenues en différents angles d'inclinaison discontinue selon les paramètres de la rotation de la sphère intérieure et de débit axial. Par une combinaison particulière du nombre de Reynolds de la sphère intérieure Re et Re_D imposé par le débit de l'écoulement axial, le système de vortex se déplace dans la direction de débit axial en augmentant Re_D et dans la direction opposée en diminuant Re_D lorsque Re est maintenu constant (**Figure I.45**).



En 2006 N. Bounbirat [54] a développé une modélisation basée sur une méthode variationnelle combinée à la méthode WKB. Elle a pu déterminer la distribution des vitesses moyennes associée au régime laminaire en fonction des paramètres d'influence Ta , Γ , δ et le nombre de Froude $Fr(\alpha)$. Cette étude a été complétée par une simulation numérique au moyen du logiciel Fluent afin de faire l'investigation des régimes d'écoulements laminaire et perturbé correspondant au régime d'onde de Taylor. La simulation en 2D a permis de tracer l'allure de la fonction de courant ψ et de la vorticité $\bar{\omega}$.

I.7. CONCLUSION

L'analyse des travaux consacrés à l'étude des instabilités hydrodynamiques au sein de l'écoulement entre deux sphères concentriques montre la complexité du problème en raison de la variété des structures rencontrées au cours du mouvement. Plusieurs modes d'écoulement sont observés et sont intimement liés aux conditions de mise en régime et du jeu radial. Si de vastes études expérimentales et numériques ont été consacrées au problème pour mettre en évidence et décrire les possibles et différentes instabilités qui apparaissent dans l'écoulement, par contre, nous n'avons rencontré que quelques études analytiques entreprises en vue de déterminer le champ de vitesse moyen et perturbé (onde de Taylor).

K.Buhler [48] a donné une solution analytique à partir d'une solution relative à l'écoulement laminaire. Aussi N.Bounbiret [54] et T.Tamsaout [51] ont effectué des calculs analytiques en théorie prédictive de l'instabilité de Taylor et de construction du profil de distribution des vitesses moyennes. Par ailleurs et à notre connaissance aucun travail n'a été entrepris pour étudier l'effet de la surface libre ou l'interaction entre deux fluides non miscibles en écoulement entre deux sphères concentriques.

A la lumière de cette succincte analyse bibliographique du problème du Taylor sphérique, on se propose d'examiner par voie expérimentale l'étude de l'effet de la hauteur de remplissage de chacun des deux fluides en interaction, en écoulement entre deux sphères coaxiales en rotation. Dans le chapitre qui suit nous présentons la description du dispositif expérimental et quelques techniques expérimentales non destructives utilisées dans le cas de l'écoulement considéré.

CHAPITRE II

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET
TECHNIQUES DE MESURES

CHAPITRE II

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET TECHNIQUES DE MESURES

INTRODUCTION

L'examen des principales contributions à l'étude de l'écoulement de Taylor sphérique a montré l'intérêt à faire l'investigation globale et locale de l'écoulement en vue de préciser le mécanisme et les propriétés des structures rencontrées au cours de son évolution en fonction des paramètres dynamiques et géométriques sensibles, agissant directement sur l'écoulement à travers sa diversité phénoménologique : instabilités, structures, chaos et turbulence.

Nous présentons d'abord la description du dispositif mécanique, la description de la technique de visualisation, les caractéristiques des fluides de visualisation utilisés et les conditions de mise en régime des vitesses.

II. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

II.1. DESCRIPTION D'ENSEMBLE DU MONTAGE MECANIQUE

II.1-1. Le système d'écoulement

Le système d'écoulement constitué de deux sphères concentriques est réalisé en plexiglas, offrant ainsi la possibilité de mesures qualitatives (visualisation) et quantitatives : LDA, UVP et polarographie (**Figures II.1a ; II.1b ; II.1c**).

La sphère extérieure fixe est usinée par commande numérique dans un bloc cubique en deux parties (supérieure et inférieure) de rayon $R_2 = (50 \pm 0,1) \text{ mm}$. La partie supérieure

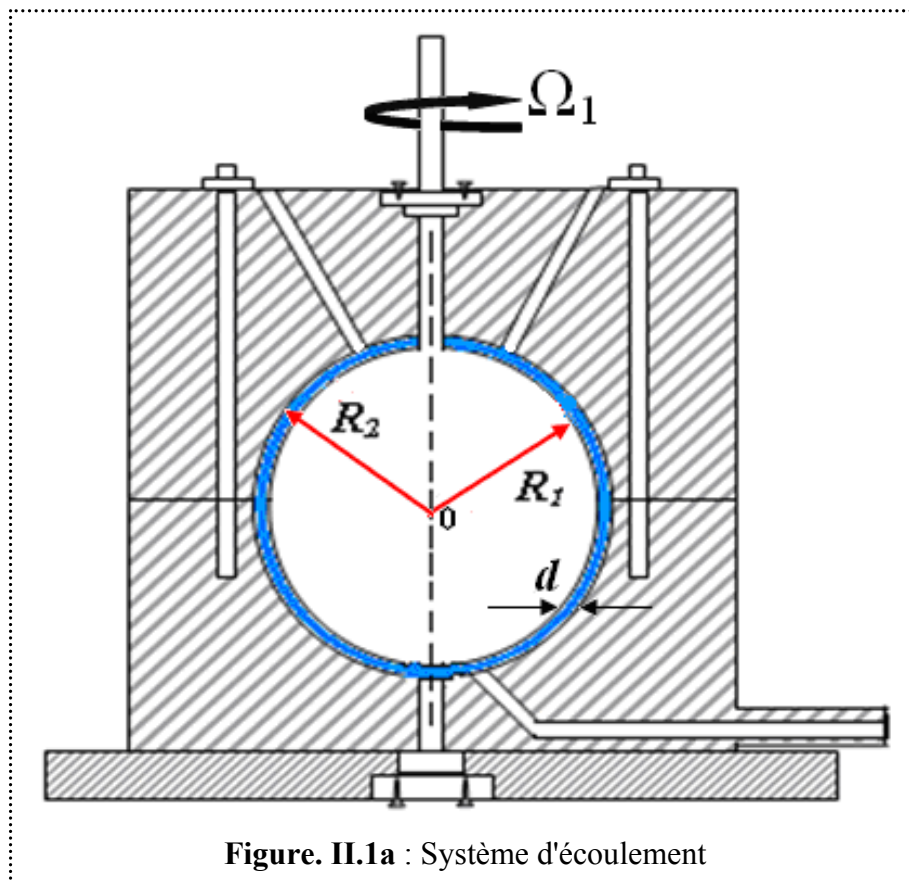
comprend l'hémisphère nord, deux évidements, l'un, joue le rôle d'un déversoir et l'autre est réservé pour l'évacuation de l'air lors du remplissage et d'un logement pour encastrer un roulement à bille étanche. La partie inférieure comprend un autre évidement pour effectuer la vidange du fluide de visualisation et d'un logement d'appui servant de guide pour la sphère intérieure.

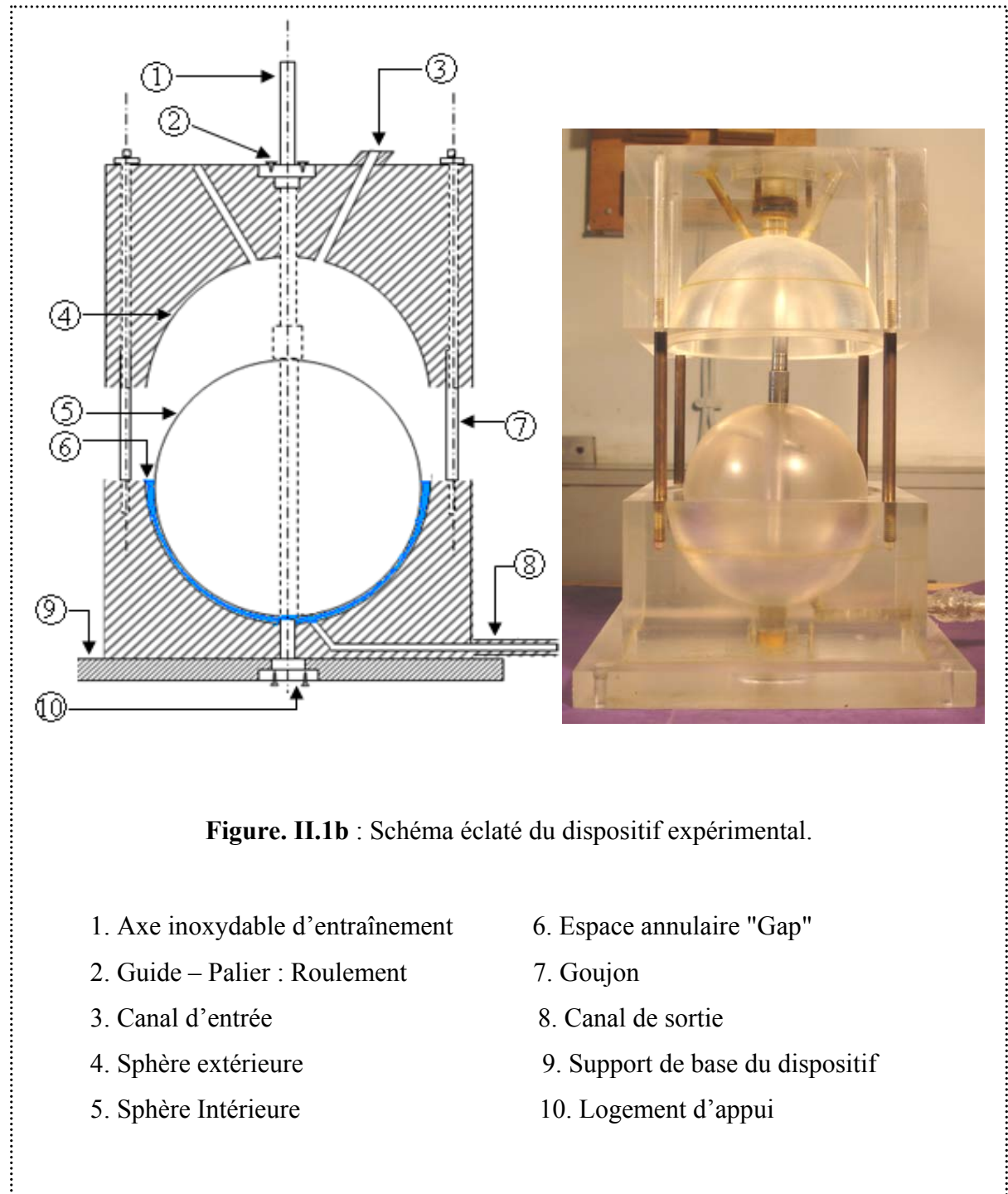
La sphère intérieure de rayon $R_1 = (45 \pm 0,1) \text{ mm}$ est montée sur un axe en acier inoxydable. Le système est prévu pour l'emploi de plusieurs sphères interchangeable et conçu pour faciliter les opérations de montage et de démontage.

Les caractéristiques de cette configuration sont :

- Rayon intérieur : $R_1 = (45 \pm 0,1) \text{ mm}$
- Rayon extérieur : $R_2 = (50 \pm 0,1) \text{ mm}$
- Espace annulaire : $d = R_2 - R_1 = (5 \pm 0,1) \text{ mm}$
- Jeu radial : $\delta = d/R_1$: soit $\delta = 0,11$

La géométrie ainsi définie par le jeu radial $\delta = 0,11$ est proche des dispositifs expérimentaux qui adoptent la configuration d'espace annulaire relativement moyen dans le système de Taylor–Couette cylindrique ou sphérique.





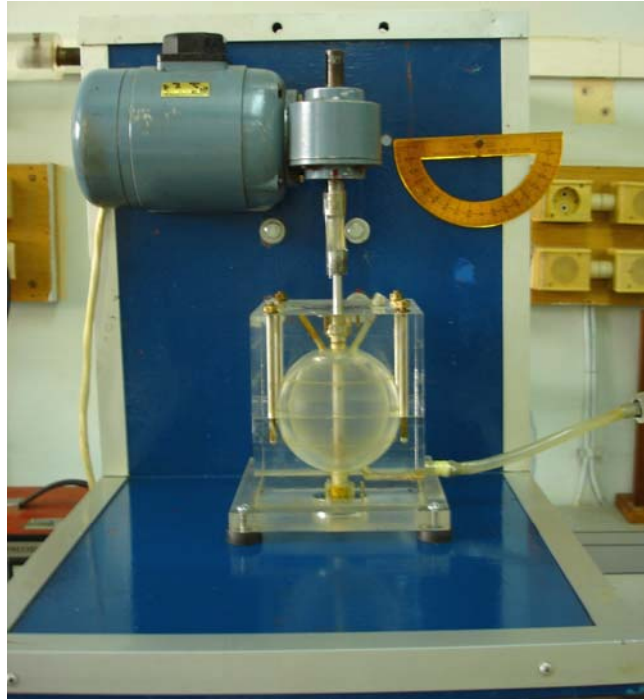


Figure. II.1c : Vue d'ensemble du dispositif expérimental.

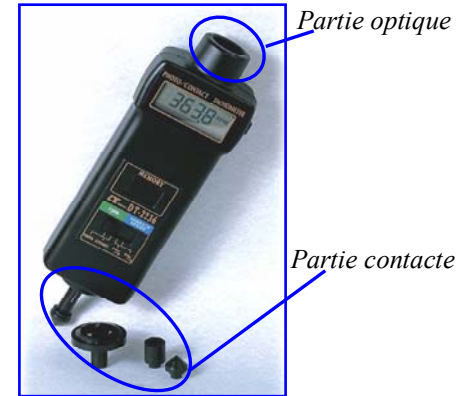
II.1-2. Transmission du mouvement rotatif.

L'entraînement du système s'effectue à l'aide d'un moteur à courant continu du type BRESGES ELECTROMOTOREN GmbH RHEYDT, d'une puissance de 230 watts, fournissant un couple constant dans l'ensemble du domaine des vitesses étudiées. En pratique, ceci a permis de s'assurer de la constance et stabilité en vitesse. Branché à un variateur de tension, on a pu contrôler la vitesse de rotation selon nos besoins pour décrire l'ensemble des régimes d'écoulement. La transmission des vitesses se fait au moyen d'un réducteur de vitesse (de rapport $1/30$) que l'on peut utiliser dans une large gamme des vitesses ; environ des basses $N = 0,05 \text{ tr/s}$ jusqu'aux hautes vitesses $N = 60 \text{ tr/s}$.

On assure la transmission de la vitesse de rotation du moteur à l'axe tournant à l'aide d'un flexible pouvant absorber les éventuelles vibrations provenant du moteur, empêchant ainsi leur propagation au système d'écoulement. Le moteur est fixé sur un support métallique dans une position réglable permettant l'alignement entre l'axe du réducteur et l'axe tournant du système d'écoulement.

II.1-3. Mesure de la vitesse de rotation Ω_1

La mesure de la vitesse de rotation de la sphère intérieure est effectuée à l'aide d'un tachymètre numérique de type **DT2236** (phototachymètre). On peut évaluer ainsi la vitesse de rotation correspondant à une valeur donnée dans la plage dans la plage 5 à 99999 tr/min, et par contact de 0,5 à 19999 tr/min. le premier appareil est très performant et donne une précision inférieure à 1%. La mise en régime des vitesses se fait de façon quasi-statique satisfaisant l'inégalité suivante $\Delta\Omega_1/\Omega_1 < 1\%$ afin de réaliser une bonne reproductibilité des mesures. Dans le cas de très faibles vitesses de rotation, on a utilisé le Chronomètre car la réponse du tachymètre utilisé est peu précise aux très faibles fréquences. Aux faibles vitesses, l'utilisation du Chronomètre se fait facilement en calculant le temps de 20 tours pour chaque prise de mesure avec une précision inférieure à 0.33%.



II.2. CARACTERISTIQUES PHYSIQUES DES FLUIDES

II.2 -1. Solutions de visualisation utilisées

Dans notre expérience on a utilisé deux fluides immiscibles, le premier fluide est un produit test (f) de masse volumique ρ_1 composé de 20% d'huile de Vaseline "huile de Chellala» permettant la suspension des particules réfléchissantes d'Aluminium et de 80% d'un produit d'éther de pétrole "Essence Simili" pour diminuer la viscosité de l'huile en ajoutant 2g de poudre d'aluminium pour la visualisation.

Dans les conditions de température ambiante $T = 20^\circ\text{C}$ on a mesuré les propriétés physiques de cette première solution à savoir la masse volumique $\rho_{sol} = \rho_1 = (777.23 \pm 2.5) \text{ kg/m}^3$ et la viscosité cinématique $\nu_1 = 5.43 \cdot 10^{-6} \text{ Pa.s}$. Le deuxième fluide, constituant la solution de base (F), est destiné au contrôle des différents régimes d'écoulement. Il est composé d'eau et d'un produit de visualisation le "kalliroscope" AQ 1000 à raison de 2% du volume global. Il a une masse volumique $\rho_2 = \rho_{eau} = (999.6 \pm 1.1) \text{ kg/m}^3$ et une viscosité cinématique $\nu_2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Pa.s}$ à la température $T = 20^\circ\text{C}$. Le kalliroscope AQ 1000 a une bonne qualité réflective de la lumière.

Ces deux solutions sont utilisées séparément ou, en même temps en tant que fluides non miscibles. Dans chacun des cas nous avons pris soin de mesurer les caractéristiques associées aux produits utilisés, à savoir, la température, la densité et la viscosité pour évaluer avec précision les nombres de Reynolds, Froude et Taylor caractérisant l'écoulement.

La mesure de la hauteur du fluide de visualisation est effectuée à l'aide d'une règle graduée en millimètre placée sur la face de la sphère extérieure. Les mesures de la viscosité, de la masse volumique de la solution ainsi que la tolérance d'usinage du dispositif expérimental permettent d'estimer les erreurs sur les nombres de Reynolds et de Taylor.

II.2 -2. Contrôle de la température

Les phénomènes étudiés sont très sensibles à la température (modification de la viscosité et du coefficient de diffusion de matière). En raison de la conception du dispositif mécanique, la mesure de la température est faite au moyen d'un capteur électronique performant (-50 à $+150^{\circ}\text{C}$) d'une précision inférieure à 1%.

Les viscosités dynamiques et cinématiques des solutions de visualisation sont évaluées en fonction de la température à l'aide d'un viscosimètre à tube capillaire.



Figure. II.2 : Appareillage de mesure de viscosité

Les masses volumiques sont déterminées au moyen d'une balance électronique de haute précision ($\Delta m/m < 1\%$).

Nous donnons ci après (**Figure II.3** et **Figure II.4**) les courbes d'évolution des viscosités dynamique et cinématique (μ_e et ν_e) de l'eau et la solution mixte constituée d'huile et d'essence simili (μ_s et ν_s).

Nous avons ajusté les courbes expérimentales par des lois exponentielles.

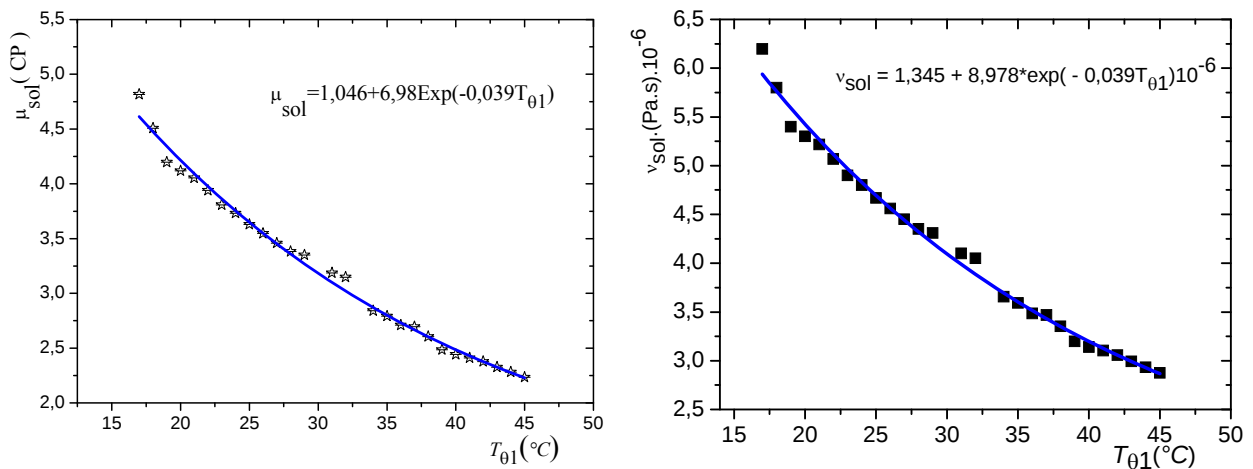


Figure. II.3 : Evolution des viscosités dynamique et cinématique de la solution mixte en fonction de la température

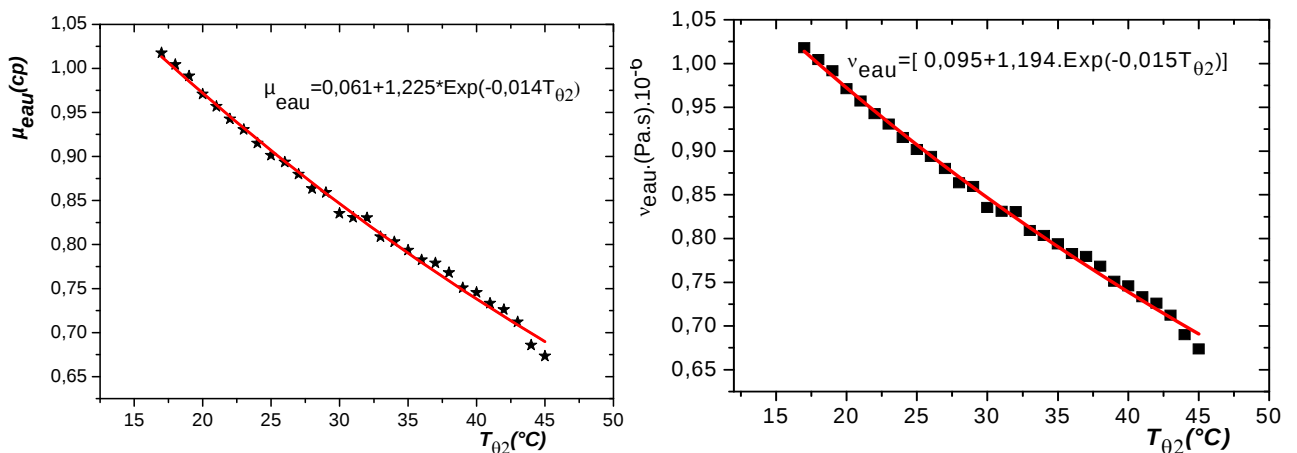


Figure. II.4 : Evolution des viscosités dynamique et cinématique de l'eau ordinaire en fonction de la température.

Remarque :

La viscosité dynamique et cinématique de la solution avec Kallioroscope AQ 1000 sont pratiquement voisines de celle de l'eau.

II.2 -3. Condition d'essais

Les différents régimes et les seuils de transition d'écoulement de Taylor-Couette sphérique dépendent de la vitesse de rotation de la sphère intérieure Ω_I , du jeu radial $\delta = d/R_I$ et de la viscosité du fluide adopté. Au cours de nos expériences, les fluides utilisés ont des propriétés physiques connues. Le mouvement d'écoulement est caractérisé par la valeur du paramètre d'influence Ta qui ne dépend que de la vitesse de rotation imposée. Dans ces conditions la mise en régime des vitesses est effectuée de façon quasi-statique pour aboutir à une bonne reproductibilité des mesures satisfaisant l'inégalité suivante :

$$\frac{\Delta\Omega_I}{\Omega_I} \leq 1\%$$

II.3. TECHNIQUE DE VISUALISATION CLASSIQUE**II.3-1. Principe**

La technique de visualisation classique consiste àensemencer l'écoulement de fines paillettes métalliques (aluminium) et ensuite exploiter les propriétés de réflexion de la lumière suivant l'orientation de ces paillettes éclairées par une source lumineuse extérieure au montage. On distingue deux cas selon la direction principale de la vitesse au point d'observation :

- Si la composante azimutale de la vitesse est importante, les très petites paillettes dirigées suivant les lignes de courant apparaissent brillantes par réflexion et correspondent à la zone maximale du champ des vitesses liée à une cellule de Taylor.
- Si, au contraire, la vitesse a une composante essentiellement radiale, les petites paillettes s'orientent parallèlement aux rayons lumineux et laissent passer la lumière sans la réfléchir. On a des zones sombres qui coïncident avec la région des vitesses minimales. Cette situation est observée aux frontières de chaque cellule de Taylor. On arrive ainsi à observer la forme des structures présentes au sein des l'écoulement et évaluer leur taille. On réalise les mêmes observations en utilisant du Kallioroscope AQ 1000 qui est un produit sous forme liquide d'origine organique. On ajoute quelques gouttes au fluide (2%).

II.3-2. Modes d'éclairage

La technique de visualisation de l'écoulement est basée sur trois modes opératoires :

1°) Etude par réflexion de la lumière :

Ce mode de visualisation permet une observation nette des cellules de Taylor. Il procède par réflexion d'un faisceau lumineux diffusé par une source extérieure placée en face du dispositif expérimental afin de mettre en évidence les structures présentées au sein de l'écoulement.

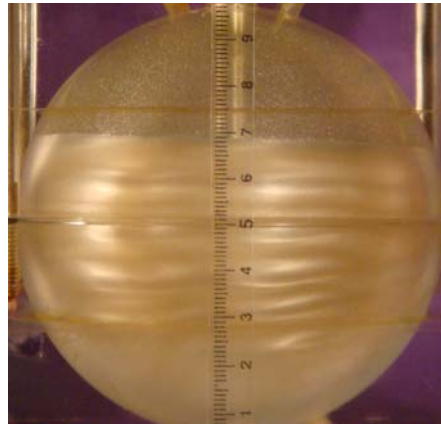


Figure II.4 : Visualisation d'un état d'écoulement combiné de deux fluides par réflexion optique.

2°) Etude par Transmission optique :

Ce mode procède par une transmission d'un faisceau lumineux à travers l'écoulement diffusé par une source extérieure située derrière le dispositif expérimental. Il permet de visualiser en profondeur la structure du mouvement liée à la forme des cellules. Certes, l'observation des cellules de Taylor qui est plus nette permettra d'assurer une meilleure mesure de la longueur d'onde azimutale (en régime WVF).

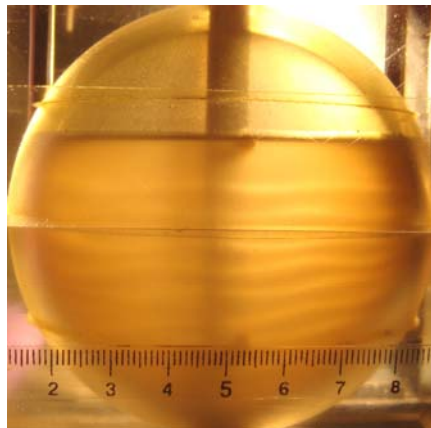
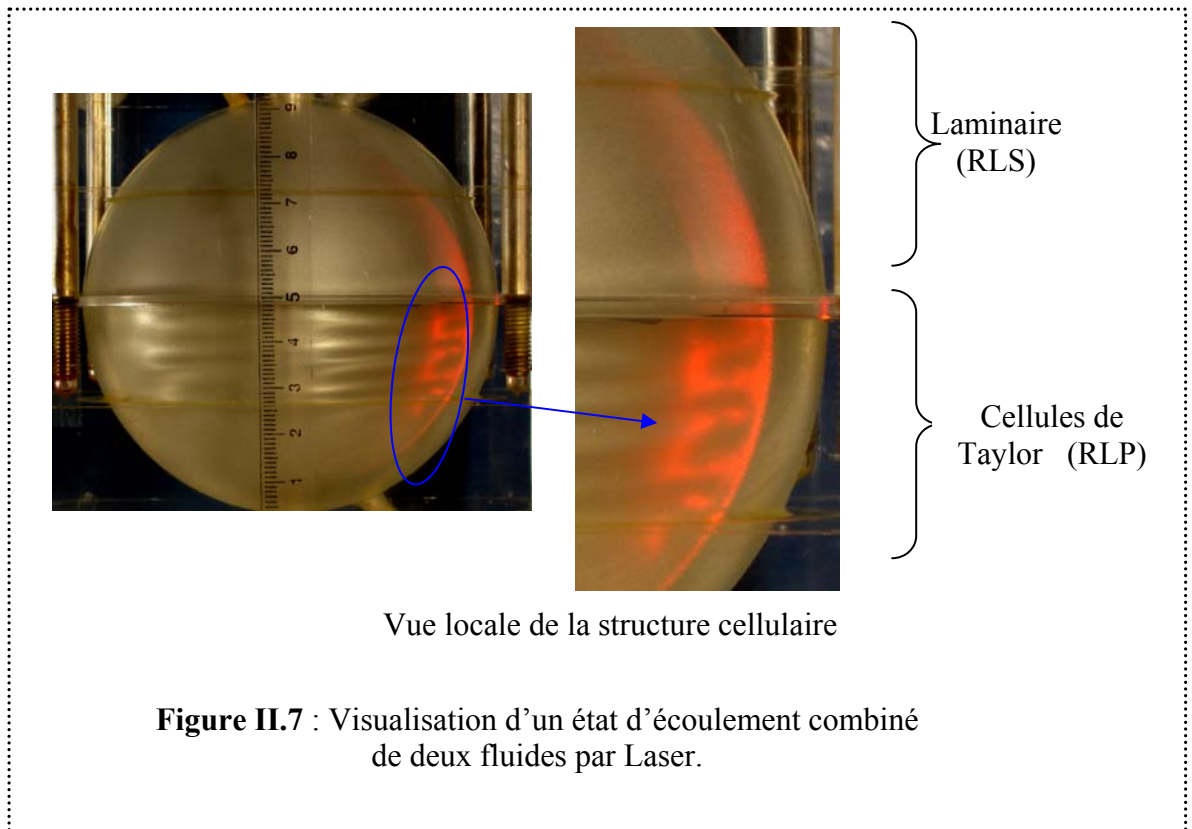
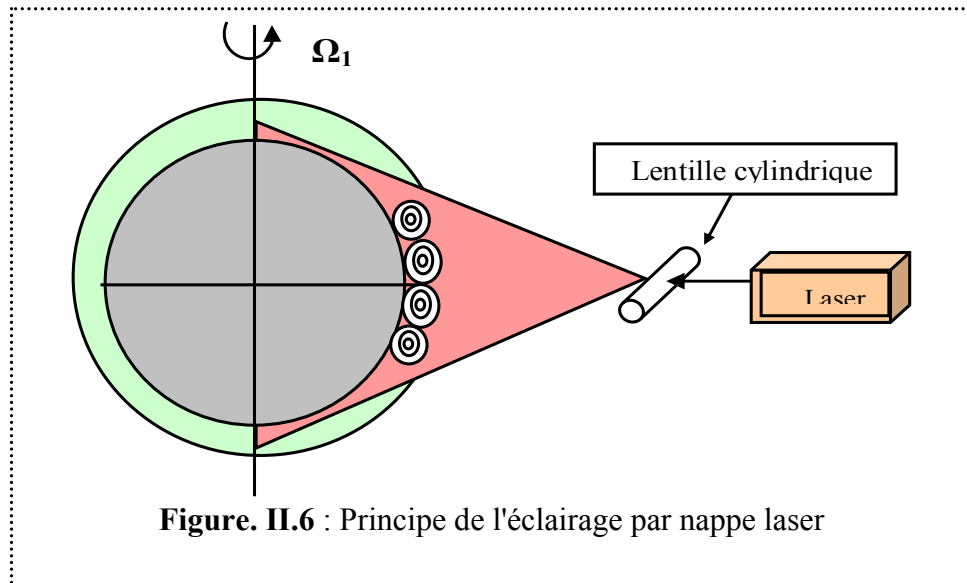


Figure II.5 : Visualisation d'un état d'écoulement combiné de deux fluides par transmission optique.

3°) Etude par transmission Laser

Ce mode de visualisation à l'aide d'une source de lumière cohérente émise par un laser (He , 1mW), facile à mettre en œuvre, permet une exploration à cœur de l'écoulement lors de l'apparition des instabilités. Un plan lumineux (nappe lumineuse) est réalisé au moyen d'une petite lentille cylindrique placée sur le rayon laser. Il offre une meilleure observation de l'apparition des différentes structures (figure ci-dessous).



II.4. CALCUL D'ERREUR SUR LES PARAMETRES DYNAMIQUES

Lorsqu'on effectue un travail expérimental l'estimation d'erreur est indispensable. Les différentes causes d'erreurs sont d'ordre systématique d'origine mécanique et thermique, nous énumérons les erreurs dues aux imperfections de l'ouvrage : l'incertitude sur la grandeur de l'espace annulaire, la vitesse angulaire de rotation de la sphère intérieure mesurée par tachymètre ou bien chronomètre, la viscosité cinématique et température.

On s'intéresse à calculer l'erreur commise sur les paramètres externes de contrôle significatifs de l'écoulement ; à savoir, le nombre de Taylor, Reynolds et le nombre de Froude.

II.4-1. Calcul d'erreur sur le nombre de Taylor

Par définition, le nombre de Taylor s'écrit comme suit :

$$Ta = Re \sqrt{\frac{d}{R_I}}$$

En appliquant la fonction logarithme à l'expression du nombre de Taylor Ta :

$$\begin{aligned} \text{Log } Ta &= \text{Log } Re + \text{Log } \sqrt{\frac{d}{R_I}} \\ \log Ta &= \log Re + \frac{1}{2} \log \frac{d}{R_I} = \log Re + \frac{1}{2} \text{Log}(d) - \frac{1}{2} \text{Log}(R_I) \end{aligned}$$

On dérive l'expression précédente, on aboutit à :

$$\frac{dT_a}{Ta} = \frac{dRe}{Re} + \frac{1}{2} \frac{d(d)}{d} - \frac{1}{2} \frac{d(R_I)}{R_I}$$

L'évaluation physique permet d'écrire : $dTa \approx \Delta Ta$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Ta}{Ta} &= \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \frac{\Delta(d)}{d} + \frac{1}{2} \frac{\Delta R_I}{R_I} \\ \frac{\Delta Ta}{Ta} &= \frac{\Delta Re}{Re} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta R_I}{R_I} \right) \end{aligned}$$

En outre, le nombre de Reynolds Re est défini par la relation suivante :

$$Re = \frac{V_I R_I}{\nu} = \frac{\Omega_I R_I^2}{\nu}$$

L'estimation de l'erreur sur le nombre de Reynolds est comme suit :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta \Omega_I}{\Omega_I} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + 2 \frac{\Delta R_I}{R_I}$$

et comme la vitesse de rotation $\Omega_1 = 2\pi N ; N (t / s)$ on obtient $\frac{\Delta \Omega_1}{\Omega_1} = \frac{\Delta N}{N}$

$$\text{alors } \frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta v}{v} + 2 \frac{\Delta R_1}{R_1}$$

L'expression finale de l'erreur est donc :

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta v}{v} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{d} + 5 \frac{\Delta R_1}{R_1} \right)$$

En calculant les incertitudes relatives commises sur v, N, d et R_1

$$\frac{\Delta N}{N} = 1\%, \quad \frac{\Delta v}{v} = 2\% \quad \text{et} \quad \frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta R_1}{R_1} = 1\%$$

Par conséquent, on détermine l'incertitude sur le nombre de Reynolds :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = 5\%$$

Le calcul d'erreur estimé sur le nombre de Taylor est donc :

$$\frac{\Delta Ta}{Ta} = 6\%$$

On remarque que l'incertitude sur le nombre de Taylor est également proche à celle commise sur le nombre de Reynolds. Ces estimations sont acceptables dans les conditions de réalisation de notre travail.

