

N° d'ordre : 10 / 2014 - D/GC

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche
Scientifique
Université Des Sciences Et De La Technologie
Houari Boumediene

FACULTE DE GENIE CIVIL



THESE

Présenté pour l'obtention du grade de **DOCTEUR en SCIENCE**

En : **GENIE CIVIL**

Spécialité : **MATERIAUX**

PAR : **HAFIDI Meriem**

Sujet

**MODÉLISATION PRÉDICTIVE DU COMPORTEMENT À LA
RUPTURE PAR POINÇONNEMENT DES DALLES EN
BÉTON ARMÉ**

Soutenu publiquement le : 25 /06/2014 devant le jury composé de

M^r M. CHEMROUK
M^{me} F. KHARCHI
M^r N. BOURAHLA
M^r A. BERMAD
M^r S. HADDADI
M^r A. TALAH

Professeur à l'U.S.T.H.B, Alger
Professeur à l'U.S.T.H.B, Alger
Professeur à l'U.S.D, Blida
Professeur à l'E.N.P, Alger
Professeur à l'U.S.T.H.B, Alger
Maître de conférences à l'U.S.T.H.B

Président
Directrice de thèse
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

Remerciements

Mes remerciements vont bien évidemment à ma directrice de thèse le professeur KHARCHI Fattoum qui m'a fait confiance et qui a accepté d'encadrer ce travail d'une part, et d'autre part, à mon Co-encadreur de thèse le docteur LEFKIR Abdeouhab pour lequel j'exprime ma profonde gratitude pour son aide précieuse et sa disponibilité.

Je tiens à remercier Monsieur Aurelio MUTTONI Professeur et directeur de recherche à l'école Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) pour sa contribution à la récolte des données d'essai nécessaire à ce travail.

Je remercie aussi toute l'équipe de l'Ecole National des Travaux Publics E.N.S.T.P, ainsi que celle de la Faculté de Génie Civil de l'U.S.T.H.B, enseignants et personnels, pour leur soutien en particulier à ^{Melle} SACI Baya pour son dévouement et sa disponibilité sans faille et à ^{Melle} HIRED Farida responsable de la bibliothèque pour son aide et ces conseils.

Mes vifs remerciements vont au professeur M. CHEMROUK de l'U.S.T.H.B pour l'honneur qu'il me fait d'évaluer ce travail et de présider le jury.

Ma profonde reconnaissance va également aux professeurs N. BOURAHLA de l'U.S.D, à A. BERMAD de l'ENP à S.HADDADI et au Docteur A.TALAH de l'U.S.T.H.B d'avoir accepté de consacrer de leur temps précieux pour examiner cette thèse et de siéger dans le jury.

En fin, je termine par remercier toutes les personnes qui ont contribué directement ou indirectement à l'élaboration de cette thèse.

HAFIDI Meriem

Ce travail est dédié à tous ceux qui me sont chers et à qui je dois tout...

Mes parents, Mon époux, et à mes deux rayons de soleil

Selma&Amine

À la doyenne de la famille qui est un exemple pour tous

A la mémoire de ma grand-mère...

SOMMAIRE

Remerciements	
Sommaire	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	vi
Symboles	vii
Résumé	ix
1. Introduction générale au poinçonnement des dalles	01
1.1 Introduction générale.....	01
1.2 Objectifs.....	03
2. État des connaissances	05
2.1 Introduction	05
2.2. Repère historique.....	05
2.3 Modes de ruptures des dalles sans armature de cisaillement.....	10
2.3.1 Essais en laboratoire	11
2.3.2. Rupture par flexion pure	14
2.3.3. Rupture par poinçonnement flexionnel (écrasement du béton)	15
2.3.4. Rupture par poinçonnement	15
2.4. Modèles mécanique	15
2.4.1. Modèle de Kinnunen et Nylander et évolution de l'école Suedoise.....	15
2.5. Modèle empirique.....	20
2.5.1. Modèle empirique de Staller.....	21
2.6 Modèles contenus dans les normes.....	23
2.6.1 Norme suisse SIA 262 (2003).....	24
2.6.2. Norme européenne eurocode 2, en 1992-1-1 (2004).....	24
2.6.3 Norme américaine ACI 318-05 (2005)	25
2.7 Conclusion.....	26
3. Les Métaheuristiques	28
3.1 Introduction.....	28
3.2 La logique floue	29
3.2.1 Introduction	29
3.2.2 Notions de base	31
3.2.3 Univers de discours et classes d'appartenance	31
3.2.4 Les règles floue	34
3.2.5 Classification floue.....	35
3.2.6 Régulateurs flous.....	35
3.2.7. System d'inférence floue (SIF)	35
3.2.8 Apprentissage des modèles flous	36
3.3 Les réseaux de neurones	37
3.3.1 Introduction.....	37

Références.....	103
Annexe A : Lois de probabilité	110
Annexe B : Données des essais sur le poinçonnement des dalles en BA.....	112
Annexe C : Tableaux de Comparaisons	119

LISTE DES FIGURES

- Figure 1.01 :** Rupture par poinçonnement d'une dalle en béton armé
- Figure 2.01 :** Système Hennebique pour la construction de dalles en béton armé,
- Figure 2.02 :** Plancher-dalle avec chapiteau ; barres d'armature disposées dans quatre directions,
- Figure 2.03 :** Essai de plancher-champignon, 1908, ing. R. Maillart ; armatures disposées dans deux directions
- Figure 2.04 :** Dalle-champignon à Zürich, 1910, ing. Robert Maillart
- Figure 2.05 :** Rupture par poinçonnement d'une dalle en béton armé
- Figure 2.06 :** Distribution du moment radial autour de la colonne centrale
- Figure 2.07 :** Dalles d'essais circulaire ou carrée en laboratoire avec les points d'application des charges ponctuelles
- Figure 2.08 :** Lignes de rupture et charge de rupture par flexion
- Figure 2.09 :** Rupture flexionnelle
- Figure 2.10 :** Rupture par écrasement du béton
- Figure 2.11 :** Rupture par poinçonnement
- Figure. 2.12 :** Modèle mécanique utilisé par Kinnunen et Nylander [Kin60] :
- Figure.2.13 :** Moments radiaux m_r dans un plancher-dalle avec champs carrés de portée L (équimoment traitiez $m_r=0$) et élément de dalle équivalent isolé
- Figure. 2.14 :** Détail de la coque conique d'appui selon Broms [Bro05]
- Figure 2.15 :** Position du périmètre critique pour la vérification au poinçonnement selon différentes normes (ACI : Etats-Unis, BBK : Suède, BS : Royaume-Uni, CSA : Canada, DIN : Allemagne, EC2 : Europe, MC : Model Code, NS : Norvège, SIA : Suisse)
- Figure 3.01 :** Forme des fonctions d'appartenance
- Figure3.02 :** System d'Inférence Flou (SIF)
- Figure 3.03 :** Neurone de base
- Figure 3.04 :** Réseau de neurones en couches parallèles
- Figure 3.05 :** Réseau de neurones Fonctions d'activations sigmoïdes
- Figure 3.06 :** Réseau de neurone récurrent

- Figure 3.07 :** Réseau de neurones Fonctions d'activations sigmoïdes
- Figure 3.08 :** Réseau de neurones Fonctions d'activations radiale
- Figure 3.09 :** Utilisation conjointe de règles floue if- then et le mécanisme de raisonnement
- Figure 3.10 :** Architecture du réseau adaptif ANFIS de type 3 à deux entré
- Figure 3.11 :** ANFIS type 3 à deux entrées (x,y) et a trois règle floue
- Figure 4.01 :** Organigramme du programme neurofloue pour le poinçonnement
- Figure 4.02 :** Ligne de rupture et charge de rupture par flexion
- Figure 4.03 :** Architecture du réseau ANFIS pour la problématique du poinçonnement
- Figure 4.04 :** Les règles floue (if-then) du System d'Inférence Floue (SIF)
- Figure 4.05 :** Variation des fonctions d'appartenances des variables matériels et géométriques
- Figure 4.06 :** Comparaison entre les données d'essai observées et simulées et leur résidus
- Figure 4.07 :** Variation des paramètres. Normes SIA 262, CBA93, ACI 318 et modèle proposé
- Figure 4.08 :** Variation des paramètres et calibrage des valeurs observées et simulées par la norme CBA 93
- Figure 4.09 :** Variation des paramètres et calibrage des valeurs observées et simulées par la norme ACI 318
- Figure 4.10 :** Variation des paramètres et calibrage des données observées et simulées par la norme SIA 262
- Figure 4.11 :** Comparaison des valeurs observées et simulées sur le bloc de validation <chekdata>
- Figure 4.12 :** Comparaison entre les valeurs observées et simulées du bloc d'apprentissage et les valeurs calculées des codes Américaine(ACI-318), Algérienne(CBA-93),Suisse(SIA-262)
- Figure 5.01:** Nuage de points (x_i , y_i) et droite des moindres carrés.
- Figure 5.02:** Représentation graphique des valeurs observées $V_{r_{obs}}$ et simulées $V_{r_{sim}}$
- Figure 5.03:** Représentation normalisé de résidus de ($V_{r_{obs}}-V_{r_{sim}}$)
- Figure 5.04:** Représentation graphique de la valeur observé $V_{r_{observé}}$ et simulée $V_{r_{prédit}}$
- Figure 5.05:** Représentation des résidus normalisés de ($V_{r_{obs}}-V_{r_{préd}}$)

LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 4.01 :** Variables physiques et géométriques les plus pertinents dans le poinçonnement des dalles.
- Tableau 4.02 :** Les propriétés géométriques et matérielles des spécimens étudiés
- Tableau 4.03 :** La limite de validité du programme :
- Tableau 4.04 :** Simulation des données du bloc d'apprentissage <chekdata=86 tests>.
- Tableau 4.05 :** Comparaison des valeurs simulées et observées de <terndata=194 tests>
- Tableau 5.01 :** Données statique de l'échantillon test
- Tableau 5.02 :** Variable expliquée et variables explicatives
- Tableau 5.03 :** Coefficient de corrélation et de détermination entre V_r et les différentes variables
- Tableau 5.04 :** Analyse de la variance
- Tableau 5.05 :** Paramètres du modèle avec les 6 variables
- Tableau 5.06:** Analyse type III sum of Square
- Tableau 5.07 :** Synthèse de la sélection des variables
- Tableau 5.08 :** Les coefficients du modèle stepwise
- Tableau 5.09 :** Matrice de corrélation
- Tableau 5.10 :** Paramètres du modèle
- Tableau 5.11:** Analyse Type III Sum of Squares
- Tableau 5.12 :** Synthèse de la sélection des variables
- Tableau 5.13 :** Paramètres du modèle
- Tableau 5.14 :** Récapitulatif sur l'ensemble de l'échantillon

SYMBOLES

V_{rd} :	Résistance au poinçonnement calculé par les différents codes
V_d :	La valeur de l'effort tranchant calculé
V_n :	Resistance nominale au poinçonnement
τ_{Rd} :	Contrainte de résistance au poinçonnement
τ_C :	Contrainte limite de cisaillement
τ :	Contrainte de cisaillement
σ_C :	Contrainte de compression
V_{obs} :	Effort de rupture par poinçonnement expérimentale
V_{sim} :	Effort de rupture par poinçonnement simulé
K_r :	Coefficient tient compte de l'effet de taille et la résistance de la flexion
d :	Hauteur statique moyenne des nappes
r_y :	Rayon plastique
F_{sd} :	Limite d'écoulement de l'acier
D_{max}	Taille du granulats
K' :	Facteur de majoration
Φ :	Facteur de réduction de résistance à l'effort tranchant ACI
F_c :	Valeur caractéristique de la résistance à la compression sur cylindre du béton en [MPa]
U :	Périmètre de la zone critique
h :	Hauteur de la dalle
φ :	Diamètre des barres
r_a :	Rayon équivalent de la colonne
r_b :	Rayon équivalent de la dalle 'essai
r_c :	Rayon de la colonne
C :	Coté de la colonne
y :	Est la hauteur de la zone comprimé
ρ :	Pourcentage d'armature de la dalle
w_r :	La pente de la dalle après rupture
Ψ :	L'angle de rotation de la dalle autour de la colonne
δ :	La flèche de la dalle
L :	Porté entre deux colonnes
b :	Largeur de la colonne
B :	Largeur de la dalle d'essai
m_{od} :	Moment de référence minimal du SIA 262
m_{rd} :	Valeur de calcul du moment de flexion
m_u :	Moment ultime de rupture
W_i :	Travail interne de la dalle après rupture

- We : *Travail extérieur de la dalle*
 D_{Max} : *Diamètre du granulat du béton*
 L : *La portée de la dalle*
 Y : *L'équation des valeurs observées*
 Y^* : *L'équation des valeurs prédite*
 $\sigma_{x/y}$: *L'écart type des de l'échantillon X/y*
 σ^2 : *La variance*
 S^2 : *Estimation de la variance*
 σ_{xy} : *Covariance*
 r : *Coefficient de corrélation linéaire*
 R^2 : *Coefficient de détermination ou rapport de corrélation*
 $F_{1,n-1}^\alpha$: *Variable de Fisher*
 $\langle terndata \rangle$: *Le bloc d'apprentissage (194 tests)*
 $\langle chekdata \rangle$: *Le bloc de validation (86 tests)*

RESUME

Le poinçonnement des dalles en béton armé est un mécanisme de rupture observé essentiellement dans les planchers-dalles, dans les semelles et radiers de fondation ou lorsqu'une grande charge est transmise à une dalle par des appuis concentrés. Ce mode de rupture contrôle très souvent le dimensionnement et la vérification de ces structures.

Des modèles empiriques facilement utilisables dans les bureaux d'étude sont développés dans la majorité des normes dans le monde. Bien que sécuritaire ces méthodes présentent l'inconvénient d'un surdimensionnement en matière.

D'autre part des modèles physiques capables de déterminer la résistance au poinçonnement dans des conditions particulières non prévues par ces normes et avec une meilleure précision pour les cas usuels sont développées. Cependant la précision de ces modèles ne justifie pas leurs complexités.

Enfin pour palier à ces difficultés nous nous sommes proposé de développer deux nouvelles approches prédictives de conceptions.

La première explorée, basée sur une approche méta-heuristique, est une méthode d'apprentissage artificiel hybride basée sur les réseaux de neurones à apprentissage flou appelé « Neuro-Flou ». L'utilisation de ces modèles très puissants présente néanmoins l'inconvénient de l'existence d'une base de données très riche pas toujours facile à obtenir. Ainsi les résultats de 280 spécimens d'essais sur le poinçonnement des dalles sans armature de cisaillement ont été récupérés dans la littérature spécialisée et exploités par un modèle d'optimisation neuro-flou (194 pour l'apprentissage et 86 pour la validation) développé sous la forme d'un programme de calcul numérique. Celui-ci a été sanctionné par des critères de validation statistique de convergence. Pour mieux apprécier quantitativement la puissance de ce modèle une comparaison a été effectuée avec certaines normes représentatives dans le monde. Le modèle neuro-flou enregistre une très grande précision de prédictions de la résistance au poinçonnement par rapport à tous les codes de conception étudiés (ACI318, SIA262, CBA93). Cependant pour une appréciation qualitative de cette approche une étude paramétrique sur les principaux paramètres d'interactions du phénomène tels que la portée "L", l'épaisseur effective de la dalle "d" le taux d'armature ρ et la contrainte de compression du béton F_c est effectuée en faisant varier la valeur de chacune d'elles indépendamment. Celle-ci démontre que le modèle respecte le mécanisme fondamental de rupture par poinçonnement tel que décrit par plusieurs chercheurs.

Une deuxième méthode de conception plus conviviale et simple d'utilisation est présentée. Celle-ci est basée sur une approche déterministe de modélisation prédictive paramétrique, où l'effort limite de rupture par poinçonnement de la dalle est modélisé

par un modèle de régression linéaire multiple. Cette équation prend en charge tous les paramètres matériels et géométriques interagissant dans le phénomène. Cette formulation, est malgré sa simplicité, offre au concepteur une aussi bonne précision que le modèle Neuro-Flou .

ABSTRACT

The slabs' punching shear in reinforced concrete and high performance concrete is a failure mechanism observed mainly in the flat slabs, or in soles and raffles of foundation, or when a large load is transmitted to a concentrated slab support.

Often this mode of failure controls the design and verification of these structures. Empirical models are developed in the majority of the standards in the world. These can be easily used in the design practices. Although safe, these methods have the disadvantage of a slab oversized.

On the other hand, physical models are developed for the slabs' punching shear in special conditions not provided for by these standards, and with a better accuracy for common cases. However, the accuracy of these models does not justify their complexities.

Finally, for bearing has these difficulties we proposed to develop two new predictive design approaches.

The first explored, based on a Metaheuristic approach, is an hybrid method of an artificial learning based on the neuronal networks and fuzzy learning, called "neuro-fuzzy. However, the use of these powerful models has the disadvantage of the existence of a large data base, not always easy to get.

A second more user-friendly design method is presented based on a predictive linear regression model.

So ,two new predictive design methods are presented in this study. The first is a hybrid method, called neuro-fuzzy, based on neural networks with fuzzy learning. A total of 280 experimental datasets obtained from the literature concerning concentric punching shear tests of reinforced concrete slab-column connections without shear reinforcement were used to test the model (194 for experimentation and 86 for validation) and were endorsed by statistical validation criteria. The punching shear strength predicted by the neuro-fuzzy model was compared with those predicted by current punching shear strength models widely used in the design practice, such as ACI 318-08, SIA262 and CBA93. The neuro-fuzzy model showed high predictive accuracy of resistance to punching according to all of the relevant codes. A parametric study on the main interaction parameters of the phenomenon shows that the model met the mechanism's fundamental failure by punching as described by several researchers. A second, more user-friendly design method is presented based on a predictive linear regression model that supports all the geometric and material parameters involved in predicting punching shear. Despite its simplicity, this formulation showed accuracy equivalent to that of the neuro-fuzzy model.

المخلص

عملية القص بالثقب في ألواح البلاط بالخرسانة المسلحة هي آلية فشل تخص خاصة الألواح المسطحة المحمولة على مساند عمودية, وأسس الهياكل الكبرى أو عندما يتم نقل حمولة مركزية كبيرة إلى لوح بلاط خرساني من خلال دعم مركزة. هذا الوضعياً غالباً ما تتحكم في تصميم وتحقق هذه الهياكل .

تم تطوير نماذج تجريبية في أغلب المعايير العالمية و يتم استعمالها في مكاتب الدراسات الهندسية على الرغم من أن هذه الأساليب آمنة ولكنها تعيب بكونها غير اقتصادية.

و من ناحية أخرى يتم وضع نماذج فيزيائية لتحديد مقاومة ألقبب في ظروف خاصة غير منصوص عليها بهذه المعايير ومع دقة أفضل للحالات الشائعة. ومع ذلك فإن دقة هذه النماذج لا تبرر تعقيدها.

من أجل معالجة هذه الصعوبات نقترح طريقتين جديدتين للتصميم ضد ثقب الألواح الخرسانية تحت تأثير الأحمال المركزة.

أولها , طريقة جديدة تتمركز على نظرية ميتهايوربيستوكية أساسها تعلم اصطناعي هجين يستند على شبكات الخلايا العصبية الاصطناعية لتعليم غامض يسمى العصبية - غامض . استخدام هذه النماذج القوية جداً لها في نفس الوقت نواقص إذ ليس من السهل دائماً الحصول على قاعدة بيانات غنية و معتبرة.

وهكذا تم تجميع 280 حالة لنتائج عينات في المخبر تخص عملية القص بالثقب لألواح خرسانية غير معززة في تواتر القص. هذه الحالات تم استعمالها في النموذج الجديد للعصبية - غامض حيث أن 194 منها استعملت للتعلم و 86 عينة أخرى للتحقق. و قد حظي هذا البرنامج الجديد بتأييد التحقق الإحصائي لمعايير التقارب .

ومن اجل تقييم أفضل لقوة هذا النموذج قد تم إجراء مقارنة مع بعض المعايير العالمية نلاحظ من خلالها أن نموذج العصبية-غامض يسجل دقة عالية جداً للتنبؤات المقاومة ضد القص بالثقب للألواح الخرسانية مقارنة لجميع تصاميم الدراسات الأخرى . غيران لتقدير نوعي لهذا النهج, قمنا بدراسة إعدادية (بارامترية) على المتغيرات الأساسية كل واحدة بشكل مستقل , كمعدل التركيز " ρ ", و سمك البلاط و معدل الخرسانة و غيره. وهو يبين أن النموذج المختار يحترم المنهجية الأساسية لعملية القص كما هو موضح من قبل العديد من الباحثين .

