N°d'ordre : 02/2011-D/EL

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences & de la Technologie Houari Boumediene **(USTHB)**

# THESE

**Présentée pour l'obtention du Grade de DOCTEUR en Electronique**

**Option : Electrotechnique**

**Par : LADJICI Ahmed Amine**

**Thème :**

# Contribution à la Modélisation d'un Marché d'Electricité Dérégulé.

**Soutenu le 17/05/2011, devant le jury composé de :**

| | | |
|---|---|---|
| Mr- Mohamed Ahmed Nacer | Professeur à l'USTHB | Président |
| Mr- Mohamed Boudour | Professeur à l'USTHB | Rapporteur |
| Mr- Abdelhafid Hellal | Professeur à l'U. Amar Telidji-Laghouat | Examinateur |
| Mr- Tarek Bouktir | Professeur à l'U. Ferhat Abbas-Sétif | Examinateur |
| Mr- Jean-Claude Maun | Professeur à l'U. Libre de Bruxelles | Examinateur |
| Mr- Sadek Bouroubi | Professeur à l'USTHB | Examinateur |
| Mr- Nouredine Boutarfa | PDG Sonelgaz | Invitée |

*A la mémoire de ma mère*

*Que Dieu l'accueille dans son vaste paradis*

## Remerciements

*Au nom du Dieu le clément, le miséricordieux*

**Je tiens, tout d'abord, à remercier Mr Mohamed Boudour le directeur de thèse, sans qui ce travail n'aurai pas vus le jour. Je le remercie pour sa disponibilité, ses encouragements, ses conseils et surtout sa gentillesse. Qu'il trouve l'expression de ma profonde gratitude.**

**Mes remerciements vont aussi à Monsieur le professeur Ahmed Nacer le président du jury, Mr Boutarfa PDG SONELGAZ et Messieurs les professeurs : Hellal, Bouroubi, Maun et Bouktir, les membres de jurys, pour l'honneur qu'ils m'ont fait l'honneur d'accepter de juger ce travail et pour leurs remarques constructives et corrections.**

**Je tiens à remercier mon épouse pour son soutient et ses encouragements, ainsi que mon père mes sœurs et l'ensemble de ma famille et mes amis.**

**Je remercie aussi Mr Ahmed Tiguercha pour son aide tout au long de ce travail, ainsi que l'équipe du laboratoire LSEI. Sans oublier l'ensemble de l'équipe de Legrand Electrique Algérie.**

**Résumé**

***Dans ce travail, nous présentons une nouvelle approche basée sur les Algorithmes Coévolutionnaires afin d'analyser les interactions stratégiques et les comportements des producteurs dans un marché d'électricité dérégulé. Dans cette approche le marché d'électricité est modélisé comme un jeu stratégique joué par des agents évolutionnaires qui adaptent leurs stratégies afin de maximiser leurs profits. Sous l'effet de la compétition, les stratégies des agents convergent vers le point d'équilibre, où chaque agent maximise son profit en considérant les stratégies de ces concurrents. Notre approche nous permet de simuler différentes structures du marché d'électricité, en tenant compte des contraintes techniques et les incertitudes de la demande. Les simulations effectuées nous montrent que l'approche coévolutionnaire est très intéressante en termes de souplesse et de qualité des résultats obtenus.***

## *Abstract*

***In this work, we present a new approach based on Coevolutionary algorithms to analyze the strategic behavior of producers in a deregulated electricity market. In this approach the electricity market is modeled as a strategic game played by evolutionary agents that adapt their strategies in order to maximize their profits. Under the effect of competition, the strategies of agents converge to the equilibrium point, where each agent maximizes its profits considering the strategies of his competitors. Our approach allows us to simulate various market structures, taking into account technical constraints and uncertainties of demand. The performed Simulations show that the Coevolutionary approach is very interesting in terms of flexibility and results quality.***

## ملخص

في هذا العمل، نقدم نهج جديد يقوم على الخوارزميات التطورية التنافسية لتحليل السلوك الاستراتيجي للمنتجين في السوق الكهربائية الحرة. في النهج المعتمد سوق الكهرباء منمذجة كلعبة استراتيجية يلعبها وكلاء يكيفون استراتيجياتهم لزيادة ارباحهم تحت تأثير المنافسة ، واستراتيجيات الوكلاء المنافسين حتى الوصول إلى نقطة التوازن. النهج المتبع يسمح لنا بمحاكاة هياكل السوق المختلفة ، مع الأخذ في الاعتبار الخصائص التقنية وتذبذب الطلب. عمليات المحاكاة المستعملة تبين أن نهج الخوارزميات التطورية التنافسية مثير جدا للاهتمام من حيث المرونة وجودة النتائج.

# Table des matières

**Introduction Générale** **1**

**I Introduction à la dérégulation** **4**

I.1 Restructuration du marché d'électricité . . . . . 4

I.1.1 Monopole . . . . . 5

I.1.2 Ouverture du Marché d'électricité . . . . . 6

I.2 Structure d'un marché d'électricité dérégulé . . . . . 9

I.2.1 Acteurs du marché d'électricité . . . . . 9

I.2.2 Organisations des marchés d'électricité . . . . . 11

I.3 Comportements stratégiques et pouvoir du marché . . . . . 15

I.3.1 Comportements Stratégiques . . . . . 15

I.3.2 Pouvoir du marché . . . . . 16

I.4 Etude d'un marché d'électricité . . . . . 16

I.4.1 calcul d'équilibre du marché . . . . . 17

I.4.2 Prévision de charge et de prix . . . . . 19

I.4.3 L'approche proposée . . . . . 20

**II Modélisation d'un marché d'électricité dérégulé** **22**

II.1 Modèles micro-économiques . . . . . 22

II.1.1 Modèle de Cournot . . . . . 23
II.1.2 Modèle des fonctions d'approvisionnement . . . . . 26
II.2 Modèles mathématiques du marché d'électricité dérégulé . . . 28
II.2.1 Marché à terme . . . . . 29
II.2.2 Marché spot . . . . . 30
II.2.3 Marché à deux transactions . . . . . 33

**III Théorie des jeux 36**

III.1 Théorie des jeux non coopératifs . . . . . 37
III.1.1 Jeux sous forme stratégique . . . . . 37
III.2 Equilibre de Nash . . . . . 42
III.3 Théorie des jeux Evolutionnaire . . . . . 48
III.3.1 Stratégies Evolutionnaires Stables . . . . . 50
III.3.2 Stratégies stables continues . . . . . 51
III.3.3 Exemple de jeu évolutionnaire : Hawks and doves . . . 53

**IV Algorithmes coévolutionnaires 56**

IV.1 De l'évolution à la coévolution . . . . . 57
IV.1.1 Calcul Evolutionnaire . . . . . 58
IV.1.2 Algorithme Evolutionnaire type : Stratégies d'Evolution 62
IV.1.3 Opérateurs évolutionnaires . . . . . 64
IV.2 Algorithmes Coévolutionnaires . . . . . 67
IV.2.1 Algorithmes Coévolutionnaires Coopératifs . . . . . 68
IV.2.2 Algorithmes Coévolutionnaires Compétitifs . . . . . 70
IV.3 Calcul d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé . . . . . 71
IV.3.1 l'approche proposée . . . . . 74

**V Calcul d'équilibre dans un marché à deux transactions 78**

V.1 Calcul d'équilibre dans un marché à terme . . . . . 80

V.2 Calcul d'équilibre dans le marché Spot . . . . . 82

V.2.1 Cas du Réseau sans congestions . . . . . 85

V.2.2 Cas du réseau avec limite de production . . . . . 87

V.2.3 Cas du réseau avec limite de capacité de transport . . . 89

V.2.4 Résultats et conclusions . . . . . 90

V.3 Calcul d'équilibre dans un marché à deux transactions . . . . 92

V.3.1 Marché à deux transactions sans congestion . . . . . 92

V.3.2 Marché à deux transactions avec limite de production . 95

V.3.3 Marché à deux transactions avec limite de capacité de transport . . . . . 97

V.3.4 Résultats et Interprétations . . . . . 99

**VI Calcul d'équilibre dans le modèle stochastique 105**

VI.1 Modèle mathématique . . . . . 106

VI.2 Jeux à scénarios probables . . . . . 107

VI.3 Calcul de l'équilibre du marché . . . . . 109

VI.4 Approche proposée . . . . . 110

VI.5 Cas d'étude . . . . . 111

VI.5.1 Cas 1 : Sans congestion . . . . . 113

VI.5.2 Cas 2 : Réseau avec limite de capacité de transport . . 114

VI.5.3 Cas 3 Marché avec congestions une probabilité de limitation de production . . . . . 115

VI.5.4 Conclusions . . . . . 117

**Conclusion Générale** **119**

**Bibliographie** **132**

**Appendices** **133**

**A Données du Réseau IEEE 30 nœuds** **133**

**B Algorithme coévolutionnaire pour le modèle deux transactions** **136**

**C Algorithme coévolutionnaire pour le modèle stochastique** **140**

# Table des figures

I.1 Marché d'électricité sous monopole . . . . . 5

I.2 Marché d'électricité dérégulé . . . . . 8

I.3 Structure d'un Marché d'électricité dérégulé . . . . . 10

I.4 Relations entre agents dans un marché centralisé . . . . . 13

I.5 Relations entre agents dans un marché bilatérale . . . . . 14

I.6 Différentes transactions dans un marché dérégulé . . . . . 14

IV.1 Orgarigramme de l'algorithme coévolutionnaire compétitif utilisé pour le calcul de l'équilibre du marché d'électricité . . . . 77

V.1 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à terme seul . . . . . 82

V.2 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot sans congestions . . . . . 86

V.3 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot avec limite de production . . . . . 88

V.4 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot avec limite capacité de transport . . 90

V.5 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions sans congestions . . 93
V.6 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de production . . . . . 95
V.7 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de capacité de transport . . . . . 97
V.8 Comparaison entre les quantités des transactions à terme en fonction de l'état du réseau . . . . . 100
V.9 Comparaison entre les prix des transactions à terme en fonction de l'état du réseau . . . . . 101
V.10 Comparaison entre les quantités des transactions spot en fonction de l'état du réseau . . . . . 102
V.11 Comparaison entre les quantités des transactions spot en fonction de l'état du réseau . . . . . 103
V.12 Comparaison entre les profits des producteurs dans le marché à deux transactions en fonction de l'état du réseau . . . . . 104

VI.1 Organigramme de l'algorithme coévolutionnaire pour le calcul de l'équilibre d'un marché d'électricité avec un modèle à deux transactions stochastique . . . . . 112
VI.2 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le modèle stochastique sans congestions . . . . . 113
VI.3 Caractéristique de convergence de l'algorithme dans le modèle stochastique avec limite de capacité de transport . . . . . 115

VI.4 Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de production . . . . . 117

# Liste des tableaux

III.1 Forme stratégique du jeu Dilemme de prisonnier . . . . . 39
III.2 Forme stratégique du jeu Pierre, Feuille, Ciseaux . . . . . 45
III.3 Forme stratégique du jeu Hawk & Dove . . . . . 54

V.1 Les fonctions coût des producteurs . . . . . 79
V.2 Les charges connectées à chaque consommateur . . . . . 80
V.3 Les fonctions de demande des consommateurs dans le marché à terme . . . . . 80
V.4 La charge du système dans le marché spot . . . . . 81
V.5 Les stratégies d'équilibre dans le marché à terme seul . . . . . 83
V.6 Résultats du marché à terme seul . . . . . 83
V.7 Résultats du marché Spot sans congestions . . . . . 87
V.8 Résultats du marché Régulé sans congestion . . . . . 87
V.9 Résultats du marché Spot avec limite de production . . . . . 89
V.10 Résultats du marché Régulé avec limite de production . . . . . 89
V.11 Résultats du marché Spot avec limite de capacité de transport 91
V.12 Résultats du marché Régulé avec limite de capacité de transport 91
V.13 Stratégies d'équilibre des producteurs dans le modèle à deux-transactions sans congestions . . . . . 94

V.14 Résultats du marché à deux-transactions sans congestions . . . 94
V.15 Stratégies d'équilibre du modèle à deux-transactions avec limite de production . . . . . 96
V.16 Résultats du marché à deux transactions avec limite de production . . . . . 96
V.17 Stratégies d'équilibre du modèle à deux transactions avec limite de capacité de transport . . . . . 98
V.18 Résultats du marché à deux transactions avec limite de capacité de transport . . . . . 98

VI.1 Les scénarios possibles du niveau de charge dans le marché spot 111
VI.2 Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique sans congestion . . . . . 114
VI.3 Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique avec congestion . . . . . 116
VI.4 Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique avec probabilité de limite de production . . . . . 116

# Introduction Générale

Ces deux dernières décennies, plusieurs systèmes électriques ont subi des processus de restructuration et de dérégulation. Ces changements font passer le système d'un monopole où une seule entité économique gère les différentes fonctions du système : production, transport et distribution, vers un système ouvert à la concurrence soumis aux lois universelles de l'offre et de la demande.

Le marché d'électricité dérégulé n'est plus un monopole mais il est loin de constituer un marché à compétition parfaite. La taille des investissements nécessaires dans le marché (acquisition ou construction d'une centrale ou d'un réseau de distribution) font que le degré de pénétration de la concurrence dans le secteur de production reste faible.

D'un point de vue économique, le marché d'électricité dérégulé est un oligopole : un modèle de concurrence imparfaite où les producteurs peuvent influencer le marché en se comportant de manière stratégique. L'analyse d'un tel système nécessite une approche basée sur la théorie des jeux non-coopératifs qui permet à travers la notion d'équilibre de Nash d'étudier les comportements stratégiques des agents du marché.

L'étude des comportements stratégiques des producteurs dans le marché nous permet d'étudier l'influence du système économique (transactions)

et la nouvelle organisation des tâches introduites par la dérégulation sur le comportement du système physique et vice-versa.

Notre but est de proposer une approche qui nous permettra d'analyser les interactions stratégiques dans le marché par le calcul de son point d'équilibre. La théorie des jeux nous enseigne que l'équilibre d'un marché (équilibre de Nash) décrit un état optimal où les participants maximisent leurs profits. Une fois l'équilibre atteint, aucun agent ne déviera de sa stratégie au risque de diminuer son profit.

Calculer le point d'équilibre est important car il nous permet de prédire le point de fonctionnement du système. L'approche traditionnelle à travers un calcul d'écoulement de puissance optimisé (Optimal Power Flow OPF) revient a négliger le comportement stratégique des producteurs, qui conditionnent leurs participations au marché par le profit tiré des transactions.

Dans notre approche, nous utilisons des agents évolutionnaires qui interagissent entre eux en cherchant à maximiser leurs profits. Ces interactions conduiront chaque agent à adopter les stratégies qui lui assurent le meilleur profit au dépend de ses concurrents. Pour cela, nous proposons une approche basée sur les algorithmes coévolutionnaires compétitifs pour calculer le point d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé modélisé comme un jeu évolutoinnaire non coopératif.

Ce travail est organisé comme suit : le premier chapitre introduit les notions de bases de la dérégulation dans le marché d'électricité. Dans le deuxième chapitre, nous développons les modèles mathématiques d'un marché d'électricité. Les chapitres trois et quatre présentes les fondements théoriques de la théorie des jeux et des algorithmes coévolutionnaires. Notre ap-

proche est ensuite appliquée sur un modèle de marché à deux transactions : traditionnel et stochastique. Nous terminons ce travail par une conclusion générale.

# Chapitre I

# Introduction à la dérégulation

Les marchés d'électricité à travers le monde subissent des changements majeurs. Ces changements font passer l'industrie de l'électricité d'un environnement centralisé sous le monopole de l'état, à un environnement ouvert à la concurrence, où l'électricité n'est plus vue comme un service publique mais comme une commodité dont le prix est soumis aux lois de l'offre et de la demande [1, 2, 3, 4, 5].

## I.1 Restructuration du marché d'électricité

Durant les dernières décennies, et particulièrement dans les années 90, le secteur de l'électricité a subi de grandes réformes à travers le monde. Les marchés de puissance sous monopole sont remplacés par des structures dérégulées ouvertes à la concurrence.

### I.1.1 Monopole

Historiquement, le marché d'électricité était sous le monopole d'une seule entité économique (SONELGAZ en Algérie) qui gère tous les aspects du système. Tous les aspects des fonction de production, de transport, de distribution et du retail ainsi que les services auxiliaires sont gérés par la même entité. En plus, toutes les décisions relatives au fonctionnement, à la maintenance des différents équipements et des besoins en investissements sont pris de manière centralisée. La figure I.1 schématise un marché d'électricité sous monopole.

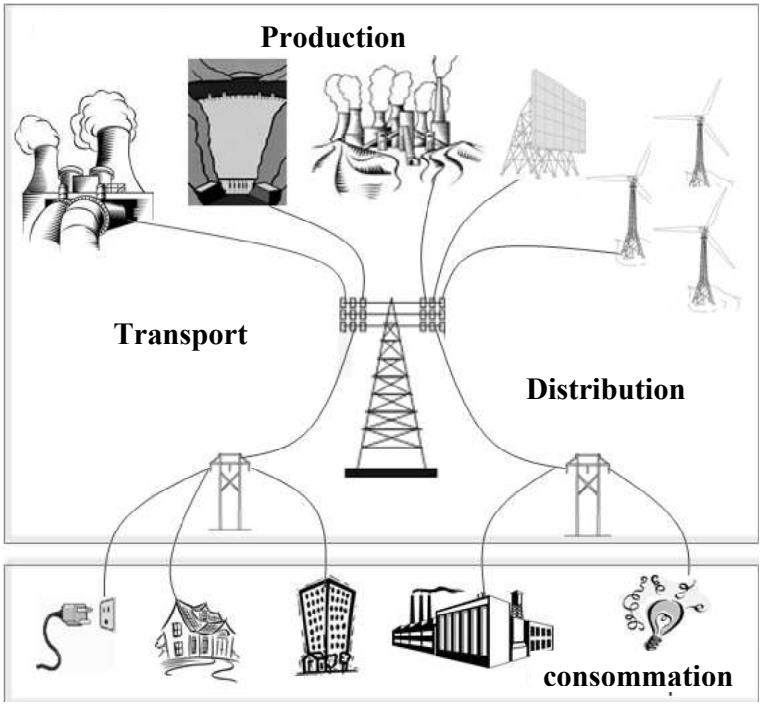


FIGURE I.1 – Marché d'électricité sous monopole

Les caractéristiques physiques de l'énergie électrique font que le système de puissance fonctionne en temps réel sous les contraintes de transport et de

stabilité. La gestion centralisée par une seule entité était, pour un moment, la seule solution viable assurant l'approvisionnement des clients avec une énergie suffisante et de qualité.

L'électricité dans un système sous monopole est généralement considérée comme un service, assuré par l'état et dont le prix, souvent subventionné afin de soutenir le développement économique du pays, ne reflète pas le coût réel de l'énergie.

### I.1.2 Ouverture du Marché d'électricité

L'industrie de l'électricité subit un vent de réforme qui touche de nombreux systèmes à travers le monde. Différents facteurs d'ordre : technique, économique et politique, motivent le passage du marché d'électricité vers la dérégulation.

Les facteurs techniques tournent autours des récents développements technologiques dans les réseaux du transport et les moyens de production. L'introduction des plateformes de transmission et d'acquisition des données en temps réel, des dispositifs FACTS,..., rendent possible une gestion efficace et en temps réel du réseau. Le développement des moyens de production en terme de puissance et de durée de construction de centrales permet à des entreprises de moyenne envergure de s'introduire dans le marché d'électricité.

Un autre facteur important, d'ordre écologique, concerne la tendance actuelle favorisant le recours aux sources d'énergies renouvelables. Ce qui a permis l'émergence de producteurs indépendants disposant, pour la plupart, des centrales éoliennes. L'introduction de ces producteurs dans le marché exige une structure concurrentielle pour pouvoir pleinement participer dans

le marché.

L'idée économique principale, qui a mené à la dérégulation, est qu'un marché compétitif bien structuré peut garantir la minimisation des coûts, ce qui conduira les prix vers les coûts marginaux de production [3]. Les économistes croient qu'un marché libre fournit plus d'incitations aux fournisseurs afin d'appliquer des procédures de minimisations du coût comparé à un marché régulé.

Les résultats, encourageants, de la dérégulation dans les systèmes "semblables" (basés sur la notion de réseaux) comme les télécommunications, les énergies (gaz naturel, fuel,...) et l'eau [6] ont constitué une motivation supplémentaire au mouvement de restructuration dans l'industrie de l'électricité.

Le principal aspect des marchés dérégulés est la séparation entre les fonctions : les secteurs de la production, le transport et la distribution sont gérés par des entités différentes et ne sont plus sous le monopole d'une seule compagnie [4], la figure I.2 montre un marché d'électricité dérégulé.

Les caractéristiques les plus notables d'un marché d'électricité dérégulé sont :

- **Les décisions** : dans un marché dérégulé, les décisions sont décentralisées, chaque acteur prend ses propres décisions afin de maximiser son profit. Les producteurs peuvent décider des prix et des quantités à soumettre au marché et de l'éventualité de participer à un marché optionnel comme le marché de la réserve tournante ou de l'énergie réactive. Les consommateurs peuvent décider des quantités à acquérir et à quel prix.
- **Les prix** : sont libres et sont définis par les lois de l'offre et de la

demande. Le prix reflète le prix réel de production ainsi que les prix "cachés " des congestions et des pertes actifs et des comportements stratégiques des producteurs.

– **Les investissements** : du moment où les fonctions sont séparées, chaque entité prend ses propres décisions d'investissement et d'expansion. Le fait que les prix sont libres assure aux agents du marché un flux de liquidité suffisant à leurs investissements futures.

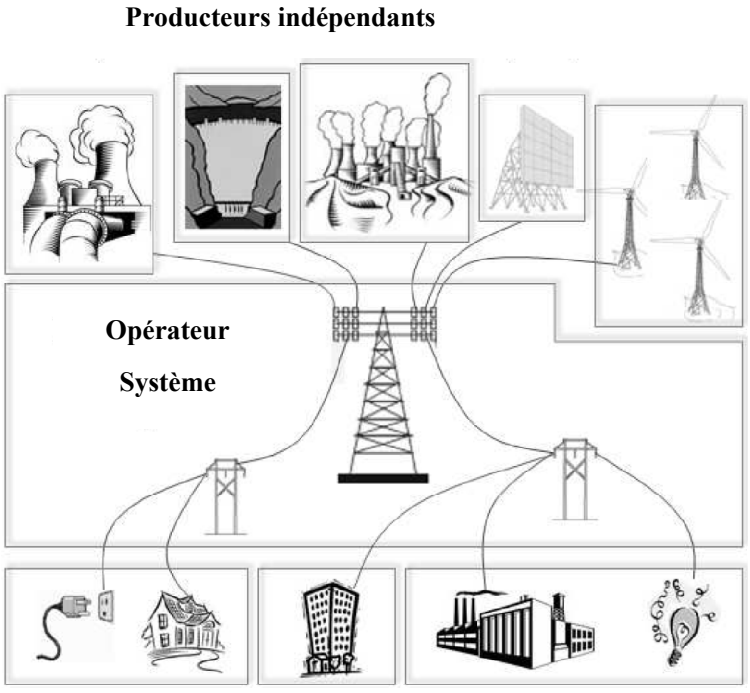


FIGURE I.2 – Marché d'électricité dérégulé

## I.2 Structure d'un marché d'électricité dérégulé

L'étude de différents marché d'électricité [7, 8, 9, 10] montre que les processus de dérégulations à travers le monde ont pris différentes formes et ont engendré différentes structures suivant les conditions locales propres à chaque pays. Mais il reste que malgré les différentes structures qui peuvent apparaitre, les bases de la dérégulation restent les mêmes. Les caractéristiques les plus importantes d'un marché d'électricité dérégulé sont :

- L'aspect compétitif du secteur de la production est la caractéristique la plus commune des marchés d'électricité dérégulés. Différentes sociétés avec une ou plusieurs unités de production sont libres de vendre leurs productions et entrent en compétition pour augmenter leurs profits et leurs parts du marché.
- A l'inverse de la production, le transport et, a moindre degré, la distribution sont organisés comme des monopoles locaux, où une seul entité gère tous les aspects du transport et/ou de la distribution sur un pays ou une région bien déterminée.
- Les consommateurs peuvent acquérir leurs besoins en énergie soient des distributeurs ou en participant aux transactions du marché, s'ils remplissent les conditions de participation exigées par l'Opérateur marché.

### I.2.1 Acteurs du marché d'électricité

La restructuration du marché d'électricité a changé les rôles des entités traditionnelles existantes dans un marché d'électricité sous monopole et a

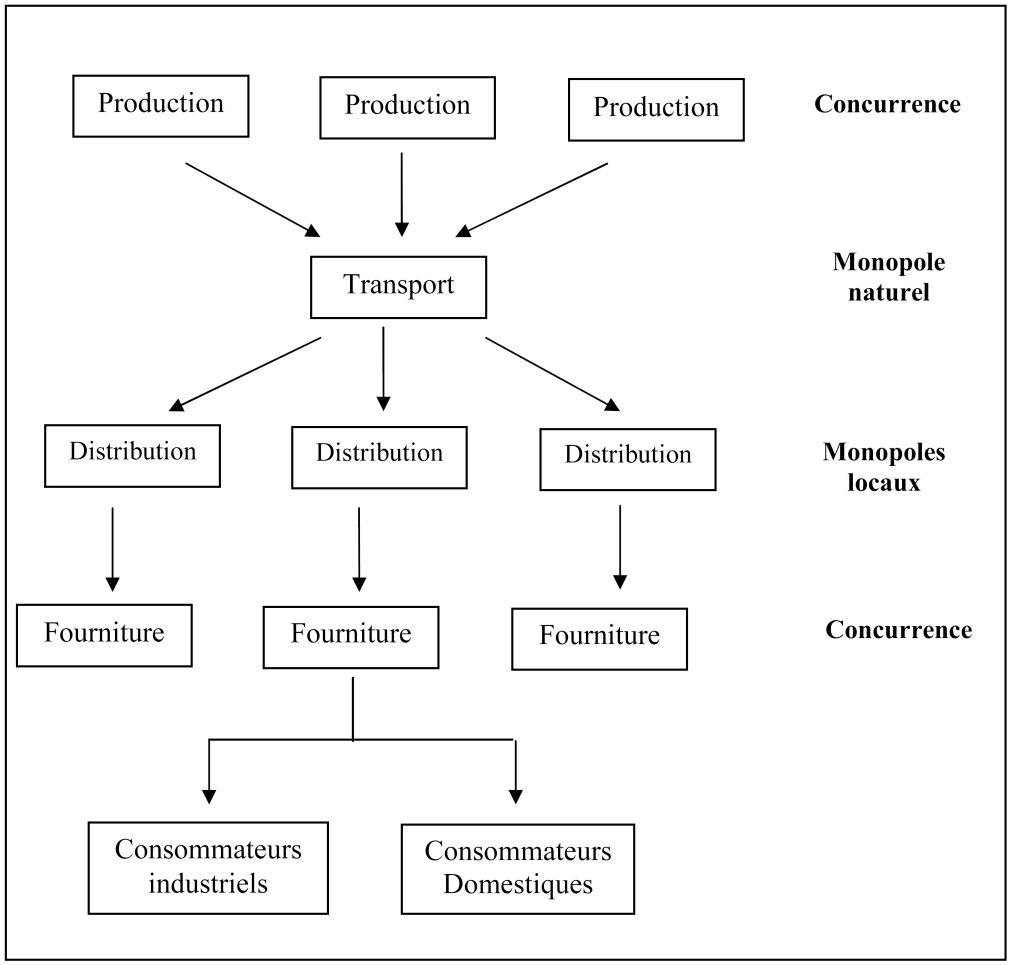


FIGURE I.3 – Structure d'un Marché d'électricité dérégulé

créé de nouvelles entités avec de nouvelles tâches [11]. Les plus importants acteurs d'un marché d'électricité sont :

- **Producteurs** : les unités de production, les systèmes voisins ou les intermédiaires peuvent participer comme producteurs et vendent leurs énergies dans le marché.
- **Consommateurs** : les cités, les compagnies de distribution ou les industriels peuvent participer au marché comme consommateurs pour acquérir leurs besoins en énergie.

- **Operateur Système** : L'OS est une entité indépendante à caractère non lucratif, dont les objectifs sont d'assurer un fonctionnement sûre et stable du système en gérant les transactions physiques entre les différents agents. L'OS doit assurer un accès libre aux différentes structures du réseau à l'ensemble des participant sans aucune discrimination, dans les limites des contraintes physiques du système et le payement des droits d'accès.
- **Opérateur Marché** : L'OM est une entité non lucrative qui assure la gestion des différentes transactions financières dans le marché d'électricité. Son but est d'assuré un accès libre et équitable au marché et de maximiser le bien être sociale. Les principales responsabilités de l'OM enveloppent la fourniture et le maintient d'une infrastructure efficace pour la gestion des opérations du marché, ainsi que de veiller sur le respect des règles du marché par les participants.
- **L'autorité de régulation** : établit et/ou approuve les lois et les règles du marché de l'électricité et détermine l'éligibilité d'un agent à participer aux différentes transactions du marché. L'autorité de régulation établi les tarifications des services de l'ensemble des opérateurs et des droits d'accès au réseau.

