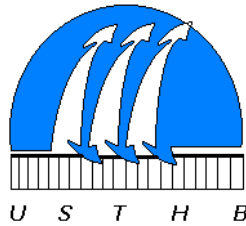


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENNE

FACULTE DE GENIE CIVIL ET GENIE MECANIQUE
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

THESE DE MAGISTER

Présentée par
Mademoiselle **BERBAR DJIDA**
Ingénieur d'état en génie civil - U.S.T.H.B.
Option : construction civil et industrielle

Thème

**ETUDE THEORIQUE ET NUMERIQUE
DE LA STABILITE DES PENTES**

Soutenue le

Devant le jury composé de :

Monsieur M. CHABAAT
Monsieur R. BAHAR
Monsieur F. KAOUA
Monsieur N. LARADI
Monsieur H. AFRA

Maître de conférence, D.G.C./ U.S.T.H.B.
Maître de conférence, U.M.M.T.O.
Maître de conférence, D.G.C./ U.S.T.H.B.
Maître de conférence, D.G.C./ U.S.T.H.B.
Maître de recherche, C.G.S.

Président
Directeur de thèse
Examineur
Examineur
Examineur

REMERCIEMENTS

Que tous ceux qui m'ont apporté leur aide, pour la réalisation de ce travail, trouvent ici l'expression de m'a profonde gratitude.

Je tiens notamment à remercier :

***Monsieur R. BAHAR**, maître de conférence au département de génie civil de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir dirigé ce travail, et de m'avoir permis ainsi de le mener à son terme.*

***Monsieur M. CHABAAT**, maître de conférence au département de génie civil de U.S.T.H.B, qui a bien voulu examiner ce travail et présider le jury. Je tiens à le remercier pour sa confiance et l'encouragement permanent dont - il m'a fait preuve.*

***Monsieur H. AFRA**, maître de recherche au C.G.S d'avoir voulu examiner ce travail, je tiens également à le remercier pour sa disponibilité, ses précieux conseils et l'écoute dont il fait preuve avec modestie.*

***Monsieur F. KAOUA**, maître de conférence au département de génie civil de U.S.T.H.B d'avoir bien voulu accepter d'être examinateur dans le jury de soutenance.*

***Monsieur N. LARADI**, maître de conférence au département de génie civil de U.S.T.H.B d'avoir bien voulu accepter d'être examinateur dans le jury de soutenance.*

***Monsieur NOUR** pour sa précieuse aide.*

***Monsieur BOUJIRA** de C.T.T.P.*

***Monsieur ALLILI** de E.N.P.*

Je n'oublie surtout pas mes amis qui m'ont apporté aide et réconfort. Merci de m'avoir supporté dans les moments difficiles. Je vous prie de trouver ici toute ma gratitude et mon amitié éternelle.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE 1 : ANALYSE DES GLISSEMENTS

1. INTRODUCTION
2. CLASSIFICATION DES GLISSEMENTS
 - 2.1. LES ECROULEMENTS
 - 2.2. LES GLISSEMENTS PROPREMENT DITS
 - 2.3. LES COULEES BOUEUSES
 - 2.4. LE FLUAGE
3. LES CAUSES DES GLISSEMENTS
4. ETUDE D'UN GLISSEMENT
 - 4.1. RECONNAISSANCE DES SOLS
 - 4.2. CALCUL DE LA STABILITE
 - 4.2.1. METHODES DE CALCUL A LA RUPTURE
 - 4.2.2. METHODES VOLUMIQUES
 - 4.2.3. METHODES ENERGETIQUES
5. CONCLUSION

CHAPITRE 2 : CALCUL A LA RUPTURE

1. INTRODUCTION
2. PRINCIPE DU CALCUL A LA RUPTURE
 - 2.1. DEFINITION DU COEFFICIENT DE SECURITE
 - 2.3. STABILITE A COURT TERME ET A LONG TERME
 - 2.4. RESISTANCE AU CISAILLEMENT
3. METHODES DE CALCUL A LA RUPTURE
 - 3.1. METHODES GLOBALES
 - 3.1.1. METHODE DE TAYLOR ET CAQUOT
 - 3.1.2. METHODE DE BIAREZ
 - 3.1.3. METHODE DE BELL 1969
 - 3.1.4. METHODE DES PERTURBATIONS
 - 3.1.5. METHODE DE MINIMISATION ENERGETIQUE.
 - 3.2. METHODES DES TRANCHES
 - 3.2.1. METHODE SUEDOISE (FELLINIUS 1927)
 - 3.2.2. METHODE DE BISHOP (1955)
 - 3.2.3. METHODE DE MORGENSTREIN ET PRICE 1965
 - 3.2.4. METHODE DE JANBU (1954)
4. AUTRES METHODES DES TRANCHES, COMPARAISONS ET DIFFICULTES
 - 4.1. COMPARAISON DES VALEURS DU COEFFICIENT DE SECURITE
5. CONCLUSION

CHAPITRE 3 : ANALYSE EN DEFORMATION

1. INTRODUCTION
2. PRINCIPE DES TRAVAUX VIRTUELS
3. METHODE DES ELEMENTS FINIS
4. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS
 - 4.1. COMPORTEMENT ELASTIQUE

- 4.2. COMPORTEMENT ELASTO PLASTIQUE.
 - 4.2.1. NOTION DE SURFACE DE CHARGE
 - 4.2.2. CAS DE CHARGE ET DE DECHARGE
 - 4.2.3. POTENTIEL PLASTIQUE - REGLE D'ECOULEMENT
 - 4.2.4. ECROUISSAGE
 - 4.2.5. DEFORMATIONS TOTALE-MATRICE DE RIGIDITE ELASTO-PLASTIQUE
 - 4.2.6. MODELES ELASTO-PLASTIQUE PARFAIT
 - a- CRITERE DE MOHR – COULOMB
 - b- CRITERE DE TRESCA
 - c- CRITERE DE VON MISES
 - d- CRITERE DE DRUCKER ET PRAGER
 - 4.2.7. MODELES ELASTOPLASTIQUE AVEC ECROUISSAGE
- 5. RESOLUTION PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS DES PROBLEMES DE L'ELASTOPLASTICITE
 - 5.1. SCHEMA D'INTEGRATION NUMERIQUE
 - 5.1.1. SCHEMA DU MODULE TANGENT
 - 5.1.2. SCHEMA DE RETOUR DU MODULE TANGENT
 - 5.1.3. SCHEMA DE RETOUR DU MODULE TANGENT SIMPLIFIE
 - 5.2. METHODE DE FORCE - METHODE DE RIGIDITE
- 6. MODELISATION PAR ELEMENT FINIS
 - 6.1. MODELISATION GEOMETRIQUE DU PROBLEME
 - 6.1.1. ANALYSE GEOMETRIQUE DU PROBLEME
 - 6.1.2. DISCRETISATION SPATIALE DU MILIEU EQUIVALENT
 - 6.2. MODELISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES SUR LES INCONNUES
 - 6.3. MODELISATION DE L'ETAT INITIAL DU SOL
 - 6.3.1. GENERALITE
 - 6.3.2. PRISE EN COMPTE D'UN ETAT INITIAL DES CONTRAINTES DANS LA M.E.F
- 7. CONCLUSION

CHAPITRE 4 : LOGICIEL DEVELOPPE "STAB ' PENTE' "

- 1. GENERALITES
- 2. PRESENTATION DE LA STRUCTURE GENERALE DU PROGRAMME
 - 2.1. DISCRETISATION ET MAILLAGE (MODULE " MAILLE ")
 - 2.2. STRUCTURE DU MODULE " CALCUL "
 - 2.2.1. CONDITIONS AUX LIMITES
 - 2.2.2. ESTIMATION DES CONTRAINTES INITIALES DANS LES MASSIFS DE SOLS
 - 2.2.3. ORGANISATION DU SOUS PROGRAMME " ELASTIC "
 - 2.2.4. ORGANISATION DU SOUS PROGRAMME " PLASTIC "
 - a- PROBLEME DE DEFORMATION PLANE
 - b- METHODE DES CONTRAINTES INITIALES QQS CORRECTION DES CONTRAINTES
 - c- EXPRESSIONS DES DERIVEES DE LA SURFACE DE CHARGE
- 3. MISES EN ŒUVRE DANS LE SOUS ENSEMBLE CALCUL/PLASTIC
 - 3.1. PREMIERE ITERATION D'UN INCREMENT DE CHARGEMENT
 - 3.2. ITERATION SUIVANTE ET CONVERGENCE D'UN INCREMENT DE CHARGEMENT

4. MODULES " MPENT" ET " COHES "
5. CONCLUSION

CHAPITRE 5 : VALIDATION DU PROGRAMME ET APPLICATION

1. INTRODUCTION
2. PREMIERE APPLICATION
3. DEUXIEME APPLICATION (chargement d'un massif de sol par des forces concentrées)
4. TROISIEME APPLICATION (talus en remblai)
5. QUATRIEME APPLICATION (simulation de la rupture en fonction du coefficient de sécurité)
6. CINQUIEME APPLICATION
7. ETUDE D'UN TALUS INSTABLE (Sidi - Ahmed - Bejaia)
 - 7.1. PRESENTATION DU PROBLEME
 - 7.2. ETUDE DE STABILITE PAR " STAB 'PENTE' "
 - a- MODELISATION
 - b- RESULTATS OBTENUS
8. ETUDE D'UN GLISSEMENT (Localité de Zitouna wilaya de Skikda)
 - 8.1. PRESENTATION DU PROBLEME
 - 8.2. ETUDE DE STABILITE PAR " STAB 'PENTE' "
 - c- MODELISATION
 - d- RESULTATS OBTENUS
9. CONCLUSION

CONCLUSION GENERALE

ANNEXE

خلاصة

تتناول هذه المذكرة البسيطة في مرتبة أولى لمحة لمختلف أنواع التحاليل لاستقرار المنحدرات و في مرتبة ثانية المنطق المفصل لحساب المسائل الثنائية الأبعاد في التصرف الخطي و الغير خطي بطريقة العناصر الكاملة هذا العمل انقسم إلى خمسة فصول في الأول تناولنا خاصيات تحليل انزلاق التربة أي تصنيف أسباب و طرق دراسة انزلاق التربة و في الثاني تناولنا خلاصة الطرق الرئيسية لحساب التمزق و في الفصل الثالث تناولنا تحليل الانحراف بطريقة العناصر الكاملة و قمنا في هذا الفصل بوصف بعض نماذج سلوك التربة و كذلك تقنيات حل مسائل التمدد بطريقة العناصر الكاملة و في الفصل الرابع عرضنا طريقة عامة للمنطق المفصل "استقرار المنحدر" و تطوير قانون الحساب هذا تم في شكل قياسي المقياس الأول يتضمن تشبيك و تحضير المعطيات و الثاني يناسب التصوير الخطي للتشبيك المقاييس الثلاثة الأخيرة تتعلق بقانون الحساب بالعنصر التام بحد ذاته كل مقياس يغطي عددا ما من نماذج المسائل أي الحل الرقمي لمسائل التمدد و التمديد باستعمال معايير موهر كولومب و فون ميس مع قاعدة انصباب مشترك و تمثيل لتمزق منحدر بزيادة معامل الأمان و مماثلة للتمزق بتخفيض التمام التربة و يتناول الفصل الخامس و الأخير عددا من التطبيقات و التنفيذات للبرنامج على نماذج حالات حقيقية

Ce modeste mémoire présente, en premier lieu, un tour d'horizon des différents types d'analyses de stabilité des pentes et en second lieu, le logiciel développé de calcul des problèmes bi-dimensionnels en comportement linéaire et non linéaire par la méthode des éléments finis. Ce travail s'est scindé en cinq chapitres. Dans le premier, on présente les particularités de l'analyse des glissements de terrain à savoir la classification, les causes, et le processus d'étude d'un glissement de terrain. Le second comporte une synthèse des principales méthodes de calculs à la rupture. Le troisième chapitre consiste en l'analyse en déformation par la méthode des éléments finis, on décrit dans ce chapitre quelques modèles de comportement des sols ainsi que les techniques de résolution des problèmes de l'élastoplasticité par la méthode des éléments finis. Le quatrième chapitre, expose d'une manière générale le logiciel développé "STABPENTE". Le développement de ce code de calcul s'est fait sous forme modulaire. Le premier module contient le maillage et la préparation des données. Le second correspond à la visualisation graphique du maillage. Les trois derniers modules concernent le code de calcul par élément finis proprement dit, chacun couvre un certain type de problèmes à savoir, la résolution numérique des problèmes de l'élasticité et de l'élastoplasticité en utilisant les critères de Mohr Coulomb et de Von Mises avec une règle d'écoulement associé, simulation de la rupture d'un talus par augmentation du coefficient de sécurité, et simulation de la rupture par diminution de la cohésion du sol. Le cinquième et dernier chapitre, présente un certain nombre d'applications et de mises en œuvre du programme sur des exemples de cas réels.

*This modest memory present on the first the different types of slope stability analysis and in the second a logiciel developed for the two-dimensional problems in the linear and not linear behaviour by the finite element method. This work has divided in five chapters: The first chapter present the particularity of the ground slinding analysis study process. The second chapter comprise a syntheses of the rupture reckoning method. The third chapter consist on the analysis for deformation by the finite element method, we describe a many models of sols comportment and the technical resolution of the elastic-plastic problem by the finite element method. The fourth, exhibit generally the logiciel "STABPENTE". The development of this code of reckoning is making in the shape of modular. The first module contain the descritisation and data preparetion, the second module correspond on the graphic visualisation of the element, the last three modules concern the code of reckoning by the finite element method, each one cover many type of problem among the numeric resolution of elasticity and elastic-plastic problem, using **MOHR COULOMB** and **VON MISES** critter, with a solution of the back brocking by augmentation of the security factor, and simulation of the brocking by diminution of soil cohesion. The fifth and last chapter present much applications and program application for a real examples.*

LISTES DES NOTATIONS UTILISEES

Chapitre II	
Symbole	Définition
F	Coefficient de sécurité .
τ	Contrainte de cisaillement.
τ_{\max}	Résistance au cisaillement maximale.
C	Cohésion.
C'	Cohésion d'un sol drainé.
φ	Angle de frottement.
φ'	Angle de frottement d'un sol drainé.
σ	Contrainte normale.
σ'	Contrainte normale effective.
C_u, φ_u	Caractéristiques non drainés.
τ_{fp}	Valeur de pic de la résistance au cisaillement.
τ_{fr}	Résistance résiduelle de la résistance au cisaillement.
Δl_p	Déformation dans le plan de cisaillement
W	Force due aux poids des terres.
U	Résistance due à l'écoulement de l'eau.
N	Résultante des composantes normales.
T	Résultantes des composantes tangentielles.
l	Longueur de l'arc de la ligne de rupture.
r	Rayon du cercle de la surface de rupture.
γ	Poids volumique.
x, x_0, x_1	Abscisse curviligne du point courant.
σ_F	Contrainte de Fellinius.
P	Paramètre de perturbation.
H, V	Composantes horizontale et verticale de la force interne.
α	Inclinaison de la force normale par rapport à la verticale.
M_n	Moment de la tranche n.
H_n	Effort horizontal de la n ^{eme} tranche.
F_P	Coefficient primitif.

Chapitre III	
Symbole	Définition
σ_{ij}	Tenseur des contraintes.
ε_{ij}	Tenseur des déformations.
F_i	Force de volume.
T_i	Force de surface.
U_i	Déplacement
Ds	Elément de surface.
Dv	Elément de volume.
U_E	Déplacement à l'intérieur de l'élément fini.
U_G	Déplacement nodal.
N	Fonction d'interpolation.
$\underline{\varepsilon}$	Vecteur déformation.
L	Matrice de dérivation.
B	Matrice de déformation.
$\underline{\sigma}$	Vecteur contrainte.
F_G	Vecteur force nodal équivalent
D	Matrice d'élasticité.
K_G	Matrice de rigidité globale.
F_{ij}	Fonction tensorielle.
ε	Déformation totale.
ε_e	Déformation élastique.
ε_p	Déformation plastique.
$F(\sigma, R)$	Fonction d'écoulement.
R	Paramètre d'écrouissage .
$\dot{\sigma}$	$d\sigma$
\dot{F}_σ	$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right) \cdot \dot{\sigma}$
\dot{F}_R	$\left(\frac{\partial F}{\partial R}\right) \cdot \dot{R}$
m_{ij}	Vecteur normal de la surface de charge.
λ	Multiplicateur de plasticité.
G	Potentiel plastique
$\partial G / \partial \underline{\sigma}$	Direction des déformations plastiques.

H	Module d'érouissage.
D^p	Matrice de rigidité plastique.
D^{ep}	Matrice de rigidité élastoplastique.
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales.
J_2	Deuxième invariant du tenseur déviatorique.
K	La résistance maximale du matériau(paramètre de la loi de comportement).
I_1	Trace du tenseur des contraintes.
α	Paramètre de la loi de comportement.
$\Delta\sigma$	Incrément de contrainte.
$\Delta\varepsilon$	Incrément de déformation.
$\delta\sigma$	Correction des contraintes.

Chapitre IV

σ_v	Contrainte verticale.
σ_H	Contrainte horizontale.
K_0	Coefficient des terres au repos.
H	Profondeur d'un point de Gauss par rapport à la surface libre.
E	Module de Young.
ν	Coefficient de Poisson.
ITS	Nombre d'itérations maximales.
$Iters$	Itération " i ".
ΔU_i	Incrément déplacement.
C	Première valeur de la cohésion.
C_f	Nouvelle valeur de la cohésion en chaque incrément.
φ	Valeur initiale de l'angle de frottement.
φ_f	Nouvelle valeur de l'angle de frottement.

Introduction

Introduction

Depuis la nuit des temps, l'homme ne cesse d'évoluer, la nature aussi. Avec ce besoin insatiable, l'homme à toujours été contraint à contrecarrer certains phénomènes qu'on dit généralement "catastrophes". Celles ci, bien qu'elles soient quelques fois naturelles, ont été pour la plus part l'effet des êtres humains.

En marge des séismes, tornades, cyclones...etc., il existe un phénomène assez répandu, que sont les glissement de terrains. Aux effets dévastateurs, les glissements de terrains sont sujet à des recherches de plus en plus approfondies dans le but de mieux comprendre l'origine, le mécanisme et l'importance de ces phénomènes.

L'évolution des théories par le perfectionnement des moyens, tant sur le terrains qu'aux laboratoires, ainsi que l'accroissement des moyens informatiques ont permis le devloppement considérable des méthodes de calcul de stabilité des pentes.

A cause de son importance pratique, l'analyse de stabilité des pentes a reçu une attention large dans la littérature. Plusieurs méthodes de calcul ont été proposées. l'analyse de l'équilibre limite a été la méthode la plus populaire pour les calculs de stabilité. Ce mode de calcul suppose que le terrain se comporte comme un solide rigide plastique et obéit aux lois classiques de la rupture par cisaillement (critère Mohr- Coulomb), et admet que la rupture apparaît simultanément en tous point de la ligne de glissement. Ces hypothèses sont de plus en plus remisent en question pour plusieurs raisons :

- Les sols ont un comportement plus complexe, qu'il apparaît nécessaire, de plus, de suivre tout le long de la déformation. Ainsi il faut faire appel de plus en plus à des modèles élastoplastiques, plus on moins élaborés, ou à des modèles visco-plastique voir visco-elasto-plastique.
- L'apparition et le devloppement de méthodes numériques puissantes, telles que la méthode des éléments finis, qui permet de modéliser tout le continuum.
- L'augmentation formidable des moyens de calcul, avec la naissance et le développement continu des ordinateurs, sans laquelle les modèles de comportements complexes des sols et la méthode des éléments finis n'auraient pas pu voir le jour.

C'est pourquoi les recherches essentielles réalisées dans le domaine concernent :

- L'amélioration de l'exploitation des méthodes existantes (calcul à la rupture) ;
- La recherche des modes de comportement réalistes et généraux, du moins pour le type de sol que l'on étudie et le type de chargement ;
- La mise au point d'algorithmes de résolution permettant l'analyse des mouvements des terrains par la méthode des éléments finis .

La recherche entreprise dans l'ensemble de notre travail est concentrée, d'une part sur l'analyse de certaines méthodes classiques des calcul de stabilité, les plus connues (Janbu, Bishop, Morgenstem...etc.), et d'autre part la résolution par éléments finis, en petites déformations des problèmes de stabilité avec la loi de comportement élastoplastique du massif de sol .

Ainsi, la première partie est-elle une synthèse bibliographique qui fait le point des connaissances sur l'étude des glissements et les différentes méthodes de calcul de stabilité des pentes. Cette partie est donc l'occasion de présenter un certain nombre de méthodes de calcul de stabilité à la rupture et les différents modèles élastoplastiques utilisés pour simuler d'une façon pratique certains aspects du comportement réel des sols qui permettent le calcul en déformation.

La deuxième partie présente en premier lieu, le programme réalisé par la méthode des éléments finis, en tenant compte des deux cas élastique et élastoplastique, en considérant les corrections dues à la plastification du massif durant le calcul. En second lieu, elle présente un certain nombre d'applications et de mises en œuvre du programme sur des exemples de cas réels .

Chapitre I

Analyse des glissements

Chapitre I

ANALYSE DES GLISSEMENTS

1. INTRODUCTION

Les glissements de terrains se manifestent par le déplacement, souvent rapide, d'une masse de sol par rapport au flanc d'une montagne, à un remblai ou à un déblai. Les volumes en mouvement varient de quelques mètres cubes à plusieurs dizaines de millions de mètres cubes. Dans la plupart des cas on peut décrire le glissement comme le déplacement d'un bloc ou de plusieurs blocs rigides sur une surface de rupture. L'étude porte alors sur la définition de la surface de rupture existante ou potentielle, sur le choix des paramètres de résistance, sur la surface de rupture et sur la définition du ou des facteurs déclenchant le glissement. Les calculs eux-mêmes s'effectuent selon les cas au moyen d'abaques, de calculs manuels ou de programme de calcul sur ordinateur.

Ce chapitre présente une analyse générale des glissements de terrain. Cette analyse consiste en la classification des glissements, la définition des facteurs qui les déclenchent et le processus d'étude de stabilité .

2. CLASSIFICATION DES GLISSEMENTS

Les glissements de terrains ou plus généralement les mouvements de terrain peuvent être classés selon le mode de rupture, l'ampleur et la forme générale de glissement, du mode de déplacement du terrain en cause et de son degré de saturation et même dans certains cas de la vitesse de déplacement. En générale, il sont classées en quatre (04) catégories (*Pilot et Colas, 1976, Filliat, 1981, Faure, 1984, Philipponnat et Hubert, 1998*). On distingue :

- les écoulements (éboulements rocheux des versants) ;
- les Glissements proprement dits ;
- le fluage ;
- les coulées boueuses.

2.1. Ecoulements

Les écoulements sont des ruptures brutales intéressant des masses rocheuses importantes qui, en raison de leur position dans la topographie sont sollicités par la pesanteur. Ce phénomène intéresse beaucoup de versants, en particulier les sites en falaises. Les principales dispositions pouvant donner naissance à des écoulements rocheux sont :

- les surplombs (Fig. 1.1) ;
- les décollements de bancs (Fig. 1.2) ;
- le fauchage des têtes de bancs (Fig. 1.3).

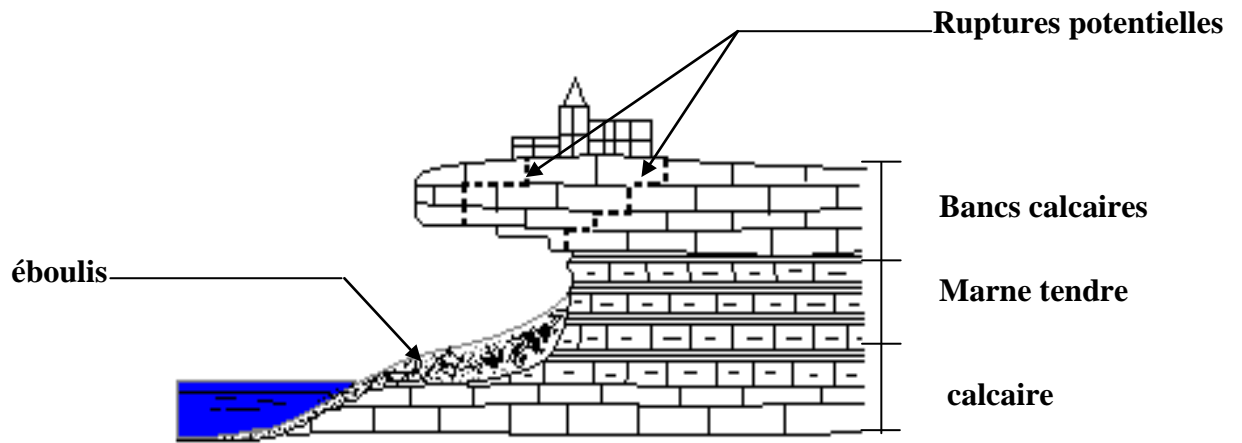


Figure 1.1 Destruction et recul d'une falaise en bordure de mer .

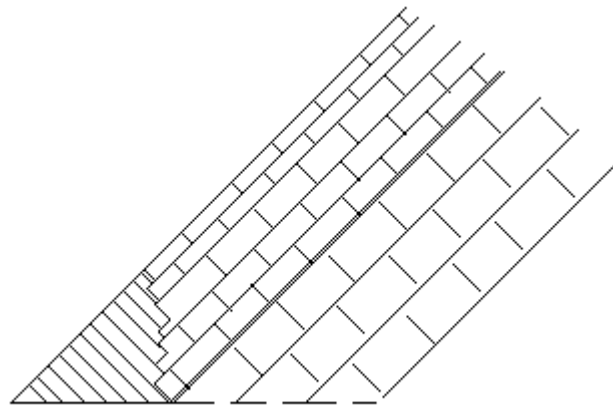


Figure 1.2 décollements de bancs.

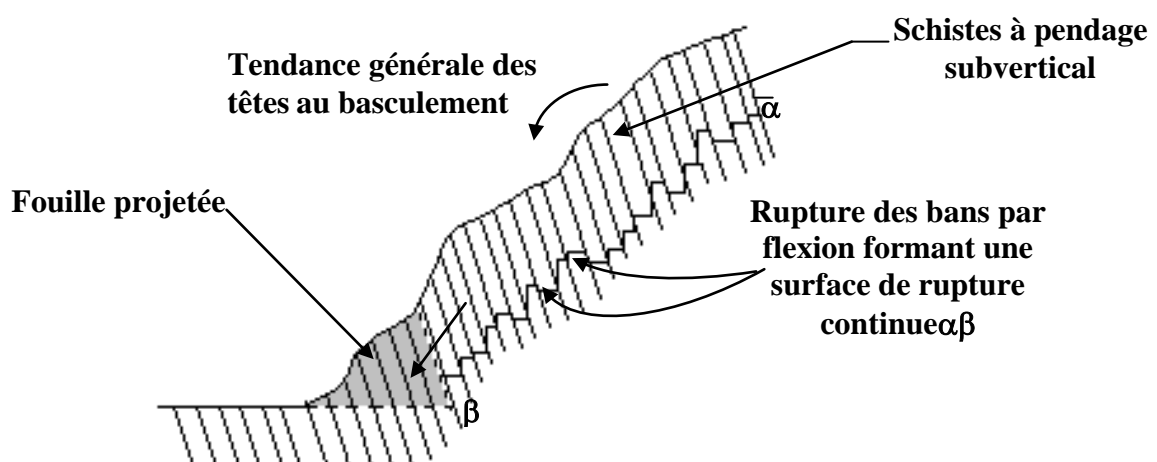


Figure 1.3 Fauchage des têtes de bancs rocheux. Risque d'ouverture d'une fouille en pied de versant .

2.2. Les glissements proprement dits

Les glissements de terrain sont des mouvements de masse qui se produisent généralement dans des matériaux beaucoup plus meubles que ceux affectés par les écroulements. Ils peuvent affecter :

- les versants naturels des vallées, des bords de mer, des sites de montagne ;
- les talus en déblai réalisés lors des terrassement ;
- les talus en remblai et les digues en terre ;
- l'arrière des murs de quai, des murs de soutènement, des parois moulées et des rideaux de palplanches.

Ces mouvements se caractérisent par l'apparition de surfaces de cisaillement relativement bien définies à l'intérieur du milieu. La forme des surfaces de rupture permettent de classer ces glissement en deux catégories :

- **Glissements plans** : Les glissements plans se caractérisent par une translation sur un plan incliné plus ou moins régulier. Ce plan de glissement (ou plan de décollement) s'établit en général sur une discontinuité du milieu (Fig. 1.4). La rupture peut alors correspondre au cisaillement d'une couche de faible résistance, ou encore au glissement sur un joint séparant deux formations de nature différente..
- **Glissements rotationnels** : Dans ce type de mouvement, il se produit un basculement de la masse glissée le long d'une surface courbe plus ou moins circulaires. Ces mouvements peuvent être simples ou complexes. *Les mouvements simples* ont une surface de rupture proche ou assimilable à un cercle (Fig. 1.5) et leur étude fait appel aux méthodes d'analyses classiques de la mécanique des sols. *Les glissements complexes* ont souvent une surface de rupture de forme quelconque (non circulaire). L'anisotropie et l'hétérogénéité des milieux sont des causes de l'existence de surfaces de ruptures irrégulières.

2.3. Coulées boueuses

Il s'agit d'écoulements visqueux ou fluides, qui interviennent dans des milieux fins, souvent argileux, gorgés d'eaux, qui peuvent cheminer sur des centaines de mètres et sur des pentes de quelques degrés seulement (Fig. 1.6 et 1.7). Les coulées boueuses se produisent essentiellement en montagne et peuvent être à l'origine de très graves accidents. Plus le milieu est fluide plus le phénomène est brutal et étendu. Les caractéristiques générales des coulées peuvent être énumérées comme suit :

- les matériaux sont hétérogènes à matrice argileuse ;
- le phénomène se déclenche généralement lorsque le matériau dépasse une teneur en eau critique le rendant semi-fluide ;
- les coulées s'accroissent au dépend des terrains meubles rencontrés dans leurs progression ;
- les vitesses de déplacement peuvent être extrêmement rapides.

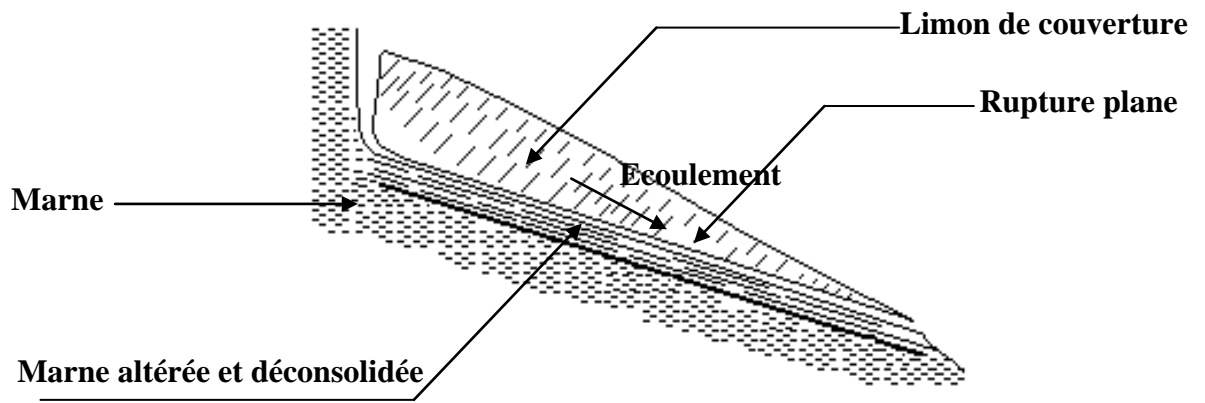


Figure 1.4 *Glissement plan .*

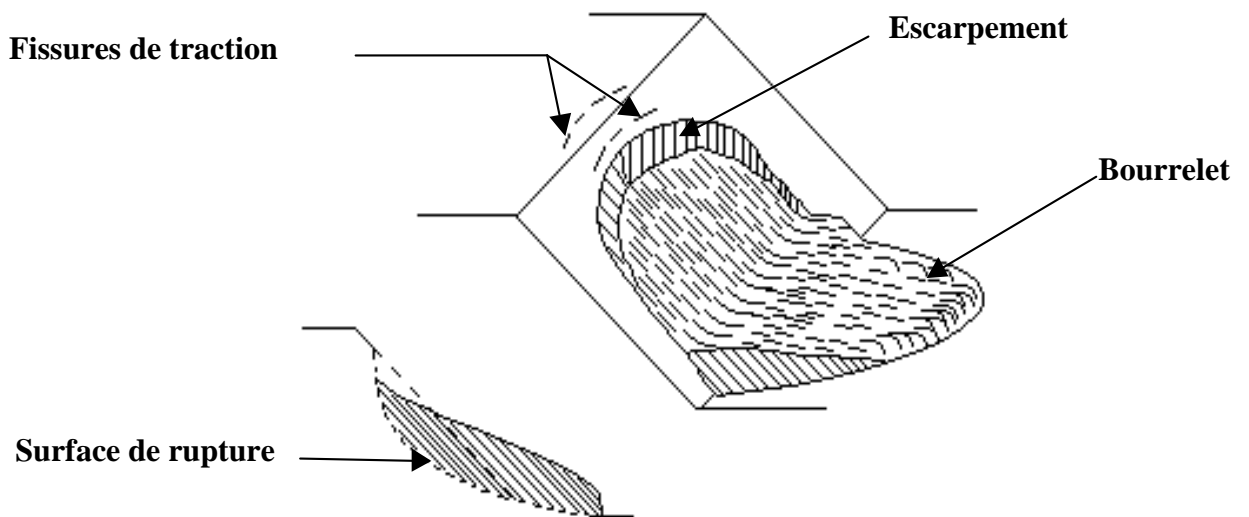


Figure 1.5 *Glissement rotationnel.*

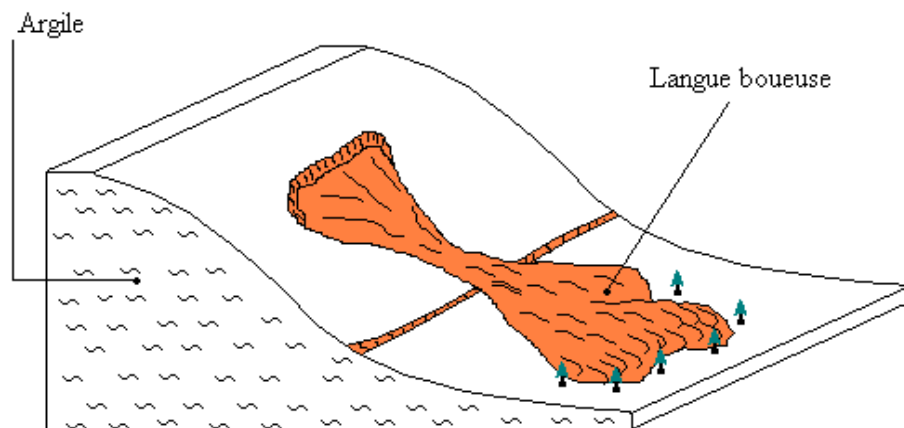


Figure 1.6 Schéma type de coulée boueuse.