أما الطريقة الثانية للتصميم فهي أكثر سهولة من الأولى في الاستخدام إذ هي تستند على نهج القطعية البارامترية النموذجية للتنبؤات حيث أن جهد القص بالثقب في اللوح البلاط الخرساني يعدد بنموذج انحدار خطي متعدد. هذه المعادلة تحترم جميع الأجهزة و المعايير الهندسية التي يتفاعل مع هذه الظاهرة.

هذه الصيغة وعلى الرغم من بساطتها تقدم للمصمم دقة جيدة كنموذج العصبية - غامض.

INTRODUCTION GENERALE AU POINÇONNEMENT DES DALLES

1. INTRODUCTION

La rupture par poinçonnement est caractérisée par une force concentrée agissant perpendiculairement sur une dalle - réaction d'une colonne ou charge concentrée – qui crée une rupture locale par pénétration à travers la dalle. La figure 1.1 montre le cône tronqué de poinçonnement séparé de la dalle par la fissure de poinçonnement, généralement inclinée par rapport au plan de la dalle d'un angle compris entre 25 et 40°.

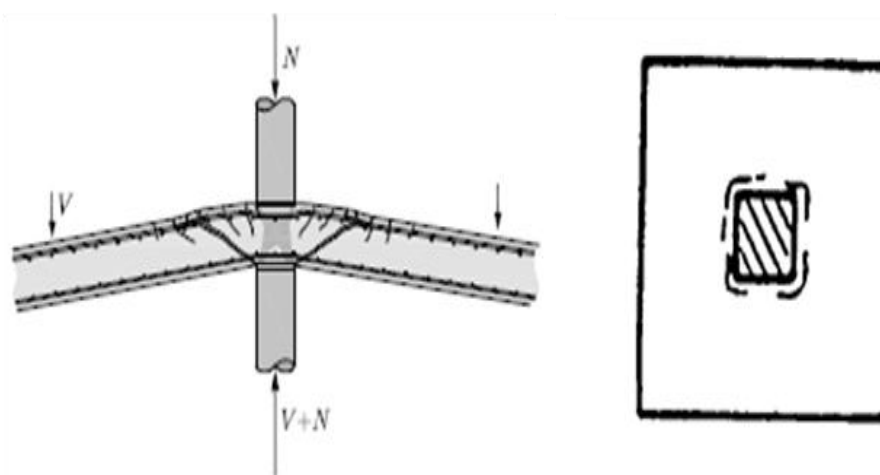


Figure 1.1: Rupture par poinçonnement d'une dalle en béton armé

Ce mécanisme de rupture peut se rencontrer essentiellement dans les planchers-dalles et dans les semelles et radiers de fondation ou lorsqu'une grande charge est transmise à une dalle par des appuis concentrés.



Figure 1.2 : Parking Pipers row, en Angleterre, 1997

Le plancher-dalle est composé d'une dalle en béton armé ou en béton précontraint d'épaisseur constante qui est appuyée sur des colonnes, avec ou sans chapiteaux, disposés en général suivant une trame régulière (fig. 1.3). Le poinçonnement des dalles sans armature d'effort tranchant est un mode de rupture fragile, particulièrement indésirable, auquel il convient de prêter une grande attention lors de la conception et de l'exécution.

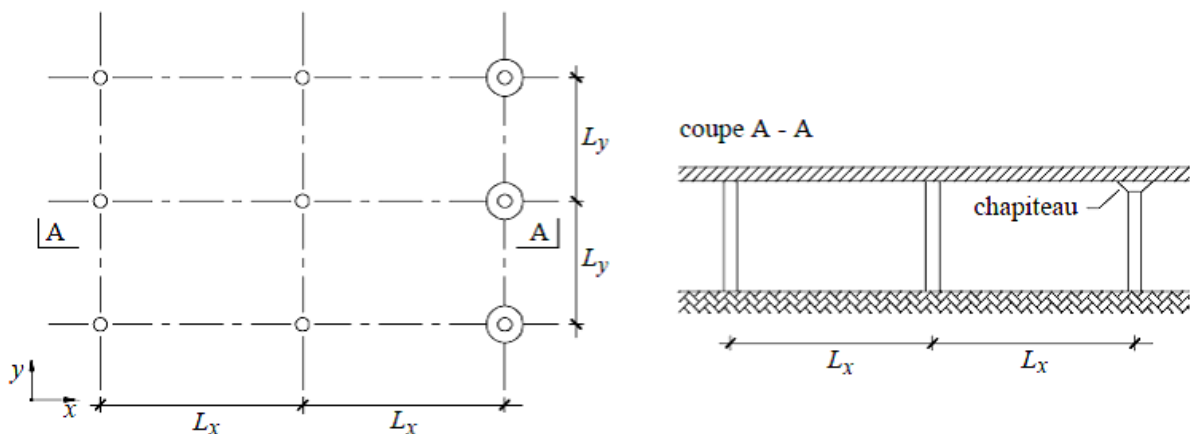


Figure 1.3 : Le plancher-dalle

Le phénomène du poinçonnement des planchers-dalles en béton armé est l'un des problèmes les plus étudiés des structures en béton mais ; malgré cela, il reste encore partiellement incompris.

Une approche pragmatique de dimensionnement, basée sur la vérification d'un effort de cisaillement nominal (mesuré sur un périmètre dit critique) comparé avec une résistance obtenue par des méthodes empiriques, s'est imposée dans presque toutes les normes par sa simplicité. Les essais montrent que d'autres paramètres tels que le taux d'armature, la force de précontrainte et l'effet d'échelle ont néanmoins une influence sur la résistance nominale. Même si l'approche empirique utilisée dans les normes est suffisante pour les tâches de dimensionnement usuelles dans la pratique de l'ingénieur, une meilleure compréhension du phénomène est indispensable pour concevoir des solutions constructives plus performantes et aptes à répondre aux exigences de la construction moderne.

En outre, un modèle puissant pouvant prendre en compte toutes les incertitudes liées à la géométrie et au matériau utilisé et capable de déterminer la charge de poinçonnement dans des conditions particulières et avec une précision meilleure pour les cas usuels est indispensable lors de l'évaluation de la capacité portante de structures existantes.

2. OBJECTIFS

La présente thèse a comme but principal de contribuer à la compréhension du phénomène de rupture fragile par poinçonnement des dalles sans armature d'effort tranchant d'une colonne interne sans excentricité, et d'apporter une solution méta heuristique et déterministe à ce problème.

La recherche vise à établir un modèle d'optimisation numérique de type neuro-flou ainsi qu'une équation capable de prévoir la charge de poinçonnement pour le cas d'une dalle symétrique, avec répartition d'armature quelconque.

Les buts de ce travail de recherche sont :

- Mieux comprendre le phénomène du poinçonnement avec ses différentes approches aussi bien analytiques qu'empiriques (chapitre 2)
- Mieux comprendre les modèles de modélisations prédictives basés sur l'intelligence artificielle de type logique flou et réseaux de neurones (Chapitre 3)
- Mieux comprendre le modèle de modélisation hybride Neuro-Flou basé sur une architecture de neurones artificiels et un apprentissage flou (Chapitre 3).
- Elaborer un modèle numérique puissant sur la base de la théorie Neuro-Flou, capable de décrire le phénomène complexe du poinçonnement avec toutes ces incertitudes et de prévoir la charge de rupture en fonction des paramètres les plus

importants et de comparer les résultats avec les valeurs calculées de certaines normes en vigueur (Chapitre 4);

- Développer une approche déterministe basée sur la statistique sous forme d'une équation de régression linéaire multiple de l'effort de rupture V_r sur toutes les variables matérielles et géométriques, influentes dans le phénomène (Chapitre 5).
- Comparer, pour finir, ces deux approches

ÉTAT DES CONNAISSANCES SUR LES DALLES

1. INTRODUCTION

Le but de cette partie est de faire un résumé sur l'état de l'art à travers le temps, du développement de la recherche théorique et expérimentale sur la problématique du poinçonnement (section 2.2).

Après un bref rappel sur les principaux modes de rupture des dalle en béton armé (section 2.3), le modèle physique de Kinnunen et Nylander qui a joué un rôle très important dans la majorité des recherches actuelles est détaillé (section 2.4) étant le plus simple et le plus précis.

Au travers de l'étude de l'approche empirique de Staller (2.5) le développement des modèles des principaux codes de conception dans le monde sont introduits (section 2.6).

2. REPERE HISTORIQUE

Le but de cette section est de décrire brièvement les contributions importantes au développement des connaissances dans le domaine du poinçonnement de plusieurs constructeurs et chercheurs.

Constructeurs et constructions

1894, F. Hennebique, France [36] : premières constructions de dalles en béton armé soutenues par des colonnes et des poutres, système Hennebique (brevet en 1892). Le système porteur était dérivé des anciennes constructions en bois et en acier (*figure. 2.1*).

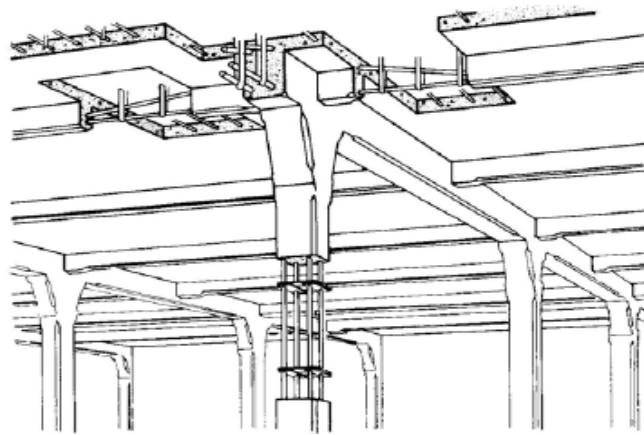


Figure 2.1 : Système Hennebique pour la construction de dalles en béton armé, 1892, F. Hennebique [36]

1906, C.A.P. Turner, États-Unis [36] : premiers planchers-dalles avec chapiteau (bâtiment à cinq étages). A noter la disposition des barres d'armature dans quatre directions se croisant sur les colonnes (fig. 2.2).

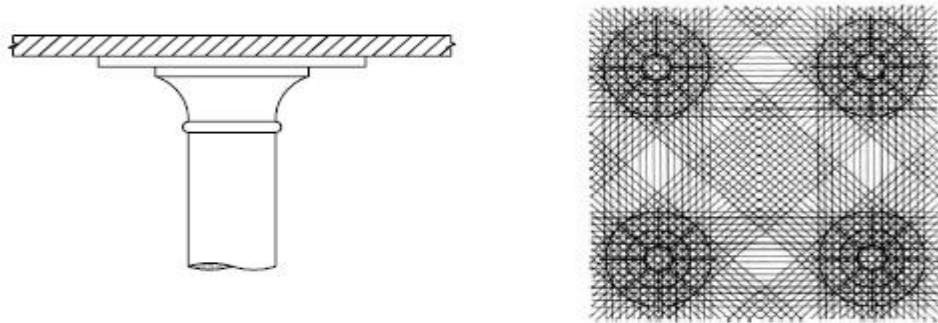


Figure 2.2 : Plancher-dalle avec chapiteau ; barres d'armature disposées dans quatre Directions, 1905, C.A.P. Turner [36]

1908, R. Maillart, Suisse [36] : constructions d'essai de « la première dalle sans sommiers du système à deux directions » (brevet en 1909). Le comportement à la rupture ne pouvait pas être compris avec les bases théoriques de l'époque, c'est pourquoi il a fait construire une dalle d'essai dans la cour de son entreprise (fig. 2.3).

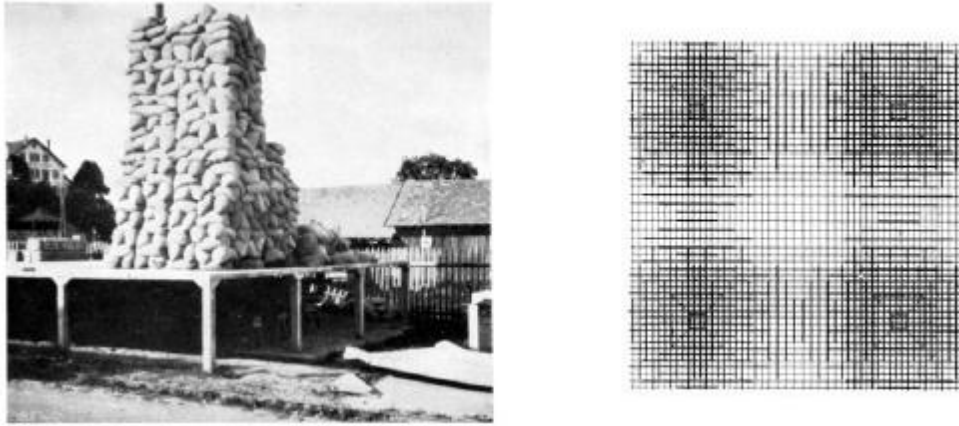


Figure 2.3 : Essai de plancher-champignon, 1908, R. Maillart ; armatures disposées dans deux directions [36]

Robert Maillart, à la fois constructeur, concepteur et chercheur, fut l'un des premiers à se rendre compte de l'énorme potentiel des dalles en béton armé. Il a été le premier à comprendre qu'une dalle armée orthogonalement peut reprendre des moments de flexion dans toutes les directions. Il breveta un système de planchers appuyés sur des colonnes, sans faire appel au renforcement par des poutres. Pour résoudre le problème provoqué par la sollicitation très intense de la dalle sur les colonnes, Maillart augmenta l'épaisseur de la dalle dans la zone critique, obtenant une dalle appelée dalle champignon. Dans les zones le plus sollicitées à l'effort tranchant, des armatures relevées permettent aussi de reprendre une partie de l'effort.



Figure 2.4 : Dalle-champignon à la Giesshübelstrasse à Zürich, 1910, Robert Maillart

[62]

Fin des années 30, États-Unis : premiers planchers-dalles, pour éviter des coffrages compliqués et des renforcements locaux fastidieux par des champignons. Pour éviter le danger du poinçonnement, des profilés métalliques étaient disposés sur les colonnes à l'intérieur des dalles, une méthode qui est encore actuelle pour renforcer les têtes de colonnes particulièrement sollicitées.

Années 60, Europe : développement des armatures d'effort tranchant pour les dalles. Le système s'est beaucoup diffusé en Suisse à partir des années 80.

Chercheurs

Plusieurs publications regroupant l'état de l'art sur le sujet du poinçonnement existent Pralong [75], Nölting [

72], CEB [23], Georgopoulos [38], Fib [36], Holmgren [49]. Ce paragraphe donne une description sommaire des recherches plus importantes sur le sujet.

1907, E. Morsch, [36] Allemagne : propose une contrainte de cisaillement :

$$\tau_d = \frac{V_d}{b.d} \quad (2.1)$$

1913, H.N. Talbot, Illinois, États-Unis [87] : essais sur des semelles de fondation, premières ruptures par poinçonnement. Calcul des contraintes de cisaillement sur la hauteur statique le long d'une section située à une distance d de la surface chargée il propose donc un périmètre critique autour de la colonne $U=4(c+2d)$ avec :

$$\tau_d = \frac{V_d}{4(c+2d).d} \quad (2.2)$$

1915, C. Bach et O. Graf, Allemagne [09] : essais avec des dalles en béton armé chargées par des forces concentrées. Calcul des contraintes de cisaillement réparties uniformément ; section déterminante délimitée par le pourtour de la surface chargée, il conclue que la rupture flexionnelle influe sur la contrainte de cisaillement.

$$\tau_d = \frac{V_d}{4.c.h.d} \quad (2.3)$$

1946, C. Forsell et A. Holmberg, Suède [36] : essais sur une centaine de dalles. Équation permettant de calculer les contraintes ultimes de cisaillement ; répartition sur l'épaisseur parabolique à une distance des bords égale à la demi-épaisseur de la dalle.

Le phénomène du poinçonnement a été relativement peu étudié jusqu'en **1955**. À partir de la deuxième moitié des années cinquante dans de nombreux pays commencent une recherche ciblée sur le problème « poinçonnement des plancher-dalles.

1956, R.C. Elstner et E. Hognestad, États-Unis [34] : influence directe de la résistance à la flexion sur celle de l'effort tranchant ; formule qui en tenait compte et qui permettait d'estimer les contraintes de cisaillement au moment du poinçonnement ; section déterminante pour le calcul définie par le pourtour de la surface chargée.

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{b.d} = 2.3 + 0.046 \frac{F_c}{\phi_0} \quad (2.4)$$

1960, S. Kinnunen et H. Nylander, Suède [53] : modèle physique permettant de simuler le comportement réel de la structure. Le critère de rupture était formulé en fonction de la déformation du béton à proximité de la colonne.

1961, J. Moe, États-Unis [67] : étude des dalles avec ouvertures au voisinage de la colonne ; concentration en bandes de l'armature de flexion située sur l'appui. Résistance au poinçonnement approximativement proportionnelle à la racine carrée de la résistance en compression du béton, dépendante du rapport entre le côté de la colonne et la hauteur statique de la dalle.

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{b.d} = \left[15. \left(1 - 0.075 \frac{c}{d} \right) - 5.25 \phi_0 \right] \sqrt{F_c} \quad (2.5)$$

1979, P.E. Regan, Grande-Bretagne [79] : méthode pour le calcul de la charge de rupture par poinçonnement ; la résistance découle de la zone de compression du béton, de l'effet de goujon de l'armature de flexion et d'éventuelle armature de poinçonnement.

A partir des années 80, beaucoup de chercheurs ont utilisé des méthodes numériques, en particulier des analyses par éléments finis, pour décrire le comportement des structures en béton armé. La difficulté principale consiste à modéliser un matériau inhomogène, anisotrope, caractérisé par une très faible résistance à la fissuration comme le béton armé. Difficulté à prendre en compte des fissures discrètes.

1984, D. Nölting, Allemagne [72] : méthode de calcul utilisant l'approche avec une bielle comprimée inclinée. Toutes les ruptures avec fissures inclinées au voisinage de forces concentrées ou d'appuis, sont considérées comme des ruptures par poinçonnement. Le critère de rupture est représenté par une déformation limite en direction de la bielle comprimée autour de la zone chargée.

1986, T. Georgopoulos, Allemagne [38] : calcul pour déterminer la résistance au poinçonnement et l'angle du cône de poinçonnement. La résistance est donnée par la résistance à la traction du béton dans la zone de la fissure de poinçonnement et par la force de compression dans le voile conique d'appuis au voisinage de la colonne.

$$V_{Rd} = 0.7 \sqrt[3]{F_c^2} \cdot h^2 \cdot \cotg \alpha \left(\frac{c}{d} + 0.2 + 0.35 \cotg \alpha \right) \quad (2.6)$$

α Inclinaison du cône de rupture, h épaisseur de la dalle, C coté de la colonne

1987, Bazant and Cao, États-Unis [07] : introduction de la mécanique de la rupture avec la dissipation d'énergie à l'extrémité de la fissure. Résistance au poinçonnement calculée sur la base de la mécanique de la rupture au lieu de l'analyse plastique. Le concept d'effet de taille est introduit.

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{b.h} = k_1 F_c \left(1 + k_2 \frac{h}{b} \right) \cdot \left(1 + \frac{h}{\lambda_0 d_a} \right) \quad (2.7)$$

k_1, k_2, λ_0 ; constante empirique ; b diamètre du cône de poinçonnement ; h épaisseur de la dalle d_a diamètre max de l'agrégat

1987, Rankin and Long, État Unis [78] : propose une méthode empirique basée sur les tests pour déterminer la résistance au poinçonnement au niveau de la connexion dalle-colonne basée sur le concept des modes de rupture

$$V_{Rd} = 1.66 \sqrt{F_c} \cdot (c + d) \cdot d \cdot \sqrt[4]{100\rho} \quad (2.8)$$

C : cote de la colonne, ρ : le taux d'armature

1994, P. Menétrey, Suisse [66] : expression analytique pour déterminer la résistance au poinçonnement basée sur les résultats de simulations numériques. La rupture par poinçonnement correspond à la rupture du tirant en béton du champ de contraintes au voisinage de la colonne. Résistance au poinçonnement calculée par intégration des composantes verticales autour du cône de poinçonnement.

1996, M. Hallgren, Suède [44] : reprend le modèle de Kinnunen et Nylander et introduit un critère de rupture basée sur la mécanique de la rupture.

1996, Gardner an Shao [37]: conclurent après étude et expérimentation que la résistance au poinçonnement est approximativement proportionnelle a la racine cubique de la contrainte de béton au taux d'armature et de la contrainte moyenne du béton

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{b \cdot h} = 0.79 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{200}{d}\right)} \cdot \sqrt[3]{\frac{d}{C}} \cdot \sqrt[3]{\rho F_{sd}} \cdot \sqrt[3]{F_m} \quad (2.9)$$

F_m : la résistance moyenne du béton, F_{sd} : limite d'écoulement de l'acier

2004, Guandalini and Muttoni, Suisse [41] : reprend les hypothèses de Kinnunen et Nylander et introduit un critère de rupture basé sur la rotation de la dalle après rupture.