II.4-2. Calcul d'erreur sur le nombre de Froude

Par définition, le nombre de Froude utilisé pendant nos expériences est :

$$Fr = \frac{V_1}{\sqrt{gH}} = \frac{\Omega_1 R_1}{\sqrt{gH}}$$

En prenant le logarithme de Fr :

$$\text{Log } Fr = \text{Log } \Omega_1 + \text{Log } R_1 - \frac{1}{2} \text{Log } (g) - \frac{1}{2} \text{Log } (H)$$

En dérivant l'expression précédente, on obtient :

$$\frac{dFr}{Fr} = \frac{d\Omega_1}{\Omega_1} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{1}{2} \frac{dg}{g} - \frac{1}{2} \frac{dH}{H}$$

L'évaluation physique permet d'écrire : $dFr \approx \Delta Fr$

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = \frac{\Delta \Omega_l}{\Omega_l} + \frac{\Delta R_l}{R_l} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta H}{H} \right)$$

Par ailleurs, on a :

$$\frac{\Delta \Omega_l}{\Omega_l} = \frac{\Delta N}{N}$$

L'expression finale de l'erreur relative est alors :

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta R_l}{R_l} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta H}{H} \right)$$

En évaluant les incertitudes relatives suivantes :

$$\frac{\Delta N}{N} = 1\%, \quad \frac{\Delta g}{g} = 1\% \quad \text{et} \quad \frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta R_l}{R_l} = 1\%$$

L'estimation globale de l'erreur sur la valeur mesurée du nombre de Froude est donc :

$$\frac{\Delta Fr}{Fr} = 3\%$$

Au cours de notre étude bibliographique on a pu répertorier des techniques de mesures par voie quantitatives. Ces techniques non perturbatrices s'adaptent parfaitement pour les mesures dans les écoulements confinés. Nous présentons de façon succincte les principes de la technique polarographique, de la vélocimétrie Laser (LDA) et de l'anémométrie utilisant les ultrasons (UVP).

II.5. LA METHODE POLAROGRAPHIQUE

La polarographie est une méthode de mesure du gradient de vitesse pariétal instantané et local. Elle est basée sur la réduction électrochimique rapide d'un réactif en solution dans l'écoulement. La série d'articles publiés à partir de 1962 par **L.Reiss** et **T.J. Hanratty [49]** a mis en évidence le grand intérêt d'une étude locale. Ils ont ainsi relié le transfert de matière sur une micro-électrode de nickel aux conditions hydrodynamiques présentes à cette électrode.

II.5-1. Rappel du principe

La méthode polarographique représente un modèle simple de transfert de matière dans une réaction d'oxydo-réduction. Lorsqu'on impose à l'électrode de mesure un

potentiel différent du potentiel d'équilibre d'oxydo-réduction de la solution dans laquelle elle baigne, sa surface active, située en paroi inerte, devient le siège d'une réaction électrochimique qui entraîne le déplacement des ions dans la solution. Ce déplacement est pratiquement dû à la seule diffusion convective de l'ion actif si l'on ajoute en excès un électrolyte indifférent. Dans les conditions de potentiel imposé, le courant est alors fonction du champ de vitesse au voisinage de l'électrode. En pratique, dans le cas d'une micro-électrode, la concentration en ions actifs peut être considérée comme constante et égale à C_0 au sein de l'écoulement et nulle sur l'électrode.

II.5-2. Courant limite de diffusion et gradient pariétal de vitesse

On considère le transfert d'un ion actif de concentration C_0 dans un fluide en mouvement, agissant au niveau d'une surface active située dans un plan limitant l'écoulement.

On suppose la couche limite massique très mince pour que l'on puisse admettre localement que la composante tangentielle de la vitesse évolue de façon linéaire en fonction de la distance y normale à la paroi ; la diffusion tangentielle de matière est négligeable devant la diffusion normale. Ces hypothèses sont vérifiées dans le cas d'une couche limite laminaire et d'un nombre de Schmidt ($Sc = \nu/D$) grand ; Sc compris entre 1000 et 1500. Elles restent également valables en présence de la turbulence lorsque la couche limite massique reste à l'intérieur de la couche limite dynamique développée.

Soient x et y les coordonnées du point considéré à la paroi, U et V les composantes instantanées tangentielles et normale de la vitesse, C la concentration locale du réactif et D le coefficient de diffusion de matière. Dans ces conditions, l'équation bidimensionnelle du bilan de masse s'écrit :

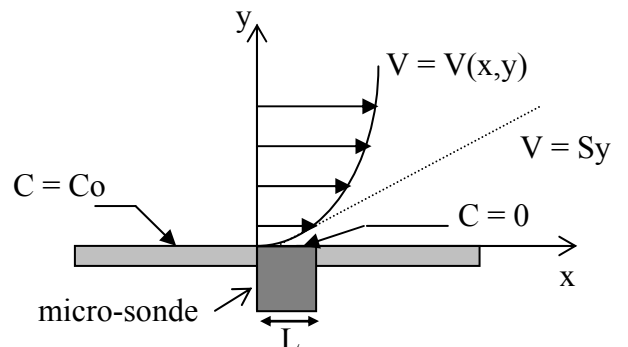
$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (\text{II.1})$$

Dans le cas d'une électrode active de largeur L , les conditions aux limites sont définies pour $0 \leq x \leq L$ comme suit :

$C = 0$ pour $y = 0$ et $0 < x < L$

$C = C_0$ si $y \rightarrow \infty$

$\frac{\partial C}{\partial y} = 0$ pour $y = 0$ et $x < 0$ et $x > L$



En plus des hypothèses énumérées plus haut, on considère un écoulement permanent et un profil de vitesse linéaire au voisinage de la paroi.

Dans ces conditions on a $U(y) = Sy$ et $V = 0$

où $S = \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0}$ est le gradient pariétal de vitesse supposé constant.

L'équation simplifiée du bilan de matière en régime laminaire s'écrit :

$$Sy \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial y^2} \quad (\text{II.2})$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} \bar{C} = 0 & \text{en } y = 0 \text{ et } 0 < x < L \\ \bar{C} = C_0 & \text{pour } y \rightarrow \infty \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

La densité locale du courant moyen s'écrit $\bar{J} = D \left(\frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{y=0}$ (II.4)

Pour une électrode rectangulaire de largeur L et de longueur unité, l'intégration de l'expression de $\bar{J}$ sur l'élément de surface donne le courant limite de diffusion :

$$\bar{I} = \frac{3^{1/3} \cdot C_0}{2 \cdot \Gamma(4/3)} \left(\frac{\bar{S} D^2}{L} \right)^{1/3} \quad (\text{II.5})$$

avec $\Gamma(4/3) = 0,893$

Le coefficient de transfert de matière K au niveau de l'électrode est par définition :

$$\bar{K} = \frac{\bar{I}}{n F C_0 A} \quad (\text{II.6})$$

n : nombre d'électrons mis en jeu dans la réaction électrochimique

F : le nombre de Faraday

A : surface active de l'électrode.

L.Reiss et T.J.Hanratty [50] ont montré que l'expression de $\bar{K}$ peut s'écrire :

$$\bar{K} = 0,807 \cdot \left(\frac{D^2 \bar{S}}{L} \right)^{1/3} \quad (\text{II.7})$$

Ce qui veut dire que le courant limite de diffusion est proportionnel à la puissance 1/3 du gradient pariétal de vitesse soit :

$$\bar{I} = 0,807.n.F.Co.A \left(\frac{D^2 \bar{S}}{L} \right)^{1/3} \quad (II.8)$$

Connaissant le courant limite $\bar{I}$ mesuré, on peut accéder aisément à la valeur du gradient de vitesse moyenne pariétale qui s'écrit :

$$\bar{S} = \frac{1}{(0,807.n.F.A.Co)^3} \cdot \frac{L}{D^2} \cdot (\bar{I})^3 \quad (II.9)$$

Le frottement local moyen est donné par la relation :

$$\tau = \mu \bar{S} = \frac{\mu}{D^2} \cdot \frac{L}{(0,807.n.F.A)^3} \cdot \left(\frac{\bar{I}}{Co} \right)^3 \quad (II.10)$$

Les grandeurs μ , D , Co sont liées aux caractéristiques de la solution électrochimique et le facteur $\frac{L}{(0,807.n.F.A)^3}$ est constant pour une électrode donnée.

Ce résultat reste encore valable pour une électrode circulaire de diamètre Φ . Pour l'appliquer, il suffit, d'après Reiss et Hanratty de modifier le facteur de correspondance :

$$L = 0,82\Phi.$$

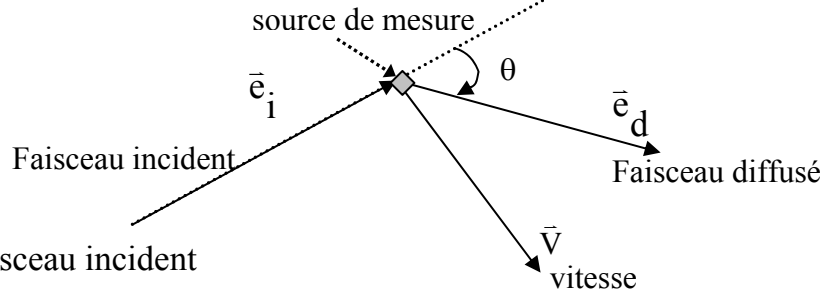
II.6. LA VELOCIMETRIE LASER

Il existe plusieurs techniques de mesure de la vitesse d'écoulement au sein d'un fluide. La vélocimétrie laser est une technique relativement assez récente. Par cette méthode les mesures sont réalisées par voie optique et ne perturbent pas l'écoulement étudié. Elle offre la possibilité de déterminer les composantes du vecteur vitesse d'une particule de fluide. Le principe de la vélocimétrie laser repose sur l'effet Doppler optique.

De fines particules (0,5 à 1 μm) présentes dans le fluide sont transportées sans glissement par l'écoulement à étudier. Eclairées par un faisceau monochromatique incident de vecteur d'onde $\vec{k}$, de fréquence f_i , de longueur d'onde λ , elles diffusent la lumière dans toutes les directions, à une fréquence f_d , légèrement différente. Le principe de la mesure est basé sur l'évaluation du décalage en fréquence $f_D = f_d - f_i$ appelée fréquence Doppler.

$$2\pi f_D = (\vec{k}_d - \vec{k}_i) \cdot \vec{V} = |\vec{k}_i| (\vec{e}_d - \vec{e}_i) \cdot \vec{V} \quad \text{car } |\vec{k}_i| = |\vec{k}_d|$$

$$\text{Soit alors } f_D = \frac{1}{\lambda_i} (\vec{e}_d - \vec{e}_i) \cdot \vec{V}$$



$\vec{e}_i$ est le vecteur unitaire du faisceau incident

$\vec{e}_d$ est le vecteur unitaire de la direction d'observation de la lumière diffusée

On remarque que la réponse d'un vélocimètre laser à effet Doppler est donc linéaire en vitesse.

Modes d'utilisation de l'effet Doppler :

Il existe deux modes d'utilisation de la vélocimétrie laser :

- Le mode dit "à rayon de référence" qui convient aux écoulements fortement ensemencés.
- Le mode dit "différentiel" ou mode "interférentiel" plus largement utilisé actuellement et, dont le rapport signal / bruit est beaucoup plus élevé que le précédent et que seul on présente ici.

Système Doppler différentiel

Dans ce cas la particule est éclairée par deux faisceaux laser de même fréquence f_i mais de directions incidentes différentes $\vec{e}_{i1}$ et $\vec{e}_{i2}$.

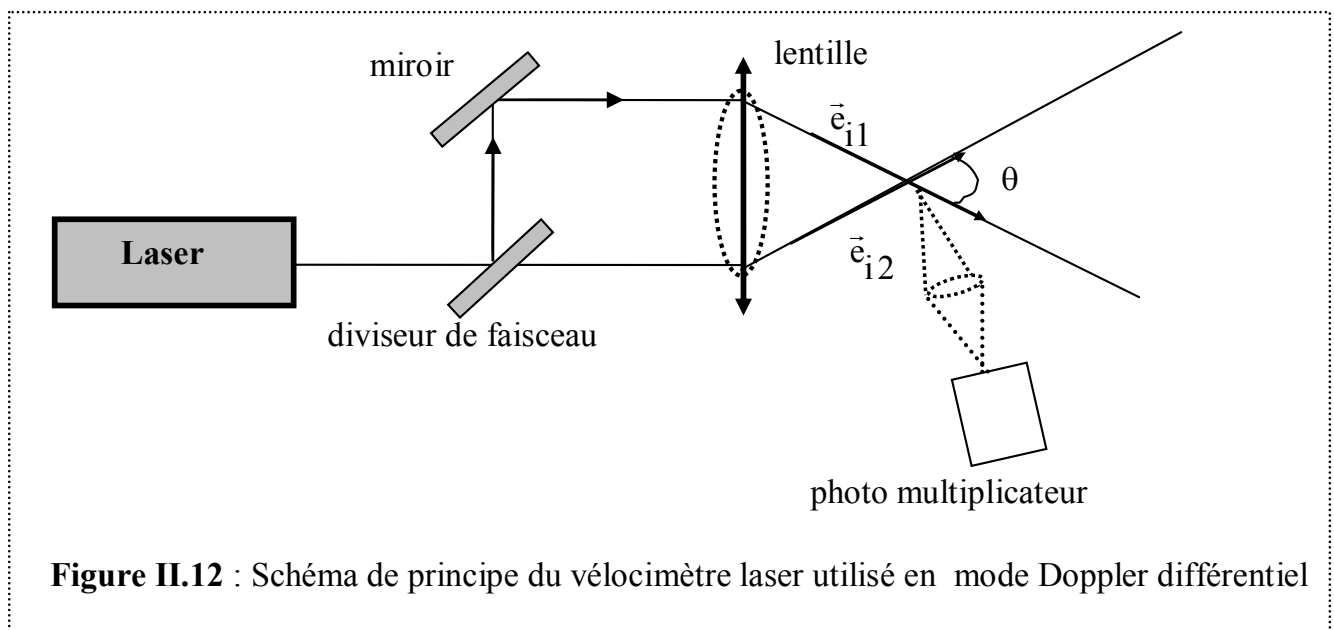


Figure II.12 : Schéma de principe du vélocimètre laser utilisé en mode Doppler différentiel

Il vient donc :

$$f_{D1} = \frac{1}{\lambda_i} (\vec{e}_d - \vec{e}_{i1}) \cdot \vec{V}$$

$$f_{D2} = \frac{1}{\lambda_i} (\vec{e}_d - \vec{e}_{i2}) \cdot \vec{V}$$

La fréquence Doppler différentielle est alors : $f_D = f_{D1} - f_{D2} = \frac{1}{\lambda_i} (\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1}) \cdot \vec{V}$

f_D est indépendante de la direction d'observation.

Ce résultat peut être obtenu simplement grâce aux considérations suivantes :

Deux rayons lumineux incidents forment en leur point de croisement un système d'interférences. L'interfrange (i_D) est fonction de la longueur d'onde λ_i des faisceaux incidents et de l'angle d'intersection θ .

Soit l'expression de l'interfrange : $(i_D) = \frac{\lambda_i}{2 \sin(\theta/2)}$

Lorsqu'une particule animée d'une vitesse $\vec{V}$ traverse le réseau de franges, elle émet une intensité lumineuse à la fréquence $f_D = \frac{V_1}{i_D}$ où V_1 est la composante de la vitesse $\vec{V}$ perpendiculaire aux franges.

Nous obtenons alors : $f_D = \frac{2V_1 \sin(\theta/2)}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda_i} (\vec{e}_{i2} - \vec{e}_{i1}) \cdot \vec{V}$

Actuellement la chaîne vélocimétrique à laser'' **Flow lite**'' fabriquée par **DANTEC** s'adapte facilement à toute veine expérimentale. Le laser de type HeNe de puissance 10mW émet une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda_1 = 632,8$ nm. Tous les composants optiques sont regroupés dans une sonde de forme cylindrique reliée à la source laser au moyen de fibres optiques protégées par une gaine souple. La sonde est fixée sur un support qui peut être déplacé au moyen de vices micrométriques pour déterminer avec précision la position où doivent s'effectuer les mesures au sein de la veine expérimentale. Une rotation de la sonde autour de son axe permet de sélectionner la composante de vitesse à mesurer. Le vélocimètre est piloté par un micro-ordinateur grâce à un logiciel (BSA) qui permet le réglage des paramètres de fonctionnement du laser, de procéder à l'acquisition et du traitement du signal reçu par le photomultiplicateur incorporé dans la sonde.

II.7. LA VELOCIMETRIE ULTRASONORE

Cette technique de mesure des vitesses, relativement récente et utilisant des ultrasons, est basée sur l'effet Doppler acoustique. Un transducteur permet d'émettre des impulsions ultrasonores et de recevoir simultanément leurs échos. Le principe consiste à détecter et traiter les échos résultants des impulsions ultrasoniques réfléchies par des microparticules en suspension dans le liquide en mouvement. La position x du volume de mesure et le temps τ mis entre l'émission et la réception des impulsions sont déterminés et liés par la relation $x = C \cdot \tau / 2$ où C est la vitesse des ultrasons dans le liquide.

Dans l'eau et à 20°C la vitesse de propagation est égale à 1480 m/s. L'information sur la vitesse (plus précisément sur sa composante dans la direction du faisceau d'ultrason) est déduite de la variation de la fréquence due à l'effet de Doppler. La vitesse de déplacement d'une particule qui réfléchit les ultrasons est donnée par la relation $V = C \cdot f_d / 2f_e$ où f_d est la fréquence Doppler due au mouvement et f_e la fréquence de base de l'émetteur. Les ultrasons réfléchis par les particules en mouvement, sont recueillis par le transducteur récepteur. Le temps séparant l'émission des différents échos est fonction de la distance entre le transducteur et l'interface qui a provoqué la réflexion. L'étude du signal reçu permet de déterminer la vitesse dans un volume donné, et de tracer point par point en x_i le profil de vitesse $V(x_i)$ à l'intérieur du système considéré.

Cependant la précision des mesures est assurée jusqu'à une certaine distance, dite profondeur maximum donnée par la condition limitative $P_{\max} = C / 2F_{\text{prf}}$ où F_{prf} est la fréquence de répétition des impulsions. La profondeur maximum diminue lorsque F_{prf} augmente et inversement.

En raison de la contrainte associée du théorème d'acquisition de Nyquist, lié à F_{prf} , la variation de la fréquence Doppler est limitée. Ceci permet d'atteindre une valeur maximum $V_{\max} = C \cdot F_{\text{prf}} / 4 f_e$. Des deux précédentes expressions est la relation de contrainte $P_{\max}$. $V_{\max} = C^2 / 8f_e = \text{const}$ qui limite les possibilités de cette technique de mesure.

La résolution sur les mesure de vitesse est donnée par $\Delta V = V_{\max} / 128$. Dans le cas de mesures de vitesses élevées, une bonne résolution n'est pas assurée.

La vélocimétrie ultrasonore est très simple à mettre en œuvre pour explorer le champ de vitesse dans le cas du système de Taylor sphérique. Elle permet de déterminer aisément

la longueur d'onde axiale (taille des cellules), les composantes tangentielle et axiale de la vitesse au sein de l'espace annulaire.

II.8. CONCLUSION

On a réalisé un dispositif expérimental consacré à l'étude des phénomènes d'instabilité au cours du régime de transition à l'aide des techniques de visualisation. Afin de mettre en lumière les différentes structures de l'écoulement et la nature du mouvement soumis aux effets combinés du taux de remplissage et la superposition d'un fluide non miscible en cas d'un espace annulaire totalement rempli. Egalement, ce système de type Taylor –Couette sphérique est conçu pour contrôler la surface libre au moyen d'un film immiscible d'épaisseur variable. Par la suite on a présenté les procédures de mesure telle que la mesure de la vitesse et la condition d'essais, la température et la viscosité. On a pris soin de mesurer les caractéristiques géométriques et dynamiques pour déterminer avec précision les paramètres de contrôle Ta , Re et Fr influençant le mouvement d'écoulement.

CHAPITRE III

ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

CHAPITRE III

ANALYSE DES RESULTATS

EXPERIMENTAUX ET DISCUSSION

INTRODUCTION

Après avoir décrit le montage expérimental, les techniques de mesure et les conditions de leur mise en œuvre, on présente ici les résultats obtenus par visualisation. L'observation directe de l'écoulement par la technique de visualisation classique est rendue nécessaire pour mettre en évidence la forme des structures qui apparaissent lors des différents régimes. La technique utilisée est basée sur trois modes opératoires décrits au chapitre précédent.

Nous effectuons d'abord des essais avec le système complètement rempli d'un seul fluide pour vérifier la forme des principales instabilités mentionnées dans la littérature.

Nous étudions les conditions d'apparition des structures et on détermine par photométrie les caractéristiques associées qui sont : la longueur d'onde axiale, le nombre d'onde azimutale, la vitesse de phase, etc...

Ensuite, notre travail est axé sur l'étude des effets de la hauteur de remplissage, de la surface libre et de la hauteur du fluide léger non miscible. Les observations des modifications de l'écoulement s'effectuent en fonction des conditions de mise en rotation de la sphère intérieure, du rapport d'aspect $\Gamma = H / d$ où H désigne la hauteur de l'écoulement et d la largeur de l'espace annulaire. Parallèlement on étudie l'effet de la hauteur h du fluide léger sur la stabilité de l'écoulement et éventuellement sur la forme des structures.

Enfin, à partir des données photométriques on tente de dégager des lois faisant intervenir les paramètres de contrôles le nombre de Taylor Ta et le facteur d'aspect Γ .

III.1. ETUDE DES INSTABILITES AVEC UN SEUL FLUIDE

III.1-1 Etude des instabilités dans le système complètement rempli

L'objectif principal de cette partie de notre travail consiste à mettre en évidence les différentes instabilités hydrodynamiques de Taylor- Couette sphérique en position verticale, pour un jeu radial $\delta = 0,11$. L'espace annulaire entre les deux sphères est totalement rempli du fluide de base $\Gamma_{max} = H_{max}/d=20$. On étudie l'effet de rotation en suivant l'apparition et l'évolution des structures de l'écoulement rencontrées au cours de la transition du régime laminaire vers la turbulence. Chaque apparition d'instabilité est caractérisée par un nombre de Taylor critique Tc . On observe au cours du mouvement différentes formes de structures correspondantes à des régimes d'écoulement rapportés dans la littérature comme l'indique le tableau suivant.

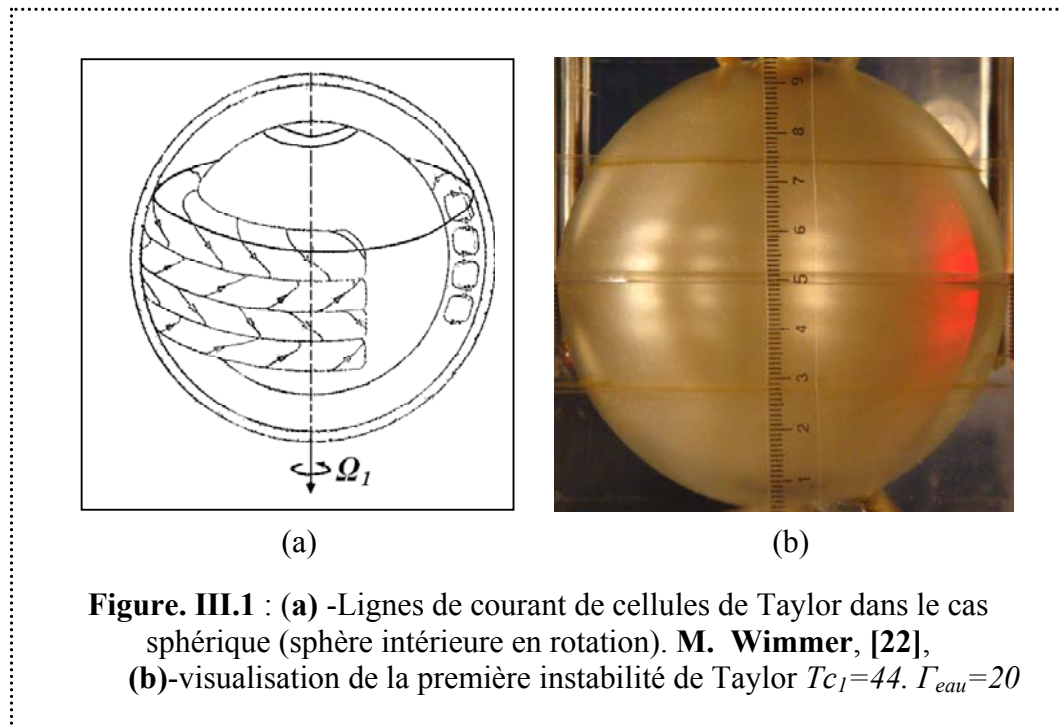
Mode d'écoulement	Nombre de Taylor critique
Ondes de Taylor (TVF)	Tc_1
Spiral Mode (SM)	Tc_2
Wavy Mode+ Spiral Mode (SM+WM)	Tc_3
Spiral Wavy Mode (SWM)	Tc_4
Wavy Mode (WM)	Tc_5
Apparition des fluctuations chaotiques	Tc_{fch}
Déclenchement du chaos	Tc_{ch}
Turbulence développée	Tc_D

Tableau. III.1 : Les nombres de Taylor critiques caractérisant les différents régimes de la transition laminaire- turbulent en système sphérique $\delta=0,11$.

On présente dans ce qui suit les principaux modes observés lors de nos expériences.

III.1-1.1 Régime laminaire perturbé (RLP)

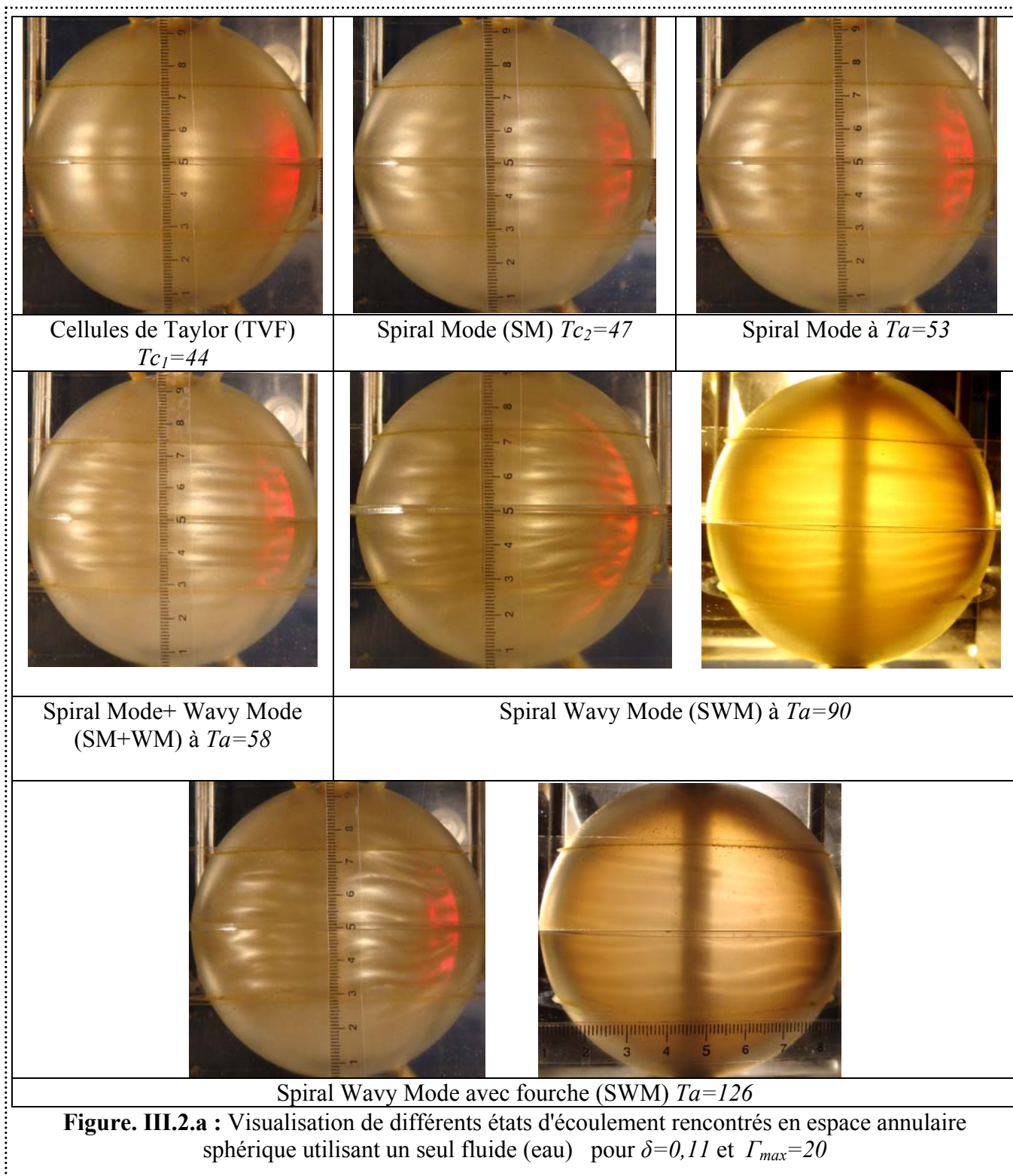
A partir du repos, on augmente la vitesse de rotation (ou le nombre de Taylor Ta) de façon quasi statique. Pour une gamme de Taylor défini dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1 = 43$, le régime d'écoulement laminaire de base est stable (RLS), caractérisé par l'absence de perturbation au sein de l'écoulement. Ce type d'écoulement peut s'expliquer par l'équilibre entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Pour des valeurs du nombre de Taylor $Ta \geq Tc_1 = 43$, l'écoulement devient perturbé et à $Ta = Tc_1 = 43$ on assiste à l'apparition de la première instabilité (Taylor vortex flow) caractérisée par quatre cellules de Taylor stationnaires superposées à l'écoulement laminaire de base. On observe une configuration symétrique montrant une paire de cellules de chaque côté de l'équateur comme la montre la figure III.1 (b). Chaque paire de cellules constitue une onde dite onde de Taylor.

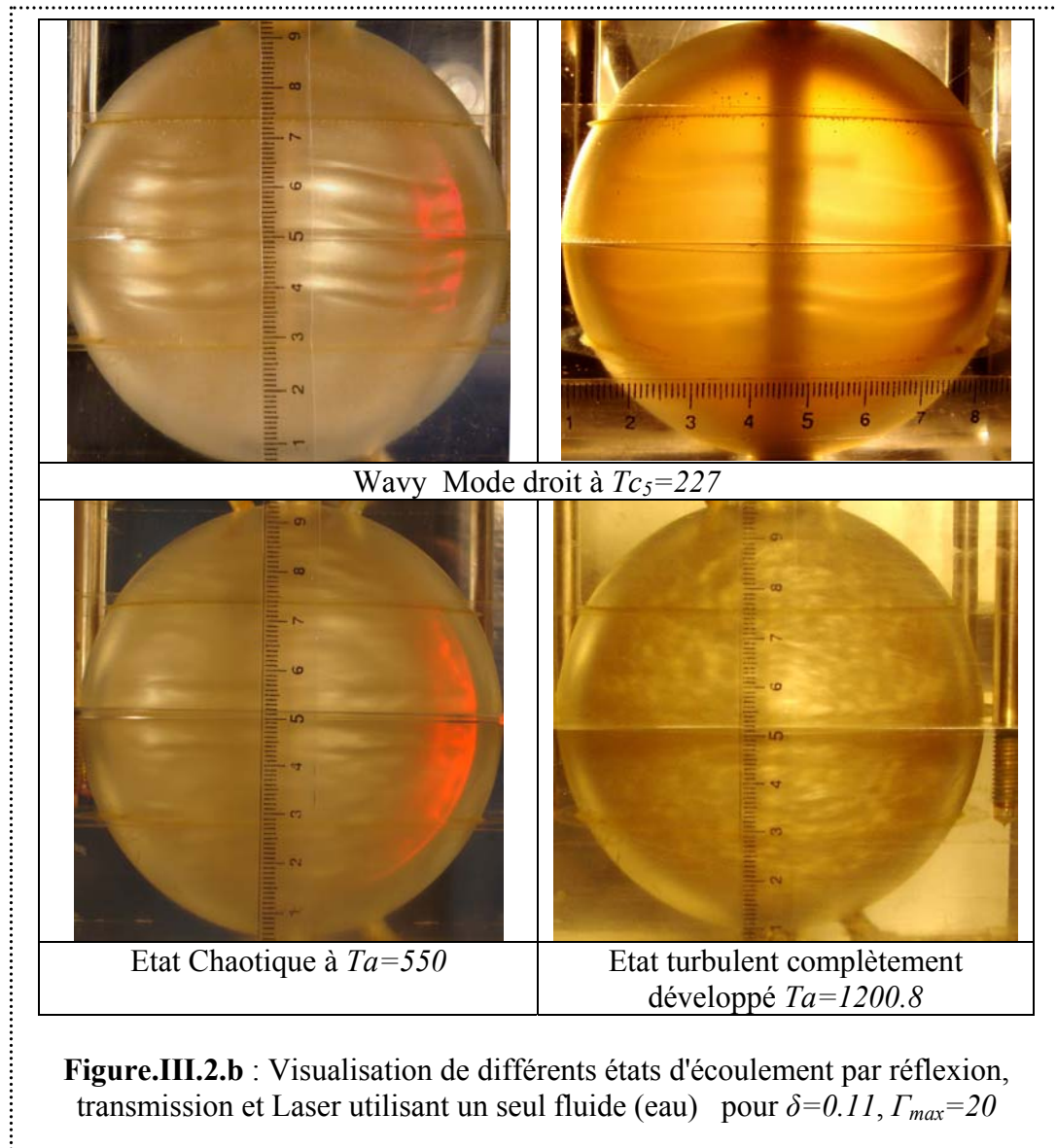


On poursuit l'évolution des instabilités en fonction du nombre de Taylor Ta qu'on augmente de façon quasi statique. On enregistre à une valeur critique Tc_2 un second régime associé aux vortex de Taylor ; il s'agit d'un mouvement d'onde sous forme de spirales inclinées de 2° à 10° par rapport à l'équateur. Ensuite à la valeur critique Tc_3 apparaît un autre régime (Mode spiral + Wavy Mode) instationnaire non axisymétrique. Cette nouvelle structure se superpose aux cellules sauf sur celles qui sont dans le voisinage immédiat de l'équateur. À une valeur critique Tc_4 on note le déclenchement total de l'onde azimutale

combiné au Mode spiral désigné par le Spiral Wavy Mode. Le cinquième mode qui constitue le régime de l'onde azimutale s'installe pour une valeur critique du nombre de Taylor $T_w = T_{C5}$. Il est de nature instationnaire superposée aux cellules et dont le mouvement devient au fur et à mesure compliqué quand la vitesse augmente. L'ensemble d'onde circonférentielle tourne autour de l'axe z et se propage dans la direction tangentielle. Le régime de préturbulence se manifeste par l'apparition des fluctuations au niveau des pôles lorsqu'on fait croître la vitesse de rotation. Ces fluctuations se propagent ensuite progressivement dans la partie équatoriale où le régime d'apparition des fluctuations chaotiques s'installe pour une valeur critique notée $T_{C_{ch}}$.