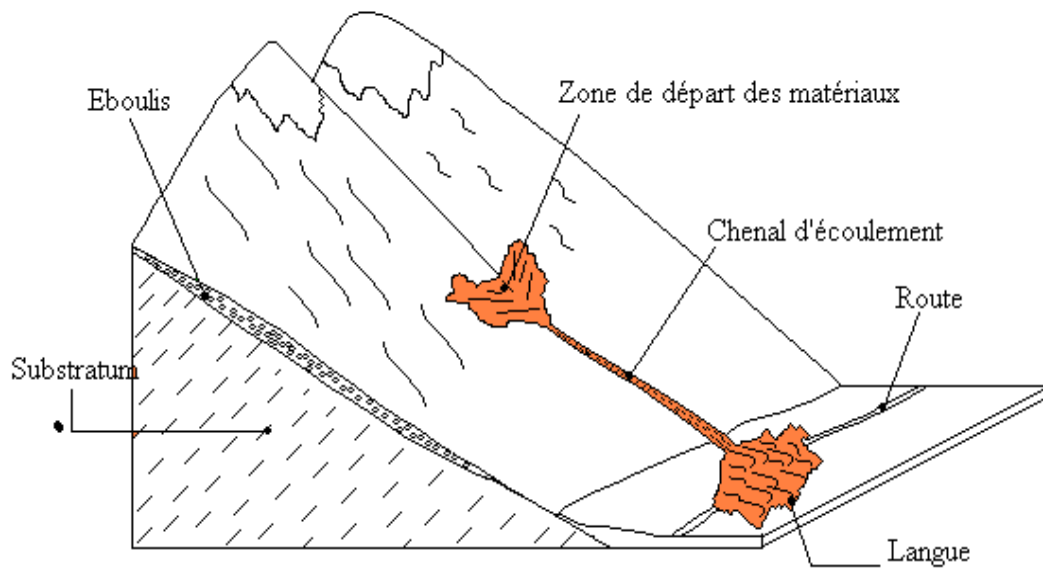


Figure 1.7 Schéma type de coulée d'éboulis .

2.4. Fluage

Les mouvements de terrains par fluage se caractérisent par une déformation (ou écoulement) lente sous contrainte inférieure à la résistance de cisaillement. On peut citer le glissement de la colline d'El Biar qui trouve son origine dans un fluage par gravité de l'ensemble de la masse argileuse surmontant le substratum gréseux (Fig. 1.7).

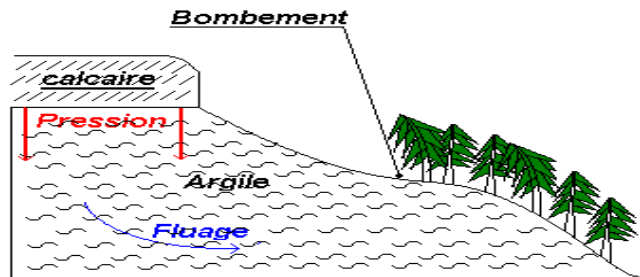


Figure 1.8 Schéma général du mécanisme de fluage.

3. LES CAUSES DES GLISSEMENTS

Pour analyser le mécanisme d'une rupture, il convient de bien repérer les divers facteurs susceptibles d'intervenir au déclenchement d'un glissement de terrain. Les causes envisageables dans l'étude d'un glissement de terrain peuvent se rattacher à trois catégories :

- **Nature des terrains** constituant le site, et plus généralement, l'ensemble des données géologiques et géotechniques qui caractérisent ces terrains. La très grande majorité des glissements se produisent dans les terrains argileux ou dans les formations grenues suffisamment chargées en argile ;

- **Action de l'eau** : l'eau est un élément moteur dans le déclenchement des glissements de terrains. Elle peut donner lieu à une déstabilisation de l'équilibre du talus. L'eau s'infiltre et agit par sa présence et sa pression. Les diverses formes d'action de l'eau se résument à :

- action rhéologique sur le milieu ;
- pression interstitielle ;
- pression de courant.

- **Facteurs extérieurs** : C'est en général l'action de l'homme, dans les modifications de l'équilibre naturel d'un site, par la réalisation d'ouvrages ou changement d'un relief ou bien le déboisement d'un site versant, qui provoque les glissements. Il y a aussi une action naturelle, que sont les séismes qui font apparaître un cisaillement qui dépasse la résistance du milieu. Parmi ces facteurs, on peut citer :

Pente trop forte : La pente d'un talus représente l'un des paramètres qui conditionne la stabilité. Dans le cas d'un talus en déblai de hauteur et de caractéristiques géotechniques données, il existe une pente limite au-delà de laquelle la rupture est inévitable.

Hauteur importante : Lorsque la hauteur des pentes ou des talus est élevée, l'instabilité constitue un risque important.

Suppression de la butée naturelle : La suppression des butées réduit la valeur du couple stabilisateur, d'où résulte un affaiblissement du pied du versant et déclenchement d'un glissement. La suppression à plusieurs origines :

- par terrassement ;
- par affouillement ou érosion progressive ;
- par dragage (réduction de la butée de pied de la berge).

Implantation de surcharges sur un versant : se caractérise par l'intervention de l'homme dans les modifications de l'équilibre naturel d'un site par la réalisation de divers ouvrages ou par le changement du relief d'un terrain. Les surcharges sont fréquemment l'origine de glissements de terrain lorsqu'elles sont placées en partie haute ou à mi-pente d'un versant. A l'inverse, les surcharges de pied d'un versant accroissent pratiquement la stabilité du site.

Déboisement du site : la végétation joue un rôle essentiel dans la protection des sols contre l'érosion, et permet la rétention des pluies. Le déboisement d'un site versant désorganise le terrain en profondeur et favorise la pénétration des eaux, et dans un délai assez court entraîne l'apparition de glissement de terrain.

Le séisme et les vibrations : lorsqu'on recherche les causes d'un glissement de terrain, il nécessaire de vérifier l'état de la sismicité régionale et l'intervention éventuelle de vibration d'autres origines : machines vibrantes, engin de terrassement etc. Les séismes, comme toute vibration, entraînent le déclenchement de glissement de terrains par l'apparition d'une surface de cisaillement qui dépasse la résistance du milieu. Dans certains terrains meubles saturés, un séisme peut entraîner la liquéfaction instantanée du milieu.

4. ETUDE D'UN GLISSEMENT

L'estimation de la sécurité réelle vis à vis du risque de rupture est très délicate quelle que soit l'approche utilisée, particulièrement pour les pentes naturelles et les talus en déblai. Toute étude de stabilité doit être précédée d'une reconnaissance géologique très fine qui permet souvent de mettre en évidence des hétérogénéités locales ainsi que d'autres facteurs (anisotropie, pendage des couches, circulation d'eau, etc.) qui ne sont pas toujours quantifiables.

Les calculs se font maintenant par ordinateur, et les codes de calcul qui traduisent les méthodes, nécessitent, pour conduire une analyse, de nombreux paramètres qui sont à évaluer à partir de données toujours insuffisantes. Des hypothèses simplificatrices sont donc nécessaires pour adapter le cas réel à celui du modèle de calcul. Il y a aussi tout au long de la

démarche, de nombreux choix à faire et ces choix ne peuvent être justifiés qu'en fonction d'une bonne connaissance du code de calcul utilisé.

L'instabilité des pentes peut être abordée dans deux optiques différentes, selon qu'il s'agit de prévenir l'apparition de glissements sur un versant réputé stable ou bien de stabiliser une pente ou des glissements sont apparus.

En dehors du repérage géométrique de la surface de rupture, l'étude de la stabilité d'un versant, avant apparition de tout glissement, obéit pratiquement aux mêmes règles suivantes :

4.1. Reconnaissance des sols

Il s'agit d'utiliser au mieux les différentes disciplines qui peuvent permettre d'avoir une bonne connaissance des conditions ayant provoqué le glissement : géomorphologie, géologie, hydrologie et géotechnique ; leur but est de :

- préciser la nature des différents terrains rencontrés, ainsi que la structure géologique globale ;
- déterminer les propriétés physiques, hydrauliques et mécaniques du sol ;
- déceler les zones d'hétérogénéité ;
- donner les indications sur l'existence éventuelle d'une nappe phréatique et de sa profondeur.

Les méthodes de reconnaissances sont très variées, elles vont des investigations sur site aux essais au laboratoire en passant par les prospections géologiques et géophysiques. Il est à noter que leur but peut être aussi de localiser la position de la surface de glissement lorsque la rupture du talus est annoncée par le biais d'extensomètres, d'inclinomètres, et même de la prospection stéréophotogramétrique pour déceler les mouvements en surface.

4.2. Calcul de la stabilité

L'analyse de stabilité est un moyen de quantifier les données obtenues sur un glissement, d'expliquer la rupture et d'évaluer le coefficient de sécurité correspondant. Cette notion de coefficient de sécurité est très importante : à travers elle, on cherche à traduire par un seul nombre de quelle façon la pente est stable. Cette simplification n'est pas unique. Pour évaluer la stabilité d'une pente, on doit choisir entre plusieurs définitions du coefficient de sécurité ; ce coefficient peut être un rapport de forces, de moments, de grandeur par rapport à une grandeur limite ; il peut être aussi, avec des calculs en déplacement, une valeur limite. Ce choix est en général inclus dans le choix de la méthode de calcul.

Un autre choix important, qui dépend des moyens que l'on peut mettre en œuvre, est celui entre une méthode modélisant toute la masse de sol et une méthode définie localement, le long d'une surface de rupture. Dans le cas d'une méthode intéressant toute la masse, le calcul fournira directement la zone de rupture la plus probable, alors qu'une méthode s'appuyant sur une courbe préalablement définie sera répétée un grand nombre de fois pour un résultat semblable. Ce choix doit donc être fait en examinant les moyens disponibles, le comportement global de la pente mais aussi en s'assurant de la possibilité d'obtenir les paramètres de calcul correspondant au modèle. Le comportement global de la pente

correspond à quatre mécanismes qui se traduisent par des déplacements du sol différemment répartis. (Blivet, 1976, Vaunat et al., 1992, Faure, 2000) ;

- prè-rupture, où le comportement du sol est élasto-visco-plastique et où le massif est un milieu continu, sans zone de discontinuité ; les déformations sont quasi homogènes ;
- rupture, où une partie du massif se déplace par rapport à l'autre ; le modèle de sol est élasto-plastique, voir rigide plastique ;
- post-rupture, où une partie du sol se déplace sur l'autre, comme un écoulement visqueux et avec une vitesse appréciable ;
- réactivation, quand la partie du sol ayant déjà glissé et s'étant stabilisée, le mouvement reprend sur une surface prédéfinie, suivant un comportement rigide-plastique.

La distinction entre ces quatre mécanismes est fondamentale pour une étude fiable des pentes, et ceci va bien sûr influencer sur le choix d'une méthode calcul. Elle permet de choisir entre les types de méthodes rappelés ci-après.

4.2.1. Méthode de calcul à la rupture

Lorsqu'une masse rigide peut se déplacer le long d'une surface de géométrie bien définie, le comportement est contrôlé par la loi Mohr- Coulomb, qui donne la résistance au cisaillement à la rupture τ_f tel que : $\tau_f = C + \sigma \tan \varphi$. Quand on connaît les pressions interstitielles, la résistance au cisaillement peut s'exprimer en contraintes effectives, selon la relation $\tau_f = C' + \sigma' \tan \varphi'$. C'est le cas des massifs rocheux fracturés, pour lesquels la cinématique du mouvement est conditionnée par les discontinuités et leur orientation spatiale ; C'est aussi le cas pour les sols lorsqu'il peut y avoir mouvement le long d'une surface de glissement préexistante. Dans le cas des réactivations, c'est l'angle de frottement résiduel (valeur de φ sur le palier de la courbe au cisaillement) qu'il faut prendre en compte. Pour tous ces cas les méthodes dites à l'équilibre limite sont très appropriées car on peut écrire facilement les équations qui relient les variables ; mais sauf que le nombre de variables est bien supérieur au nombre d'équations. Pour pouvoir résoudre les équations, il faut alors introduire des hypothèses supplémentaires et simplificatrices de manière à égaliser le nombre d'inconnus et le nombre d'équations.

4.2.2. Méthodes volumiques ou méthodes sans hypothèses sur la ligne de rupture

Avant la rupture, au stade de la Pré-rupture le massif de sol ou de roche est continu et son comportement ne peut être analysé par des méthodes à l'équilibre limite, car on ne peut pas mettre en évidence une surface de rupture. Les phénomènes à décrire sont nombreux et complexes (élasto-plastique, fluage, rupture progressive) et intéressent l'ensemble du massif. Il est alors nécessaire de considérer des méthodes volumiques prenant en compte l'ensemble du volume pour analyser les mouvements ainsi que leur évolution dans le temps (méthode des éléments finis).

4.2.3. Méthodes énergétiques

L'amplitude et la vitesse des mouvements dépendent essentiellement de la redistribution de l'énergie potentielle devenant disponible au moment de la rupture. Pour les grandes vitesses et les grands déplacements, il faut alors considérer des approches énergétiques. Dans le cas où, au sein de la masse en mouvement, la pression interstitielle joue un grand rôle, on utilisera des approches initialement développées pour des problèmes de fluides avec des viscosités évolutives ou des approches basées sur l'observation.

Le tableau 1.1 donne les types de mouvements, le type de rupture et les méthodes à utiliser.

	Pré-rupture	Rupture	Post-rupture	Réactivation
Chute ou écoulement	Eléments finis	Sans objet	Méthodes énergétiques	Sans objet
Glissement	Eléments finis, car ligne de rupture inconnue	Calcul à la rupture sur ligne de rupture supposée	Méthodes énergétiques	Calcul à la rupture sur ligne de rupture connue
Fluage	Eléments finis	Sans objet	Sans objet	Eléments finis
Coulée	Eléments finis	Eléments finis	Eléments finis	Sans objet

Tableau 1.1 *Méthodes de calcul à utiliser.*

5. CONCLUSION

Les mouvements de terrains se caractérisent d'une manière générale par le déplacement de masse par gravité. La nécessité de procéder à une classification et définir les causes essentielles de ces mouvements est l'une, des premières préoccupations des mécaniciens de sol, Dans le but de bien situer le problème, pouvoir s'orienter et de ne pas dépasser le domaine d'application des méthodes adéquates.

Dans le prochain chapitre, nous n'abordons ni les mouvements de type écoulements ou éboulements qui relèvent de la mécanique des roches, ni des coulées de boues, mais nous intéresserons aux méthodes de calcul des glissements proprement dit qui se fera étudier à partir d'un calcul de stabilité.

Chapitre II

Calcul à la rupture

Chapitre II

CALCUL A LA RUPTURE

1. INTRODUCTION

La grande difficulté que représente la détermination du tenseur des contraintes qui règnent dans un talus, nous conduit à supposer, par les besoins des calculs, que la rupture est imminente, par la suite, on procède à l'introduction d'un coefficient de sécurité F .

Le mode de calcul à la rupture suppose que le terrain se comporte comme un solide rigide, plastique et obéit aux lois classiques de la rupture par cisaillement, il est utilisé depuis plusieurs années (décennies) et a donné naissance à plusieurs méthodes de calcul, dont le but est de déterminer au sein du sol la surface le long de laquelle l'état de contrainte est le plus proche de l'état de rupture.

2. PRINCIPE DU CALCUL A LA RUPTURE

Les méthodes de calcul à la rupture sont des méthodes où l'analyse et le calcul sont locaux, limités sur une ligne ou une surface de rupture, réelle ou potentielle, et s'opposent donc aux méthodes volumiques (*Faure, 1984-2000, Filliat, 1981*). Du fait de cette restriction, les hypothèses sont très fortes, mais les paramètres sont moins nombreux et plus faciles à déterminer. Ce sont les méthodes les plus anciennes (on peut y rattacher la méthode du coin de Coulomb, vers 1780) et elles sont basées sur les hypothèses suivantes :

- Le massif en mouvement peut être décomposé en un ensemble de blocs rigides indéformables qui frottent les uns sur les autres.
- Le comportement de l'interface est presque toujours défini par la loi de Coulomb ; cela est aussi l'hypothèse forte des calculs à l'équilibre limite, qui distinguent une partie potentiellement mobile, séparée d'une partie fixe du massif, par une courbe de rupture (Fig. 2.1) définissant une rupture cinématiquement admissible. Dans ce cas :
 - le calcul d'équilibre est fait à la rupture ;
 - les équations résolvantes sont les équations de la statique ;
 - le coefficient de sécurité F est spatialement bien déterminé (F est considéré constant le long de la ligne de rupture).

L'objectif du calcul de stabilité à la rupture est, à partir des équations d'équilibre de la statique, d'obtenir une expression de F en fonction de divers paramètres définissant le site étudié.

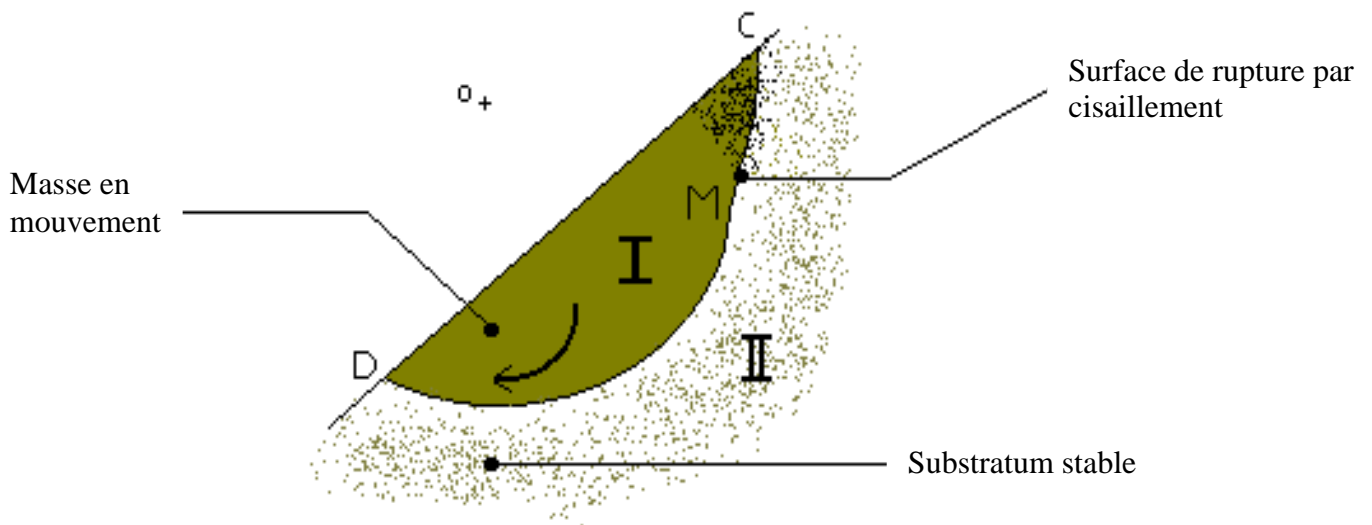


Figure 2.1 Schéma de base d'un glissement rotationnel.

Ce principe du calcul illustré par la figure 2.1 est à la base de toutes les méthodes de calcul à la rupture. Il est développé avec toutes les hypothèses simplificatrices nécessaires pour modéliser le cas réel et le réduire à une équation que l'on résout. La description des méthodes de calcul à la rupture consiste à préciser les hypothèses choisies et le mode de résolution utilisé.

2.1. Définition du coefficient de sécurité

De nombreuses publications ont été faites sur les divers coefficients de sécurité que l'on est susceptible d'adopter pour définir la stabilité des talus (*Skempton, 1964, Raulin et al. 1974, Gostet et Guy Sanglerat, 1981, Filliat, 1981, Duncan, 1996*). A chacun de ces coefficients correspond une valeur particulière pour un talus donné. Le tableau 2.1 regroupe quelques définitions d'un coefficient de sécurité.

En première approximation on peut caractériser l'état de stabilité par :

- $F < 1$ sol très instable
- $F = 1$ sol de stabilité précaire
- $F > 1$ site stable (aucun signe d'instabilité)

Par la suite le coefficient de sécurité adopté sera :

$$F = \frac{\tau_{\max}}{\tau} \quad (2.1)$$

τ_{\max} : désigne la résistance au cisaillement maximale que peut mobiliser le sol en un point, définie par $\tau_{\max} = C' + \sigma' \cdot \tan \varphi'$

avec : C' , φ' sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement d'un massif donné.
 τ : représente la contrainte de cisaillement s'exerçant effectivement en ce point.

Fellinius (1927) propose une autre définition du coefficient de sécurité en considérant que l'équilibre limite de la masse en mouvement (I) de la figure 2.1 sur la courbe de glissement CMD est atteint lorsque le système des forces extérieures qui lui est appliqué mobilise les fractions $\tan\varphi / F$ et C/F des valeurs réelles du frottement et de la cohésion du milieu.

	Définition	Formule	Commentaire
1	Rapport de contrainte	$F = \tau_{\max} / \tau$	Méthode à la rupture
2	Rapport de forces	$F = F_{\text{résist}} / F_{\text{moteur}}$	Direction de déplacement
3	Rapport de moment	$F = Mt_{\text{résist}} / Mt_{\text{moteur}}$	Rotation
4	Paramètres réduits	$P = P / F$	Cf.eurocodes
5	Marge de sécurité	Par ex. : H / H_{\max}	Sur une grandeur

Le tableau 2.1 *Différentes définitions d'un coefficient de sécurité.*

2.2. Stabilité à court terme et à long terme

Le choix des caractéristiques mécaniques à utiliser dans un calcul de stabilité est conditionné par le mode de rupture qui est susceptible d'intervenir et qui dépend :

- de conditions de drainage en cours de cisaillement, les quelles découlent de la perméabilité du matériau et de la vitesse du processus de rupture. Cette vitesse, dans le cas des glissements de terrain, est très variable d'un glissement à l'autre, et, pour un même glissement, elle en fonction de la période considérée ;
- de l'état de consolidation du matériau .

Ces conditions jouent un rôle décisif dans la rupture des milieux argileux qui constituent les matériaux préférentiels des glissements de terrain.

Par référence aux catégories d'essais de cisaillement qu'on peut réaliser en laboratoire, on admet que la rupture en place se rattache soit au type non drainé, soit au type drainé.

1. Adoption des caractéristiques non consolidées non drainées φ_u et C_u :
Elles correspondent à une rupture "rapide" et sont donc adaptées à l'étude de la stabilité dite "à court terme" :

- des ouvrages en terre (digues, remblais) ;
- des sites sur lesquels on réalise un nouvel ouvrage (immeuble, mur de soutènement, fouille, remblai, etc.) qui modifie "brutalement" l'état de contraintes antérieur.

2. Adoption des caractéristiques drainées φ' et C' : La mobilisation des caractéristiques effectives implique que le processus de rupture est suffisamment lent pour qu'on ait en permanence la pression interstitielle $u = 0$ le long de la future surface de rupture. Cette hypothèse correspond assez bien aux études de stabilité "à long terme".

On sait que les versants sujets à des glissements évoluent par: phases lentes entrecoupées de phases actives rapides. Il est donc toujours nécessaire d'effectuer un calcul de stabilité à partir de C' et φ' puis un calcul à partir de φ_u et C_u quelque fois à partir de φ_{cu} et C_{cu} . La plus petite des valeurs du coefficient de sécurité représente la stabilité réelle du site.

2.3. Résistance au cisaillement

Rappelons le schéma classique (Fig. 2.2) de la rupture d'un milieu argileux. Il en ressort que tant que la déformation le long de la future surface de rupture reste faible ($\leq \Delta l_p$), la résistance au cisaillement disponible est bien la valeur de pointe (on dit aussi "de pic") τ_{fp} . Si la déformation devient importante, cette résistance diminue progressivement pour se limiter à la valeur résiduelle τ_{fr} .

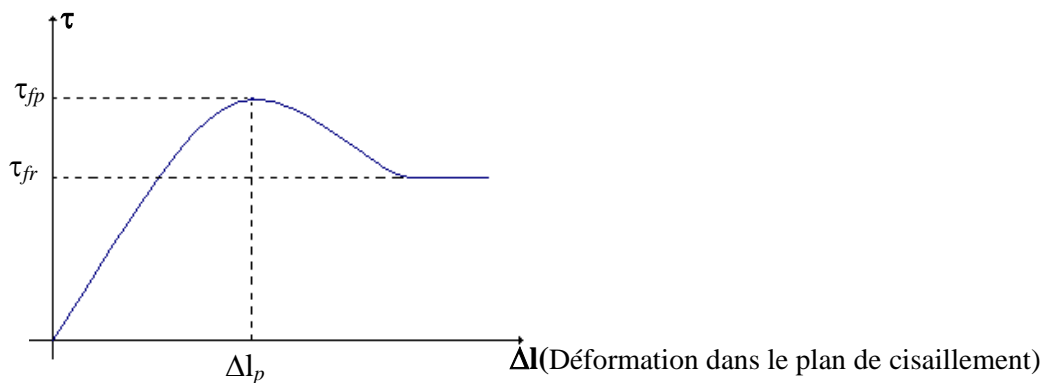


Figure 2.2

Diagramme contrainte / déformation lors du cisaillement d'un milieu argileux.

La valeur τ_{fp} s'applique à un site rigoureusement stable, la valeur τ_{fr} aux sites de stabilité précaire, et donc à beaucoup de versants naturels qui ont été soumis depuis toujours à une évolution lente. Pour un calcul de stabilité portant sur un glissement, c'est la valeur résiduelle qui doit être prise en compte. De même, dans tous les cas douteux, il est prudent de définir les caractéristiques φ et C à partir de la valeur résiduelle.

3. METHDES DE CALCUL A LA RUPTURE

3.1. METHODES GLOBALES

Ces méthodes sont principalement utilisées pour l'étude de l'équilibre d'un massif homogène considéré globalement, et l'on suppose que la rupture se produira le long d'un arc de cercle. Elle vise à déterminer l'état de contraintes au sein de ce massif supposé rigide plastique au voisinage de l'équilibre limite (Fig. 2.3). Les forces agissant sur la masse en rupture sont :

- la force due au poids des terres W ;
- la résultante due à l'écoulement de l'eau U ;
- la résultante des composantes normales ($N = \sigma ds$) ;
- la résultante des composantes tangentielles ($T = \tau ds$).

La résolution du problème se fait à l'aide de deux équations de projection du polynôme des forces et de l'équation du moment par rapport au point "o".

Les équations font intervenir les contraintes σ dont la répartition le long du cercle est inconnue. Le calcul de F à partir de ces relations ne peut donc être fait qu'en se fixant une loi de répartition de σ .

On dispose pour l'étude globale de la rupture circulaire d'un massif homogène, d'un certain nombre de méthodes qui ne diffèrent essentiellement que par la nature de l'hypothèse prise sur la distribution des contraintes le long de la courbe de rupture.

3.1.1. Méthode de Taylor et Caquot

Taylor (1937), puis Caquot (1954) ont développé une méthode graphique permettant le calcul de rupture circulaires dans un talus homogène cohérent et frottant, appelée méthode du cercle de frottement. Le terme cohésion le long de l'arc de cercle (de centre O et de rayon R) est, du point de vue force équivalente, remplacé par une force parallèle à la corde de l'arc et de valeur $c' l$, l étant la longueur de l'arc (Fig. 2.3a et 2.3b).

- Taylor suppose que la contrainte est sinusoïdale le long de la courbe de rupture. F est obtenue en vérifiant uniquement l'équilibre des forces. Les résultats des investigations effectuées sur les caractéristiques mécaniques requises pour assurer la stabilité des talus, sont mises sous forme d'abaques rendant l'utilisation de la méthode facile.

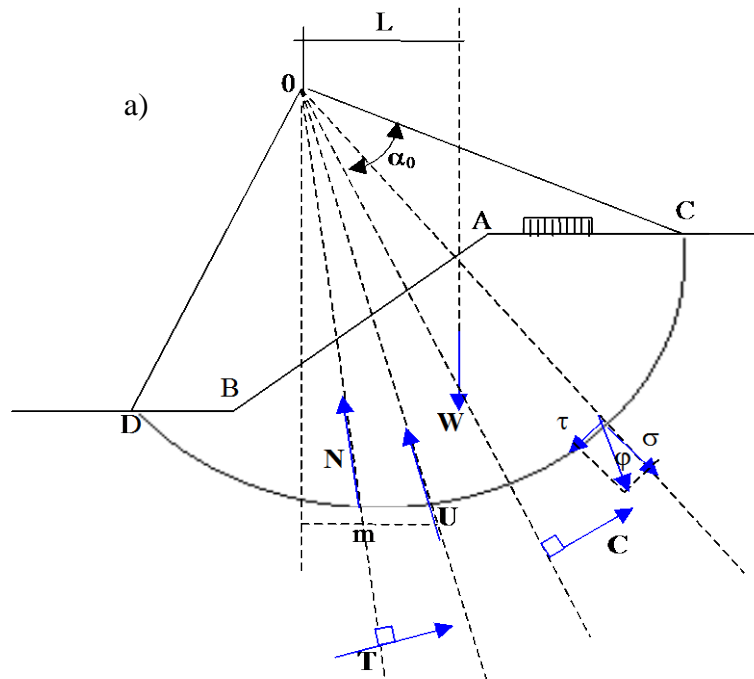


Figure 2.3 *Equilibre global.*

- Caquot a adopté la définition de Fellinius du coefficient de sécurité F, en écrivant l'équilibre de la masse sujette au glissement en projetant les équations d'équilibre sur les deux axes ox , oy . La résolution du problème se présente sous forme d'une équation du 3^{ème} degré en F. le coefficient F s'exprime alors par une fraction contenant les divers paramètres du site :

$$F = \frac{2\alpha_0 r^2 C + r \cdot \text{tg} \varphi \cdot \frac{\alpha_0}{\sin \alpha_0} \cdot (W + U)_y}{WL - Um} \quad (2.2)$$

En 1967 des abaques sont établis.

3.1.2. Méthode de Biarez

A partir des hypothèses de Caquot, Biarez (1960) a introduit une autre approche à l'aide du funiculaire des forces, pour l'écriture de l'équilibre statique. F est obtenu par la formule suivante :

$$F = \frac{2\alpha_0 r^2 C + r \cdot \text{tg} \varphi \cdot L''}{WL - Um} \quad (2.3)$$

où L'' est la longueur du funiculaire

Des abaques sont établis pour faciliter sa pratique.

L'expérience montre que les deux (02) méthodes (Caquot et Biarez) donnent des résultats équivalents mais avec des degrés de raffinement divers. Il en va de même d'ailleurs pour la méthode de Taylor (Sanglerat, 1981, Faure, 1984, Faure, 2000).

L'influence de la distribution des contraintes le long de la surface de rupture sur la valeur du coefficient de sécurité est assez faible (Faure, 1984).

Les méthodes globales explicitées ci-dessus ne répondent manifestement pas aux besoins de la pratique la plus courante, du fait vraisemblablement d'une certaine difficulté de traitement. Elles sont actuellement peu utilisées, mais l'évolution des moyens numériques leur apporte un renouveau intéressant, l'intégration de valeurs le long de courbes quelconques étant très simple par discrétisation. L'efficacité des méthodes globales dépend de ce fait du bon paramétrage de la répartition des contraintes normales le long de la courbe de rupture (Faure, 2000).

3.1.3. Méthode de Bell

Bell (1969) propose de prendre une fonction de répartition de la contrainte normale le long de la courbe de rupture définie par deux paramètres d'ajustement λ et μ :

$$(2.4) \quad \sigma_n = \lambda \gamma h + \mu \sin(\pi(x-x_0)(x_1-x_0))$$

où x , x_1 , x_0 sont les abscisses curvilignes du point courant et des extrémités de la courbe de rupture. Cette fonction de répartition n'a pas permis à la méthode de fournir des résultats probants.

3.1.4. Méthode des perturbations

La méthode des perturbations est une méthode globale proposée par Raulin et al. (1974) et développée par Faure (1984). Elle peut s'énoncer de la façon suivante (Fig. 2.4) :

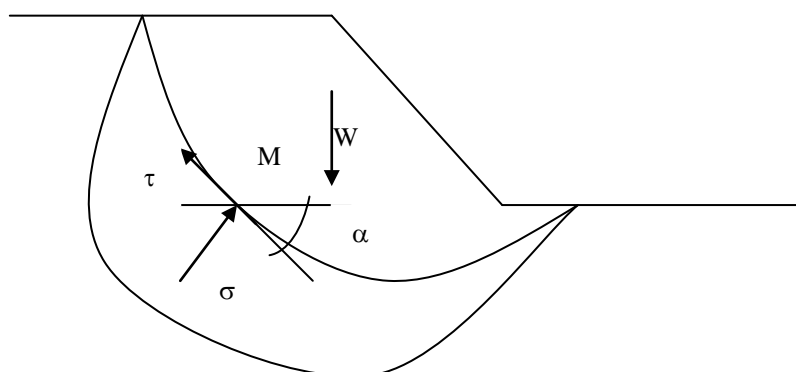


Figure 2.4 Mise en œuvre de la méthode des perturbations .

Soit un massif de terre délimité par une courbe de rupture quelconque. Il est en équilibre sous son propre poids et la réaction du sol sous-jacent. La distribution des contraintes normales ainsi que les valeurs de la pression interstitielle en tout point le long de la courbe de rupture est défini à l'aide d'une contrainte approchée connue, modifiée ou perturbée par deux paramètres. La loi de Coulomb permet d'exprimer les contraintes de cisaillement maximales. Le coefficient de sécurité est défini classiquement comme le rapport du cisaillement maximal disponible au cisaillement nécessaire à l'équilibre.

En partant des propriétés tensorielles du champ des contraintes, Raulin et al (1974) ont donné la forme analytique la plus générale de la fonction $\sigma(x)$. Cette étude a montré que $\sigma(x)$ s'exprime en fonction de α et φ et dépend linéairement de deux fonctions inconnues (σ_x , σ_{yx}) tel que :

$$\sigma(x) = \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left[\frac{\sigma_x}{\gamma \cdot h} \cdot \text{tg}^2 \alpha - \frac{\sigma_{xy} + \sigma_{yx}}{\gamma \cdot h} \cdot \text{tg} \alpha + \frac{\sigma_y}{\gamma \cdot h} \right] \quad (2.5)$$

C'est ainsi qu'a été étudié le rapport de perturbation :

$$P = \sigma / \sigma_F \quad (2.6a)$$

avec

$$\sigma_F = \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \alpha \quad (2.6b)$$

σ_F étant la projection du poids sur la normale à la surface de rupture inclinée d'un angle α sur l'horizontale.