2009, Guandalini and Muttoni, Suisse [42] : développent un nouveau critère de rupture en fonction du comportement flexionnel de la dalle et de la rotation de celle-ci au tour de la colonne, calibré par des essais

3. MODES DE RUPTURES DES DALLES SANS ARMATURE DE CISAILLEMENT

À la lumière de cette recherche bibliographique non exhaustive on constate que d'un point de vue mécanique, les planchers dalles sont des structures complexes à analyser et à comprendre car elles sont sujettes à une rupture soudaine par pénétration appelée « poinçonnement », au sein de la région de discontinuité dalle-colonne. Cette rupture fragile est modélisée par un état de contrainte tridimensionnelle représenté par une

combinaison de cisaillement élevé et de contraintes normales, le tout créant un état difficile à analyser avec précision. Pour mieux comprendre ce phénomène, des essais en laboratoire ont été effectués

3.1 ESSAIS EN LABORATOIRE

En général les essais en laboratoire s'effectuent sur des dalles circulaires ou carrées équivalents correspondant aux diagrammes de moments nuls dans la dalle réelle comme montré sur la *figure 2.5*, *figure 2.6*

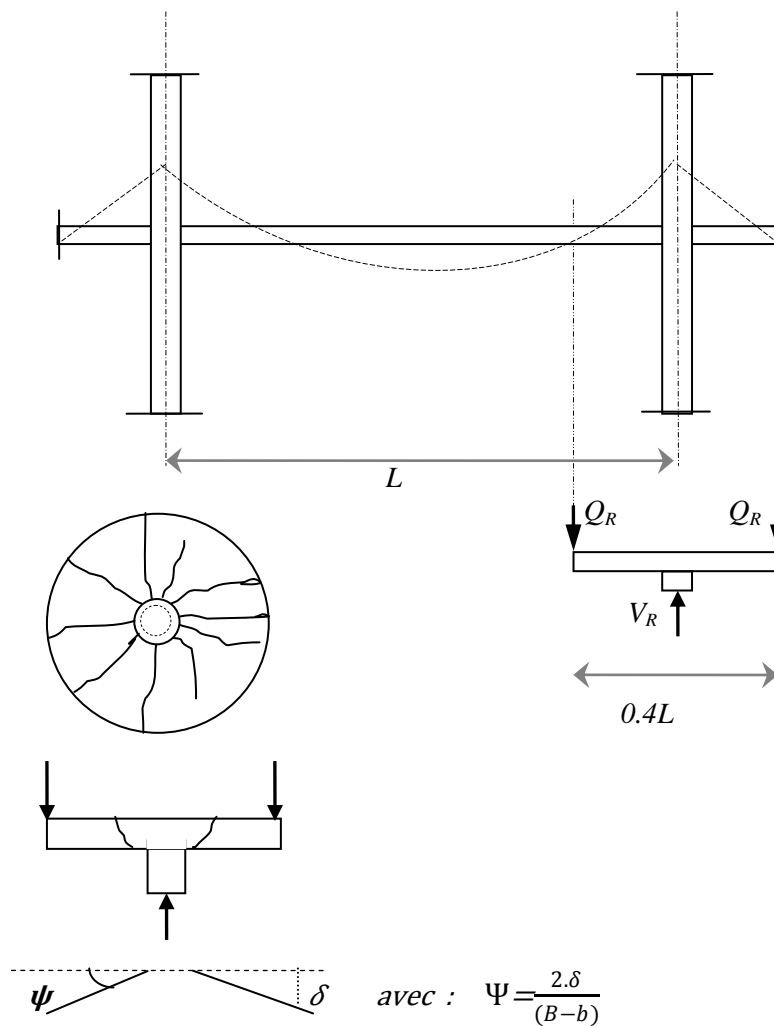


Figure 2.5 : Rupture par poinçonnement d'une dalle en béton armé

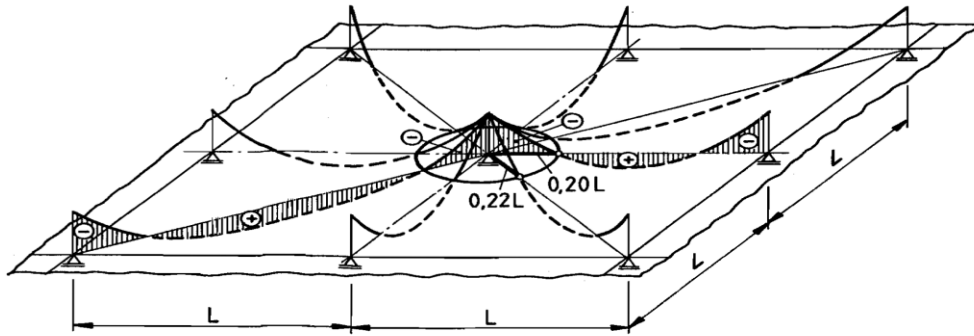


Figure 2.6 : Distribution du moment radial autour de la colonne central

Les essais sont souvent réalisés avec des dalles carrées sur colonnes carrées. Il s'agit donc de trouver des critères pour lier la géométrie d'une dalle carrée à celle d'une dalle circulaire.

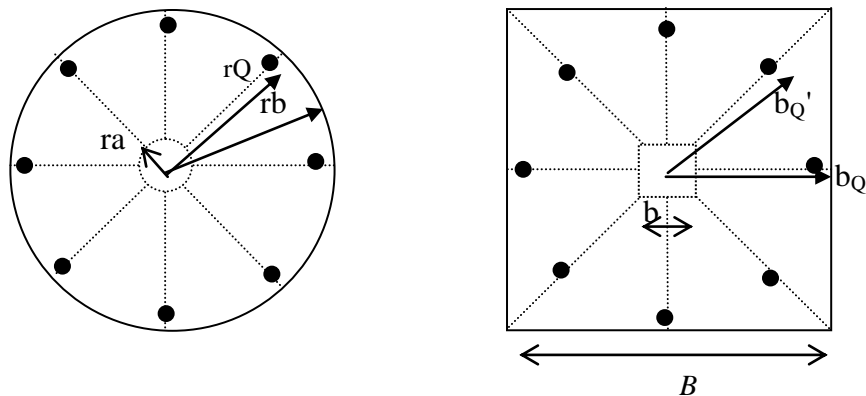


Figure 2.7 : dalles d'essais circulaire ou carrée en laboratoire avec les points d'application des charges ponctuelles

Pour ce qui concerne la colonne, le critère du périmètre équivalent a été appliqué :

$$4b = 2 \pi r_a \Leftrightarrow r_{a,eq} = 2b \pi \quad (2.10)$$

Si les points d'application des charges se situent sur un cercle figure. 2.7, le rayon effectif est considéré :

$$r_{Q,eq} = b'_Q \quad (2.11)$$

Si la dalle carrée est par contre appuyée linéairement sur les quatre bords, alors $r_{Q,eq}$

Vaut :

$$r_{Q,eq} = b_Q \quad (2.12)$$

Le critère de la charge équivalente de rupture par flexion $V_{R,flex}$ a été choisi pour définir le rayon équivalent de la dalle $r_{b,eq}$. La figure 2.8 montre les lignes de rupture pour les deux dalles.

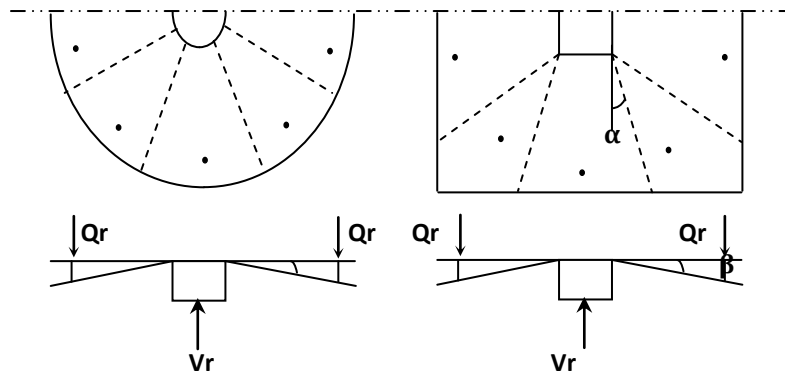


Figure 2.8 : Lignes de rupture et charge de rupture par flexion

La charge ultime en flexion $V_{R,flex}$ est déterminée en analysant le mécanisme suivant :

Dalle circulaire:

$$W_e = \sum Q_R \cdot \theta \cdot (r_Q - r_a) \quad \text{et} \quad W_i = 2 \cdot \pi \cdot m_u \cdot \theta \cdot r_b \quad (2.13)$$

$$W_e = W_i \quad \Rightarrow \quad \frac{V_R}{m_U} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r_b}{r_Q - r_a} \quad (2.14)$$

Avec : $\sum Qr = Vr$

Dalle carrée :

$$W_e = V_R \cdot \theta \cdot \left(b_Q - \frac{b}{2} \right) \quad \text{et} \quad W_i = 8 \cdot \theta \cdot m_u \cdot \left[\frac{B-b}{2} \cdot \frac{1 + \text{tg} \alpha^2}{1 + \text{tg} \alpha} + \frac{b}{2} \right] \quad (2.15)$$

$$W_e = W_i \quad \Rightarrow \quad \frac{V_R}{m_U} = \frac{8}{b_Q - \frac{b}{2}} \cdot \left[\frac{(B-b)}{2} \cdot \frac{1 + \text{tg} \alpha^2}{1 + \text{tg} \alpha} + \frac{b}{2} \right] \quad (2.16)$$

- Avec : W_e : travail extérieur de la dalle,
- W_i : travail interne la dalle
- M_u : moment ultime dans la fissure
- V_r : est la charge de rupture par flexion

La résistance minimale est atteinte pour une valeur de $\alpha = 22.5^\circ = \pi / 8$. avec $\left(\frac{\partial m_u}{\partial \alpha} = 0 \right)$.

La charge ultime (eq. 2.15) peut donc être écrite de la manière suivante :

$$\Rightarrow \quad \frac{V_R}{m_U} = \frac{8}{b_Q - \frac{b}{2}} \cdot \left[(B - b) \cdot (\sqrt{2} - 1) + \frac{b}{2} \right] \quad (2.17)$$

Pour déterminer le rayon équivalent $r_{b,eq}$ il suffit de résoudre les deux équations 2.14 et 2.17 pour r_b .

$$\Rightarrow r_{b,eq} = \frac{2}{\pi} [2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (B - b) + b] \quad (2.18)$$

Pour simplifier l'expression 2.18, $(b_0 - b/2)$ de l'éq. 2.17 a été approximée par $(r_0 - r_a)$.

De plus les résultats des observations expérimentales nous permettent de distinguer trois modes de rupture classés en 3 catégories :

3.1. RUPTURE PAR FLEXION PURE

Ce type de rupture est caractérisée par l'apparition d'un petit nombre de large fissure avant la rupture. Ces dalles sont caractérisées par un faible taux d'armature.

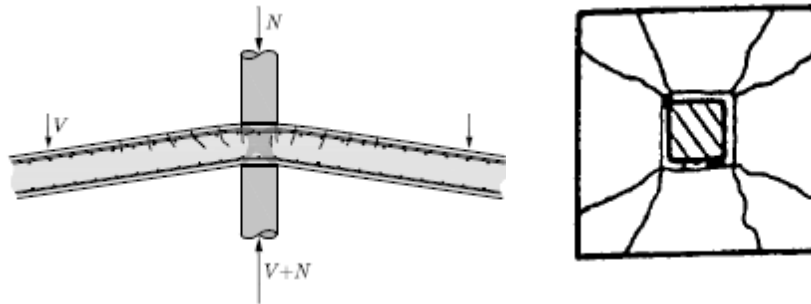


Figure 2.9 : Rupture flexionnelle

3.2. RUPTURE PAR POINÇONNEMENT FLEXIONNEL

Ou rupture par écrasement du béton. On retrouve ce type de rupture entre les modes de flexion et de poinçonnement purs caractérisés par l'apparition de fissures localisées autour de la colonne.

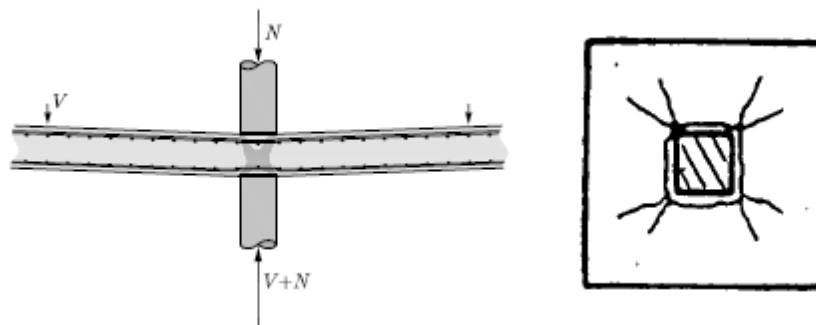


Figure 2.10 : Rupture par écrasement du béton

3.3. RUPTURE PAR POINÇONNEMENT

Ce type de mode de défaillance est caractérisé par l'apparition d'un grand nombre de petites fissures flexionnelles (radiales et tangentiellles) qui se développent avant la rupture. Celle-ci apparait toujours dans les dalles fortement renforcées puisque la capacité flexionnelle augmente et donc la dalle se retrouve soumise en plus des charges verticales a des efforts bi-axiaux de compression ce qui induit une rupture par écrasement du béton autour de la colonne en forme de cône.

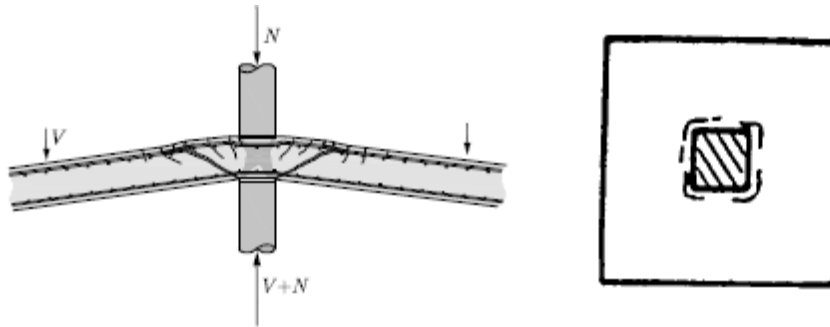


Figure 2.11 : Rupture par poinçonnement

Le but donc de ces recherches analytiques et expérimentales est d'étudier le phénomène complexe du poinçonnement des plancher-dalle sans armature de cisaillement en essayant d'estimer la force de rupture à l'aide de modèles mécaniques ou purement empiriques.

4. MODELES MECANIQUES :

La résistance au poinçonnement dans les modèles mécaniques a été déterminée par certains auteurs à l'aide de critères de rupture, basés sur l'observation expérimentale des fissures de cisaillement et la contrainte de traction du béton. Dans ces modèles, les critères ont été définis par la contrainte de compression radiale inclinée et la contrainte de compression tangentielle au cisaillement de rupture dont le plus célèbre est Kinnunen et Nylander

4.1. MODELE DE KINNUNEN ET NYLANDER ET EVOLUTION DE L'ECOLE SUEDOISE

En 1960, Kinnunen et Nylander [53] ont proposé un modèle physique pour l'étude du comportement d'un élément de dalle sur une colonne. Encore aujourd'hui ce modèle est très utile pour comprendre le comportement d'un tel élément vis à vis de la rupture par poinçonnement et constitue la base de certaines approches théoriques.

Un modèle physique permettant la dérivation du comportement de la dalle ainsi qu'un critère de rupture sont utilisés pour le calcul de la charge de rupture par poinçonnement.

Le comportement de la dalle est exprimé par une loi qui relie la charge V à la rotation de la dalle ψ en considérant un comportement élastique linéaire - parfaitement plastique pour les aciers d'armatures et élastique linéaire pour le béton.

Le critère de rupture est exprimé en limitant la déformation tangentielle du béton de la dalle sur la face comprimée à une distance y du bord de la colonne comme montré à la **figure 2.11(a)**. Ce critère peut facilement être transformé, selon les mêmes hypothèses utilisées pour la dérivation du comportement de la dalle, en une limitation de la rotation de la dalle ψ_r . La rupture est donc calculée en partant de cette rotation limite.

Néanmoins, il est nécessaire de passer par une procédure itérative afin de trouver la valeur de la hauteur de la zone de béton comprimée y , montrée à la **figure 2.11**, au moment de la rupture. Malgré sa simplicité la corrélation de ce modèle avec les résultats d'essais est assez bonne.

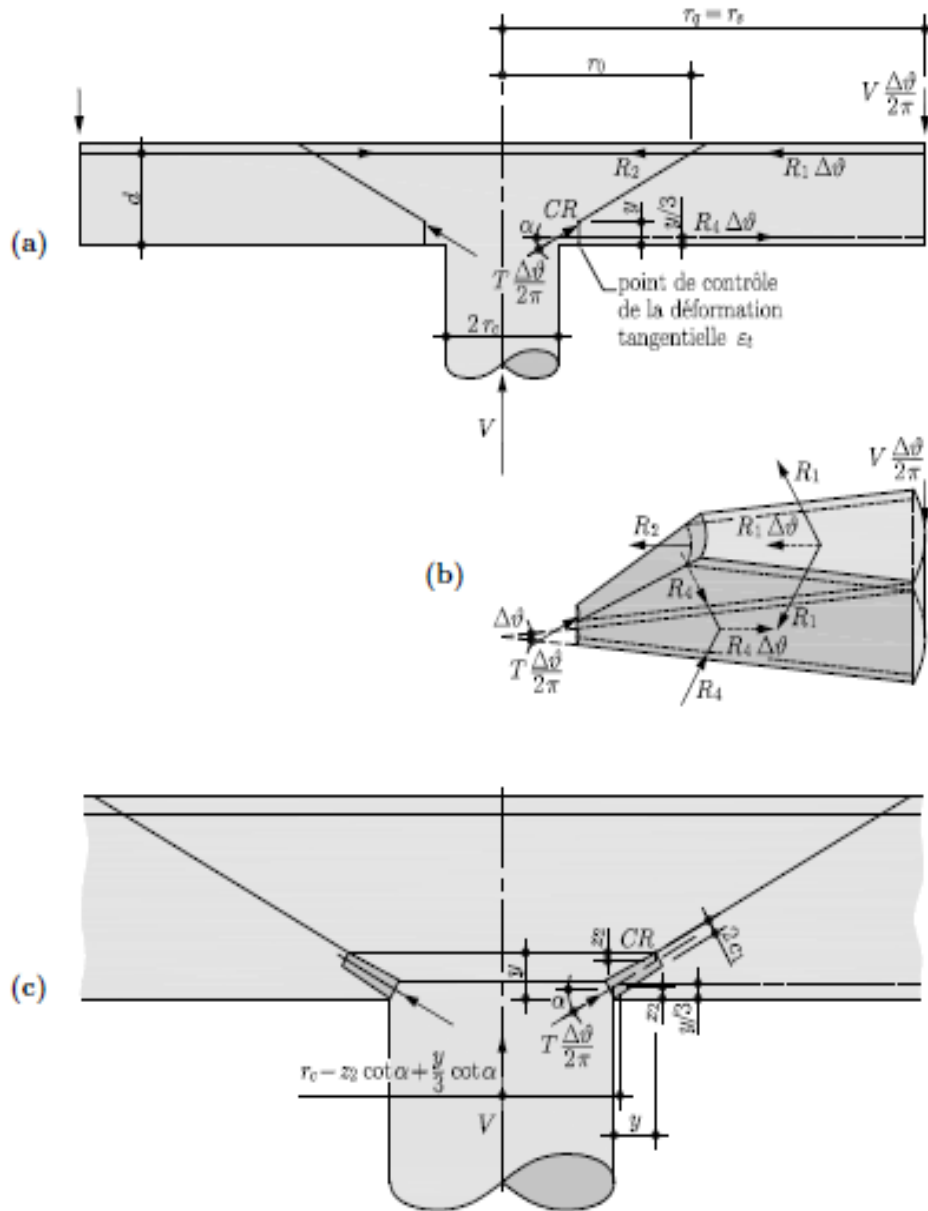


Figure. 2.12 : Modèle mécanique utilisé par Kinnunen et Nylander [53] :

- (a) géométrie et forces sur la section de l'élément de dalle ;
- (b) équilibre d'un segment de dalle ;
- (c) détail de la coque conique d'appui du segment de dalle

Le modèle de comportement (courbe charge-rotation de la dalle $V-\Psi$) est généré par l'équilibre du segment circulaire de dalle montré à la **figure 2.11b**. Ce segment est délimité vers la colonne par la fissure de poinçonnement dont la racine se trouve au centre de rotation CR , et elle s'étend avec une inclinaison choisie pour arriver à l'armature supérieure à une distance $r_0=r_c+1,8.d$.

