

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Physique



Thèse

Présentée à l' U. S. T. H. B pour l'obtention du grade de

Docteur d'Etat en Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Option : Acoustique

Présentée par :

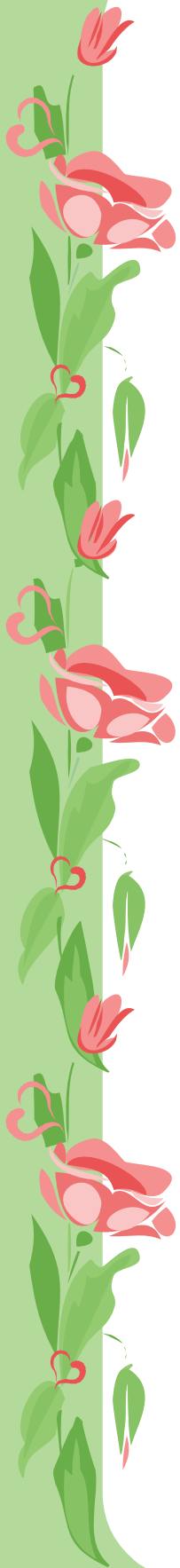
Mlle Khelladi Hassina

Etude comparative de la propagation non linéaire d'ondes ultrasonores dans des fluides faiblement et fortement dissipatifs : Application à la détermination sous pression du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la température dans l'eau et la glycérine.

Soutenue publiquement le 03 Octobre 2010, devant le jury composé de :

M. Bendib A.	Professeur	U. S. T. H.B	Président
M. Djelouah H.	Professeur	U. S. T. H.B	Directeur de Thèse
M. Attari M.	Professeur	U. S. T. H.B	Examineur
M. Boubenider F.	Professeur	U. S. T. H.B	Examineur
M. Daridon J. L.	Professeur	Université de Pau	Examineur
M. Ouahabi A.	Professeur	Université de Tours	Examineur

Avant Propos



A mes parents et à toute ma famille pour leur soutien moral et pour m'avoir aidé à trouver la motivation nécessaire afin de mener à bien ce projet. Leur compréhension a été bien au-delà de ce que j'étais en droit d'attendre.

Remerciements

Je remercie le Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique pour m'avoir octroyé une bourse d'étude, s'inscrivant dans le cadre du Projet National Exceptionnel, qui m'a permis d'avancer considérablement dans mon travail de thèse.

Je tiens particulièrement à remercier Madame Zaia Ali-Mazighi, Doyenne de la Faculté d'Electronique et Informatique, pour avoir répondu favorablement à la prise en charge financière du déplacement et du séjour des membres de jury venus de France.

Ce travail a été partiellement réalisé au Laboratoire de Physique des Matériaux sous la direction de Monsieur Hakim Djelouah, Professeur à la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, que je tiens à remercier pour la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de ces années et surtout pour avoir cru en mon projet en me laissant énormément de liberté dans mon travail et en donnant son approbation pour initier un nouveau axe de recherche. Je lui suis particulièrement reconnaissante pour sa disponibilité et pour les encouragements qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail.

Le travail expérimental présenté dans ce manuscrit n'aurait pas pu aboutir sans la collaboration du Laboratoire de Thermodynamique et Energétique des Fluides Complexes de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour. A cet effet, je remercie chaleureusement toute l'équipe du Laboratoire LFC et spécialement Monsieur Jean Luc Daridon, Professeur à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe de recherche dans un cadre de travail dynamique. J'ai beaucoup apprécié autant sa modestie que sa disponibilité. Je lui exprime ici toute ma profonde gratitude pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit.

Un grand merci à Monsieur Frédéric Plantier, Maître de conférence à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, pour son aide inconditionnelle apportée tout au long des mesures effectuées au sein du Laboratoire LFC, pour sa grande disponibilité, pour son enthousiasme et pour sa permanente bonne humeur.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Alain Graciaa Responsable du Laboratoire de Thermodynamique et Energétique des Fluides Complexes, pour m'avoir permis

de compléter mes mesures de volume avec des mesures de surface en utilisant le tensiomètre à goutte ; je n'aurais jamais pu entamer cette série de mesures sans l'assistance, l'orientation et les conseils de Monsieur Joseph Diaz. Qu'il en soit ici remercié.

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait Monsieur Abderrezek Bendib, Professeur à la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, en acceptant de présider le jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde estime.

J'ai le plaisir de manifester ma profonde reconnaissance à Monsieur Mokhtar Attari, Professeur à la Faculté d'Electronique et Informatique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, pour avoir accepté de juger mes travaux.

Que Monsieur Fouad Boubenider, Professeur à la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, veuille trouver ici l'expression de mes sincères remerciements pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour avoir accepté de le juger.

J'ai vivement apprécié la considération que m'a témoignée Monsieur Abdeldjelil Ouahabi, Professeur à l'Université de Tours, en acceptant de faire partie de ce jury. Je lui exprime ici ma profonde gratitude.

Je ne peux oublier les nombreuses discussions que j'ai eues avec Monsieur Abdelatif Chabour, Enseignant à la Faculté de Mathématique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, et qui ont été d'un apport considérable pour la résolution de certains problèmes d'ordre mathématique. Qu'il trouve ici le témoignage de mes sincères remerciements.

Je tiens à remercier le responsable de IC Distribution pour m'avoir accordé un crédit financier qui m'a permis d'acheter un PC portable avec lequel j'ai pu réaliser tout mon travail de thèse et pour l'aide financière octroyée grâce à laquelle j'ai pu acquérir une imprimante laser couleur.

Enfin je remercie mes ami(e) s qui m'ont toujours entourés, dont les conseils m'ont aidé à retrouver confiance aux moments difficiles et de doute. Je ne peux les citer nommément, mais qu'il trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Sommaire

Sommaire

Introduction Générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I - Acoustique non linéaire : Concepts de base

I. Introduction.....	14
II. Equations de la mécanique des fluides dissipatifs.....	14
III. Equation de propagation en acoustique non linéaire.....	16
IV. Equation de Burgers.....	17
IV. 1. Solution analytique de l'équation de Burgers proposée par Riemann pour un fluide non dissipatif	18
IV. 2. Distance de choc (distance de discontinuité).....	20
IV. 3. Simulation de la solution analytique de Riemann.....	22
IV. 3. 1. Analyse temporelle.....	22
IV. 3. 2. Analyse fréquentielle.....	24
IV. 3. 2. 1. Détermination des coefficients B_n	25
➤ <i>Solution de Fubini</i>	25
➤ <i>Solution de Fay</i>	25
➤ <i>Solution de Blackstock</i>	26
IV. 3. 2. 2. Analyse de l'amplitude du front de choc en fonction de σ	26
IV. 3. 2. 3. Commentaires relatifs à la solution proposée par Blackstock.....	28
V. Conclusion.....	31

Chapitre II - Effets de l'intensité sur la génération des harmoniques dans les liquides faiblement et fortement dissipatifs

I. Introduction.....	37
II. Nombre de Goldberg.....	38
III. Problématique.....	39
IV. Formulation théorique.....	41
IV. 1. Equations de base.....	41
IV. 2. Equations adimensionnées.....	45
V. Résultats numériques et discussion.....	45

VI. Solution asymptotique : nombre de Goldberg élevé.....	54
VII. Extra atténuation.....	58
VIII. Analyse par la technique des perturbations du spectre du champ impulsionnel de pression en régime non linéaire.....	65
VIII. 1. Milieu non dissipatif.....	67
VIII. 1. 1. Funch Muller.....	68
VIII. 1. 2. Train de sinusoides.....	70
VIII. 2. Milieu dissipatif.....	73
VIII. 2. 1. Funch Muller.....	73
VIII. 2. 1. Train de sinusoides.....	76
IX. Conclusion.....	79
Annexe A1.....	85
Annexe B1.....	86
Annexe C1.....	87
Annexe D1.....	88
Annexe A2.....	89
Annexe B2.....	90
Annexe C2.....	91
Annexe D2.....	92
Annexe A3.....	93
Annexe B3.....	94
Annexe C3.....	95
Annexe D3.....	96

Chapitre III - Méthodes de mesure du paramètre de non linéarité B/A : Etat de l'art

I. Introduction.....	98
II. Détermination théorique du paramètre de non linéarité B/A.....	98
III. Mesure du paramètre de non linéarité B/A.....	103
III. 1. Méthodes d'amplitude finie	103
III. 1. 1. Méthode optique.....	104
III. 1. 2. Méthode temporelle.....	106
III. 1. 3. Méthode par extrapolation.....	108

III. 1. 4. Méthode par insertion et substitution.....	109
III. 1. 5. Méthode comparative.....	111
III. 2. Méthodes thermodynamiques.....	112
III. 2. 1. Méthode statique.....	112
III. 2. 2. Méthode directe (dite traditionnelle).....	113
III. 2. 3. Méthode isentropique.....	114
IV. Conclusion.....	116
Annexe A.....	122

Chapitre IV - Dispositifs et procédures expérimentales pour la détermination du paramètre de non linéarité B/A

I. Introduction.....	124
II. Mesure du paramètre de non linéarité B/A.....	125
II. 1. Principe.....	125
II. 2. Dispositif expérimental.....	129
II. 2. 1. Description générale.....	129
II. 2. 2. Cellule de mesure.....	131
II. 2. 3. Sonde acoustique.....	133
II. 2. 4. Circuit électronique pour la mesure du déphasage.....	134
II. 2. 5. Régulation et contrôle de la pression et de la température.....	135
II. 2. 5. 1. Régulation et mesure de la pression.....	135
II. 2. 5. 2. Régulation thermique et mesure de la température.....	138
➤ Régulation thermique.....	138
➤ Mesure de la température.....	138
II. 2. 6. Contrôle et visualisation des signaux.....	139
II. 3. Procédures expérimentales.....	141
II. 3. 1. Mesure de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale.....	141
II. 3. 2. Mesure du coefficient $kAeAs$	142
II. 3. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$	144
II. 3. 4. Détermination de la masse volumique.....	145
II. 3. 4. 1. Masse volumique à pression atmosphérique.....	146
II. 3. 4. 2. Détermination des intégrales I_1 et I_2	147

III. Conclusion.....	150
Chapitre V - Résultats expérimentaux et application du paramètre de non linéarité B/A à la détermination de grandeurs physiques à l'échelle moléculaire	
I. Introduction.....	156
II. Analyse de la Glycérine.....	156
II. 1. Vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale.....	158
II. 2. Masse volumique.....	163
II. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_{\phi}}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$	167
II. 4. Paramètre de non linéarité B/A.....	169
III. Analyse de l'Eau.....	172
III. 1. Vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale.....	173
III. 2. Masse volumique.....	176
III. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_{\phi}}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$	178
III. 4. Paramètre de non linéarité B/A.....	180
IV. Estimation de la pression interne à partir des résultats expérimentaux du paramètre de non linéarité B/A.....	182
IV. 1. Glycérine.....	182
IV. 2. Eau.....	191
V. Estimation de la distance intermoléculaire à partir de la pression interne calculée et de la mesure de la tension superficielle.....	194
V. 1. Glycérine.....	196
V. 1. 1. Principe de l'appareil.....	196
V. 1. 2. Principe de calcul.....	198
V. 1. 3. Extraction du contour.....	198
V. 1. 4. Résultats expérimentaux.....	199
V. 2. Eau.....	202
V. Conclusion.....	204
Conclusion générale.....	212

Introduction Générale

Rappelle toi les bonnes choses que tu as réalisées, elles te donneront du courage...

(La Cinquième Montagne)

Paolo Coelho

Les prémices de l'acoustique non linéaire remontent au XIXe siècle avec la formulation des équations fondamentales de la mécanique des fluides (Lagrange, Poisson, Stokes, Earnshaw, Riemann, Rankine, Huguniot, Rayleigh, Taylor, Fay, Fubini.....).

L'acoustique non linéaire s'intéresse à la propagation des ondes acoustiques de forte amplitude dans les milieux matériels, fluides ou solides. Le champ d'application de l'acoustique non linéaire est extrêmement vaste et les applications sont nombreuses.

L'acoustique non linéaire a trait à l'étude des phénomènes liés aux champs acoustiques dont la description au moyen des équations linéaires devient incorrecte. Dans le domaine de l'acoustique non linéaire, la plupart des développements et résultats ont été obtenus seulement au cours de la deuxième moitié du XX ième siècle (Burgers, Hopf, Cole, Blackstock, Beyer, Rudenko, Soluyan, Khokhlov, Kuznetsov, Zabolotskaya, Naugolnykk, Goldberg.....).

La propagation non linéaire se manifeste dans divers systèmes acoustiques en particulier dans l'application des ultrasons dans le domaine médical. En dépit de l'utilisation répandue des ultrasons dans le diagnostic et la thérapie médicale, la propagation des ultrasons dans des milieux biologiques a toujours été modélisée comme processus linéaire. Il a fallu attendre jusqu' aux années 80 pour lever cette hypothèse et cela à travers les travaux de Muir et de Cartensen [1] et pour se rendre compte que les effets non linéaires ne sont pas négligeables aux fréquences et aux intensités utilisées dans le domaine médical. En effet, l'augmentation de la fréquence ou de l'intensité acoustique afin d'augmenter la résolution ou la profondeur de pénétration peut affecter la forme des signaux détectés que la théorie linéaire est incapable d'expliquer ou de prévoir.

Les effets non linéaires se manifestent plus fortement dans les liquides légèrement dissipatifs tels que l'eau, le liquide amniotique... Sachant qu'en échographie médicale une vessie remplie d'eau est utilisée en tant que fenêtre acoustique dans plusieurs types de diagnostic et que lors d'un examen gynécologique d'une femme enceinte l'utérus est rempli de liquide amniotique, une

attention particulière est portée à l'eau où la possibilité de distorsion des signaux a plusieurs conséquences. De plus, un certain nombre d'approches ont été proposées pour considérer l'eau comme milieu de référence dans les mesures acoustiques de calibration des dispositifs médicaux [2]. En dépit de ses propriétés qui s'éloignent quelque peu des milieux biologiques, l'eau reste le milieu de mesure le plus universellement accepté dans les applications acoustiques, exigeant ainsi une analyse précise.

Cependant, dans les tissus mous, la tendance pour que la distorsion de l'onde se produise est limitée par l'absorption. Cette absorption peut avoir diverses origines [3]: la viscosité (résultant des forces de cisaillement entre particules liquides), la conduction thermique (due à la perte d'énergie résultant de la conduction thermique entre les particules) ou la relaxation moléculaire (l'état d'équilibre moléculaire est affecté par les variations de pression de l'onde acoustique).

En acoustique non linéaire, comme dans tous les domaines de la physique, certaines hypothèses doivent être formulées pour ramener les équations de base à des formes admettant une solution. Trois méthodes sont principalement utilisées :

- Soit ramener les équations non linéaires à des équations linéaires par la méthode des perturbations, les termes non linéaires apparaissant alors dans les seconds membres de ces équations étant connus (KZK).
- Soit ramener le problème à une équation non linéaire dont la solution est connue (Burgers).
- Soit résoudre directement les équations non linéaires pour obtenir une solution implicite à partir de laquelle la solution explicite est déduite moyennant certaines hypothèses (Riemann).

En 1969, Zabolotskaya et al. [4] établissent pour la première fois une équation des ondes non linéaires en tenant compte des mécanismes de la diffraction. La dissipation thermo-visqueuse sera prise en compte plus tard par Kuznetsov [5], qui définit par la suite l'équation parabolique. Cette équation portera par la suite le nom de ses auteurs « Equation KZK ». Lorsque la diffraction est négligeable, cette

équation KZK se ramène à l'équation de Burgers [6] dont les solutions générales sont connues. Par contre, on ne connaît pas de solution de l'équation KZK. La compréhension de la propagation des faisceaux d'ondes acoustiques non linéaires passe dans ce cas par le développement de schémas numériques de simulation de l'équation KZK, ou par la recherche de modèles entièrement ou partiellement analytiques. Ces derniers possèdent l'avantage de fournir une évaluation rapide du champ acoustique.

De nombreuses investigations ont été menées pour analyser l'évolution spatiale du champ acoustique dans des milieux matériels, en considérant non seulement les phénomènes non linéaires, mais aussi la dissipation et la diffraction. Depuis, des résolutions analytiques et numériques des équations de propagation non linéaires ont été proposées et validées par des études expérimentales.

Pour décrire l'évolution du champ de pression ultrasonore au cours de la propagation, il faut résoudre l'équation de propagation non linéaire KZK (Khokhlov, Zabolotskaya, Kuznetsov). A cette fin, différentes techniques de résolution ont été proposées. Mais il est impératif de bien analyser les caractéristiques de la source rayonnante (géométrie), l'amplitude et le mode d'excitation afin de sélectionner la méthode la plus appropriée.

La première formulation analytique du second harmonique du champ acoustique généré par un transducteur plan de forme circulaire a été proposée par Ingenito et al. [7]. Son étude repose sur la théorie des perturbations et sur l'approximation quasi linéaire de l'équation de propagation en milieu non dissipatif. Selon son étude, il a été établi que le rayonnement primaire n'est pas affecté par la non linéarité. Par contre le rayonnement secondaire dépend d'un terme quadratique issu de la propagation des ondes primaires. Ainsi, les ondes secondaires sont engendrées au cours de leur propagation par des sources non linéaires créées par les ondes primaires.

De nombreux modèles théoriques pour étudier la propagation des ondes ultrasonores de forte amplitude ont été développés durant ces deux dernières décades [8]. A ce jour, il n'existe aucune solution analytique au problème général

traitant des ultrasons d'amplitude finie et englobant les effets de diffraction, de non linéarité et d'absorption. Un grand nombre de solutions numériques a été proposé pour résoudre l'équation KZK [9]. La plupart des travaux se sont orientés vers une excitation harmonique. Cependant, pour diverses applications, le signal acoustique est de type impulsionnel. Ce mode d'excitation est pris en considération dans cette thèse en analysant, par la technique des perturbations, le spectre du champ impulsionnel de pression obéissant à l'équation de Burgers qui décrit la propagation unidimensionnelle d'ondes planes d'amplitude finie.

Les effets non linéaires se quantifient par une grandeur propre au milieu appelée paramètre de non linéarité B/A . Ce paramètre est d'une importance fondamentale pour les applications biomédicales. L'identification des tissus biologiques par les méthodes échographiques standard peut s'avérer parfois insuffisante car ces méthodes sont sensibles aux ruptures d'impédance acoustique. En effet en régime linéaire, l'élasticité de compression varie peu d'un tissu sain à un tissu pathologique. A cet effet, pour améliorer la discrimination entre les tissus pathologiques et les tissus sains, de nouvelles méthodes de caractérisation tissulaire proposées par Zhang et al. [10, 11] sont actuellement développées. Ces méthodes sont basées sur l'évaluation du paramètre B/A .

Pour déterminer le paramètre de non linéarité B/A , les deux procédés habituellement utilisés sont les méthodes thermodynamiques et les méthodes d'amplitude finie.

Les méthodes thermodynamiques reposent sur la définition du paramètre de non linéarité B/A (Zhang et al. [12]). Ces méthodes sont fondées sur la mesure, à entropie constante, des variations de la vitesse ultrasonore infinitésimale induites par des changements de pression hydrostatique dans le milieu analysé. Cependant il est nécessaire de créer une variation de pression suffisamment rapide et faible, comme le stipulent les travaux de Sehgal et al. [13], pour que la transformation reste isentropique. Vu qu'il est plus aisé de contrôler la température lors d'une transformation thermodynamique, une méthode de mesure fut initialement proposée par Beyer [14] qui repose sur la mesure des variations de la vitesse de l'onde

ultrasonore infinitésimale induites par des changements de pression hydrostatique à température constante et par des variations de température à pression constante [14-19].

D'autres méthodes thermodynamiques, dites de comparaison de phase, sont fondées sur la mesure du temps de vol de trains d'ondes acoustiques, lors d'une variation adiabatique de la pression hydrostatique (Zhu [20]). Ces variations de temps de vol peuvent être déterminées en mesurant le déphasage entre le signal reçu et le signal d'excitation considéré comme signal de référence (Gong [21]).

Les méthodes thermodynamiques sont les plus précises, puisque des précisions respectives de 0.85 % et 0,3 % sont obtenues pour des mesures absolues (Everbach et al. [22], Davies et al. [23]) et différentielles (Hagelberg [24], Sarvazyan et al. [25]). Pourtant, ces méthodes sont très délicates à mettre en oeuvre *in vivo*. En effet, soit la pression et la température du milieu doivent être parfaitement stabilisées et leurs domaines de variation doivent être grands (1 à 200 atm) nécessitant ainsi un équipement lourd, soit les transformations doivent être parfaitement isentropiques. Dans tous les cas, la mesure de la dépendance en pression de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale est délicate à mettre en oeuvre (Plantier et al. [26]).

Les méthodes d'amplitude finie quant à elles consistent à déduire la valeur du coefficient de non linéarité de l'analyse de la distorsion de l'onde. En effet, la non linéarité provoque une distorsion d'une onde plane monochromatique au cours de sa propagation. Dans le domaine spectral, cette distorsion se traduit par la création d'harmoniques de la fréquence primaire.

Avec des fréquences de l'ordre du MHz, comme celles couramment employées dans le domaine biomédical, séparer le second harmonique du fondamental impose l'utilisation de signaux à bande étroite. Ces trains d'ondes ne peuvent pas être considérés comme des ondes planes en dehors du champ très proche du transducteur. Or les phénomènes non linéaires se manifestent à de grandes distances du transducteur. Dans ce cas les dimensions finies de ce dernier engendrent des effets de diffraction, qui affectent les deux premiers harmoniques de façon très différente. Notons que les effets de l'absorption sur les mesures sont

souvent pris en compte, mais les effets de diffraction ne sont parfois pas considérés (Adler et al. [27]) ou nécessitent des corrections basées sur des modèles mathématiques simplifiés induisant des erreurs (Cobb [28], Moffett [29]).

Un autre problème posé par ces méthodes est la calibration du transducteur émetteur et du capteur utilisé en réception. Il est en effet délicat de mesurer l'amplitude émise ou reçue par un transducteur piézoélectrique avec une incertitude inférieure à 3 %. La mesure de la faible amplitude de second harmonique est particulièrement délicate. Cette mesure peut être réalisée à l'aide d'un transducteur centré à la fréquence double de la fréquence primaire avec un transducteur calibré à l'aide d'un interféromètre optique comme le montrent les travaux de Moreau [30].

Les méthodes d'amplitude finie permettent de déterminer le coefficient de non linéarité avec une précision allant de 5 % à 10 %. Ces techniques ont déjà été employées avec succès pour déterminer *in vivo* les coefficients de non linéarité des tissus biologiques (Law et al. [31], Gong et al. [32]).

Comme la méthode thermodynamique isentropique est beaucoup plus précise, elle a été utilisée dans cette thèse comme technique de mesure du paramètre B/A dans l'eau et la glycérine.

Par ailleurs la détermination expérimentale du paramètre de non linéarité B/A par les méthodes d'amplitude finie sont basées sur la mesure de la distorsion d'une onde ultrasonore d'amplitude finie durant sa propagation au cours de laquelle la croissance de l'amplitude du second harmonique de pression avec la distance est déterminée. De ce fait, il nous a semblé intéressant d'analyser le domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire en utilisant les résultats expérimentaux de Krassilnikov [33]. Ces derniers montrent une étroite dépendance du coefficient d'absorption en fonction de l'intensité acoustique, traduisant l'extra-atténuation apparente en régime non linéaire [33].

Selon notre étude, il est prouvé que le domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, peut être présélectionné seulement sur la base du

calcul du nombre de Goldberg qui peut être considéré comme un indicateur fiable pour n'importe quelle analyse englobant ces deux phénomènes. En effet, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers pour un nombre de Goldberg très faible par rapport à l'unité (fortement dissipatif) [34]. Par contre pour un nombre de Goldberg très élevé par rapport à l'unité, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire ne sont plus vérifiées, par conséquent elles doivent être redéfinies. A cet effet, une approche asymptotique a été utilisée pour prendre en considération les autres termes du développement des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique [35]. Notons, par ailleurs, que l'ordre de la troncature du développement des expressions analytiques établies par l'approche asymptotique peut être prédéfini seulement sur la base du calcul du nombre de Goldberg.

Références

- [1] E. L. Carstensen, T. G. Muir, "The Role of Nonlinear Acoustics in Biomedical Ultrasound", Chapter 3, "Tissue Characterization with Ultrasound", Volume I: Methods, Editor, J. F. Greenleaf, CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida, 1986.

- [2] T. L. Szabo, F. Clougherty, C. Grossman, "Effects of Nonlinearity on the Estimation of In Situ Values of Acoustic Output Parameters", *J Ultrasound Med* 18:33-41, 1999.

- [3] C. M. Sehgal, J. F. Greenleaf, "Ultrasonic Absorption and Dispersion in Biological Media: A Postulated Model", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 72, N° 6, December 1982, pp 1711-1718.

- [4] E. A. Zabolotskaya, R. V. Khokhlov, "Quasi-Plane Waves in the Nonlinear Acoustics of Confined Beams", *Soviet Physics Acoustics*, Vol 15, N° 1, July-Sept, 1969, pp 35-40.
- [5] V. P. Kuznetsov, "Equations of Nonlinear Acoustics", *Soviet Physics Acoustics*, Vol 16, N° 4, April-June, 1971, pp 467-470.
- [6] D. H. Trivett, A. L. Van Buren, "Propagation of Plane, Cylindrical, and Spherical Finite Amplitude Waves", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 69, N° 4, April, 1981, pp 943-949.
- [7] F. Ingenito, A. O. Williams, "Calculation of Second Harmonic Generation in a Piston Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 49, N° 1 (part2), 1971, pp 1319-328.
- [8] S. I. Aanonsen, T. Barkve, J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Distortion and Harmonic Generation in the Nearfield of a Finite Amplitude Sound Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 75, N° 3, March, 1984, pp 749-768.
- [9] M. F. Hamilton, J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Nonlinear Effects in the Farfield of a Directive Sound Source", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 78, N° 1, July, 1985, pp 202-216.
- [10] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Imaging of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A for Biological Tissues via a Parametric Array", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 27, N° 10, 2001, pp 1359-1365.
- [11] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Investigation of the Acoustic Nonlinearity Parameter Tomography for Excised Pathological Biological Tissues", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 25, N° 4, 1999, pp 593-599.

- [12] J. Zhang, M. Kuhlenschmidt, F. Dunn, "Influences of Structural Factors of Biological Media on the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A ", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 89, N° 1, January, 1991, pp 80-91.
- [13] C. M. Sehgal, R. C. Bahn, J. F. Greenleaf, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A in Human Tissues by a Thermodynamic Method", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 76, N° 4, October, 1984, pp 1023-1029.
- [14] R. T. Beyer, "Parameter of Nonlinearity in Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 32, N° 6, June, 1960, pp 719-721.
- [15] A. B. Coppens, R. T. Beyer, M. B. Seiden, J. Donohue, F. Guepin, R. H. Hodson, C. Townsend, "Parameter of Nonlinearity in Fluids. II", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 38, 1965, pp 797-804.
- [16] A. B. Coppens, R. T. Beyer, J. Ballou, "Parameter of Nonlinearity in Fluids III: Values of Sound Velocity in Liquid Metals", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 41, N° 6, June, 1967, pp 1443-1448.
- [17] W. K. Law, L. A. Frizzell, F. Dunn, "Comparison of Thermodynamic and Finite Amplitude Methods of B/A Measurement in Biological Materials", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 74, N° 4, October, 1983, pp 1295-1297.
- [18] B. Hartmann, G. F. Lee, E. Balizer, "Calculation of B/A for n-Alkane Liquids Using the Tait Equation", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 108, N° 1, July, 2000, pp 65-70.
- [19] L. Bjørnø, "Forty Years of Nonlinear Ultrasound", *Ultrasonics* 40, 2002, pp 11-17.
- [20] Z. Zhu, M. S. Roos, W. N. Cobb, K. Jensen, "Determination of Acoustics Nonlinearity Parameter B/A from Phase Measurements", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 74, N° 5, November, 1983, pp 1518-1521.

- [21] X. F. Gong, Z. M. Zhu, T. Shi, J. H. Huang, "Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Biological Media Using FAIS and ITD Methods", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 86, N° 1, July, 1989, pp1-5.
- [22] E. Carr Everbach, R. E. Apfel, "An Interferometric Technique for B/A Measurement", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 98, N° 6, December, 1995, pp 3428-3438.
- [23] J. R. Davies, J. Tapson, B. J. P. Mortimer, "A Novel Phase Locked Cavity Resonator for B/A Measurements in Fluids", *Ultrasonics*, 38, 2000, pp 284-291
- [24] M. P Hagelberg , "Calculation of B/A for Water from Measurements of Ultrasonic Velocity versus Temperature and Pressure to 10 000 kg/cm²", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 41, N° 3, November 1970, pp 564-567.
- [25] A. P. Sarvazyan, T. V. Chalikian, F. Dunn, "Acoustic Nonlinearity Parameter B/A of Aqueous Solutions of Some Amino Acids and Proteins", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 88, N° 3, September, 1990, pp 1555-1561.
- [26] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the B/A Nonlinearity Parameter under High Pressure: Application to Water", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 111, N°2, February, 2002, pp 707-715.
- [27] L. Adler, E. A. Hiedemann, "Determination of the Nonlinearity Parameter B/A for Water and m-Xylene", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 34, N° 4, April, 1962, pp 410-412.
- [28] W. N. Cobb, "Finite Amplitude Method for the Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 73, N° 5, May, 1983, pp 1525-1531.

- [29] M. B. Moffett, "Measurement of Fundamental and Second Harmonic Pressures in the Field of a Circular Piston Source", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 65, N° 2, February, 1979, pp 318-323.
- [30] A. Moreau, "Detection of Acoustic Second Harmonics in Solids Using a Heterodyne Laser Interferometer", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 98, N° 5, pp. 2745-2752, 1995.
- [31] W. K. Law, L. A. Frizzel, F. Dunn, "Ultrasonic Determination of the Nonlinearity Parameter B/A for Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 69, N° 4, April, 1981, pp 1210-1212.
- [32] X. F. Gong, R. Feng, C. Y. Zhu, T. Shi, "Ultrasonic Investigation of the Nonlinearity Parameter B/A in Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 76, N° 3, September, 1984, pp 949-950.
- [33] V. A. Krassilnikov, V. V. Shklovskaya-Kordy, L. K. Zarembo, "On the Propagation of Ultrasonic Waves of Finite Amplitude in Liquids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 29, N° 5, May, 1957, pp 642-647.
- [34] H. Khelladi, H. Djelouah, "Intensity Effects of Finite Amplitude Ultrasonic Waves on the Absorption Coefficient", *The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV13*, July 2-6, 2006, Vienna (Austria).
- [35] H. Khelladi, H. Djelouah, "Effets de l'Intensité sur la Génération des Harmoniques dans les Liquides Dissipatifs", *8ème Congrès Français d'Acoustique*, 24-27 Avril 2006, Tours (France).

Chapite I

Acoustique non linéaire : Concepts de base

*Que chacun prit en main la responsabilité de sa propre vie. La tragédie n'était pas
une punition mais un défi...*

(La Cinquième Montagne)

Paolo Coelho

I. Introduction

Ce chapitre présente un rappel des principales équations utilisées pour les problèmes d'acoustique non linéaire dans les fluides non dispersifs. Bien que ces équations soient désormais bien connues, il est nécessaire de rappeler les méthodes employées pour aboutir à ces équations. L'équation de Kuznetsov ou équation parabolique KZK (du nom de ses auteurs Khokhlov, Zabolotskaya et Kuznetsov) est établie dans ce chapitre. Dans le cas unidimensionnel, cette dernière se ramène à l'équation de Burgers, qui a joué un rôle fondamental dans la compréhension des mécanismes non linéaires en acoustique.

II. Equations de la mécanique des fluides dissipatifs

La propagation d'une onde ultrasonore dans un milieu s'accompagne par des perturbations qui viennent s'ajouter aux valeurs non perturbées des grandeurs physiques caractéristiques du milieu ainsi [1]:

$$\begin{aligned}
 P &= P_{\text{Equi}} + p \\
 \rho &= \rho_0 + \tilde{\rho} \\
 T &= T_0 + \tilde{T} \\
 S &= S_0 + \tilde{S} \\
 \mathbf{u} &= \mathbf{0} + \tilde{\mathbf{u}}
 \end{aligned} \tag{I. 1}$$

$p, \tilde{\rho}, \tilde{T}, \tilde{S}, \tilde{\mathbf{u}}$ représentent respectivement des fluctuations de pression acoustique, de masse volumique, de température, d'entropie et de la vitesse particulière par rapport aux valeurs à l'équilibre $P_{\text{Equi}}, \rho_0, T_0, S_0, \mathbf{u} = 0$.

La description du mouvement d'une onde ultrasonore dans un fluide est basée sur deux types d'équations [1-9]:

- Les lois de conservation qui traduisent, pour les milieux continus, les principes généraux de la physique de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.
- Les lois d'état qui déterminent la spécificité du fluide étudié.

Les lois de conservation générales se résument en :

- La conservation de la masse qui conduit à l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (\text{I. 2})$$

- La conservation de la quantité de mouvement basée sur la relation fondamentale de la dynamique :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} + \left(\kappa + \frac{\mu}{3} \right) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) \quad (\text{I. 3})$$

κ , μ étant respectivement les coefficients de viscosité de volume et de cisaillement.

- La conservation de l'énergie qui fait apparaître des termes de variation d'entropie liés à la dissipation visqueuse et à la conductivité thermique :

$$\rho T \frac{dS}{dt} = \rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) S \right) = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \chi \nabla^2 T \quad (\text{I. 4})$$

T désigne la température absolue et χ est le coefficient de conductivité thermique.

$\tau_{ij} = \eta_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ est le tenseur des contraintes de cisaillement créées par la viscosité, η_{ijkl} et ε_{kl} étant respectivement le tenseur des viscosités et le taux de déformation. Cet effet de la viscosité induit un terme du second ordre dans l'équation (I. 4).

Les lois d'état sont décrites par l'équation d'état du milieu qui exprime la dépendance de la pression instantanée vis-à-vis des variables d'état (masse volumique ρ et entropie S) [3-5,10-12]:

$$\begin{aligned} P = P_{\text{Equi}} &+ \frac{(\rho - \rho_0)}{1!} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} + \frac{(\rho - \rho_0)^2}{2!} \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} + \frac{(\rho - \rho_0)^3}{3!} \left[\left(\frac{\partial^3 P}{\partial \rho^3} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} \\ &+ \frac{(S - S_0)}{1!} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial S} \right)_\rho \right]_{S=S_0} + \frac{(S - S_0)^2}{2!} \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial S^2} \right)_\rho \right]_{S=S_0} + \frac{(S - S_0)^3}{3!} \left[\left(\frac{\partial^3 P}{\partial S^3} \right)_\rho \right]_{S=S_0} \\ &+ \frac{(\rho - \rho_0)(S - S_0)}{1!} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho \partial S} \right)_{\rho,S} + \frac{(\rho - \rho_0)^2(S - S_0)}{2!} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial S \partial \rho^2} \right)_{S,\rho} + \frac{(\rho - \rho_0)(S - S_0)^2}{2!} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial \rho \partial S^2} \right)_{\rho,S} + \dots \end{aligned} \quad (\text{I. 5})$$

où $c_0^2 = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ représente la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale.

III. Equation de propagation en acoustique non linéaire

Le rotationnel de la vitesse particulaire est considéré comme étant nul (régime non turbulent) cela implique que la vitesse particulaire dérive d'un potentiel scalaire [2-8, 13]. Par conséquent, en exploitant les équations de conservation et d'état, l'équation générale de propagation du second ordre pour le potentiel acoustique ϕ , est définie par [2-6, 8, 13-15]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \phi = \frac{\partial}{\partial t} \left[D \Delta \phi + (\nabla \phi)^2 + \frac{\beta - 1}{c_0^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 \right] \quad (\text{I. 6})$$

$D = \frac{1}{\rho_0} \left[\nu + \chi \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right]$ est le coefficient d'absorption pour un fluide thermo-

visqueux. Ce coefficient est fonction de la chaleur spécifique à volume constant c_v , de la chaleur spécifique à pression constante c_p et de la viscosité dynamique du

milieu $\nu = \left(\frac{4}{3} \mu + \kappa \right)$. $\beta = 1 + \frac{B}{2A}$ est le paramètre de non linéarité acoustique [1-5, 7-9,

15, 17]. Ce dernier est fonction du paramètre de non linéarité B/A du milieu. Les chapitres 3 et 4 sont entièrement consacrés à ce paramètre qui représente le rapport des amplitudes des termes non linéaire et linéaire de l'équation d'état [1-5, 10-12].

L'équation (I. 6), établie en 1971 par V. P Kutnetsov, représente tous les phénomènes physiques qui peuvent avoir lieu lors de la propagation d'ondes d'amplitude finie [6]. En 1969, E. A. Zabolotskaya et R. V. Khokhlov ont proposé une équation dans laquelle les phénomènes de dissipation ne sont pas pris en considération ($D=0$) [16].

En considérant une direction de propagation selon z et en introduisant un changement de variable approprié, E. A. Zabolotskaya et R. V. Khokhlov [16] V. P Kutnetsov [6] et B. O. Enflo [3] ont décrit les étapes et approximations qui ont conduit à l'établissement de la KZK désignée par équation parabolique [3,6].

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau \partial z} - \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} \phi = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} + \frac{\beta}{2c_0^3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \right] \quad (\text{I. 7})$$

où $\tau = t - z/c_0$ représente le retard dû à la propagation entre la source et le point d'observation.

En terme de pression acoustique, l'équation parabolique se transforme en [6, 9, 17]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} - \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau} \right] \quad (\text{I. 8})$$

Ainsi pour des conditions aux limites bien définies, la résolution de l'équation (I. 7) ou de l'équation (I. 8) permet d'obtenir respectivement le potentiel acoustique $\phi(x, y, z, t)$ ou la pression acoustique $p(x, y, z, t)$, en un point $M(x, y, z, t)$ du milieu considéré.

Les équations (I. 7) et (I. 8) tiennent compte des effets de non linéarité (deuxième terme du membre de droite), de la diffraction (deuxième terme du membre de gauche) et de la dissipation (premier terme du membre de droite).

IV. Equation de Burgers

Dans le cas d'une source d'extension infinie par rapport à la longueur d'onde, les effets de diffraction sont négligeables et la contribution du Laplacien transversal devient nulle. Dans ces conditions, l'équation KZK se ramène à l'équation de Burgers décrivant la propagation unidimensionnelle d'ondes planes non linéaires dans un milieu dissipatif. Elle permet d'interpréter la formation du profil « choqué » des ondes longitudinales planes à partir de la distance de discontinuité.

L'équation de Burgers a joué un rôle très important dans la compréhension des phénomènes intervenant durant la propagation des ondes acoustiques non linéaires. Dans le chapitre suivant cette équation sera évoquée en analysant les effets de l'intensité dans un fluide dissipatif en se basant sur la résolution de l'équation de Burgers. En 1964, un bref historique de sa généralisation aux fluides thermo-visqueux est donné par Blackstock [18].

L'équation de Burgers peut se déduire directement à partir de la KZK:

$$\frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} = \left[\frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p(z, \tau)}{\partial \tau^2} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2(z, \tau)}{\partial \tau} \right] \quad (\text{I. 9})$$

En tenant compte de l'expression de l'impédance caractéristique du milieu ($\rho_0 c_0$), l'équation (I. 9) se transforme en [3]:

$$\frac{\partial u(z, \tau)}{\partial z} = \left[\frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2 u(z, \tau)}{\partial \tau^2} + \frac{\beta}{2c_0^2} \frac{\partial u^2(z, \tau)}{\partial \tau} \right] \quad (\text{I. 10})$$

Le membre de gauche de l'équation (I. 10) représente la propagation linéaire d'une onde plane progressive. Le deuxième terme du membre de droite de l'équation (I. 10) traduit l'effet non linéaire qui se manifeste par un terme quadratique responsable des effets cumulatifs de l'effet de distorsion lors de la propagation de l'onde plane progressive, alors que le premier terme représente la dissipation qui peut être due soit à la viscosité, à la conduction de la chaleur ou à tout autre facteur de dissipation.

Pour des raisons de commodité lors du calcul numérique, on définit les grandeurs sans dimension suivantes [19]:

$$U = \frac{u}{U_0}, \theta = \omega\tau \text{ et } \sigma = \frac{z}{l_s} \quad (\text{I. 11})$$

où U , θ , σ sont respectivement les grandeurs adimensionnées de la vitesse particulaire, du temps et de la distance de propagation par rapport à U_0 , $1/\omega$ et l_s représentant respectivement la vitesse particulaire caractéristique du liquide, le temps caractéristique et la distance de discontinuité.

L'insertion de ce changement de variable dans l'équation de Burgers (Equation (I. 10)), définit l'équation de Burgers sans dimension [3, 14, 18-22]:

$$\frac{\partial U(\sigma, \theta)}{\partial \sigma} = U(\sigma, \theta) \frac{\partial U(\sigma, \theta)}{\partial \theta} + \Gamma^{-1} \frac{\partial^2 U(\sigma, \theta)}{\partial \theta^2} \quad (\text{I. 12})$$

IV. 1. Solution analytique de l'équation de Burgers proposée par Riemann pour un fluide non dissipatif

En se reportant à l'équation (I. 6), la propagation d'ondes planes d'amplitude finie dans un milieu non dissipatif peut être définie par l'expression suivante [2]:

$$\frac{\partial^2 \phi(z, \tau)}{\partial \tau^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \phi(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 + \frac{\beta - 1}{c_0^2} \left(\frac{\partial \phi(z, \tau)}{\partial \tau} \right)^2 \right] \quad (\text{I. 13})$$

En exploitant la relation liant la pression acoustique à la vitesse particulaire, $(\nabla \phi)^2 = \left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2$, l'équation (I. 13) se simplifie en [2]:

$$\frac{\partial^2 \phi(z, \tau)}{\partial \tau^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \phi(z, \tau)}{\partial z^2} = -c_0 \frac{\partial}{\partial z} \left[\beta \left(\frac{\partial \phi(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (\text{I. 14})$$

Et si de plus le changement de variable proposé par Enflo est utilisé [3]:

$$\begin{cases} z' = z - c_0 t \\ t' = \mu t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = -c_0 \frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial}{\partial t'} \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \end{cases} \quad (\text{I. 15})$$

Si les termes d'ordre supérieur à 2 sont négligés, l'équation (I. 14) se transforme en [3]:

$$\mu \frac{\partial u}{\partial t'} = \beta u \frac{\partial u}{\partial z'} \quad (\text{I. 16})$$

En réutilisant les variables (z, t) , l'équation (I. 16) s'écrit [1-3]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (c_0 + \beta u) \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (\text{I. 17})$$

La dérivée totale exacte de la vitesse particulière est donnée par :

$$\frac{du}{dt} = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_z + \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_t \frac{dz}{dt} \quad (\text{I. 18})$$

En comparant les équations (I. 17) et (I. 18), nous constatons que la vitesse particulière est constante sur les courbes définies sur le plan (z, t) [1-4, 9]:

$$c = \frac{\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_z}{\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_t} = \frac{dz}{dt} = c_0 + \beta u(z, t) \quad (\text{I. 19})$$

Cette expression définit les courbes caractéristiques. La vitesse particulière est une constante sur chacune de ces courbes. Ces dernières sont des droites comme le montre l'équation (I. 19).

L'effet de la non linéarité dû à la propagation d'ondes planes d'amplitude finie dans un fluide parfait peut être modélisé par une variation continue de la vitesse de l'onde ultrasonore du milieu. En se référant à l'équation (I. 19), la vitesse de l'onde ultrasonore dépend de la pression acoustique. L'onde accélère durant la phase de compression, elle devient ainsi « supersonique » et ralentit pendant la phase de détente devenant par conséquent « subsonique ». Il en résulte une distorsion progressive et cumulative du signal au cours de sa propagation. Cette distorsion de

l'onde dans le domaine temporel se traduit dans le domaine spectral par la génération d'harmoniques aux fréquences multiples de la fréquence du signal primaire, due à un processus de transfert d'énergie du fondamental vers les harmoniques supérieurs. L'étude de l'évolution de l'amplitude du second harmonique par rapport au fondamental permet de remonter au paramètre de non linéarité du milieu.

La solution analytique de l'équation (I. 17), peut s'écrire sous la forme générale suivante [2, 5]:

$$u(z, t) = U_0 f(\omega t - \omega z/c) \quad (\text{I. 20})$$

Sachant que $\beta u/c_0 \ll 1$, l'équation (I. 19) se réécrit autrement [2, 5]:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_0} \left[1 - \frac{\beta u(z, t)}{c_0} \right] \quad (\text{I. 21})$$

En insérant l'équation (I. 21) dans l'équation (I. 20), nous obtenons [2, 5]:

$$u(z, t) = U_0 f\left(\omega t - \frac{\omega z}{c_0} + \frac{\omega \beta z}{c_0^2} u\right) \quad (\text{I. 22})$$

En considérant une source sinusoïdale de la forme $u(0, t) = U_0 \sin(\omega t)$, l'équation (I. 22) devient [2, 5]:

$$u(z, t) = U_0 \sin\left(\omega t - \frac{\omega z}{c_0} + \frac{\omega \beta z}{c_0^2} u\right) \quad (\text{I. 23})$$

IV. 2. Distance de choc (distance de discontinuité)

La propagation non linéaire s'accompagne d'un raidissement progressif de la forme d'onde, pouvant aboutir à la création d'un choc (discontinuité dans la forme d'onde), lorsque les surpressions rattrapent les détentes.

Le front raide qui apparaît lors de la discontinuité peut être traduit mathématiquement par l'existence d'une tangente verticale en $u=0$. Sachant qu'une tangente verticale correspond à une pente infinie, cela revient à annuler le dénominateur de l'équation suivante :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{u=0} = \frac{-\omega U_0/c_0}{1 - \frac{\beta \omega U_0}{c_0^2} z} \quad (\text{I. 24})$$

La distance de choc (distance de discontinuité) peut être déduite facilement [1-5]:

$$l_s = \frac{1}{k\beta M} \quad (\text{I. 25})$$

où $k = \omega/c_0$ est le nombre d'onde, $M = \frac{U_0}{c_0}$ est le nombre de Mach acoustique et U_0

l'amplitude de la vitesse particulaire. Le rapport de l'amplitude de la vitesse particulaire et de la vitesse de l'onde ultrasonore du milieu permet ainsi de quantifier l'importance des phénomènes non linéaires dans un milieu non dissipatif.

Au-delà de la distance de choc, les surpressions ne peuvent pas continuer à se propager plus rapidement que les dépressions : un signal représenté par une fonction à valeurs multiples n'aurait pas de sens physique (Figure 1). Pour retrouver un profil monovalué, il est nécessaire d'introduire des discontinuités entre les différentes parties monovaluées du profil. Ainsi, il y a formation d'ondes de choc avec un profil en dents de scie caractéristique. L'existence d'une discontinuité dans le profil de l'onde de choc correspond à l'apparition de fréquences élevées.

La distance de choc est donc la distance à partir de laquelle l'équation de Burgers dans un milieu non dissipatif ne peut plus décrire la propagation non linéaire [5].

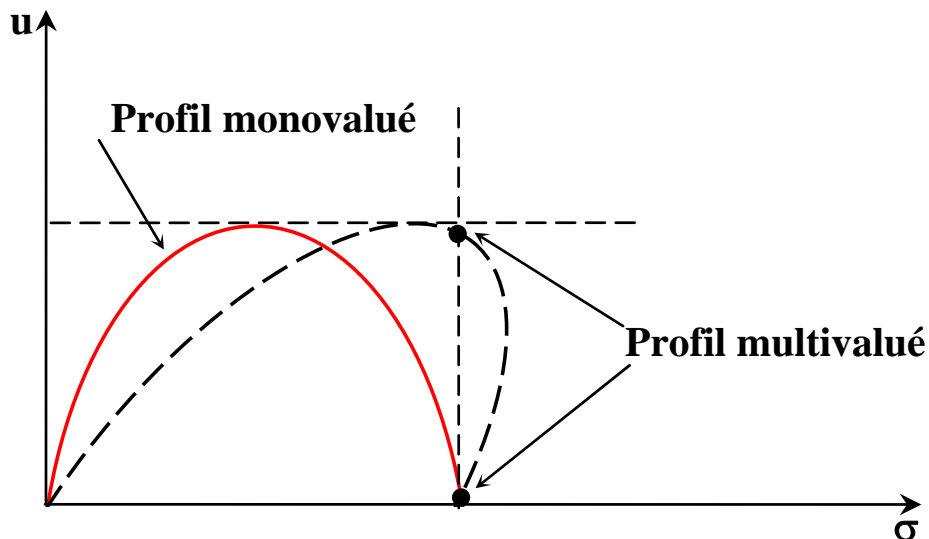


Figure 1 : Etablissement de la discontinuité.

IV. 3. Simulation de la solution analytique de Riemann

IV. 3. 1. Analyse temporelle

Dans un premier temps, nous analyserons dans le domaine temporel la distorsion d'une onde initialement sinusoïdale se propageant dans un fluide non dissipatif.

Pour cela nous réutiliserons les changements de variables de l'équation (I. 11), ainsi l'équation (I. 23) se transforme en [1-2, 23]:

$$U(\sigma, \theta) = \sin(\theta + \sigma u(\sigma, \theta)) \quad (\text{I. 26})$$

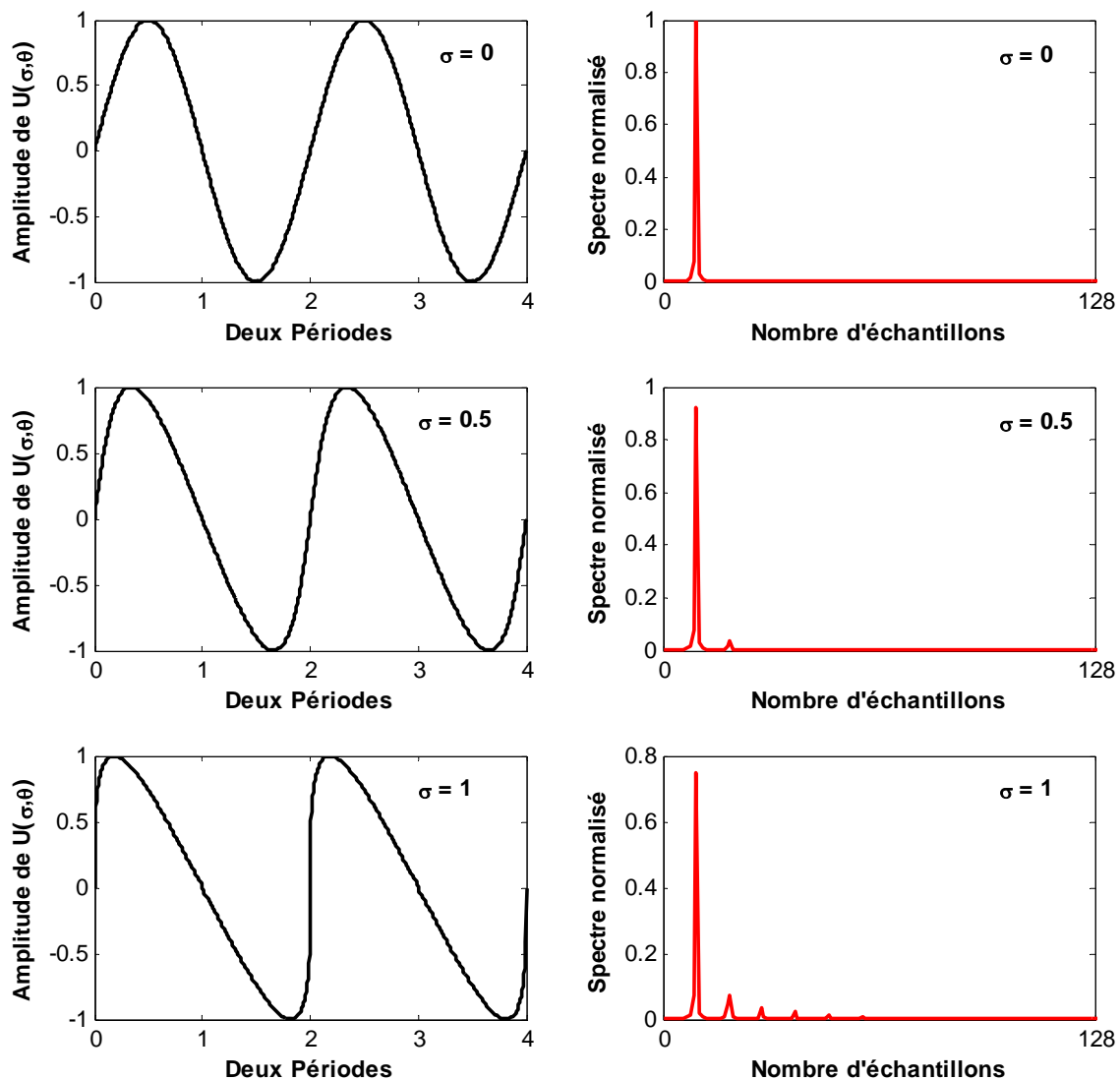


Figure 2 : Simulation de la solution exacte de Burgers dans un fluide non dissipatif illustrant la distorsion du front d'onde et la génération d'harmoniques.

La simulation de l'onde $U(\sigma, \theta)$ fait apparaître une déformation de son profil temporel qui s'accroît lorsqu'on s'éloigne de la source. Il en résulte une distorsion progressive et cumulative de l'onde au cours de sa propagation (Figure 2).

En théorie, pour un milieu donné, la distorsion de l'onde est d'autant plus importante que l'amplitude du signal émis est importante et que l'on se place loin de la source.

Cependant dans la réalité, l'onde ne peut se déformer indéfiniment car cela conduirait à attribuer à un instant donné plusieurs valeurs possibles pour la vitesse particulière (Figure 1), ce qui est physiquement incorrect.

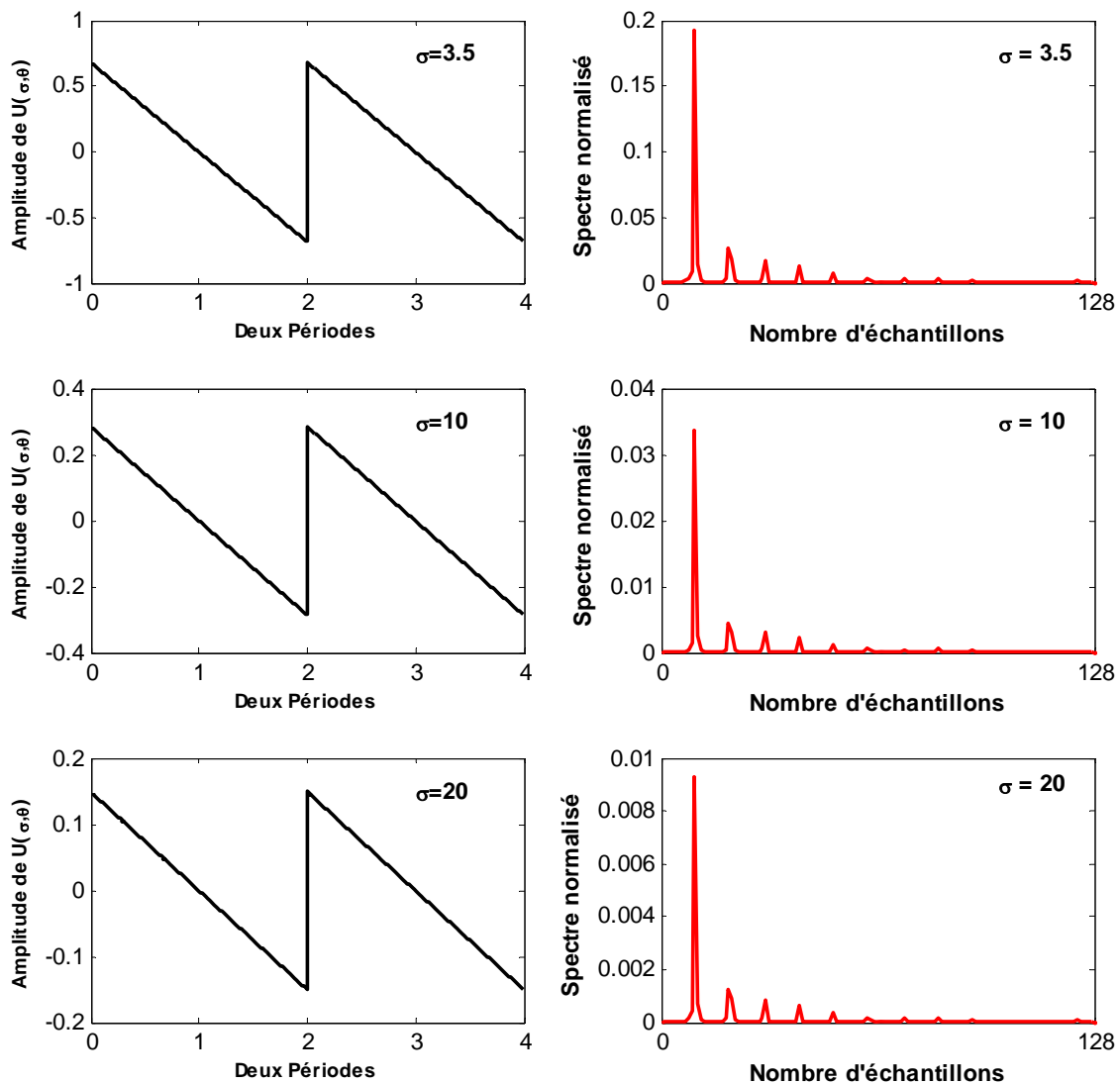


Figure 3 : Simulation du profil en dent de scie.

La distorsion maximale, appelée choc, caractérisée par une discontinuité verticale du profil de l'onde se traduira au-delà de cette discontinuité par un profil en dent de scie (Figure 3) [2- 5, 13, 20, 21, 24].

Ce profil est donné par l'expression analytique suivante :

$$U(\theta) = U_c \frac{(2m-1)\pi - \theta}{\pi} \quad (2m-1)\pi \leq \theta \leq 2\pi m \quad \text{et} \quad 1 \leq m \leq \infty \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{N}^+ \quad (\text{I. 27})$$

La distorsion que subit l'onde se manifeste par une nette évolution de son contenu spectral par la génération d'harmoniques aux fréquences multiples de la fréquence du signal primaire. Notons que l'amplitude de la composante du fondamental décroît sensiblement au profit des harmoniques de rang élevé, ce phénomène est le résultat d'un transfert d'énergie du fondamental vers les harmoniques (Figure 3).

IV. 3. 2. Analyse fréquentielle

En se reportant à l'équation (I. 23), nous constatons que l'onde se déforme lors de sa propagation et s'enrichit en harmoniques. La décomposition de cette onde en série de Fourier permet d'analyser l'évolution des composantes spectrales en fonction du paramètre $\sigma = \frac{z}{l_s}$ représentant l'abscisse normalisée.

Sachant que $k = \frac{\omega}{c_0}$, l'équation (I. 23) se transforme en :

$$u = U_0 \sin\left(\omega t - kz + \sigma \frac{u}{u_0}\right) \quad (\text{I. 28})$$

Comme $\frac{u}{U_0}$ est une fonction impaire, son développement en série de Fourier est [1-3, 23]:

$$\frac{u}{U_0} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n(\omega t - kz) \quad (\text{I. 29})$$

Les coefficients B_n représentent les amplitudes relatives des différents harmoniques en fonction de l'abscisse normalisée σ :

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u}{U_0} \sin n(\omega t - kz) \, d(\omega t - kz) \quad (\text{I. 30})$$

Chacune des solutions proposées par Fubini, Fay et Blackstock pour déterminer les coefficients B_n , est valable uniquement dans un domaine bien défini de la variable σ [25, 26].

IV. 3. 2. 1. Détermination des coefficients B_n

- *Solution de Fubini*

En posant $x = (\omega t - kz + \sigma \frac{u}{U_0})$, les coefficients B_n se transforment en:

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin x \sin [n(x - \sigma \sin x)] (1 - \sigma \cos x) dx \quad (\text{I. 31})$$

La solution de l'équation est donnée par [27]:

$$B_n = 2 \frac{J_n(n\sigma)}{n\sigma} \quad (\text{I. 32})$$

où J_n est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n .

L'équation (I. 29) se transforme en :

$$u = 2U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(n\sigma)}{n\sigma} \sin n(\omega t - kz) \quad (\text{I. 33})$$

Cette solution, connue sous le nom de solution de Fubini, décrit l'évolution spectrale d'une onde initialement sinusoïdale, qui se déforme progressivement pour tendre vers une onde à front discontinu.

Cette solution n'est valable que pour des valeurs de $\sigma < 1$.

- *Solution de Fay*

Une fois la discontinuité formée, l'amplitude des harmoniques décroît et Fay proposa alors de remplacer l'expression (I. 29) par [25]:

$$u = 2U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1 + \sigma)} \sin n(\omega t - kz) \quad (\text{I. 34})$$

Selon Blackstock, le domaine de validité de cette expression est fixé approximativement à $\sigma > 3.6$.

- *Solution de Blackstock*

En 1966, Blackstock établit une relation entre la solution proposée par Fubini et celle de Fay [26]. Il proposa une solution générale incluant les valeurs intermédiaires de σ comprises entre 1 et 3.6.

La solution globale des coefficients B_n s'exprime sous la forme suivante [26]:

$$B_n(\sigma) = \frac{2}{n\pi} U_c(\sigma) + \frac{2}{n\pi\sigma} \int_{\sigma U_c}^{\pi} \cos n(\psi - \sigma \sin \psi) d\psi \quad (\text{I. 35})$$

où U_c est l'amplitude du front de choc.

IV. 3. 2. 2. Analyse de l'amplitude du front de choc en fonction de σ

Pour des valeurs de $\sigma > 1$, le profil de l'onde évolue en forme de dent de scie d'amplitude U_c . Cette grandeur s'exprime par [26]:

$$U_c = \sin(\sigma U_c) \quad (\text{I. 36})$$

Après quelques transformations, l'équation (I. 36) devient :

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{\sin(\sigma U_c)}{\sigma U_c} = j_0(\sigma U_c) \quad (\text{I. 37})$$

j_0 représente la fonction de Bessel sphérique d'ordre 0.

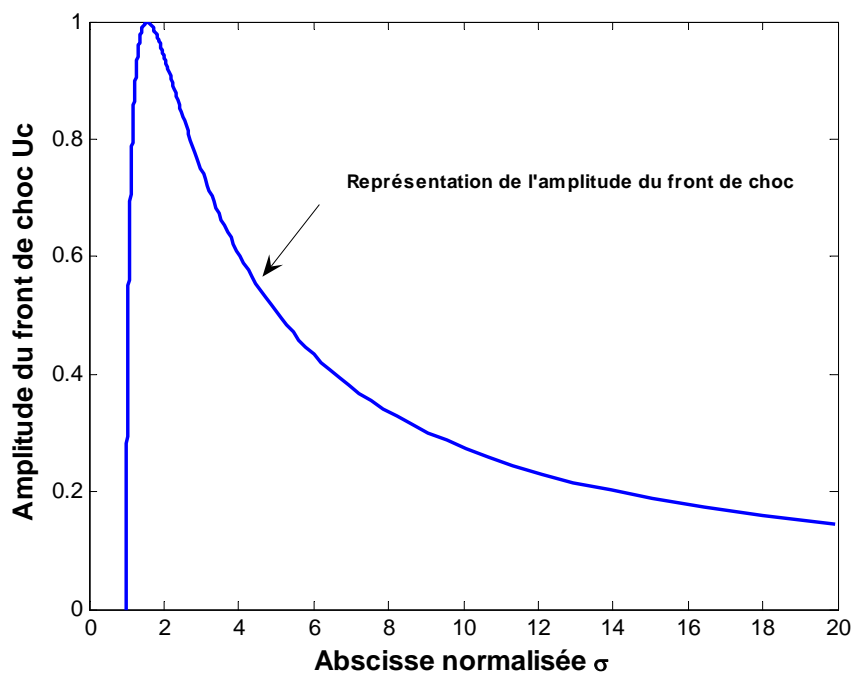


Figure 4 : Amplitude du front de choc en fonction de σ .

U_c peut être facilement déduite [26]:

$$U_c = \frac{1}{\sigma} j_0^{-1}(\sigma U_c) \quad (\text{I. 38})$$

L'équation (I. 38) permet de simuler l'amplitude du front de choc en fonction du paramètre σ (Figure 4).

Pour pouvoir établir un lien entre la solution de Blackstock et celle de Fay, il faut déterminer une fonction asymptotique à $U_c(\sigma)$. Le calcul aux limites de l'expression (I. 37), nous permet d'aboutir à :

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma} = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\sin(\sigma U_c)}{\sigma U_c} = 0 \quad (\text{I. 39})$$

A cette expression correspond un argument (σU_c) tendant vers π . Cette formulation peut être traduite mathématiquement par [26]:

$$\sigma U_c = \pi - \delta \quad (\text{I. 40})$$

En insérant l'équation (I.40) dans l'équation (I. 36), on aboutit à [26]:

$$U_c = \sin(\pi - \delta) = \delta \quad (\text{I. 41})$$

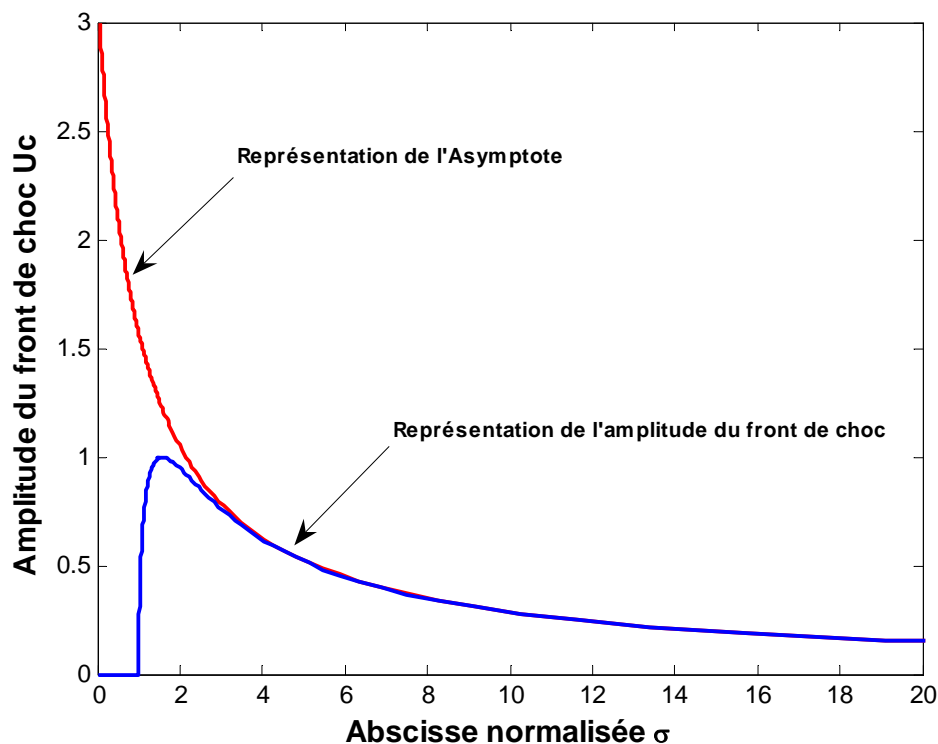


Figure 5 : Représentation de la solution asymptotique et de l'amplitude du front de choc en fonction de σ .

En combinant les équations (I. 40) et (I. 41), on obtient [26]:

$$U_c = \pi - \sigma U_c \quad (\text{I. 42})$$

Finalement l'expression asymptotique à $U_c(\sigma)$ s'écrit comme suit :

$$U_c = \frac{\pi}{(1 + \sigma)} \quad (\text{I. 43})$$

A travers la figure 5 nous constatons que pour des valeurs élevées de σ , les deux tracés graphiques des équations (I. 38) et (I. 43) se superposent parfaitement.

IV. 3. 2. 3. Commentaires relatifs à la solution proposée par Blackstock

Pour $0 \leq \sigma < 1$, $U_c(\sigma) = 0$ et $B_n(\sigma)$ se réduit au deuxième terme de l'équation (I. 35) :

$$B_n(\sigma) = \frac{2}{n\pi\sigma} \int_0^\pi \cos n(\psi - \sigma \sin \psi) d\psi = \frac{2}{n\sigma} J_n(n\sigma) = B_n(\text{Fubini}) \quad (\text{I. 44})$$

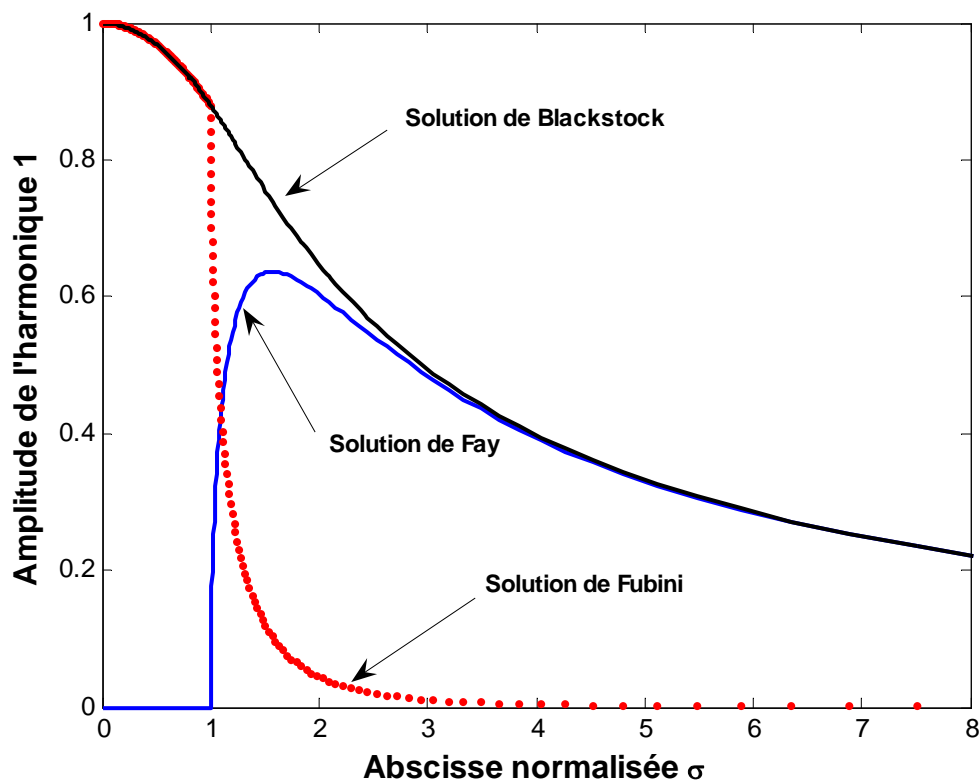


Figure 6 : Comparaison des différentes solutions pour le fondamental.