Après plusieurs essais effectués Raulin et al. (1974), ont montré que l'on peut adopter pour $\sigma(x)$ une expression de la forme :

$$\sigma(x) = \sigma_F (\lambda + \mu \cdot \text{tg} \alpha) \quad (2.7)$$

Ainsi le système est résolu globalement à l'aide des trois équations appliquées à tout le massif, ce qui fournit les valeurs des trois inconnues du problème qui sont le coefficient de sécurité et les deux paramètres qui modifient la contrainte approchée

Des calculs comparatifs à partir des divers méthodes ont confirmé que la méthode des perturbations représente une incontestable amélioration dans l'estimation de F, notamment en rupture non circulaire (Raulin et al., 1974), les fonctions H et V (composantes horizontal et vertical de la force interne) que l'on peut déterminer s'avèrent très régulières, ce qui confère à cette méthode un caractère fiable, elle est couramment utilisée au laboratoire des ponts et chaussées (LCPC).

3.1.5. Méthode de minimisation énergétique

L'objet de cette méthode est aussi de chercher la forme analytique la plus générale qu'on peut donner à la fonction σ . Pour cela Raulin et al. (1974) ont supposé qu'il existe une fonction potentiel de courbe de rupture.

Parmi toutes les répartitions de contraintes satisfaisant aux équations de la statique Raulin et al. (1974) ont choisi celle qui rend le potentiel minimum. Cette méthode consiste à minimiser l'intégral :

$$L(\sigma, \tau) = \int_{x_0}^{x_1} \frac{1}{2} \varphi(\sigma, \tau) dx \tag{2.8}$$

où $\varphi(\sigma, \tau)$ étant une forme quadratique définie positive (Raulin et al. (1974)).

Raulin et al. (1974) ont montré que la valeur obtenue pour F par cette méthode ne dépend que très peu (2 à 3%) du choix de φ mais il n'en est pas de même pour σ . Pour illustrer ce phénomène, ils ont choisi les formes de φ suivante :

$$\varphi_1 = (\sigma^2 + \tau^2) (ds/dx)^2 \tag{2.9a}$$

$$\varphi_2 = (\sigma - \gamma \cdot h \cos^2 \alpha) (ds/dx)^2 \tag{2.9b}$$

D'une manière générale, il semblerait que la forme φ_2 donne les répartitions de σ qui paraissent être meilleures.

3.2. METHODES DES TRANCHES

Contrairement au massif homogène où la masse glissée était considérée globalement, la masse instable est découpée en un certain nombre de tranches verticales, chaque tranche est considérée comme un solide indépendant en équilibre limite sur la ligne de rupture sous l'action des forces et des moments qui l'a sollicite.

Imaginée par Petterson (1916) (cité dans l'article Filliat, 1981), cette méthode a subi au fil des années de nombreuses adaptations ; en effet, elle est développée pour la rupture circulaire par Fellinius en 1927, perfectionnée par Bishop 1955, elle est enfin étendue aux ruptures non circulaire par plusieurs auteurs: Janbu 1954, Morgenstern et Price 1965, etc.

L'ensemble des méthodes des tranches partent du schéma général réalisé par Raulin et al. (1974) (Fig. 2.5).

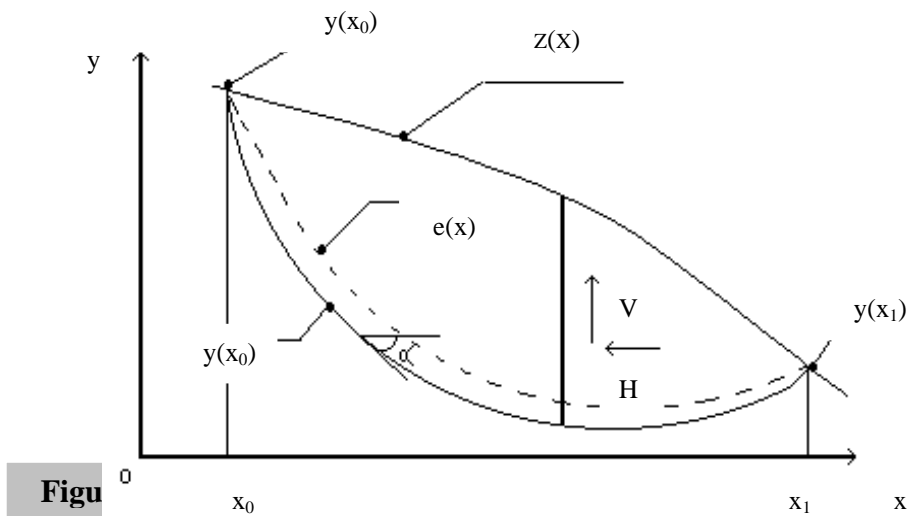


Fig. 2.5

$z(x)$: équation de la ligne de talus ;

$y(x)$: équation de la ligne de rupture étudiée ;

$tg(\alpha) = dy / dx$: la tangente à la ligne de rupture ;

$e(x)$: équation de ligne d'action de la force interne s'exerçant sur une section verticale ;

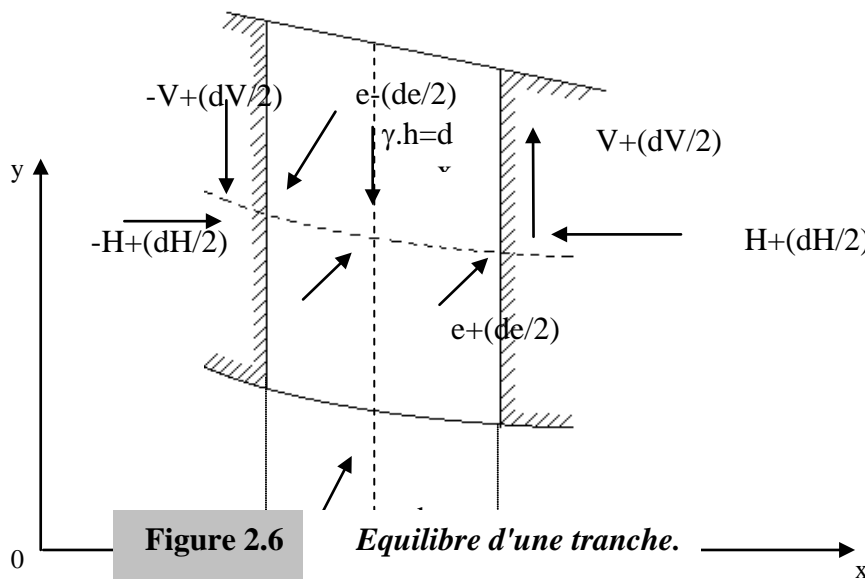
$V(x), H(x)$: les composantes verticale et horizontale de cette force

$S(x)$: abscisse curviligne $dx = \cos \alpha \cdot ds$
 $dy = \sin \alpha \cdot ds$

x_0 et x_1 : abscisses des extrémités de la ligne de rupture

y_0 et y_1 : ordonnées des extrémités de la ligne de rupture

l'équilibre d'une tranche élémentaire de talus se traduit par (Fig.2.6) :



$$\Sigma F_x = dH + \sigma ds \cos \alpha + \tau ds \cos \alpha = 0 \tag{2-10}$$

$$\Sigma F_y = dV + \sigma ds \sin \alpha - \tau \sin \alpha ds = \gamma h dx \tag{2-11}$$

équation du moment de la tranche par rapport à M

$$V + H \cdot de / dx + (e-y) \cdot dH / dx = 0 \tag{2-12}$$

Les conditions aux limites

$$\left\{ \begin{aligned} H(x_0) &= H(x_1) = 0 \\ V(x_0) &= V(x_1) = 0 \end{aligned} \right. \tag{2.13a}$$

$$\tag{2.13b}$$

Avec la définition du coefficient de sécurité $F = \tau_{\max} / \tau$, nous pouvons donc écrire :

$$\tau = \frac{c' - tg \varphi' - U}{F} + \sigma \frac{tg \varphi'}{F} \tag{2.14}$$

De l'équation (2.12) découle l'expression (2.16) en supposant que :

$$e(x_0) = y(x_0) \quad (2.15a)$$

$$e(x_1) = y(x_1) \quad (2.15b)$$

$$H(x_1) = 0 \quad (2.15c)$$

$$\int (T + tg\alpha \cdot E) dx = 0 \quad (2.16)$$

L'équilibre des moments de l'ensemble du talus par rapport à l'origine des axes est :

$$\int_{x_0}^{x_1} \sigma(x-y)tg\alpha \cdot dx + \int_{x_0}^{x_1} \tau(y-x)tg\alpha \cdot dx = \int_{x_0}^{x_1} \gamma \cdot h \cdot x \cdot dx \quad (2.17)$$

L'écriture de l'équilibre de la tranche considérée par rapport aux deux axes (ox, oy) conduit, sous sa forme générale à trois (03) équations différentielles (2.10), (2.11) et (2.12), auxquelles s'ajoutent les conditions aux limites (2.13) et l'équation de Coulomb (2.14).

Compte tenu des considérations précédentes, nous avons cinq (05) fonctions inconnues $\sigma(x)$, $\tau(x)$, $V(x)$, $H(x)$ et $e(x)$, ainsi que le coefficient de sécurité F. La solution ne peut donc être acquise que par le choix d'une hypothèse complémentaire reliant les fonctions inconnues.

Les diverses méthodes de calcul à la rupture présentées dans la littérature divergent sur l'équation complémentaire qui porte soit :

- sur la répartition des forces internes H et V ; •
- sur la position de la ligne d'action ; •
- sur la distribution des contraintes normales sur la courbe de rupture. •

3.2.1. Méthode suédoise (Fellinius, 1927)

L'hypothèse la plus couramment utilisée a été utilisée par Fellinius (1927). Elle consiste à admettre, en même temps qu'une ligne de rupture circulaire, que pour chaque tranche les forces latérales sont nulles $H(x) = V(x) = 0$, $\forall x$, il en résulte une simplification radicale du problème. Si la seule force extérieure agissant sur le versant est la pesanteur, la réaction du milieu sous-jacent est directement opposée au poids (Fig. 2.7).

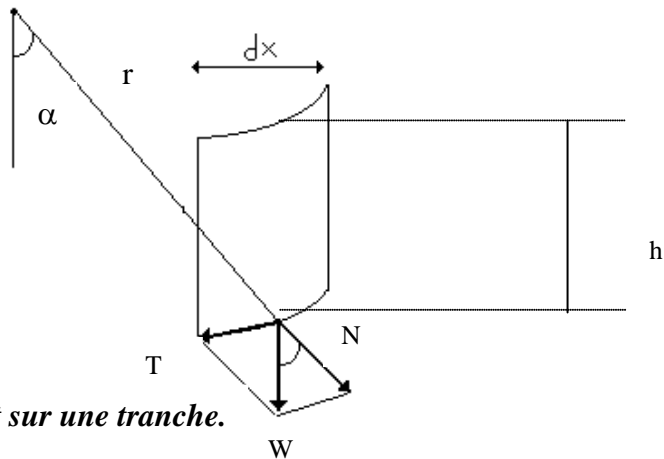


Figure 2.7

Forces agissant sur une tranche.

Cette dernière est décomposée en :

- une composante normale σds ;
- une composante tangentielle τds .

Tel que :

$$\begin{cases} \tau = \gamma \cdot h \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha & (2.18a) \\ \sigma = \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \alpha & (2.18b) \end{cases}$$

Avec $\cos \alpha = dx / ds$

Le coefficient de sécurité prend une forme très simple :

$$F = \frac{\sum \left(c' \cdot \frac{dx}{\cos \alpha} - U \frac{dx}{\cos \alpha} \cdot \text{tg} \varphi' \right) + \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \varphi'}{\sum \gamma \cdot h \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \quad (2.19)$$

Cette méthode a été pendant longtemps l'un des procédés les plus utilisés pour le calcul de stabilité, mais il ne faut pas nier que son utilisation peut conduire à des conclusions dangereuses, du fait qu'elle ne satisfait que l'une des trois conditions d'équilibre du massif sujet au glissement.

3.2.2. Méthode de Bishop

En 1955, Bishop a apporté une amélioration à la méthode précédente en considérant que $H(x)$ n'est pas nécessairement nul, et en l'éliminant par un artifice de calcul. Bishop conserve la rupture circulaire et $V(x) = 0$; il a toutefois montré que le fait d'admettre que $V(x) = 0$ n'avait que peu d'influence (10 à 15 %) sur la précision des résultats du calcul (Blondeau, 1976, Filliat, 1981).

La méthode de Bishop reste très utilisée, elle a donné lieu à l'établissement de plusieurs programmes de calcul sur ordinateur.

L'expression du coefficient de sécurité que Bishop a obtenu est :

$$F = \frac{\sum \left(c' + (\gamma \cdot h - U) \text{tg} \varphi' \cdot \frac{dx}{\cos \alpha (1 + \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \varphi')} \right)}{\sum \gamma \cdot h \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha} \quad (2.20)$$

Le calcul de F se fait par itérations successives.

A noter que les deux méthodes ne sont pas rigoureuses du fait qu'elles n'assurent pas les équations d'équilibre statique.

3.2.3. Méthode de Morgenstrein et Price

Morgenstrein et Price (1965) ont développé une méthode de calcul de stabilité des pentes en rupture non circulaire et vérifiant les équations de la statique. En s'inspirant de la relation de Coulomb (qui n'est valable qu'à la rupture), Morgenstrein et Price ont proposé une loi linéaire entre les forces internes V et H

$$V = \lambda \cdot f(x) \cdot H \quad (2.21)$$

$f(x)$ étant une fonction choisie et λ un paramètre d'ajustement à déterminer (Raulin et al., 1974, Blondeau, 1976).

Morgenstrein et Price ont considéré plusieurs segments, pour que dans chaque segment toutes les fonctions nécessaires au problème soient linéaire, et en tenant compte des équations (2.10), (2.11) et (2.21), ils ont pu calculer $H(x)$ pour chaque x appartenant à la tranche considérée.

$$H(x) = E_j + \frac{1}{K_x + L} \left[\frac{1}{2} N_x^2 + P_x \right] \quad (2.22)$$

$$K = \lambda k \left[\frac{tg \varphi'}{F} + y' \right] \quad (2.23a)$$

$$L = \lambda m \left[\frac{tg \varphi'}{F} + y' \right] - 1 + y' \frac{tg \varphi'}{F} \quad (2.23b)$$

$$N = P \left[\frac{tg \varphi'}{F} + y' - \frac{U}{P} (1 + y'^2) \frac{tg \varphi'}{F} \right] \quad (2.23c)$$

$$P = \frac{c'}{F} (1 + y'^2) + q \left[\frac{tg \varphi'}{F} + y' - \frac{U}{P} (1 + y'^2) \frac{tg \varphi'}{F} \right] \quad (2.23d)$$

Où :

H étant une fonction de x , λ et F

K , L , N , P et q sont des constantes.

Le problème se ramène à déterminer les paramètres λ et F qui vérifient les conditions aux limites :

$$\begin{cases} H(x, \lambda, F) = H_n(\lambda, F) = 0 & (2.24a) \\ M_n(\lambda, F) = \int_{x_0}^{x_1} [y' \cdot E + \lambda \cdot f \cdot H] dx = 0 & (2.24b) \end{cases}$$

Pour cela Morgenstrein et Price ont utilisé une méthode d'itération à deux variables du premier ordre (du type Newton-Raphson). Cette méthode a le mérite de vérifier les équations de la statique, mais le schéma numérique utilisé est relativement compliqué et nécessite de nombreux contrôles de convergence.

Raulin et al. (1974) ont construit, en partant des mêmes hypothèses, une méthode numérique différente, plus simple de point de vue application sur ordinateur, et qui nécessite moins de contrôle sur les variables pendant le calcul.

Après l'étude et le calcul de plusieurs exemples, Raulin et al. (1974) ont constaté que F dépend très peu du choix de $f(x)$, ils ont proposé une variante de cette hypothèse sous la forme :

$$V(x) = \lambda (c' h(x) + tg\varphi' \cdot H(x)) \quad (2.25)$$

qui n'est autre que le critère de Coulomb relatif aux efforts internes V et H , $1/\lambda$ représente le coefficient de sécurité à la rupture.

La programmation des méthodes fondées sur ce type de relation est assez délicate et Fredlund et Krahn (1977) proposent un algorithme de résolution plus stable. Cette méthode est très utilisée mais pose toujours quelque problèmes de convergence.

De plus les fonctions H , V , σ et τ qui sont déterminées par le calcul, présentent des singularités (discontinuités, valeurs très grandes, ou physiquement inacceptables) qu'il est quasiment impossible de prévoir donc de contrôler à priori (Raulin et al., 1974).

Notons que la méthode de Bishop simplifiée, appliquée au cas de la rupture circulaire, qui est présentée (Fig. 2.7) n'est qu'un cas particulier de ces méthodes pour lequel on adopte $V(x) = 0, \forall x$, et qui ne fait pas intervenir de paramètres d'ajustement λ et donc ne vérifie pas les équations de la statique.

3.2.4. Méthode de Janbu (1954)

En adoptant une hypothèse concernant la ligne d'action des efforts internes d'équation $e(x)$, Janbu a proposé une méthode qui consiste à négliger le terme $(e - y).dH / dx$ dans l'équation (2.12), nous avons alors :

$$V + (de / dx).H = 0 \quad (2.26)$$

La résolution du système d'équations (2.10), (2.11) et (2.26) conduit à la formule générale du coefficient de sécurité F

$$F = \frac{\sum \frac{c' + \left(\gamma \cdot h - \frac{dV}{dx} - U \right) tg\varphi'}{\cos^2 \alpha \left(1 - tg\alpha \cdot \frac{tg\varphi'}{F} \right)}}{\sum \left(\frac{dV}{dx} - \gamma \cdot h \right) tg\alpha \cdot dx} \quad (2.27)$$

Pour résoudre cette équation, Janbu a procédé par approximations successives en trois étapes :

1^{ère} étape

on suppose $dV / dx = 0$ et $\cos^2 \alpha (1 - tg\alpha (tg\varphi' / F)) = 1$, ce qui permet de calculer un coefficient initial F_{p_0} :

$$F_{p_0} = \frac{\sum [c' + (\gamma \cdot h - U) tg\varphi'] dx}{\sum -\gamma \cdot h \cdot tg\alpha \cdot dx} \quad (2.28)$$

2^{ème} étape

on recalcule F en fonction de F_{p0} noté F_0 en supposant toujours $dV / dx = 0$

$$F_0 = \frac{\sum \frac{c' + (\gamma.h - U) \operatorname{tg} \varphi'}{\left(1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{F_{p0}}\right) \cos^2 \alpha}}{\sum -\gamma.h \operatorname{tg} \alpha . dx} \quad (2.29)$$

3^{ème} étape

au moyen de F_0 on calcule toutes les forces inter tranches puis on recalcule un coefficient F_1 par la formule

$$F_1 = \frac{\sum \frac{c' + \left(\gamma.h - \frac{\partial V}{\partial x} - U\right) \operatorname{tg} \varphi'}{\cos^2 \alpha \left(1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{F_0}\right)} dx}{\sum -\left(\gamma.h - \frac{dV}{dx}\right) \operatorname{tg} \alpha . dx} \quad (2.30)$$

Avec le même processus, on continue jusqu'à obtenir une stabilité du coefficient.

Cette méthode pose aussi des problèmes de convergence, ce qui a conduit Raulin et al. (1974) à proposer une variable de type :

$$e(x) = y(x) + \lambda f(x) \cdot (z(x) - y(x)) \quad (2.31)$$

$f(x)$ est une fonction arbitraire et λ un paramètre d'ajustement.

les résultats obtenus par cette méthode ont montré que F est peu sensible au choix de $f(x)$, mais dépend du nombre de tranches adopté par la résolution numérique, si celui ci est inférieur à 50. De plus, la fonction $H(x)$ est peu sensible aux différents facteurs cités, contrairement à la fonction $V(x)$ pour laquelle une oscillation se produit essentiellement lorsque V est petit devant H (Raulin et al. ,1974, Blondeau, 1976).

Notons que la méthode de Janbu est trop restrictive, car le terme $(e-y).dH/dx = 0$ ne peut se placer que dans les deux cas suivants :

soit :

$$dH / dx = 0 \quad \Rightarrow \quad H = \text{cte}$$

or d'après (2.13) , $H(x_0) = H(x_1) = 0$, donc $H = 0$, $\forall x$ et (2.12) devient

$V(x) = 0$; ce qui nous ramène aux hypothèses de la méthode de Fellinius.

soit :

$(e-y) = 0$, cela revient à confondre la ligne de passage avec la ligne de rupture ; Raulin et al.(1974) ont montré que dans ce cas le coefficient de sécurité F est solution de l'équation :

$$\int_0^s \left(\frac{c' - tg \varphi' U}{F} + \left(tg \alpha + \frac{tg \varphi'}{F} \right) \gamma . h \cos^2 \alpha \right) e^{\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{tg \varphi' d\alpha}{F}} ds = 0 \quad (2.32)$$

Cette équation ne pose pas de problème particulier de résolution numérique .

Le plus grand intérêt de cette méthode réside dans le fait qu'elle donne les répartitions de σ , H et V très régulière, et en général mécaniquement acceptables (Raulin et al., 1974, Faure, 1984).

4. AUTRES METHODES DES TRANCHES, COMPARAISONS ET DIFFICULTES

Il existe bien d'autres méthodes des tranches, avec des hypothèses différentes et surtout, pour des raison numérique, des choix différents pour l'inconnue résolvante. De nombreuse comparaisons ont été faites (Wright et al., 1973, Lumsdaine et al., 1982), et d'autres auteurs mettent en évidence les difficultés numériques de certaines de ces méthodes (Ching et al., 1983, Chowdhury et al., 1990, Low et al., 1998) (cité dans l'article Faure, 2000).

4.1. Comparaison des valeurs du coefficient de sécurité

Raulin et al. (1974) ont effectué une étude comparative portant sur la valeur du coefficient de sécurité en utilisant les méthodes décrites précédemment, considérant plusieurs exemples pour chaque méthode, l'ensemble des résultats obtenues sont consignés sur le tableau 2.2.

Méthode1: Morgensterin et Price avec la variante numérique mise au point par Raulin et al. (1974)

Méthode2: Janbu

Méthode3: méthode de la ligne de passage imposée.

Méthode4: méthode de résolution lorsque la ligne d'action est confondue avec la courbe de Rupture

Méthode5: méthode de minimisation

Méthode6: méthode des perturbations

Méthode7: Bishop simplifiée

Méthode8 : Morgensterin et Price

Méthode9 : J.M.Bell

F	Méthode1	Méthode2	Méthode3	Méthode4	Méthode5	Méthode6	Méthode7	Méthode8	Méthode9
Ex1	2,037	2,090	2,031	2,029	2,033	2,030	1,959	2,045	
Ex2	0,620	0,666	0,634	0,629	0,642	0,628	0,619		
Ex3	3,410	3,352	3,370	3,321	3,312	3,450			3,425
Ex4	0,915	0,945	0,916	0,942	0,903	0,937			

Tableau 2.2 Les valeurs du coefficient F.

Les valeurs de F données dans le tableau 2.2 sont dans l'ensemble très cohérents. Les valeurs données par les méthodes vérifiant les équations de la statique (1,3,4,5,6) sont très voisines les unes des autres.

Pour compléter cette description de la diversité des méthodes de calculs, il convient de rappeler que chaque méthode est particulière, délicate à maîtriser et qu'il est parfois tentant, du fait de délais de réponse de plus en plus courts, d'utiliser la méthode que l'on possède dans des situations où elle ne devrait pas être employée (Faure, 2000).

5. CONCLUSION

Un des problèmes les plus fondamentaux des méthodes de calcul à la rupture de la stabilité des pentes est la définition de la forme de la ligne de rupture. Pendant longtemps, l'étude de la stabilité des talus a été basée sur l'hypothèse d'une rupture plastique le long d'une surface cylindrique circulaire. Le cercle est la forme géométrique la plus utilisée en raison de la grande commodité de calcul qu'il procure.

Il n'en est à coup sûr rien avec les milieux hétérogènes dans lesquels il n'existe aucune raison pour que la rupture se fasse suivant un cercle ou une quelconque ligne géométrique simple. Dans l'hypothèse d'un glissement s'effectuant sur un cercle (rotation) ou sur une droite (translation), la masse en mouvement peut, théoriquement, se comporter comme un solide indéformable (corps rigide), puisque le mouvement n'implique pas obligatoirement de déformations internes. Mais lorsqu'on adopte des surfaces de glissements d'aspect beaucoup plus varié, principalement pour les massifs hétérogènes, il faut bien prendre garde aux conséquences que cela entraîne sur la déformation du massif.

Les calculs du coefficient de sécurité peuvent se faire par les possibilités offertes par les méthodes d'analyse en rupture non circulaire couramment utilisées. Dans cet esprit Raulin et al.(1974) ont effectués plusieurs tests sur ces différentes méthodes en prenant plusieurs exemples. Les valeurs du coefficient de sécurité obtenus sont dans l'ensemble très cohérents (Tableau 2.2). Cela confirme que pour les divers méthodes décrites ci dessus, l'hypothèse complémentaire a peu d'incidence sur la valeur de F . Mais elles ne permettent pas de déterminer d'une part avec précision la forme des surface de rupture puisqu'elles ne prennent pas en considération la déformabilité réelle des matériaux et d'autre part les efforts internes (σ , τ , H , V) ne peuvent être déduits avec précision suffisante. Blondeau (1976) a montré que dans le cas particulier de la méthode de Bishop simplifiée, la contrainte normale σ' peut prendre des valeurs indéfinies qui perturbent le déroulement du calcul. C'est pourquoi dans les critères de choix d'une méthode de calcul à la rupture, l'aspect du lobe des contraintes est un des plus important critères. La représentativité du lobe des contraintes est déterminante. C'est le point de départ de beaucoup d'analyses. La méthode des perturbations Raulin et al. (1974) utilisée couramment s'avère très fiable et que les forces internes H et V sont très régulières .

Nous ne pouvons clore le sujet sans citer l'hypothèse de la rupture simultanée qui admet qu'en tout point de la ligne de glissement, la contrainte tangentielle τ atteint au même instant la valeur limite τ_{\max} . En fait, il y a peu de chances même dans un milieu homogène pour que l'évaluation dans le temps du tenseur des contraintes aboutissent à une rupture simultanée. A plus forte raison dans un milieu naturel, toujours plus ou moins hétérogène, dans lequel les zones les plus faibles atteignent nécessairement la rupture avant les autres. Il

en est de même d'ailleurs dans un milieu homogène, la rupture apparaît d'abord dans les zones de contraintes maximales.

Dans leurs principes, ces méthodes sont critiquables et contraires aux aspects fondamentaux de la mobilisation de la résistance au cisaillement dans les sols. La seule possibilité d'amélioration théorique de ces méthodes nécessiterait de développer une procédure permettant :

- D'estimer le tenseur des contraintes dans le massif et d'utiliser ses composantes pour la détermination de la forme et de la position de la surface de rupture.
- De prendre en considération une mobilisation de la résistance au cisaillement des sols qui tiennent compte des chemins de contraintes suivis jusqu'à la rupture. Ces conditions nécessitent en fait l'utilisation de la méthode des éléments finis, ce qui nous ramène au calcul en déformations.

Chapitre III

Analyse en déformation

Chapitre III

ANALYSE EN DEFORMATION

1. INTRODUCTION

L'analyse en déformation des pentes est basée à l'origine sur la méthode des éléments finis, qui a été introduite dans le domaine du Génie civil et en particulier en géotechnique, quand les professeurs Clough et Woodward (1966) ont montré son utilité pour l'analyse des contraintes et mouvements dans les barrages alors que Reyes et Deere (1966) ont décrit son application à l'analyse des fissures dans les roches (*Duncan et Asce, 1997*).

Cette méthode permet l'analyse du comportement des ouvrages, des structures et des terrains par l'évaluation des champs de déformations et de contraintes sous divers sollicitations. Plus précisément l'analyse par éléments finis permet de modéliser un grand nombre de conditions complexes avec un haut degré de réalisme en incluant : les analyses du comportement non linéaire, l'hétérogénéité des matériaux constituant les terrains et les ouvrages (multi – couches, matériaux composites, ...etc.), et les changements dans la géométrie pendant la construction d'un endiguement ou excavation.

Au moyen de la méthode des éléments finis, il est possible de calculer les états complets des contraintes et des déformations dans chaque élément et les mouvements de chaque point nodal dans une maille qui représente l'inclinaison .

Ce chapitre s'intéresse à l'application de la méthode des éléments finis à l'analyse statique des contraintes et mouvements dans les pentes des sols. La théorie de la méthode n'est pas présentée dans ce chapitre, ni les détails théorique ou aspects de calcul. A la place nous présenterons quelques définitions concernant le principe des travaux virtuels, les équations qui gouvernent la méthode, ainsi que les principaux types des lois de comportement pour la modélisation du comportement des sols. Nous examinerons ensuite les procédures utilisées pour résoudre les problèmes de l'élastoplasticité .

2. PRINCIPE DES TRAVAUX VIRTUELS

Soit un corps solide (S) (Fig. 3.1), déformable de volume (v) et de surface extérieur ∂S soumis à l'action de forces de volume F_i et de forces extérieures T_i sur la surface ∂S_F et auquel on impose des déplacements \underline{U}_i ,sur la surface ∂S_u avec : $\partial S = \partial S_F + \partial S_u$ (*Zienkiewicz,1977, Tadjbakhsh et Frank, 1985,Imbert, 1995*)

Un champ de déplacement U_i est cinématiquement admissible pour un problème donné s'il est continu dans $S+\partial S$, continûment dérivable par morceau dans S et vérifie les conditions aux limites : $U_i = \underline{U}_i$ sur ∂S_u .

Le principe des travaux virtuels consiste à écrire que, pour tous les champs cinématiquement admissibles, le travail virtuel des actions extérieures est égal au travail virtuel des actions intérieures, ce qui s'écrit :

$$\int_v \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dv = \int_v F_i U_i dv + \int_{\partial S} T_i U_i dS \quad \forall (U_i) \quad (3.1)$$

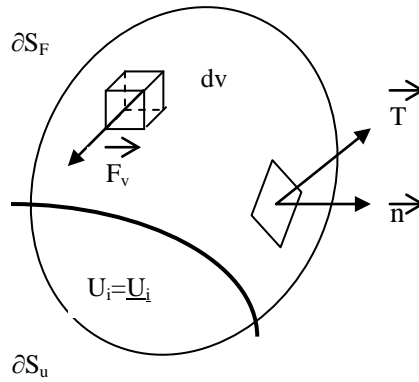


Figure 3.1 *Equilibre des travaux virtuels.*

Ce qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\int_v \underline{\varepsilon}^T \cdot \underline{\sigma} \cdot dv = \int_v \underline{U}^T \cdot \underline{F} \cdot dv + \int_{\delta} \underline{U}^T \cdot \underline{T} \cdot dS \quad \forall (U_i) \tag{3.2}$$

3. METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis est une méthode qui permet de ramener un système continu à un système discret. Un système est dit discret lorsque il possède un nombre fini de degrés de liberté.

Le principe de base de la méthode des éléments finis consiste à subdiviser le continuum en sous domaines de formes relativement simples appelées éléments finis ; c'est une méthode qui calcule une approximation de la solution du problème.

On approxime les déplacements à l'intérieur d'un élément à l'aide des déplacements aux nœuds par des fonctions d'interpolation N (*Imbert, 1995*).

$$U_E = NU_G \tag{3.3}$$

Tel que:

U_G : vecteur global des déplacements nodaux;

N : matrice des fonctions d'interpolation ou fonctions de forme.

D'autre part, en petites déformations, on a :

$$\varepsilon_{ij} = 1/2 \left(\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) + \left(\frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right) \tag{3.4}$$

Ce qui s'écrit :

$$\underline{\varepsilon} = L \underline{U}_E \tag{3.5}$$

Avec :

L : matrice de dérivation

En tenant compte de l'équation (3.3)

$$\underline{\varepsilon} = L.N.U_G \quad \Rightarrow \quad \underline{\varepsilon} = \underline{B}.U_G \quad (3.6)$$

où B est la matrice de déformation

en introduisant l'équation (3.5) dans l'équation des travaux virtuels (3.2) nous aurons :

$$\int \underline{U}_E^T . \underline{L}^T \underline{\sigma} dv = \int \underline{U}_E^T . F dv + \int \underline{U}_E^T . T dS \quad (3.7)$$

en se servant de (3.3) et de $B = L.N$, on obtient :

$$U_G^T = \left[\int B^T \underline{\sigma} . dv - F_G \right] = 0 \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow \int B^T \underline{\sigma} . dv - F_G = 0 \quad (3.9)$$

$$F_G = \int \underline{N}^T T dS + \int \underline{N}^T F dv \quad (3.10)$$

dans le cas de l'élasticité, on a :

$$\underline{\sigma} = D . \underline{\varepsilon} = D.B.U_G \quad (3.11)$$

D : est la matrice d'élasticité

et l'équation (3.9) s'écrit :

$$\{ F_G \} = [K_G] . \{ U_G \} \quad (3.12)$$

où

$$K_G = \int B^T D B dv \quad (3.13)$$

$[K_G]$: est la matrice de comportement élastique généralisée ;

$\{U_G\}$: le vecteur des déplacements nodaux ;

$\{F_G\}$: le vecteur des forces nodales.

L'inversion de l'équation matricielle (3.12) permet d'obtenir les déplacements U_G à partir des forces F_G . En utilisant (3.11) on obtient également les contraintes, la résolution de l'équation (3.12) est la base de la méthode des éléments finis.

Dans le cas d'un problème non linéaire, cette équation doit être résolue plusieurs fois pour un incrément de charge donné, en jouant soit sur K_G (méthode de la rigidité variable, soit sur F_G tout seul (méthode des contraintes initiales).

4. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS

La résolution numérique des problèmes géotechniques exige l'utilisation d'une loi constitutive du sol. Une bonne loi de comportement du sol doit décrire avec suffisamment de réalisme les divers aspects rhéologiques du sol, et admettre une forme assez simple pour être

utilisable numériquement, c'est donc un outil mathématique destiné à simuler le comportement du sol à partir des paramètres déterminés expérimentalement (*Mestat, 1993, Ylin, 1995*).

4.1. Comportement élastique

Un milieu continu est dit élastique si l'état de contraintes est déterminé de manière unique par l'état de déformations actuel (l'histoire de la déformation n'intervient pas).

La relation de comportement s'exprime par une fonction tensorielle (F_{ij}), tel que :

$$(3.14) \quad \sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl})$$

F_{ij} est la fonction de réponse élastique .

$$(3.15) \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0$$

où

σ_{ij}^0 représente le tenseur des contraintes initiales .