### I.2.2 Organisations des marchés d'électricité

Le rôle d'un marché d'électricité est de fournir une plateforme équitable pour l'échange de l'énergie électrique entre producteurs et consommateurs. Deux types de transactions sont échangées dans le marché :

- **Les transactions physiques** : elles s'accompagnent d'échanges d'éner-

gie entre les producteurs et les consommateurs et se passent au cours du temps réel. elles sont conditionnées par les contraintes du système (limites de transport, de production et des conditions de stabilité du réseau.

– **Les transactions financières** : elles concernent les ententes et les promesses de ventes entre les différentes entités du marché. Ces transactions ne s'accompagnent pas d'un échange d'énergie et ne sont pas conditionnées par les contraintes du système.

Afin d'échanger ces transactions, différentes structures de marchés d'électricité ont vus le jours, dans cette sections nous présentons les structures les plus récurrentes dans les modèles de marchés dérégulés.

### Marchés à terme (futur)

Les transactions du marché à terme se font plusieurs mois jusqu'à J-1 de la période de livraison et sont purement financières. En générale les transactions à termes sont bilatérales, ils sont négociés directement entre les producteurs et les consommateurs et ne sont transmises à l'OS généralement que la veille de la période de livraison.

### Marchés spot (immédiat)

Dans ce marché les transactions sont à cour-terme ou temps réel et peuvent avoir lieu de quelques heures à quelques minutes de la période de livraison. Les transactions spot sont des transactions physiques et sont critiques à la stabilité et à la sécurité du réseau. Ces transactions sont conditionnées par les limitations et les contraintes physiques du système.

### Marchés centralisés

Dans ce marché, il n'y a pas de contacte direct entre les producteurs et les consommateurs, toutes les transactions passent par l'opérateur système qui se comporte comme acheteur unique pour les producteurs et fournisseur unique pour les consommateurs. Cette structure est intermédiaire entre une structure verticalement intégrée d'un monopole et une structure bilatérale plus libre. La figure I.4 représente les transactions entre les agents d'un marché centralisé.

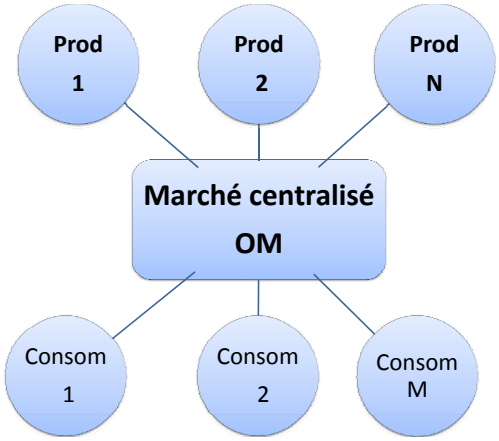


FIGURE I.4 – Relations entre agents dans un marché centralisé

### Marché bilatéral

Dans un marché bilatéral, les producteurs et les consommateurs sont en contact direct et négocient entre eux les quantités et les prix de l'énergie à échanger. Dans cette structure, le rôle de l'opérateur système est minime et n'intervient que si l'intégrité du système est compromise. la figure I.5 montre les relations entre les agents dans un marché de type bilatéral.

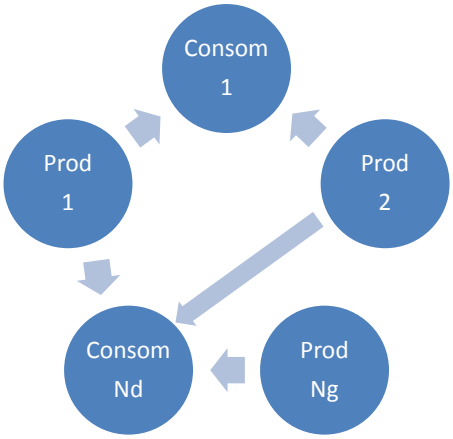


FIGURE I.5 – Relations entre agents dans un marché bilatérale

### Marché d'ajustement

Le marché d'ajustement ou de balancement est un marché qui traite les écarts entre la demande réelle consommée au cours de la période de livraison et la demande prévue au cours du marché spot.

Les différentes transactions dans un marché d'électricité dérégulé sont représenté sur la figue I.6.

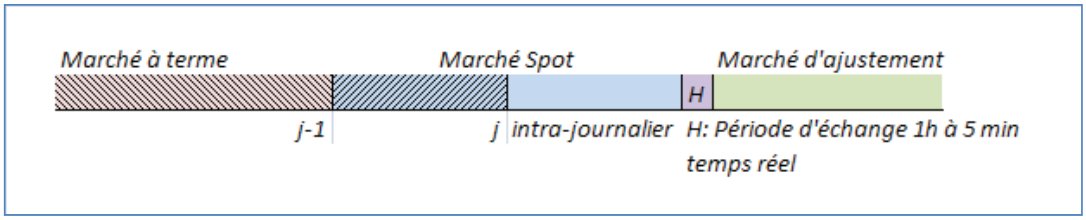


FIGURE I.6 – Différentes transactions dans un marché dérégulé

## I.3 Comportements stratégiques et pouvoir du marché

L'ouverture du marché d'électricité à la concurrence et l'introduction d'agents économiques dont le but est de maximiser leurs profits, a pour conséquence l'apparition de comportements stratégiques et de pouvoir de marché, principalement dans le secteur de la production. Ces comportements sont accentués par l'aspect oligopolistique du marché et les limitations physiques du système.

### I.3.1 Comportements Stratégiques

Les études sur les marchés d'électricité ont montré que plusieurs comportements stratégiques, comme la rétention de puissance, le jeux sur le prix ou sur les contraintes peuvent apparaitre dans le marché [12, 13, 14, 15, 16].

- **Rétention de puissance** : certains producteurs peuvent faire de la rétention de puissance en périodes de pics de demandes afin de faire augmenter les prix dans les réseau
- **Jeux sur les prix marginaux** : les offrent des producteurs ne reflètent pas nécessairement le prix de l'énergie qu'ils produisent. Les producteurs peuvent offrir des prix inférieurs aux coûts dans les périodes creuses pour rester dans le marché ou des prix supérieurs dans les périodes de piques pour augmenter leurs profits.
- **Jeux sur les congestions** : afin de préserver les contraintes du système, l'OS est obligé sous certaines conditions de dispatcher des unités de production plus chéres dans le réseau. Les producteurs profitent des

congestions dans le réseau pour augmenter leurs prix ou leurs part de marché.

### I.3.2 Pouvoir du marché

L'objectif principal de la dérégulation du marché d'électricité est de fournir de meilleurs prix à travers l'introduction de la compétition dans le marché. Cet objectif est limité par l'apparition d'un pouvoir du marché dans le secteur de production, résultat direct de la décomposition de la structure verticalement intégrée d'un marché sous monopole au profit des structures horizontalement intégrées qui apparaissent dans différents niveaux du marché dérégulé.

Le pouvoir du marché est défini comme la capacité d'un producteur à augmenter et maintenir les prix au-delà de leurs niveaux compétitifs pour une période de temps significative [11]. Les opportunités d'exercice du pouvoir du marché résultent principalement des limitations physiques du réseau, des insuffisances des procédures de marché et de la capacité des producteurs de jouer sur les prix et les quantités échangées dans marché.

L'étude de l'apparition et l'impact du pouvoir du marché sur l'efficacité économique du marché d'électricité dérégulé et les moyens de le limiter est un axe de recherche très important et très étudié [17, 18, 19, 20].

## I.4 Etude d'un marché d'électricité

Différentes disciplines s'intéressent à l'étude du marché d'électricité dérégulé, et chaque discipline apporte ses outils et sa philosophie et s'intéresse

à des aspects particuliers qui ne correspondent pas forcements à ceux des autres disciplines.

L'approche économique étudie le marché d'électricité comme un marché oligopole qui est une situation intermédiaire entre un monopole et un marché à compétition parfaite. Le marché d'électricité offre l'opportunité aux économistes d'étudier un marché jeune en plein mouvement de réformes et où plusieurs imperfections peuvent apparaître (pouvoir du marché, comportement stratégiques, ...).

Dans la discipline des réseaux électriques, l'étude du marché est importante pour évaluer l'influence des comportements stratégiques des agents économiques sur le système physique. Cette étude nous permettra de développer de nouvelles procédures pour la conduite, la simulation et l'analyse du réseau électrique en considérant les changements apportés par la dérégulation sur la structure du système et la décentralisation des centres de décisions.

Généralement, deux approches sont proposées pour l'étude et l'analyse du marché dérégulé : le calcul de l'équilibre du marché et la prévision de charge et de prix dans le marché.

### I.4.1 Calcul d'équilibre du marché

La notion du point d'équilibre du marché est très importante dans l'analyse des comportements des différents acteurs du marché. L'équilibre reflète un état stable auquel les stratégies des participants convergent inexorablement, du fait que c'est le point qui assure un maximum de profit pour chacun. Plusieurs méthodes de calcul d'équilibre sont proposées dans la littérature :

### Méthodes complémentaires d'équilibre

Plusieurs travaux ont traité le problème du calcul d'équilibre dans un marché d'électricité dérégulé pour l'analyse des comportements stratégiques des agents du marché à travers les méthodes dites classiques. L'approche traditionnelle consiste à reformuler le problème en un problème d'équilibre avec des contraintes (Equilibrium problem with equilibrium constraintes EPEC), dans le quel chaque producteur fait face à un problème mathématique avec des contraintes d'équilibre (Mathematical problem with equilibrium constraintes MPEC). Dans cette approche, les fonctions coûts des producteurs doivent être linéaires et les prix du marché à terme doivent être égaux à ceux du marché spot [21, 22, 23].

### Approches Heuristiques

Plusieurs auteurs ont utilisé les algorithmes méta-heuristiques et spécialement les algorithmes évolutionnaires et coévolutionnaires pour le calcul du point d'équilibre d'un marché d'électricité :

- Une première approche consiste à formuler le problème d'équilibre en un problème d'optimisation est appliquer l'algorithme méta-heuristique pour trouver la solution [11, 24, 25].
- La deuxième approche consiste à simuler les interactions entre les agents du marché à travers un algorithme coévolutionnaire soit coopératif ou compétitif [26, 27, 28, 29].

#### Approches basées sur les systèmes adaptatifs complexes

D'autres travaux proposent une approche basée sur la modélisation à base d'agents intelligents (Agent Based Modeling ABM). Dans cette approche, les agents considérés autonomes entrent en interaction et utilisent un algorithme d'apprentissage par renforcement [30] afin de trouver les stratégies les plus intéressantes parmi un ensemble fini de stratégies [31, 32, 33].

### I.4.2 Prévision de charge et de prix

La prévision de la charge dans le réseau est un problème classique mais essentiel dans la conduite des réseaux électriques. Etant donné que le fonctionnement du réseau est sujet au balancement en tempes réel entre la demande et la production, il est impératif pour l'Opérateur Système d'avoir une estimation précise du niveau de la charge dans le réseau bien avant sont occurrence. La dérégulation du marché fait introduire le prix comme paramètres important à prédire vu son influence sur la demande et sur le comportement des producteurs [34, 4].

Dans la littérature, plusieurs méthodes sont proposées pour la prédiction de la charge et du prix dans le marché d'électricité :

- **Méthodes Auto régressives** (ARMA, ARIMA, SARIMA, GARCH ...) : c'est les méthodes traditionnellement utilisées dans la prédiction dans les systèmes économiques ou physiques.
- **Réseaux de neurones** : ces méthodes ont été appliquées avec succès dans la prédiction de charge et de prix dans le réseau. Actuellement c'est les méthodes les plus utilisées [35, 36].
- **Méthodes à noyaux** : l'utilisation de ces méthodes comme celle des

machines a vecteurs support (Support vector machine SVM) commencent à prendre part dans les études de prédictions de charge et de prix dans le réseau électrique. Ces méthodes sont robustes et leur caractère déterministe contraste avec l'aspect stochastique des réseaux de neurones [37, 38, 39, 40, 41].

### I.4.3 L'approche proposée

Dans ce travail, nous proposons une approche basée sur les algorithmes coévolutionnaires compétitifs comme une plateforme pour la simulation des interactions stratégiques des agents du marché. Chaque acteur du marché est modélisé comme un agent évolutionnaire adaptatif [42] qui apprend de son environnement afin d'optimiser son comportement.

Le choix des algorithmes coévolutionnaires nous offre un double avantage :

- Les algorithmes coévolutionnaires, au même titre que les algorithmes évolutionnaires, sont des outils d'optimisation puissants. Ils ont montré leurs capacités à trouver l'optimum global de problèmes multi-modaux, fortement non linéaires et sous contraintes, ce qui nous évite de faire des simplifications non réalistes.
- Les algorithmes coévolutionnaires nous offre la possibilité de modéliser les interactions entre différents agents, au même titre que les approches basées sur les agents intelligents. Un individu dans un algorithme coévolutionnaire est jugé sur la base de ces interactions avec les individus des autres populations.

Les Algorithmes coévolutionnaires nous permettent de combler les insuffisances qui peuvent être observées dans les autres approches, à travers leurs

capacités à modéliser les interactions stratégiques entre les agents, et la qualité de ses méthodes d'optimisation associées.

# Chapitre II

# Modélisation d'un marché d'électricité dérégulé

Dans ce chapitre nous présentons les différents modèles des transactions dans le marché d'électricité dérégulé. Pour cela, nous introduisant les outils de bases d'étude de marchés à travers les modèles micro-économiques, ainsi que les formulations mathématiques des stratégies d'équilibres dans les différentes transactions du marché.

## II.1 Modèles micro-économiques

Les transactions et les structures des marchés sont analysées à partir les modèles micro-économiques de marchés. Dans cette section, nous présentons les deux modèles micro-économiques les plus souvent utilisés dans la modélisation des marchés d'électricité dérégulés : modèle de Cournot et modèle des fonctions d'approvisionnement.

### II.1.1 Modèle de Cournot

Le modèle de Cournot, nommé auprès de l'économiste Antoine Augustin Cournot (1801-1877), est un modèle économique qui décrit un marché à commodité unique, où les agents sont en compétition en terme de quantité à produire pour satisfaire une demande dont la valeur est une fonction du prix du marché.

Le modèle de Cournot est utilisé pour décrire les situations d'oligopole. Une situation d'oligopole se rencontre lorsque, sur un marché, il y a un nombre réduit de producteurs et un nombre important de demandeurs. Et il est spécialement adapté aux industries où les coûts fixes sont importants et les variations de capacité coûteuses et longues, ce qui est le cas des marchés d'énergie [43].

Ces notions de marché oligopolistique et de coûts fixes important sont caractéristiques du marché de l'électricité, ce qui rend le modèle de Cournot parmi les modèles les plus utilisés dans la modélisation et l'analyse des marchés d'électricité.

Ce modèle est basé sur les considérations suivantes :

- Plusieurs firmes, produisant la même commodité, sont en compétition en terme de quantités à produire. Aucune coopération n'est autorisée, donc pas de collusions.
- Les firmes ont un pouvoir de marché, les décisions des firmes affectent le prix du marché.
- Le nombre de firmes et leurs coûts de productions sont fixes.
- Les firmes sont économiquement rationnelles, et agissent stratégiquement afin de maximiser leur profit en fonction des décisions de leurs

concurrents.

– Le prix est une fonction décroissante des quantités totales à produire.

La supposition principale de ce modèle est que chaque firme cherche à maximiser sont profit, en se basant sur la supposition que son choix n'affecte pas les décisions de ses rivales.

Toutes les firmes connaissent le nombre total de firmes dans le marché $N$ et considèrent que les quantités produites par les autres firmes comme donnée $q_i, i = 1, \ldots, N$. Chaque firme à sa fonction coût $C_i(q_i))$ qui peut être identique ou différente de celles des autres firmes. Le prix du marché est établit à un niveau où la demande est égale à la quantité totale produite [44].

La notion la plus importante de ce modèle est la notion d'équilibre. l'équilibre, au sens de Cournot, est une situation optimale où chaque firme maximise sont profit et donc, elle n'est pas incitée à changer la quantité qu'elle produit.

### Equilibre de Cournot

Nous étudions les caractéristiques de l'équilibre de Cournot sur la base du duopole qui est le plus simple oligopole :

Soient deux firmes qui produisent le même produit homogène avec des quantités $q_1$ et $q_2$, donc une production totale de $q = q_1 + q_2$. Le prix du marché est $p(q) = p(q_1 + q_2)$ fonction décroissante de la quantité produite globale.

Supposons que les fonctions coût des deux firmes sont $C_i(q_i)$ pour $i = 1, 2$. Chaque firme considère la production de son concurrent comme donnée. Les entreprises choisissent simultanément ce qu'elles vont produire en prenant le

niveau de production de l'autre comme acquis.

La firme 1 cherche à maximiser sont profit, donc elle fait face à un problème d'optimisation qui se traduit :

$$\max \pi(q_1, q_2) = p(\sum_{j=1}^{N} q_j) - C_i(q_i), \tag{II.1}$$

Le profit d'un producteur est défini par :

$$\begin{gathered} \pi_i(q_i) = q_i p - C_i(q_i). \\ i = 1, \ldots, N \end{gathered} \tag{II.2}$$

La supposition principale de ce modèle est que le prix $p$ du marché est unique et solde la production donc la demande $D$ est toujours égale à la production, et elle est inversement proportionnée au prix (élasticité de la demande $e$).

$$D = \sum q_i = D^0 + ep. \tag{II.3}$$

Les quantité $q_i^*$ optimale qui maximise le profit d'un producteur $i$ est :

$$\begin{gathered} q_i^* = \arg\max(\pi_i). \\ i = 1, \ldots, N \end{gathered} \tag{II.4}$$

Le point d'équilibre doit satisfaire les deux conditions d'optimalités (première et deuxième condition d'optimalité de Karush Kuhn Tucker KKT), comme suit :

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, q_{-i})}{\partial q_i} = p(\sum_{j=1}^{N} q_j) + p'(\sum_{j=1}^{N} q_j)q_i - C_i{}'(q_i) = 0, \tag{II.5}$$

avec $q_{-i}$ sont les stratégies des tous les firmes sauf la firme $i$. Nous considérons les notations suivantes :

– la part du marché du producteur $i$ est : $s_i = q_i/p(\sum_{j=1}^{N} q_i)$.

– l'élasticité de la fonction de demande $\epsilon = dq/dp$.

La première condition d'optimalité s'écrit sous la forme :

$$p(q)\left[1 + \frac{s_i}{\varepsilon}\right] = C_i'(q_i). \tag{II.6}$$

Cette dernière équation illustre bien que le prix du marché et donc, le profit de chaque firme, dépendent des actions conjointes de tous les producteurs. L'analyse de Cournot met en valeur l'interdépendance des stratégies deux firmes. En effet, les décisions de l'une sont influencées par l'autre et réciproquement [45].

### II.1.2 Modèle des fonctions d'approvisionnement

Même si le modèle de Cournot reste valable du point de vue pratique, il a un inconvénient majeur : pour que le point d'équilibre soit atteint la demande doit être élastique, ce qui n'est pas toujours le cas dans un marché comme celui de l'électricité où l'élasticité est pratiquement inexistante en court terme.

Le concept des fonctions d'approvisionnement offre un modèle plus captivant que celui de Cournot, du moment où il permet de modéliser le comportement compétitif de firmes dans un marché à produit unique, dans lequel l'existence d'un équilibre ne requière pas de la demande d'être élastique au prix [46, 47], ce qui est le cas dans un marché d'électricité [48].

Au lieu de proposer une quantité, le producteur offre une fonction d'approvisionnent de la forme $q_i = a_i p - b_i$. De la même manière que le modèle de Cournot, l'équilibre de fonctions d'approvisionnement est défini par les

paramètres optimales qui maximise les profits des producteurs :

$$\begin{gathered}(a_i^*, b_i^*) = \arg\max(\pi_i). \\ i = 1, \ldots, N\end{gathered} \tag{II.7}$$

**Equilibre fonctions d'approvisionnement**

En ce qui suit, nous présentons la formulation d'un équilibre pour des fonctions d'approvisionnent dans un marché a commodité unique, en absence d'incertitudes [46, 49].

- La demande du marché est noté $D(.)$ ,
- $\hat{p}$ est le prix pour lequel la demande est nulle.
- $D(.)$ est deux fois continue dérivable, strictement décroissante et concave sur $[0, \hat{p}]$.

Supposons que les firmes ont la même fonction coût $C(.)$ avec $C'(q) \geq 0$ et pour chaque $q \geq 0$.

Les firmes choisissent leurs fonctions d'approvisionnement simultanément (à la Cournot), notant $p^c$ prix du marché pour lequel, la production est égale à la demande (clearing price) :

$$D(p^c) = \sum_{i=1}^{N} S_i(p^c),$$

ainsi, le profit de chaque firme est définie par :

$$\pi_i = S_i(p^c)p - C(S_i(p)) = p(D(p) - S_{-i}(p)) - C(D(p) - S_{-i}(p)). \tag{II.8}$$

Les firmes cherchent à maximiser leurs profits, en utilisant les deux conditions d'optimalité de KKT :

La première condition d'optimalité

$$D(p) - S_{-i}(p) + (p - C'(D(p) - S_{-i}(p))) \left(D'(p) - S'_{-i}(p)\right) = 0, \qquad \text{(II.9)}$$

pour que cette équation soit résolue nous devons avoir :

$$S'_{-i}(\bar{p}) = \frac{\bar{q}_i}{\bar{p} - C'(\bar{q}_i)} + D'(\bar{p}). \qquad \text{(II.10)}$$

L'équilibre de Cournot et des fonctions d'approvisionnement, sont considérés comme un équilibre de Nash dans un jeu non coopératif quelconque, car les stratégies des joueurs sont optimales compte tenu de leurs actions réciproques. Le plus souvent les outils de l'économie classique ne permettent pas de déterminer les solutions d'équilibre, c'est en réponse à ce problème que s'est développée la théorie des jeux

## II.2 Modèles mathématiques du marché d'électricité dérégulé

Dans notre étude, nous considérons un marché d'électricité où les producteurs et les consommateurs interagissent pour maximiser leurs profits ou assurer leurs demandes. L'OS assure la fiabilité des transactions physiques et financières dans le marché. Les agents du marché participent aux marchés à termes ou spot pour les transactions à court et à long termes, ou les deux transactions à la fois [50, 26].

Dans cette étude, nous supposons un marché d'électricité avec :

– $N_g$ producteurs participant au marché et décidant de la quantité d'énergie à vendre afin de maximiser leurs profits. Chaque producteur est

défini par une fonction de coût de la forme :

$$C_i(q_i) = \frac{1}{2}\alpha_i q_i^2 + \beta_i q_i + \gamma_i, \quad i = 1, \ldots, N_g \tag{II.11}$$

avec $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ sont les paramètres de la fonction coût du producteur $i$.

– $N_d$ consommateurs interagissent dans le marché. Les consommateurs ne se comportent pas de manière stratégique, ils participent au marché pour essayer d'acquérir leurs besoins en énergie.

### II.2.1 Marché à terme

Dans un marché bilatéral à terme, les producteurs et les consommateurs négocient directement le prix et les quantités d'énergie à échanger avant la période de livraison. Le marché bilatéral à terme est modélisé en utilisant le modèle de Cournot [27, 51]. Les producteurs choisissent les quantités à vendre, et les consommateurs sont définis par leurs fonctions de demande où la quantité d'énergie à acquérir est inversement proportionnelle au prix de l'énergie dans le modèle de Cournot, chaque consommateur est défini par sa fonction de demande :

$$D_j^f(p_j^f) = D_j^0 - e_j p_j^f. \quad j = 1, \ldots, N_d \tag{II.12}$$

Où :

– $D_j^0$ et $e_j$ sont les paramètres de la fonction de demande $D_j(.)$.

– $p_j^f$ est le prix de l'énergie acquise par le consommateur $j$ dans le marché à terme.

Le prix du marché est défini lorsque la demande est égale à la consommation :

$$D_j^f(p_j^f) = \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f, \tag{II.13}$$

donc :

$$\begin{gathered} p_j^f = \tfrac{1}{e_j}\left(D_j^0 - \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f\right). \\ j = 1, \ldots, N_d \end{gathered} \tag{II.14}$$

Avec : $q_{ij}^f$ est la quantité vendue par le producteur $i$ au consommateur $j$.

La fonction profit du producteur $i$ dans le marché à terme peut être calculée comme suit :

$$\Pi_i^f = \sum_{j=1}^{N_d} p_j^f q_{ij}^f - C_i\left(\sum_{j=1}^{N_d} q_{ij}^f\right). \tag{II.15}$$

Le but d'un producteur est de trouver les quantités d'équilibre $q_{ij}^{f*}, i = 1, \ldots, N_g, j = 1, \ldots, N_d$ qui maximisent son profit $\Pi_i^f$ tel que :

$$\begin{gathered} q_{ij}^{f*} = \arg\max(\Pi_i^f) = \sum_{j=1}^{N_d} p_j^f q_{ij}^f - C_i(\sum_{j=1}^{N_d} q_{ij}^f), \\ p_j^f = \tfrac{1}{e_j}\left(D_j^0 - \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f\right). \\ i = 1, \ldots, N_g \\ j = 1, \ldots, N_d \end{gathered} \tag{II.16}$$

### II.2.2 Marché spot

Le marché spot est organisé comme un marché centralisé où les échanges sont effectués quelques heures avant la livraison ou pendant la livraison (en

temps réel). Dans un marché centralisé, il n'y a pas d'échanges directs entre les producteurs et les consommateurs. Vu sa nature, le marché spot est analysé à travers l'équilibre en fonctions d'approvisionnement [49]. Dans ce travail, nous supposons que chaque producteur fait son offre à travers une fonction d'approvisionnement lineaire [52].

L'OS se comporte comme acheteur unique pour les producteurs et fournisseur unique pour les consommateurs, il collecte les offres d'achat et de vente des producteurs et consommateurs et utilise une routine de calcul d'écoulement de puissance optimisé (Optimal Power Flow OPF) afin de définir les quantités que chaque producteur doit injecter dans le réseau. L'objectif étant de satisfaire la demande et les contraintes physique et économique du réseau [52, 50].

Pour modéliser le marché spot, nous considérons ce qui suit :

- Les consommateurs soumettent à l'OS leurs quantités d'énergie demandées $D_j^s, j = 1, \ldots, N_d$.
- Les producteurs soumettent à l'OS leurs offres dans la forme d'une fonction d'approvisionnement linéaire sous la forme [52] :

$$\begin{gathered} p_i^s = \beta_i + x_i q_i^s, \\ q_i^{min} \leq q_i^s \leq q_i^{max}. \\ i = 1, \ldots, N_g \end{gathered} \tag{II.17}$$

- Après avoir reçu les offres et les demandes des acteurs du marché, l'OS utilise un OPF afin de calculer les puissances à dispatcher $q_i^s$ pour chaque producteur, ainsi que les prix $p_i^s$ de tous les nœuds du réseau.

L'OPF est formulé comme suit :

$$\begin{aligned}
[q_i^s, p_i^s] = \arg\max & \left( \sum_{i=1}^{N_g} \tfrac{1}{2} x_i {q_i^s}^2 + \beta_i q_i^s + \gamma_i \right), \\
A_{eq} X &= B_{eq}, \\
A_{ineq} X &\leq B_{ineq}, \\
q_i^{\min} \leq q_i^s &\leq q_i^{\max}.
\end{aligned} \tag{II.18}$$

Où $X = \left[ q_1^s, \ldots, q_{N_g}^s, \theta_2, \ldots, \theta_N \right]$ est le vecteur objectif du calcul d'écoulement de puissance, avec :

- $q_i^s$ sont les quantités générées par les unités de production,
- $\theta_n, n = 2, \ldots, N$ sont les angles de tensions dans les nœuds.
- $A_{eq} X = B_{eq}$ représente les équations d'écoulement de puissance.
- $A_{ineq} X = B_{ineq}$ sont les limites de transport dans le réseau
- $q_i^{\min}, q_i^{\max}$ sont les limites de puissances générées par le producteur $i$.

Le prix résultant de l'écoulement de puissance optimisé $p_i^s$ est un prix marginale exprimé en $\$/MWh$. Plusieurs méthodes d'établissement de prix existent suivant la structure de chaque marché :

- **Prix Marginal du Système** le SMP est par définition le prix marginal de l'unité de production la plus chers dispatchée dans le réseau, à afin de satisfaire la demande. Le SMP ne reflète pas les coûts engendrés par les pertes dans le réseau et les congestions, d'autres mécanismes doivent être inclus pour gérer les congestions dans le réseau.
- **Prix Marginal Zonal** dans lequel l'OS fraction le réseau en zones suivant les encombrements dans les lignes de transport. Dans chaque zone, un seul prix est appliqué, qui peut être différents des prix des zones adjacentes. Le prix de chaque zone est défini par le prix de l'unité la plus

chères dispatchée dans la zone, en incluant les prix des importations des autres zones et des pertes dans le réseau.