Pour $\sigma > 3.6$, il a été démontré que pour des σ élevés l'argument (σU_c) tend vers π . Par conséquent la borne supérieure d'intégration de l'expression (I. 35) est égale à sa borne inférieure, ainsi $B_n(\sigma)$ se réduit au premier terme de l'équation (I. 35):

$$B_n(\sigma) = \frac{2}{n\pi} U_c(\sigma) \quad (\text{I. 45})$$

De plus dans ce cas $U_c(\sigma)$ peut être représentée par son expression asymptotique :

$$B_n(\sigma) = \frac{2}{n(1+\sigma)} = B_n(\text{Fay}) \quad (\text{I. 46})$$

D'une manière générale la solution proposée par Blackstock est la combinaison de la solution de Fubini et celle de Fay, quand la solution de Fubini décroît celle de Fay croît (Figures 6, 7, 8).

La figure 9 montre que pour $\sigma < 1$, l'amplitude du fondamental décroît alors que les amplitudes des harmoniques augmentent. Au-delà de cette distance, une décroissance des trois harmoniques est observée.

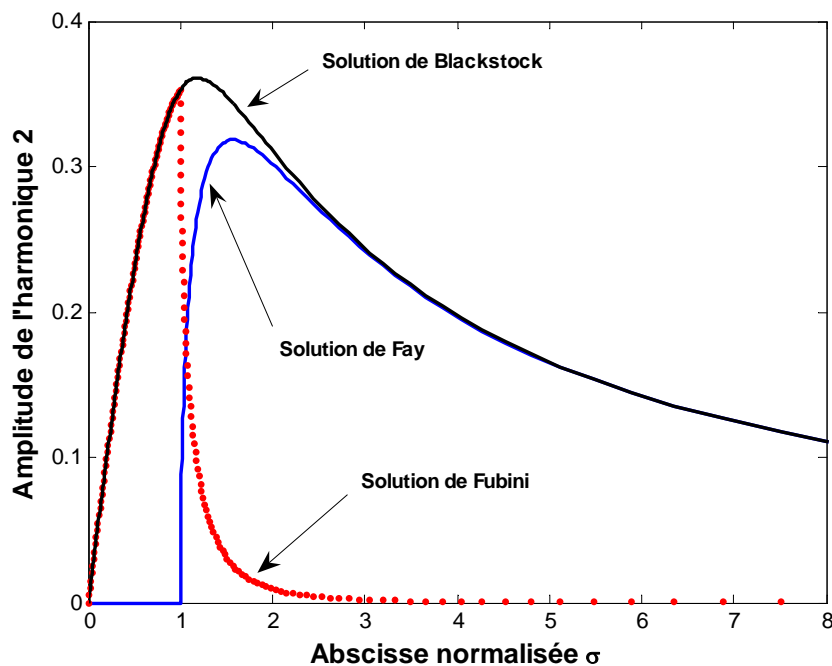


Figure 7 : Comparaison des différentes solutions pour le second harmonique.

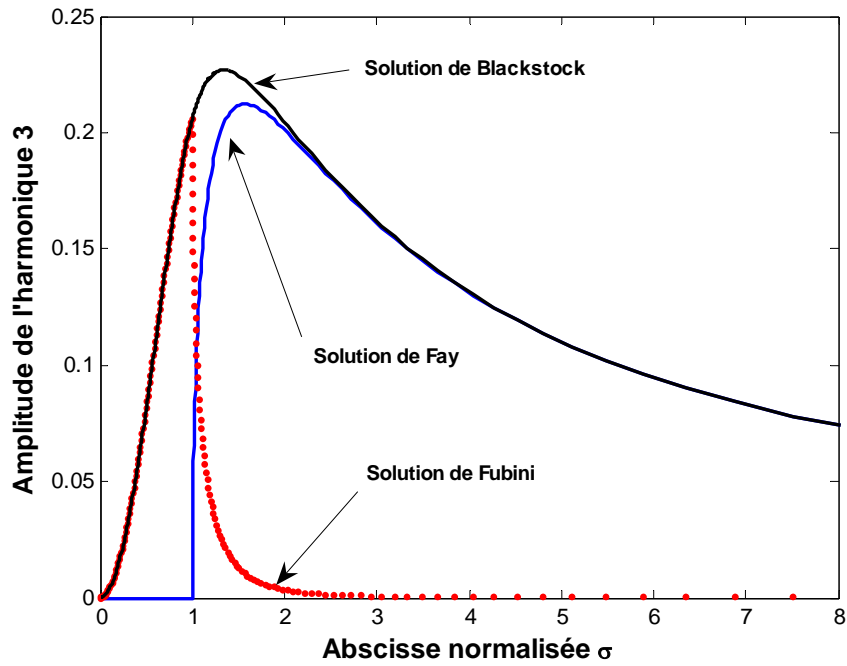


Figure 8 : Comparaison des différentes solutions pour le troisième harmonique.

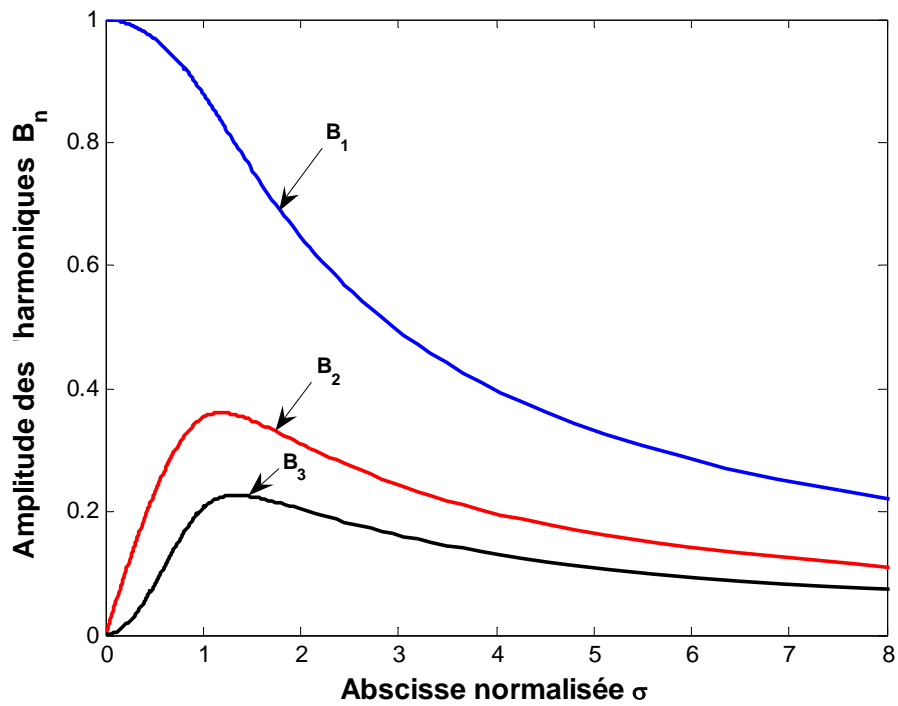


Figure 9 : Représentation de la solution analytique de Blackstock en fonction de σ .

V. Conclusion

Comme il va être prouvé au chapitre suivant, la composante du fondamental décroît pour deux raisons principales : une partie de son énergie est transmise aux harmoniques supérieurs à cause des effets non linéaires et une partie est dissipée. Les harmoniques générés augmentent en amplitude jusqu'à ce que les effets dissipatifs ne soient plus négligeables et deviennent prédominants. Ce phénomène apparaît à partir de la position du maximum de l'amplitude du second harmonique. Comme la distance de choc varie en fonction de l'amplitude de la vitesse particulaire qui elle-même est liée à l'amplitude de la pression de l'onde émise, la position du maximum de l'amplitude des harmoniques varie de façon similaire.

Comme il sera montré dans le chapitre suivant, l'effet de la dissipation sur les phénomènes non linéaires est quantifié par le nombre de Goldberg Γ qui représente le rapport de la longueur d'atténuation sur la distance de choc.

En prenant en compte les effets dissipatifs, trois zones dans la propagation d'une onde initialement sinusoïdale peuvent être distinguées [28].

- Dans la première zone, l'absorption est voisine de celle du cas de la propagation linéaire et le mécanisme de distorsion décrit précédemment dans le cas non dissipatif est largement prépondérant.
- Dès que le choc est parfaitement formé le profil de l'onde, qui est voisin de celui d'une dent de scie, se propage sans déformation ce qui signifie que l'absorption compense approximativement le transfert d'énergie des composantes d'ordre bas vers les composantes d'ordre élevé vu que l'atténuation est généralement proportionnelle au carré de la fréquence. Ceci indique qu'au voisinage de la distance de choc, il n'y a pas de discontinuité, mais une variation très rapide de la vitesse particulaire due à un équilibre entre la dissipation et les effets non linéaires.
- Dans la troisième zone, l'énergie transférée sur les harmoniques par la non linéarité est tellement négligeable que la loi d'absorption du milieu réalise un véritable filtrage passe bas de l'onde, restituant ainsi la sinusoïde initiale. Ainsi, les effets dissipatifs se font sentir sur tout le profil de l'onde.

La description complète de ces phénomènes est fournie par les solutions de l'équation de Burgers. Cette dernière est utilisée dans le chapitre suivant pour analyser les effets de l'intensité sur la génération des harmoniques dans les liquides dissipatifs, car elle constitue dans la plupart des cas réels, une excellente approximation des équations du mouvement dans un fluide thermo-visqueux.

Références

- [1] M. Bruneau, "Manuel d'Acoustique Fondamentale", Editions Hermès, Paris, 1998, ISBN 2-86601-712-9.

- [2] K. Naugolnykh, L. Ostrovosky, "Nonlinear Wave Processes in Acoustics", Cambridge University Press 1998, ISBN 0-521-39984.

- [3] B. O. Enflo, C. M. Hedberg, "Theory of Nonlinear Acoustics in Fluids", Klumer Academic Publishers, ISBN 1-4020-0572-5.

- [4] C. Barrière, "Effet de la Diffraction sur l'Interaction Paramétrique d'Ondes Acoustiques : Application à la Mesure de Paramètres de Non Linéarité et de Champs Acoustiques", Thèse de Doctorat de l'Université de Paris 7, 2001.

- [5] X. Jacob, "Applications de l'Interaction d'Ondes Elastiques à la Mesure des Propriétés Non Linéaires des Matériaux et à la Caractérisation de Champs de Pression", Thèse de Doctorat de l'Université de Paris 7, 2005.

- [6] V. P. Kuznetsov, "Equations of Nonlinear Acoustics", Soviet Physics Acoustics, Vol 16, N° 4, April-June, 1971, pp 467-470.

- [7] J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Nonlinear Equations of Acoustics with Application to Parametric Acoustics Arrays", J. Acoust. Soc. Am., Vol 69, N° 6, June, 1981, pp 1644-1652.

- [8] S. I. Aanonsen, T. Barkve, J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Distortion and Harmonic Generation in the Nearfield of a Finite Amplitude Sound Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 75, N° 3, March, 1984, pp 749-768.
- [9] M. F. Hamilton, D. T. Blackstock, "On the Coefficient of Nonlinearity β in Nonlinear Acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 83, N° 1, January, 1988, pp 74-77.
- [10] A. B. Coppens, R. T. Beyer, M. B. Seiden, J. Donohue, F. Guepin, R. H. Hodson, C. Townsend, "Parameter of Nonlinearity in Fluids. II", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 38, 1965, pp 797-804.
- [11] A. B. Coppens, R. T. Beyer, J. Ballou, "Parameter of Nonlinearity in Fluids III: Values of Sound Velocity in Liquid Metals", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 41, N° 6, June, 1967, pp 1443-1448.
- [12] W. N. Cobb, "Finite Amplitude Method for the Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A ", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 73, N° 5, May, 1983, pp 1525-1531.
- [13] J. Hoffelner, M. Kaltenbacher, "Finite Element Simulation of Nonlinear Wave Propagation in Thermoviscous Fluids Including Dissipation", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency control*, Vol 48, N° 3, May 2001, pp 779-786.
- [14] F. H. Fenlon, "A Recursive Procedure for Computing the Nonlinear Spectral Interactions of Progressive Finite-Amplitude Waves in Nondispersive Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 50, N° 5 (Part 2), January, 1971, pp 1299-1312.
- [15] D. Ding, Y. Shui, J. Lin, D. Zhang, "A Simple Calculation Approach for the Second Harmonic Sound Field Generated by an Arbitrary Axial-Symmetric Source", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 100, N° 2 (Part 1), August, 1996, pp 727-733.

- [16] E. A. Zabolotskaya, R. V. Khokhlov, "Quasi-Plane Waves in the Nonlinear Acoustics of Confined Beams", *Soviet Physics Acoustics*, Vol 15, N° 1, July-Sept, 1969, pp 35-40.
- [17] V. Labat, J. P. Remenieras, O. Bou Matar, A. Ouahabi, F. Patat, "Harmonic Propagation of Finite Amplitude Sound Beams: Experimental Determination of the Nonlinearity Parameter B/A ", *Ultrasonics* 38, 2000, pp 292-296.
- [18] D. T. Blackstock, "Thermoviscous Attenuation of Plane, Periodic, Finite, Amplitude Sound Waves", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 36, N° 3, March, 1964, pp 534-542.
- [19] P. Menounou, D. Blackstock, "A New Method to Predict the Evolution of the Power Spectral Density for a Finite Amplitude Sound Wave", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 115, N° 2, February, 2004, pp 567-580.
- [20] C. Hedberg, "Nonlinear Propagation Through a Fluid of Waves Originating from a Biharmonic Sound Source", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 96 N° 3, September, 1994, pp 1821-1828.
- [21] C. Hedberg, "Multifrequency Plane, Nonlinear, and Dissipative Waves at Arbitrary Distances", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 106, N° 6, December, 1999, pp 3150-3155.
- [22] L. Bjørnø, "Forty Years of Nonlinear Ultrasound", *Ultrasonics* 40, 2002, pp 11-17.
- [23] D. T. Blackstock, "Propagation of Plane Sound Waves of Finite Amplitude in Nondissipative Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 34, N° 1, January, 1962, pp 9-30.

- [24] D. T. Blackstock, "On Plane, Spherical, and Cylindrical Sound Waves of Finite Amplitude in Lossless Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Letters to Editor, September, 1963, pp 217-219.
- [25] R. D. Fay, "Plane Sound Waves of Finite Amplitude", *J. Acoust. Soc. Am.*, October, 1931, pp 222-241.
- [26] D. T. Blackstock, "Connection between the Fay and Fubini Solutions for Plane Sound Waves of Finite Amplitude", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 39, N° 6, 1966, pp 1019-1026.
- [27] V. Smirnov, "Cours de Mathématiques Supérieures", Tome III, Deuxième partie, Editions Mir, Moscou.
- [28] E. L. Carstensen, T. G. Muir, "The Role of Nonlinear Acoustics in Biomedical Ultrasound", Chapter 3, "Tissue Characterization with Ultrasound", Volume I: Methods, Editor, J. F. Greenleaf, CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida, 1986.

Chapitre II

Effets de l'intensité sur la génération des harmoniques dans les liquides faiblement et fortement dissipatifs

Il faut de la discipline et de la patience pour surmonter l'inévitable

(La Cinquième Montagne)

Paolo Coelho

I. Introduction

La détermination expérimentale du paramètre de non linéarité acoustique β par les méthodes d'amplitude finie sont basées sur la mesure de la distorsion d'une onde ultrasonore d'amplitude finie durant sa propagation, au cours de laquelle la croissance de l'amplitude de pression du second harmonique avec la distance est déterminée. Il est donc intéressant d'établir dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire les expressions analytiques de la pression du fondamental et du second harmonique pour pouvoir évaluer β .

Pour cela il est nécessaire de procéder à une analyse fine du domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, en prenant le soin d'estimer les écarts éventuels résultant des expressions analytiques établies dans l'hypothèse de l'approximation quasi-linéaire par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers. L'analyse des effets de l'intensité acoustique sur le fondamental et le second harmonique généré a aussi été prise en considération.

Cette étude est basée sur les données expérimentales de Krassilnikov, selon lesquelles le coefficient d'absorption obéit à une fonction quadratique de la fréquence [1]. Par ailleurs, les résultats expérimentaux de Krassilnikov montrent une dépendance étroite du coefficient d'absorption en fonction de l'intensité acoustique, mettant ainsi en évidence le phénomène de l'extra-atténuation apparent en régime non linéaire [1].

Notons par ailleurs que la propagation non linéaire des ondes acoustiques de courte durée joue de nos jours un rôle important en imagerie médicale. En exploitant le champ de pression secondaire engendré par les effets non linéaires, une amélioration notable de la qualité de l'image échographique est constatée. En mode harmonique, la résolution latérale ainsi que le contraste sont améliorés par rapport aux techniques conventionnelles d'imagerie. Pour créer des images exclusivement à partir du champ de pression secondaire, la technique d'inversion d'impulsion est utilisée. Cependant, pour optimiser la qualité de l'imagerie ultrasonore, il est nécessaire de connaître avec détails le spectre du champ de pression ainsi que la forme temporelle du signal. A cet

effet, nous avons analysé dans ce chapitre le spectre du champ impulsionnel de pression en régime non linéaire par la technique des perturbations en considérant deux types d'excitations brèves.

II. Nombre de Goldberg

Dans un milieu absorbant, l'effet de la non linéarité ne peut être étudié sans considérer la dissipation. L'absorption limite la génération des harmoniques, car elle diminue graduellement leur amplitude. Comme les phénomènes dissipatifs augmentent avec la fréquence, la transformation d'énergie vers des fréquences plus élevées que la fréquence fondamentale (génération d'harmoniques) peut induire des pertes d'énergie acoustique significatives. La non linéarité crée des harmoniques à partir de la fréquence du signal primaire mais en raison de l'absorption des hautes fréquences, seuls les harmoniques de plus bas ordre ainsi que le fondamental persistent pour des distances de propagation modérées [2]. Les effets de la non linéarité et de la dissipation sont antagonistes. La non linéarité « choque » l'onde en produisant des harmoniques tandis que la dissipation atténue les harmoniques résultant de la non linéarité. La distance de choc l_s [3,4] quantifie l'influence des phénomènes non linéaires. Pour tenir compte du phénomène de dissipation il a été nécessaire d'introduire le nombre de Goldberg Γ [3,4] qui représente le rapport de la longueur d'atténuation l_a (l'inverse du coefficient absorption α qui correspond au début de la région désignée en anglais sous l'appellation « the old age region») et de la distance de choc l_s à laquelle la forme d'onde subirait un choc si les phénomènes d'absorption étaient absents.

$$\Gamma = \frac{l_a}{l_s} = \frac{k\beta M}{\alpha} \quad (\text{II. 1})$$

Dans cette expression k , M , β et α sont respectivement le nombre d'onde, le nombre de Mach acoustique, le paramètre de non linéarité acoustique et le coefficient d'absorption.

La génération d'harmoniques d'ordre élevé peut transformer l'onde en choc. La dissipation quant à elle, atténue les harmoniques d'ordre élevé beaucoup plus que ceux d'ordre faible, de ce fait elle s'oppose à la formation d'ondes de choc. Le

paramètre sans dimension Γ mesure l'importance relative des phénomènes non linéaire et dissipatif respectivement. Sa valeur, comparée à l'unité, fournit une indication sur l'importance de l'effet de la non linéarité par rapport à la dissipation. En effet, la non linéarité et la dissipation sont deux phénomènes en concurrence perpétuelle et le nombre de Goldberg est un indicateur fiable pour n'importe quelle analyse englobant ces deux phénomènes. Une analyse basée sur le nombre de Goldberg est importante, car elle constitue une étape essentielle pour la résolution des problèmes généraux impliquant des ondes ultrasonores d'amplitude finie.

III. Problématique

De nombreuses investigations ont été menées pour analyser la propagation d'ondes planes dans un milieu dissipatif. Citons les travaux de Trivett et Van Buren [5], qui ont présenté une étude basée sur l'équation de Burgers généralisée. Dans leur étude, une attention particulière a été accordée à l'analyse de la propagation d'ondes planes en fonction de la pression et de la fréquence d'excitation. Pour chaque cas, le coefficient d'absorption prend des valeurs croissantes selon des lois de dépendance fréquentielle arbitraires. Des différences significatives dans la simulation de l'amplitude des harmoniques ont été observées par Trivett et Van Buren par rapport à celle obtenue par Woodsum. Aucune explication n'a été donnée par Trivett et Van Buren pour défendre leurs résultats. En réponse à cette critique, Woodsum a semblé attribuer ces différences au nombre élevé de termes considéré par Trivett et Van Buren dans le développement de la série de Fourier.

De même, Haran et Cook [6] ont considéré l'équation de Burgers pour développer un algorithme leur permettant la simulation des harmoniques générés dans le cas de la propagation d'onde plane d'amplitude finie dans un milieu dissipatif et non dispersif. Leur algorithme tient compte d'une dépendance absolument quelconque du coefficient d'atténuation en fonction de la fréquence. L'effet des variations du coefficient d'atténuation sur le second harmonique est démontré dans le cas du tétrachlorure de carbone. Des résultats de calculs concernant plusieurs types de tissus et de fluides biologiques sont représentés. Il est démontré que pour quelques

milieux biologiques ayant de faibles coefficients d'atténuation, la déformation de l'onde plane est significative pour de grandes distances de propagation.

Récemment, D'hooge et al. [7] ont analysé les effets non linéaires de propagation d'impulsions sur des mesures en large bande de l'atténuation et leurs implications dans la caractérisation ultrasonore des tissus. Un modèle mathématique simple basé sur la solution numérique de l'équation de Burgers est utilisé. Le modèle a été validé par la mesure du coefficient d'atténuation aussi bien « in vitro » dans des tissus contenant des fantômes (tissue-mimicking phantoms), que « in vivo » dans le foie et cela pour différentes amplitudes de pression et en utilisant des mesures en transmission et en réflexion. Les résultats expérimentaux sont conformes au modèle théorique présenté.

Dans le cadre de notre étude, les effets de l'intensité acoustique sur le fondamental et le second harmonique généré, en utilisant aussi bien la solution numérique de l'équation de Burgers ainsi que les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire ont été prises en considération. Une analyse fine du domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire est effectuée, en prenant le soin d'estimer les écarts éventuels résultant des expressions analytiques établies dans l'hypothèse de l'approximation quasi-linéaire par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers. Cette étude est basée sur les données expérimentales de Krassilnikov, qui ont été choisies pour leur précision et qui montrent une dépendance étroite du coefficient d'absorption en fonction de l'intensité acoustique. Ces données expérimentales concernent l'eau et la glycérine qui correspondent respectivement, à un liquide faiblement dissipatif approchant les caractéristiques de l'urine, du liquide amniotique... [8] et un liquide fortement dissipatif ayant quelques similitudes avec les tissus mous.

Il convient de noter que dans cette étude, tous les calculs ont été développés entièrement dans le domaine fréquentiel évitant les problèmes de discontinuité des formes d'onde et l'utilisation des transformations de Fourier pour passer du domaine

temporel au domaine fréquentiel. L'intérêt de la méthode réside dans la facilité avec laquelle elle peut être mise en application sur un micro-ordinateur.

IV. Formulation théorique

IV. 1. Equations de base

La propagation non linéaire dans les liquides dissipatifs est analysée en utilisant un développement en série de Fourier. En supposant que la solution de l'équation (I. 10) est périodique dans le temps et de période $\frac{2\pi}{\omega_0}$, la solution peut être écrite comme la somme du fondamental et des harmoniques générés.

Ainsi $u(z, \tau)$ peut être développé en série de Fourier, avec des amplitudes fonction de la coordonnée spatiale z :

$$u(z, \tau) = \sum_{n=1}^{+\infty} [v_n(z) \cos(n\omega_0\tau) + u_n(z) \sin(n\omega_0\tau)] \quad (\text{II. 2})$$

ω_0 est la fréquence angulaire caractéristique et v_n, u_n sont les coefficients de Fourier du nième harmonique.

En utilisant la notation complexe, l'équation (II. 2) se transforme en [6,9]:

$$u(z, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} W_n(z) e^{in\omega_0\tau} \quad (\text{II. 3})$$

L'amplitude complexe peut être exprimée comme $W_n = w_n e^{in\phi_n}$ où w_n, ϕ_n , correspondent respectivement à l'amplitude et à la phase du nième harmonique, et avec $i^2 = -1$. Notons que $W_{-n}^* = W_n$ où * représente le complexe conjugué.

Pour aboutir à un calcul plus simple, l'équation (II. 3) est substituée dans l'équation (I. 10) [6,9]:

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = i \frac{\beta\omega_0}{c_0^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (n-m) W_m W_{n-m} - \alpha n^2 W_n \quad (\text{II. 4})$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{D\omega_0^2}{2c_0^3}$$

L'équation (II. 4) décrit la variation d'amplitude du nième harmonique selon la direction de propagation z . La sommation selon l'indice m exprime les interactions

non linéaires parmi les différentes composantes spectrales causées par le processus de transfert d'énergie, alors que le deuxième terme exprime la perte due à la dissipation relative au nième harmonique.

L'équation (II. 4) se réécrit sous une autre forme [6,9]:

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = i \frac{\beta \omega_0}{c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m W_m W_{n-m} + \sum_{m=n}^{+\infty} n W_m W_{m-n}^* \right] - \alpha n^2 W_n \quad (\text{II. 5})$$

En employant la notation réelle et sachant que $W_n = \frac{v_n - i u_n}{2}$ et $W_{-n} = \frac{v_n + i u_n}{2}$, l'équation (II. 5) regroupe deux équations différentielles couplées régissant l'évolution des amplitudes des composants v_n et u_n en fonction de la coordonnée spatiale z [10,11] :

$$\frac{\partial v_n}{\partial z} = \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m (u_m v_{n-m} + v_m u_{n-m}) - \sum_{m=n}^{+\infty} n (v_m u_{m-n} - u_m v_{m-n}) \right] - \alpha n^2 v_n \quad (\text{II. 6})$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial z} = \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m (u_m u_{n-m} - v_m v_{n-m}) - \sum_{m=n}^{+\infty} n (u_m u_{m-n} + v_m v_{m-n}) \right] - \alpha n^2 u_n \quad (\text{II. 7})$$

Pour une excitation sinusoïdale [10-15], l'équation (II. 2) devient:

$$u(z, \tau) = \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(z) \sin(n\omega_0 \tau) \quad (\text{II. 8})$$

L'équation (II. 7) s'écrit plus simplement:

$$\frac{\partial u_n}{\partial z} = \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m u_m u_{n-m} - \sum_{m=n}^{+\infty} n u_m u_{m-n} \right] - \alpha n^2 u_n \quad (\text{II. 9})$$

L'incrément de la vitesse particulaire peut être approché par une série entière tronquée au premier ordre [6,9]:

$$u(z + \Delta z, t) = u(z, t) + \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \Delta z \quad (\text{II. 10})$$

En combinant les équations (II. 9) et (II. 10), une description itérative de la propagation d'une onde plane d'amplitude finie dans un liquide homogène et dissipatif, est obtenue par le développement suivant:

$$u_n(z + \Delta z) = u_n(z) + \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m u_m(z) u_{n-m}(z) - \sum_{m=n}^{+\infty} n u_m(z) u_{m-n}(z) \right] \Delta z - \alpha n^2 u_n(z) \Delta z \quad (\text{II. 11})$$

Le premier terme de la sommation du membre de droite de l'équation (II. 11) représente la contribution des harmoniques d'ordre inférieur au nième harmonique, alors que le second terme est associé à la contribution des harmoniques d'ordre supérieur à n . Selon le signe de chaque contribution, l'énergie du nième harmonique peut être augmentée ou diminuée. Le dernier terme de cette équation représente les pertes subies par le nième harmonique.

D'une façon générale, le coefficient d'atténuation α dépend des caractéristiques du milieu analysé et de la fréquence d'excitation. Pour de nombreux fluides visqueux, α est une fonction quadratique de la fréquence et peut être représenté par l'expression suivante [16,17]:

$$\alpha = \alpha_0 f^2 \quad (\text{II. 12})$$

α_0 dépend de la nature du liquide analysé et $f = \frac{\omega_0}{2\pi}$ est la fréquence du fondamental. Ainsi, le nombre de Goldberg Γ augmente avec l'amplitude et diminue avec la fréquence.

L'équation (II. 11) se transforme en:

$$u_n(z + \Delta z) = u_n(z) + \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m u_m(z) u_{n-m}(z) - \sum_{m=n}^{+\infty} n u_m(z) u_{m-n}(z) \right] \Delta z - \alpha_n u_n(z) \Delta z \quad (\text{II. 13})$$

avec $\alpha_n = \alpha_0 n^2 f^2$

L'équation (II. 13) permet de déterminer l'amplitude du nième harmonique à la position $z + \Delta z$ en fonction de tous les harmoniques à la position spatiale précédent z . Ce calcul exige une troncature appropriée de la série finie du membre de droite de l'équation (II. 13), afin d'obtenir une erreur suffisamment petite dans l'harmonique considéré d'ordre le plus élevé et de maintenir une précision acceptable.

Dans l'hypothèse de l'approximation quasi-linéaire, tous les harmoniques d'ordre supérieur à deux peuvent être négligés dans la solution numérique de l'équation de Burgers, ainsi l'équation (II. 13) se transforme en:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1(z)}{\partial z} = -\frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} u_1(z) u_2(z) - \alpha_1 u_1(z) \\ \frac{\partial u_2(z)}{\partial z} = \frac{\beta \omega_0}{2c_0^2} u_1^2(z) - \alpha_2 u_2(z) \end{cases} \quad (\text{II. 14})$$

$\alpha_1 = \alpha_0 f^2$ et $\alpha_2 = 4\alpha_0 f^2 = 4\alpha_1$ représentent respectivement les coefficients d'atténuation du fondamental et du second harmonique.

De plus, sachant que le rapport de la pression du nième harmonique et de la vitesse particulaire associée est défini par $p_n(z, t) = \rho_0 c_0 u_n(z, t)$ [18], l'équation (II. 14) se réécrit sous la forme:

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1(z)}{\partial z} = -\frac{\beta \omega_0}{2\rho_0 c_0^3} p_1(z)p_2(z) - \alpha_1 p_1(z) \\ \frac{\partial p_2(z)}{\partial z} = \frac{\beta \omega_0}{2\rho_0 c_0^3} p_1^2(z) - \alpha_2 p_2(z) \end{cases} \quad (\text{II. 15})$$

Si $p_2(z) \ll \frac{2P_0}{\Gamma}$, alors $\frac{\beta \omega_0}{2\rho_0 c_0^3} p_1(z)p_2(z)$ peut être négligé par rapport à $\alpha_1 p_1(z)$, la pression acoustique du fondamental est donnée par l'expression suivante [19,20]:

$$p_1(z) = P_0 e^{-\alpha_1 z} \quad (\text{II. 16})$$

P_0 étant l'amplitude de la pression caractéristique (la valeur de la pression du fondamental en $z = 0$).

L'équation (II. 15) devient:

$$\frac{\partial p_2(z)}{\partial z} = h P_0^2 e^{-2\alpha_1 z} - \alpha_2 p_2(z) \quad (\text{II. 17})$$

$$\text{avec } h = \frac{\beta \omega_0}{2\rho_0 c_0^3}$$

La solution de l'équation (II. 17) peut facilement être obtenue. En effet, sachant que pour $z = 0$, $p_2(0) = 0$, la pression acoustique du second harmonique peut être exprimée par [20,21]:

$$p_2(z) = h P_0^2 \left(\frac{e^{-\alpha_2 z} - e^{-2\alpha_1 z}}{2\alpha_1 - \alpha_2} \right) \quad (\text{II. 18})$$

De plus si le terme $(\alpha_2 - 2\alpha_1)z \ll 1$, une forme approchée de l'équation (II. 18) peut être définie [21-23]:

$$p_2(z) = h P_0^2 z e^{-(\alpha_1 + \alpha_2/2)z} \quad (\text{II. 19})$$

IV. 2. Equations adimensionnées

En utilisant l'équation (I. 12), l'amplitude adimensionnée du nième harmonique à la position $\sigma + \Delta\sigma$ en fonction de tous les harmoniques à la position précédente σ peut être écrite sous la forme:

$$U_n(\sigma + \Delta\sigma) = U_n(\sigma) + \frac{1}{2} \left[\sum_{m=1}^{n-1} m U_m(\sigma) U_{n-m}(\sigma) - \sum_{m=n}^{+\infty} n U_m(\sigma) U_{m-n}(\sigma) \right] \Delta\sigma - n^2 \Gamma^{-1} U_n(\sigma) \Delta\sigma \quad (\text{II. 20})$$

En utilisant la notation adimensionnée, les pressions acoustiques respectives du fondamental et du second harmonique peuvent être exprimées par:

$$p_1(\sigma) = P_0 e^{-\alpha_1 l_s \sigma} \quad (\text{II. 21})$$

$$p_2(\sigma) = \frac{1}{2} P_0 \left(\frac{e^{-\alpha_2 l_s \sigma} - e^{-2\alpha_1 l_s \sigma}}{(2\alpha_1 - \alpha_2) l_s} \right) \quad (\text{II. 22})$$

Dans le cas $(\alpha_2 - 2\alpha_1) l_s \sigma \ll 1$, l'équation (II. 22) se transforme en:

$$p_2(\sigma) = \frac{1}{2} P_0 \sigma e^{-(\alpha_1 + \alpha_2/2) l_s \sigma} \quad (\text{II. 23})$$

V. Résultats numériques et discussion

Les résultats expérimentaux de Krassilnikov relatifs à l'eau et la glycérine nous ont permis de simuler l'amplitude du fondamental et du second harmonique en utilisant la solution numérique de l'équation de Burgers (Equation (II. 20)) et les expressions analytiques établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire (Equations (II. 21), (II. 22) et (II. 23)). Les propriétés de ces deux milieux sont répertoriées dans le tableau 1.

Paramètres	Température (°C)	Masse volumique $\rho_0(\text{kg/m}^3)$	Vitesse de l'onde ultrasonore $C_0(\text{m/s})$	Paramètre de non linéarité acoustique β
Eau	20	998	1481	3.48
Glycérine	20	1260	1980	5.4

Tableau 1: Propriétés des milieux analysés.

Selon les résultats expérimentaux de Krassilnikov, le coefficient d'absorption est une fonction quadratique de la fréquence [1]. En dépit de l'accroissement de l'intensité acoustique de 0.2 W/cm^2 jusqu'à 4.7 W/cm^2 , le coefficient d'absorption utilisé est celui obtenu à partir d'une excitation acoustique infinitésimale. Dans le cas de l'eau $\alpha_0 = 0.23 \cdot 10^{-13} \text{ Np} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-2}$ et pour la glycérine $\alpha_0 = 26 \cdot 10^{-13} \text{ Np} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-2}$.

Comme les effets non linéaires se manifestent beaucoup plus dans les liquides légèrement dissipatifs, une attention particulière est donnée à un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg plus grand que l'unité. Dans ce dernier cas, les effets non linéaires dominent les phénomènes de dissipation pour des distances de propagation inférieures à la distance de discontinuité. L'amplitude des harmoniques générés augmente aux dépens du fondamental. Au-delà de la distance de choc, le phénomène d'absorption limite la génération des composantes harmoniques en diminuant leurs amplitudes graduellement avec la distance de propagation. A cet effet, toutes les simulations des deux premiers harmoniques sont tracées en fonction de la distance sans dimension σ , jusqu'à l'unité et cela pour plusieurs valeurs de l'intensité acoustique.

Notons que pour l'eau, toutes les distances de discontinuité pour les différentes intensités considérées sont supérieures à 19,8 centimètres. Comme dans le diagnostic biomédical la région d'intérêt d'exploration (ROI) est environ 20 centimètres, la gamme choisie $0 \leq \sigma \leq 1$ est appropriée pour ce genre d'application.

Il convient de noter que la distance de discontinuité l_s dépend des caractéristiques du milieu ρ_0 , c_0 , β et des paramètres externes tels que la fréquence et l'amplitude d'excitation. Dans notre cas la fréquence d'excitation est fixée à 2 MHz, ainsi la distance de discontinuité l_s pour un milieu donné ne dépendra que de l'amplitude d'excitation.

Parmi toutes les configurations présentées dans cette étude, seul un cas est sensible dans le cadre du diagnostic biomédical et mérite d'être analysé avec attention. En effet une situation favorable pour laquelle les effets non linéaires s'établissent entièrement dans la région d'intérêt d'exploration (ROI) correspond au cas de l'eau, pour une intensité acoustique de 4.7 W/cm^2 et une distance de discontinuité de

19.8 cm. Comme la génération d'harmoniques se produit en s'éloignant de la source et en s'approchant de la distance de discontinuité, la déformation de signal se produit dans cette zone d'intérêt. D'ailleurs, l'irradiation des tissus biologiques avec des ondes de choc dans des processus de diagnostics semble risquée car les critères de dommages et de durée d'exposition par ces rayonnements ne sont pas encore définis. Toutes les représentations graphiques ont été réalisées pour des intensités allant de $0,2 \text{ W/cm}^2$ jusqu'à $4,7 \text{ W/cm}^2$, ces valeurs correspondent au diagnostic de lésion du sein [24] (Tableau 2).

L'eau peut produire des déformations extrêmes de la forme d'onde comparativement à la glycérine. En effet, pour une intensité acoustique de l'ordre de 0.2 W/cm^2 , le nombre de Goldberg pour l'eau est 220 fois plus grand que celui de la glycérine et environ 170 fois plus grand que celui de la glycérine pour une intensité acoustique de l'ordre de $4,5 \text{ W/cm}^2$ (Tableau 2 et Figure 1).

A l'instant initial, l'onde ultrasonore est supposée purement sinusoïdale avec une fréquence d'excitation de 2 MHz dans les deux milieux considérés. Seul le fondamental existe à la position $\sigma = 0$, les autres harmoniques sont produits durant la propagation de l'onde dans le milieu analysé. Un nombre de 40 harmoniques est retenu pour déterminer la solution numérique de l'équation de Burgers qui est considérée dans le calcul d'écart, comme solution exacte.

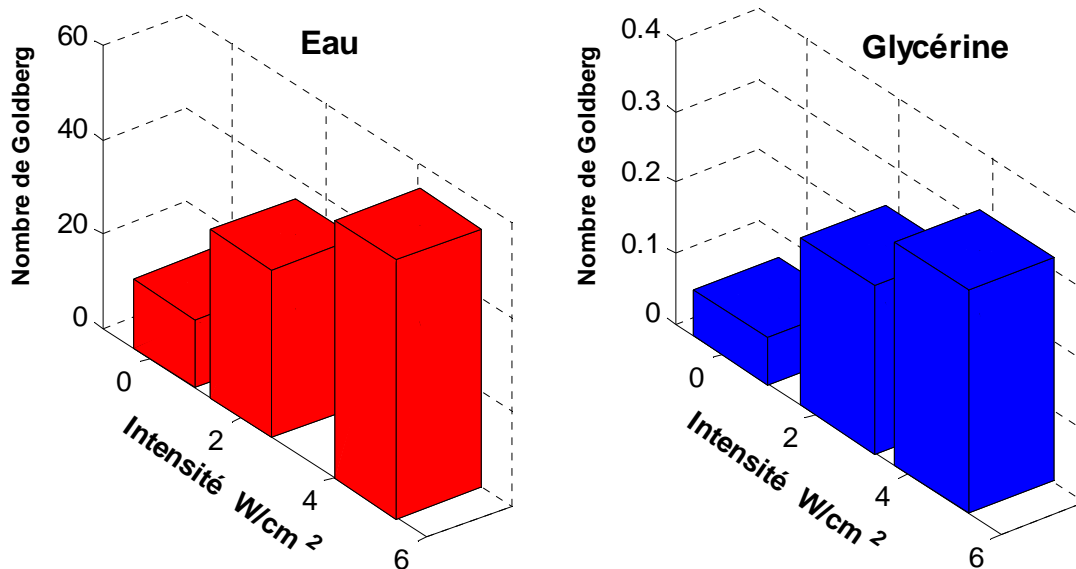


Figure 1 : Nombre de Goldberg pour l'eau et la glycérine avec des intensités allant de $0.2 - 4.7 \text{ W/cm}^2$ et une fréquence d'excitation de 2 MHz.

Pour une meilleure représentation et interprétation des différents tracés graphiques, un symbole avec une forme et un type bien définis ont été insérés sur le tracé graphique des fonctions analysées.

Les simulations réalisées dans le cas de l'eau et le cas de la glycérine sont respectivement illustrées dans les figures (a) et (b). Les simulations du fondamental et du second harmonique pour l'eau et la glycérine sont respectivement représentées dans les figures (2a-3a) et (2b-3b).

L'amplitude p_1/P_0 (Figure 2a, Figure 2b) et l'amplitude p_2/P_0 (Figure 3a, Figure 3b) augmentent avec le nombre de Goldberg. Dans ce cas, l'effet de l'augmentation de l'intensité est d'accroître l'amplitude du fondamental et celle du second harmonique.

Dans l'hypothèse de l'acoustique linéaire, le fait d'augmenter le coefficient d'atténuation entraîne une diminution systématique de l'amplitude de l'onde. Par contre, les ondes d'amplitude finie n'obéissent pas au même principe car les effets de la non linéarité et de la dissipation sont en perpétuel conflit. L'interaction entre les phénomènes d'absorption et de non linéarité existant durant la propagation n'est pas un simple effet additif comme le prévoit l'acoustique linéaire. Par conséquent, l'évaluation de la prédominance de l'effet de l'atténuation ou de la non linéarité est quantifiée par le nombre de Goldberg Γ . Pour un nombre de Goldberg Γ élevé, l'effet de la non linéarité est dominant. Par contre pour des valeurs de $\Gamma < 1$, l'absorption est si forte que l'effet non linéaire est insignifiant. Ainsi, pour pouvoir estimer l'amplitude des harmoniques générés, il est indispensable de calculer au préalable le nombre de Goldberg.

Pour l'eau, l'amplitude la plus significative des harmoniques générés, pour différentes valeurs de l'intensité, correspond au nombre de Goldberg le plus élevé (Figure 3a). Ceci est en parfait accord avec les phénomènes physiques qui ont lieu dans le milieu analysé. En effet, un nombre de Goldberg élevé correspond à une prédominance du phénomène de non linéarité par rapport à la dissipation qui représente le facteur principal de diminution d'amplitude. Cette situation est aussi apparente pour la glycérine (Figure 3b). En effet l'amplitude des harmoniques générés dépend du nombre de Goldberg (Tableau 2 et Figure 1).

Eau			Glycérine		
Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	Nombre de Goldberg	Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	Nombre de Goldberg
20	0.34	14.7	22	0.2	0.0666
20	2	35.7	19.5	3.5	0.2357
20	4.7	54.9	19	4.5	0.3161

Tableau 2: Nombre de Goldberg pour l'eau et la glycérine avec des intensités allant de 0.2 - 4.7W/cm² et une fréquence d'excitation de 2 MHz.

Pour les liquides faiblement dissipatifs, le second harmonique se développe cumulativement avec l'augmentation de la coordonnée σ au détriment du fondamental (Figure 3a). Sa croissance est maximale juste avant la formation du choc. Au delà de la distance de discontinuité les courbes décroissent comme prévu. Ainsi, la non linéarité peut être considérée comme une passerelle qui facilite l'échange d'énergie entre les différents harmoniques générés. L'accroissement du nombre de Goldberg augmente le transfert d'énergie du fondamental aux différents harmoniques générés et entre harmoniques. Ainsi, les harmoniques générés suivent l'évolution du fondamental qui leur donne naissance.

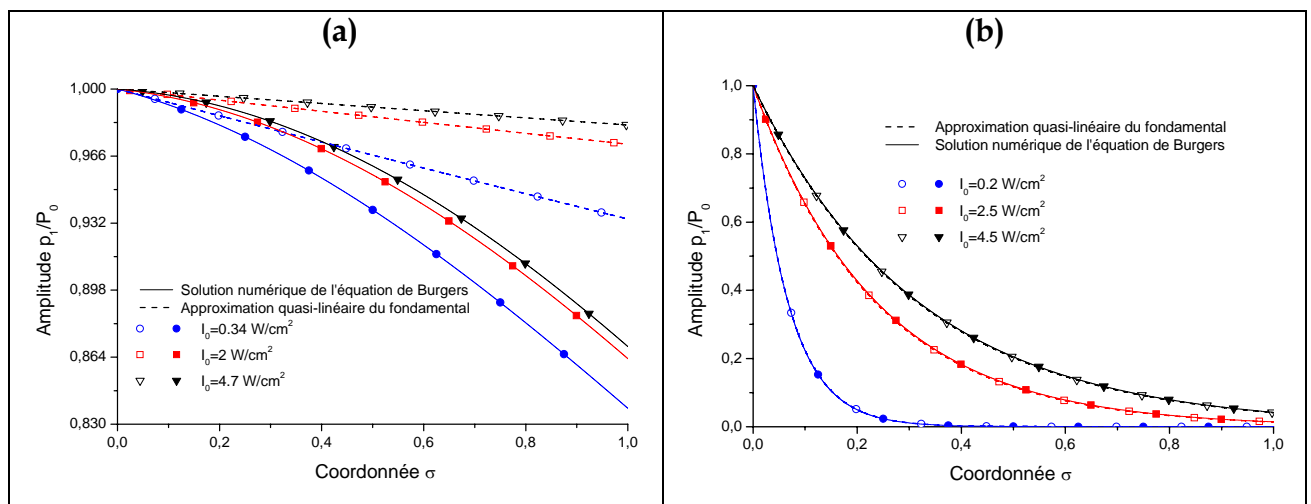


Figure 2: Rapport d'amplitude de pression p_1/P_0 en fonction de la coordonnée σ

(a): Eau

(b): Glycérine

Cependant, pour un milieu fortement dissipatif, l'absorption est si forte que l'effet non linéaire est masqué. Comme la région « the old age region » apparaît avant la distance de discontinuité, dès que la non linéarité prend naissance l'absorption domine sur l'évolution du fondamental et des harmoniques générés (Figure 3b). L'atténuation affecte fortement l'amplitude du second harmonique (Figure 3b). Ainsi, si le milieu est fortement dissipatif, l'amplitude des harmoniques générés est très faible et la forme d'onde ne subit aucune distorsion lors de la propagation. Dans les milieux absorbants, l'échange d'énergie est toutefois plus compliqué. En effet l'absorption diminue l'amplitude des harmoniques générés au cours de la propagation ; elle agit ainsi comme un filtre passe-bas qui réduit l'énergie des harmoniques d'ordre élevé.

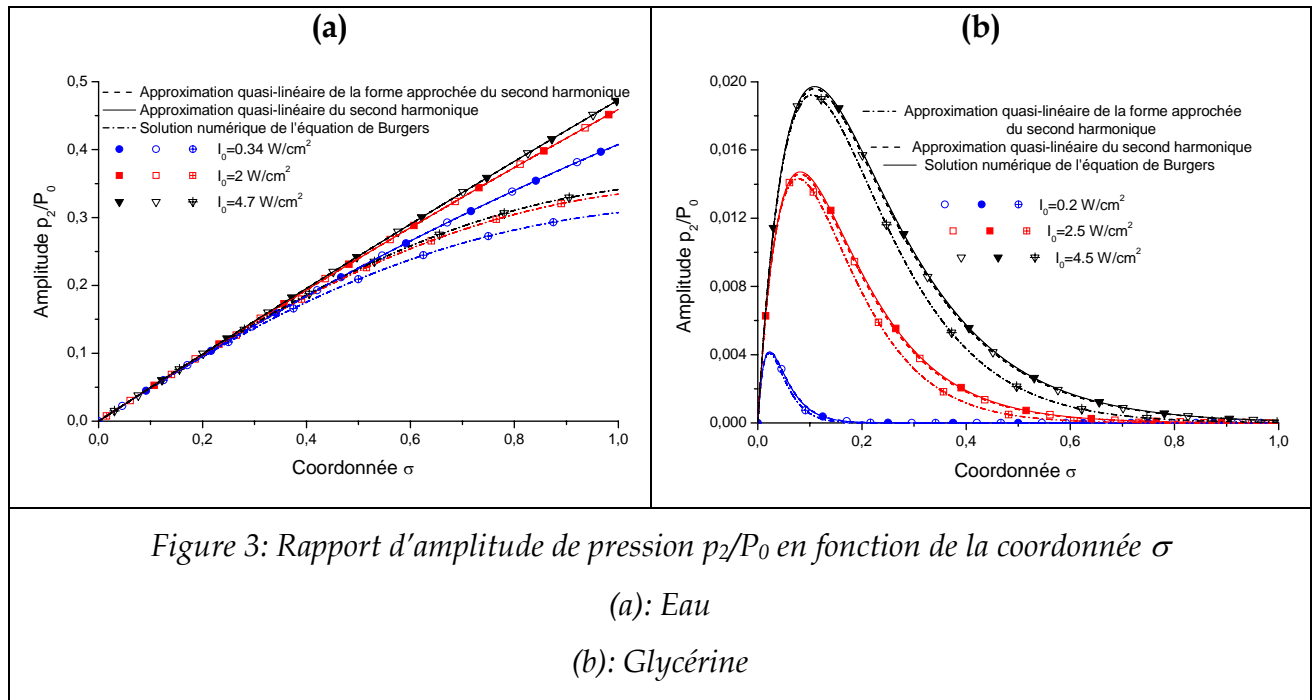
Le calcul de l'écart relatif des solutions analytiques par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers est effectué en procédant de la façon suivante:

$$\text{Ecart}(\%) = \frac{|\text{Expression analytique} - \text{solution numérique (Burgers)}|}{\text{solution numérique (Burgers)}} \times 100 \quad (\text{II. 24})$$

Pour un liquide faiblement dissipatif, des écarts entre $p_1(\sigma)$ (Equation (II. 21)) et la solution numérique de l'équation de Burgers (Equation (II. 20)) sont observés (Figure 2a). Ces écarts augmentent avec le nombre de Goldberg (Figure 2a). En effet, dans ce cas la non linéarité devient importante ($p_2(z)$ est plus important que $2P_0/\Gamma$) et l'expression analytique du fondamental établie dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire n'est plus valide.

Dans le cas de la glycérine, ces écarts ne sont plus observés (Figure 2b). Ainsi pour un liquide fortement dissipatif, l'équation (II. 21) peut donc être considérée comme une bonne approximation de l'équation (II. 20). En fait, dans ce cas le nombre de Goldberg est inférieur à l'unité (Tableau 2), la dissipation devient importante et elle domine les effets non linéaires.

L'écart relatif sur la gamme choisie, de l'expression analytique du fondamental (Equation (II. 21)) par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers est inférieur à 4% pour la glycérine (Figure 4b). Quant à l'eau, cet écart est de l'ordre de 12% (Figure 4a).



Pour un liquide légèrement dissipatif, la simulation numérique des équations (II. 22) et (II. 23) présente une parfaite superposition graphique car l'expression suivante est vérifiée $(\alpha_2 - 2\alpha_1)l_s\sigma \ll 1$ (Figure 3a).

Nous constatons de plus la présence d'écarts entre respectivement l'expression analytique du second harmonique (Equation (II. 22)) et la solution numérique de l'équation de Burgers, ainsi qu'entre l'expression analytique approchée du second harmonique (Equation (II. 23)) et la solution numérique de l'équation de Burgers (Figure 3a). En effet, la détermination de l'expression analytique du second harmonique est basée sur l'expression analytique du fondamental. Dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif, un écart non négligeable entre $p_1(\sigma)$ et la solution numérique de l'équation de Burgers est observé, ce qui se traduit par un écart beaucoup plus marqué entre l'expression analytique du second harmonique et la solution numérique de l'équation de Burgers. Ces écarts augmentent avec le nombre de Goldberg (Figure 3a).

L'équivalence des équations (II. 22) et (II. 23) n'est toutefois pas vérifiée dans le cas de la glycérine (Figure 3b). Ces écarts augmentent avec le nombre de Goldberg (Figure 3b). En effet, l'équation (II. 23) est une bonne approximation de l'équation (II. 22) seulement si $(\alpha_2 - 2\alpha_1)l_s\sigma$ est très faible devant l'unité.

Par ailleurs, pour un liquide fortement dissipatif, l'équation (II. 22) est une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers (Figure 3b). Dans ce cas, la dissipation domine les effets non linéaires.

Dans le cas de l'eau, l'écart relatif sur la gamme choisie de l'expression analytique du second harmonique (Equation (II. 22)) (respectivement celle de l'expression analytique approchée du second harmonique (Equation (II. 23))) par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers est de l'ordre de 40% (Figure 5a).

Pour la glycérine, l'écart relatif de la solution analytique du second harmonique (Equation (II. 22)) par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers est beaucoup plus faible que celui qui résulte de l'équation (II. 23) (Figure 5b). Par exemple pour $\sigma \approx 0.1$, l'écart obtenu à partir de l'équation (II. 22) est inférieur à 1% et celui produit par l'équation (II. 23) peut atteindre les 40%.

Selon cette étude, les solutions sont d'autant plus valables que les mesures sont effectuées à proximité de la source. De plus, la précision et le choix des expressions analytiques dépendent essentiellement du milieu analysé et de l'intensité I_0 [25].

Ainsi pour un milieu fortement dissipatif, les expressions du fondamental et du second harmonique (Equation (II. 21) et Equation (II. 22)) peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers.

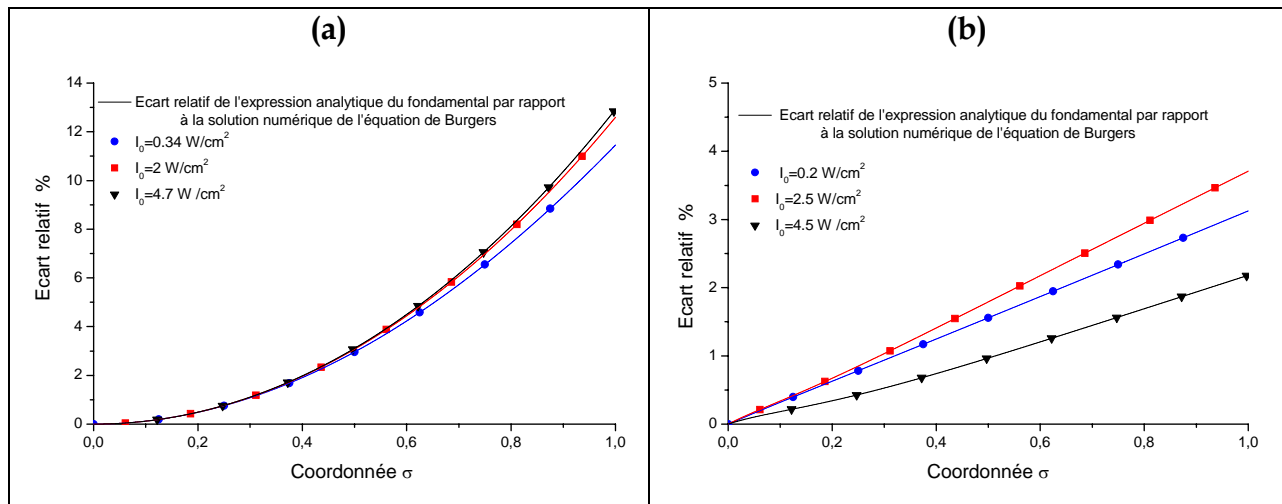


Figure 4: Ecart relatif entre l'expression analytique du fondamental et la solution numérique de l'équation de Burgers en fonction de la coordonnée σ

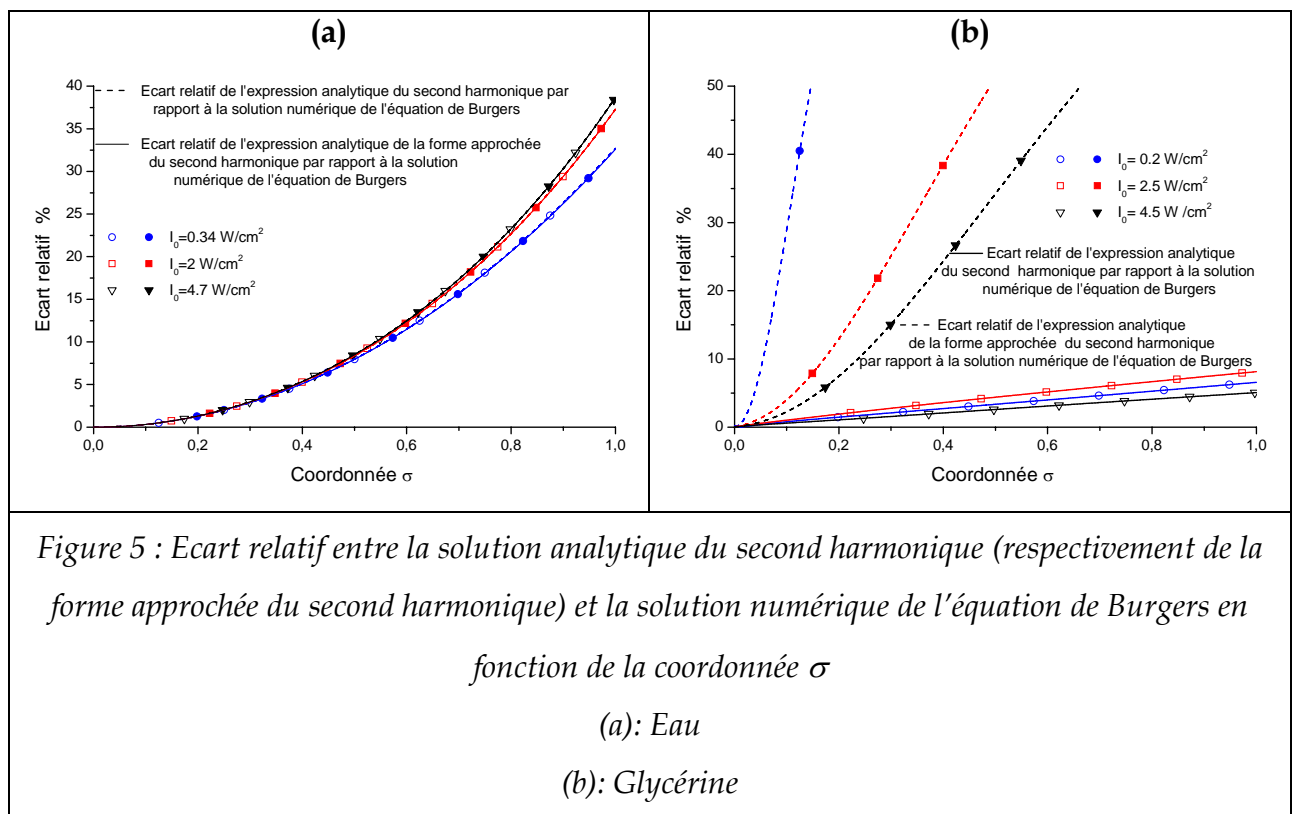
(a): Eau

(b): Glycérine

Pour un milieu légèrement dissipatif, les expressions analytiques utilisées présentent des écarts par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers. En effet, l'équation (II. 21) suppose que la dérivée de l'amplitude du fondamental par rapport à la coordonnée spatiale est proportionnelle au produit du coefficient d'absorption par l'amplitude du fondamental ($\frac{\partial p_1(z)}{\partial z} \approx -\alpha_1 p_1(z)$ ou $\frac{\partial p_1(\sigma)}{\partial \sigma} \approx -\Gamma^{-1} p_1(\sigma)$) (Equation (II. 15)), alors que ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées.

Il convient de signaler que les expressions analytiques du fondamental (Equation (II. 21)), du second harmonique (Equation (II. 22)) ainsi que l'expression analytique approchée du second harmonique (Equation (II. 23)) permettent la mesure du paramètre acoustique β .

Notons que les effets de l'absorption sur les mesures sont souvent pris en compte, mais les effets de diffraction ne sont parfois pas considérés [26], ou nécessitent des corrections basées sur des modèles mathématiques simplifiés induisant des erreurs [21]. Ceci explique les écarts observés entre les résultats obtenus à partir de cette méthode et la méthode thermodynamique [27-30].



VI. Solution asymptotique : nombre de Goldberg élevé

Les formes d'ondes extrêmement distordues se manifestent beaucoup plus dans l'eau que dans les tissus biologiques et cela, même à des intensités relativement basses. Pour cette raison, une attention particulière est portée à ce liquide où la possibilité de distorsion du signal peut entraîner des interprétations erronées lors d'un diagnostic médical.

Une nouvelle formulation mathématique du fondamental et du second harmonique dans le cas d'un nombre de Goldberg élevé est considérée.

En introduisant l'abscisse normalisée σ , le système d'équation (II. 15) se transforme en :

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1(\sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{2P_0} p_1(\sigma)p_2(\sigma) - \Gamma^{-1} p_1(\sigma) \\ \frac{\partial p_2(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{1}{2P_0} p_1^2(\sigma) - \Gamma^{-1} p_2(\sigma) \end{cases} \quad (\text{II. 25})$$

$$\text{où} \quad \begin{cases} p_1(\sigma = 0) = P_0 \\ p_2(\sigma = 0) = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \Gamma = \frac{1}{\alpha_1 l_s}$$

En posant $W = \exp(-2\Gamma^{-1}\sigma)$ et en supposant que $p_2(\sigma) \ll \frac{2P_0}{\Gamma}$ ce qui se traduit par

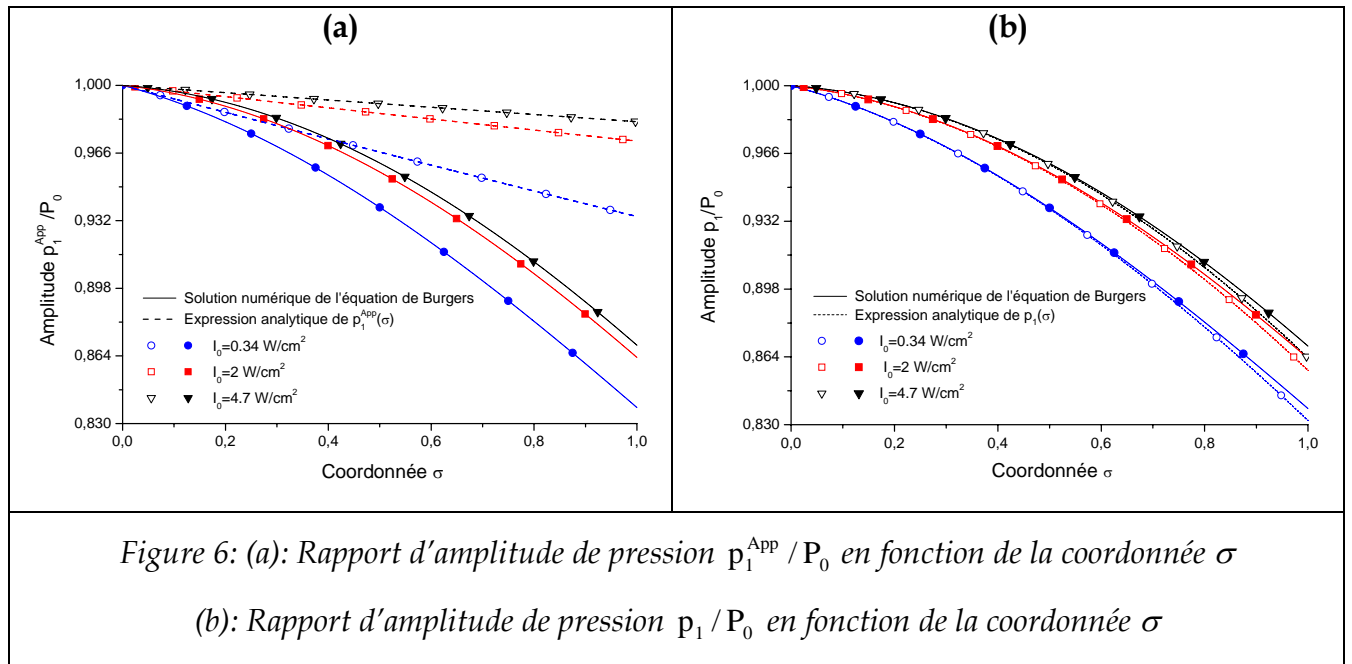
$\frac{1}{2P_0} p_1(\sigma)p_2(\sigma)$ négligeable comparativement à $\Gamma^{-1} p_1(\sigma)$, les expressions analytiques

déjà établies du fondamental (Equation (II. 21)) et du second harmonique (Equation (II. 22)) se réécrivent :

$$p_1^{\text{App}}(\sigma) = P_0 W^{1/2} \quad (\text{II. 26})$$

$$p_2^{\text{App}}(\sigma) = P_0 W \left(\frac{1-W}{4\Gamma^{-1}} \right) \quad (\text{II. 27})$$

Cependant, pour certaines configurations expérimentales dans lesquelles Γ est grand devant l'unité, le terme $\frac{1}{2P_0} p_1(\sigma)p_2(\sigma)$ ne peut plus être négligé par rapport au terme $\Gamma^{-1} p_1(\sigma)$. Pour cela, une approche asymptotique a été utilisée pour résoudre le système (II. 25) [31].



Ainsi la solution générale du système (II. 25) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{p_1(\sigma)}{p_1^{App}(\sigma)} = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n (1 - W)^n \quad (II. 28)$$

$$\frac{p_2(\sigma)}{p_2^{App}(\sigma)} = \sum_{m=0}^{+\infty} b_m (1 - W)^m \quad (II. 29)$$

Comme les perturbations introduites sont des infiniment petits, les différents termes en $(1 - W)^i$ sont indépendants. De plus les coefficients a_i et b_i sont des constantes indépendantes de la variable σ , permettant ainsi d'aboutir facilement aux expressions analytiques suivantes de la pression acoustique du fondamental et du second harmonique [32]:

$$p_1(\sigma) = P_0 W^{1/2} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - W}{4\alpha I_s} \right)^2 + \dots \right] \quad (II. 30)$$

$$p_2(\sigma) = P_0 W \left(\frac{1 - W}{4\alpha I_s} \right) \left[1 - \left(\frac{3 - W}{6} \right) \left(\frac{1 - W}{4\alpha I_s} \right)^2 + \dots \right] \quad (II. 31)$$

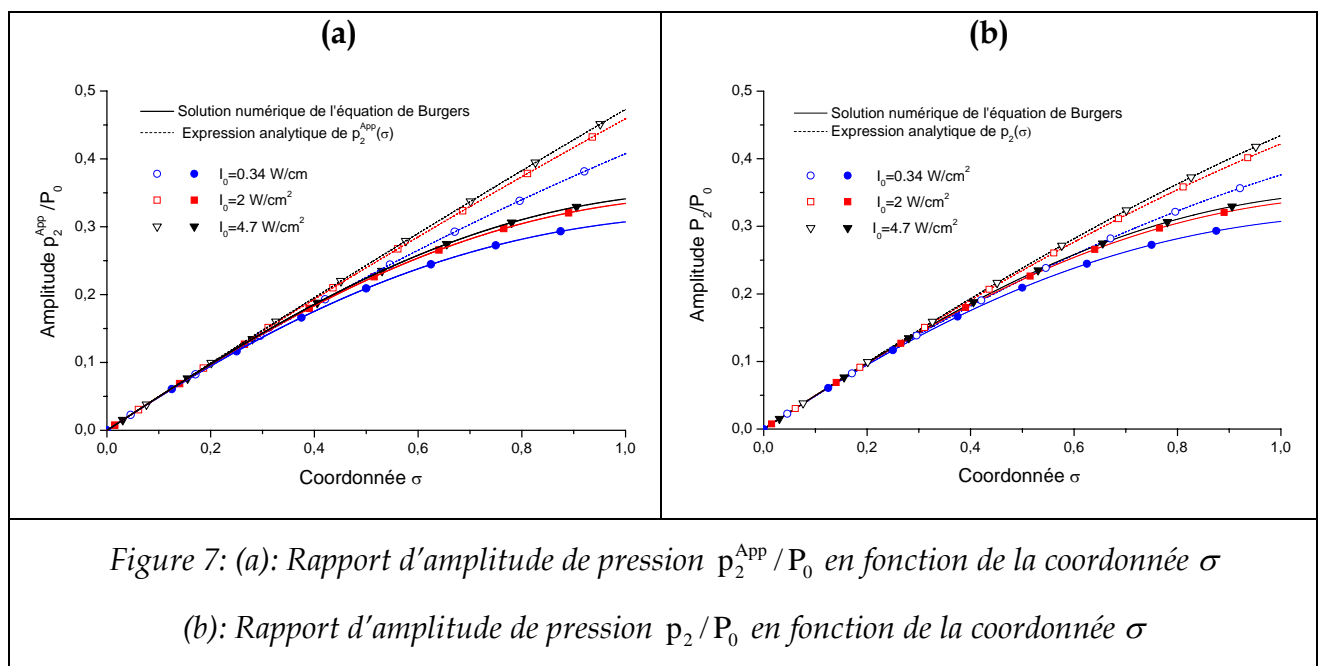
En se reportant à la figure 6a, nous constatons que les écarts observés entre l'expression analytique de $p_1^{App}(\sigma)$ (Equation (II. 26)) et la solution numérique de l'équation de Burgers n'apparaissent plus sur la figure 6b. De plus, les valeurs de $p_1^{App}(\sigma)$ sont surestimées par rapport à celles calculées numériquement à partir de l'équation de Burgers (Figure 6a). Quant aux valeurs de $p_1(\sigma)$, elles sont légèrement

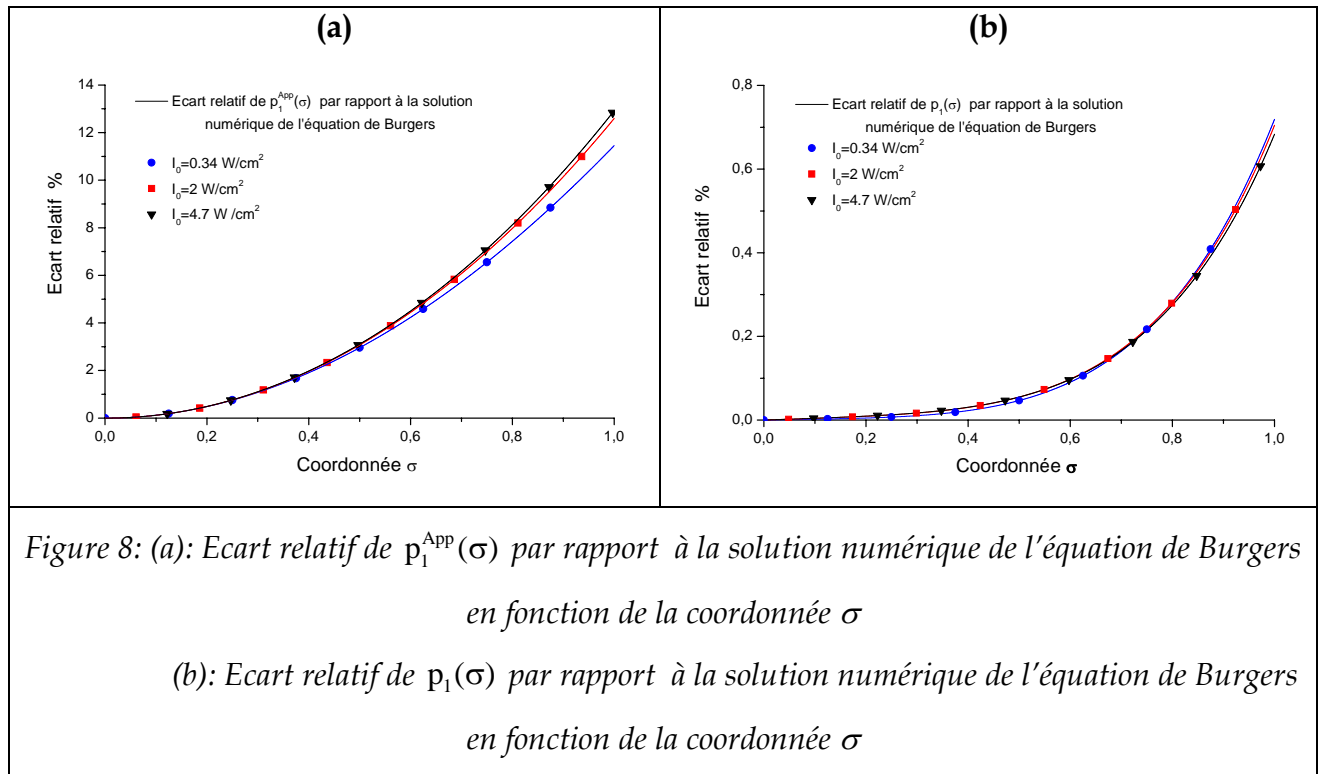
sous-estimées par rapport à celles calculées numériquement à partir de l'équation de Burgers (Figure 6b).