C_{ijkl} matrice d'élasticité (tenseur décrivant le comportement physique du matériau)

Pour un matériau élastique linéaire et isotrope, l'équation (3.15) devient :

$$(3.16) \quad \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij}$$

dans ce cas le comportement est caractérisé entièrement à partir de deux constantes de Lamé λ et μ , on peut définir σ_{ij} en fonction du module de Young E et le coefficient de Poisson ν :

$$(3.17) \quad \sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

Deux (02) constantes seulement suffisent à définir les caractéristiques du milieu élastique, le module de Young E et le coefficient de Poisson ν , la simplicité du comportement élastique fait qu'il est encore très souvent utilisé pour analyser le comportement des massifs des sols et des ouvrages ; par ailleurs la partie élastique de la déformation ne peut être négligée dans la formulation d'une loi élasto plastique.

4.2. Comportement élasto-plastique

Considérons un matériau ayant un comportement élasto-plastique écrouissable. Sous une sollicitation uniaxiale, les déformations du matériau sont irréversibles.

La déformation totale est :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.18)$$

Au point au delà duquel on a des déformations plastiques (Fig. 3.2), le point A est appelé le seuil de plasticité initial et le point B est le seuil de plasticité actuel .

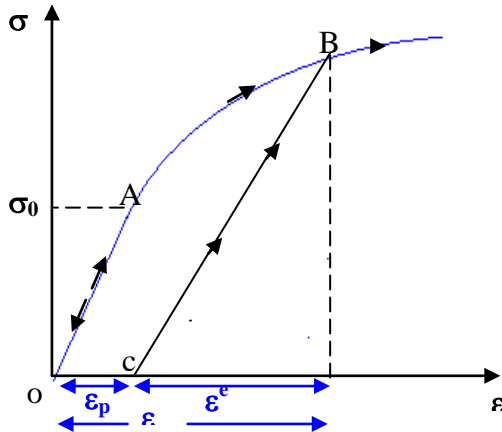


Figure 3.2 déformation réversible et irréversible.

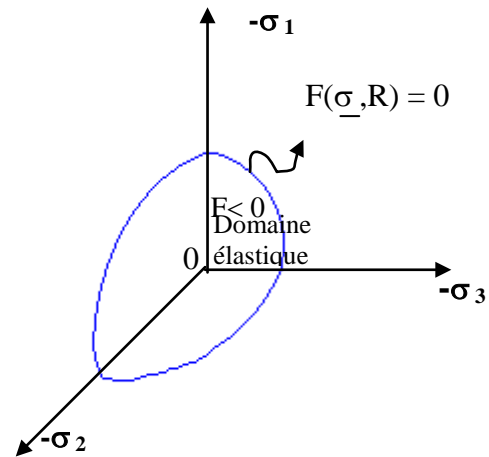


Figure 3.3 Surface de charge.

4.2.1. Surface de charge

Dans le cas de la sollicitation multiaxiale, le seuil de plasticité est remplacé par une fonction scalaire F tel que :

$$F(\sigma, R) = 0 \quad (3.19)$$

σ : tenseur des contraintes

R : ensemble des paramètres d'écrouissage .

La fonction F est représentée dans l'espace des contraintes par une surface dite surface de charge, elle est appelée fonction de charge ou encore fonction d'écoulement (Fig. 3.3).

- Pour $F < 0$, on est dans le domaine élastique et les déformations sont uniquement élastiques ;
- Pour $F = 0$, les déformations élastiques peuvent être éventuellement accompagnées de déformations plastiques ;
- Pour $F > 0$, est un état de contrainte physiquement impossible .

Quand l'expression de la surface de charge ne contient pas de paramètres d'écrouissage, la plasticité est dite parfaite.

4.2.2. Cas de charge ou de décharge

$$F(\sigma, R) = 0 \Rightarrow dF(\sigma, R) = 0$$

$$dF(\sigma, R) = (\partial F / \partial \sigma) d\sigma + (\partial F / \partial R) dR = 0 \Rightarrow (\partial F / \partial \sigma) \dot{\sigma} + (\partial F / \partial R) \dot{R} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial F / \partial \sigma) \dot{\sigma} = \dot{F}_\sigma \\ (\partial F / \partial R) \dot{R} = \dot{F}_R \end{array} \right. \Rightarrow \dot{F}_\sigma + \dot{F}_R = 0 \Rightarrow \boxed{\dot{F}_R = - (\partial F / \partial \sigma) \dot{\sigma}}$$

Pour un état de contrainte $\underline{\sigma}$ tel que $F(\underline{\sigma}, \mathbf{R}) = 0$, on peut avoir deux cas possibles :

1^{er} cas : (décharge)

$$F(\underline{\sigma}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\dot{F}_R = (\partial F(\underline{\sigma}, \mathbf{R}) / \partial \underline{\sigma}) \cdot \dot{\underline{\sigma}} < 0$$

$$d\underline{\varepsilon} = d\underline{\varepsilon}^e$$

ce cas représente celui de la décharge figure 3.4b, c'est à dire que $\dot{\underline{\sigma}}$ est dirigé vers l'intérieur du domaine d'élasticité .

2^{ème} cas : (charge)

$$F(\underline{\sigma}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\dot{F}(\underline{\sigma}, \mathbf{R}) = 0 \text{ condition de consistance ou équation de compatibilité .}$$

$$F_R = (\partial F / \partial \underline{\sigma}) \cdot \dot{\underline{\sigma}} \geq 0$$

$$d\underline{\varepsilon} = d\underline{\varepsilon}^e + d\underline{\varepsilon}^p \Rightarrow \dot{\underline{\varepsilon}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^e + \dot{\underline{\varepsilon}}^p$$

dans ce cas l'incrément de contrainte $\dot{\underline{\sigma}}$ est dirigé vers l'extérieur du domaine d'élasticité. Il y a apparition de déformations plastiques (cas de charge, Fig. 3.4a). Pour un modèle écrouissable, le domaine d'élasticité se déplace .

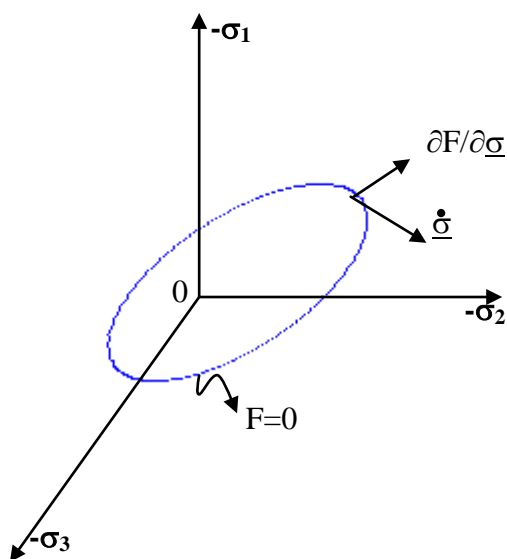


Figure 3.4a Cas de charge.

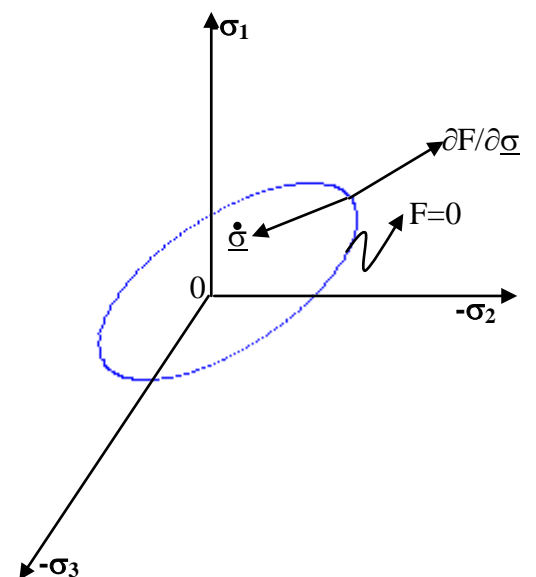


Figure 3.4b Cas de décharge.

4.2.3. Potentiel plastique – règle d'écoulement

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude. La direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique $G(\underline{\sigma}) = 0$, cette normalité est caractérisé par un vecteur m_{ij} .

$$m_{ij} = \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}}{\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ki}} \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ki}} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.20a)$$

L'incrément de déformation plastique est donc donné par une constante scalaire $d\lambda$ multipliant ce vecteur normal m_{ij} (Yulin, 1995).

$$\begin{aligned} d\underline{\varepsilon}^P &= d\lambda \cdot m_{ij} \quad : \quad d\lambda > 0 \\ \dot{\underline{\varepsilon}}^P &= \dot{\lambda} \frac{\partial G(\underline{\sigma}, R)}{\partial \underline{\sigma}} \end{aligned} \quad (3.20c)$$

(3.20b)

avec :

G : potentiel plastique.

$\lambda \geq 0$: multiplicateur de plasticité.

$\partial G / \partial \underline{\sigma}$: définit les directions de déformation plastique.

Le potentiel plastique est dit associé quand la surface de charge et le potentiel plastique sont définis par la même équation ($F = G$). On dit alors que la matériau satisfait la condition de normalité.

Pour un matériau qui obéit au principe du travail maximal (Hill 1950, cité dans l'article Yulin 1995), la surface de charge est convexe, et les déformations plastiques sont dirigées suivant la normale extérieure à la surface de charge .

$$\underline{\varepsilon}^P = \lambda \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.21)$$

$\dot{\lambda}$ est un multiplicateur de plasticité donné par :

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \right)^T \dot{\underline{\sigma}} \dot{\underline{\varepsilon}}}{H + \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \right)} \quad (3.22)$$

les développements analytique du calcul de $\dot{\lambda}$ sont donnés dans l'annexe 1 (A.1).

Dans le cas de la plasticité parfaite, F est fonction de σ (le module d'écrouissage $H = 0$) alors

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \dot{\sigma} \dot{\underline{\varepsilon}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma} \right)} \quad (3.23)$$

4.2.4. Ecrouissage

Soit $\underline{\sigma}$ situé sur la surface de charge, $F(\underline{\sigma}, R) = 0$ (A Fig. 3. 5), l'accroissement infiniment petit des contraintes tel que $(\partial F / \partial \underline{\sigma}) \cdot \underline{\sigma} > 0$ provoque des déformations plastiques .

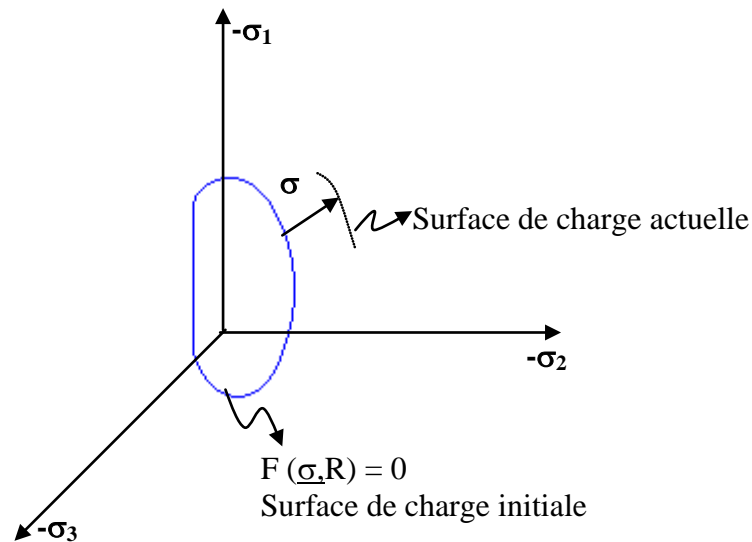


Figure 3.5 *Ecrouissage.*

L'évolution des déformations plastiques dans le cas des matériaux écrouissables conduit à un changement de limite élastique (dit écrouissage). La surface de charge se dilate et se déplace au fur et à mesure que se développe l'écrouissage .

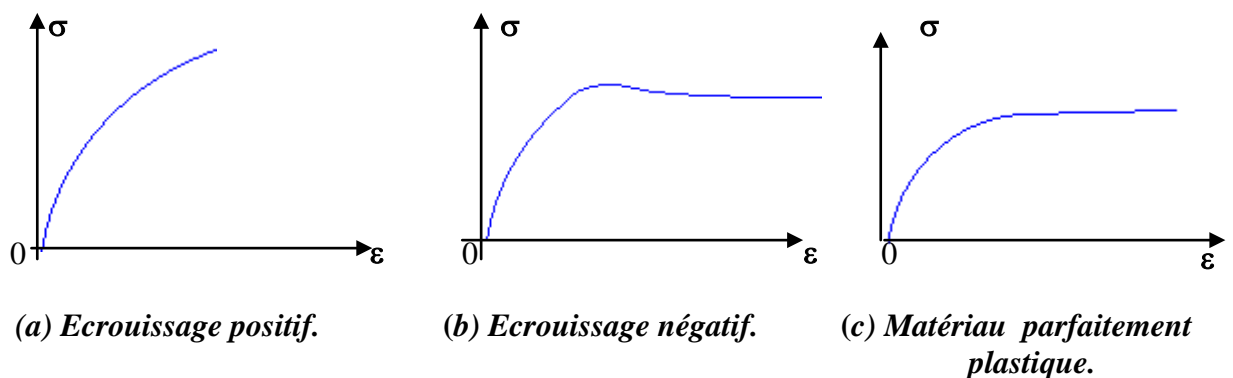


Figure 3.6

4.2.5. Déformation totale – matrice de rigidité élasto-plastique

l'équation d'écoulement peut être écrite sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}^P = \alpha \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (3.24)$$

$$\alpha = 1 \text{ pour } \begin{cases} F = 0; \\ \dot{F} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \geq 0 \end{cases}$$

si non $\alpha = 0$.

En tenant compte des équations (3.18), (3.22), et (3.24) l'équation (3.11) devient

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{D} \underline{\dot{\varepsilon}} - \alpha \underline{D} \cdot \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \dot{\sigma}}{H + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \underline{D} \frac{\partial G}{\partial \sigma}} \underline{\dot{\varepsilon}} \quad (3.25)$$

en posant :

$$\underline{D}^P = \underline{D} \cdot \frac{\frac{\partial G}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \dot{\sigma}}{H + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \underline{D} \frac{\partial G}{\partial \sigma}} \quad (3.26)$$

où

$$\underline{D}^P \underline{\dot{\varepsilon}} = \dot{\lambda} \underline{D} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (3.27)$$

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{D}^{ep} \underline{\dot{\varepsilon}} \quad (3.28)$$

\underline{D}^{ep} : étant la matrice de rigidité élasto-plastique .

$$\underline{D}^{ep} = \underline{D} - \alpha \underline{D}^P \quad (3.29)$$

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \left(\underline{D}^{ep} \right)^{-1} \cdot \underline{\dot{\sigma}} \quad (3.30)$$

$$\underline{D}^{ep-1} = \underline{D}^{-1} + \frac{\alpha}{H} \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \quad (3.31)$$

4.2.6. Modèles élasto-plastiques parfaits

Plusieurs critères de plasticité parfaite ont été initialement développés pour les métaux, et puis ils ont été utilisés pour les sols notamment en tant que critère de rupture. De manière générale, dans le modèle élastique parfaitement plastique, la fonction de charge est confondue avec le critère de rupture .

A partir de chaque critère de rupture il est possible de construire une loi de comportement élastique parfaitement plastique, qui constitue une description rudimentaire du comportement des matériaux .

Nous présenterons dans ce présent paragraphe quelques critères isotropes de plasticité parfaite utilisés pour les sols.

a) Critère de Mohr – Coulomb

Coulomb à proposé en 1773 le premier critère de plasticité en mécanique des sols (*Mestat, 1993*), qui est utilisé pour décrire les sols pulvérulents et les sols cohérents à long terme. Le critère de Mohr–Coulomb se compose de deux (02) droites symétriques dans le plan de Mohr (τ, σ) (Fig. 3.7).

L'équation de ces deux (02) droites s'écrit :

$$F(\sigma_i, \sigma_j) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2C \cos \varphi \leq 0 \quad (3.32)$$

où σ_1 et σ_3 représentent les contraintes principales extrêmes, φ est l'angle de frottement et C la cohésion. On note que ce critère ne prend pas en compte la contrainte intermédiaire.

b) Critère de Tresca

Le critère de Tresca (1864) est un cas particulier du critère de Mohr–Coulomb (Fig. 3.8), il est utilisé pour les sols cohérents à court terme ($\varphi = 0$).

On peut écrire :

$$F(\sigma_i, \sigma_j) = \sigma_1 - \sigma_3 - 2C \quad (3.33)$$

c) Critère de Von Mises

Afin de prendre en compte l'influence de la contrainte intermédiaire, Von Mises a proposé en 1913 que le critère de rupture dépend du deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatorique J_2 (*Mestat, 1993, Yulin, 1995*) :

$$F(\sigma_{ij}) = J_2(\sigma_{ij}) - k^2 \leq 0 \quad (3.34)$$

$$J_2 = 1/6 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.35)$$

$$F(\sigma_{ij}) = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) - 6k^2 \quad (3.36)$$

dans l'espace des contraintes principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), la surface de rupture de VON MISES est un cylindre de révolution ayant pour axe la droite d'équation : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (Fig. 3.9).

d) Critère de Drucker et Prager

Le critère de Drucker et Prager 1952, constitue une généralisation du critère de Von Mises aux matériaux pulvérulents, prenant en compte le premier invariant du tenseur des contraintes I_1 et le deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatorique J_2 .

Son expression est la suivante :

$$F(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2(\sigma_{ij})} + \alpha I_1(\sigma_{ij}) - k \leq 0 \quad (3.37)$$

Avec :

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

α et k sont des paramètres de la loi de comportement dans l'espace des contraintes principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), la surface de rupture de Drucker – Parger est un cône ayant pour axe la droite d'équation : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, sa section par le plan déviatoire est un cercle (Fig. 3.10).

4.2.7. Modèles élasto-plastiques avec écrouissage

Une loi élastique, voir élasto-plastique parfaitement plastique, constitue une approche acceptable pour le comportement des métaux sous des sollicitations courantes. Par contre, il n'en est pas de même pour les sols, car ces mêmes sollicitations ont des effets mécaniques beaucoup plus importants, dont le modèle élasto-plastique parfaitement plastique ne rend compte qu'imparfaitement. Les essais menés au laboratoire montrent qu'il devient fondamental de suivre toute la déformation au cours de l'évolution des sollicitations et donc d'adopter un modèle élasto-plastique avec écrouissage.

On rappelle toutefois que ces lois, constituent en elles même une approximation du comportement des sols, puisque, par exemple, on néglige notamment les effets du temps dans le cas des sols fins.

Les modèles élasto-plastique avec écrouissage sont largement utilisés depuis une vingtaine d'années pour la modélisation du comportement des sols. Parmi les principaux modèles existant nous citons à titre d'exemple :

- Modèle de Cambridge (Cam – Clay) 1958 - 1969 : Lois élasto-plastique avec écrouissage destinées essentiellement à décrire le comportement des argiles reconstituées en laboratoire .
- Modèle de Mélanie 1983 : Loi de comportement élasto-plastique anisotrope écrouissable adaptée pour les argiles naturelles .
- Modèle de Nova et Wood 1979 : Loi élasto-plastique avec écrouissage isotrope adaptée à la description du comportement des sables .

5. RESOLUTION PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS DES PROBLEMES DE L'ELASTOPLASTICITE

La clef de la simulation réaliste des problèmes statiques de la géotechnique dans les analyses en éléments finis est l'usage de la loi incrémentale. Ceci implique de simuler le problème total comme une série d'événements et analyser chaque événement comme un problème linéaire simple .

On procède alors pour les problèmes non linéaires à un chargement pas a pas, les incréments de contraintes, et de déplacements sont calculés à chaque pas de l'analyse et ajouter aux valeurs du pas antérieur. En fournissant de cette façon les états complets des contraintes, déformations et des mouvements pour chaque étape de l'analyse.

Figure 3.7 *Critère de Mohr - Coulomb.*

Figure 3.8 *Critère de Tresca.*

Figure 3.9 *Critère de Von - Mises.*

Figure 3.10 *Critère de Drucker - Prager.*

L'équation du comportement élasto-plastique (3.28) s'écrit alors :

$$\Delta \underline{\sigma} = [D - \alpha D^p] \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3.38)$$

avec :

D : matrice d'élasticité

D^p : matrice définie par l'équation (3.25), α est défini dans l'équation (3.24)

Cette équation montre que l'incrément $\Delta \underline{\sigma}$ dépend de l'incrément des déformations $\Delta \underline{\varepsilon}$, de l'allure du chemin des déformations et de l'état de contrainte actuel. Pour résoudre cette équation, différents schémas d'intégration numérique peuvent être utilisés.

5.1. Schémas d'intégration numérique

5.1.1. Schéma du module tangent

On prend l'état de contrainte initiale $\underline{\sigma}_0$ dans le domaine élastique, c'est à dire $F(\underline{\sigma}^0) < 0$ et on applique l'incrément de charge ΔF (ou $\Delta \underline{\sigma}$).

L'état de contrainte $\underline{\sigma}_1^e$ est :

$$\underline{\sigma}_1^e = \underline{\sigma}^0 + \Delta \underline{\sigma} \quad (3.39)$$

avec :

$$\Delta \underline{\sigma} = D \Delta \underline{\varepsilon}$$

Si $\underline{\sigma}_1^e$ est dans le domaine élastique : $F(\underline{\sigma}_1^e) = F(\underline{\sigma}^0 + \Delta \underline{\sigma}) \leq 0$ et toutes les déformations sont élastiques ($\Delta \underline{\varepsilon} = \Delta \underline{\varepsilon}^e$). Si non, $F(\underline{\sigma}_1^e) > 0$ (impossible), il doit exister un état de contraintes $\underline{\sigma}_c$ sur le segment ($\underline{\sigma}_0, \underline{\sigma}_1^e$) (Fig. 3.11) tel que $F(\underline{\sigma}_c) = 0$, cet état de contrainte s'appelle "l'état transitoire". $\underline{\sigma}_c$ est le point d'intersection du vecteur ($\underline{\sigma}_0, \underline{\sigma}_1^e$) et de la surface de charge initiale. L'incrément de déformation $\Delta \underline{\varepsilon}_c$ nécessaire pour arriver à l'état transitoire $\underline{\sigma}_c$ s'écrit :

$$\Delta \underline{\varepsilon}_c = D^{-1} (\underline{\sigma}_c - \underline{\sigma}^0) \quad (3.40)$$

Avec :

$$\underline{\sigma}_c = \underline{\sigma}^0 + R D \underline{\sigma} \quad ; \quad R = \frac{DC}{AE} \quad (3.41)$$

Il existe des méthodes approximatives pour calculer le coefficient R (*Tadjbakhsh et Frank, 1985*). L'état final de contrainte ($\underline{\sigma}'_1$) dans le schéma du module tangent simplifié s'écrit (après correction) :

$$\underline{\sigma}'_1 = \underline{\sigma}_c + [D - \alpha D^p] [D \underline{\varepsilon} - \alpha D \underline{\varepsilon}_c] \quad (3.42)$$

La matrice D^p est calculée à partir de l'équation (3.25) pour :

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= \underline{\sigma}_c ; \\ \alpha &= 1 ; \\ &\text{pour } F > 0, \text{ si non } \alpha = 0 \end{aligned}$$

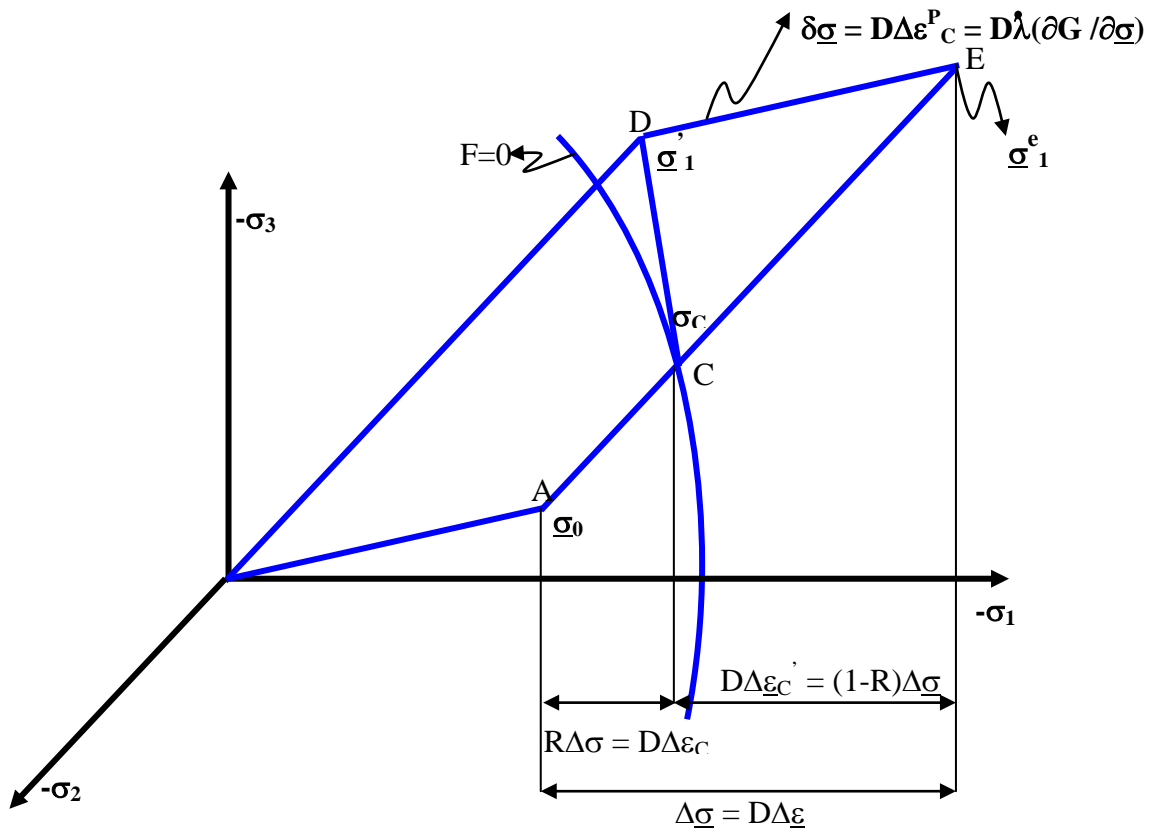


Figure 3.11 Schéma du module tangent)

On pose

$$\Delta \underline{\varepsilon}'_c = \Delta \underline{\varepsilon} - \alpha D \underline{\varepsilon}_c \tag{3.43}$$

alors

$$\underline{\sigma}'_1 = \underline{\sigma}_c + (D - \alpha D^p) D \underline{\varepsilon}'_c \tag{3.44}$$

En tenant compte de (3.40)

$$\underline{\sigma}'_1 = \underline{\sigma}_0 + D \Delta \underline{\varepsilon}_c + D \Delta \underline{\varepsilon}'_c - \alpha D^p \Delta \underline{\varepsilon}_c \tag{3.45}$$

En utilisant l'équation (3.27) on à :

$$D^p \Delta \underline{\varepsilon}'_c = \lambda D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \right)_c \tag{3.46}$$

$(\partial G / \partial \underline{\sigma})_c$ étant déterminé au point C , on obtient :

$$\underline{\sigma}'_1 = \underline{\sigma}_0 + D \Delta \underline{\varepsilon}_c - \alpha \lambda D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \right)_c \tag{3.47}$$

en posant

$$\delta \underline{\sigma}' = -\alpha \lambda D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \right)_c = -\alpha D \Delta \underline{\varepsilon}_c^p \tag{3.48}$$

on trouve :

$$\underline{\sigma}_i = \underline{\sigma}_i^e + \delta\sigma^1 \quad (3.49)$$

les déformations plastiques dans ce schéma s'écrivent :

$$\Delta\underline{\varepsilon}_c^p = \Delta\underline{\varepsilon}_c^i - \Delta\underline{\varepsilon}_c^e \quad (3.50)$$

avec : $\Delta\underline{\varepsilon}_c^e$: déformation élastique entre le point C et le point D, alors on a :

$$\Delta\underline{\varepsilon}_c^e = D^{-1}(\underline{\sigma}_i^i - \underline{\sigma}_c) \quad (3.51)$$

$$\Delta\underline{\varepsilon}_c^p = \alpha [D^{-1} D^p]_c \Delta\underline{\varepsilon}_c^i \quad (3.52)$$

Cette valeur est plus petite que la valeur réelle de la déformation plastique, car l'état $\underline{\sigma}_i^i$ n'est pas sur la surface de charge.

5.1.2. Schéma de retour du module tangent

Ce schéma à pour but de ramener l'état $\underline{\sigma}_i^i$ sur la surface de charge. Pour cela on ajoute une correction de contrainte à $\underline{\sigma}_i^i$ définie précédemment. L'état final s'écrit :

$$\underline{\sigma}^1 = \underline{\sigma}_i^i + \delta\underline{\sigma}^2 \quad (3.53)$$

Avec

$$\delta\underline{\sigma}^2 = -\lambda \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \right)_{\sigma_i} \quad (3.54)$$

$$\text{et } \underline{\sigma}_i^i = \underline{\sigma}_c + [D - \alpha D^p] [\Delta\underline{\varepsilon}_c^i] \quad (3.55)$$

λ étant déterminée par l'équation $F(\underline{\sigma}^1) = 0$.

Ce schéma suppose que la correction $\delta\underline{\sigma}^2$ est normale à la surface de charge $F = 0$.

5.1.3. Schéma de retour du module tangent simplifié

Dans ce schéma on n'a pas besoin de déterminer le point d'intersection du vecteur (σ_0, σ_1^e) et de la surface de charge. L'état de contrainte après une correction s'écrit :

$$\underline{\sigma}^i = \underline{\sigma}_i^e + \delta\underline{\sigma} \quad (3.56)$$

avec :

$$\underline{\sigma}_i^e = \underline{\sigma}_0 + \Delta\underline{\sigma} \quad (3.57)$$

$$\delta\underline{\sigma} = -\lambda D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}} \right) \quad (3.58)$$

pour un matériau ecrouissable le multiplicateur λ est calculé à partir de l'équation :

$$F(\underline{\sigma}', R) = 0 \quad (3.59)$$

d'où

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\underline{\sigma}_1^e, R_0)}{H_0 + \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)} \quad (3.60)$$

Dans les schémas présentés auparavant, la direction $(\partial G / \partial \underline{\sigma})$ peut être déterminée pour $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_c$ ou $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1^e$, alors qu'ici on est obligé d'utiliser $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1^e$.

Pour le cas de la plasticité parfaite ($H=0$), l'équation (3.60) s'écrit

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\underline{\sigma}_1^e)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right)_{\underline{\sigma}=\underline{\sigma}_1^e}} \quad (3.61)$$

Avec $(\partial G / \partial \underline{\sigma})$ obtenu pour $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1^e$

Ou encore pour le potentiel associé

$$\dot{\lambda} = \frac{F(\underline{\sigma}_1^e)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)_{\underline{\sigma}=\underline{\sigma}_1^e}} \quad (3.62)$$

F et $(\partial F / \partial \underline{\sigma})$ sont calculés pour $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1^e$

En résumé, le schéma est illustré dans la figure (3.12)

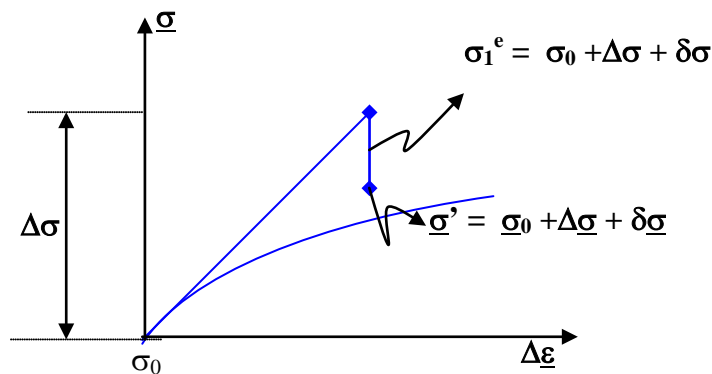


Figure 3-12 Schéma de retour du module tangent simplifié.

Guellec (1976-1977) propose une méthode qui consiste à calculer λ pour l'itération i par une suite d'itérations internes j de telle manière que :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1^e + \sum_{j=1}^m \delta^j \underline{\sigma} \quad (3.63)$$

satisfasse $F(\underline{\sigma}, R) = 0$

m : étant le nombre d'itérations interne.

L'algorithme de ce schéma avec itérations internes pour un matériau élasto-plastique parfait avec un potentiel associé est le suivant :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{J=1,m} \\ \text{J=1,m} \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \lambda_i^j = \frac{F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} D \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}}} \\
 \varepsilon_i^{pj} = \varepsilon_i^{pj-1} + \lambda_i^j \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} \\
 \delta_i^j \underline{\sigma} = \lambda_i^j D \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} \\
 \underline{\sigma}_i^j = \underline{\sigma}_i^{j-1} + \delta_i^j \underline{\sigma}
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

J est le rang de l'itération interne

Les déformations plastiques totales et les contraintes $\underline{\sigma}$ à la fin des m itérations internes ou à la fin de l'itération i s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \varepsilon_i^p = \varepsilon_{i-1}^p + \sum_{j=1}^m \lambda_i^j \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} \\
 \underline{\sigma}_i = \underline{\sigma}_{i-1} + D \sum_{j=1}^m \lambda_i^j \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} + \Delta \delta_i \underline{\sigma}
 \end{array} \right. \quad (3.64)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \varepsilon_i^p = \varepsilon_{i-1}^p + \sum_{j=1}^m \lambda_i^j \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} \\
 \underline{\sigma}_i = \underline{\sigma}_{i-1} + D \sum_{j=1}^m \lambda_i^j \frac{\partial F(\underline{\sigma}_i^{j-1})}{\partial \underline{\sigma}} + \Delta \delta_i \underline{\sigma}
 \end{array} \right. \quad (3.65)$$

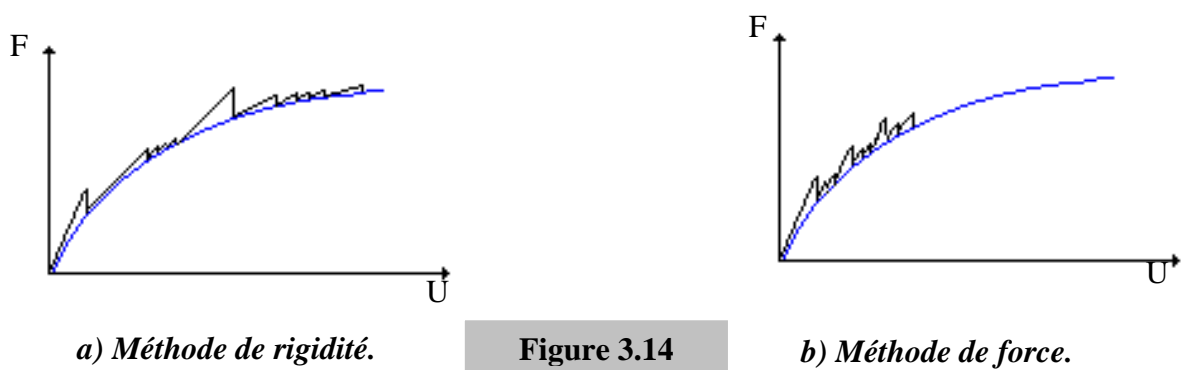
5.2. Méthode de force – Méthode de rigidité

L'équation (3.28) n'est pas linéaire car la matrice D^P dépend de l'état actuel des contraintes. Pour résoudre le système d'équation qui en découle, plusieurs techniques itératives existent :

- La méthode de Newton – Raphson (méthode de rigidité variable).
- La méthode de Newton – Raphson modifiée (méthode de force ou des contraintes initiales).