– **Prix Marginal Nodal** (LMP) dans ce modèle, le prix est établi pour chaque nœud du réseau. Le LMP à chaque nœud comprend le prix de l'énergie, le prix de la congestion et des pertes actives. D'un point de vu numérique, le LMP reflète le prix réel de l'énergie à l'endroit où elle est consommée ou produite en incluant les prix des congestions et les pertes dans le réseau.

Dans le reste de ce travail nous établissons le prix dans le marché spot sur la base du prix marginal nodal.

Et enfin, le profit d'un producteur peut être calculé comme suit :

$$\Pi_i^s(x_i^s) = p_i^s q_i^s - Cst_i\left(q_i^s\right). \tag{II.19}$$

Les producteurs cherchent à maximiser leurs profit, pour cela nous devons trouver les stratégies d'équilibre $x_i^{s*}, i = 1, \ldots, N_g$ telle que :

$$\begin{gathered} x_i^{s*} = \arg\max(\Pi_i^s), \\ [q_i^s, p_i^s] = \arg\max\left(\sum_{i=1}^{N_g} \tfrac{1}{2} x_i {q_i^s}^2 + \beta_i q_i^s + \gamma_i\right), \\ A_{eq}X = B_{eq}, \\ A_{ineq}X \leq B_{ineq}, \\ q_i^{\min} \leq q_i^s \leq q_i^{\max}. \\ i = 1, \ldots, N_g \end{gathered} \tag{II.20}$$

### II.2.3 Marché à deux transactions

Dans un marché d'électricité, un agent peut participer à plusieurs transactions. Dans ce travail, nous supposons qu'un agent peut participer à la foi

au marché à terme et au marché spot. Dans ce cas, le jeu se déroule en deux étapes : dans la première les agents du marché doivent choisir les quantités à contracter dans le marché à terme. Dans la seconde étape, un producteur doit choisir sa stratégie dans le marché spot en considérant ses engagements dans le marché à terme [27].

- **Première étape** : un producteur $i$ participe aux transactions à terme, la fonction du profit est définie comme suit :

$$\Pi_i^f = \sum_{j=1}^{N_d} p_j^f q_{ij}^f - Cst_i \left( \sum_{j=1}^{N_d} q_{ij}^f \right), \tag{II.21}$$

  $q_i^f, p_i^f$ Sont les quantités contractées par le producteur $i$ dans le marché à terme.

- **Deuxième étape** : le producteur $i$ participe au marché spot, il soumet à l'OS une fonction d'approvisionnement de la forme $p_i^s = x_i^s q_i^s + \beta_i$, en prenons en considération ses obligations dans le marché à terme, la fonction du profit du producteur $i$ est comme suit :

$$\Pi_i^s = p_i^s(q_i^s - q_i^f) - C_i(q_i^s), \tag{II.22}$$

  avec : $q_i^s, p_i^s$ sont les prix et les quantités dispatchés par l'OS au producteur $i$ dans le marché spot et $q_i^f$ est la quantité contracté par le producteur $i$ dans le marché à terme.

Le terme $(q_i^s - q_i^f)$ indique que, quelque soit le prix dans le marché spot, un producteur doit honorer ses obligations du marché à terme en quantités et en prix. Afin de préserver le balancement de puissance dans le système, les producteurs doivent produire, en temps réel, toute la demande des consommateurs du réseau. Cette demande inclue les quantités contractées dans le marché à terme pour une période de livraison donnée.

A la fin des deux périodes le profit total d'un individu $i$ est calculer comme suit :

$$\Pi_i(q_i^f, x_i^s) = p_i^s(q_i^s - q_i^f) + p_i^f q_i^f - C_i(q_i^s). \tag{II.23}$$

Les stratégies d'équilibres $q_{ij}^{f*}, x_i^{s*}$ pour $i = 1, \dots N_g$ et $j = 1, \dots, N_d$ sont définies par :

$$\begin{gathered}
\left[q_i^{f*}, x_i^{s*}\right] = \arg\max\left(\Pi_i(q_i^f, x_i^s)\right), \\
\text{avec :} \\
p_i^f = \tfrac{1}{q_i^f}\sum_{j=1}^{N_d}\frac{q_{ij}^f}{e_j}\left(D_j^0 - \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f\right), \\
[q_i^s, p_i^s] = \arg\max\left(\sum_{i=1}^{N_g}\tfrac{1}{2}x_i^s {q_i^s}^2 + \beta_i q_i^s + \gamma_i\right), \\
A_{eq}X = B_{eq}, \\
A_{ineq}X \leq B_{ineq}, \\
q_i^{\min} \leq q_i^s \leq q_i^{\max}. \\
i = 1, \dots, N_g \\
j = 1, \dots, N_d
\end{gathered} \tag{II.24}$$

Notre objectif est de proposer une méthode numérique pour le calcul du point d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé. Etant donné que les équilibres de Cournot et de fonctions d'approvisionnement sont par définition des équilibres de Nash dans un jeu non coopératif quelconque [45], nous introduisons dans le chapitre suivant, les notions de base de la théorie des jeux et d'équilibre de Nash.

# Chapitre III

# Théorie des jeux

La théorie des jeux est la discipline mathématique qui étudie les situations d'interactions stratégiques appelées jeux, où le profit de chaque participant (joueur, agent,...) dépend non seulement de ses propres décisions mais de ceux de ses concurrents. La théorie des jeux fut fondée sous sa forme moderne par le mathématicien Von Neumann et l'économiste Morgenstern dans leur livre *Theory of Games and Economic Behavior* paru en 1944 [53].

La théorie de jeux trouve son application dans tous les domaines où la décision d'un agent dépend non seulement de ses actions mais aussi des actions des autres agents. Les domaines d'applications traditionnels de la théorie des jeux restent l'économie et la recherche opérationnelle, mais elle trouve aussi des applications dans des domaines interdisciplinaires comme les marchés émergents des télécoms et de l'électricité, le partage des ressources sur internet, de l'intelligence artificielle ...[54].

Les participants à un jeu sont appelés joueurs. Un joueur peut être un individu, une entreprise, un gouvernement ou toute autre entité qui fait un

choix stratégique. Un joueur agit de manière rationnelle, il cherche à prendre les meilleures décisions de manière à maximiser son profit. La rationalité est au cœur de la théorie des jeux : un joueur est considéré ayant une connaissance parfaite du jeu, de ces règles et des fonctions profit de l'ensemble des joueurs.

Dans la théorie des jeux, deux types de jeux sont étudiés : les jeux coopératifs et les jeux non coopératifs [55] :

- Un Jeux est coopératif lorsque les joueurs peuvent passer entre eux des accords sur des stratégies communes et former des coalitions.
- Si dans le cas contraire, les joueurs ne forment pas des coalitions et leurs intérêts sont diamétralement opposés, le jeu est dans ce cas non coopératif.

Dans le cadre de notre travail, un marché d'électricité dérégulé est considéré comme un jeu non coopératif. Le marché est compétitif de nature et ses lois interdisent aux producteurs toute collision ou coalition afin de limiter leurs pouvoirs de marché. Dans le reste de ce travail, nous nous limitons à la théorie des jeux non coopératifs.

# III.1 Théorie des jeux non coopératifs

## III.1.1 Jeux sous forme stratégique

Un jeu stratégique est un modèle de jeu où le joueur prend sa décision une fois, et tous les joueurs prennent leurs actions simultanément.

Soit un jeu G sous forme stratégique défini comme suit :

- $N = \{1, \ldots, n\}$ un ensemble fini de joueurs.
- Chaque joueur $i$ est défini par l'ensemble de ses stratégies $S_i = \{s_1, \ldots, s_{n_i}\}$.

- L'espace de l'ensemble de stratégies du jeu est $S = S_1 \times \ldots \times S_n$
- Un profil de stratégies est défini par l'ensemble de stratégies utilisées par les joueurs dans une période de jeu $s = \{s_1, \ldots, s_n\} \forall i, s_i \in S_i$.
- $\Pi_i : S \rightarrow \Re$ est la fonction profit associant à chaque joueur $i$ et un profil de stratégies $s$ un gain $\Pi_i(s)$.

La principale différence entre un problème de décision classique et un jeu stratégique, est que la fonction profit d'un joueur est définie sur tout l'espace des stratégies $S$ : le profit de joueur ne dépend pas que de ses décisions mais des décisions de tous les joueurs [56].

La fonction profit d'un joueur dans un problème de décision stratégique est définie sur l'espace des stratégies de tous les joueurs : $S = S_1 \times \cdots \times S_n$, alors que la fonction objectif d'un problème d'optimisation n'est défini que sur l'espace des stratégies de l'individu $i$ : $S_i$.

### Exemple d'un jeu : Dilemme de prisonnier

Le dilemme de prisonnier est sans doute l'exemple de jeu stratégique le plus étudié [57], il illustre à lui seul la capacité de la théorie de jeu à analyser des comportements stratégiques.

Le jeu se déroule comme suit : deux personnes X et Y sont arrêtés par la police pour vol et sont mis dans deux cellules séparées en attente de leur jugement. La police, bien que convaincu de la culpabilité des deux personnes, ne dispose pas d'éléments suffisants pour les inculper, et le seul moyen de les inculpés est que les prisonniers avouent leurs méfaits [57]. Afin de soutirer des aveux des deux inculpés, la police imagine le stratagème suivant : elle convoque chacun des prisonniers séparément (et simultanément) et leur

propose le marché suivant :

- Si $X$ ne dénonce pas son compagnon et que le prisonnier $Y$ le fait, alors $Y$ sera libéré et $X$ sera jugé coupable avec la peine maximale de 10 ans et vise versa, si $X$ dénonce $Y$ alors que $Y$ ne le fait pas, X sera libéré et Y prend 10 ans de prison.
- Dans le cas où chacun des deux prisonniers dénonce l'autre, ils seront inculpés tous les deux, mais compte tenu de leur coopération $X$ et $Y$ prendront 5 ans de prison.
- Dans le cas ou aucun des deux joueurs ne dénonce l'autre, les deux prisonniers $X$ et $Y$ seront jugés pour un délit mineur et prendront 2 ans de prison.

Sous sa forme stratégique (voire table III.1), le jeu est représenté par une bi-matrice où chaque entrée correspond à une issue possible du jeu. Dans la forme stratégique d'un jeu, chaque entrée de la bi-matrice correspond à une issue possible de jeux où le couple $(\pi_1, \pi_2)$ correspond aux profits des joueurs 1 et 2 respectivement, en fonction des stratégies choisis par les joueurs. La ligne $D$ correspond à la stratégie dénoncer, la ligne $N$ à celle de ne pas dénoncer.

TABLE III.1 – Forme stratégique du jeu Dilemme de prisonnier

| | | Joueur 2 |
|---|---|---|
| Joueur 1 | **N** | **D** |
| **N** | $(8, 8)$ | $(0, 10)$ |
| **D** | $(10, 0)$ | $(5, 5)$ |

Nous considérons que le profit de chaque joueur à chaque étape du jeu est la différence entre la peine qu'il endurera et la peine maximale qu'il peut

avoir :

- Si aucun des deux prisonniers ne dénonce l'autre, leurs profit commun est de (8,8).
- Si le joueur $X$ dénonce $Y$ alors que $Y$ ne dénonce pas $X$, le profit de $X$ est 10 et celui de $Y$ est de 0 et vice-versa.
- Si les deux prisonniers se dénoncent mutuellement, leurs profits communs seront : (5,5).

Il est clair que cet exemple relève de la théorie des jeux, du moment où le sort final de chaque joueur dépend à la fois de sa stratégie (dénoncer ou pas) et de celle de l'autre joueur. Ce problème ne peut pas être traité par une simple optimisation car aucun joueur n'a de contrôle sur ce que fait son concurrent.

### Issue d'un jeu et notion d'équilibre

Pour pouvoir prédire l'issue d'un jeu, nous devons trouver un ensemble de stratégies particulières de manière à ce que si les joueurs vont l'adopter aucun joueur n'aura d'incitation à changer sa stratégie, compte tenu des stratégies des autres joueurs au risque de voir son profit diminuer. Cet ensemble de stratégies est appelé équilibre.

Considérons le jeu du dilemme du prisonnier, en analysant les différentes situations nous pouvons remarquer que :

- En premier, les deux joueurs peuvent être tentés de jouer la stratégie $(N, N)$ qui leurs assurent le maximum de profit commun (8,8). Ce point est un point Pareto-optimale car il assure le maximum de profit commun aux deux joueurs. Le point $(N, N)$ n'est pas stable, car chaque

joueur est tenté de changer sa stratégie de $N$ à $D$ pour avoir un meilleur profit : si $X$ change sa stratégie en $D$ et $Y$ reste sur $N$ le profit des deux joueur est (10,0) ce qui est bénéfique pour $X$ mais ne l'est pas pour $Y$, alors $Y$ qui est rationnel vas choisir à son tour la stratégie $D$.

– Par contre, le point $(D, D)$ est stable et il assure un profit de (5,5) au deux joueurs. Une foi les deux jours le choisissent, aucun des deux joueurs n'a intérêt à s'en dévier : si $X$ choisis $N$ au lieu de $D$ son profit est 0 au lieu de 5 et de même pour le joueur $Y$. A partir de ce raisonnement, le point d'équilibre du jeu est le point (D, D) une fois ce point atteint aucun des deux joueurs ne s'en déviera au risque de réduire son profit.

Nous pouvons remarquer que la stratégie $D$ donne toujours un profit supérieur à celui rapporté par la stratégie $N$ quelque soit la stratégie adoptée par le deuxième joueurs :

$$\Pi_{1,2}(D, D) + \Pi_{1,2}(D, N) > \Pi_{1,2}(N, D) + \Pi_{1,2}(N, N). \tag{III.1}$$

La stratégie $D$ domine strictement la stratégie $N$, et $N$ est strictement dominée par $D$. Une stratégie dominée n'est jamais une stratégie d'équilibre. Le résultat le plus important dans le dilemme du prisonnier est que l'issue du jeux n'est pas Pareto-optimale. Au contraire, la stratégie Pareto-optimale $(N, N)$ n'a aucune chance d'immerger, du moment où la stratégie $N$ est strictement dominée. Le problème du dilemme de prisonnier est un exemple typique d'équilibre non-optimal au sens de Pareto.

## III.2 Equilibre de Nash

Le concept d'équilibre de Nash est l'outil principal pour la prédiction du résultat d'un jeu non coopératif. Il est considéré comme la plus importante découverte dans la théorie des jeux [55]. Le théorème " *point d'équilibre des jeux à n-joueurs* ou équilibre de Nash", proposé par le mathématicien J. Nash en 1951 [58]. Nash avait montré comment le modèle de Cournot peut servir de base pour construire la théorie de l'équilibre non coopératif pour des jeux quelconques.

Les applications de ce concept en économie se sont multipliées à partir des années 70. C'est en économie industrielle que l'intérêt pour la théorie des jeux et notion d'équilibre trouve le plus d'application car permettant d'étudier les situations de concurrence imparfaite, et d'oligopole où les entreprises adoptent des comportements stratégiques.

Pour définir l'équilibre de Nash, nous devons en premier lieu définir les notions de stratégies pures et stratégies mixtes. Prenons l'exemple du jeu dilemme du prisonnier :

- Les stratégies $N$ et $D$ sont appelées stratégies pures, de manière générale l'ensemble des stratégies $s_i$ de l'espace de stratégie $S_i$ du joueur $i$ sont des stratégies pures.
- Le joueur $i$ peut choisir de jouer une stratégie avec une probabilité $\sigma_i$, donc au lieu de jouer tout le temps la stratégie $N$, le joueur peut choisir de jouer la stratégie $N$ avec une probabilité $\sigma_i$ et $D$ avec une probabilité $(1 - \sigma_i)$. La probabilité $\sigma_i$ est appelée stratégie mixte.

### Equilibre de Nash en stratégies pures

Soit un jeu G sous forme stratégique avec $N = \{1, \ldots, n\}$ un ensemble fini des joueurs :

- Chaque joueur $i$ est défini par l'ensemble de ses stratégies $S_i = \{s_1, \ldots, s_{n_i}\}$.
- $S = S_1 \times \ldots \times S_n$ est l'espace des stratégies.
- $s = \{s_1, \ldots, s_n\}, \forall i, s_i \in S_i$ est le profil de stratégies.
- $\Pi_i : S \to \Re$ est la fonction profit du joueur $i$, associant à chaque joueur $i$ et un profil de stratégies $s$ une fonction profit $\Pi_i(s)$.
- Soit $s_i$ la stratégie du joueur $i$, et $s_{-i}$ sont les stratégies de tous les joueurs sauf le joueur $i$.

Un profil de stratégie $s^* \in S$ est un équilibre de Nash en stratégies pures, si l'inégalité suivante est satisfaite pour chaque joueur $i = 1, \ldots, n$ :

$$\Pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \Pi_i(s_i, s_{-i}^*), \forall s_i \neq s_i^*. \tag{III.2}$$

En d'autres termes, l'équilibre de Nash est un profil de stratégies avec la propriété qu'aucun joueur $i$ ne peut améliorer son profit en choisissant une stratégie différente de la stratégie d'équilibre $s_i^*$, compte tenu que tous les autres joueurs choisissent leurs stratégies d'équilibre $s_{-i}^*$.

L'équilibre de Nash présente plusieurs caractéristiques :

- Le point d'équilibre de Nash décrit un état permanent et stable de jeu, si le jeu atteint le point d'équilibre $s^*$, aucun joueur $i$ ne choisira une stratégie autre que la stratégie d'équilibre $s_i^*$ au risque de voir son profit diminué.
- Même si elle décrit l'équilibre, la théorie d'équilibre de Nash ne donne aucune indication sur le moyen d'atteindre cet équilibre.

– Les joueurs sont rationnels, chaque joueur connaît les actions de ses concurrents et leurs profit et il est sûr que personne ne déviera de la stratégie d'équilibre.

Si nous reprenons l'exemple de jeu du dilemme du prisonnier, nous pouvons vérifier que les stratégies $(D, D)$ est un équilibre de Nash de ce jeu du moment où :

$$\begin{aligned} \Pi_1(D, D) &> \Pi_1(N, D), \\ \Pi_2(D, D) &> \Pi_2(D, N), \end{aligned} \tag{III.3}$$

Alors que le profil de stratégie (N, N) même s'il est Pareto-optimal, n'est pas un point d'équilibre de Nash du moment où

$$\begin{aligned} \Pi_1(N, N) &< \Pi_1(D, N), \\ \Pi_2(N, N) &< \Pi_2(N, D), \end{aligned} \tag{III.4}$$

La définition de l'équilibre de Nash en stratégies pures, ne donne aucune indication sur l'existence ou l'unicité du point d'équilibre, il se peut qu'un jeu n'ait pas de points d'équilibres ou qu'il en a plusieurs.

Prenons l'exemple du jeu pierre-feuille-ciseau entre deux joueurs. Chaque joueur a le choix entre trois stratégies pures : jouer pierre $P$, feuille $F$ ou ciseaux $C$. La règle est que la stratégie $P > C$, $C > F$ et $F > P$, donc, Pierre gagne face à ciseaux, ciseaux gagne face à feuille et feuille gagne face à pierre. Le jeu peut être représenté sou forme stratégique comme suit :

Il est clair que ce jeu n'a pas d'équilibre en stratégies pures, aucune stratégie n'est strictement dominante et chacune est dominée a son tour par une autre stratégie.

Chacun des joueurs n'a pas intérêt à jouer une seul stratégie tout le temps sinon son concurrent utilisera contre lui la stratégie qui domine la sienne : Si

TABLE III.2 – Forme stratégique du jeu Pierre, Feuille, Ciseaux

| | | Joueur 2 | |
|---|---|---|---|
| Joueur 1 | **P** | **F** | **C** |
| **P** | $(0,0)$ | $(-1,1)$ | $(1,-1)$ |
| **F** | $(1,-1)$ | $(0,0)$ | $(-1,1)$ |
| **C** | $(-1,1)$ | $(1,-1)$ | $(0,0)$ |

$X$ utilise la stratégie $P$ tout le temps, le joueur $Y$ utilisera la stratégie $F$ pour le contrer. Ca va de même pour toutes les stratégies. Donc, la solution est qu'au lieu d'utiliser une seule stratégie, un joueur doit choisir aléatoirement sa stratégie qu'il va jouer, avec une distribution de probabilité, donc une stratégie mixte.

### Equilibre de Nash en stratégies mixtes

Pour formuler l'équilibre de Nash en stratégies mixte, prenons les considérations suivantes :

- Soit $G = (N, (S_i)_i, (\Pi_i)_i)$ un jeu sous sa forme normale.
- Par définition, une stratégie mixte du joueur $i$ est une loi de probabilité sur$S_i$.
- Soit $\sum_i = \Delta(S_i)$ l'espace de stratégies mixtes (espace des distributions de probabilités sur $S_i$), $\sum = \sum_1 \times \ldots \times \sum_n$ est l'ensemble de stratégies mixtes du jeu $G$.
- Considérons $\sigma_i$ comme une stratégie mixte du joueur $i$, une application de $S_i \to \Re$ qui associe à chaque stratégie pure $s_i$ sa probabilité d'être jouée.
- $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ un profil de stratégies mixte, et $\sigma_{-i}$ une stratégie mixte

de tous les joueurs sauf le joueur $i$.

Remarques :

- Une stratégie pure $s_i$ est une stratégie mixte jouée avec une probabilité de 1, l'espace des stratégies mixtes enveloppe toutes les stratégies du jeu y compris les stratégies pures.
- L'ensemble des stratégies mixtes $\Sigma_i$ du joueur $i$ est convexe, ses points extrêmaux sont les stratégies pures (jouées avec une probabilité 1).

De la même manière que pour les stratégies pures, un profil de stratégies mixtes $\sigma^*$ est un équilibre de Nash en stratégies mixtes si et seulement si la proposition suivante est vérifiée pour tous les joueurs $i$ :

$$\begin{gathered}\Pi_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq \Pi_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*), \forall \sigma_i \neq \sigma_i^*. \\ i = 1, \ldots, n\end{gathered} \tag{III.5}$$

A la différence de la définition d'équilibre en stratégies pures, Nash à démontré que tout jeu fini admet un équilibre en stratégies mixtes [58]. Dans le jeu pierre-feuille-ciseaux, le jeu n'a pas un équilibre en stratégies pures, mais il a un équilibre en stratégies mixtes avec le profil de stratégies $\sigma^* = \left(\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}, \{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}\right)$.

### Equilibre de Nash généralisé

Le problème d'équilibre de Nash (*NEP*), a toujours été une pierre angulaire dans l'analyse des jeux non coopératifs. Mais rapidement le besoin d'étendre le concept originel d'équilibre de Nash à des situations où les joueurs sont soumis à des contraintes couplées se fait ressentir. Plusieurs raffinements du concept d'équilibre de Nash ont été proposés pour répondre à un besoin spécifique. Le raffinement le plus intéressant dans notre cas est le concept

d'Equilibre de Nash Généralisé (*GNEP*) formulé par [59].

Dans les dernières décennies le GNEP deviens l'outil essentiel pour la modélisation de problèmes où les joueurs partagent les mêmes ressources (lignes de communications, lignes de transport d'électricité, connexions internet, ...) ou les mêmes contraintes (limite d'émission de CO2 dans une zone géographique donnée). C'est généralement le processus de dérégulation et restructuration de certains marchés comme l'électricité, le gaz et les télécoms qui ont fait immerger le besoin d'utiliser le GNEP comme alternatif à la définition traditionnelle de l'équilibre de Nash [60].

Pour formuler le problème d'équilibre de Nash généralisé, nous prenons les considérations suivantes :

- Soit un jeu $G$ avec un nombre $N$ de joueur.
- Chaque joueur $i \in \{1, \ldots, N\}$ utilise une stratégie $s_i \in \Re$.
- Soit $s = (s_1, \ldots, s_N) \in \Re^N$ le profil de stratégies utilisé par les joueurs
- Nous définissons $s_{-i}$ comme le profil de stratégies utilisés par tous les joueurs sauf le joueur $i$.
- Soit $\pi_i : \Re^N \to \Re$ la fonction du profit du joueur $i$ fonction continu convexe sur l'espace des stratégies.

Dans la formulation standard du problème d'équilibre de Nash, les variables $s_i$ appartiennent à un ensemble non vide, fermé et convexe $S_i \subseteq \Re^{n_i}, i = 1, \ldots, N$. Le problème d'équilibre de Nash généralisé introduit des contraintes couplées qui dépendent des stratégies de tous les joueurs [61] :

- Soi l'ensemble $S \subseteq \Re^N$ non vide, fermé et convexe représentant les contraintes communes de tous les joueurs $i = 1, \ldots, N$, donc $S_i(s_{-i}) = \{s_i | (s_i, s_{-i}) \in S\}$.

– Soit $\Omega(s) = S_1(s_{-i}) \times \ldots \times S_N(s_{-i})$ l'ensemble des stratégies faisables (respectant l'ensemble des contraintes).

Un vecteur $s^* \in \Omega(s^*)$ est un équilibre de Nash généralisé si, et seulement si :

$$\begin{gathered} \pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \pi_i(s_i, s_{-i}^*), \forall s_i \in S_i(s_{-i}^*). \\ i = 1, \ldots, N \end{gathered} \tag{III.6}$$

**Remarques**

La théorie des jeux traditionnels met l'accent sur la notion de rationalité : un joueur a une connaissance parfaite du jeu et peut anticiper correctement le comportement de ses concurrents. Cette notion de rationalité a toujours été critiquer par les économistes pour son manque de réalisme [29].

Pour palier à cette limitation, nous introduisons la théorie des jeux évolutionnaires et leur concept d'équilibre où les agents apprennent l'équilibre au lieu de supposer qu'ils le connaissent.

## III.3 Théorie des jeux Evolutionnaire

Dans la théorie de jeux évolutionnaires, les agents sont programmés pour suivre une certaine stratégie. Le nombre de joueurs utilisant une stratégie s'ajuste au cours de temps suivant un processus évolutionnaire en fonction sa réussite contre les différentes stratégies existants. Ce qui résulte en un processus dynamique qui peut conduire à l'équilibre avec une meilleure compréhension de l'émergence des stratégies d'équilibre à l'intérieur des populations de stratégies [62].

La théorie des jeux évolutionnaire, contrairement à la théorie des jeux traditionnels ne repose pas sur la notion de rationalité. Plusieurs domaines, et spécialement le marché émergeant de l'électricité, sont caractérisés par toutes sortes d'imperfections, d'incertitudes et manques d'informations.

L'approche de la théorie des jeux n'est plus adéquate pour analyser un marché d'électricité, par exemple, avec sa complexité accrue et ses imperfections, car la théorie des jeux traditionnelle échoue souvent à représenter l'essence des actions humaines : la capacité d'apprendre des expériences passés et l'incapacité d'utiliser des informations non claires ou indisponibles [29].

La théorie des jeux évolutionnaire, assume qu'une large population de joueurs à rationalité limitée participent à un jeu imparfait et apprennent de leurs succès ou échecs et imitent les stratégies les plus réussis des autres joueurs. De cette manière, la théorie des jeux évolutionnaire est plus intéressante pour analyser les interactions stratégiques complexes où un agent ne peut pas être considéré comme totalement rationnel [29].

La théorie des jeux évolutionnaire prend son origine dans l'utilisation de la théorie des jeux non coopératifs dans la formulation des mécanismes d'évolution biologique. Chaque joueur dans la population prend part à un jeu répétitif en jouant une stratégie particulière contre les autres joueurs. Il existe deux branches dans la théorie des jeux évolutionnaire : la stabilité évolutionnaire et la dynamique de réplication [63],[64].

– La stabilité évolutionnaire concerne la capacité d'une stratégie à résister aux invasions des stratégies mutantes. Elle est principalement concernée par les mécanismes d'évaluation et de mutation. Du point de vu théorie de jeux, la stabilité évolutionnaire fournis un critère évaluant

la robustesse relative de l'équilibre de Nash contre les comportements hors équilibre.

– D'un autre côté, la dynamique de réplication fournit un modèle d'ajustements dynamiques dans la population de stratégies en compétition, elle souligne le rôle de la sélection, se concentrant sur le processus d'ajustement conduisant à l'émergence de stratégies d'équilibre comme conséquence à leurs adaptations relatives.

Dans cette thèse nous nous concentrons principalement sur la stabilité évolutionnaire, qui est considérée comme un raffinement de l'équilibre de Nash mais sans l'hypothèse de rationalité des joueurs.

### III.3.1 Stratégies Evolutionnaires Stables

Le concept des Stratégies Evolutionnaires Stables (*ESS*) introduites par Jhon Maynard Smith [65], est généralement appliquée aux processus évolutionnaire où un agent adopte une stratégie et apprend de son succès relatif. Une ESS est basée sur l'idée de la robustesse relative de l'équilibre de Nash (en stratégies pures, mixtes ou généralisées) contre l'invasion des stratégies alternatives hors équilibre. De ce fait, une ESS est une stratégie particulière telle que, tout agent adoptant une stratégie différente ne peut percevoir un profit supérieur à la moyenne des autres joueurs utilisant l'ESS [66], [67].