En augmentant progressivement la vitesse on enregistre la disparition des ondes instationnaires (Wavy onde) caractérisant le déclenchement du Chaos pour une valeur critique $T_{C_{ch}}$. Pour une valeur critique T_{C_D} on note l'établissement du régime de turbulence complètement développée. Les nombres de Taylor critiques des régimes d'écoulement sont illustrés dans le diagramme d'apparition pour une configuration sphérique défini par le jeu radial $\delta = 0,11$. On présente quelques régimes d'écoulement (**Figures III.2.a et III.2b**) que nous avons observés au cours de nos expériences à différentes valeurs du nombre de Taylor.





L'observation de l'apparition et l'évolution des différentes structures d'écoulement d'une part et la détermination des nombres de Taylor critiques correspondants d'autre part, ont permis de présenter le diagramme (**Figure III.3**) indiquant le domaine d'existence de chaque régime.

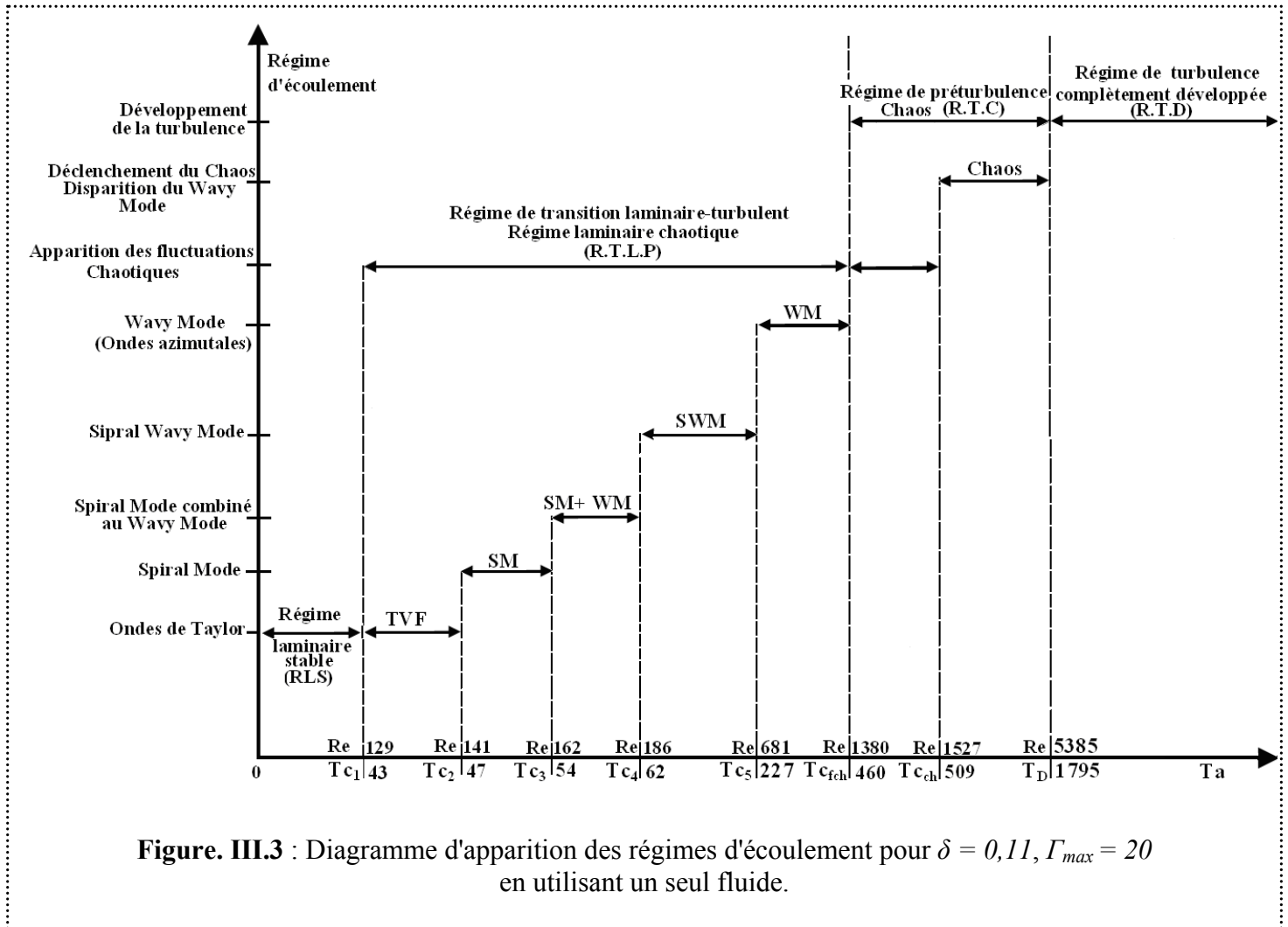


Figure. III.3 : Diagramme d'apparition des régimes d'écoulement pour $\delta = 0,11$, $\Gamma_{max} = 20$ en utilisant un seul fluide.

Toutes les images des structures de l'écoulement obtenues par visualisation sont traitées sur Micro ordinateur. Pour une valeur fixée du nombre Ta on mesure par photométrie la taille du vortex et ensuite on en déduit la longueur d'onde associée. On a pu ainsi établir l'évolution de la longueur d'onde en fonction de Ta . Nos résultats sont comparés à ceux de **Wimmer** [20] [24] et **Tamsaout** [51] obtenus par visualisation (**Figure. III.4**).

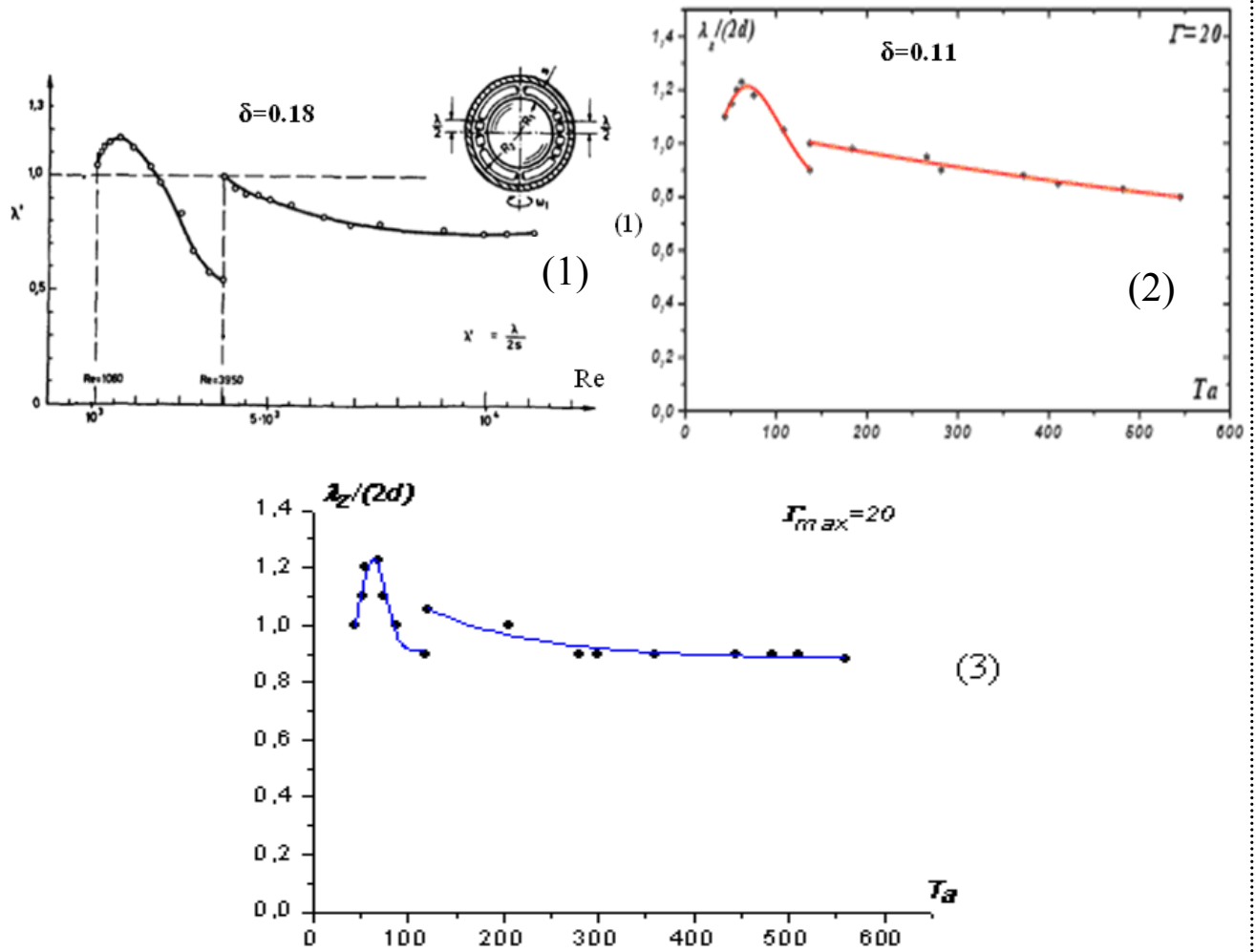


Figure. III.4 : Variation de la longueur d'onde (utilisant un seul fluide).
 (1) Résultats obtenus par **M. Wimmer** pour $\delta=0,18$ [20]
 (2) Résultats obtenus par **T.Tamsaout** pour $\delta=0,11$, $\Gamma=20$ [51]
 (3) nos résultats de confirmation $\delta=0,11$, $\Gamma_{eau} = \Gamma_{max}=20$

Les mesures de la longueur d'onde obtenues lors de nos expériences menées dans un système totalement rempli semblent suivre la même loi d'évolution que celles données par Wimmer et Tamsaout. D'après les résultats quantitatifs de Wimmer obtenus pour $\delta=0,18$ et les nôtres pour $\delta=0,11$, la loi de comportement de la longueur d'onde n'est pas affectée par le jeu radial.

Les résultats du traitement photométrique ont permis également d'étudier l'évolution du nombre d'onde circonférentielle et la vitesse de phase rapportée à la vitesse de rotation de la sphère tournante en régime d'onde azimutale. La figure. III.5 représente l'évolution de ces paramètres internes en fonction du nombre de Taylor.

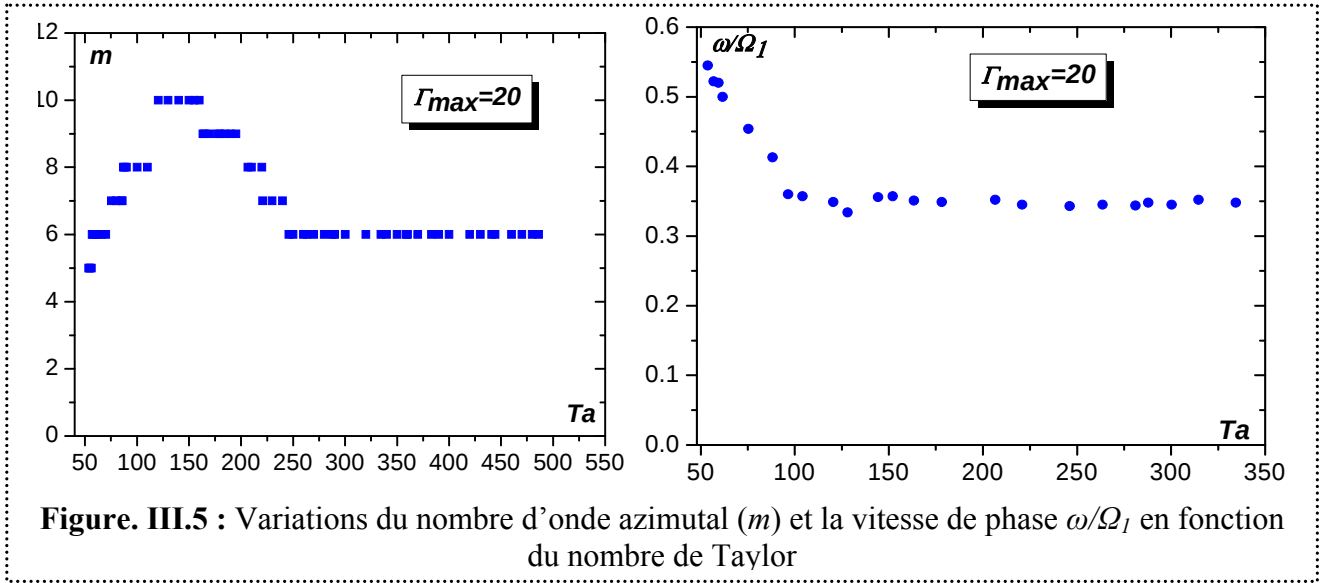


Figure. III.5 : Variations du nombre d'onde azimutal (m) et la vitesse de phase ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor

L'évolution de la vitesse de phase dans le système de Taylor sphérique peut être comparée à celle donnée dans le système de Taylor cylindrique par **A.Bouabdallah [7]** pour le cas d'un jeu radial $\delta = 0,10$ (**Figure.III.6**). A partir des mesures du gradient pariétal de la vitesse par la technique polarographique il a pu déterminer la vitesse de phase de l'onde azimutale.

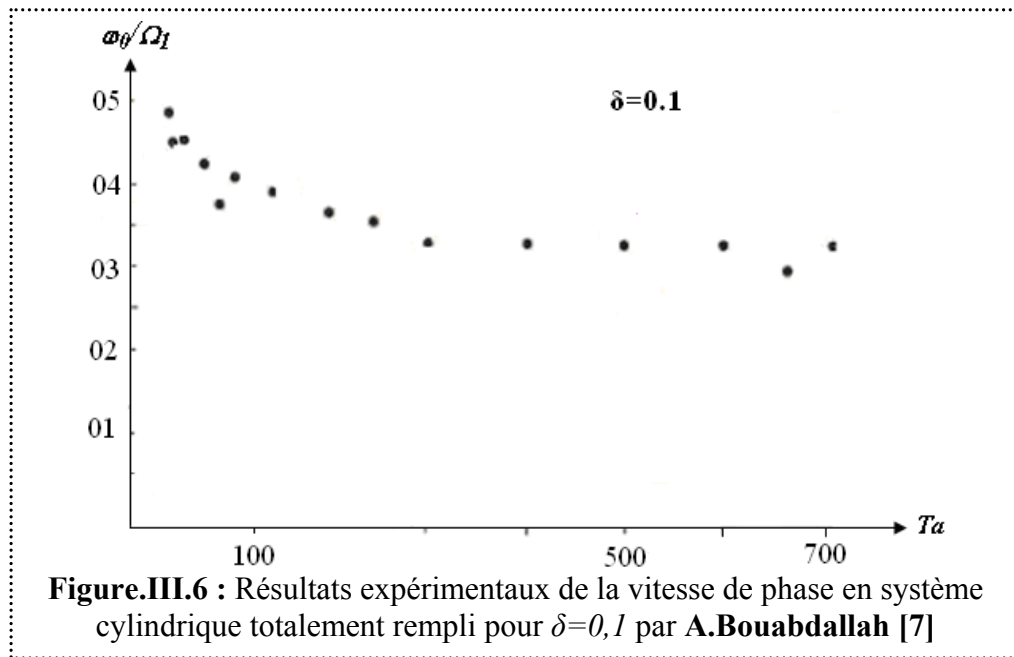


Figure.III.6 : Résultats expérimentaux de la vitesse de phase en système cylindrique totalement rempli pour $\delta=0,1$ par **A.Bouabdallah [7]**

Dans les deux systèmes, la vitesse de phase subit une rapide variation jusqu'à $Ta \approx 130$; au-delà, elle devient constante et elle se stabilise à la valeur 0,35. Les mesures par polarographie qui sont assez précises constituent un bon moyen de contrôle de la validité de nos mesures effectuées par photométrie.

III.2. ANALYSE QUALITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE

III.2-1 ETUDE DE L'EFFET DE DEUX FLUIDES NON MISCIBLES SUR LE SYSTEME D'ÉCOULEMENT EN CHARGE

L'étude expérimentale de l'écoulement entre sphères coaxiales tournantes en régime de transition laminaire – turbulent dans le système d'écoulement totalement rempli utilisant un seul fluide constitue une base de données de référence pour l'orientation d'une autre série d'expériences. En conséquence, il apparaît nécessaire d'examiner les effets d'interaction d'un fluide non miscible (f) d'une hauteur H_{sol} sur le système d'écoulement pour une hauteur H_{eau} donnée. L'étude de l'influence du fluide superposé combiné à l'effet du facteur d'aspect du fluide de base $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ est entreprise lorsque Γ_{eau} diminue et Γ_{sol} augmente.

L'objectif principal de ce travail consiste à mettre en évidence les différentes instabilités hydrodynamiques d'un écoulement de Taylor- Couette sphérique soumis aux effets du facteur d'aspect et de l'interaction du mouvement de deux fluides non miscibles superposés séparés par une interface liquide–liquide (eau-huile) en régime de transition laminaire – turbulent quand le système d'écoulement en position verticale est totalement rempli $\Gamma_{max} = H_{max}/d = 20$ où la hauteur maximale $H_{max} = H_{eau} + H_{sol}$. Par la suite, on cherche à étudier l'influence de la hauteur h du film d'épaisseur variable sur la stabilité du mouvement et son évolution au cours du régime de transition en système d'écoulement partiellement rempli.

III.2-1.1 Effet d'un fluide non miscible sur le système d'écoulement en charge utilisant deux fluides pour un taux de remplissage donné

L'étude du mouvement entre deux sphères coaxiales en espace annulaire totalement rempli de deux fluides non miscibles est entreprise en vue de mettre en évidence que l'effet engendré par le facteur d'aspect du fluide de base combiné à l'interaction des deux hauteurs se manifeste par une influence importante sur l'apparition des instabilités, particulièrement en régime Wavy Mode et le Chaos lorsque Γ_{eau} diminue et la hauteur de la solution H_{sol} augmente.

Pour mieux appréhender le mécanisme et la phénoménologie de l'écoulement superposé d'un fluide non miscible et l'influence du facteur d'aspect, on procède à des essais systématiques en variant la hauteur des fluides. Pour un taux de remplissage donné

on fixe la hauteur de la solution d'eau considérée comme fluide de base H_{eau} définissant son facteur d'aspect $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ et au dessus, on verse le liquide jusqu'à une hauteur H_{sol} correspondante à $\Gamma_{sol} = H_{sol}/d$ d'un produit préparé d'huile de vaseline et d'éther de pétrole. On réalise un état d'équilibre stable vis-à-vis de la gravité "fluide léger au dessus du fluide lourd" ($\rho_2 > \rho_1$). On s'est placé dans les conditions d'essais décrites auparavant ; on laisse le temps nécessaire à l'écoulement pour se stabiliser. Ensuite, on note les observations qui permettent de mettre en évidence les différents modes d'instabilité pour un jeu radial fixé ($\delta = 0,11$) et un facteur d'aspect donné correspondant au fluide principal $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ dans l'intervalle $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$, ce qui définit pour la solution un facteur d'aspect $4 \leq \Gamma_{sol} \leq 12$. La hauteur maximale de deux fluides est $H_{max} = H_{eau} + H_{sol} = (100 \pm 0,1) \text{ mm}$.

L'étude expérimentale porte sur l'observation et l'analyse des structures de l'écoulement pour une série de facteurs d'aspect Γ_{eau} fixés au préalable. Nos expériences sont effectuées pour les cas suivants :

1. Etude du cas $\Gamma_{eau} = 16$

On fixe la hauteur du fluide de base (eau) à $H_{eau} = 80 \text{ mm}$, correspondant à $\Gamma_{eau} = 16$ ce qui définit $\Gamma_{sol} = 4$, puis on fait varier la vitesse de rotation pour reproduire les différents régimes d'écoulement rencontrés en système sphérique.

a) Régime laminaire stable (RLS)

Pour les différents taux de remplissage envisagés et une gamme du nombre de Taylor définis dans l'intervalle $0 \leq Ta < T_{c1}$, le régime d'écoulement de base est un mouvement homogène tridimensionnel, laminaire et stable caractérisé par l'inexistence de perturbation au sein de l'écoulement ; ceci peut s'expliquer par l'équilibre entre les forces d'inertie et les forces visqueuses tel qu'il est mentionné plus haut.

b) Régime laminaire perturbé (RLP)

En procédant à la variation de la vitesse angulaire (ou du nombre de Taylor), on obtient un régime laminaire perturbé axisymétrique caractérisé par l'établissement de la première instabilité (cellules de Taylor) près de l'équateur qui s'installe pour une valeur critique de Taylor $T_{c1} = 44 \pm 3$ avec quatre cellules de Taylor (deux ondes de Taylor). Cette instabilité consiste en un mouvement secondaire de nature stationnaire associée à l'écoulement de base.

On retrouve des structures de l'écoulement identiques à celles observées dans un système entièrement rempli par un seul fluide, aussi elles apparaissent dans les mêmes conditions vis-à-vis du nombre de Taylor.

D'autres modes d'instabilités se succéderont à la première lorsqu'on augmente le nombre de Taylor.

- Le deuxième régime de l'écoulement s'établit à une valeur critique $Tc_2=49\pm3$ caractérisé par un mouvement d'ondes spiral (Spiral Mode) inclinées de 2 à 10°C par rapport à l'équateur.

- En continuant à augmenter la vitesse de façon quasi-statique on enregistre l'apparition d'un régime non axisymétrique formé d'une onde instationnaire près de l'équateur et des ondes en spirales qu'on désigne par "le Mode Spiral + le Wavy Mode" pour une valeur critique

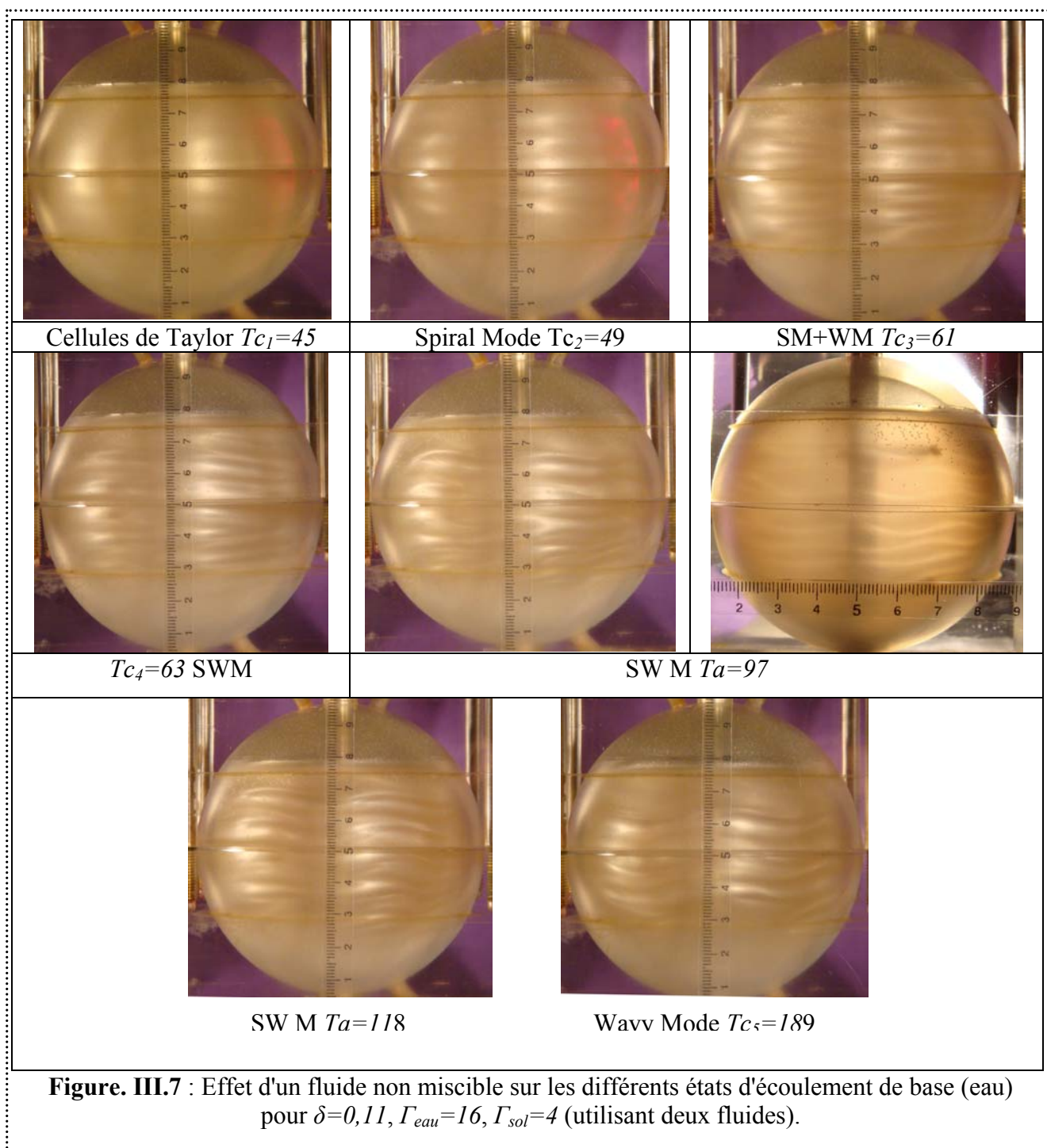
$$Tc_3=57\pm3.42.$$

- En procédant de même manière jusqu'à l'installation totale d'un régime d'onde circonférentielle combiné au Mode spiral (Spiral Wavy Mode) pour une valeur critique du nombre de Taylor $Tc_4=63\pm4$.

- En maintenant l'augmentation du nombre de Taylor jusqu'au déclenchement d'un état d'écoulement de nature instationnaire caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale (Wavy Mode) correspondant à une valeur critique $Tc_5=189\pm11$ Le mouvement de l'écoulement est alors doublement périodique qui se propage à la fois dans la direction axiale et azimutale.

- En augmentant d'avantage la vitesse angulaire, le mouvement instationnaire devient compliqué avec l'apparition des fluctuations chaotiques. Ensuite lorsque Ta augmente encore on note la disparition de l'onde azimutale à une valeur $Tc_{ch}= Tc_6=487\pm29$ qui indique la naissance du Chaos. On marque que les cellules de Taylor persistent au sein du mouvement en régime chaotique qui précède le régime de turbulence complètement

Dans cette configuration d'écoulement ($\Gamma_{sol} = 4$) on note que le mouvement de l'écoulement du fluide superposé est laminaire le long du régime de transition. Les structures d'écoulement qu'on vient de décrire sont présentées sur la figure ci-dessous (**Figure III.7**).



2. Etude du cas $\Gamma_{eau}=15$

La hauteur du fluide de base (eau) est fixée à $H_{eau}=75 \text{ mm}$, correspondant à $\Gamma_{eau}=15$ ce qui définit $\Gamma_{sol}=5$, nous procédons à la mise en régime de la même manière au cours du régime de transition. Les observations sont décrites par ordre de l'apparition des différents régimes.

- **Régime de transition**

- La première instabilité apparaît avec quatre vortex de Taylor stationnaires pour une valeur critique de Taylor $Tc_1=44\pm3$.
- Le déclenchement du second régime de l'écoulement est enregistré à une valeur critique $Tc_2=48\pm3$ caractérisé par le Spiral Mode. On a observé que le mouvement d'ondes en mode spiral se manifeste dans chaque hémisphère.
- L'apparition du régime non axisymétrique défini par un mouvement instationnaire près de l'équateur combiné au Spiral Mode se manifeste pour une valeur critique $Tc_3=56\pm3$ caractérisant le Spiral Mode+Wavy Mode.
- L'installation total du Spiral Wavy Mode est déclenchée à une valeur critique du nombre de Taylor $Tc_4=64\pm4$.
- Le cinquième mode de l'écoulement de nature instationnaire est caractérisé par l'établissement de l'onde azimutale à une valeur critique $Tc_5=186\pm11$.
- Le régime chaotique coïncide avec la disparition de l'onde azimutale qui atteint la valeur caractéristique $Tc_{ch}=Tc_6=500\pm30$. Dans ce cas d'écoulement ($\Gamma_{sol}=5$) on note que le mouvement de l'écoulement du fluide superposé est laminaire durant le régime de transition.

La figure qui suit (**Figure. III.8**) montre les principales instabilités observées.

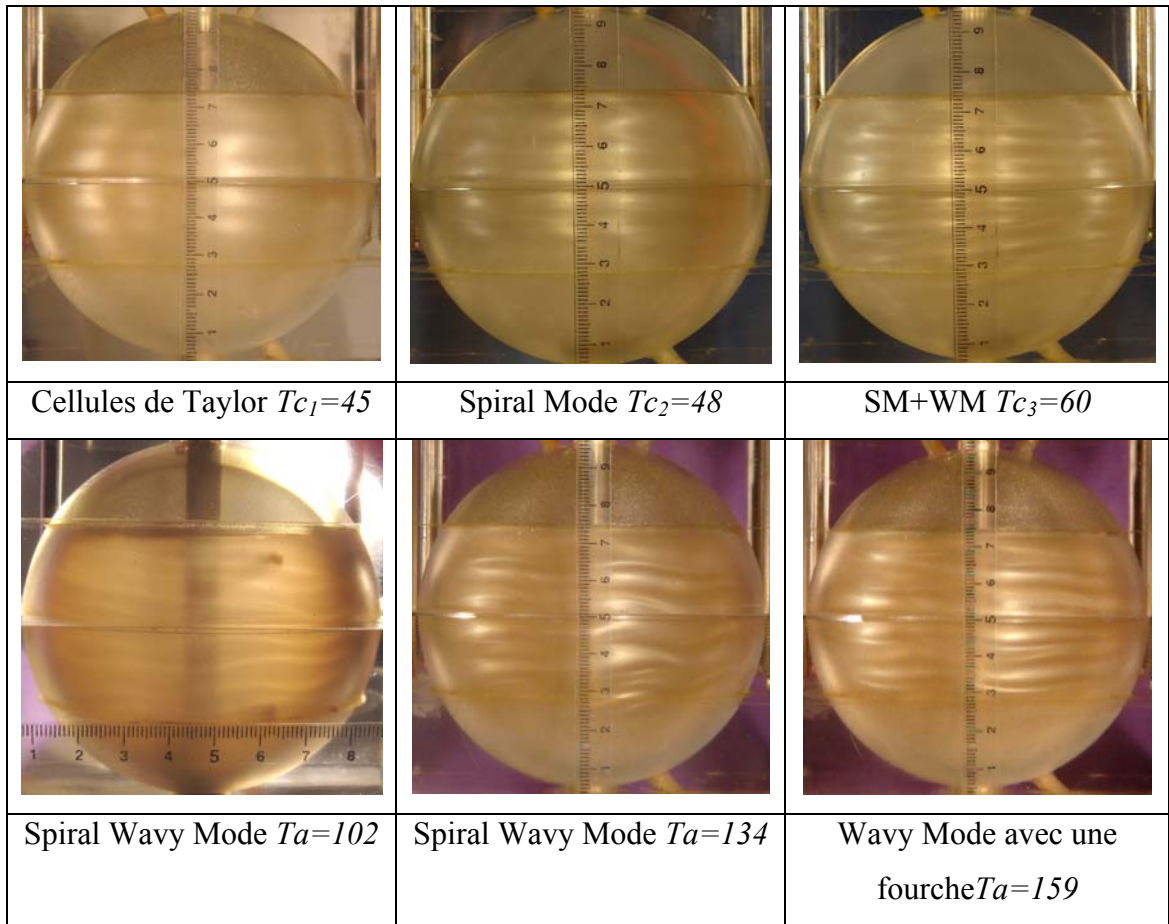


Figure. III.8 : Effet d'un fluide non miscible sur les différents états d'écoulement de base (eau) pour $\delta=0,11$, $\Gamma_{eau}=15$, $\Gamma_{sol}=5$ (utilisant deux fluides).

3. Eude du Cas $\Gamma_{eau}=14$

La hauteur de remplissage est fixée à $H_{eau}=70$ mm soit $\Gamma_{eau}=14$, définissant $\Gamma_{sol}=6$. Les différentes instabilités observées (**Figure. III.9**) sont résumées à la suite :

• Régime de transition

- La première instabilité s'opère avec deux ondes de Taylor de nature stationnaire pour une valeur critique de Taylor $Tc_1=44\pm 3$
- Le mouvement spiral (incliné) des ondes apparaît dans les deux hémisphères à une valeur critique $Tc_2=50\pm 3$.
- on note l'apparition du régime Spiral Mode +Wavy Mode pour une valeur critique $Tc_3=56\pm 3$.

- Le Spiral Wavy Mode aura lieu pour un nombre de Taylor critique $Tc_4=64\pm4$
- Le mouvement instationnaire caractérisant le Wavy Mode est déclenché à $Tc_5=184\pm11$.
- La disparition des ondes azimutales se produit à $Tc_{ch}= Tc_6=491\pm29.46$ correspondant l'établissement du Chaos.
- concernant le fluide non miscible superposé, on a enregistré une perturbation traduite par une cellule de surface (dans la solution $\Gamma_{sol}=6$) créée par l'interaction interfaciale entre les deux fluides (l'interface oscille et se meut) pour une valeur critique de $T'c=36$ qui coïncide à une valeur critique de $Tc=193$ caractérisant le fluide de base F (eau) en régime instationnaire (Wavy Mode) et le régime d'écoulement secondaire de base est laminaire stable (**Figure. III.10**). Les cellules près de l'interface commencent à torsader.