De plus, des coupes verticales relient la racine et le sommet de la fissure aux faces de la dalle sont effectuées figure 2.11a. Pendant le chargement de la dalle le segment subit une rotation rigide autour du centre préalablement indiqué en s'appuyant sur la coque

conique indiquée à **la figure 2.11(c)**. Cette coque se trouve dans un état de contrainte triaxial et donc sa résistance à la compression est accrue. La cinématique a été choisie sur la base des observations faites par Kinnunen et Nylander pendant leur série d'essais et elle permet de calculer les efforts suivants qui équilibrent le segment de dalle :

R1 : effort des armatures supérieures coupées le long de la section radiale ;

R2 : effort des armatures supérieures coupées par la fissure de poinçonnement :

$$r = r_0 ;$$

R4 : effort du béton comprimé

T : réactions de la coque conique sur le segment circulaire, inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontal.

Le critère de rupture proposé par Kinnunen et Nylander a été calculé de façon empirique, sur la base des résultats de la série d'essais et il est formulé en rotation limite, voir ci-dessous :

$$\Psi_R = \begin{cases} 0.0035 \left(1 - 0.44 \frac{r_c}{d}\right) \left(1 + \frac{r_c}{y}\right) & \text{si } \frac{r_c}{d} \leq 1; \\ 0.0019 \left(1 + \frac{r_c}{y}\right) & \text{si } \frac{r_c}{d} > 1; \end{cases} \quad (2.19)$$

Où le facteur $\left(1 - 0.44 \frac{r_c}{d}\right)$ considère l'effet d'élanement.

Kinnunen et Nylander proposent une méthode pour la modélisation des planchers-dalles avec plusieurs champs carrés. Avec les hypothèses d'axisymétrie des moments autour de la colonne et de comportement élastique linéaire il est possible de limiter l'étude à un élément de dalle avec le bord libre de rayon $r_s = 0.22 L$ où L est la distance entre colonnes du plancher-dalle. En effet, ce rayon correspond à la distance moyenne entre le centre de la colonne et la ligne de moments radiaux nuls dans le plancher-dalle, avec comportement élastique linéaire non fissuré, comme montré à la **figure 2.12**.

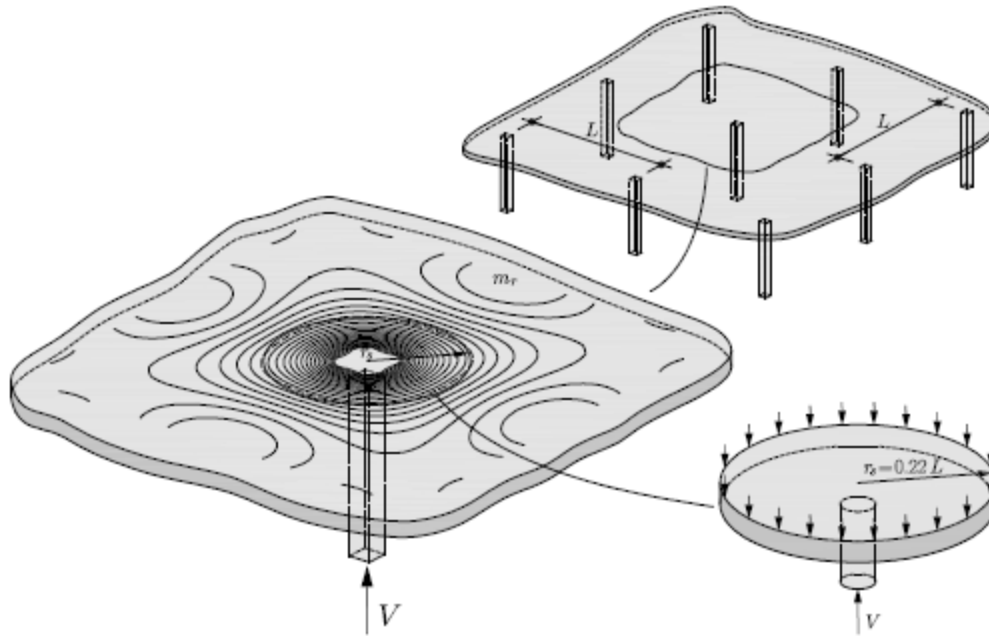


Figure.2.13 : Moments radiaux m_r dans un plancher-dalle avec champs carrés de porté L (équimoment traitiez $m_r=0$) et élément de dalle équivalent isolé

Évolution du modèle

Plusieurs modifications du modèle original ont été apportées par d'autres chercheurs afin de considérer différentes situations comme par exemple la présence d'armature de poinçonnement, pour des dalles précontraintes, pour des bétons à haute résistance Hallgren [44] ou dans le cas d'armature non symétrique Shahata [82]. Certains chercheurs ont proposé des modifications de la déformation tangentielle limite qui définit le critère de rupture en apportant différentes validations théoriques basées sur la mécanique de la rupture Broms[19], Halgren[44]. Les outils de la mécanique de la rupture ont permis d'introduire de façon consistante et au niveau du critère de rupture l'effet d'échelle.

De plus, Broms [19] introduit un mécanisme de poinçonnement supplémentaire contrôlé par la rupture à la compression de la coque conique sur laquelle s'appuie tout l'effort de poinçonnement. La coque comprimée considérée par Broms, montrée à **la figure 2.13**, diffère légèrement par rapport à celle considérée par Kinnunen et Nylander en termes de géométrie et d'état de contraintes (bi-axial au lieu que triaxial). Le nouveau critère limite la contrainte de compression à une valeur fonction du rapport entre le rayon de la colonne r_c et la hauteur de la zone comprimée y donnée de suite :

$$\sigma_c = F_c [0.6 + 0.9(1 - 0.007 \frac{U}{y})^2] \leq 1,2F_c \quad (2.20)$$

Où la limitation de $1,2 f_c$ est introduite en raison du fait que cette contrainte ne peut pas dépasser la résistance du béton en état bi-axial de compression. Le rapport u/y est calculé selon :

$$\frac{u}{y} = \pi \cdot \left(\frac{2r_c}{y} + \frac{1}{\tan 2\alpha} + \frac{1}{2 \tan \alpha} \right) \quad (2.21)$$

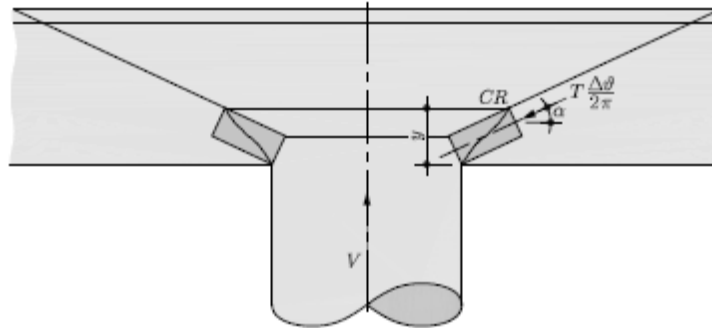


Figure. 2.14 : Détail de la coque conique d'appui selon Broms [19]

La valeur de l'inclinaison de la bielle, dans le cas des planchers-dalles sans armature de poinçonnement, est prise sur la base de celles mesurées lors des essais et elle vaut $\alpha=25^\circ$.

Pour ce type d'éléments constructifs, ce mécanisme devient déterminant seulement dans le cas où la dimension de la colonne « r_c » est petite par rapport à la hauteur statique des armatures de la dalle « d » ou bien pour des planchers constitués de béton à faible résistance. Par contre ce critère est souvent déterminant pour le poinçonnement des radiers de fondation ou bien dans le cas des dalles avec armature de poinçonnement. Pour ce dernier cas l'inclinaison proposée de la coque est de $\alpha=45^\circ$.

Il est clair, après se développement, que la précision de ces modèles ne justifie pas la difficulté de leurs utilisations, et donc de nouvelles approches dite empiriques se sont imposées à travers le temps pour prendre en charge la problématique du poinçonnement de façon simple et rapide et à la portée de n'importe quelle ingénieur. Ces modèles empiriques ont inspiré la plus part des codes dans le monde.

5 MODELE EMPIRIQUE

Dans les modèles semi-empiriques, la résistance au poinçonnement a été défini compte tenu de la capacité de flexion des dalles en béton armé ainsi que de l'observation expérimentale qui donne la charge limite de rupture de celles-ci .Ces modèles sont développés et calés aux résultats d'essais comme le précise Yitzhaki [94], Long et

Rankin [78]. D'autres études menées par Pralong [75,76] donnent la limite inférieure et limite supérieure de la résistance au poinçonnement basé sur la théorie de la plasticité.

Le développement de nouvelles formules empiriques pour déterminer la capacité de résistance au poinçonnement est présenté. Cette formulation basée sur une approche statistique est étudié par Staller and al [36] qui développe une équation de conception optimisée, économiquement et théoriquement performante.

5.1 MODELE EMPIRIQUE DE STALLER

Les modèles empiriques sont basés sur l'évaluation expérimentale des données avec l'aide de l'analyse de régression linéaire ou non linéaire à paramètre unique ou multiples. Donc lorsque les paramètres connus ayant une influence substantielle sur le comportement de l'effort à déterminer sont répertoriés, il convient de les mettre sous forme mathématique. Les modes de ruptures ne sont pas nécessairement exprimés dans la formulation générale ce qui est un avantage certain pour les problèmes complexes de mécanismes multiples générés par le poinçonnement et le cisaillement. Cependant elle présente l'inconvénient d'un manque d'applicabilité générale liée à la restriction du domaine d'application.

Les modèles empiriques ont été utilisés pour les poutres et les dalles sans armature de cisaillement tels que les facteurs importants sont exprimés comme un produit d'une fonction indépendante et partial.

Ainsi un problème non linéaire multiples est réduit à une régression linéaire multiple sous forme d'une fonction $y = \alpha \cdot x^{\beta}$ ce qui est utilisé en général.

L'analyse de régression

L'analyse de régression est destinée à déterminer les paramètres indépendants dans une relation mathématique de telle manière que le nombre de données expérimentales disponible soient au mieux représentés (approximer).

Cet ajustement se fait par la méthode Gaussian " des moindres carrés ". Ainsi le choix de la fonction de régression à une importance crucial.

Plusieurs recherches sont basées sur le calcul de la contrainte de cisaillement le long d'un périmètre critique à une distance "2d" à partir de la face de la colonne. Le choix de la forme et de la taille du périmètre critique doit être fait avant la régression pour obtenir des résultats représentatifs.

Il est remarquable que l'étude pour un périmètre plus grand "2.5d" et plus petit "1.5d" ne donne pas des coefficients de variation aussi intéressants que pour le périmètre "2d"

Choix de la base de données :

Pour l'analyse, seuls les résultats expérimentaux sont utilisés pour les quels un mode de rupture par poinçonnement est identifié.

Sélection des paramètres :

A partir des observations faites durant les tests expérimentaux, les modèles mécaniques ainsi que l'analyse par éléments finis, il est possible d'identifier les paramètres géométriques et matériels les plus influents tels que:

Variables géométriques

Dans cet ensemble appartenant aux dimensions de la dalle on distingue des variables absolues (h, d, L, c) d'une part et d'autre part des variables relatives tel que des rapports entre dimensions.

Propriété Matériels

Au regard des propriétés matérielles du béton et de l'acier, on constate qu'ils sont influencés par la déformation des matériaux aussi bien pour la contrainte de compression et de traction du béton que pour la contrainte de traction des aciers.

Les propriétés du matériau tel que le module d'élasticité et l'énergie de rupture sont décisifs pour la propriété de déformation dans un état élastique ou quand la contrainte de traction ultime est dépassée.

Renfort longitudinal :

L'effet du renfort longitudinal dépend d'abord du taux d'armature mais aussi du diamètre des barres et de leurs arrangements.

Pour le développement de la fonction mathématique aux paramètres pertinents, une influence mutuelle est indispensable. Pour cette raison la sélection d'une approche multiplicative de chaque paramètre semble adéquate. A partir de la liste ci-dessus une fonction partielle est formulée qui peut être compilée pour les produits sélectionnés.

Avec la moyenne des observations les paramètres influents peuvent être réduits et définis comme suit :

-Effets de taille (effet d'échelle) : le rapport entre l'épaisseur et la largeur

$$\xi = F(d/L)$$

-Le taux d'armature :

$$\omega = \rho_1 \cdot \frac{F_y}{F_c}$$

-La raideur de la dalle :

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{C1 - C2}{d}, \quad = \frac{1}{2} \frac{a1 - a2}{d}$$

-La contrainte de compression :

$$F_c$$

La contrainte de cisaillement « τ » est définie comme la contrainte de cisaillement autour d'un périmètre connu, cette contrainte est calculée à partir de la multiplication d'une constante C et de fonctions partielles tel que :

$$\tau = \frac{V}{d.b} = C \cdot F(\xi) \cdot F(\omega) \cdot F(\lambda) \cdot F(f_c) \quad (2.22)$$

On remarque que la grande majorité des codes utilise des modèles empiriques basés sur une démarche similaire.

Cette approche sera traitée par nous même dans le chapitre 5 section (5.7)

Dans la section suivante nous allons donner un développement rapide des principaux codes dans le monde avec leurs principales différences.

6. MODELES CONTENUS DANS LES NORMES

Dans les normes une contrainte de cisaillement nominale calculée sur une section à une certaine distance de la colonne est comparée avec une résistance généralement déterminée d'une façon empirique en fonction de plusieurs paramètres (résistance du béton f_c , taux d'armature ρ , limite d'écoulement de l'acier f_s , épaisseur de la dalle h , portée L). Cette méthode est très peu liée à la réalité physique du phénomène de poinçonnement, mais elle a le grand avantage d'être simple. Si elle est calibrée correctement des résultats raisonnables pour les cas ordinaires peuvent être obtenus. Les différences principales consistent dans le choix du périmètre critique (fig. 3.1) et de la résistance au cisaillement du béton.

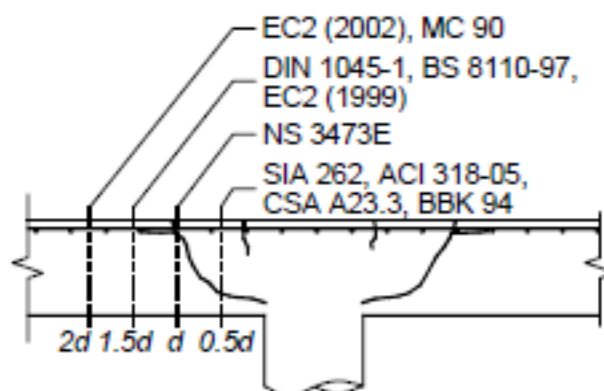


Figure 2.15 : Position du périmètre critique pour la vérification au poinçonnement selon différentes normes (ACI : Etats-Unis, BBK : Suède, BS : Royaume-Uni, CSA : Canada, DIN : Allemagne, EC2 : Europe, MC : Model Code, NS : Norvège, SIA : Suisse)

6.1. NORME SUISSE SIA 262 (2003)

Selon la norme SIA, la vérification au poinçonnement est à effectuer sur une section de périmètre U situé à la distance $d/2$ de la surface d'appui (**figure. 2.14**). Lors du calcul de la valeur de calcul de l'effort tranchant V_d , on peut déduire les actions agissant à l'intérieur de la section de contrôle.

La résistance au poinçonnement des dalles sans armature de poinçonnement est donnée par :

$$V_d \leq V_{Rd} = k_r \tau_{cd} d U \quad (2.23)$$

Où « d » est la hauteur statique moyenne des nappes et , $\tau_{cd} = 0,2\sqrt{F_c}$. est la valeur de calcul de la contrainte limite de cisaillement, Le coefficient k_r tient compte de l'effet de taille (effet d'échelle) et de la résistance à la flexion. Il est donné par :

$$k_r = \frac{1}{0.45 + 0.9r_y} \geq \frac{1}{1 + 2.2d} \quad (d \text{ en mm}) \quad (2.24)$$

$$r_y = 0.15 \cdot L \left(\frac{m_{0d}}{m_{Rd}} \right)^{3/2} \quad (L \text{ en m}) \quad (2.25)$$

" r_y " est le rayon plastique et « L » la portée entre les colonnes. Le moment de comparaison m_{0d} pour des colonnes intérieures avec armatures supérieures dans les deux directions vaut $V_d/8$. Pour activer la résistance au poinçonnement (2.23) , il faut que la condition

$m_{Rd} \geq 0.5 \cdot m_{0d}$ soit remplie.

Les résistances maximales à la flexion prise en compte dans (2.25) sont limitées à $4 \cdot m_{0d}$. Lors de l'utilisation d'acier d'armature passive avec $F_{sd} > 435$ MPa, le rayon plastique r_y (2.25) doit être majoré par le facteur $F_{sd}/435$.

Dans les cas où un béton avec un taille maximale du granulat $D_{\max} < 32$ mm est employé, dans l'équation (2.24) r_y , respectivement d , seront majorés au moyen du facteur $48 / (D_{\max} + 16)$.

6.2. NORME EUROPEENNE EUROCODE 2, EN 1992-1-1 (2004)

Le périmètre de contrôle de base selon la norme EC2 se situe à une distance de $2 \cdot d$ du bord de l'appui. La hauteur statique moyenne d des nappes est à utiliser. La vérification au poinçonnement est à effectuer aussi bien au niveau du périmètre de contrôle (a) que du périmètre de la colonne (b) :

$$a) \quad \tau_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{d \cdot u} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.1 \cdot \sigma_c \geq (v_{\min} + 0.1 \sigma_c) \quad (2.26)$$

où F_{ck} : valeur caractéristique de la résistance du béton en MPa

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \text{ avec } d \text{ en mm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0.02 : \text{taux d'armature avec adhérence}$$

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c (\gamma_c = 1.5)$$

σ_c : contrainte normale dans le béton en MPa (positive en compression)

$$v_{\min} = 0.035 k^{3/2} \sqrt{f_{ck}}$$

$$b) \quad \tau_{Rd,\max} = V_{Rd,\max} / d \leq \pi \cdot 0.5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

(2.27)

où $F_c = F_{ck} / \gamma_c$: valeur de calcul de la résistance en compression du béton en MPa

$$v = 0.6 \cdot (1 - f_{ck} / 250) \quad \text{avec } f_{ck} \text{ en MPa}$$

avec : \emptyset : diamètre de la colonne (où diamètre équivalent)

6.3. NORME AMERICAINE ACI 318-05 (2005)

La norme ACI 318-05 utilise la même définition que la norme SIA 262 pour la section critique (à $d / 2$ du bord de la colonne). Dans le cas de dalles sans armature de poinçonnement l'inégalité suivante doit être respectée :

$$V_d \leq V_{rd} = \emptyset V_n \quad (2.28)$$

où V_d : la valeur de calcul de l'effort tranchant

$\emptyset = 0.75$: facteur de réduction de résistance à l'effort tranchant

V_n : résistance nominale au poinçonnement

La résistance au poinçonnement V_n pour une dalle sans armature de poinçonnement et sans précontrainte est donnée par la plus petite valeur des équations ci-dessous. Les expressions sont adaptées afin d'utiliser les unités métriques SI (V_n en N, f_c' en MPa, u, d en mm).

$$V_{n \leq} \begin{cases} 0.083 \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) u \cdot d \sqrt{f_c'} \\ 0.083 \left(\frac{\alpha \cdot d}{u} + 2 \right) u \cdot d \sqrt{f_c'} \\ 0.083 \cdot 4 \cdot u \cdot d \sqrt{f_c'} \end{cases} \quad (2.29)$$

β : rapport entre le long côté et le court côté de la colonne ($\beta = 1$ pour une colonne circulaire au carrée)

F_c : valeur caractéristique de la résistance à la compression sur cylindre du béton en MPa

$\alpha_s = 40$ pour une colonne intérieure

6.4 NORME ALGERIENNE CBA 93

Dans ce code, une équation simple est appliquée dont le périmètre critique U est situé à $d/2$ de la zone de chargement :

$$V_d \leq V_{Rd} 0.045 \cdot U \cdot h \cdot F_c / \gamma_b \dots \quad (2.30)$$

Telle que :

$h = d + c + \varphi$, est la hauteur totale de la dalle ;

C Représente l'épaisseur de l'enrobage du béton,

φ Représente le plus grand diamètre de l'acier utilise et d la hauteur statique de la dalle

7. CONCLUSION

La problématique du poinçonnement a commencé réellement à ce poser à travers le temps qu'a partir du moment où l'on a construit des dalles en béton armé au début du siècle dernier. Le phénomène du poinçonnement est un problème complexe. Il est dû a une rupture soudaine par perforation d'une dalle en béton armé créer par un chargement concentré "Q". Ce mode de rupture est définit par un état de contrainte tridimensionnel qui se développe au niveau de la connexion dalle-colonne difficile à analyser avec précision.