Le concept originel d'ESS est défini pour un jeu évolutionnaire symétrique non-coopératif dans une population d'individus où deux individus sont choisis aléatoirement pour participer à un jeu non cooperatif.

Supposons que le jeu se déroule depuis suffisamment de temps pour que la population devienne monomorphe et composée exclusivement de le la stra-

tégie dominante $s^*$. La stratégie $s^*$ est une ESS si et seulement si, elle a un profit au moins égal à celui de toute stratégie mutante $s$ dans leurs compétition avec la stratégie dominante $s^*$. Dans le cas où leurs profits sont égaux, la stratégie $s^*$ doit avoir un meilleur profit dans le cas où elle entre en compétition avec la stratégie mutante $s$

$$\begin{aligned} \pi(s^*, s^*) \geq \pi(s, s^*), \forall s \neq s^* \quad , \\ si : \pi(s^*, s^*) = \pi(s, s^*), \pi(s^*, s) > \pi(S, S) \quad . \end{aligned} \tag{III.7}$$

Ces deux équations montrent qu'une ESS est une stratégie d'équilibre de Nash, avec une condition supplémentaire relative à la stabilité dynamique de la population. Donc, du point de vue de la théorie de jeux classique une ESS est un équilibre de Nash avec de conditions de stabilité supplémentaires [68].

La définition précédente de l'ESS est faite pour un jeu symétrique avec deux joueurs. Cette définition à été étendue à d'autres classes de jeux. Nous nous intéressons spécialement au concept de la stabilité évolutionnaire dans un espace de stratégies continues dans le cas d'un jeu symétrique ou asymétrique.

### III.3.2 Stratégies stables continues

Le concept des stratégies stables continues (*CSS Continous Stable Strategies*) a été développé comme la transcription du concept d'ESS dans le cas de jeux avec un espace continu de stratégies pures [68]. En ce qui suit nous présentons la définition de CSS pour les jeux symétriques et asymétriques.

### Jeux Symétriques

Soit $G$ un jeu symétrique avec deux joueurs, un ensemble de stratégies $S$ et une fonction de profit $\pi : S \times S \to \Re$ où $\pi$ est une fonction continue sur $S \times S$. La stratégie $x^*$ est une stratégie stable continue si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- $x^*$ est *neighborhood superior*, elle peut envahir toute population monomorphe i.e. :

$$\begin{aligned} &\pi(x^*, x) > \pi(x, x), \\ &\forall x \in S, x \neq x^*. \end{aligned} \tag{III.8}$$

- $x^*$ est une stratégie d'équilibre de Nash strict, elle ne peut pas être envahie par une stratégie mutante $x$, i.e.

$$\begin{aligned} &\pi(x^*, x^*) > \pi(x, x^*), \\ &\forall x \in S, x \neq x^*. \end{aligned} \tag{III.9}$$

### Jeux Asymétriques

Un jeu asymétrique à N joueurs fait intervenir des joueurs avec des rôles distincts. Le jeu fait intervenir des joueurs de différentes populations et tous les membres de la même population $i$ ont le même ensemble de stratégies $S_i, i = 1, \ldots, N$ avec $N$ est le nombre de populations. Considérons un jeu évolutionnaire asymétrique avec deux joueurs 1 et 2, chaque joueur a un espace de stratégies continues convexe et compact $S \subset \Re^m$ et $T \subset \Re^n$. Soit $G$ un jeu asymétrique avec un ensemble de stratégies $S \times T$ et une fonction de profit $\pi_i : S \times T \to \Re$ pour $i = 1, 2$.

Le couple $(x^*, y^*)$ est une CSS si et seulement si les inégalités suivantes sont satisfaites et ceci pour tout $x \neq x^*$et $y \neq y^*$ suffisamment proche de

$x^*, y^*$ respectivement :

– $(x^*, y^*)$ sont asymptotiquement stable :

$$\begin{aligned} \pi_1(x^*, y^*) > \pi_1(x, y), \\ \pi_2(x^*, y^*) > \pi_2(x, y). \end{aligned} \tag{III.10}$$

– $(x^*, y^*)$ est un équilibre de Nash strict :

$$\begin{aligned} \pi_1(x^*, y^*) > \pi_1(x, y^*), \\ \pi_2(x^*, y^*) > \pi(x^*, y). \end{aligned} \tag{III.11}$$

Nous pouvons constater que les inégalités (III.8), (III.9) dans le cas d'un jeu symétrique, et (III.10), (III.11) dans le cas asymétrique nous donnent plus d'informations sur les stratégies d'équilibre, donc un moyen de les trouver par une recherche heuristique.

### III.3.3 Exemple de jeu évolutionnaire : Hawks and doves

Le jeu Hawk and Dove est l'exemple canonique de la théorie de jeux évolutionnaires, Le jeu a été utiliser par Maynard Smith et Price (1972) [65], pour modéliser les compétitions entre deux individus. Le jeu est décrit comme suit : Deux individus sont tirés de la population et entrent en compétition sur une certain ressource $V$. Chaque joueur a le choix entre deux stratégies : parade (montrer sa force sans entrer en confrontation réelle) et agressive (attaquer l'autre individu).

– Si les deux individus choisissent de parader il peuvent partager la ressource $V$.

– Si un individu utilise la parade et le deuxième est agressif, la ressource sera récupérée par l'individu agressif.

– Si les deux individus choisissent d'être agressifs, il entre en combat avec un coût $C$ pour les deux individus. A la fin la ressource peut être partagée par les deux individus.

Les actions des deux individus sont pris simultanément, donc, chaque individu doit prendre sa décision sans connaître la stratégie de son concurrent. Le jeu est symétrique, la matrice du profit de chaque joueur est comme suit :

TABLE III.3 – Forme stratégique du jeu Hawk & Dove

| | | Joueur 2 |
|---|---|---|
| Joueur 1 | **D** | **H** |
| **D** | $V/2$ | 0 |
| **H** | $V$ | $(V-C)/2$ |

Les profits obtenus par chaque individu suivant sa stratégie et celle de son concurrent sont comme suit :

$$\Pi(D,D) = V/2,$$
$$\Pi(D,H) = 0,$$
$$\Pi(H,D) = V,$$
$$\Pi(H,H) = (V-C)/2.$$

Dans ce jeu, nous distinguons deux cas :

**Premier cas** $V >= C$ : si la population est dominée par la stratégies $H$ (Hawks) donc chaque individu qui choisit la stratégie mutante $D$ (Dove) aura un profit de $\Pi(D,H) = 0$. Mais s'il choisit la stratégie $H$, son profit sera : $\Pi(H,H) = (V-C)/2 > 0$.

– la meilleure stratégie à adopter pour un individu est $H$, ce qui fait

que la stratégie $H$ est une stratégies évolutionnaire stable (ESS) étant donné que tous les autres individus dans la population l'utilise.

– La stratégie $D$ ne peut pas être une ESS. Si la population est dominée par la stratégie $D$, donc chaque individu utilisant une stratégie $D$ aura un profit $\Pi(D, D) = V/2$, alors que si un individu utilise une stratégie mutante $H$ son profit sera $\Pi(H, D) = V > \Pi(D, D)$.

**Deuxième cas** $V < C$ : dans ce cas ni la stratégie pure D ni H ne peuvent être une ESS, l'ESS est un équilibre en stratégies mixtes.

Pour trouver l'ESS en stratégie mixte, soit $p$ la fréquence de la stratégie H dans la popualtion, donc il existe une probabilité $p$ qu'un individu soit face à un concurrent utilisant la stratégie H, et $(1-p)$ pour le councurrent utilise la stratégie D. dans ce cas le profit que l'individu peut obtenir dépandament de la stratégie qu'il utilise est comme suit :

$$\Pi(D, pH + (1-p)D) = p\Pi(D, H + (1-p)\Pi(D, D) = (1-p)(V/2),$$
$$\Pi(H, pH + (1-p)D) = p\Pi(H, H) + (1-p)\Pi(H, D) = p\left(\tfrac{V-C}{2}\right) + (1-p)V.$$

La stratégie stable mixte $p^*$ est définie comme la stratégie pour laquelle un individu est indifférent quand au choix entre la stratégie $H$ et $D$ donc :

$$(1-p^*)(\tfrac{V}{2}) = p^*(\tfrac{V-C}{2}) + (1-p^*)V,$$
$$p^* = \tfrac{V}{C}.$$

# Chapitre IV

# Algorithmes coévolutionnaires

Les algorithmes coévolutionnaires prennent leurs inspirations des algorithmes évolutionnaires traditionnels comme une application des principes d'évolution néo-darwiniennes afin de résoudre des problèmes numériques. La manière la plus simple de définir un algorithme coévolutionnaire est : *"C'est un algorithme évolutionnaire dans lequel plusieurs populations co-évoluent, et où la valeur d'adaptation d'un individu dépend de ses interactions avec les individus des autres populations "* [69, 70].

Les biologistes définissent la coévolution comme : *" les changements évolutionnaires réciproquement induits entre deux ou plusieurs populations "*. Dans le cadre du calcul évolutionnaire, la coévolution est : *" le processus d'adaptation mutuelle qui prend part entre un ensemble d'agents qui interagissent de manière stratégique. Les résultats de ces interactions révèlent une structure de récompense qui guide l'évolution des agents vers un comportement de plus en plus adaptatif. Ce processus d'adaptation est 'auto référencé' : lorsqu'un agent évolue vers l'exploitation des opportunités de 'récompenses' offertes par*

*les autres agents, il crée de nouvelles opportunités qui peuvent être exploitées par les autres. De cette manière, la coévolution offre une écologie dynamique de générer de nouvelles possibilités d'un apprentissage évolutionnaire "* [71] .

Les algorithmes coévolutionnaires sont considérés comme une évolution naturelle des algorithmes évolutionnaires traditionnels. Cette *évolution* repose sur l'aspect adaptatif de l'évaluation : la valeur d'adaptation d'un individu n'est plus une mesure de sa performance propre, mais dépend de ses interactions avec les autres individus [71].

## IV.1 De l'évolution à la coévolution

Les Algorithmes Evolutionnaires (AE) ont été appliqués avec succès à une variété de problèmes où ils ont montré leurs supériorités. L'optimisation reste le domaine de prédilection des AE, car à travers l'exploration de l'espace de recherche, les AE cherchent à améliorer le comportement des individus évalué par une mesure externe de performance à travers une fonction d'évaluation.

Ce comportement rend les performances des AE très limitées lorsque cette mesure externe n'est pas disponible, ou elle est très couteuse dû à la complexité de l'espace de recherche. Pour palier ce manque, les chercheurs se sont tournés vers une extension naturel du processus d'évolution : la Coévolution. Les Algorithmes Coévolutionnaires ont un réel potentiel dans les domaines où les AE montrent le plus de faiblesses, ce qui les rendent un axe de recherche très important dans le domaine du calcul évolutionnaire [69].

Les Algorithmes Coévolutionnaires peuvent être considérés comme une "amélioration" des Algorithmes Evolutionnaires traditionnelles. L'aspect de base de cette amélioration réside dans :

- Une décomposition explicite du problème, par l'utilisation de plusieurs populations.
- La nature adaptative de l'évaluation : l'adaptation d'un individu n'est plus une mesure absolue de sa performance propre, mais elle est une mesure de sa capacité à s'interagir avec les autres individus.

Du fait que la mesure de l'adaptation est une mesure relative, qui dépend des interactions d'un individu avec les autres, un algorithme coévolutionnaire est naturellement adapté aux problèmes dans lesquels une mesure absolue de la valeur d'adaptation (fitness) ne peut être fournie, comme pour les jeux stratégiques où le profit d'un individu dépend de sa performance propre et de celles de ses concurrents.

Pour définir un algorithme coévolutionnaire nous commençons, par les définitions de bases du calcul évolutionnaire.

### IV.1.1 Calcul Evolutionnaire

Les Algorithmes Evolutionnaires se basent sur la simulation du processus d'évolution naturelle dans une population d'individus. Chaque individu est représenté comme une dualité de son patrimoine génétique "génotype" et ses traits caractéristique "phénotype". L'évolution comporte trois processus : la reproduction, la compétition et la sélection [72].

La reproduction est une spécificité des organismes vivants, opérant sur le patrimoine génétique d'une population. Elle enveloppe deux processus : le croisement et la mutation. Le croisement combine les génotypes de deux individus pour engendrer une descendance, la mutation introduit une altération aléatoire des génotypes engendrés au cours du croisement pour garantir

plus de diversité. La reproduction permet de créer de nouveaux individus et tend à accroître les tailles des populations existantes ou à créer d'autres populations.

L'accroissement des tailles des populations dans un environnement à ressources limitées conduit les individus et les populations à entrer en compétition pour acquérir ces ressources. La sélection naturelle est un résultat inévitable de cette compétition : les individus les plus adaptés à leur environnement, les plus forts, ont plus de chance de survivre.

Vu sous cette optique, l'évolution est un processus d'optimisation. La sélection conduit les phénotypes le plus près possible de leurs optimums, suivant les conditions et les contraintes posées par l'environnement. Et comme l'environnement est en changement perpétuel, les individus évoluent continuellement vers de nouveaux optimums. La sélection n'arrête jamais d'opérer indépendamment de la qualité des individus actuels.

### Eléments d'Algorithmes Evolutionnaires

Les Algorithmes Evolutionnaires partagent des traits communs du fait qu'ils se basent sur la simulation de l'évolution naturelle, en s'inspirant des principes du néo darwinisme. Un Algorithme Evolutionnaire type présente les caractéristiques suivantes :

- L'utilisation d'un processus d'apprentissage collectif d'une population d'individus. Un individu représente un point de l'espace de recherche, donc une solution potentielle au problème en cours.
- Les descendants d'un individu sont générés par des processus aléatoires : le croisement et la mutation. Le croisement combine l'infor-

mation entre des individus de la population pour en créer d'autres. La mutation crée un descendant en générant une réplique erronée de son parent.

– Le processus de sélection favorise la survie des meilleurs individus en se basant sur leur adaptation. L'adaptation est obtenue par une fonction d'évaluation qui mesure la qualité de chaque individu.

Le fait que les algorithmes évolutionnaires partagent les mêmes bases n'exclut pas l'existence de différences notables entre eux. Trois principales classes d'algorithmes évolutionnaires existent : les Algorithmes Génétiques, la Programmation Evolutionnaire et les Stratégies d'Evolution [73].

– **Les Algorithmes Génétiques** : développés par J. Holland en 1962, considèrent le croisement comme l'opérateur de recherche le plus important dans l'espace des solutions potentielles, la mutation est considérée comme un opérateur secondaire avec un faible taux d'application. La sélection est stochastique et les individus sont souvent représentés en chaînes binaires, mais d'autres représentations peuvent être utilisées.
– **Les Stratégies d'Evolution** : développées par Rechenberg et Schwefel en 1965. Les $SE$ utilisent une mutation avec une distribution normale pour modifier les individus présentés comme des vecteurs de valeurs réelles. La mutation et le croisement sont les deux opérateurs de recherche dans l'espace des solutions potentielles et l'espace des paramètres de stratégies. La sélection peut être déterministe.
– **La Programmation Evolutionnaire** : développée par J. Fogel en 1962 utilise la mutation comme seul opérateur de recherche. Appliquée aux problèmes d'optimisation continue, la Programmation Evolution-

naire est similaire aux Stratégies d'évolution, les deux représentant les individus avec des vecteurs de valeurs réelles incluant les paramètres de stratégie. Elle utilise une mutation de distribution normale et une sélection déterministe ou stochastique.

En plus de ces algorithmes de base, d'autres algorithmes dérivés ont vu le jour, comme la programmation génétique, les *Systems Classifier* et les Algorithmes Mimitiques ainsi que plusieurs méthodes hybrides.

Un algorithme évolutionnaire type est présenté dans le pseudo-code suivant :

**Algorithm 1** Algorithme Evolutionnaire de base

**input** : $\mu$ ,$\lambda$ ,$\Theta_s$,$\Theta_r$,$\Theta_l$

$t = 0$ ;

$P(t) =$ initialisation $(\mu)$ ;

$F(t) =$ évaluation$(P(t))$ ;

**while** $(l\Theta_l \neq true)$ **do**

$P'(t) =$ reproduction$(P(t), \lambda, \Theta_r)$ ;

$F'(t) =$ évaluation$(P'(t))$ ;

$P(t+1) =$ sélection$(P'(t), F'(t), \mu, \Theta_s)$ ;

$t = t + 1$ ;

**end**

**output** : $\alpha^*$ meilleur individu de la population

### IV.1.2 Algorithme Evolutionnaire type : Stratégies d'Evolution

Les Stratégies d'Evolution constituent une des classes de bases des Algorithmes Evolutionnaires. A l'inverse des autres approches, les Stratégies d'Evolution ont été conçues, à l'origine, comme des méthodes d'optimisation numérique. Leurs premières applications étaient l'optimisation d'un corps dans un tunnel de vent [74].

Les stratégies d'évolution partagent la même philosophie que la programmation évolutionnaire de Fogel qui est assez différente de celle des AG. Les stratégies d'évolution considèrent le problème dans sa forme naturelle, aucun codage n'est effectué et n'obéissent pas à la théorie des schèmes. Contrairement aux AG, les SE considèrent la mutation comme principal opérateur de recherche et utilisent une mutation auto-adaptative. Le croisement est utilisé comme opérateur secondaire pour assurer plus de diversité dans la population [72].

Plusieurs variantes de stratégies d'évolution existent, nous pouvons les résumer comme suit [72] :

- La $SE(\mu + \lambda)$ : désigne une Stratégie d'Evolution qui génère $\lambda$ descendants des $\mu$ parents et sélectionne les $\mu$ meilleurs individus de l'ensemble des descendants et des parents pour former la nouvelle génération. Un cas particulier est La $SE(\mu + 1)$ est semblable aux Algorithmes Génétiques à état permanent dans le sens où un seul individu est créé dans chaque génération.
- La SE$(\mu, \lambda)$ avec $\lambda = k\mu$ et $k > 1$ ($k\ 5 \div 7$) génère $\lambda$ descendants des $\mu$ parents mais sélectionne les $\mu$ meilleurs individus de la population des

descendants seulement. Cet Algorithme est très intéressant dans le cas d'un environnement perturbé.

- $ES(\mu/\rho + \lambda)$ : est une stratégie d'évolution similaire à $SE(\mu + \lambda)$. Le paramètre $\rho$ désigne le nombre de parents utilisés pour créer un descendant. Deux cas spéciaux : $\rho = 2$ dans le cas d'une SE avec croisement, et $\rho = \mu$ où chaque descendant est une moyenne pondérée des individus de la population
- $SE(\mu', \lambda'(\mu, \lambda)^{\gamma})$ : Stratégie méta-évolutionnaire (ou stratégie d'évolution avec niches écologiques) introduit la notion de sous populations (modèles d'ilots). Dans cet variante, $\lambda'$ descendants sont crées et isolés pendant $\gamma$ génération de la population de $\mu'$. Dans chacune des $\lambda'$ sous populations, une stratégie d'évolution $SE(\mu, \lambda)$ est exécutée pendant $\gamma$ génération, après quoi, les meilleurs $\mu'$ individus sont sélectionnés pour faire partie de la nouvelle population.

L'algorithme de base d'une stratégie d'évolution standard de type $SE(\mu, \lambda)$ peut être présenté comme suit :

Les paramètres $\mu$, $\lambda$, $\Theta_s$, $\Theta_m$ dépendent des opérateurs utilisés et du problème en cours, $l$ est le critère d'arrêt.

Une Stratégie Evolutionnaire procède comme suit :

- l'initialisation aléatoire d'une population dans l'espace de recherche et dans l'espace des paramètres de stratégie.
- la population des parents $P(t)$ est sujette à la reproduction pour créer la population des descendants $P'(t)$.
- la nouvelle génération $P(t+1)$ est sélectionnée soit de la population des descendants seule, ou des populations des descendants et des parents.

**Algorithm 2** Stratégie d'évolution de base

**input** : $\mu$ ,$\lambda$ ,$\Theta_s$,$\Theta_m$,$\Theta_l$

$t = 0$ ;

$P(t) =$ initialisation $(\mu)$ ;

**while** $(l\Theta_l \neq true)$ **do**

$P'(t) =$ mutation$(P(t), \lambda, \Theta_m)$ ;

$F'(t) =$ évaluation$(P'(t))$ ;

$P(t+1) =$ sélection$(P'(t), F'(t), \mu, \Theta_s)$ ;

$t = t + 1$ ;

end

**output** :$\alpha^*$ meilleur individu de la population

### IV.1.3 Opérateurs évolutionnaires

Un algorithme évolutionnaire comporte principalement trois opérateurs évolutionnaires : codage, reproduction et sélection. Dans ce qui suit nous présentons les opérateurs utilisés dans le cadre des Stratégies d'Evolution.

#### Codage, représentation

Les Stratégies d'évolution utilisent le codage naturel du problème traité. Dans un problème d'optimisation numérique, les individus sont représentés comme un vecteur de valeurs réelles, donc un point dans l'espace de recherche. Dans le cas d'un SE avec mutation auto adaptative, des vecteurs axillaires sont ajoutés pour contenir les paramètres de la mutation.

En général, un individu est représenté par trois vecteurs $(X, \alpha, \sigma)$ avec :

- Le vecteur $X = \{x_1, \ldots, x_N\}$ représente un point dans l'espace des solutions potentielles.
- $\sigma = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_n\}$ vecteur des dérivations standards de la mutation gaussienne.
- $\alpha = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_{n(n-1)/2}\}$ vecteur des angles de rotation définissant la covariance entre les mutations en chaque dimension (ce vecteur est nul dans le cas où la covariance n'est pas prise en compte).

### Reproduction : croisement et mutation

Les Algorithmes Evolutionnaires essayent de trouver les solutions optimales d'un problème en explorant l'espace de recherche. Cette exploration est réalisée par la création de nouveaux individus via le processus de reproduction qui enveloppe le croisement et la mutation.

**La mutation** est une perturbation aléatoire suivant une loi de probabilité définie qui permet de créer un nouvel individu à partir d'une version erronée de son prédécesseur : Soit $X' = m(X)$ l'opérateur de mutation, où $X$ est le parent et $X'$ est son descendant. La forme la plus commune de l'opérateur mutation est $X' = X + M$, où la perturbation $M$ est une variable aléatoire de moyenne nulle. Cette perturbation peut prendre plusieurs formes :

La forme de mutation la plus utilisée, introduit une perturbation suivant une distribution non bornée, la distribution gaussienne ou de Boltzmann, une mutation gaussienne est définie par :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp(-0.5(x-\mu)^2/\sigma^2). \tag{IV.1}$$

La mutation étant de moyenne nulle, la déviation standard $\sigma$ fournit, dans

ce cas, le seul paramètre de contrôle sur la distance entre un descendant et son parent. Dans les premières méthodes de mutation gaussienne, une seule variance était utilisée pour toutes les dimensions, ce qui manquait d'efficacité et de robustesse. La mutation a été améliorée en utilisant une variance pour chaque dimension indépendamment des autres. La détermination d'un paramètre de contrôle pour chaque dimension est une tâche difficile pour un opérateur humain, ce qui a permis aux opérateurs de mutation auto-adaptatifs de voir le jour.

L'auto-adaptation de la mutation permet de régler la variance au cours du processus de recherche. Dans la première phase de recherche, une variance élevée est exigée pour pouvoir parcourir tout l'espace de recherche. Cette variance doit décroître au fur et à mesure que l'Algorithme converge pour permettre une meilleure recherche locale et converger plus rapidement vers l'optimum :

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \sigma_i \exp(\tau_0 N(0,1) + \tau N_i(0,1)), \\ X'_i &= X_i + N(0, \sigma'_i). \end{aligned} \tag{IV.2}$$

Au lieu d'utiliser $n$ perturbations gaussiennes indépendantes, la mutation a été étendue vers une perturbation gaussienne multivariable utilisant une covariance arbitraire. Schwefel a décrit une procédure incorporant des angles de rotation $\alpha$, comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \sigma_i \exp(\tau_0 N(0,1) + \tau N(0,1)), \\ \alpha'_j &= \alpha_j + \beta N_j(0,1), \\ X'_i &= X_i + N(0, \sigma'_i, \alpha'_j). \\ \beta = 0.0873(5^\circ), \mathrm{i} = 1, \ldots, n, j &= 1, \ldots, n(n-1)/2 \end{aligned} \tag{IV.3}$$

**Le croisement** est considéré comme un opérateur secondaire dans une Stratégie Evolutionnaire, la mutation étant le principal opérateur de recherche. Mais le croisement peut être utilisé pour améliorer la convergence de l'algorithme et faire propager les meilleurs traits (phénotypes) dans la population.

Une des méthodes de croisement les plus utilisées dans l'optimisation numérique est le croisement uniforme. A partir de deux parents $x_1, x_2$ un descendant $x'$ est créé comme suit :

$$x' = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2. \tag{IV.4}$$

Où $\alpha$ est une variable aléatoire uniforme sur $\{0, 1\}$

## IV.2 Algorithmes Coévolutionnaires

Dans un algorithme coévolutionnaire, plusieurs populations co-évoluent, chacune d'elles utilise un algorithme évolutionnaire pour trouver le meilleur comportement qui maximise la valeur d'adaptation des individus suivant le comportement des individus des autres populations.

La valeur d'adaptation dans un algorithme coévolutionnaire est relative, elle dépend de l'interaction d'un individu avec les individus des autres populations. Ainsi, pour pouvoir évaluer un individu d'une population donnée, un ensemble d'individus dit *"évaluateurs"* seront choisis des autres populations. La valeur d'adaptation d'un individu est alors calculée sur la base des interactions de l'individu avec l'ensemble des évaluateurs. La manière la plus

simple est de calculer la valeur d'adaptation :

$$fit(indiv_i) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} f(indiv_i, evaluateur_k) \tag{IV.5}$$

Mis à part le calcul de la valeur d'adaptation des individus, l'évolution de chaque population évolue indépendamment des autres, suivant le schéma traditionnel d'un algorithme évolutionnaire traditionnel.

L'algorithme de base d'un algorithme coévolutionnaire est comme suit :

- **Initialisation** : chaque population est initialisée en créant $\mu$ aléatoirement sur l'espace de recherche.
- **Reproduction** : Création des descendants par croisement uniforme et mutation gaussienne.
- **Evaluation** : l'ensemble des parents et descendants est évalué en fonction des évaluateurs.
- **Sélection** : une sélection est utilisée pour créer la nouvelle générations.

Cette procédure est appliquée à toutes les populations pour un nombre déterminé de génération.

L'algorithme de base d'un Algorithme Coévolutionnaire est comme suit :

Suivant la nature des interactions entre les individus de populations différentes, les Algorithmes Coévolutionnaires sont classés en : Algorithmes Coévolutionnaires Coopératifs, et Algorithmes Coévolutionnaire compétitifs.

### IV.2.1 Algorithmes Coévolutionnaires Coopératifs

Un algorithme coévolutionnaire coopératif est une classe d'algorithmes coévolutionnaires utilisant une fonction d'évaluation explicite et une décomposition statique du problème. Lorsque un Algorithme coévolutionnaire co-

**Algorithm 3** Algorithme Coévolutionnaire de base

**input** : $\mu$ ,$\lambda$ ,$\Theta_s$,$\Theta_r$,$\Theta_l$

**for** $(i = 1 : N_{pop})$

$t = 0$ ;

$P_i(t) =$ initialisation $(\mu)$ ;

$E_i(t) =$ choisir$(P(t) - P_i(t))$ ;

$F_i(t) =$ évaluation$(P_i(t), E(t))$ ;

**end**

**while** $(l\Theta_l \neq true)$ **do**

**for** (i=1 :$N_{pop}$)

$P'_i(t) =$ reproduction$(P_i(t), \lambda, \Theta_r)$ ;

$E'_i(t) =$ choisir$(P(t) - P_i(t))$ ;

$F'_i(t) =$ évaluation$(P'_i(t), E'(t))$ ;

$P_i(t+1) =$ sélection$(P'_i(t), F'_i(t), \mu, \Theta_s)$ ;

$t = t + 1$ ;

**end**

**end**

**output** : $\alpha_i^*$ meilleurs individus de chaque population.

opératif est appliqué à un problème particulier, le problème sera décomposé en sous problèmes, chacun traité par une population. Du moment où chaque individu ne représente qu'une partie de la solution potentielle, des collaborateurs sont sélectionnés des autres populations et combinés pour avoir une solution complète évaluée à travers une fonction d'adaptation [71, 70, 75].

Les algorithmes coévolutionnaires coopératifs sont généralement utilisés dans les problèmes d'optimisation numérique, où la décomposition explicite du problème permet de réduire sa complexité.

### IV.2.2 Algorithmes Coévolutionnaires Compétitifs

La coévolution compétitive est, principalement, utilisée dans la théorie des jeux évolutionnaires pour modéliser la dynamique des interactions dans un jeu. Les individus en compétition utilisent la reproduction et la sélection pour trouver les stratégies qui offrent un avantage sur les adversaires.

De ce fait, les populations évoluent constamment de manière à exploiter les faiblesses des populations adverses, ce qui conduit à des populations continuellement exposées à des individus de plus en plus performants. Dans l'idéal, cela permet une amélioration continue des performances des individus des populations qui évoluent pour contrer ceux des populations adverses [76, 77, 78].