C'est les méthodes les plus utilisées pour le traitement du problème par éléments finis. Dans la méthode de Newton – Raphson, la matrice de rigidité est déterminée et inversée à chaque itération (Fig. 3.14a) (Zienkiewicz, 1971 ; Dhatt et Touzot , 1981 ; Yuritzinn , 1981). Cette matrice est calculée et inversée une seule fois (Fig. 3.14b) dans la méthode de Newton – Raphson modifiée. La méthode de force ainsi que la méthode de rigidité peuvent être utilisées pour tous les schémas qui ont été présentés .

Dans les deux méthodes, on admet à la première itération que l'état de contrainte se trouve à l'intérieur du domaine d'élasticité; dans les itérations suivantes on vérifie si le critère est violé, auquel cas on calcule les corrections de contraintes $\delta \underline{\sigma}$ suivant le schéma choisi.



On applique alors $\delta\sigma$ sous forme de forces initiales. Il en résulte un incrément de déformations $\Delta\varepsilon$ et de contraintes $\Delta\delta\sigma$. La nouvelle position d'équilibre après l'itération numéro i s'écrit alors :

$$\underline{\sigma}_i = \underline{\sigma}_{i-1} + \delta_i \underline{\sigma} + \Delta\delta_i \underline{\sigma} \quad (3.66)$$

$$\underline{\varepsilon}_i = \underline{\varepsilon}_{i-1} + \Delta_i \underline{\varepsilon} \quad (3.67)$$

Vermeer (1980) a comparé les deux méthodes en utilisant le schéma de retour du module tangent (cité dans l'article *Tdjbakhsh et Frank, 1985*). Dans les deux cas, le temps de calcul est du même ordre de grandeur.

Dans la méthode de force (Newton - Raphson modifiée) le nombre d'itérations est compris entre 10 et 25. Pour la méthode de rigidité (Newton - Raphson), on a 02 à 04 itérations.

La méthode de force nécessite un plus grand nombre d'itérations, mais il est parfois plus économique de conserver la matrice de rigidité pendant le calcul.

En général, la méthode de rigidité est avantageuse pour l'élasticité non linéaire et que la méthode de force est avantageuse en élastoplasticité, quand on s'approche de la charge limite (la méthode de rigidité devient alors singulière).

6. MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS

Les principes de la méthode des éléments finis étant exposés, la réalisation d'une modélisation suppose connues les informations suivantes concernant :

- La géométrie du milieu à modéliser et la reconnaissance des matériaux.
- La détermination de l'état initial et des chargements à appliquer.
- Le choix d'une loi de comportement pour chaque matériau.
- La présence d'une nappe phréatique et la prise en compte éventuelle de l'effet de mouvement de la masse d'eau.

Une modélisation par les éléments finis comprend alors les étapes suivantes :

- La description spatiale ou construction du maillage.
- La modélisation des conditions aux limites.
- La représentation du chargement.
- La simulation de l'état initial du matériau.
- La modélisation de leur comportement ultérieur sous le chargement, et la prise en compte éventuelle de l'effet de l'eau.

L'hypothèse des petites déformations est posée pour la plupart des problèmes de géotechnique.

6.1. Modélisation géométrique du problème

6.1.1. Analyse géométrique du problème

Les ouvrages réels et leur environnement présentent très rarement une géométrie tridimensionnelle simple, cependant il est possible en constatant qu'une des dimensions de l'espace est prépondérante par rapport aux deux autres, ou bien que le problème complet possède une symétrie de révolution, de réduire le problème tridimensionnel à un problème plan. Les hypothèses permettent de réduire fortement le nombre d'éléments et de nœuds du maillage, car le coût d'un calcul en éléments finis augmente d'une manière vertigineuse lorsque l'on passe du problème bidimensionnel au problème tridimensionnel.

6.1.2. Discrétisation spatiale du milieu équivalent

La discrétisation spatiale du milieu équivalent, consiste à réussir un juste compromis entre le nombre d'éléments finis, leur taille et leur répartition spatiale. La "fonction maillage" des codes de calcul courants est généralement assurée par des algorithmes de remplissage automatique, qui génèrent des éléments finis dont le nombre et la taille dépendent des densités données par l'utilisateur sur les contours intérieurs et la frontière du domaine à discrétiser.

Les techniques de discrétisation, la définition des différents types d'éléments finis, sont décrites dans les traités d'éléments finis. (*Zienkiewicz, 1977, Dhatt Touzot, 1984, J-F Imbert, 1995*).

6.2. Modélisation des conditions aux limites sur les inconnues

Les conditions aux frontières sur l'inconnue traduisent le plus souvent un blocage, ou une condition imposée sur une frontière du milieu équivalent. Les conditions limites classiques en déplacements consistent à bloquer les déplacements horizontaux des bords verticaux et les déplacements verticaux des bords horizontaux, excepté si le bord supérieur coïncide avec celui du terrain naturel. Les conditions de déplacement nul à l'infini sont placées à une distance finie, les limites du milieu équivalent doivent donc se situer à une distance telle que la perturbation apportée n'y produise qu'un déplacement négligeable.

D'autres conditions peuvent être imposées selon le problème modélisé : déplacement imposé ou rotation imposée.

6.3. MODELISATION DE L'ETAT INITIAL DU SOL

6.3.1. Généralités

L'état initial d'un massif de sol ou de roche, c'est à dire l'état des contraintes en place avant toute simulation des travaux, est très difficile à déterminer car ces contraintes initiales peuvent avoir des origines bien diverses. Dans les sols de surface il est raisonnable de supposer que les contraintes principales sont verticale et horizontale, et qu'elles sont dues au poids du terrain, par contre, dans les massifs rocheux ou dans les sols de grande profondeur, les contraintes sont liées à l'histoire géologique, dont la connaissance est insuffisante pour en déduire une évaluation réaliste et l'orientation des contraintes peut être tout a fait quelconque, dans ce cas, de nombreux sondages, voire des galeries d'essais lorsque cela est possible, deviennent indispensables pour obtenir des informations quantitatives (*Mestat, 1993*)

Le procédé habituel de l'état initial mécanique consiste à estimer que la contrainte verticale équilibre le recouvrement des terrains, et que la contrainte effective horizontale est une proportion k_0 de la contrainte effective verticale, le coefficient k_0 est appelé coefficient de pression des terres au repos. Son influence sur le calcul est importante, le choix d'une valeur supérieure ou inférieure à 1 peut inverser totalement l'allure des résultats numériques. Ce coefficient est un paramètre de comportement, toutefois, il n'est pas intrinsèque à un matériau, en effet les expérimentations ont montré qu'il varie avec la profondeur et qu'il dépend des propriétés des sols, et de l'histoire des contraintes horizontales et verticales (*Mestat, 1998*).

6.3.2. Prise en compte d'un état initial des contraintes dans la M.E.F

Sans entrer dans les détails, en utilisant le principe des travaux virtuels équation (3.1) on a :

$$\int_V (E_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0) dv = \int_V Fv_i u_i dv + \int_S T_i u_i ds \quad (3.68)$$

Le traitement numérique par la méthode des éléments finis est effectuée en faisant passer au second membre le terme dans lequel apparaissent les contraintes initiales, on aboutit au systèmes d'équations algébriques suivant, dans lequel trois types de chargements sont distingués :

$$[K_G] \cdot \{u\} = \{F_{ext}\} + \{F_g\} - \{F_0\} \quad (3.69)$$

où:

- $[K_G]$ est la matrice de rigidité du milieu discrétisé ;
- $\{u\}$ est le vecteur des déplacements nodaux ;
- $\{F_{ext}\}$ est le vecteur des forces extérieures nodales ;
- $\{F_g\}$ est le vecteur associé au poids volumique des matériaux ;
- $\{F_0\}$ est le vecteur correspondant aux contraintes initiales ; ce dernier vecteur est parfois appelé "chargement des contraintes initiales"

puis, après la résolution du système précédent, le champ de contrainte est calculé à partir du champ de déformation ε_{ij} , associé au champ de déplacements nodaux u_i , et de la loi de comportement élastique linéaire : $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0$

Il convient de noter que dans un calcul par éléments finis, le champ de contraintes initiales intervient généralement à deux (02) niveaux, d'une part, en tant que second membre ou vecteur du chargement F_0 et , d'autre part, par l'initialisation du champ des contraintes en utilisant la loi de comportement, sont ainsi deux opérations distinctes :

- l'initialisation des contraintes $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0$
- La mise en chargement des contraintes initiales, calcule de :

$$F_0 = \int_v B^T \sigma_{ij}^0 dv$$

Où B est la matrice de déformation ou matrice des dérivées des fonctions d'interpolation.

Pour la modélisation numérique, il est nécessaire de savoir combiner avec soin les deux opérations précédentes.

7. CONCLUSION

La disponibilité d'ordinateurs, et code de calcul de l'analyse par éléments finis, ont rendu possible l'exécution des analyses rationnelles des contraintes et mouvements des pentes dans les sols .

La présentation rapide de la méthode ne nous a pas permis de montrer la complexité de la modélisation numérique et les difficultés liées à la recherche d'un modèle de fonctionnement d'un ouvrage donné dans le domaine de la géotechnique. Ces difficultés proviennent pour l'essentiel de la reconnaissance géotechnique qui est incomplète ou que les caractéristiques des sols sont très variables, soit encore, parce qu'on ne sait pas modéliser certains types de comportement.

Les modélisations en comportement non linéaire des sols sont très onéreuses, car elles nécessitent de nombreuses données géotechniques. L'utilisation des lois les plus complexes est encore principalement du domaine de la recherche et de la validation des lois de comportements des massifs de sols .

Pour la pratique des éléments finis il est alors préférable d'utiliser des lois élastoplastique parfaites comme celle de Mohr – Coulomb, qui font appel à des données familières et facilement accessibles, même si leurs résultats ne correspondent pas toujours à la réalité .

La connaissance des conditions aux limites n'est pas évidente et peut avoir une incidence importante sur la nature des résultats, ainsi que la détermination de l'état initial dans les massifs des sols, qui encore plus complexe lorsque sa configuration n'est pas horizontale .

L'ensemble de ces considérations indiquent le caractère délicat de l'utilisation de la méthode des éléments finis, il apparaît en fait que cette approche reste actuellement plus complexe d'emploi que les méthodes classiques à la rupture.

Chapitre IV

logiciel Développé

Chapitre IV

LOGICIEL DEVELOPPE

1. GENERALITES

Dans le cadre des études de stabilité des pentes, il existe actuellement dans le monde, de nombreux organismes de recherches en Génie civil qui ont développé des codes de calculs performants et puissants, pouvant effectuer des calculs complexes de deux ou trois dimensions avec diverses lois de comportement.

Ces codes, aussi remarquables soient - ils, conduisent à des coûts d'investigations importants. En conséquence, le calcul aux éléments finis en mécanique des sols reste trop souvent réservé aux grands ouvrages pour lesquels les budgets permettent une étude plus élaborée.

Inversement, les études en terme de projet dans notre pays sont effectuées selon les règles classiques de calculs de stabilité, sans pour autant faire appel à une modélisation complexe car trop coûteuse.

C'est dans le but de répondre à ce type d'études (en termes de recherches et en termes de projets), qu'on a engagé l'établissement d'un programme de calcul par la méthode des éléments finis dans lequel il serait possible d'analyser les contraintes et les déplacements dans les pentes des sols.

Ainsi, pour la réalisation de notre programme, on a utilisé le principe variationnel, sur lequel la méthode de résolution numérique par éléments finis est fondée. L'équation matricielle à résoudre est l'équation (3.10) du chapitre précédent.

$$\{F_G\} = [K_G] \cdot \{\Delta u\}$$

(4.1)

avec

$\{F_G\}$: vecteur des forces nodales équivalentes ;

$[K_G]$: matrice de rigidité globale ;

$\{\Delta u\}$: vecteur des déplacements nodaux (l'inconnu du problème).

La méthode numérique utilisée pour l'inversion de la matrice K_G , ainsi que la résolution du système est la méthode "directe de CHOLESKY par bande". La résolution donne les déplacements nodaux à partir desquels les autres inconnues du problème, particulièrement les contraintes sont calculées.

Seuls les problèmes d'élasticité linéaire isotrope, la plasticité parfaite, et la viscoplasticité sont actuellement traités dans le programme. Les critères de rupture choisis sont ceux de Mohr – Coulomb et Von –Mises.

Il est évident que ces limitations conduisent à un éloignement vis à vis de la réalité. Mais on peut considérer cette démarche comme une première approche numérique intéressante des phénomènes réels qui va nous permettre de prendre à l'avenir d'autres

modèles de comportement plus complexes avec plusieurs paramètres pour décrire les ruptures dans les sols en général.

Ce chapitre présente d'une manière générale le programme développé dans le cadre de ce travail de magister, il est baptisé : " STAB'PENTE' ", les hypothèses considérées, les équations nécessaires pour sa réalisation ainsi que les organigrammes des sous-ensembles des programmes y sont décrits. Des exemples tirés de la littérature et que nous présenterons ont servi de validation pour ce logiciel.

2. PRESENTATION DE LA STRUCTURE GENERALE DU PROGRAMME

Le programme d'éléments finis " STAB'PENTE' " est un ensemble de programmes de calculs par la méthode des éléments finis. Il comprend (05) sous ensembles appelés MODULES, et désignés sous les noms de :

- Maille
- Graphic
- Calcul
- Mpent
- Cohes

Le module « Maille » prépare le maillage et les données nécessaires au calcul, il génère automatiquement les éléments quadrilatères isoparmétriques à 08 nœuds et triangulaires à 6 nœuds.

Le module « Graphic » représente graphiquement le maillage sur écran.

Le module « Calcul » regroupe l'ensemble des sous programmes de gestion du calcul, qu'il s'agisse des calculs de matrice de rigidité, de la prise en compte de la loi de chargement, des conditions aux limites et de la résolution du système linéaire.

Pour les deux modules « Mpent » et « Cohes », ils correspondent respectivement aux deux cas d'études suivantes :

- Simulation de la rupture par augmentation du coefficient de sécurité.
- Simulation de la rupture par diminution de la cohésion.

La disposition de ces modules et les phases d'exécution sont illustrées dans la figure 4.1.

2.1. Discrétisation et maillage (module " Maille ")

Le module " Maille " est un programme qui génère automatiquement un maillage pour un modèle de sol considéré, pour cela il fait appel à deux sous programmes (" triangulaire " et " rectangulaire ") selon la forme du bloc à subdiviser ; pour assurer la continuité il fait appel à un troisième sous programme (" connect ").

Les nœuds sont numérotés de gauche à droite, niveau par niveau, de la même façon se fait la numérotation des éléments Fig. 4.2, chose qui montre que la règle de proximité des points pour réduire la largeur de bande n'a pas été considérée dans notre programme ; bien

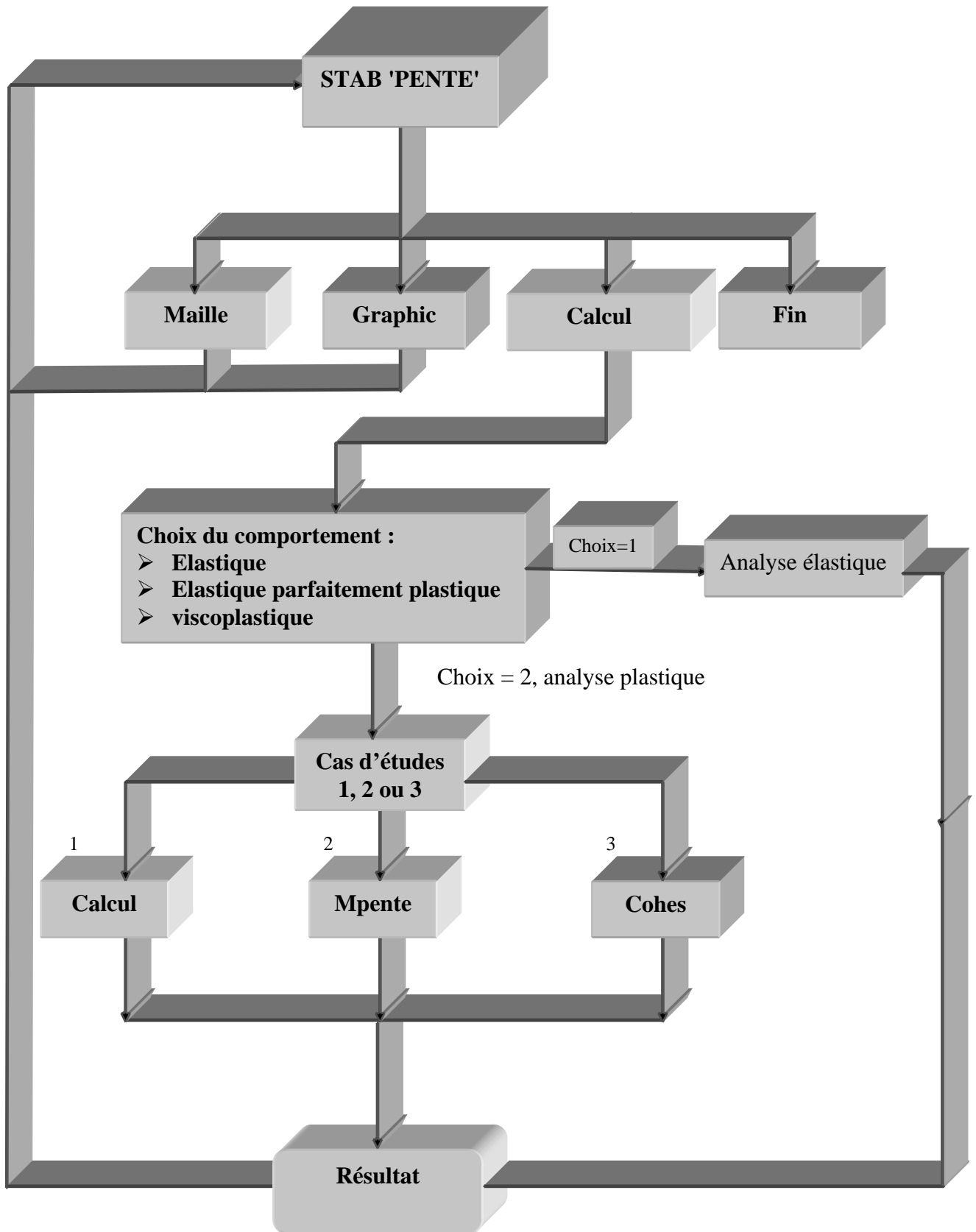


Figure 4.1 Structure générale du programme " STAB'PENTE' "

que cette numérotation a l'inconvénient d'augmenter la largeur de bande de la matrice de rigidité globale, elle facilite la génération automatique.

En sortie on obtient un maillage uniforme dont les éléments sont des quadrilatères isoparamétriques à huit nœuds et triangulaires à six nœuds.

Les résultats nous donnent, le nombre d'éléments générés, le nombre de nœuds totale, le nombre de matériaux (selon le nombre de couches), la table des coordonnées de chaque nœud, la table des connectivités de chaque élément et le type de matériau qui lui correspond. (voir annexe 2).

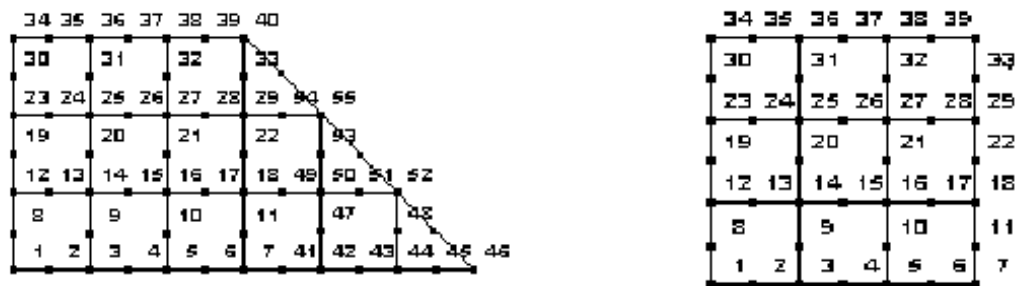


Figure 4.2 Représentation du maillage par le module "Graphic".

2.2. Structure du module " Calcul "

Le sous ensemble " Calcul " est un programme qui traite de l'élastoplasticité parfaite et de l'élasticité linéaire en déformation plane, ou à symétrie de révolution en milieu homogène isotrope en considérant un sol multi – couches .

Le module est constitué de deux sous programmes principaux, le sous programme " Elastic " et le sous programme " Plastic " selon le choix de la modélisation du comportement. Leur structure est présentée respectivement dans les figures 4.4 et 4.5. Les différentes étapes nécessaires au déroulement du calcul sont :

- La définition d'une représentation discrétisée du domaine d'étude, c'est à dire le maillage.
- La définition d'un certain nombre de propriétés sur ce maillage, ce sont éventuellement les propriétés matérielles, les propriétés géométriques (épaisseur), les conditions aux limites, les sollicitations et éventuellement les conditions initiales.

Les paramètres à fournir pour chaque couche de sol sont E , ν , γ , k_0 , c , ϕ ; les calculs sont menés en contraintes totales avec l'hypothèse de déformation plane dans tout les cas d'études considérées .

2.2.1. Conditions aux limites

les nœuds peuvent être bloqués dans la direction x ou y en utilisant le code suivant :

0 \longrightarrow libre
1 \longrightarrow bloqué

- Si un nœud est bloqué suivant les deux directions x et y, aucune équation ne lui est exprimée.
- Si le nœud est bloqué suivant une seule direction x ou y, une seule équation lui sera exprimée, Ainsi le nombre d'équation à résoudre se trouve minimisé.

2.2.2. Estimation des contraintes initiales dans les massifs de sols

Les contraintes initiales sont calculées par l'intermédiaire du sous programme " contra ", sous un poids volumique total γ en chaque point de GAUSS, le massif de sol est considéré dans ce cas comme une seule couche.

Dans le cas de la configuration ci – après Figure 4.3, nous avons adopté :

$$(4.2) \quad \sigma_v = \sigma_y = \gamma H$$

$$(4.3) \quad \sigma_h = \sigma_x = k_0 \cdot \gamma H$$

où

k_0 est le coefficient des terres au repos (donné du programme) ;

H est la profondeur du point de gauss par rapport à la surface libre ;

$$1^{\text{er}} \text{ cas : } H = H_1$$

$$2^{\text{eme}} \text{ cas : } H = H_2 \cos \beta$$

$$3^{\text{eme}} \text{ cas : } H = H_3 + H_4 \cos \beta$$

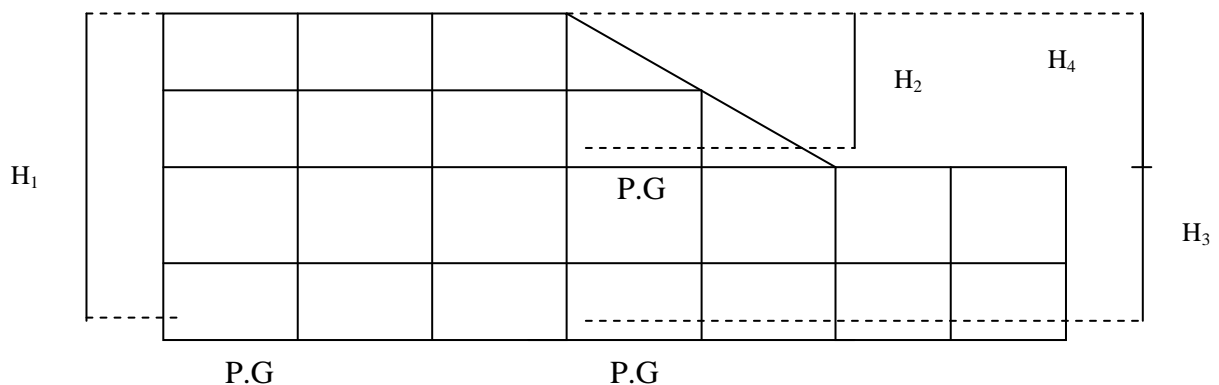


Figure 4.3 Détermination de la valeur de H.

2.2.3. Organisation du sous programme " ELASTIC "

Dans le cas d'une loi de comportement élastique linéaire le module " calcul " fait appel au sous programme " Elastic " qui calcule selon les hypothèses considérées concernant le maillage, les conditions aux limites et l'état initial, les déplacements $\{u\}$, les déformations et les contraintes à chaque point de GAUSS figure 4.4.

2.2.4. Organisation du sous programme " PLASTIC "

On s'est limité ici à une loi du comportement élastique parfaitement plastique du modèle en considérant les hypothèses suivantes :

1. Le sol étant un matériau isotrope ;
2. Le comportement est élastoplastique parfait : $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$;
3. Le potentiel plastique est associé (la condition de normalité est vérifiée) ;
4. La fonction de charge est de type MOHR – COULOMB ou VON MISES (selon le choix du critère de rupture à considérer dans les calculs) ;
5. La méthode de résolution pour le problème d'élastoplasticité est la méthode " des contraintes initiales " avec le schéma de retour du module tangent simplifié ;
6. Le processus de résolution se fait par incrémentation de la charge pas à pas ;
7. Le sol est infiniment long selon la direction oz (hypothèse de la déformation plane).

Dans le cas du comportement viscoplastique les mêmes hypothèses étaient considérées sauf que dans ce cas on considère les déformations viscoplastiques ainsi les étapes du calcul sont les mêmes.

L'organigramme de figure 4.5 schématise le déroulement du calcul dans le cas des problèmes de l'élastoplasticité et de la viscoplasticité où l'incrément est la valeur de la charge.

a. Problème de déformation plane

Par définition, on dit que le champ de déformation est plan si le déplacement dans la direction z est nul et si les déplacements u et v (dans le plan xoy) sont indépendants de la direction z. Ce qui s'écrit :

$$(4.4) \quad \Delta\varepsilon_{xz} = \Delta\varepsilon_{yz} = \Delta\varepsilon_z = 0$$

pour un corps élastique isotrope on obtient de plus :

$$(4.5) \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0$$

$$(4.6) \quad \Delta\sigma_z = \nu (\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)$$

:

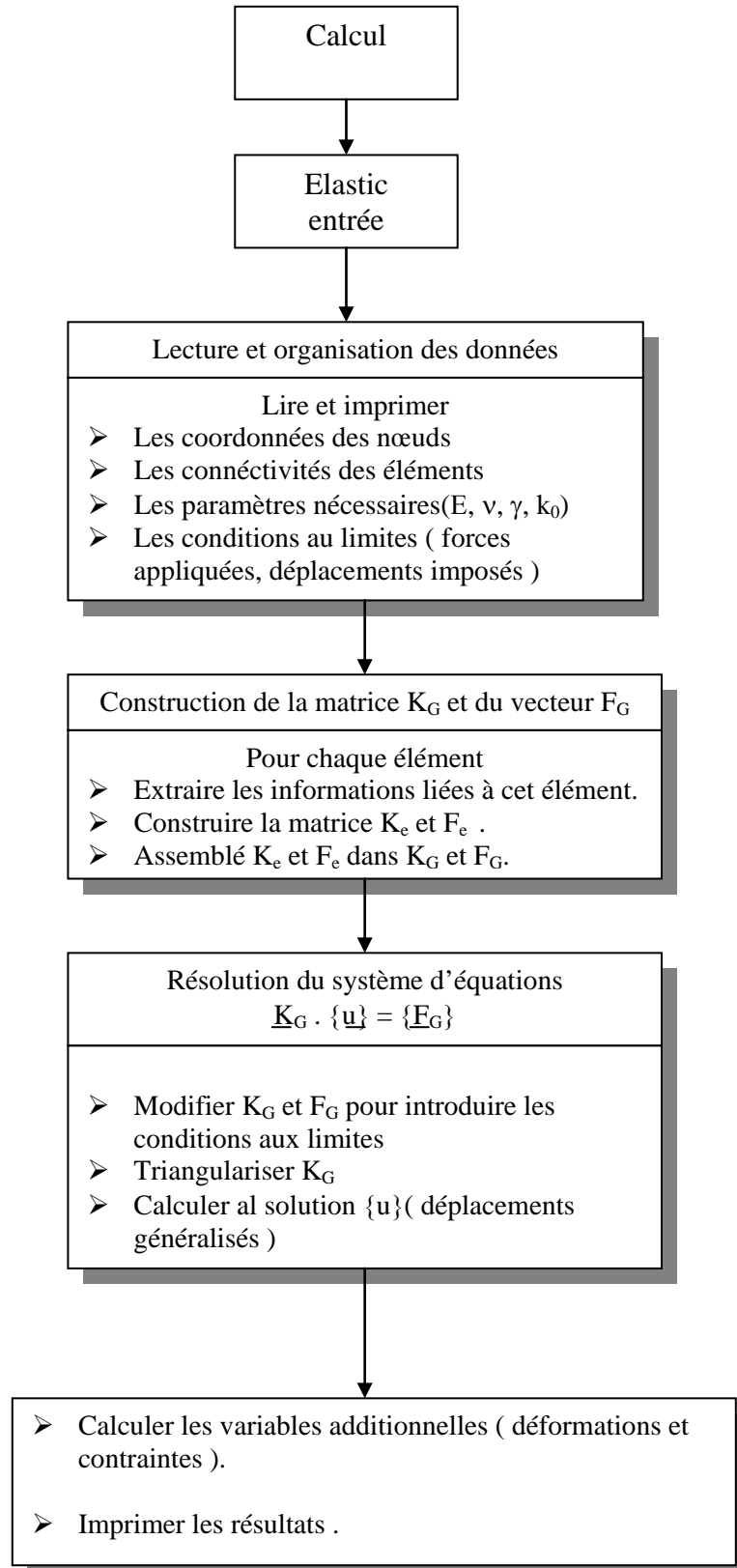


Figure 4.4 *Enchaînement de calcul dans le sous programme "Elastic".
(Loi de comportement élastique linéaire)*

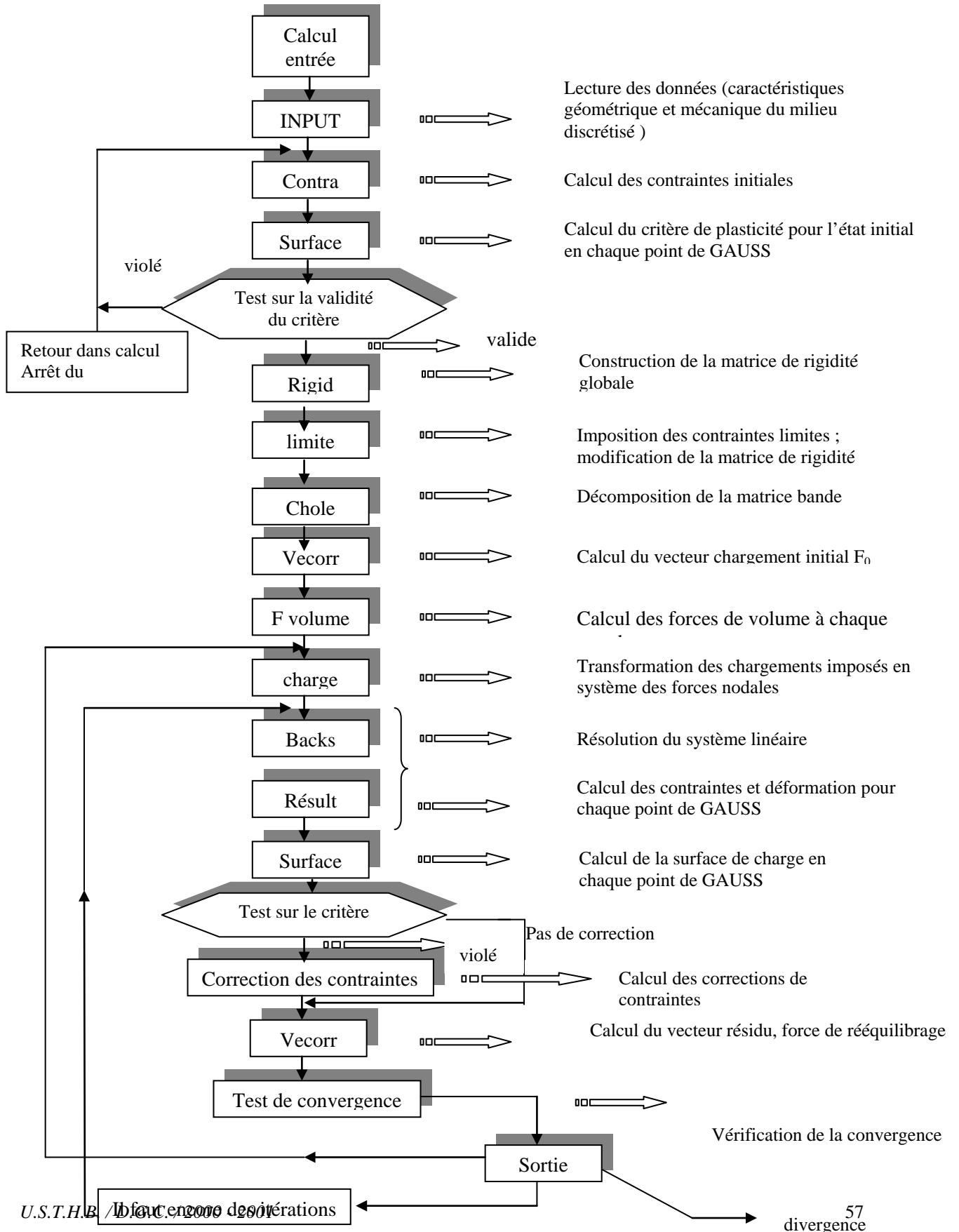


Figure 4.5 *Organigramme sommaire du module calcul pour les problèmes d'élastoplasticité.*

la contrainte $\Delta\sigma_z$ est définie à partir de l'équation :

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_z^e + \Delta\varepsilon_z^p = 0 \quad (4.7)$$

ou encore :

$$\frac{1}{E}(\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)) + \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} = 0 \quad (4.8)$$

L'équation $\Delta\sigma_z = \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)$ se trouve également vérifiée dans les modèles élasto-plastiques dont le potentiel élastique ne dépend pas de la contrainte σ_z ($\Delta\varepsilon_z^p$ est alors nul) et cela implique que $\Delta\varepsilon_z^e$ est aussi nul.