Notons que les écarts deviennent importants pour un nombre de Goldberg Γ élevé (Figure 6a). En effet, dans ce cas la non linéarité devient importante et l'expression analytique $p_1^{App}(\sigma)$ n'est plus valide. Par contre l'expression analytique de $p_1(\sigma)$ peut constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers (Figure 6b).

En se référant à la figure 7a, nous remarquons que les écarts qui apparaissent entre l'expression analytique $p_2^{App}(\sigma)$ (Equation (II. 27)) et la solution numérique de l'équation de Burgers ont tendance à diminuer lorsque l'expression analytique $p_2(\sigma)$ est considérée (Figure 7b). Notons que ces écarts augmentent avec le nombre de Goldberg Γ (Figure 7). Ainsi, le fait d'augmenter l'ordre de la troncature du développement de l'expression analytique $p_2(\sigma)$ a permis de se rapprocher beaucoup plus de la solution numérique de l'équation de Burgers.

L'analyse des écarts résultant des expressions analytiques approchées par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers montre un accroissement sensible du pourcentage d'écart avec le nombre de Goldberg (Figure 8a et Figure 9a). Ainsi, la précision des expressions analytiques approchées dépend essentiellement du nombre de Goldberg et de l'intensité I_0 .



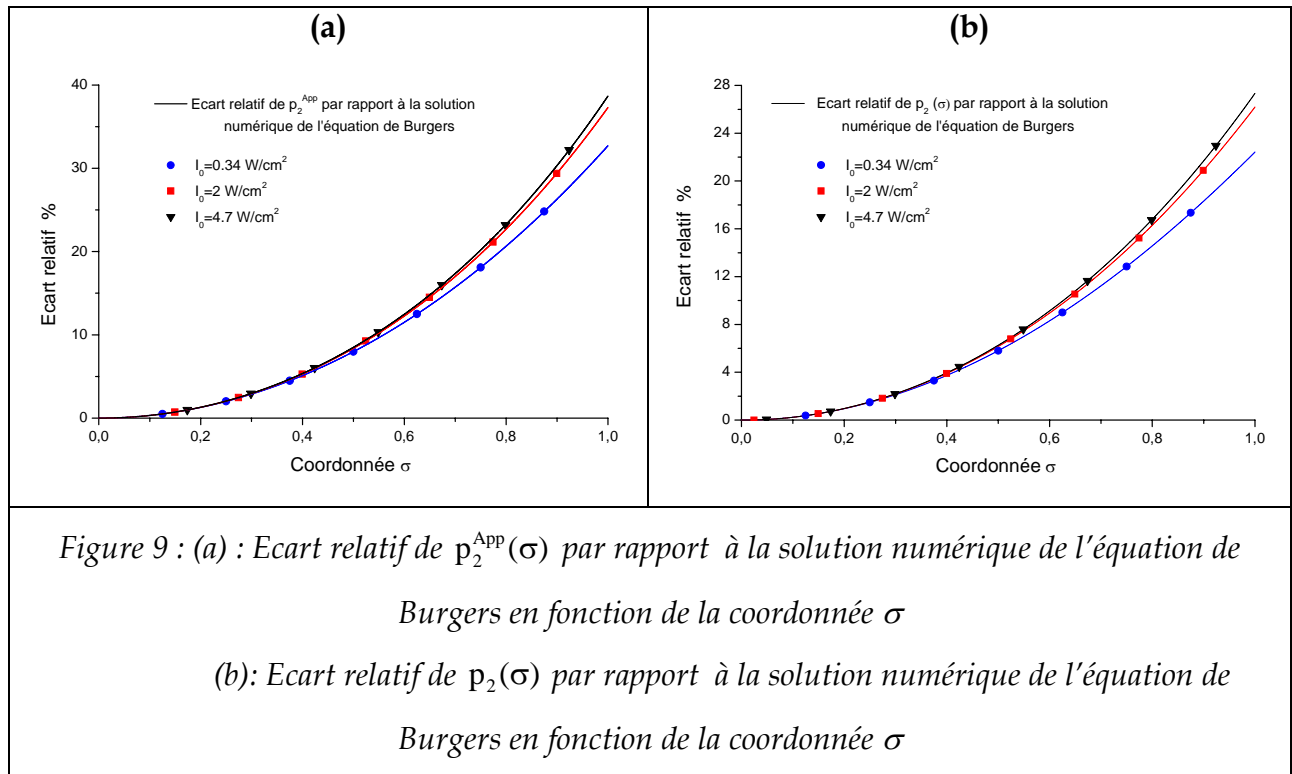


Pour minimiser l'écart relatif entre les expressions analytiques approchées et la solution numérique de l'équation de Burgers, une approche asymptotique est utilisée (Equation (II. 30) et Equation (II. 31)).

L'utilisation de la nouvelle expression analytique du fondamental (Equation (II. 30)) basée sur une approche asymptotique a réduit considérablement l'écart relatif, à titre d'exemple en $\sigma=1$ et pour une intensité de 0.34 W/cm^2 il est inférieur à 0.8% (Figure 8b) alors qu'il est de l'ordre de 12% si l'expression analytique approchée du fondamental est utilisée (Figure 8a).

Quant à l'écart relatif de l'expression analytique du second harmonique (Equation (II. 31)) par rapport à la solution numérique de l'équation de Burgers, il est de l'ordre 22% en $\sigma=1$ pour une intensité de 0.34 W/cm^2 (Figure 9b), tandis qu'il atteint 33% si l'expression analytique approchée du second harmonique est considérée (Figure 9a).

L'ordre de la troncature du développement des expressions analytiques établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire peut être prédéfini seulement sur la base du calcul du nombre de Goldberg.



En effet selon ces simulations, les expressions analytiques approchées du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers pour un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg faible par rapport à l'unité. Dans le cas contraire, il faut prendre en considération les autres termes du développement des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies par l'approche asymptotique.

VII. Extra atténuation

La dissipation classique peut avoir diverses origines [33]: la viscosité (provenant des forces de cisaillement entre les particules liquides), la conduction thermique (due à la perte d'énergie résultant des échanges thermiques par conduction entre particules) ou la relaxation moléculaire (dans laquelle l'état moléculaire d'équilibre est affecté par les variations de pression lors de la propagation d'ondes acoustiques ; l'état d'équilibre n'étant pas retrouvé immédiatement, il s'ensuit une perte d'énergie).

Comme il a été mentionné au début du chapitre, les effets non linéaires se manifestent par la création d'harmoniques à partir de la fréquence du signal primaire

mais en raison de l'absorption des hautes fréquences, seuls les harmoniques de plus bas ordre ainsi que le fondamental persistent pour des distances de propagations modérées [2]. En effet, l'absorption limite la génération des harmoniques en diminuant graduellement leur amplitude avec la distance de propagation. Comme les phénomènes dissipatifs augmentent avec la fréquence, la transformation d'énergie vers des fréquences plus élevées que la fréquence fondamentale peut induire des pertes d'énergie acoustique significatives. En se reportant aux résultats expérimentaux obtenus par Krassilnikov [1], nous constatons que le coefficient d'absorption croît lorsque l'intensité acoustique augmente (Tableau 3, Figure 10). Cette perte d'énergie acoustique est appelée extra-atténuation car ses effets se superposent à l'atténuation classique prise en compte dans le cadre de l'acoustique linéaire.

Eau			
Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	α_0 (Np. m ⁻¹ . Hz ⁻²)	α (Np. m ⁻¹)
20	0.34	0.23 10 ⁻¹³	0.09
20	2	2.65 10 ⁻¹³	1.06
20	4.7	6.45 10 ⁻¹³	2.58
19	9	8.45 10 ⁻¹³	3.38
Glycérine			
Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	α_0 (Np. m ⁻¹ . Hz ⁻²)	α (Np. m ⁻¹)
22	0.2	26 10 ⁻¹³	10.40
21	2.5	27.55 10 ⁻¹³	11.02
19.5	3.5	31.15 10 ⁻¹³	12.46
19	4.5	41.5 10 ⁻¹³	16.60

Tableau 3 : Coefficient d'absorption dans le cas de l'eau et de la glycérine pour des intensités allant de 0.2 - 9 W/cm² et une fréquence d'excitation de 2 MHz .

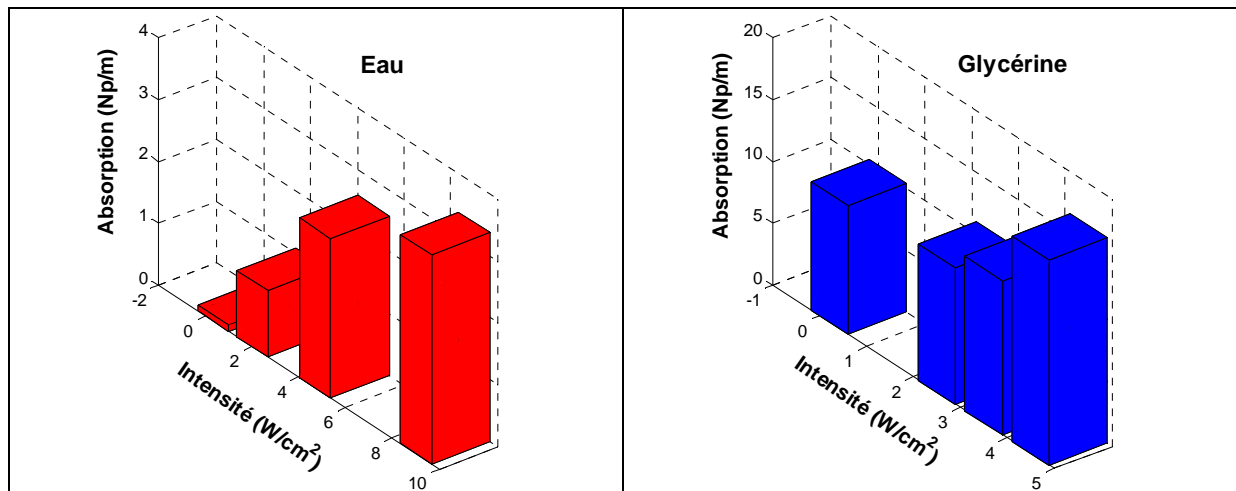


Figure 10 : Représentation du coefficient d'absorption dans le cas de l'eau et de la glycérine en fonction de l'intensité pour une fréquence d'excitation de 2 MHz .

Conformément à l'étude expérimentale de Krassilnikov, les résultats obtenus sont basés sur le fait que la génération des harmoniques lors de la propagation d'ondes ultrasonores d'amplitude finie s'accompagne par une augmentation du coefficient d'absorption comparativement à celle des ondes ultrasonores d'amplitude infinitésimale. Les données expérimentales prouvent que l'augmentation du coefficient d'absorption avec une augmentation de l'intensité acoustique allant de 0.2 W/cm^2 jusqu'à 9 W/cm^2 est liée au changement de forme de l'onde ultrasonore d'amplitude finie [1].

Eau			Glycérine		
Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	$\sigma_{EX\max}$	Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	$\sigma_{EX\max}$
20	0.34	4.37	22	0.2	0.046
20	2	7.40	19.5	3.5	0.16
20	4.7	9.43	19	4.5	0.21

Tableau 4: Détermination de l'abscisse relative au maximum de l'Extra-atténuation pour l'eau et la glycérine avec des intensités allant de $0.2 - 4.7 \text{ W/cm}^2$ et une fréquence d'excitation de 2 MHz.

Il a été établi que dans l'hypothèse de l'approximation quasi-linéaire, tous les harmoniques d'ordre supérieur à deux peuvent être négligés dans la solution numérique de l'équation de Burgers, ainsi le fondamental et le second harmonique obéissent à l'équation (II. 25). Si de plus $p_2(\sigma) \ll \frac{2P_0}{\Gamma}$, alors $\frac{1}{2P_0} p_1(\sigma)p_2(\sigma)$ peut être négligé par rapport à $\Gamma^{-1} p_1(\sigma)$ et la pression acoustique du fondamental est donnée par l'équation (II. 26).

Par ailleurs, il est bien connu que dans le cadre de l'acoustique linéaire, l'atténuation d'une onde ultrasonore sinusoïdale, résultant de la viscosité et de la conduction thermique, est conforme à la même loi (Equation (II. 26)).

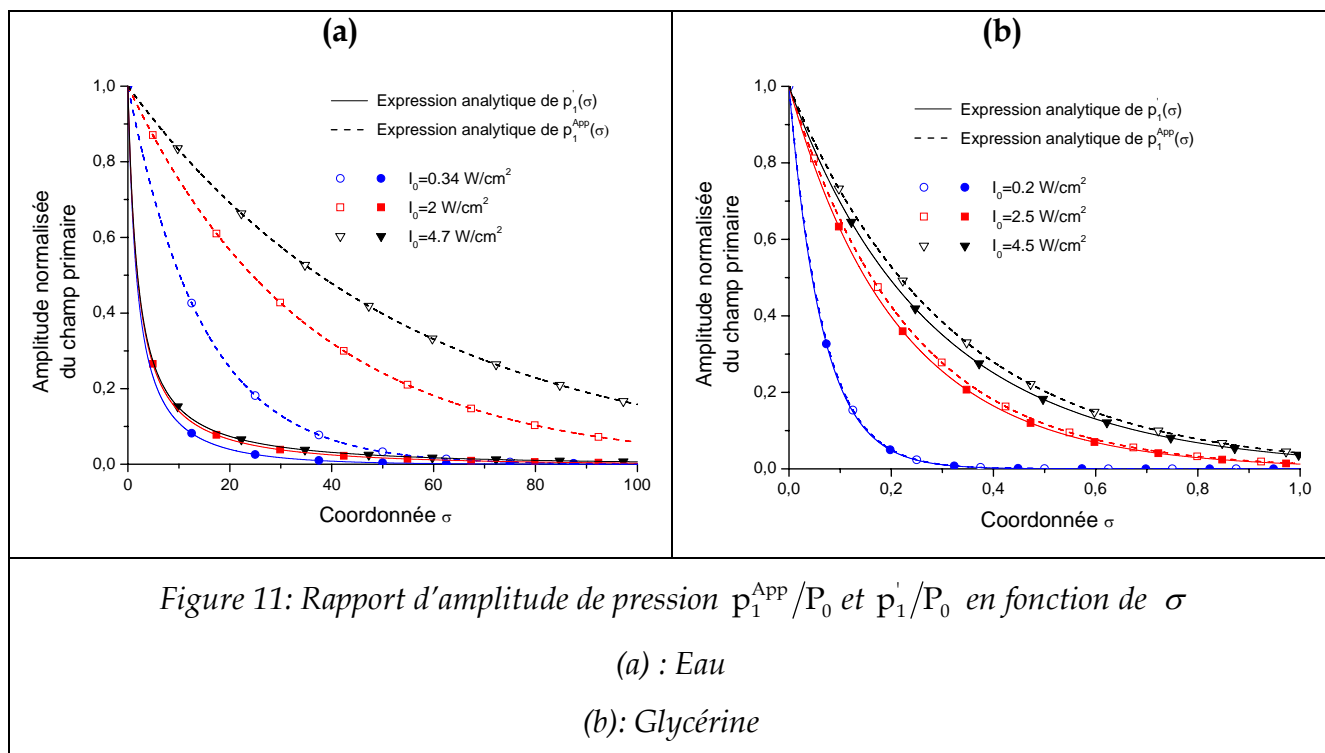
Les effets non linéaires se manifestent par la création d'harmoniques lors de la propagation d'ondes d'amplitude finie. Selon la loi de la conservation de l'énergie, l'énergie du nième harmonique généré est issue de l'énergie du fondamental. Ainsi le fondamental peut produire une atténuation supplémentaire sachant qu'une partie de son énergie est transférée vers les harmoniques générés.

Pour prendre en considération l'extra-atténuation regroupant par la même occasion l'absorption classique apparente lors de la propagation d'une onde ultrasonore infinitésimale, l'équation (II. 25) est considérée. Dans ce cas le terme $\frac{1}{2P_0} p_1(\sigma)p_2(\sigma)$ n'est plus négligeable par rapport au terme $\Gamma^{-1} p_1(\sigma)$. Moyennant quelques approximations, le champ primaire obéit à l'équation suivante [34-36]:

$$\frac{\partial p_1'(\sigma)}{\partial \sigma} = -\Gamma^{-1} p_1'(\sigma) - \frac{1}{2P_0} p_1'^2(\sigma) \quad (\text{II. 32})$$

Le second membre de l'équation (II. 32), regroupe le terme de dissipation classique qui est présente lors d'une excitation infinitésimale et d'un deuxième terme traduisant les effets non linéaires qui se manifestent dans le cas de la propagation d'ondes d'amplitude finie.

Notons que l'équation (II. 32), qui est appelée équation de Bernoulli, se ramène à une équation linéaire par la transformation suivante. En effet en divisant par $p_1'^2(\sigma)$, l'équation (II. 32) se réécrit :



$$p_1'^{-2}(\sigma) \frac{\partial p_1'(\sigma)}{\partial \sigma} + \Gamma^{-1} p_1'^{-1}(\sigma) + \frac{1}{2P_0} = 0 \quad (\text{II. 33})$$

En posant $\mathfrak{R}(\sigma) = p_1'^{-1}(\sigma)$, l'équation (II. 33) se transforme en :

$$-\frac{\partial \mathfrak{R}(\sigma)}{\partial \sigma} + \Gamma^{-1} \mathfrak{R}(\sigma) + \frac{1}{2P_0} = 0 \quad (\text{II. 34})$$

La solution de l'équation (II. 34) est de la forme :

$$\mathfrak{R}(\sigma) = \text{Cte} e^{\Gamma^{-1}\sigma} - \frac{\Gamma}{2P_0} \quad (\text{II. 35})$$

Sachant que $p_1'(0, \tau) = P_0$, l'expression analytique du fondamental est donnée par [34-36]:

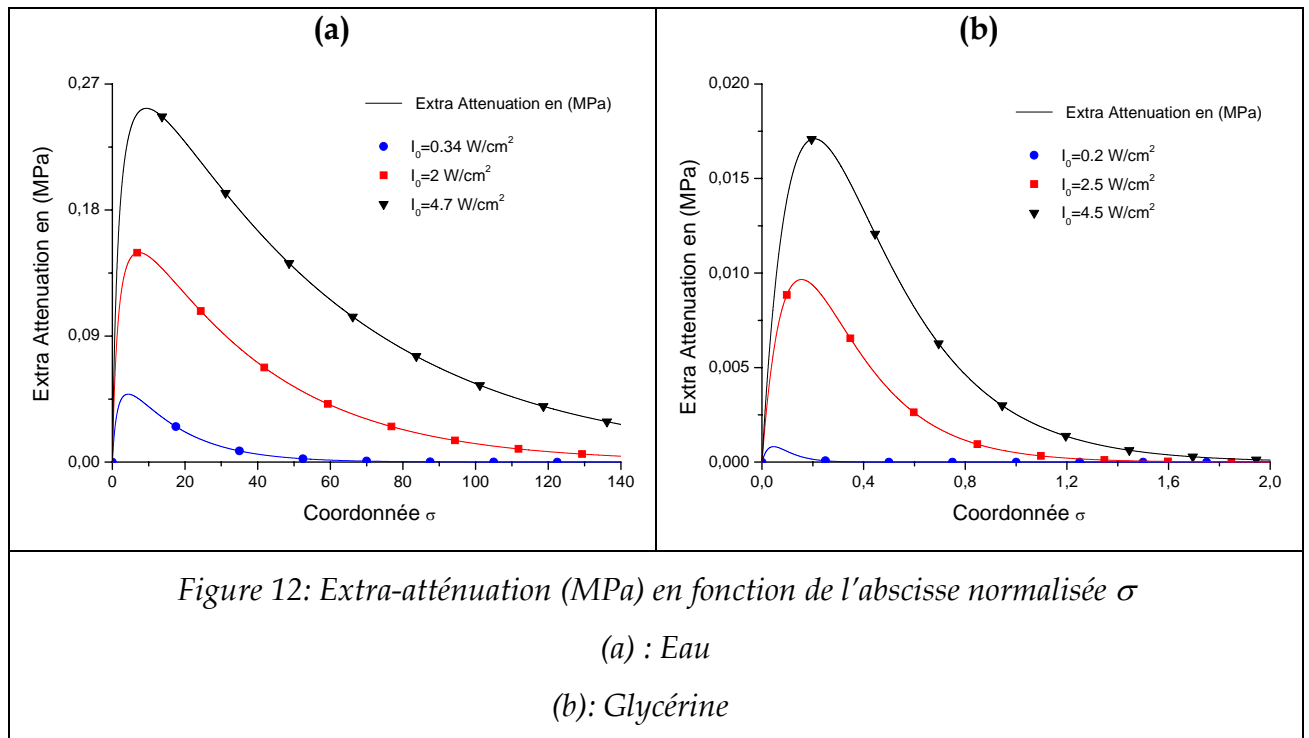
$$p_1'(\sigma) = P_0 e^{-\Gamma^{-1}\sigma} \left[1 + \frac{\Gamma(1 - e^{-\Gamma^{-1}\sigma})}{2} \right]^{-1} \quad (\text{II. 36})$$

La figure 11 décrit, dans le cas de l'eau et de la glycérine, les courbes de la dépendance de p_1^{APP}/P_0 et p_1'/P_0 en fonction de l'abscisse normalisée σ pour différentes intensités acoustiques. A titre indicatif, dans le cas de la glycérine et en considérant une intensité acoustique de $4.5\text{W}/\text{cm}^2$, une valeur de l'amplitude de 0.4 correspondant au rapport p_1^{APP}/P_0 respectivement p_1'/P_0 est associée à l'abscisse

normalisée $\sigma = 0.29$ si seulement la dissipation est prise en compte et à $\sigma = 0.26$ si l'extra-atténuation est considérée (Figure 11b). Cet écart est insignifiant dans le cas d'un milieu dissipatif. Cependant en analysant le cas de l'eau pour une intensité acoustique de 4.7W/cm^2 , une valeur de l'amplitude de 0.4 correspondant au rapport p_1^{APP}/P_0 respectivement p_1'/P_0 est associée à l'abscisse normalisée $\sigma = 49.6$ si nous nous plaçons dans le cadre de l'acoustique linéaire et à $\sigma = 2.8$ si l'extra-atténuation est considérée (Figure 11a). Donc pour la même valeur du rapport p_1^{APP}/P_0 respectivement p_1'/P_0 , l'abscisse normalisée σ est d'autant plus petite si les effets non linéaires sont considérés comparativement au cas linéaire.

L'extra-atténuation définie par la différence entre p_1^{APP} et p_1' est représentée sur la figure 12. Ainsi, l'extra-atténuation varie en fonction de l'abscisse normalisée σ et passe par un maximum pour décroître de nouveau. Au maximum observé correspond le transfert d'énergie du fondamental à l'harmonique généré d'ordre le plus élevé. Au-delà, c'est la dissipation qui prend le relais. Par un calcul simple, l'abscisse correspondant au maximum observé est donnée par (Tableau 4):

$$\sigma_{\text{EXmax}} = -\Gamma \ln \left[\left(1 + \frac{2}{\Gamma} \right) - \sqrt{\frac{2}{\Gamma} \left(1 + \frac{2}{\Gamma} \right)} \right] \quad (\text{II. 37})$$



Eau			Glycérine		
Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \text{EXDB}$	Température (°C)	Intensité (W/cm ²)	$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \text{EXDB}$
20	0.34	18.43	22	0.2	0.28
20	2	25.59	19.5	3.5	0.97
20	4.7	29.08	19	4.5	1.27

Tableau 5: Détermination de la valeur asymptotique de l'Extra-atténuation pour l'eau et la glycérine avec des intensités allant de 0.2 - 4.7W/cm² et une fréquence d'excitation de 2 MHz.

L'approche développée par Blackstock [15] est différente de celle proposée dans cette étude, toutefois le calcul de l'extra-atténuation en décibels, notée EXDB, est basé sur la définition suggérée par Blackstock [15]:

$$\text{EXDB} = -20 \log \frac{P_1}{P_1^{\text{App}}} \quad (\text{II. 38})$$

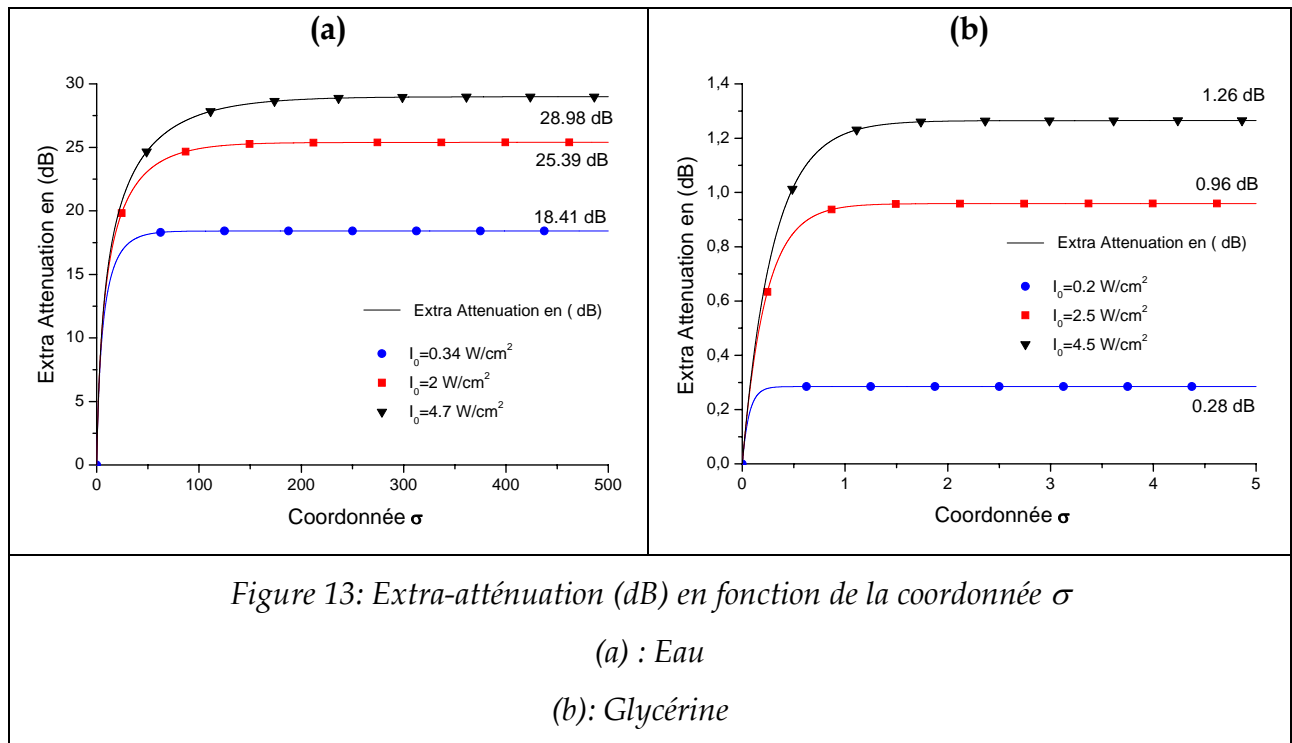
En se reportant à la figure 13, des valeurs asymptotiques de l'EXDB sont observées pour chaque milieu analysé et chaque intensité acoustique considérée.

Les valeurs asymptotiques illustrées sur la figure 13 peuvent être déterminées analytiquement en faisant un simple calcul de limite de l'équation (II. 38) (Tableau 5).

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \text{EXDB} = 20 \log \left(1 + \frac{\Gamma}{2} \right) \quad (\text{II. 39})$$

Pour $\Gamma < 1$, les valeurs asymptotiques de l'EXDB sont négligeables comparativement à ceux observées dans le cas de l'eau (Figure 13a), ce qui signifie que les effets non linéaires ont été neutralisés par la dissipation avant qu'ils ne deviennent importants (Figure 13b).

Pour atteindre les valeurs asymptotiques de l'EXDB dans le cas de l'eau, il fallait étendre le calcul jusqu'à $\sigma = 500$; quant au cas de la glycérine une abscisse normalisée $\sigma = 5$ était suffisante pour atteindre les valeurs escomptées.



VIII. Analyse par la technique des perturbations du spectre du champ impulsionnel de pression en régime non linéaire

Dans le cas d'une excitation impulsionnelle, les équations de l'acoustique quasi linéaire sont obtenues par un développement en puissance du nombre de Mach acoustique M de l'équation (I. 1). Les perturbations étant considérées de l'ordre de $O(M^2)$, l'équation (I. 1) devient [37-38]:

$$\begin{aligned}
 P &= P_{\text{Equi}} + Mp_1 + M^2p_2 + O(M^3) \\
 \rho &= \rho_0 + M\rho_1 + M^2\rho_2 + O(M^3) \\
 T &= T_0 + MT_1 + M^2T_2 + O(M^3) \\
 S &= S_0 + MS_1 + M^2S_2 + O(M^3) \\
 \phi &= 0 + M\phi_1 + M^2\phi_2 + O(M^3) \\
 \mathbf{u} &= \mathbf{0} + M\mathbf{u}_1 + M^2\mathbf{u}_2 + O(M^3)
 \end{aligned} \tag{II. 40}$$

Les termes correspondant à l'indice 1 du développement en puissances du nombre de Mach acoustique décrivent les modes acoustiques linéaires en milieu dissipatif.

Les modes acoustiques générés par le produit quadratique non linéaire des modes linéaires sont représentés par l'indice 2.

L'équation (I. 8), désignée par équation parabolique peut s'écrire autrement [39] :

$$\left(\Delta_{\perp} - \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial z} + \frac{D}{c_0^4} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \right) p = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} \right) \quad (\text{II. 41})$$

En appliquant la méthode des perturbations ou d'approximations successives, le champ de pression secondaire p_2 engendré par les effets non linéaires est traité comme une perturbation à l'ordre 2 en nombre de Mach du champ de pression linéaire p_1 .

Ainsi en utilisant le développement de la pression acoustique de l'équation (II. 40), l'équation parabolique se transforme en :

$$\begin{cases} \left(\Delta_{\perp} - \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial z} + \frac{D}{c_0^4} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \right) p_1 = 0 \\ \left(\Delta_{\perp} - \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial z} + \frac{D}{c_0^4} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} \right) p_2 = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \left(\frac{\partial^2 p_1^2}{\partial \tau^2} \right) \end{cases} \quad (\text{II. 42})$$

En se reportant à l'équation (II. 42), le champ de pression primaire ne semble pas être affecté par les effets non linéaires. En effet, dans le cadre de l'approximation quasi linéaire l'énergie extraite du champ de pression primaire due aux phénomènes non linéaires est considérée comme faible devant l'énergie dissipée dans le milieu.

Quant au champ de pression secondaire, il obéit à l'équation (II. 42) dont le second membre est un terme source quadratique, issu de la propagation du champ de pression primaire. Ainsi, dans le cadre de l'approximation quasi linéaire, le champ de pression secondaire se propage linéairement en étant entretenu par les sources non linéaires présentes dans le milieu de propagation.

L'utilisation d'une part de la méthode des perturbations et d'autre part de l'approximation quasi linéaire ont permis de simplifier la résolution du problème en le découplant.

Dans le cas d'une source d'extension infinie par rapport à la longueur d'onde, les effets de diffraction sont négligeables et la contribution du Laplacien transversal

devient nulle. Dans ces conditions, l'équation KZK se ramène à l'équation de Burgers décrivant la propagation unidimensionnelle d'ondes planes non linéaires dans un milieu dissipatif.

L'intégration par rapport à la variable τ de l'équation (II. 42), permet d'aboutir à :

$$\begin{cases} \left(-\frac{2}{c_0} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{D}{c_0^4} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_1 = 0 \\ \left(-\frac{2}{c_0} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{D}{c_0^4} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_2 = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \left(\frac{\partial p_1^2}{\partial \tau} \right) \end{cases} \quad (\text{II. 43})$$

Une analyse du champ de pression a été entreprise dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif et fortement dissipatif en utilisant différents types d'excitations brèves.

Nous avons veillé lors des simulations à ce que toutes les précautions s'inscrivant dans le cadre du traitement du signal (échantillonnage, théorème de Shannon, principe de causalité...) soient rigoureusement respectées. De sorte que toutes les discussions qui vont accompagner nos simulations se rapportent uniquement à l'aspect purement non linéaire de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu donné, en analysant l'impact de certains paramètres sur le spectre ainsi que sur la forme temporelle du signal de pression.

VIII. 1. Milieu non dissipatif

Si le milieu de propagation est supposé non dissipatif, l'équation (II. 43) se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial p_1(z, \tau)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial p_2(z, \tau)}{\partial z} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \left(\frac{\partial p_1^2(z, \tau)}{\partial \tau} \right) \end{cases} \quad (\text{II. 44})$$

La résolution de l'équation (II. 44) permet de constater que $p_1(z, \tau)$ est fonction uniquement de la variable τ .

Pour simuler la forme du spectre dans le cas d'un milieu non dissipatif, nous avons retenu l'eau comme milieu de propagation en raison de son faible coefficient d'atténuation (Tableau 1- Tableau 3).

VIII. 1. 1. Funch Muller

Pour simuler la forme du champ de pression primaire rayonné par la source, la fonction définie par Funch Muller est choisie pour représenter la composante temporelle du champ de pression primaire [40-41] :

$$p_1(z, \tau) = \begin{cases} P_0 \left(\sin \omega_0 \tau - \frac{1}{m} \sin m \omega_0 \tau \right) & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 45})$$

P_0 étant l'amplitude de la pression caractéristique (la valeur de la pression du fondamental en $z=0$). $m = (N+1)/N$, où N représente le nombre de cycles de l'impulsion.

A partir de l'équation (II. 44), le champ de pression secondaire $p_2(z, \tau)$ peut facilement être déduit :

$$p_2(z, \tau) = \begin{cases} \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{\rho_0 c_0^3} z \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \sin 2\omega_0 \tau + \frac{1}{2m} \sin 2m\omega_0 \tau \\ -\sin \omega_0 \tau \cos m\omega_0 \tau - \frac{1}{m} \sin m\omega_0 \tau \cos \omega_0 \tau \end{pmatrix} & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 46})$$

avec $p_2(0, \tau) = 0$.

L'effet de la fréquence d'excitation est illustré sur la figure 14, dans laquelle l'augmentation de la fréquence se traduit par un élargissement de la largeur de bande de la composante spectrale du champ de pression primaire et celle du second harmonique généré. En se reportant à l'annexe A1, nous constatons une légère augmentation de l'amplitude du signal temporel de pression qui accompagne l'accroissement de la fréquence. Ceci était prévisible, car l'amplitude du second harmonique est proportionnelle à la fréquence d'excitation (Equation II. 46). Nous remarquons par ailleurs que l'augmentation de la fréquence se traduit par une déformation appréciable du signal ce qui est conforme avec la théorie de l'acoustique

non linéaire. En effet, comme le nombre de Goldberg est proportionnel à la fréquence d'excitation toute augmentation de celle-ci ne peut que renforcer la manifestation des effets non linéaires.

La figure 15 représente l'effet de la position z sur le spectre du champ de pression. Dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire l'énergie extraite du champ primaire de pression due aux phénomènes non linéaires est considérée comme faible devant l'énergie dissipée dans le milieu. Comme les simulations du champ de pression illustrées dans les figures 14 -17 ont été effectuées dans un milieu non dissipatif, l'amplitude du champ de pression primaire est indépendante de z et la composante du second harmonique se développe cumulativement lorsque z croît (Equations II. 45 et II. 46). Ce qui se traduit pour deux positions distinctes par une superposition parfaite de la composante spectrale du fondamental ; tandis que l'amplitude de la composante spectrale du second harmonique généré subit un accroissement lorsque z augmente (Annexe A2). Par ailleurs, il est évident qu'en augmentant z le taux de déformation devient appréciable.

En se reportant à la figure 16, nous constatons que l'augmentation de l'amplitude d'excitation se manifeste par un accroissement de l'amplitude du champ de pression primaire entraînant par conséquent un renforcement de l'amplitude du second harmonique généré dont l'amplitude suit l'évolution de l'amplitude du champ primaire qui lui donne naissance (Equations II. 45 et II. 46). Notons que la déformation du signal est beaucoup plus apparente lorsque l'amplitude d'excitation croît (Annexe A3), ce qui est en parfait accord avec la théorie de l'acoustique non linéaire (Equation II. 1).

L'effet de la durée d'excitation est illustré sur la figure 17. Pour de faibles valeurs du nombre de cycles traduisant des excitations brèves (large bande), la composante du champ de pression primaire et celle du second harmonique se chevauchent donnant naissance à un spectre large bande modifié (Annexes A1-A2-A3). Lorsque la durée d'excitation devient appréciable, le spectre des deux composantes devient distinct (Figure 17). Cette configuration est équivalente à une excitation harmonique à bande étroite. En se référant aux annexes A1-A2-A3, nous remarquons que l'amplitude du signal croît lorsque N augmente. Ceci peut s'expliquer par la formulation analytique

même de la fonction Funch/ Muller. En effet, il est évident que lorsque N augmente, l'amplitude subit un léger accroissement.

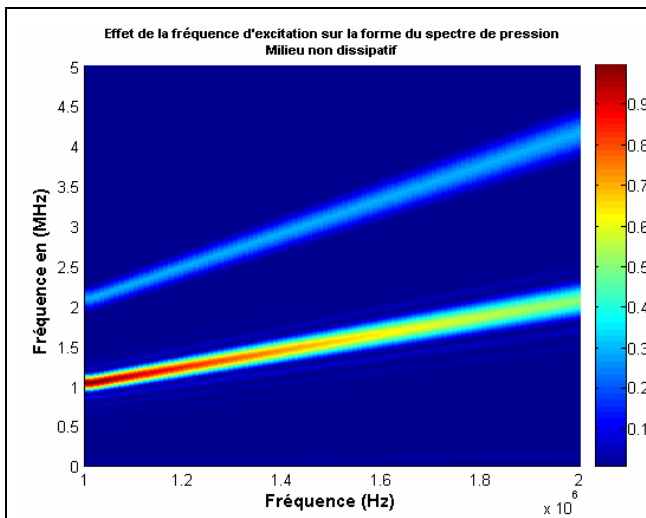


Figure 14 : $N = 10$, $z = 0.06$ m, $U_0 = 30$ m/s

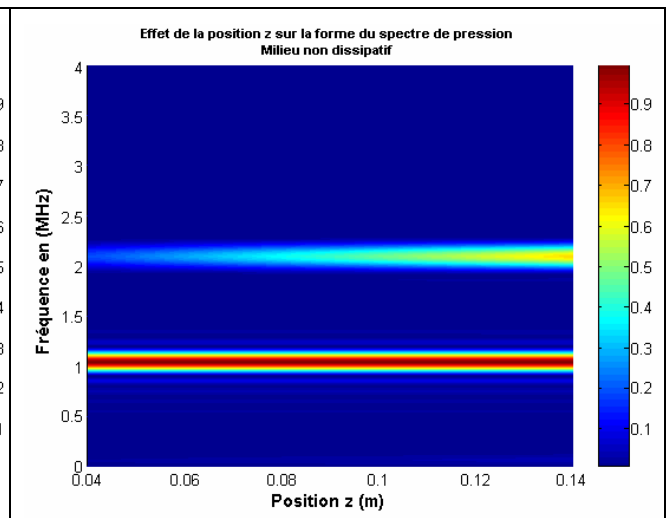


Figure 15 : $N = 10$, $f = 1$ MHz, $U_0 = 30$ m/s

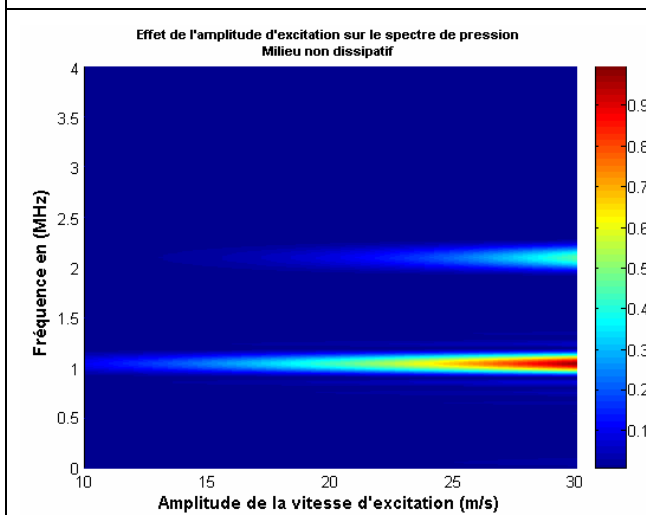


Figure 16 : $N = 10$, $f = 1$ MHz, $z = 0.1$ m

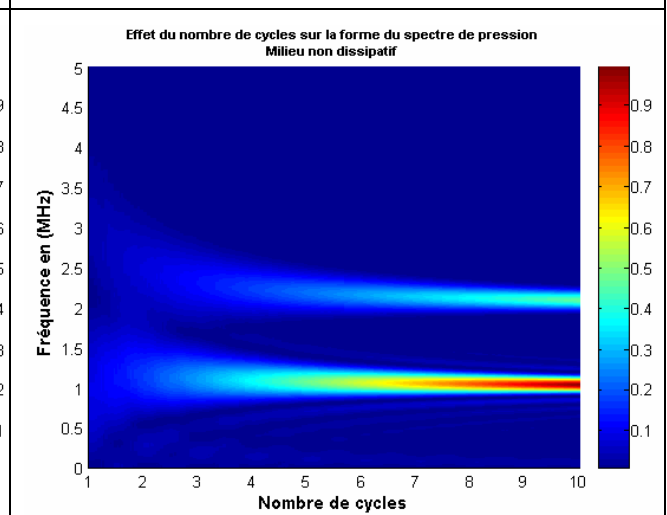


Figure 17 : $z = 0.1$ m, $f = 1$ MHz, $U_0 = 30$ m/s

VIII. 1. 2. Train de sinusoïdes

Pour simuler la forme du champ de pression primaire rayonné par la source, une excitation sous forme de train de sinusoïdes a été considérée pour représenter la composante temporelle du champ de pression primaire.

$$p_1(z, \tau) = \begin{cases} P_0 \sin \omega_0 \tau & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 47})$$

A partir de l'équation (II. 44), le champ de pression secondaire $p_2(z, \tau)$ peut facilement être déduit :

$$p_2(z, \tau) = \begin{cases} \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{2 \rho_0 c_0^3} z \sin 2\omega_0 \tau & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 48})$$

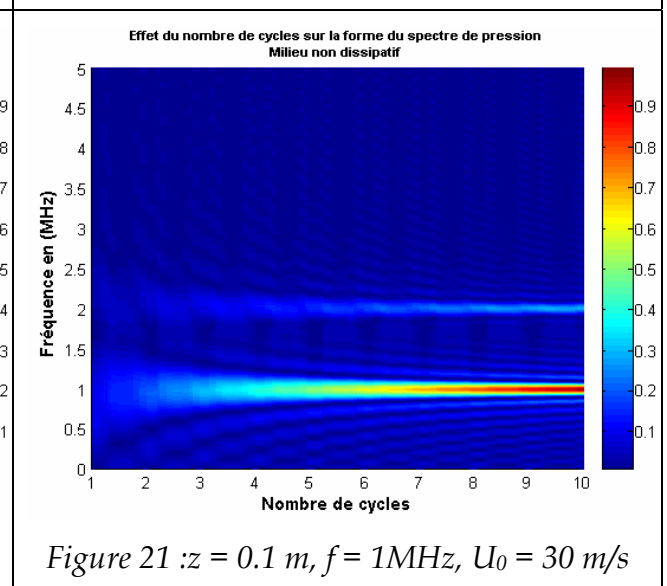
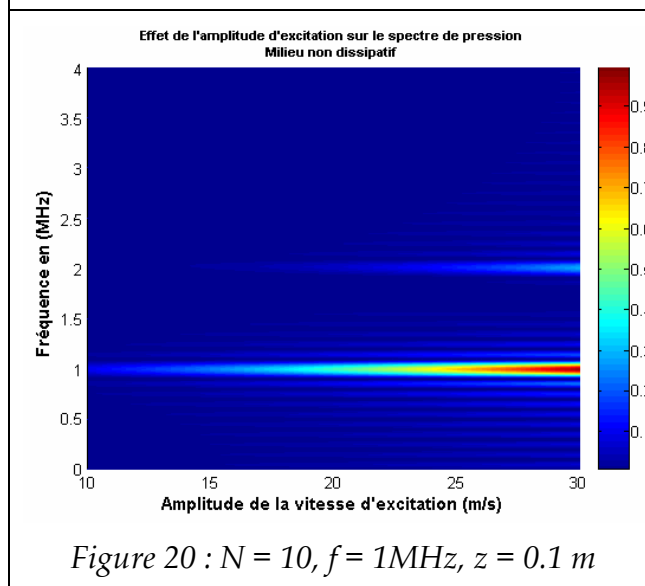
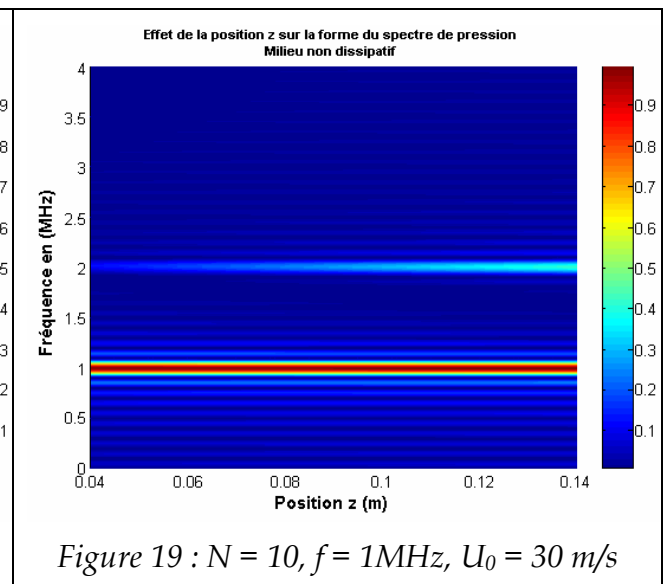
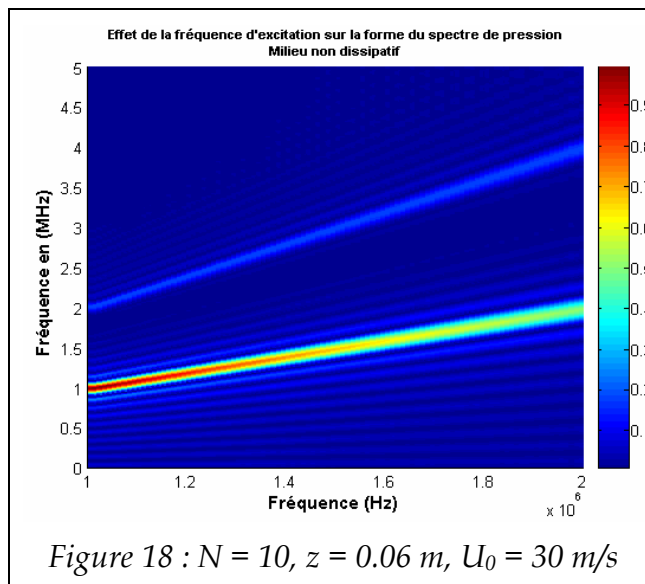
Dans le cas d'une excitation par un train de sinusoïde, nous constatons que les lobes secondaires, quasi absents lors de l'excitation par une forme temporelle du type Funch/Muller, prennent des proportions assez importantes spécialement pour un nombre faible de cycles (Annexes B1-B2-B3). Dans ce type de configuration, il est très difficile d'interpréter la forme du spectre de pression. Néanmoins pour un nombre élevé de cycles, les composantes bien distinctes du champ de pression obtenues s'accompagnent d'une atténuation significative des lobes secondaires. Il convient de remarquer que pour un nombre identique de cycles, la largeur de bande de la composante du fondamental ainsi que celle du second harmonique est plus réduite que celle obtenue lors d'une excitation du type Funch/Muller (Annexes B1-B2-B3 et Annexes A1-A2-A3).

L'effet de la fréquence d'excitation est illustré sur la figure 18, dans laquelle l'augmentation de la fréquence se traduit par un élargissement de la largeur de bande de la composante spectrale du champ de pression primaire et celle du second harmonique généré. En se reportant à l'annexe B1, nous vérifions bien que l'augmentation de la fréquence s'accompagne d'une part par une augmentation de la l'amplitude du signal temporel de pression (Equation II. 48) et d'autre part par une déformation du signal de pression conformément à la formulation du nombre de Goldberg.

La figure 19 représente l'effet de la position z sur le spectre du champ de pression. L'accroissement de z se manifeste d'une part par une augmentation de l'amplitude du signal temporel de pression (Equation II. 48) et d'autre part par une déformation du signal temporel de pression ce qui se traduit dans le domaine fréquentiel par un renforcement de la composante spectrale du second harmonique généré (Annexe B2). En se référant à l'annexe B2 et pour $N=2$, nous constatons qu'un léger décalage est apparent entre la composante spectrale du fondamental simulée à $z = 0.04$ m et celle

à $z = 0.14$ m. Selon nos hypothèses, le rayonnement primaire devrait être indépendant de z . Ce léger décalage ne peut être attribué qu'à la présence des lobes secondaires. En effet, nous vérifions bien que ce décalage est inexistant pour un nombre de cycles supérieur à 2, une configuration dans laquelle les lobes secondaires sont de faible amplitude comparativement au lobe principal.

L'effet de l'amplitude d'excitation est illustré dans la figure 20. Comme le prévoit la théorie de l'acoustique non linéaire (Equations II. 47 et II. 48), la déformation du signal de pression augmente avec l'amplitude d'excitation ce qui se traduit dans le domaine fréquentiel par un renforcement de la composante spectrale du second harmonique ainsi que celle du fondamental qui lui donne naissance (Annexe B3).



La figure 21, représente l'effet du nombre de cycles sur la forme du spectre de pression, dans laquelle la durée de l'excitation joue un rôle déterminant dans la résolution des deux composantes spectrales. Selon les simulations élaborées la séparation des deux composantes fréquentielles se manifeste à partir de $N=10$ (Annexes B1-B2-B3).

VIII. 2. Milieu dissipatif

Si le milieu de propagation est supposé dissipatif, l'équation (II. 43) peut s'écrire autrement :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_1 = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{D}{2c_0^3} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_2 = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \left(\frac{\partial p_1^2}{\partial \tau} \right) \end{cases} \quad (\text{II. 49})$$

Sachant que $\alpha = \frac{D\omega_0^2}{2c_0^3}$, l'équation (II. 49) devient :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\alpha}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_1 = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\alpha}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_2 = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \left(\frac{\partial p_1^2}{\partial \tau} \right) \end{cases} \quad (\text{II. 50})$$

Pour simuler la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu dissipatif nous avons considéré la glycérine comme milieu de propagation en raison ses propriétés viscoélastiques (Tableau 1- Tableau 3).

VIII. 2. 1. Funch Muller

Moyennant l'utilisation de la méthode de séparation de variables et en considérant que :

$$p_1(0, \tau) = \begin{cases} P_0 \left(\sin \omega_0 \tau - \frac{1}{m} \sin m\omega_0 \tau \right) & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 51})$$

L'expression analytique du champ de pression primaire se déduit facilement à partir de l'équation (II. 50) :

$$p_1(z, \tau) = \begin{cases} P_0 \left(e^{-\alpha z} \sin \omega_0 \tau - \frac{1}{m} e^{-m^2 \alpha z} \sin m \omega_0 \tau \right) & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 52})$$

Le champ de pression secondaire obéit à l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\alpha}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_2 = \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{2\rho_0 c_0^3} \begin{pmatrix} e^{-2\alpha z} \sin 2\omega_0 \tau + \frac{1}{m} e^{-2m^2 \alpha z} \sin 2m\omega_0 \tau \\ -\frac{2}{m} e^{-(m^2+1)\alpha z} (\sin m\omega_0 \tau \cos \omega_0 \tau + m \sin \omega_0 \tau \cos m\omega_0 \tau) \end{pmatrix} \quad (\text{II. 53})$$

En utilisant la méthode de Fourier et sachant que $p_2(0, \tau) = 0$, le champ de pression secondaire s'écrit :

$$p_2(z, \tau) = \begin{cases} \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{4\alpha \rho_0 c_0^3} \begin{pmatrix} (e^{-2\alpha z} - e^{-4\alpha z}) \sin 2\omega_0 \tau + \frac{1}{m^3} e^{-2m^2 \alpha z} \sin 2m\omega_0 \tau \\ -\frac{e^{-(m^2+1)\alpha z}}{m^2} [(m+1) \sin[(m+1)\omega_0 \tau] + (m-1) \sin[(m-1)\omega_0 \tau]] \end{pmatrix} & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 54})$$

Une comparaison entre les figures 14 et 22 respectivement les annexes A1 et C1 pour analyser l'effet de la fréquence sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif, permet de constater que l'impact de la fréquence en acoustique non linéaire est très significatif. En effet pour $f = 2\text{MHz}$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une forte atténuation par rapport au cas d'un milieu non dissipatif (Annexes A1 et C1), mais de plus la distorsion du signal dû aux effets non linéaires est pratiquement masqué par l'effet de l'absorption. Ainsi pour $f = 2\text{MHz}$ et en considérant les mêmes conditions de travail, il est très difficile de mettre en évidence les phénomènes non linéaires, car l'amplitude du second harmonique est pratiquement négligeable (Annexe C1).

Pour étudier l'effet de la position sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif, nous établissons une comparaison entre les figures 15 et 23 respectivement les annexes A2 et C2. Nous remarquons que

l'amplitude du signal de pression à $z=0.04m$ est plus importante que celle à $z=0.14m$, alors que dans le cas d'un milieu non dissipatif l'amplitude croît avec z (Annexe A2). Ainsi pour $z=0.14m$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une atténuation par rapport au cas non dissipatif (Annexes A2 et C2), mais de plus la distorsion du signal due aux effets non linéaires n'est plus aussi marquée que dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif (Annexe A2).

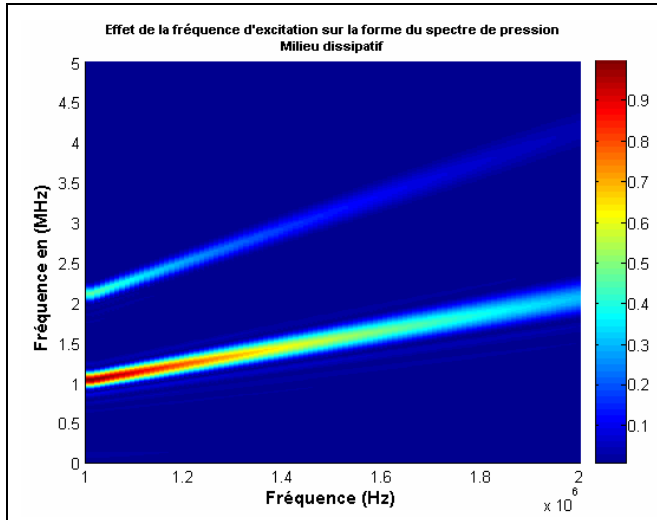


Figure 22 : $N = 10$, $z = 0.06 m$, $U_0 = 30 m/s$

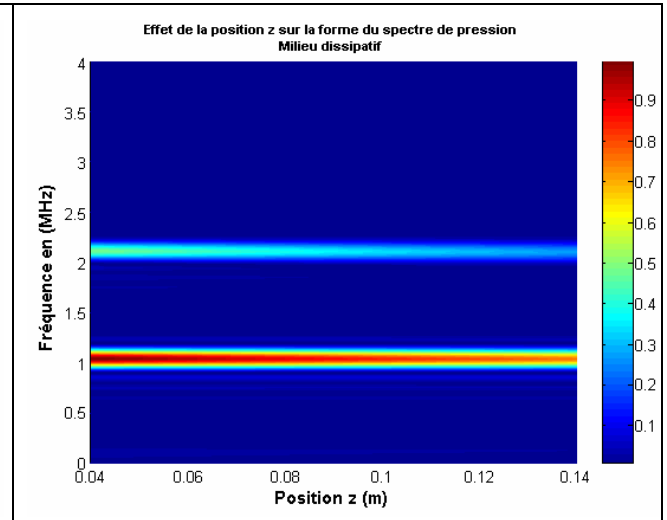


Figure 23 : $N = 10$, $f = 1MHz$, $U_0 = 30 m/s$

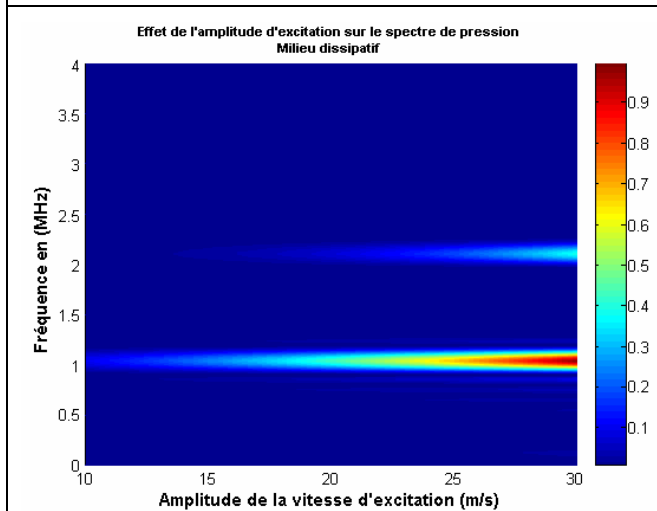


Figure 24 : $N = 10$, $f = 1MHz$, $z = 0.1 m$

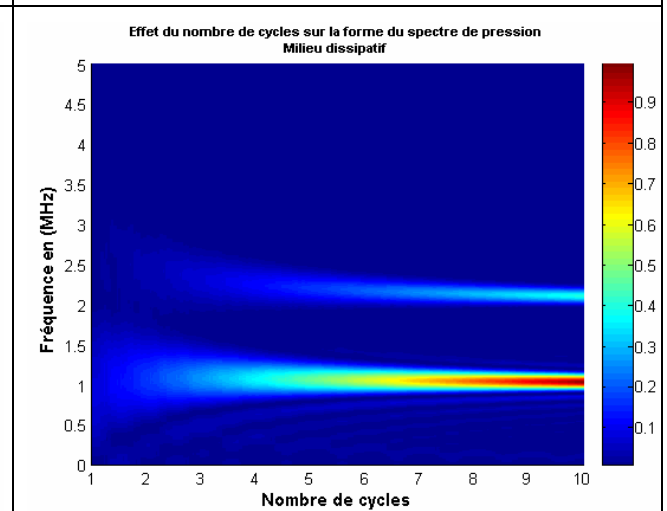


Figure 25 : $z = 0.1 m$, $f = 1MHz$, $U_0 = 30 m/s$

Une comparaison entre les figures 16 et 24 respectivement les annexes A3 et C3 pour analyser l'effet de l'amplitude d'excitation sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif permet de constater que l'absorption limite les effets non linéaires en dépit des valeurs élevées de l'amplitude d'excitation. Pour $U=30\text{m/s}$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une atténuation par rapport au cas non dissipatif (Annexes A3 et C3), mais de plus la distorsion du signal due aux effets non linéaires n'est plus aussi marquée que dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif (Annexe A3).

La figure 25 illustre l'effet du nombre de cycles sur la forme du spectre de pression. Il est évident qu'il n'existe aucune corrélation entre la durée du signal d'excitation et la nature du milieu de propagation, ainsi tous les commentaires relatifs au nombre de cycles restent valables.

VIII. 2. 1. Train de sinusoïdes

Dans le cas d'une excitation par train de sinusoïdes avec :

$$p_1(0, \tau) = \begin{cases} P_0 \sin \omega_0 \tau & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 55})$$

L'expression analytique du champ de pression primaire s'écrit :

$$p_1(z, \tau) = \begin{cases} P_0 e^{-\alpha z} \sin \omega_0 \tau & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 56})$$

Le champ de pression secondaire obéit à l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\alpha}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) p_2 = \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{2\rho_0 c_0^3} e^{-2\alpha z} \sin 2\omega_0 \tau \quad (\text{II. 57})$$

Sachant que $p_2(0, \tau) = 0$, le champ de pression secondaire s'écrit :

$$p_2(z, \tau) = \begin{cases} \frac{\beta \omega_0 P_0^2}{4\alpha \rho_0 c_0^3} (e^{-2\alpha z} - e^{-4\alpha z}) \sin 2\omega_0 \tau & 0 \leq \omega_0 \tau \leq 2\pi N \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II. 58})$$

Une comparaison entre les figures 18 et 26 respectivement les annexes B1 et D1 pour analyser l'effet de la fréquence sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif permet de constater que pour $f = 2\text{MHz}$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une forte atténuation par rapport au cas d'un milieu non dissipatif (Annexes B1 et D1), mais de plus la distorsion du signal temporel de pression due aux effets non linéaires est non apparente dans le cas d'une excitation par un train de sinusoides. Ainsi pour $f = 2\text{MHz}$ et en considérant les mêmes conditions de travail, il est très difficile de mettre en évidence les phénomènes non linéaires, car la composante spectrale du second harmonique est pratiquement inexistante (Annexe D1).

Pour étudier l'effet de la position sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif, nous établissons une comparaison entre les figures 19 et 27 respectivement les annexes B2 et D2. Nous remarquons que le signal temporel de pression à $z = 0.04\text{m}$ est d'amplitude plus importante qu'à $z = 0.14\text{m}$, alors que dans le cas d'un milieu non dissipatif l'amplitude croît avec z (Annexe B2). Ainsi pour $z = 0.14\text{m}$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une atténuation par rapport au cas non dissipatif (Annexes B2 et D2), mais de plus la distorsion du signal due aux effets non linéaires est négligeable dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif (Annexe B2). Nous constatons par ailleurs que, conformément aux équations II. 56 et II. 58, l'amplitude du champ primaire est fonction de la position z se traduisant dans le domaine fréquentiel par un renforcement à $z = 0.04\text{m}$ de la composante spectrale du fondamental par rapport à celle obtenue à $z = 0.14\text{m}$.

Une comparaison entre les figures 20 et 28 respectivement les annexes B3 et D3 pour analyser l'effet de l'amplitude d'excitation sur la forme du spectre de pression dans le cas d'un milieu faiblement et fortement dissipatif permet de constater que l'absorption limite les effets non linéaires dans la matière. Pour $U = 30\text{m/s}$, l'amplitude du signal temporel de pression subit non seulement une atténuation par

rapport au cas non dissipatif (Annexes B3 et D3), mais de plus la distorsion du signal due aux effets non linéaires n'est plus aussi marquée que dans le cas d'un milieu faiblement dissipatif (Annexe B3).

La figure 29 illustre l'effet du nombre de cycles sur la forme du spectre de pression dans un milieu dissipatif en considérant une excitation par un train de sinusoïdes.

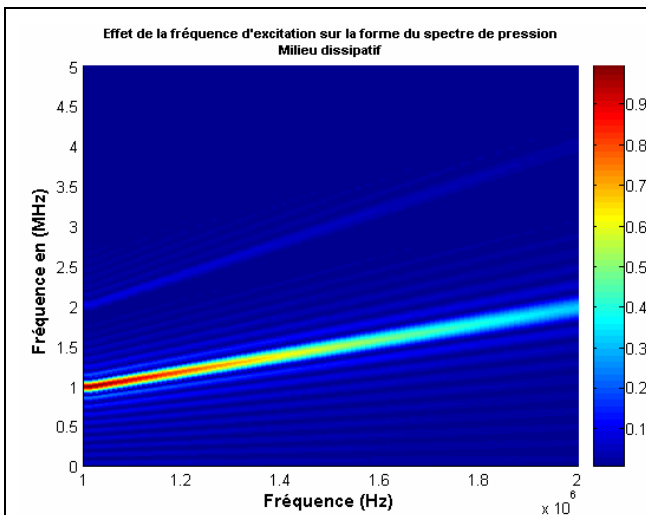


Figure 26 : $N = 10$, $z = 0.06$ m, $U_0 = 30$ m/s

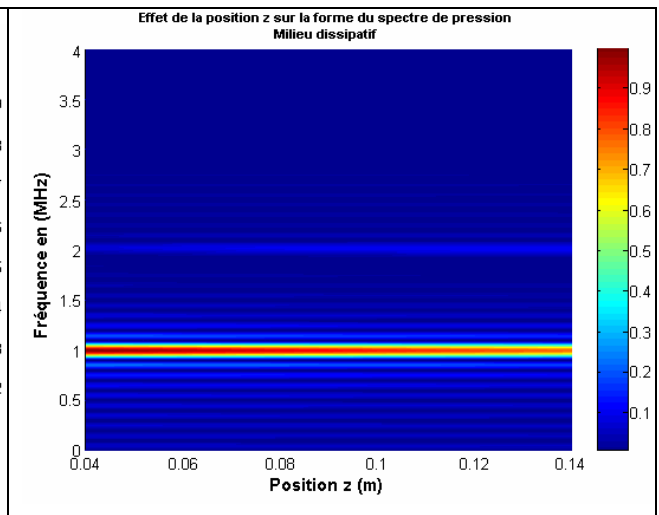


Figure 27 : $N = 10$, $f = 1$ MHz, $U_0 = 30$ m/s

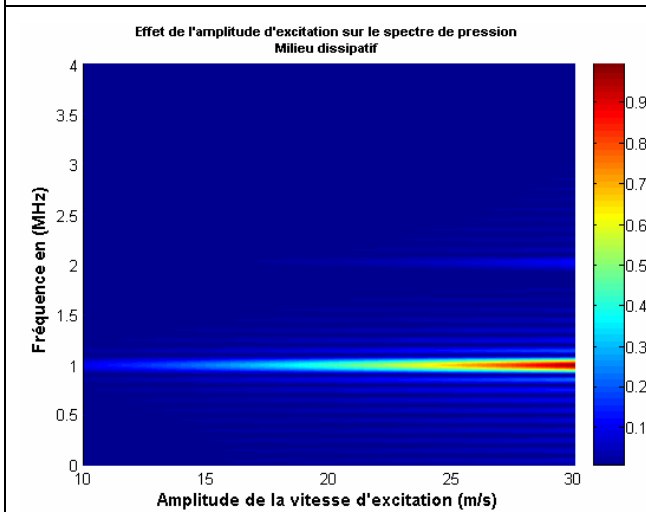


Figure 28 : $N = 10$, $f = 1$ MHz, $z = 0.1$ m

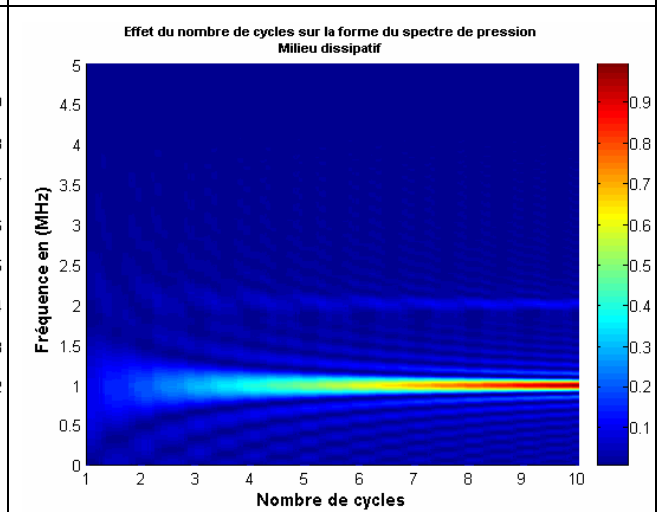


Figure 29 : $z = 0.1$ m, $f = 1$ MHz, $U_0 = 30$ m/s

IX. Conclusion

Le domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire peut être présélectionné seulement sur la base du calcul du nombre de Goldberg qui peut être considéré comme un indicateur fiable pour n'importe quelle analyse englobant ces deux phénomènes. En effet selon cette étude, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers pour un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg très faible par rapport à l'unité (fortement dissipatif). Par contre pour un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg très élevé par rapport à l'unité, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire ne sont plus vérifiées, par conséquent elles doivent être redéfinies.

A cet effet, une approche asymptotique a été utilisée pour prendre en considération les autres termes du développement des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique. Notons, par ailleurs, que l'ordre de la troncature du développement des expressions analytiques établies par l'approche asymptotique peut être prédéfini seulement sur la base du calcul du nombre de Goldberg.

En appliquant la méthode des perturbations, nous constatons que le champ de pression primaire n'est pas affecté par les effets non linéaires. De sorte que l'énergie extraite du champ de pression primaire due aux phénomènes non linéaires est considérée faible devant celle dissipée dans le milieu. Quant au champ de pression secondaire engendré, il se propage linéairement en étant entretenu par les sources non linéaires présentes dans le milieu de propagation. L'analyse du champ de pression entreprise en négligeant les effets de diffraction et en considérant deux types d'excitation montre qu'il est plus difficile de mettre en évidence les phénomènes non linéaires dans le cas de transducteurs faiblement amortis en raison de l'existence des lobes secondaires. Concernant la nature du milieu de propagation, nous constatons que l'absorption masque généralement les effets non linéaires.

Références

- [1] V. A. Krassilnikov, V. V. Shklovskaya-Kordy, L. K. Zarembo, "On the Propagation of Ultrasonic Waves of Finite Amplitude in Liquids", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 29, N° 5, May, 1957, pp 642-647.
- [2] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, "Fundamentals of Acoustics", 3^{ème} Edition, John Wiley & Sons, New York, 1982.
- [3] B. O. Enflo, C. M. Hedberg, "Theory of Nonlinear Acoustics in Fluids", Klumer Academic Publishers, ISBN 1-4020-0572-5.
- [4] K. Naugolnykh, L. Ostrovosky, "Nonlinear Wave Processes in Acoustics", Cambridge University Press 1998, ISBN 0-521-39984.
- [5] D. H. Trivett, A. L. Van Buren, "Propagation of Plane, Cylindrical, and Spherical Finite Amplitude Waves", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 69, N° 4, April, 1981, pp 943-949.
- [6] M. E. Haran, B. D. Cook, "Distortion of Finite Amplitude Ultrasound in Lossy Media", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 73, N° 3, March, 1983, pp 774-779.
- [7] J. D'hooge, B. Bijmens, J. M. Gorce, D. Friboulet, J. Thoen, F. Van de Werf, P. Suetens, "Nonlinear Propagation Effects on Broadband Attenuation Measurements and its Implications for Ultrasonic Tissue Characterization", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 106, N° 2, August, 1999, pp 1126-1133.
- [8] A. Bouakaz, E. Merks, C. Lancée, N. Bom, "Noninvasive Bladder Volume Measurements Based on Nonlinear Wave Distortion", *Ultrasound in Med.& Biol.*, Vol 30, N° 4, 2004, pp 469-476.