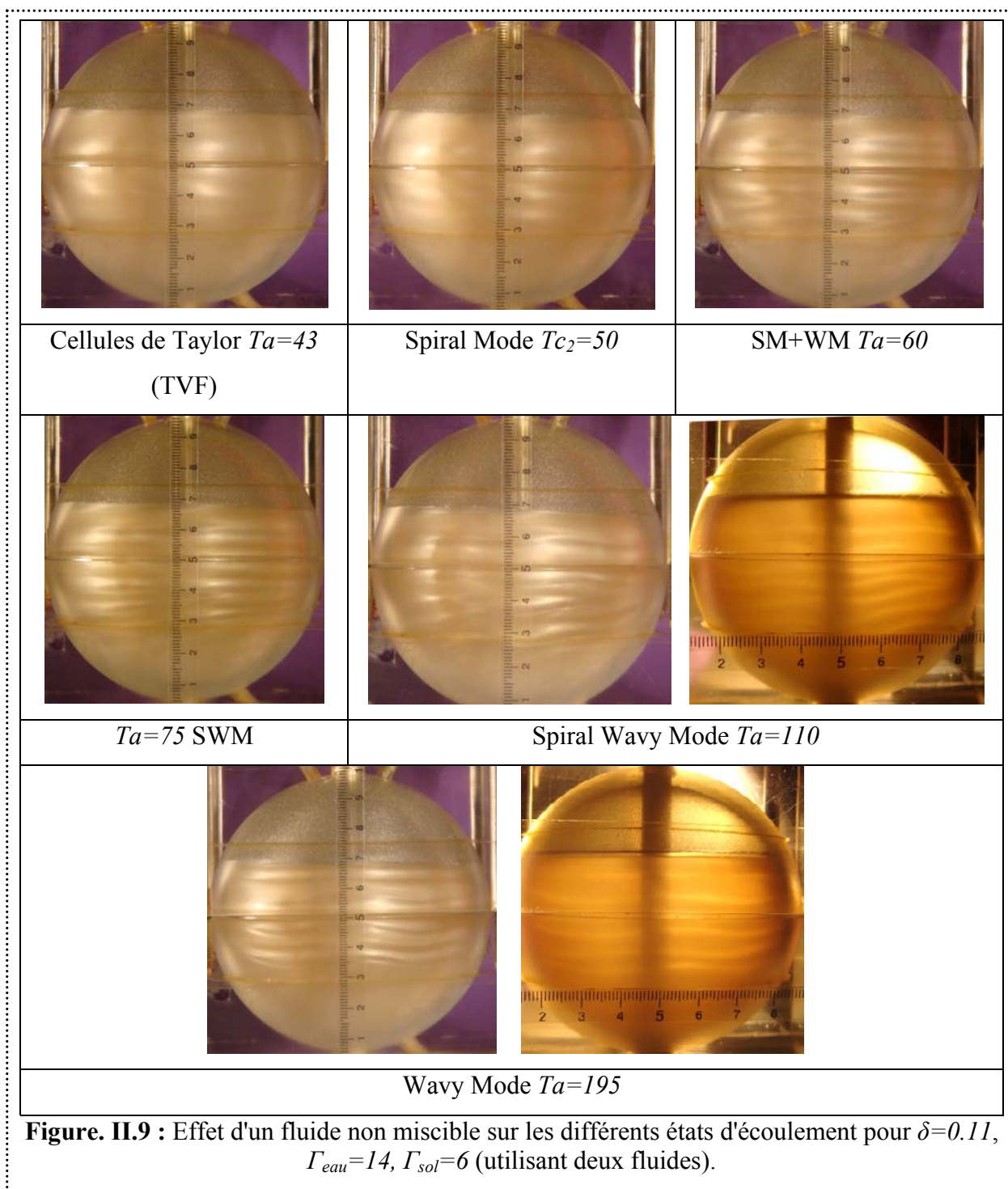
4. Etude du Cas $\Gamma_{eau}=13$

La hauteur du fluide est fixée à $H_{eau}=65mm$ correspondant à $\Gamma_{eau}=13$, soit $\Gamma_{sol}=7$, nous procédons alors à la mise en régime de la même manière que précédemment (cas du régime de transition). Les observations menées par les expériences sont enregistrées comme suit (**Figure. III.11**) :

- **Régime de transition:**

- On note la rupture de la symétrie équatoriale des cellules de Taylor par l'apparition de la première instabilité (TVF) qui introduit qu'avec trois vortex de Taylor stationnaire à une valeur critique $Tc_1=44\pm2.64$.
- On observe le déclenchement du mouvement spiral des cellules de Taylor que dans l'hémisphère inférieure à $Tc_2=53\pm3$.
- L'apparition du Spiral Mode +Wavy Mode est enregistré à une valeur critique $Tc_3=55\pm3$ et note que les vortex observés près de l'interface restent stationnaires.
- Le mouvement en Spiral Wavy Mode apparaît pour un nombre de Taylor critique $Tc_4=65\pm4$ et on a remarqué que les cellules situent entre l'équateur et l'interface devient instationnaires.
- Le déclenchement du régime Wavy Mode (onde instationnaire) se manifeste à une valeur critique $Tc_5=114\pm7$.
- Le mouvement chaotique aura lieu pour un nombre de Taylor critique à $Tc_{ch}= Tc_6=341\pm20$ correspond à la disparition de l'onde azimutale.
- En cet espace annulaire d'écoulement dont $\Gamma_{sol}=7$ on note l'apparition d'une cellule de surface dans l'écoulement du fluide superposé f à une valeur critique $T'a = 40$ correspond à une valeur critique de l'écoulement de base F $Tc=225$ caractérisant le Wavy Mode et le

régime d'écoulement secondaire du fluide f est laminaire stable. Cette cellule de surface crée par l'interaction interfaciale (dynamique) entre les deux fluides (**Figure .III.12**)



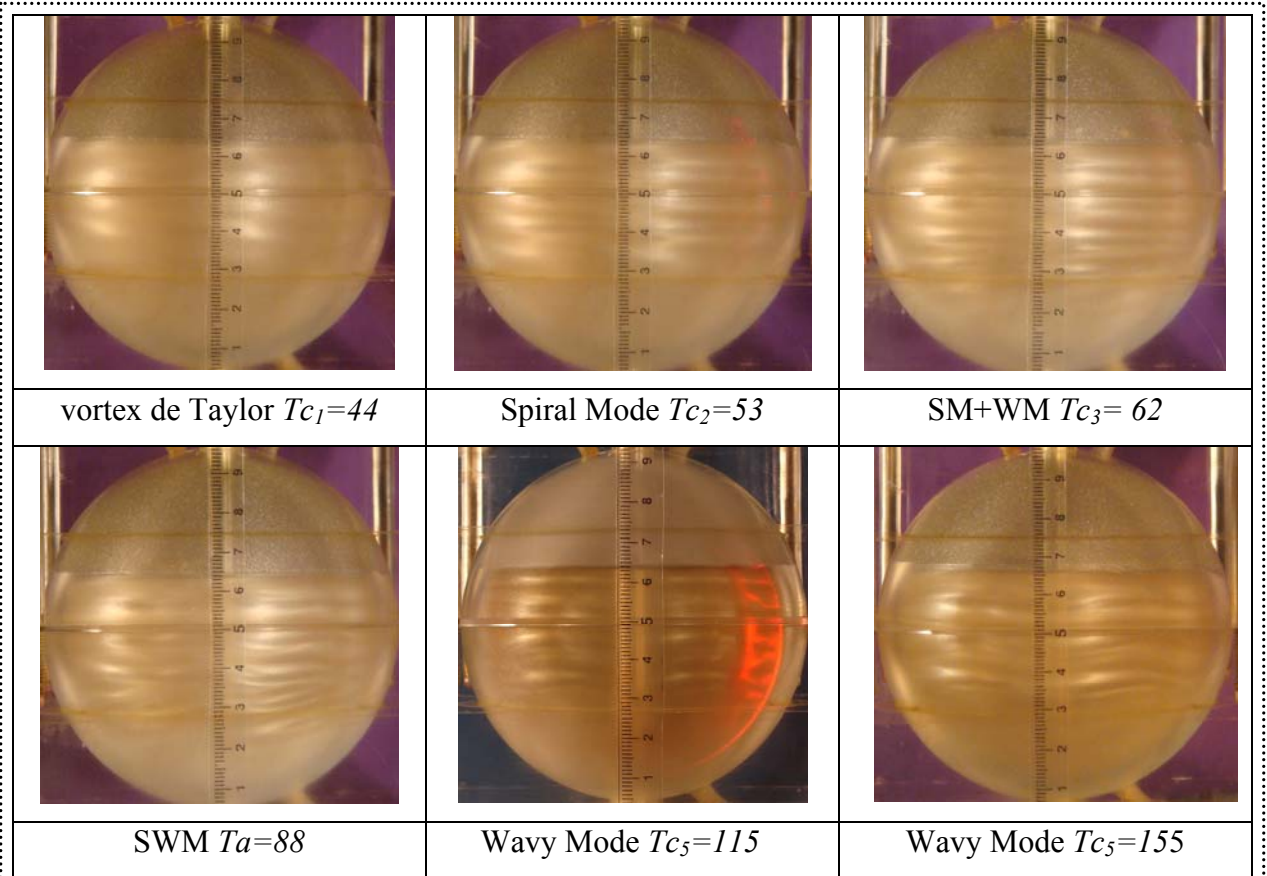
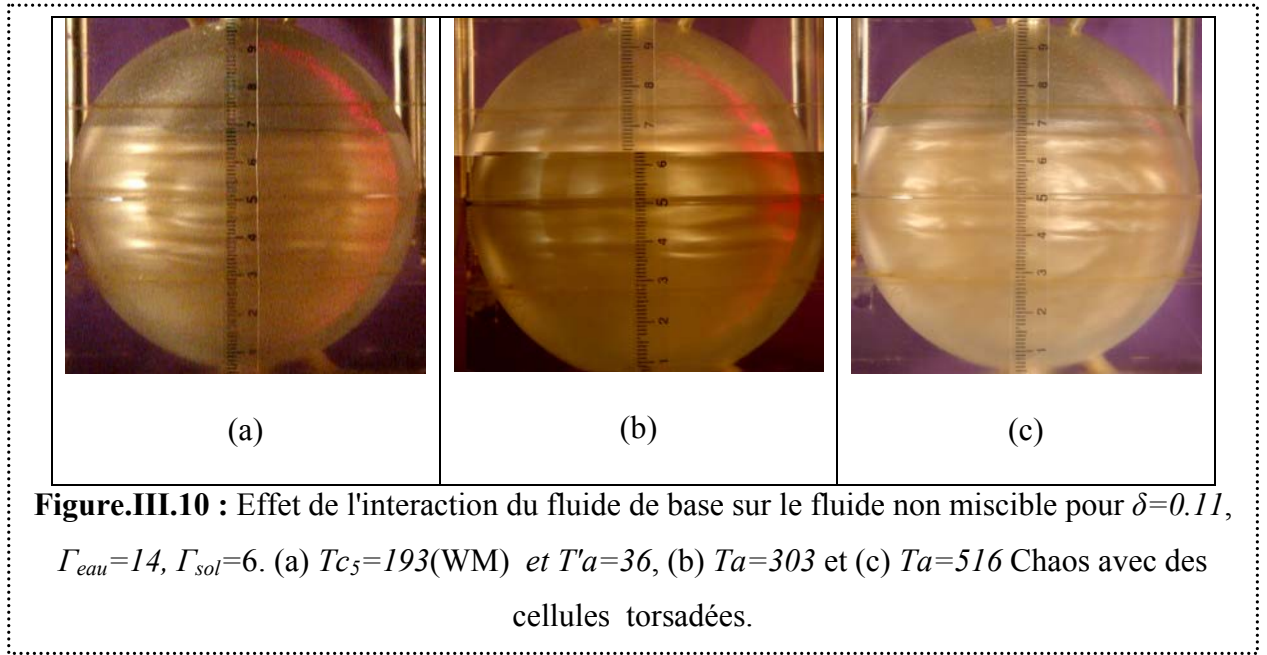
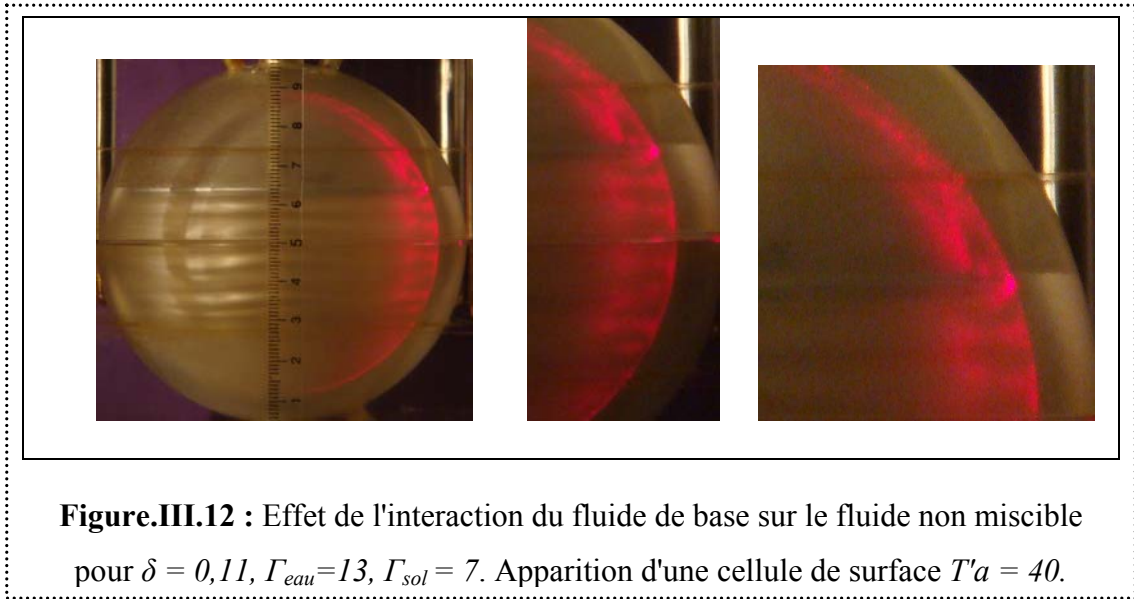


Figure.III.11 : Effet d'un fluide non miscible sur les différents états d'écoulement pour $\delta=0.11$, $\Gamma_{eau}=13$, $\Gamma_{sol}=7$ (utilisant deux fluides).



5. Eude du Cas $\Gamma_{eau}=12$

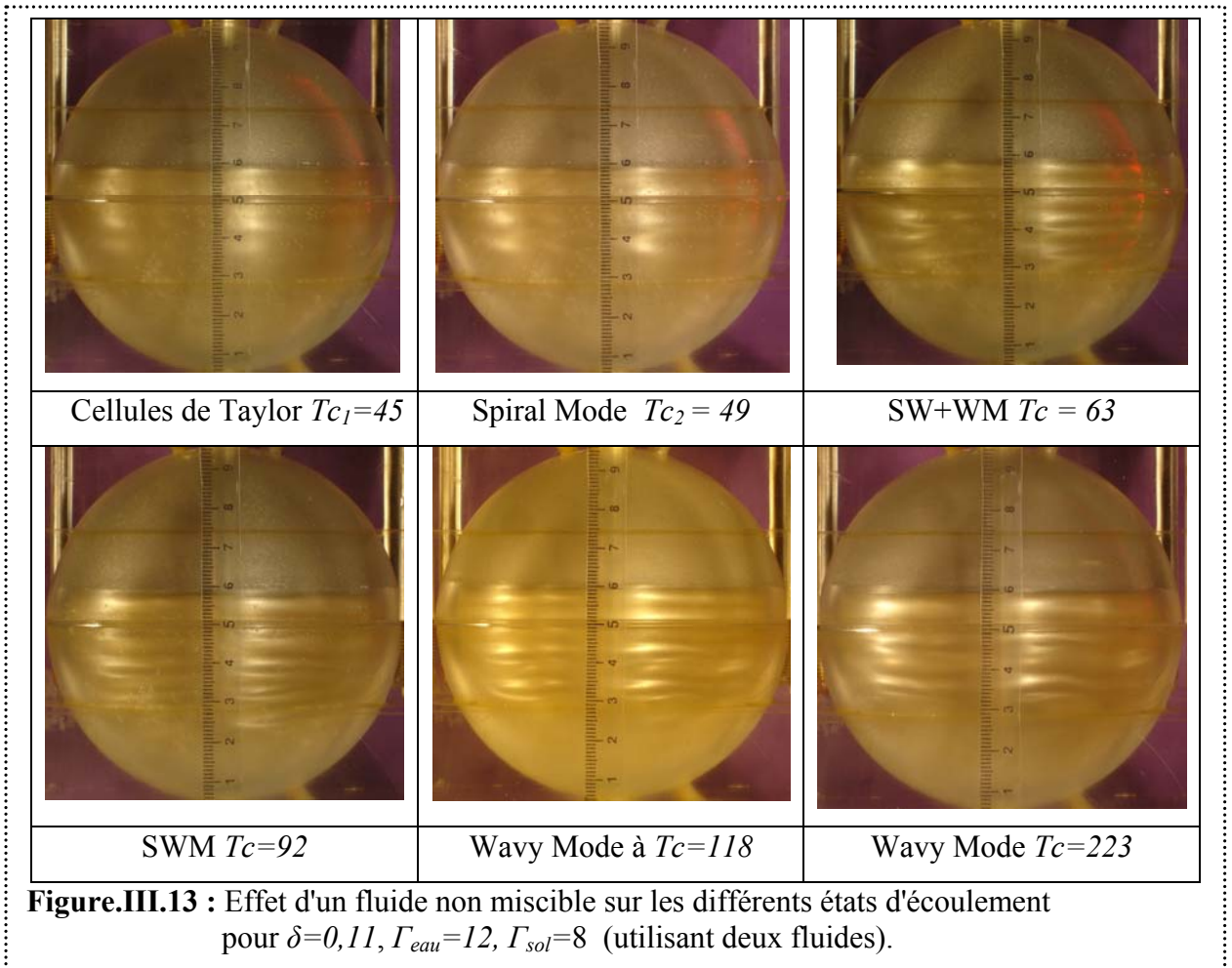
On fixe la hauteur du fluide de base à $H_{eau} = 60 \text{ mm}$ correspond à $\Gamma_{eau} = 12$ ce qui définit $\Gamma_{sol} = 8$, en conduisant la mise en régime en mode quasi-statique et on note les différentes instabilités observées.

- **Régime de transition**

- La première instabilité (TVF) axisymétrique apparaît qu'avec trois vortex de Taylor stationnaires pour une valeur critique de Taylor $Tc_1=44\pm3$.
- Le second régime de l'écoulement caractérisé par Spiral Mode se manifeste à une valeur critique $Tc_2=49\pm3$. Ce mouvement d'ondes inclinées en mode spiral n'a lieu que dans l'hémisphère sud.
- Le troisième mode non axisymétrique caractérisé par le Spiral Mode+Wavy Mode apparaît à une valeur critique $Tc_3 = 57\pm3$ et note que la cellule près de l'interface reste stationnaire.
- Le quatrième régime du mouvement se déclenche à une valeur critique du nombre de Taylor $Tc_4= 73\pm4$ caractérisant le Spiral Wavy Mode et on note que la cellule près de l'interface reste encore stationnaire.
- Le cinquième mode apparaît par l'établissement de l'onde azimutale (Wavy Mode) à une valeur critique $Tc_5=115\pm7$. On constate que la cellule observée près de l'interface commence à osciller à partir d'une valeur de $Ta = 85\pm5$.
- Le régime chaotique est atteint pour la valeur $Tc_{ch}= Tc_6 = 332 \pm 20$ et on assiste à la disparition de l'onde azimutale.

- La cellule de surface observée dans l'écoulement du fluide f superposé pour un facteur d'aspect $\Gamma_{sol} = 8$ est détectée pour une valeur de $Ta = 33 \pm 2$ et l'écoulement perd son caractère laminaire par l'établissement de la première instabilité (TVF) avec un seul vortex de Taylor à $T'c_1 = 42,77 \pm 3$ alors que le fluide de base F est en régime instationnaire (Wavy Mode $Ta = 192$).
- On note le déclenchement du Spiral Mode dans le fluide f à une valeur critique $T'c_2 = 56 \pm 3$.
- On a remarqué que le régime des cellules en spiral combinées au Wavy mode n'apparaît pas.
- Le Sipral Wavy Mode est observé à une valeur critique $T'c_4 = 59 \pm 4$ et peut être déclenché par l'ondulation de l'interface (c-à-dire l'effet du fluide de base F), ce qui n'est pas le cas du fluide situé au dessous pour la même hauteur de remplissage c'est-à-dire $\Gamma_{eau} = 8$.
- La disparition du Sipral Wavy Mode est observée à une valeur de $Ta = 316 \pm 19$.

Les principales structures observées pour ce rapport d'aspect sont représentées sur les planches suivantes (**Figures III.13 et III.14**).



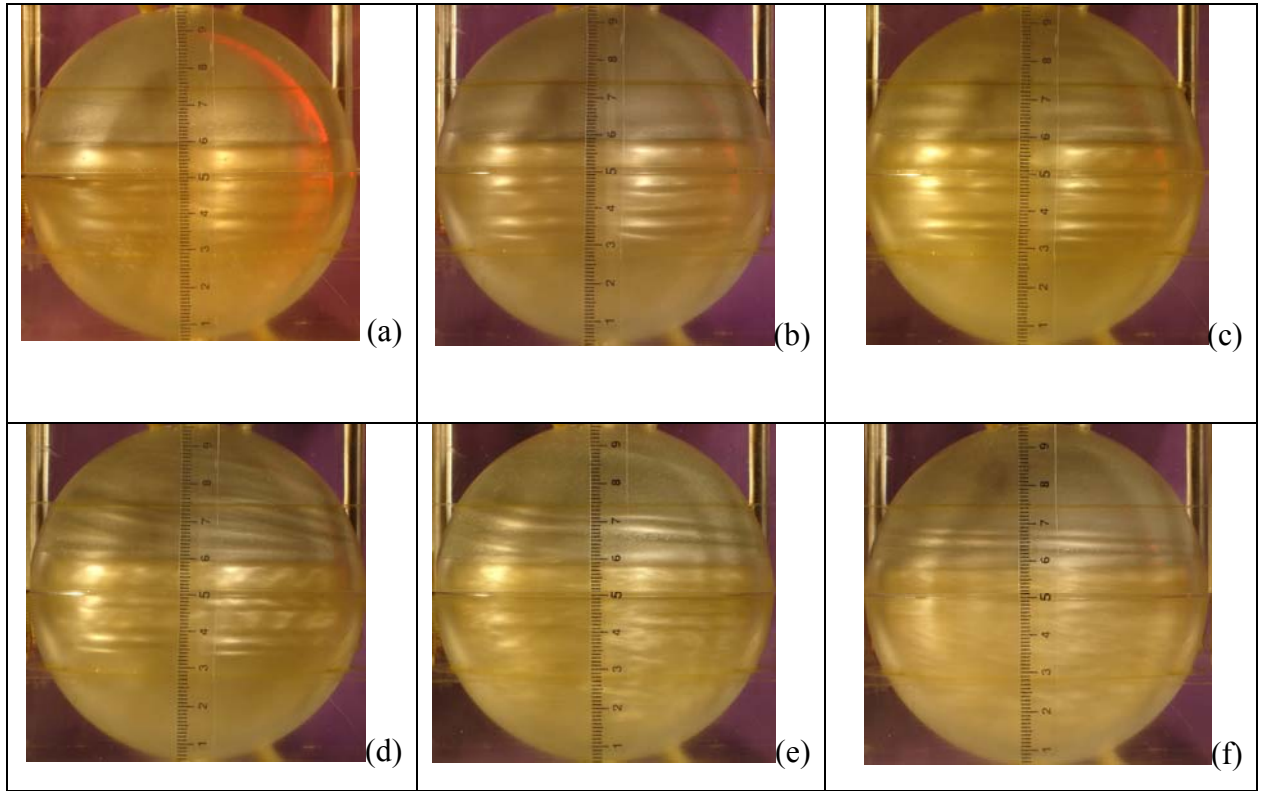


Figure.III.14 : Effet de l'interaction du fluide de base sur le fluide non miscible pour $\delta=0.11$, $\Gamma_{eau}=12$, $\Gamma_{sol}=8$. (a) $T'a=43$ (WM $Ta=224$), (b) $T'=47$ (WM $Ta=263$) (c) Spiral Mode $T'c_2=56$, (d) SWM $T'c=72$ (Chaos $Ta=398$), (e) $T'a=202$ ($Ta=943$) et (f) $T'a=316$ disparition du SWM ($Ta=1047$ dans le fluide F).

7. Eude du Cas $\Gamma_{eau}=10$

La hauteur du fluide de base est fixée à $H_{eau}=50$ mm, définissant les rapports d'aspect $\Gamma_{eau}=10 = \Gamma_{sol}$.

- **Régime de transition**

- L'apparition des vortex de Taylor ne s'effectue que dans l'hémisphère inférieure où se trouve le fluide dense, produisant une onde stationnaire près de l'équateur à une valeur critique $Tc_1=43\pm3$.
- Le mouvement des vortex en mode spiral est observé sous la forme d'une vis sans fin ou d'une hélice à une valeur critique $Tc_2=49\pm3$ qui est dû peut être au faible taux de remplissage.

- Au sein de cet espace annulaire d'écoulement on note l'inexistence du mouvement en mode Spiral Mode+Wavy Mode alors qu'il apparaissait pour les rapports d'aspect ($\Gamma_{eau} > 10$) étudiés précédemment.
- Le Spiral Wavy Mode se déclenche directement après le Spiral Mode pour une valeur critique du nombre de Taylor $Tc_4 = 61 \pm 4$.
- L'installation de l'onde azimutale caractérisée par le Wavy Mode droit est détectée à une valeur critique $Tc_5 = 96 \pm 6$ dans l'hémisphère sud.
- Le régime chaotique débute à $Tc_{ch} = Tc_6 = 371 \pm 22$.

En ce qui concerne le fluide f superposé on vise les différents phénomènes d'instabilités observées pour cette configuration d'écoulement dont $\Gamma_{sol} = \Gamma_{eau} = 10$.

- A $T'c_1 = 43 \pm 3$ on note l'apparition de deux cellules stationnaire de Taylor dans le fluide (f) non miscible.
- A $T'c_2 = 48 \pm 3$ on registre la naissance d'un mouvement spiral des cellules caractérisant le Spiral Mode.
- On marque que le régime caractérisé par le Spiral Mode+ Wavy Mode ($T'c_3$) n'apparaît pas.
- A $T'c_4 = 61 \pm 4$ on constate nettement le déclenchement du Spiral Wavy Mode indiquant que le Wavy Mode qui devait normalement lui succéder n'apparaît pas, cela est dû certainement aux effets de l'interaction des deux fluides et du facteur d'aspect.
- La disparition totale des cellules en régime Spiral Wavy Mode est examinée à une valeur de $T'c_{ch} = 256 \pm 15$.

On a sélectionné quelques photographies de cas intéressants montrant l'effet de l'interaction mutuelle entre les deux fluides non miscibles (**Figures III.15 et III.16**).

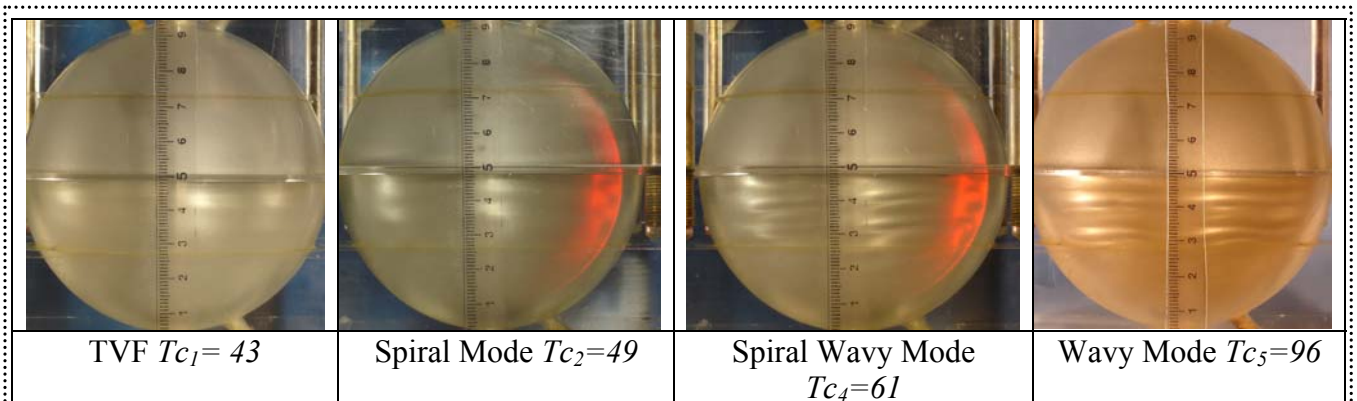
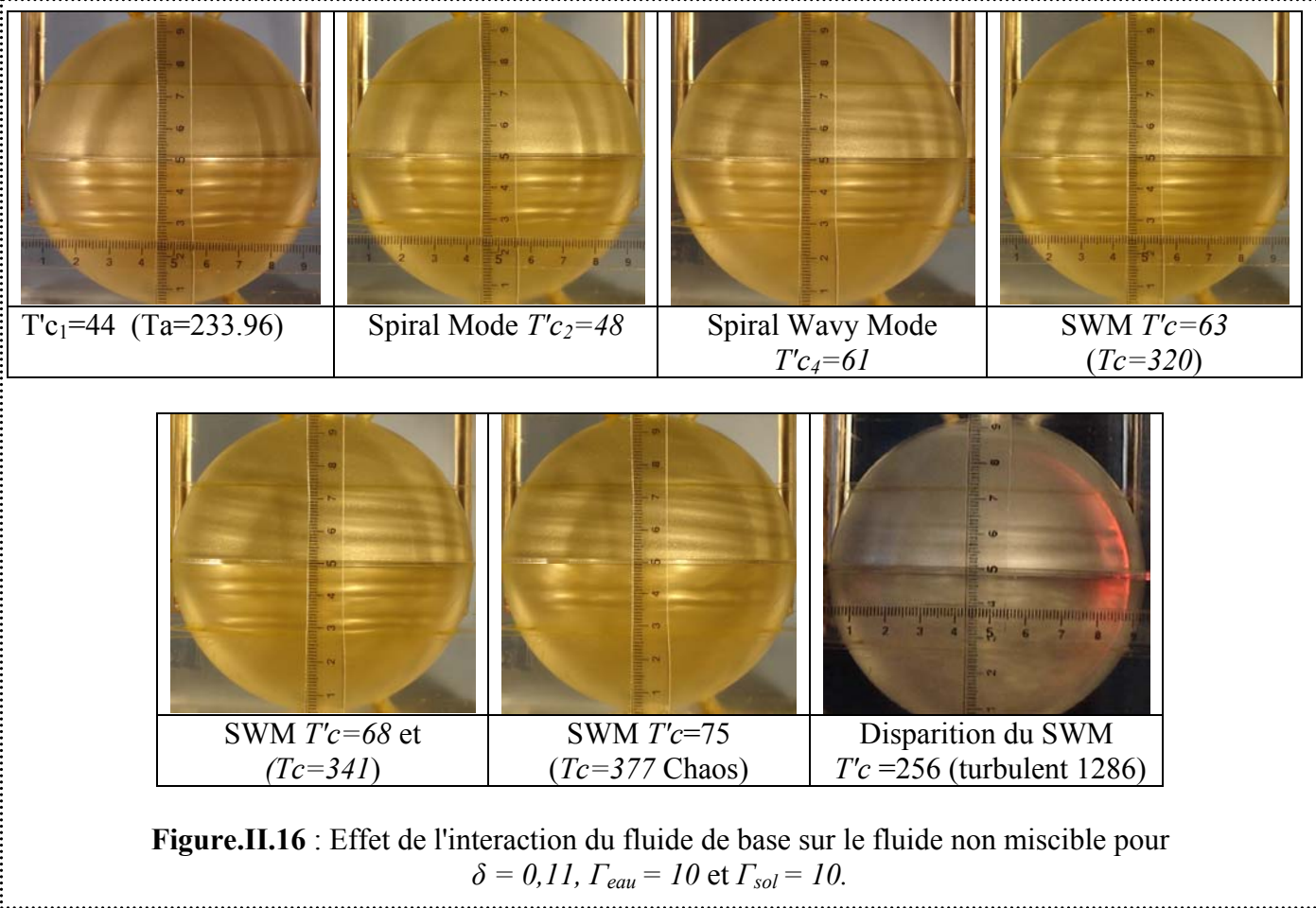


Figure.II.15 : Effet d'un fluide non miscible sur les différents états d'écoulement pour $\delta = 0,11$, $\Gamma_{eau} = 10$ et $\Gamma_{sol} = 10$.



8. Eude du Cas $\Gamma_{eau}=8$

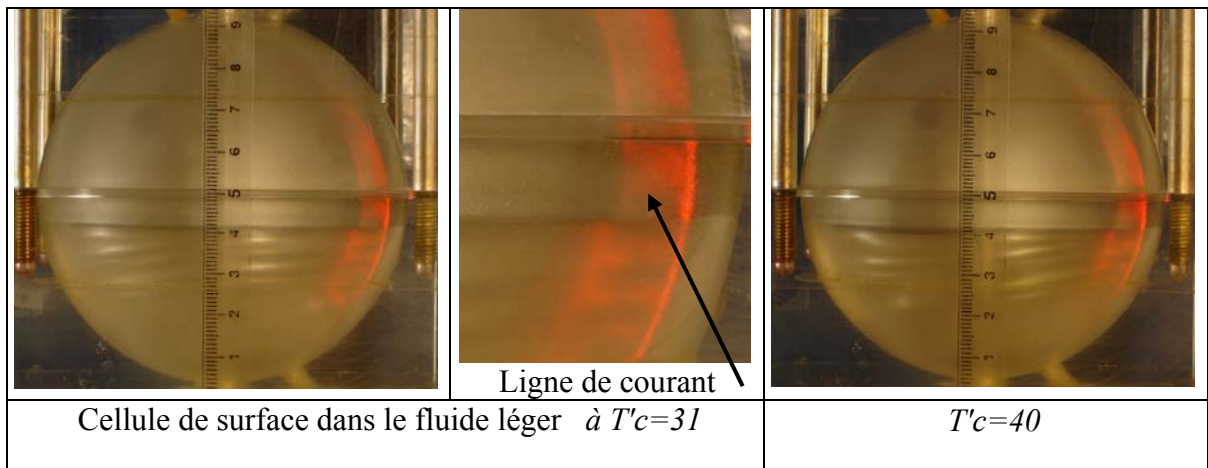
On fixe la hauteur du fluide à $H_{eau}=40$ mm correspond à $\Gamma_{eau}=8$ ce qui détermine $\Gamma_{sol}=12$ ($\Gamma_{sol}>\Gamma_{eau}$).