Dans le programme, le traitement des problèmes en déformations planes est simplifié en supposant, quelque soit la surface de charge que :

$$\Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_z^e = \Delta\varepsilon_z^p = 0 \quad (4.9)$$

d'où

$$\Delta\sigma_z = \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y) \quad (4.10)$$

les tenseurs des contraintes et des déformations sont définis par : $\underline{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^t$
 $\underline{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy})^t$

la matrice d'élasticité s'écrit :

$$D = E / ((1+\nu)(1-2\nu)) \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Pour utiliser, dans le cas des déformations planes, les modèles définis à trois dimensions, il est préférable de déterminer σ_z à partir de l'équation $\Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_z^e + \Delta\varepsilon_z^p = 0$, suivant Yuritzim (1981), ce qui manifestement plus correct.

b. Méthode des contraintes initiales - Correction des contraintes

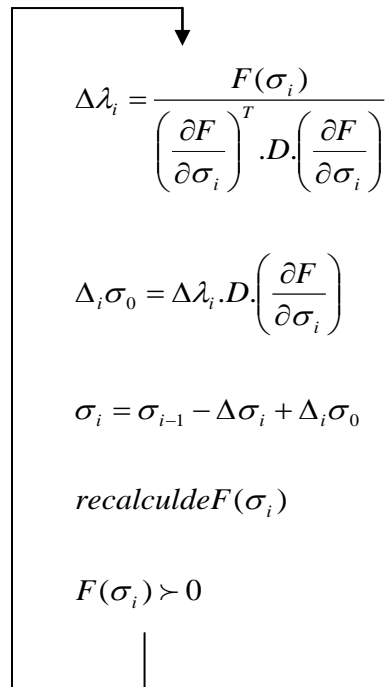
Afin d'éviter le calcul de la matrice de rigidité tangente à chaque itération, Nayak et Zienkiewicz (1972), ont proposé de conserver la matrice de rigidité initiale pendant tout le processus itératif. Cette méthode, dite des contraintes initiales, présente le grand avantage de reporter tout l'effet non linéaire de la loi de comportement dans le calcul des contraintes, elle consiste à accumuler des corrections de contraintes destinées à ramener le point d'état calculé en élasticité linéaire sur la surface $F = 0$.

Les corrections de contraintes $\Delta\sigma_0$ sont réintroduites dans le calcul sous forme de forces de rééquilibrage appliquées aux nœuds des éléments.

En considérant les équations (3.23) et (3.58) la contrainte de correction $\Delta\sigma_0$ est égale à :

$$\Delta\sigma_0 = - \frac{F(\sigma, k) \cdot D \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T \cdot D \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)} \quad (4.12)$$

Le calcul des corrections de contraintes se fait pour l'itération " i " par suite d'itérations internes par l'algorithme suivant :



En répétant suffisamment le processus, on trouve $\Delta\lambda_i$ qui annule $F(\sigma_i)$, ces itérations sont appelées : " itérations internes ".

Le principe des travaux virtuels est appliqué sous sa forme incrémentale et compte tenu de l'équation (3.2) on a :

$$\int_v \underline{\varepsilon}^T \cdot D \cdot \Delta \underline{\varepsilon} \cdot dv + \int_v \underline{\varepsilon}^T \cdot \Delta \underline{\sigma}_0 \cdot dv = \int_v \underline{U}^T \cdot \Delta \underline{F} \cdot dv + \int_s \underline{U}^T \cdot \Delta \underline{T} \cdot ds \quad (4.13)$$

Et l'application de la méthode des éléments finis se traduit par :

$$K \cdot \Delta U + \int B^T \cdot \Delta \sigma_0 \cdot dv = \Delta F_G \quad \Rightarrow \quad K \cdot \Delta U = \Delta F_G - \int B^T \cdot \Delta \sigma_0 \cdot dv \quad (4.14)$$

$\int B^T \Delta \sigma_0 dv$: représente les formes généralisées dues aux contraintes "initiales" $\Delta \sigma_0$.

Les étapes de résolution des problèmes de l'élastoplasticité par la méthode des contraintes initiales est explicitée dans le diagramme représenté par la figure 4.6.

Pour déterminer les différents termes qui interviennent dans l'expression des corrections $\Delta \sigma_0$, il faut connaître à chaque itération $\partial F / \partial \underline{\sigma}$.

c- Expressions des dérivées de la surface de charge

Pour calculer les composantes de $\partial F / \partial \underline{\sigma}$, il faut écrire l'expression de $\underline{F}(\underline{\sigma})$ en fonction de σ_x , σ_y et σ_{xy} . Selon les critères à considérer, nous avons en déformation plane :

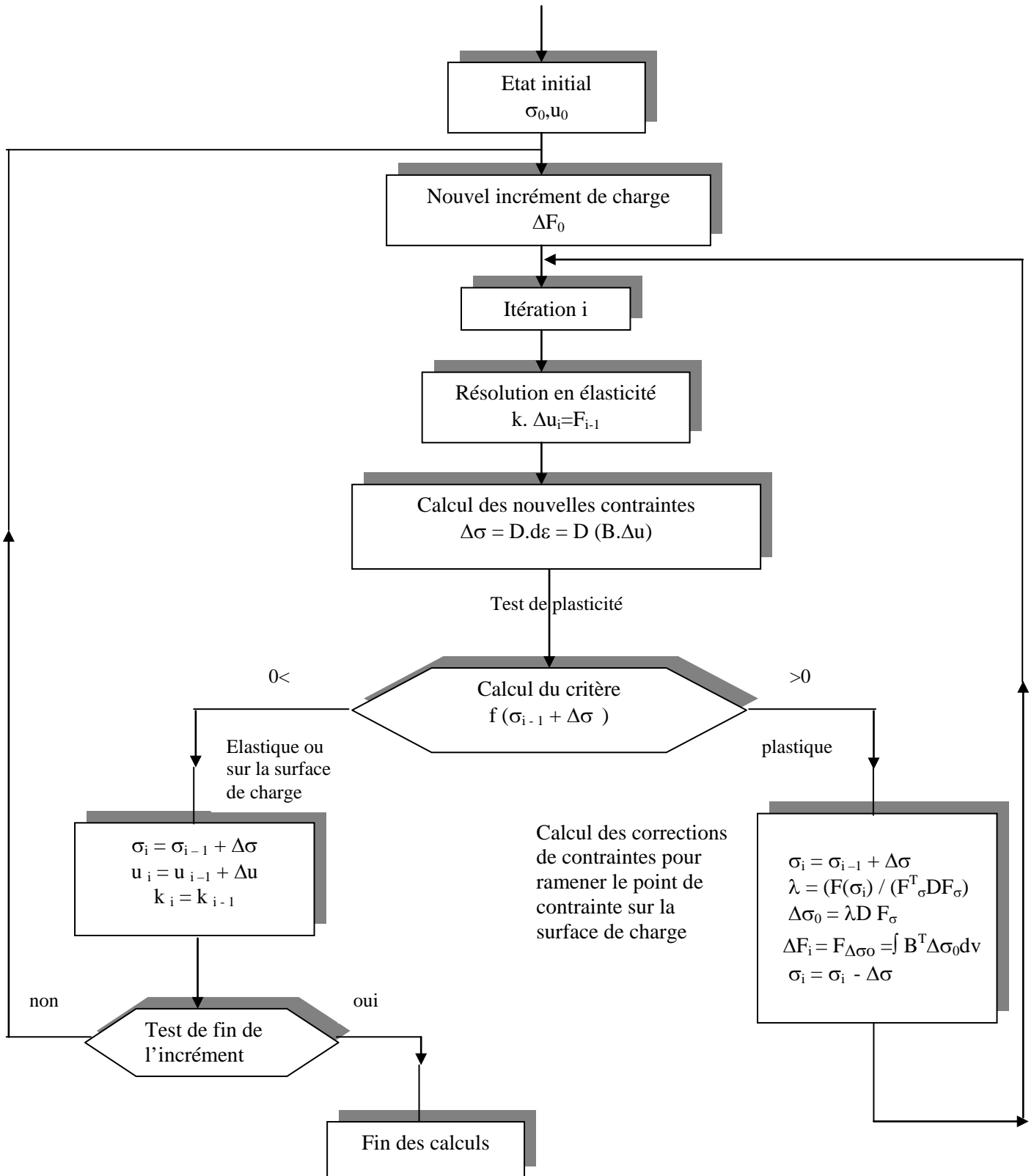


Figure 4.6

Méthode de la contrainte initiale.

- Critère de Mohr - Coulomb

$$F(\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2C \cdot \cos \varphi$$

$$F(\sigma) = \left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}} - (\sigma_x + \sigma_y) \sin \varphi - 2C \cdot \cos \varphi$$

$$\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} = \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \sin \varphi \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_y} = \frac{-\sigma_x + \sigma_y}{\left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \sin \varphi \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{xy}} = \frac{4\sigma_{xy}}{\left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

- Critère de Von Mises

$$F(\sigma) = \bar{\sigma} - \sqrt{3}C$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\sigma_{xy}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z}{2\bar{\sigma}} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_y} = \frac{2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z}{2\bar{\sigma}} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_z} = \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{2\bar{\sigma}} \\ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{xy}} = \frac{3\sigma_{xy}}{\bar{\sigma}} \end{cases}$$

3. MISES EN ŒUVRE DANS LE SOUS-ENSEMBLE CALCUL / PLASTIC

3.1. Première itération d'un incrément de chargement

Après avoir calculé la matrice de rigidité globale (sous programme " rigid ") (Fig. 4.5) organigramme sommaire de "plastic", imposé les conditions aux limites, transformé les chargements en forces nodales, résolu le système linéaire et calculé les contraintes à partir des déplacements, on entre dans le sous programme " surface " Pour calculer $F(\sigma)$ selon le critère de plasticité choisi, le compare à zéro (0) et dans le cas où il le trouve violé, passe par le sous programme correction pour calculer les contraintes initiales de l'itération que l'on doit apporter pour se rapprocher du critère ($F = 0$), c'est à ce niveau que s'effectuent les itérations internes.

On retourne dans " plastic " pour calculer par l'intermédiaire du sous programme " veccor " les forces nodales { FORG }, qui correspondent aux forces internes $\int_v B^T \sigma dv$ et le calcul des forces nodales de rééquilibrage (résidu) qui se traduit par l'expression :

$$\{ \text{Résidu} \} = \{ P_j \} - \{ \text{FORG} \}$$

P_j : correspond au chargement à l'incrément j .

Un test de convergence est effectué par l'intermédiaire de " Test conv " pour indiquer si l'on doit continuer les itérations (indicateur conv =0 et iters < ITS), si l'on a convergé (conv =1 et iters < ITS), et si le calcul diverge (conv =0 et iters >ITS) et on doit l'arrêter (Fig. 4.7).

Avec

ITS : Nombre d'itérations maximales

Iters : Itération " i "

3.2. Itération suivante et convergence d'un incrément de chargement

Dans le cas où l'itération précédente s'est terminée avec conv = 0 et iters < ITS, une nouvelle itération est faite, elle se fera avec la même rigidité $[K_G]$, calculée pendant la première itération avec les mêmes caractéristiques élastiques, et elle consiste à résoudre le système $\{ \text{Résidu} \} = [K_G] \cdot \{ \Delta u \}$, pour calculer les déplacements $\{ \Delta u \}$ dus aux corrections plastiques.

Dans l'étape suivante on transforme par le sous programme " result " les déplacements $\{ \Delta u \}$ en contraintes correspondantes $\Delta \underline{\sigma}$ qui vont être ajoutées aux contraintes totales précédentes :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma} + \underline{\sigma}^0 + \Delta \underline{\sigma}$$

le calcul de l'incrément a convergé (conv =1) et on passe à l'incrément suivant si, le nombre d'itérations prescrites (ITS) n'ayant pas été épuisé, et que la condition suivante est satisfaite :

$$| \Delta u_i | / \| u_{i+1} \| \leq \varepsilon$$

$| \Delta u_i |$: valeur absolue de l'incrément de déplacement ;

$\| u_{i+1} \|$: max de la valeur absolue du déplacement total (actuel). $u_{i+1} = u_i + \Delta u_i$;

ε : représente la précision prise égale à 10^{-3} .

Si par contre on a épuisé toutes les itérations prescrites et que la condition précédente n'est pas vérifiée le calcul s'arrête, on a une divergence.

Les considérations précédentes nous permettent de construire l'algorithme général (Fig.4.8) pour les problèmes en comportement non linéaire en utilisant la méthode des contraintes initiales.

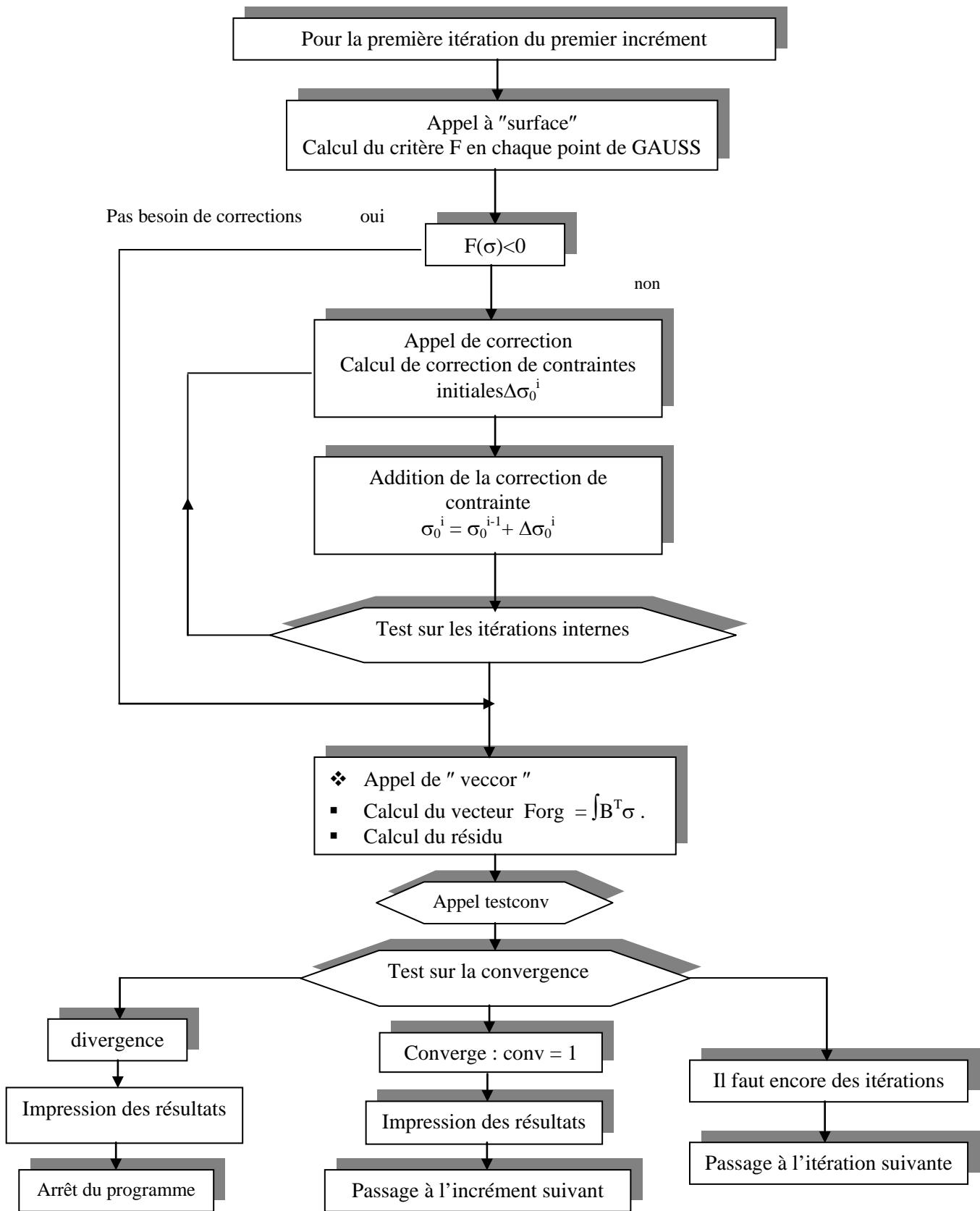


Figure 4.7 Sous programme "plastic".

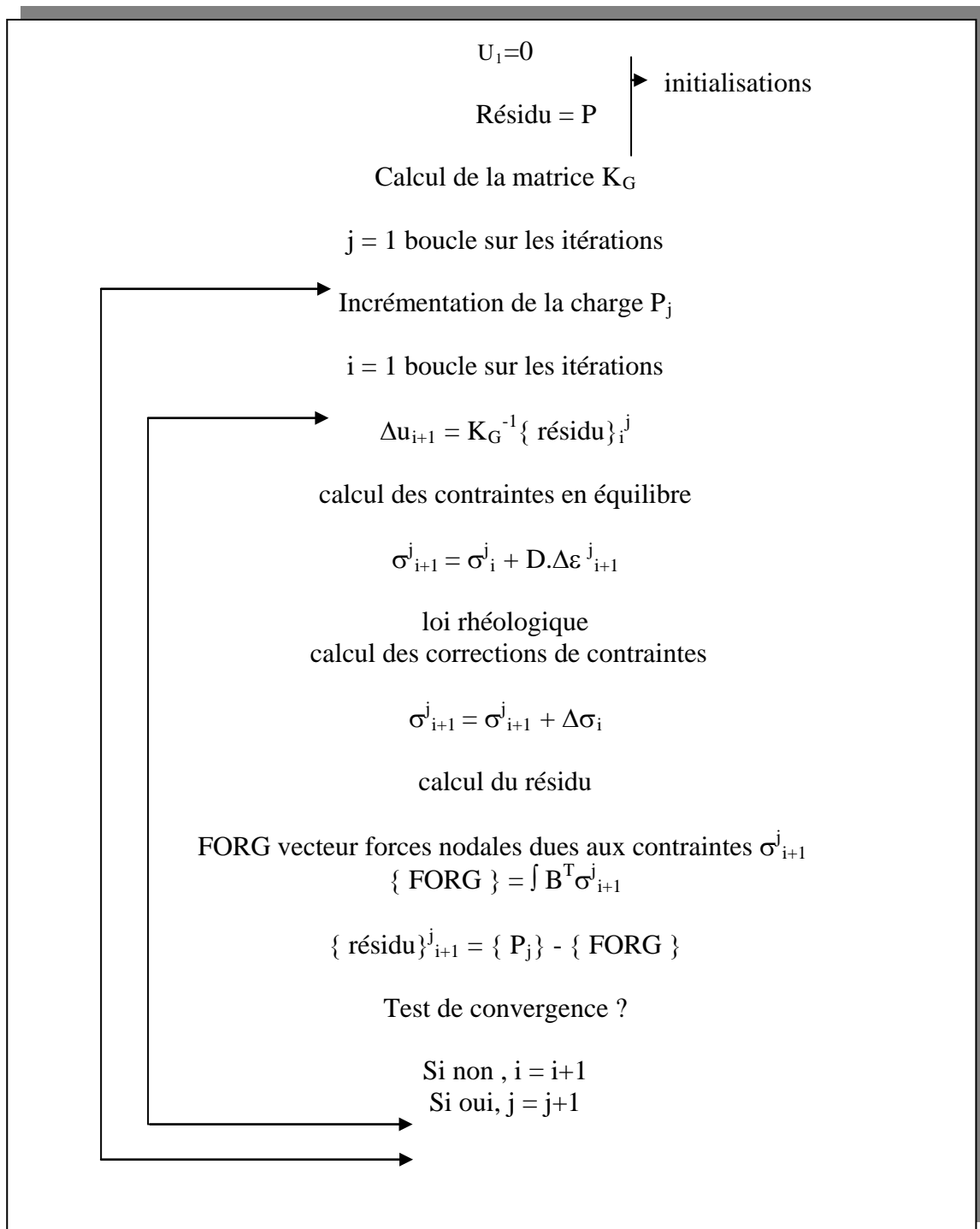


Figure 4.8 *Algorithme de résolution en comportement non linéaire.*

4. MODULES " MPENT " ET " COHES "

Les modules "Mpent" et "Cohes ", ont été développés pour voir l'influence des caractéristiques mécaniques φ et C sur la rupture d'un massif de sol en particulier dans les talus naturels, les talus en déblai ou en remblai. Ils correspondent aux deux cas d'étude :

- Module "Mpent" : correspond à la simulation de la rupture d'un talus soumis à son propre poids par augmentation du coefficient de sécurité, en prenant compte la définition de Fellinius.
- Module "Cohes " : correspond à la simulation de la rupture d'un talus soumis à son propre poids par la diminution de la cohésion.

En utilisant le module " Calcul " les étapes de déroulement de ces deux modules sont les mêmes étapes considérées précédemment, sauf que dans ces deux cas les incréments de charges sont remplacés par les incréments du facteur de sécurité Fos pour " Mpent " ce qui nous donne à chaque pas d'incrément dans ce cas une nouvelle valeur de C et φ tel que :

- $C_f = C / Fos$
- $\varphi_f = \arctg (tg \varphi / Fos)$

où :

- C est la première valeur de la cohésion ;
- C_f est la nouvelle valeur de la cohésion en chaque incrément ;
- φ est la valeur initiale de l'angle de frottement ;
- φ_f est la nouvelle valeur de l'angle de frottement ;
- Fos est le coefficient de sécurité.

Et par les incréments de cohésion pour " Cohes ", dans ce cas les valeurs de C diminuent en chaque pas.

L'annexe 2 donne un exemple d'utilisation de code de calcul dans le cas de l'étude de la rupture d'un talus en remblai soumis à son propre poids en fonction de la cohésion (module "Cohes").

5. CONCLUSION

Le programme " STAB'PENT' " est l'outil numérique développé suivant les idées et les contraintes décrites dans les chapitres précédents. C'est un ensemble de programme de calcul par éléments finis destinés à l'étude des massifs de sols, en particulier à l'étude de stabilité des pentes en comportement linéaire et non linéaire. Ainsi il comporte actuellement cinq sous-ensembles appelés modules, dont chacun couvre un certain type de problème.

Le module "Maille" est un programme dont les résultats sont exploités comme données par le code de calcul proprement dit, son utilité et son importance résident dans son aptitude à assister l'utilisateur dans la préparation et l'introduction des données pour un problème de calcul par éléments finis.

Le module "Graphic" permet de faire les vérifications nécessaires sur écran ainsi qu'une impression de qualité des maillages réalisés. Un graphe est toujours utile et nécessaire à regrouper et présenter des chiffres dont le nombre est toujours très élevé.

Le module "Calcul" est le code de calcul proprement dit, il traite des problèmes d'élasticité, d'élastoplasticité et de la viscoplasticité des massifs de sols soumis à des charges volumiques et / ou à des charges surfaciques. Son intérêt réside dans la considération de la rupture progressive des sols plus précisément dans l'évolution des déplacements en fonction de la charge incrémentale dans le cas du comportement non linéaire (élastoplastique et viscoplastique). Concernant les deux modules "Mpent" et "Cohes" permettent de calculer les déplacements et les contraintes au sein des talus, l'importance de ces deux modules réside dans le fait de pouvoir suivre l'évolution de la rupture en fonction des caractéristiques mécaniques (ϕ et C) du massif.

La programmation de ce code de calcul " STAB' PENT" a été conçue de manière à rendre aisée l'introduction de tout futur modèle élastoplastique, ainsi que l'étude d'autres problèmes de génie civil qui lui permettent de s'étendre et d'évoluer dans de nouveaux domaines et d'offrir de nouvelles possibilités.

Chapitre V

Validation du programme et applications

Chapitre V

VALIDATION DU PROGRAMME ET APPLICATIONS

1. INTRODUCTION

Pour valider le programme "STAB ' PENTE ' ", nous avons procédé à l'exécution de plusieurs exemples issus de la littérature. Ensuite, le logiciel a été utilisé pour analyser la stabilité de deux glissements de terrain survenus en Algérie à savoir :

- glissement de Sidi Ahmed wilaya de Béjaia;
- glissement de Zitouna wilaya de Skikda.

D'une manière générale, dans une modélisation numérique prenant compte un modèle élastoplastique, l'élasticité joue plusieurs rôles importants, en effet, dans le procédure de résolution par incréments et itérations, l'élasticité intervient dans le calcul de la matrice de rigidité globale et dans le calcul local des contraintes. La présence de l'élasticité est essentielle pour inverser les équations constitutives de l'élasto-plasticité et permettre le calcul des contraintes à partir de la connaissance d'un accroissement des déformations. En effet la première exécution a été effectuée sur des calculs en élasticité linéaire qui représente la première étape indispensable dans la vérification d'un code de calcul par éléments finis et le contrôle des données (chargement, conditions aux limites, etc. ...).

La deuxième application concerne l'analyse de la stabilité des pentes prenant en compte un modèle élastique parfaitement plastique, pour cela Quatre (04) calculs ont été effectués, ils concernent l'application de forces concentrées sur un massif de sol (*Smith et Griffiths, 1988*), deux calculs de stabilité de talus soumis à leur propre poids par l'augmentation du coefficient de sécurité, et la simulation de la rupture d'un talus en remblai par diminution de la cohésion (*Felix B., 1983*)

La troisième application du programme concerne le calcul de deux cas réels, le premier correspond à l'étude d'un talus instable situé à "Sidi Ahmed" wilaya de Bjaia, le second concerne l'étude de la stabilité d'un massif de sol dans la localité de " Zitouna" wilaya de Skikda. où un sinistre s'est produit en 1997 concernant un immeuble d'habitation.

2. PREMIÈRE APPLICATION

2.1. Présentation de l'exemple

Le premier exemple est relativement simple. C'est un exercice tiré du livre "PROGRAMMING THE FINITE ELEMENT METHOD" (*Smith et Griffiths, 1988*). Le but consiste à comparer les résultats du calcul des déplacements et des contraintes en élasticité linéaire à ceux figurant dans l'ouvrage. La géométrie, le maillage et les caractéristiques du milieu sont montrés dans la figure 5.1. Le maillage de la figure 5.1 a été obtenu en exécutant le module "Maille".

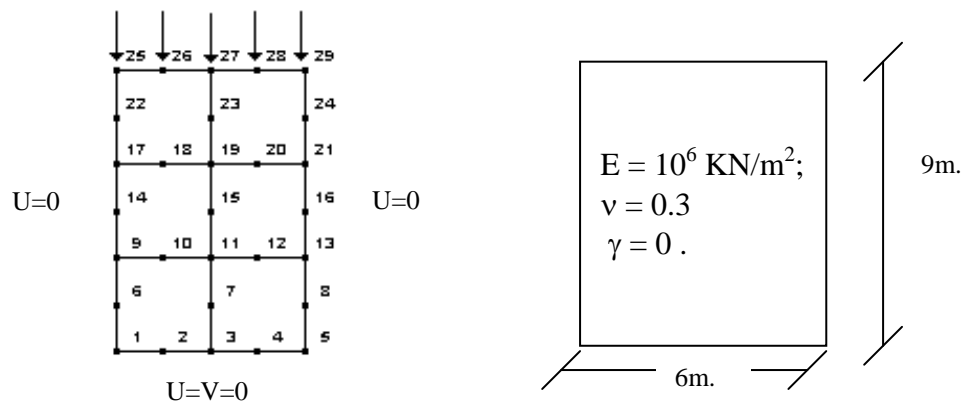


Figure 5.1 Géométrie, maillage et propriétés mécaniques

2.2. Résultats

Les résultats des calculs effectués sont consignés dans le fichier présentés ci après, la figure 5.2 illustre les déplacements verticaux de chaque nœud. la comparaison de ces résultats avec ceux donnés dans la reference (*Smith et Griffiths, 1988*) montre, une bonne concordance (tableau 5.1), ce qui indique le bon déroulement des calculs (calcul de la matrice de rigidité globale, conditions aux limites, transformation du chargement en forces nodales equivalentes ainsi que la résolution du système linéaire par la méthode de CHOLESKY par bande).

Nœuds	Déplacements verticaux	
	Smith et Griffiths	Resultats "STAB PENT"
25	-.5311 E -05	-.53107 E -05
26	-.5041 E -05	-.50412 E -05
27	-.3343 E -05	-.33429 E -05
28	-.1644 E -05	-.16445 E -05
29	-.1375 E -05	-.13750 E -05

Tableau 5.1 déplacements verticaux aux nœuds .

Fichier résultat des déplacements, des contraintes et des déformations :

NOEUD	DELT-U	DELT-V
1	-.11524E-35	-.28438E-35
2	.47977E-36	-.10637E-34
3	.43367E-36	-.50000E-35
4	.47977E-36	-.93632E-35
5	.99049E-36	-.21562E-35
6	-.37776E-35	-.64535E-06
7	.11220E-06	-.55714E-06
8	.47938E-35	-.46893E-06
9	-.14476E-35	-.13788E-05
10	.13705E-06	-.12987E-05
11	.19123E-06	-.11143E-05
12	.13705E-06	-.92986E-06
13	.28381E-35	-.84980E-06
14	-.25729E-35	-.22174E-05
15	.29963E-06	-.16714E-05
16	.59985E-35	-.11255E-05
17	-.75795E-36	-.32431E-05
18	.27081E-06	-.28732E-05
19	.36700E-06	-.22286E-05
20	.27081E-06	-.15840E-05
21	.35278E-35	-.12140E-05
22	-.75339E-35	-.42885E-05
23	.37742E-06	-.27857E-05
24	.10375E-35	-.12829E-05
25	-.27400E-35	-.53107E-05
26	-.42112E-06	-.50412E-05
27	-.72219E-06	-.33429E-05
28	-.42112E-06	-.16445E-05
29	-.59713E-36	-.13750E-05

1° CONTRAINTES TOTALES

ELEMENT FINI	1				
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.213E+00	-.214E+00	-.170E+00	-.197E+00	
Y	-.559E+00	-.525E+00	-.600E+00	-.534E+00	
XY	.990E-02	.334E-01	.185E-01	.542E-01	
ELEMENT FINI	2				
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.215E+00	-.215E+00	-.231E+00	-.259E+00	
Y	-.475E+00	-.441E+00	-.466E+00	-.400E+00	
XY	.334E-01	.990E-02	.542E-01	.185E-01	
ELEMENT FINI	3				
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.145E+00	-.191E+00	-.137E+00	-.191E+00	
Y	-.645E+00	-.552E+00	-.767E+00	-.585E+00	
XY	.354E-01	.935E-01	.738E-01	.154E+00	
ELEMENT FINI	4				
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.237E+00	-.284E+00	-.238E+00	-.291E+00	
Y	-.448E+00	-.355E+00	-.415E+00	-.233E+00	
XY	.935E-01	.354E-01	.154E+00	.738E-01	

ELEMENT FINI 5					
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.151E+00	-.159E+00	-.513E+00	-.351E+00	
Y	-.897E+00	-.693E+00	-.104E+01	-.771E+00	
XY	.727E-01	.241E+00	-.248E-01	.151E+00	
ELEMENT FINI 6					
SIGM	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.270E+00	-.277E+00	-.778E-01	.849E-01	
Y	-.307E+00	-.103E+00	-.229E+00	.368E-01	
XY	.241E+00	.727E-01	.151E+00	-.248E-01	

2° DFORMATIONS(élément 1,2,et 3)

ELEMENT FINI 1					
EPSMT	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	.239E-07	.104E-07	.791E-07	.288E-07	
Y	-.426E-06	-.394E-06	-.479E-06	-.409E-06	
XY	.257E-07	.869E-07	.480E-07	.141E-06	
ELEMENT FINI 2					
EPSMT	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	-.104E-07	-.239E-07	-.288E-07	-.791E-07	
Y	-.348E-06	-.317E-06	-.334E-06	-.264E-06	
XY	.869E-07	.257E-07	.141E-06	.480E-07	
ELEMENT FINI 3					
EPSMT	PG1	PG2	PG3	PG4	
X	.120E-06	.413E-07	.174E-06	.548E-07	
Y	-.531E-06	-.428E-06	-.644E-06	-.458E-06	
XY	.921E-07	.243E-06	.192E-06	.400E-06	

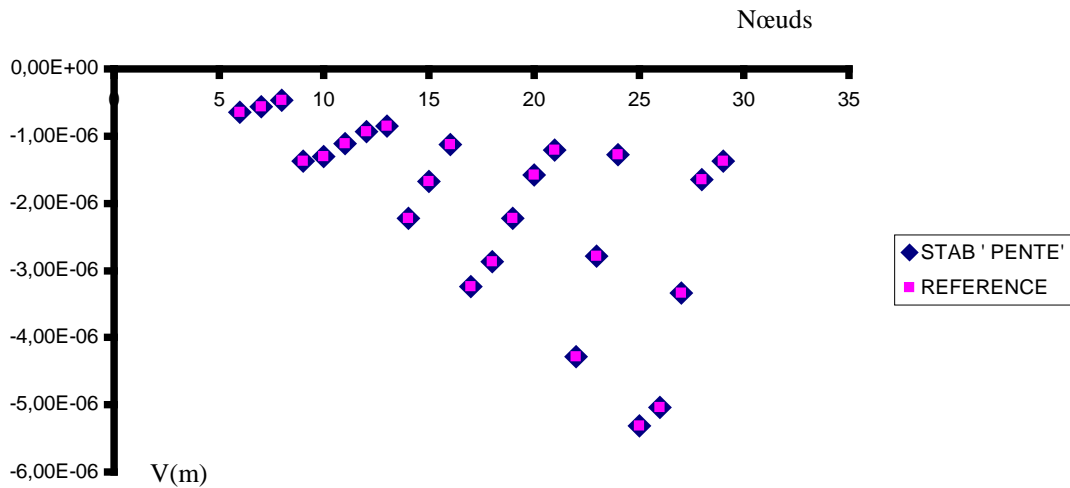


Figure 5.2 Déplacement vertical de chaque nœud.

3. DEUXIÈME APPLICATION : Chargement d'un massif de sol par des forces concentrées.

3.1. Présentation de l'exemple

Le deuxième exemple concerne le calcul des contraintes et déformations de sol soumis à des forces concentrées du massif présenté par la figure 5-3. Cette application est tirée du même ouvrage que l'exemple précédent. Le comportement du sol est considéré viscoplastique avec le critère de Von-Mises ; alors que dans notre cas le comportement est décrit par un modèle élastique parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr Coulomb puis le critère de Von Mises avec une règle d'écoulement associée .

Afin d'examiner l'influence du maillage sur les résultats des calculs, l'étude a été faite avec deux (02) types de maillages, le premier correspond au maillage généré par le programme (Fig. 5.4a), le second correspond à celui proposé par l'auteur (5.4b). Les forces sont appliquées en dix (10) incréments .