Les premières recherches aussi bien théoriques qu'expérimentales ont commencé timidement à partir du 19 siècle où l'objectif est de déterminer la valeur limite de l'effort de rupture V_r . Ainsi la première recherche théorique est élaborée par Morch 1906 [36] et la première recherche expérimentale est menée par Talbot 1913 [87].

Malgré l'importance de ces modèles, la complexité de leur utilisation n'est pas justifiée par leur précision.

Pour palier à ce problème les codes de conceptions mirent au point des équations simples et faciles à utiliser dans les bureaux d'études valables pour les cas ordinaires.

Cependant les résultats obtenus par ces normes sont excessives par rapport aux résultats obtenus en laboratoire, ce qui provoque un surdimensionnement des dalles et donc un surcoût certain.

Ce travail présente une contribution dans ce domaine, il s'agit de l'élaboration d'une procédure pour évaluer l'effort limite de rupture V_r en tenant compte de tous les paramètres géométriques et matériels. Dans cette étude la modélisation par les réseaux Neuro-Floue est utilisée. Ces derniers ont montré leur capacité pour résoudre des problèmes complexes difficiles à modéliser.

LES MÉTAHEURISTIQUES

1. INTRODUCTION

Depuis le début des années 1980, des techniques combinatoires ont été proposées pour traiter les problèmes de très grande complexité regroupées sous le nom de "métaheuristiques ". Ces dernières sont des algorithmes d'optimisations stochastiques sur un ensemble d'échantillons probabilistes aléatoires et dont l'objectif est de trouver rapidement la meilleure solution. La théorie de ces méthodes relève donc de l'étude des systèmes dynamiques, discrets ou continus, multidimensionnels et en général non linéaires. Ces méthodes sont issues de la modélisation mathématique de processus naturels tel que :

- La modélisation de processus physiques, notamment par les approches de la physique statistique, a permis le développement de méthodes telles que le "*le recuit simulé*".
- La modélisation de processus à mémoire a été à l'origine de la méthode appelée "*recherche tabou*". La particularité de cette méthode est de mémoriser, au cours de la recherche de la solution, le passé proche du déroulement de cette recherche.
- La modélisation de systèmes nerveux a donné naissance aux *algorithmes neuronaux*. Le fait que ces algorithmes sont massivement parallèles et peuvent donner lieu à des implantations matérielles analogiques, numériques, voire optiques, les rend particulièrement intéressants pour les applications à temps brefs.
- La modélisation de processus génétiques a initié le développement des "*algorithmes génétiques*" ou "évolutionniste" dans lesquels des solutions potentielles sont considérées comme des individus qui évoluent dans une population.
- La modélisation de processus d'apprentissage a donné naissance aux *méthodes d'apprentissage par renforcement*. Les algorithmes associés peuvent être distribués sur un réseau de calculateur, chacun d'eux apprenant à agir de manière optimale par la seule connaissance d'une évaluation de ses décisions par ses voisins.

De façon générale, on distingue les méthodes qui travaillent sur une population de solution de celle qui ne travaillent que sur une solution à la fois. Donc les métaheuristiques se classent en deux grandes catégories de solution :

1. **Méthode évolutive** <Population de solution >:

- Algorithme génétique
- Algorithme de recherche dispersé
- Optimisation par colonne de fourmis
- Méthode à mémoire adaptative

2. **Méthode de recherche locale** <Recherche de trajectoire >

- Méthode de descente
- Méthode du recuit simulé simple
- Recherche Tabou
- Recherche au voisinage guidé

En fin, il faut signaler l'existence de méthodes hybrides, qui couplent des métaheuristiques entre elles ou des métaheuristiques et des méthodes plus conventionnelles telle que la méthode Neuro-Floue qui couple les méthodes de recherche locale comme "le recuit simulé" pour les réseaux de neurones ,aux méthodes de recherche évolutive comme " l'algorithme de recherche dispersé" pour la logique floue.

2. LA LOGIQUE FLOUE

La logique floue, ou plus généralement le traitement des incertitudes, a pour objet d'étudier la représentation des connaissances imprécises et le raisonnement approché. On peut donc la situer à côté des heuristiques de résolutions de problèmes, des systèmes experts, de l'apprentissage, de l'intelligence artificielle distribuée et même du traitement de la langue naturelle, domaines qui composent les techniques d'intelligence artificielle au sein des sciences cognitives.

Dans les problèmes de prise de décision, d'aide au diagnostic et plus généralement dans tous les systèmes à base de connaissances, on souhaite, à partir d'observations, parvenir à une conclusion qui peut être la détermination d'un objet ou une action à prendre. Or lors du fonctionnement de ces systèmes, interviennent des connaissances mal définies, mal décrites et imparfaitement connues, puis au niveau des règles d'inférence, intervient un traitement imparfait et incomplet du déroulement de la déduction, enfin survient le

problème du traitement des contradictions et de la fusion (agrégation) de données voisines.

Tous les problèmes concrets sont, en fait, confrontés aux notions d'incertitude et imprécision. Ces deux notions sont habituellement mêlées et c'est essentiellement l'observation statistique qui induisait, jusqu'à présent dans la pratique, la mesure probabiliste des incertitudes.

Mais la théorie des probabilités reste assez rigide et il existe d'autres types d'incertitudes liés à la difficulté des observations, aux imprécisions linguistiques, à la fiabilité tant des observateurs humains que des capteurs et instruments de mesure, à l'utilisation de connaissances empiriques et à l'imprécision du raisonnement humain ou l'Homme apprécie, sous forme de qualificatifs nuancés, un état par rapport à son environnement.

La logique floue permet donc une représentation du processus étudié par un langage naturel sous la forme de règles en introduisant des nuances ' grand ' 'petit' 'très grand', et modéliser en partie l'approche humaine, ce qui permet d'introduire une interprétabilité au système modélisé.

La théorie des ensembles flous est l'outil indispensable de formalisation mathématique de l'analyse humaine face à un système complexe, et des résultats de cette analyse. Elle intéresse des domaines très variés tant scientifiques que techniques en facilitant souvent l'intégration de l'interprétation humaine d'un problème.

Historique

Les prémisses de la logique floue sont apparues avant les années 1940, avec les premières approches, par des chercheurs américains, du concept d'incertitude.

Il a fallu attendre 1965, pour que le concept de sous ensemble floue soit proposé par L. A. Zadeh [95], professeur à l'université de Berkeley en Californie, qui a contribué à la modélisation de phénomène sous forme floue, en vue de pallier les limitations dues aux incertitudes des modèles classiques à équation différentielle. A partir de ce moment on commence à expérimenter cette méthode dans plusieurs applications et pour des systèmes parfois très complexes comme la régulation de fours de cimenterie réalisée par la société F. L. Smidt-Fuller. Et plus largement a partir des années 1985 pour des problèmes de réglage et de commande d'un processus industriel tel que pour les métros (1987) ou pour la conception d'électroménagers (1990) , à titre d'exemple,

De nos jours, les applications des systèmes flous se sont multipliées. Entre autres, nous pouvons citer les contrôleurs flous, systèmes de conditionnement d'ambiance, systèmes

de décision, diagnostic, systèmes de contrôle/commande ainsi que les systèmes de classification et de reconnaissance des formes flous.

Malgré les différences dues aux particularités de chaque application, ces systèmes ont pratiquement la même structure interne, et se basent sur un mécanisme d'inférence, ils sont baptisés systèmes d'inférence flous (SIF).

2.1 NOTIONS DE BASE

La logique floue est appliquée à tous les problèmes concrets qui sont confrontés aux notions d'incertitudes et d'imprécisions

L'IMPRECIS

L'imprécis concerne le contenu de l'information. L'imprécis, qualifie un élément d'information qui n'est pas impliqué par des propositions du type "vrai" ou "faux" mais des qualificatifs de notion imprécise tel que : "vague", "flou", "général", "ambigu".

L'imprécision, c'est ce qui est relatif au contenu d'une proposition qui n'a pas de valeur précise mais un intervalle, couramment appelé incertitude probabiliste ou intervalle de confiance,

Le caractère vague ou flou réside dans l'absence de contours bien limités de l'ensemble des valeurs affectées aux objets qu'elles cernent

L'INCERTAIN

Face à la vérité de l'information au sens de la conformité à une certitude ou incertitude d'un événement, d'une proposition ou implication, l'incertitude est un coefficient apporté au fait qu'une proposition soit vraie ou fausse. Dans «il est possible qu'il soit grand», le prédicat «grand» est considéré comme vrai ou faux sans aucune nuance, mais c'est la proposition qui est douteuse. Nous voyons ici, pour une proposition qui reste booléenne (soit vrai soit fausse) la notion de possibilité et nécessité.

2.2 UNIVERS DE DISCOURS ET CLASSES D'APPARTENANCE :

La notion d'univers de discours se conçoit aisément: prenons le concept de «température» qui peut être décrite par un certain nombre de mots: «chaud», «froid» «tiède», ou «très chaud», «assez chaud», «tiède», «assez froid», «très froid». Pour chacun de ces prédicats, on pourra donner une fonction d'appartenance. L'univers de discours sera considéré comme le domaine de fonctionnement du processus.

En général, on peut donner un nombre de règles de commande important, mais l'intérêt de la commande floue est que seul un petit nombre de règles est nécessaire.

Le nombre de prédicats dépend essentiellement de la manière dont l'expert peut décrire le processus et de la précision souhaitée. Par exemple, en commande floue classique, 5 prédicats (grand, très grand, moyen, petit, très petit) est un bon compromis ; parfois trois peuvent suffire (dans le cas extrêmes, on peut aller jusqu'à 7). Les trois prédicats «petit», «moyen», «grand» ou «négatif», «positif», et «proche de zéro» servent à la régulation; les autres prédicats servent à la poursuite. La commande floue permet d'assurer une transition harmonieuse entre les deux modes de fonctionnement.

L'univers de discours d'une variable couvrira l'ensemble des valeurs prises par cette variable. En pratique, l'intersection entre deux prédicats consécutifs est non nulle, de façon à pouvoir exercer une pondération sur la commande. Il en résulte un chevauchement des variables qui doit être suffisant pour permettre une description continue des variables mais pas trop important pour limiter l'imprécision. Il est notamment préférable d'éviter que les fonctions d'appartenance de deux prédicats voisins soient simultanément égales à 1.

2.2.1 DEFINITION D'UNE VARIABLE LINGUISTIQUE

La notion de variable linguistique a été introduite par Zadeh [96], elle correspond à une variable dont les valeurs sont des mots ou des phrases exprimées dans une langue naturelle ou un langage artificiel . Elle est définie par le quadruplet suivant (Driankov [31]) :

$$\{x(\text{nom}), L(x), (U), \cdot (x)\}$$

Où :

- $x(\text{nom})$:est le nom de la variable linguistique, comme taille, température, pluie, âge, etc.
- $L(x)$:est l'ensemble des valeurs linguistiques que peut prendre la variable $x(\text{nom})$. est aussi appelé ensemble des étiquettes associé à la variable $x(\text{nom})$
- U :est dénommé univers du discours, il représente le domaine associé à la variable $x(\text{nom})$.

Une variable linguistique peut être plus informative et plus généralisable qu'une variable numérique.

2.2.2 FONCTIONS D'APPARTENANCES

Il s'agit d'établir une relation entre le degré de vérité de la variable floue et la grandeur d'entrée correspondante. La fonction d'appartenance associée à un terme linguistique est appelée signification floue. L'ensemble des parties floues associées aux termes flous représente une partition floue (Bouchon-Meunier[18]). Les fonctions d'appartenance peuvent prendre différentes formes : singleton, triangulaire ou gaussienne, etc.

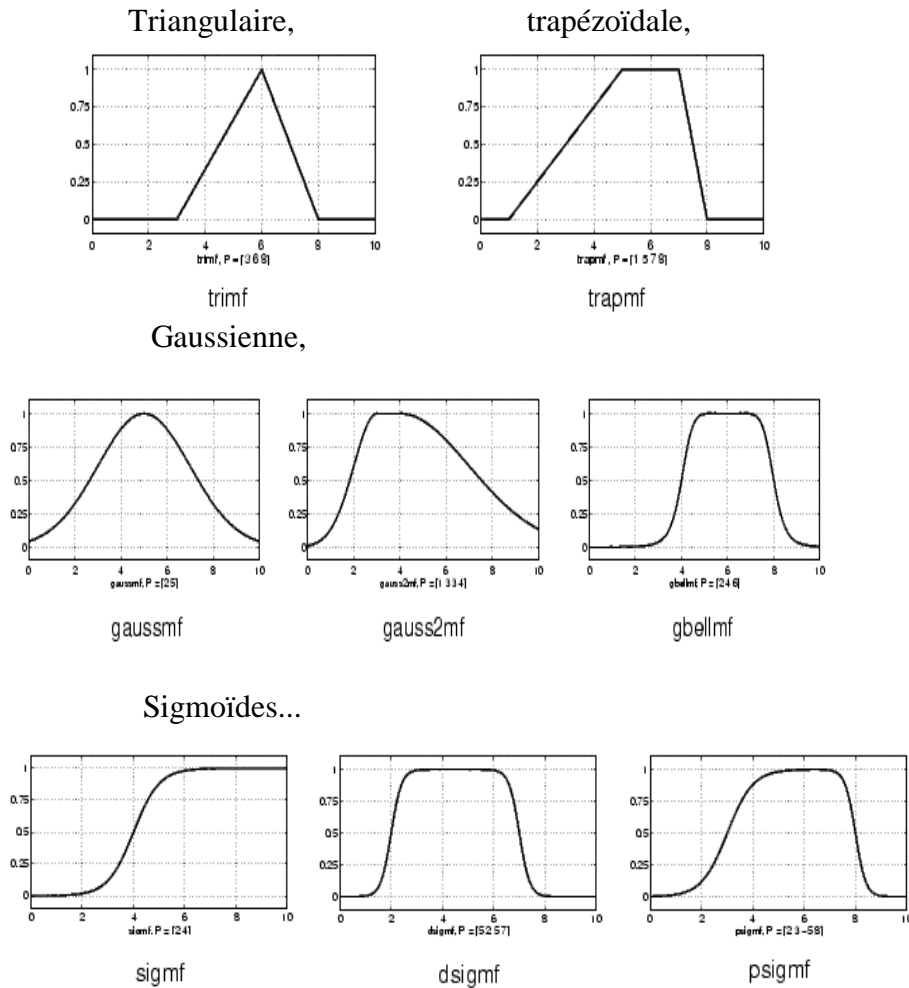


Figure 2.1: Forme des fonctions d'appartenance

Les fonctions d'appartenance doivent être correctement construites, car elles sont à la base du système. Une courbe possède en abscisse les valeurs de la variable d'entrée (x) qui peut être une distance, une vitesse, et en ordonnée le degré d'appartenance à l'état $\mu_A(x)$ compris entre 0 et 1. Dans ce cas, la transition d'appartenance à non-appartenance est graduelle.

Définition

Un ensemble flou A est défini sur un univers de discours U (ensemble d'éléments discrets ou continus) par sa fonction d'appartenance μ_A . La grandeur $\mu_A(x)$ définit le degré d'appartenance de l'élément x à l'ensemble A tel que :

$$\begin{aligned} \mu_A : U &\rightarrow [0, 1] \\ x &\rightarrow \mu_A(x) \\ A &= \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in U \} \\ \text{supp}(A) &= \{ x \in U \mid \mu_A(x) \geq 0 \} \\ \text{noy}(A) &= \{ x \in U \mid \mu_A(x) = 1 \} \end{aligned}$$

Avec :

Supp : Le support est l'ensemble des éléments qui appartiennent à l'univers A tels que la fonction d'appartenance soit non nulle sur cet intervalle.

Noy : Le noyau est l'ensemble des éléments qui appartiennent à l'univers U tels que la fonction d'appartenance soit égale à 1 sur cet intervalle.

2.3 LES RÈGLES FLOUES

Les règles floues représentent une connaissance humaine, exprimée en langage naturel, à l'aide de mots vagues, mal définis, flous. Dans la théorie des systèmes flous il existe deux types de règles :

2.3.1 REGLE DE MAMDANI:

La règle utilisée par Mamdani est de la forme :

IF x is A **THEN** y is B

Le résultat est donc un sous ensemble flou caractérisé par sa fonction d'appartenance .et Pour obtenir une conclusion (nette) , il faut donc défuzzifier la sortie .

2.3.2. REGLE DE TAKAGI SUGENO

La règle de Takagi-Sugeno présente à la différence de celle de Mamdani, une conséquence qui n'est pas un ensemble flou mais une fonction des entrées soit :

IF x is A **THEN** $y = B(x)$

Les Systems d'Inférence Floue (SIF) de type Takagi Sugeno [86] permettent donc le passage aisé d'une expression symbolique (la base de règle) à sa traduction numérique.

2.4 CLASSIFICATION FLOUE

La classification comprend en général deux étapes :

- Préparatoire : détermination des classes à considérées.
- En ligne : affectation des éléments aux classes.

La notion de classe et d'ensemble sont identiques sur le plan théorique. Il existe trois types de méthodes d'affectation, selon le résultat produit :

- Booléen : les éléments appartiennent ou non aux classes.
- Probabiliste : les éléments ont une probabilité d'appartenance à des classes booléennes.
- Graduelle : les éléments ont un degré d'appartenance aux ensembles.

Les méthodes de classifications, qu'elles produisent un résultat graduel, booléen ou Probabiliste, peuvent être mises au point à partir :

1. D'une expérience
2. D'exemples utilisés pour un apprentissage (par exemple dans le cas de classifieurs à réseaux de neurones).
3. D'une connaissance mathématique ou physique du problème.

Les méthodes de classifications graduelles (ou floues) permettent, notamment, de mettre au point des modèles de raisonnement approximatifs flous est formé d'un ensemble de règles qui décrit le comportement du system

2.5 RÉGULATEURS FLOUS

Il permet de définir des stratégies de contrôles en utilisant les implications floues qui lient les différentes variables de chaque règle .Le mécanisme d'inférence opère en 2 étapes :

1. Calcul de la conséquence de chaque règle
2. Calcul de la conséquence du system

2.6 SYSTEM D'INFÉRENCE FLOUE (SIF)

Les systèmes d'inférences floues (SIF) permettent l'extraction de connaissance à partir d'un langage naturel (numérique) en les exprimant sous la forme de données numérique (naturel). Il est formé de 5 blocs :

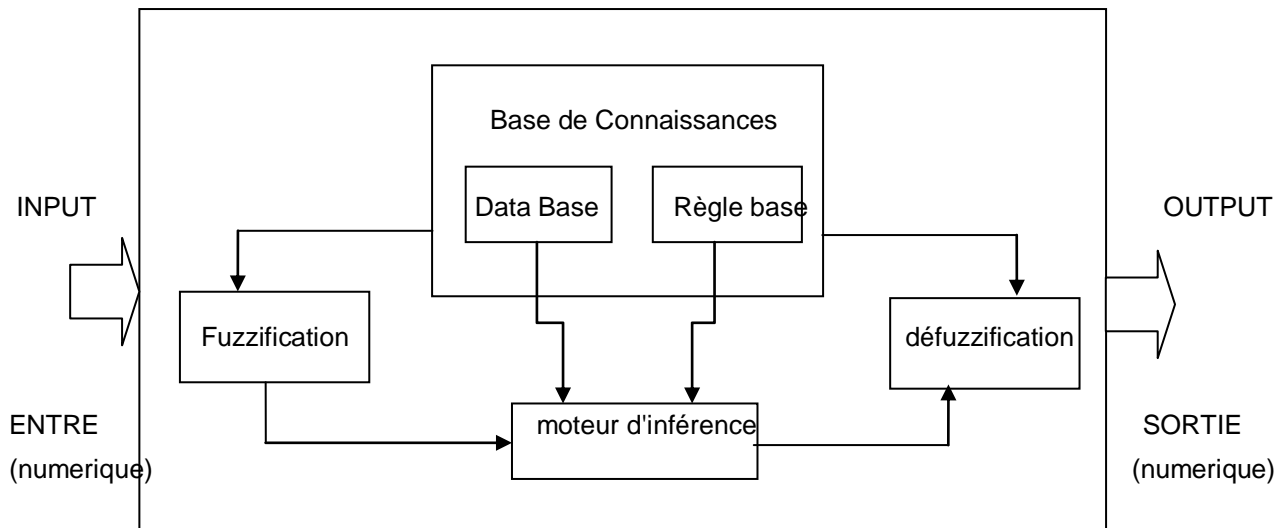


Figure 2.2 : System d'Inférence Flou (SIF)

- Fuzzification : Conversion des variables d'entrées en valeurs linguistiques
- Rule Base : contient le nombre de règles floues (IF- THEN)
- Data Base : Fonctions d'Appartenance du system flou utilisées dans les règles floues
- Moteur d'Inférence : Prise de décision unique sur l'opération d'inférence la plus performante
- Défuzzyfication: Conversion des sorties d'ensembles floues en commande physique

Pour cette dernière étape un état de donné des entrées peut fournir des consignes différentes pour les sorties à travers des " COMPOSITION DES RÈGLES" qui définissent ainsi 3 types de systèmes d'inférences floues (SIF):

- **SIF de TYPE 1:** Utilise la technique de la moyenne pondérée
- **SIF de TYPE 2:** Utilise la technique du maximum
- **SIF de TYPE 3 :** Utilise la technique du centre de gravité

2.7 APPRENTISSAGE DES MODELES FLOUS

Dans le cadre de l'approximation de fonction entre l'entrée et la sortie du système, l'apprentissage consiste à définir la base de règles floue, c'est-à dire leurs nombres, leurs prémisses et leurs conclusions, qui minimisent l'écart entre les sorties désirées et celles inférées par le système formé par l'ensemble flou.