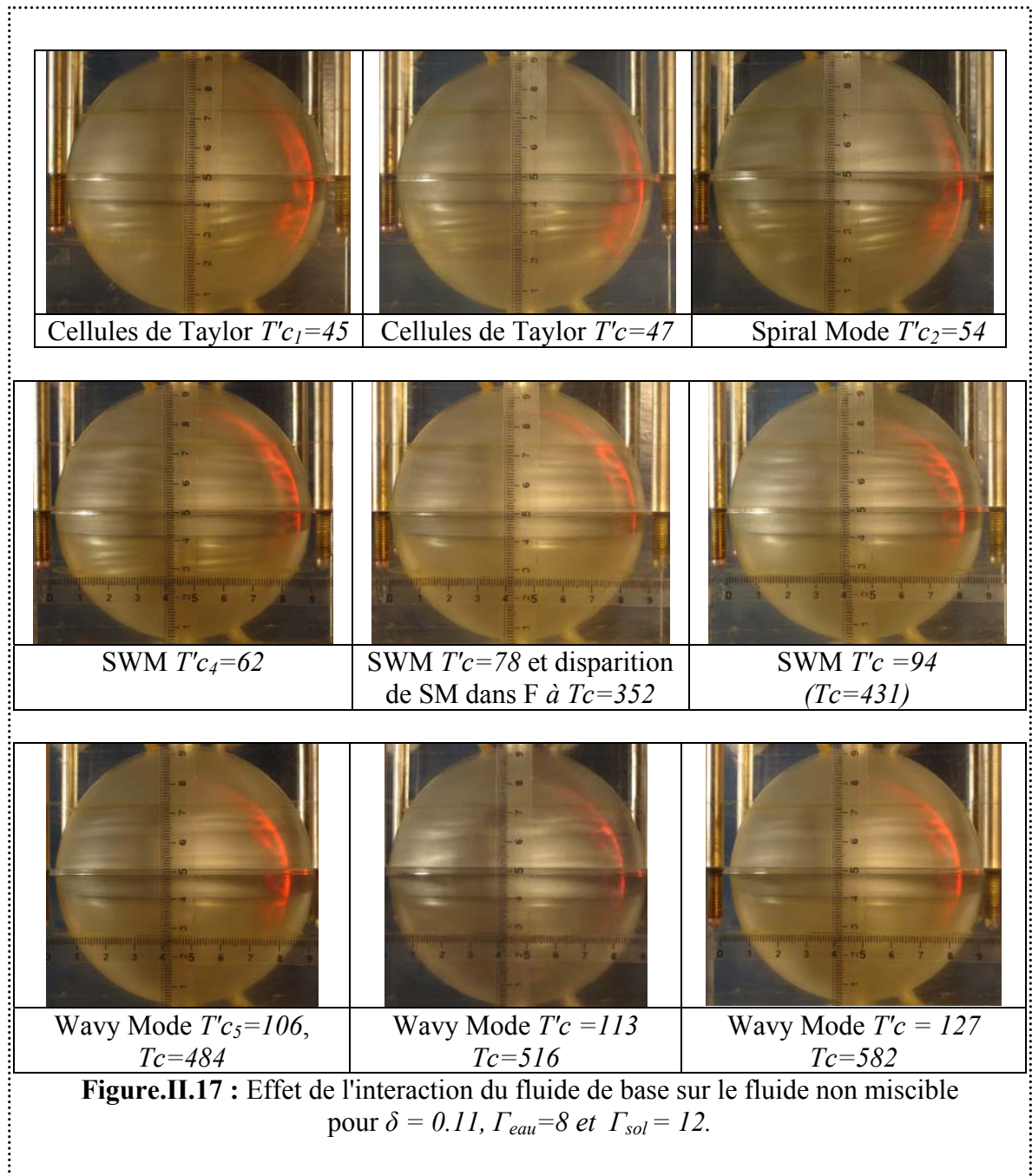
- **Régime de transition**

- On note que l'apparition d'une cellule de Taylor est détectée dans l'hémisphère inférieur pour une valeur critique $Tc_1=44\pm 3$.
- On observe un mouvement en mode spiral sous la forme d'une vis sans fin pour une valeur critique $Tc_2=55\pm 3$.
- Dans cette configuration d'écoulement, on constate que les trois régimes d'écoulement qui succèdent n'apparaissent pas.
- On enregistre la disparition du Spiral Mode à une valeur critique $Tc_{ch} = Tc_6 = 348 \pm 21$ annonçant l'apparition du régime chaotique.

Les principaux phénomènes d'instabilités observées dans le fluide superposé pour un système d'écoulement $\Gamma_{sol} = 12$ sont présentés en **figure III.17** et qu'on décrit sommairement ainsi :

- On note l'installation d'une cellule de surface dans le fluide f à une valeur de $T'a=31$.
- On note l'apparition de trois cellules stationnaires de Taylor dans le fluide f non miscible à une valeur de $T'c_1=45\pm3$ tel que les cellules observées sont inclinées ou bien on observe un rétrécissement des cellules de coté gauche et un élargissement de coté droit.
- Le mouvement spiral des cellules caractérisant le Spiral Mode apparaît à $T'c_2=54\pm3$ que dans l'hémisphère nord, au dessous de l'équateur ; les cellules situent entre l'interface et l'équateur reste stationnaire.
- On note l'inexistence du Spiral Mode+ Wavy Mode.
- Le régime caractérisé par le Spiral Wavy Mode se manifeste à une valeur de $T'c_4=62\pm4$ avec des cellules qui oscillent près de l'interface.
- Le Wavy Mode dans ce cas est observé pour une valeur de $T'c_5=106\pm6$.





III.2-1.2 Etude de l'effet d'un film non miscible sur le système d'écoulement partiellement rempli

Dans le contexte de cette étude, on met en évidence l'influence combinée d'un film test (f) non miscible et de la surface libre sur les cinq modes d'instabilités envisagés. Pour mieux comprendre la phénoménologie spécifique de l'écoulement et au mouvement à tension superficielle (étude des trois dynamiques simultanées : on a deux dynamiques interfaciales c-à-d instabilité de surface et une dynamique de volume instabilité de volume de Taylor –couette), on a réalisé les conditions du travail expérimentales à l'aide d'un fluide sous forme de film visqueux non miscible d'épaisseur variable $h = 1; 2$ et 3mm dont le facteur d'aspect $\gamma = \frac{h}{d}$ est compris dans la gamme $0.2 \leq \gamma \leq 0.6$. Les expériences ont été effectuées pour différentes valeurs du taux de remplissage $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ et les observations sont menées à l'aide d'une technique photométrique et par Laser. Ce travail expérimental a conduit aux résultats qui permettent de faire une analyse des cas étudiés.

III.2-1.3 Effet du taux de remplissage pour une épaisseur d'un film h fixée

Pour différentes situations étudiées, d'abord on fixe un taux de remplissage $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ du fluide de base et par-dessus on met séparément une nappe fixée d'un film visqueux non miscible d'épaisseur variable $h = 1; 2$ et 3mm afin de mettre les effets éventuels de la surface libre sur la structure d'écoulement en faisant varier le nombre de Taylor.

1. Etude du cas $\Gamma_{eau}=19$

a) cas d'un système d'épaisseur $h=1\text{mm}$:

Dans ce cas et en position verticale on fixe la hauteur du fluide à $H_{eau}=95\text{mm}$ qui correspond à $\Gamma_{eau}=19$ où le taux de remplissage est proche de l'écoulement en charge. Et au-dessus on met une couche de 1mm d'un fluide visqueux non miscible définie par le facteur d'aspect $\gamma=0.2$. On a opéré selon les conditions d'essais décrites auparavant et par la suite on a mentionné les observations suivantes qui ont permis de mettre en évidence les différents modes d'instabilité.

❖ Pour une gamme de Taylor défini dans l'intervalle $0 \leq Ta < T_{c1}$ le régime d'écoulement laminaire de base est stable et aucune perturbation n'apparaît.

En poursuivant progressivement nos essais, on obtient un régime laminaire axisymétrique perturbé correspondant à la première instabilité qui s'établit pour une valeur critique de Taylor (cellules de Taylor) $Ta=Tc_1=43$ avec 4 cellules de Taylor (deux ondes de Taylor).

❖ En faisant augmenter la vitesse de façon quasi-statique on enregistre l'apparition de la deuxième instabilité " le Spiral Mode" à une valeur critique de Taylor $Tc_2= 47,35$ qui se traduit par un mouvement en spirale des cellules de Taylor, inclinées de 2° à 10° par rapport à l'équateur.

❖ En procédant de la même manière jusqu'à l'installation d'un régime non axisymétrique formé d'une onde stationnaire près de l'équateur et des ondes spirales constituant " le Mode Spiral + le Wavy Mode" pour une valeur critique $Tc_3= 54$.

❖ En poursuivant l'augmentation du nombre de Taylor jusqu'à une valeur critique $Tc_4=62$ on assiste au déclenchement total d'un régime d'onde circumférentielle combiné au "Mode spiral + Spiral Wavy Mode".

❖ En augmentant d'avantage la vitesse angulaire jusqu'au moment où le Wavy Mode droit s'opère ; ce mode d'instabilité est détecté pour une valeur critique du nombre de Taylor $Tc_5= 196$.

b) cas d'un système d'épaisseur $h=2$ et 3 mm :

On procède pratiquement de la même manière que précédemment sauf, à chaque fois on fixe séparément la hauteur du fluide de base ou l'épaisseur de film test (f) à 2 et 3mm pour chaque situation étudiée. On commence du régime laminaire suivant les conditions imposées pour reproduire les différents modes d'instabilité (**Figure.III.18**). Les données expérimentales sont résumées dans le tableau suivant :

	Γ_{eau}	Tc_1	Tc_2	Tc_3	Tc_4	Tc_5
$H=95\text{mm}$	$19(2\text{mm})$	43,61	49,48	54,51	63,73	193
	$19(3\text{mm})$	43,84	49,14	54,31	63,88	192
$H=95\text{mm}$	$19(\text{sans film})$ Résultats obtenu par T.Tamsaout [51]	44.4	50.05	55.5	64.12	200

Tableau.III.1 : les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisants les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour $\Gamma_{eau}=19$ et $h=2$ et 3mm .

2. Etude du cas $\Gamma_{eau}=18$

a) cas d'un système d'épaisseur $h=1,2$ et $3mm$:

Afin de déterminer les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisant les différents régimes d'écoulement rencontrés dans cette configuration pour un facteur d'aspect donné $\Gamma_{eau}=18$ et $h=1,2$ et $3mm$. On procède de la même façon que pour $\Gamma_{eau}=19$. On résume les résultats obtenus comme suit dans le tableau. 2 :

	Γ_{eau}	Tc_1	Tc_2	Tc_3	Tc_4	Tc_5
$H=90mm$	$18(1mm)$	43.67	48.77	56,12	63.86	195,23
	$18(2mm)$	43.85	49.89	56,65	64,36	194,64
	$18(3mm)$	43.82	49.96	56,21	64,68	193
$H=90mm$	$18(sans\ film)$	43.86	49.2	55.93	63.2	194
	Résultats obtenu par T.Tamsaout [51]					

Tableau.III. 2 : les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisant les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour $\Gamma_{eau}=19$ et $h=2$ et $3mm$.

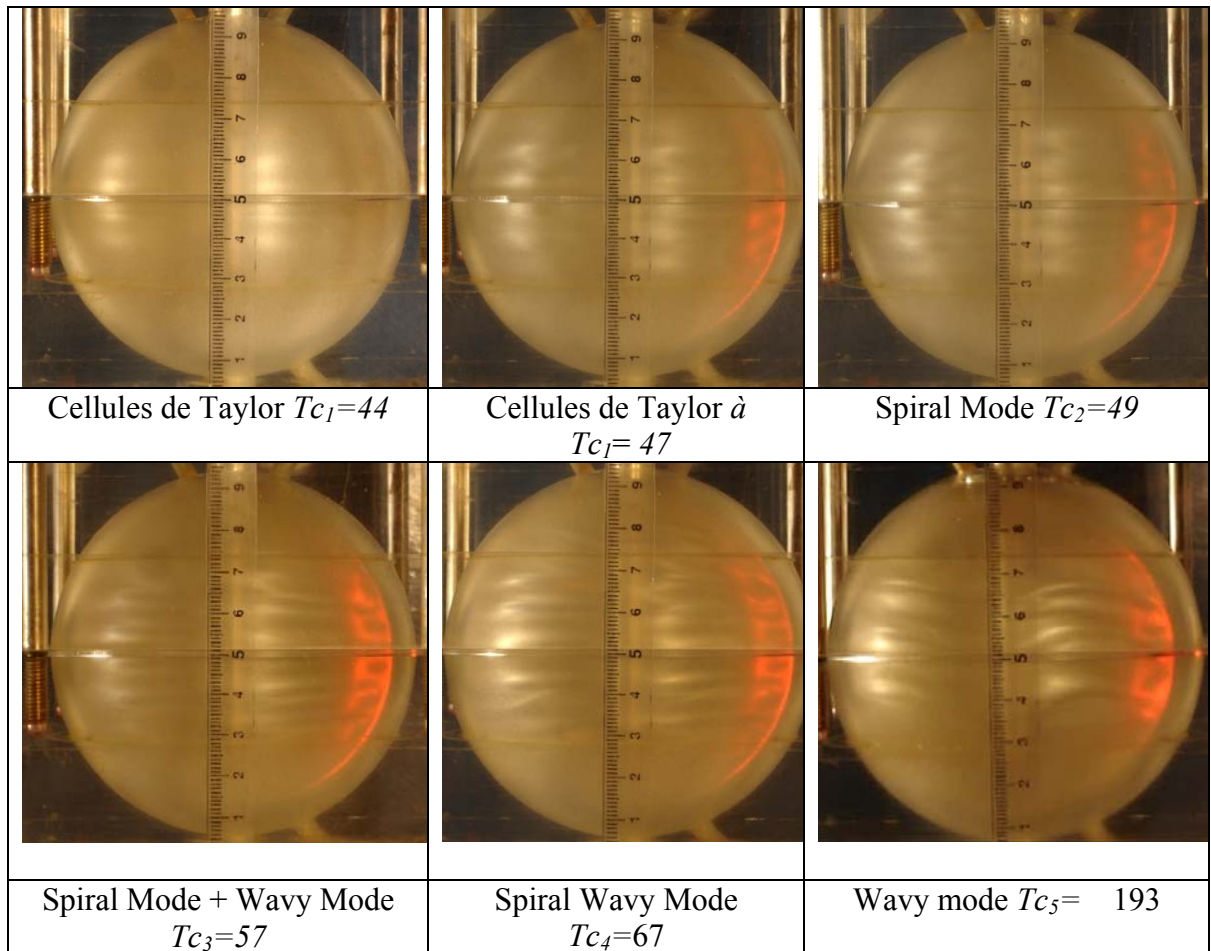


Figure.III.18 : Effet d'un film test (f) non miscible d'épaisseur $h=3mm$ sur les différents états d'écoulement de base (eau) pour $\delta=0,11$; $\Gamma_{eau}=19$.

3. Etude du cas $\Gamma_{eau}=16$

a) cas d'un système avec une épaisseur $h=1mm$:

Dans ce cas d'expérience on fixe exprimé le rapport d'aspect $\Gamma_{eau}=16$ et on ajoute une couche d'un fluide non miscible sous forme de film test. On augmente progressivement la vitesse angulaire et on décrit les différents régimes d'instabilité observés.

- ❖ le régime d'écoulement laminaire de base est stable caractérisé par le nombre de Taylor dans l'intervalle $0 \leq Ta < T_{c1}$.
- ❖ l'apparition de la première instabilité est détectée à $T_{c1}=44$ avec deux ondes stationnaires de Taylor.
- ❖ L'installation de mouvement spiral des vortex de Taylor qui sont inclinés de 2° à 10° par rapport à l'équateur est notée à une valeur critique $T_{c2}=49$.
- ❖ L'observation du Spiral Mode +Wavy Mode est enregistrée pour un nombre de Taylor critique $T_{c3}=54$.
- ❖ L'établissement total du Spiral Wavy Mode se déclenche à $T_{c4}=63$.
- ❖ Le Wavy Mode apparaît pour un nombre de Taylor critique $T_w=T_{c5}=181$.

b) cas d'un système avec les épaisseurs $h=2$ et $3 mm$:

On procède de la même manière que précédemment. On recense les divers régimes existants durant la transition Laminaire - turbulent en utilisant une couche de 2mm et ensuite une couche de 3mm (**Figure.III.19**). Les résultats obtenus sont rapportés dans le tableau.III.3

	Γ_{eau}	T_{c1}	T_{c2}	T_{c3}	T_{c4}	T_{c5}
$H=80mm$	$16(1mm)$	43,6	49,39	53,64	62.83	180.65
	$16(2mm)$	43,97	49.11	54,34	62.84	181.6
	$16(3mm)$	44,16	49,32	53,57	63,1	180,23
	$16(sans film)$					
$H=80mm$	Résultats obtenu par T.Tamsaout [51]	45.16	50.48	55.19	62.89	177

Tableau.III. 3 : les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisants les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour $\Gamma_{eau}=16$ et $h=1, 2$ et $3mm$.

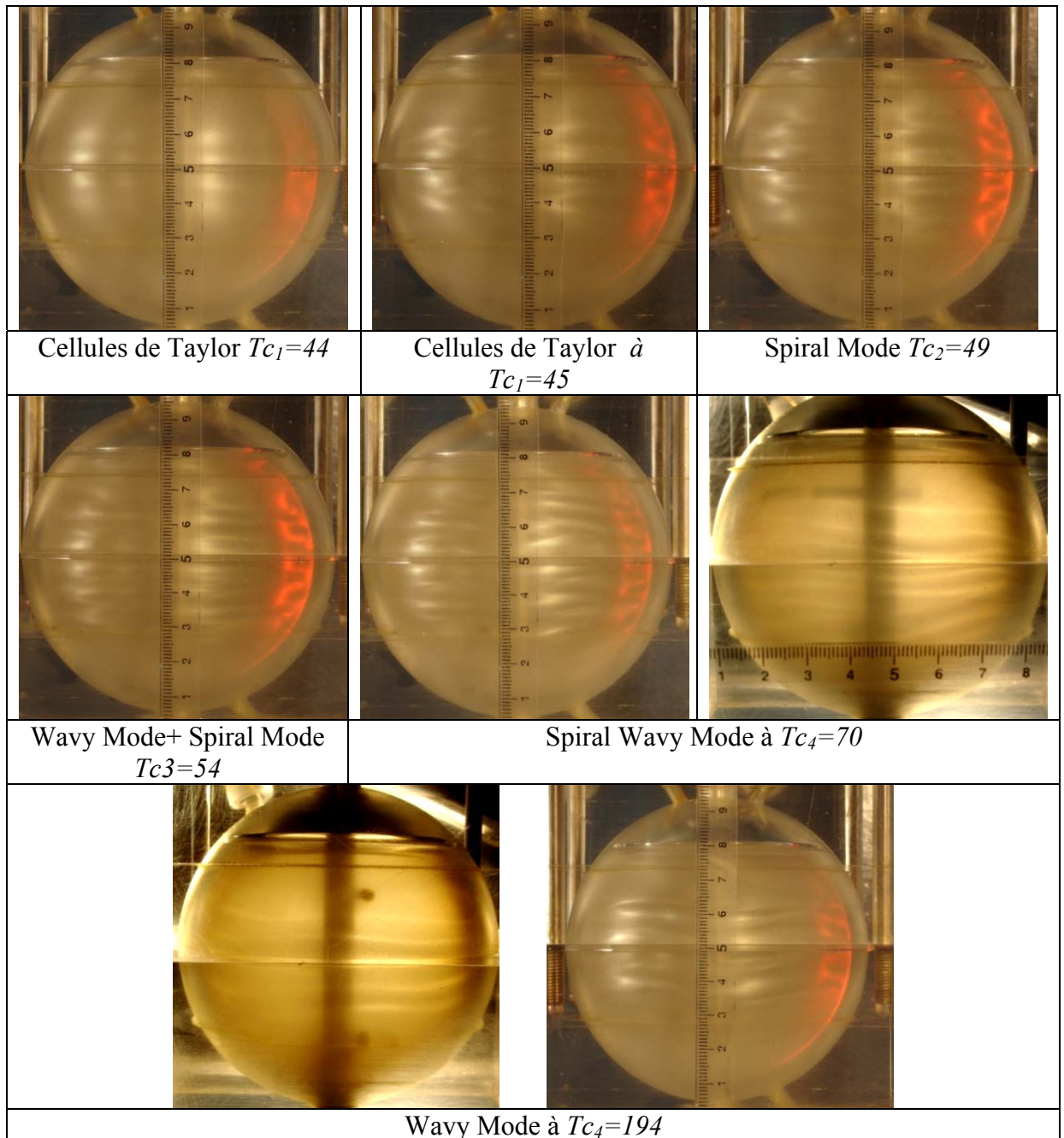


Figure.III.19 : Effet d'un film test (f) non miscible d'épaisseur $h=3mm$ sur les différents états d'écoulement de base (eau) pour $\delta=0.11$, $\Gamma_{eau}=16$.

4. Etude du cas $\Gamma_{eau}=13$

a) cas d'un système avec une épaisseur $h=1mm$:

On impose une hauteur de remplissage $H=65mm$ ($\Gamma_{eau}=13$) et au dessus une couche h de 1mm. Cette étude a donné lieu aux observations suivantes :

- ❖ Le régime d'écoulement laminaire de base est stable, caractérisé par le nombre de Taylor dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1$
- ❖ A cette hauteur on note la rupture de la symétrie au plan équatoriale et la première instabilité n'apparaît qu'avec trois cellules de Taylor stationnaires à $Tc_1=44$.
- ❖ Le Spiral Mode ne s'installe que dans l'hémisphère sud à une valeur critique $Tc_2=54$.
- ❖ Le mouvement Spiral Mode + Wavy Mode apparaît pour un nombre de Taylor critique $Tc_3=61$.
- ❖ L'établissement total du Spiral Wavy Mode s'effectue à $Tc_4=69$.
- ❖ Le Wavy Mode apparaît au nombre de Taylor critique $Tc_5=101$.

b) cas d'un système avec les épaisseurs $h=2$ et $3 mm$:

Dans cette étude on s'est fixé un taux de remplissage Γ_{eau} et on utilise successivement les épaisseurs $h=2$ et $3 mm$. Chaque cas est comparé au système d'écoulement à surface libre sans un film. Les résultats obtenus sont rapportés dans le tableau.III.4 et la Figure.III.20

	Γ_{eau}	Tc_1	Tc_2	Tc_3	Tc_4	Tc_5
$H=65mm$	$13(1mm)$	44.03	53,67	60,6	69,35	100.91
	$13(2mm)$	43,84	53,52	60,35	69,07	100.29
	$13(3mm)$	43,97	54,12	60,88	69.53	100.04
$H=65mm$	13 (sans film) Résultats obtenus par T.Tamsaout [51]	44.71	53.27	59.98	71,16	200

Tableau.III. 4 : les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisants les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour $\Gamma_{eau}=13$ et $h=1, 2$ et $3mm$.

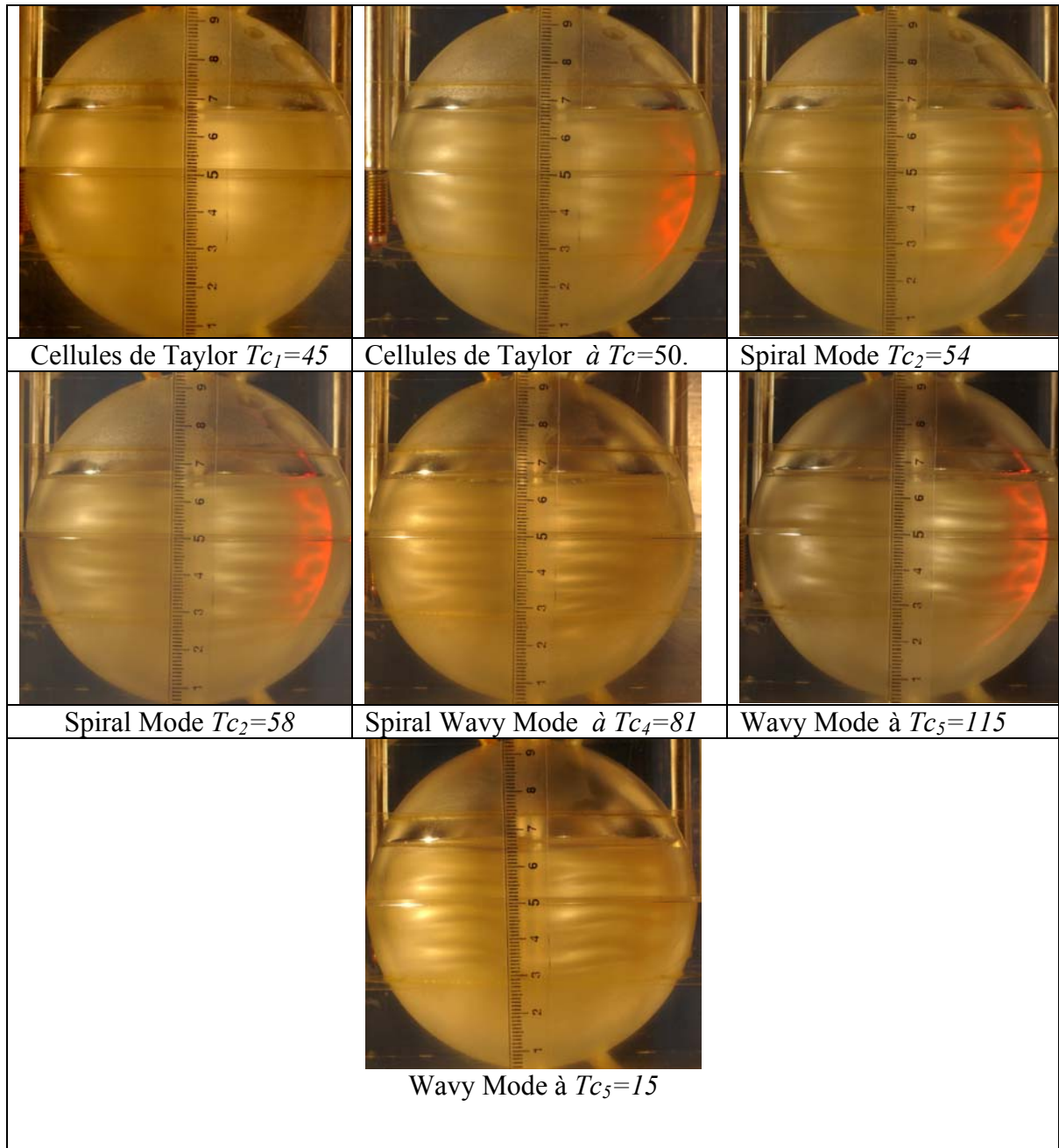


Figure.III.20 : Effet d'un film test (f) non miscible d'épaisseur $h=3mm$ sur les différents états d'écoulement de base (eau) pour $\delta=0.11$, $\Gamma_{eau}=13$.

3. Etude du cas $\Gamma_{eau}=10$

a) cas d'un système avec une épaisseur $h=1mm$:

La hauteur de remplissage indiquée est de $H_{eau}=50mm$ correspond à $\Gamma_{eau}=10$ et l'épaisseur du film vaut $h=1mm$.

- ❖ Le régime d'écoulement laminaire de base est stable caractérisé par le nombre de Taylor dans l'intervalle $0 \leq Ta < Tc_1$.
- ❖ On note l'apparition de la première instabilité (TVF) à $Tc_1=44$ avec une onde stationnaire de Taylor.
- ❖ Le mouvement en spirale des cellules de Taylor s'installe (Spiral Mode) à une valeur critique $Tc_2=47$.
- ❖ Un fait remarquable concerne le Spiral Mode +Wavy Mode celui-ci n'apparaît pas.
- ❖ L'établissement total du Spiral Wavy Mode est observé à $Tc_4=54$.
- ❖ Le Wavy Mode apparaît pour un nombre critique de Taylor $Tc_5=100$.

b) cas d'un système avec les épaisseurs $h=2$ et $3 mm$:

Au cours de nos expériences on a déterminé les valeurs des nombres de Taylor critiques relatifs aux différents modes observés (**Figure.III.21**). Les mesures sont présentées dans le tableau.III.5 :

	Γ_{eau}	Tc_1	Tc_2	Tc_3	Tc_4	Tc_5
$H=50mm$	$10(1mm)$	43,76	46,94	/	54,1	99,76
	$10(2mm)$	44,29	46,75	/	54,95	100,39
	$10(3mm)$	43,85	46,38	/	54,81	100,49
$H=50mm$	$10 (sans film)$ Résultats obtenu par T.Tamsaout [51]	43.8	46.37	/	55.45	198

Tableau.III.5: les valeurs des nombres de Taylor critiques caractérisants les différents régimes de la transition laminaire- turbulent pour $\Gamma_{eau}=10$ et $h=1, 2$ et $3mm$.

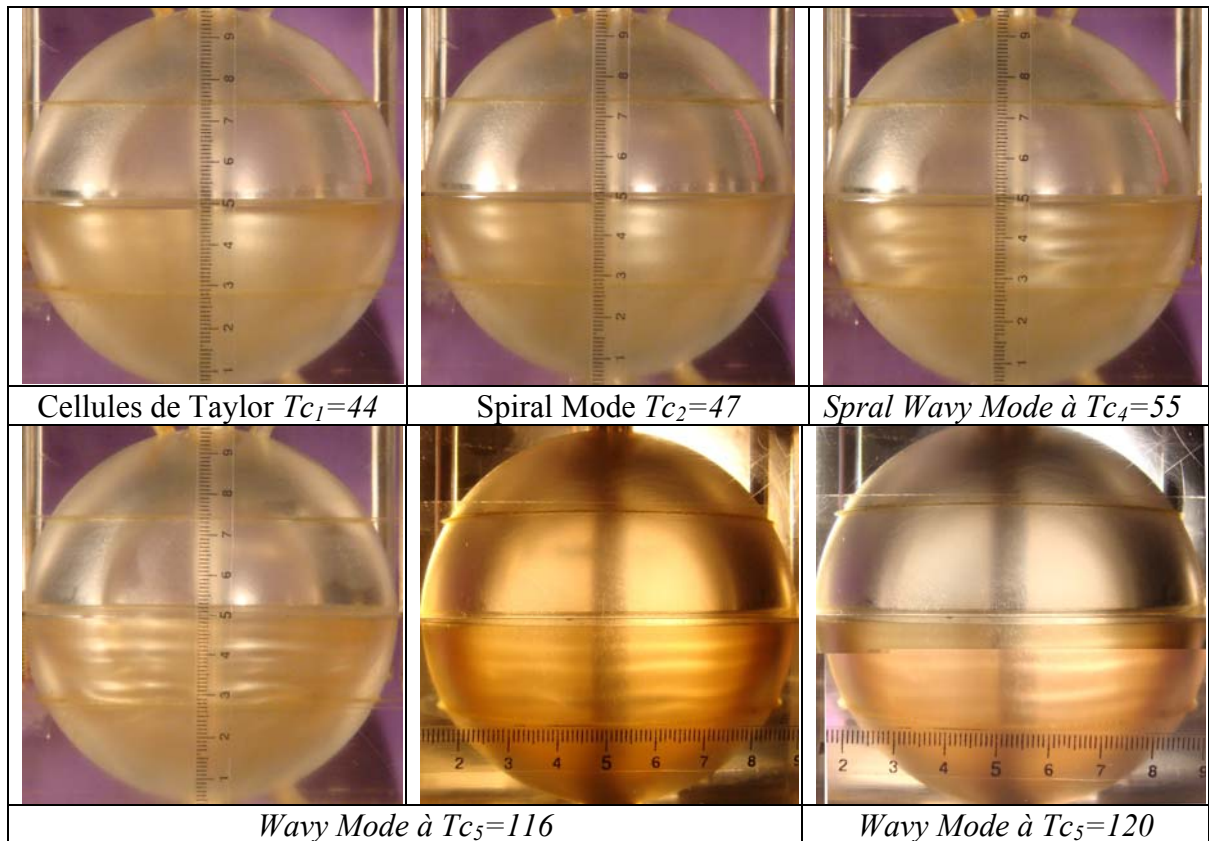


Figure.III.21 : Effet d'un film test (f) non miscible d'épaisseur $h=2\text{mm}$ sur les différents états d'écoulement de base (eau) pour $\delta=0.11$, $\Gamma_{eau}=10$.

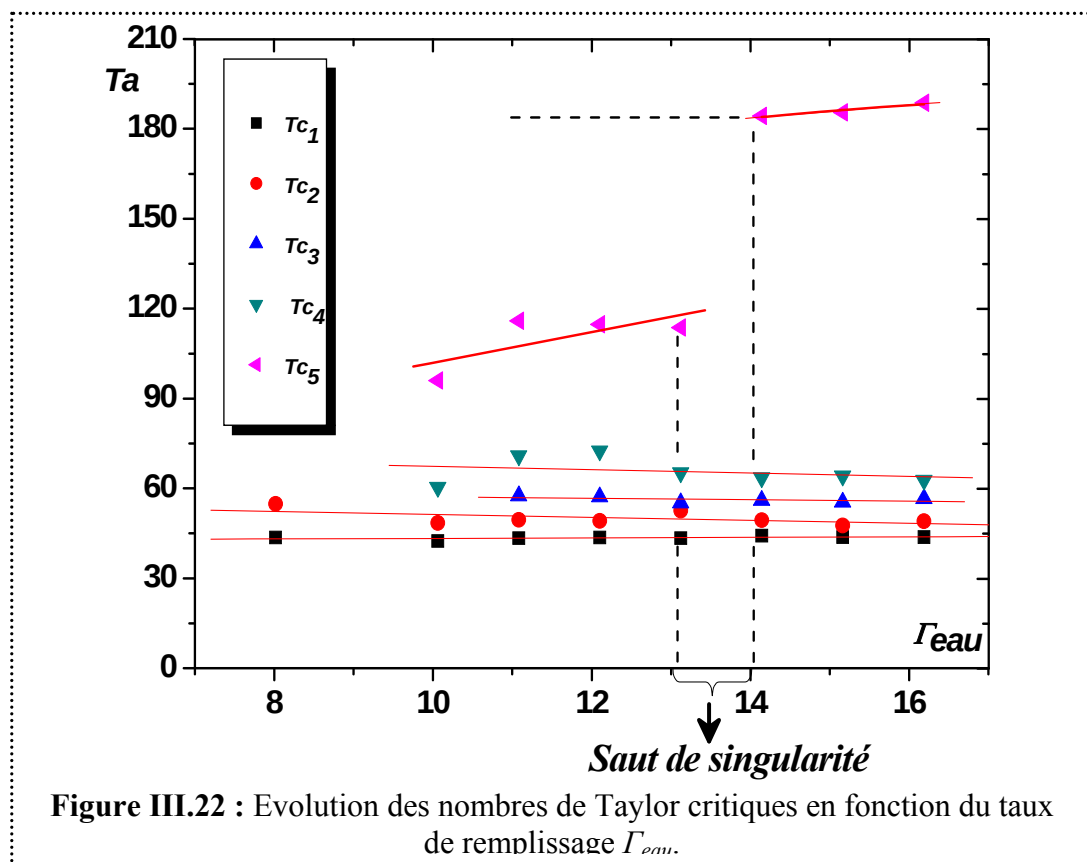
III.3.ANALYSE QUANTITATIVE AU MOYEN DE LA PHOTOMETRIE

III.3-1 Détermination des nombres critiques de Taylor et des paramètres internes de l'écoulement sous l'effet du rapport d'aspect Γ_{eau}

Le traitement par photométrie des résultats des différentes expériences réalisées au moyen de la technique de visualisation a permis d'étudier l'effet des rapports d'aspect sur les valeurs des nombres critiques de Taylor caractéristiques des régimes d'écoulement observés, l'évolution de la longueur d'onde, du nombre d'onde et de la vitesse de phase de l'onde circonférentielle. Dans un premier stade on s'intéresse à l'étude des instabilités qui apparaissent dans l'eau (fluide dense).

A- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur les valeurs des nombres critiques de Taylor.

En augmentant la vitesse de rotation de la sphère intérieure de façon quasi statique on a pu déterminer les valeurs du nombre de Taylor correspondant à l'apparition de chaque nouvelle structure au sein de l'écoulement. Pour les rapports d'aspect imposés, nos observations sont répétées plusieurs fois afin de s'assurer de la nature et du seuil du régime d'écoulement et aussi de la précision sur la mesure de la vitesse ou du nombre de Taylor. Dans ces conditions on a pu étudier l'évolution des différents nombres critiques de Taylor Tc_i ($i=1, 2, 3, 4$ et 5) et qu'on représente sur la figure suivante (**Figure.III.22**)



D'après ces résultats on remarque que l'évolution des quatre premiers nombres de Taylor critiques liés à l'apparition des instabilités en fonction du facteur d'aspect Γ_{eau} demeure sensiblement constante dans toute la gamme étudiée $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$.

Lorsque Γ_{eau} diminue on note la disparition progressive des régimes d'écoulement liés aux nombres critiques Tc_3 et Tc_4 tel que Tc_3 à $\Gamma_{eau}=10$ et Tc_3, Tc_4 à $\Gamma_{eau} = 8$.

Par contre, l'évolution du cinquième nombre de Taylor Tc_5 relatif à l'apparition du Wavy Mode (ondes instationnaires) est régie par deux lois polynomiales différentes. On est en présence de deux mécanismes. On peut dire une explication que le processus d'apparition

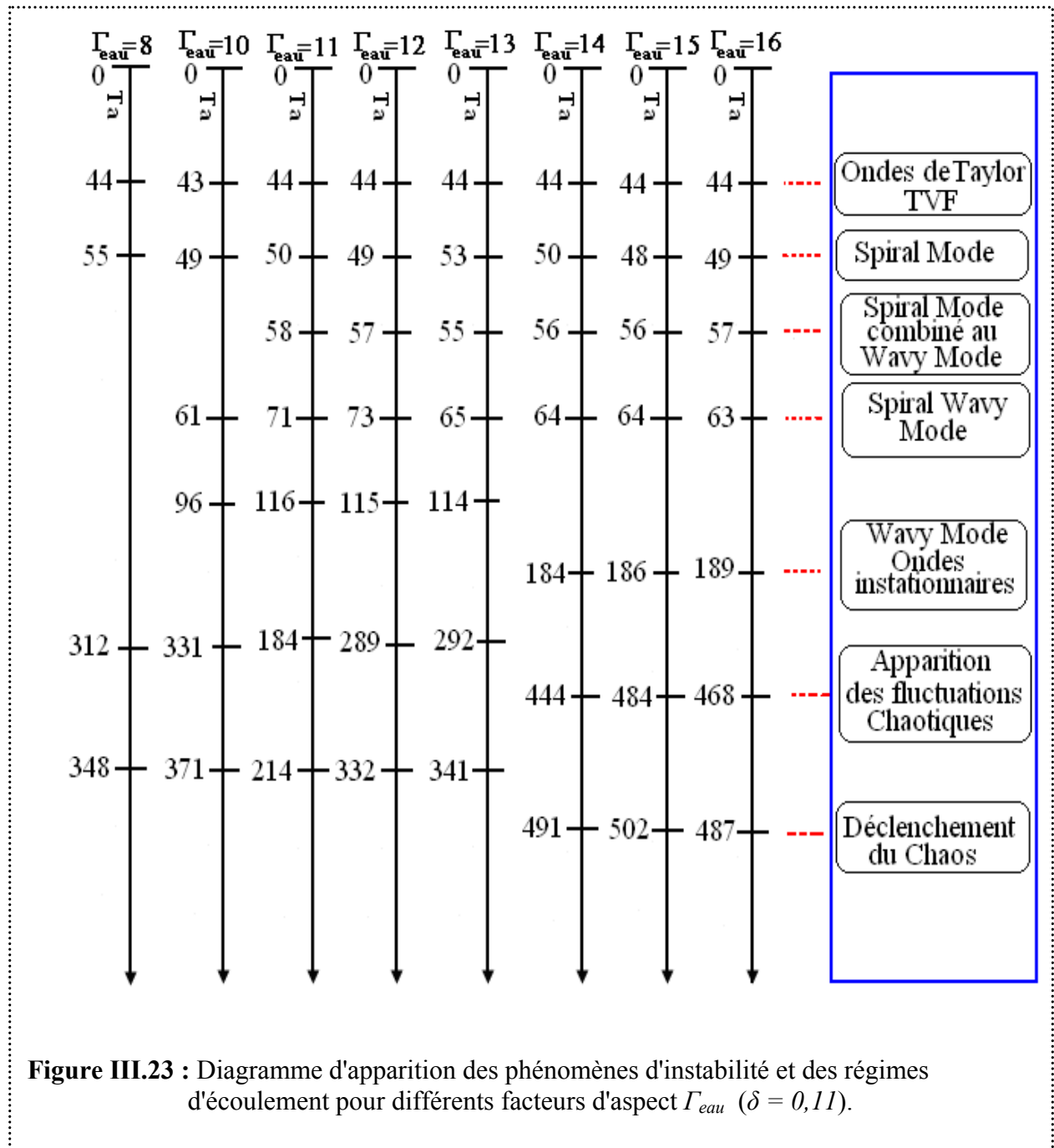
du régime instationnaire caractérisant le Wavy Mode est accéléré en diminuant Γ_{eau} particulièrement dans l'intervalle $10 \leq \Gamma_{eau} \leq 13$. L'intérêt de cette évolution met en évidence l'existence d'une hauteur critique $\Gamma_{c_{eau}}=13$ définissant la limite maximum par rapport au plan équatorial où se produit un saut considérable.

Le traitement de données photométriques a conduit à l'établissement des lois de variation des nombres de Taylor critiques Tc_i liés à l'apparition des instabilités en fonction du facteur d'aspect Γ_{eau} que l'on consigne dans le tableau suivant. Les constantes sont déterminées par ajustement sur les courbes expérimentales.

Seuils critiques	Tc_1 Première instabilité (Ondes de Taylor)	Tc_2 Spiral Mode	Tc_3 Spiral Mode +Wavy Mode
Loi de comportement	Loi linéaire $Tc_1(\Gamma_e) = A_1 + B_1 * \Gamma_e$ $A_1 = 42,5179$ $B_1 = 0,0908$	Loi linéaire $Tc_2(\Gamma_e) = A_2 + B_2 * \Gamma_e$ $A_2 = 56,5206$ $B_2 = -0,5102$	Loi linéaire $Tc_3(\Gamma) = A_3 + B_3 * \Gamma$ $A_3 = 59,8597$ $B_3 = -0,2525$
Seuils critiques	Tc_4 Spiral Wavy Mode	Tc_5 Wavy Mode	Tc_5 Wavy Mode
Loi de comportement	Loi linéaire $Tc_4(\Gamma_e) = A_4 + B_4 * \Gamma$ $A_4 = 73,078$ $B_4 = -0,5621$	loi polynomiale $Tc_5(\Gamma) = A_5 + B_5 * \Gamma$ $A_5 = 50.29$ $B_5 = 5.2$ $10 \leq \Gamma \leq 13$	loi polynomiale $Tc_5(\Gamma) = A'_5 + B'_5 * \Gamma$ $A'_5 = 153.4$ $B'_5 = 2.19$ $14 \leq \Gamma \leq 16$

Tableau III.6 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Tc_i en fonction du rapport pour différents facteurs d'aspect Γ_{eau} .

De la même manière on a établi un diagramme (**Figure III.23**) qui récapitule l'apparition des différents types d'instabilités et le domaine d'existence des régimes d'écoulement pour différents facteur d'aspect Γ_{eau} avec un jeu radial $\delta = 0,11$.



B- Etude de l'évolution des nombres critiques de Taylor Tc_i en régime de transition pour un rapport des taux de remplissage donné $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$

Dans cette partie de notre étude expérimentale le taux de remplissage du fluide superposé Γ_{sol} est relativement important dans le cas d'un système d'écoulement en charge, l'ensemble des phénomènes se produit alors sous l'effet de la gravité. Il s'agit d'étudier l'évolution des nombres de Taylor critiques associés à chaque régime d'écoulement de base (eau) pour un facteur d'aspect Γ_{eau} donné soumis à l'effet du facteur d'aspect d'un fluide non miscible Γ_{sol} fixé. On vise à mettre en lumière l'effet combiné des deux hauteurs, traduit par un rapport des taux de remplissage $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$, sur l'évolution des nombres critiques de Taylor Tc_i en fonction de $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$ et prévoir leur comportements en régime de transition. A partir de ces résultats **Figure III.22** on a pu représenter l'évolution du nombre de Taylor critique lié à l'apparition de chaque régime d'écoulement en fonction du rapport des taux de remplissage $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$ (**Figure III.24**)

Il est remarquable de noter que les quatre premiers nombres critiques de Taylor représentant les différents régimes d'écoulement restent sensiblement constants dans l'intervalle étudié $0.25 \leq \frac{\Gamma_{sol}}{\Gamma_{eau}} \leq 1.5$ mais varie linéairement en fonction

de $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$. Cette évolution est identique à celle obtenue en fonction de Γ_{eau} ; il en est de même pour les lois de comportement qui les régissent mais avec de pentes différentes. En revanche, l'apparition de l'état d'instabilité critique associé au Tc_5 correspondant au mouvement d'ondes instationnaires subit un saut remarquable pour la valeur $\frac{\Gamma_{sol}}{\Gamma_{eau}} = 0.538$.

On constate donc que le processus d'apparition du régime d'ondes azimutales caractérisant le Wavy Mode est retardé pour un rapport des taux de remplissage relativement faible $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$, notamment dans la gamme $0.25 \leq \frac{\Gamma_{sol}}{\Gamma_{eau}} \leq 0.428$ et vice versa pour un

rapport des taux de remplissage $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$ situé dans le domaine $0.538 \leq \frac{\Gamma_{sol}}{\Gamma_{eau}} \leq 1$. Les

lois de comportement sont consignées dans le tableau ci dessous.

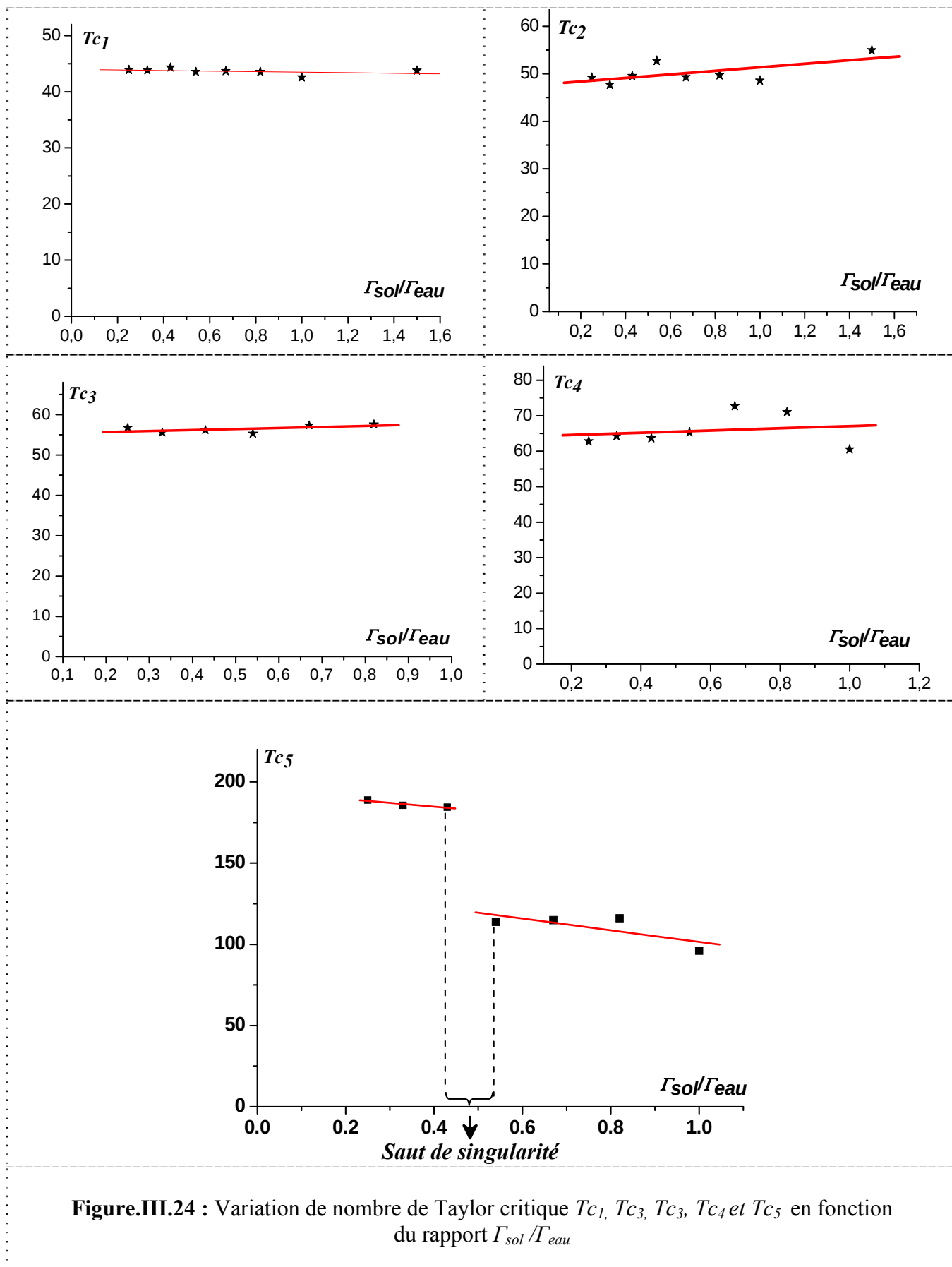


Figure.III.24 : Variation de nombre de Taylor critique T_{c1} , T_{c2} , T_{c3} , T_{c4} et T_{c5} en fonction du rapport $\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$

Seuils critiques	Tc_1 Première instabilité (Ondes de Taylor)	Tc_2 Spiral Mode	Tc_3 Spiral Mode +Wavy Mode
Loi de comportement	Loi linéaire $Tc_1 (\Gamma_{s/e}) = A_1 + B_1 * \Gamma_{s/e}$ $A_1 = 43,9807$ $B_1 = -0,4884$	Loi linéaire $Tc_2 (\Gamma_{s/e}) = A_2 + B_2 * \Gamma_{s/e}$ $A_2 = 47.6228$ $B_2 = 3.7306$	Loi linéaire $Tc_3 (\Gamma) = A_3 + B_3 * \Gamma$ $A_3 = 55,1730$ $B_3 = 2,5203$
Seuils critiques	Tc_4 Spiral Wavy Mode	Tc_5 Wavy Mode	Tc_5 Wavy Mode
Loi de comportement	Loi linéaire $Tc_4 (\Gamma_{s/e}) = A_4 + B_4 * \Gamma_{s/e}$ $A_4 = 63,9359$ $B_4 = 3,1432$	loi polynomiale $Tc_5 (\Gamma_{s/e}) = A_5 + B_5 * \Gamma$ $A_5 = 194.26$ $B_5 = -23.79$ $0.25 \leq \Gamma_{s/e} \leq 0.428$	loi polynomiale $Tc_5 (\Gamma_{s/e}) = A'_5 + B'_5 * \Gamma$ $A'_5 = 137.59$ $B'_5 = -36.18$ $0.538 \leq \Gamma_{s/e} \leq 1$

Tableau III.7 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Tc_i en fonction du rapport ($\Gamma_{sol}/\Gamma_{eau}$).

C- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution du nombre d'onde

Dans nos expériences on a examiné le comportement du nombre d'onde m sous l'effet combiné des rapports d'aspect de chaque fluide et du nombre de Taylor.

Sur la figure suivante (**Figure III.25**) on a représenté l'évolution du nombre d'onde m en fonction du nombre de Taylor pour un rapport d'aspect $\Gamma_{eau} = 16$ et $\Gamma_{eau} = 20$ obtenu par Tamsaout dans le cas du système entièrement rempli par un seul fluide.

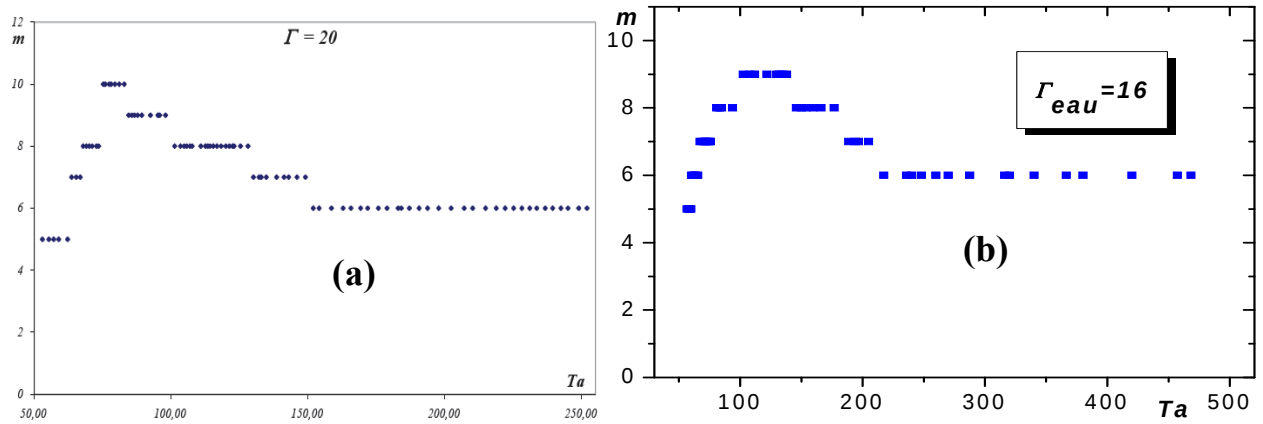
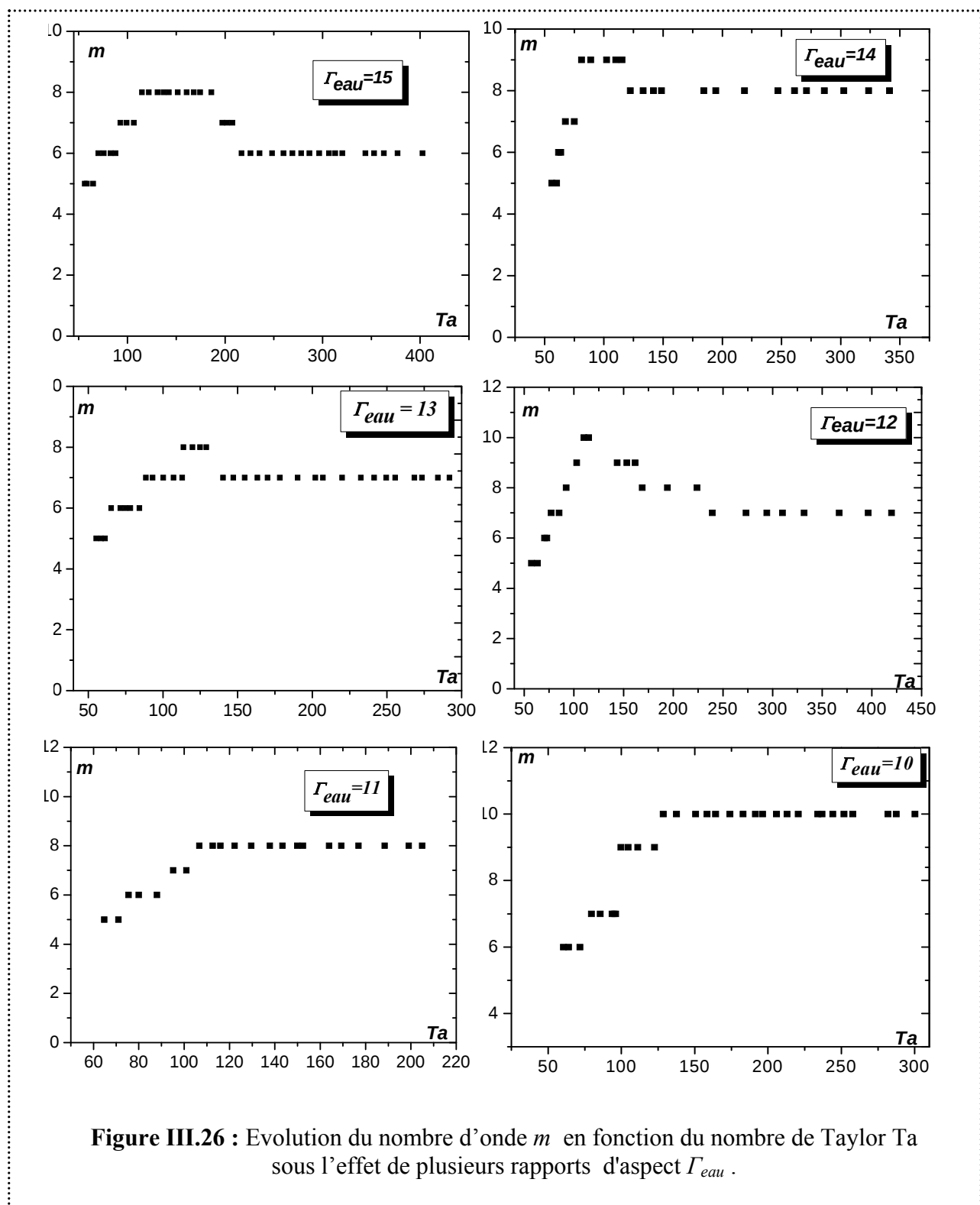


Figure III.1.25 : Variation du nombre d'onde azimutale m en fonction de Ta : (a) obtenu avec un seul fluide pour $\Gamma=20$, $\delta=0,11$ d'après T. Tamsaout [51], (b) obtenu avec deux fluides pour $\Gamma_{eau}=16$, $\Gamma_{sol}=4$, $\delta=0,11$ (présent travail)

La comparaison des deux résultats montre une légère différence d'évolution pour des nombres de Taylor < 200 . Au-delà de cette valeur de Ta les nombres d'onde sont confondus et se stabilisent à la valeur $m = 6$.

Nous avons étudié l'effet des autres valeurs du rapport d'aspect sur le nombre d'onde en relation avec la variation du nombre de Taylor. Les résultats ainsi obtenus sont représentés sur les figures suivantes (**Fig.III.26**).



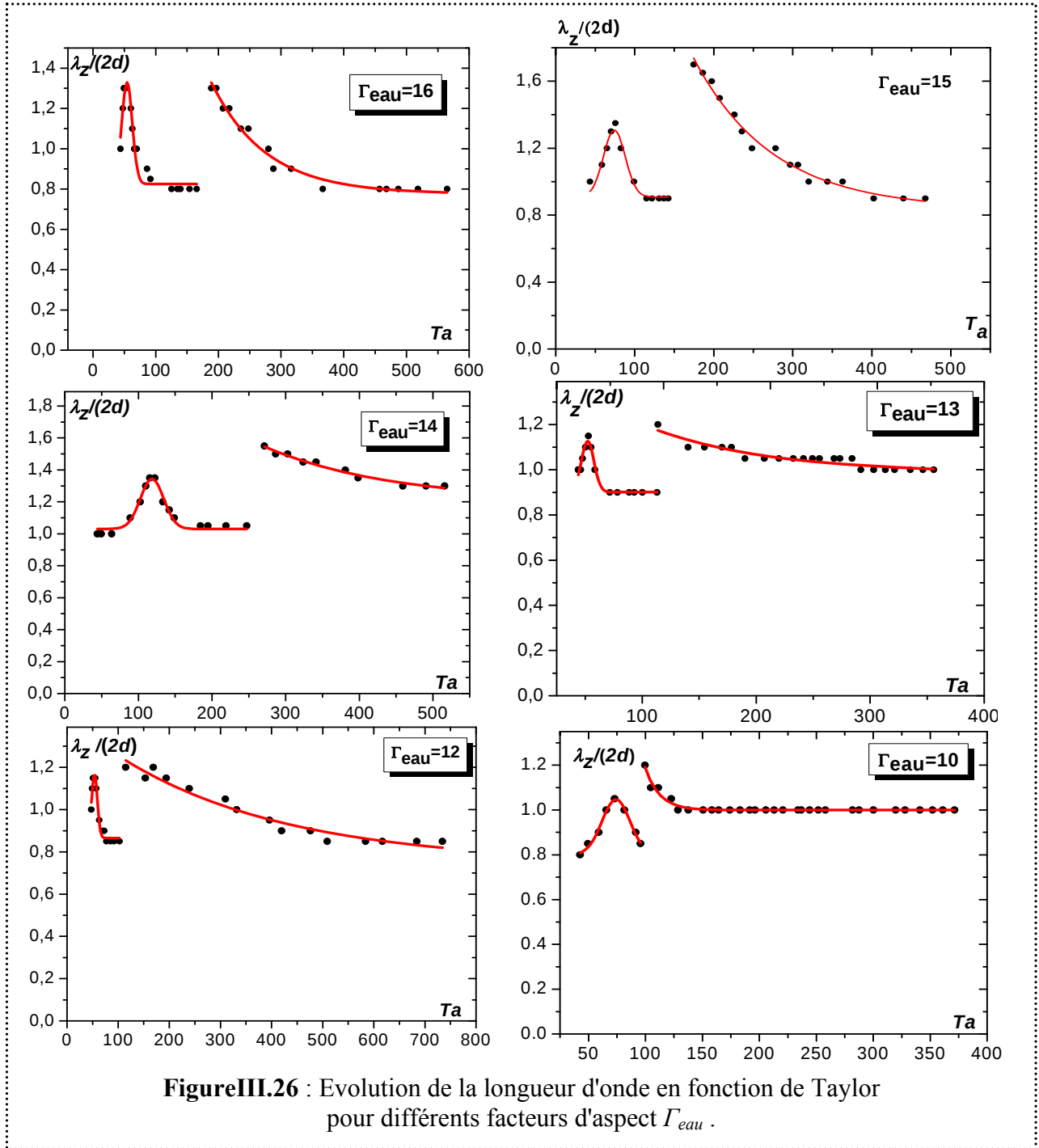
Les observations de l'évolution du nombre d'onde circonférentielle (m) en fonction du nombre de Taylor révèlent l'apparition de l'onde instationnaire avec $m=5$ pour tous les facteurs d'aspect; marquant l'accroissement rapide du nombre d'onde azimutale (m) sous forme des sauts qui diffèrent selon le facteur Γ_{eau} et ensuite on constate un décroissement assez rapide de ce nombre qui se stabilise à $m=6$ pour $\Gamma_{eau}=16$ et 15 , $m=8$ pour $\Gamma_{eau}=14$ et à $m=7$ pour $\Gamma_{eau}=13$ et 12 jusqu'au déclenchement du chaos. A titre d'exemple, pour un $\Gamma_{eau}=16$ (**FigIII.25**) le nombre d'onde azimutale (m) augmente de 5 à 9 rapidement dans l'intervalle $57 \leq Ta \leq 100$ qui peut s'expliquer par l'apparition successive de Spiral Mode + Wavy Mode et du Spiral Wavy Mode; ce dernier mode occupe un domaine d'existence relativement large par rapport à l'autre et se stabilise à $m=9$ pour $100 \leq Ta \leq 150$. Enfin dans l'intervalle $150 \leq Ta \leq 500$ m diminue de $m=8$ à $m=6$.

Pour $\Gamma_{eau}=11$ et 10 on note que le nombre d'onde azimutale n'évolue pas de façon similaire que dans les cas précédents. Il est affecté par la hauteur du fluide test (f) non miscible et évolue de façon croissante pour se stabiliser respectivement à 8 et 10.

D- Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution de la longueur d'onde axiale

A partir de la détermination du nombre de vortex (cellules) qui se forment au sein l'espace annulaire on a pu évaluer la longueur d'onde axiale notée λ_z (selon la direction méridionale). Pour des raisons de commodités on a étudié la variation de λ_z par rapport à la largeur de l'espace annulaire d , soit $\lambda_z / 2d$. Les résultats relatifs à cette grandeur sont présentés sur la figure qui suit (**Fig III.27**) en fonction du nombre de Taylor pour plusieurs valeurs du rapport d'aspect Γ_{eau} .

Pour des nombres de Taylor relativement faibles, l'évolution de $(\lambda_z/2d)$ suit une loi de type gaussienne dont le domaine coïncide avec la naissance des cellules de Taylor et leur développement avec l'apparition successive des régimes. Les points particuliers signifient que la taille des cellules passe brusquement à une valeur supérieure à la largeur de l'espace annulaire ou bien les cellules deviennent très petites et stables. Par contre pour des grands nombres de Taylor l'évolution obéit à une loi exponentielle.



La discontinuité de la courbe reflète ce brusque changement de la longueur d'onde (déformation du vortex) qui se produit exactement à de nombre de Taylor correspondant à la transition de régime en Spiral Wavy Mode au régime Wavy Mode. Dans cette situation le mouvement de l'écoulement passe d'un état d'écoulement périodique à un écoulement doublement périodique qui se propage à la fois dans la direction axiale et azimutale.

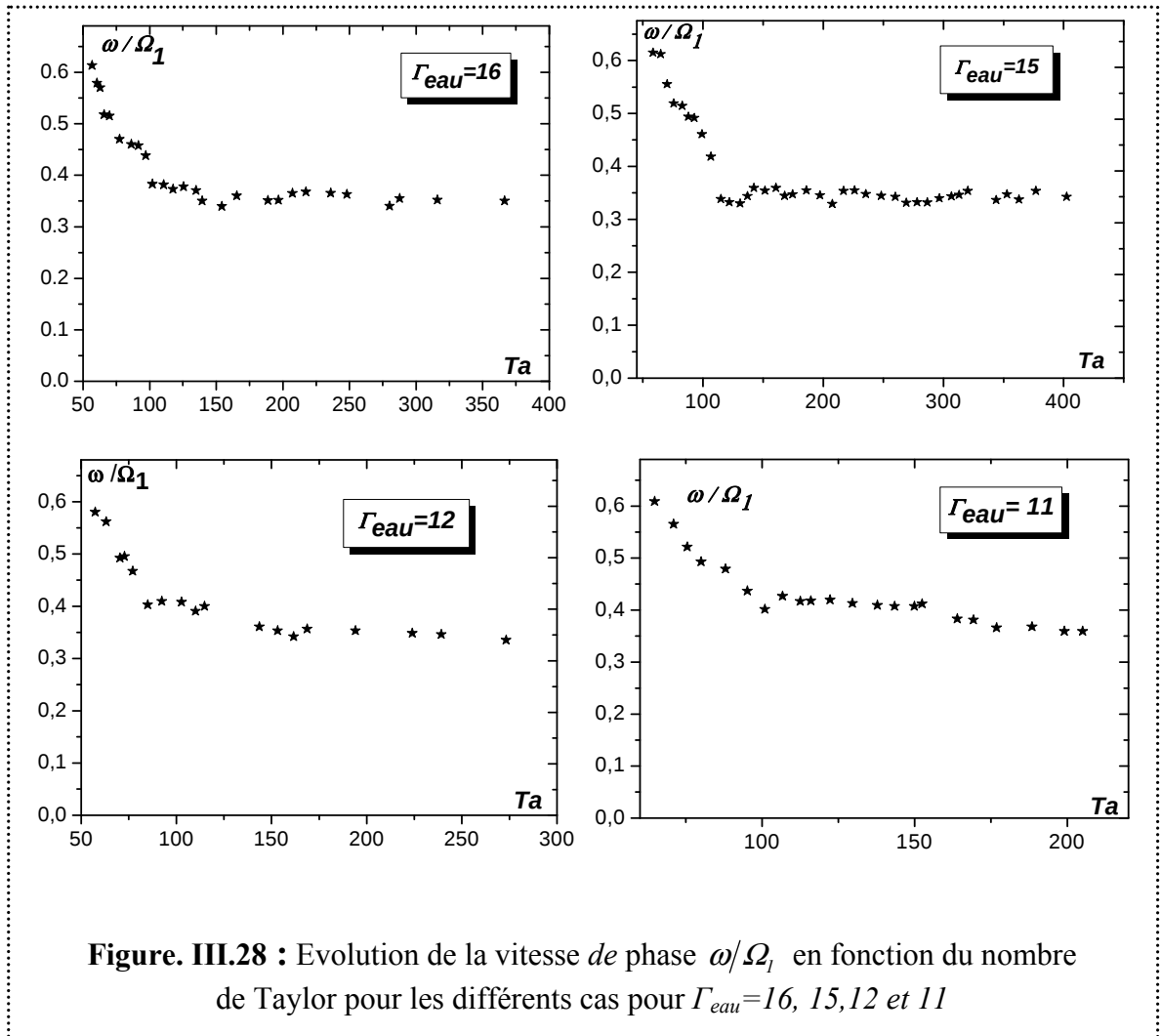
Les résultats relatifs au comportement de la longueur d'onde ($\lambda_z/2d$) de l'écoulement de base soumis aux effets du taux de remplissage Γ_{eau} et de la superposition d'un fluide non miscible (complétant le remplissage du système d'écoulement) sont comparés à ceux effectuées dans le cas d'un système d'écoulement totalement rempli (en charge $\Gamma_{max}=20$) utilisant un seul fluide. D'après l'examen de la longueur d'onde, il ressort qu'en général son comportement n'est pas affecté par le rapport d'aspect Γ_{eau} . Ce qui confirme d'après **Wimmer [20]** que le changement de la longueur d'onde et la déformation résultante sont probablement la cause de la transition d'un mode à un autre.