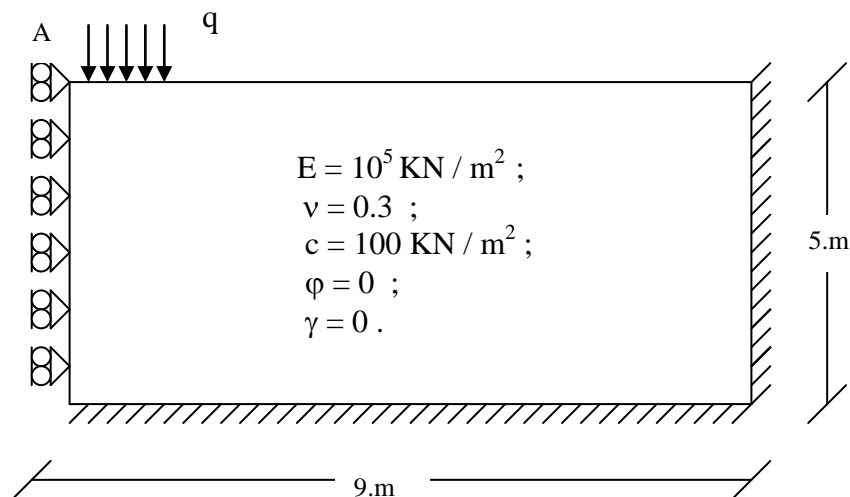


Figure 5.3 *Massif de sol soumis à des forces concentrées .*

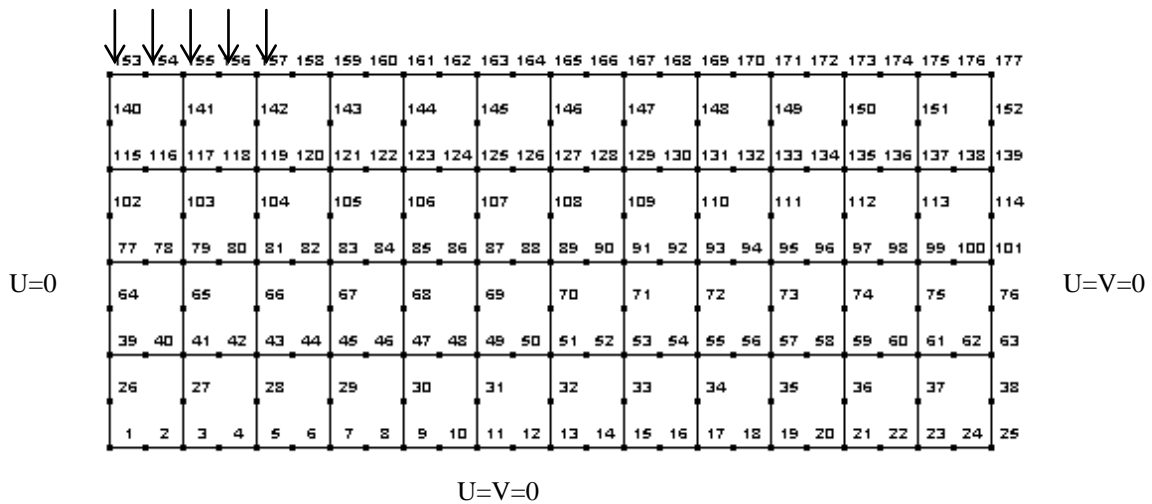
3.2. Résultats

Le tableau 5.2 consigne l'évolution des déplacements du point A dans le cas du comportement élastoplastique pour les deux maillages considérés.

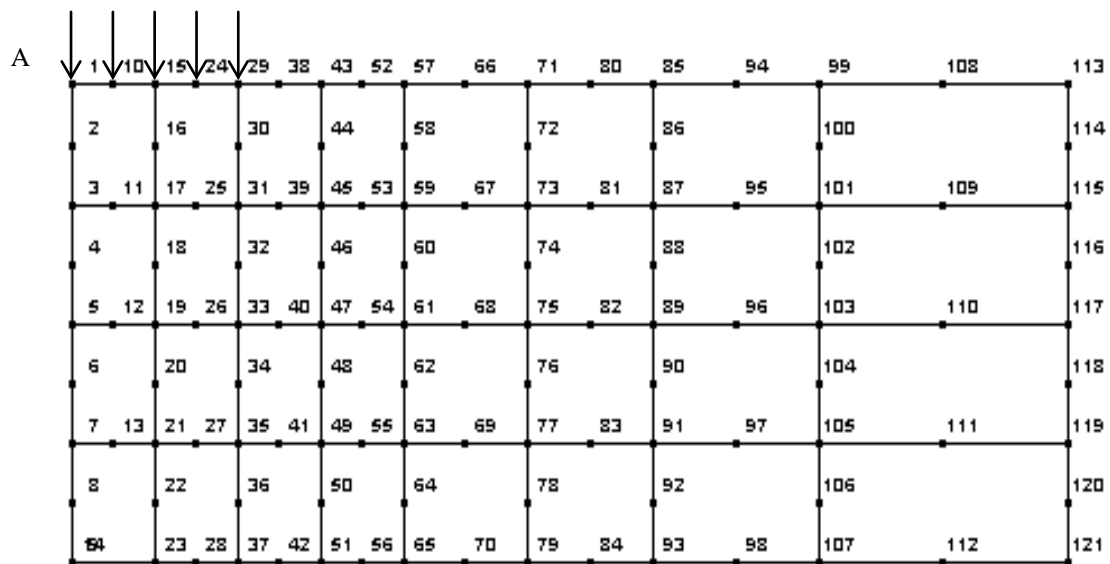
On remarque que, pour les deux maillages différents on obtient des valeurs de déplacements identiques, la seule différence notable est la vitesse d'exécution du programme. En effet, il faut noter que la largeur de la bande pour le calcul de la matrice de rigidité est égale à 34 pour le maillage (b) alors que pour le maillage (a) la largeur de la bande est égale à 82 .

Le premier incrément se déroule en élasticité (aucun point plastique dans le maillage), par la suite, des zones de plastification se développent pour les deux critères Mohr – Coulomb et Von Mises (Fig. 5.5).

La figure 5.6 présente l'évolution des déplacements d'un point caractéristique du maillage (point A) avec les deux lois de comportements élastoplastique utilisant le critère de Mohr Coulomb et Von Mises, ainsi que les résultats donnés par la référence (*Smith et Griffiths, 1988*), utilisant une loi de comportement visco-plastique en prenant compte le critère de Von-Mises. On remarque que l'allure de la courbe C1 (critère Von Mises) est comparable à celle réalisée par *Smith et Griffiths, 1988*, jusqu'au septième pas de chargement, de là, les déplacements augmentent lentement, et ceci à cause de l'influence du temps qui n'est pas pris en compte dans notre cas, alors que pour la courbe C2 (critère de Mohr Coulomb) on remarque un éloignement de la courbe par rapport au cas précédent. L'explication de cette différence se trouve dans le fait que les deux comportements sont différents du fait que le critère de Mohr Coulomb ne prend pas en considération la contrainte moyenne σ_2 du tenseur des contraintes .



a) Maillage généré par le sous programme "Maille".



b) Maillage présenté dans l'ouvrage (dessin réalisé par "Graphic").

Figure 5.4 Maillage du massif de sol .

INC	Mohr Coulomb		Von Mises	
	Maillage (a)	Maillage (b)	Maillage (a)	Maillage (b)
1	-6.59 ^E -03	-6.59 ^E -03	-6.59 ^E -03	-6.59 ^E -03
2	-1.10 ^E -02	-1.10 ^E -02	-1.15 ^E -02	-1.15 ^E -02
3	-1.54 ^E -02	-1.53 ^E -02	-1.62 ^E -02	-1.62 ^E -02
4	-2.14 ^E -02	-2.14 ^E -02	-2.30 ^E -02	-2.30 ^E -02
5	-3.01 ^E -02	-3.01 ^E -02	-3.28 ^E -02	-3.27 ^E -02
6	-3.80 ^E -02	-3.79 ^E -02	-4.15 ^E -02	-4.13 ^E -02
7	-4.53 ^E -02	-4.51 ^E -02	-4.93 ^E -02	-4.92 ^E -02
8	-4.98 ^E -02	-4.96 ^E -02	-5.42 ^E -02	-5.40 ^E -02
9	-5.25 ^E -02	-5.23 ^E -02	-5.72 ^E -02	-5.69 ^E -02
10	-5.59 ^E -02	-5.57 ^E -02	-6.09 ^E -02	6.09 ^E -02

Tableau 5.2 Evolution des déplacements du point A.

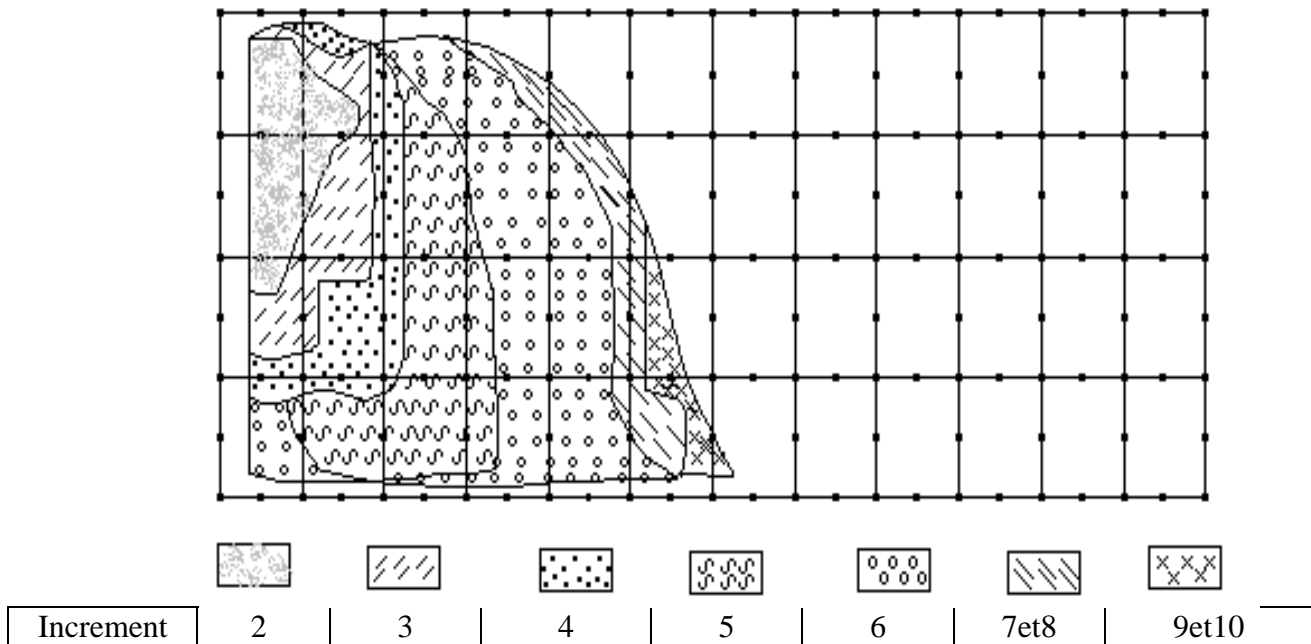


Figure 5.5 Evolution des zones plastiques.

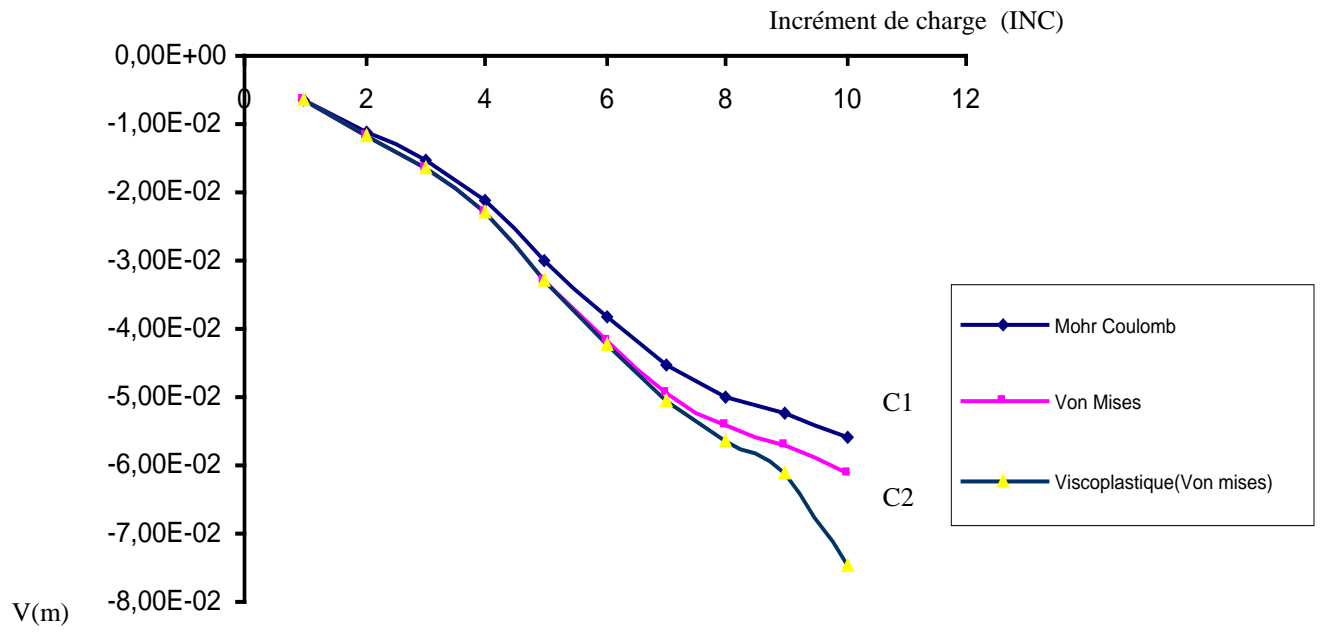


Figure 5.6 Evolution des déplacements vertical du point A.

4. TROISIEME APPLICATION : Talus en remblai

4.1. Présentation de l'exemple

La troisième application concerne le calcul des déplacements et des contraintes d'un talus en remblai soumis à son propre poids en fonction de la cohésion du sol qui décroît jusqu'à la rupture. La géométrie du problème et les propriétés mécaniques retenues sont représentées dans la figure 5.7.

Le comportement du sol est décrit par un modèle visco – plastique utilisant le critère de Mohr Coulomb avec une règle d'écoulement associée. Les calculs ont été effectués avec les mêmes caractéristiques d'élasticité et le même critère de plasticité de Mohr Coulomb.

Le maillage généré est présenté sur la figure 5.8, il comporte 58 éléments quadrilatères à huit (08) nœuds et quatre éléments triangulaire à six (06) nœuds. Les incréments de la cohésion sont : 30, 25, 20, 15, 10, 05 KPa.

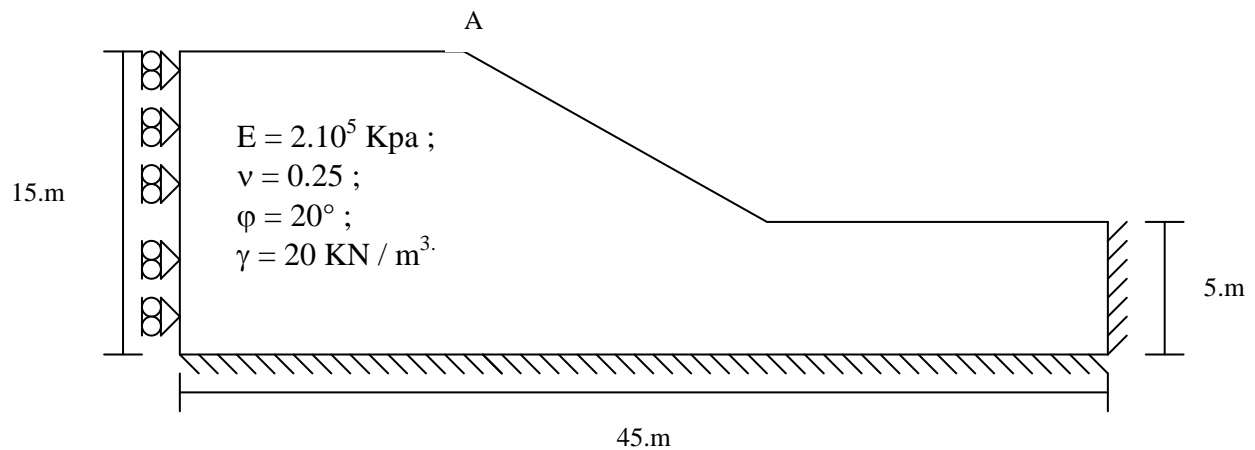


Figure 5.7 Géométrie et propriétés mécaniques du talus en remblai.

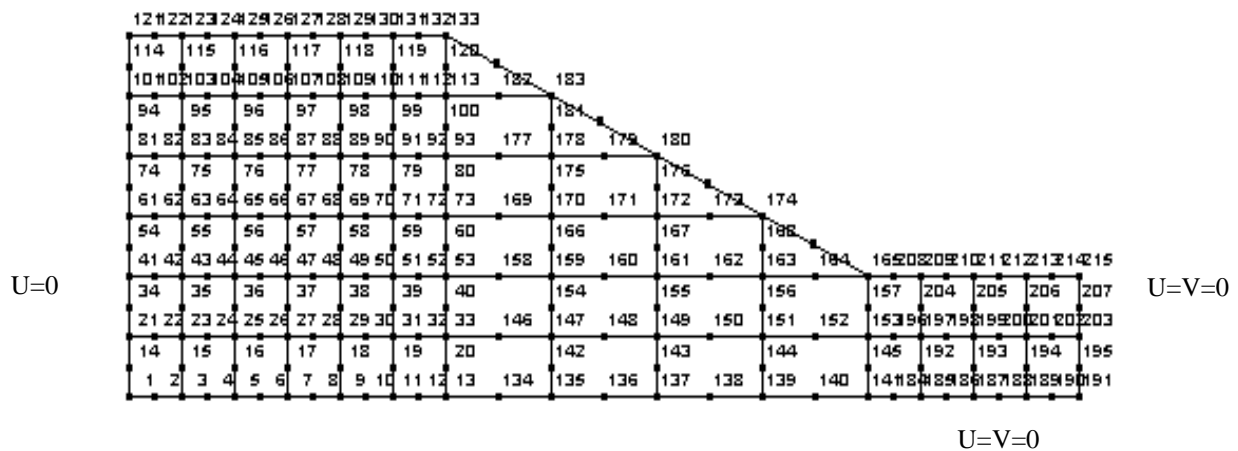


Figure 5.8 Maillage généré par le module "MAILLE"

4.2. Résultats

Les principaux résultats de calculs effectués par "STAB 'PENTE' " sont résumés sur les figures 5.9, 5.10a et 5.10b, et sont comparées à ceux de l'étude de Zienkiewicz et al (1975).

La figure 5.9 représente l'évolution des zones plastiques en chaque incrément. La figure 5.10a montre l'évolution des déplacements verticaux dans les deux cas viscoplastique et élasto-plastique parfait en utilisant le critère de Mohr Coulomb.

On remarque la similitude des deux (02) courbes jusqu'au cinquième pas. Au delà, les déplacements dans le cas du comportement élasto-plastique augmentent plus lentement que dans le cas du comportement viscoplastique et ceci à cause de l'influence du temps qui n'est pas pris en compte dans le cas du comportement élastique parfaitement plastique..

On observe dans la figure 5.10a que l'allure de la courbe (programme "STAB' PENTE' ") suit celle de l'auteur (*Zienkiewicz et al., 1975*)Ce qui confirme dans ce cas le bon déroulement des corrections plastiques pendant le calcul à chaque incrément..

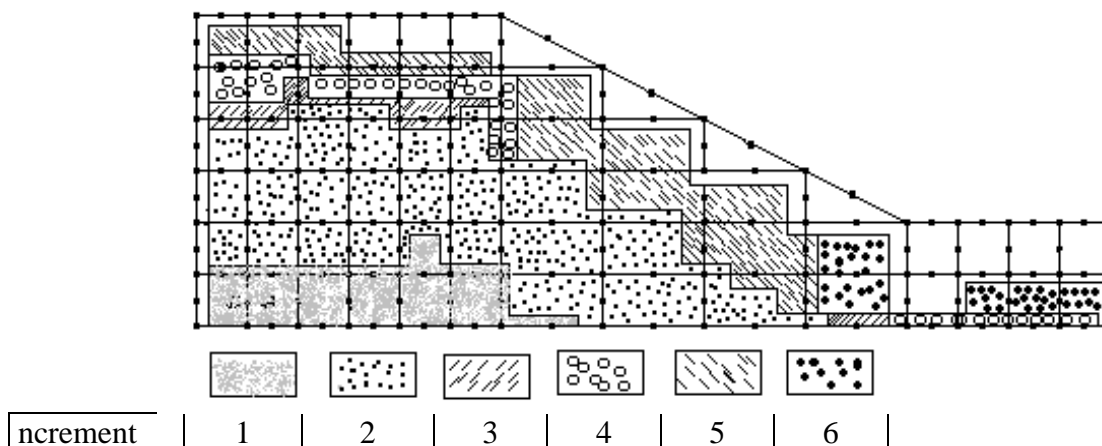


Figure 5.9 Evolution des zones plastiques.

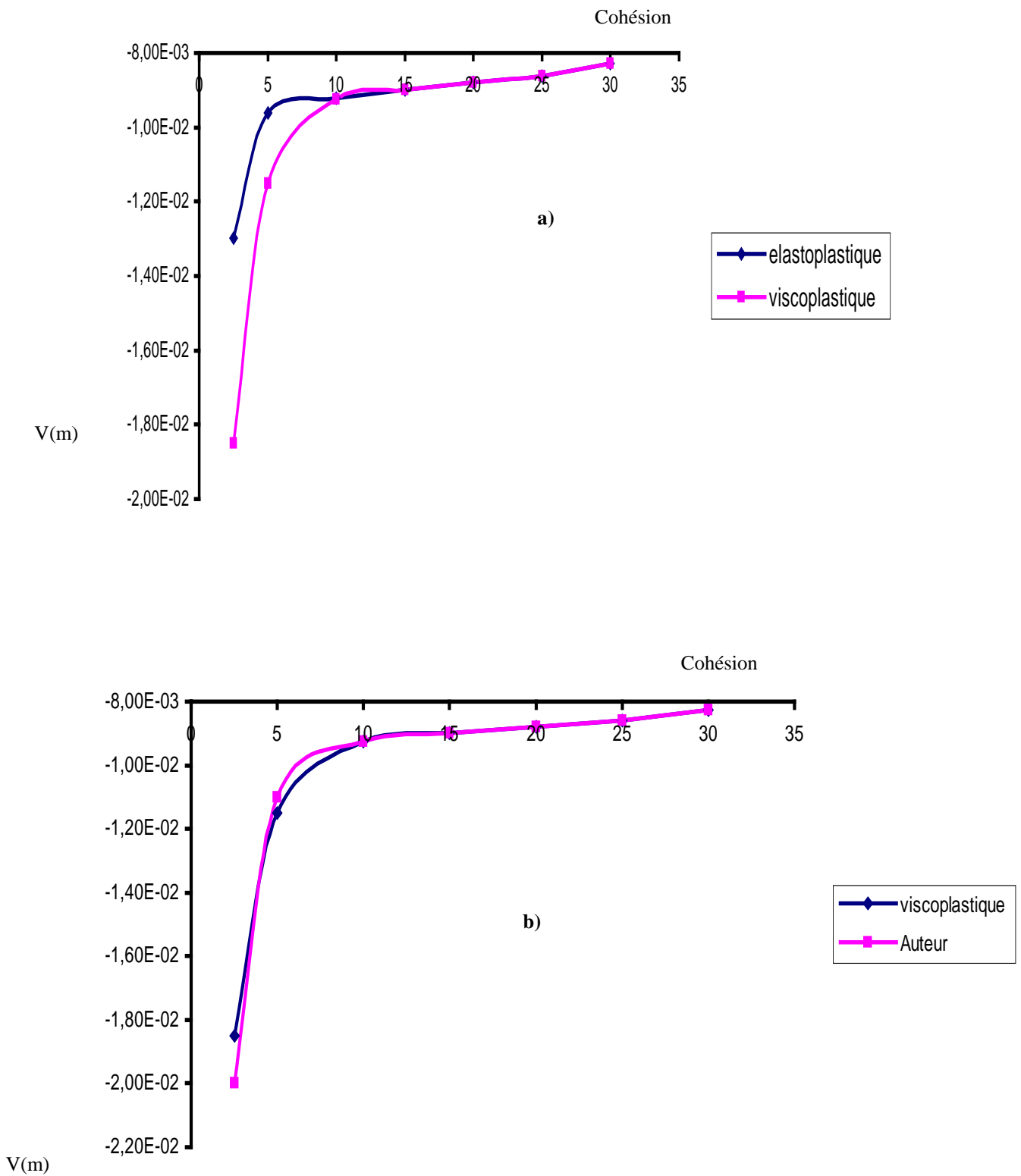


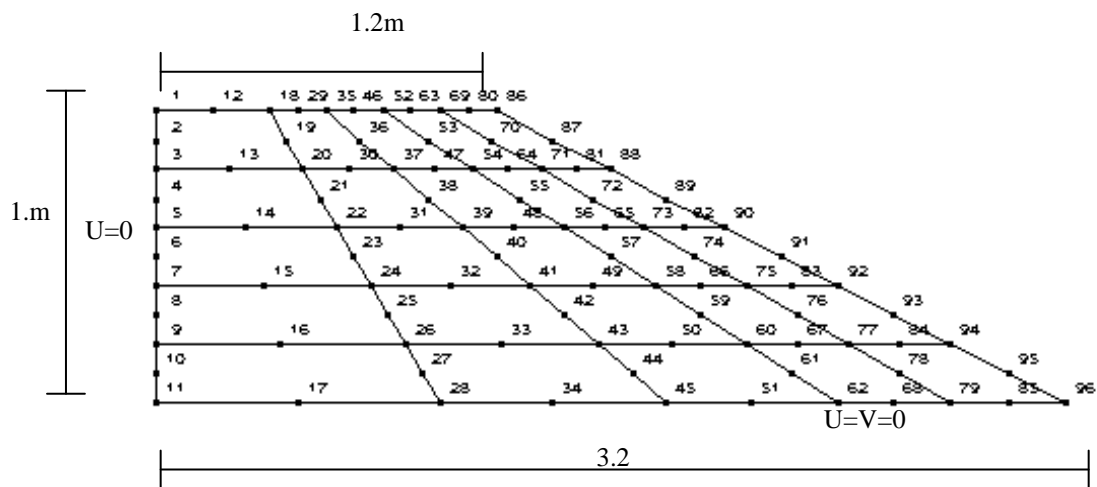
Figure 5.10 Evolution des déplacements verticaux en fonction de la cohésion.

5. QUATRIÈME APPLICATION

5.1. Présentation de l'exemple

Cette application consiste à exécuter le module "MPENT" qui permet de calculer les déplacements d'un remblai soumis à son poids propre en fonction du coefficient de sécurité qui croit de la valeur 1 à 2.5 en 6 incréments. Le comportement du sol est considéré élastoplastique en utilisant le critère de Mohr-Coulomb. Cet exemple est tiré de l'ouvrage (Smith et Griffiths, 1988) qui considère que le comportement du sol est viscoplastique .

La géométrie du problème, le maillage et les propriétés mécaniques sont représentés dans la figure 5.11.



$$E = 10^6 \text{ KPa}, \nu = 0.3, \varphi = 40^\circ, c = 1 \text{ KPa}, \gamma = 20 \text{ KN/m}^3$$

Figure 5.11 Géométrie, Maillage et propriétés mécaniques.

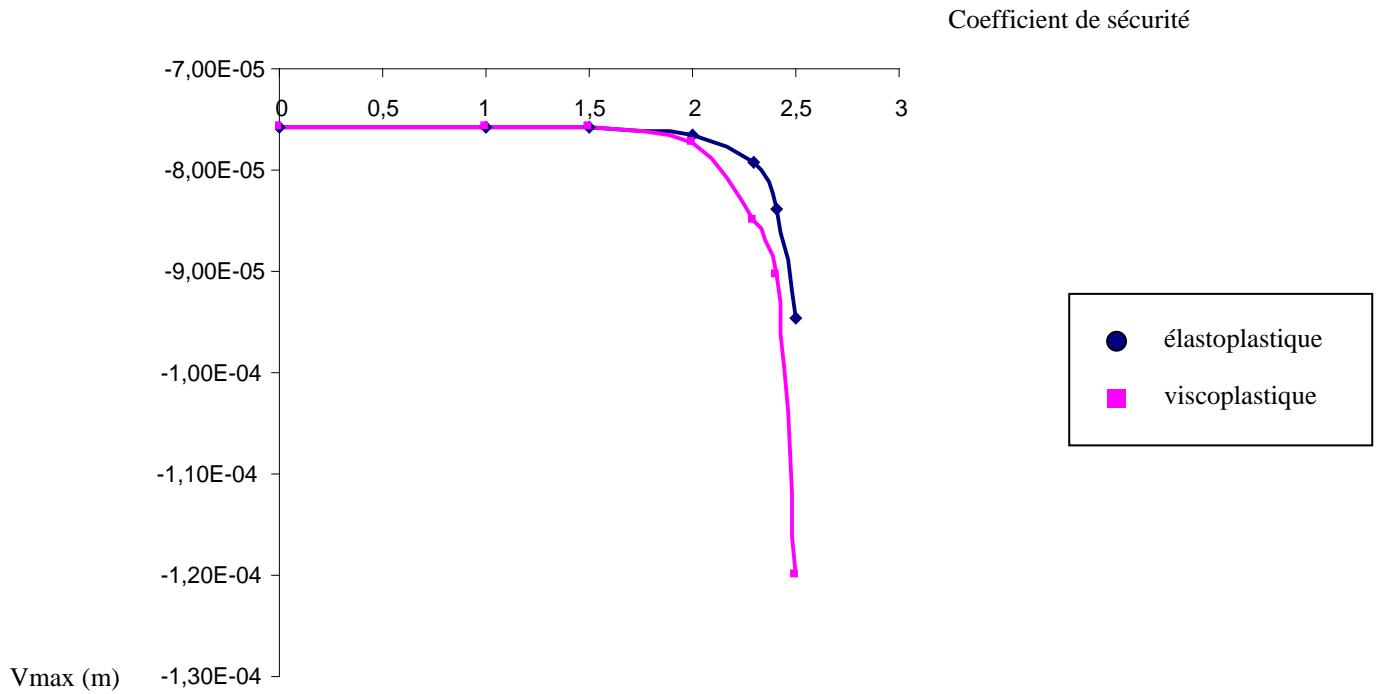
5.2. Résultats

Le tableau 5.3 présente les résultats des déplacements maximaux en fonction du coefficient de sécurité dans le cas d'un comportement élastoplastique et viscoplastique (Fig.5.12).

INC-Coefficient de sécurité	Dep.max (élastoplastique)	Dep.max (visco-plastique)
1	-7.58^E-05	-7.58^E-05
1.5	-7.58^E-05	-7.58^E-05
2	-7.65^E-05	-7.748^E-05
2.3	-7.97^E-05	-8.495^E-05
2.4	-8.18^E-05	-9.024^E-05
2.5	-8.45^E-05	-1.2^E-04

Tableau 5.3 Résultats des déplacements maximaux.

On remarque que les résultats sont identiques dans les trois premiers incréments, et au delà du 4^{ème} incrément les déplacements augmentent lentement. Cette différence s'explique par la non prise du paramètre temps dans le cas du comportement élastoplastique.

**Figure 5.12**

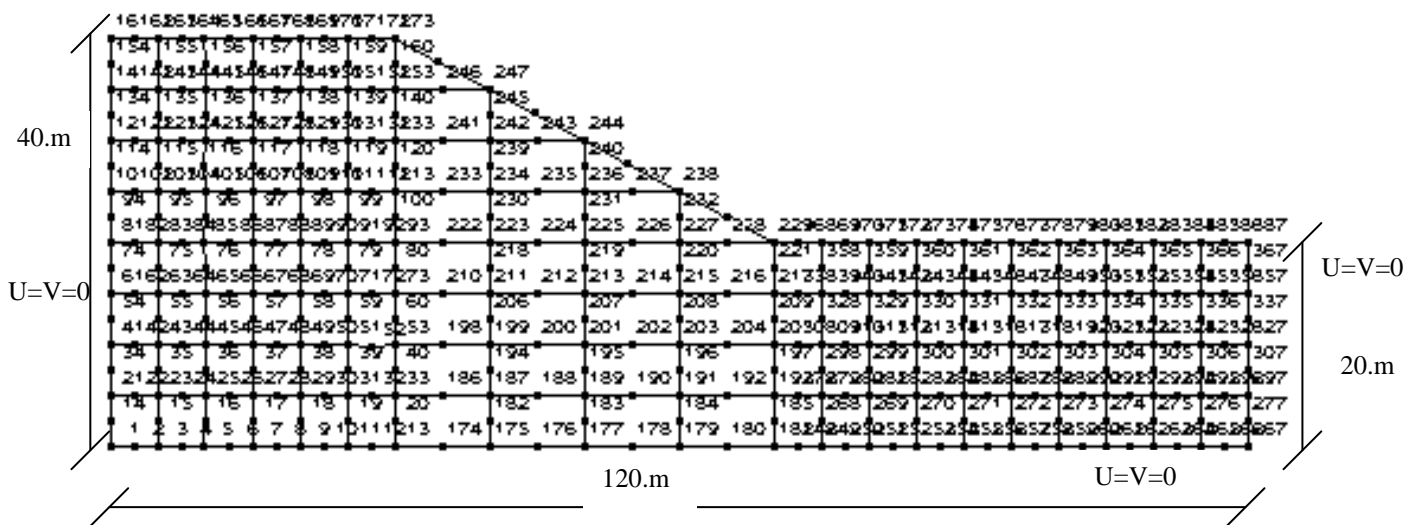
Déplacements maximaux en fonction du coefficient de sécurité

6. CINQUIEME APPLICATION

6.1. Présentation du problème

Cette application consiste à exécuter le module "MPENT", qui calcule les déplacements et les contraintes d'un talus soumis à son propre poids en fonction du coefficient de sécurité F qui croit jusqu'à la rupture (de la valeur 0.725 à 1 en cinq (05) incréments).

Le comportement du sol est considéré élastoplastique parfait avec le critère de Mohr-Coulomb. La géométrie du milieu, le maillage et les propriétés mécaniques sont représentés dans la figure 5.13.



$$E = 14.10^4 \text{ KN/m}^2 ; \nu = 0,2 ; \varphi = 30^\circ ; C = 10\text{KN/m}^2 ; \gamma = 20 \text{ KN/m}^3$$

Figure 5.13 Géométrie ,maillage et caractéristiques mécaniques.