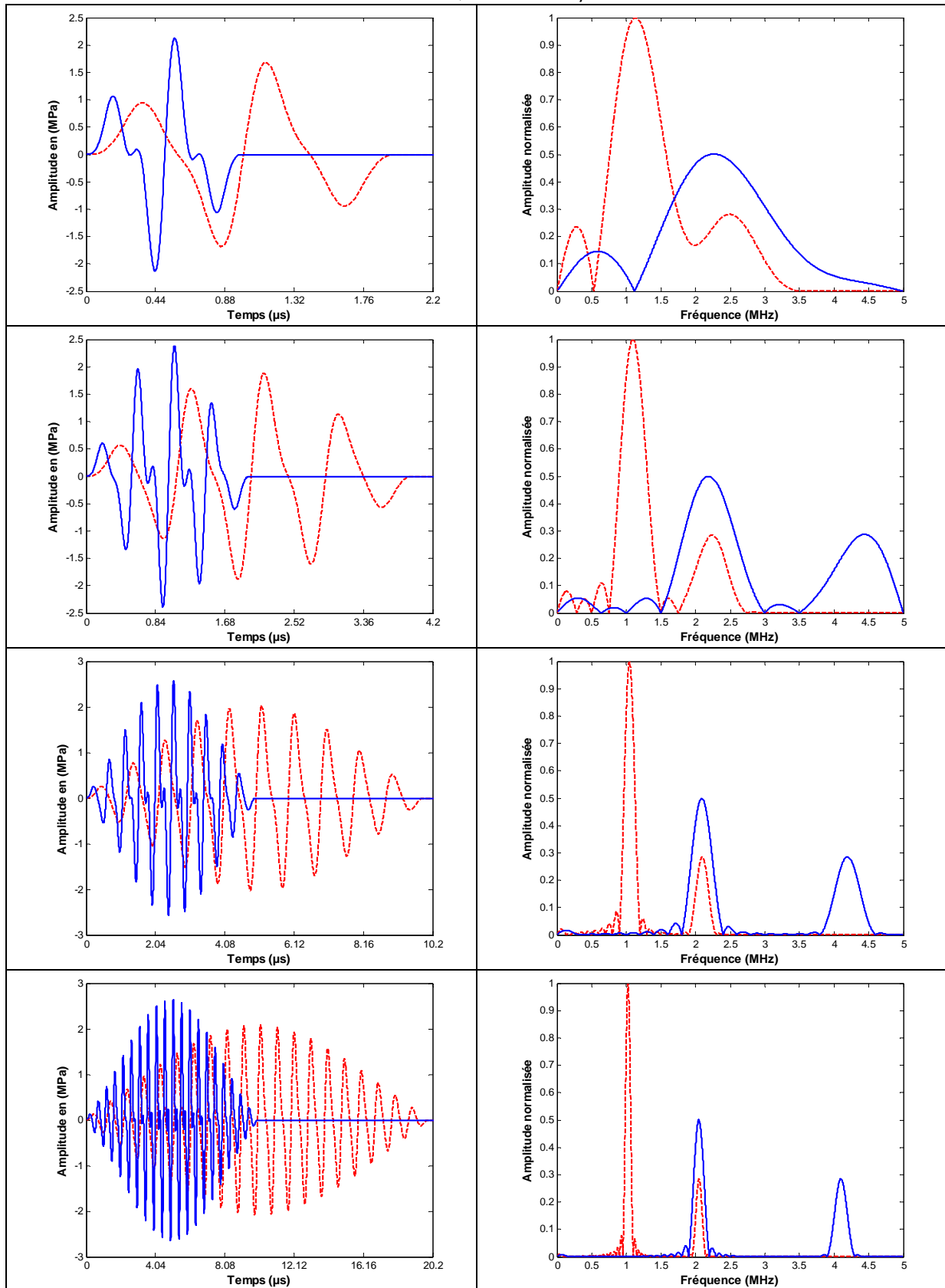
- [9] D. K. Ngoc, K. R. King, W. G. Mayer, "A Numerical Model for Nonlinear and Attenuative Propagation and Reflection of an Ultrasonic Bounded Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 81, N° 4, April, 1987, pp 874-880.
- [10] M. F. Hamilton, J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Nonlinear Effects in the Farfield of a Directive Sound Source", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 78, N° 1, July, 1985, pp 202-216.
- [11] S. I. Aanonsen, T. Barkve, J. N. Tjøtta, S. Tjøtta, "Distortion and Harmonic Generation in the Nearfield of a Finite Amplitude Sound Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 75, N° 3, March, 1984, pp 749-768.
- [12] P. Menounou, D. Blackstock, "A New Method to Predict the Evolution of the Power Spectral Density for a Finite Amplitude Sound Wave", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 115, N° 2, February, 2004, pp 567-580.
- [13] C. Hedberg, "Multifrequency Plane, Nonlinear, and Dissipative Waves at Arbitrary Distances", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 106, N° 6, December, 1999, pp 3150-3155.
- [14] D. T. Blackstock, "Connection between the Fay and Fubini Solutions for Plane Sound Waves of Finite Amplitude", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 39, N° 6, 1966, pp 1019-1026.
- [15] D. T. Blackstock, "Thermoviscous Attenuation of Plane, Periodic, Finite, Amplitude Sound Waves", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 36, N° 3, March, 1964, pp 534-542.
- [16] G. W. Willard, "Ultrasonic Absorption and Velocity Measurement in Numerous Liquids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 12, January, 1941, pp 438-448.

- [17] M. C. Smith, R. T. Beyer, "Ultrasonic Absorption in Water in the Temperature Range 0°-80°C", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 20, N° 5, September, 1948, pp 608-610.
- [18] L. Germain, R. Jacques, J. D. N. Cheeke, "Acoustics Microscopy Applied to Nonlinear Characterization of Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 86, N° 4, October, 1989, pp 1560-1565.
- [19] X. F. Gong, Z. M. Zhu, T. Shi, J. H. Huang, "Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Biological Media Using FAIS and ITD Methods", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 86, N° 1, July, 1989, pp 1-5.
- [20] A. L. Thuras, R. T. Jenkins, H. T. O'Neil, " Extraneous Frequency Generated in Air Carrying Intense Sound Waves", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 6, January, 1935, pp 173-180.
- [21] W. N. Cobb, "Finite Amplitude Method for the Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A ", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 73, N° 5, May, 1983, pp 1525-1531.
- [22] J. Zhang, M. Kuhlenschmidt, F. Dunn, "Influence of Structural Factors of Biological Media on the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A ", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol 89, N° 1, January, 1991, pp 80-91.
- [23] L. Bjørnø, "Forty Years of Nonlinear Ultrasound", *Ultrasonics* 40 (2002), pp 11-17.
- [24] K. R. Nightingale, P. J. Kornguth, G. E. Trahey, "The Use of Acoustic Streaming in Breast Lesion Diagnosis: Clinical Study", *Ultrasound in Med.& Biol.*, Vol 25, N° 1, 1999, pp 75-87.

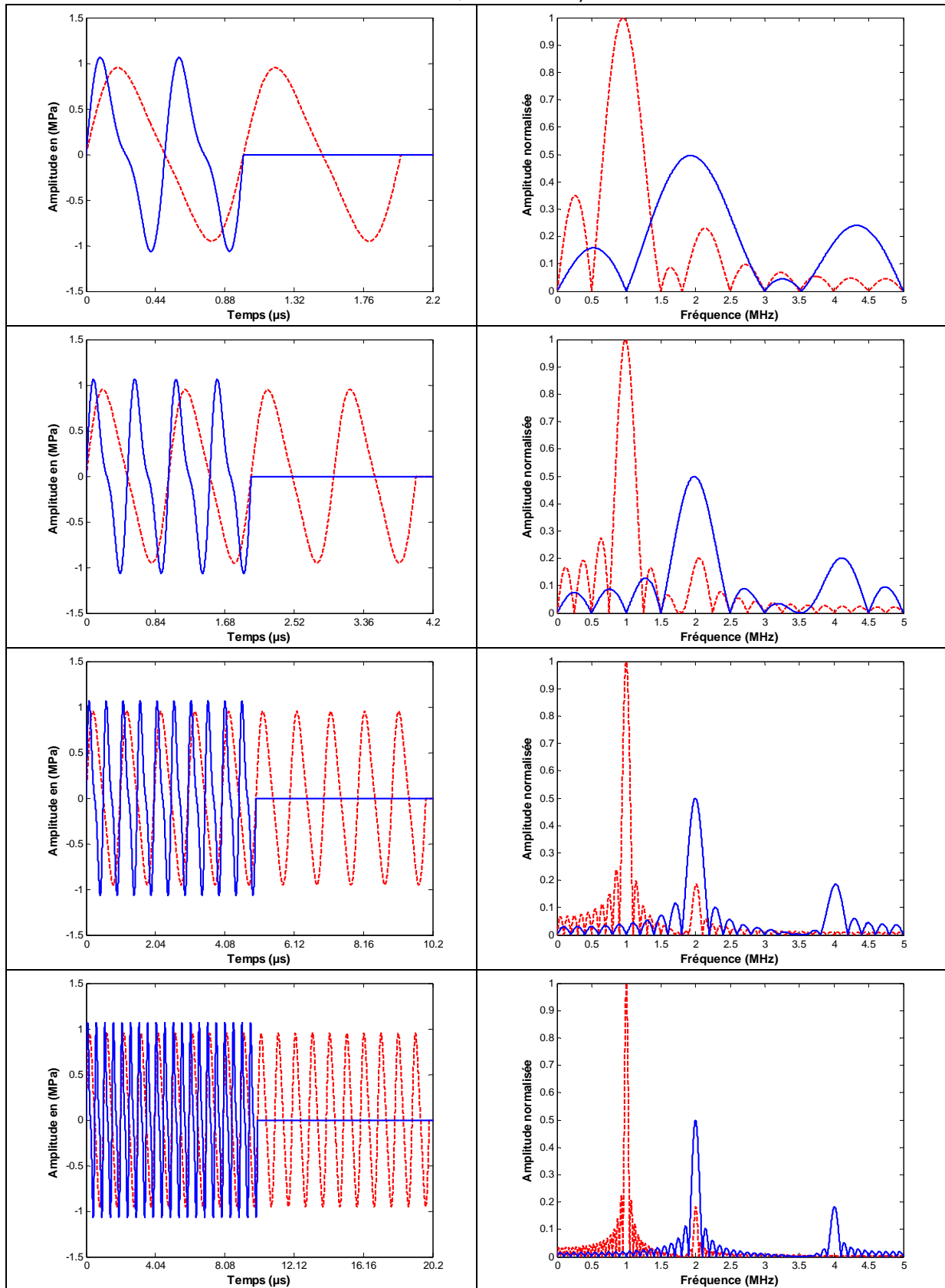
- [25] H. Khelladi, H. Djelouah, "Intensity Effects of Finite Amplitude Ultrasonic Waves on the Absorption Coefficient", The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV13, July 2-6, 2006, Vienna (Austria).
- [26] L. Adler, E. A. Hiedemann, "Determination of the Nonlinearity Parameter B/A for Water and m-Xylene", J. Acoust. Soc. Am., Vol 34, N° 4, April, 1962, pp 410-412.
- [27] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the B/A Nonlinearity Parameter under High Pressure: Application to Water", J. Acoust. Soc. Am., Vol 111, N° 2, February, 2002, pp 707-715.
- [28] J. Zhang, F. Dunn, "A Small Volume Thermodynamic System for B/A Measurement", J. Acoust. Soc. Am., Vol 89, N° 1, January, 1991, pp 73-79.
- [29] C. M. Sehgal, R. C. Bahn, J. F. Greenleaf, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A in Human Tissues by a Thermodynamic Method", J. Acoust. Soc. Am., Vol 76, N° 4, October, 1984, pp 1023-1029.
- [30] W. K. Law, L. A. Frizzell, F. Dunn, "Comparison of Thermodynamic and Finite Amplitude Methods of B/A Measurement in Biological Materials", J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 4, October, 1983, pp 1295-1297.
- [31] W. Wasow, "Asymptotic Expansions for ordinary Differential Equations", ISBN 0-88275-173-5.
- [32] H. Khelladi, H. Djelouah, "Effets de l'Intensité sur la Génération des Harmoniques dans les Liquides Dissipatifs", 8ème Congrès Français d'Acoustique, 24-27 Avril 2006, Tours (France).

- [33] C. M. Sehgal, J. F. Greenleaf, "Ultrasonic Absorption and Dispersion in Biological Media: a Postulated Model, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 72, 1982, pp 1711-1718.
- [34] H. A. Kashkooli, P. J. Dolan Jr, C. W. Smith, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Water, Methanol, Liquid Nitrogen, and Liquid Helium II by two Different Methods: A Comparison", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 82, N° 6, December, 1987, pp 2086-2089.
- [35] D. A. Webster, D. T. Blackstock, "Finite amplitude Saturation of Plane Sound Waves in Air", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 62, N° 3, September, 1977, pp 518-523.
- [36] J. F. Bartram, "A Useful Analytical Model for the Parametric Acoustic Array", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 52, N° 3, Part 2, 1972, pp 1042-1044.
- [37] S. Furuyama, Y. Inoue, "Weakly Nonlinear Waves and Acoustic Streaming Produced by an Oscillating Rigid Cylinder", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 95, N° 2, February, 1994, pp 708-717.
- [38] H. S. Heaps, "Waveform of Finite Amplitude Derived From Equations of Hydrodynamics", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 34, N° 3, March, 1962, pp 355-356.
- [39] K. E. Frøysa, "Weakly Nonlinear Propagation of a Pulsed Sound Beam", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol 95, N°1, January, 1994, pp 123-129.
- [40] H. Khelladi, H. Djelouah, "The Size Effects of a Rigid Reflector in the Scattering of Transient Ultrasonic Field ", *Ultrasonics* 37 (2000), pp 697- 202.
- [41] H. Khelladi, H. Djelouah, "The transducer vibratory profile effects on the detection of the transient ultrasonic field scattered by a rigid point reflector", *Ultrasonics* 50 (2010), pp 467- 472.

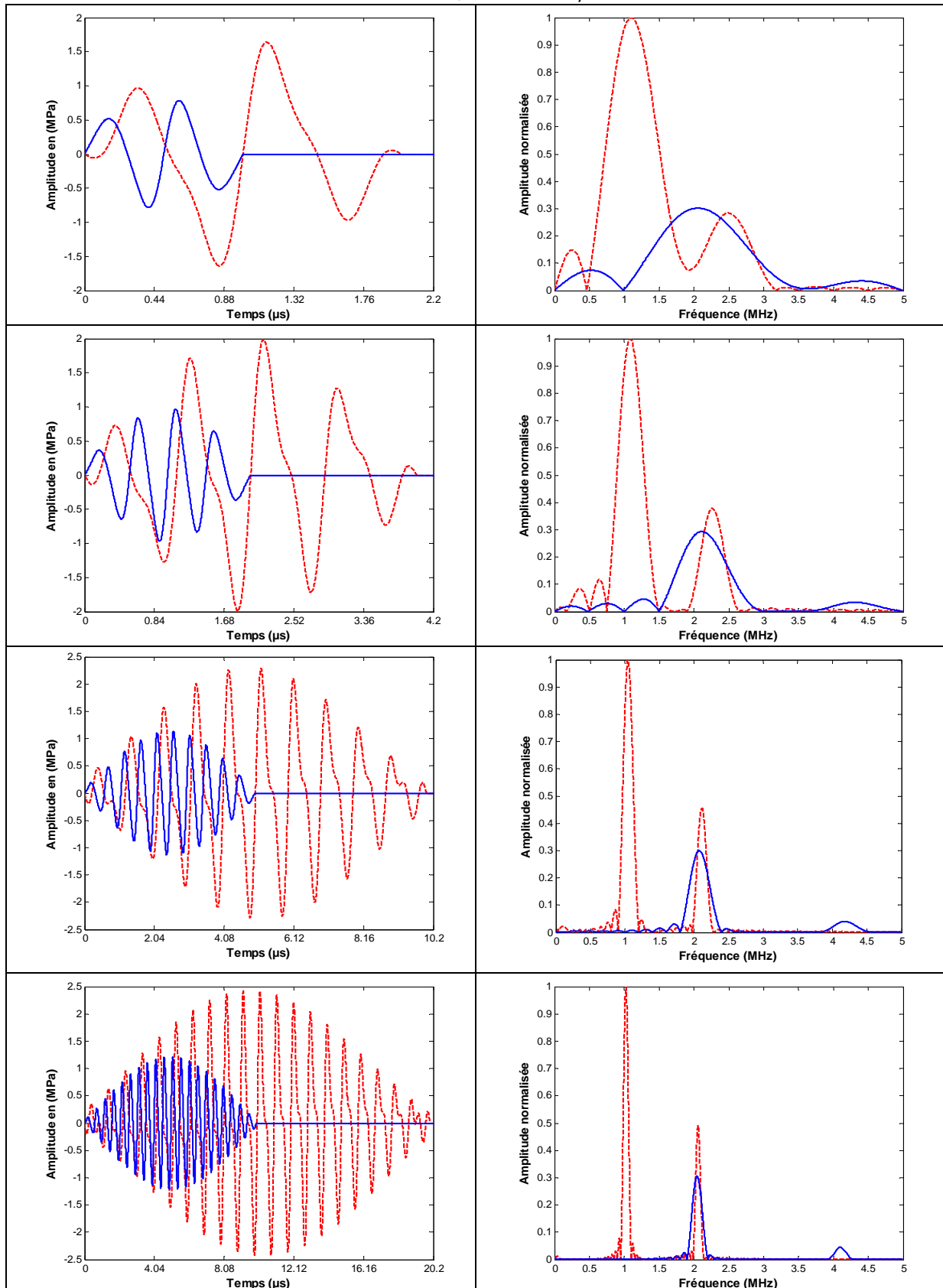
Annexe A1 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller
 Analyse de l'effet de la fréquence sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $F=1\text{MHz}$ (---) et $F=2\text{MHz}$ (—)
 $z = 0.06 \text{ m}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



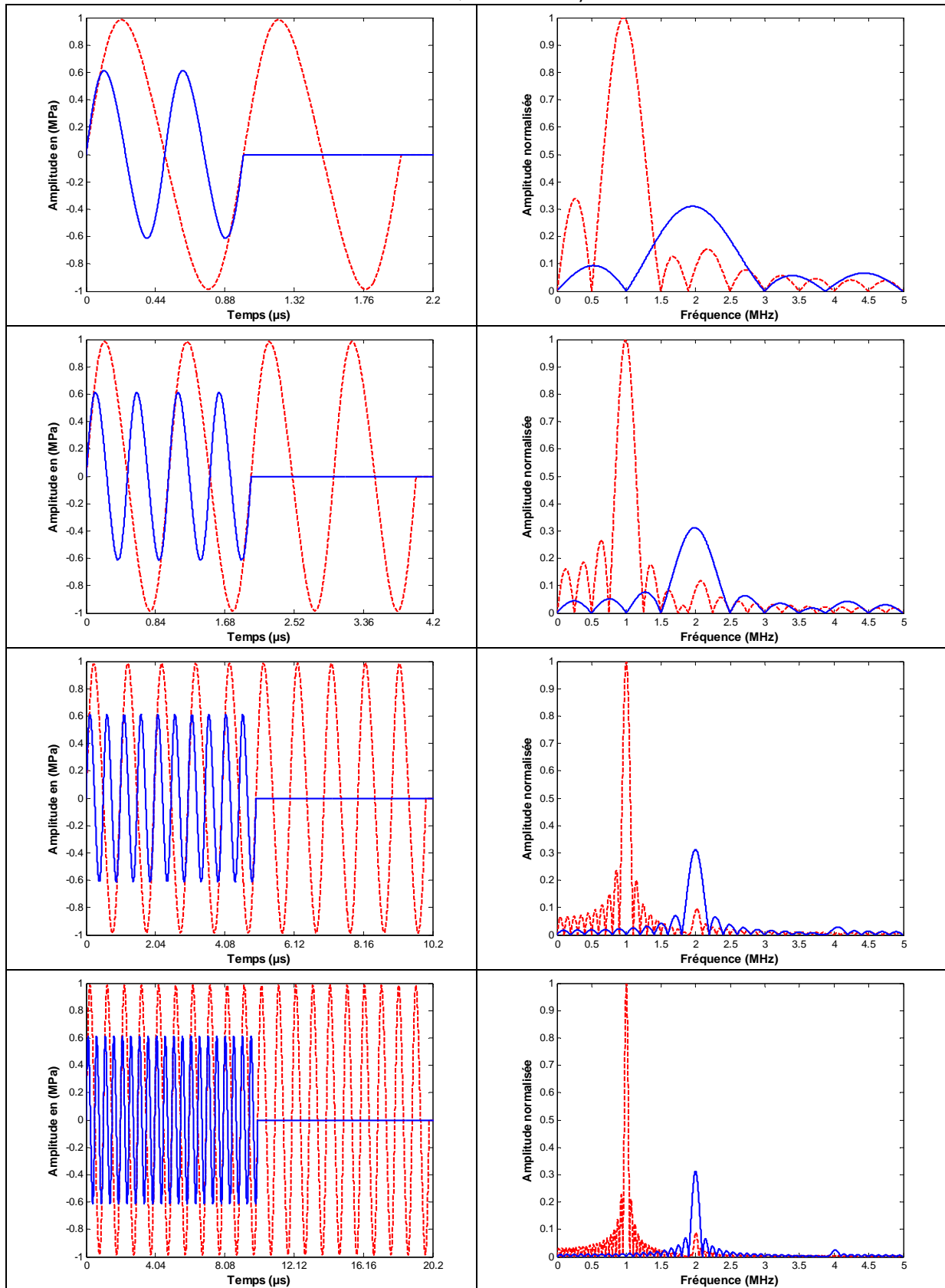
Annexe B1 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Train de sinusoïdes
 Analyse de l'effet de la fréquence sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $F=1\text{MHz}$ (---) et $F=2\text{MHz}$ (—)
 $z = 0.06 \text{ m}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



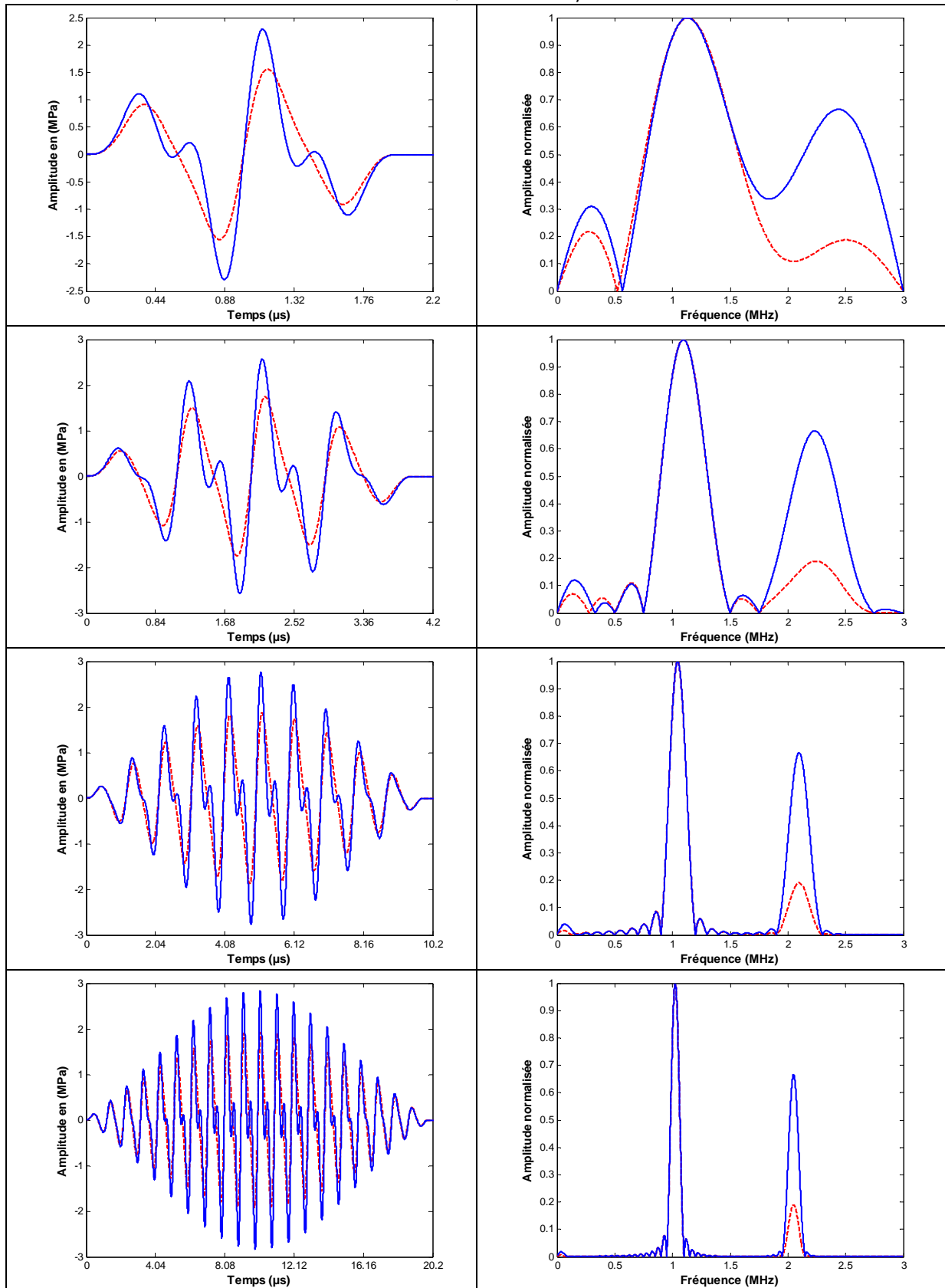
Annexe C1 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller
 Analyse de l'effet de la fréquence sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $F=1\text{MHz}$ (---) et $F=2\text{MHz}$ (—)
 $z = 0.06 \text{ m}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



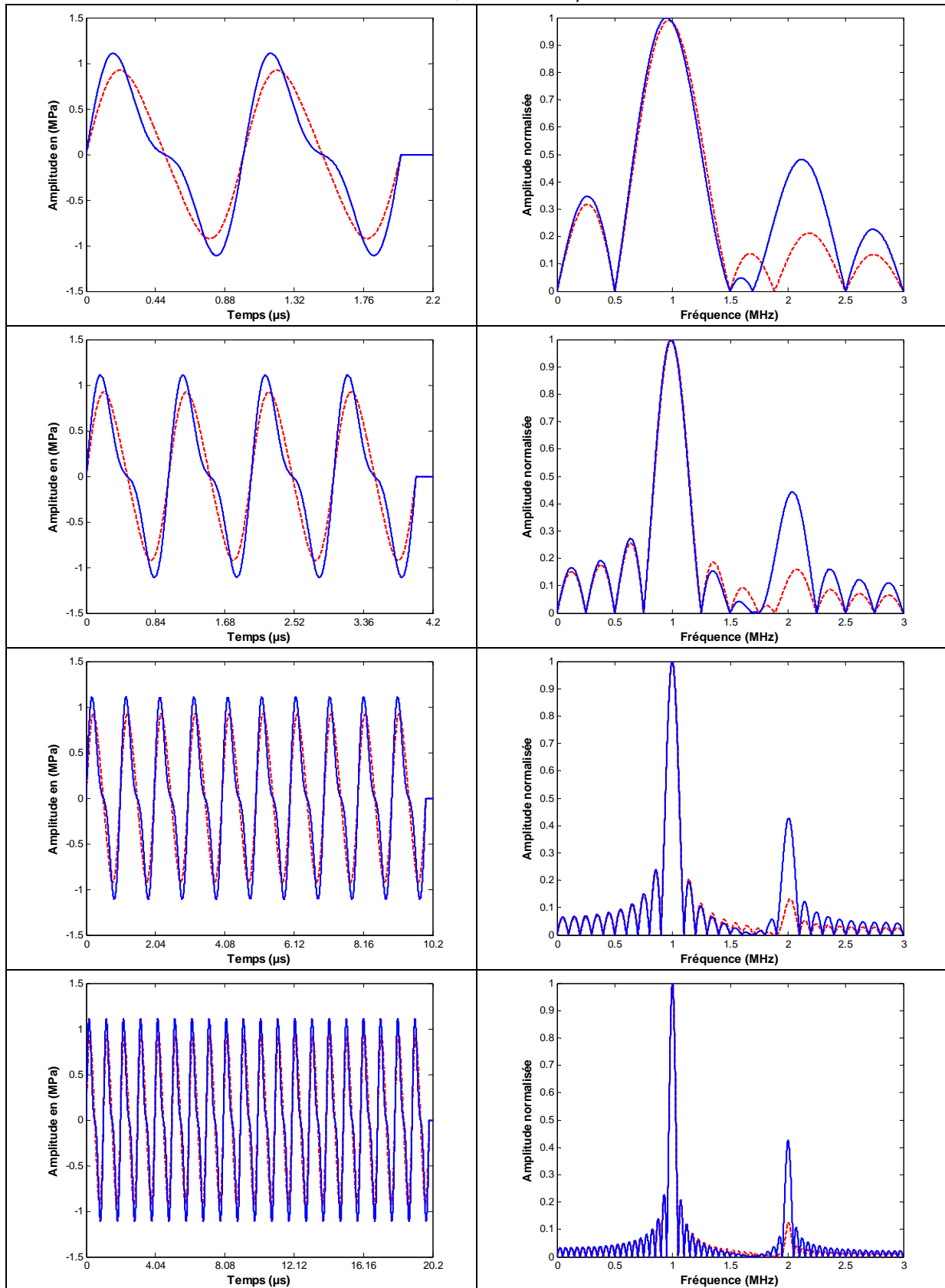
Annexe D1 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Train de sinusoïdes
 Analyse de l'effet de la fréquence sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $F=1\text{MHz}$ (---) et $F=2\text{MHz}$ (—)
 $z = 0.06 \text{ m}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



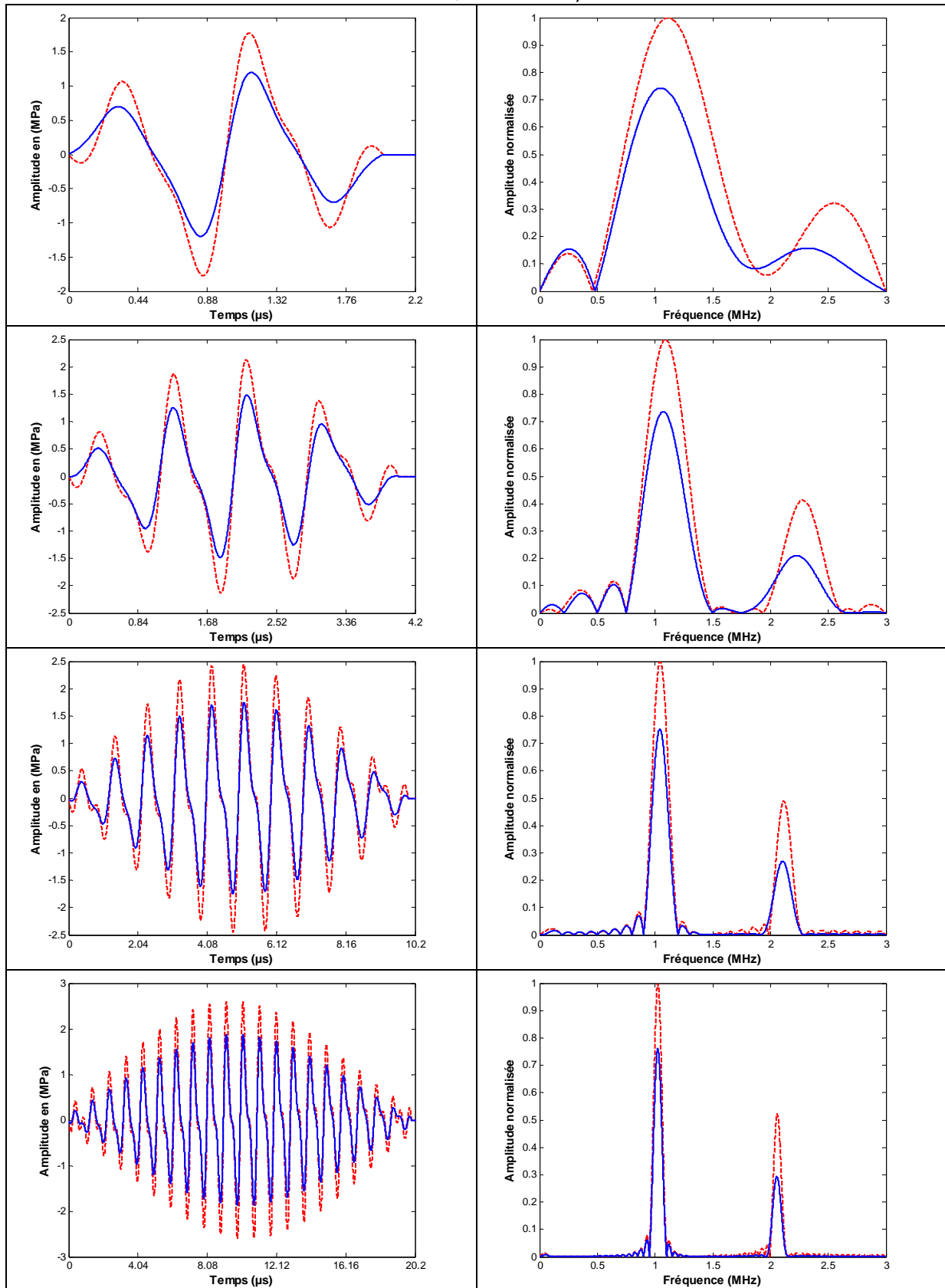
Annexe A2 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller
 Analyse de l'effet de la position sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $z=0.04\text{m}$ (---) et $z=0.14\text{m}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



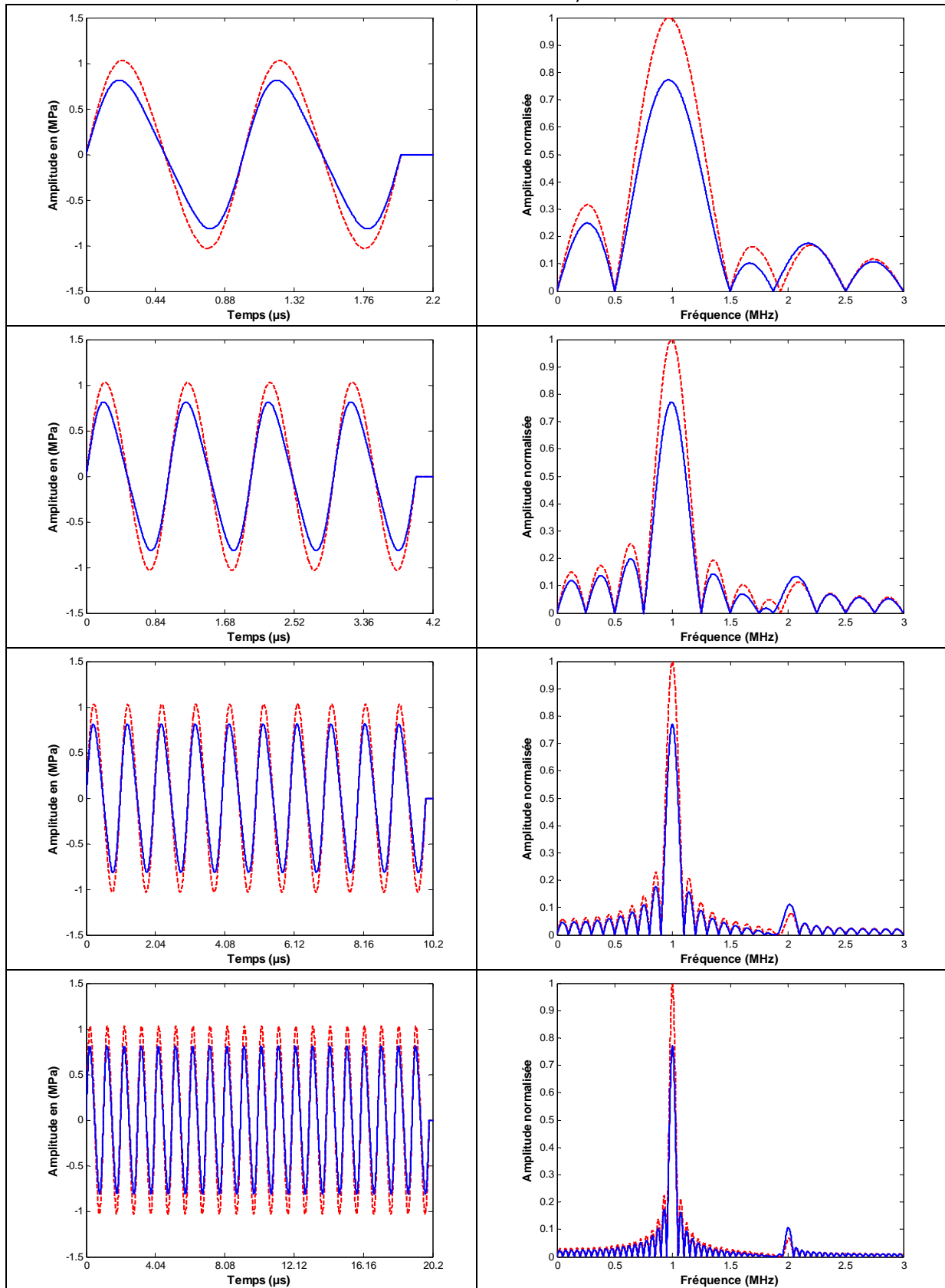
Annexe B2 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Train de sinusoïdes
 Analyse de l'effet de la position sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $z=0.04\text{m}$ (---) et $z=0.14\text{m}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



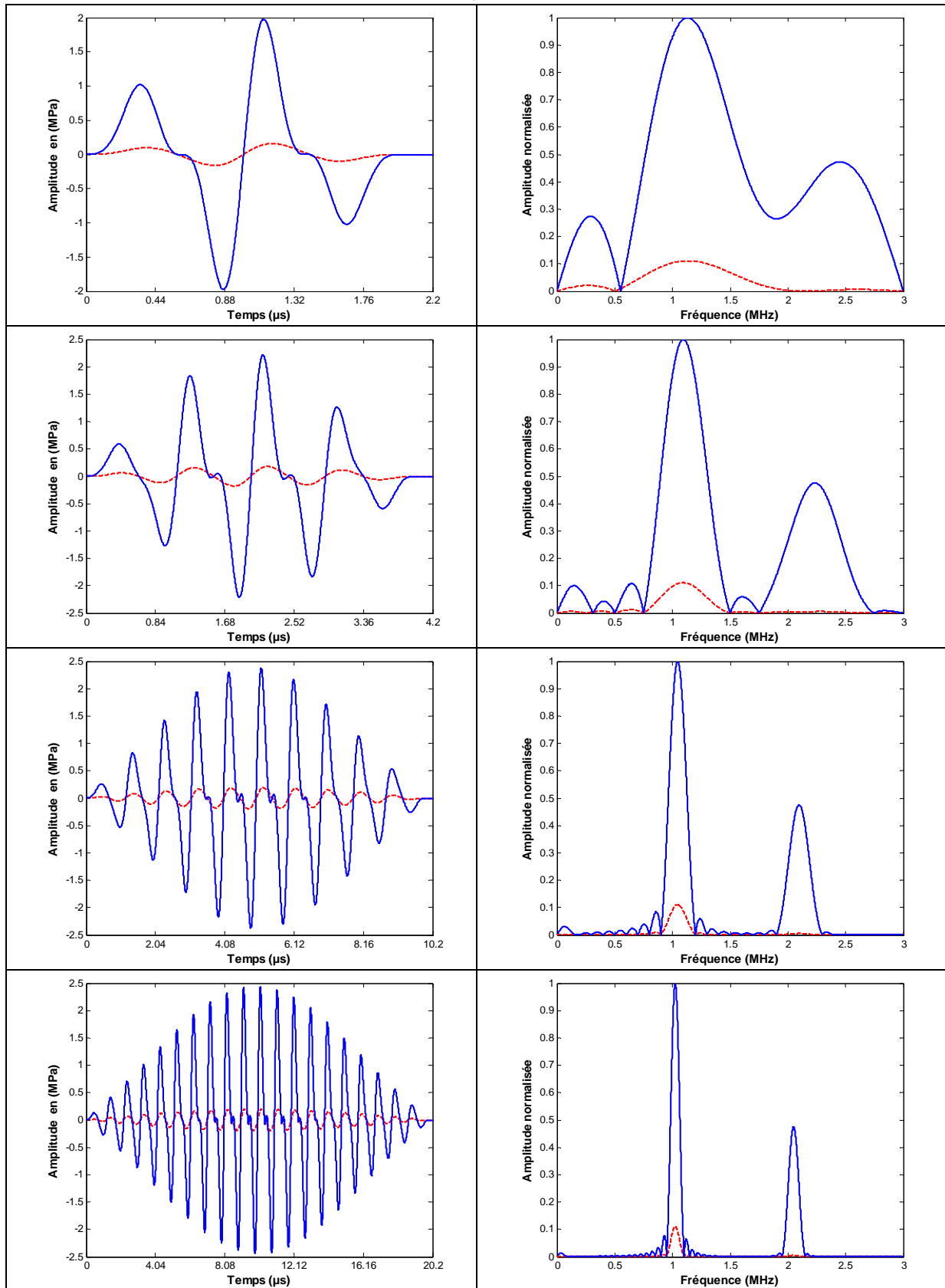
Annexe C2 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller
 Analyse de l'effet de la position sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $z=0.04\text{m}$ (---) et $z=0.14\text{m}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



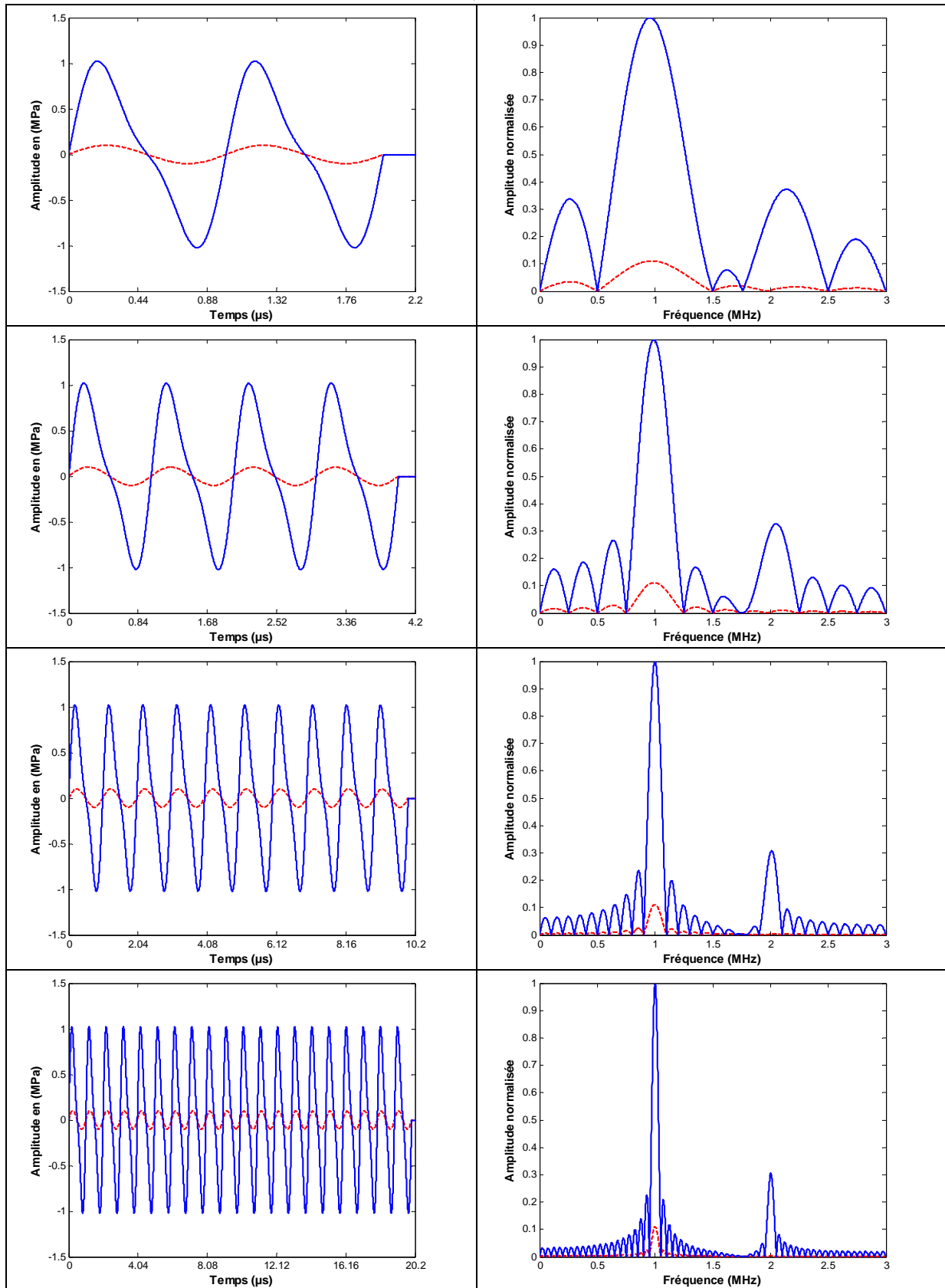
Annexe D2 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Train de sinusôides
 Analyse de l'effet de la position sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $z=0.04\text{m}$ (---) et $z=0.14\text{m}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $U_0 = 30 \text{ m/s}$



Annexe A3 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller
 Analyse de l'effet de l'excitation sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $U_0=10\text{m/s}$ (---) et $U_0=30\text{m/s}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $z = 0.1\text{ m}$



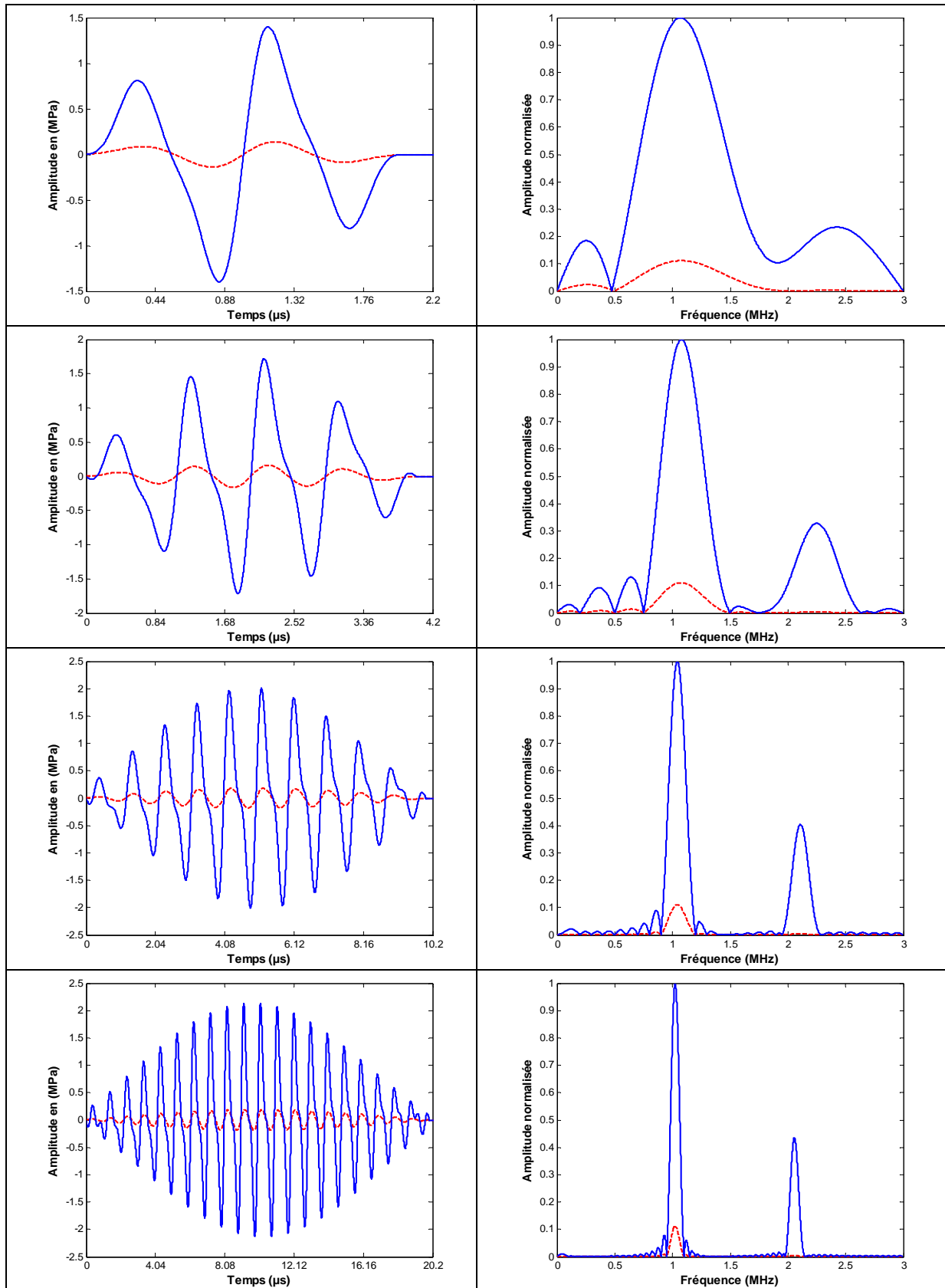
Annexe B3 (Milieu non dissipatif) : Excitation du type Train de sinusoïdes
 Analyse de l'effet de l'excitation sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $U_0=10\text{m/s}$ (---) et $U_0=30\text{m/s}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $z = 0.1\text{ m}$



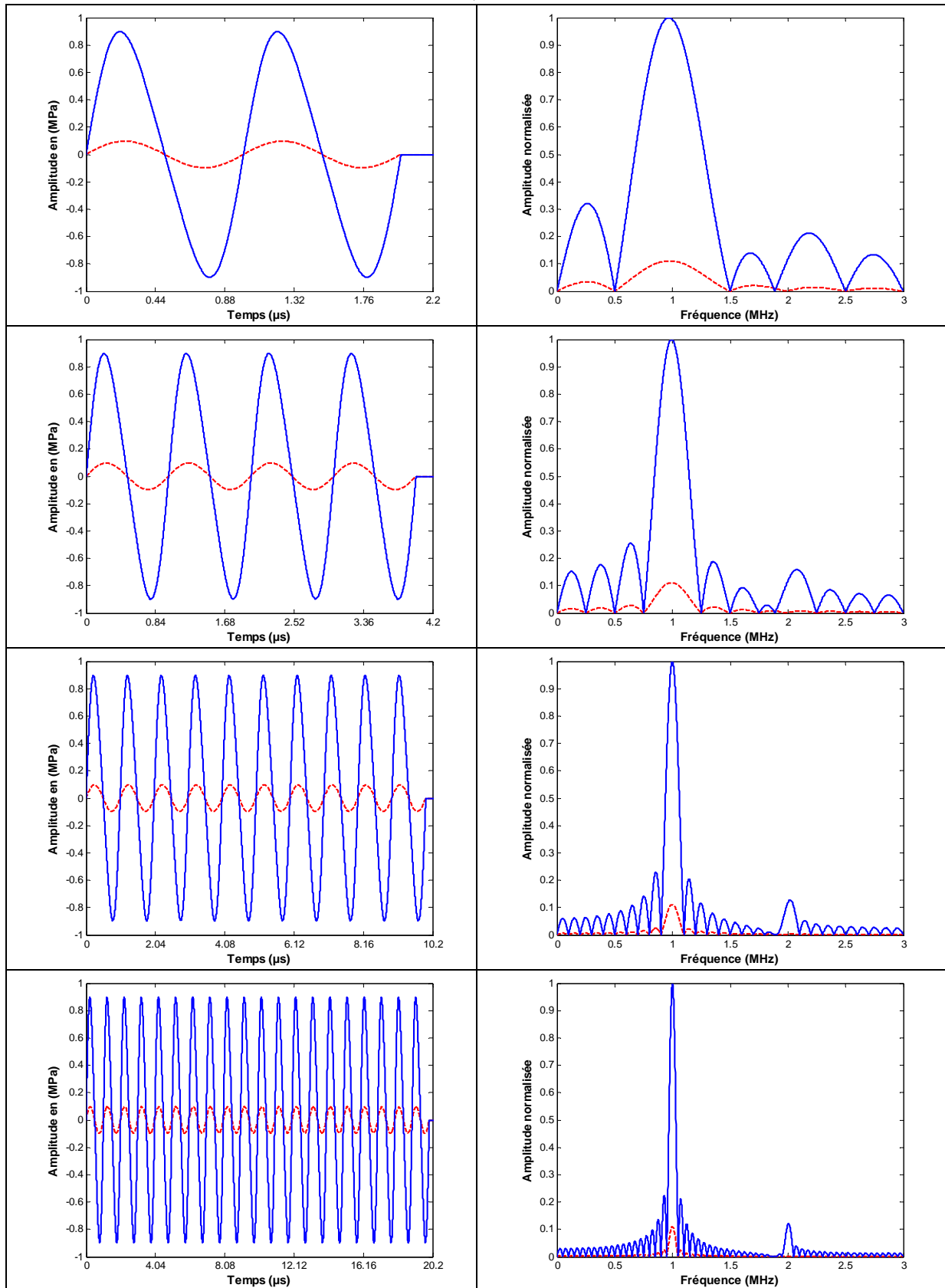
Annexe C3 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Funch/Muller

Analyse de l'effet de l'excitation sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $U_0=10\text{m/s}$ (---) et $U_0=30\text{m/s}$ (—)

$f = 1\text{MHz}$, $z = 0.1\text{ m}$



Annexe D3 (Milieu dissipatif) : Excitation du type Train de sinusôides
 Analyse de l'effet de l'excitation sur la forme temporelle de la pression et de son spectre associé pour deux cas extrêmes $U_0=10\text{m/s}$ (---) et $U_0=30\text{m/s}$ (—)
 $f = 1\text{MHz}$, $z = 0.1\text{ m}$



Chapitre III

Méthodes de mesure du paramètre de non linéarité B/A : Etat de l'art

Il faut toujours savoir quand finit une étape de la vie. Si tu persistes à y demeurer au-delà du temps nécessaire, tu perds la joie et le sens du repos et tu risques d'être rappelé à l'ordre par dieu : le seigneur est dur seulement avec ses élus...

(La Cinquième Montagne)

Paolo Coelho

I. Introduction

L'intérêt des mesures du paramètre de non linéarité B/A a été mis en évidence ces quarante dernières années, notamment par des études sur les fluides [1-2] et les milieux biologiques [3-4]. Dans le domaine médical, une caractérisation plus fine de l'élasticité des tissus par la détermination du paramètre B/A fournirait de nouveaux éléments de diagnostic en améliorant la discrimination entre tissus pathologiques et tissus sains [5, 6].

Par ailleurs, puisque la connaissance des propriétés non linéaires acoustiques d'un milieu est un enjeu important en vue d'applications médicales, telles que certains modes d'imagerie échographiques, divers procédés de mesure de ce paramètre ont été élaborés.

II. Détermination théorique du paramètre de non linéarité B/A

Le paramètre de non linéarité B/A découle du développement en série de Taylor de l'équation d'état $P=P(\rho, S)$ reliant les grandeurs caractéristiques de pression instantanée P , de masse volumique ρ et d'entropie S (Equation (I. 5)).

Dans le cas d'une perturbation ultrasonore, les variations sont suffisamment rapides pour considérer le système comme adiabatique et réversible donc isentropique. De plus, les liquides étudiés présentent une conductivité thermique suffisamment faible pour que les termes relatifs à la variation de l'entropie soient insignifiants et puissent être négligés [7]. L'équation (I. 5) se transforme en [1, 3, 8-9] :

$$P = P_{\text{Equi}} + \frac{(\rho - \rho_0)}{1!} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} + \frac{(\rho - \rho_0)^2}{2!} \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} + \frac{(\rho - \rho_0)^3}{3!} \left[\left(\frac{\partial^3 P}{\partial \rho^3} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 1})$$

Le développement en série de Taylor de l'équation (III. 1), peut s'écrire autrement en introduisant les coefficients A, B et C [1, 7, 9-11] :

$$P = P_{\text{Equi}} + \frac{A}{1!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{B}{2!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \frac{C}{3!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^3 + \dots \quad (\text{III. 2})$$

$$\text{Où } \begin{cases} \mathbf{A} = \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \rho} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} = \rho_0 c_0^2 \\ \mathbf{B} = \rho_0^2 \left[\left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \\ \mathbf{C} = \rho_0^3 \left[\left(\frac{\partial^3 \mathbf{P}}{\partial \rho^3} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \end{cases}$$

Les coefficients A, B et C dépendent de la température. Pour un nombre de Mach inférieur à 10^{-4} , le terme C est négligeable. Généralement, les coefficients A et B suffisent amplement à caractériser un milieu. L'estimation de C dans le cas d'un processus isentropique est donnée en Annexe I.

Le rapport B/A du coefficient quadratique sur le coefficient linéaire du développement en série de Taylor représente le paramètre de non linéarité et il s'écrit sous la forme [1] :

$$\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left[\left(\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 3})$$

Le rapport B/A traduit la variation non linéaire de la pression en fonction de la masse volumique.

Sachant que la vitesse de l'onde ultrasonore est définie par:

$$c^2 = \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \rho} \right)_s \quad (\text{III. 4})$$

L'équation (III. 3) peut s'exprimer autrement [1-4, 8, 11-12] :

$$\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}} = 2\rho_0 c_0 \left[\left(\frac{\partial c}{\partial \mathbf{P}} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 5})$$

Le paramètre de non linéarité B/A est proportionnel à la variation de la vitesse de l'onde ultrasonore résultant d'une variation isentropique de la pression statique.

Un processus thermodynamique isentropique peut toujours être ramené à un processus dépendant de la pression et de la température. En effet, on peut toujours écrire que :

$$\left[\left(\frac{\partial c}{\partial \mathbf{P}} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} = \left[\left(\frac{\partial c}{\partial \mathbf{P}} \right)_T \right]_{\rho=\rho_0} + \left[\left(\frac{\partial c}{\partial \mathbf{T}} \right)_P \right]_{\rho=\rho_0} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{P}} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 6})$$

Comme $\left[\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P\right]_{\rho=\rho_0} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S\right]_{\rho=\rho_0} = -1$ et que $\left[\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0} = 1$,

la dérivée partielle suivante $\left[\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S\right]_{\rho=\rho_0}$ peut être remplacée par :

$$\left[\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S\right]_{\rho=\rho_0} = -\frac{\left[\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0}}{\left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P\right]_{\rho=\rho_0}} \quad (\text{III. 7})$$

Par ailleurs, la chaleur spécifique à pression constante est définie par :

$$c_p = \frac{T}{\rho_0 V} \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P\right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 8})$$

Où T désigne la température absolue, V étant le volume molaire.

En considérant la 4^{ème} relation de Maxwell $\left[\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0} = -\left[\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right]_{\rho=\rho_0}$ et la

définition du coefficient de dilatation thermique à pression constante $\varepsilon = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$,

l'équation (III. 5) se transforme en [1, 3, 7, 11] :

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left[\left(\frac{\partial c}{\partial P}\right)_T\right]_{\rho=\rho_0} + \frac{2\varepsilon T c_0}{c_p} \left[\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_P\right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{III. 9})$$

L'équation (III. 9) se met sous une forme plus simple [1, 7, 13] :

$$\frac{B}{A} = \left(\frac{B}{A}\right)' + \left(\frac{B}{A}\right)'' \quad (\text{III. 10})$$

Le premier terme $\left(\frac{B}{A}\right)'$ représente le coefficient de non linéarité isotherme lié à la

variation de la vitesse de l'onde ultrasonore en fonction de la pression à température

constante. Le second terme $\left(\frac{B}{A}\right)''$ représente le coefficient de non linéarité isobare lié

à la variation de la vitesse de l'onde ultrasonore en fonction de la température à pression constante. Au lieu d'utiliser un processus isentropique pour déterminer le

paramètre B/A, l'équation (III. 9) exploite le processus isobare et le processus isotherme pour déterminer le paramètre de non linéarité B/A.

Des études expérimentales ont montré la prédominance de la composante isotherme par rapport au terme isobare lors de la détermination du paramètre B/A. Dans le cas de l'eau, du foie de bœuf et du sérum bovin, les travaux expérimentaux de Law et al.

[13] ont montré que le terme $\left(\frac{B}{A}\right)''$ contribue respectivement à raison de 2.6%, 1.4% et 1.49% à la valeur globale $\left(\frac{B}{A}\right)$. Dans les travaux de Hartmann et al. [14], il est signalé

que le terme $\left(\frac{B}{A}\right)''$ ne peut dépasser les 10% de la valeur globale de $\left(\frac{B}{A}\right)$. La prédominance du terme isotherme a d'ailleurs été exploitée par Sehgal et al. [3], pour simplifier la mesure du paramètre de non linéarité B/A.

Par ailleurs selon l'étude proposée par Sehgal [9], toute perturbation ultrasonore, dans un milieu caractérisé par une pression à l'équilibre P_{Equi} , induit un changement de pression s'exprimant par la relation suivante :

$$\left(\frac{P}{P_{\text{Equi}}}\right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\xi \quad (\text{III. 11})$$

ξ dépend de la nature du milieu. Dans le cas d'un gaz parfait, $\xi = \gamma$ pour un processus adiabatique (γ représentant le rapport des chaleurs spécifique) et ξ est égal à l'unité pour un processus isotherme.

Il convient de signaler que $\xi = \gamma$ est utilisée uniquement pour les gaz parfaits. Son application aux liquides est limitée aux petites variations de la masse volumique par rapport à l'équilibre. Ainsi l'exposant ξ ne peut être identifié à γ pour de grandes variations de la masse volumique induites par des perturbations ultrasonores importantes.

En utilisant le développement du binôme et en posant $\Delta\rho = \rho - \rho_0$, l'équation (III. 11) se transforme en :

$$\frac{P}{P_{\text{Equi}}} = 1 + \frac{\xi}{1!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right) + \frac{\xi(\xi-1)}{2!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2 + \dots \quad (\text{III. 12})$$

En procédant à une identification entre l'équation (III. 2) et l'équation (III. 12) :

$$A = \xi P_{\text{Equi}}$$

$$B = \xi(\xi - 1)P_{\text{Equi}}$$

Le paramètre de non linéarité se déduit :

$$\frac{B}{A} = (\xi - 1) \quad (\text{III. 13})$$

L'équation (III. 11) se transforme en :

$$\left(\frac{P}{P_{\text{Equi}}} \right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{B}{A}+1} \quad (\text{III. 14})$$

Généralement, pour les liquides, l'exposant ξ varie de 6 pour l'eau jusqu'à 14 pour le fluocarbène [9].

Notons, par ailleurs, que le rapport B/A est d'une grande importance en acoustique non linéaire. En effet, en utilisant l'équation (III. 4) et l'équation (III. 2), la vitesse de l'onde ultrasonore s'exprime par :

$$c^2 = \frac{A}{\rho_0} \left[1 + \frac{B}{A} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{C}{A} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{III. 15})$$

L'équation (III. 15) se réécrit sous la forme :

$$c^2 = c_0^2 \left[1 + \frac{B}{A} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{C}{A} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{III. 16})$$

En utilisant le développement du binôme à l'ordre 1, l'équation (III. 16) devient :

$$c = c_0 \left[1 + \frac{B}{2A} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \right] \quad (\text{III. 17})$$

Ainsi la vitesse de l'onde ultrasonore est fonction, entre autres, du paramètre de non linéarité B/A.

Dans le cas d'une onde plane progressive, l'équation (III. 17) s'écrit :

$$c = c_0 + \frac{B}{2A} u \quad (\text{III. 18})$$

avec $u = c_0 \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)$ étant la vitesse particulaire.

L'équation (III. 18) montre qu'en chaque point l'onde se propage à une vitesse c déterminée à partir de la vitesse particulière en ce point, entraînant ainsi la distorsion de l'onde lors de sa propagation.

Comme il a été établi dans le chapitre I (Equation (I. 19)), en prenant en compte les deux causes de la non linéarité (la convection et la non linéarité du milieu), la vitesse de l'onde ultrasonore s'exprime comme suit [15, 16] :

$$c = c_0 + \beta u \quad (\text{III. 19})$$

$\beta = 1 + \frac{B}{2A}$ désigne le paramètre de non linéarité acoustique.

En se référant aux travaux de Hamilton et al. [16], le premier terme de β qui provient du terme non linéaire de l'équation de continuité est associé à la convection. Quant au deuxième, il provient du terme quadratique de l'équation d'état.

En se reportant à l'équation (III. 19), le taux de distorsion de l'onde lors de sa propagation est fixé par le paramètre de non linéarité acoustique β .

III. Mesure du paramètre de non linéarité B/A

La quantification de l'effet de la non linéarité dans un milieu donné nécessite la mesure du paramètre de non linéarité. Ces mesures ont été effectuées durant les années 60 pour les liquides [1]. Dès le début des années 80, les techniques expérimentales de mesure du paramètre de non linéarité se sont diversifiées et elles se sont développées en raison de leur application potentielle à la caractérisation tissulaire [13]. Ces techniques se répartissent essentiellement en deux grandes classes : les méthodes thermodynamiques exploitant la définition même du paramètre B/A et les méthodes d'amplitude finie basées sur l'analyse de la distorsion de l'onde lors de sa propagation.

III. 1. Méthodes d'amplitude finie

La détermination du paramètre de non linéarité B/A par les méthodes d'amplitude finie sont basées sur la mesure des amplitudes respectives du second harmonique et du fondamental. En effet la distorsion apparente dans le domaine temporel, due à la

propagation d'ondes d'amplitude finie, se traduit dans le domaine fréquentiel par la génération d'harmoniques. De ce fait, des montages expérimentaux furent mis au point avec différents protocoles de mesure que nous passerons en revue dans ce paragraphe.

III. 1. 1. Méthode optique

Les premières mesures utilisant cette méthode ont été effectuées par Adler et Hiedemann en 1962 [15], en se basant sur les travaux de Willard réalisés en 1949 [17]. Cette méthode se base sur l'utilisation de l'onde acoustique comme réseau de diffraction pour une onde lumineuse.

Les travaux de Mikhailov et Shutilov [18] stipulent que dans un liquide dans lequel une onde acoustique d'amplitude finie se propage selon une direction donnée et qui est traversé par un faisceau lumineux perpendiculaire à cette direction de propagation, la forme d'onde lumineuse initiale apparaîtra avec une forme semblable à celle de l'onde acoustique (Figure 1). Ainsi tout changement de la forme d'onde acoustique dû aux phénomènes non linéaires se manifeste par un déphasage supplémentaire de la phase de l'onde lumineuse figurant dans le modèle optique et entraînera par conséquent, la distorsion de cette dernière.

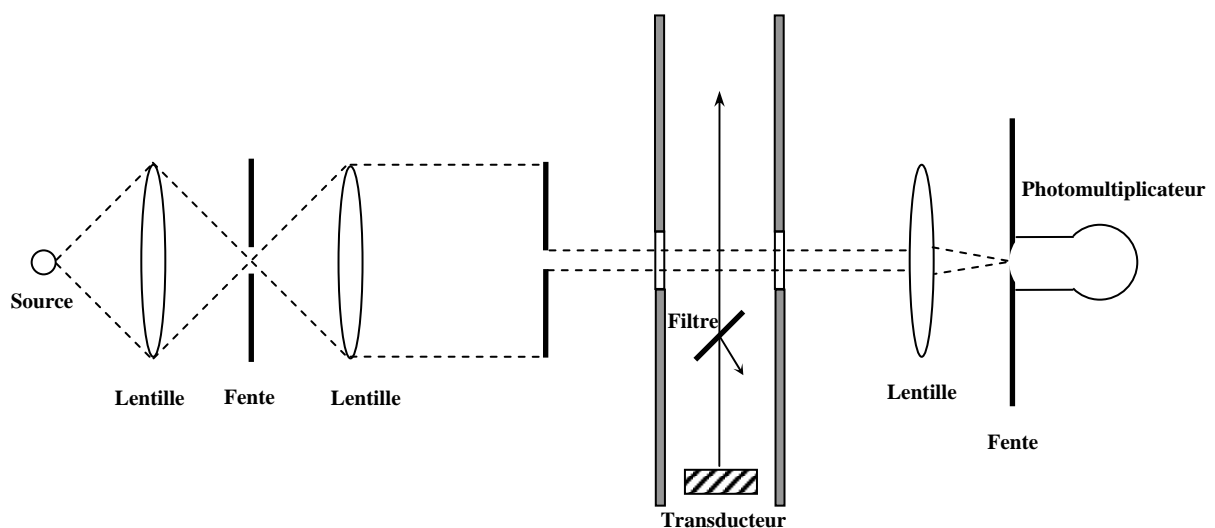


Figure 1: Principe de la méthode optique.

Comme la grandeur mesurable est l'intensité de l'onde lumineuse [15], l'idée est de pouvoir relier théoriquement les données de l'intensité pour n'importe quel ordre de diffraction avec une valeur unique du paramètre de non linéarité B/A. Ainsi, Zankel et Hiedemann [19, 20] en s'inspirant du fait qu'une onde distordue peut être décomposée en série de Fourier, exploitent ce formalisme pour résoudre le problème posé. En effet, une relation a été établie entre l'intensité relative au nième ordre de diffraction, les propriétés intrinsèques du milieu et la configuration géométrique expérimentale. L'intensité relative au nième ordre de diffraction est exprimée en termes de fonctions de Bessel [21]:

$$I_n(Z) = \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_{n-2k}(Z) J_k(K_2 Z^2) \right|^2 \quad (\text{III. 20})$$

$$\text{Où } Z = \left(\frac{2\pi(\mu_0 - 1)\varpi}{\lambda\rho_0 c_0^2} \right) P_0$$

J_n étant la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n , μ_0 est l'indice de réfraction du milieu à l'équilibre, λ la longueur d'onde de la lumière d'excitation et ϖ désigne le diamètre du faisceau d'ondes acoustiques. K_2 est une constante proportionnelle au paramètre de non linéarité acoustique $\beta = 1 + \frac{B}{2A}$ et qui s'exprime

sous la forme :

$$K_2 = \left(\frac{1 - e^{-2\alpha x}}{2\alpha} \right) \left(\frac{2\pi 10^{12} \beta f}{\rho_0 c_0^3} \right) \frac{P_0}{Z} \quad (\text{III. 21})$$

Où α représente le coefficient d'absorption du milieu, f désigne la fréquence de l'onde acoustique et x est la distance séparant le transducteur du faisceau lumineux.