Dans la littérature, deux modèles d'algorithmes coévolutionnaire compétitifs existent : le modèle parasite/hôte, et le modèle prédateur/proie. Dans le modèle parasite/hôte, l'adaptation des individus est basée sur le résultat de la compétition, le succès de l'hôte signifie l'échec du parasite. En évoluant pour surmonter son échec, le parasite crée un nouveau challenge pour

le hôte qui doit le surmonter pour survivre. Ce processus donne naissance à une véritable *"course à l'armement"* évolutionnaire [79], qui conduit les deux populations (hôtes et parasites) à s'améliorer continuellement.

Dans un Algorithme coévolutionnaire, la mesure de l'adaptation est relative, elle dépend des comportements des hôtes et des parasites. L'adaptation n'étant plus une mesure absolue de l'adaptation, des stratégies sous-optimales dans les premières générations peuvent devenir optimales dans les générations à venir. Dans une population finie, une stratégie doit être exécutée avec succès dans (presque) toutes les générations sinon elle est éliminée sous la pression de la sélection. Ces stratégies éliminées peuvent devenir optimales si le comportement des adversaires change [77], donc, perdre de telles stratégies peut ne plus garantir la progression des populations vers l'optimalité.

Pour cela, l'algorithme coévolutionnaire compétitif doit être conçu de manière à limiter l'effet de la taille de population sur l'évolution des individus et des populations vers l'optimalité.

## IV.3 Calcul d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé

Les interactions dans un marché d'électricité peuvent être considérées comme un processus coévolutionnaire compétitif, plusieurs agents entre en compétition afin de maximiser leurs profits. A chaque rencontre, un agent teste ses stratégies contre celles de ces concurrents, et ajuste son comportement afin d'être plus efficace.

Dans ce travail, nous proposons un algorithme coévolutionnaire compétitif

inspiré du modèle parasite/hôte. Dans notre cas, la définition traditionnelle d'hôtes et de parasites n'existe pas. Mais du moment où chaque agent cherche à maximiser son profit au dépend de ses concurrents, nous pouvons le considérer comme parasite et les agents concurrents comme hôtes. De ce point de vue, et à la différence du modèle traditionnel des hôtes/parasites, les individus agissent en tant que hôtes s'ils sont testés par leurs concurrents ou parasites s'ils testent les autres agents.

Pour assurer la convergence vers les Stratégies évolutionnaires stable, dans le cas d'un jeu évolutionnaire, les individus sélectionnés pour faire partie de la nouvelle génération, doivent être capable de surpasser tous les individus des générations précédentes. Si cette condition n'est pas assurée, l'algorithme peut converger prématurément vers des stratégies faibles. Pour contrer cet effet, l'algorithme coévolutionnaire compétitif doit progresser en produisant de nouvelles stratégies qui surpassent les anciennes évitant la perte de stratégies intéressantes. Pour cela nous utilisons deux techniques :

- **Hall of Fame** (HoF) : cette méthode permet de mémoriser les meilleurs individus à travers les générations pour éviter de perdre des comportements intéressants avec la convergence de l'algorithme [77].
- **Les niches écologiques** : intégrer une méthode de niches écologiques permet à un algorithme évolutionnaire de préserver la diversité au sein de l'algorithme, ce qui évite la convergence prématurée vers des solutions sous optimales [80].

### Hall of fame

Pour assurer une progression vers l'équilibre et éviter les effets de la taille de la population, la technique de Hall of Fame (*HoF*) peut être utilisée. Le HoF préserve les *"meilleurs"* individus de la population courante pour être testés dans des évaluations futures. De cette manière, le HoF agit comme une mémoire qui garde les stratégies les plus intéressantes et évite de les perdre sous l'effet de la sélection. Dans un algorithme Coévolutionnaire compétitif de type parasites/hôtes, les hôtes sont testés contre un échantillon contenant des parasites de la génération actuelle ainsi que des parasites contenus dans le HoF [77].

Dans ce cas, les stratégies d'un agent sont non seulement robustes contre les stratégies actuelles de ses adversaires mais aussi contre les meilleures stratégies découvertes par ces derniers au passé, ce qui les obligent à innover jusqu'à atteindre l'équilibre.

### Les méthodes des niches

Les méthodes des niches sont utilisées dans le cas où la diversité de la population doit être maintenue. Ceci est important dans le cas d'une optimisation multi-objectifs où plusieurs solutions doivent être maintenues pour pouvoir approximer le front de Pareto. Deux méthodes de niches sont généralement utilisées dans le domaine du calcul évolutionnaire : la *fitness sharing* et le *crowding* [80].

La technique du crowding introduite par DeJong insère de nouveaux éléments dans la population en remplaçant les éléments similaires. Cette similitude est exprimée en termes de distance Euclidienne. En remplaçant les

éléments similaires, le crowding s'efforce de maintenir la diversité préexistante dans la population. Ce remplacement peut être déterministe ou stochastique. Pour minimiser les erreurs de remplacement et garantir ainsi la convergence de l'algorithme, le crowding déterministe est utilisé.

Les stratégies d'évolution avec niches ($SE(\mu', \lambda'(\mu, \lambda)^{\gamma})$) incluent une procédure de Crowding accentuée par l'utilisent de sous populations. Les individus de chaque sous population sont isolés pour un certain nombre de générations où la reproduction et la sélection sont appliquées localement .A la fin, les meilleurs individus de chaque sous population sont sélectionnés pour faire partie de la nouvelle population.

Les méta stratégies d'évolution (ou stratégies d'évolution avec niches), utilisent deux niveaux de processus évolutionnaires :

- Un processus évolutionnaire local à chaque niche écologique, qui reste isolée des autres niches pour un certain nombre de générations.
- Un processus évolutionnaire global pour choisir les meilleurs individus dans la population afin de créer les nouvelles niches en remplacement des anciennes.

### IV.3.1 Approche

Dans cette étude, nous proposons un algorithme Coévolutionnaire compétitif combinant les techniques du Hall of fame et des niches pour assurer une convergence convenable vers un état d'optimalité ou chaque agent converge vers sa stratégie d'équilibre [27].

**La représentation** : Les Producteurs sont les agents qui se comportent d'une manière stratégique. Chaque agent est modélisé en tant qu'une popu-

lation d'individus, où chacun représente des stratégies potentielles du producteur :

$$indiv_i^p = \left\{ q_{i1}^f, \ldots, q_{iN_d}^f, x_1^s \right\}. \tag{IV.6}$$

Avec :

- $q_{ij}^f$ et $x_i^s$ sont les stratégies de l'individu $i$ dans le marché à terme et spot.
- $N_d$ est le nombre de consommateurs dans le marché à terme.

**L'évaluation** : pour évaluer un individu d'une population, un ensemble $S$ d'évaluateurs est choisi aléatoirement des autres populations comme suit :

$$S = \begin{Bmatrix} S^1(1) & S^1(2) & \ldots & S^1(K) \\ S^2(1) & S^2(2) & \ldots & S^2(K) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ S^{N_g}(1) & S^{N_g}(2) & \ldots & S^{N_g}(K) \end{Bmatrix},$$

où la stratégie $S^p(k)$ est choisie aléatoirement de la population $p$ avec : $p = 1, \ldots, N_g$ et $k = 1, \ldots, K$.

La valeur d'adaptation d'un individu $i$ de la population $p$ est calculée suivant la moyenne de ses interactions avec l'ensemble des évaluateurs $S$ :

$$fit(indiv_i^p) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \Pi_p \left( S^1(k), \ldots, indiv_i^p, \ldots, S^{N_g}(k) \right), \tag{IV.7}$$

$\Pi_i(q_{ij}^f, x_i^s)$ est la fonction profit définie par l'équation (II.23).

**La reproduction** : nous utilisons un croisement uniforme et une mutation gaussienne.

$$r = U(0,1)$$
$$child = r * parent_1 + (1-r) * parent_2,$$
$$child = child + \Delta * |u_l - u_b| * N(0,1),$$
$$u_l \leq child \leq u_b.$$

Avec :

- $r = U(0,1)$ une valeur uniformément aléatoire entre 0 et 1.
- $u_l, u_b$ : limites inférieurs et supérieure de l'espace de recherche.
- $\Delta$ : paramètre de mutation.

**La sélection** : du moment ou une $(SE(\mu', \lambda'(\mu, \lambda)^\gamma))$ est utilisée, pour chaque sous population nous appliquons une sélection de type $SE(\mu, \lambda)$.

La figure IV.1 montre l'organigramme de la méthode proposée.

Dans le chapitre suivant, nous utilisons cette approche pour calculer le point d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé suivant différents modèles de marché.

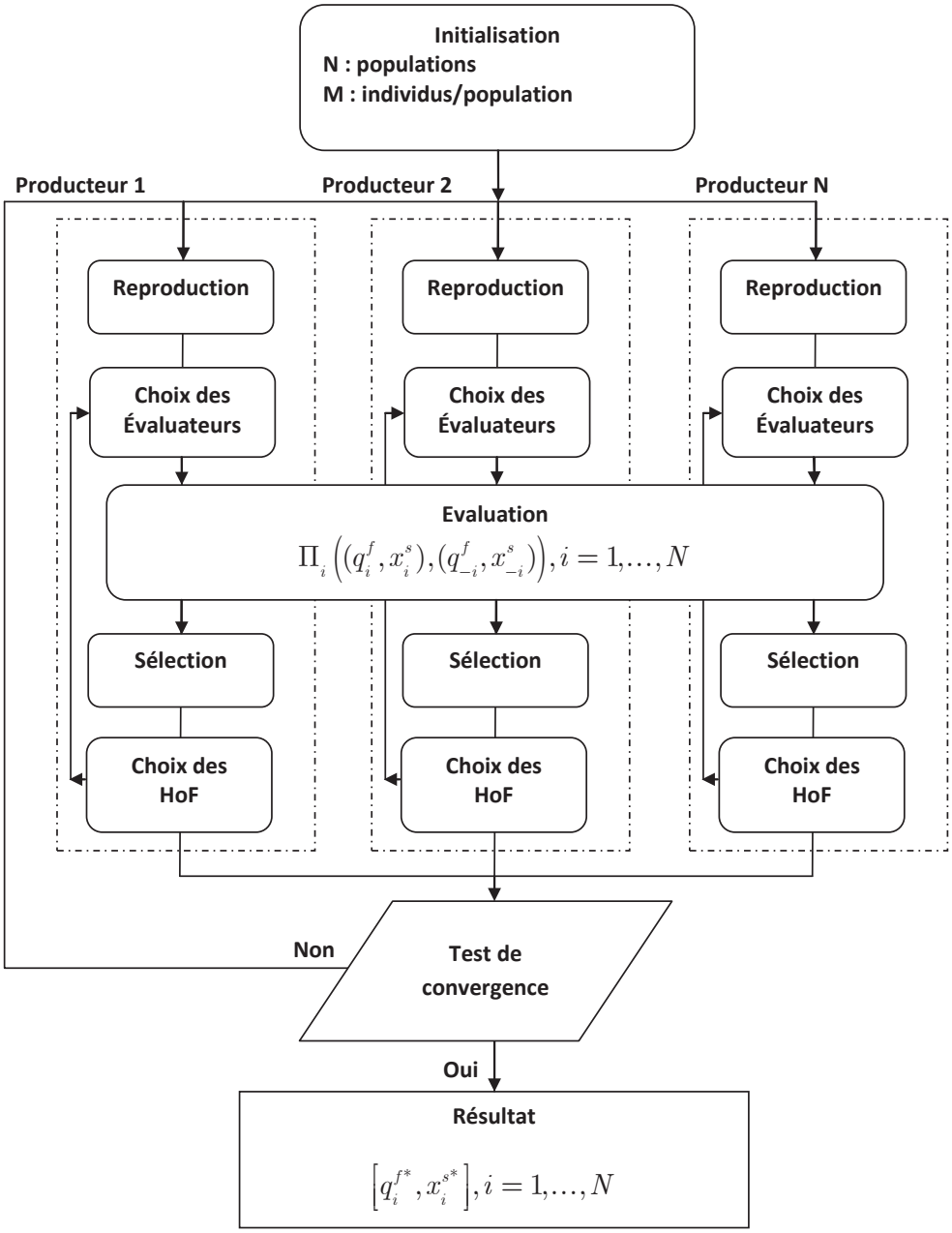


FIGURE IV.1 – Orgarigramme de l'algorithme coévolutionnaire compétitif utilisé pour le calcul de l'équilibre du marché d'électricité

# Chapitre V

# Calcul d'équilibre dans un marché à deux transactions

Afin de démontrer l'efficacité de l'approche proposée dans le calcul des stratégies d'équilibre d'un marché d'électricité dérégulé, nous utilisons un système de test basé sur le réseau IEEE 30 nœuds modifié utilisé comme plateforme afin de simuler les interactions et les transactions entre les agents du marché dérégulé. Les données des lignes du réseau considéré sont en annexe A.

Le marché considéré est constitué de 6 producteurs et 5 consommateurs. Le réseau est géré par un OS qui fait office de Gestionnaire de Réseau (RTE) et d'Opérateur Marché. Les agents peuvent participer à la fois au marché à terme et au marché spot.

Les données du marché sont reportées sur les tableaux : V.1, V.2, V.3 et V.4.

Notre but est de comparer les comportements des producteurs dans les

différentes structures de marché. Pour se faire, nous utilisons l'algorithme coévolutionnaire proposé afin de calculer l'équilibre du marché suivant les différents modèles suivants :

- **Marché à terme** : nous étudions le comportement des producteurs dans un marché bilatérale à terme sans considérer le marché spot.
- **Marché Spot** : Nous utilisons l'approche proposée pour calculer l'équilibre dans un marché spot sans considérer le marché à terme. En considérant les différentes contraintes du réseau.
- **Marché à deux transactions** : L'algorithme proposé est utilisé pour calculer l'équilibre du marché à deux transactions. Dans ce modèle, chaque agent doit prendre sa décision dans le marché à terme en considérant l'issu du marché spot et vice-versa.

TABLE V.1 – Les fonctions coût des producteurs

| | Noeud | $\alpha_i$ $[\$/MWh^2]$ | $\beta_i$ [\$/MWh] | $\gamma$[\$] |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 1 | 0.15 | 25 | 0 |
| Producteur 2 | 2 | 0.25 | 20 | 0 |
| Producteur 3 | 13 | 0.20 | 23 | 0 |
| Producteur 4 | 22 | 0.25 | 22 | 0 |
| Producteur 5 | 23 | 0.20 | 20 | 0 |
| Producteur 6 | 27 | 0.15 | 22 | 0 |

TABLE V.2 – Les charges connectées à chaque consommateur

| Consommateurs | Charges connectées |
|---|---|
| 1 | 1 ; 2 ; 3 |
| 2 | 4 ; 5 |
| 3 | 6 |
| 4 | 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 |
| 5 | 19 ; 20 ; 21 |

TABLE V.3 – Les fonctions de demande des consommateurs dans le marché à terme

| Consommateurs | $D_0$[MWh] | $e$[MWh/\$ ] |
|---|---|---|
| 1 | 63.40 | 0.50 |
| 2 | 234.00 | 3.00 |
| 3 | 60.00 | 1.00 |
| 4 | 176.40 | 2.00 |
| 5 | 33.00 | 0.50 |

## V.1 Calcul d'équilibre dans un marché à terme

En premier lieu, nous utilisons l'algorithme proposé pour calculer le point d'équilibre du marché à terme sans considérer le marché spot. Cela revient à trouver pour chaque producteur l'ensemble des stratégies d'équilibre de

TABLE V.4 – La charge du système dans le marché spot

| $Pd[MWh]$ | Nœud | $Pd[MWh]$ | Nœud |
|---|---|---|---|
| 43.40 | 2 | 18.00 | 17 |
| 4.80 | 3 | 6.40 | 18 |
| 15.20 | 4 | 19.00 | 19 |
| 188.40 | 5 | 4.40 | 20 |
| 45.60 | 7 | 35.00 | 21 |
| 60.00 | 8 | 6.40 | 23 |
| 11.60 | 10 | 17.40 | 24 |
| 22.40 | 12 | 7.00 | 26 |
| 12.40 | 14 | 4.80 | 29 |
| 16.40 | 15 | 21.20 | 30 |
| 7.00 | 16 | | |

Nash : $q_{ij}^{f*}$, avec $i = 1, \ldots, N_g$ et $j = 1, \ldots, N_d$ définies comme suit :

$$\begin{gathered} \left\{q_{ij}^{f*}\right\} = \arg\max \left( \Pi_i^f \left( q_{ij}^f, q_{-ij}^{f*} \right) = \sum_{j=1}^{N_d} p_j^f q_{ij}^f - C_i \left( \sum_{j=1}^{N_d} q_{ij}^f \right) \right) \\ p_j^f = \tfrac{1}{e_j} \left( D_j^0 - \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f \right) \\ i = 1, \ldots, N_g \\ j = 1, \ldots, N_d \end{gathered} \tag{V.1}$$

Les stratégies d'équilibre et les résultats des transactions sont reportés sur les tableaux V.5 et V.6. La figure V.1, représente la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire

Les résultats trouvés montrent que les stratégies des différents agents convergent vers un prix commun à tout le marché (31.4 $\$/MWh$) qui est le

prix d'équilibre. Une fois cet équilibre atteint, aucun agent ne dévie de sa stratégie.

Le marché à terme n'est pas concerné par l'aspect physique du réseau, toutes les transactions sont financières, pour cela nous n'étudions pas l'effet des contraintes physiques sur le résultat du marché.

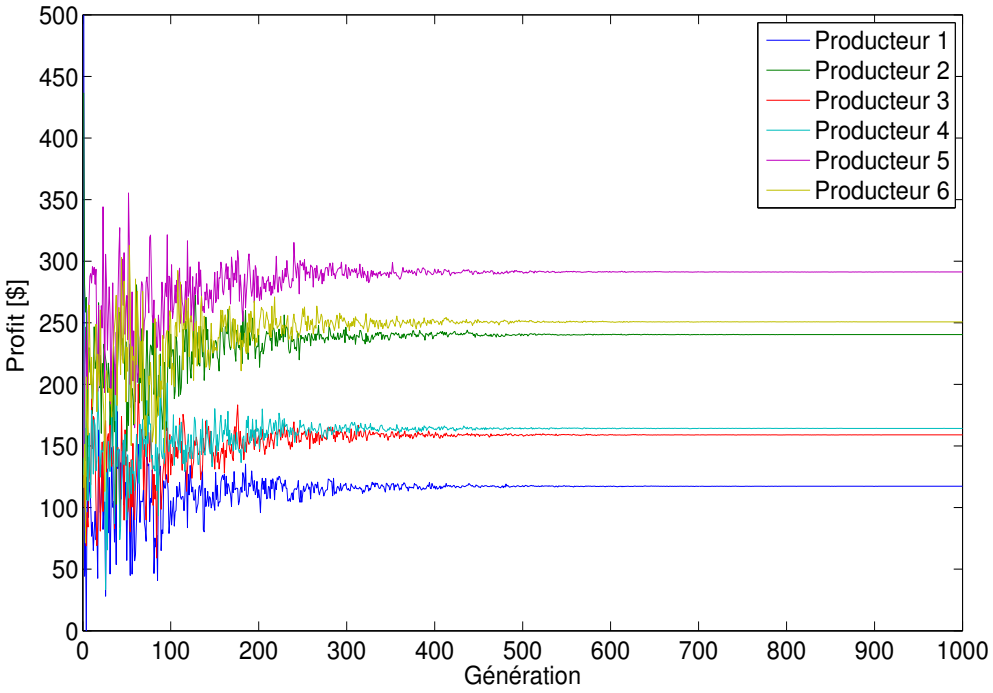


FIGURE V.1 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à terme seul

## V.2 Calcul d'équilibre dans le marché Spot

L'approche coévolutionnaire proposée, est utilisée afin de calculer le point d'équilibre du marché spot sans considérer le marché à terme. Dans ce cas

TABLE V.5 – Les stratégies d'équilibre dans le marché à terme seul

| Producteurs | ${q_{ij}}^f$ [MWh] | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 2.20 | 12.88 | 3.09 | 8.05 | 0.14 |
| Producteur 2 | 3.09 | 15.50 | 3.79 | 10.28 | 0.74 |
| Producteur 3 | 2.51 | 13.74 | 3.32 | 8.83 | 0.36 |
| Producteur 4 | 2.34 | 13.28 | 3.18 | 8.42 | 0.23 |
| Producteur 5 | 3.84 | 17.76 | 4.39 | 12.12 | 1.22 |
| Producteur 6 | 3.82 | 17.70 | 4.37 | 12.08 | 1.21 |

TABLE V.6 – Résultats du marché à terme seul

| Producteurs | $q_i^f$ [MWh] | $p_i^f$ [\$/MWh] | $\Pi_i^f$ [\$] |
|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 26.36 | 31.43 | 117.26 |
| Producteur 2 | 33.40 | 31.37 | 240.40 |
| Producteur 3 | 28.76 | 31.40 | 158.98 |
| Producteur 4 | 27.45 | 31.42 | 164.30 |
| Producteur 5 | 39.33 | 31.34 | 291.22 |
| Producteur 6 | 39.18 | 31.34 | 250.83 |

nous devons trouver l'ensemble des paramètres $x_i^{s*}, i = 1, \ldots, N_g$ de la fonction d'approvisionnement de chaque producteur qui maximise le profit de

chaque producteur.

$$
\begin{gathered}
[x_i^{s*}] = \arg\max\left(\Pi_i(x_i^s) = p_i^s q_i^s - Cst_i(q_i^s)\right) \\
\text{avec :} \\
[q_i^s, p_i^s] = \arg\max(\tfrac{1}{2} x_i^s q_i^{s2} + \beta_i q_i^s) \\
A_{eq} X = B_{eq} \\
A_{ineq} X \leq B_{ineq} \\
q_i^{\min} \leq q_i^s \leq q_i^{\max} \\
i = 1, \ldots, N_g \\
j = 1, \ldots, N_d
\end{gathered}
\tag{V.2}
$$

Les transactions dans le marché spot sont physiques et conditionnées par l'état du réseau de transport. Les quantités à dispatcher, et le LMP à chaque nœud sont calculés par l'opérateur système sur la base d'un OPF, afin de satisfaire la demande et les contraintes du système de manière économique.

Dans notre cas, L'OPF est utilisé dans l'algorithme coévolutionnaire à chaque évaluation d'un individu afin de calculer la puissance dispatchée et le prix marginal à chaque nœud. Pour plus d'efficacité et de rapidité d'exécution, et du moment où nous ne sommes intéressés qu'à l'écoulement de puissance active, nous utilisons un DC-OPF quadratique suivant le modèle proposée par [81] dans le cadre d'un simulateur de marché d'électricité.

Deux contraintes majeures peuvent influencer le résultat du marché : contraintes de transport liées aux capacités des lignes, et contraintes de productions liées à la capacité d'un producteur à satisfaire la quantité que l'OS lui dispatche. Afin d'étudier l'influence de ces contraintes physiques sur le résultat du marché, nous considérons les cas d'études suivants :

– **Cas sans congestions** : aucune contrainte de transport ou de capacité

de production n'est considérée.

- **Cas avec limites de production** : dans ce cas, nous considérons qu'un producteur à une capacité de production limitée (maintenance d'un groupe ou défaut).
- **Cas avec limites de capacité de transport** : dans ce cas, nous réduisons la capacité de transport d'une ligne de transport afin de créer une congestion dans le réseau.

Dans chaque cas, nous comparons les résultats obtenus avec ceux du modèle régulé du marché. Dans le modèle régulé, l'OS exécute un OPF sur la base des fonctions coûts marginaux des unités de production pour calculer les puissances dispatchées et le prix dans le réseau. Les prix obtenus dans ce modèle reflètent le prix réel de l'énergie électrique sans l'influence du comportement stratégique des producteurs.

### V.2.1 Cas du Réseau sans congestions

En appliquant notre algorithme coévolutionnaire sur le modèle du marché spot seul avec réseau non congestionné, nous obtenons les résultats reportés dans le tableau V.7. Le tableau V.8 montre les résultats du marché dans le cas régulé. La figure V.3 montre la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire compétitif.

En comparant les résultats des modèles dérégulé (tableau V.7) et régulé (tableau V.8), nous pouvons remarquer que l'introduction de la compétition dans le marché fait augmenter les prix, qui passent de 40.31\$/$MWh$ à 45.05\$/$MWh$ soit une augmentation de 10.5%. Cette augmentation du prix fait augmenter les profits des producteurs d'une moyenne de 60%.

Les prix du modèle régulé reflètent le prix réel de l'énergie, l'augmentation du prix dans le marché dérégulé est attribué aux comportements stratégiques des producteurs.

La deuxième observation est que les prix dans le marché à terme sont inférieurs à ceux du marché immédiat. Ceci peut être expliqué par l'absence des contraintes physiques dans le marché à terme, qui est purement financier, et par l'absence d'une élasticité de la demande en fonction du prix dans le marché spot.

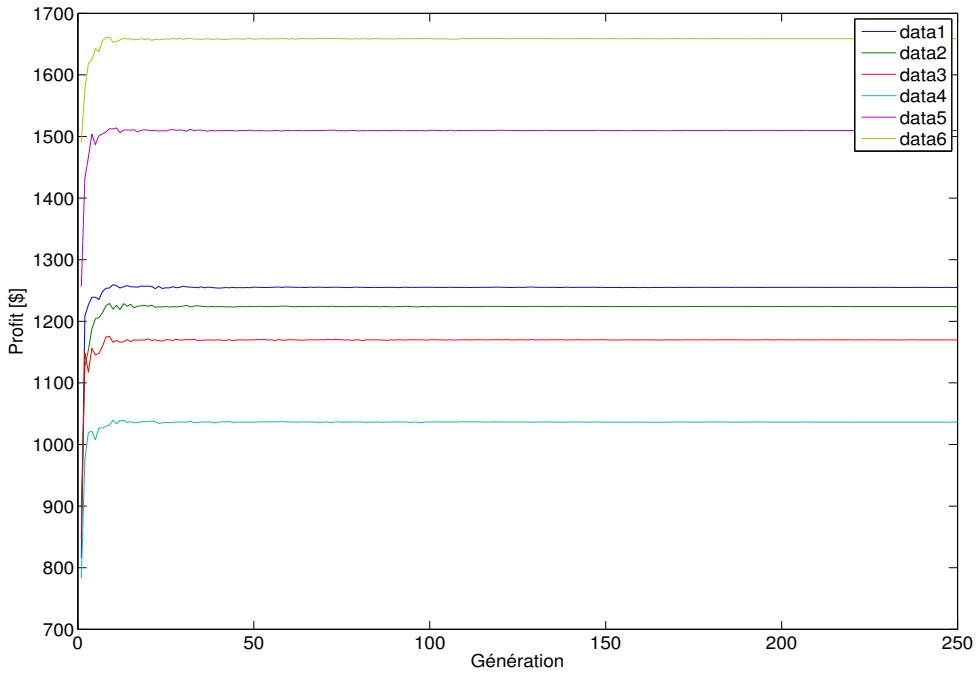


FIGURE V.2 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot sans congestions

TABLE V.7 – Résultats du marché Spot sans congestions

| Producteurs | $x_i^s[\$/MWh]$ | $q_i^s[MWh^2]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.20 | 99.98 | 45.05 | 1 255.00 |
| Producteur 2 | 0.30 | 84.42 | 45.05 | 1 224.00 |
| Producteur 3 | 0.25 | 88.84 | 45.05 | 1 169.80 |
| Producteur 4 | 0.30 | 77.69 | 45.05 | 1 036.40 |
| Producteur 5 | 0.25 | 100.93 | 45.05 | 1 509.70 |
| Producteur 6 | 0.20 | 114.94 | 45.05 | 1 658.70 |

TABLE V.8 – Résultats du marché Régulé sans congestion

| Producteurs | $\alpha_i[\$/MWh^2]$ | $q_i^s[MWh]$ | $P_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.15 | 102.09 | 40.31 | 781.60 |
| Producteur 2 | 0.25 | 81.25 | 40.31 | 825.20 |
| Producteur 3 | 0.20 | 86.56 | 40.31 | 749.30 |
| Producteur 4 | 0.25 | 73.25 | 40.31 | 670.70 |
| Producteur 5 | 0.20 | 101.56 | 40.31 | 1 031.50 |
| Producteur 6 | 0.15 | 122.09 | 40.31 | 1 117.90 |

### V.2.2 Cas du réseau avec limite de production

Dans ce cas d'étude, nous supposons que le producteur 1 a une limite de production de $75MW$. Les tableaux V.9 et V.10 donnent le point d'équilibre du marché spot avec limite de production. La figure V.3 montre la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire.

L'introduction d'une limite de production au niveau du producteur 1 à fait augmenter le prix du marché de $45.05\$/MWh$ à $48.4\$/MWh$, cette aug-

mentation est observée dans le modèle régulé où le prix du marché augmente de 40.3\$/$MWh$ à 41.1\$/$MWh$. Ceci est expliqué par le fait que l'opérateur système doit dispatcher des quantités supplémentaire d'unités plus chères pour remplacer la perte de la quantité produite par le producteur 1.