E-Effets du rapport d'aspect de l'eau sur l'évolution de la vitesse de phase

L'analyse de comportement de la vitesse de phase ω par rapport à la vitesse de rotation de la sphère intérieure Ω_I montre que sa variation en fonction du nombre de Taylor dépend du facteur d'aspect mais la loi de comportement est qualitativement la même quelque soit le facteur d'aspect Γ_{eau} . Ce résultat est conforme à d'autres travaux réalisés dans un système sphérique classique.

Les courbes représentent une diminution sensible de la vitesse pour des faibles nombres de Taylor et elle se stabilise par la suite vers des nombres de Taylor relativement élevés au cours de régime Wavy Mode à une valeur sensiblement constante jusqu'au le déclenchement du régime chaotique.

* Pour des rapports $\Gamma_{eau} = 16, 15, 12$, et 11 on remarque que la vitesse de phases se stabilise à une valeur $\omega/\Omega_I = 0.35$ (**Figure. III.28**). Cette valeur est identique à celle obtenue par **A.Bouabdallah [7]** dans les cylindres et, elle est assez proche de celle obtenue par **T.Tamssout** dans un système d'écoulement sphérique totalement ou partiellement rempli d'un seul fluide [51]. Les quatre courbes se rejoignent à une valeur de $Ta = 177$.



A partir de cette recherche on note une avance (changement, variation) importante (**Figure. III.29**) de stabilisation des courbes concernant la variation de la vitesse de phase pour trois hauteurs critiques à titre comparatif à l'écoulement en charge (un seul fluide) :

- * Pour un $\Gamma_{eau}=14$ la vitesse de phase passe de la valeur $\omega/\Omega_1 = 0,55$ à une valeur $\omega/\Omega_1 = 0,42$ de stabilisation.
- * Pour un $\Gamma_{eau}=13$ la vitesse passe de la valeur $\omega/\Omega_1 = 0,61$ à une valeur de stabilisation $\omega/\Omega_1 = 0,43$.
- * Pour un $\Gamma_{eau}=10$ la vitesse passe de la valeur $\omega/\Omega_1 = 0,61$ à une valeur de stabilisation $\omega/\Omega_1 = 0,40$. Les trois courbes se rejoignent à une valeur de $Ta=183$.

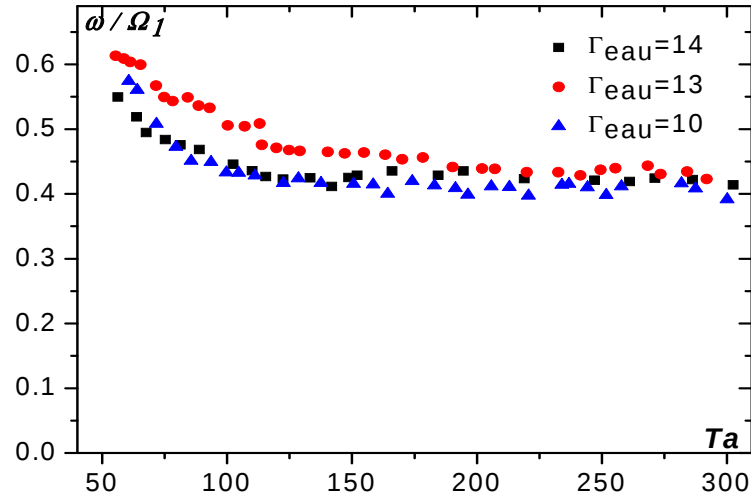


Figure. III.29 : Evolution de la vitesse de phase ω/Ω_1 en fonction du nombre de Taylor pour $\Gamma_{eau}=14,13$ et 10 .

D'après la littérature, on marque que la vitesse de phase en fonction du nombre de Ta en système cylindrique n'est pas affectée par le jeu radial δ d'après les résultats de A.Bouabdallah [7] et également par le facteur d'aspect présenté par M.Adnane[52]. Par contre l'évolution de cette vitesse de phase en fonction de Re est affectée par le jeu radial en système sphérique d'après l'étude expérimentale de I.MYavorskaya 1980 [21] ; elle augmente (Figure. III.30) quand le jeu radial diminue. Cette comparaison s'avère nécessaire pour notre étude expérimentale utilisant simultanément deux fluides et elle confirme la complexité de la géométrie sphérique. Comme les instabilités apparaissent dans la partie équatoriale on a remarqué l'effet du facteur d'aspect sur une propriété associée à l'onde azimutale en l'occurrence la vitesse de phase.

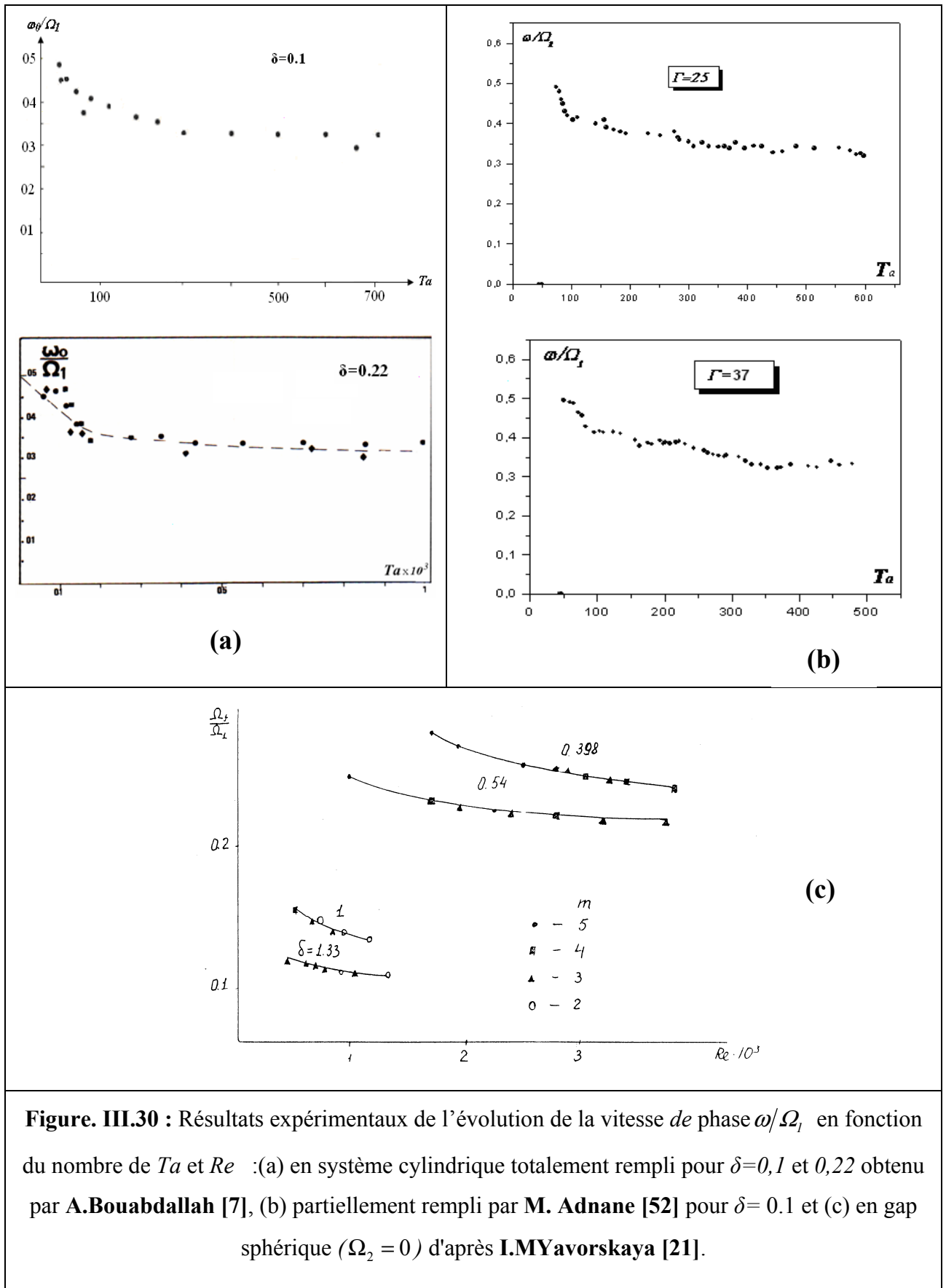


Figure. III.30 : Résultats expérimentaux de l'évolution de la vitesse de phase ω/Ω_1 en fonction du nombre de Ta et Re : (a) en système cylindrique totalement rempli pour $\delta=0,1$ et $0,22$ obtenu par A.Bouabdallah [7], (b) partiellement rempli par M. Adnane [52] pour $\delta=0,1$ et (c) en gap sphérique ($\Omega_2 = 0$) d'après I.MYavorskaya [21].

III.4. ETUDE DES CHEMINS DE BIFURCATION DE L'ÉCOULEMENT

On cherche à examiner les chemins de bifurcation de l'écoulement au cours du régime de transition liés aux différentes instabilités hydrodynamiques connues dans le système de Taylor –Couette sphérique en faisant le point sur l'évolution de ses nombres caractéristiques correspondants à la structure du mouvement dans le plan d'ondes (n, m) .

On met en évidence les modifications réalisées dans le diagramme d'ondes (n, m) associé au chemin dynamique de l'écoulement de Taylor – Couette sphérique soumis à l'effet combiné du facteur d'aspect de l'écoulement de base et la superposition d'un fluide non miscible pour une hauteur donnée. Les paramètres n et m sont respectivement le nombre de cellules n liées à l'onde axiale stationnaire, et le nombre d'ondes circonférentielles m liées à l'onde azimutale instationnaire. A partir de nos mesures quantitatives, on présente l'analyse des cas étudiés comme suit :

a) Système d'écoulement de deux fluides non miscible en charge pour $\Gamma_{eau}=16$; $\Gamma_{sol}=4$

L'examen du processus de l'ordre vers le Chaos a mis en évidence les points particuliers de bifurcation à travers l'évolution progressive du mouvement en régime de transition laminaire-turbulent (**Figure. III.31**).

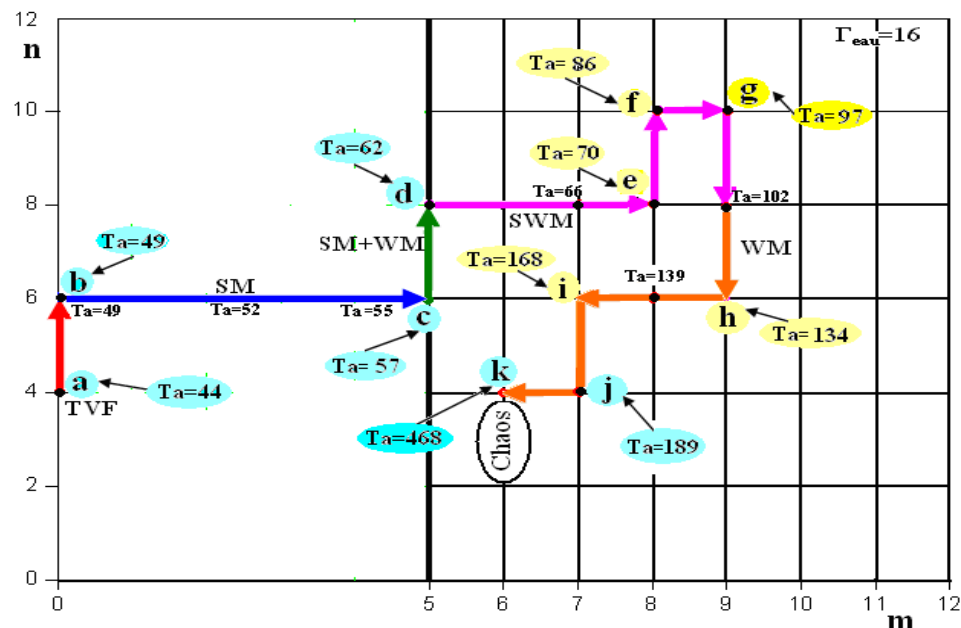


Figure. III.31 : diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes (n, m) pour $\Gamma_{eau}=16$.

● bifurcations Primaires , ● bifurcations Secondaires .

On remarque que la première bifurcation au point (a) désigne le mouvement axisymétrique et s'opère avec deux ondes stationnaires $n=4$ dans l'intervalle $44 \leq Ta \leq 49$, et la transition à la deuxième bifurcation (b) traduite par le saut d'ondes stationnaires de $n=4$ à $n=6$ reste constant dans l'intervalle $49 \leq Ta \leq 57$.

Le chemin de l'ordre vers la troisième bifurcation au point (c) lié à au régime d'ondes en mouvement spiral combiné au Wavy Mode $57 \leq Ta \leq 62$ se caractérise par le saut d'ondes stationnaires de $n=6$ à $n=8$ pour un nombre d'ondes circonférentielles constant $m=5$.

La présence de la quatrième bifurcation associées en (d) dans le domaine $62 \leq Ta \leq 189$ correspond au régime Spiral Wavy mode marquant la multiplicité de la variation du nombre d'ondes circonférentielles de $m=5$ à 8 puis de $m=8$ à 9 et finalement de $m=9$ à 7. Aussi le nombre d'ondes stationnaires rencontre un saut passe de $n=8$ à 10 puis de $n=10$ à 6 et de $n=6$ à 4. En même temps on remarque que l'évolution du chemin de bifurcation a tendance à se compliquer et n'exprime aucun lien avec la variation des régimes principaux du mouvement Le domaine d'existence auquel est associé cette bifurcation est relativement large par rapport aux trois modes précédents.

On constate aussi que les deux dernières bifurcations associées en (j) à l'apparition de l'onde azimutale et le déclenchement du régime chaotique en (k) se produisent à un nombre de cellules $n=4$ fixé. Egalement le nombre d'ondes circonférentielles passe de $m=7$ à 6.

En outre, le chemin de bifurcation manifeste le point extrême k (n_c, m_c) qui correspond à l'état critique $T'_c = 468$ tels que $n_c=4$ et $m_c=6$ peut établir un critère de déclenchement du chaos coïncidant avec la fin du régime de transition laminaire – turbulent.

L'évolution du chemin de l'ordre vers le chaos associé à l'écoulement de Taylor – Couette sphérique dans le diagramme d'onde (n, m) dépendant à la fois aux conditions d'essais imposées et de la configuration caractérisée par le jeu radial δ et le taux de remplissage Γ_{eau} . Elle exprime la variation locale du mouvement et l'éventualité d'existence de plusieurs bifurcations premières / secondaires le long du cheminement.

B) Processus de transition vers le Chaos pour différents cas étudié

L'analyse des digrammes associés aux différents facteurs d'aspect Γ_{eau} (Figure III.32 et III.33) présente en général un comportement assez similaire à celui obtenu pour $\Gamma_{eau}=16$. Évidemment, on note quelques différences dues à la fois au facteur d'aspect du fluide de base et à la hauteur de remplissage du deuxième fluide (système en charge).

En effet le nombre d'ondes axiales lié à l'apparition du régime TVF décroît de $n=4$ pour $\Gamma_{eau}=16$, jusqu'au $n=2$ pour $\Gamma_{eau}=10$. Également, et lorsque Γ_{eau} diminue, on constate que le saut d'ondes dans l'intervalle en Mode Spiral croît de $n=4$ à 6 pour $\Gamma_{eau}=16$ et de $n=2$ à 3 pour $\Gamma_{eau}=10$. D'autre part, on assiste au déclenchement du Spiral Wavy Mode qui se manifeste à $m=5$ pour différents Γ_{eau} excepté le taux de remplissage $\Gamma_{eau}=10$ intervenant à $m=6$.

En revanche, il apparaît que l'évolution du processus au cours du Spiral Wavy Mode jusqu'au Chaos est un phénomène qui dépend du taux Γ_{eau} , du nombre Ta et de la détermination des nombres d'ondes (n, m) obtenus en régimes stationnaires et azimutales.

D'après cette analyse, le processus du régime de transition vers le Chaos semble être sensible aux effets de deux facteurs d'aspect (système en charge avec deux fluides); ceci explique les modifications apportées à la nature et la structure de l'écoulement. Il est ainsi montré l'existence de la non unicité d'états d'écoulement pour un nombre de Ta donné.

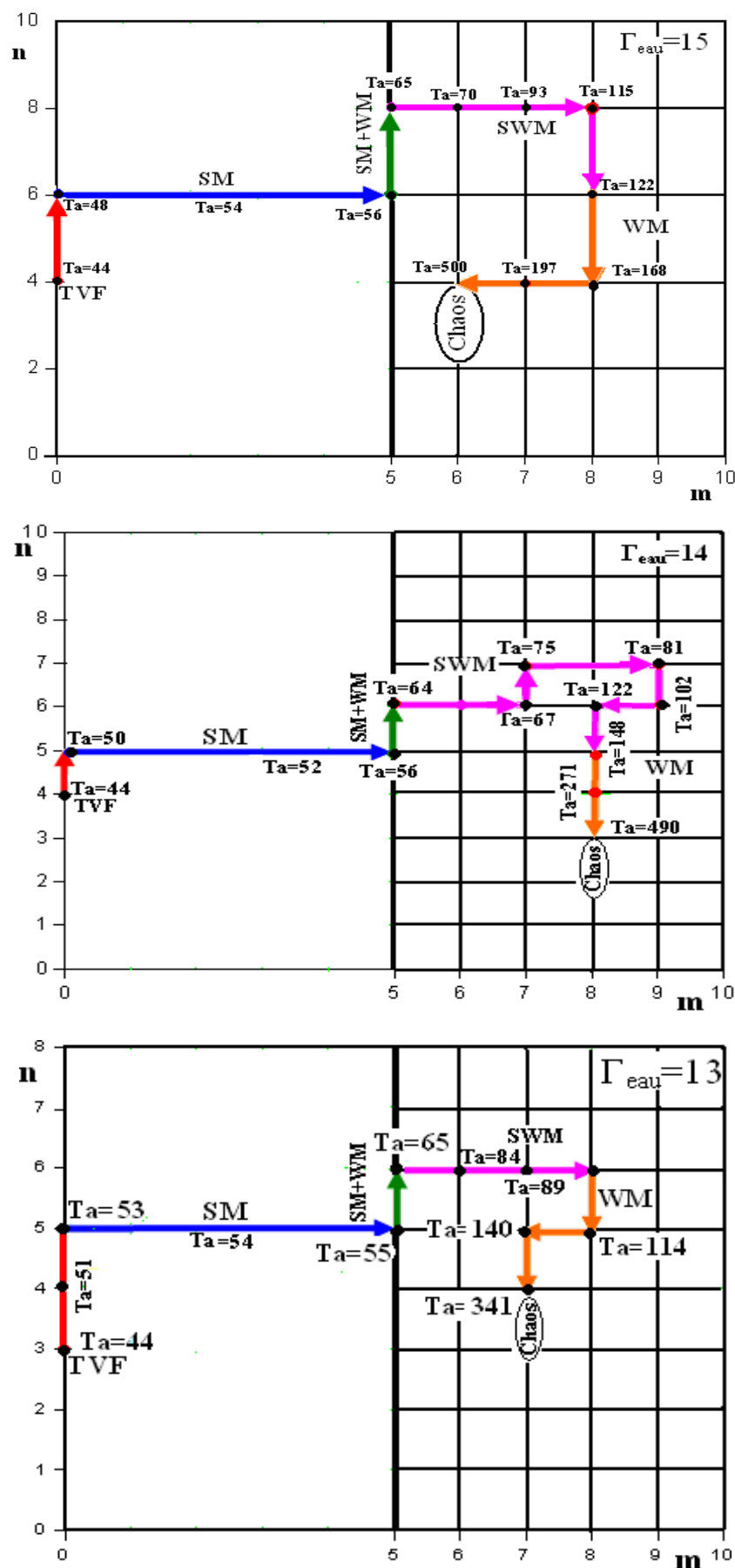


Figure. III.32 : diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes (n, m) pour différents Γ_{eau} .

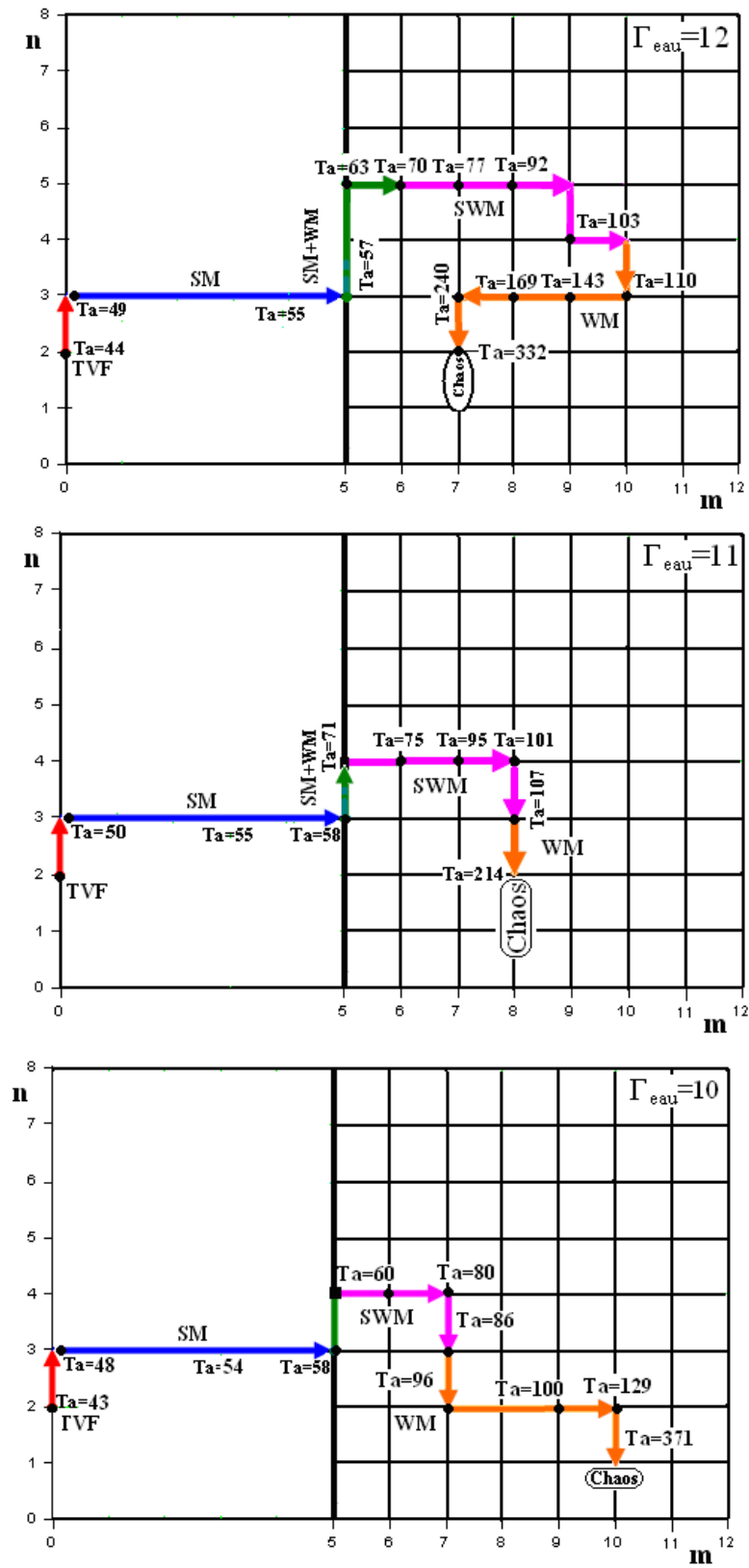


Figure. III.33 : diagramme de bifurcation dans le plan d'ondes (n, m) pour différents Γ_{eau} .

III.5. ETUDE DE L'ÉCOULEMENT A SURFACE LIBRE UTILISANT UN FILM NON MISCIBLE

Dans cette partie de notre travail on tente d'analyser l'effet d'un film mince de fluide visqueux non miscible d'épaisseur variable $h=1,2$ et 3mm sur la loi de comportement associé aux seuils critiques des nombres de Taylor liés aux différents régimes d'écoulements observés dans le système d'écoulement à surface libre.

En vue de déterminer la variation des nombres de Taylor critiques pour un taux de remplissage Γ_{eau} donné et une épaisseur d'un film (f) non miscible h fixée, on procède à la mise en régime des vitesses de la même manière qu'aux précédentes expériences pour déterminer les différents régimes d'écoulements connus en système sphérique. Dans ce cas la hauteur du film est très faible h et on cherche à observer un éventuel effet de la capillarité sur les phénomènes d'instabilités dans le fluide de base. L'ensemble des essais expérimentaux a permis de contrôler la surface libre à l'aide d'un film test (f) pour différentes positions et prévoir la variation du nombre de Taylor critique lié à l'apparition de chaque structure d'écoulement en fonction du facteur d'aspect.

Les résultats de nos expériences sont présentés pour chaque épaisseur h sous forme de courbes comme illustrés sur les figures suivantes.

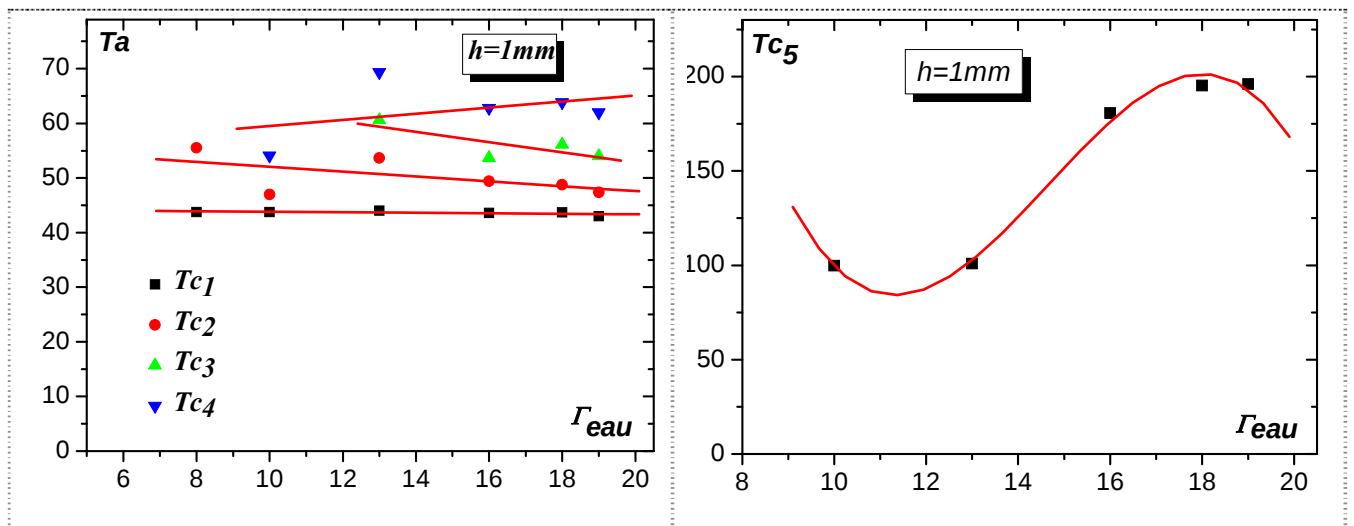


Figure. III.34 Variation des nombres de Taylor critique Tc_1 , Tc_2 , Tc_3 , Tc_4 et Tc_5 en fonction du taux de remplissage Γ_{eau} pour un film d'épaisseur $h=1\text{mm}$.

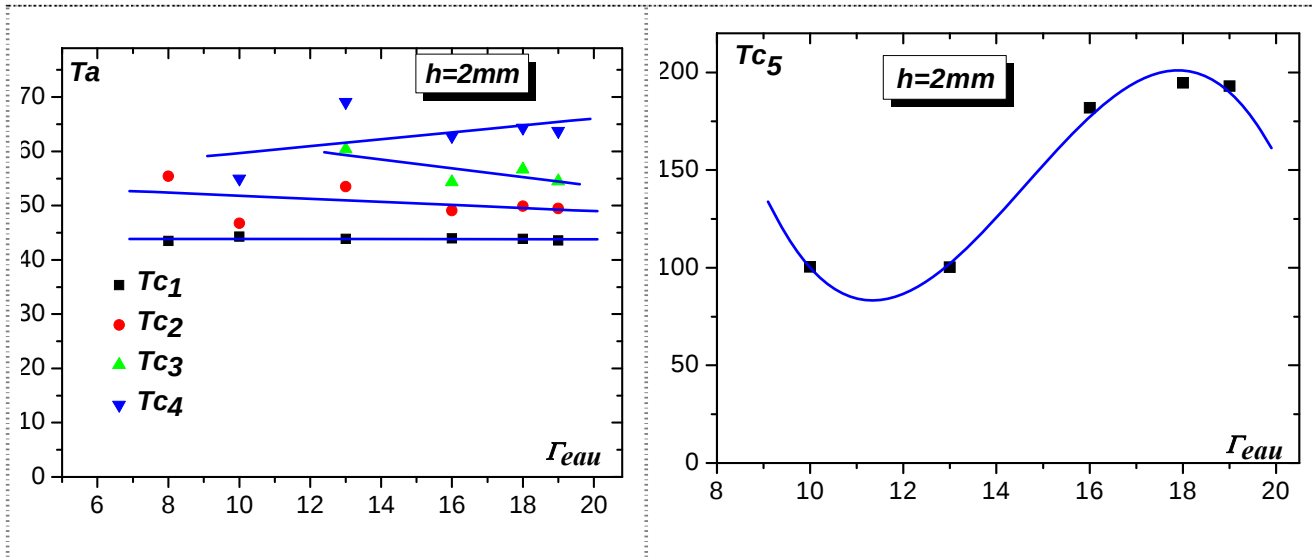


Figure. III.35 : Variation des nombres de Taylor critique Tc_1 , Tc_2 , Tc_3 , Tc_4 et Tc_5 en fonction du taux de remplissage Γ_{eau} pour un film d'épaisseur $h=2\text{mm}$.

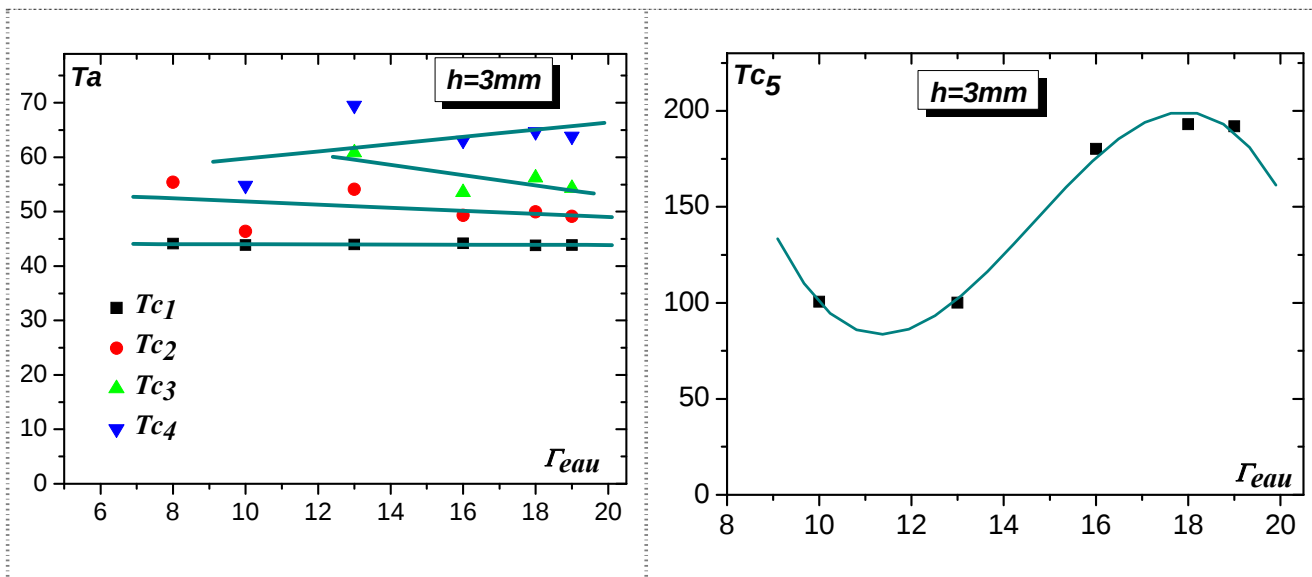


Figure. III.36 : Variation des nombres de Taylor critique Tc_1 , Tc_2 , Tc_3 , Tc_4 et Tc_5 en fonction du taux de remplissage Γ_{eau} pour un film d'épaisseur $h=3\text{mm}$.