Pour un ordre n de diffraction, une courbe d'intensité de la lumière en fonction de Z pour une valeur donnée de K_2 peut être tracée. La seule inconnue dans le problème est β , car tous les autres paramètres sont soit les propriétés connues du liquide soit les détails de la configuration géométrique expérimentale. Ainsi il est possible d'extraire une valeur de B/A pour les différents ordres de diffraction mesurés.

Selon une étude plus récente, Kashkooli et al. [21] ont montré que la méthode optique affiche une erreur de 8% par rapport aux valeurs admises pour différents

liquides. La méthode optique permet de déterminer le paramètre B/A même à de faibles intensités en exploitant l'asymétrie des ordres supérieurs de diffraction [21]. Cette méthode a une particularité intéressante, car une valeur de B/A doit représenter un ensemble de données issu de différents ordres de diffraction et différentes distances séparant le transducteur du faisceau lumineux [21]. Toutefois, il est à noter que cette technique nécessite un milieu parfaitement transparent à la lumière éliminant ainsi l'analyse des tissus biologiques [21].

III. 1. 2. Méthode temporelle

En se basant sur le fait que la génération d'harmoniques correspond à la distorsion d'une onde d'amplitude finie initialement sinusoïdale, Takahashi [22] a réussi à déterminer le paramètre de non linéarité par observation des formes d'ondes. En effet, en raison des phénomènes non linéaires, le maximum de l'amplitude d'une onde distordue est en avance par rapport à celui d'une onde initialement sinusoïdale (Figure 2). En mesurant cet écart, le paramètre de dent de scie et le paramètre de non linéarité peuvent être déduits.

En se reportant aux travaux de Takahashi [22], l'alternance positive de l'onde distordue est représentée simultanément avec celle de l'onde purement sinusoïdale (Figure 2).

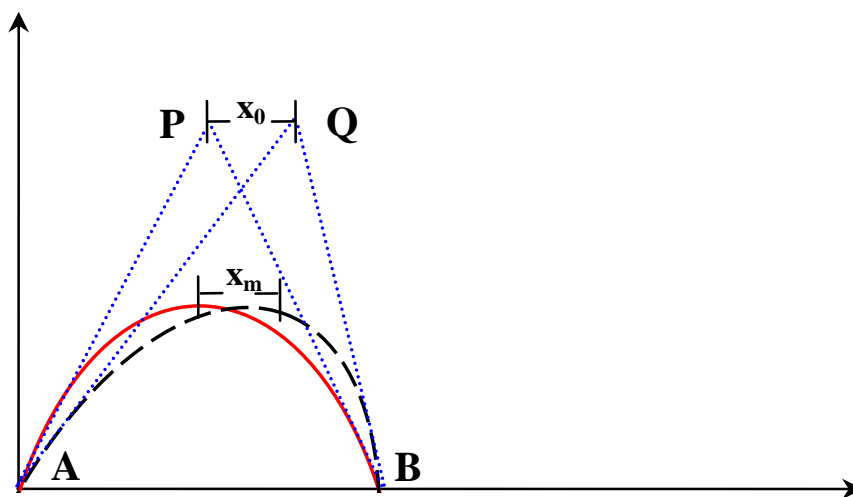


Figure 2 : Comparaison entre une onde distordue et une onde sinusoïdale.

P et Q sont les intersections des tangentes en A et B sur les deux formes d'ondes, le paramètre de dent de scie \wp est défini par [18] :

$$\wp = x_0 / (\lambda / 4) \quad (\text{III. 22})$$

Où x_0 est la distance comprise entre P et Q. λ étant la longueur d'onde acoustique.

Le paramètre de dent de scie \wp peut s'exprimer autrement [22] :

$$\wp = 2\pi x_m / \lambda \quad (\text{III. 23})$$

x_m désigne l'écart entre les maximums respectifs de l'onde distordue et celui de l'onde sinusoïdale.

En introduisant la distance de discontinuité ou distance de choc définie préalablement au chapitre I, le paramètre de dent de scie s'écrit [22] :

$$\wp = x / l_s \quad (\text{III. 24})$$

Où x est la distance de propagation de l'onde acoustique. Pour une distance de propagation égale à la distance de discontinuité, le paramètre de dent de scie est égal à l'unité. Pour des distances inférieures à la distance de discontinuité, \wp évolue linéairement avec la distance de propagation.

Le paramètre de non linéarité B/A s'écrit sous la forme [22]:

$$\frac{B}{A} = \frac{\wp \rho_0 c_0^3}{\pi P_0 f x} - 2 \quad (\text{III. 25})$$

La mesure du paramètre de non linéarité B/A nécessite un hydrophone pour la mesure de \wp . Une comparaison du signal acquis avec celui d'une onde sinusoïdale permet de mesurer \wp . Par contre pour la détermination de l'amplitude de la pression P_0 , Takahashi [22] s'est basé sur la théorie de Raman-Nath. Comme il a été indiqué précédemment, si une onde lumineuse traverse un milieu transparent dans lequel une onde acoustique se propage, divers ordres de diffraction sont observés dans le plan de l'entrée du photomultiplicateur. La théorie de Raman-Nath prévoit une expression de l'intensité de la lumière du nième ordre de diffraction de la forme [15]:

$$I_n = J_n^2(v) \quad (\text{III. 26})$$

J_n étant la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n , v étant le paramètre de Raman-Nath défini par [15]:

$$v = 2\pi\delta\mu D/\lambda \quad (\text{III. 27})$$

λ est la longueur d'onde de la lumière, D désigne la distance d'interaction entre l'onde lumineuse et l'onde acoustique, $\delta\mu$ représente la variation de l'indice de réfraction et qui peut être déduite à partir de la formule de Eykman [15] :

$$\delta\mu = \frac{(\mu_0 - 1)(\mu_0^2 + 1.4\mu_0 + 0.4)}{(\mu_0^2 + 0.8\mu_0 + 1)} P_0 \quad (\text{III. 28})$$

μ_0 étant l'indice de réfraction du milieu à l'équilibre.

La mesure de l'intensité permet de déterminer le paramètre de Raman-Nath, entraînant par conséquent la déduction de l'amplitude de la pression P_0 . Cependant, une précaution supplémentaire a été considérée dans la configuration expérimentale proposée par Takahashi [22]. En effet, l'onde lumineuse traverse le milieu analysé à proximité du transducteur (2 mm), pour éviter la distorsion de l'onde acoustique. Notons par ailleurs qu'une solution a été proposée par Adler et Hiedemann [15] pour mesurer l'amplitude de n'importe quel harmonique en utilisant uniquement un filtre accompagnant la cellule photomultiplicatrice.

Bien que cette méthode de la distorsion de l'onde soit simple à réaliser, car nécessitant uniquement un hydrophone pour la mesure de \wp , les résultats obtenus affichent une différence relativement importante par rapport aux valeurs admises pour B/A [22].

III. 1. 3. Méthode par extrapolation

Dans l'hypothèse de la propagation d'une onde plane dans un milieu dissipatif, l'amplitude exacte du second harmonique est donnée par la solution (Equation (II. 11)) de l'équation de Burgers (Equation (I. 10)). Dans un milieu non dissipatif, nous avons vu que la solution exacte (Equation (II. 11)) est équivalente à la solution de Blackstock (Equation (I. 35)). Pour $\sigma < 1$, cette solution converge vers la solution de Fubini (Equation (I. 33)).

Ainsi, l'amplitude du second harmonique peut être déduite en utilisant les résultats de l'équation de Fubini (Equation (I. 33)). En effet sachant que la pression du nième harmonique et la vitesse particulaire qui lui est associée est définie par $p_n(z, t) = \rho_0 c_0 u_n(z, t)$ [23], et que la valeur de l'amplitude de la pression du fondamental en $\sigma = 0$ est égale à $P_0 = \rho_0 c_0 U_0$, P_2 s'écrit :

$$P_2 = \frac{P_0 J_2(2\sigma)}{\sigma} \quad (\text{III. 29})$$

De plus, la fonction de Bessel est définie par le développement suivant [24]:

$$J_n(x) = \frac{1}{2^n n!} x^n \left(1 - \frac{x^2}{2(2n+2)} + \dots \right) \quad (\text{III. 30})$$

Ainsi au voisinage de la source rayonnante, on peut écrire :

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{P_2(\sigma)}{P_0} = \frac{\sigma}{2} \quad (\text{III. 31})$$

En combinant les équations (I. 11) et (I. 25), l'abscisse normalisée σ s'écrit :

$$\sigma = \frac{2\pi f \beta P_0}{\rho_0 c_0^3} z \quad (\text{III. 32})$$

En se reportant aux travaux de Law et al. [25], le paramètre de non linéarité se déduit facilement à partir de la combinaison des deux équations précédentes :

$$\frac{B}{A} = \frac{2\rho_0 c_0^3}{\pi f} \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{P_2(\sigma)}{P_0^2 z} \right] - 2 \quad (\text{III. 33})$$

Le tracé graphique de P_2 en fonction de $P_0^2 z$, permet par une méthode d'extrapolation de déduire la pente pour un z tendant vers zéro. Une fois la pente déterminée la valeur de B/A est déduite. La précision de la méthode est estimée à 10% par rapport aux valeurs trouvées dans la littérature. Il convient de signaler que cette méthode peut s'appliquer à un milieu dissipatif, en raison de l'exploitation des mesures au voisinage du transducteur.

III. 1. 4. Méthode par insertion et substitution

Cette méthode consiste à placer un petit volume du milieu à analyser dans l'eau. Les premières mesures furent effectuées durant les années 60 à travers les travaux de

Shklovskaya-Kordi [26], et reprises en 1984 par Gong et al. [27]. Ces derniers considèrent la propagation d'une onde plane dans un milieu faiblement dissipatif et exploitent la relation de Fubini. Pour améliorer la précision de leurs mesures sur des tissus biologiques, Gong et al. [28] ont proposé en 1989 un nouveau modèle dans lequel les effets de l'atténuation et de la diffraction sont pris en considération, ainsi B/A s'exprime sous la forme :

$$\left(\frac{B}{A}\right)_x = \left\{ \left[\frac{P_{2x}}{P_{20}} \frac{L}{d} \frac{1}{R_1 R_2} - \left(\frac{L}{d} - 1\right) \frac{R_2}{R_1} \frac{F(k_0, d, L)}{F(k_0, 0, L)} \right] \frac{(\rho_0 c_0^3)_x}{(\rho_0 c_0^3)_0} \frac{F(k_0, 0, L)}{F(k_x, 0, d)} \left(\frac{D'}{D}\right)^{1/2} \left(\frac{B}{A} + 1\right)_0 \right\} - 2 \quad (\text{III. 34})$$

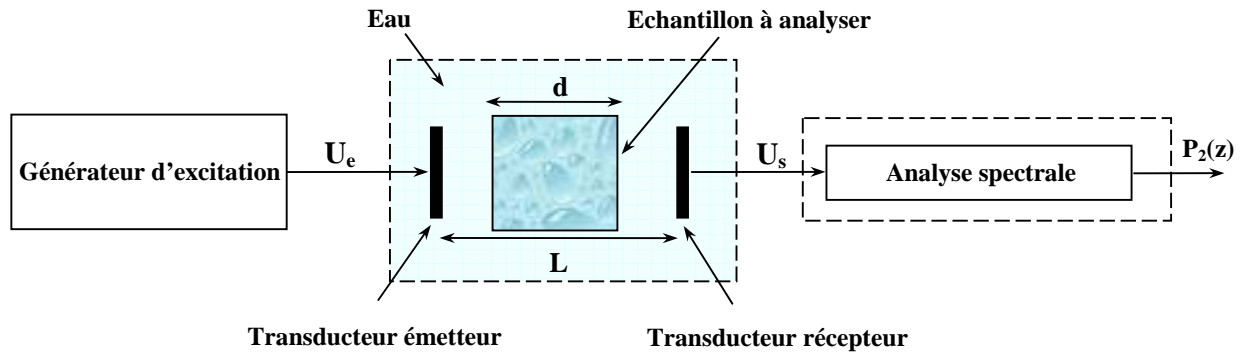


Figure 3 : Principe de mesure de la méthode par insertion et substitution.

Dans cette méthode le milieu de référence et le milieu à analyser sont placés dans une petite enceinte perméable aux ondes acoustiques et immergée dans l'eau entre deux transducteurs. Pour une transmission optimale, il est nécessaire que les interfaces eau/milieu et milieu/eau réalisées à l'aide d'une fine membrane, soient parallèles aux faces avant des transducteurs. La méthode consiste à mesurer l'amplitude du second harmonique P_{20} d'un milieu dont le B/A est connu, l'eau est généralement prise comme milieu de référence et l'amplitude du second harmonique P_{2x} d'un milieu dont le B/A est à déterminer. Moyennant ces deux mesures le paramètre B/A peut être déduit.

L désigne la distance entre le transducteur émetteur et le transducteur récepteur, d étant l'épaisseur de l'échantillon à analyser, F indique le facteur correcteur de

diffraction, $D'' = \frac{2(\rho_0 c_0)_x}{(\rho_0 c_0)_0 + (\rho_0 c_0)_x}$ représente le coefficient de transmission eau/échantillon et $D' = \frac{2(\rho_0 c_0)_0}{(\rho_0 c_0)_0 + (\rho_0 c_0)_x}$ est le coefficient de transmission échantillon/eau (Figure 3).

Les paramètres $R_1 = D'D''e^{-\alpha_1 d}$ et $R_2 = (D'D'')^{1/2} e^{-\frac{\alpha_2 d}{2}}$ sont fonctions respectivement des coefficients d'atténuation du fondamental α_1 et du second harmonique α_2 .

La précision de leurs mesures est estimée à 8% pour les liquides et 12% pour les tissus mous.

III. 1. 5. Méthode comparative

La méthode comparative consiste à mesurer l'amplitude du second harmonique P_{20} d'un milieu dont le B/A est connu et l'amplitude du second harmonique P_{2x} d'un milieu dont le B/A est à déterminer, moyennant ces deux mesures le paramètre B/A peut être déduit. En effet, pour un milieu faiblement dissipatif et en se plaçant dans les mêmes conditions d'expérimentation pour la mesure des amplitudes P_{20} et P_{2x} , Gong et al. [27] ont pu déduire l'expression suivante en se basant sur la solution proposée par Fubini :

$$\left. \frac{B}{A} \right|_x = \frac{P_{2x} (\rho_0 c_0^3)_x}{P_{20} (\rho_0 c_0^3)_0} \left[\left(\frac{B}{A} \right)_0 + 2 \right] - 2 \quad (\text{III. 35})$$

L'indice 0 est relatif à un milieu dont le B/A est connu, l'indice x est relatif à un milieu dont le B/A est à déterminer.

Gong et al. [27] ont considéré l'eau comme milieu de référence. Ils estiment la précision de la mesure meilleure que 8% pour les liquides par comparaison avec les données de la littérature.

En 1991 Zhang et al. [12], ont proposé un modèle prenant en compte les effets d'atténuation et de diffraction. Leurs expériences ont été effectuées sur des milieux biologiques et le milieu de référence utilisé est une solution NaCl à 10%.

Plus récemment, Labat et al. [29] ont développé une méthode de mesure du paramètre de non linéarité, fondée sur la décomposition en somme de fonctions

gaussiennes en utilisant l'équation KZK dans laquelle les effets non linéaires, de diffraction et d'atténuation sont pris en considération. Les auteurs ont validé ce procédé dans l'éthanol en prenant comme milieu de référence l'eau, toutefois le problème de la précision des mesures n'a pas été abordé.

III. 2. Méthodes thermodynamiques

L'approche thermodynamique est basée sur la définition même du paramètre de non linéarité B/A et elle englobe plusieurs variantes parmi lesquelles : la méthode statique, la méthode directe et la méthode isentropique.

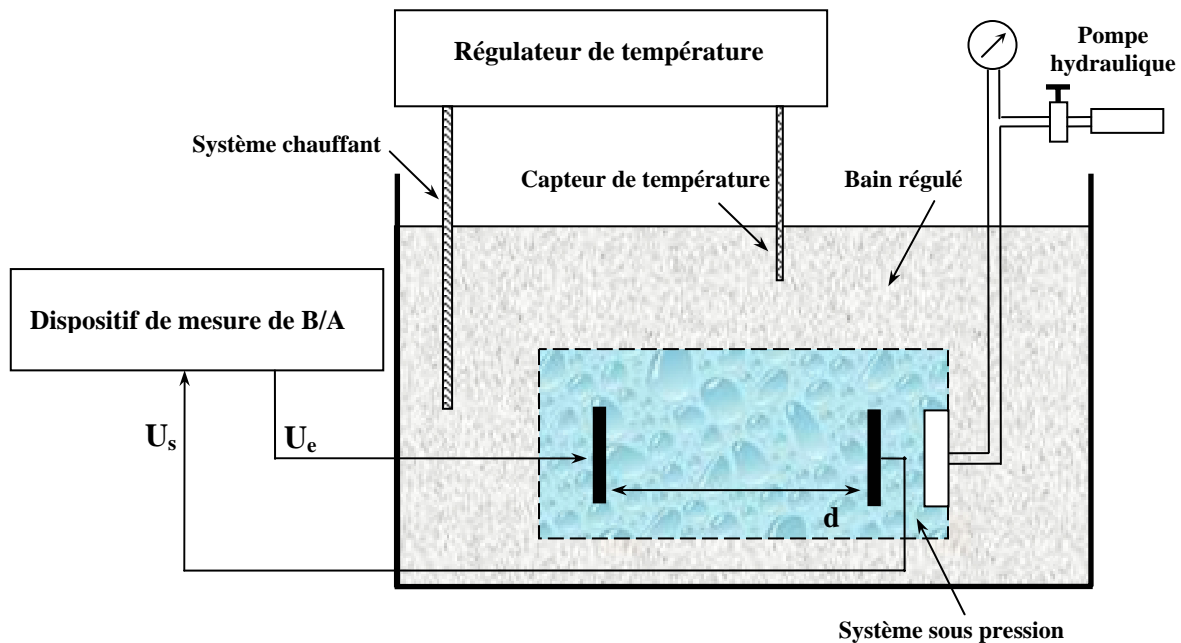


Figure 4 : Principe de mesure du paramètre B/A par la méthode thermodynamique.

III. 2. 1. Méthode statique

Au lieu de considérer le développement en série de Taylor de l'équation d'état $P=P(\rho, S)$ aboutissant aux équations (I. 5), (III. 1) et (III. 2), cette méthode exploite le développement à l'ordre 2 de l'équation d'état $P=P(\rho, T)$ [7] :

$$P = P_{\text{Equi}} + \frac{A_T}{1!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{B_T}{2!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots + \left[\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \right]_{T=T_0} (T - T_0) + \dots \quad (\text{III. 36})$$

$$\text{Où } \begin{cases} A_T = \rho_0 \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \right]_{\rho=\rho_0} \\ B_T = \rho_0^2 \left[\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_T \right]_{\rho=\rho_0} \end{cases}$$

Cette technique nécessite une mesure précise du volume (ou masse volumique) en fonction de la pression à température constante pour pouvoir déterminer le rapport B_T/A_T .

Pour un processus thermodynamique isotherme, l'équation (III. 36) se réécrit :

$$\frac{(P - P_0)}{\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)} = A_T + \frac{B_T}{2!} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (\text{III. 37})$$

A partir de la représentation graphique de $y = \frac{(P - P_0)}{\left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)}$ en fonction de $x = \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)$,

la pente de la droite permet de déduire $B_T/2$ et la coordonnée à l'origine correspond à la valeur de A_T .

Le rapport B/A peut être déduit moyennant l'expression suivante [7]:

$$\frac{B}{A} = \gamma \frac{B_T}{A_T} + \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial P} \right)_T + 2 \left(\gamma - \frac{1}{\rho_0 c_0} \right) \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_P \quad (\text{III. 38})$$

La difficulté majeure de la méthode statique est d'ordre expérimental en raison, d'une part, de la variation élevée des pressions statiques mise en jeu et, d'autre part, en raison du fait que le rapport B/A nécessite un nombre important de données thermodynamiques (Equation (III. 38)).

III. 2. 2. Méthode directe (dite traditionnelle)

Cette technique exploite l'équation (III. 9). Elle nécessite la connaissance de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale, la masse volumique, la chaleur spécifique à pression constante et le coefficient de dilatation thermique à pression constante. La méthode est basée sur la mesure des variations de la vitesse de l'onde ultrasonore induites par un changement de pression isotherme, d'une part, et celles engendrées

par un changement de température isobare d'autre part. Cette méthode fut initialement proposée pour les liquides par Beyer [1] en exploitant des données expérimentales déjà existantes dans la littérature.

Cependant cette méthode présente un inconvénient en raison de la variation élevée des pressions statiques. En effet la variation est comprise entre la pression atmosphérique et 2000 psi (136 atm) [13]. Ce qui limite son utilisation à des études in vitro.

Coppens et al. [7] ont procédé dans une première étape à la mesure de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale pour différentes valeurs de la température et de la pression statique en prenant divers liquides organiques et en analysant de l'eau salée à des concentrations différentes. Ces mesures furent par la suite utilisées pour la détermination du paramètre de non linéarité B/A.

En 1983 Law et al. [13] mesurent le paramètre de non linéarité B/A pour différents milieux biologiques. Le problème majeur des milieux biologiques est la méconnaissance du coefficient de dilatation ainsi que la chaleur spécifique à pression constante. Comme la composition des milieux biologiques est essentiellement à base d'eau, les auteurs utilisent les données de l'eau comme substitut. De plus le terme

$\left(\frac{B}{A}\right)''$ ne représente que 3% de la valeur globale ce qui justifie les mesures effectuées dans les milieux biologiques.

Jugan et al. [30] ont utilisé la méthode directe pour la détermination du rapport B/A afin de connaître les propriétés moléculaires d'un mélange de deux liquides organiques.

III. 2. 3. Méthode isentropique

Elle repose sur la définition du paramètre de non linéarité B/A (Equation (III. 5)). Le paramètre B/A est déterminé en mesurant la variation de la vitesse de l'onde ultrasonore induite par une variation isentropique de la pression statique. Il est donc nécessaire de créer une variation de pression suffisamment rapide et suffisamment

faible pour qu'il n'y ait pas de transfert de chaleur appréciable par conduction et pour que la transformation reste isentropique [3, 11, 31].

La détermination du paramètre B/A nécessite la mesure de la variation de la vitesse due à une variation isentropique de la pression statique. La mesure de la variation de la vitesse peut s'effectuer en utilisant la détection synchrone basée sur le principe de fonctionnement représenté par le schéma synoptique suivant :

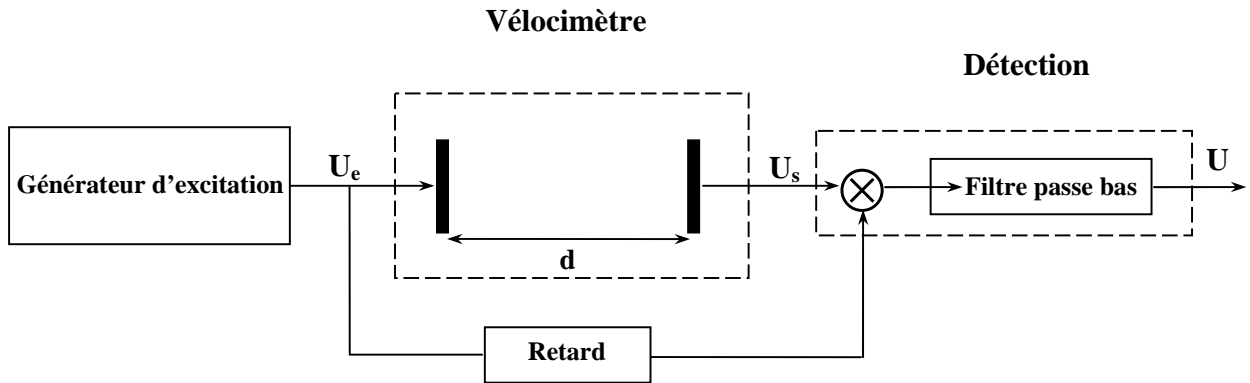


Figure 5 : Principe de mesures de la variation de la vitesse ultrasonore infinitésimale due à une variation de la pression statique.

Dans ce cas la variation Δc est déterminée à partir des variations du temps de vol $\Delta \tau$, l'équation (III. 5) se réécrit [11] :

$$\frac{B}{A} = - \frac{2\rho_0 c_0^2}{\tau} \frac{\Delta \tau}{\Delta P_s} \Big|_s \quad (\text{III. 39})$$

$\Delta \tau$ représente la variation du temps de vol t résultant d'une variation de la pression statique. Ces variations de temps de vol sont déterminées en mesurant le déphasage entre le signal reçu et le signal d'excitation considéré comme signal de référence. Ainsi l'équation (III. 39) se transforme en [28] :

$$\frac{B}{A} = - \frac{2\rho_0 c_0^3}{\omega d} \frac{\Delta \phi}{\Delta P_s} \Big|_s \quad (\text{III. 40})$$

d représente l'épaisseur du milieu à analyser.

Zhu et al. [11] et Gong et al. [28] proposent un dispositif expérimental permettant de mesurer le rapport B/A en utilisant de faibles variations de la pression statique (1

atm-2 atm). La précision de leur méthode est de 4% pour les liquides [11, 28] et de 7% pour les tissus mous [28].

Sachant que le déphasage s'accompagne par une variation de la tension de sortie, Plantier et al. [31] exploitent cette dernière pour remonter à la mesure du paramètre B/A. Dans ce cas l'équation (III. 5) s'écrit comme suit [31] :

$$\frac{B}{A} = - \frac{2\rho_0 c_0^3}{kA_1 A_2 \omega} \frac{\Delta U}{\Delta P}|_s \quad (\text{III. 41})$$

k, A₁ et A₂ sont des constantes déduites expérimentalement. Selon l'étude menée par Plantier et al. [31], la précision de leur méthode est inférieure à 3.5% dans le cas de la pression atmosphérique et de l'ordre de 5% pour des pressions plus importantes.

Seghal et al. [3] proposent un analyseur de réseau pour mesurer le déphasage résultant de la variation Δc de la vitesse de l'onde ultrasonore.

Par ailleurs, l'utilisation d'une boucle à verrouillage de phase à base d'un circuit électrique simple tel que celui proposé par Davies et al. [2] permet d'ajuster la fréquence du signal d'émission U_e de façon à avoir un déphasage constant de π/2 entre U_e et U_s durant toute la phase de variation ΔP de la pression statique.

Dans ce cas, $\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta c}{c_0}$ et f₀ est la fréquence initiale du signal. Ainsi l'équation (III. 5)

s'écrit [2]:

$$\frac{B}{A} = \frac{2\rho_0 c_0^2}{f_0} \frac{\Delta f}{\Delta P}|_s \quad (\text{III. 42})$$

Notons que la précision de cette méthode est inférieure à 1%.

IV. Conclusion

Au cours de ce chapitre, différentes techniques de mesure du paramètre de non linéarité ont été explorées. Grâce à ces méthodes, des valeurs de B/A furent obtenues pour de nombreux liquides et milieux biologiques.

Bien que les méthodes thermodynamiques soient les plus précises, elles ne peuvent être utilisées lors des études in vivo. Par ailleurs, les méthodes d'amplitude finie sont moins précises que les techniques thermodynamiques en raison de la difficulté à compenser les effets non linéaires de diffraction et à calibrer des transducteurs sur

une large gamme de fréquence. Toutefois, de nos jours ces méthodes permettent d'obtenir de meilleurs résultats en incluant un plus grand nombre de facteurs négligés auparavant lors de la modélisation théorique. Notons par ailleurs que ces techniques s'adaptent aussi bien pour des études *in vivo* qu'*in vitro* sans aucune restriction.

La comparaison des résultats issus des méthodes thermodynamiques avec les résultats obtenus par génération du second harmonique présente des différences importantes. Ces différences mettent en évidence la difficulté de ce type de mesure. La génération d'harmoniques nécessite la calibration des capteurs, ce qui induit de grandes incertitudes expérimentales. Cependant les valeurs sont systématiquement plus grandes en génération d'harmoniques qu'en mesures thermodynamiques, ce qui tend à prouver qu'une erreur systématique, due à la configuration expérimentale, entache les résultats.

Comme la fiabilité accordée aux mesures thermodynamiques est meilleure que celle accordée à la génération d'harmoniques, nous opterons dans le cadre de cette thèse pour la méthode la plus fiable pour mesurer le paramètre B/A sous pression et en fonction de la température pour deux milieux fluides : l'eau et la glycérine.

Références

- [1] R. T. Beyer, "Parameter of Nonlinearity in Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 32, N° 6, June, 1960, pp 719-721.
- [2] J. R. Davies, J. Tapson, B. J. P. Mortimer, "A Novel Phase Locked Cavity Resonator for B/A Measurements in Fluids", *Ultrasonics*, 38, 2000, pp 284-291.
- [3] C. M. Sehgal, R. C. Bahn, J. F. Greenleaf, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A in Human Tissues by a Thermodynamic Method", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 76, N° 4, October, 1984, pp 1023-1029.

- [4] E. C. Everbach, R. E. Apfel, "An interferometric Technique B/A Measurements", J. Acoust. Soc. Am., Vol 98, N° 6, December, 1995, pp 3428-3438.
- [5] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Imaging of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A for Biological Tissues via a Parametric Array", Ultrasound in Med. & Biol., Vol 27, N° 10, 2001, pp 1359-1365.
- [6] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Investigation of the Acoustic Nonlinearity Parameter Tomography for Excised Pathological Biological Tissues", Ultrasound in Med. & Biol., Vol 25, N° 4, 1999, pp 593-599.
- [7] A. B. Coppens, R. T. Beyer, M. B. Seiden, J. Donohue, F. Guepin, R. H. Hodson, C. Townsend, "Parameter of Nonlinearity in Fluids. II", J. Acoust. Soc. Am., Vol 38, 1965, pp 797-804.
- [8] R. E. Apfel, "The Effective Nonlinearity Parameter for Immiscible Liquid Mixtures", J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 6, December, 1983, pp 1866-1868.
- [9] C. M. Sehgal, "Non Linear Ultrasonics to Determine Molecular Properties of Pure Liquids", Ultrasonics, Vol 33, N° 2, 1995, pp155-161.
- [10] W. N. Cobb, "Finite Amplitude Method for the Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A", J. Acoust. Soc. Am., Vol 73, N° 5, May, 1983, pp 1525-1531.
- [11] Z. Zhu, M. S. Roos, W. N. Cobb, K. Jensen, "Determination of Acoustics Nonlinearity Parameter B/A from Phase Measurements", J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 5, November, 1983, pp 1518-1521.

- [12] J. Zhang, M. Kuhlenschmidt, F. Dunn, "Influences of Structural Factors of Biological Media on the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 89, N° 1, January, 1991, pp 80-91.
- [13] W. K. Law, L. A. Frizzell, F. Dunn, "Comparison of Thermodynamic and Finite Amplitude Methods of B/A Measurement in Biological Materials", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 74, N° 4, October, 1983, pp 1295-1297.
- [14] B. Hartmann, G. F. Lee, E. Balizer, "Calculation of B/A for n-Alkane Liquids Using the Tait Equation", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 108, N° 1, July, 2000, pp 65-70.
- [15] L. Adler, E. A. Hiedemann, "Determination of the Nonlinearity Parameter B/A for Water and m-Xylene", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 34, N°4, April, 1962, pp 410-412.
- [16] M. F. Hamilton, D. T. Blackstock, "On the Coefficient of Nonlinearity β in Nonlinear Acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 83, N° 1, January, 1988, pp 74-77.
- [17] G. W. Willard, "Criteria for Normal and Abnormal Ultrasonic Light Diffraction Effects", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 21, N° 2, March, 1949, pp 101-108.
- [18] I. G. Mikhailov, V. A. Shutilov, "Distortion of the Finite Amplitude Ultrasonic Waveform in Various Liquids", *Sov. Phys. Acoust.*, 6, 1961, pp 340-346.
- [19] K. L. Zankel, E. A. Hiedemann, "Simple Demonstration of the Presence of the Second Harmonic in progressive Ultrasonic Waves of Finite Amplitude", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 30, N° 6, June, 1958, pp 582-583.
- [20] K. L. Zankel, E. A. Hiedemann, "Diffraction of Light by Ultrasonic Waves Progressing with Finite but Moderate Amplitudes in Liquids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 31, N° 1, January, 1959, pp 44-54.

- [21] H. A. Kashkooli, P. J. Dolan Jr, C. W. Smith, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Water, Methanol, Liquid Nitrogen, and Liquid Helium II by two Different Methods: A Comparison", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 82, N° 6, December, 1987, pp 2086-2089.
- [22] S. Takahashi, "Measurement of Acoustic Nonlinearity Parameter of Liquids by Observation of Waveforms", *Jpn. J. Appl. Phys*, Vol 34, Part I, N° 5B, May, 1995, pp 2790-2092.
- [23] L. Germain, R. Jacques, J. D. N. Cheeke, "Acoustics Microscopy Applied to Nonlinear Characterization of Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 86, N° 4, Octobre, 1989, pp 1560-1565.
- [24] V. Smirnov, "Cours de Mathématiques Supérieures", Tome III, Deuxième partie, Editions Mir, Moscou.
- [25] W. K. Law, L. A. Frizzell, F. Dunn, "Ultrasonic Determination of the Nonlinearity Parameter for Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 69, N° 4, April, 1981, pp 1210-1212.
- [26] V. V. Shklovskaya-Kordi, "An Acoustic Method of Determining the Internal Pressure in a Liquid", *Soviet Physics- Acoustics*, Vol 9, N° 1, July- September, 1963, pp 82-85.
- [27] X. F. Gong, R. Feng, C. Y. Zhu, T. Shi, "Ultrasonic Investigation of the Nonlinearity Parameter B/A in Biological Media", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 76, N° 3, September, 1984, pp 949-950.
- [28] X. F. Gong, Z. M. Zhu, T. Shi, J. H. Huang, "Determination of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Biological Media Using FAIS and ITD Methods", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 86, N° 1, July, 1989, pp 1-5.

- [29] V. Labat, J. P. Remenieras, O. Bou Matar, A. Ouahabi, F. Patat, "Harmonic Propagation of Finite Amplitude Sound Beams: Experimental Determination of the Nonlinearity Parameter B/A", *Ultrasonics*, 38, 2000, pp 292-296.
- [30] J. Jugan, M. Abdul Khadar, "Acoustic Nonlinearity Parameter B/A and Related Molecular Properties of Binary Organic Liquid Mixtures", *Journal of Molecular Liquids*, Vol 100, N° 3, 2002, pp 217-227.
- [31] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the B/A Nonlinearity Parameter under High Pressure: Application to Water", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 111, N° 2, February, 2002, pp 707-715.

Annexe A

Détermination du paramètre C dans le cas d'un processus isentropique

La constante C est définie par :

$$C = \rho_0^3 \left[\left(\frac{\partial^3 P}{\partial \rho^3} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A1)$$

En utilisant l'équation (III. 4), l'expression (A1) devient :

$$C = \rho_0^3 \left[\left(\frac{\partial^2 c^2}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A2)$$

Par un calcul simple de dérivée l'équation (A2) s'écrit :

$$C = 2\rho_0^3 \left[\left(\frac{\partial c}{\partial \rho} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}^2 + 2\rho_0^3 c_0 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A3)$$

En utilisant l'équation (III. 5), l'équation (A3) se transforme en :

$$C = \frac{1}{2} \rho_0 c_0^2 \left(\frac{B}{A} \right)^2 + 2\rho_0^3 c_0 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A4)$$

Le terme suivant peut se réécrire comme suit :

$$\left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} = 2c_0^3 \left[\left(\frac{\partial c}{\partial \rho} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}^2 + c_0^4 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A5)$$

De même en utilisant l'équation (III. 5), l'équation (A5) s'exprime comme suit :

$$\left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} = \frac{c_0}{2\rho_0^2} \left(\frac{B}{A} \right)^2 + c_0^4 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A6)$$

En insérant l'équation (A6) dans l'équation (A4), C s'écrit:

$$C = \frac{3}{2} \rho_0 c_0^2 \left(\frac{B}{A} \right)^2 + 2\rho_0^3 c_0^5 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A7)$$

Généralement le rapport suivant est plus représentatif [3] :

$$\frac{C}{A} = \frac{3}{2} \left(\frac{B}{A} \right)^2 + 2\rho_0^2 c_0^3 \left[\left(\frac{\partial^2 c}{\partial \rho^2} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (A8)$$

Chapitre IV

Dispositifs et procédures expérimentales pour la détermination du paramètre de non linéarité B/A

Si nous parvenons jusqu'à la fin de notre histoire, nous verrons que très souvent le bien a l'apparence du mal mais qu'il reste le bien et fait partie du plan que dieu a créé pour l'humanité...

(La Cinquième Montagne)

Paolo Coelho

I. Introduction

La biotechnologie à haute pression statique est une nouvelle technique qui prend actuellement de l'ampleur. Elle fut initialement appliquée pour la transformation des produits alimentaires et plus récemment dans les sciences médicales. De nos jours, les études sous pression sur des systèmes vivants ont pris de l'importance. Grâce à ce procédé des rapports entre la structure et la fonction des macromolécules biologiques ont pu être établis [1].

Par ailleurs, un certain nombre d'anomalies structurales d'un tissu peuvent être détectées en exploitant uniquement les propriétés non linéaires de ce dernier. La quantification de l'effet de la non linéarité d'un milieu, exige la mesure du paramètre B/A qui fournit des informations significatives sur les propriétés structurales de la matière. Selon les travaux de Zhang et al. [2, 3], le paramètre de non linéarité B/A est sensible aux formes pathologiques des tissus biologiques et sa valeur dépend essentiellement de la composition et de la structure des tissus analysées [2, 3]. En effet par une simple mesure du paramètre B/A, un tissu affecté par une pathologie quelconque peut être distingué d'un tissu sain. En conséquence, le paramètre de non linéarité peut être employé comme un nouveau paramètre dans le diagnostic ultrasonore et peut également fournir des informations importantes dans la recherche biomédicale liée à la thérapie [2, 3].

A cet effet, nous avons jugé utile que l'étude expérimentale entreprise englobe non seulement la détermination du paramètre de non linéarité B/A mais aussi l'analyse sous pression de son évolution en fonction de la température.

Comme la glycérine constitue environ 10 % des lipides d'une molécule, l'évaluation sous pression du paramètre de non linéarité B/A de la glycérine en fonction de la température qui représente un autre facteur influençant les changements structurels, a été effectuée dans cette étude expérimentale. La glycérine se présente sous différentes formes, simple, mélange ou complexe en tant que glycéride en association avec des acides gras, les hydrates de carbone, phosphate ou acide aminé et elle se métabolise dans le corps humain pour former le glycogène.

De plus, la détermination du paramètre de non linéarité B/A pour les tissus biologiques fortement atténuants revêt de nos jours un intérêt particulier dans la recherche fondamentale de l'application des ultrasons dans le domaine biomédical.

L'eau quant à elle, en raison de son importance dans la composition de la matière biologique a exigé une analyse assez fine sous pression et en fonction de la température. L'eau est omniprésente dans les tissus biologiques sachant qu'elle représente 60% du poids d'un individu. Elle se répartit en eau extracellulaire 33% et 67% pour l'eau intracellulaire. L'eau extracellulaire regroupe le plasma 8% et les fluides interstitiels 25%. A titre d'exemple, le plasma est constitué de 93% d'eau et seulement 7% de protéines, lipides, sels, sucres...

Il y a également une série de structures physiologiques qui contiennent de l'eau :

- Les fluides interstitiels (péricarde, plèvre, péritoine, synovie).
- Les fluides trans-cellulaires (humeur aqueuse de l'œil, fluide cérébrospinal, système gastro-intestinal, système génito-urinaire, système naso-respiratoire).

Un certain nombre d'approches ont été proposées pour considérer l'eau comme référence dans les mesures acoustiques des dispositifs médicaux [4]. Ainsi, l'eau reste le milieu de mesure le plus universellement acceptable dans les applications acoustiques, exigeant par conséquent une analyse précise.

II. Mesure du paramètre de non linéarité B/A

II. 1. Principe

Pour les raisons citées dans le chapitre III, une méthode thermodynamique a été exploitée pour la détermination expérimentale du paramètre de non linéarité B/A. Cette mesure est basée sur une méthode isentropique modifiée, dans laquelle le paramètre de non linéarité est exprimé comme une variation d'une tension continue due à une variation isentropique de la pression hydrostatique [5].

La méthode isentropique est généralement basée sur la définition même du

paramètre de non linéarité $\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left[\left(\frac{\partial c}{\partial P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$. La détermination expérimentale du

paramètre de non linéarité exige la mesure du changement de la vitesse ultrasonore

dû à un changement isentropique de la pression statique. Ainsi, il est nécessaire de créer une variation assez rapide de la pression hydrostatique et suffisamment faible de sorte qu'il n'y ait aucun transfert de chaleur appréciable par conduction et pour que le processus thermodynamique demeure isentropique [5-7]. Notons que la mesure du terme exprimé sous la forme d'une dérivée doit s'accompagner des mesures de la masse volumique et de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale effectuées sous les mêmes conditions de pression et de température. Selon les travaux de Everbach and al. [8], il est plus précis de mesurer la variation du déphasage induite par une variation isentropique de la pression que de mesurer la variation de la vitesse de l'onde ultrasonore occasionnée par une légère surpression lors d'un processus isentropique.

Pour cela une technique de comparaison de phase, initiée par Williamson et al. [9], puis développée et améliorée au sein du Laboratoire de Thermodynamique et Energétique des Fluides Complexes de l'Université de Pau a été utilisée [10].

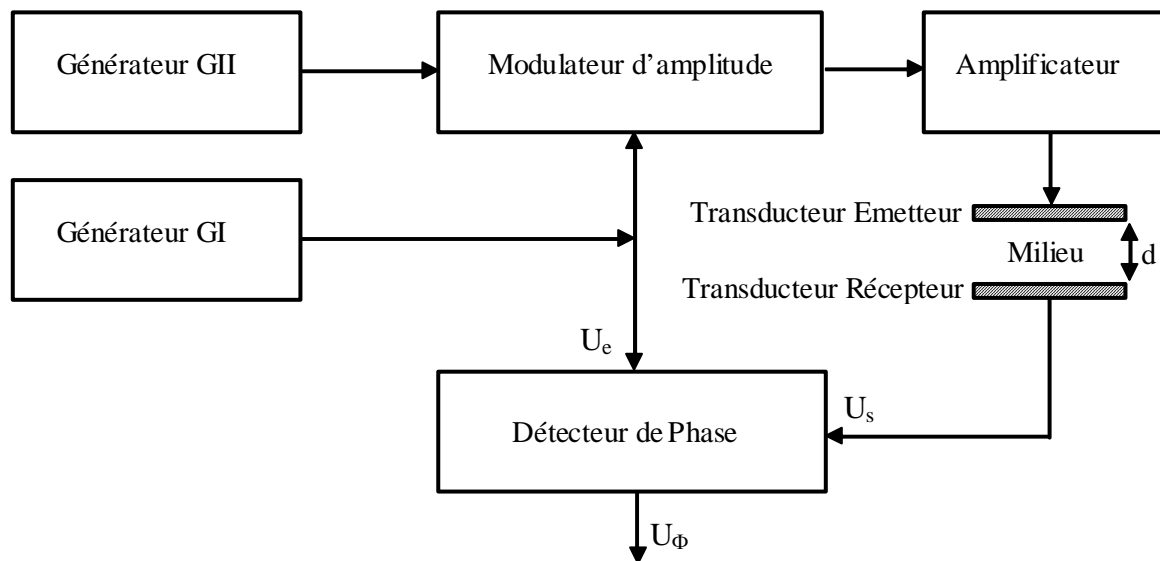


Figure 1 : Schéma synoptique de la méthode de comparaison de phase

La méthode consiste à mesurer le déphasage entre le signal U_e de référence délivré par le générateur GI et le signal U_s engendré par la propagation de l'onde ultrasonore dans le milieu à analyser. Le détecteur de phase est sensible à toute variation de déphasage due à une variation isentropique de pression (Figure 1).

Les signaux U_e et U_s , en cohérence de phase, ont la même fréquence porteuse et présentent une différence de phase constante et peuvent s'écrire comme suit [10, 11, 12]:

$$\begin{cases} U_e = A_e \sin(\omega t + \phi_e) \\ U_s = A_s \sin\left[\omega\left(t - \frac{d}{c_0}\right) + \phi_s\right] \end{cases} \quad (\text{IV. 1})$$

A_e et A_s étant les amplitudes respectives du signal de référence et du signal détecté par le transducteur récepteur, ω est la fréquence angulaire d'excitation, d représente la distance séparant les deux transducteurs placés l'un en regard de l'autre et c_0 est la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale dans le milieu analysé.

La différence de phase entre les deux signaux U_e et U_s correspond au déphasage engendré par le passage de l'onde ultrasonore dans le milieu de propagation.

Les termes ϕ_e et ϕ_s ont été rajoutés dans l'expression de U_e et U_s pour tenir compte des déphasages introduits par chacun des éléments de la chaîne de mesure. Ces déphasages sont dus d'une part à l'électronique du système et d'autre part aux couplages électroacoustique et acoustoélectrique des transducteurs qui sont sensibles à toute variation de la pression statique. De ce fait, lors des essais toutes les précautions sont prises pour compenser la variation de ϕ_s due à une variation isentropique de la pression statique. Le signal de sortie du détecteur de phase, associé à un filtre passe-bas, est donné par :

$$U_\phi = kA_e A_s \sin\left(\omega \frac{d}{c_0} + \phi_e - \phi_s + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{IV. 2})$$

k désigne une constante qui dépend des caractéristiques du détecteur de phase (modulateur d'amplitude).

Ainsi le signal de sortie U_ϕ du détecteur de phase est proportionnel au produit des amplitudes des signaux U_e et U_s .

L'équation (IV. 2) peut s'écrire autrement :

$$U_\phi = kA_e A_s \sin\phi \quad (\text{IV. 3})$$

dans laquelle $\phi = \omega \frac{d}{c_0} + \phi_e - \phi_s + \frac{\pi}{2}$ désigne le déphasage du signal U_s par rapport au signal de référence U_e .

Toute variation isentropique de la pression statique impliquera une variation systématique de c_0 , d et ϕ_s entraînant ainsi une variation du déphasage ϕ . Il sera prouvé par la suite que l'effet de la variation de la pression statique sur la distance d est négligeable. Donc, toute variation isentropique de la pression statique entraînera une variation du déphasage ϕ donnée par :

$$\Delta\phi = -\omega \frac{d}{c_0^2} \Delta c_0 - \Delta\phi_s \quad (\text{IV. 4})$$

Par ailleurs, pour s'affranchir expérimentalement de $\Delta\phi_s$ due à une variation isentropique de la pression statique, un protocole de mesure est établi en accordant la fréquence du signal émis par le générateur d'excitation de sorte que le déphasage ϕ prenne une faible valeur (ce qui est équivalent d'un point de vue trigonométrique à une valeur égale à $(n\pi + \delta)$, n étant un entier et δ une quantité infinitésimale) et que $\Delta\phi_s$ s'annule pour que « la condition nulle » soit satisfaite.

La variation du déphasage ϕ peut s'écrire comme suit:

$$\Delta\phi = -(\omega + \Delta\omega) \frac{d}{c_0^2} \Delta c_0 \quad (\text{IV. 5})$$

En insérant l'équation (IV. 5) dans l'expression du paramètre de non linéarité, B/A est donné par :

$$\frac{B}{A} = -\frac{2\rho_0 c_0^3}{(\omega + \Delta\omega)d} \left[\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{p=\rho_0} \quad (\text{IV. 6})$$

Au voisinage de la condition dite "condition nulle", exploitée dans la technique de comparaison de phase, toute variation de la tension ΔU_ϕ peut être considérée comme une fonction linéaire de la variation du déphasage $\Delta\phi$.

En effet, aux alentours immédiats de cette condition, la fonction sinusoïdale intervenant dans l'équation (IV. 2) peut être approximée par un développement en série de Taylor au voisinage de zéro du premier ordre et le signal U_ϕ peut alors être approximé à l'aide d'une forme dépendant linéairement du déphasage:

$$U_\phi \approx kA_e A_s \phi \quad (\text{IV. 7})$$

Par conséquent, toute variation du déphasage due à une variation isentropique de la pression est donnée par :

$$\Delta\phi = \frac{1}{kA_e A_s} \Delta U_\phi \quad (\text{IV. 8})$$

En combinant les équations (IV. 6) et (IV. 8), le paramètre de non linéarité s'exprime comme suit [5]:

$$\frac{B}{A} = -\frac{2\rho_0 c_0^3}{(\omega + \Delta\omega)d} \frac{1}{kA_e A_s} \left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0} \quad (\text{IV. 9})$$

Ainsi, la mesure du paramètre de non linéarité B/A peut se ramener à la détermination de la variation de la tension continue de sortie du détecteur de phase ΔU_ϕ provoquée par une variation isentropique de la pression.

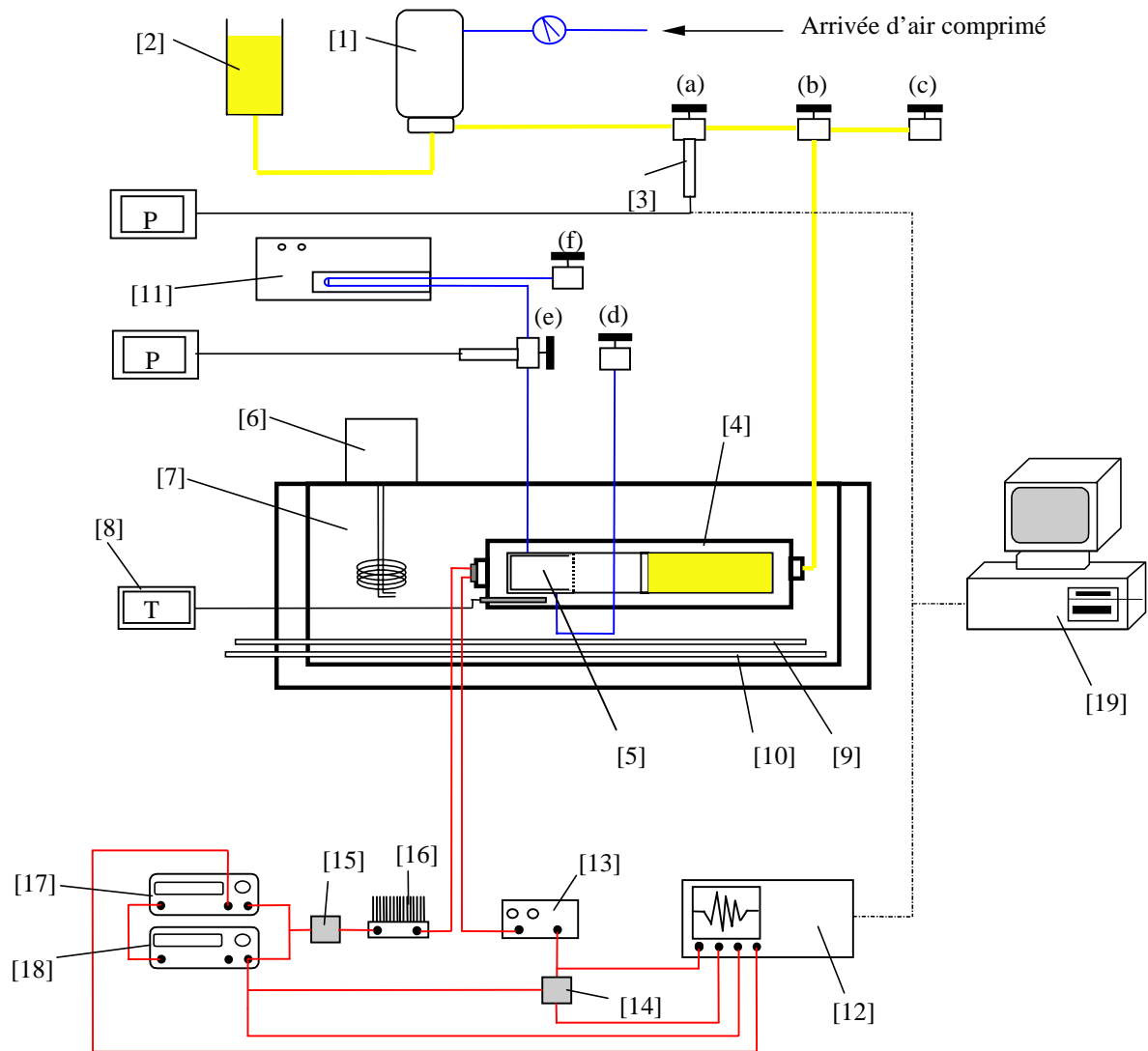
II. 2. Dispositif expérimental

II. 2. 1. Description générale

Le dispositif expérimental permettant la mesure du paramètre de non linéarité est représenté dans la figure 2 [13].

Le dispositif expérimental est composé de quatre parties distinctes dont les rôles peuvent être dissociés (Figure 3).

- La première partie représente la cellule de mesure proprement dite, constituée d'une cellule autoclave dans laquelle est introduite une sonde acoustique.
- La deuxième, purement électronique, concerne l'émission et la réception de trains de sinusoïdes ainsi que la mesure du déphasage entre les différents signaux.
- La troisième partie rassemble les éléments nécessaires à la régulation thermique ainsi qu'à la mise sous pression des fluides étudiés.
- Enfin la dernière partie regroupe l'ensemble des instruments de calcul, de pilotage de la manipulation et de visualisation des signaux.



<p>[1] Pompe [2] Réservoir d'huile [3] Capteur de pression [4] Cellule autoclave avec séparateur intégré [5] Sonde acoustique [6] Thermostat à immersion [7] Huile de silicone</p>	<p>[8] Sonde Pt100 et thermomètre [9] Jets d'air pulsé [10] Serpentin de refroidissement [11] Densimètre [12] Oscilloscope [13] Récepteur d'impulsions</p>	<p>[14], [15] Mélangeurs [16] Amplificateur [17], [18] Générateurs [19] Micro-ordinateur (a),..., (f)- Vannes ■ Huile de compression</p>
--	---	---

Figure 2 : Dispositif expérimental global

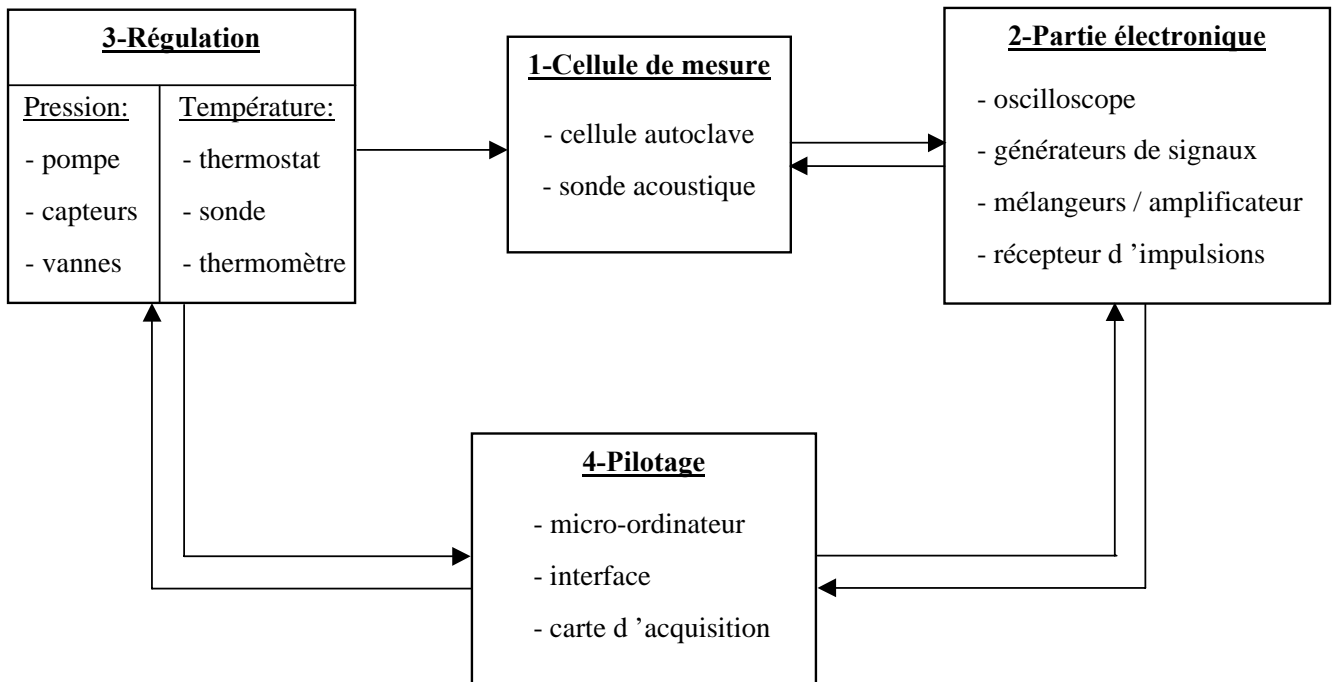


Figure 3 : Schéma synoptique du dispositif expérimental

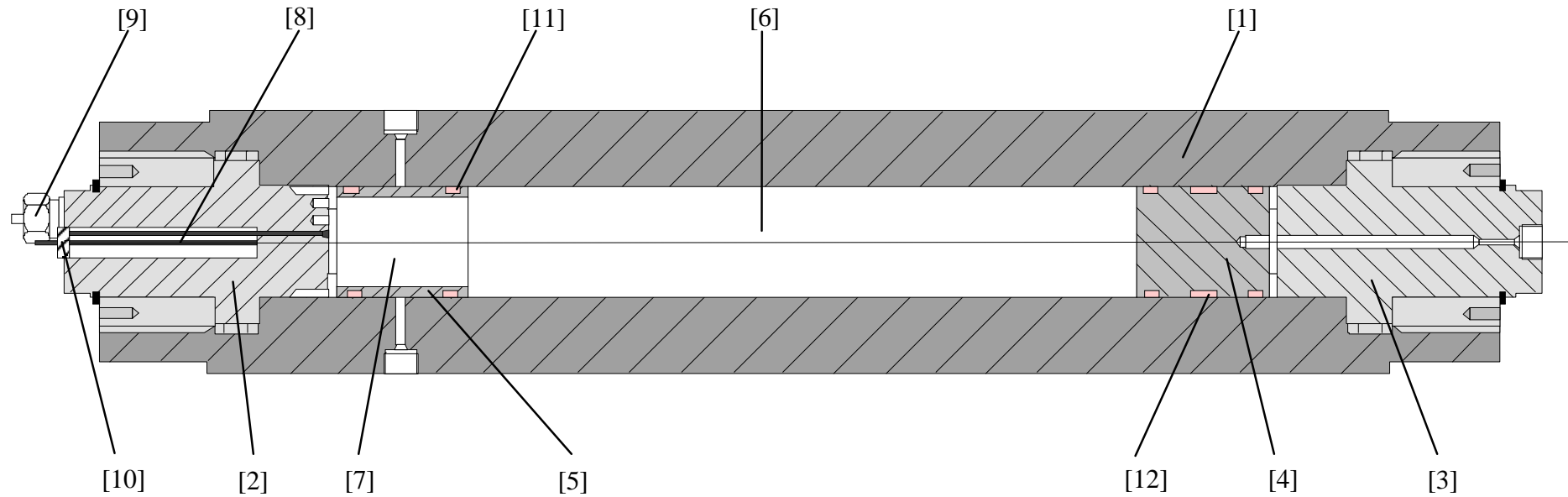
II. 2. 2. Cellule de mesure

Il s'agit de l'élément principal du dispositif expérimental dont la schématisation en coupe longitudinale est représentée sur la figure 4. Elaborée par la société TOPINDUSTRIE, elle est constituée de différents éléments [13]:

↳ Un cylindre central creux en acier inoxydable d'une longueur de 632 mm et de diamètre extérieur de 115 mm dans lequel un piston mobile peut se déplacer permettant ainsi de transmettre la pression au fluide étudié par l'intermédiaire d'une huile de compression ; plusieurs joints en viton garantissent une parfaite étanchéité entre l'huile de compression et l'échantillon,

↳ Un obturateur, placé du côté de l'échantillon étudié, en acier inoxydable dans lequel sont disposés, d'une part, les passages électriques pour assurer la connexion des transducteurs et d'autre part, un "doigt de gant" destiné à accueillir une sonde de température. Cet obturateur est solidaire de la sonde acoustique,

↳ Un obturateur, côté fluide de compression, en acier inoxydable.



- | | |
|------------------------------------|---|
| [1] - Corps de la cellule | [7] -Emplacement de la sonde acoustique |
| [2] - Obturateur capteur | [8] - Passages électriques |
| [3] - Obturateur | [9] - Doigt de gant |
| [4] - Piston | [10] - Entretoise en téflon |
| [5] - Tube pour la butée du piston | [11] - Joints en viton |
| [6] - Espace libre pour le fluide | [12] - Segments de guidage |

Figure 4 : Cellule de mesure [13]

Les caractéristiques géométriques retenues pour cette cellule offrent un volume interne utile de 0,66 litre et autorisent la réalisation de mesures en pression jusqu'à 100 MPa dans un domaine de température compris entre 253.15 K et 423.15 K. Cette gamme de température correspond pleinement au fonctionnement optimal des transducteurs qui imposent une température maximale d'utilisation de l'ordre de la moitié de la température de Curie du matériau (423.15 K).

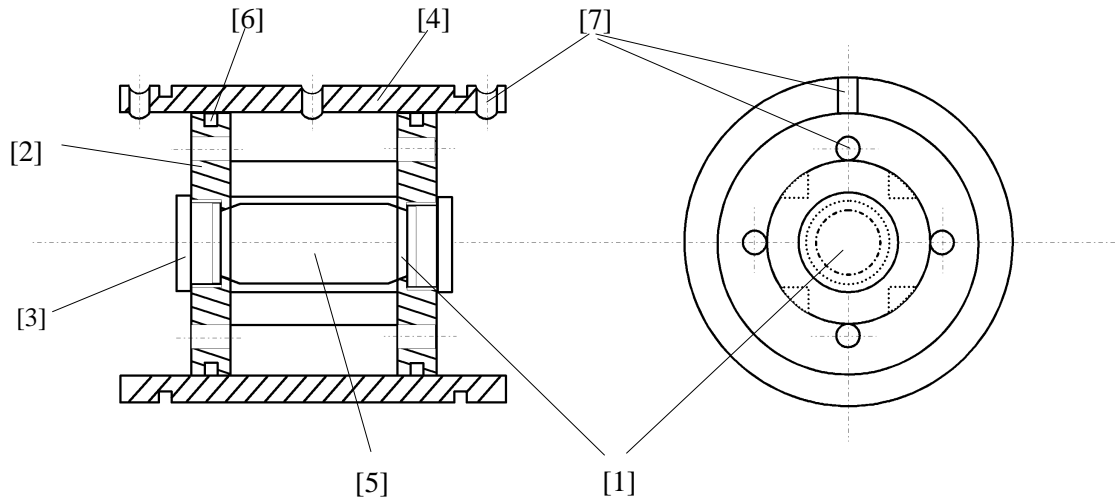
La cellule de mesure est intégralement immergée dans un bain thermostaté dont la température est régulée à l'aide d'un thermostat à immersion, qui permet une régulation rapide et stable [13].

II. 2. 3. Sonde acoustique

Cette partie se compose de la cellule porte transducteurs et comme l'indique la figure 5, il s'agit d'un bloc cylindrique creux en acier inoxydable sur lequel sont fixés les deux transducteurs piézoélectriques de marque QUARTZ et SILICE. Ces deux éléments, de type PZT, sont disposés parallèlement l'un à l'autre. Ils sont de forme cylindrique avec un diamètre de 12 mm et possèdent une fréquence de résonance de 5 MHz. Un des deux transducteurs fonctionne en tant qu'émetteur et l'autre en tant que récepteur. Une fois disposés sur l'armature, le diamètre de la surface active des transducteurs est de 10 mm.

La face de chaque transducteur au contact direct de l'armature sert de masse électrique. L'autre face est soudée à un fil la reliant à une prise BNC servant d'électrode positive et assurant ainsi la transmission des impulsions sonores entre les éléments piézoélectriques et l'électronique externe [13]. Le transducteur émetteur est alimenté par un signal électrique prélevé à la sortie d'un amplificateur de puissance (RK modèle A300-10-M) et le transducteur récepteur est directement relié à un récepteur d'impulsions de marque PANAMETRICS (modèle 5055 PRM). Dans ce dernier appareil, le signal transmis par le transducteur récepteur est amplifié de façon à garder invariante l'amplitude du signal de sortie, ici 300 mV crête à crête, durant toute la mesure puis filtré pour diminuer le bruit basse fréquence. En effet, il convient de noter que sous pression la fréquence nominale (5MHz), fonction de l'épaisseur de la pastille piézoélectrique, donnée par le constructeur change. Par

conséquent la fréquence d'excitation doit être accordée à la nouvelle fréquence de travail de l'élément piézoélectrique. Dans le cadre de nos mesures, une autre solution est adoptée en augmentant l'amplitude de la tension d'excitation (300 mV crête à crête) sans changer la fréquence d'excitation pour compenser la différence d'amplitude observée sous pression.



- | | |
|-------------------------------------|--|
| [1] - Transducteurs | [5] - Espace libre pour le fluide |
| [2] - Porte-transducteurs | [6] - Joints en viton |
| [3] - Serre-transducteurs en téflon | [7] - Passages pour la circulation du fluide |
| [4] - Tube pour la butée du piston | |

Figure 5 : Sonde acoustique [13]

II. 2. 4. Circuit électronique pour la mesure du déphasage

Le circuit électronique, représenté sur la figure 6, comporte l'ensemble des éléments nécessaires à la détermination de la variation du signal de phase [10]. Un générateur de fonction (Hewlett Packard, modèle HP33120A), désigné par générateur GI sur la figure 6, délivre un signal sinusoïdal de fréquence 5 MHz. Ce signal est appliqué à l'entrée du modulateur d'amplitude (de marque RK, modèle MIXCA), noté MI sur le schéma synoptique.

Le signal de sortie du double mélangeur MI est contrôlée temporellement par une porte commandée par un second générateur d'impulsions (modèle HP 33120A), identifié par la notation GII sur la figure descriptive. Cet ensemble permet d'engendrer des trains de sinusoïdes de durée 15 μ s à une fréquence de récurrence de 2.2 kHz, la fréquence porteuse de 5 MHz est égale à la fréquence nominale des transducteurs utilisés. Ces trains de sinusoïdes sont amplifiés par l'amplificateur de puissance (RK A300-10M) avant d'être appliqués au transducteur émetteur et cela afin de maintenir un signal de sortie constant durant toutes les expériences (300 mV crête à crête). Un second double mélangeur RK (modèle MIXCA), désigné mélangeur MII sur la figure 6, est configuré en tant que de détecteur de déphasage entre l'onde de référence provenant du générateur GI et le train de sinusoïdes provenant de la sortie du récepteur PANAMETRICS. Un filtre passe bas inclus dans le mélangeur, de fréquence de coupure 300 kHz, a pour rôle d'éliminer les harmoniques restantes de l'onde porteuse du signal de phase détecté et le bruit haute fréquence engendré par la chaîne de mesure. Le signal de sortie du filtre est continu et d'amplitude proportionnelle à la différence de phase entre les deux signaux.

Toute fluctuation de la tension continue de sortie du détecteur de phase ne peut être attribuée qu'à une instabilité dans l'équilibre thermodynamique du fluide à analyser. Comme cette technique est extrêmement sensible à de faibles déphasages causés par la variation de la vitesse de l'onde ultrasonore due à l'instabilité de la pression et de la température (une faible fluctuation de ces deux paramètres engendrent un changement manifeste du déphasage), la méthode de comparaison de phase sert donc également à contrôler l'équilibre en température et en pression régnant à l'intérieur de la cellule de mesure [13].

II. 2. 5. Régulation et contrôle de la pression et de la température

II. 2. 5. 1. Régulation et mesure de la pression

Une pompe de marque MAXIMATOR (de type M) permet la mise en pression puis le maintien à la pression souhaitée du circuit tout entier. Cette pompe est une pompe à piston actionnée par air pressurisé et commandée par un coulisseau. Elle est pilotée

par la pression de l'air comprimé qui est régulé au moyen d'un détendeur. Le piston, jouant le rôle d'interface entre l'échantillon et l'huile de compression à l'intérieur de la cellule, permet de transmettre la pression au fluide étudié en évitant tout contact entre les deux fluides.

La mesure de la pression s'effectue au moyen d'un capteur de marque HBM (modèle P3MB-100 MPa) branché à la vanne de sortie de la cellule et d'un boîtier contenant un amplificateur. La calibration de ce système a été effectuée avec une balance à poids de marque BUDENBERG. La précision des mesures ainsi relevées a été estimée à 0.1 % sur toute la gamme d'investigation [13].

La modification brusque de pression indispensable à la détermination du

terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$ s'obtient par l'ouverture ou la fermeture manuelle de vannes

disposées sur le circuit pression. Le processus thermodynamique isentropique,

impliqué dans le terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$, est satisfait car la transformation est réalisée

rapidement (entre 1 et 5 secondes environ) et la variation de pression est suffisamment faible (de l'ordre de 0,5 à 5 bar). Dans ce cas, aucune perte thermique significative par conduction n'intervient dans la cellule de mesure au cours de l'expérience.