L'identification d'un système d'inférence flou peut être effectué selon deux phases :

- L'identification de la structure du modèle,
- L'estimation des paramètres du modèle à partir d'un ensemble de données

La phase d'acquisition des connaissances est la plus difficile dans des cas où le domaine d'expertise n'est pas disponible.

Pour cette raison, des recherches très poussées ont conduit au développement des méthodes systématiques et optimales pour la conception des contrôleurs flous.

Parmi ces méthodes on trouve :

Les réseaux de neurones qui sont très puissants dans le domaine de l'apprentissage et de l'optimisation, et cela en utilisant les fonctions qu'on veut optimiser comme poids à ajusté.

3. LES RÉSEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS

3.1 INTRODUCTION

Les réseaux de neurones sont des systèmes de traitement de l'information qui sont capables d'apprendre la cause et les relations complexes entre les données d'entrées et de sorties.

Elles peuvent être définies comme un modèle de calcul qui est basé sur le traitement parallèle de l'information avec des propriétés particulières telles que la capacité d'apprendre, de générer, de classer et d'organiser les données.

Différents auteurs tels que Touzet [91], Dreyfus [29,30], Albert[06] ont développé cette méthode avec des applications diverses et dont le principe de base est présenté ci-dessous.

3.2 PRINCIPES DE BASES

LE NEURONE (UNITÉ DE BASE)

Un neurone artificiel est une fonction algébrique non linéaire, paramétrée, à valeurs bornées.

Les variables sur lesquelles opère le neurone sont habituellement désignées sous le terme d'entrées du neurone, et la valeur de la fonction comme sortie.

A chacune de ces entrées est associé un poids w représentatif de la force de la connexion. Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones avals.

Une modélisation simpliste d'un neurone biologique avec ses synapses et axones est un neurone artificiel de base.

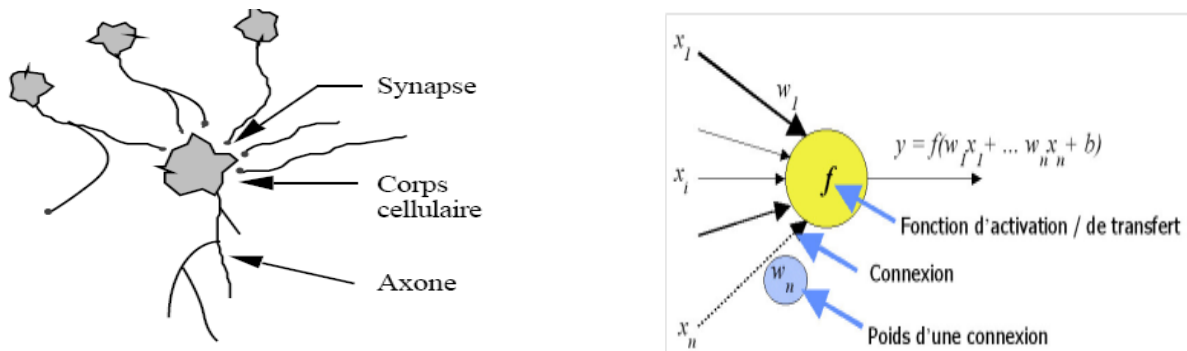


Figure 3.1 : neurone de base

Avec :

« f » : est la fonction d'activation ou fonction de transfert

« y » : est le niveau d'activation (valeur de sortie) avec :

$$y = f \left[\sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i \right]^{x_0=1} \quad (3.1)$$

« W » : est le poids appelé aussi « poids synaptique » celui-ci est un paramètre adaptatif, dont la valeur est déterminée en fonction du problème traité et à travers un algorithme d'apprentissage (ou entraînement),

Remarque :

Les connexions peuvent être attachées aux entrées de neurones et **la fonction d'activation " f " est sigmoïde :**

$$y = f(x, w) = \text{th} \left[\sum_{i=0}^n w_i \cdot x_i \right]^{x_0=1} \quad (3.2)$$

Les connexions peuvent être attachées au non linéarité du neurone et **la fonction d'activation f est Radiale :**

$$y=f(x,w)=exp - \frac{[\sum_{i=1}^n (xi-wi)]}{[2W_{n+1}]} \quad (3.3)$$

L'intérêt des neurones réside dans les propriétés qui résultent de leur association en réseaux, c'est-à-dire ,de la composition des fonctions non linéaires réalisées par chacun des neurones.

DISPOSITION DU RÉSEAU DE NEURONE :

Un réseau de neurone (non bouclé) réalise une ou plusieurs fonctions algébriques de ses entrées, par composition des fonctions réalisées par chacun des neurones.

Un réseau de neurone est représenté graphiquement par un ensemble de neurones « connectés » entre eux, l'information circulant des entrées vers la sorties (sans retour en arrière).

Les neurones qui effectuent le dernier calcul de la composition de fonction sont les *neurones de sortie* appelé *couche de sortie* ; Ceux qui effectuent des calculs intermédiaires sont *les neurones cachés* ou *couche caché*

Les réseaux de neurones sont organisés en couche parallèles avec des couches cachées voir figure (3.2).

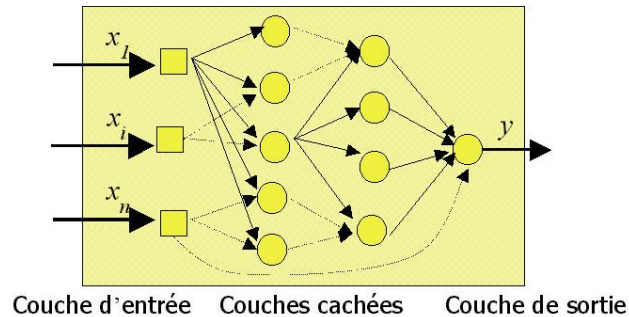


Figure 3.2 : Réseau de neurone en couches parallèles

3.3 ARCHITECTURE DES RÉSEAUX DE NEURONES

Un réseau de neurone peut être formé par deux ou plusieurs couches parallèles. Il existe deux architectures connues :

3.3.1 RESEAUX DE NEURONES NON BOUCLE (FEEDFORWARD):

Caractérisés par la circulation de l'information vers la sortie sans retour en arrière et caractérisés par une couche cachée dont les fonctions d'activation sont sigmoïdes appelées "*perceptrons multicouches*" (Multi Layer Perceptron MLP)

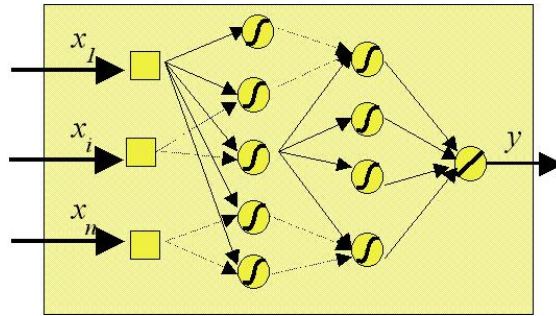


Figure 3.3 : Réseau de neurone Fonctions d'activations sigmoïdes

3.3.2 RESEAUX DE NEURONE BOUCLE (RECURRENT):

Ces réseaux sont caractérisés par au moins un chemin dans lequel on retrouve son point de départ tel que chaque connexion est caractérisée par un poids W_i et un retard T_i

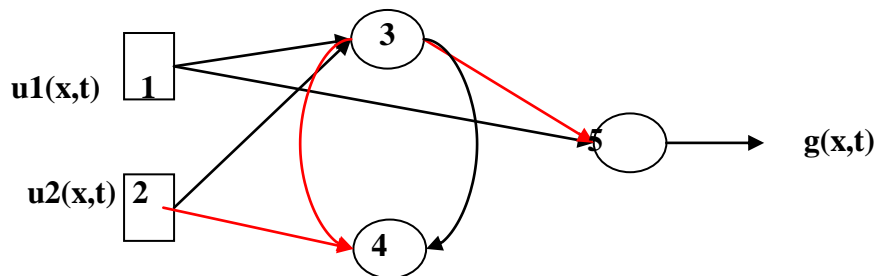


Figure 3.4 : Réseau de neurone récurrent

Résumé :

- Les réseaux non bouclés statiques réalisent des fonctions non linéaires
- Les réseaux bouclés, dynamiques, réalisent des fonctions aux différences non linéaires

3.4 APPRENTISSAGE DES RÉSEAUX DE NEURONES

On appelle apprentissage des réseaux de neurones la procédure qui consiste à estimer les paramètres des neurones du réseau afin que celui-ci remplisse au mieux la tâche qui lui est affectée. L'apprentissage peut être supervisé ou non.

3.4.1 APPRENTISSAGE SUPERVISE :

Un apprentissage supervisé signifie qu'il ya "un professeur" qui fournit les "exemples" nécessaires à l'apprentissage .Ce type de réseau Non bouclé réalise une relation algébrique entre ses entrées et ses sorties sous forme de fonction non linéaire qui peut être :

- ✓ Connue analytiquement : le réseau réalise alors une tâche d'approximation de fonction
- ✓ Inconnu analytiquement : le réseau réalise une tâche de modélisation statique ou régression sur un nombre fini entaché d'erreur

3.4.2 APPRENTISSAGE NON SUPERVISE

On dispose d'un vecteur de données de grande dimension et l'on cherche à le regrouper selon des critères de ressemblances a priori inconnus, cette tâche est connue en statique sous le nom "d'agrégation" (clustering) . Il n'ya donc pas de " professeur

3.5 RÉSEAUX DE NEURONES USUELS

3.5.1 RÉSEAUX FEEDFORWARD + APPRENTISSAGE SUPERVISÉ

**Perceptron Multicouches (PMC) ou MultiLayer Perceptron (MLP)*

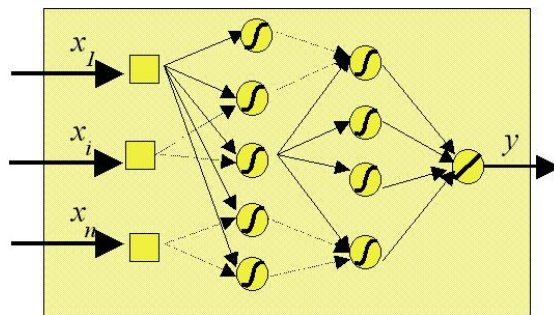


Figure 3.5 : Réseau de neurone Fonctions d'activations sigmoïdes

*Réseau à fonctions de base radiale (RBR) ou Radial Basis Function Network (**RBF**)

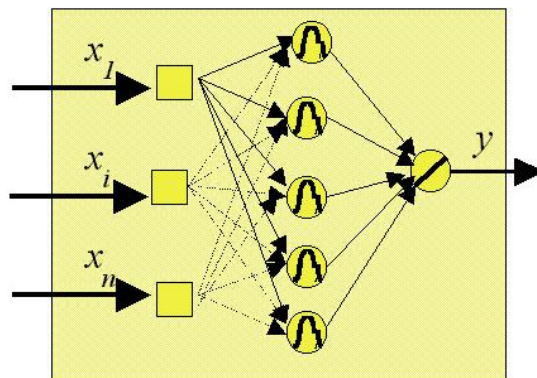


Figure 3.6 : Réseau de neurone Fonctions d'activations radiale

**Support Vector Machines (SVM)*

3.5.2. RÉSEAUX RÉCURRENTS + APPRENTISSAGE SUPERVISÉ

**Time Delay Neural Networks (TDNN)*

**Réseaux de Jordan, Elman, NARMAX,*

3.5.3 CARTE TOPOLOGIQUE + APPRENTISSAGE NON SUPERVISÉ

Self-Organizing Maps (SOM) ou Cartes de Kohonen

3.6. ALGORITHME D'APPRENTISSAGE

Ajuste les valeurs des poids « w » et ou l'architecture afin de réaliser une tâche donnée le mieux possible (ex: problème de classification, supervisée ou non, de régression,)

L'apprentissage nécessite :

- Un ensemble de données sur lesquelles on se base, appelé ensemble d'apprentissage/entraînement (learning/training set)
- Un critère de performance à optimiser.

L'apprentissage est structuré sous la forme suivante :

- un réseau MLP calcul une fonction F de $\mathbb{R}^{(0)} \times \mathbb{R}^p$ dans \mathbb{R}^1
- ✓ p , nombre total de paramètre : $p = \sum_{i=1}^l n^i (1 + n^{i-1})$ (3.4)
- ✓ trouver le poids W tel que : $x \rightarrow F(x, W)$ soit un bon modèle
- ✓ calculer l'erreur ponctuelle "d" entre la sortie simulée et désirer
- ✓ minimiser l'erreur :

$$E(W) = \sum_{i=1}^n d(F(x_i, W), y_i) \quad (3.5)$$

3.7 OPTIMISATION DES RESEAUX ADAPTIFS

En général, il ya différentes *méthodes d'optimisations* disponibles, dont le rôle essentiel est de faire converger les différentes sorties du system vers les sorties désirées. Pour ce faire il faut minimiser l'erreur $E(W)$ entre les deux sorties en utilisant des techniques classiques de la recherche du minimum global ou local.

Par ce que les contributions précitées sont évaluées en partant de la sortie (dernière couche) vers l'entrée du réseau (première couche) ; On appelle cette règle d'apprentissage *rétro - propagation du gradient* (en anglais Back propagation)

3.7.1 LES MÉTHODES DE DESCENTE DE GRADIENT.

La notion de gradient, et donc de dérivé, réalise cette adaptation, on utilisant des fonctions dérivables telle que (fonction sigmoïde, tangente hyperbolique...) :

- L'erreur est calculée en sortie du réseau neuronal, et minimisée dans l'espace des poids (ou maximisée) :

$$\frac{\partial E_k}{\partial w_i} = 0 \quad (3.6)$$

Tel que pour chaque vecteur d'entrée $\mathbf{x}(k)$, on calcul de sa contribution a l'erreur

$$E_k = [y(\mathbf{x}(k)) - y^*(\mathbf{x}(k))]^2, \text{ (dans le cas des moindres carres),}$$

- modification des poids :

$$w'_i = w_i + \Delta w_i \quad (3.7)$$

$$\text{avec: } \Delta w_i = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_i} \quad (3.8)$$

et $\eta = \text{"pas" de gradient}$

La méthode de descente de gradient est une méthode "approchée" (heuristique) qui assure de trouver le minimum (global) d'une fonction *en l'absence de minima locaux*, mais peut-être "piégée" par ces derniers .Dans ce cas plusieurs d'autre méthodes d'apprentissage sont proposé et appelé "**méthode locale**" cité si dessous:

a *La descente de gradient avec inertie*

b *La descente stochastique*

Remarque :

- Ces méthodes du gradient sont applicables aux réseaux de neurones monocouche et multi couches
- Les méthodes globales sont plutôt utilisées pour des problèmes supervisés et les méthodes locales plutôt pour des problèmes non-supervisés (ex: clustering),
- Dans tous les cas, l'algorithme vise a converger vers une solution, c-a-d la détermination des valeurs de poids qui assurent de bonnes propriétés aux sorties, en accord avec le problème pose (ex: proches de valeurs désirées en mode l'application de ces méthode aux réseaux de neurone implique

3.7.2 MÉTHODE DU CRITÈRE DES MOINDRE CARRÉ

Appliqué au Réseau monocouche (perceptron) constitué d'une couche d'entrée et une couche de sortie.

Chaque unité de sortie (a valeur y_k) est caractérisée par un vecteur de poids \mathbf{w}_k (connections aux entrées). Pour chaque vecteur d'entrée \mathbf{x} , on a:

$$y_k = F[\mathbf{w}_k^T \mathbf{x}] \quad (3.9)$$

Chaque sortie réalise une *fonction linéaire* des entrées. Ce type de réseau est généralement entraîné par minimisation du *critère des moindres carrés* => modèle de *régression linéaire multiple*.

Pour chaque sortie:

$$\begin{cases} y_k = 0 & \text{si } \mathbf{w}_k^T \mathbf{x} < 0 \\ y_k = 1 & \text{si } \mathbf{w}_k^T \mathbf{x} > 0. \end{cases}$$

3.7.3. MÉTHODE DE RÉTRO – PROPAGATION DE L'ERREUR

Applicable au Perceptron Multi-couches: (MLP = *Multilayer Perceptron*) – Réseau constitué d'une ou plusieurs couche(s) intermédiaire(s) (ou *couche(s) cachée(s)*) entre les couches d'entrée et sortie (réseau "feedforward").

Chaque sortie réalise une fonction d'activation différente, adaptée au problème étudié.

- pour des problèmes de régression : $F = \text{identité}$
- pour des problèmes de classification supervisé (sorties désirées binaires):

$F = \text{sigmoïde}$, ou mieux *softmax* (somme des sorties = 1).

Principe de l'algorithme de rétro propagation :

Adaptation pratique de la descente de gradient dans un réseau multicouche. Pour un critère d'erreur à minimiser : chaque couche de connexion contribue à l'erreur calculée en sortie.

Pour chaque vecteur d'entrée \mathbf{x} :

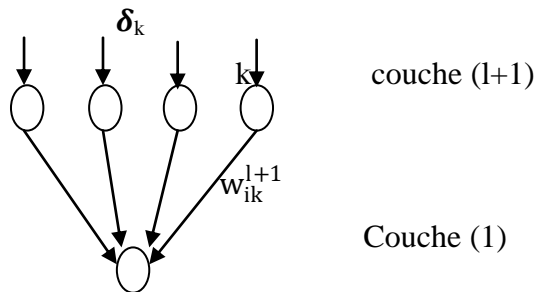
– Propagation du signal de couche en couche :

$$y_k^{l+1}(\mathbf{x}) = F\left[\sum_{i=1}^{n_l} w_{ik}^{l+1} y_i^l(\mathbf{x})\right] \quad (3.10)$$

y_i^l = Sortie de la $i^{\text{ème}}$ unité de couche

w_{ik}^{l+1} = Poids de la connexion entre la $i^{\text{ème}}$ unité de la couche l et la $k^{\text{ème}}$ unité de la couche $(l+1)$

– Erreur calculée en sortie, est "rétro-propagée" jusqu'aux unités d'entrée, avec modification des poids en commençant par la dernière couche.



L'adaptation finale réalise $\Delta w_{ik}^l = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ik}^l}$

3.8. APPROXIMATEUR UNIVERSEL

Dans le cadre général de l'approximation de fonction un réseau MLP muni d'une seule couche cachée avec activation sigmoïdales est "théoriquement" *apte à modéliser* (avec une précision arbitraire) *n'importe quelle fonction "entrée-sortie"*, pour autant qu'il y ait suffisamment d'unités cachées. => Une couche cachée assure une *flexibilité hautement non-linéaire* au réseau.

Avantages et inconvénients de la méthode

Les réseaux de neurones sont capables de s'adapter à des exemples donnés, de les apprendre par cœur, mais aussi de généraliser et de répondre sur des cas non appris.

L'inconvénient de cette technique, est qu'on ne sait pas encore très bien extraire des règles à partir d'un réseau de neurones qui a appris, d'où l'utilité d'employer (**la logique floue**) en combinaison avec les réseaux de neurones ce qui a donné naissance à une nouvelle méthode dite neuro-flou.

4. LES RÉSEAUX NEURO- FLOUS

4.1 INTRODUCTION

Dans des systèmes employant une logique de raisonnement, l'apprentissage consiste soit à augmenter la base de connaissance en créant de nouveaux objets correspondants aux schémas déjà connus, soit à créer de nouvelles structures de connaissances, ce qui est beaucoup plus difficile.

Il s'agit en effet dans le second cas de générer de nouvelles règles, par exemple, de faire émerger une nouvelle connaissance, c'est à dire d'apprendre effectivement.

Le fonctionnement d'un apprentissage demande essentiellement d'être confronté à des exemples et d'être capable de s'y adapter, et de généraliser la connaissance.