L'augmentation du prix est très forte dans le modèle du marché spot. Elle est due principalement aux comportements stratégiques des producteurs et leurs capacités à manipuler le prix dans le marché à la hausse afin d'augmenter leurs profits.

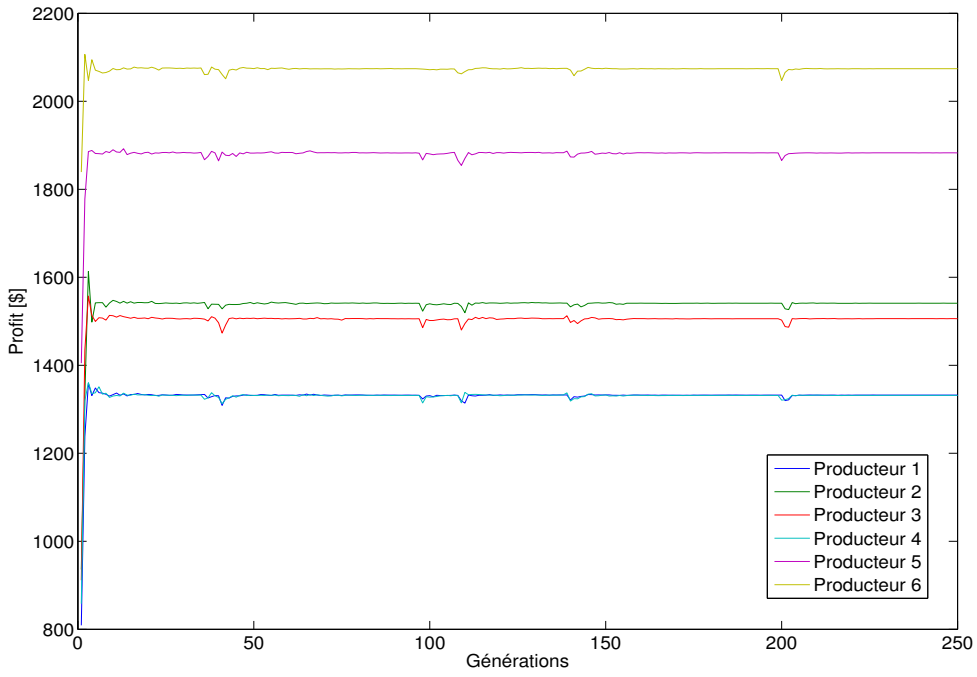


FIGURE V.3 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot avec limite de production

TABLE V.9 – Résultats du marché Spot avec limite de production

| Producteurs | $x_i^s[\$/MWh^2]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.29 | 75.00 | 48.39 | 1 332.20 |
| Producteur 2 | 0.32 | 89.76 | 48.39 | 1 540.90 |
| Producteur 3 | 0.27 | 94.46 | 48.39 | 1 505.80 |
| Producteur 4 | 0.32 | 83.44 | 48.39 | 1 331.50 |
| Producteur 5 | 0.27 | 105.60 | 48.39 | 1 882.60 |
| Producteur 6 | 0.22 | 118.53 | 48.39 | 2 074.00 |

TABLE V.10 – Résultats du marché Régulé avec limite de production

| Producteurs | $\alpha_i[\$/MWh^2]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.15 | 75.00 | 41.41 | 809.00 |
| Producteur 2 | 0.25 | 85.64 | 41.41 | 916.90 |
| Producteur 3 | 0.20 | 92.05 | 41.41 | 847.40 |
| Producteur 4 | 0.25 | 77.64 | 41.41 | 753.60 |
| Producteur 5 | 0.20 | 107.05 | 41.41 | 1 146.10 |
| Producteur 6 | 0.15 | 129.41 | 41.41 | 1 256.00 |

### V.2.3 Cas du réseau avec limite de capacité de transport

Dans ce cas et pour forcer la congestion du réseau, nous limitons la puissance transmise dans la ligne 6-8 à 50 MW. L'approche proposée est utilisée pour le calcul du point d'équilibre dans le marché spot avec contraintes de transport. Les tableaux V.11 et V.12 présentent les résultats obtenus, dans le cas d'un marché spot et régulé respectivement. La figure V.4 trace la ca-

ractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire utilisé

Les tableaux V.11 et V.12 montrent que les congestions dans les lignes font augmenter le prix du marché, cette augmentation est plus importante dans le cas d'un marché dérégulé du fait des comportements stratégies des producteurs.

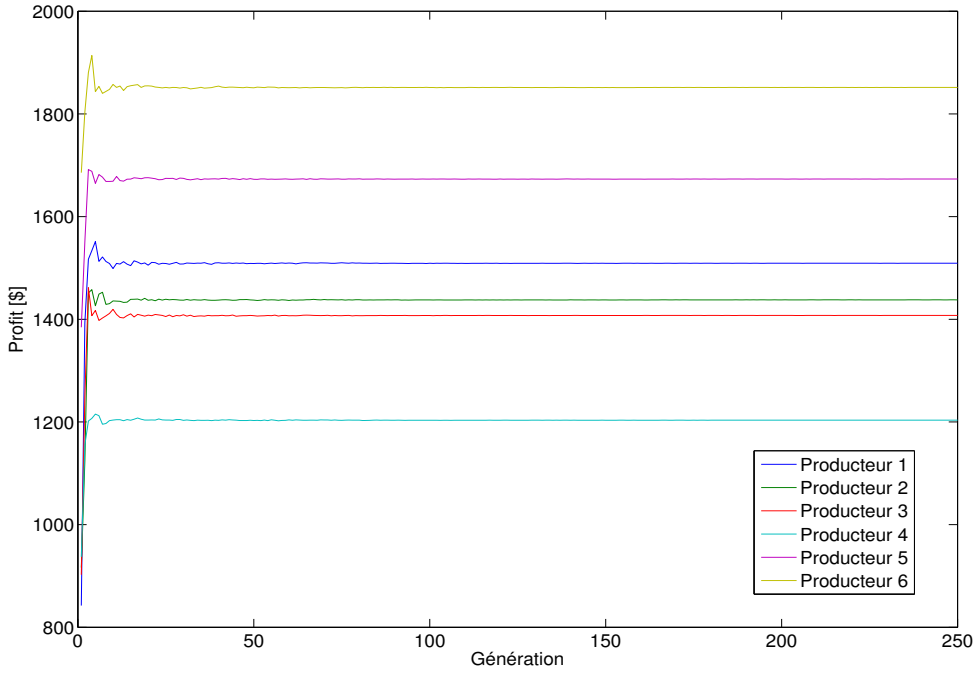


FIGURE V.4 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché Spot avec limite capacité de transport

### V.2.4 Résultats et conclusions

La comparaison entre les résultats obtenus dans les trois cas d'études, nous permettent de remarquer que :

TABLE V.11 – Résultats du marché Spot avec limite de capacité de transport

| Producteurs | $x_i^s[\$/MWh^2]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.22 | 108.65 | 48.63 | 1 234.68 |
| Producteur 2 | 0.31 | 91.86 | 48.63 | 1 003.53 |
| Producteur 3 | 0.22 | 50.00 | 48.63 | 539.45 |
| Producteur 4 | 0.31 | 85.42 | 48.63 | 895.33 |
| Producteur 5 | 0.26 | 108.42 | 48.63 | 1 252.42 |
| Producteur 6 | 0.22 | 122.45 | 48.63 | 1 466.16 |

TABLE V.12 – Résultats du marché Régulé avec limite de capacité de transport

| Producteurs | $\alpha_i[\$/MWh^2]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i^s[\$]$ |
|---|---|---|---|---|
| Producteur 1 | 0.15 | 103.00 | 40.40 | 795.30 |
| Producteur 2 | 0.25 | 81.80 | 40.40 | 836.30 |
| Producteur 3 | 0.20 | 86.60 | 40.40 | 760.50 |
| Producteur 4 | 0.25 | 75.30 | 40.40 | 679.80 |
| Producteur 5 | 0.20 | 98.90 | 40.50 | 1 044.70 |
| Producteur 6 | 0.15 | 121.20 | 40.50 | 1 135.30 |

- En considérant les deux marchés séparément, les prix à terme sont inférieurs à ceux du marché spot. Ceci est due à l'élasticité de la demande dans le marché à terme où les consommateurs peuvent réduire leurs demandes afin de négocier de meilleurs prix. Ce comportement n'est pas observé dans le marché spot où les consommateurs doivent acheter toute la puissance nécessaire quelque soit le niveau du prix.
- Les producteurs prennent avantage des contraintes physiques du sys-

tèmes (limite de production et de transport) au cours du marché spot et augmentent leurs prix marginaux afin d'augmenter le prix du marché et améliorer ainsi leurs profits. Ce comportement est une preuve de pouvoir du marché, qui décrit la situation où un producteur augmente son prix sans pour autant perdre sa part du marché.

Dans les différents cas considérés, nous avons pu remarquer que les prix dans le cas régulé sont inférieurs à ceux trouvés dans un marché dérégulé. Cette situation est attribuée aux comportements stratégiques des producteurs et leurs capacités à manipuler les prix pour augmenter leurs profits.

## V.3 Calcul d'équilibre dans un marché à deux transactions

Dans cette section, nous utilisons notre algorithme coévolutionnaire compétitif afin de trouver les stratégies d'équilibre de Nash dans un marché à deux transactions. Pour cela, nous traitons les trois cas d'études :

- Cas de marché à deux transactions sans congestions
- Cas avec limite de production
- Cas avec limite de la capacité de transport

### V.3.1 Marché à deux transactions sans congestion

En premier lieu, nous calculons le point d'équilibre du modèle à deux transactions dans le cas où les contraintes du système sont ignorées. Les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux V.13 et V.14. La caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire est reportée sur la figure V.5.

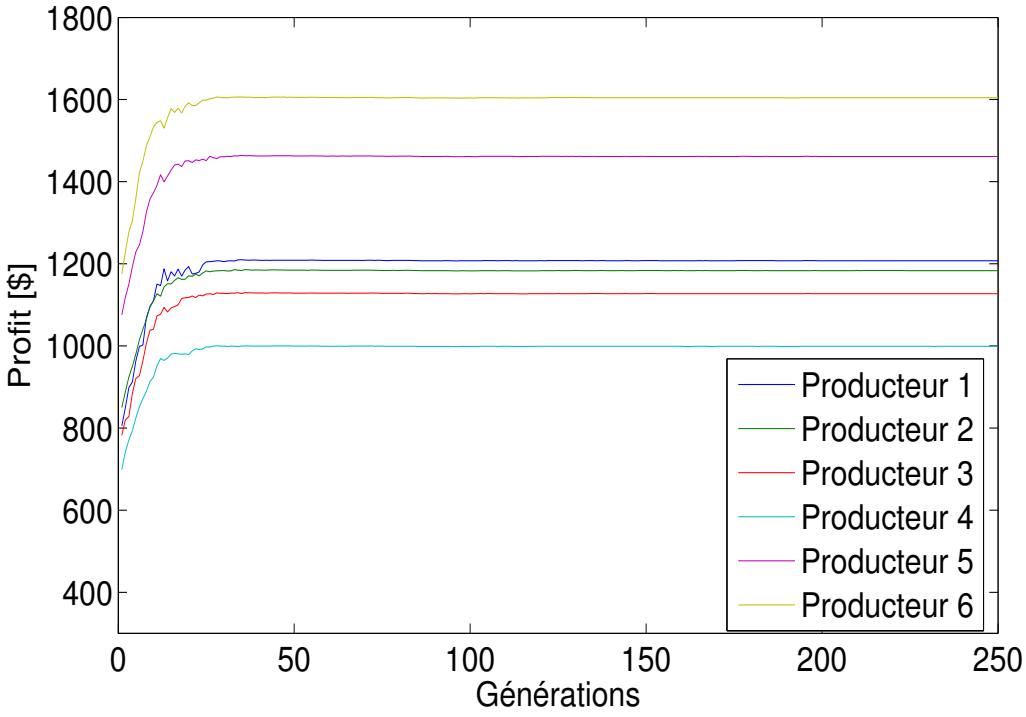


FIGURE V.5 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions sans congestions

Une première analyse des résultats obtenus dans ce cas d'étude comparés à ceux obtenus dans le cas des deux marchés à termes et spot séparés, nous permet de faire les remarques suivantes :

- Les prix du marché à terme ont augmenté pour arriver au même niveau des prix du marché spot. Cette augmentation est due à un phénomène de rareté imposé par les producteurs qui diminuent leurs participations dans le marché à terme qui n'est pas attractif.
- L'introduction des transactions à terme fait légèrement réduire les prix dans le marché spot. Cette influence est prédite dans le modèle économique, mais limitée par le pouvoir du marché des producteurs.

TABLE V.13 – Stratégies d'équilibre des producteurs dans le modèle à deux-transactions sans congestions

| | Stratégies à termes $/MWh | | | | | stratégies spot |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $MWh^2/\$$ |
| producteur 1 | 0.00 | 4.74 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.20 |
| producteur 2 | 0.00 | 4.74 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.29 |
| producteur 3 | 0.00 | 4.73 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.24 |
| producteur 4 | 0.00 | 4.74 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.29 |
| producteur 5 | 0.00 | 4.74 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.24 |
| producteur 6 | 0.00 | 4.74 | 0.92 | 1.29 | 0.00 | 0.20 |

TABLE V.14 – Résultats du marché à deux-transactions sans congestions

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f[MWh]$ | $p_i^f[\$/MWh]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i[\$]$ |
| producteur 1 | 6.95 | 45.52 | 100.06 | 44.63 | 1 219.70 |
| producteur 2 | 6.95 | 45.52 | 84.34 | 44.63 | 1 194.50 |
| producteur 3 | 6.94 | 45.52 | 88.80 | 44.63 | 1 138.50 |
| producteur 4 | 6.95 | 45.52 | 77.58 | 44.63 | 1 009.60 |
| producteur 5 | 6.95 | 45.52 | 100.93 | 44.63 | 1 473.60 |
| producteur 6 | 6.94 | 45.52 | 115.10 | 44.63 | 1 617.60 |

### V.3.2 Marché à deux transactions avec limite de production

Dans ce cas d'étude, nous prenons le même réseau que précédemment, mais nous supposons que la capacité de production du producteur 1 est limitée à 75 MW. Les tableaux V.15 et V.16 présentent le point de l'équilibre et les résultats du marché. La figure V.6 montre la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire.

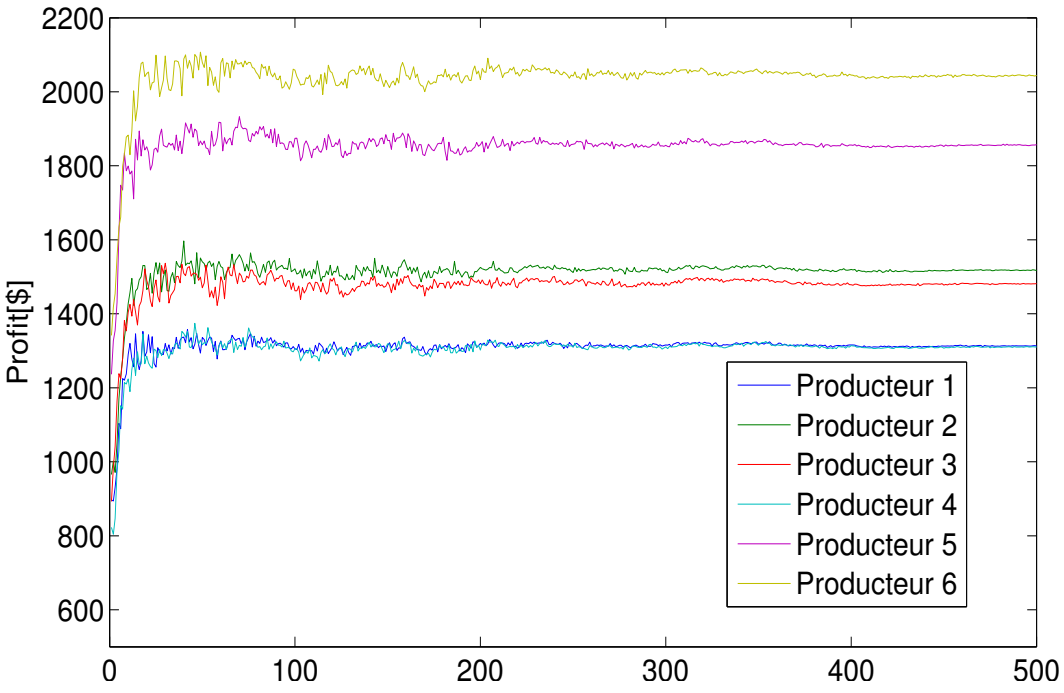


FIGURE V.6 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de production

Les résultats obtenu dans ce cas d'étude montrent qu'une contrainte sur la capacité de production fait augmenter davantage le prix dans le marché spot. Les producteurs manipulent le marché à terme en réduisant leurs participation afin d'augmenter les prix au niveau des prix du marché spot.

TABLE V.15 – Stratégies d'équilibre du modèle à deux-transactions avec limite de production

| | Stratégies à termes $/$MWh$ | | | | | stratégies spot |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $MWh^2/$ |
| producteur 1 | 0.00 | 1.56 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.17 |
| producteur 2 | 0.00 | 1.59 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.31 |
| producteur 3 | 0.00 | 1.53 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.27 |
| producteur 4 | 0.00 | 1.56 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.31 |
| producteur 5 | 0.00 | 1.53 | 0.06 | 0.00 | 0.00 | 0.27 |
| producteur 6 | 0.00 | 1.50 | 0.07 | 0.00 | 0.00 | 0.22 |

TABLE V.16 – Résultats du marché à deux transactions avec limite de production

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f[MWh]$ | $p_i^f[\$/MWh]$ | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s[\$/MWh]$ | $\Pi_i[\$]$ |
| producteur 1 | 4.14 | 47.59 | 104.55 | 46.94 | 1 476.70 |
| producteur 2 | 3.56 | 47.63 | 88.28 | 46.97 | 1 409.00 |
| producteur 3 | 4.54 | 47.60 | 97.51 | 46.85 | 1 378.40 |
| producteur 4 | 4.93 | 47.59 | 78.52 | 46.83 | 1 183.00 |
| producteur 5 | 3.25 | 47.62 | 92.21 | 47.05 | 1 645.60 |
| producteur 6 | 2.90 | 47.64 | 105.73 | 47.12 | 1 819.50 |

### V.3.3 Marché à deux transactions avec limite de capacité de transport

Dans ce cas d'étude, nous supposons une limite de capacité de transport de 50MW sur la ligne 6-8. Les tableaux V.17 et V.18 résument les stratégies d'équilibre et les résultats du marché dans le modèle à deux transactions en considérant les contraintes de transport. La figure V.7 trace la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire proposé.

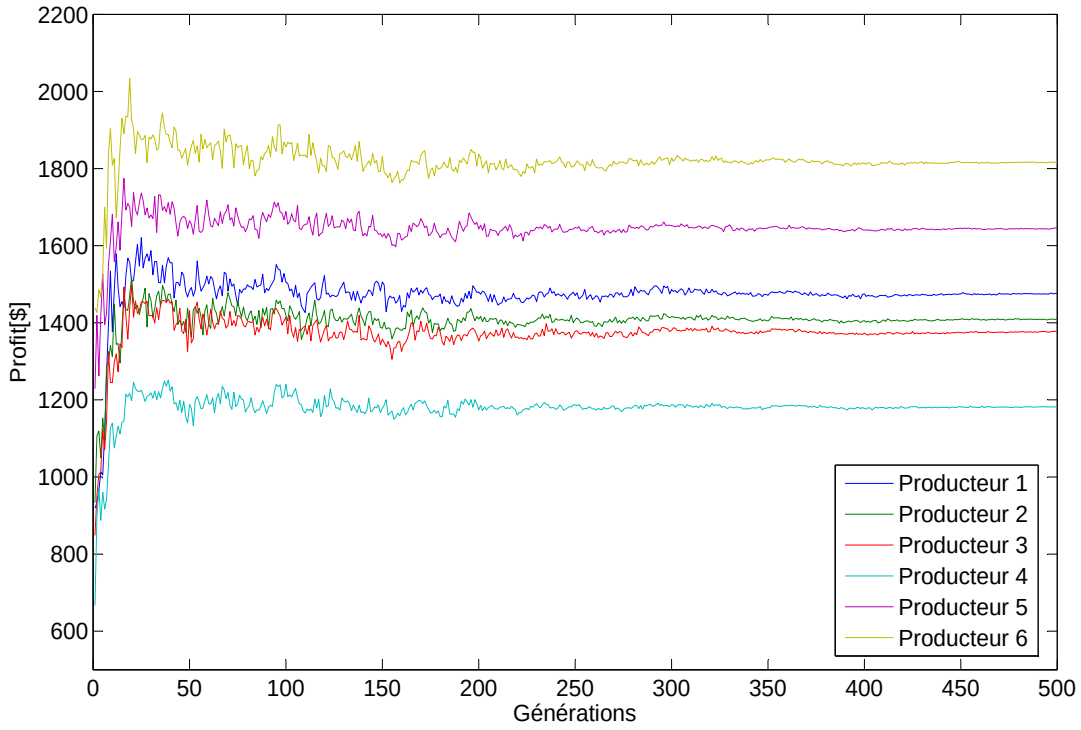


FIGURE V.7 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de capacité de transport

Les résultats obtenu dans ce cas d'étude confirment ceux obtenus précé-

TABLE V.17 – Stratégies d'équilibre du modèle à deux transactions avec limite de capacité de transport

| | Stratégies à termes [$/$MWh$] | | | | | stratégies spot |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | [$MWh^2$/$] |
| producteur 1 | 0.00 | 3.38 | 0.49 | 0.26 | 0.00 | 0.21 |
| producteur 2 | 0.00 | 3.12 | 0.40 | 0.03 | 0.00 | 0.31 |
| producteur 3 | 0.00 | 3.70 | 0.71 | 0.13 | 0.00 | 0.22 |
| producteur 4 | 0.00 | 4.04 | 0.60 | 0.28 | 0.00 | 0.34 |
| producteur 5 | 0.00 | 2.67 | 0.59 | 0.00 | 0.00 | 0.20 |
| producteur 6 | 0.00 | 2.58 | 0.32 | 0.00 | 0.00 | 0.26 |

TABLE V.18 – Résultats du marché à deux transactions avec limite de capacité de transport

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f[MWh]$ | $p_i^f$[$/$MWh$] | $q_i^s[MWh]$ | $p_i^s$[$/$MWh$] | $\Pi_i$[$] |
| producteurs 1 | 5.37 | 46.54 | 104.49 | 46.77 | 1 454.60 |
| producteurs 2 | 5.44 | 46.53 | 88.40 | 46.80 | 1 390.60 |
| producteurs 3 | 5.41 | 46.54 | 97.03 | 46.68 | 1 355.70 |
| producteurs 4 | 5.44 | 46.54 | 78.31 | 46.66 | 1 164.30 |
| producteurs 5 | 5.32 | 46.55 | 92.42 | 46.87 | 1 627.70 |
| producteurs 6 | 5.39 | 46.54 | 106.15 | 46.95 | 1 801.10 |

demment : les contraintes du transport font augmenter le prix du marché spot accompagné d'une diminution des quantités échangées dans le marché à terme, ce qui fait augmenter les prix du marché à terme au niveau des prix du marché spot. Cette manipulation des prix à la hausse fait augmenter le

profit des producteurs.

### V.3.4 Résultats et Interprétations

Les figures V.8, V.9, V.10, V.11 et V.12, nous donne un comparatif entre les résultats obtenus dans les différents cas considérés A partir de ces résultats nous pouvons constater que :

- Dans le modèle à deux transactions, les prix du marché à terme sont au même niveau que ceux des prix spot, donc une augmentation de 45% dans le cas non congestionné et 56% dans le cas congestionné. Cette augmentation du prix à terme fait augmenter les profits des producteurs d'une moyenne de 35% dans le cas congestionné et de 50% dans le cas non congestionné.
- Ce comportement résulte du fait qu'un niveau bas de prix dans le marché à terme n'est pas intéressant pour les producteurs qui préfèrent vendre leurs puissances dans le marché spot où les prix sont plus intéressants. Ce qui provoque un phénomène de rareté qui fait augmenter le prix du marché à terme au même niveau que celui du marché spot.
- En introduisant les transactions à termes, les prix dans les transactions spot sont légèrement inférieurs à ceux trouvés dans le cas du marché spot seul. Les modèles théoriques prévoient que l'introduction des transactions à terme fait réduire le pouvoir du marché des producteurs et les force à réduire les prix. Toutefois, cette possibilité est limitée par le fait que les transactions dans le marché à terme ne sont pas attractives pour les producteurs qui préfèrent les transactions spot avec prix plus élevés.