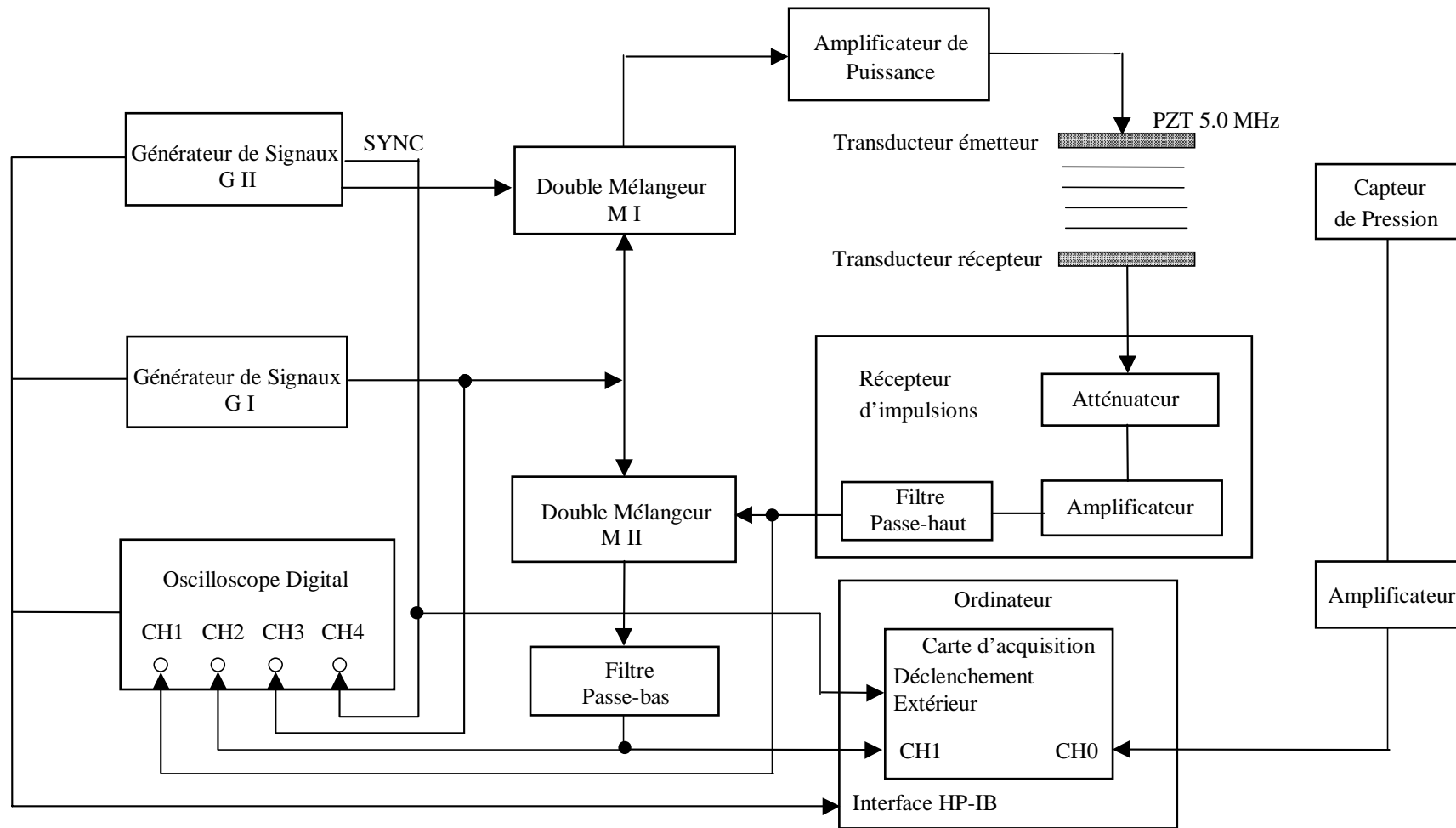


Figure 6 : Circuit électronique global

II. 2. 5. 2. Régulation thermique et mesure de la température

➤ Régulation thermique

La cellule de mesure est intégralement immergée dans un bain d'huile de silicone dont la température est régulée par un thermostat à immersion de marque HUBER (modèle polystat cc2) fonctionnant dans une gamme de températures comprise entre 243.15 K et 473.15 K. L'homogénéisation du bain est assurée par des jets d'air pulsé. De plus, la cuve dispose d'un serpentin de refroidissement destiné à améliorer la régulation aux températures voisines de la température ambiante. La cuve est elle-même constituée d'une double paroi dans laquelle a été coulée de la mousse expansive en polyuréthane dans le but de minimiser les fuites thermiques vers le milieu extérieur [13].

➤ Mesure de la température

Comme l'indique la figure 7, un "doigt de gant" disposé dans l'obturateur est muni d'une sonde de température platine Pt 100 de marque MESUREX afin que la mesure de température soit représentative de celle régnant au sein même de l'échantillon étudié. Cette sonde est connectée à un thermomètre étalon de marque AOIP (type PN 5207). Différents essais comparatifs de calibration permettent de conclure que la précision des relevés de température est meilleure que 0.2% [13].

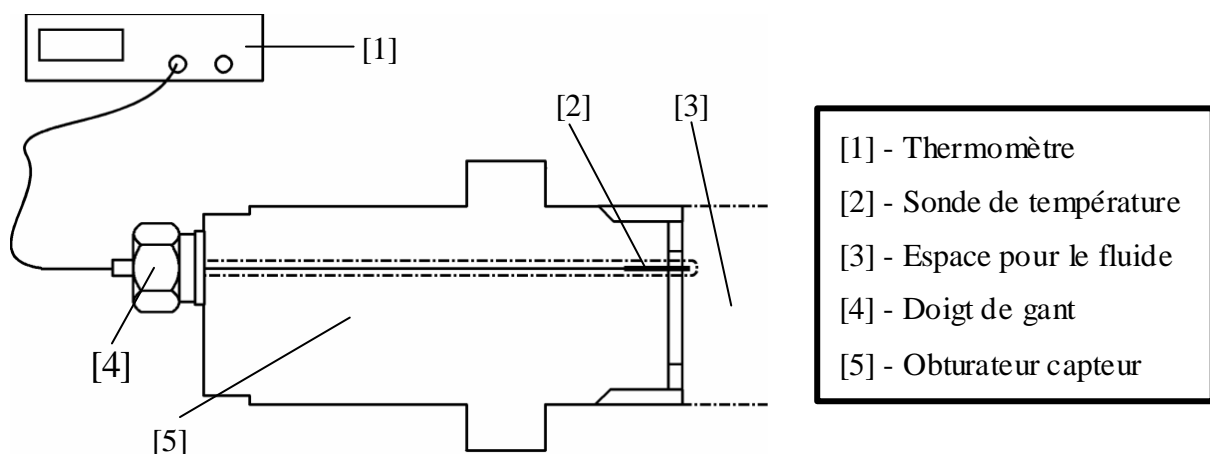


Figure 7 : Emplacement de la sonde de température [13]

II. 2. 6. Contrôle et visualisation des signaux

La visualisation et le contrôle des différents signaux ainsi que les calculs et l'automatisation de certaines opérations à accomplir lors des manipulations s'effectuent essentiellement par le biais d'un oscilloscope numérique, un micro-ordinateur et une carte d'interface [10].

L'oscilloscope numérique à quatre voies de marque GOULD (modèle 4094), caractérisé par une bande passante de 200 MHz et une cadence d'échantillonnage de 800 Mégaéchantillons/s, est employé dans le but de contrôler et de visualiser les formes des signaux nécessaires à la mesure. Les signaux affichés au niveau des différentes voies de l'oscilloscope sont reproduits à titre d'exemple sur la figure 8.

Le signal visualisé sur la voie (1) correspond au signal transmis ayant effectué un ou plusieurs aller-retours dans la cellule de mesure. L'amplitude de la partie significative de ce signal est maintenue à un niveau constant de 300 mV crête à crête. Le signal de phase, délivré par la sortie du mélangeur MII, est visualisé sur la voie (2) de l'oscilloscope. Quant à la voie (3), elle affiche le signal de référence issu du premier générateur de signaux GI. L'amplitude de ce signal vaut 200 mV crête à crête. Enfin, la voie (4) de l'oscilloscope visualise le signal provenant du second générateur GII, qui assure la synchronisation du système.

Un micro-ordinateur permet enfin de gérer les divers instruments (générateurs GI, GII, capteur de pression et oscilloscope) via une interface GPIB (modèle 82341). Tous les programmes d'accès utilisés sont écrits avec le logiciel Hewlett-Packard Visual Engineering Environment (HPVEE) qui offre, comme possibilités, des fonctions de contrôle d'instrument telles que l'acquisition, l'analyse et l'affichage de données [10].

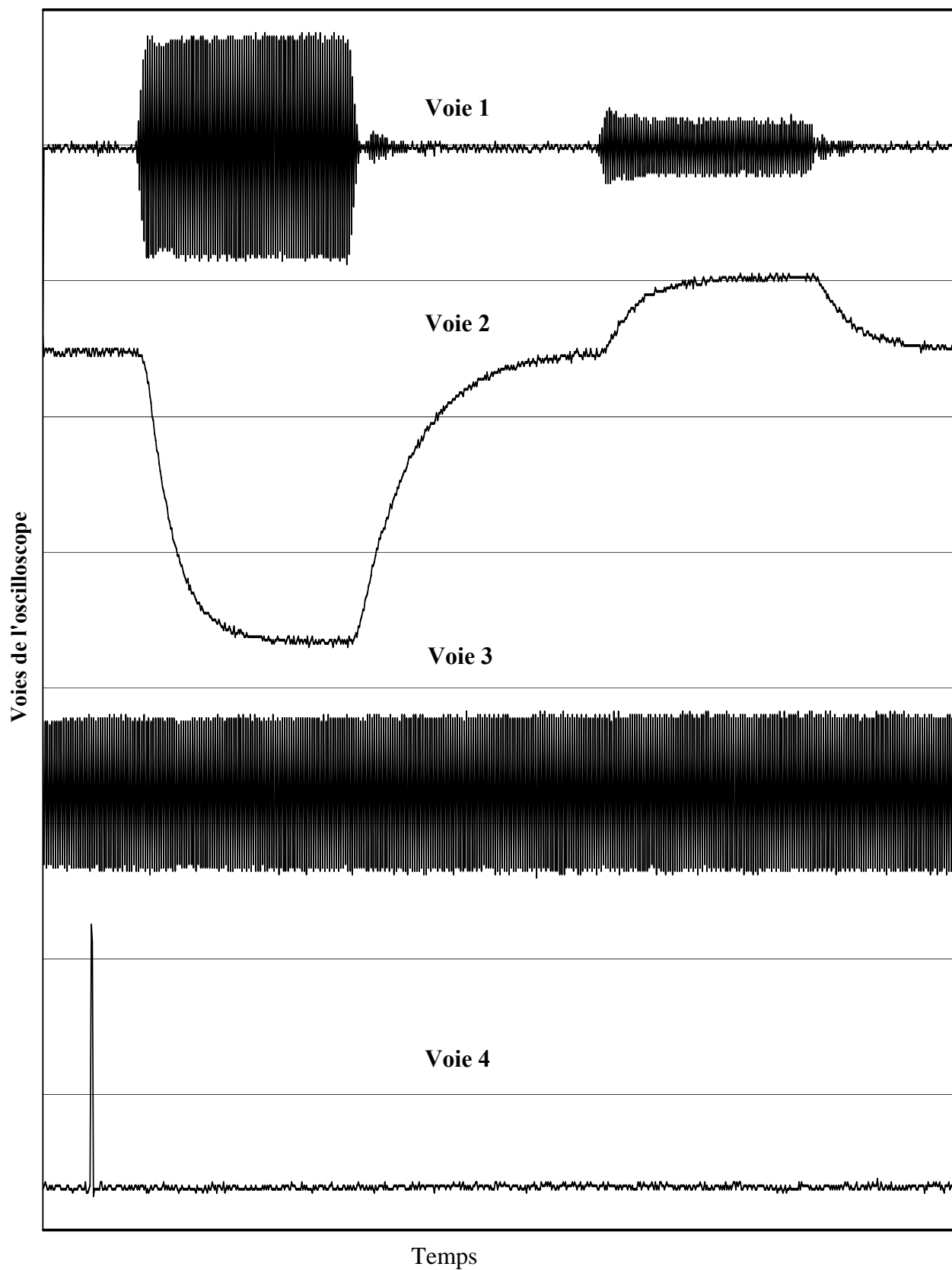


Figure 8 : Représentation des signaux visualisés sur l'oscilloscope

II. 3. Procédures expérimentales

La mesure du paramètre de non linéarité B/A nécessite, au préalable, la mesure de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale c_0 , une détermination précise de la masse volumique ρ_0 et une mesure de la variation de la tension continue de sortie du détecteur de phase ΔU_ϕ résultant d'une variation isentropique de la pression statique. Les mesures de ces différentes propriétés physiques doivent s'effectuer sous les mêmes conditions de pression et de température.

II. 3. 1. Mesure de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale

En mode transmission, la vitesse de l'onde ultrasonore c_0 dans le milieu de propagation peut être déterminée en utilisant la relation suivante :

$$c_0(P_{\text{Equi}}, T) = \frac{2 d(P_{\text{Equi}}, T)}{\Delta\tau} \quad (\text{IV. 10})$$

$\Delta\tau$ représente le temps de propagation de l'onde à travers le milieu analysé et $d(P_{\text{Equi}}, T)$ est la distance séparant les deux transducteurs placés l'un en regard de l'autre.

Une technique classique couramment utilisée en acoustique est adoptée pour mesurer le temps de propagation $\Delta\tau$. Pour cela, un générateur d'impulsions électriques de marque PANAMETRICS (modèle 5055) excite un transducteur émetteur et commande également le déclenchement de l'oscilloscope sur lequel sont visualisés les différents signaux électriques. L'onde ultrasonore générée par le transducteur émetteur se propage dans le milieu analysé en subissant des réflexions multiples sur les interfaces des transducteurs. Ainsi une série d'échos ultrasonores est détectée par le transducteur récepteur. Deux échos consécutifs, visualisés sur l'oscilloscope, sont distants de deux fois la distance $d(P_{\text{Equi}}, T)$ séparant les deux transducteurs. En effet le premier écho correspond à l'onde ultrasonore directe issue d'un trajet sans réflexion et le second écho ayant subi deux réflexions l'une sur l'interface du transducteur récepteur et la deuxième sur l'interface du transducteur émetteur. La durée du temps de propagation $\Delta\tau$ est lue directement sur

l'oscilloscope numérique avec une erreur de ± 2 ns. Cela correspond à une incertitude inférieure à 0.01 % [13].

En tenant compte des effets de température et de la pression sur la distance d , celle-ci est exprimée comme suit [13]:

$$d(P_{\text{Equi}}, T) = d_{\text{ref}} [1 + a(T - T_{\text{ref}})][1 + b(P_{\text{Equi}} - P_{\text{ref}})] \quad (\text{IV. 11})$$

Les coefficients a et b dépendent des propriétés mécaniques (dilatation thermique et la compressibilité adiabatique) du matériau qui compose le support des transducteurs. Ces coefficients sont expérimentalement déterminés après un étalonnage avec différents alcanes (des données très précises sur la vitesse de l'onde ultrasonore sont répertoriées dans la littérature dans le cas du Décane [14] et de l'Hexadécane [15]) pour lesquels la distance d_{ref} représente la longueur de la cellule pour $T_{\text{ref}} = 293.15$ K et $P_{\text{ref}} = 0.1$ MPa. Cette technique de calibration génère une incertitude sur la distance d , estimée à 0.05 % [13].

Par ailleurs, notons que l'effet de la variation de la pression statique sur la distance d est négligeable. En effet pour une variation isentropique de la pression statique, l'équation (IV.11) s'écrit :

$$d(P_{\text{Equi}} + \Delta P_{\text{Equi}}, T) = d_{\text{ref}} [1 + a(T - T_{\text{ref}})][1 + b((P_{\text{Equi}} + \Delta P_{\text{Equi}}) - P_{\text{ref}})] \quad (\text{IV.12})$$

Par un simple calcul, l'équation (IV.12) se transforme en :

$$d(P_{\text{Equi}} + \Delta P_{\text{Equi}}, T) = d(P_{\text{Equi}}, T) + d_{\text{ref}} b \Delta P_{\text{Equi}} [1 + a(T - T_{\text{ref}})] \quad (\text{IV.13})$$

Dans le cadre de notre expérience $d(P_{\text{Equi}}, T) \gg d_{\text{ref}} b \Delta P_{\text{Equi}} [1 + a(T - T_{\text{ref}})]$ est vérifiée, ainsi on peut écrire que $d(P_{\text{Equi}} + \Delta P_{\text{Equi}}, T) \approx d(P_{\text{Equi}}, T)$.

En définitive, le cumul des incertitudes sur d et sur $\Delta \tau$ entraîne que l'incertitude sur la détermination de la vitesse de l'onde ultrasonore est entachée d'une incertitude inférieure à 0.1 % [13].

II. 3. 2. Mesure du coefficient $kA_e A_s$

Une procédure de calibration de phase est utilisée pour mesurer le coefficient $kA_e A_s$ nécessaire pour la détermination du paramètre B/A.

Cette opération est réalisée au moyen de deux générateurs (HP-33120A) couplés de façon à générer deux signaux cohérents ayant une bonne stabilité en fréquence et une bonne synchronisation en phase, et dont le déphasage peut être contrôlé à partir du générateur G1.

La variation du déphasage entre les deux signaux peut être ajustée pas à pas, en adressant des instructions via l'interface GPIB, avec une résolution de 0.001° . Cette résolution est amplement suffisante pour calibrer la phase [10]. La fréquence des signaux est fixée à la valeur de 5 MHz correspondant à la fréquence nominale des éléments piézoélectriques.

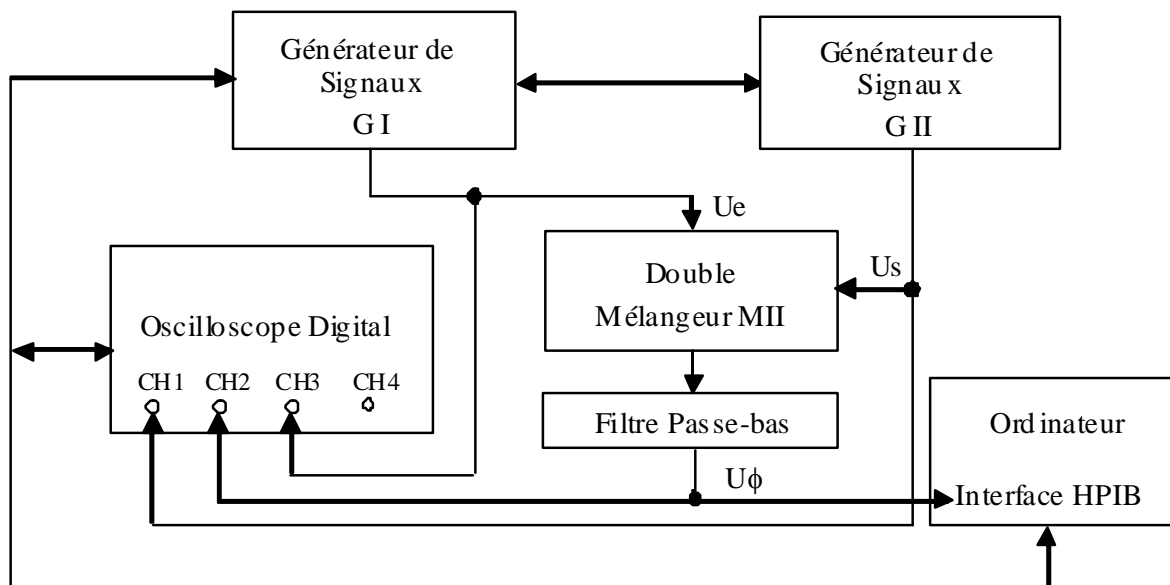


Figure 9 : Montage électronique de la procédure de calibration

Les deux signaux U_e et U_s sont alors appliqués au détecteur de phase MIXCA, désigné par mélangeur MII sur la figure 9. Le filtre passe-bas, de fréquence de coupure 300 kHz, sert à supprimer l'harmonique restante de la porteuse. Le signal de sortie du filtre est envoyé simultanément sur la voie (2) de l'oscilloscope et sur la voie (1) de la carte d'acquisition (DT3004). La variation de tension observée est directement lue et mémorisée par l'ordinateur via l'interface GPIB. Il convient de noter que le signal de sortie du détecteur de phase est particulièrement sensible à l'amplitude du signal à l'entrée du mélangeur. Il est ainsi indispensable de maintenir les amplitudes de U_e et U_s exactement aux mêmes niveaux que durant le mode de

mesure de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$ (respectivement 300 mV crête à crête pour la voie (1) et

200 mV crête à crête pour la voie (3) de l'oscilloscope).

Le signal continu U_ϕ à la sortie du filtre passe bas est alors donné par :

$$U_\phi = kA_e A_s \sin(\phi_e - \phi_s + \frac{\pi}{2}) \quad (\text{IV. 14})$$

avec $\phi_e - \phi_s$ représente le déphasage entre les signaux U_e et U_s .

Comme l'opération de calibration est effectuée au voisinage de la condition nulle, toute variation de la tension continue U_ϕ peut être considérée comme une fonction linéaire de la variation du déphasage $\phi_e - \phi_s$ s'exprimant par [13]:

$$\Delta U_\phi = kA_e A_s \Delta(\phi_e - \phi_s) \quad (\text{IV. 15})$$

Un algorithme de régression linéaire, élaboré au sein du Laboratoire de Thermodynamique et Energétique des Fluides Complexes de l'Université de Pau, permet de déduire à partir de l'équation (IV. 13) la constante de proportionnalité caractéristique $kA_e A_s$ [10].

II. 3. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$

Une carte d'acquisition de données de type (DT3004), permet l'échantillonnage des signaux de pression et de déphasage pour pouvoir évaluer la valeur de

$$\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}.$$

Le signal délivré par le capteur de pression absolue est amplifié par le biais d'un amplificateur large bande (AD 5B40-01) avant d'être relié à la voie (0) de la carte DT3004. La voie (1), raccordée à la sortie du filtre passe bas, fournit une tension proportionnelle au déphasage du signal U_s par rapport au signal de référence U_e .

La variation de pression appliquée au milieu analysé, comprise entre 0.5 et 10 bar, peut selon les cas s'effectuer dans un intervalle de temps allant de 1 à 5 secondes.

Lors de la phase de dépressurisation un programme informatique, élaboré par Lu et al. [10], permet de détecter cette modification et de démarrer l'acquisition des

données de pression et de variation de déphasage résultant. Les données acquises sont alors lissées afin de réduire l'influence du bruit. Enfin un algorithme de régression linéaire permet de déduire la valeur de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$.

En se reportant à l'équation (IV. 9), il est montré que le paramètre B/A est fonction de la pulsation d'excitation nécessitant ainsi la lecture de la fréquence du signal via l'interface HPIB.

II. 3. 4. Détermination de la masse volumique

La quantification précise de la masse volumique, impliquée dans la définition même du paramètre B/A, est indispensable.

La détermination de la masse volumique s'effectue en deux étapes. Dans un premier temps, la mesure de la masse volumique en fonction de la température à pression atmosphérique est effectuée. La deuxième étape est basée essentiellement sur les résultats expérimentaux obtenus dans la première étape. En effet en se reportant aux travaux de Davis et al. [16], il est possible par le biais de la mesure sous pression de la vitesse de l'onde ultrasonore à différentes températures de déterminer numériquement la masse volumique sous pression connaissant au préalable la masse volumique et la chaleur spécifique à pression atmosphérique.

La méthode exploite le fait que la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale constitue une grandeur purement thermodynamique qui, liée à un processus adiabatique, peut être définie par l'expression suivante [15-18] :

$$c_0^2 = \frac{1}{\rho_0 \chi_a} \quad (\text{IV. 16})$$

χ_a étant le coefficient de compressibilité adiabatique.

De plus la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale, considérée comme propriété thermophysique, peut être corrélée à diverses propriétés thermophysiques par l'intermédiaire de l'équation (IV. 14) et cela en exploitant par exemple la relation thermodynamique qui relie le coefficient compressibilité adiabatique au coefficient de compressibilité isotherme χ_T [5, 16-18] :

$$\chi_T = \chi_a + \frac{T\varepsilon^2}{\rho_0 c_p} \quad (\text{IV. 17})$$

Dans cette expression ε désigne le coefficient de dilatation isobare, c_p la chaleur spécifique à pression constante et T la température absolue.

Sachant que le coefficient de compressibilité isotherme χ_T est défini par [16] :

$$\chi_T = -\left(\frac{1}{V}\right)\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{1}{\rho_0}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T \quad (\text{IV. 18})$$

où V représente le volume du système à analyser.

En remplaçant χ_a par l'équation (IV. 16) et en combinant les équations (IV. 17) et (IV. 18), une relation liant la variation de la masse volumique à une variation isotherme de la pression est obtenue [16, 18-19] :

$$d\rho = \left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{T\varepsilon^2}{c_p} \right) dP \quad (\text{IV. 19})$$

L'intégration de l'équation (IV. 19) conduit à la relation suivante [5, 16-20] :

$$\rho(P, T) = \rho(P_{\text{atm}}, T) + \int_{P_{\text{atm}}}^P c_0^{-2} dP + T \int_{P_{\text{atm}}}^P (\varepsilon^2/c_p) dP \quad (\text{IV. 20})$$

La détermination de la masse volumique sous pression nécessite l'évaluation de trois termes distincts. Le premier représente la masse volumique à pression atmosphérique, les deux autres sont des intégrales notées respectivement :

$$\begin{cases} I_1 = \int_{P_{\text{atm}}}^P c_0^{-2} dP \\ I_2 = T \int_{P_{\text{atm}}}^P (\varepsilon^2/c_p) dP \end{cases} \quad (\text{IV. 21})$$

II. 3. 4. 1. Masse volumique à pression atmosphérique

Les masses volumiques ont été mesurées à pression atmosphérique dans le même intervalle de température que celui de la mesure de la vitesse de l'onde ultrasonore, à l'aide d'un densimètre de marque ANTON PAAR (modèle DMA 60), équipé d'une cellule haute pression de type 512P.

Le principe du densimètre consiste à déterminer la période d'oscillation d'un tube en U appelé diapason, contenant le fluide analysé. Le tube en U, placé dans un cylindre à double paroi de verre scellé aux deux extrémités et rempli d'un gaz de haute conductivité thermique, est mis en vibration non amortie à l'aide d'un système

d'excitation approprié. L'ensemble est régulé à l'aide d'un bain à circulation d'huile Julabo permettant de réguler la température au centième de degré. Une sonde de température type Pt 100 connectée à un afficheur de température de haute précision de marque AOIP (modèle PN 5207) est placée dans l'entrefer du tube en U.

La masse volumique ρ est alors corrélée au carré de la période par une relation de la forme [13]:

$$\rho(P_0, T) = A(T)\Lambda^2 + B(T, P) \quad (\text{IV. 22})$$

A et B sont des constantes de l'appareil déterminées à l'aide de la méthode d'étalonnage proposée par Lagourette et al. [21] et cela en mesurant, pour chaque température, les périodes Λ_1 et Λ_2 des oscillations de deux corps de masses volumiques connues ρ_1 et ρ_2 . Les corps choisis en tant qu'étalons de calibration sont d'une part l'eau, pour laquelle des données suffisamment précises sont présentées dans les travaux de Kell et al. [19], et d'autre part le vide obtenu à l'aide d'une pompe à vide auxiliaire permettant d'atteindre une pression inférieure à 10^{-4} MPa. Dans ce montage, le relevé de la température se fait au sein même du milieu analysé et la précision d'étalonnage des capteurs est inférieure à ± 0.1 K [13]. Quant à l'estimation de l'incertitude absolue sur la détermination des masses volumiques, elle est inférieure à $3 \cdot 10^{-5}$ g/cm³ [13].

Les mesures de masse volumique $\rho(P_0, T)$ sont alors lissées par un polynôme de degré 3 avec un écart relatif absolu moyen bien plus faible que l'erreur expérimentale. Cette interpolation permet d'avoir un accès analytique à la dérivée $(\partial\rho/\partial T)_p$ nécessaire à l'estimation initiale du coefficient de dilatation isobare impliqué dans l'intégrale I_2 .

II. 3. 4. 2. Détermination des intégrales I_1 et I_2

Les deux intégrales I_1 et I_2 traduisent l'influence de la pression sur la masse volumique. La première intégrale est directement rattachée à l'inverse du carré de la vitesse de l'onde ultrasonore. La deuxième intégrale représente la correction à apporter pour tenir compte du caractère non adiabatique de l'intégration de ρ entre P_{atm} et P , à température constante [13].

Pour évaluer l'intégrale I_1 un lissage par la méthode des moindres carrés de l'inverse du carré des mesures de la vitesse de l'onde ultrasonore, en fonction de la pression et de la température, sous forme d'une fraction rationnelle n'impliquant au total que 9 paramètres ajustables est représenté par l'expression suivante [13, 19]:

$$\frac{1}{c_0^2} = \frac{A + BP + CP^2 + DP^3}{E + FP} \quad (\text{IV. 23})$$

$$\text{avec } \begin{cases} A = A_0 + A_1T + A_2T^2 + A_3T^3 \\ E = 1 + E_1T \end{cases}$$

La valeur absolue de l'écart relatif moyen, observée entre les prévisions de cette fonction de lissage et l'ensemble des données expérimentales est inférieure à 0.02 % [13]. L'avantage de cette représentation tient à la forme analytique simple de la primitive de $1/c_0^2$ qui s'écrit:

$$I_1(P) = \left(\frac{B}{F} - \frac{CE}{F^2} + \frac{DE^2}{F^3} \right) P + \left(\frac{C}{F} - \frac{DE}{F^2} \right) \frac{P^2}{2} + \left(\frac{D}{F} \right) \frac{P^3}{3} + \left(\frac{A}{F} - \frac{BE}{F^2} + \frac{CE^2}{F^3} - \frac{DE^3}{F^4} \right) \ln(E + FP) \quad (\text{IV. 24})$$

I_2 est intégrée numériquement selon une procédure itérative dans laquelle l'intégration du terme $\varepsilon^2(T,P)/c_p(T,P)$ par rapport à la pression est réalisée sur un intervalle réduit $\Delta P = P_{i+1} - P_i$ connaissant au préalable les valeurs initiales de

$\varepsilon_i(T) = \varepsilon(T, P_i)$ et $c_{p_i}(T) = c_p(T, P_i)$. En effet sachant que $\varepsilon = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_P$, les valeurs du

coefficient de dilatation isobare ε , à pression atmosphérique, seront calculées à partir du polynôme d'interpolation d'ordre 3 des valeurs mesurées de la masse volumique à pression atmosphérique. Quant aux valeurs de c_p à pression atmosphérique, ils résultent du travail de Zabransky et al. [22] dont les données rapportées sont connues avec une précision de 1 %.

Lors de l'intégration numérique de I_2 , plusieurs hypothèses simplificatrices sont envisagées. Compte tenu des faibles effets de pression sur les chaleurs spécifiques c_p des composés étudiés à l'état liquide, celles-ci sont supposées invariantes sur l'intervalle ΔP lors de l'intégration. L'estimation de I_2 ne requiert alors plus que le calcul de l'intégrale de ε^2 :

$$I_2 = \frac{T}{c_{P_i}} \int_{P_i}^{P_{i+1}} \varepsilon^2 dP \quad (\text{IV. 25})$$

Pour évaluer cette dernière quantité, différentes méthodes correspondant à des niveaux d'approximation distincts ont été proposées. Dans leurs travaux, Denielou et al. [23] supposent que le coefficient de dilatation isobare est constant sur l'intervalle $[P_i, P_{i+1}]$ et l'intégrale I_2 est facilement déterminée.

$$I_2 = \frac{T\varepsilon_i^2}{C_{P_i}} (P_{i+1} - P_i) \quad (\text{IV. 26})$$

Davis et al. [16] ont remplacé, dans l'intégrale I_2 , $\varepsilon(T, P)$ par un développement en fonction de la pression limité au premier ordre :

$$\varepsilon(T, P) = \varepsilon_i(T) + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \right)_T (P - P_i) \quad (\text{IV. 27})$$

Dans ce cas, l'intégrale I_2 résulte de la sommation de trois termes: $I_2 = I_2' + I_2'' + I_2'''$ avec :

$$\begin{cases} I_2' = \frac{T}{c_{P_i}} \left[\varepsilon_i - P_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \right)_T \right]^2 \int_{P_i}^{P_{i+1}} dP \\ I_2'' = \frac{2T}{c_{P_i}} \left[\varepsilon_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \right)_T - P_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \right)_T^2 \right] \int_{P_i}^{P_{i+1}} P dP \\ I_2''' = \frac{T}{c_{P_i}} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial P} \right)_T^2 \int_{P_i}^{P_{i+1}} P^2 dP \end{cases} \quad (\text{IV. 28})$$

nécessitant l'estimation de la dérivée $(\partial \varepsilon / \partial P)_T$.

Un algorithme de calcul de type "predictor corrector" élaboré par Daridon et al. [17, 18] permet d'évaluer la masse volumique sous pression. L'algorithme est basé sur une approche itérative qui consiste dans un premier temps à estimer la variation de la masse volumique ρ sur un petit intervalle ΔP en adoptant l'approche de Denielou et al [23] considérant que le rapport $T\varepsilon_i^2/c_{P_i}$ est invariant sur l'intervalle d'intégration:

$$\rho_{i+1}(T) = \rho_i(T) + \int_{P_i}^{P_{i+1}} c_0^{-2} dP + \frac{T\varepsilon_i^2}{c_{P_i}} (P_{i+1} - P_i) \quad (\text{IV. 29})$$

Une simple dérivation du polynôme d'interpolation d'ordre 3 de $\rho_{i+1}(T)$ permet de déduire le coefficient $\varepsilon_{i+1}(T)$.

Dans un deuxième temps les valeurs obtenues pour $\rho_{i+1}(T)$ et $\varepsilon_{i+1}(T)$ à la pression P_{i+1} sont corrigées en recalculant la valeur de ρ_{i+1} en P_{i+1} en utilisant l'approche de Davis et al. [16] dans laquelle le comportement en pression du coefficient $\varepsilon(T,P)$ est interpolé linéairement sur l'intervalle ΔP , ainsi $(\partial\varepsilon/\partial P)_T$ est remplacée par le quotient de l'accroissement de ε prédit par l'étape "predictor" sur l'accroissement de la pression à partir des valeurs connues en P_i et des valeurs estimées en P_{i+1} .

$$\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{P_{i+1} - P_i}\right) \quad (\text{IV. 30})$$

Le processus correctif est alors répété jusqu'à ce que les valeurs de ρ calculées en P_{i+1} restent invariantes. Par la suite la détermination de $c_{P_{i+1}}$ en P_{i+1} est effectuée à partir de l'équation suivante [13, 16-18]:

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -\frac{T}{\rho} \left\{ \varepsilon^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_p \right\} \quad (\text{IV. 31})$$

En admettant une très faible variation de ρ entre P_i et P_{i+1} :

$$c_{P_{i+1}} = c_{P_i} - \frac{T}{\rho_i} \int_{P_i}^{P_{i+1}} \varepsilon^2 dP - \frac{T}{\rho_i} \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_p (P_{i+1} - P_i) \quad (\text{IV. 32})$$

Le coefficient de dilatation isobare $\varepsilon(T)$ est interpolé linéairement sur l'intervalle ΔP et la pente $(\partial\varepsilon/\partial T)_p$ est calculée analytiquement après avoir ajusté $\varepsilon_i(T)$ par un polynôme de la variable température.

III. Conclusion

L'incertitude sur la détermination de B/A résulte de l'addition des sources d'erreur qui affectent chaque terme de l'équation (IV. 9). L'incertitude sur la masse volumique de 0.1% entraîne une contribution identique sur B/A. L'erreur commise sur la fréquence des signaux est négligeable et donc sans incidence sur la précision du paramètre B/A. Le terme c_0^3/d , équivalent à $d^2/\Delta\tau^3$, induit une erreur de 0.44% sur B/A. L'amplitude de phase $kA_e A_s$ est supposée constante durant nos mesures.

Enfin, l'incertitude sur la dérivée $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P}\right)_S\right]_{\rho=\rho_0}$, qui dépend du bruit associé aux

mesures de pression et de phase, demeure inférieure à 1% grâce à la procédure adoptée (lissage et ajustement par moindres carrés). Il faut également prendre en compte une autre source d'erreur systématique qui est liée à l'hypothèse de linéarité de $U_{\phi}(\phi)$ et qui conduit à une surestimation du paramètre B/A de 0.5% environ [5, 13]. Les erreurs sur la calibration de la sonde de température et de pression estimées respectivement à 0,2% et à 0,02% ont été prises en considération dans l'évaluation de l'incertitude de chaque mesure dépendant de la pression et de la température [5]. En admettant une distribution aléatoire des différentes incertitudes, il en découle une incertitude globale sur la détermination du paramètre B/A de 2% environ [5, 13].

Références

- [1] P. Masson, C. Tonello, C. Balny, "High Pressure Biotechnology in Medicine and Pharmaceutical Science", *Journal of Biomedicine and Biotechnology*, 1:2, 2001, pp 85-88.
- [2] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Imaging of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A for Biological Tissues via a Parametric Array", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 27, N° 10, 2001, pp 1359-1365.
- [3] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Investigation of the Acoustic Nonlinearity Parameter Tomography for Excised Pathological Biological Tissues", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 25, N° 4, 1999, pp 593-599.
- [4] T. L. Szabo, F. Clougherty, C. Grossman, "Effects on Nonlinearity on the Estimation of In Situ Values of Acoustic Output Parameters", *J Ultrasound Med* 18:33-41, 1999.
- [5] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the B/A Nonlinearity Parameter under High Pressure: Application to Water", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 111, N° 2, February, 2002, pp 707-715.

- [6] C. M. Sehgal, R. C. Bahn, J. F. Greenleaf, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A in Human Tissues by a Thermodynamic Method", J. Acoust. Soc. Am., Vol 76, N° 4, October, 1984, pp 1023-1029.
- [7] Z. Zhu, M. S. Roos, W. N. Cobb, K. Jensen, "Determination of Acoustics Nonlinearity Parameter B/A from Phase Measurements," J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 5, November, 1983, pp 1518-1521.
- [8] E. Carr Everbach, R. E. Apfel, "An Interferometric Technique for B/A Measurement", J. Acoust. Soc. Am., Vol 98, N° 6, December, 1995, pp 3428-3438.
- [9] R. C. Williamson, "Echo Phase Comparison Technique and Measurement of Sound Velocity in Water", J. Acoust. Soc. Am., Vol 45, N° 5, May, 1969, pp 1251-1257.
- [10] Z. Lu, J. L. Daridon, B. Lagourette, "A phase Comparison Method for Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A", Meas. Sci. Technol. 9 (1998), pp 1699-1705.
- [11] R. C. Williamson, D. Eden, "Coherent Detection Technique for Variable Path Length Measurements of Ultrasonic Pulses", J. Acoust. Soc. Am., Vol 47, N° 5 (Part B), May, 1970, pp 1278-1281.
- [12] J. Williams, J. Lamb, "On the Measurement of Ultrasonic Velocity in Solids", J. Acoust. Soc. Am., Vol 30, N°4, April, 1958, pp 308-313.
- [13] F. Plantier, "Investigation du Paramètre de Non Linéarité Acoustique sous Haute Pression dans des Corps à l'Etat Liquide avec Application à la Caractérisation de Dépôts Solides au Sein de Fluides Pétroliers", Thèse de Doctorat, Université de Pau, France, 2002.

- [14] A. L. Badalyan, N. F. Otpusschennikov, "Sound Velocity and some Thermodynamic Characteristics of Liquid Octane, Decane and Undecane at High Pressure", *Izv. Akad. Nauk. SSSR Fiz*, 6, 1971, pp 207-213.
- [15] J. W. M. Boelhouwer, "Sound Velocities in and Adiabatic Compressibilities of Liquid Alkanes at Various Temperatures and Pressures", *Physica* 34, 1967, pp 484-492.
- [16] L. A. Davis, R. B. Gordon, "Compression of Mercury at High Pressure", *The Journal of Chemical Physics*, Vol 46, N° 7, April 1967, pp 2650-2660.
- [17] J. L. Daridon, B. Lagourette, P. Xans, "Thermodynamic Properties of Liquid Mixtures Containing Gas under Pressure Based on Ultrasonic Measurements", *Fluid Phase Equilibria*, 1994, 100, 269-282.
- [18] J. L. Daridon, B. Lagourette, "Mesure de la Vitesse Ultrasonore sous Haute Pression pour la Caractérisation Thermophysique d'un Mélange Ternaire", *ACUSTICA. Acta Acustica*, Vol 82, 1996, pp 32-38.
- [19] G. S. Kell, E. Whalley, "Reanalysis of the Density of Liquid Water in the Range 0-150°C and 0-1kbar", *The Journal of Chemical Physics*, Vol 62, N° 9, 1 May 1975, pp 3496-3503.
- [20] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter in Liquid Alkanes under Pressure and Comparison with the Lee Kesler Correlation", *High Temperatures- High Pressures*, 2003/2004, Volume 35/36, pp 109-116.
- [21] B. Lagourette, C. Boned, H. Saint Guirons, P. Xans, H. Zhou, "Densimeter Calibration Method Versus Temperature and Pressure", *Meas. Sci. Technol.* 3 (1992), pp 699-703.

- [22] M. Zabransky, J. V. Ruzicka, V. Majer, E. S. Domalski, "Heat Capacity of Liquids: Critical Review and Recommended Values: Volume I et II", J. Phys. Chem. Ref. Data, Monograph n°6, 1996.
- [23] L. Deneliou, J. P. Petitet, C. Tequi, G. Syfosse, "Mesure de la Vitesse du Son sous Pression dans les Silicates Liquides, Mise au Point de la Méthode sur un Sel Fondu ", Bull. Minéral, 106,139-146, (1983).

Chapitre V

**Résultats expérimentaux et application du
paramètre de non linéarité B/A à la détermination
de grandeurs physiques à l'échelle moléculaire**

Le principal obstacle à la découverte n'a pas été l'ignorance, mais l'illusion de savoir

(Les découvreurs)

Daniel Boorstin

I. Introduction

L'acoustique non linéaire est susceptible d'apporter une contribution efficace en matière de détection de certaines propriétés de la matière qui étaient passées sous silence en acoustique linéaire. La quantification de l'effet de la non linéarité dans un milieu donné, nécessite la mesure du paramètre de non linéarité B/A. Ce dernier véhicule des informations importantes sur les propriétés structurales de la matière. Ainsi dans les applications médicales, le paramètre de non linéarité est sensible à l'état pathologique des tissus [1, 2]. En effet, par le biais de ce paramètre un tissu atteint d'une pathologie quelconque peut être distingué d'un tissu sain. Par conséquent, le paramètre de non linéarité B/A peut être utilisé comme un nouveau paramètre dans le diagnostic par ultrasons [1, 2].

Les tissus biologiques sont généralement constitués d'un mélange d'eau, de protéine et de graisse. En raison de certaines similitudes d'ordre structural entre la graisse et la glycérine, cette dernière est souvent utilisée pour simuler la graisse à l'échelle du laboratoire. De plus en raison de l'importance de l'eau dans la composition de la matière biologique, l'étude expérimentale entreprise englobe non seulement la détermination du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine et dans l'eau mais aussi l'analyse sous pression de l'évolution de B/A en fonction de la température, qui représente un autre facteur influençant les changements structurels [3].

II. Analyse de la Glycérine

Dans la littérature un manque flagrant de données sur le comportement sous pression de la glycérine en fonction de la température est constaté. A cet effet une étude expérimentale de certaines propriétés de la glycérine est effectuée [4] pour pouvoir déterminer le paramètre de non linéarité B/A en fonction de la température et de la pression statique [5].

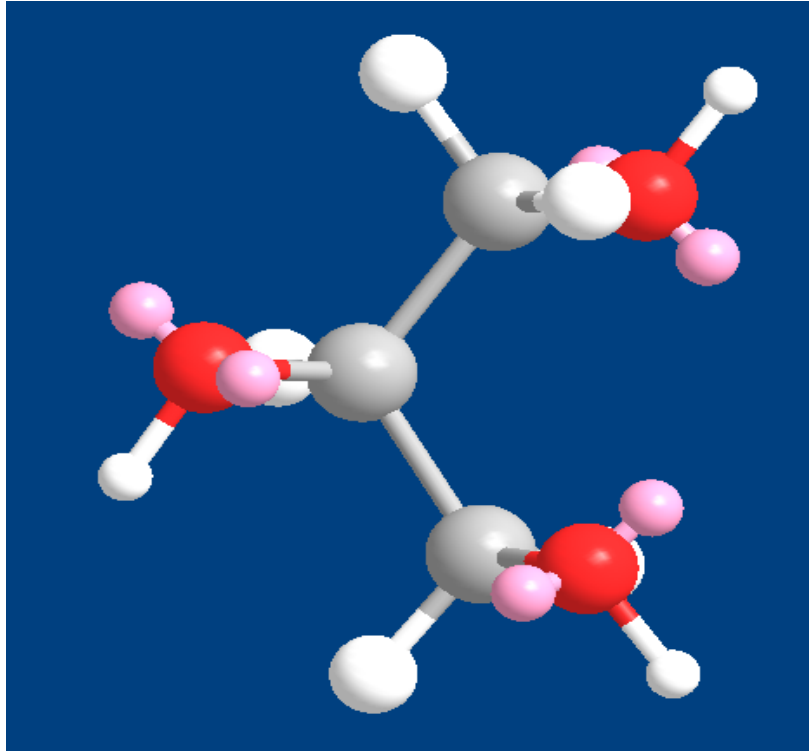


Figure 1 : Représentation de la molécule de la glycérine $C_3H_8O_3$

Le glycérol ou la glycérine $C_3H_8O_3$ est un polyalcool du type $(C_nH_{2n+2}O_n)$ (Figure 1). Sa dénomination scientifique est le propan -1,2,3- triol (ou -1,2,3- propanetriol). La glycérine utilisée dans cette étude expérimentale est un produit de SIGMA-ALDRICH (glycérine 99.5+%, teneur en eau maximale 0.5%, résidu maximal 0.005%). Notons par ailleurs que la glycérine n'a subi aucun traitement supplémentaire de purification lors de nos expériences.

Dans le cadre de cette étude, les domaines de température et de pression exploités dans l'analyse expérimentale de certaines propriétés de la glycérine s'étendent respectivement de 10°C jusqu'à 100°C et 0.1MPa jusqu'à 100MPa. Pour chaque isotherme, le pas séparant deux mesures consécutives de pression est de 10MPa. Lorsque l'isotherme est entièrement parcourue, la valeur de la température est augmentée de 10°C. Une fois l'équilibre thermique atteint, la même procédure expérimentale est appliquée sur la nouvelle isotherme. Les mesures sous pression sont prises une fois que la stabilité en pression est constatée. Cette procédure présente l'avantage de réduire considérablement le temps nécessaire pour revenir à l'équilibre thermodynamique dans le fluide analysé.

Comme il a été établi au chapitre IV, la mesure du paramètre de non linéarité B/A (Equation (IV. 9)) par la technique de comparaison de phase repose sur la détermination du changement de la tension de sortie du détecteur de phase, de l'onde ultrasonore, occasionné par une légère surpression lors d'un processus thermodynamique isentropique. Cette mesure est accompagnée simultanément de celles de la vitesse de l'onde ultrasonore et de la masse volumique, effectuées aux mêmes conditions de pression et de température.

II. 1. Vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale

L'ensemble des isothermes représenté sur la figure 2 présente un comportement monotone de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la pression avec une

penne positive $\left. \frac{\partial c_0}{\partial P} \right|_T > 0$. Sur une isotherme donnée, l'augmentation de la pression

s'accompagne par une augmentation de la vitesse ultrasonore infinitésimale dans la glycérine [4-5]. Ce résultat est prévisible car pour que l'égalité de l'équation (IV. 16) soit vérifiée et que la compressibilité adiabatique décroisse en fonction de la pression statique appliquée, il faut que la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale et la masse volumique évoluent de la même manière en fonction de la pression statique.

L'ensemble des isobares de la figure 3 présente un comportement monotone de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la température avec une penne

négative $\left. \frac{\partial c_0}{\partial T} \right|_P < 0$. Sur une isobare donnée, l'augmentation de la température

s'accompagne par une diminution de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale dans la glycérine [4-5]. Ce résultat peut être expliqué en terme d'interactions moléculaires. En effet, les forces intermoléculaires qui englobent les forces attractives et répulsives contribuent à la cohésion d'un liquide. Ces forces sont répulsives pour des distances intermoléculaires très courtes mais elles deviennent rapidement attractives à mesure que la distance intermoléculaire augmente. Ainsi lorsque la température diminue, les distances intermoléculaires se réduisent et la répulsion entre les molécules devient plus intense, entraînant une plus grande contribution des forces répulsives aux forces intermoléculaires. Dans l'état liquide les molécules sont

limitées dans leurs mouvements. Puisque les molécules peuvent subir des mouvements aléatoires sur de courts intervalles, les effets de translation ne sont pas complètement absents. L'accroissement de la température augmente l'énergie de translation des molécules jusqu'à surmonter les forces attractives induisant une diminution de la pression interne, vu que l'énergie cinétique est seulement une fonction de la température et non pas du volume. Par conséquent à températures élevées, les valeurs de la vitesse infinitésimale de l'onde ultrasonore deviennent plus petites comparativement à celles observées à basses températures.

Les résultats expérimentaux obtenus peuvent s'expliquer qualitativement moyennant quelques hypothèses. En effet, en supposant que l'énergie potentielle due à l'interaction intermoléculaire est le facteur prédominant intervenant lors de la détermination de la vitesse de l'onde ultrasonore, ce qui implique que la contribution de l'effet de la pression thermique sur la vitesse de l'onde ultrasonore est négligeable comparativement à celle de la pression interne, l'expression de la vitesse de l'onde ultrasonore peut être obtenue.

En exploitant la première relation de Maxwell, dans laquelle les seules forces qui travaillent sont les forces de pression, l'énergie interne s'écrit [6]:

$$dU = TdS - PdV \quad (V. 1)$$

À température constante, la dérivée volumique de cette expression permet de déduire la pression:

$$P = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \quad (V. 2)$$

Cette expression regroupe deux termes, le premier terme représente la pression thermique quant au deuxième terme, il représente la pression interne.

Sachant que l'entropie mesure l'état de désordre d'un système, dans le cas de l'état liquide ou solide la dérivée volumique de la pression thermique est négligeable par rapport à la dérivée volumique de la pression interne

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \right) \ll \frac{\partial}{\partial V} \left(- \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right).$$

Par conséquent, l'équation (V. 2) peut être approximée par:

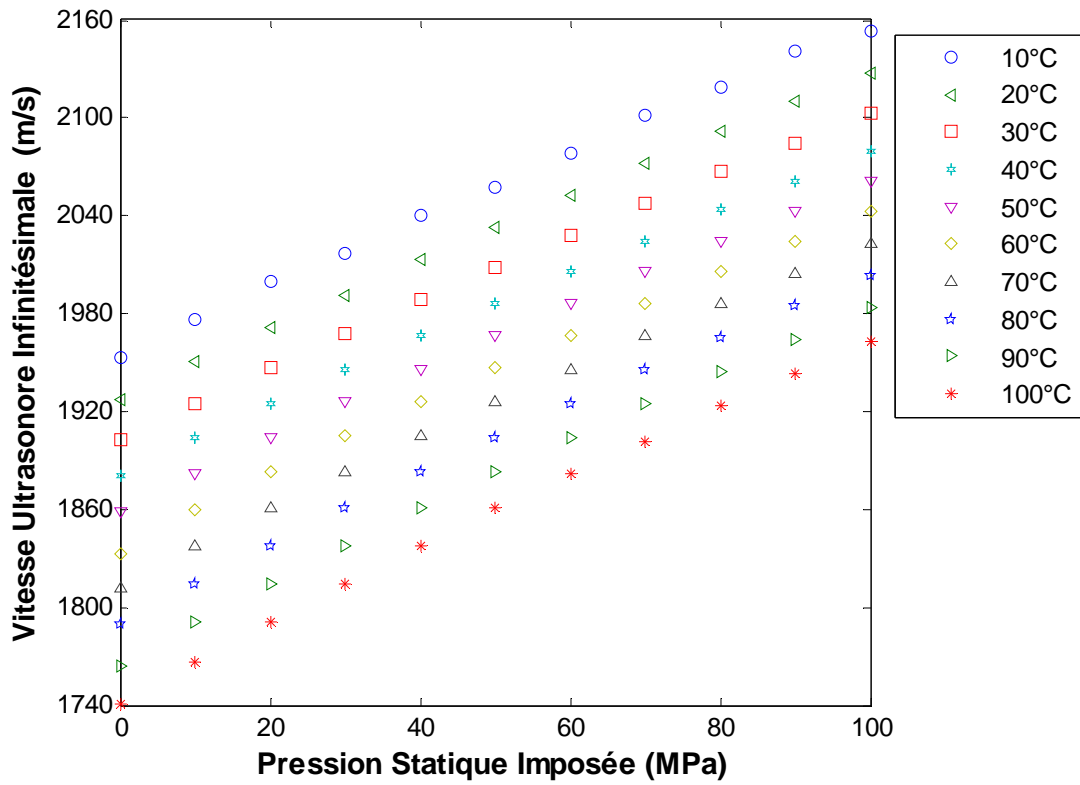


Figure 2 : Evolution de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la pression.

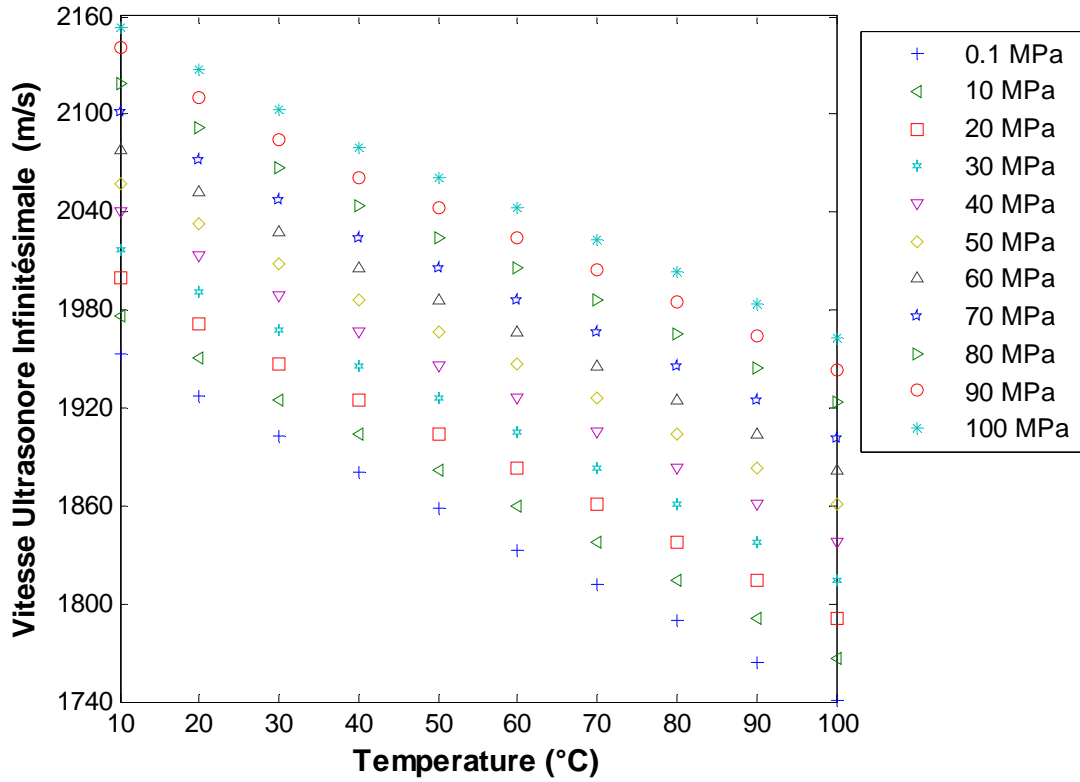


Figure 3 : Evolution de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la température.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2}\right)_T \quad (\text{V. 3})$$

En se reportant à l'équation (IV. 18) et en utilisant le résultat de l'équation (V. 3), l'inverse du coefficient de compressibilité isotherme s'écrit :

$$\frac{1}{\chi_T} = V \left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2}\right)_T \quad (\text{V. 4})$$

En se referant à l'équation (IV. 16) et en utilisant la formule de Reech [6]:

$$\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_a} \quad (\text{V. 5})$$

La vitesse de l'onde ultrasonore s'exprime comme suit [7]:

$$c_0^2 = \frac{\gamma}{M} V^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial V^2}\right)_T \quad (\text{V. 6})$$

M étant la masse moléculaire.

Comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent, à grandes distances les forces intermoléculaires sont des forces d'attraction et lorsque la distance de séparation devient petite les forces d'attraction cèdent la place à des forces de répulsion. Ainsi, il est commode de caractériser les interactions entre molécules par l'énergie potentielle d'interaction. Généralement le potentiel intermoléculaire est radial du type $U = U(r)$, dépendant uniquement de la variable r . En supposant une symétrie sphérique du système :

$$\left(\frac{r}{r_0}\right) = \left(\frac{V}{V_0}\right)^{1/3} \quad (\text{V. 7})$$

Pour déterminer l'expression analytique de la vitesse de l'onde ultrasonore, il faut définir le type de potentiel. Nous proposons dans notre cas le potentiel de Mie représentant une forme généralisée du potentiel de Lennard Jones [6, 8]:

$$U = ar^{-n} - br^{-m} \quad n > m \quad (\text{V. 8})$$

Le premier terme caractérise l'énergie des forces de répulsion, quant au second terme celle des forces d'attraction.

Lorsque le système thermodynamique est dans une position d'équilibre stable, le potentiel thermodynamique est minimum. Il est évident que ce minimum a lieu lorsque les forces d'attraction sont compensées par les forces de répulsion. Il convient

de noter que la fonction $U(r)$ peut avoir un minimum si l'exposant du potentiel de répulsion est plus grand que celui du potentiel d'attraction d'où la condition $n > m$. Toute évolution vers cet état d'équilibre stable correspondra à une diminution du potentiel thermodynamique. Il est pratique d'écrire le potentiel de Mie en fonction de sa valeur minimale $-U_0$, qui correspond à une distance intermoléculaire r_0 .

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{(n-m)} \left[m \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n} - n \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-m} \right] \quad (\text{V. 9})$$

Selon l'équation (V. 7) le potentiel devient:

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{(n-m)} \left[m \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-n/3} - n \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-m/3} \right] \quad (\text{V. 10})$$

En utilisant l'équation (V. 6), la vitesse de l'onde ultrasonore s'écrit :

$$\frac{c_0^2}{U_0} = \frac{\gamma mn}{9M(n-m)} \left[(n+3) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-n/3} - (m+3) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-m/3} \right] \quad (\text{V. 11})$$

À partir de l'équation (V. 11), il est facile de vérifier que $\frac{\partial c_0}{\partial V} < 0$, par conséquent

$$\frac{\partial c_0}{\partial P} > 0 \text{ et } \frac{\partial c_0}{\partial T} < 0 \text{ [4-5, 9].}$$

La représentation 3D de la vitesse ultrasonore infinitésimale dans la glycérine en fonction de la pression statique et de la température permet de dégager un profil global de ce paramètre. En effet, la plus faible valeur de la vitesse ultrasonore infinitésimale dans la glycérine (1741.03 m/s) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Inversement, la valeur la plus élevée de la vitesse ultrasonore infinitésimale dans la glycérine (2153,36 m/s) correspond à la température la plus basse et la pression statique la plus haute [4-5]. Toutefois, pour des pressions et températures intermédiaires un comportement monotone est observé (Figure 4).

Notons par ailleurs, qu'à pression atmosphérique et à 10°C, la glycérine devient trop visqueuse entraînant une diminution considérable de l'amplitude du deuxième écho, ce qui rend difficile la mesure de la vitesse ultrasonore infinitésimale [10].

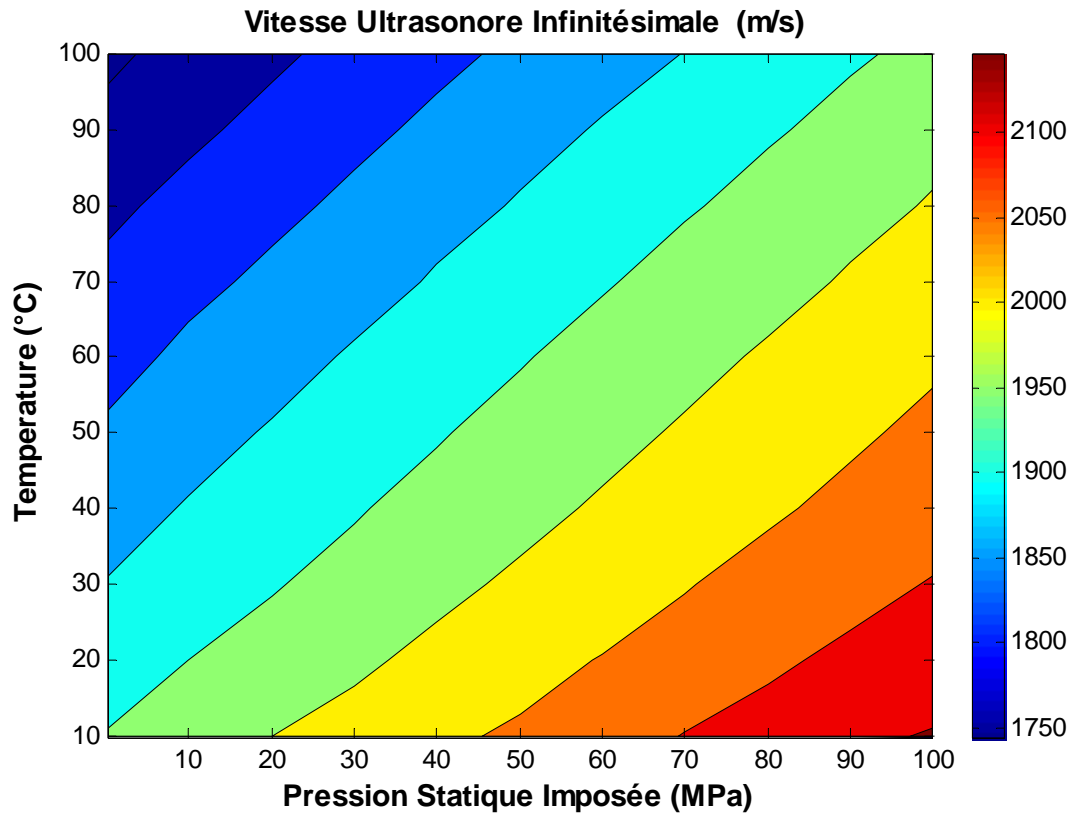


Figure 4 : Répartition de la vitesse l'onde ultrasonore infinitésimale en fonction de la température et de la pression

II. 2. Masse volumique

Des mesures de la masse volumique de la glycérine, à pression atmosphérique, ont été effectuées à l'aide d'un densimètre de marque ANTON PAAR (modèle DMA 60), sur un intervalle de température allant de 10°C jusqu'à 100°C avec un pas de 10°C et une précision de 0.05% .

Le lissage des valeurs expérimentales de la masse volumique de la glycérine par un polynôme de degré 3 est représenté en trait discontinu sur la figure 5.

$$\rho(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 \quad (\text{V. 12})$$

Les mesures effectuées de la masse volumique de la glycérine, à pression atmosphérique, permettent de déterminer la masse volumique sous pression connaissant au préalable la chaleur spécifique à pression atmosphérique.

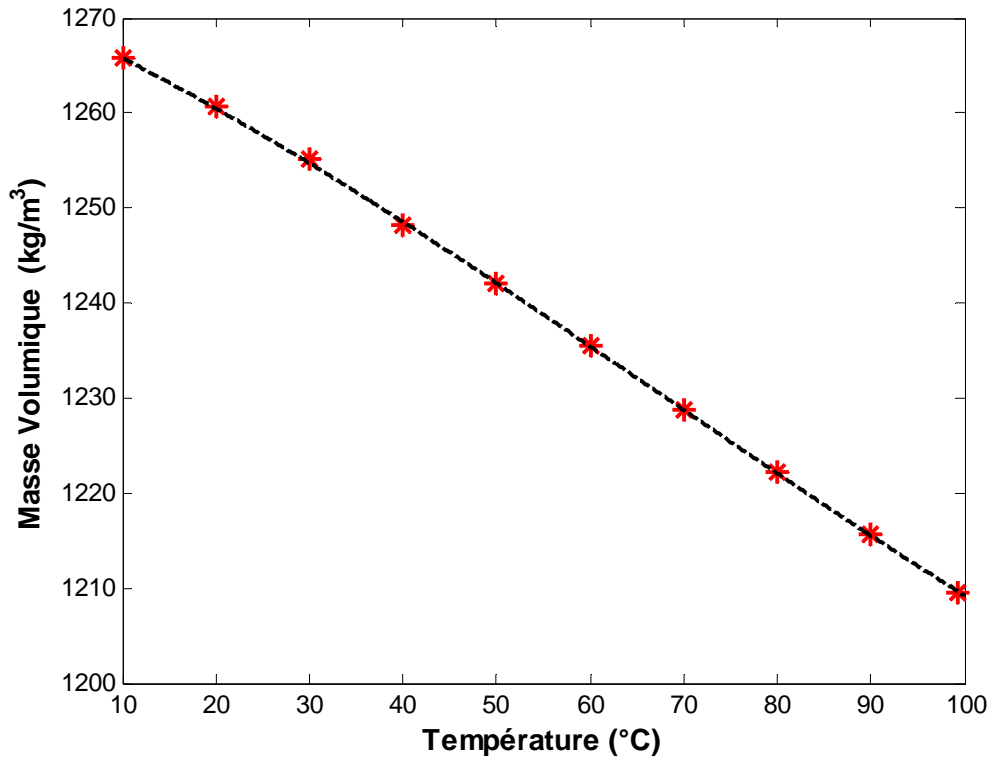


Figure 5 : Mesure à pression atmosphérique de la masse volumique en fonction de la température

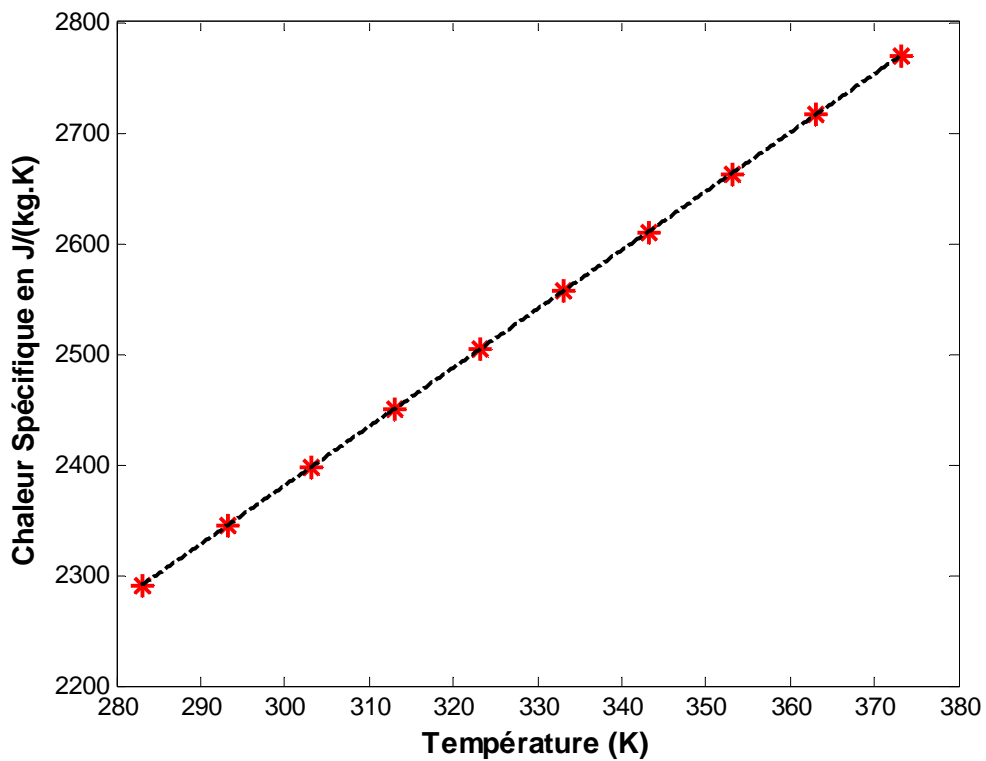


Figure 6 : Représentation de la chaleur spécifique à pression atmosphérique en fonction de la température.

Notons que les valeurs de c_p à pression atmosphérique résultent du travail de Zabransky et al. [11] dont les données ont été interpolées par un polynôme d'ordre 2 (Figure 6).

$$c_p(T) = b_0 + b_1T + b_2T^2 \quad (\text{V. 13})$$

Enfin les valeurs de l'inverse du carré des données expérimentales sous pression de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale dans la glycérine en fonction de la température ont été lissées par l'intermédiaire d'une fraction rationnelle à 9 coefficients, pour pouvoir évaluer la masse volumique de la glycérine sous pression. La comparaison de nos données de masse volumique sous pression avec les résultats issus de la compilation des données de Cibulka et al. [12] relatives à la glycérine atteste de la précision des valeurs obtenues vu que la valeur absolue de l'écart relatif moyen est inférieure à 0.2%.

L'ensemble des isothermes observé sur la figure 7 présente un comportement monotone de la masse volumique en fonction de la pression avec une pente positive

$\left. \frac{\partial \rho_0}{\partial P} \right|_T > 0$. Sur une isotherme donnée, l'augmentation de la pression s'accompagne

par une augmentation de la masse volumique de la glycérine [4-5]. Ce résultat s'explique par le fait que l'accroissement de la pression statique implique une diminution systématique du volume d'analyse, comme la masse de la glycérine est conservée cela entraîne une augmentation de la masse volumique de la glycérine.

L'ensemble des isobares observé sur la figure 8 présente un comportement monotone de la masse volumique en fonction de la température avec une pente négative

$\left. \frac{\partial \rho_0}{\partial T} \right|_P < 0$. Sur une isobare donnée, l'augmentation de la température s'accompagne

par une diminution de la masse volumique de la glycérine [4-5]. Ce résultat est dû au fait qu'en augmentant la température le volume d'analyse croît, comme la masse de la glycérine est conservée cela entraîne une diminution de la masse volumique de la glycérine.

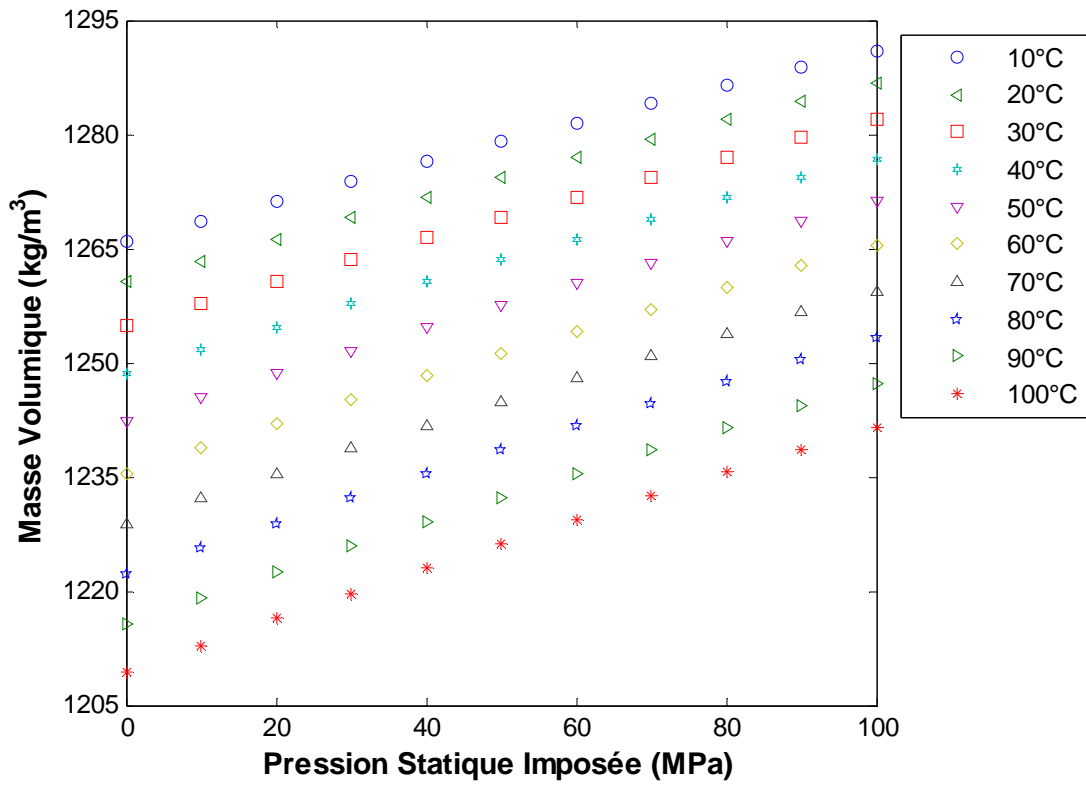


Figure 7 : Evolution de la masse volumique en fonction de la pression.