Les réseaux de neurones ont besoin d'un minimum d'information, tandis que la logique floue demande une connaissance détaillée sur le problème à résoudre.

La solution apportée est l'introduction de la notion d'extraction automatique des connaissances sans besoin relatif de l'expert.

4.2 EXTRACTION AUTOMATIQUE DES CONNAISSANCES

Ces méthodes sont basées sur l'apprentissage pour déduire l'information suffisante pour traiter un problème quelconque dans un environnement complexe.

Les deux approches les plus rencontrées dans la littérature sont :

4.2.1. APPROCHE À AUTO - APPRENTISSAGE OU DIRECTE :

Les travaux de Mamdani [61] et de Procyk ont conduits au développement du premier contrôleur à auto - apprentissage (SOC : Self Organizing Controller) , il possède une structure hiérarchique constituée de deux bases de règles :La première est d'ordre général, la seconde est construite à partir de méta - règles qui créent et modifient la base de règle générale. Les règles sont adaptées en cours de fonctionnement et peuvent donc suivre les modifications du processus à contrôler, cette stratégie est utilisée pour l'apprentissage par application directe d'une méthode d'optimisation de descente de gradient.

Méthode de Descente de Gradient :

Cette méthode consiste à déterminer les adaptations qu'il faut apporter aux vecteurs des poids synaptiques à chaque présentation d'une entrée, afin de faire décroître l'erreur de sortie jusqu'à obtention de la solution optimale.

L'algorithme proposé par Window [93], permet d'estimer la trajectoire à prendre vers le point minimum à chaque présentation d'entrée. Ainsi à chaque vecteur présenté, on enregistre une surface d'erreur, dont on estime le gradient en fonction des poids synaptiques, et on modifie ces poids pour faire décroître l'erreur : c'est la méthode du Delta. De cette manière, le gradient ne pointera que le minimum instantané à chaque étape.

L'erreur quadratique instantanée à chaque étape :

$$E_k = \frac{1}{2} (e_k)^2 = \frac{1}{2} (d_i - y_i)$$

Avec E_k est la fonction quadratique, e_k est la fonction objectif, d et y sont respectivement les valeurs observées et simulées par le réseau de neurones.

Afin de progresser dans le sens opposé du gradient, on a :

$$W_{ij}^{K+1} = W_{ij}^K + \eta_k (D_i^K - Y_i^K) \cdot X_j^K$$

Où W_{ij} sont les poids ou coefficients, η_k est un paramètre appelé taux d'apprentissage, dont le rôle est de réguler la vitesse de convergence et contrôler la stabilité de ce processus. Cependant, les réseaux de neurones basés sur la décision représentent un approximateur Linéaire, et sont donc limités aux fonctions linéaires.

4.2.2 APPROCHE CONNEXIONNISTE :

L'approche connexionniste consiste à combiner les deux méthodes : La théorie de la logique floue avec celle des réseaux de neurones pour construire un nouveau réseau appelé : Neuro-flou.

A : première approche :

Dans cette approche (**Structurelle**) on construit un système d'inférence flou sous la forme d'un réseau de neurones multicouches dans lequel les poids du réseau correspondent aux paramètres du système flous, exemple : l'écart type des fonctions d'appartenances .Jang [50,51], Bersini [13], Baltimore [08]

B : deuxième approche :

Dans cette approche (**Fonctionnelle**) le réseau Neuro-Flou peut incorporer le processus de raisonnement approximatif Nauck [70].

4.3 APPROCHE STRUCTURELLE

L'architecture du réseau dépend du type de règle et des méthode d'inférence et de défuzzification choisie .La forme d'architecture la plus rencontrée dans la littérature est

L'architecture basée sur le raisonnement approximatif de Takagi , Sugeno [86] est représentée par la structure: **ANFIS (Adaptive Network based Fuzzy Inference System)** , Jang [51]

4.3.1 RESEAUX ADAPTIVE : APPRENTISSAGE ET ARCHITECTURE

Cette section présente l'architecture et la procédure du réseau adaptatif qui est en fait un sur-ensemble de toutes sortes de réseaux de neurones anticipatif avec capacité d'apprentissage supervisé. Un réseau adaptatif, comme son nom l'indique, est une structure de réseau constitué de nœuds et de liens directionnels à travers lesquels les nœuds sont connectés. En outre, pour la partie où tous les nœuds sont adaptatifs, c'est-à-dire où leurs sorties dépendent des paramètres se rapportant à leurs nœuds, la règle d'apprentissage spécifie : comment les paramètres doivent être modifiés pour minimiser une mesure d'erreur prescrite. La règle d'apprentissage de base des réseaux adaptatifs est basée sur la descente de gradient, celle-ci est connue pour sa lenteur et sa tendance à être coincée dans des minima locaux, d'où l'utilisation d'une méthode de règle hybride qui peut accélérer le processus d'apprentissage considérablement sus-évoqué.

Afin de tenir compte des différentes capacités d'adaptation, nous utilisons les nœuds cercles et carrés dans un réseau adaptatif. Un nœud carré (nœud adaptative) possède des paramètres alors qu'un nœud de cercle (nœud fixe) n'en a pas. Afin de réaliser une cartographie d'entrée-sortie de ces paramètres on les calcule compte tenu de l'ensemble des données d'apprentissage et du gradient de base de la procédure d'apprentissage décrite ci-dessous.

Pour la i^{eme} position de la k^{ieme} couche la fonction nodale est définit par : O_i^K et ces paramètres nodales (a,b,c,< ..etc)

On définit aussi l'erreur quadratique sur le nœud comme l'erreur entre la composante de sortie (output) du nœud et sa composante d'entrée (input).

$$E_p = \sum_{i=1}^1 (T_{i,p} - O_{i,p}^L)^2 \quad (4.1)$$

où la mesure de l'erreur globale est :

$$E = \sum_{i=1}^P E_p \quad (4.2)$$

Afin d'élaborer une procédure d'apprentissage qui implémente la descente du gradient dans E sur tout l'espace des paramètres, il faut d'abord calculer le taux d'erreur, $\partial E / \partial O$ pour toutes les données d'apprentissages de p^{ime} sortie et pour chaque nœud O. Le taux d'erreur pour le nœud de sortie à (L, i) peut être calculé facilement à partir de (1) :

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^L} = -2(T_{i,p} - O_{i,p}^L) \quad (4.3)$$

Pour le nœud interne à (k, i), le taux d'erreur peut être dérivé de la règle (3):

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{k+1} \frac{\partial E_p}{\partial O_{m,p}^{k+1}} \cdot \frac{\partial O_{m,p}^{k+1}}{\partial O_{i,p}^k} \quad (4.4)$$

Maintenant si α est un paramètre du réseau adaptatif donné, nous avons

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^p \frac{\partial E_p}{\partial O} \cdot \frac{\partial O}{\partial \alpha} \quad (4.5)$$

Alors la dérivée de la mesure globale de l'erreur E qui respect α est :

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_{p=1}^P \frac{\partial E_p}{\partial \alpha} \quad (4.6)$$

En conséquence, la formule de mise à jour pour le paramètre générique un est

$$\Delta \alpha = - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial \alpha} \quad (4.7)$$

Dans lequel η est un taux d'apprentissage qui peut être également exprimé en :

$$\eta = \frac{k}{\sqrt{\sum_{\alpha} (\frac{\partial E}{\partial \alpha})^2}} \quad (4.8)$$

Où « k » est le pas de variation ou la longueur de chaque gradient de transition dans l'espace des paramètres. Habituellement, nous pouvons changer la valeur de « k » pour faire varier la vitesse de convergence. Actuellement, il y a deux paradigmes d'apprentissages pour les réseaux adaptatifs.

Avec l'apprentissage hors ligne, la formule qui évalue les paramètres « α » repose sur l'équation (4.6) et l'action de calcul définitif est atteinte lorsque toutes les données d'apprentissages sont représentées

En revanche, si nous voulons que les paramètres soit calculés immédiatement après que chaque paire d'entrées-sorties a été présenté, on utilise la formule (4.5) et il est nommé **apprentissage du modèle** (ou apprentissage en ligne).

Règle hybride d'apprentissage : apprentissage hors ligne (of line Learning)

Dans cette approche on utilise des règles hybrides d'apprentissage qui combine la méthode du gradient et l'estimation des moindres carrés pour identifier les paramètres du réseau.

Pour simplifier, supposons que le réseau adaptatif après examen n'a qu'une seule sortie que l'on peut écrire sous la forme d'une fonction :

$$\text{Output} = F(\vec{I}, S) \quad (4.9)$$

Où \vec{I} est l'ensemble des variables input

S est l'ensemble de paramètres

Après transformation on peut réécrire cette équation (4.9) sous la forme :

$$AX = Y^* \quad (4.10)$$

Où la solution est une fonction qui minimise : $\|AX - Y^*\|^2$

C'est donc un problème standard de régression linéaire, filtrage adaptatif et traitement du signal. Dans le chapitre (6) nous allons traiter un problème de régressions linéaire

Règle d'apprentissage hybride : apprentissage en ligne (on line Learning)

Si les paramètres sont évalués après chaque présentation des données, nous avons le modèle d'apprentissage ou le paradigme d'apprentissage en ligne. Ce modèle d'apprentissage est essentiel pour l'identification des paramètres en ligne de systèmes à caractéristiques évolutifs. Pour modifier les règles d'apprentissages sur sa version en ligne, il est évident que la descente du gradient devrait se fonder sur l'erreur du nœud E_p équation (4.4) que sur l'erreur globale E équation (4.5).

4.3.2 ARCHITECTURE ANFIS:

On distingue 3 architectures:

- ***Architecture ANFIS de type 1*** : La sortie globale (output) est la moyenne pondérée des sorties nettes de chaque règle, induite par le produit ou le minimum des prémisses et des fonctions d'appartenance de chacune d'elle. Les fonctions d'appartenances doivent être des fonctions monotones.

- **Architecture ANFIS de type 2** : La sortie globalement floue est obtenue en appliquant l'opération « max » aux sorties floues (dont chacune est égale au minimum de la fonction d'appartenance de sortie de chaque règle). Divers programmes ont été proposés pour choisir la sortie finale, basée sur la sortie générale floue ; certains d'entre eux sont le centroïde de l'espace, la bissectrice de zone, moyenne des maxima, critère maximal, etc..
- **Architecture ANFIS de type 3** : Takagi et de Sugeno [85] règles floues (if then) si-alors sont utilisés . La sortie de chaque règle est une combinaison linéaire des variables d'entrées plus un terme constant, et le résultat final est la moyenne pondérée de la sortie de chaque règle.

La **figure. 4.1** utilise un système d'inférence floue à deux règles et à deux entrées pour montrer les différences entre les types de règles floues et raisonnement flou mentionnés ci-dessus. Sachez que la plupart des différences viennent de la spécification de la partie qui en découle (fonctions d'appartenance monotone non décroissante ou en forme de cloche, ou fonction crisp) et ainsi les régimes de défuzzification (moyenne pondérée, centre de gravité du domaine, etc.) sont également différentes.

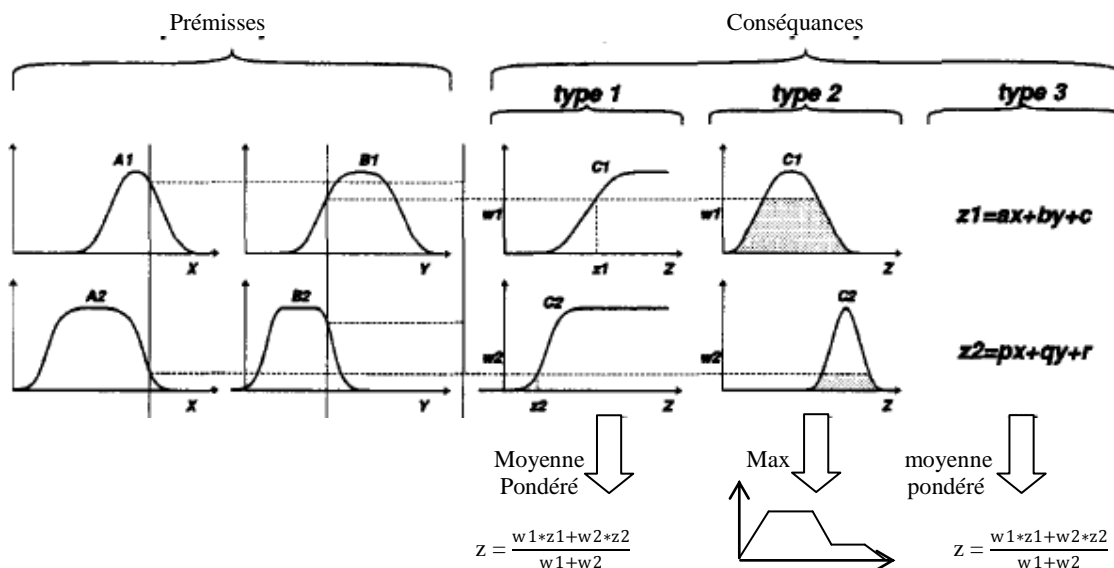


Figure 4.1 : utilisation conjointe de règles floues if- then et le mécanisme de raisonnement

On s'intéresse, particulièrement, à la troisième architecture pour sa simplicité et sa robustesse. La forme d'architecture la plus rencontrée dans la littérature est l'architecture basée sur le raisonnement approximatif de Takagi, Sugeno [86], est

représentée par la structure: *ANFIS de type 3* (*Adaptive Network based Fuzzy Inference System*)..

4.3.3 ARCHITECTURE ANFIS DE TYPE 3

Cette architecture a été proposée par Takagi , Sugeno [86] et Jang [51] . Elle est composée par un réseau adaptatif avec un system d'inférence de type3 .Celui ci est composé d'un réseau adaptatif de 5 couches, d'un système d'inférence (SIF) de type3. Les poids ou les paramètres des prémisses sont optimisés par l'algorithme de la Rétro - propagation

basée sur la descente du gradient .Voici un exemple à deux entrées figure (4.2):

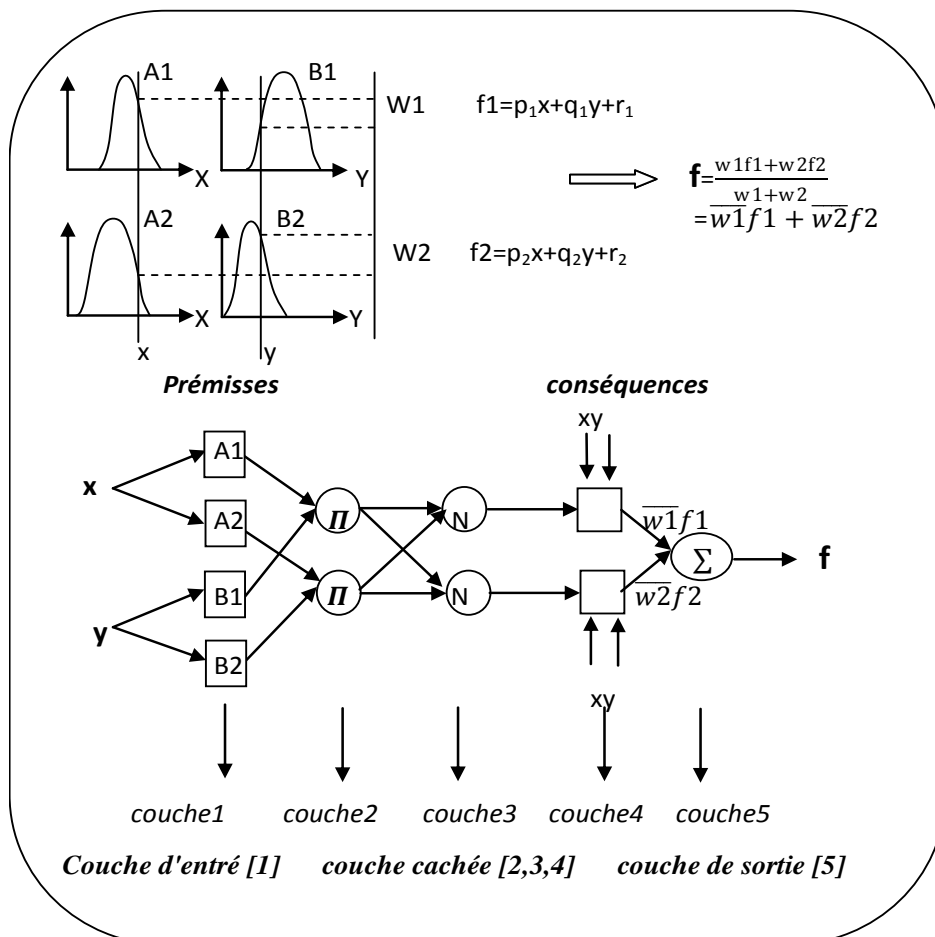


Figure 4.2 : architecture du réseau adaptatif ANFIS de type 3 à deux entrées

Considérons un modèle TSK, composé des deux règles suivantes :

- IF x est A_1 et y est B_1 THEN $f_1 = f_1(x_1, x_2) = a_1 x + b_1 y + c_1$
- IF x est A_2 et y est B_2 THEN $f_2 = f_2(x_1, x_2) = a_2 x + b_2 y + c_2$

Le modèle neuro-flou est représenté par le réseau adaptatif proposé par Jang [50]. Il s'agit d'un réseau adaptatif multicouches dont les connexions ne sont pas pondérées, ou ont toutes un poids de 1. Les nœuds sont de deux types différents selon leur fonctionnalité :

Les nœuds carrés (adaptatifs) contiennent des paramètres, et les nœuds circulaires (fixes) n'ont pas de paramètres. Toutefois, chaque nœud (carré ou circulaire) applique une fonction sur ces signaux d'entrées.

La sortie O_k^j du nœud i de la couche k (appelé nœud (i,k)) dépend des signaux provenant de la couche $k-1$ et des paramètres du nœud (i,k) , c'est à dire :

$$O_k^j = f(O_{n_{k-1}}^{k-1}, \dots, O_{n_{k-1}}^{k-1}, a, b, c)$$

Où n_{k-1} est le nombre de nœuds dans la couche $k-1$, et a, b, c, \dots sont les paramètres du nœud (i, k) . Pour un nœud circulaire ces paramètres n'existent pas. Ainsi les nœuds de chaque couche réalisent une fonction :

Couche 1 :

Chaque neurone réalise l'opération de fuzzification, la sortie est donnée par :

$$O_i^1 = \mu_{A_i}(x) \quad (4..11)$$

Où x est l'entrée du nœud i , et A_i le terme linguistique associé à chaque fonction. En d'autres termes, O_i^1 est le degré d'appartenance de x à A_i . Les paramètres d'un nœud de cette couche sont ceux de la fonction d'appartenance correspondante tel que le choix de cette fonction varie toujours entre $[0,1]$. Comme par exemple :

$$\mu_{A_i}(x) = \exp \left[-\left(\frac{x-c_i}{a_i} \right)^2 \right]$$

En général on peut utiliser toutes les fonctions de type : trapézoïdal, triangulaire, gaussienne...etc (voir chapitre 3) telle que les paramètres d'entrées sont appelés prémisses et varie en fonction des terme linguistique A_i (petit, grand, ...etc).

Couche 2 :

Couche d'inférence : chaque neurone calcul le degré d'activation de chaque règle, appliquant une conjonction **MIN** ou **PROD**. Ce produit représente le degré d'activation d'une règle :

$$O_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y) \quad i = 1, 2 \quad (4..12)$$

Couche 3 :

Couche de normalisation, la sortie de chaque neurone est donnée par :

$$O_i^3 = \overline{w_i} = w_i / (w_1 + w_2) \quad i = 1, 2 \quad (4..13)$$

Couche 4 :

Dans cette couche la sortie est

$$O_i^4 = \overline{w_i} \times F_i = \overline{w_i} (p_i .x_1 + q_i.x_2 + r_i) \quad i = 1, 2. \quad (4.14)$$

Où $\{p_i, q_i, r_i\}$ sont les paramètres de Takagi , Sugeno .

Couche 5 :

Le nœud circulaire unique de la couche de sortie noté (Σ) représente la couche de defuzzification , qui calcule toutes les sorties comme la somme de toutes les entrées noté :

$$O_i^5 = (w_1.f_1 + w_2 . f_2) / (w_1+w_2) = \frac{\sum_i \overline{w_i} \times f_i}{\sum_i \overline{w_i}} \quad i=1,2 \quad (4.15)$$

la méthode la plus utilisée est celle **des moyennes pondérées** (weited average defuzzification) ..

4.3.2 ALGORITHME D'APPRENTISSAGE

Les poids ou les paramètres des prémisses sont optimisés par l'algorithme de la Rétro - propagation basée sur la descente du gradient.