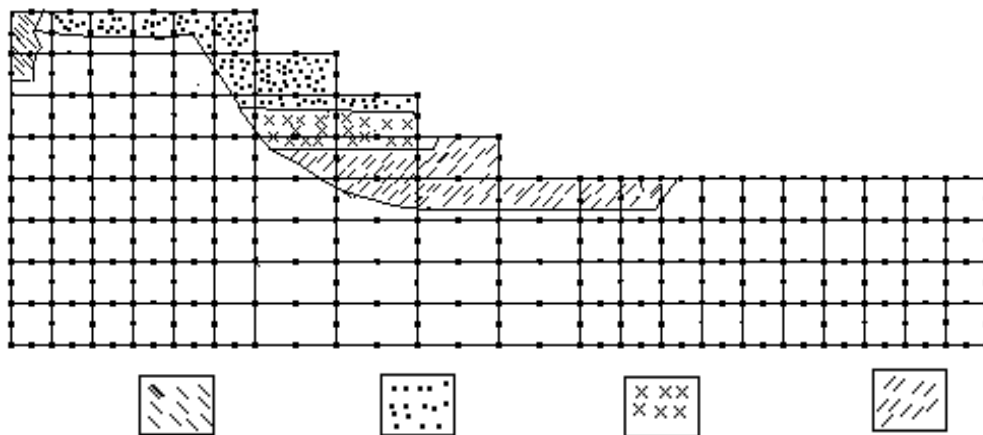
6.2. Résultats

La figure 5.14 représente l'évolution de zones plastiques. Le but de est de pouvoir comparer notre résultat avec le résultat obtenu par le calcul à la rupture (Fig. 5.15) déjà effectué par le logiciel éléments finis "GEOSLOPE" .

En première analyse il est intéressant de noter que la convergence des calculs devient de plus en plus lente au fur et mesure que le coefficient de sécurité augmente ($F \geq 0.8$) pour avoir une divergence à $F = 1$.

En comparant les figures 5.14 et 5.15 on remarque que la zone plastifiée à la fin du dernier incrément correspond à la même surface de rupture.

Figure 5.15 *Présentation de la ligne de rupture par " GEOSLOPE".*



Incrément (F)	1	2	3	4
---------------	---	---	---	---

Figure 5.14 *Evolution des zones plastiques.*

L'intérêt du calcul par éléments finis est de pouvoir considérer l'évolution de la plastification du massif (rupture progressive), par rapport au calcul à la rupture que celle-ci est instantanée.

7. ETUDE D'UN TALUS INSTABLE (SIDI AHMED-BEJAIA)

7.1. Présentation du problème

Le problème consiste en une instabilité d'un talus situé à Sidi-Ahmed - Wilaya de Bejaia. Toutes les informations obtenues à l'issue de la campagne de reconnaissance confirment un mouvement de glissement de terrain. Cette instabilité a été provoquée en partie par la nature du sol, la géomorphologie du site et les infiltrations des eaux de surface.

Le sol a été classé en trois catégories délimitant trois couches principales :

Couche A : est constituée d'argile marneuse graveleuse avec présence de blocs de calcaires. Les caractéristiques mécaniques prises en compte dans les calculs sont :

$$\varphi' = 7^\circ ; C = 15\text{KPa} ; \gamma = 20\text{KN/m}^3$$

Couche B : c'est une couche de sable grisâtre avec présence de galets et graviers. Cette couche n'a pas été décelée sur tous les sondages pratiques. Les caractéristiques prises en compte sont :

$$\varphi' = 30^\circ ; C = 0\text{KPa} ; \gamma = 17\text{KN/m}^3$$

Couche C : substratum rocheux.

L'étude de la stabilité de la pente a été effectuée par le programme Nixes & Trolls. Ce programme calcul les coefficients de sécurité sur des courbes circulaires par la méthode de Bishop ou sur des courbes non circulaires par la méthode des perturbations. A l'issue du calcul, le coefficient de sécurité le plus faible correspond à la valeur 0.9933 figure 5.16.

Figure 5.16

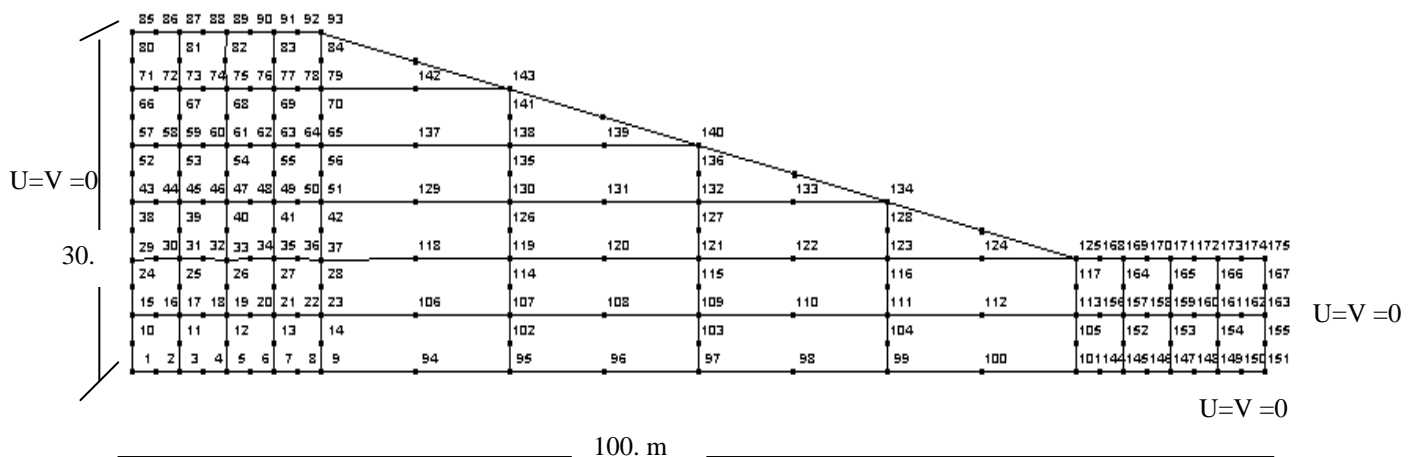
Présentation de la surface de rupture.

7.2. Etude de la Stabilité par le programme " STAB 'PENDE' "

a) Modélisation

Pour l'utilisation du programme de calcul " STAB 'PENDE' " le domaine étudié est idéalisé par un maillage formé de quadrilatères à huit (08) nœuds et triangulaires à six (06) nœuds. Pour des raisons de simplicité du maillage nous n'avons pas pris en considération la couche B nous avons 50 éléments et 279 nœuds. Les calculs ont permis de déterminer les déplacements ainsi que l'extension des zones plastiques du talus soumis à son propre poids en fonction du coefficient de sécurité qui croit de la valeur 0.625 à 1 en six (06) incréments (0.625, 0.715, 0.805, 0.905, 0.95, 1). Le comportement du sol est considéré élasto-plastique avec le critère de Mohr –Coulomb .

La géométrie du problème, le maillage et les propriétés mécaniques sont présentés dans la figure 5.17.



$$E = 14.10^4 \text{ KPa} , \nu = 0.2 , \varphi = 7^\circ , C = 15 \text{ Kpa} , \gamma = 20 \text{ KN} / \text{m}^3$$

Figure 5.17 *Géométrie, maillage et caractéristiques mécaniques.*

b) Résultats obtenus

Les résultats obtenus par les calculs en éléments finis ont été comparés avec les résultats obtenus par des calcul à la rupture.

On présente dans la figure 5.18 la zone plastifiée avant le dernier incrément du coefficient de sécurité. Ces résultats et l'apparition des zones plastiques montrent l'intérêt du calcul élasto-plastique.

On a remarqué que dès le premier pas d'incrément, le calcul se déroule en élastoplasticité et des zones de plastification se développent et à partir du 4^{ème} pas (F=0.905) la convergence du calcul devient de plus en plus difficile pour arriver à une divergence

complète au dernier pas d'incrément ($F = 1$) ce qui confirme l'instabilité du site sous son propre poids. Cette observation est confirmée par l'analyse à la rupture .

En effectuant notre comparaison, on remarque que la masse de sol instable délimitée par la ligne de rupture (surface de rupture) (Fig. 5.13) correspond globalement à la même zone plastifiée, donc le résultat est similaire à celui donné par la référence (*Zahir Chettab, 1999*).

La figure 5.19 présente l'évolution du déplacements vertical du nœud 153 en fonction du coefficient de sécurité en considérant le critère de Mohr-Coulomb.

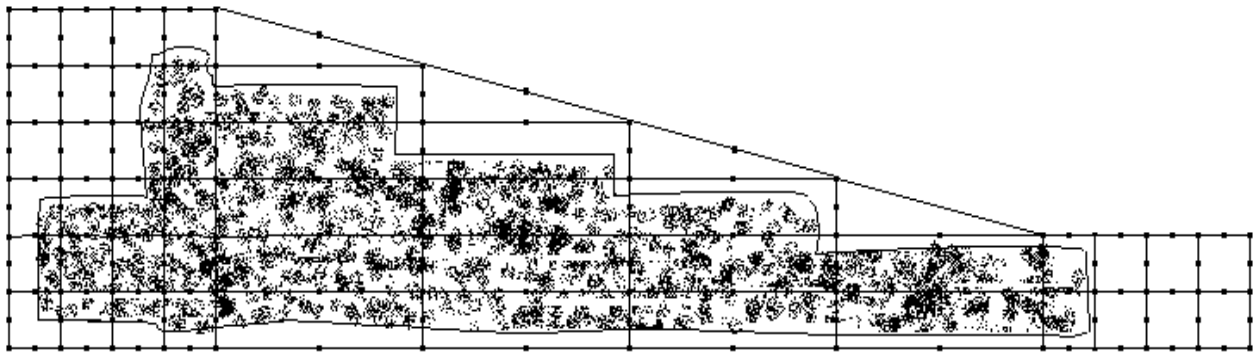


Figure 5.18

Plastification du massif au cinquième pas d'incrément.

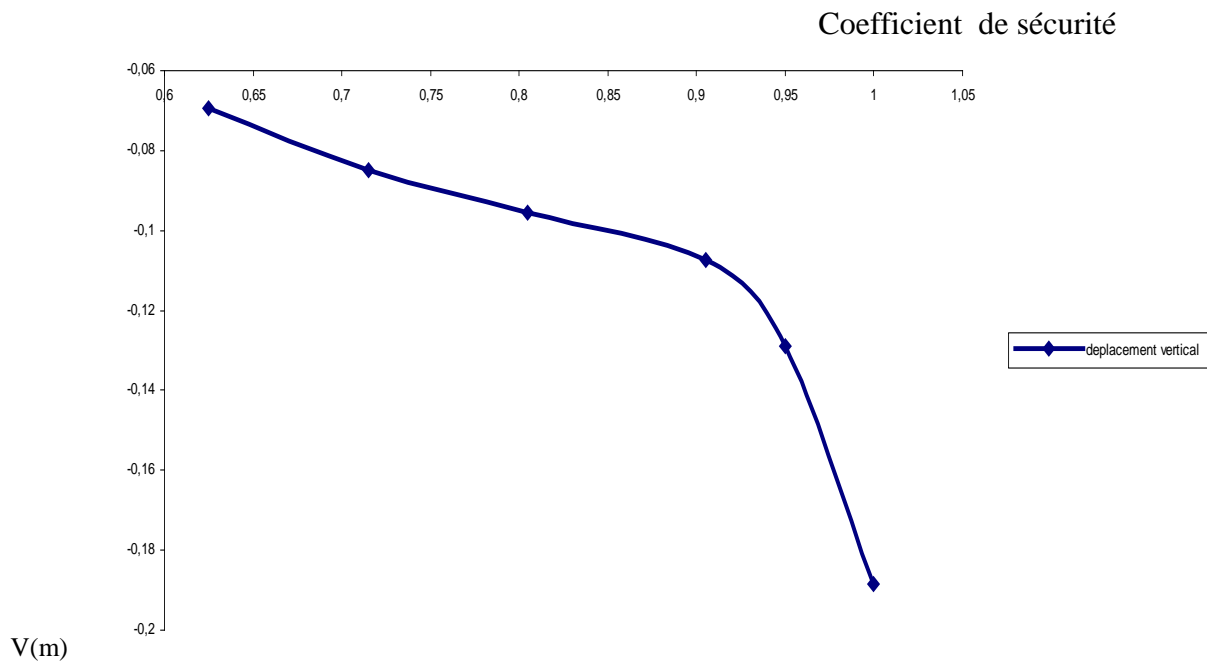


Figure 5.18

Evolution des déplacement vertical du nœud 93.

8. ETUDE D'UN GLISSEMENT (Instabilité d'un talus).

8.1. Présentation du problème

Le deuxième cas, concerne le sinistre résultant d'une prise en charge tardive de l'instabilité d'un massif de sol. Le sinistre concerne un immeuble d'habitation qui s'est produit en 1997, dans la localité de ZITOUNA wilaya de SKIKDA (Fig. 5.20). Il s'agit d'un bâtiment R+2 à usage d'habitation implanté sur un terrain accidenté non reconnu au préalable du point de vue géotechnique. L'action de l'homme – travaux de terrassement – conjuguée à la topographie du terrain et la méconnaissance de la nature du sol ont activé l'instabilité potentielle caractérisant le site (Fig. 5.21).

Le comportement imprévisible du sol a entraîné le basculement du bâtiment par rapport à la vertical. Il faut noter que les premiers signes précurseurs de glissement ont été observés après les travaux de terrassement. Une étude de sol a été effectuée après le mouvement du terrain. L'identification des couches constituantes indique qu'il s'agit de sol fin argileux fortement plastique :

$$\varphi' = 6^\circ ; C = 0.225 \text{ bar} ; \gamma = 18 \text{KN/m}^3$$

L'étude consiste à calculer les déplacements et les déformations dans le massif de sol soumis à un chargement uniforme.

8.2. Modélisation du problème

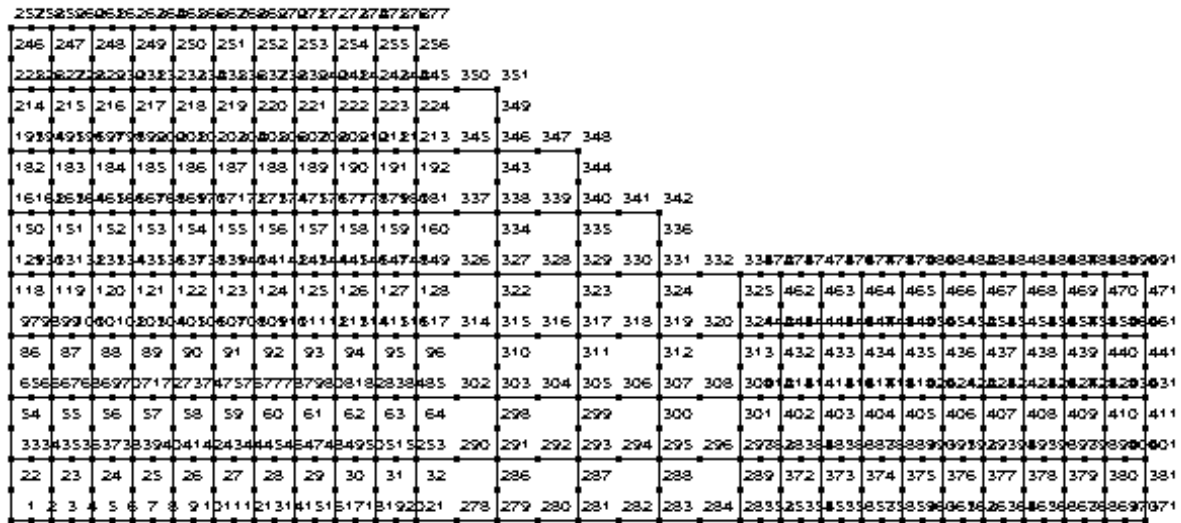
La modélisation géométrique prise en compte pour les calculs , les caractéristiques mécaniques du sol ainsi que les conditions aux limites sont représentés par la figure 5.22. Le comportement du sol est décrit par un modèle élastique parfaitement plastique utilisant le critère de Mohr- Coulomb avec une règle d'écoulement non associée. Pour la modélisation du chargement on a considéré une charge uniforme appliquée en 6 incréments.

8.3. Résultats obtenus

On a constaté que les calculs divergent avant même d'appliquer le premier pas de chargement c'est à dire que lorsqu'on vérifie l'équilibre du massif, une fois que les forces de volumes et les contraintes initiales sont calculées, on trouve des points plastique (l'équilibre limite) ce qui confirme que le massif est instable.

Figure 5.20 *Vue générale du site.*

Figure 5.21 *Coupe sur le terrain (A-B).*



$$E = 70000. \text{Kpa}, \quad \nu = 0.3, \quad \varphi = 6^\circ, \quad C = 22.5 \text{ Kpa}, \quad \gamma = 18 \text{ KN} / \text{m}^3$$

Figure 5.22 *Géométrie et propriétés mécaniques.*

9. CONCLUSION

De ces deux études de cas réels, on peut tirer une conclusion qua chaque fois qu'il faut réaliser un ouvrage, une étude de stabilité est nécessaire surtout dans le cas où il y a présence de pentes, et la première à faire est la visite du terrain, car c'est encore l'œil de l'ingénieur qui identifiera le mieux les facteurs utiles à l'étude d'une pente, les calculs permettant de quantifier les intuitions de l'homme de terrain.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les conclusions que l'on peut tirer de cette recherche sont les suivantes :

En ce qui concerne le calcul de stabilité des pentes, la littérature est abondante en méthode de calcul, la plupart reposent sur le calcul à la rupture, supposant que le coefficient de sécurité reste constant le long de la ligne de rupture. En effet évaluer une stabilité de pente passe surtout par le choix du coefficient de sécurité qui est associé aux méthodes ce qui peut poser des problèmes lors des comparaisons. Mais quelque soit la méthode adoptée, l'étude géotechnique devra tenir compte des paramètres considérés dans les calculs et un retour sur le terrain est nécessaire. En 1973, (cité dans la référence Faure, 2000) le professeur Lambe, rappelait que les résultats obtenus sont le produit de méthodes de mesure, pour les paramètres et les méthodes de calculs.

Pour l'analyse de stabilité par évaluation des champs de déformations et de contraintes plus précisément par la méthode des éléments finis, elle permet de modéliser un grand nombre de conditions complexes avec un haut degré de réalisme en incluant les analyses du comportement non linéaire.

Il faut reconnaître qu'il existe des réticences à l'utilisation de certaines possibilités offertes par cette méthode car les modélisations en comportement non linéaires nécessitent de nombreuses données géotechniques, donc pouvant être très onéreuses. Ainsi en l'état actuel des choses, il est préférable d'utiliser des lois élastoplastique parfaites comme celle de Mohr Coulomb.

Le deuxième axe de cette recherche, est une contribution à l'étude numérique de stabilité des pentes et s'inscrit, à long terme, dans le cadre des projets de recherches ayant pour objectif l'élaboration d'un outil numérique performant de résolution des problèmes de stabilité des pentes, tenant compte des lois de comportement plus complexes, de l'effet du séisme, du calcul des moyens de confortements, de l'écoulement de l'eau dans les sols, etc.

Nous avons pu développer un outil numérique permettant l'analyse des déformations et des contraintes dans les massifs des sols, tenant compte des modèles simples de comportement, en particulier le comportement élastique linéaire, le comportement élastoplastique parfait, utilisant le critère de Mohr Coulomb et de Von Mises, et un comportement viscoplastique. La programmation a été conçue de manière à rendre aisée l'introduction future de tout nouveau modèle élastoplastique, il a été validé sur un certain nombre d'exemple donnés dans la littérature ce qui nous permet de l'utiliser pour analyser la stabilité de certains cas réels des massifs de sols.

Les résultats des calculs effectués ont mis en évidence l'importance de considérer la plastification du massif. L'examen détaillé des résultats des calculs des exemples a mis en évidence quelques imperfections du calcul dans le cas du comportement viscoplastique. Ce problème n'a pu être résolu, faute de temps dans le cadre de cette étude, mais il devrait l'être dans l'avenir.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Axelsson K., and Samvetsson A., (1979), - Finite element analysis of elastic - plastic materials displaying mixed hardening. - International journal for numerical methods in engineering , Vol. 14, 211-225 (1979).
- [2] Barbas A., (1981), - contribution à l'utilisation de la méthode des éléments finis en mécanique des sols dans le domaine de l'élasto plasticité - Thèse docteur - ingénieur ENPC
- [3] Beddier A., (1999), exemple de sinistre résultant d'une prise en charge tardive de l'instabilité d'un sol. Le contrôleur technique de la construction N°16 juin 1999, P.8-9.
- [4] Belkeziz A., Magnan J.P. (1982) - Analyse numérique de la consolidation bidimensionnelle des sols élastoplastiques - Traitement par la méthode des éléments finis et application au remblai expérimental B de Cub zac- les - ponts. Laboratoire central des ponts et chaussées . rapport de recherche LPC N°115, 156P.
- [5] Biarez J.,(1960), Remarques sur la stabilité des talus. Influence de la loi de répartition des contraintes. Archiwum hydroteckniki, tome 7, cahier 4.
- [6] Bishop A.W.,(1955), The use of slip circle in the stability analysis of slopes, Geotechnique, vol.5, 1955, P.7 - 17.
- [7] Blivet J.C.,(1976), Stabilité des talus en déblais, Bull . liaison labo.P. et CH. Numéro spécial III " stabilité des talus" 2, décembre 1976 P.9 - 22 .
- [8] Blondeau F., (1976), les méthodes d'analyse de stabilité , Bull . liaison labo.P. et CH. Numéro spécial " stabilité des talus" 1, mars 1976 P.56 - 62 .
- [9] Blondeau F., (1976), les méthodes d'analyse de stabilité , Bull . liaison labo.P. et CH. Numéro spécial " stabilité des talus" 1, mars 1976 P.65 - 76 .
- [10] Caquot A., (1954), Méthode exacte pour le calcul d'un massif par glissement cylindrique, Annales des Ponts et Chaussées n°3, 1954, P.345 - 355.
- [11] Cartier G., (1981), Recherches et études sur les glissements de terrains , Bull . liaison labo.P. et CH. 115- sept - oct, 1981 - Ref. 2621 P.15 - 24 .
- [12] Chermouti S., et Gribici K., (1991) - les glissements de terrains du Tell Algérien, C.T.T.P. Alger - Institut de Génie Civil (USTHB) Alger Algérie .

- [13] Colas G., Payany M., et Blondeau F., (1981) , " Etude des glissements de terrains survenus dans la commune de Beausset Var, France - Bull . liaison labo.P. et CH. N° spécial ,Janvier 1981.
- [14] Chettab Z., (1999), Confortement d'un talus instable (Sidi Ahmed - Béjaia). Le contrôleur technique de la construction N°17 septembre 1999, P. 12 - 15
- [15] Dang Minh Truong, Magnan J.P. (1977), Application des modèles élastoplastiques de l'université de Cambridge au calcul du comportement d'un remblai expérimental sur sol mou - LCPC- rapport de recherche LPC N° 75, 103 P.
- [16] Darve F., (1987), l'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportements. In manuel de rhéologie de géomatériaux, presses de L'ENPC, Paris, 402 .
- [17] Dhatt G., Touzot G., (1984), Une présentation de la méthode des éléments finis. 2^{émé} édition. Maloine Editeur, Paris, 543 pages.
- [18] Djeziri M.A., (1995), analyse de la stabilité des pentes par la méthode des éléments finis . D.E.A - école centrale de Paris - Laboratoire d'accueil L.C.P.C.
- [19] Duncan J.M., Fellow, et Asce M.,(1996) - state of the art limit equilibrium and finite element analysis of slops . Journal of Geotechnical engineering / july 1996.
- [20] Duncan J.M. et Asce M., (1997), Finite element analysis of stresses and mouvements in dams, excavations and slops - associate professor of civil engineering , university of California Berklay.
- [21] Durot D., Avantages et limites du calcul des écoulements de la stabilité des pentes par un code simple aux éléments finis.- centre expérimental de recherche et d'études du bâtiment et des travaux publics France.
- [22] Faure R.M., (1984), stabilité des pentes et glissements de terrains E.N.T.P.E.
- [23] Faure R.M., (2000), L'évolution des méthodes de calcul en stabilité de pentes, partie 1 : Méthode de calcul à la rupture. Revue Française de géotechnique N ° 92 3^e trimestre 2000, P.3 - 15.
- [24] Felix B., (1983), la méthode des éléments finis en visco-élasticité et en visco-plasticité . application à la mécanique des sols . Laboratoire central des ponts et chaussées . rapport de recherche LPC N°123, 57P.
- [25] Filliat G.,(1981) , la pratique des sols et fondations. Edition du moniteur, Paris.
- [26] François Sholsser - Ecole nationale des ponts et chaussées - Eléments de MDS.
- [27] Fredlund D.G., (1977), Comparison of slope stability methods of analysis. Can. Geot. J. vol. 14, 1977, P. 429 - 439.
- [28] Gostet J., et Guy Sanglerat (1981), cours pratiques de la mécanique des sols .

- [29] Gouri Dhatt , Gilbert Touzot (1984) - une présentation de la méthode des éléments finis - Maloine S.A. Editeur .
- [30] Grill A. , (1979) - the thermal loads in the finite element analysis of elasto-plastic stresses- International journal for numerical methods in engineering , Vol. 14, 499-505 (1979).
- [31] Guellec P., Humbert P. et Ricard A., (1976), la méthode des éléments finis et le système Rosalie, Bull . liaison labo.P. et CH. 81 ,Janvier - fevrier 1976, P . 152 - 162 .
- [32] Imbert J.F., (1995), analyse des structures par éléments finis . Edition CEPADUES.
- [33] Kim J., Salgad R., associat member, ASCE and Hos Yu, member, ASCE (1999),limit analysis of soil slopes subjected to pore -water pressures .- Journal of Geotechnical engineering Vol.116 N°3, Mars 1990.
- [34] Mestat PH., (1998), état de contraintes initiales dans les sols et calcul par éléments finis. Bull . liaison labo.P. et CH. 215 - Mai, Juin 1998- Ref.4188.P.15-32 .
- [35] Mestat PH.,(1993), lois de comportements des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis . L.C.P.C.
- [36] Millies - Lacroix A., (1981), classification des talus et versants instables . - Bull . liaison labo.P. et CH. N° spécial ,Janvier 1981.
- [37] Mouratidis A., Magnan J.P., (1983), modèle élastoplastique anisotropie avec écrouissage pour les calculs des ouvrages sur sols compressibles. L.C.P.C. rapport de recherche LPC N° 122, 125P.
- [38] Pilot G., et Colas G.,(1976), description et classification des glissements de terrains , Bull . liaison labo.P. et CH. Numéro spécial " stabilité des talus" 1, mars 1976 P.21 - 30 .
- [39] Raulin, Rouques et Toubol, (1971), Etude des méthodes de calculs de stabilité des pentes aux ruptures non circulaires . Travail de fin d'études de L'ENPC- Rapport interne LCPC.(1971).
- [40] Skempton A.,(1964), Long term stability of clay slopes. Geotechnique vol.14, N°1, juin, 1964. P. 77 - 101.
- [41] Smith I.M., and Griffiths D.V., (1988), Programming the finite element method.
- [42] Smith I.M., and Hobbs R., (1974), finite element analysis of centrifuged and built - up slops, Geotechnique 24, N°4,P.531 - 559 .
- [43] Spilker R.L., and Dian T.H.H. - hybrid - stress models for elastic-plastic analysis by the initial stress approach. - International journal for numerical methods in engineering , Vol. 14, 359-378 (1979).

- [44] Tadjbakhsh S., Frank R., (1985), Etude par la méthode des éléments finis du comportement élastoplastique des sols dilatants, application aux pieux sous charges axiales LCPC, rapport de recherche LPC N° 135, 142 P .
- [45] Taylor D.W., (1937), The stability of earth slopes. Journal Boston society of Civ. Eng., vol. 24, N°3, 1937.
- [46] Tien-Kuen Huang and wai-Fah Chen, Member, Asce (1990), Simple procedure for determining cap-plasticity -model parameters . Journal of geotechnical engineering vol.116 N°3 March, 1990.
- [47] Vaunat J., Leroueil S., Faure R.M., (1994), Slope movements : a geotechnical perspective. 7th IAEG congress, Lisbonne, 1994.
- [48] Williams J.R., Lewis R.W. and Morgan K., (1978), An elasto-viscoplastic thermal stress model with applications to the continuous casting of metals - International journal for numerical methods in engineering , Vol. 14, 1 - 9 (1979).
- [49] Yaowu Liu and Kuan Chen, (1987), A two dimensional mesh generator for variable order triangular and rectangular elements - computers and structures vol.29 ,N°06, PP.1033 - 1053 ,1988.
- [50] Yu H.S., Member ,Asce ,Salgado R., Associate Member, Asce, Sloan and Kim J.M., (1998)-limit analysis versus limit equilibrium for slope stability . Journal of geotechnical engineering / January 1998.
- [51] Yulin Lee Thèse (ENPC 1995), Rappel des modèles de comportement des sols et des roches.
- [52] Zienkiewicz O.C., (1977), The finite element method. 3rd edition ,Mc Graw hill book company, U.K. 787 pages.

Annexes

Annexe 1

***Calcul du multiplicateur
de plasticité***

1. Multiplicateur de plasticité λ

1.1. Module d'écrouissage H

$dF(\underline{\sigma}, R) = 0 \Rightarrow$ l'équation de compatibilité peut être détaillée de la manière suivante :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \cdot \dot{\underline{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} = 0 \quad \text{a.1}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \cdot \dot{\underline{\sigma}} = -\frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} \quad \text{a.2}$$

H : module d'écrouissage

λ : multiplicateur de plasticité

en posant :

$$\frac{\partial F}{\partial R} \dot{R} = -\lambda H(\underline{\sigma}, R) \quad \text{a.3}$$

on obtient

$$\lambda = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \dot{\underline{\sigma}} \quad \text{a.4}$$

En utilisant l'équations d'écoulement

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^P = \lambda \frac{\partial G(\underline{\sigma}, R)}{\partial \underline{\sigma}} \quad \text{a.5}$$

et (a.4), l'écoulement est défini

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^P = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\sigma}}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \dot{\underline{\sigma}} \quad \text{a.6}$$

En tenant compte de la définition du tenseur d'élasticité D :

$$\underline{\dot{\sigma}} = D \underline{\dot{\varepsilon}}^l \quad \text{a.7}$$

$$\underline{\dot{\sigma}} = D(\underline{\dot{\varepsilon}} - \underline{\dot{\varepsilon}}^P) \quad \text{a.8}$$

$$\underline{\dot{\sigma}} = D \underline{\dot{\varepsilon}} - D \underline{\dot{\varepsilon}}^P \quad \text{a.9}$$

En tenant compte de l'équation (a.2) on a :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T \dot{\underline{\sigma}} = \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D \dot{\underline{\varepsilon}} - \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}}\right)^T D \dot{\underline{\varepsilon}}^P \quad \text{a.10}$$

En combinant (a.4), (a.3) et (a.5) on obtient :

Dans le cas de la plasticité parfaite, F est seulement en fonction de σ

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma} \dot{\varepsilon}}{H + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)} \quad \text{a.11}$$

$\partial F / \partial R = H = 0$, alors

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma} \dot{\varepsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma}\right)} \quad \text{a.12}$$

Dans le cas où le potentiel est associé ($F = G$) on a :

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T \dot{\sigma} \dot{\varepsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)} \quad \text{a.13}$$

Annexe2

Routines

- ROUTINES

- *Lecture des données*

SUBROUTINE NOM FICH !Lecture des noms de fichiers données et résultats
 SUBROUTINE INPUT !Lecture des données

- *Calcul de la demi bande*

SUBROUTINE HBAND !Calcul de la demi bande [MBAND]

- *Calcul des contraintes initiales et vérification des critères*

SUBROUTINE CONTRA !Calcul des contraintes initiales

- *Calcul de la matrice de rigidité élémentaire*

SUBROUTINE ELASTIQUE (YOUNG, POISS, EPAIS) !Calcul de la matrice élastique
 !Contraintes planes,
 !Déformation plane et
 !axisymétrique

SUBROUTINE GAUSS(XXI,ETAG,WG) !Coordonnées et poids des points
 !de gauss pour 4 à 9 points

SUBROUTINE DERIV(XXI,ETA) !calcul des dérivées en X₁ et ETA des
 !fonction d'interpolation [DN]

SUBROUTINE JACOB(IEL,DETJ) !Matrice Jacobienne, Déterminant et inverse
 SUBROUTINE(XXI,eta,iel) !rayon au point de gauss pour les
 !problèmes d'aximytie

SUBROUTINE(XXI,ETA,SHAPE) !Fonction d'interpolation pour un
 !élément fini isoparamétrique à
 !huit nœuds

SUBROUTINE DEFM !matrice de déformations

SUBROUTINE DERIVINTXY(DNXY) !calcul des dérivées en x et y
 !des fonctions d'interpolation

- *Assemblage de la matrice de rigidité globale*

SUBROUTINE ASSEMB(IEL) !Construction de la matrice
 !de rigidité globale

- *Conditions aux limites*

SUBROUTINE LIMIT !conditions limites modification de la matrice
 !de rigidité globale

- *Décomposition de KG*

SUBROUTINE CHOLE !Décomposition de la matrice bande symétrique
!en une matrice triangulaire supérieure
!en utilisant la méthode de CHOLESKY

- *Forces nodales équivalentes*

SUBROUTINE CHARGE !Calcul des forces nodales équivalentes
!chargement uniforme, forces concentrées

- *Vecteur des forces internes*

SUBROUTINE VECORR !vecteur forces internes

SUBROUTINE INTERP(XXI,ETA) !calcul de la matrice d'interpolation
!et de sa transposée

- *Vecteur de charge volumique*

SUBROUTINE FVOLUME !Vecteur de charge volumique
!Calcul des forces de volumes élémentaires et
!assemblage dans le vecteur force global

- *Résolution du système linéaire*

SUBROUTINE BACKS !Calcul par "SUBSTITUTION ARRIERE" des déplacements
!inconnus en utilisant la matrice de rigidité
!décomposée par la méthode de CHOLESKY

- *Calcul des déformations et contraintes*

SUBROUTINE RESULT(KF) !Calcul du vecteur déplacement élémentaire
!dans le repère global et local
!Calcul des contraintes et déformations
!pour chaque point de Gauss

- *Sommation des contraintes*

SUBROUTINE SOMME !Somme des contraintes et somme des déformations
!CSIGM=DSIGM0+DSIGM
!EPSMT=EPSMT+EPSMG

- *Fonction de charge*

SUBROUTINE SURFACE !Fonction de charge en chaque point de Gauss

- *Calcul des déformations élastiques et plastiques*

SUBROUTINE DEFORM !Déformation élastique et plastique
!en chaque point de Gauss

- *Test de convergence*

SUBROUTINE TESTCONV(CONV,PRE,XMAX) !Vérification de la convergence

- *Corrections*

SUBROUTINE CORRECTION(IEL,IGAUSS) !Correction des contraintes[dSigma]

- *Critère*

SUBROUTINE CRIT !Calcul du critère (F) de plasticité en un point de Gauss

- *Affichage des points plastique et élastique*

SUBROUTINE POINT-PLAST

- *Affichage des déformations totales, élastique et plastique*

SUBROUTINE DEFORM