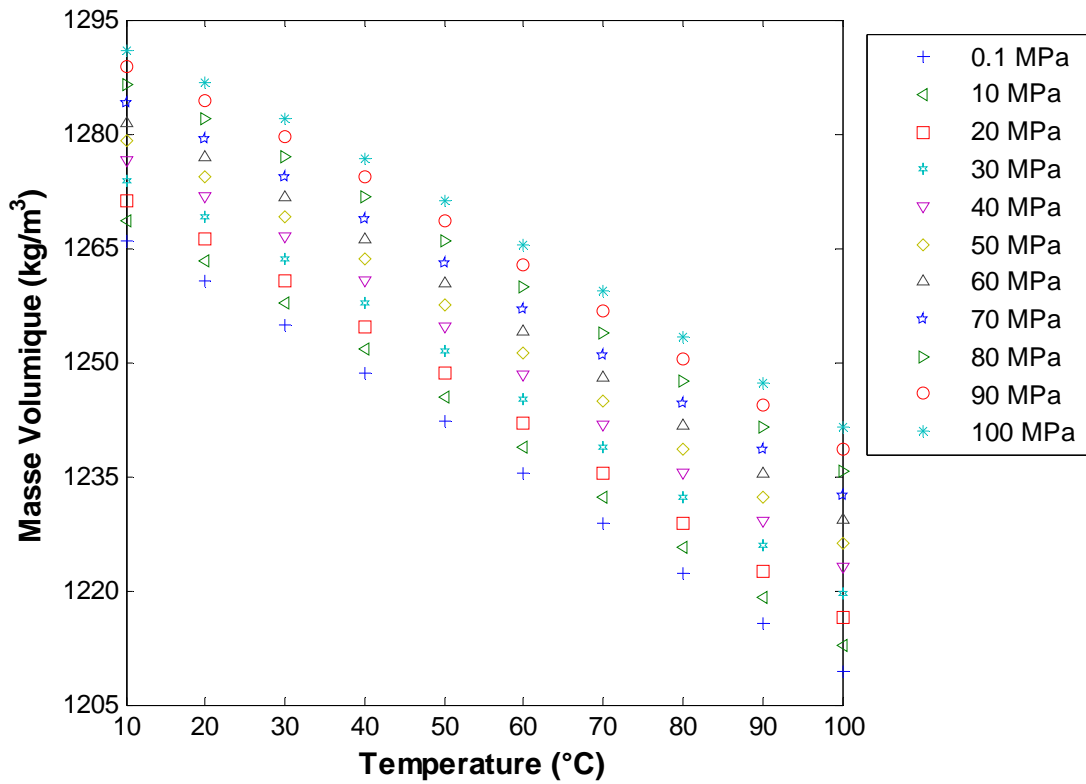


Figure 8 : Variation de la masse volumique en fonction de la température.

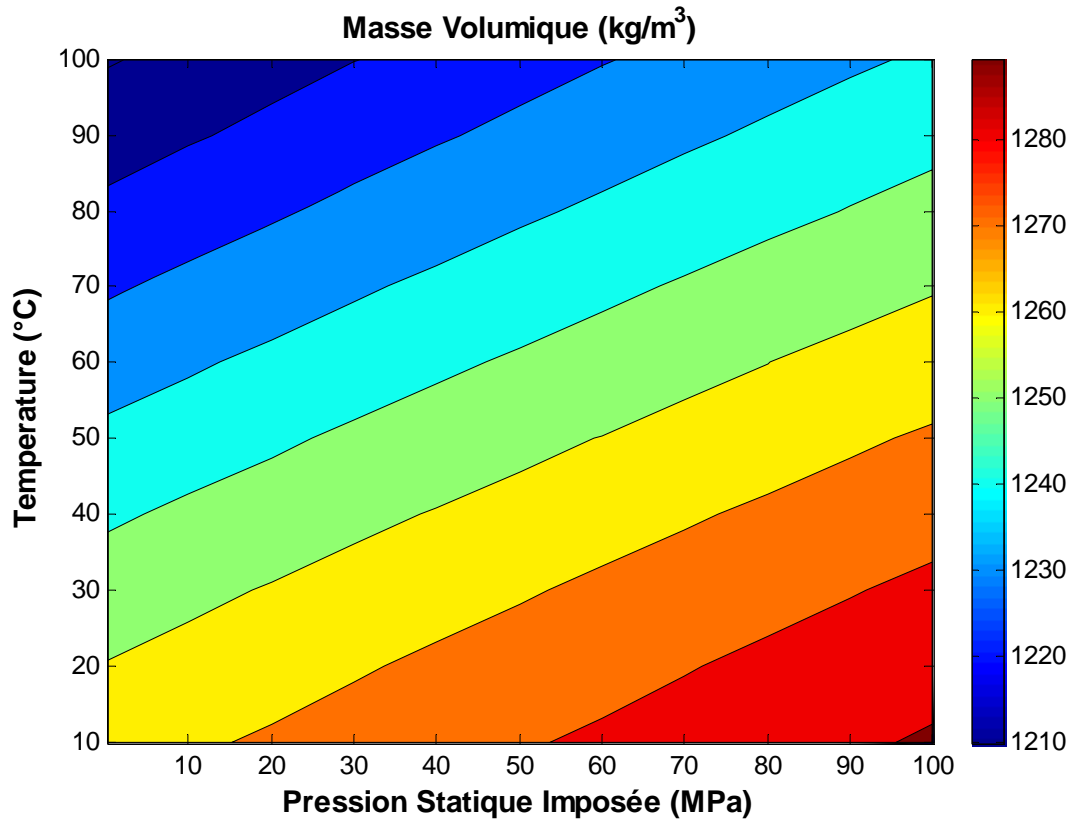


Figure 9 : Répartition de la masse volumique en fonction de la température et de la pression

La représentation 3D de la masse volumique de la glycérine en fonction de la pression statique et de la température permet de dégager un profil global de cette propriété. En effet, la plus faible valeur de la masse volumique de la glycérine ($1209,27 \text{ kg/m}^3$) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Inversement, la valeur la plus élevée de la masse volumique de la glycérine ($1291,01 \text{ kg/m}^3$) correspond à la température la plus basse et la pression statique la plus haute [4-5]. Sinon, pour des pressions et températures intermédiaires un comportement monotone est observé (Figure 9).

II. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$

L'ensemble des isothermes observé sur la figure 10 dévoile un comportement linéaire

de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_s \right]_{\rho=\rho_0}$ en fonction de la pression statique imposée avec une pente négative [5].

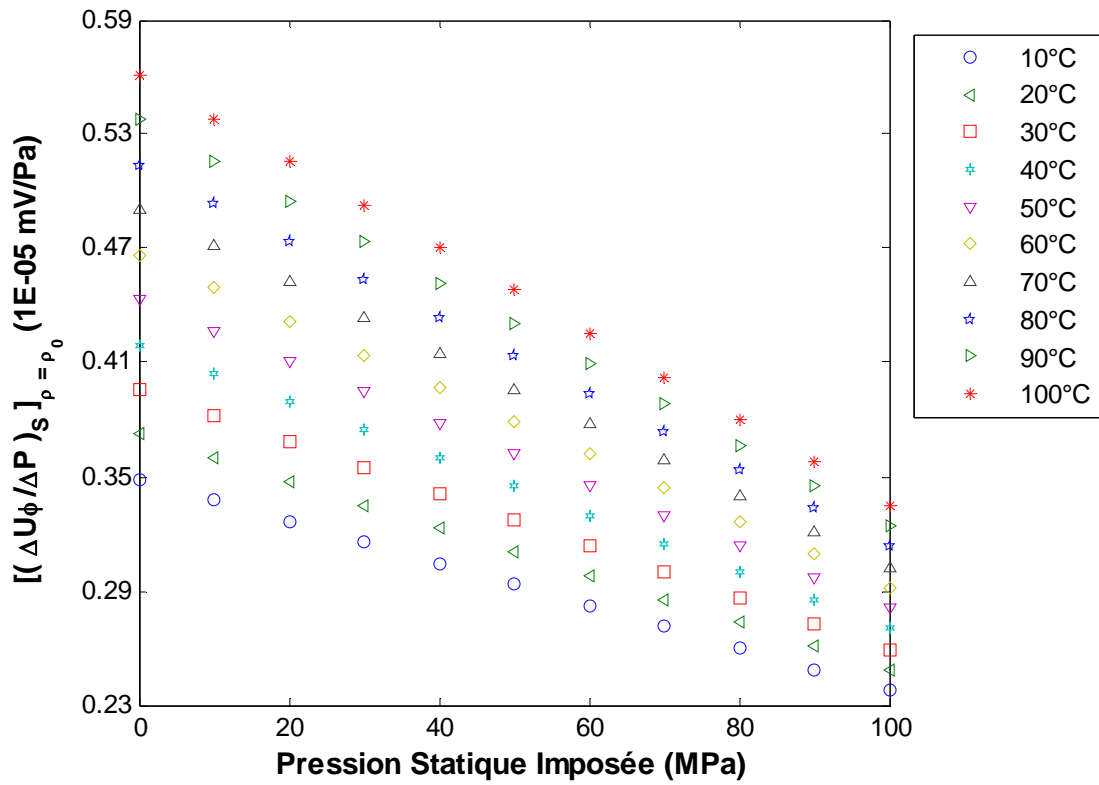


Figure 10 : Evolution de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ en fonction de la pression.

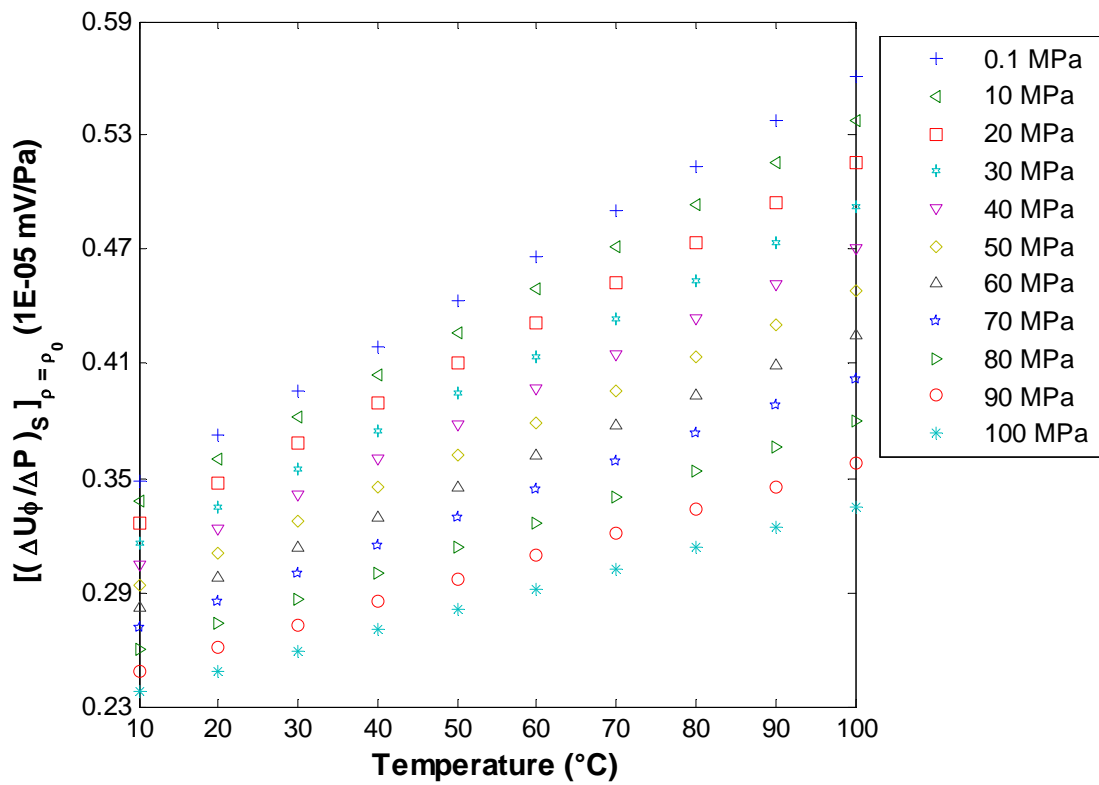


Figure 11 : Evolution de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ en fonction de la température.

Sur une isotherme donnée, l'augmentation de la pression statique imposée est accompagnée d'une diminution de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$.

Les isobares mesurées de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ dans la glycérine (Figure 11), illustrent un

comportement linéaire de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ en fonction de la température avec une

penne positive [5]. Sur une isobare donnée, l'augmentation de la température est accompagnée d'une augmentation de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$.

II. 4. Paramètre de non linéarité B/A

En dépit de la dispersion des données expérimentales de B/A, on note que pour une pression statique supérieure à 20 MPa, le paramètre de non linéarité est une fonction décroissante dans la gamme des pressions statiques imposées (Figure 12). Néanmoins, les caractéristiques des isothermes représentées dans la figure 12 nécessitent quelques commentaires. En effet, l'écart moyen entre les mesures de B/A à pression atmosphérique et à 20 MPa est inférieur à 0,3%. Comme cet écart est trop faible comparé à l'incertitude de mesure de B/A, il est difficile d'interpréter le maximum du paramètre de B/A apparent au voisinage de 20 MPa. À températures élevées, les isothermes 90°C et 100°C s'entrecroisent [5]. Aux hautes pressions, les isothermes convergent autour de la même valeur, toutefois à basses pressions un écart de 9% est observé (Figure 12).

Selon la figure 13, le paramètre B/A apparaît comme une fonction croissante de la température. En effet, le paramètre de B/A augmente de manière significative aux basses températures, alors qu'à températures élevées le taux d'accroissement devient plus lent [5]. Les résultats expérimentaux dévoilent que les valeurs les plus élevées du paramètre de non linéarité B/A sont celles relatives à l'isobare de 20MPa. De plus, une superposition entre l'isobare de 10MPa et celle de 20MPa est observée. Puisqu'un léger maximum est apparent au voisinage de 20 MPa (Figure 12), les

valeurs de l'isobare à pression atmosphérique sont légèrement au dessous de celles qui résultent des isobares de 10 et 20 MPa. À basse température les isobares convergent approximativement à la même valeur, toutefois à température élevée un écart de 14% est observé (Figure 13).

La valeur la plus faible du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine (9.17) correspond à la pression statique la plus élevée et à la plus basse température [5]. Dans la gamme de mesure sélectionnée, la valeur la plus élevée du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine est de 10.80.

Notons que l'incertitude de mesure du paramètre de non linéarité B/A résulte du cumul des sources d'erreurs qui affectent la mesure de chaque terme de l'équation (IV. 9). La source principale d'incertitude dans l'équation (IV. 9) est due au

terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ qui dépend de la mesure de la variation de la tension continue

de sortie du détecteur de phase ΔU_ϕ provoquée par une variation isentropique ΔP_0

de la pression statique. L'incertitude de mesure de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ est estimée

approximativement à 1%. Le terme c_0^3/d qui peut s'écrire comme $c_0^2/\Delta\tau$ ($\Delta\tau$ est le

temps de propagation de l'onde à travers le milieu analysé) induit une incertitude de

0,44%. Quant aux valeurs de densité, obtenues en employant la méthode de Davis et

de Gordon [13], elles sont calculées avec une incertitude inférieure à 0,1%.

L'amplitude $kA_e A_s$ du signal de sortie du détecteur de phase est maintenue

constante durant l'expérience et l'erreur sur la lecture de la fréquence est négligeable.

En plus des erreurs discutées ci-dessus, des erreurs systématiques doivent être prises

en compte pour obtenir une estimation de la précision de la mesure du paramètre de

non linéarité. Les erreurs systématiques résultent de l'hypothèse de la linéarité de la

phase U_ϕ (Equation (IV. 7)), qui induit approximativement une surestimation de

0,5% du paramètre de B/A. Les erreurs sur la calibration de la sonde de température

et de pression estimées respectivement à 0,2% et à 0,02% ont été prises en

considération dans l'évaluation de l'incertitude de chaque mesure dépendant de la

pression et de la température [5].

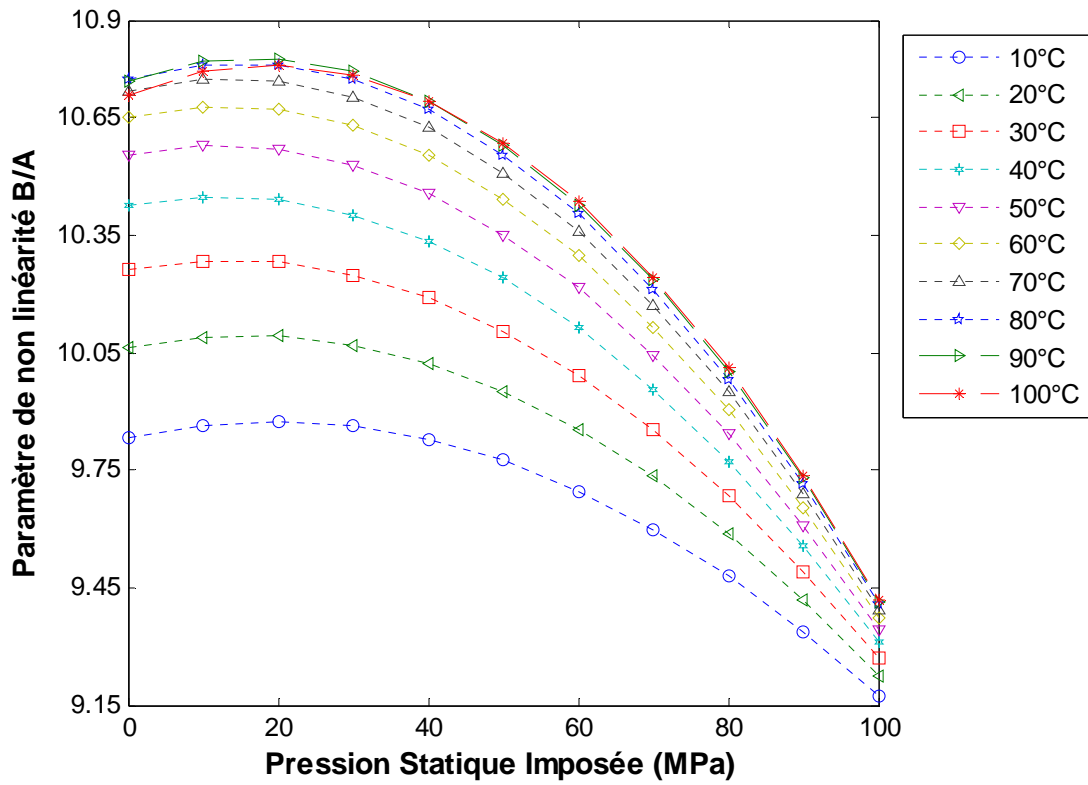


Figure 12 : Evolution du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la pression.

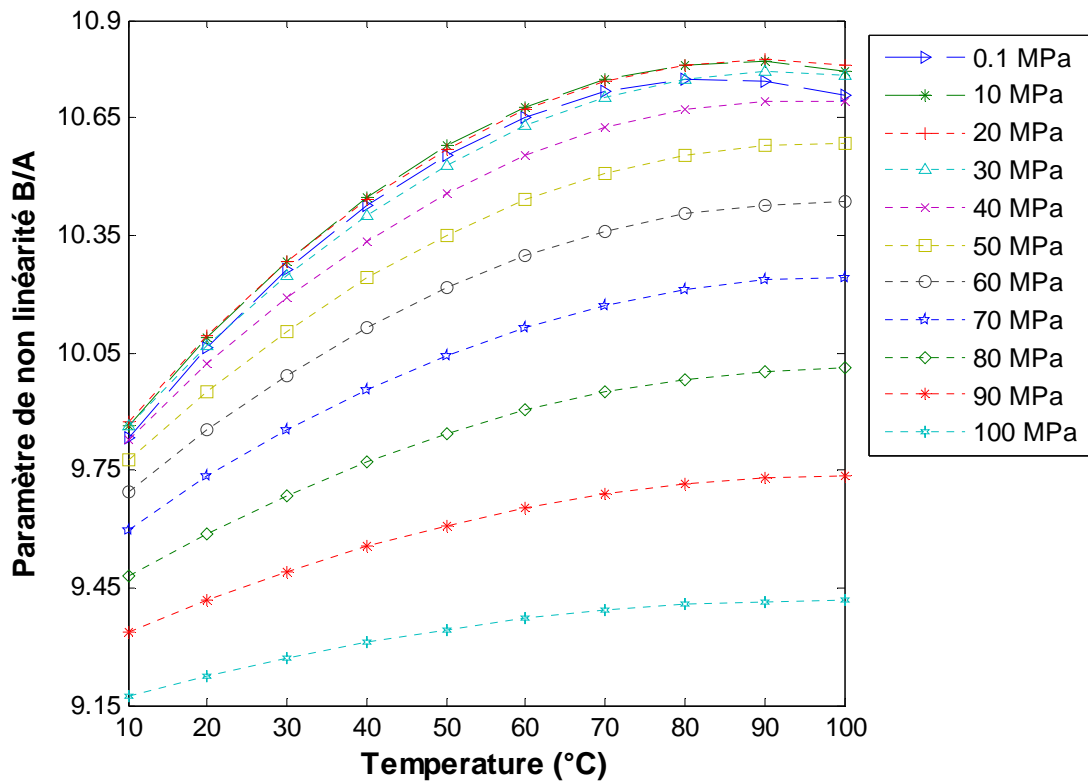


Figure 13 : Evolution du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la température.

En prenant la somme arithmétique des incertitudes énumérées ci-dessus, on constate que l'évaluation de paramètre de non linéarité est entachée d'une incertitude globale de 2% [5].

III. Analyse de l'Eau

Comme les effets non linéaires se manifestent beaucoup plus dans les liquides faiblement dissipatifs, une attention particulière à la détermination du paramètre de non linéarité B/A dans le cas de l'eau est entreprise dans cette étude expérimentale.

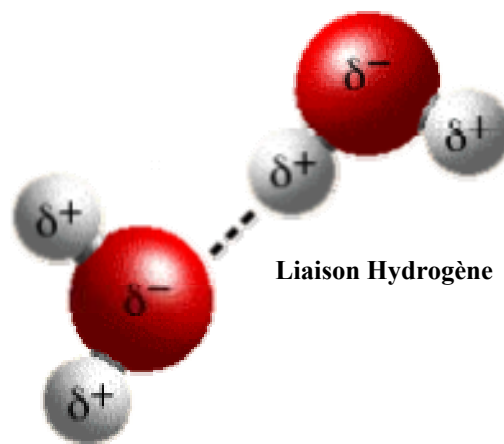


Figure 14 : Représentation de la molécule d'eau.

Dans la littérature les données expérimentales du paramètre de non linéarité B/A pour l'eau sont rapportées la plupart du temps dans une gamme de température réduite mais seulement à pression atmosphérique [14-17]. Cependant peu est connu au sujet de la dépendance du paramètre B/A à l'égard de la pression statique.

L'eau a une structure moléculaire simple. Elle se compose d'un atome d'oxygène et de deux atomes d'hydrogène (Figure 14). L'ensemble est électriquement neutre. Chaque molécule se trouve donc composée d'un pôle négatif (oxygène) et de deux pôles positifs (hydrogène). La molécule d'eau est polaire. Lorsque deux molécules se rencontrent, les charges positives de l'une attirent les charges négatives de l'autre. Il en résulte une force de cohésion.

L'eau utilisée dans cette étude est ultra pure (Millipore Super Q System). Elle a été traitée préalablement par osmose inverse et a subi divers traitements pour enlever les suspensions particulières, le chlore et les ions étrangers. A la fin du processus de

purification, la résistivité électrique de l'eau est de $18\text{M}\Omega\cdot\text{cm}$, et la concentration en ions étrangers n'excède pas 10^{-10} mole/l.

Les domaines de température et de pression exploités dans l'analyse expérimentale de certaines propriétés de l'eau s'étendent respectivement de 10°C jusqu'à 100°C et 0.1MPa jusqu'à 100MPa . Pour chaque isotherme, le pas séparant deux mesures consécutives de pression est de 10MPa . Lorsque l'isotherme est entièrement parcourue, la valeur de la température est augmentée de 10°C . Une fois l'équilibre thermique atteint, la même procédure expérimentale est appliquée sur la nouvelle isotherme. Les mesures sous pression sont prises une fois que la stabilité en pression est constatée.

III. 1. Vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale

Les données de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale exploitées dans cette étude sont déduites à partir de l'équation établie par Chen et Millero, dans laquelle la température est exprimée en degrés Celsius et la pression en bar [18-19] :

$$\begin{aligned}
 c_0(P, T) = & 1402.388 + 5.03711 T - 5.8085210^{-2} T^2 + 3.3420 \cdot 10^{-4} T^3 - 1.47800 \cdot 10^{-6} T^4 + 3.1464 \cdot 10^{-9} T^5 \\
 & + (0.153563 + 6.898210^{-4} T - 8.178810^{-6} T^2 + 1.362110^{-7} T^3 - 6.118510^{-10} T^4) P \\
 & + (3.126010^{-5} - 1.7107 \cdot 10^{-6} T + 2.597410^{-8} T^2 - 2.533510^{-10} T^3 + 1.040510^{-12} T^4) P^2 \\
 & + (-9.772910^{-9} + 3.8504 \cdot 10^{-10} T - 2.3643 \cdot 10^{-12} T^2) P^3
 \end{aligned}
 \tag{V. 14}$$

Cette équation est basée sur les résultats expérimentaux de Del Grosso [20] à pression atmosphérique et des mesures sous pression élaborées par Wilson [21].

L'eau est un liquide ayant un comportement « anormal », les caractéristiques des isothermes représentées dans la figure 15 nécessitent un commentaire. À températures élevées on constate que quelques courbes s'entrecroisent; ce résultat est prévisible vu que les vitesses ultrasonores diminuent pour des températures excédant 70°C (Figure 16).

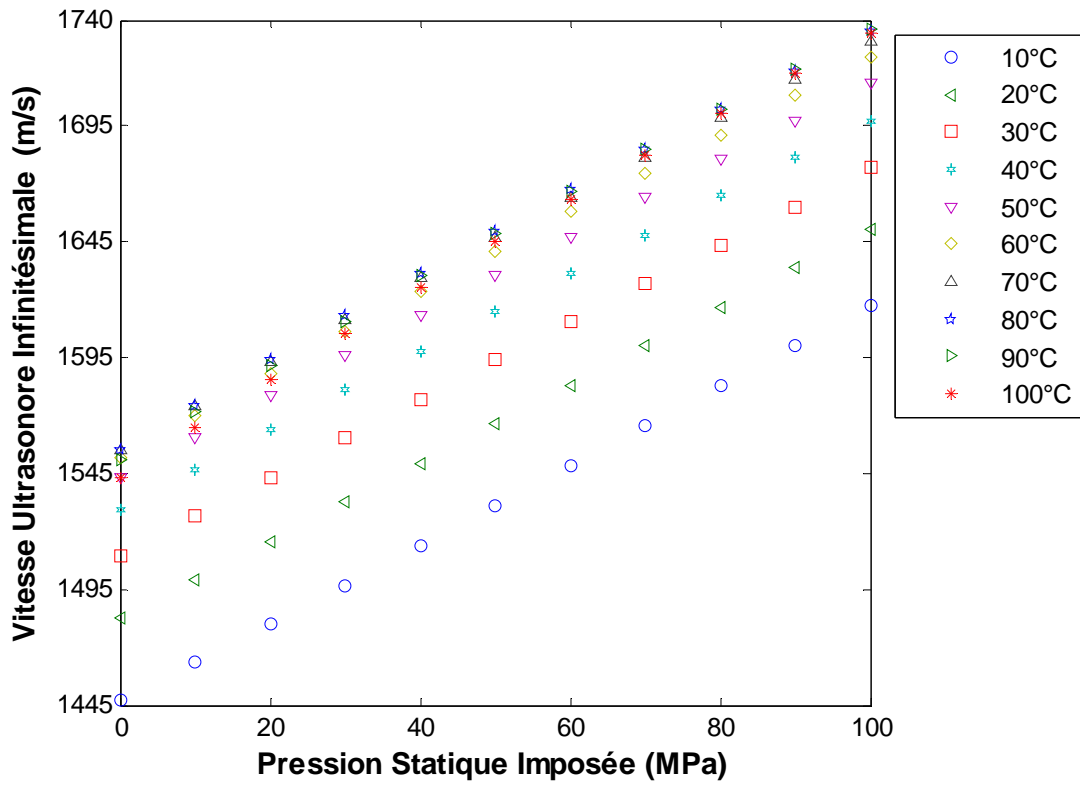


Figure 15 : Evolution de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la pression.

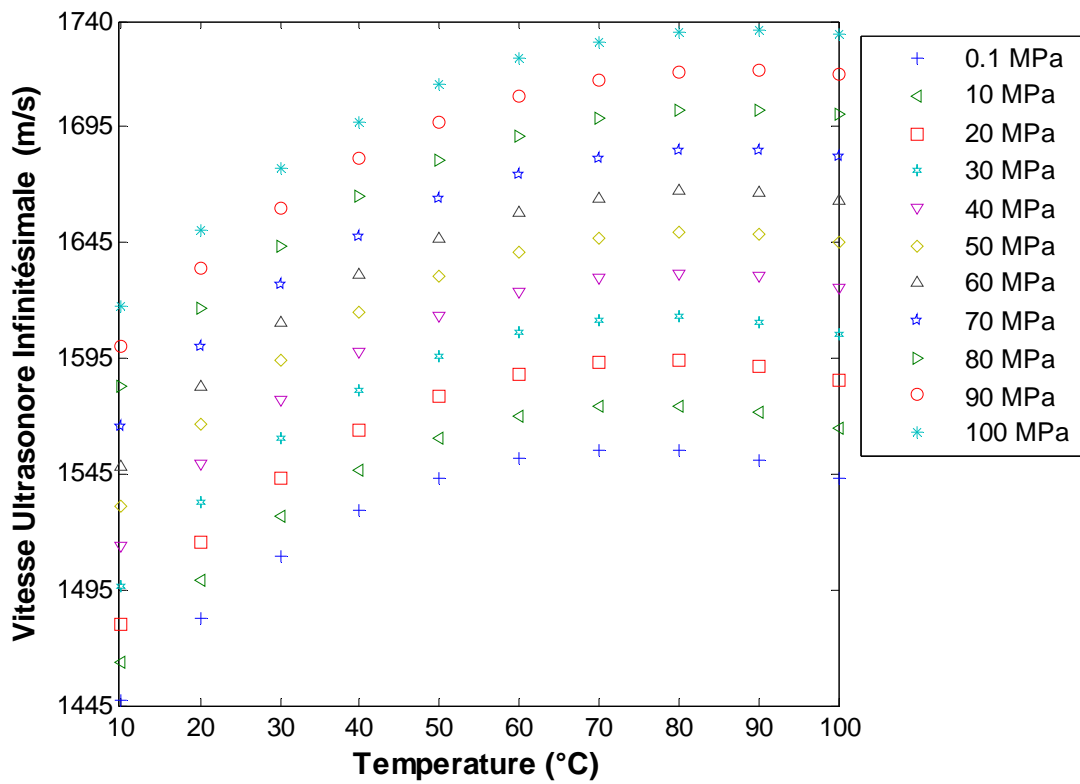


Figure 16 : Evolution de la vitesse ultrasonore infinitésimale en fonction de la température.

Aux basses pressions, un léger changement de la courbure des isothermes à proximité de 20°C est observé. Au-dessous de 20°C les isothermes sont légèrement convexes, au-dessus de 20°C elles sont concaves, et à proximité de 20°C elles sont presque linéaires.

L'ensemble des isobares observées sur la figure 16 présente une pente positive $\left. \frac{\partial c_0}{\partial T} \right|_p > 0$ pour atteindre par la suite à partir de 70°C un maximum. En augmentant les pressions statiques imposées, le maximum de la vitesse de l'onde ultrasonore se décale vers les hautes températures.

En se reportant à la figure 17, la plus faible valeur de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale dans l'eau correspond respectivement à la plus basse pression statique et température (1447.43m/s). Dans la gamme d'analyse exploitée, la valeur la plus élevée de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale dans l'eau est de 1736.02m/s.

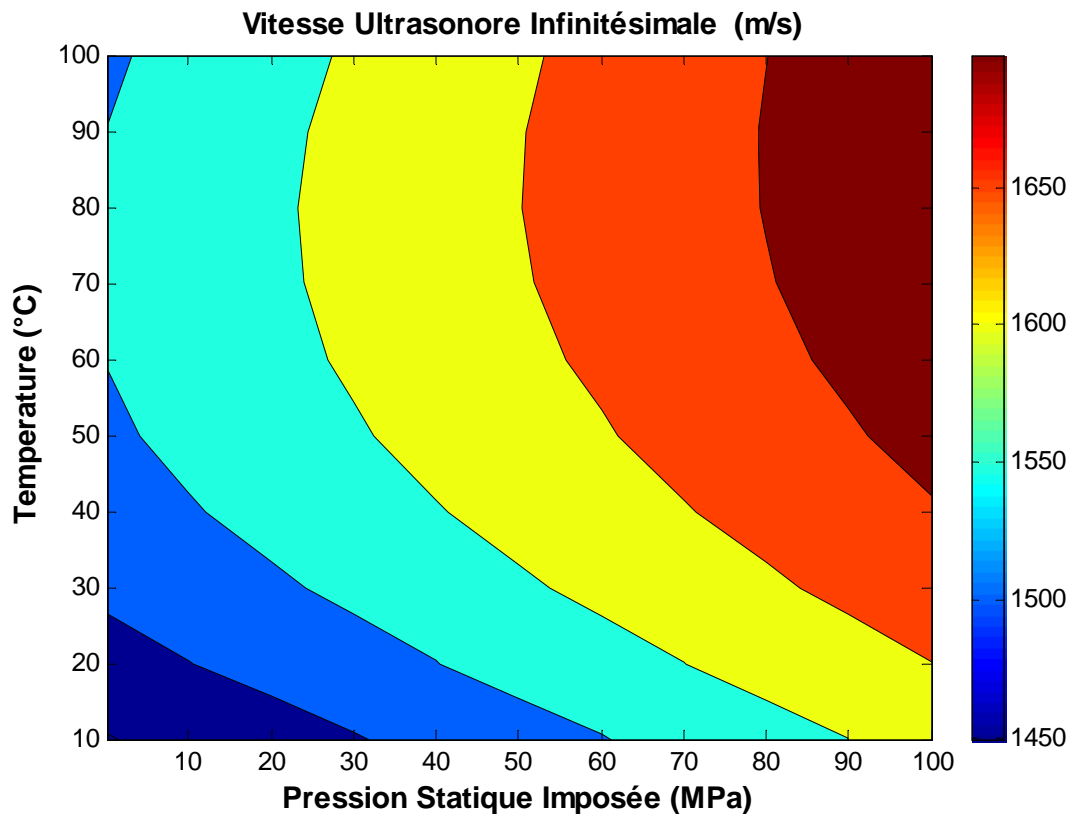


Figure 17 : Répartition de la vitesse l'onde ultrasonore infinitésimale en fonction de la température et de la pression

III. 2. Masse volumique

Les données de la masse volumique de l'eau obtenues par Kell et al. [22], sont utilisées pour la détermination du paramètre de non linéarité B/A.

Pour obtenir les données de masses volumiques sous pression entachées d'une incertitude inférieure à 20 PPM, Kell et al. [22] ont utilisé une méthode numérique qui se base sur les mesures expérimentales de la vitesse de l'onde ultrasonore de Wilson [21] considérées dans la littérature comme des données de références.

La plus faible valeur de la masse volumique de l'eau ($958,363 \text{ kg/m}^3$) correspond à la température la plus élevée et à la plus basse pression statique. Inversement, la valeur la plus élevée de la masse volumique de l'eau (1042.73 kg/m^3) correspond à la plus basse température et à la pression statique la plus élevée (Figure 18). Les isobares et isothermes des figures 19 et 20 confirment des tendances habituelles.

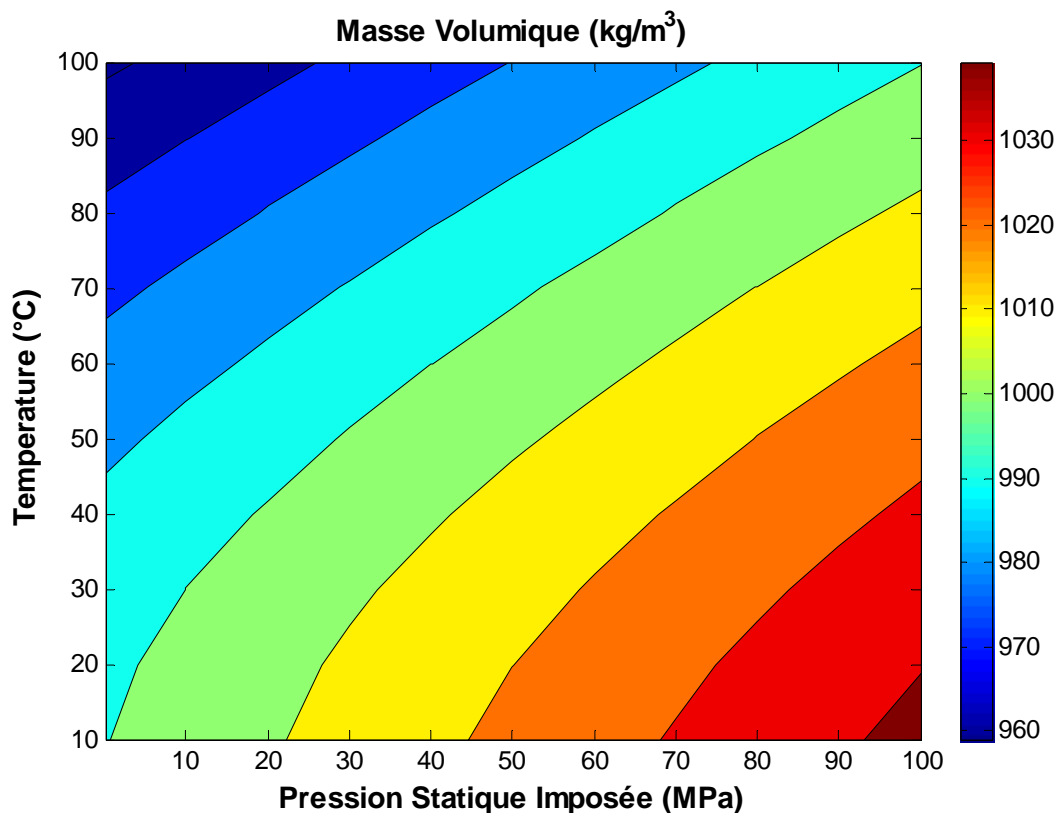


Figure 18 : Répartition de la masse volumique en fonction de la température et de la pression

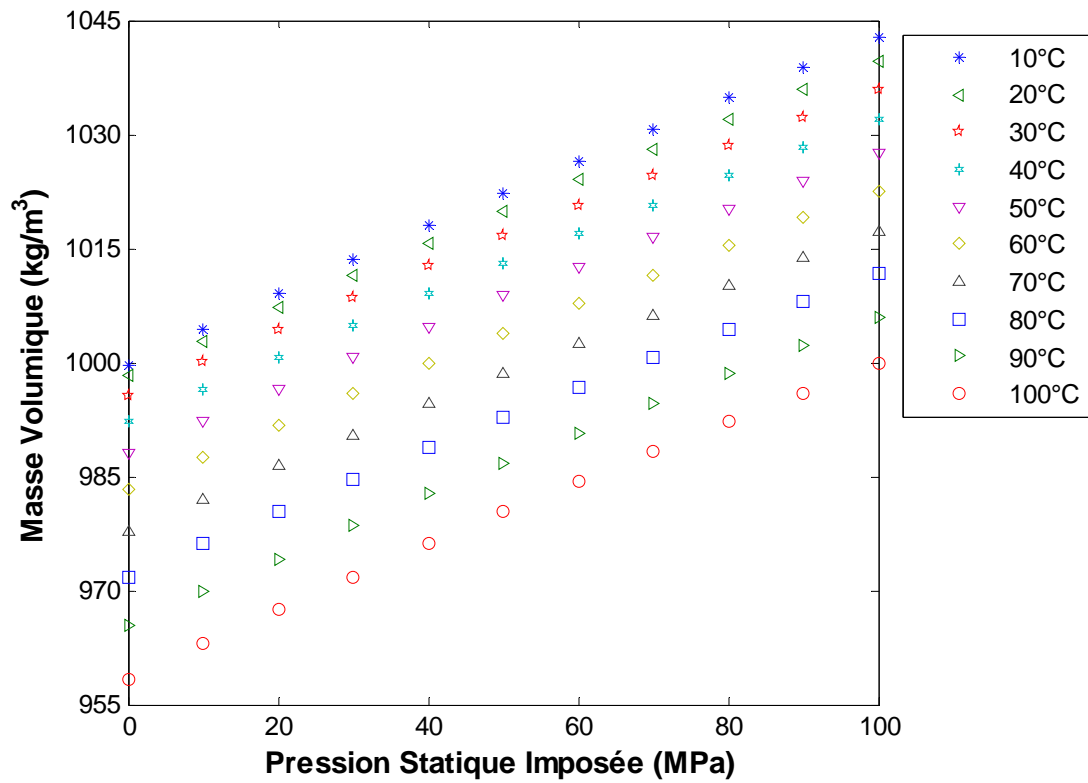


Figure 19 : Evolution de la masse volumique en fonction de la pression.

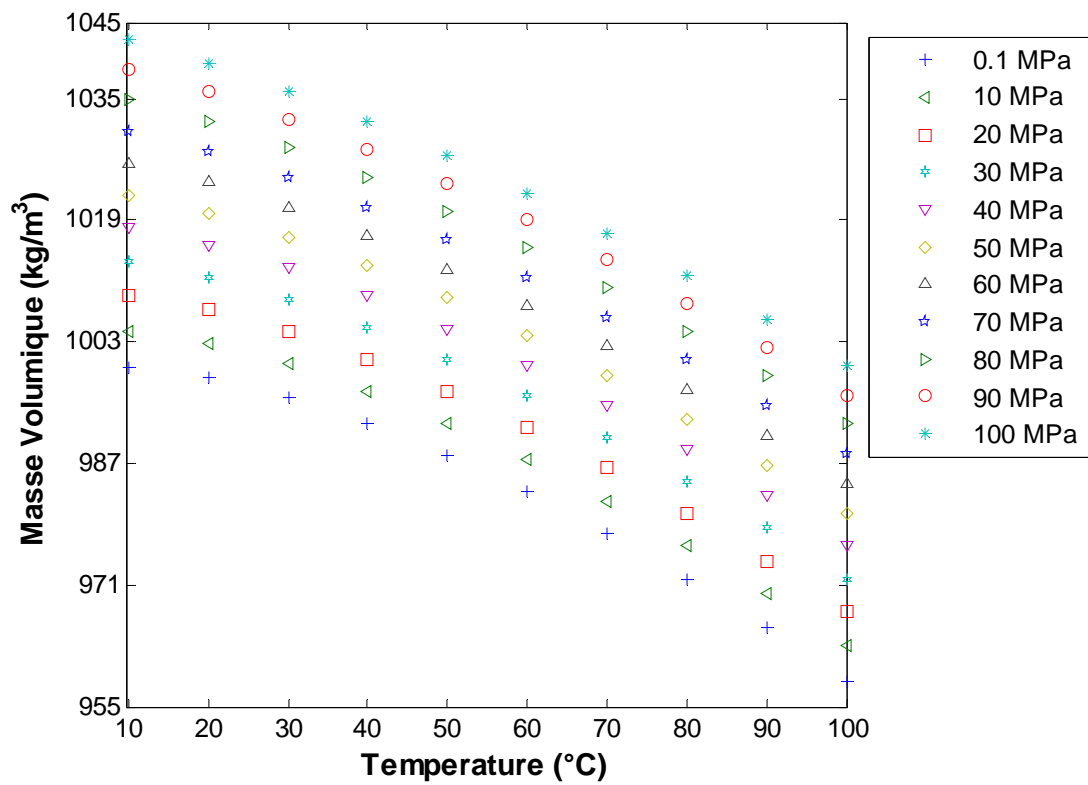


Figure 20 : Variation de la masse volumique en fonction de la température.

III. 3. Mesure du terme $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$

En raison des tendances atypiques de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ en fonction de la pression

statique imposée, il est très difficile de commenter les différentes isothermes.

Notons par ailleurs que pour vérifier la reproductibilité des différentes courbes de la figure 21, chaque isotherme a été mesurée à quatre reprises et chaque point expérimental correspond à la moyenne d'une vingtaine de mesure.

Les isobares observées sur la figure 22 passent par un minimum. En augmentant les pressions statiques, le minimum $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ se décale vers les hautes

températures.

Nous envisageons dans l'avenir de confronter nos résultats expérimentaux à des prévisions théoriques pour confirmer et expliquer ce comportement intéressant et atypique.

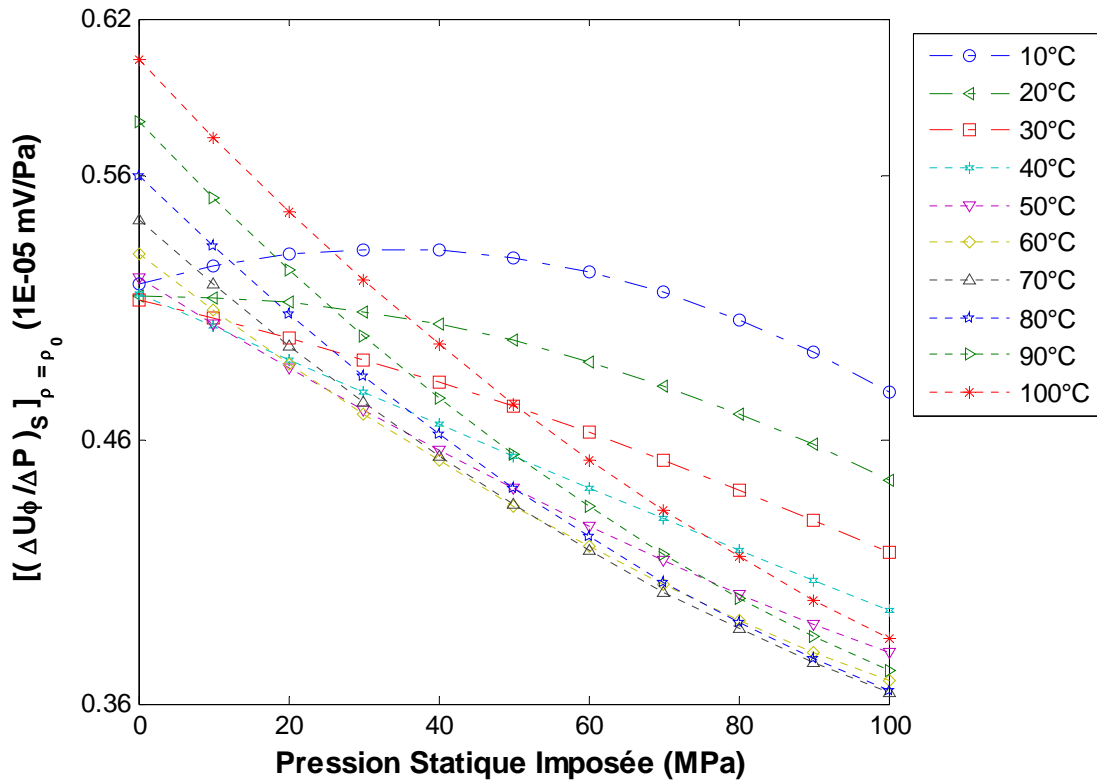


Figure 21 : Evolution de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{p=p_0}$ en fonction de la pression.

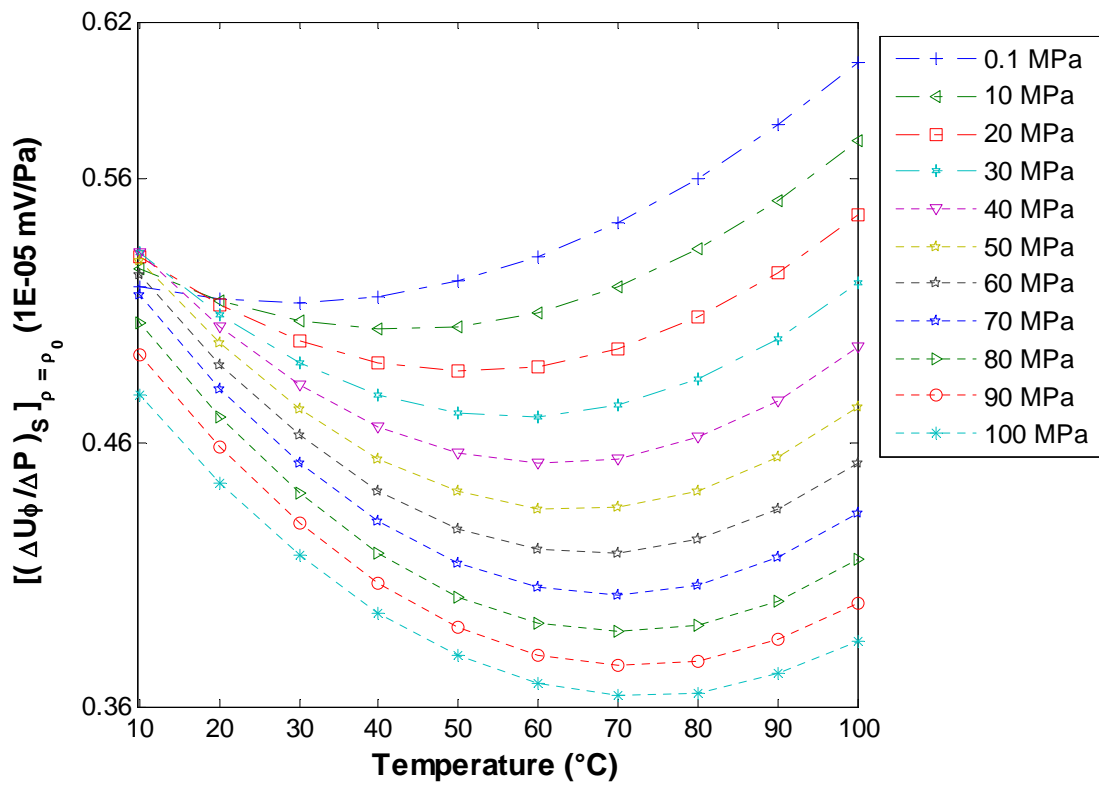


Figure 22 : Evolution de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{p=p_0}$ en fonction de la température.

III. 4. Paramètre de non linéarité B/A

Il est impossible d'établir une comparaison avec d'autres études en raison du manque de données concernant le paramètre de non linéarité B/A sous pression. À notre connaissance, la seule étude sous pression du paramètre de non linéarité et en fonction de la température est celle proposée par Hagelberg [23]. Cependant, aucune comparaison avec cette étude ne peut être faite, car la valeur la plus élevée de la pression statique considérée est de 10MPa alors que notre étude expérimentale explore des valeurs de pression statique beaucoup plus élevées. Notons que cette étude purement numérique, exploite l'expression thermodynamique classique pour la détermination du paramètre B/A.

Les figures 23 et 24 montrent que la valeur la plus basse du paramètre de non linéarité B/A dans l'eau (4.69) correspond respectivement à la plus basse pression statique et température. Tandis que la valeur la plus élevée du paramètre de non linéarité B/A dans l'eau (6.38) correspond à la pression statique la plus basse et à la température la plus élevée [24].

Il est difficile de commenter les figures 23 et 24 en raison du comportement singulier du paramètre de non linéarité B/A de l'eau en fonction de la pression statique imposée et de la température. Pour pouvoir valider nos résultats expérimentaux la technique thermodynamique classique a été adoptée en dépit de son incertitude estimée à $\pm 3\%$ pour les liquides [25-26].

L'écart entre le paramètre de non linéarité obtenu par la méthode de comparaison de phase (Equation (IV. 9)) par rapport à la méthode directe (méthode classique) (Equation (III. 9)) est représenté sur la figure 25. Notons que l'écart relatif moyen est de 1.84% .

Une autre comparaison a été effectuée entre nos résultats expérimentaux et ceux de Plantier et al. [27]. Ces derniers ont limité la gamme d'investigation des pressions statiques à 50MPa. La comparaison relève un écart relatif moyen de 2.01% .

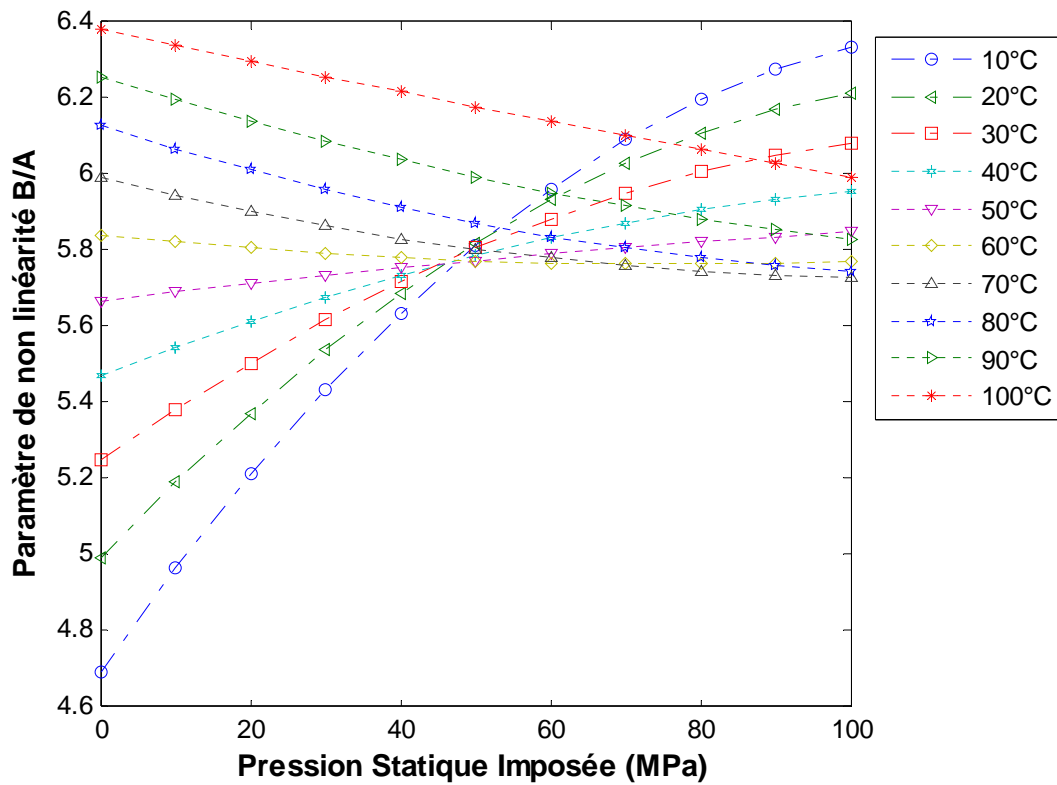


Figure 23 : Evolution du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la pression.

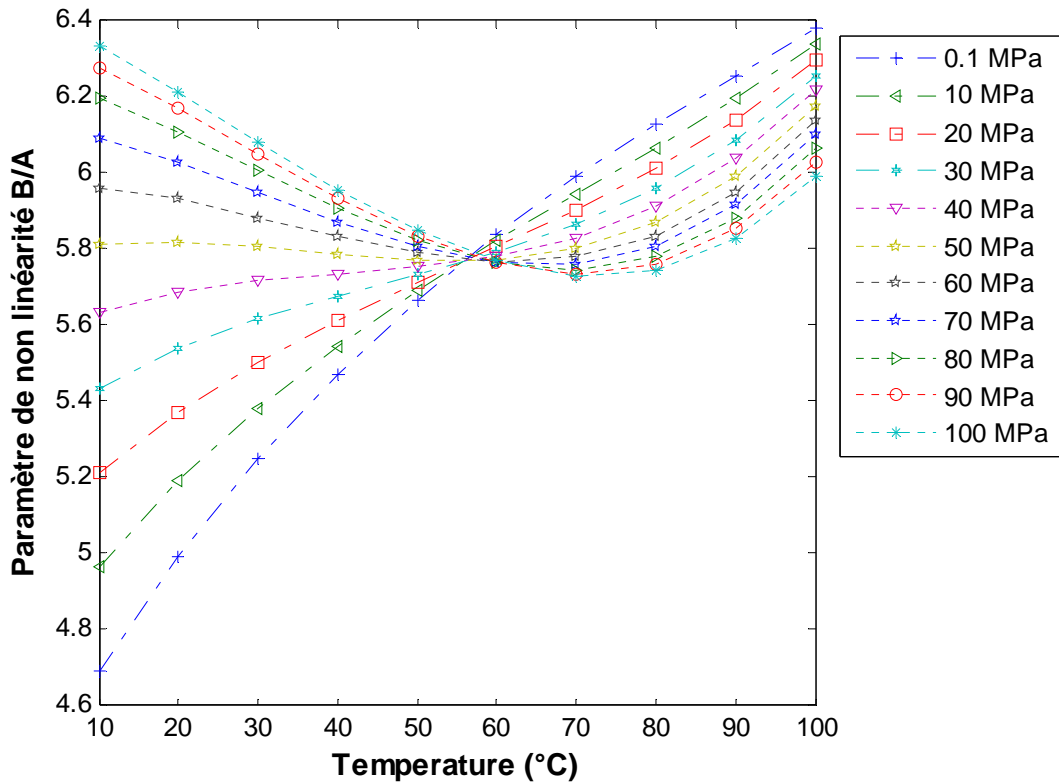


Figure 24 : Evolution du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la température.

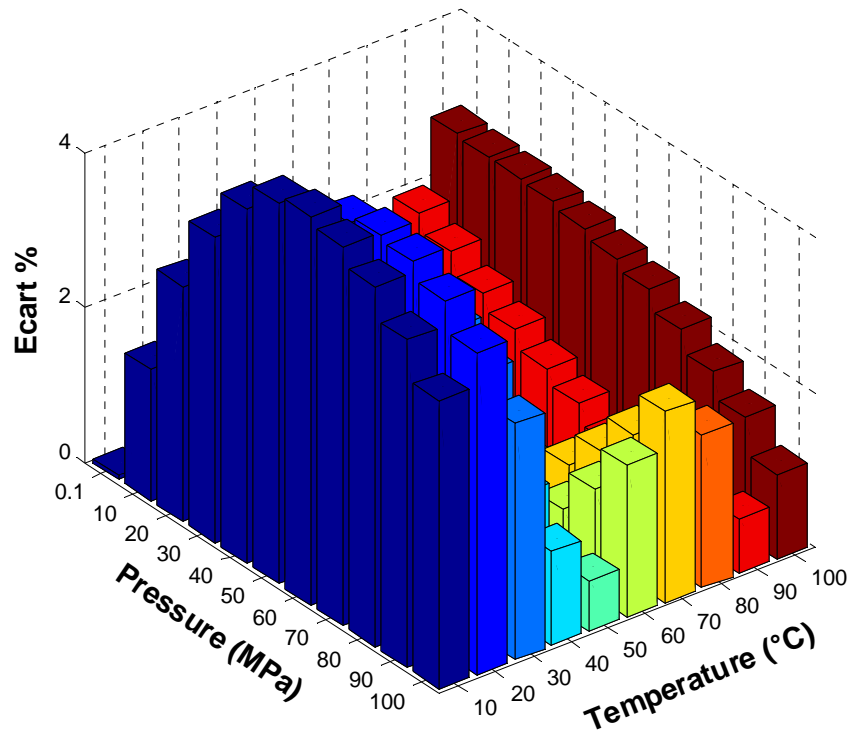


Figure 25 : Ecart entre le paramètre de non linéarité obtenu par la méthode isentropique et la méthode directe (méthode classique).

IV. Estimation de la pression interne à partir des résultats expérimentaux du paramètre de non linéarité B/A

IV. 1. Glycérine

La pression interne est une propriété intrinsèque d'un milieu. Cette grandeur est une propriété bien définie en thermodynamique. Dans le cadre de notre étude, la pression interne a été estimée à partir des résultats expérimentaux du paramètre de non linéarité B/A. En effet l'équation d'état isentropique d'un liquide est souvent représentée par la relation de Tait [15, 28-29]. Ainsi toute perturbation ultrasonore dans un liquide, pour une pression à l'équilibre P_{Equi} , engendre un changement de pression s'exprimant par l'équation de Tait [15, 28-29]:

$$\left(\frac{P - P_{\text{Equi}}}{P_{\text{int}}} \right) = \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\xi - 1 \right] \quad (\text{V. 15})$$

P_{int} étant la pression interne du liquide analysé et ξ dépend de la nature du liquide.

En posant $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ et $\Delta P = P - P_{\text{Equi}}$, l'équation (V. 15) se transforme en :

$$\left(\frac{\Delta P}{P_{\text{int}}}\right) = \left[\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^\xi - 1 \right] \quad (\text{V. 16})$$

En utilisant le développement du binôme :

$$\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^\xi = 1 + \frac{\xi}{1!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right) + \frac{\xi(\xi-1)}{2!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2 + \dots \quad (\text{V. 17})$$

L'équation (V. 16) s'écrit autrement :

$$\frac{\Delta P}{P_{\text{int}}} = \frac{\xi}{1!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right) + \frac{\xi(\xi-1)}{2!} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^2 + \dots \quad (\text{V. 18})$$

En procédant à une identification entre l'équation (III. 2) et l'équation (V. 18) :

$$A = \xi P_{\text{int}}$$

$$B = \xi(\xi-1)P_{\text{int}}$$

Le paramètre de non linéarité se déduit :

$$\frac{B}{A} = (\xi-1) \quad (\text{V. 19})$$

L'équation (V. 16) se transforme en :

$$\left(\frac{\Delta P}{P_{\text{int}}}\right) = \left[\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{B}{A}+1} - 1 \right] \quad (\text{V. 20})$$

En utilisant le premier ordre de développement de l'équation (III. 2) et sachant que

$$c_0^2 = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s \right]_{\rho=\rho_0}, \text{ le coefficient de compressibilité adiabatique s'écrit:}$$

$$\chi_s = \frac{\Delta\rho}{\rho_0 \Delta P} \quad (\text{V. 21})$$

L'équation (V. 20) se transforme en :

$$\left(\frac{\Delta P}{P_{\text{int}}}\right) = \left[\left(1 + \chi_s \Delta P\right)^{\frac{B}{A}+1} - 1 \right] \quad (\text{V. 22})$$

Comme $\chi_s \Delta P \ll 1$, l'équation (V. 22) peut être approximée par:

$$P_{\text{int}} = \Delta P / \left[\left(1 + \left[\frac{B}{A} + 1\right] \chi_s \Delta P\right) - 1 \right] \quad (\text{V. 23})$$

Ainsi la pression interne peut être déduite à partir des valeurs expérimentales du paramètre de non linéarité B/A [15, 29-30] :

$$P_{\text{int}} = \frac{\rho_0 c_0^2}{\left(\frac{B}{A} + 1\right)} \quad (\text{V. 24})$$

Cette équation établit un lien entre la détermination des paramètres à l'échelle moléculaire et les mesures macroscopiques. Ainsi, l'équation (V. 24) permet d'aboutir aisément à la pression interne à partir des propriétés acoustiques. Il convient de noter que la pression interne caractérise la cohésion intermoléculaire dans le liquide, il est ainsi possible de déduire un ordre de grandeur de la distance intermoléculaire dans le liquide en exploitant une mesure de surface qui est la tension superficielle.

Selon la figure 26, la pression interne est une fonction qui croît avec l'augmentation de la pression statique imposée. Dans la gamme de température étudiée, la pression interne diminue avec l'élévation de la température (Figure 27).

La représentation 3D de la pression interne dans la glycérine en fonction de la pression statique imposée et de la température permet de dégager un profil global de ce paramètre. En effet, la plus faible valeur de la pression interne dans la glycérine (313.04 MPa) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Inversement, la valeur la plus élevée de la pression interne dans la glycérine (588.51 MPa) correspond à la température la plus basse et la pression statique la plus haute. Sinon, pour des pressions et températures intermédiaires un comportement monotone est observé (Figure 28).

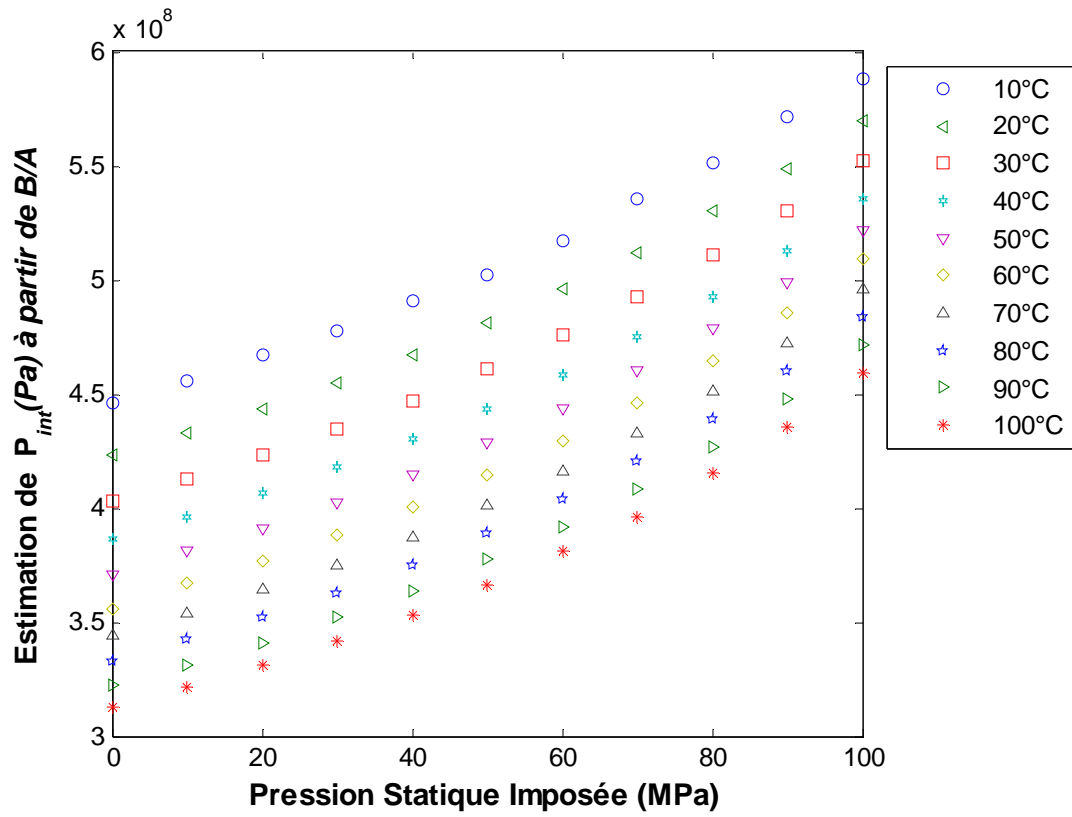


Figure 26 : Evolution de la pression interne en fonction de la pression.

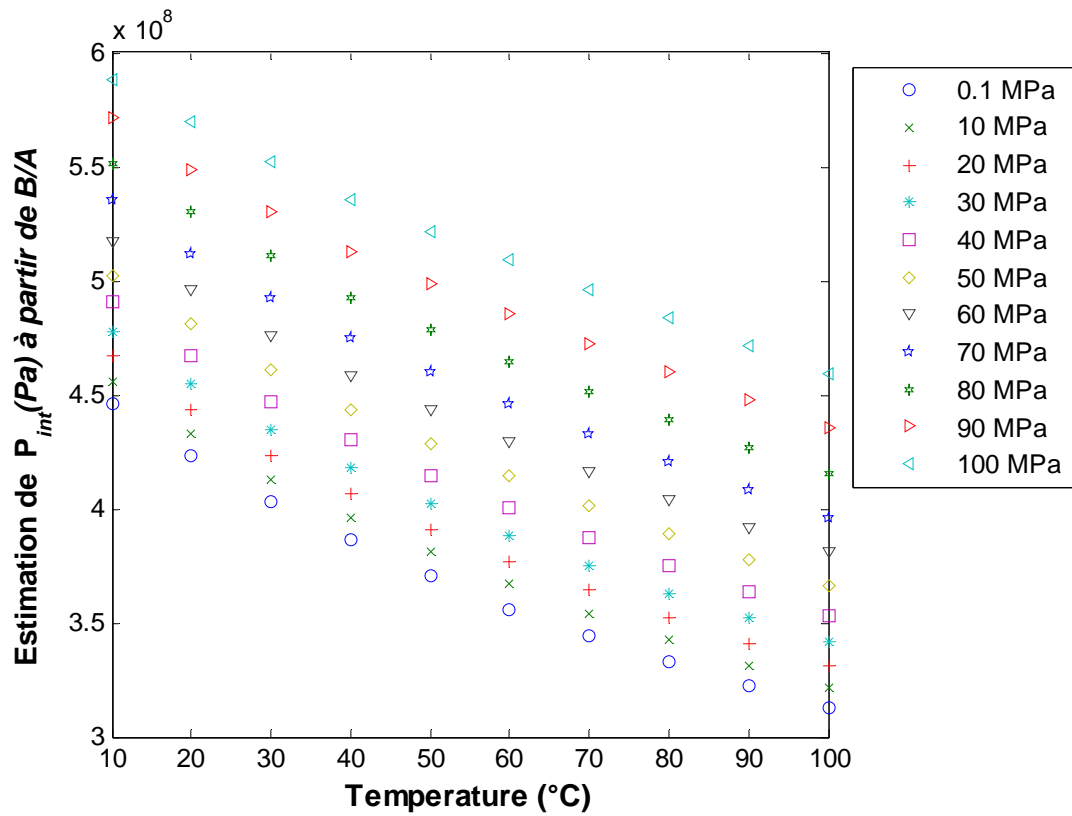


Figure 27 : Evolution de la pression interne en fonction de la température.