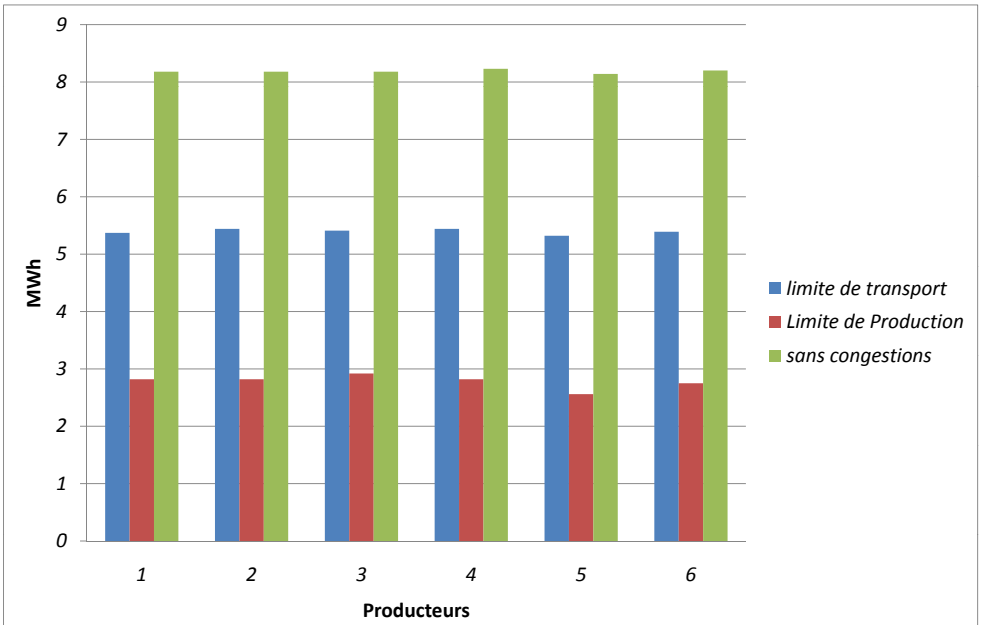


FIGURE V.8 – Comparaison entre les quantités des transactions à terme en fonction de l'état du réseau

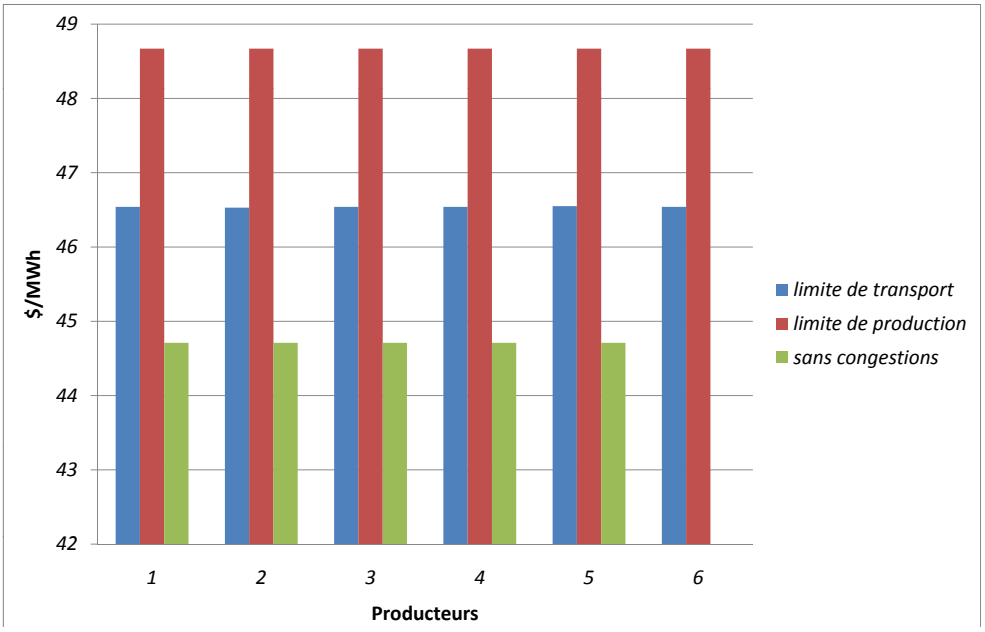


FIGURE V.9 – Comparaison entre les prix des transactions à terme en fonction de l'état du réseau

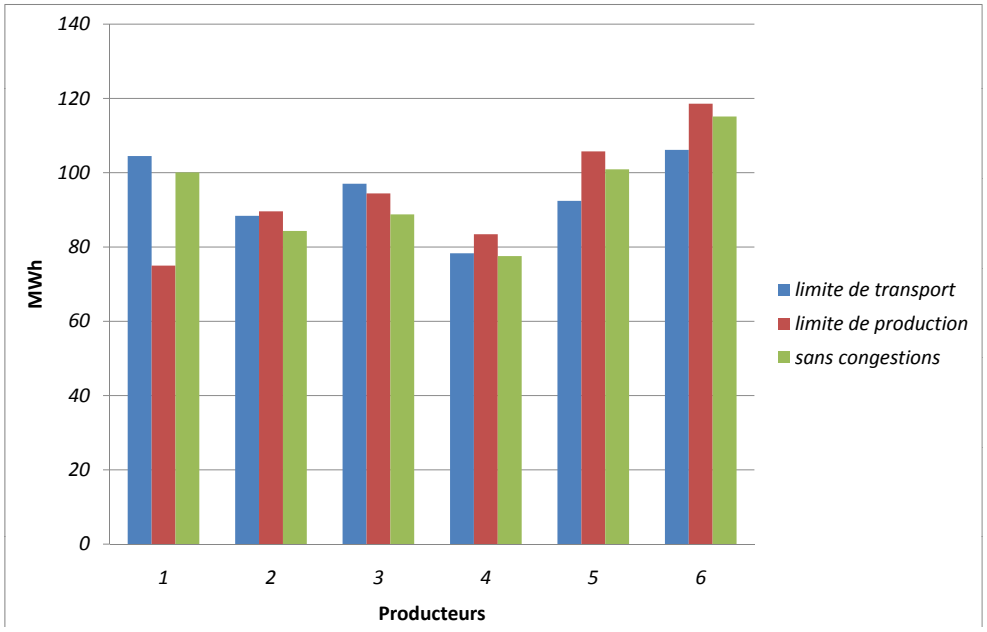


FIGURE V.10 – Comparaison entre les quantités des transactions spot en fonction de l'état du réseau

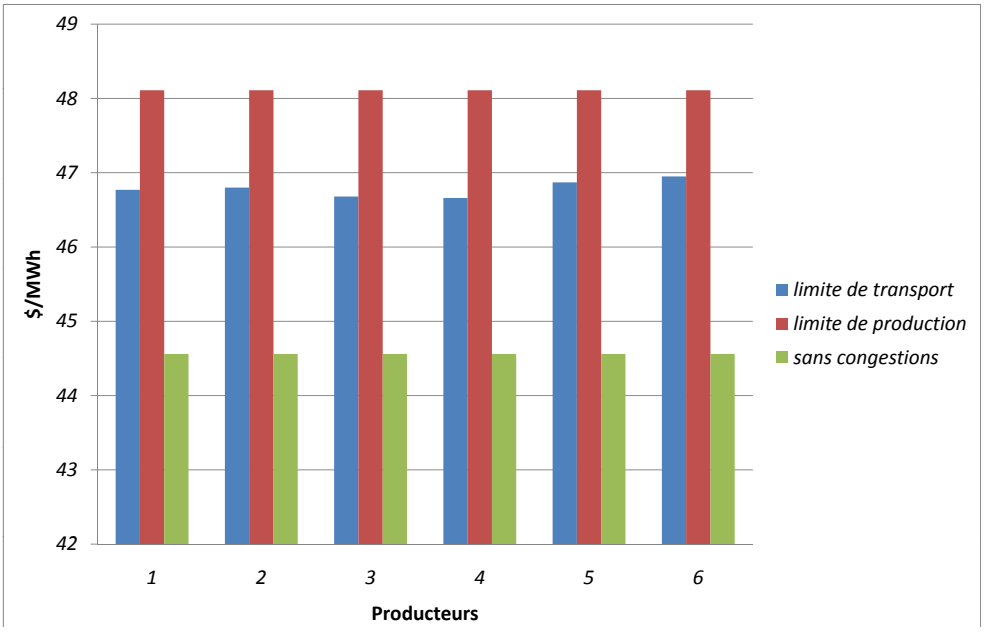


FIGURE V.11 – Comparaison entre les quantités des transactions spot en fonction de l'état du réseau

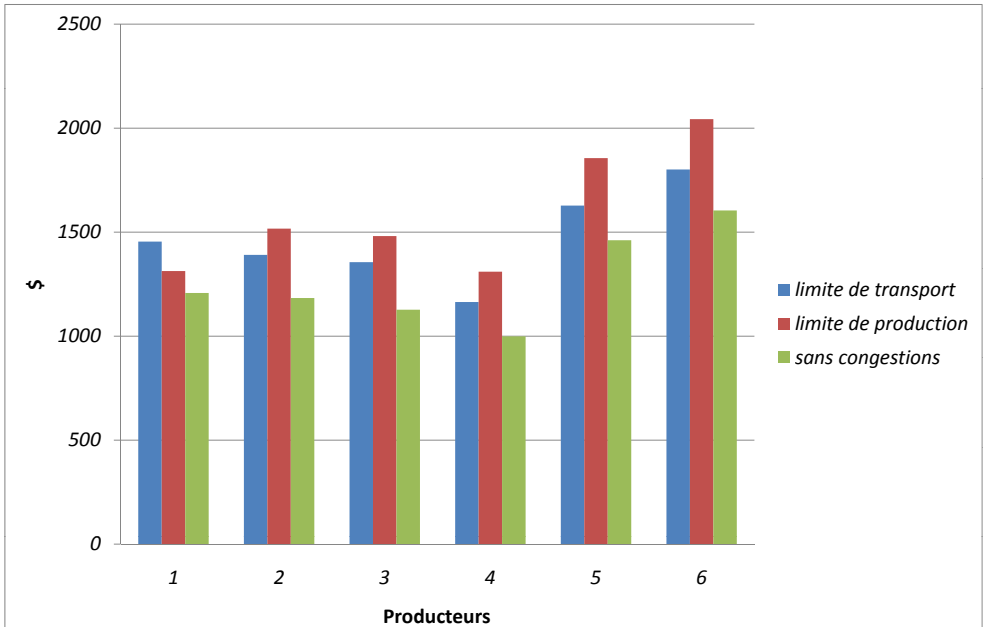


FIGURE V.12 – Comparaison entre les profits des producteurs dans le marché à deux transactions en fonction de l'état du réseau

# Chapitre VI

# Calcul d'équilibre dans le modèle stochastique

Dans la section précédente, nous avons simulé les comportements des producteurs dans le cas d'un modèle de marché dérégulé à deux transactions. Même si les résultats obtenus sont très intéressants, le modèle à deux transactions standard manque de réalisme. Ce modèle suppose qu'au moment où les producteurs choisissent leurs stratégies dans le marché à terme, l'état du marché spot est connus à priori [82, 83].

Une des caractéristiques du marché d'électricité est la nature stochastique de la demande. Dans le marché à terme, qui prend place plusieurs jours avant la période de livraison, la valeur de la demande au moment de livraison n'est pas connue avec certitude. Dans le marché à terme, les agents ne connaissent pas, par avance, la portée de leurs décisions sur le marché spot ou sur le profit final obtenu. De ce fait, le choix des stratégies d'équilibre pour chaque individu relève de la théorie des jeux stochastiques.

Le marché d'électricité est un exemple d'un jeu stochastique à deux étapes. Dans la première étape, tous les agents choisissent leurs stratégies à terme afin de maximiser leurs profits. Du moment où l'état du marché spot n'est pas connu au moment de la prise de décision, l'agent doit avoir une estimation sur son déroulement et prend ses décisions en se basant sur cette estimation. Dans la deuxième étape, après que les incertitudes soient connues, les agents choisissent leurs stratégies dans les transactions spots en considérant les décisions prises dans le marché à terme comme acquises.

## VI.1 Modèle mathématique

Pour modéliser le marché en prenant en compte l'aspect stochastique du marché spot, nous modélisons le problème comme un jeu stochastique à deux étapes. Dans la première, les agents doivent prendre les décisions concernant leurs stratégies dans le marché à terme, en considérant les réalisations possibles du marché spot. Dans la deuxième étape les agents choisissent leurs stratégies dans le marché spot en fonction de l'état de ce dernier et les résultats du marché à terme [83, 84].

Le profit d'un producteur dans un marché à deux étapes s'écrit, donc, sous la forme :

$$\Pi_i = \Pi_i^f + \Pi_i^s, \tag{VI.1}$$

Avec : $\Pi_i^f$et $\Pi_i^s$ sont les profits obtenus des transactions à terme et spots respectivement.

1. **Marché à terme** : Les agents optimisent leurs profits de la transaction

à terme en considérant la réalisation possible du marché spot :

$$\max\left(\Pi_i\right) = \Pi_i^f + E\left(\Pi_i^s\right). \tag{VI.2}$$

2. **Marché spot** : Dans cette étape, les agents optimisent leurs profits des transactions dans le marché spot. Au début de la deuxième étape, le résultat des transactions à terme et les différents aspects aléatoires du marché spot sont supposés connus.

$$\max(\Pi_i^s)$$

.

La difficulté principale dans un processus de prise de décision stochastique est l'estimation de la valeur de $E\left(\Pi_i^s\right)$. Dans la littérature, deux techniques sont utilisées pour modéliser l'aspect aléatoire introduit par le modèle stochastique du marché : jeux à scénarios probables et jeux à scénarios prédits[85]. Dans ce travail nous utilisons l'approche des jeux à scénarios probables.

## VI.2 Jeux à scénarios probables

Dans cette approche, nous supposons que les agents ont suffisamment de connaissances des aspects aléatoires du marché pour pouvoir estimer les scénarios possibles dans le marché spot et leurs probabilités d'occurrence. Dans cette approche, chaque scénario est représenté par le triplet :

$$\left\{q^s(k), p^s(k), P(k)\right\},$$
$$k = 1, \ldots, K < \infty$$

Avec :

– $q^s(k)$ : la quantité contractée dans le marché spot dans le scénario $k$.

– $p^s(k)$ : le prix du marché spot dans le scénario $k$.

– $P(k)$ : la probabilité d'occurrence du scénario $k$.

En utilisant cette approche, nous reformulons les deux étapes comme suit :

### Marché à terme

Dans la première étape, les agents prennent leurs décisions concernant les quantités à contracter dans le marché à terme en considérant les réalisations possibles du marché spot.

$$\max(\Pi_i) = \Pi_i^f + \sum_{k=1}^{K} P(k)\Pi_i^s(k), \tag{VI.3}$$

$$\begin{gathered}\max(\Pi_i) = q_i^f p_i^f + \sum_{k=1}^{K} P(k)\left(\left(q_i^s(k) - q_i^f\right) p_i^s(k) - C_i\left(q_i^s(k)\right)\right) \\ i = 1, \ldots, N_g \\ \text{avec :} \\ p_i^f = \frac{1}{q_i^f} \sum_{j=1}^{N_d} \frac{q_{ij}^f}{e_j} \left( D_j^0 - \sum_{i=1}^{N_g} q_{ij}^f \right),\end{gathered} \tag{VI.4}$$

avec :

– $P(k)$ est la probabilité de l'occurrence du scénario $k$.

– $q_i^f = \sum_{j=1}^{N_d} q_{ij}^f$ : puissance totale échangée dans le marché à terme

### Marché spot

Le début de cette étape voit la réalisation du scénario $k$. Chaque agent doit optimiser son profit en se basant sur la réalisation des variables aléatoires

du marché spot et les décisions prises au cours du marché à terme :

$$\begin{gathered}
\max\left(\Pi_i^s\right) = \left(q_i^s - q_i^f\right) p_i^s - C_i\left(q_i^s\right), \\
\text{avec :} \\
\left[q_i^s, p_i^s\right] = \arg\max\left(\sum_{i=1}^{N_g} \tfrac{1}{2} x_i^s {q_i^s}^2 + \beta_i q_i^s + \gamma_i\right), \\
A_{eq} X = B_{eq} \\
A_{ineq} X \leq B_{ineq} \\
q_i^{\min} \leq q_i^s \leq q_i^{\max} \\
i = 1, \ldots, N_g \\
j = 1, \ldots, N_d.
\end{gathered} \tag{VI.5}$$

## VI.3 Calcul de l'équilibre du marché

Pour calculer les stratégies d'équilibre dans le modèle stochastique du marché d'électricité dérégulé, nous modélisons le marché comme un jeu stochastique à scénarios probables. Les suppositions suivantes sont considérées :

- $q_i^{f*}$ et $x_i^{s*}$ sont les stratégies d'équilibre de Nash de l'agent $i$.
- $q_{-i}^{f*}$ et $x_{-i}^{s*}$ sont les stratégies d'équilibre de Nash de tous les agents sauf l'agent $i$.

Les stratégies $\left(q_i^{f*}, x_i^{f*}\right)$ constituent un équilibre de Nash [86, 87], si et seulement si les deux propositions suivantes se réalisent :

$$\begin{gathered}
\Pi_i^f\left(\left(q_i^{f*}, x_i^{s*}\right), \left(q_{-i}^{f*}, x_{-i}^{s*}\right)\right) \geq \Pi_i^f\left(\left(q_i^f, x_i^{s*}\right), \left(q_{-i}^{f*}, x_{-i}^{s*}\right)\right), \\
\forall q_i^f \neq q_i^{f*}, \\
i = 1, \ldots, N_g.
\end{gathered} \tag{VI.6}$$

$$\Pi_i^s\left(\left(q_i^{f*}, x_i^{s*}\right), \left(q_{-i}^{f*}, x_{-i}^{s*}\right)\right) \geq \Pi_i^s\left(\left(q_i^{f*}, x_i^s\right), \left(q_{-i}^{f*}, x_{-i}^{s*}\right)\right), \quad \forall x_i^s \neq x_i^{s*}, \quad i = 1, \ldots, N_g. \tag{VI.7}$$

Les fonctions profits $\Pi_i^f$ et $\Pi_i^s$ sont définies dans (VI.4) et (VI.5).

## VI.4 Approche proposée

A la différence du modèle standard, dans le modèle stochastique, chaque agent est confronté à un problème de décisions à deux étapes. Dans la première étape l'agent doit prendre la décision de sa stratégie dans le marché à terme en fonction de son estimation de l'occurrence du marché spot, et dans la deuxième étape il choisit sa stratégie dans le marché spot en prenant le résultat du marché à terme comme acquis.

L'avantage de la modélisation du problème en un jeu à scénarios probables est qu'elle nous permet de découpler le problème en deux sous problèmes, un pour chaque étape du marché. A la différence de l'algorithme utilisé pour le modèle à deux transaction, dans le modèle stochastique, nous utilisons simultanément deux algorithmes coévolutionnaires un pour chaque étape, l'organigramme de l'approche proposée est présentée dans la figure VI.1

La démarche de résolution est la suivante :

1. Initialisation.
2. Pour un nombre maximales de générations

   Appliquer un Algorithme coévolutionnaire sur le modèle du marché à terme suivant les scénario possible du marché spot.

Appliquer un algorithme coévolutionnaire sur le modèle du marché spot suivant les décisions prises dans le marché à terme.

3. Mise à jours des prix et quantité des différents scénarios.

4. refaire les étapes pour un nombre prédéfini de générations.

Le pseudo-code Matlab de l'algorithme proposé est en annexe C.

## VI.5 Cas d'étude

Afin d'évaluer l'influence des incertitudes dans le marché spot sur les résultats du marché, nous utilisons l'algorithme coévolutionnaire proposé pour le calcul du point d'équilibre d'un marché à deux transactions stochastique. Pour cela nous utilisons le réseau IEEE30 nœuds défini précédemment pour les cas d'études suivants :

- Dans le premier cas nous considérons le réseau non congestionné.
- Dans le deuxième cas nous considérons le système congestionné.
- Dans le troisième cas d'étude nous utilisons un réseau congestionné avec une probabilité d'une limite de production.

TABLE VI.1 – Les scénarios possibles du niveau de charge dans le marché spot

| N | 0.5 | 0.75 | 1 | 1.125 | 1.25 |
|---|---|---|---|---|---|
| Pb | 0.05 | 0.2 | 0.5 | 0.2 | 0.05 |

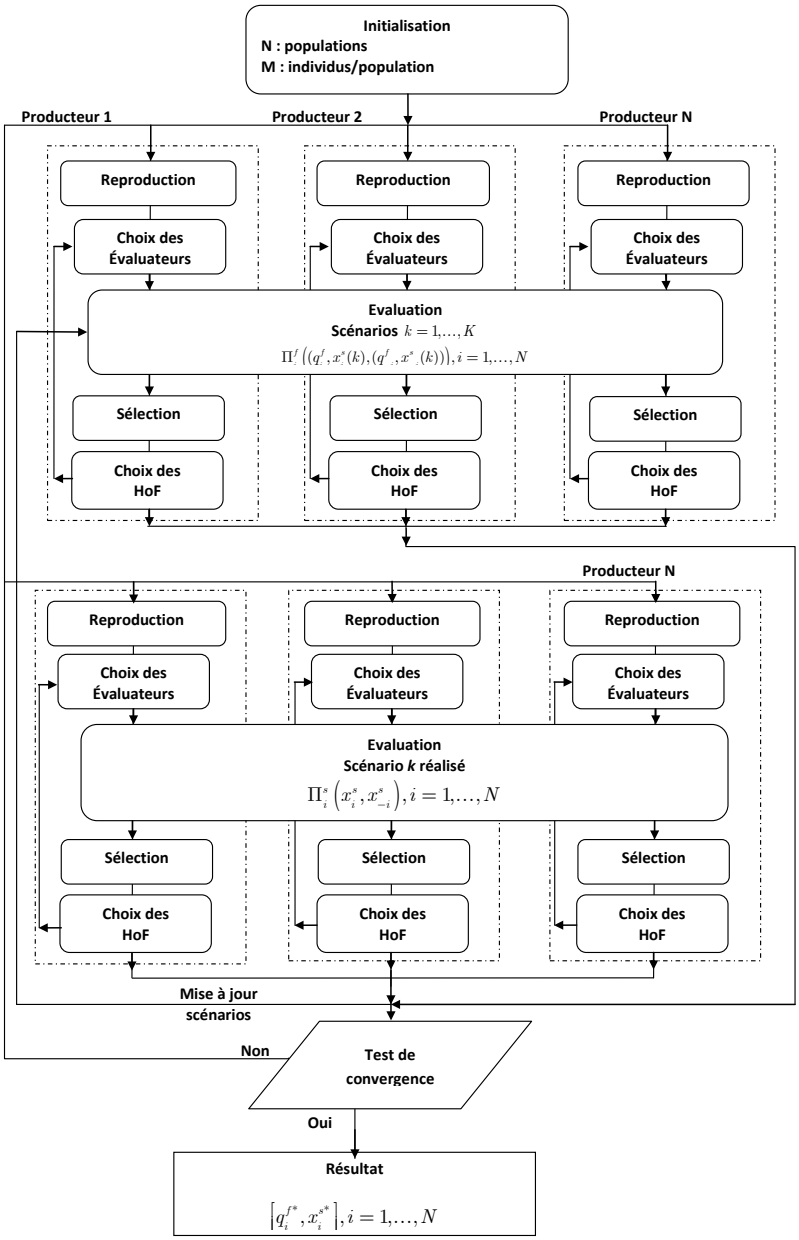


FIGURE VI.1 – Organigramme de l'algorithme coévolutionnaire pour le calcul de l'équilibre d'un marché d'électricité avec un modèle à deux transactions stochastique

### VI.5.1 Cas 1 : Sans congestion

Dans le premier cas, nous utilisons les scénarios probables du tableau VI.1 pour calculer le point d'équilibre dans le marché à deux transactions stochastique. Le tableau VI.2 représente les stratégies d'équilibre et les résultats du marché. La figure VI.2 trace la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire.

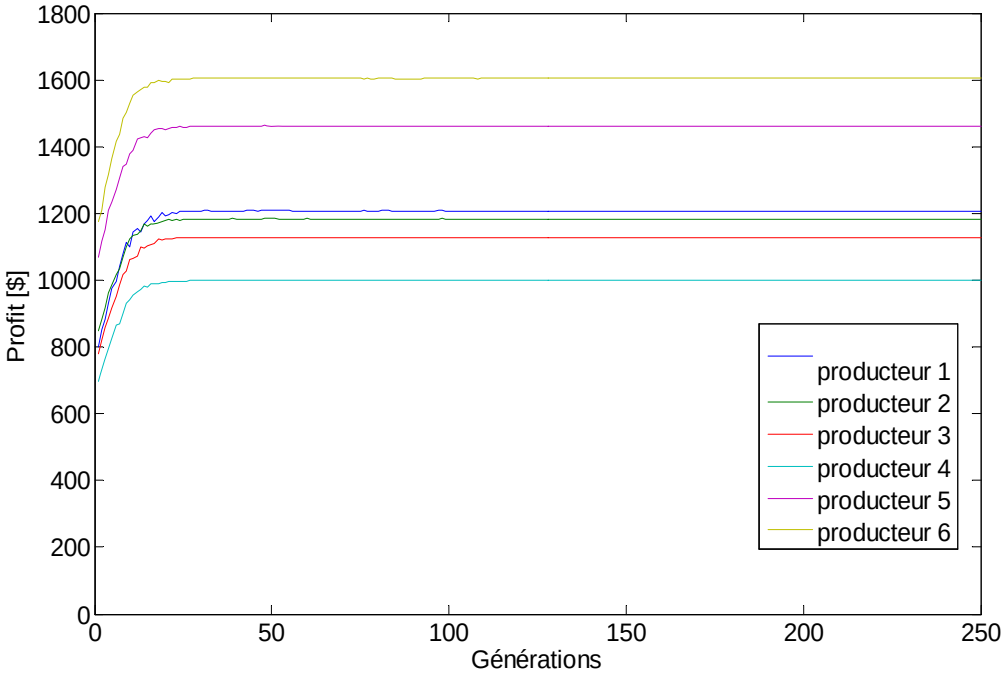


FIGURE VI.2 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le modèle stochastique sans congestions

Les résultats trouvés montrent que l'introduction de l'aspect stochastique dans le modèle à deux-transactions à fait augmenter de 20% en moyenne le volume des transactions dans le marché à terme, ce qui s'accompagne d'une

TABLE VI.2 – Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique sans congestion

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f$ | $p_i^f$ | $x_i^s$ | $q_i^s$ | $p_i^s$ | $\Pi_i$ |
| Producteur 1 | 8.16 | 44.71 | 0.20 | 100.05 | 44.56 | 1 207.40 |
| Producteur 2 | 8.18 | 44.71 | 0.29 | 84.32 | 44.56 | 1 183.40 |
| Producteur 3 | 8.24 | 44.71 | 0.24 | 88.80 | 44.56 | 1 127.20 |
| Producteur 4 | 8.18 | 44.70 | 0.29 | 77.56 | 44.56 | 999.00 |
| Producteur 5 | 8.17 | 44.71 | 0.24 | 100.94 | 44.56 | 1 461.40 |
| Producteur 6 | 8.16 | 44.71 | 0.20 | 115.13 | 44.56 | 1 604.40 |

réduction dans le prix du marché à terme de 2%. Ce comportement est dû au fait que les producteur augmentent leurs participations dans le marché à terme pour contrer l'incertitude introduite dans le marché spot.

### VI.5.2 Cas 2 : Réseau avec limite de capacité de transport

Dans le deuxième cas, l'algorithme coévolutionnaire est utilisé pour calculer le point d'équilibre du modèle stochastique. Le tableau VI.3 présente les stratégies d'équilibre et les résultats du marché. La figure VI.3 montre la caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire compétitif.

Les résultats confirment les observations effectuées dans les cas précédant du modèle stochastique sans congestions. Les producteurs, sous l'effet de l'incertitude auxquelles ils font face dans le marché spot, augmentent leurs participations dans le marché à terme, ce qui s'accompagne d'une réduction

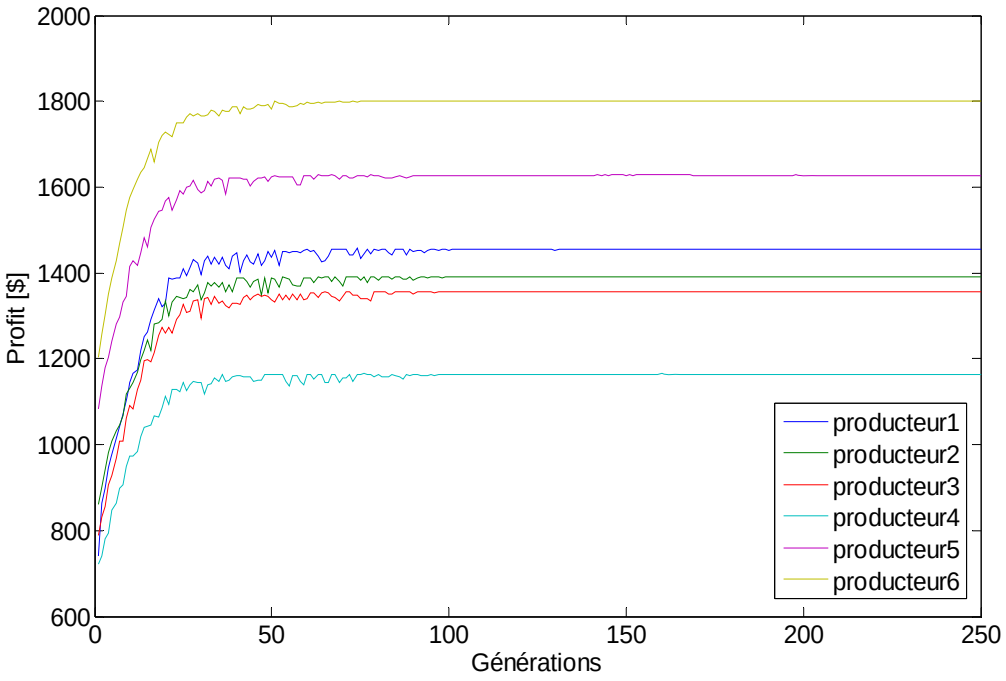


FIGURE VI.3 – Caractéristique de convergence de l'algorithme dans le modèle stochastique avec limite de capacité de transport

du prix dans les deux marchés.

### VI.5.3 Cas 3 Marché avec congestions une probabilité de limitation de production

Dans ce cas d'étude, nous supposons que le producteur 1 est en période de maintenance et a une probabilité de 25% qu'une partie de son parc de production soit hors service. Dans le marché spot, cette probabilité ne se réalise pas. Nous supposons que le réseau est congestionné.

La figure VI.4 montre la caractéristique de convergence de l'algorithme

TABLE VI.3 – Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique avec congestion

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f$ | $p_i^f$ | $x_i^s$ | $q_i^s$ | $p_i^s$ | $\Pi_i$ |
| Producteur 1 | 5.41 | 46.54 | 0.21 | 104.49 | 46.77 | 1454.6 |
| Producteur 2 | 5.44 | 46.54 | 0.30 | 88.40 | 46.80 | 1390.7 |
| Producteur 3 | 5.44 | 46.54 | 0.22 | 97.04 | 46.68 | 1355.8 |
| Producteur 4 | 5.38 | 46.53 | 0.34 | 78.30 | 46.67 | 1164.2 |
| Producteur 5 | 5.37 | 46.53 | 0.20 | 92.42 | 46.87 | 1627.7 |
| Producteur 6 | 5.40 | 46.53 | 0.26 | 106.16 | 46.95 | 1801.1 |

TABLE VI.4 – Résultats du marché dans le cas du modèle stochastique avec probabilité de limite de production

| | Stratégies à terme | | Stratégies Spot | | | Profit |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_i^f$ | $p_i^f$ | $x_i^s$ | $q_i^s$ | $p_i^s$ | $\Pi_i$ |
| Producteur 1 | 6.51 | 45.81 | 0.20 | 100.05 | 44.66 | 1223.70 |
| Producteur 2 | 6.53 | 45.81 | 0.29 | 84.34 | 44.66 | 1198.20 |
| Producteur 3 | 6.48 | 45.81 | 0.24 | 88.80 | 44.66 | 1142.30 |
| Producteur 4 | 6.50 | 45.81 | 0.29 | 77.58 | 44.66 | 1013.10 |
| Producteur 5 | 6.45 | 45.81 | 0.24 | 100.93 | 44.66 | 1477.60 |
| Producteur 6 | 6.50 | 45.81 | 0.20 | 115.10 | 44.66 | 1622.00 |

coévolutionnaire utilisé. Le tableau VI.4 présente le point d'équilibre et les résultats du marché pour le scénario considéré.