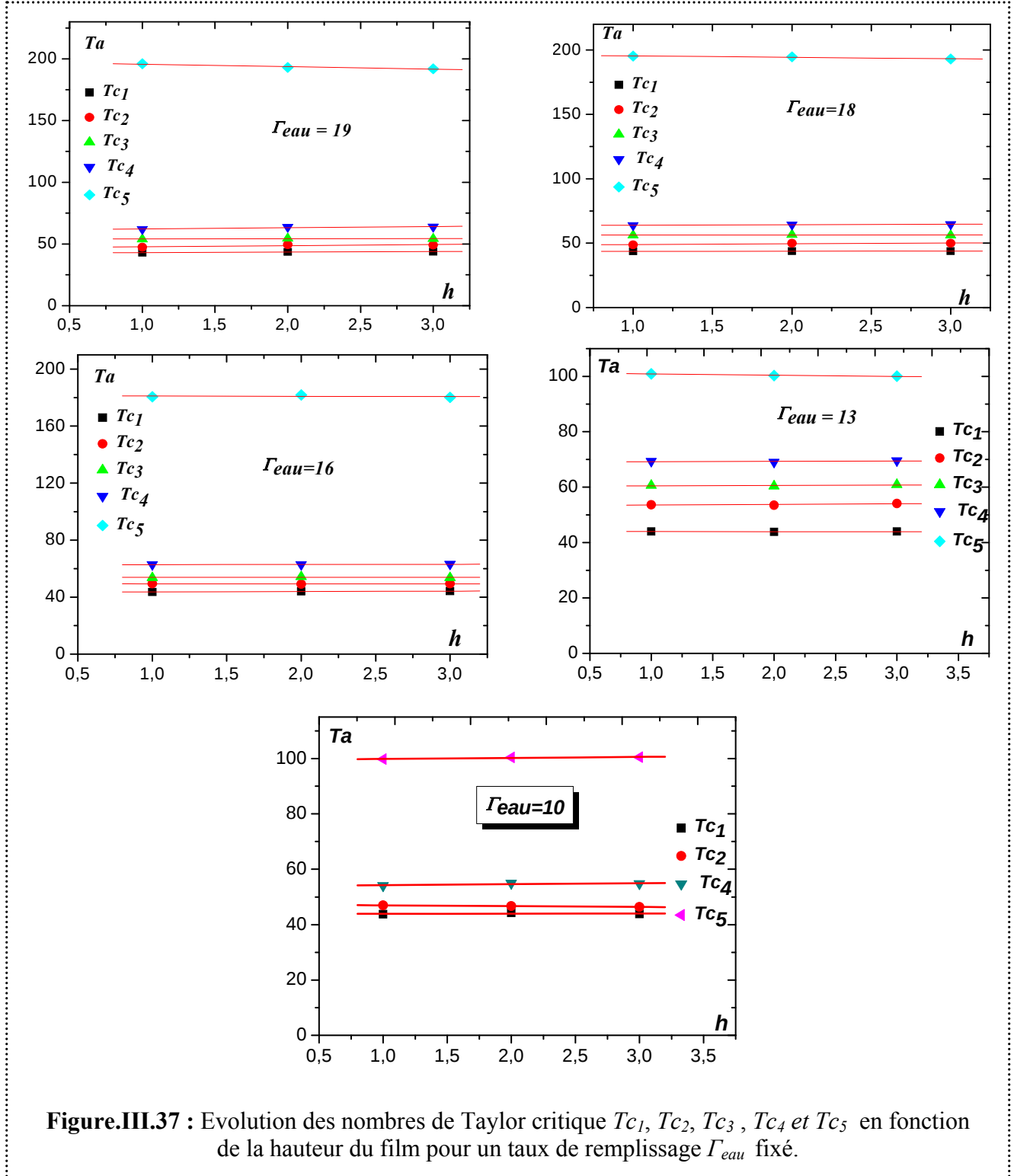
Les courbes expérimentales sont ajustées par des lois régissant leur comportement en fonction du rapport du fluide de base pour les trois épaisseurs considérées de film du fluide léger non miscible. Les lois ainsi obtenues sont regroupées dans le tableau suivant.

Loi de comportement				
Seuils critiques	Tc_1 (TVF) (Ondes de Taylor)	Tc_2 Spiral Mode	Tc_3 Spiral Mode +Wavy Mode	Tc_4 Spiral Wavy Mode
$h=1mm$	Loi linéaire $Tc_1(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma$ $A_1 = 44,28452$ $B_1 = -0,04663$	Loi linéaire $Tc_2(\Gamma) = A_2 + B_2 * \Gamma$ $A_2 = 56,5$ $B_2 = -0,44714$	Loi linéaire $Tc_3(\Gamma) = A_3 + B_3 * \Gamma$ $A_3 = 71,6$ $B_3 = -0,94$	Loi linéaire $Tc_4(\Gamma) = A_4 + B_4 * \Gamma$ $A_4 = 53,88993$ $B_4 = 0,56172$
$h=2mm$	Loi linéaire $Tc_1(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma$ $A_1 = 43,91$ $B_1 = -0,005$	Loi linéaire $Tc_2(\Gamma) = A_2 + B_2 * \Gamma$ $A_2 = 54,65452$ $B_2 = -0,28306$	Loi linéaire $Tc_3(\Gamma) = A_3 + B_3 * \Gamma$ $A_3 = 69,93357$ $B_3 = -0,81643$	Loi linéaire $Tc_4(\Gamma) = A_4 + B_4 * \Gamma$ $A_4 = 53,29307$ $B_4 = 0,63796$
$h=3mm$	Loi linéaire $Tc_1(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma$ $A_1 = 44,14429$ $B_1 = -0,01316$	Loi linéaire $Tc_2(\Gamma) = A_2 + B_2 * \Gamma$ $A_2 = 54,73071$ $B_2 = -0,28612$	Loi linéaire $Tc_3(\Gamma) = A_3 + B_3 * \Gamma$ $A_3 = 71,78$ $B_3 = -0,94167$	Loi linéaire $Tc_4(\Gamma) = A_4 + B_4 * \Gamma$ $A_4 = 53,11752$ $B_4 = 0,66332$

Loi de comportement	
Seuil critique	Wavy Mode Tc_5
$h=1(mm)$	Loi polynomiale $Tc_5(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma + B_2 * \Gamma^2 + B_3 * \Gamma^3$ $A_1 = 2216,96912$ $B_1 = -476,9753$ $B_2 = 34,32648$ $B_3 = -0,78048$
$h=2(mm)$	Loi polynomiale $Tc_5(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma + B_2 * \Gamma^2 + B_3 * \Gamma^3$ $A_1 = 2356,69798$ $B_1 = -508,40014$ $B_2 = 36,6257$ $B_3 = -0,83527$
$h=3(mm)$	Loi polynomiale $Tc_5(\Gamma) = A_1 + B_1 * \Gamma + B_2 * \Gamma^2 + B_3 * \Gamma^3$ $A_1 = 2309,92171$ $B_1 = -497,49263$ $B_2 = 35,80958$ $B_3 = -0,81585$

Tableau III.8 : Lois de comportement des différents nombres critiques de Taylor Tc_i en fonction du rapport d'aspect Γ_{eau} pour les épaisseurs $h = 1, 2$ et $3mm$.

Nous avons également réalisé, en fixant le rapport d'aspect de l'eau Γ_{eau} , des expériences pour observer le comportement des nombres critiques de Taylor en fonction de l'épaisseur de film du fluide léger non miscible. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure suivante (**Figure III.37**).



La représentation de la variation des nombres de Taylor critique Tc_1 , Tc_2 , Tc_3 , Tc_4 et Tc_5 en fonction de la hauteur du film h pour un taux de remplissage Γ_{eau} donné montre que le film test (f) superposé sur le fluide de base à surface libre n'a aucun effet particulier sur le seuil d'apparition des quatre premières instabilités. Seulement l'apparition du Wavy mode échappe à ce processus pour les taux $\Gamma_{eau}=13$ et 10 . Nous pouvons considérer de manière générale que l'épaisseur du film ne joue aucun rôle significatif quant aux conditions d'apparition des différents régimes d'écoulement.

III.6. RESULTATS

Les expériences réalisées avec deux fluides non miscibles sur les différents états ont permis de remarquer des modifications relatives à l'apparition et l'étendue du domaine d'existence des différents régimes d'écoulement. En effet nos observations décrivant l'influence du rapport d'aspect de chaque fluide sur les structures de l'écoulement montrent que la première instabilité (TVF) de Taylor, le régime Spiral Mode combiné au Wavy Mode obtenu à Tc_3 , ne sont pas affectés par le facteur d'aspect pour toute la gamme étudiée $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$ de façon comparable à l'écoulement en charge ($\Gamma_{max}=20$) utilisant un seul fluide. Par contre, en ce qui concerne la deuxième instabilité notée (SM) caractérisée par Tc_2 et le Spiral Wavy Mode (SWM) on a pu noter respectivement un retard d'apparition de (13% pour $\Gamma_{eau}=13$ et 17% pour $\Gamma_{eau}=8$) et de (18% pour $\Gamma_{eau}=12$ et 15% pour $\Gamma_{eau}=11$). Pour un taux de remplissage $14 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$, le Wavy Mode enregistré apparaît plus tôt avec une avance de 17% à 19% (environ de 20%). Aussi pour un facteur d'aspect $10 \leq \Gamma_{eau} \leq 13$, le Wavy Mode droit examiné subit une avance remarquable de 49% à 58% selon les conditions de mise en vitesse.

L'étude du mouvement du deuxième fluide (léger), situé au dessus, nous a donné la possibilité d'observer les situations suivantes en rapport avec les valeurs de Γ_{sol} :

Pour un rapport situé dans l'intervalle $8 \leq \Gamma_{sol} \leq 12$, l'apparition de la première instabilité n'est pas affectée par l'effet de la hauteur. Par ailleurs on note que pour un $\Gamma_{sol} = 8$; 9 et 12 le Spiral Mode caractérisé par Tc_2 subit un retard d'apparition de 19% , 16% et 15% respectivement.

Le Spiral Wavy Mode et le Spiral Mode+ Wavy Mode subissent un retard de 13% et 15% respectivement dans le cas $\Gamma_{sol}=10$.

Les expériences effectuées avec $\Gamma_{sol}=12$ montrent que le Wavy Mode subit une avance de 53% par apport à l'écoulement en charge avec un seul fluide.

L'analyse de l'effet d'un film mince non miscible d'épaisseur variable $h=1,2$ et $3mm$ montre que l'épaisseur du film n'affecte pas de façon significative les conditions d'apparition des différents régimes dans l'écoulement de base. L'effet de la capillarité semble ne jouer aucun rôle.

Lorsque le régime d'écoulement évolue vers le Chaos, on a pu observer par visualisation des cellules torsadées près de l'interface dans l'écoulement de base. Cette nouvelle structure caractérise la première cellule située près de l'interface par des perturbations. Lorsqu'on augmente progressivement le nombre de Taylor Ta , ces perturbations se propagent vers l'hémisphère sud jusqu'à atteindre l'état d'un écoulement turbulent. Ce type de cellules torsadées, a été aussi observé dans le système classique à surface libre (CCF) par **A. Mahamdia** et **A. Bouabdallah** [53].

III.7. CONCLUSION

La première partie de nos expériences précédentes a été réalisée avec le système entièrement rempli d'un seul fluide. La technique de visualisation et le traitement photométrique des images ont permis de mesurer quelques paramètres internes de l'écoulement à savoir la longueur d'onde axiale, le nombre d'onde circonférentielle et la vitesse de phase en régime d'onde azimutale. Les résultats obtenus sont comparés favorablement à ceux de Wimmer en ce qui concerne l'évolution de la longueur d'onde en fonction du nombre de Taylor. Il en est de même pour les résultats relatifs à la vitesse de phase qui sont en bon accord avec ceux de Bouabdallah obtenus dans le système de Taylor cylindrique dans le cas du jeu radial $\delta = 0,1$. En outre on a pu présenter un diagramme d'apparition et du domaine d'existence des différents régimes d'écoulement pour le jeu radial $\delta = 0,11$ et le rapport d'aspect $\Gamma_{max} = 20$.

La deuxième partie de notre étude expérimentale a été destinée à l'examen de l'interaction éventuelle entre deux fluides non miscibles sur les différents états d'instabilité observés en régime de transition. Le travail a été mené en faisant varier le rapport d'aspect relatif à chaque fluide. Les expériences réalisées avec deux fluides non miscibles sur les différents états ont permis de remarquer des modifications relatives à l'apparition et l'étendue du domaine d'existence des différents régimes d'écoulement. On peut dire que l'effet du facteur d'aspect Γ_{eau} et la superposition d'un fluide immiscible ont pour conséquence de retarder relativement l'apparition des régimes d'onde en Mode Spiral et Spiral Wavy Mode

mais d'un autre côté, ils ont tendance à accélérer le déclenchement du Wavy Mode et du chaos lorsque Γ_{eau} diminue.

Cependant les très faibles épaisseurs du fluide léger non miscible, présent au niveau de la surface libre, ne semblent avoir aucun effet sur les conditions d'apparition des différentes instabilités dans l'écoulement de base.

CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans le cadre de ce travail on s'est intéressé aux phénomènes hydrodynamiques intervenant dans un écoulement confiné entre deux sphères coaxiales dont l'intérieure est en rotation et l'extérieure étant maintenue fixe.

A cet effet on a effectuée une étude expérimentale pour analyser les propriétés et les caractéristiques fondamentales de ce type d'écoulement associées aux différents régimes connus dans système de Taylor –Couette sphérique. Notre travail a été principalement focalisé sur les effets combinés du taux de remplissage du fluide de base et ensuite la superposition d'un fluide non miscible soit en système d'écoulement totalement ou partiellement rempli. Dans ce contexte notre étude a porté sur l'influence relative d'un fluide immiscible léger sur les différentes instabilités hydrodynamiques qui apparaissent principalement au sein de l'écoulement de base (fluide pesant) au cours de la transition laminaire – turbulent.

Dans une première étape et en vue de la qualification de notre étude expérimentale, on a procédé à l'analyse d'un système d'écoulement totalement rempli d'un seul fluide. Les résultats obtenus constituent une base de données de référence sur le plan expérimental permettant à la fois une comparaison phénoménologique et l'orientation d'une nouvelle série d'expériences.

Les résultats préliminaires obtenus dans le cas d'un système d'écoulement totalement rempli utilisant un seul fluide (eau) tel que $\Gamma_{max} = \frac{H_{max}}{d} = 20$, sont comparés favorablement à ceux de **M. Wimmer** et de **T.Tamsaout** en ce qui concerne l'évolution de la longueur d'onde en fonction du nombre de Taylor. Il en est de même pour les résultats relatifs à la vitesse de phase qui sont en bon accord avec ceux de **A. Bouabdallah** obtenus dans le système de Taylor cylindrique dans le cas du jeu radial $\delta = 0,1$.

La base de comparaison phénoménologique se fait par rapport aux résultats relatifs à l'écoulement en charge utilisant un seul fluide.

Dans une seconde étape on a observé par visualisation la nature et la structure de l'écoulement soumis à l'influence d'un fluide non miscible en régime de transition laminaire-turbulent en fonction du nombre de Taylor Ta et de paramètre géométrique définissant le taux de remplissage Γ_{eau} . Egalement la technique expérimentale de visualisation classique employée a permis d'explorer les effets combinés de la surface libre pour un facteur d'aspect $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 19$ et d'une épaisseur d'un film non miscible $1\text{mm} \leq h \leq 3\text{mm}$ sur la nature et la structure de l'écoulement. En fait, ces expériences ont été entreprises pour mettre en lumière les effets éventuels de la gravitation ou de la capillarité à travers des manifestations d'avance ou de retard sur les conditions d'apparition des instabilités.

L'analyse concernant le cas d'un système d'écoulement totalement rempli (en charge) utilisant deux fluides non miscibles a été étendue à l'étude de l'influence du fluide superposé combiné à l'effet du taux de remplissage du fluide de base $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ pour une gamme du facteur d'aspect défini dans l'intervalle $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$ tel que le facteur d'aspect du fluide superposé (la solution) est déterminé dans l'intervalle $4 \leq \Gamma_{sol} \leq 12$.

La hauteur maximum de chaque fluide est $H_{max} = H_{eau} + H_{sol} = (100 \pm 0,1) \text{ mm}$ où

$$(\Gamma_{eau} + \Gamma_{sol} = \Gamma_{max} = 20).$$

Notre mode opératoire consistait à fixer Γ_{eau} et Γ_{sol} et faire varier le nombre de Ta . On a pu noter que la hauteur du fluide superposé H_{sol} interagit avec la structure du mouvement en évolution vers le chaos et entraîne des effets remarquables lorsque Γ_{eau} diminue et vice versa.

D'une manière générale, il s'agit d'un retard relatif des seuils critiques des régimes Spiral Mode et Spiral Wavy Mode caractérisés respectivement par Tc_2 et Tc_4 et une accélération de l'apparition du Wavy Mode (onde azimutale) et du régime chaotique lorsque Γ_{eau} décroît ou inversement lorsque Γ_{sol} croît.

Effectivement, on a enregistré une évolution sensible des nombres critiques de Tc_i ($i=1, 2, 3$ et 4) en fonction du paramètre géométrique Γ_{eau} . Aussi, au fur et à mesure que

Γ_{eau} diminue on a observé la disparition progressive des régimes d'écoulement liés aux nombres critiques Tc_3, Tc_4 et Tc_5 tels que Tc_3 à $\Gamma_{eau}=10$ et Tc_3, Tc_4, Tc_5 à $\Gamma_{eau} = 8$ (disparition de l'onde instationnaire). Par contre l'évolution du nombre critique de Tc_5 subit un saut remarquable à partir d'une hauteur critique de remplissage $\Gamma_{c_{eau}}=13$ qui représente la rupture de la symétrie équatoriale. Dans cette situation l'effet simultané du facteur d'aspect Γ_{eau} et la superposition d'une hauteur de remplissage d'un fluide immiscible favorisent le déclenchement de l'onde azimutale et le chaos pour des faibles taux de remplissage; ce qui n'est pas le cas dans le système cylindrique. Ceci peut expliquer la complexité du mouvement en présence de la couche interfaciale en géométrie sphérique confiné et entièrement rempli.

En outre, on a pu observer une nouvelle structure au cœur des cellules situées près de l'interface quand le mouvement d'écoulement tend vers le Chaos. On a remarqué que la première cellule située près de l'interface devient torsadée. Elle semble se développer d'avantage lorsqu'on augmente progressivement la vitesse de rotation de la sphère intérieure en produisant des perturbations au sein de la cellule voisine et ainsi de suite ces perturbations se propagent vers la partie équatoriale et l'hémisphère sud jusqu'où la nature de l'écoulement devient turbulente. Ce type de cellules torsadées, a été aussi observé dans le système de Taylor-Couette cylindrique à surface libre (CCF) par **A. Mahamdia et A. Bouabdallah [53]**.

Cette étude revêt une certaine importance des résultats obtenus quant à la particularité originale des instabilités observés au sein du fluide f (solution) situé au dessus de l'écoulement de base. Le paramètre Γ_{sol} semble avoir un effet qualitatif et quantitatif sur le système d'écoulement en général et en particulier sur l'instabilité de volume qui intervient dans l'écoulement considéré lorsque le taux de remplissage Γ_{sol} augmente.

On constate que l'interaction dynamique du mouvement interfaciale peut être observée par l'apparition d'une cellule de surface à partir de $\Gamma_{sol} = 6$. Par conséquent, on confirme que l'instabilité de type Taylor vortex flow (TVF) caractérisé par $T'c_1$ n'est pas affectée par l'effet de la hauteur pour Γ_{sol} donné, situé dans l'intervalle $8 \leq \Gamma_{sol} \leq 12$. Lorsque Γ_{sol} augmente, on constate que l'effet de Γ_{sol} a pour conséquence de retarder l'apparition des instabilités et aussi il entraîne la disparition progressive des régimes

d'écoulement liés aux nombres critiques $T'c_3$, et $T'c_5$ tels que Tc_3 à $\Gamma_{sol} = 8, 9, 10$ et 12 et $T'c_5$ à $\Gamma_{sol} = 10$ alors qu'il est présent dans l'expérience effectuée avec $\Gamma_{eau} = 10$. Cela est du probablement à l'influence directe sur la nature et la structure de l'écoulement considéré (solution) du fluide de base qui est en régime instationnaire ou développé.

L'oscillation de l'interface indique l'extinction du spiral Mode combiné au Wavy Mode dans les cas $\Gamma_{sol} = 8, 9, 10$ et 12 ainsi le Wavy Mode à $\Gamma_{sol} = 10$. En revanche, le processus de déclenchement de l'onde azimutale est avancé pour $\Gamma_{sol} = 12$, ce qui confirme nos observations à $\Gamma_{eau} = 12$.

Par la suite on s'est intéressé à l'analyse des propriétés des structures de l'écoulement de base (eau) sous l'influence d'un fluide test (f) non miscible. Le traitement des données photométriques a permis de suivre l'évolution de ces propriétés internes de l'onde azimutale à savoir, le nombre d'onde azimutale (m), la variation de la longueur d'onde axiale λ_z et la vitesse de phase ω en fonction de Ta et de Γ_{eau} . Il est remarquable de noter que la variation du rapport de la vitesse de phase ω/Ω_l en fonction du facteur d'aspect Γ_{eau} apparaît affecté dans la partie équatoriale pour certaines valeurs du taux de remplissage $\Gamma_{eau} = 14, 13$ et 10 . Pour ces précédentes valeurs de Γ_{eau} , la vitesse de phase décroît vers une valeur de stabilisation $\omega/\Omega_l = 0,42, 0,43$ et $0,40$ respectivement. Ceci peut s'expliquer par l'effet combiné des taux Γ_{eau} et Γ_{sol} et de l'interaction du fluide léger avec l'écoulement de base considéré (fluide lourd). Cependant les différents résultats liés aux autres cas étudiés sont conformes à ceux obtenus avec un seul fluide pour $\Gamma_{max} = 20$ et avec ceux trouvés par d'autres auteurs dans le cas de Taylor - Couette cylindrique. D'une manière globale, on remarque pour les différentes hauteurs Γ_{eau} l'évolution de la longueur d'onde axiale λ_z en fonction de Ta est similaire à celle présenté par **M. Wimmer** [20] [24] et **T. Tamsout** [51]. Ainsi, lorsque Γ_{eau} diminue et Γ_{sol} augmente l'effet prévu auparavant semble produire des modifications sur la variation du nombre d'onde azimutal m en fonction de Ta dans l'intervalle $12 \leq \Gamma_{eau} \leq 16$, en particulier sur les sauts relatifs au nombre m et leurs stabilisation dans la phase de décroissance correspondant au régime d'évolution du wavy mode. En revanche, pour des faibles taux de remplissage où $\Gamma_{eau} \approx \Gamma_{sol}$, l'effet de la hauteur H_{sol} du fluide superposé (f) devient prépondérant car l'allure globale de la courbe de m en fonction de Ta pour deux cas de Γ_{eau} examinés n'est pas la même à $\Gamma_{eau} = 11$ et 10 le nombre d'onde azimutale est affecté par le taux de remplissage Γ_{sol} du fluide test (f) non miscible. Ce nombre évolue de façon croissante et se

stabilise respectivement à 8 et 10 jusqu'au déclenchement du Chaos. Par contre on remarque que le nombre d'onde azimutale se conserve et ne diminue pas.

Du point de vue qualitatif du processus de transition laminaire-turbulent de l'écoulement de base, on a cherché à examiner l'évolution hydrodynamique dans le plan structural (n, m) des nombres d'onde axiale et azimutale en fonction de Ta sous influence des paramètres géométriques Γ_{eau} et Γ_{sol} . Ce type d'évolution du régime de transition vers le Chaos paraît sensible aux effets des deux facteurs d'aspect $(\Gamma_{eau}, \Gamma_{sol})$ (système en charge avec deux fluides).

- En troisième partie, notre étude a été consacrée à un système d'écoulement à surface libre lorsque Γ_{eau} varie dans l'intervalle $8 \leq \Gamma_{eau} \leq 19$. Nous avons examiné les effets combinés du taux de remplissage de l'écoulement considéré F (de base) $\Gamma_{eau} = H_{eau}/d$ et la superposition d'un film test f très mince non miscible d'épaisseur variable $h = 1, 2$ et 3 mm , étalé sur la surface du fluide lourd. Nous avons tenté dans ce cas d'étudier l'interaction des effets relatifs du facteur d'aspect $\gamma = h/d$ du film f par rapport à l'écoulement correspondant F (eau) tel que $0,2 \leq \gamma \leq 0,6$. Cette manière d'opérer vise à mettre en lumière l'effet éventuel de capillarité sur l'apparition critique des différents régimes d'écoulement.

Les résultats obtenus pour chaque facteur d'aspect Γ_{eau} associé à une position du film test (f) fixée variant de $h = 1, 2$ et 3 mm sont comparés aux résultats de **T.Tamsout [51]** obtenus en système d'écoulement partiellement rempli sans film. Des deux résultats, il ressort que l'écoulement soumis aux deux effets n'a aucune conséquence sur les seuils critiques d'apparition des instabilités, en résultant que l'effet du film non miscible à surface libre révèle et assure un bon contrôle du régime de transition en particulier pour les quatre premières instabilités dans toute la gamme étudiée, seule l'apparition du Wavy mode échappe à ce processus pour $\Gamma_{eau} = 13$ et 10 .

Actuellement, cette étude expérimentale nous a permis de réaliser par visualisation un ensemble de données importantes qui mérite une exploration et un suivi par voies expérimentale et théorique.

Enfin il est à signaler que notre contribution semble présenter un caractère original car, à notre connaissance, l'effet de l'interaction du mouvement de deux fluides non miscibles, en géométrie sphérique rotative, n'a pas été étudiée que ce soit dans un système entièrement rempli ou à surface libre. Aussi il est à signaler qu'au plan théorique, l'étude hydrodynamique de ce type de mouvement présente des difficultés considérables en raison des effets non linéaires introduits par la présence de l'interface. Ces difficultés se situent au

niveau de la formulation des équations du mouvement par rapport aux caractéristiques de l'écoulement et en tenant compte des conditions aux limites à l'interface des deux fluides. De ce fait, on n'a disposé d'aucun document de référence pour la comparaison de nos résultats.

En vue de compléter nos expériences menées par voie qualitative, des mesures quantitatives utilisant la technique polarographique sont envisagées pour les mesures du gradient pariétal moyen de vitesse et la détermination du frottement local au niveau de la paroi interne de la sphère externe fixe. L'analyse spectrale des fluctuations associées aux valeurs moyennes sera également réalisée pour mieux caractériser les différents régimes d'écoulement. Une étude numérique sera entreprise pour compléter nos résultats expérimentaux.

REFERENCES

BIBLIOGRAPHYQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G. I. Taylor: Stability of viscous liquid contained between two rotating cylinders. Phil. Trans. A 223, 289-293 (1923).
- [2] H.Schlichting, Boundary Layer Theory, Mc. Graw-hill (1968).
- [3] T.B.Benjamin: Bifurcation phenomena in steady flows of viscous liquid. PartI, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol 359, p1-26 (1978).
- [4] B.Benjamin: Bifurcation phenomena in steady flows of viscous liquid. PartII, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol 359, p27-43 (1978).
- [5] R.M Lueptow, Web site, Laboratory for Applied Fluid Dynamics, North Western. University, Evanston, Illinois- USA.
- [6] A.Dibes: Effet de l'inclinaison du système d'écoulement sur l'apparition des instabilités de Taylor couette. Thèse Magister, USTHB, (2005).
- [7] A.Bouabdallah : Instabilités et turbulence dans l'écoulement de Taylor- Couette. Thèse de doctorat es sciences, INPL, Nancy, France (1980).
- [8] J. A . Cole: Taylor- vortex instability and annulus- length effects, J.Fluid. Mech, Vol 75, 5-12 (1976).
- [9] M.Douaya : Analyse des transitions dans l'écoulement de Taylor-Couette à faible rapport d'aspect. Doctorat de l'INPL, Nancy- France (1989)
- [10] D.Walgraef et al: Onset of wavy Taylor vortex flow in finite geometries. Phys. Rev. A 29, 1514–1519 (1984).
- [11] A. Mahamdia : Hydrodynamique des écoulements tournants. Application au mouvement de Taylor-Couette en Géométrie finie. Thèse de Doctorat ès sciences,USTHB (2005).
- [12] D. Coles: Transitions in circulaire Couette flow. J.Fluid.Mech, Vol 21, part3, 1965.
- [13] M.Wimmer: An experimental investigation of Taylor vortex flow between conical cylinders. J.Fluid.Mechanics, vol.292 (1995)
- [14] M.Noui-Mehidi et A. Bouabdallah : Laminar-Turbulent Transition between Rotating Cones. 3rd International Workshop \ED Diagnostics of Flows". (Editors:Deslouis, C.;Tribollet, B.), Dourdan, (France), May 9-12, pp139-147 (1993).
- [15] M.Noui-Mehidi & M. Wimmer: Free surface effects on the flow between conical cylinders. Acta Mechanica, vol 135, (1999).

- [16] M.Noui-Mehidi et al: An Experimental Investigation of Flow Mode Selection in a Conical Taylor-Couette System. International Journal of Fluid Dynamics Vol 5, Article 1 (2001).
- [17] G.N. Khlebutin: 1968 Stability of fluid motion between a rotating and a stationary concentric sphere .Fluid Dyn.3,31-32. (1968).
- [18] O.Sawatzki & J.Zierep: (1970) Das strömungsfeld um eine rotierende kugel .Acta Mechanica, 9, 159.
- [19] M.Menguturk & B.R Munson: Experimental results for low Reynolds number flow between eccentric rotating spheres. The physics of fluids, vol.18, N°.2, February 1975.
- [20] M. Wimmer: Experiments on a viscous fluid flow between rotating spheres. J.Fluid Mech., vol78, part2, pp.317-335(1976).
- [21] I.M.Yavorskaya , Yu.N. Belyaev, A.A. Monakhov , N.M. Astaf'eva , S.A. Scherbakov ,N.D.Vvdenskaya :Stability, Non-uniqueness and transition to turbulence in the flow between two rotating spheres. Sciences of the USSR Space Research Institute, pp. 1-61 (1980)
- [22] M.Wimmer: Experiments on the stability of viscous flow between two concentric rotating spheres. J.Fluid Mech, vol03, pp.117-131, (1981).
- [23] K. Nakabayashi: Transition of Taylor –Görtler Vortex flow in spherical Couette flow. J.Fluid Mech. vol.132, pp.209-230(1983).
- [24]M. Wimmer: viscous flows and instabilities near rotating bodies Prop. Aerospace Sci., vol25, pp.43-103, (1988).
- [25] K Nakabayashi and Y. Tsuchida: Modulated and unmodulated traveling azimuthal waves on the toroidal vortices in a spherical Couette system. J.Fluid Mech.vol.195, pp.495-522(1988).
- [26] K. Nakabayashi & Y. Tsuchida: Flow-history effect on higher modes in the spherical couette system. J.Fluid Mech. vol.295, pp.43-60 (1995).
- [27] M. Liu, C. Blohm, C. Egbers, P. Wulf, and H. J. Rath: Taylor Vortices in Wide Spherical Shells. Volume 77, number 2 physical review letters 8 July 1996.
- [28] P.Bar-Yoseph , A. Solan , R.hillen & G.Roesner : Taylor vortex flow between eccentric coaxial rotating spheres. Phys. Fluids A 2 (9) , pp1564-1573,September 1990.
- [29] K.Nakabayashia , Y.Tsuchida & Z. Zheng : Characteristics of disturbances in the laminar–turbulent transition of spherical Couette flow. 1. Spiral Taylor–Görtler vortices and traveling waves for narrow gaps. Physics of Fluids volume 14, number 11 November 2002.
- [30] I.U. K. Bratukhin: On the evaluation of the critical Reynolds number for the flow between two rotating spherical surface .J.Appl.Math.25, 1286. (1961).

- [31] B.R. Munson & D.D. Joseph: Viscous incompressible flow between concentric rotating spheres part1: Basic Flow. *J.Fluid Mech.* vol.49, part2, pp.289-30(1971).
- [32] B.R. Munson & D.D. Joseph: Viscous incompressible flow between concentric rotating spheres. Part.2. Hydrodynamic instability. *J.Fluid Mech.* vol 49, part 2, pp 305-318 (1971).
- [33] B.R. Munson & M. Menguturk (1975) : Viscous incompressible flow between concentric rotating spheres Part3 .Linear stability and experiments. *J.Fluid Mech.* (1975), vol 69, part4, pp.705-719.
- [34] P. Marcus and L. S. Tukerman: Simulation of flow between concentric rotating spheres. Part (1). Steady states .*J.Fluid Mech* vol, 185, pp.1-30. (1987).
- [35] P. Marcus & L. S. Tukerman: Simulation of flow between concentric spheres. Part (2). Transitions. *J.Fluid Mech.* vol.185, pp.31-65. (1987).
- [36] H. Wang & L. Kaitai. : Numerical simulation of spherical couette flow. *Computers and Mathematics with applications* 48 (2004) 109-116.
- [37] R. Hollerbach , M. Junk and C. Egbers: Non-axisymmetric instabilities in basic state spherical Couette flow. *Fluid Dynamics Research* 38 (2006) 257- 273.
- [38] R. W. Douglass; B. R. Munson & E. J. Shaughnessy: Thermal Convection in rotating Spherical Annuli-1. Forced Convection. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol 21, pp. 1543-1553(1978).
- [39] R. W. Douglass; B. R. Munson & E. J. Shaughnessy: Thermal Convection in rotating Spherical Annuli-2. Stratified Flows .*Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 21, pp. 1555-1564 (1978).
- [40] M. Liu, C. Egbers and H. J. Rath: Three-dimensional finite amplitude thermal convection in a spherical shell. *Adv. space res.* vol. 16. No. 7, pp. (7)105-(7)108, 1995.
- [41] W.J. Luo & R-J. Yang: Flow bifurcation and heat transfer in a spherical gap. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000) 885-899.
- [42] Horng Wen Wu , Wen Ching Tsai, Huann-Ming Chou: Transient natural convection heat transfer of fluids with variable viscosity between concentric and vertically eccentric spheres. *International Journal of Heat and Mass Transfert* 47 (2004). 1685-1700
- [43] V. C. Loukopoulos: Taylor vortices in annular heated spherical flow at medium and large aspect ratios. *Physics of fluids* 17, 018108 (2005).
- [44] H. Yamaguchi , J ferjiyoshi and H. Matsui: Spherical couette flow of a viscoelastic fluid. Part I: Experimental study of the inner sphere rotation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 69 29-46 (1997).

- [45] H. Yamaguchi *, H. Matsui: Spherical Couette flow of a viscoelastic fluid. Part II: Numerical study for the inner sphere rotation J. Non-Newtonian Fluid Mech., 69 47-70 (1997).
- [46] H. Yamaguchi*, B. Nishiguchi: Spherical Couette flow of a viscoelastic fluid. Part III: A study of outer sphere rotation. J. Non-Newtonian Fluid Mech. 84 45-64 (1999) .
- [47] H. Yamaguchi and I. Kobori: Spherical Couette flow of a magnetic fluid with inner sphere rotation. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 122 (1993) 221-223.
- [48] Karl Buhler: Spherical Couette flow with superimposed throughflow.LNP 549, pp. 56–268, 2000. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2000).
- [49] L. Reiss and T.J. Hanratty, A.I. Ch.E , Vol 8 (2), pp 245 (1962).
- [50] L. Reiss & T. J. Hanratty : An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer.A.I. CH.E. Journal, Vol 9, N° 2, 1963.
- [51] T. Tamsaout: Effets des caractéristiques spatio-temporelles sur les conditions d'apparition des instabilités entre sphères coaxiales en rotation. Thèse Magister Université de Boumerdes (2006).
- [52] M.Adnane: Effet de la mise en régime des vitesses sur les conditions d'apparition des instabilités et de la turbulence entre cylindres coaxiaux. These Magister, Université de Boumerdes (2006).
- [53] A. Mahamdia et A. Bouabdallah: Effets de la limitation axiale sur l'écoulement de Taylor-Couette à surface libre, Modelling, Measurement and Control, B, AMSE Press, Vol52, N°2, 1-8, (1994).
- [54] N.Bounebirat : Effets combinés de la géométrie et de la gravité sur l'écoulement entre sphères coaxiales en rotation. Thèse Magister, USTHB, (2006).