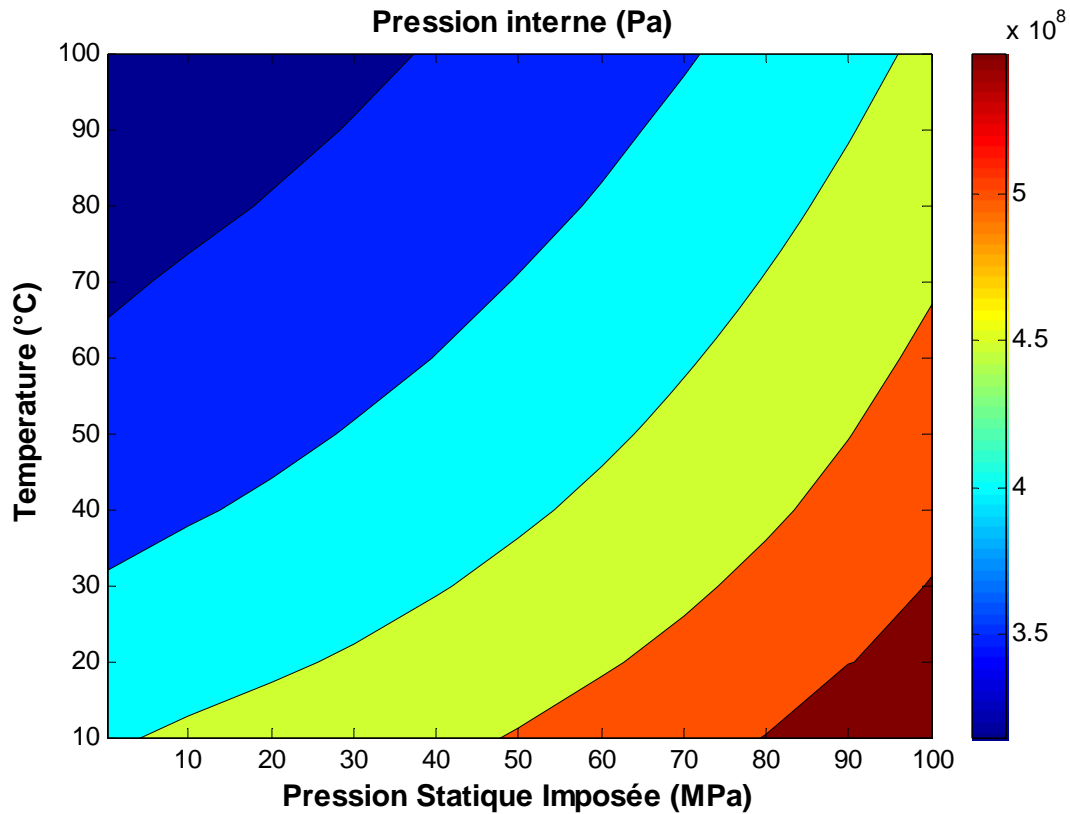


Figure 28 : Répartition de la pression interne en fonction de la température et de la pression

Le maximum atteint par la pression interne démontre une augmentation très significative de la cohésion intermoléculaire dans la glycérine. Ce maximum correspond au maximum observé dans la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale et de la masse volumique et au minimum constaté pour le paramètre de non linéarité B/A.

Ces résultats sont prévisibles, car en augmentant la pression statique les molécules se rapprochent et les forces intermoléculaires deviennent prépondérantes, et la pression interne devient importante. Par conséquent, les énergies liées aux forces intermoléculaires sont significatives. Ces forces exercent un contrôle sur l'état de la matière. Dans l'état liquide les molécules sont légèrement limitées dans leurs mouvements. Cependant, puisque les molécules peuvent se mouvoir d'une manière aléatoire sur des intervalles assez courts, les effets de translation ne sont pas complètement absents. Cependant, l'augmentation de la température augmente l'énergie de translation des molécules jusqu'à surmonter ces forces attractives induisant ainsi une diminution de la pression interne. Quand les forces

intermoléculaires ne peuvent plus être suffisantes pour surmonter l'énergie de translation, alors un changement de l'état liquide à l'état gazeux se produit. Sinon, pour des pressions statiques et des températures intermédiaires un comportement monotone est observé.

Sehgal [31] propose une autre formulation de la pression interne en fonction du paramètre de non linéarité B/A s'exprimant par la relation suivante :

$$P_{\text{int}} = \frac{\rho_0 c_0^2}{\left(\frac{B}{A} + 1\right)} - P_{\text{Equi}} \quad (\text{V. 25})$$

L'écart relatif entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Sehgal (Equation (V. 25)) par rapport à celle obtenue à partir de l'expression de Tait (Equation (V. 24)) est effectué de la manière suivante:

$$\text{Ecart}(\%) = \frac{|P_{\text{int}}(\text{formulation de Sehgal}) - P_{\text{int}}(\text{formulation de Tait})|}{P_{\text{int}}(\text{formulation de Tait})} \times 100 \quad (\text{V. 26})$$

Des écarts importants apparaissent en comparant les résultats de l'équation (V. 24) proposée par Shklovskaya-Kordi [29] et par Emery et al. [15] avec ceux de l'équation (V. 25) suggérée par Sehgal [31] et qui peuvent atteindre les 25% pour les hautes pressions statiques (Figure 29).

Comme il a été démontré, la pression interne peut être déduite facilement à partir du paramètre de non linéarité B/A connaissant au préalable certains paramètres tels que la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale et la masse volumique pour chaque température et pression statique imposée; ainsi l'état interne de la matière est déterminé et les valeurs absolues de l'énergie interne peuvent être connues. En effet une fois la pression interne évaluée, il est facile de déduire l'énergie interne qui englobe les énergies cinétiques et potentielles des molécules, des atomes et des particules subatomiques qui constituent la matière à l'échelle microscopique.

Relativement peu d'études ont été publiées sur la pression interne sous pression et en fonction de la température. Généralement le volume des études consacrées aux effets de la pression sur les liquides est plus réduit que celui voué aux effets de la température. Cependant dans le cas de la glycérine, il est impossible de confronter nos valeurs de la pression interne à des données bibliographiques puisque ce liquide

à notre connaissance n'a donné lieu à aucune étude se rapportant soit aux effets de la température soit aux effets de la pression. Dans ce but, afin de valider nos résultats évalués à partir de la méthode acoustique, il nous a semblé utile d'utiliser la définition thermodynamique de la pression interne comme moyen de comparaison.

La pression interne P_{int} est définie par [32-34] :

$$P_{\text{int}} = \left[\frac{\partial U}{\partial V} \right]_T = T \left[\frac{\partial P}{\partial T} \right]_V - P_{\text{Equi}} \quad (\text{V. 27})$$

U étant l'énergie interne.

La pression thermique peut s'écrire autrement [32-34]:

$$T \left[\frac{\partial P}{\partial T} \right]_V = \frac{T\varepsilon}{\chi_T} \quad (\text{V. 28})$$

$\varepsilon = \frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial T} \right]_P$ représente le coefficient de dilatation isobare et $\chi_T = -\frac{1}{V} \left[\frac{\partial V}{\partial P} \right]_T$ étant la compressibilité isotherme.

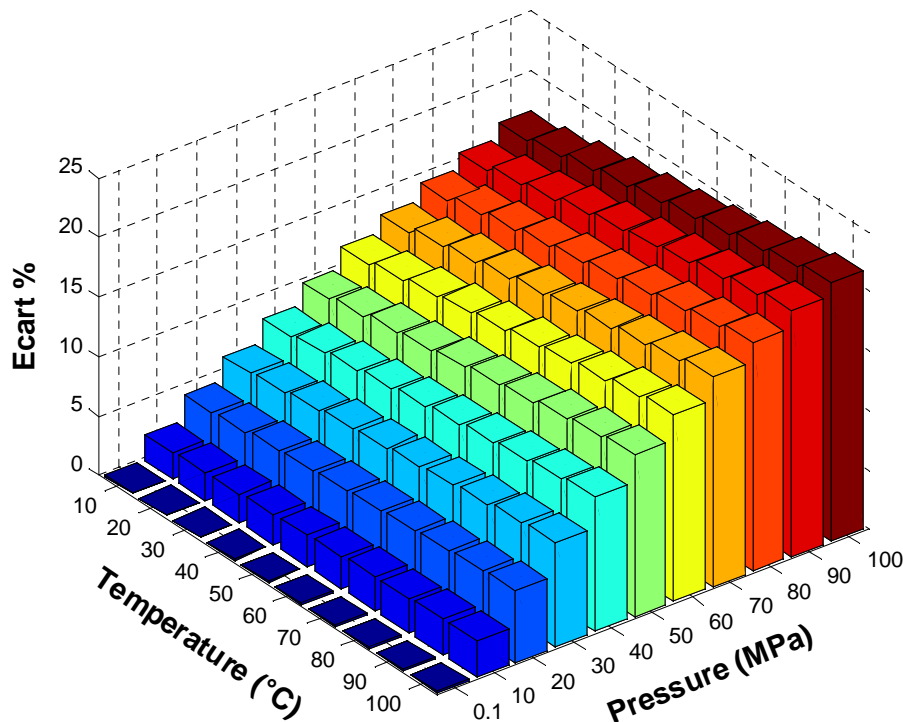


Figure 29 : Ecart entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Sehgol par rapport à celle obtenue à partir de l'expression de Tait

Finale­ment l'expression de la pression interne se transforme en:

$$P_{\text{int}} = \frac{T\varepsilon}{\chi_T} - P_{\text{Equi}} \quad (\text{V. 29})$$

L'équation (V. 29) exige au préalable le calcul du coefficient de dilatation isobare et de la compressibilité isotherme. Ainsi, la pression interne dans la glycérine a été calculée à partir des données expérimentales obtenues de la masse volumique. Il convient noter que le calcul numérique du coefficient de dilatation isobare et de la compressibilité isotherme implique des incertitudes dans l'évaluation de la pression interne.

La figure 30 représente les écarts entre la pression interne obtenue à partir de l'expression de Tait (Equation (V. 24)) par rapport à celle obtenue à partir de la définition thermodynamique de la pression interne (Equation (V. 29)). En se reportant à cette figure, un écart relatif maximum de 54.2% est constaté aux basses températures et aux hautes pressions. L'écart relatif moyen est de 30.4%. Les valeurs estimées à partir de l'expression de Tait (Equation (V. 24)) sont plus faibles par rapport à celles déterminées à partir de la définition thermodynamique de la pression interne (Equation (V. 29)). Sur une isotherme donnée, l'écart relatif diminue en augmentant la pression statique. Ce raisonnement n'est pas valable pour l'isotherme de 10°C, pour laquelle il est difficile de tirer une conclusion.

Il convient de signaler que pour un liquide associé (polaire) qu'un terme énergétique supplémentaire lié aux liaisons d'hydrogène affecte d'une manière significative la pression interne [35]. Certains auteurs [35] séparent la contribution chimique (liaisons d'hydrogène) de la contribution non chimique. Jusqu'à présent la relation entre la pression interne et l'énergie de cohésion dans les liquides polaires n'est pas claire. Ainsi, les écarts observés peuvent être attribués au fait que l'approche acoustique est basée essentiellement sur l'aspect purement ondulatoire de la propagation des ondes ultrasonores dans la matière. Notons que l'approche acoustique est basée aussi sur quelques hypothèses. En effet, l'équation (V. 21) a été établie en utilisant le premier ordre de développement de l'équation (III. 2) et la condition $\chi_s \Delta P \ll 1$ est supposée tout le temps vérifiée pour que l'équation (V. 23) soit valide.

La figure 31 illustre les écarts entre la pression interne obtenue à partir de l'expression de Sehgal (Equation (V. 25)) par rapport à celle obtenue à partir de la définition thermodynamique de la pression interne (Equation (V. 29)).

En se reportant à cette figure, un écart relatif maximum de 51% est constaté aux hautes températures et aux basses pressions. L'écart relatif moyen est de 35.7%. Les valeurs estimées à partir de l'expression de Sehgal (Equation (V. 25)) sont plus faibles que celles déterminées à partir de la définition thermodynamique de la pression interne (Equation (V. 29)). Sur une isotherme donnée, l'écart relatif diminue en augmentant la pression statique. Ce raisonnement n'est pas valable pour l'isotherme de 10°C, pour laquelle il est difficile de tirer une conclusion. Sur une isobare donnée, l'écart relatif décroît avec la diminution de la température.

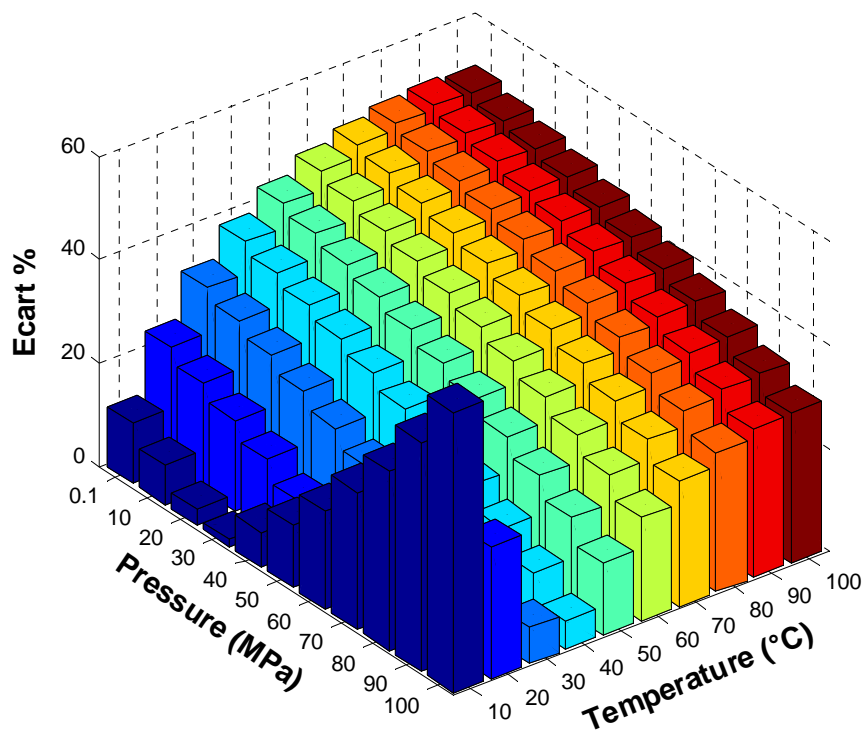


Figure 30 : Ecart entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Tait par rapport à la définition thermodynamique de P_{int} .

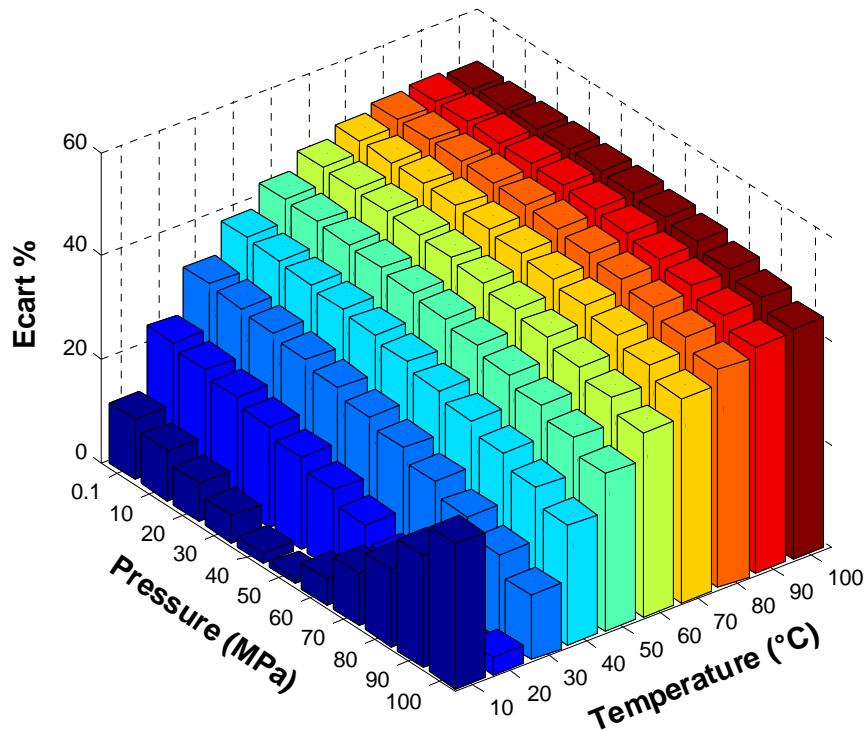


Figure 31 : Ecart entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Sehgal par rapport à la définition thermodynamique de P_{int} .

IV. 2. Eau

En raison du comportement singulier de l'eau, il est délicat de commenter l'évolution de la pression interne en fonction de la température et de la pression statique. Notons, que l'effet le plus significatif de l'augmentation de la pression statique est la diminution du volume entraînant par conséquent une diminution de la distance intermoléculaire et du volume libre. Ceci mène à la variation des interactions moléculaires. La pression interne peut être exprimée comme étant la somme d'une contribution attractive et d'une contribution répulsive. Les contributions attractives sont liées aux forces attractives qui comportent principalement des interactions entre liaisons d'hydrogène, entre dipôle-dipôle ou de type multipolaires [35]. Les forces répulsives, opérant sur des distances intermoléculaires très petites, jouent un rôle mineur dans le processus de cohésion dans les conditions normales.

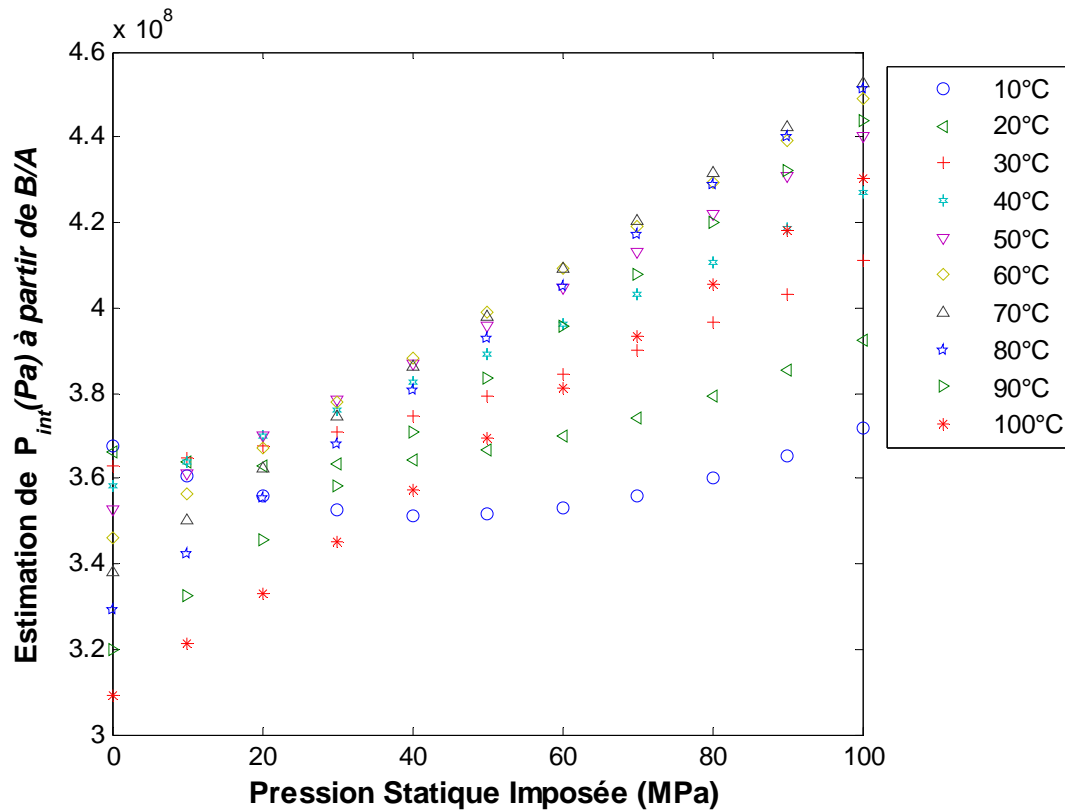


Figure 32 : Evolution de la pression interne en fonction de la pression.

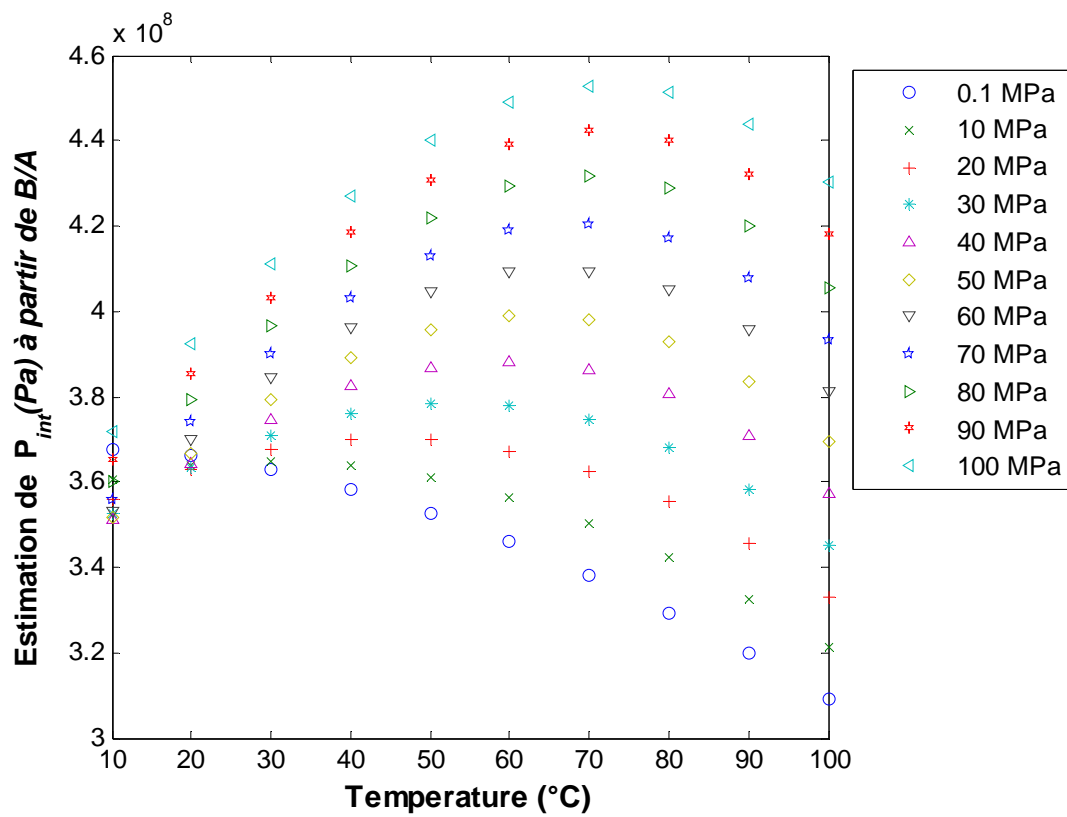


Figure 33 : Evolution de la pression interne en fonction de la température.

Mais à mesure que la pression augmente, les forces répulsives augmentent également et les forces attractives deviennent plus complexes. En conséquence, la pression interne peut aussi bien augmenter que diminuer, peut passer par un maximum lorsque la pression statique augmente (Figures 32 et 33). Dans certains cas, la pression interne peut même être peu sensible à l'effet de la pression statique [36].

La représentation 3D de la pression interne dans l'eau en fonction de la pression statique imposée et de la température permet de dégager un profil global de ce paramètre. En effet, la plus faible valeur de la pression interne dans l'eau (309.34 MPa) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Dans la gamme d'analyse, la valeur la plus élevée de la pression interne dans l'eau est de (452.92 MPa) (Figure 34).

Le maximum de la pression interne démontre une augmentation très significative de la cohésion intermoléculaire dans l'eau. Ce maximum correspond au minimum observé dans le cas de $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$.

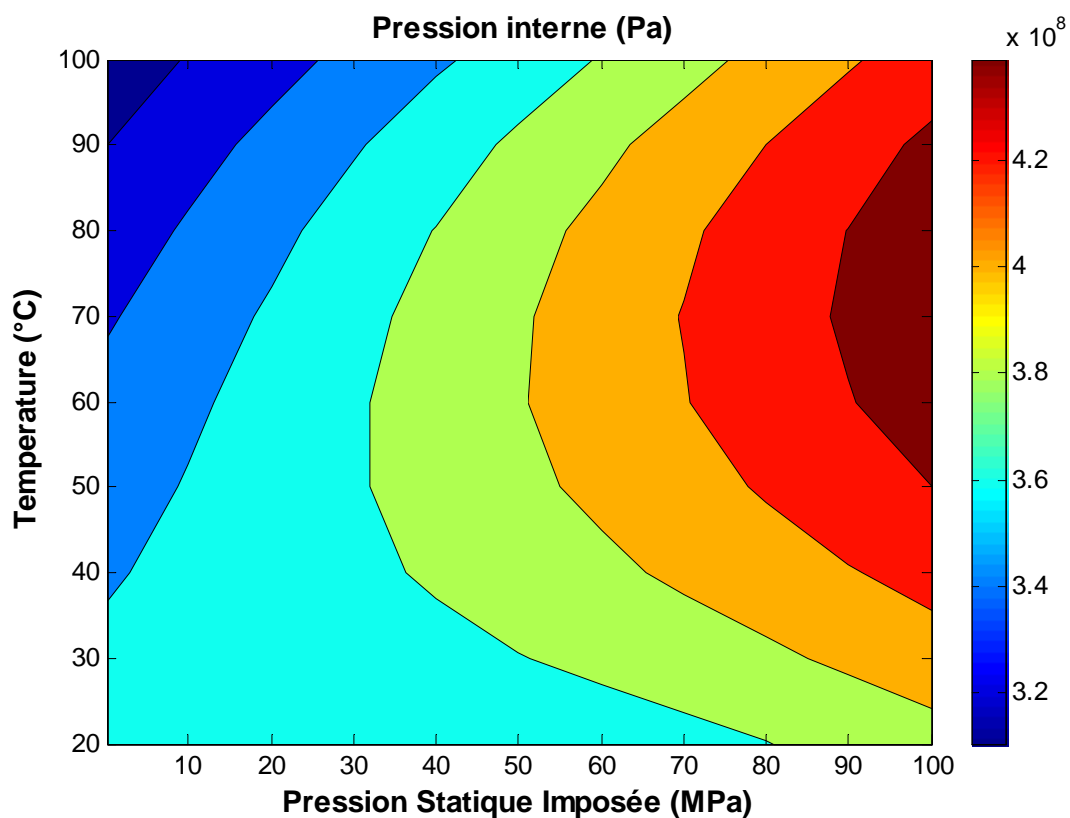


Figure 34 : Répartition de la pression interne en fonction de la température et de la pression

L'écart relatif entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Sehgal (Equation (V. 25)) par rapport à celle obtenue à partir de l'expression de Tait (Equation (V. 24)) est représenté sur la figure 35. Des écarts importants apparaissent en comparant les résultats de l'équation (V. 24) proposée par Shklovskaya-Kordi [29] et par Emery et al. [15] avec ceux de l'équation (V. 25) suggérée par Sehgal [31] et qui peuvent atteindre 30% pour les hautes pressions statiques (Figure 35).

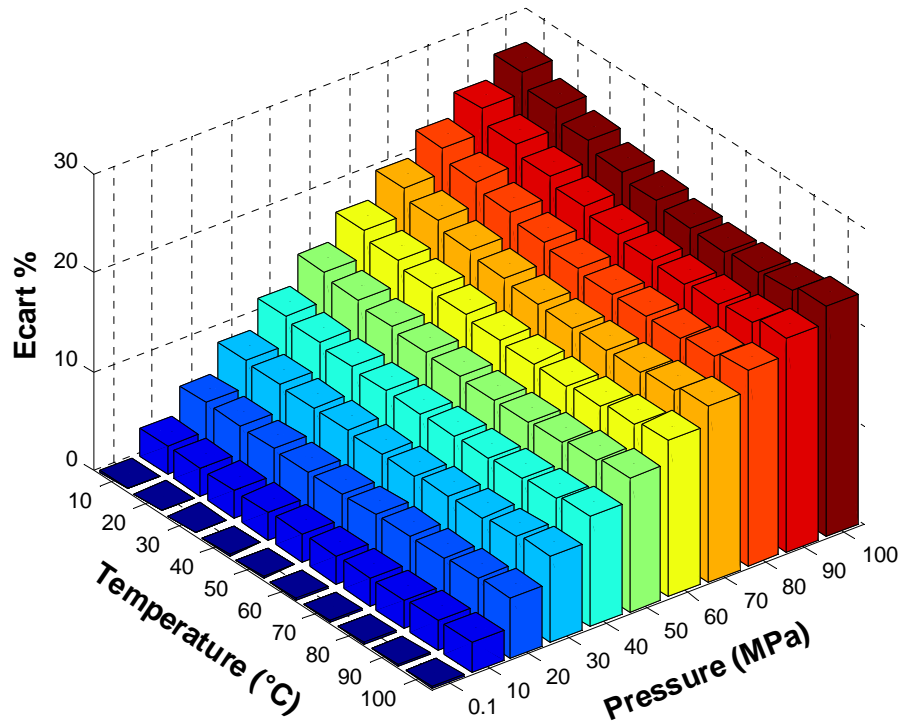


Figure 35 : Ecart entre P_{int} obtenue à partir de l'expression de Sehgal par rapport à celle obtenue à partir de l'expression de Tait

V. Estimation de la distance intermoléculaire à partir de la pression interne calculée et de la mesure de la tension superficielle

Les propriétés d'un liquide sont, en grande partie, dépendantes des interactions qui existent entre les molécules qui le constituent. Ces interactions sont fortement répulsives pour des distances de séparation très faibles, et attractives lorsque ces distances de séparation augmentent. Il en découle que les interactions d'une

molécule avec ses voisines au sein d'un liquide sont isotropes puisque chaque molécule possède autant de voisines dans toutes les directions. Cependant, dans une interface la notion d'isotropie n'a pas lieu d'exister. Comme le nombre et la distribution des molécules avec lesquelles une molécule donnée peut interagir, sont différents dans les directions parallèle et perpendiculaire à l'interface ; la somme des contributions des forces d'attraction entre les molécules ne peut être qu'anisotrope.

La contrainte en tous points de l'interface est la différence entre ces deux contributions. C'est cette surpression, due à la répartition dissymétrique de la matière dans l'interface que l'on appelle tension interfaciale σ_{int} .

Ainsi, la tension interfaciale est à l'origine de la surpression à l'intérieur des gouttes et des bulles. Lorsqu'on traverse une interface, il y a un saut de pression qui peut être facilement évalué dans le cas d'une goutte de géométrie sphérique.

En considérant une goutte d'un milieu 1 défini par une pression P_1 dans un autre milieu 2 de pression P_2 . En utilisant les déplacements virtuels de l'interface (1)/(2) de dr (Figure 36), le travail des forces de pression et capillaire s'écrit :

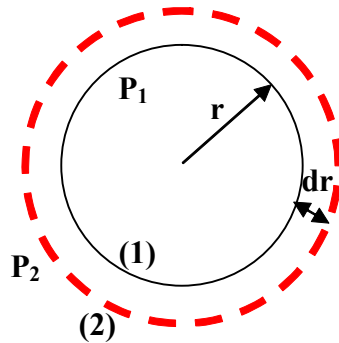


Figure 36 : Surpression à l'interface (1)/(2)

$$\delta w = -P_1 dV_1 - P_2 dV_2 + \sigma_{12} dA \quad (\text{V. 30})$$

où $dV_1 = 4\pi r^2 dr = -dV_2$ et $dA = 8\pi r dr$ sont respectivement l'augmentation de volume et de la surface de la goutte. σ_{12} est la tension superficielle.

La condition de l'équilibre mécanique s'écrit $\delta w = 0$ (Théorème de Laplace-Young 1805) [37] :

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{2\sigma_{12}}{r} \quad (\text{V. 31})$$

V. 1. Glycérine

L'ordre de grandeur de la distance intermoléculaire moyenne peut être déduit de la valeur de la pression interne et de la tension superficielle d'un liquide. Sachant que dans le cas d'une interface liquide/gaz [15, 29]:

$$P_{\text{int}} = \frac{2\sigma_{\text{int}}}{r} \quad (\text{V. 32})$$

Ainsi la distance intermoléculaire s'exprime comme suit :

$$r = \frac{2\sigma_{\text{int}}}{P_{\text{int}}} \quad (\text{V. 33})$$

L'estimation de la distance intermoléculaire nécessite la connaissance de la tension superficielle. Des mesures de tension superficielle ont été entreprises dans le cas de la glycérine, moyennant l'utilisation d'un tensiomètre à goutte.

V. 1. 1. Principe de l'appareil

La tension interfaciale (pour les interfaces liquide/liquide) ou superficielle (pour les interfaces liquide/gaz) est mesurée par la méthode de la goutte pendante/montante. La goutte est formée à l'extrémité d'un capillaire relié à une seringue dont le piston est commandé par un moteur. La verticalité de l'extrémité du capillaire est réglable pour pouvoir former des gouttes rigoureusement axisymétriques. Ce réglage est assisté par ordinateur. L'aiguille est droite pour former des gouttes pendantes et recourbée à 180° pour des gouttes montantes.

L'optique est de type télécentrique. Ainsi l'agrandissement optique ne dépend pas de la distance de l'objectif à la goutte. L'objectif est à très faible distorsion. Néanmoins le logiciel effectue une ultime correction optique afin d'obtenir la plus grande précision sur la forme du contour de la goutte.

Un coffret de commande regroupe les boutons actuateurs pour le système d'injection (boutons "montée" & "descente") (Figure 37).

L'ensemble du tensiomètre est piloté à partir d'un micro ordinateur. Ce dernier est équipé d'une carte d'acquisition vidéo rapide, d'une carte de commande du moteur contrôlant le système d'injection (Figure 37).

Toutes les opérations de réglage du tensiomètre (verticalité des différents éléments, paramétrage du traitement d'images, calibration des seringues, etc...), et l'acquisition et le traitement des données sont assurées par un logiciel (Figure 37).

Dans le cadre de nos mesures, nous nous sommes intéressés à mesurer la tension superficielle (liquide/gaz) entre la glycérine et l'air.

Une goutte d'air est formée automatiquement à l'extrémité de l'aiguille d'une seringue dans une cuvette contenant de la glycérine (Figure 38).

La goutte est éclairée par une source lumineuse uniforme, l'image de son profil est projetée par un objectif télécentrique sur une caméra CCD (512x512 pixels), elle est numérisée et ensuite traitée par logiciel pour déterminer plusieurs fois par seconde la tension superficielle, la surface et le volume de la goutte. Une pression de 0 à 12 bars peut être appliquée, la température pouvant être réglée de la température ambiante à 200°C.

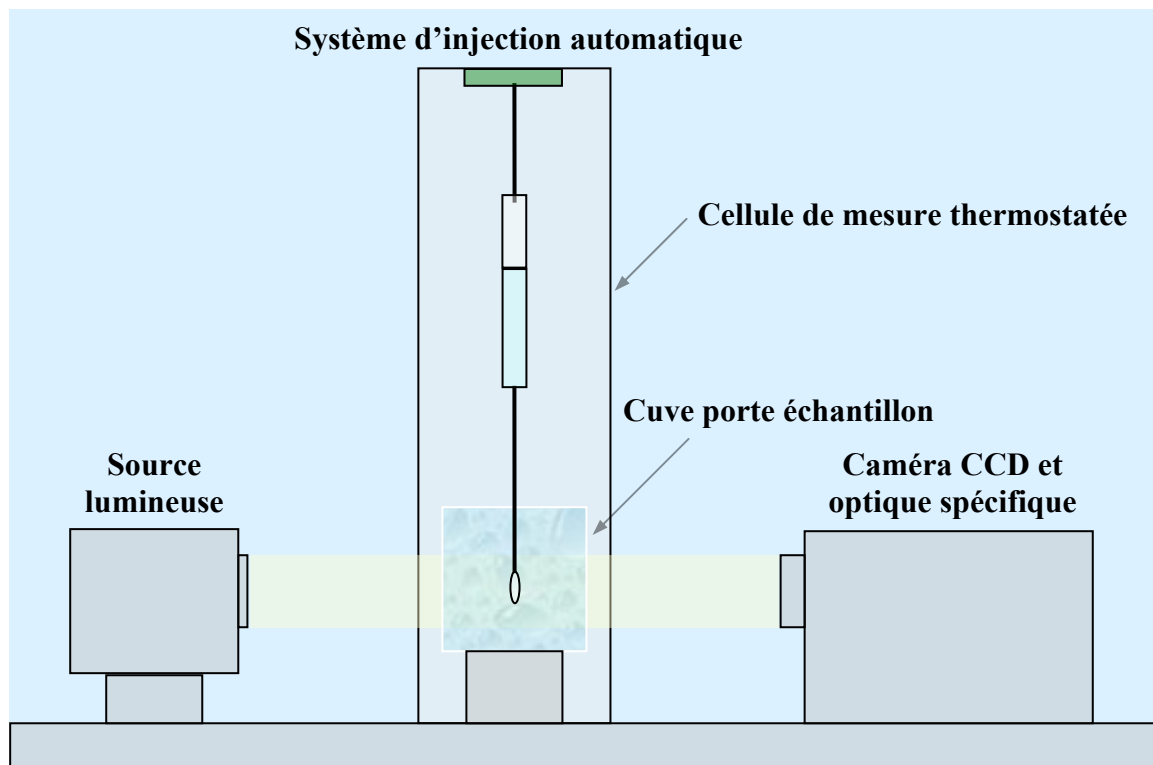


Figure 37: Dispositif expérimental de mesure de la tension superficielle

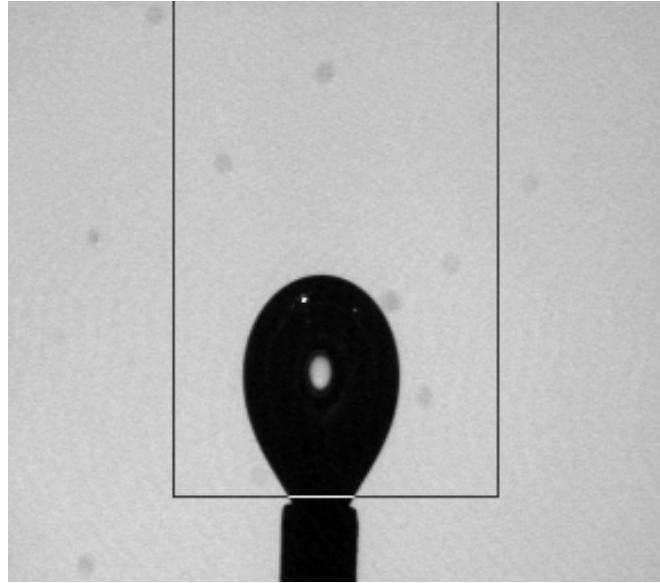


Figure 38 : Formation de la goutte d'air dans le liquide à analyser.

V. 1. 2. Principe de calcul

La tension interfaciale entre deux milieux liquide-liquide ou la tension superficielle entre un liquide-gaz peut être calculée à partir de l'étude du contour d'une goutte présentant une symétrie de révolution. La forme de la goutte est déterminée par la combinaison de la tension superficielle et des effets de la gravitation. La goutte est en équilibre entre la tension interfaciale/superficielle et la pesanteur. Ces forces sont antagonistes. Les effets de la tension interfaciale/superficielle forcent la goutte à prendre une forme sphérique tandis que les effets de la gravitation ont tendance à l'allonger pour lui donner une forme en poire dans le cas d'une goutte pendante/montante et à l'aplatir dans le cas d'une goutte posée. Lorsque l'importance de ces effets est du même ordre on peut déterminer la forme du contour apparent et les angles de contact entre la goutte et son support. Le traitement s'appuie sur l'équation de Laplace-Young.

V. 1. 3. Extraction du contour

A partir d'un histogramme en niveaux de gris, l'extraction du contour de seuillage est effectuée.

Pour déterminer le contour à une précision de l'ordre de 0.2 pixel à partir d'une caméra CCD 512x512, le gradient de gris selon les quatre directions fondamentales est exploité.

Afin de convertir les informations en pixels analysées par le software en des informations réelles en mm, une estimation de la taille en mm des pixels acquis par le système optoélectronique est utilisée.

L'alignement optique, l'uniformité de la source lumineuse et la non déformation de l'image par l'optique de reprise sont assurés par l'utilisation d'une source lumineuse Lambertienne (sphère intégrante) ainsi que d'une lentille télécentrique, permettant ainsi une bonne précision des résultats mesurés. La calibration de l'appareil est faite au moyen de billes d'acier de diamètre (3 à 5 mm) connu à 3μ près. Notons que le logiciel pilote un moteur couplé à une seringue d'injection ce qui permet de réguler le volume à injecter. Le logiciel permet le stockage des fichiers d'analyse mais aussi des images et film associés.

V. 1. 4. Résultats expérimentaux

La surface de la glycérine est sensible à toute pollution et se contamine rapidement à l'air libre. C'est pourquoi la conservation de la glycérine pure requiert des protocoles spéciaux tels que le nettoyage de la cuve avec un bon solvant après chaque mesure. Le temps de mesure est minimisé en veillant bien sûr à atteindre la bonne température de régulation. Notons qu'un nouveau remplissage de la cuve est effectué après chaque température régulée.

Le domaine de température exploité dans l'analyse expérimentale de la tension superficielle dans la glycérine s'étend de 10°C jusqu'à 90°C . Une fois la régulation thermique atteinte, l'acquisition des données est lancée.

Un traitement statistique des données est effectué pour déterminer la valeur moyenne de la tension superficielle pour chaque température (Figure 39).

Pour les besoins de notre étude, nous étions contraints d'effectuer les mesures de la tension tous les 10°C . Cependant avec un pas aussi réduit, certaines mesures de la tension superficielle étaient difficiles à effectuer vu la très faible variation de σ_{int}

pour certaines températures voisines, nécessitant par moment de tracer des courbes de tendance.

L'élévation de la température fait augmenter l'énergie de translation des molécules jusqu'à surmonter les forces attractives induisant ainsi une diminution de la pression interne. Cela se traduit par une diminution de la vitesse de l'onde ultrasonore, entraînant par conséquent une augmentation de la distance intermoléculaire (Tableau I). Après une recherche bibliographique minutieuse, deux valeurs de la tension superficielle sur une interface glycérine/air sont répertoriées dans la littérature [38-39], ce qui nous a permis de faire un calcul d'écart entre nos mesures et celles trouvées dans la bibliographie. À 20°C l'écart est estimé à 3.01%, à 90°C il est de 3.5%.

Le manque total d'informations au sujet de la glycérine ne nous a pas permis de procéder à une quelconque confrontation pour ce corps concernant le paramètre de non linéarité B/A, la pression interne P_{int} , la tension superficielle σ_{int} et distance intermoléculaire r .

T (°C)	B/A	P_{int} (MPa)	σ_{int} (mN/m)	r (m)
10	9.8322	445.72	61.94	2.7793
20	10.0632	423.37	61.49	2.9048
30	10.2608	403.26	61.08	3.0293
40	10.4251	386.38	60.45	3.1290
50	10.5559	371.05	59.77	3.2217
60	10.6534	355.98	59.19	3.3255
70	10.7175	344.47	58.49	3.3959
80	10.7482	333.28	57.62	3.4578
90	10.7455	321.94	56.55	3.5131

Tableau I : Estimation de la distance intermoléculaire moyenne dans la glycérine

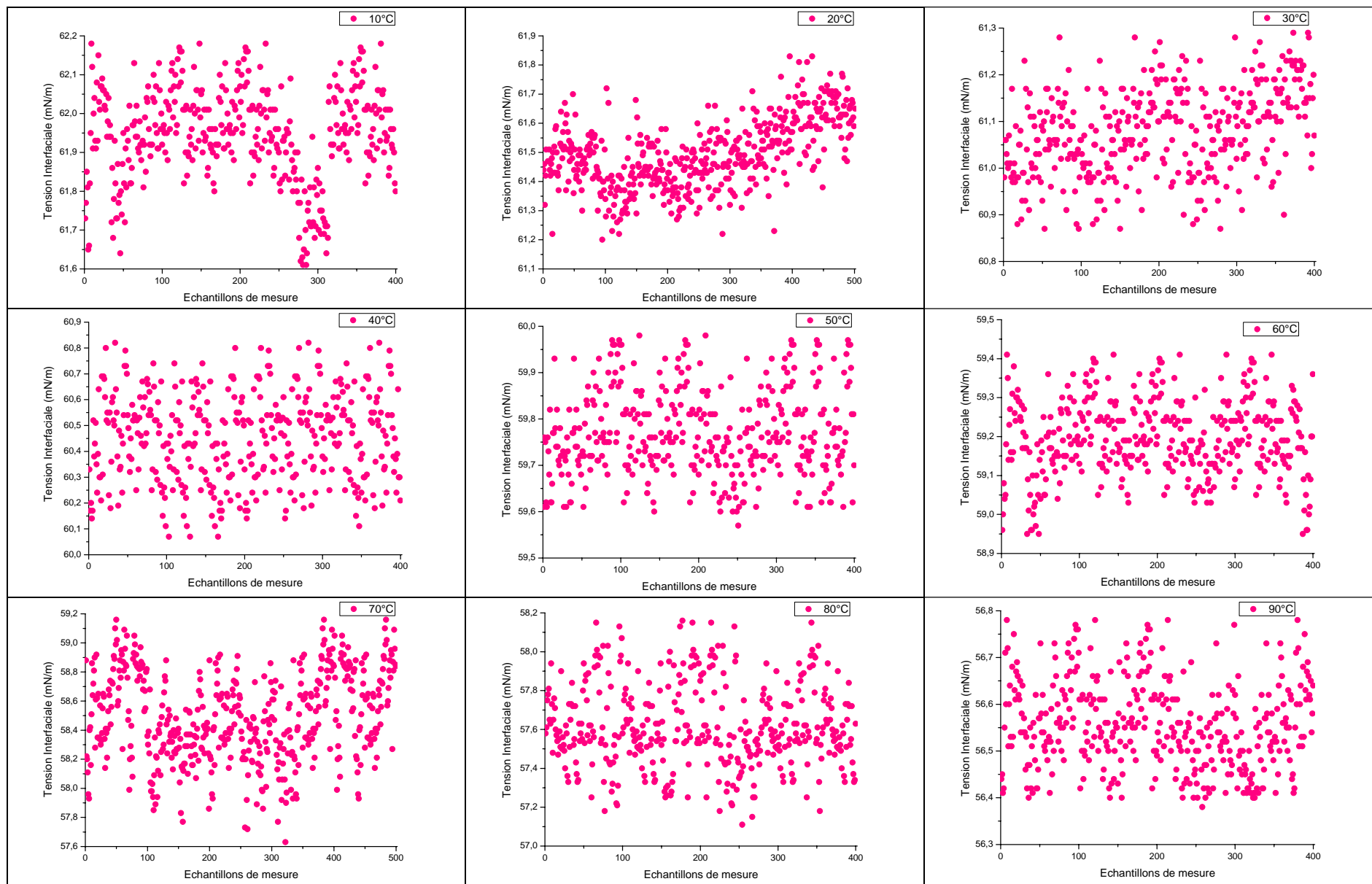


Figure 39 : Mesure de la tension superficielle pour différentes températures.

V. 2. Eau

L'eau a une tension superficielle élevée. Cette molécule polaire est sensible à toute pollution et se contamine rapidement à l'air libre. Comme les valeurs de la tension superficielle de l'eau sont répertoriées dans la littérature, nous n'avons pas jugé utile de refaire les mesures [40].

L'élévation de la température dans l'eau se manifeste par une augmentation de la vitesse de l'onde ultrasonore, ce qui se traduit par une diminution de la distance intermoléculaire (Tableau II).

Le Tableau II regroupe nos mesures relatives à l'eau effectuées à pression atmosphérique et celles trouvées dans la littérature, ainsi que l'écart absolu calculé entre les deux ensembles de mesures. Ces écarts observés concernant le paramètre de non linéarité B/A s'avèrent cohérents vis-à-vis des incertitudes respectives de la méthode de comparaison de phase (Chapitre IV) et celles des autres approches de mesure utilisées (Chapitre III) . Comme la pression interne et la distance intermoléculaire se calculent à partir du paramètre de non linéarité B/A, les écarts estimés sont tout à fait prévisibles.

T (°C)	B/A			P _{int} (MPa)			σ (mN/m)	r x 10 ⁻¹⁰ (m)		
	Nos mesures	Littératures	Ecart (%)	Nos calculs	Littératures	Ecart (%)		Nos calculs	Littératures	Ecart (%)
10	4.6947	4.69 ^[16] ; 4.6 ^[14] ; 4.32 ^[15]	0.1 ; 2.1 ; 8.7	367.78	393.6 ^[15]	6.6	74.23	4.0367	3.67 ^[15]	10.0
20	4.9899	4.95 ^[16] ; 5.0 ^[14] ; 4.84 ^[15] ; 4.985 ^[17]	0.8 ; 0.2 ; 3.1 ; 0.1	366.26	376.6 ^[15] ; 365.55 ^[31]	2.8 ; 0.2	72.74	3.9720	3.77 ^[15]	5.4
30	5.2474	5.32 ^[16] ; 5.2 ^[14] ; 5.23 ^[15] ; 5.280 ^[17]	1.4 ; 0.9 ; 0.3 ; 0.6	363.04	364.0 ^[15]	0.3	71.19	3.9219	3.87 ^[15]	1.3
40	5.4718	5.48 ^[16] ; 5.4 ^[14] ; 5.35 ^[15]	0.2 ; 1.3 ; 2.3	358.44	365.0 ^[15]	1.8	69.59	3.8829	3.9 ^[15]	0.4
50	5.6677	5.65 ^[16] ; 5.57 ^[15]	0.3 ; 1.8	352.68	360.0 ^[15]	2.0	67.93	3.8522	3.8 ^[15]	1.4
60	5.8397	5.78 ^[16] ; 5.7 ^[14]	1.0 ; 2.5	345.88	-	-	66.24	3.8302	-	-
70	5.9922	6.06 ^[16]	1.1	338.13	-	-	64.47	3.8133	-	-
80	6.1299	6.0 ^[14]	2.2	329.44	-	-	62.68	3.8052	-	-
90	6.2573	-	-	319.85	-	-	60.82	3.8030	-	-

Tableau II : Estimation de la distance intermoléculaire moyenne dans l'Eau

V. Conclusion

La détermination du paramètre de non linéarité B/A de la glycérine et de l'eau, sous pression et à différentes températures, constitue une base de données qui peut fournir un outil utile pour les études théoriques de l'état liquide. Par ailleurs la connaissance du paramètre de non linéarité B/A a exigé, au préalable, la mesure de vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale c_0 et une détermination précise de la densité ρ_0 , ainsi que d'autres propriétés ont été mesurées dans les mêmes conditions de pression et de température.

La vitesse d'onde ultrasonore infinitésimale c_0 , la densité ρ_0 , et $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$ sont dépendantes de la pression statique imposée et de la température. En conséquence, la dépendance en pression et en température de ces propriétés physiques a été prise en considération.

Les résultats expérimentaux prouvent que le paramètre de non linéarité dans la glycérine fonction de c_0 , ρ_0 , et $\left[\left(\frac{\Delta U_\phi}{\Delta P} \right)_S \right]_{\rho=\rho_0}$, est sensible à la pression statique et aux effets de la température. En fait, le paramètre B/A est une fonction décroissante de la pression statique et une fonction croissante de la température et cela dans les gammes de pression et de température explorées. La plus faible valeur du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine (9.17) correspond à la pression statique la plus élevée et à la plus basse température. Inversement, la valeur la plus élevée du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine (10.80) correspond à la plus faible valeur de la pression statique imposée et à la plus haute température.

Dans le cas de l'eau, les résultats obtenus prouvent que l'évolution de B/A en fonction de la pression statique et de la température présente un comportement atypique. La valeur la plus basse du paramètre de non linéarité B/A dans l'eau (4.69) correspond respectivement à la plus basse pression statique et température. Tandis que la valeur la plus élevée du paramètre de non linéarité B/A dans l'eau (6.38) correspond à la pression statique la plus basse et à la température la plus élevée.

Il convient de noter que les résultats des mesures du paramètre de non linéarité B/A dans l'eau peuvent être utiles dans des domaines diversifiés tels que l'acoustique sous-marine, médecine... Nous envisageons dans l'avenir de confronter nos résultats expérimentaux à des prévisions théoriques, pour confirmer et expliquer le comportement intéressant et atypique de l'eau.

La pression interne décrit la contribution de l'interaction physique à l'énergie de cohésion. Dans le cadre de notre étude, la pression interne a été estimée à partir des résultats expérimentaux du paramètre de non linéarité B/A. La plus faible valeur de la pression interne dans la glycérine (313.04 MPa) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Inversement, la valeur la plus élevée de la pression interne dans la glycérine (588.51 MPa) correspond à la température la plus basse et la pression statique la plus haute. Sinon, pour des pressions et températures intermédiaires un comportement monotone est observé.

La plus faible valeur de la pression interne dans l'eau (309.34 MPa) correspond à la température la plus élevée et à la pression statique la plus basse. Dans la gamme d'analyse, la valeur la plus élevée de la pression interne dans l'eau est de (452.92 MPa).

Les propriétés d'un liquide sont, en grande partie, dépendantes des interactions qui existent entre les molécules qui le constituent. Ces interactions sont fortement répulsives pour des distances de séparation très faibles, et attractives lorsque ces distances de séparation augmentent. Comme la pression interne caractérise la cohésion intermoléculaire dans le liquide, il est ainsi possible de déduire un ordre de grandeur de la distance intermoléculaire dans le liquide en mesurant la tension superficielle.

L'estimation de la distance intermoléculaire nécessite la connaissance de la tension superficielle. Des mesures de tension superficielle ont été entreprises dans le cas de la glycérine moyennant l'utilisation d'un tensiomètre à goutte. Dans le cas de la glycérine, l'élévation de la température fait augmenter l'énergie de translation des molécules jusqu'à surmonter les forces attractives induisant ainsi une diminution de la pression interne. Cela se traduit par une diminution de la vitesse de l'onde

ultrasonore, entraînant par conséquent une augmentation de la distance intermoléculaire.

L'élévation de la température dans l'eau se manifeste par une augmentation de la vitesse de l'onde ultrasonore, ce qui se traduit par une diminution de la distance intermoléculaire.

Références

- [1] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Imaging of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A for Biological Tissues via a Parametric Array", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 27, N° 10, 2001, pp 1359-1365.
- [2] D. Zhang, X. F. Gong, X. Chen, "Experimental Investigation of the Acoustic Nonlinearity Parameter Tomography for Excised Pathological Biological Tissues", *Ultrasound in Med. & Biol.*, Vol 25, N° 4, 1999, pp 593-599.
- [3] P. Masson, C. Tonello, C. Balny, "High Pressure Biotechnology in Medicine and Pharmaceutical Science", *Journal of Biomedicine and Biotechnology*, 1:2, 2001, pp 85-88.
- [4] H. Khelladi, F. Plantier, J. L. Daridon, H. Djelouah, "Measurements under High Pressure of Ultrasonic Wave Velocity in Glycerol", 2009 IEEE International Ultrasonics Symposium, Roma, Italy, September 20-23, 2009.
- [5] H. Khelladi, F. Plantier, J. L. Daridon, H. Djelouah, "Measurement under High Pressure of the Nonlinearity Parameter B/A in Glycerol at Various Temperatures", *Ultrasonics*, Vol 49, 2009, pp 668-675, doi:10.1016/j.ultras.2009.05.001.
- [6] D. Sivoukhine, "Cours de Physique Générale, Tome II, Thermodynamique et Physique Moléculaire", Edition Mir, Moscou.

- [7] Dong Sik Choi, Mu Shik Jhon, "The Significant Structure Theory on the Sound Velocity and Internal Pressure of Liquids", *Chemical Physics Letter*, Vol 5, N° 1, 1970, pp 57-60.
- [8] P. Pavlov, A. Khokhlov, "Physique du Solide", Edition Mir, Moscou.
- [9] A. B. Coppens, R. T. Beyer, M. B. Seiden, J. Donohue, F. Guepin, R. H. Hodson, C. Townsend, "Parameter of Nonlinearity in Fluids. II", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 38, 1965, pp 797-804.
- [10] H. Khelladi, F. Plantier, J. L. Daridon, H. Djelouah, "A Phase Comparison Technique for the Sound Velocity Measurements in Strongly Dissipative Liquids", 18th European Conference on Thermophysical Properties, Pau, France, 31 August - 04 September, 2008.
- [11] M. Zabransky, J.V. Ruzicka, V. Majer, E. S. Domalski, "Heat Capacity of Liquids: Critical Review and Recommended Values. Volume I et II", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Monograph n°6, 1996.
- [12] I. Cibulka, L. Hnedkovsky, T. J. Takagi, "P- ρ -T Data of Liquids: Summarization and Evaluation. 4. Higher 1-Alkanols (C11, C12, C14, C16), Secondary, Tertiary, and Branched Alkanols, Cycloalkanols, Alkanediols, Alkanetriols, Ether Alkanols, and Aromatic Hydroxy Derivatives", *Chem. Eng. Data*, (Review), 1997, 42(3), pp 415-433.
- [13] L. A. Davis, R. B. Gordon, "Compression of Mercury at High Pressure", *The Journal of Chemical Physics*, Vol 46, N° 7, April 1967, pp 2650-2660.
- [14] R. T. Beyer, "Parameter of Nonlinearity in Fluids", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 32, N° 6, June, 1960, pp 719-721.

- [15] J. Emery, S. Gasse, C. Dugué, "Coefficient de non Linéarité Acoustique dans les Mélanges Eau- Méthanol et Eau- Ethanol", Journal de Physique, Colloque C8, Supplément au N° 11, Tome 40, Novembre 1979, pp C8-231.
- [16] Z. Lu, J. L. Daridon, B. Lagourette, "A phase Comparison Method for Measurement of the Acoustic Nonlinearity Parameter B/A," Meas. Sci. Technol. 9 (1998), pp 1699-1705.
- [17] E. C. Everbach, R. E. Apfel, "An Interferometric Technique B/A Measurements", J. Acoust. Soc. Am., 98, N° 6, December, 1995, pp. 3428-3438.
- [18] C. T. Chen, F. J. Millero, "Speed of Sound in Seawater at High Pressures", J. Acoust. Soc. Am., Vol 62, N° 5, November, 1977, pp 1129-1135.
- [19] C. T. Chen, F. J. Millero, "Re-evaluation of Wilson's Sound Speed Measurements for Pure Water", J. Acoust. Soc. Am., Vol 60, N° 6, December, 1976, pp 1270-1273.
- [20] V. A. Del Grosso, C. W. Mader, "Speed of Sound in Pure Water", J. Acoust. Soc. Am., Vol 52, N° 5 (Part 2), 1972, pp 1442-1446.
- [21] W. D. Wilson, "Speed of Sound in Distilled Water as a Function of Temperature and Pressure", J. Acoust. Soc. Am., Vol 31, N° 8, 1959, pp 1067-1072.
- [22] G. S. Kell, E. Whalley, "Reanalysis of the Density of Liquid Water in the Range 0-150°C and 0-1kbar", The Journal of Chemical Physics, Vol 62, N° 9, 1 May 1975, pp 3496-3503.
- [23] M. P. Hagelberg, "Calculation of B/A for Water from Measurements of Ultrasonic Velocity versus Temperature and Pressure to 10000 kg/cm²", J. Acoust. Soc. Am., Vol 41, N° 3, November, 1967, pp 564-567.

- [24] H. Khelladi, F. Plantier, J. L. Daridon, H. Djelouah, "An experimental Study about the Combined Effects of the Temperature and the Static Pressure on the Nonlinearity Parameter B/A in a Weakly Dissipative Liquid", International Congress on Ultrasonics, Vienna, April 9 - 13, 2007.
- [25] W. K. Law, L. A. Frizzell, F. Dunn, "Comparison of Thermodynamic and Finite Amplitude Methods of B/A Measurement in Biological Materials", J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 4, October, 1983, pp 1295-1297.
- [26] Z. Zhu, M. S. Roos, W. N. Cobb, K. Jensen, "Determination of Acoustics Nonlinearity Parameter B/A from Phase Measurements", J. Acoust. Soc. Am., Vol 74, N° 5, November, 1983, pp 1518-1521.
- [27] F. Plantier, J. L. Daridon, B. Lagourette, "Measurement of the B/A Nonlinearity Parameter under High Pressure: Application to Water", J. Acoust. Soc. Am., Vol 111, N° 2, February, 2002, pp 707-715.
- [28] V. B. Zhelezny, "Physical Model of the Structure of Harmonic Acoustic Waves in the Liquid", XIII Session of the Russian Acoustical Society, 2003, pp 161-164.
- [29] V. V. Shklovskaya-Kordi, "An Acoustic Method of Determining the Internal Pressure in a Liquid", Soviet Physics- Acoustics, Vol 9, N° 1, July- September, 1963, pp 82-85.
- [30] X. Gong, R. Feng, Z. Zhu, "Ultrasonic Investigation of Nonlinear Effect in Biological Medium", Chinese Journal of Acoustics, Vol 5, N° 1, 1986, pp 54-59.
- [31] C. M. Sehgal, "Non Linear Ultrasonics to Determine Molecular Properties of Pure Liquids", Ultrasonics, Vol 33, N° 2, 1995, pp 155-161.

- [32] J. D. Pandey, "Evaluation of the Van Der Waals Constant, Internal Pressure and Sound Velocity in Binary Liquid Mixtures from Flory's Theory", *J. C. S. Faraday II*, 1980, 76, pp 1215-1218.
- [33] S. Verdier, S. I. Anderson, "Internal Pressure and Solubility Parameter as a Function of Pressure", *Fluid Phase Equilibria*, 231, 2005, pp 125-137.
- [34] A. Kumar, "A Study of the Thermodynamic Properties and a Theoretical Evaluation of Ultrasonic Sound Velocity of Pentanol in Octane at Different Temperatures", *Acoustics Letters Vol 14, N° 4*, 1990, pp 74-77.
- [35] M. R. J. Dack, "The Importance of Solvent Internal Pressure and Cohesion to Solution Phenomena", *Chem. Soc. Rev.*, 4 (2), 1975, pp 211-229.
- [36] M. J. Blandamer, J. Burgess, A. W. Hakin, "Internal Pressure, Temperatures of Maximum Density and Related Properties of Water and Deuterium Oxide", *J. Chem. Soc., Faraday Trans. I*, 83 (6), 1987, pp 1783-1793.
- [37] J. S. Rowlinson, B. Widom, "Molecular Theory of Capillarity", Dover Publications, INC. Mineola, New York.
- [38] *Handbook of Chemistry and Physics*, 56th Edition, 1975-1976.
- [39] M. Wulf, S. Michel, K. Grundke, O. I. Del Rio, D. K. Kwok, A. W. Neumann, "Simultaneous Determination of Surface Tension and Density of Polymer Melts Using Axisymmetric Drop Shape Analysis", *Journal of Colloid and Interface Science*, 210, 172-181 (1999).
- [40] IAPWS Release on Surface Tension of Ordinary Water Substance, September 1994, Issued by the International Association for the Properties of Water and Steam, 3412 Hillview Avenue Palo Alto, CA 94303, USA.

Conclusion générale

*La meilleure science se trouve à la lisière de l'ignorance. A la frontière entre le savoir
et le non savoir, nous sommes tous ignorants...*

E A Zerhouni

(National Institute of Health USA)

Ce travail se veut une contribution à une meilleure connaissance de l'évolution des ondes ultrasonores d'amplitude finie au cours de leur propagation dans des milieux fortement et faiblement dissipatifs.

Les effets non linéaires se manifestent plus fortement dans les liquides légèrement dissipatifs tels que l'eau, le liquide amniotique... Vu qu'en échographie médicale une vessie remplie d'eau est utilisée en tant que fenêtre acoustique dans beaucoup de types de diagnostic et que lors d'un examen gynécologique d'une femme enceinte l'utérus est rempli de liquide amniotique, une attention particulière a été portée à l'eau où la possibilité de distorsion des signaux a plusieurs conséquences. Cependant, dans les tissus mous, la tendance pour que la distorsion de l'onde se produise est limitée par l'absorption.

Les effets non linéaires se quantifient par une grandeur propre au milieu appelée paramètre de non linéarité B/A . Ce paramètre est d'une importance fondamentale pour les applications biomédicales. L'identification des tissus biologiques par les méthodes échographiques standard peut s'avérer parfois délicate car ces méthodes sont sensibles aux ruptures d'impédance acoustique. En effet en régime linéaire, l'élasticité de compression varie peu d'un tissu sain à un tissu pathologique. A cet effet, pour améliorer la discrimination entre les tissus pathologiques et les tissus sains, de nouvelles méthodes de caractérisation tissulaire sont actuellement développées. Ces méthodes sont basées sur l'évaluation du paramètre B/A .

Pour déterminer le paramètre de non linéarité B/A , les deux procédés habituellement utilisés sont les méthodes thermodynamiques et les méthodes d'amplitude finie. Comme la détermination du paramètre de non linéarité B/A par les méthodes d'amplitude finie exploitent les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, une analyse numérique fine leur a été consacrée. Il est prouvé que le domaine de validité des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, peut être présélectionné seulement sur la base du calcul du nombre de Goldberg qui peut être considéré comme un indicateur fiable pour n'importe quelle analyse englobant ces deux phénomènes. En effet, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, établies dans le cadre de l'approximation

quasi-linéaire, peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers pour un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg très faible par rapport à l'unité (fortement dissipatif). Par contre pour un milieu caractérisé par un nombre de Goldberg très élevé par rapport à l'unité, les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire ne sont plus vérifiées, par conséquent elles doivent être redéfinies. A cet effet, une approche asymptotique a été utilisée pour prendre en considération les autres termes du développement des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique.

D'une façon générale, un des intérêts des solutions analytiques est de mettre en évidence la dépendance des solutions analytiques des harmoniques générés en fonction des variables du système analysé, ce qui permet d'imaginer des principes de mesure de ces dernières. Cependant la formulation de l'équation de propagation KZK et sa résolution numérique sont peu génératrices d'un principe de mesure. Elles sont beaucoup plus dédiées à l'analyse du champ de rayonnement de la pression acoustique. Une étude englobant cet aspect est en cours de développement.

Comme pour diverses applications le signal acoustique est de type impulsionnel, une analyse par la technique des perturbations nous a permis de simuler la forme du spectre du champ impulsionnel de pression obéissant à l'équation de Burgers et cela pour différents types d'excitations brèves, permettant ainsi une meilleure interprétation des spectres obtenus.

Etant donné que la méthode thermodynamique isentropique est beaucoup plus précise, elle a été utilisée dans cette thèse comme technique de mesure du paramètre B/A . Dans cette étude nous sommes intéressés non seulement à la détermination expérimentale sous pression du paramètre de non linéarité B/A en fonction de la température dans le cas de la glycérine et de l'eau, ainsi que la détermination des propriétés thermophysiques dérivées de la mesure sous pression de la vitesse de l'onde ultrasonore infinitésimale en fonction de la température. Notons que parmi les trois états principaux de la matière, l'état liquide reste le moins bien défini d'un point de vue théorique, car la modélisation globale pose plus de problèmes du fait de la diversité des interactions à l'échelle microscopique.

L'investigation de la propagation ultrasonore constitue donc un bon moyen d'approche de l'état liquide. En effet différents processus moléculaires interviennent lors de la propagation des ondes ultrasonores conduisant à l'estimation de certaines propriétés thermodynamiques. Ainsi à partir d'une propriété intrinsèque comme la vitesse de l'onde ultrasonore, des propriétés supplémentaires sous pression telles que masse volumique, la compressibilité adiabatique et la pression interne... peuvent d'être déduites.

Généralement, les données de la littérature sont en accord lorsqu'elles ne traitent que de l'effet de la température, néanmoins des divergences entre les travaux sont constatées lorsque l'effet de la pression est pris en considération. Même dans le cas de corps purs, on ne peut que constater la rareté des informations sous pression. Il est par conséquent utile d'augmenter le volume des données expérimentales obtenues sous pression afin d'affiner progressivement et de compléter les valeurs qui existent déjà dans la littérature.

Bien que les résultats obtenus soient probants en raison de la bonne précision de la méthode de comparaison de phase, des analyses complémentaires telles que la simulation moléculaire sont envisagées dans l'avenir pour confronter nos résultats expérimentaux à des prévisions purement théoriques (liquides associés : polaires), pour confirmer et expliquer à titre d'exemple le comportement intéressant et inhabituel de l'eau. Notons par ailleurs, que la méthode de comparaison de phase utilisée pour la mesure du paramètre de non linéarité constitue une alternative intéressante pour la mesure du paramètre de non linéarité de certains tissus biologiques.

Ainsi un chemin important reste encore à franchir pour bien cerner tous les effets dus à la propagation non linéaire dans la matière. Quant au contenu de la thèse, une quantité importante de travaux reste à poursuivre et beaucoup d'autres sont déjà en cours d'élaboration.

Résumé :

Ce travail de thèse se veut une contribution à une meilleure connaissance des effets non linéaires lors de la propagation des ondes ultrasonores dans des milieux fortement et faiblement dissipatifs.

Les effets non linéaires se quantifient par une grandeur propre au milieu appelée paramètre de non linéarité B/A . Ce paramètre est d'une importance fondamentale pour les applications biomédicales. L'identification des tissus biologiques par les méthodes échographiques standard peut s'avérer parfois insuffisante. En effet en régime linéaire, l'élasticité de compression varie peu d'un tissu sain à un tissu pathologique. A cet effet, pour améliorer la discrimination entre les tissus pathologiques et les tissus sains, de nouvelles méthodes de caractérisation tissulaire sont actuellement développées. Ces méthodes sont basées sur l'évaluation du paramètre B/A .

Pour déterminer le paramètre de non linéarité B/A , les deux procédés habituellement utilisés sont les méthodes thermodynamiques et les méthodes d'amplitude finie. Comme la détermination du paramètre de non linéarité B/A par les méthodes d'amplitude finie exploitent les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, une analyse numérique fine leur a été consacrée. Il est prouvé que les expressions analytiques du fondamental et du second harmonique, établies dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, peuvent constituer une bonne approximation de la solution numérique de l'équation de Burgers pour un nombre de Goldberg très faible par rapport à l'unité (fortement dissipatif), dans le cas contraire une approche asymptotique est utilisée pour prendre en considération les autres termes du développement des expressions analytiques du fondamental et du second harmonique. De nombreux modèles théoriques pour étudier la propagation des ondes ultrasonores de forte amplitude ont été développés durant ces deux dernières décades. La plupart des travaux se sont orientés vers une excitation harmonique. Cependant, pour diverses applications, le signal acoustique est de type impulsionnel. Dans ce contexte une analyse, par la technique des perturbations, du spectre du champ impulsionnel de pression obéissant à l'équation de Burgers a été élaborée dans cette thèse.

Les tissus biologiques sont généralement constitués d'un mélange d'eau, de protéine et de graisse. En raison de certaines similitudes d'ordre structural entre la graisse et la glycérine, cette dernière est souvent utilisée pour simuler la graisse à l'échelle du laboratoire. A cet effet, nous avons jugé utile que l'étude expérimentale entreprise englobe non seulement la mesure du paramètre de non linéarité B/A dans la glycérine et l'eau mais aussi l'analyse sous pression du paramètre de non linéarité en fonction de la température représentant un autre facteur influençant les changements structuraux. Etant donné que la méthode thermodynamique isentropique exploitant la méthode de comparaison de phase est beaucoup plus précise par rapport aux autres techniques, elle a été utilisée dans cette thèse comme technique de mesure du paramètre B/A dans les deux milieux fluides considérés. Bien que les résultats obtenus soient probants en raison de la bonne précision de la méthode de comparaison de phase, des analyses complémentaires telles que la simulation moléculaire... sont envisagées dans l'avenir pour confronter nos résultats expérimentaux à des prévisions purement théoriques (fluides associés, polaires).