Les résultats trouvés sont intéressants : ils montrent que même si la probabilité de perte de puissance au niveau du producteur 1 est de 25%, elle

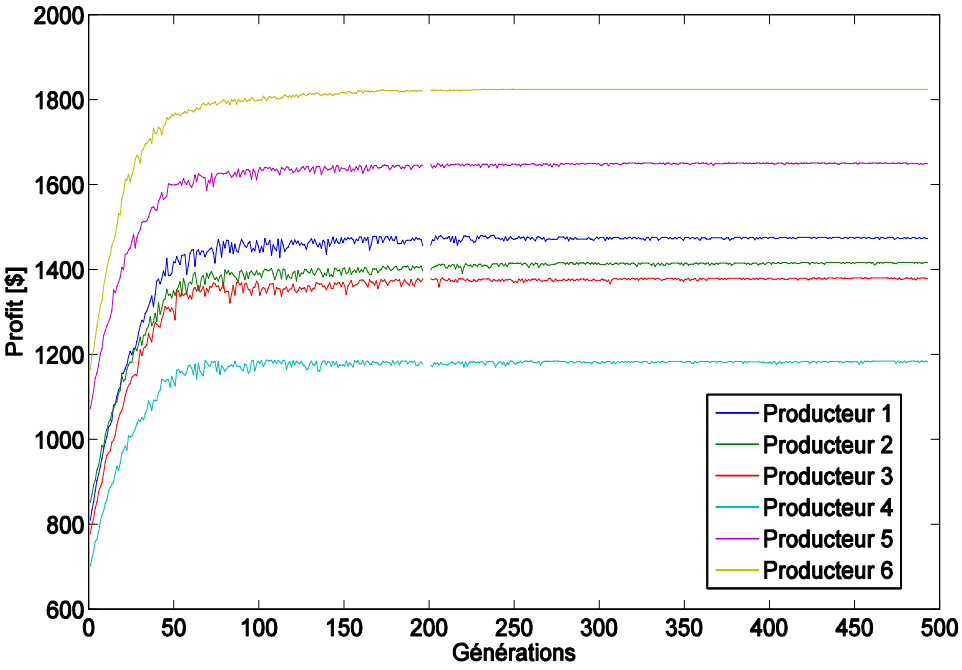


FIGURE VI.4 – Caractéristique de convergence de l'algorithme coévolutionnaire dans le marché à deux transactions avec limite de production

influence les choix stratégiques des producteurs dans le marché. Les prix du marché à terme sont nettement supérieurs à ceux du marché spot.

### VI.5.4 Conclusions

Le modèle du marché à deux transactions stochastique est plus réaliste que le modèle traditionnel du fait que la charge dans le réseau est stochastique et ne peut pas être connue avec exactitude lorsque les producteurs font leurs décisions dans le marché à terme. Nous pouvons constater que l'introduction de l'aspect stochastique dans le modèle du marché modifie le comportement

des producteurs et les incitent à augmenter leurs participations dans le marché à terme, lequel n'est soumis qu'au principe de l'offre et de la demande.

# Conclusion générale

Ce travail présente une nouvelle approche pour l'étude d'un marché d'électricité dérégulé. Nous avons formulé les interactions entre les agents de marché comme un problème d'équilibre de Nash en considérant les différentes structures d'un marché d'électricité et les incertitudes existantes dans le marché spot. Pour chaque structure nous avons appliqué l'algorithme coévolutionnaire compétitif proposé afin de calculer le point d'équilibre du marché, avec ou sans congestions.

En premier lieu, nous avons présenté les différents modèles standards du marché d'électricité dérégulé. A travers les concepts de la théorie des jeux, nous avons formulé le problème d'équilibre de Nash pour chaque type de marché : à terme, spot et à deux transactions. Les simulations effectués sur le réseau de test IEEE30 nœuds, nous a permis de calculer le prix d'équilibre pour chaque modèle et d'observer l'influence des aspects économiques et physiques sur le comportement des producteurs et sur le niveau des prix.

En second lieu, nous avons étudié un modèle plus réaliste du marché à deux transactions en incluant l'aspect stochastique de la charge dans le marché spot. A travers les simulations effectuées, nous observons que les incertitudes vis-à-vis du niveau des prix dans le marché spot font modifier les participations des producteurs dans le marché à terme.

A travers les résultats obtenus des modèles considérés du marché, nous avons constaté que les producteurs montrent des comportements stratégiques qui poussent les prix à la hausse. Parmi les comportements les plus intéressants observés, nous citons :

- **Collusion tacite** : les producteurs se comportent de manières semblables malgré le fait qu'il n'y a ni coalition ni communication entre eux.
- **Rétention de puissance** : ce comportement est observé dans le marché à terme où le niveau de prix n'est pas attractif pour les producteurs, ils peuvent user de leurs pouvoir de marché par la rétention de leur puissance pour créer un phénomène de rareté qui fait augmenter le prix du marché.
- **Jeux sur le prix marginal** : nous avons vu, que dans le marché spot seul ou dans le modèle à deux transactions, les prix marginaux soumis à l'OS sont nettement supérieur aux coûts marginales de la production.
- **Jeux sur les contraintes physiques** : nous avons observé que les prix dans le marché augmentent dans le cas congestionné. Cette augmentation n'est pas seulement due au prix de la congestion, mais aussi à la capacité des producteurs à soumettre des prix marginaux supérieurs aux prix qu'ils offrent dans le cas d'un réseau non congestionné.

Ces observations, ainsi que les tests effectués et les résultats obtenus, montrent que les algorithmes coévolutionnaires compétitifs constituent une approche intéressante pour l'analyse des comportements dans un marché d'électricité dérégulé. L'avantage qu'offrent ces algorithmes par rapport aux méthodes traditionnelles est leur souplesse et la possibilité de simuler diffé-

rentes structures de marchés sous différentes conditions de fonctionnement du système.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la simulation des modèles théoriques de marchés dérégulés d'électricité. Cette étude nous a permis de valider notre approche par l'observation des comportements réalistes des producteurs dans le marché.

Le principal enseignement que nous pouvons tirer de cette étude est la grande influence des contraintes physiques du réseau sur le déroulement des transactions financières dans le marché. Cette influence rend le design du marché une tâche assez difficile et plusieurs marchés à travers le monde (UK, Californie,...) ont dû changer ou adapter leurs structures en fonction des comportements des agents. Le design de la structure financière doit être accompagné d'une amélioration des performances du réseau de transport afin de minimiser la capacité des producteurs à exploiter les limitations physiques du réseau et à manipuler les prix.

Comme perspectives à ce travail, nous proposons ce qui suit :

- Développer des modèles plus réalistes en intégrant les marchés annexes comme le marché d'ajustement, de réserve tournante et de puissance réactive, etc ....
- Modéliser le marché spot en tan que marché journalier avec un horizon de fonctionnement de 24h.
- Intégrer des agents adaptatifs intelligents en intégrant des algorithmes d'apprentissage par renforcement ou des réseaux de neurones, etc ....

Ces améliorations vont permettre de développer un simulateur de marché d'électricité qui traduirait fidèlement le comportement du système réel.

# Bibliographie


[1] M. OMalley and C.-C. Liu, *Power System Restructuring and Deregulation.* John Wiley and Sons, LTD, 2001, ch. Competitive Wholesale Electricity Markets, pp. 76–109.

[2] C. Harris, *Electricity Markets : Pricing, Structures and Economics (The Wiley Finance Series).* Wiley, 2006.

[3] W. W. HOGAN, "A competitive electricity market model," Center for Business and Government, Harvard University, Tech. Rep., October 1993, draft.

[4] M. Shahidehpour, H. Yamin, and Z. Li, *Market Operation in Deregulated Power Systems*, IEEE, Ed. New York, : Jhon Wiley and Sons, 2002.

[5] L. L. Lai, *Energy Generation under the New Environment.* John Wiley & Sons, Ltd, 2002, ch. 1, pp. 1–49. [Online]. Available : http://dx.doi.org/10.1002/0470846119.ch1

[6] A. Eyeland and K. Wolyniec, *Energy and Power Risk Management.* New Jersey, : John Wiley and Sons, 2003.

[7] "Pjm interaction llc." [Online]. Available : http://www.pjm.com/about-pjm/

[8] "Nordic power market." [Online]. Available : http://www.nordpool.com/.

[9] A. L. Ott, "Experience with pjm market operation, system design, and implementation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 528–534, 2003.

[10] M. Saguan, *Etude de séquencement des marchés électriques*. Supélec, 2004.

[11] E. V. Beck, "On optimal bidding strategy modeling in the context of a liberalized electricity market," Ph.D. dissertation, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2007.

[12] D. Lusan, Z. Yu, and F. Sparrow, "Market gaming and market power mitigation in deregulated electricity markets," *Power Engineering Society 1999 Winter Meeting, IEEE*, vol. 2, pp. 839–843, 1998.

[13] J. Percebois, "Les missions du régulateur face aux comportements opportunistes des opérateurs dans un marché dérégulé de l'électricité," *Revue de l'Energie*, vol. 557, pp. 289–294, 2004.

[14] R. Haas and H. Auer, "Strategic behaviour in liberalised electricity markets," Energy Economics Group, Vienna University of Technology, Tech. Rep., 2001.

[15] M. A. Espinosa and A. J. R. Villegas, "Strategic behaviour, resource valuation and competition in electricity markets," UNIVERSIDAD DE LOS ANDES-CEDE, DOCUMENTOS CEDE, Mar. 2010.

[16] T. Peng, K. Tomsovic, and S. Member, "Congestion influence on bidding strategies in an electricity market," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, pp. 1054–1061, 2003.

[17] E. O. of Economic and N. G. Analysis, "Horizontal market power in restructured electricity markets," U.S. Department of Energy, Washington, Tech. Rep. DC 20585, March 2000.

[18] C. Day and D. Bunn, "Divestiture of generation assets in the electricity pool of england and wales a computational approach to analyzing market power," *Journal of Regulatory Economics*, vol. 19, no. 2, pp. 123–141, 2000.

[19] C. A. Berry, B. F. Hobbs, W. A. Meroney, and R. P. O'Neill, "Understanding how market power can arise in network competition a game theoretic approach," *Utility Policy*, vol. 8, no. 3, pp. 139–158, September 1999.

[20] J. B. Cardell, C. C. Hitt, and W. Hogan, "Market power and strategic interaction in electricity networks," *Resource and Energy Economics*, vol. 19, no. 2, pp. 109–137, 1997.

[21] R. Kamat and S. Oren, "Two-settlement systems for electricity market under network uncertainty and market power," *Journal of Regulatory Economics*, vol. 25, pp. 5–37, 2004.

[22] J. Yao, I. Adler, and S. S. Oren, "Modeling and computing two-settlement oligopolistic equilibrium in a congested electricity network," *Operations Research*, vol. 56, pp. 34–47, 2008.

[23] J. Yao, "Cournot equilibrium in two-settlement electricity markets : Formulation and computation," Ph.D. dissertation, UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY, 2006.

[24] H. Chen, K. P. Wong, D. H. M. Nguyen, and C. Y. Chung, "Analyzing oligopolistic electricity market using coevolutionary computation," *IEEE*

*Transactions on Power Systems*, vol. 21, pp. 143–152, 2006.

[25] D. H. M. Nguyen, K. P. Wong, and M. Ilic, "Determining the nash equilibrium of black-box electricity markets," *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, NOVEMBER 2005.

[26] A. Tiguercha, "Algorithmes coévolutionnaires coopératifs," Master's thesis, USTHB, Algiers, June 2009.

[27] A. A. Ladjici and M. Boudour, "Nash cournot equilibrium of a deregulated electricity market using competitive coevolutionary algorithms," *Electric Power Systems Research*, vol. 81 N 4, pp. 958–966, 2010.

[28] D. Srinivasan and D. Woo, "Evolving cooperative bidding strategies in a power market," *Applied Intelligence*, vol. 29, pp. 162–173, October 2008. [Online]. Available : http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1401697.1401780

[29] L. Pinto and J. Szcrupak, "An evolutionary game approach to energy markets," *Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems*, vol. 3, pp. 324–327, 2003.

[30] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement Learning : An Introduction (Adaptive Computation and Machine Learning)*. Mit Press, 1998.

[31] L. Tesfatsion, "Agent-based modeling for electric power markets." [Online]. Available : http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/

[32] V. S. Koritarov, "Real world market representation with agents," *IEEE power and energy magazine*, pp. 32–46, 2004.

[33] D. Veit, A. Weidlich, J. Yao, and S. Oren, "Simulating the dynamics in two-settlement electricity markets via an agent-based approach," *Inter-*

*national Journal of Management Science and Engineering Management*, vol. 1, no. 2, pp. 83–97, 2006.

[34] S. J. Deng and W. Jiang, *Modelling Prices in Competitive Electricity Markets*, D. W. Bunn, Ed. Wiley Finance, 2004.

[35] J. Catalao, S. Mariano, V. Mendes, and L. Ferreira, "Short-term electricity prices forecasting in a competitive market : A neural network approach," *Electric Power Systems Research*, vol. 77, no. 10, pp. 1297 – 1304, 2007.

[36] P. Mandal, T. Senjyu, and T. Funabashi, "Neural networks approach to forecast several hour ahead electricity prices and loads in deregulated market," *Energy Conversion and Management*, vol. 47, no. 15-16, pp. 2128 – 2142, 2006.

[37] S. Gunn, "Support vector machine for classification and regression," University Of Southampton, UK, Tech. Rep., 1998.

[38] A. A. Ladjici and M. Boudour, "Power system applications of support vector machine in classification and regression," *ICEE09*, 2009.

[39] D. Niu and Y. Wang, "Study of support vector machines based on immunogenetic particle swarm algorithm in short-term power load forecasting model," *The 2nd International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, vol. 1, pp. 4680 – 4683, 2008.

[40] M. Mahjoob, M. Abdollahzade, and R. Zarringhalam, "Ga based optimized ls-svm forecasting of short term electricity price in competitive power markets," *3rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, vol. 1, pp. 73 – 78, 2008.

[41] V. Kecman, *Support Vector Machines An Introduction*. Springer, 2005, vol. 177, pp. 1–47.

[42] J. H. Holland and J. H. Miller, "Artificial adaptive agents in economic theory," *The American Economic Review*, vol. 81, no. 2, pp. 365–370, 1991.

[43] G. LeBlanc, "Conccurence sur le marché d'énergie," CERNA, Paris, Cours Siminaire Economie d'énergie, Mars 2009.

[44] H. R. Varian, *Microeconomic Analysis*. N.Y USA : W.W.Norton Company, 1992.

[45] S. Barde, "Oligopole et concurrence imparfaite," SciencesPo, Mentons, Cours Siminaire, 2009.

[46] P. D. Klemperer and M. A. Meyer, "Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty," *Econometrica*, vol. 57, pp. 1243–77, 1989.

[47] A. Rudkevich, "Supply function equilibrium : Theory and applications," *Hawaii International Conference on System Sciences*, vol. 2, p. 52a, 2003.

[48] R. Baldick, "Electricity market equilibrium models : The effect of parametrization," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, issue : 7, pp. 53–53, 2002.

[49] R. Baldick, R. Grant, and E. Kahn, "Linear supply function equilibrium : Generalizations, application, and limitations," University of California Energy Institute, Tech. Rep. POWER PWP078r, August 2000.

[50] A. A. Ladjici, M. Boudour, and A. Tiguercha, "Day-ahead electricity market equilibrium calculation using competitive coevolution approach," *JES Special Issue*, vol. 1, pp. 67–72, 2009.

[51] A. A. Ladjici and M. Boudour, "Electricity market equilibrium using competitive coevolutionary algorithms with transmission constraints," *IEEE SSD08*, vol. I, pp. 1–6, 2008.

[52] ——, "Supply function equilibrium of a deregulated electricity market using competitive coevolutionary algorithms," *Electrimacs 08*, 2008.

[53] J. V. Neumann and O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, 1944. [Online]. Available : http://jmvidal.cse.sc.edu/library/neumann44a.pdf

[54] S. Jorgensen, M. Quincampoix, and T. L. Vincent, *Advances in Dynamic Game Theory*. Berlin, : Birkhauser, 2007.

[55] J.-F. Thisse, "Theorie des jeux : Une introduction," Université catholique de Louvain, Liège„ Tech. Rep., 2003.

[56] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Cours in Game Theory*. MIT press, 1994.

[57] G. Giraud, *Théorie de Jeux*. Flammarion, 2000.

[58] J. F. Nash, "Non cooperative games," *Annals of Mathematics*, vol. 54, pp. 286–295, 1951.

[59] K. J. Arrow and G. Debreu, "Existence of an equilibrium for a competitive economy," *Econometrica*, vol. 22, no. 3, pp. 265–290, Jully 1954. [Online]. Available : http://www.jstor.org/stable/1907353

[60] F. Facchinei and C. Kanzow, "Generalized nash equilibrium problems," *4OR : A Quarterly Journal of Operations Research*, vol. 5, pp. 173–210, 2007.

[61] Q. Biao, L. Jing, and Z. Zhifeng, "A hybrid method for the generalized nash equilibria," *International Journal of Nonlinear Science*, vol. 4, no. 2, pp. 135–140, 2007.

[62] G. VanDerLaan and X. Tieman, *Evolutionary Game Theory and the Modeling of Economic Behavior*. De Economist, 1998, vol. 146, no. 1.

[63] L. Samuelson, "Evolution and game theory," *Journal of Economic Perspectives*, vol. 16, pp. 47–66, 2002.

[64] V. P. Crawford, "Theory and experiment in the analysis of strategic interaction," Department of Economics, UC San Diego, Tech. Rep., 1995.

[65] J. M. Smith, *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, 1982.

[66] N. Ireland, "Evolutionarily stable strategies : who does the mutant have to beat," Department of Economics , University of Warwick, Tech. Rep., 2006.

[67] R. Cressman, "Continuously stable strategies, neighborhood superiority and two-player games with continuous strategy space," *International Journal of Game Theory*, vol. 38, no. 2, pp. 221–247, June 2009. [Online]. Available : http://ideas.repec.org/a/spr/jogath/v38y2009i2p221-247.html

[68] ——, *The New Palgrave Dictionary of Economics*. London : Palgrave Macmillan, 2008, vol. 5, ch. Learing and Evolution in Games : ESS.

[69] E. Popovici, A. Bucci, R. P. Wiegand, and E. D. deJong, *Coevolutionary Principles*, ser. Handbook of Natural Computing. Springer, 2010, vol. 1, ch. 3.

[70] R. P. Wiegand, "An analysis of cooperative coevolutionary algorithms," Ph.D. dissertation, George Mason University, 2004, director-Jong, Kenneth A.

[71] S. G. Ficici, "Solution concepts in coevolutionary algorithms," Ph.D. dissertation, Departement of Computer Sciences, 2004, adviser-Pollack, Jordan B.

[72] A. A. Ladjici, "Algorithmes evolutionnaires application à l'optimisation de la compensation d'energie réactive," Master's thesis, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2005.

[73] T. Back, *Evolutionary Algorithms and Their Standard Instances.* Oxford University Press, 1997, ch. B1.1.

[74] G. Rudolph, *Handbook of Evolutionary Computation.* Oxford University Press, 1997, vol. 1, ch. Evolution Strategies.

[75] A. Tiguercha and A. A. Ladjici, "Algorithmes coévolutionnaires coopératifs appliqués à l'optimisation multi-objectifs," in *ICEEE08*, Laghouat, Algeria, 2008.

[76] T. Service, D. Tauritz, and W. Siever, "Infrastructure hardening : A competitive coevolutionary methodology inspired by neo-darwinian arms races," *Computer Software and Applications Conference, Annual International*, vol. 1, pp. 101–104, 2007.

[77] C. Rosin and R. Belew, "New methods for competitive coevolution," *Evolutionary Computation*, vol. 5, pp. 1–29, 1996.

[78] K. O. Stanley and R. Miikkulainen, "Competitive coevolution through evolutionary complexification," *J. Artif. Int. Res.*, vol. 21, pp. 63–100, 2004.

[79] R. W. Johnson, M. E. Melich, Z. Michalewicz, and M. Schmidt, "Coevolutionary optimization of fuzzy logic intelligence for strategic decision support," *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, vol. 9, pp. 682–694, 2005.

[80] S. Mahfoud, *Niching Techniques*. Oxford University Press, 1997, ch. C6.1.

[81] J. Sun and L. S. Tesfatsion, "Dc optimal power flow formulation and solution using quadprogj," Iowa State University, Department of Economics, Tech. Rep., 2010.

[82] D. Zhang, H. Xu, and Y. Wu, "A two stage stochastic equilibrium model for electricity markets with two way contracts," *Mathematical Methods of Operations Research*, vol. 71, pp. 1–45, 2010.

[83] M. C. Ruiz-Peinado, "Medium-term decision making for consumers, retailers, and producers in electricity markets via stochastic programming," Ph.D. dissertation, Department Of Electrical Engineering, 2008.

[84] Ragupathi and Das, "A stochastic game approach for modeling wholesale energy bidding in deregulated power markerts," *Transactions on power system*, pp. 1–8, 2004.

[85] T. S. Genc, S. S. Reynolds, and S. Sen, "Dynamic oligopolistic games under uncertainty : A stochastic programming approach," *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 31, pp. 55–80, 2007.

[86] K. Chatterjee, R. Majumdar, and M. Jurdzinski, *Computer Science Logic*. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, ch. On Nash Equilibria in Stochastic Games, pp. 36–40.

[87] P. J.-J. Herings and R. Peeters, "Equilibrium selection in stochastic games," Maastricht : METEOR, Maastricht Research School of Economics of Technology and Organization, Tech. Rep. 009, 2001. [Online]. Available : http://econpapers.repec.org/RePEc:dgr:umamet:2001009

# Annexe A

# Données du Réseau IEEE 30 nœuds

baseMVA = 100 ;Bus.Base = baseMVA ; Bus.BusNumber = 30 ;

| from | to | r | x | B | Smax |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 0.02 | 0.06 | 0.03 | 130 |
| 1 | 3 | 0.05 | 0.19 | 0.02 | 130 |
| 2 | 4 | 0.06 | 0.17 | 0.02 | 65 |
| 3 | 4 | 0.01 | 0.04 | 0 | 130 |
| 2 | 5 | 0.05 | 0.2 | 0.02 | 130 |
| 2 | 6 | 0.06 | 0.18 | 0.02 | 65 |
| 4 | 6 | 0.01 | 0.04 | 0 | 90 |
| 5 | 7 | 0.05 | 0.12 | 0.01 | 70 |
| 6 | 7 | 0.03 | 0.08 | 0.01 | 130 |
| 6 | 8 | 0.01 | 0.04 | 0 | 64 |
| 6 | 9 | 0 | 0.21 | 0 | 65 |
| 6 | 10 | 0 | 0.56 | 0 | 32 |
| 9 | 11 | 0 | 0.21 | 0 | 65 |
| 9 | 10 | 0 | 0.11 | 0 | 65 |
| 4 | 12 | 0 | 0.26 | 0 | 65 |
| 12 | 13 | 0 | 0.14 | 0 | 65 |
| 12 | 14 | 0.12 | 0.26 | 0 | 32 |
| 12 | 15 | 0.07 | 0.13 | 0 | 32 |

| from | to | r | x | B | Smax |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 16 | 0.09 | 0.2 | 0 | 32 |
| 14 | 15 | 0.22 | 0.2 | 0 | 16 |
| 16 | 17 | 0.08 | 0.19 | 0 | 16 |
| 15 | 18 | 0.11 | 0.22 | 0 | 64 |
| 18 | 19 | 0.06 | 0.13 | 0 | 16 |
| 19 | 20 | 0.03 | 0.07 | 0 | 32 |
| 10 | 20 | 0.09 | 0.21 | 0 | 32 |
| 10 | 17 | 0.03 | 0.08 | 0 | 32 |
| 10 | 21 | 0.03 | 0.07 | 0 | 32 |
| 10 | 22 | 0.07 | 0.15 | 0 | 32 |
| 21 | 22 | 0.01 | 0.02 | 0 | 64 |
| 15 | 23 | 0.1 | 0.2 | 0 | 32 |
| 22 | 24 | 0.12 | 0.18 | 0 | 16 |
| 23 | 24 | 0.13 | 0.27 | 0 | 16 |
| 24 | 25 | 0.19 | 0.33 | 0 | 16 |
| 25 | 26 | 0.25 | 0.38 | 0 | 16 |
| 25 | 27 | 0.11 | 0.21 | 0 | 32 |
| 28 | 27 | 0 | 0.4 | 0 | 65 |
| 27 | 29 | 0.22 | 0.42 | 0 | 16 |
| 27 | 30 | 0.32 | 0.6 | 0 | 16 |
| 29 | 30 | 0.24 | 0.45 | 0 | 16 |
| 8 | 28 | 0.06 | 0.2 | 0.02 | 32 |
| 6 | 28 | 0.02 | 0.06 | 0.01 | 32 |

# Annexe B

# Algorithme coévolutionnaire pour le modèle deux transactions

```
1. Initialization;
2. n_pop, S, R % parameters of populations
3. M,L,nmax    % parameters of populations
4. M',L',nmax' % parameters of sub populations
5. qq;         % parameters of binary tournament
6. % updating the hall of fame by binary tournament
7. for n=1 to nmax
8.      for p=1 to n_pop
9.              list_tour(1) = random_int(qq,[1,M]);
10.             list_tour(2) = random_int(qq,[1,M]);
11.             while qq > 1
12.                     opponents = pop(p);
13.                     for k=1 to qq
14.                             fit_1 = Evaluation(opponent,
                                        pop(p, list_tour(1,k)));
15.                             fit_2 = Evaluation(opponent,
                                        pop(p, list_tour(2,k)));
16.                             if fit_1 >= fit_2
17.                                     next_tour(k) = list_tour(1,k);
18.                             else
19.                                     next_tour(k) = list_tour(2,k);
20.                             end
21.                     end
22.                     list_tour = next_tour;
23.                     qq = qq - 1;
```

```
24.             end
25.             if fit_1 > fit_2
26.                     hall(p) <= pop(p, list_tour(1);
27.             else
28.                     hall(p) <= pop(p, list_tour(2);
29.             end
30.     end
31.%Nested Evolution Strategies
32.     for p=1 to n_pop
33.             for i=1 to nmax'
34.                     s_pop(i) = Sampling (pop(p), M');
35.                     hosts = pop(p);
36.% Run a ( M'+ L') ES for nmax' generation
37.                     for k = 1 to nmax'
38.                             child = Reproduction (s_pop(i), M', R );
39.                             child_fit = Evaluation(child,hosts );
40.                             indiv_fit = Evaluation(s_pop(i),hosts);
41.                             if child_fit >= indiv_fit
42.                                     s_pop(i) = child
43.                             end
45.                     end
46.             end
47.             pop(p) = Selection(s_pop, S);
48.     end
49.end
```

# Annexe C

# Algorithme coévolutionnaire pour le modèle stochastique

```
1. Initialization;
2. n_pop,S,R; % parameters of populations
3. M,  L;     % parameters of populations
4. M',L';     % parameters of sub-populations
5. qq;        % parameters of binary tournament
6. % updating the hall of fame by binary tournament
7. for n=1 to nmax
8.      for p=1 to n_pop
9.              list_tour(1) = random_int(qq,[1,M]);
10.             list_tour(2) = random_int(qq,[1,M]);
11.             while qq > 1
12.             opponents = pop(p);
13.             for k=1 to qq
14.                             fit_1 = Evaluation (opponent,
                                        pop(p, list_tour(1,k)));
15.                             fit_2 = Evaluation (opponent,
                                        pop(p, list_tour(2,k)));
16.                             if fit_1 >= fit_2
17.                             next_tour(k) = list_tour(1,k);
18.                     else
19.                             next_tour(k) = list_tour(2,k);
20.                     end
21.             end
22.                     list_tour = next_tour;
23.             qq = qq - 1;
```

```
24.             end
25.     if fit_1 > fit_2
26.             hall(p) <= pop(p, list_tour(1);
27.             else
28.             hall(p) <= pop(p, list_tour(2);
29.     end
30. end
31.     %Nested Evolution Strategies pour le marché à terme
32. for p=1 to n_pop
33.     for i=1 to M
34.             s_pop(i) = Sampling (pop(p), M');
35.             hosts = pop(p);
36.                     % Run a ( M'+ L') ES for n' generation
37.                     for k = 1 to n'
38.                     child = Reproduction (s_pop(i),L',r );
39.                     child_fit=Evaluation(child,hosts );
40.                     indiv_fit=Evaluation(s_pop(i),hosts);
41.                             if child_fit >= indiv_fit
42.                                     s_pop(i) = child;
43.                             end
45.             end
46.     end
47.     pop(p) = Selection(s_pop, S);
48.     end
49.     %Nested Evolution Strategies pour le Marché Spot
```

```
50. for p=1 to n_pop
51.     for i=1 to M
52.             s_pop(i) = Sampling (pop(p), M');
53.             hosts = pop(p);
54.                     % Run a ( M'+ L') ES for nmax' generation
55.                     for k = 1 to nmax'
56.                     child = Reproduction(s_pop(i),M',R);
57.                     child_fit=Evaluation(child,hosts);
58.                     indiv_fit=Evaluation(s_pop(i),hosts);
59.                             if child_fitn >= indiv_fit
60.                                     s_pop(i) = child;
61.                             end
62.                     end
63.     end
64.     pop(p) = Selection(s_pop, S);
65.%mise a jours des scénarios suivant les meilleurs individus
   %de chaque population
66.     for k=1 :Kmax
67.             [q(k, :),p(k, :) ]= UpDate_Scenarios;
66.     end
67.end
```