La généralisation du réseau à un système à « r » entrées ne pose aucun problème particulier. Le nombre de nœuds de la couche l est toujours égal aux nombre total de termes linguistiques définis.

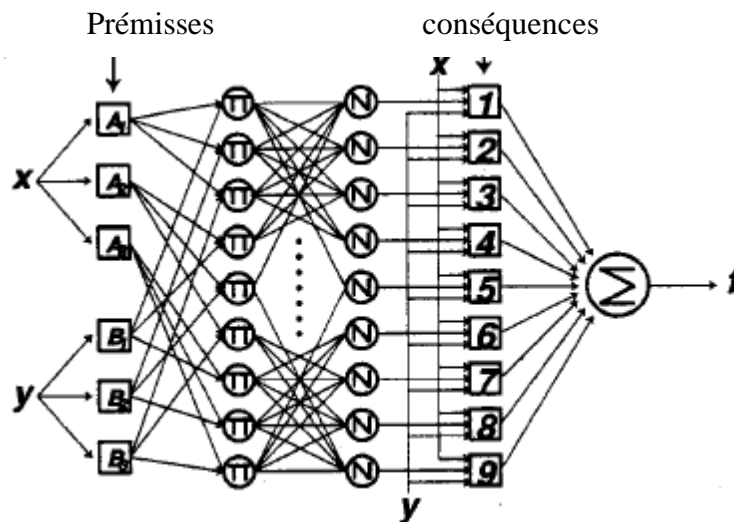


Figure 4.3 : ANFIS type 3 à deux entrées (x,y) et a trois règles floues

5. CONCLUSION

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont des systèmes de traitement de l'information qui sont capables d'apprendre des causes et de générer des conclusions. Ils peuvent constituer un modèle de représentation de la réalité visible ou observable qui peut relier des causes (entrées du modèle) à des effets (sorties du modèle). Ce modèle est appelé « Boîte Noire » par opposition à un modèle de connaissance nommé « Boîte Blanche » qui analyse des phénomènes mis en équations à l'aide de connaissances purement théoriques. L'apprentissage des réseaux de neurones peut être supervisé (fonction non linéaire entre les entrées et les sorties) ou non supervisé (classification).

La logique floue, ou plus généralement le traitement des incertitudes, peut être classé dans les métaheuristiques de résolutions de problèmes. Il permet une représentation du processus étudié par un langage naturel sous la forme de règles en introduisant des nuances du langage humain. Ceci permet d'introduire une interprétabilité au système modélisé à travers les **S**ystèmes d'**I**nférences **F**loues (SIF). Ces dernières permettent l'extraction de connaissances à partir d'un langage naturel en les exprimant sous la forme de données numériques normalisées dans un intervalle entre 0 et 1.

Contrairement à la théorie des probabilités qui reste rigide face à certains types d'incertitudes liées à la difficulté des observations, à l'imprécision linguistique, à la fiabilité des instruments de mesure ou à l'utilisation de connaissances empiriques. La mesure de probabilité de l'incertitude est appelée "incertitude probabiliste" ou "intervalle de confiance".

Dans des systèmes employant une logique de raisonnement, l'apprentissage consiste soit à augmenter la base de connaissance, soit à créer de nouvelles structures de connaissances. Le fonctionnement d'un apprentissage demande essentiellement d'être confronté à des exemples et d'être capable de s'y adapter, et de généraliser la connaissance. Les réseaux de neurones ont besoin d'un minimum d'information, tandis que la logique floue demande une connaissance détaillée sur le problème à résoudre.

La solution apportée est l'introduction de la notion d'extraction automatique des connaissances sans besoin relatif de l'expert basées sur l'apprentissage pour déduire l'information suffisante pour traiter un problème quelconque dans un environnement complexe. Celle-ci génère une nouvelle méthode de résolution hybride appelé "Neuro-Flou".

MODELISATION NEURO-FLOUE DU COMPORTEMENT A LA RUPTURE PAR POINÇONNEMENT DE LA CONNEXION DALLE-COLONNE

1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Les Systems flous et les réseaux de neurones artificiels ont été largement utilisés dans la dernière décennie pour la modélisation des systèmes complexes d'ingénierie. Leurs capacités à modéliser des systèmes complexes est attribuée à leurs capacités inhérentes d'accueillir une tolérance à l'incertitude dans les paramètres de modélisation.

D'autre part ,Les modèles empiriques probabilistes sont limitées à considérer uniquement les incertitudes aléatoires, contrairement à ces systèmes qui ont la capacité d'envisager des incertitudes de type aléatoire et non aléatoire qui surviennent en raison d'imprécision ou d'ambiguïté dans le phénomènes et les paramètres à modéliser.

Structurellement, les auteurs ont utilisé des réseaux de neurones (ANN) pour étudier les problèmes mécaniques et pour les améliorations quantitatives et qualitatives du bâtis, Hadim.M [43], Lovrovich,D.I [57], Abdalla J.A [01], Caglar.N [20], Kawamura K [52]. D'autres, appliquent cette méthode à des problèmes plus spécifiques, telle que la prédiction de la résistance au cisaillement des poutres avec ou sans renforcement Sanad.A [80], Mohamedzein.Y.E.A [68], El-Chabib.H [33], CEB-FIP [23], Mansour.M.Y [59], Goh.A.T.C [40]. L'effet de la taille de la poutre sur la force de cisaillement Oreta.A.W.C [73], et l'étude de cisaillement de la colonne Caglar.N [21]. Les Chercheurs ont également constaté un usage de ces méthodes pour étudier des phénomènes locaux comme la prédiction de cisaillement dans les ancrages de bords Alqedra M.A [04], la liaison entre les nervures des barres en acier au béton Dahou. Z [27],

Et la prédiction du moment ultime de poutres Pendharkar. U [74], ou dalles en béton armé sous des températures élevées Erdem. H [35] , K. Choi [24] ont proposé une autre

approche pour prédire la charge ultime de rupture par poinçonnement dans la connexion dalle-colonne à l'aide de la logique floue, tandis que Bhatt et Agar, Bhatt P [16] et Elshafey.A [32] utilisent les réseaux de neurones pour résoudre le même problème.

Cette étude présente une nouvelle approche pour prédire la résistance au cisaillement de la connexion dalle-colonne sans armature de cisaillement à l'aide d'une méthode hybride Neuro-Adaptative appelée modèle . L'approche proposée intègre la notion de contour critique et divers paramètres géométriques et matériels.

2. OPTIMISATEURS NEURO-FLOU ET POINÇONNEMENT

Les réseaux Neuro-Adaptifs sont des systèmes hybrides qui réunissent les capacités d'apprentissages des réseaux de neurones avec la théorie très puissante de la logique floue telle que la combinaison de ces deux approches permet d'exploiter les caractéristiques de chacune d'elle pour accomplir une tâche performante et efficace.

Ainsi ils ont le pouvoir d'obtenir des conclusions et de générer des réponses à partir d'informations vagues, imprécises et incomplètes, et où les modèles mathématiques sont inconnus ou difficiles à extraire.

3. ARCHITECTURE ET APPRENTISSAGE

Dans la présente étude nous allons exploité les réseaux hybride neuraux- flous en utilisant dans le modèle la fonction de Matlab ANFIS de type 3 pour modéliser la résistance au cisaillement par poinçonnement d'une connexion dalle-colonne sans armature de cisaillement. Celui-ci est défini comme un réseau de neurones multi couche (MLP) à apprentissage connexionniste structurel .L'architecture du réseau dépend du type de règles et des méthodes d'inférence et de défuzzification choisie.

La forme d'architecture la plus rencontrée dans la littérature est L'architecture basée sur le raisonnement approximatif de Takagi, Sugeno [85] , Jang [50] , est représentée par la structure: *ANFIS de type 3 (Adaptive Network based Fuzzy Inférence System)* .

Il est composé d'un réseau adaptif de 5 couches, d'un system d'inférence (SIF) de type3. Les poids où les paramètres des prémisses sont optimisés par l'algorithme de la Rétro - propagation basée sur la descente du gradient.

Pour ceci nous avons développé un contrôleur Neuro-Flou sous la forme d'un programme avec ses différentes sousroutines **figure** (4.1).

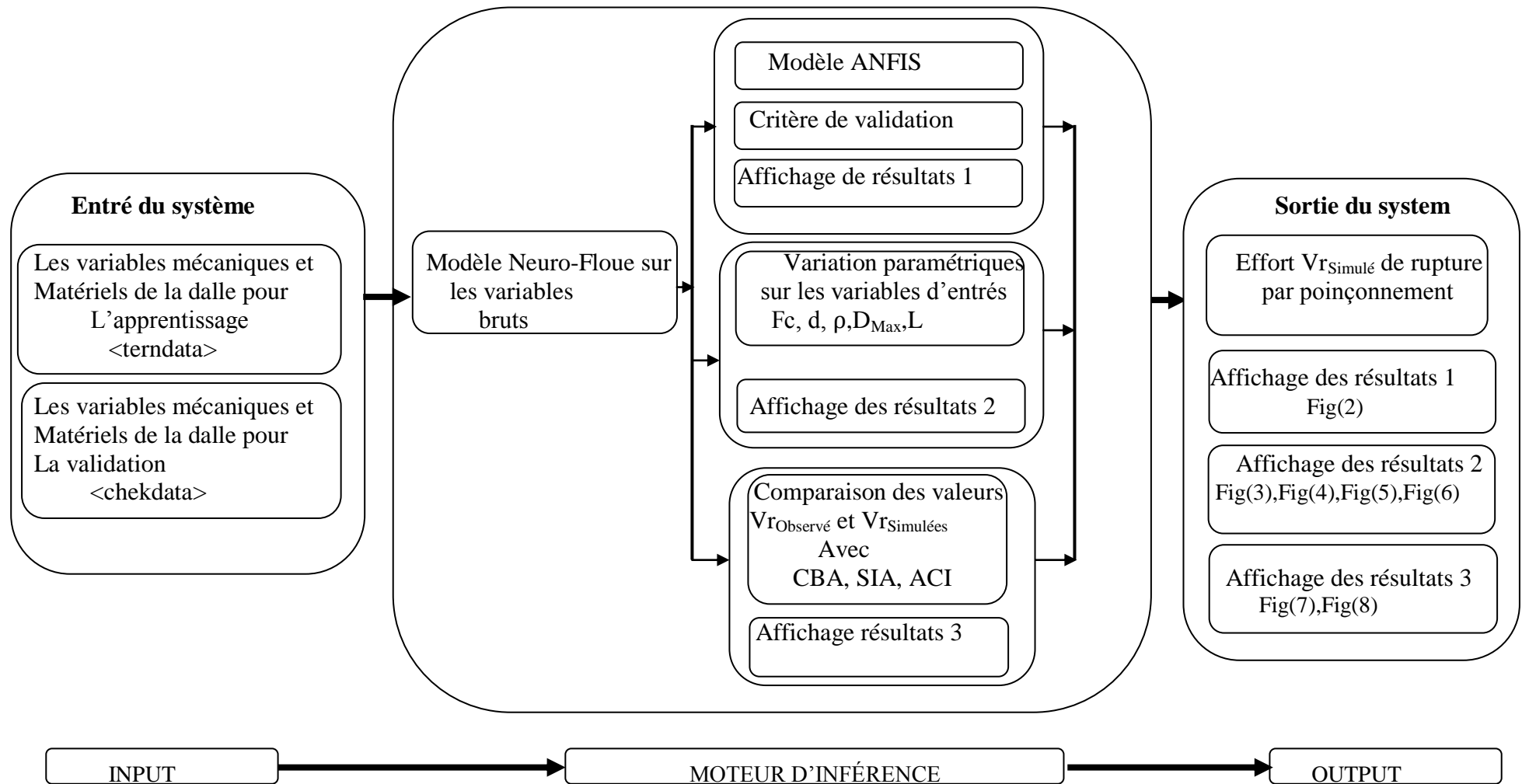


Figure 4.1 : Organigramme du programme neuroflou pour le poinçonnement

Dans celui-ci on détermine les paramètres de la couche d'entrée en identifiant les variables matérielles et géométriques les plus pertinentes dans le comportement à la rupture des dalles par poinçonnement tels que:

Tableau 4.1: Variables physiques et géométriques les plus pertinentes dans le poinçonnement des dalles.

LES PARAMÈTRES DES COUCHES D'ENTRÉE		LE PARAMETRE DE LA COUCHE DE SORTIE
d [mm]	Épaisseur effective de la dalle	
r_a [mm]	Rayon équivalent de la colonne	
r_b/r_a	Rapport entre le rayon équivalent de la dalle de test au rayon de l'équivalent de la colonne	
F_c [MPa]	Contrainte de compression du béton	
U [mm]	Périmètre de la section critique, mesuré à la distance $d/2$ de la colonne	V_r [KN] la charge de rupture ultime du poinçonnement
ρ [%]	Taux longitudinale des armatures de la dalle	
D_{max} [mm]	Diamètre maximum de granulats	

Les essais sont souvent réalisés sur des dalles carrées et des colonnes carrées, il s'agit de trouver des critères pour lier la géométrie d'une dalle carrée à celle d'une dalle circulaire. On utilise pour les colonnes le critère du périmètre équivalent tel que:

$$4.b=2.\pi.ra \Rightarrow ra_{,eq}=2.b/\pi \tag{4.1}$$

Pour les dalles on utilise la méthode des lignes de rupture en analysant le mécanisme de la dalle carrée et circulaire équivalent tel que :

$$\sum We = \sum Wi \Rightarrow rb_{,eq} = \frac{2}{\pi} * [2 * (\sqrt{2} - 1) * (B - b) + b] \tag{4.2}$$

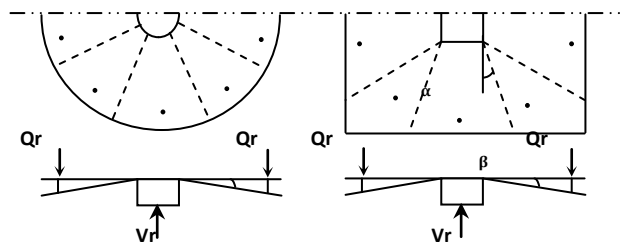


Figure 6.2: ligne de rupture et charge de rupture par flexion

4. BASE DE DONNE POUR LES ESSAIS EN POINÇONNEMENT

L'échantillon de la base de données concernant le poinçonnement des dalles sans armature de cisaillement a été collecté à travers la littérature spécialisé. Un total de 280 essais ont été résumés et transcrits dans le tableau [4.2] Annexe B.

Tableau 4.2: les propriétés géométriques et matérielles des spécimens étudiés

Auteurs*	Nombre des spécimens n		Fc [MPa]	d [mm]	b [mm]	B [mm]	Dmax [mm]	$\rho\%$
	Training	Validation						
Elstner/Hognestad 1956 [34]	15	10	10.1/ 39.9	114/ 121	254/ 356	1756	25/ 38	0.48/ 3.92
Nylander/Kinnunen 1960 [53]	11	7	24.3/ 31.0	117/ 128	150/ 300	1710	32	0.48 /2.18
Moe 1961 [67]	10	4	19.5/ 33.4	114.3	152.4/ 254	1778	10/ 38.1	1.06/ 2.3
Yitzhaki 1966 [94]	12	4	9.2/ 21.3	79/ 82	119/ 333	1600/ 1667	/	0.53/ 2
Mantorola 1966 [60]	8	4	24.2/ 39.7	107	100/ 450	3000	16	0.5/ 2.6
Base 1966 [36]	15	5	13.3/ 39.3	102/ 124	203	1370	/	1/ 1.9
Corley/Hawkins 1968 [26]	1	1	42.2	203/ 254	111	1820	/	0.8/ 1.2
Ladner et Al 1973 [55]	2	0	33.2/ 37.7	109/ 240	226/ 500	1200/ 2650	32	1.05/ 1.23
Ladner et Al 1977 [56]	2	2	36.1/ 39.8	80	100/ 320	1056	16	1.46
Marti et Al 1977 [64]	1	0	34.6	145	300	2600	/	1.44
Schafers 1978 [36]	2	0	21.9/ 22.1	113/ 170	210	1680	32	0.5/ 0.7
ETH 1979/77 [36]	1	1	31.2/ 41	143/ 171	300	2600	16	1.44/ 1.66
Pralong et Al 1979 [75]	1	0	26.2	154	300	2600	/	1.34
Dierterle et Al 1978/1981 [36],[26]	9	4	23.5/ 30.6	290/ 450	95/ 286	1510.6/ 2710	25	0.21/ 0.87
Swamy /Ali 1982 [36]	2	0	35.5/ 38.1	100	150	1690	10	0.5/ 0.6
Regan 1986/87 [79]	17	7	11.3/ 44.9	64/ 200	54/ 250	900/ 2745	5/ 20	0.6/ 1.6
Tolf 1988 [88]	5	3	22.6/ 28.2	98/ 200	125/ 250	1189/ 2378	16/ 32	0.37/ 0.92
Lovrovich/Mclean 1990 [57]	3	2	37.3	83	100	200/ 1200	19	1.48
Marzouk/Hussein 1991 [63]	12	5	28.5/ 76	70/ 120	150/ 300	1500	20	0.33/ 1.76
Tomaszewicz 1993 [89]	10	3	64.1/ 118.7	88/ 275	100/ 200	1100/ 2500	16	0.92/ 3.79
Ramdane 1993/96 [77]	11	4	26.5/ 100.3	98/ 102	150	1372	10/ 20	0.5/ 1
Hallgren 1996 [44]	4	3	79.9/ 103.4	194/ 202	250	2400	18	0.84/ 2.31
Hllegren et Al	6	5	19.8/ 232/	250	850/	25	0.24/	

1998	[45]			40	250		960		0.66
Kruger		1	0	34.6	121	300	3000	16	1.3
1999	[54]								
Beutel/Hegger		5	3	23.2/	190/	320/	2400	/	0.8/
2000	[11]			46.3	230	400			1.75
Hegger		2	2	24/	250	200/	2400	/	0.8/
2001	[47]			37		263			1.25
Harajli et Al		4	0	29.1/	37/	100	670	10	0.8/
2003	[46]			35.5	55				1.5
Binici et Al		1	1	28.3	114	304	1981	9.5	1.5/
2003	[17]								1.76
Sundquist/Kinnuen		6	2	24/	100/	125/	1190	/	0.64/
2004a	[84]			27.2	125	250			0.8
Sundquist		2	1	24.6/	205/	500/	1600	/	0.39/
2004b	[84]			35.4	220	1000			0.584
Tim		2	1	32.8	172	175	560	/	1.18/
2004	[90]			/40.7	/246	/250	/800		1.25
Guandalini/Muttoni		7	4	27.6/	96/	130/	750/	4/	0.25/
2004	[41]			40.5	210	520	3221	16	1.5
Alam et AL		1	2	31.4/	54/	120	1200	10	0.5/
2009	[05]			35.8	74				1
TOTAL		194	86						

Le processus d'apprentissage s'effectue sur un ensemble de données équivalent au 2/3 de tout l'échantillon nommé <terndata> et le processus de validation est effectué sur 1/3 de celui-ci et le fichier est nommé <chekdata>.

La limite de validité du programme est valable pour les valeurs suivantes :

Tableau 4.3: La limite de validité du programme :

Paramètres variables	Marge des paramètres variables				
	F_{ck} [MPa]	d [mm]	D_{max} [mm]	rb/ra	ρ [%]
Valeur limite	9.2/118.72	37/464	4/38.1	1.69/24.73	0.21/3.92

4.1 ARCHITECTURE DU MODELE

Dans cette section on applique les connaissances du chapitre précédent à notre problématique du poinçonnement des dalles.

L'architecture utilisée est celle du contrôleur Neuro-Flou ANFIS à 5 couches (section 5.3.1) avec une couche visible et 4 couche cachées tel que :

Bloc input : variable de la couche d'entrée $\left\{ d, F_c, U, \rho, \frac{r_a}{r_b}, D_{Max} \right\}$ (Visible)

Couche 1 : couche de fuzzyfication (transformation des données quantitatives en des données qualitatives) formée de deux fonctions d'apprentissages pour chaque variables de dimension $[2*6=12]$ (caché)

Couche 2 : couche d'inférence formée de deux valeurs linguistiques « petit » et « grand » pour chaque entrée est de dimension $[12*2 = 24]$.La représentation schématique des règles floues (if-then) sont présentés dans la **figure** (6.4) .(caché)

Couche 3 : couche de normalisation de la sortie du chaque nœud noté $\overline{w_i}$. (caché)

Couche 4 : couche de calcul des paramètres (a_{ij}) de Takagi, Sugeno appelé prémisse.(caché)

Couche 5 : couche de déffuzyfication (transformation des données qualitatives en données quantitatives) qui calcul la sortie unique Σ comme la somme de toutes les entrées, $V_r = \vec{A} \cdot \vec{X}$ avec V_r . (visible)

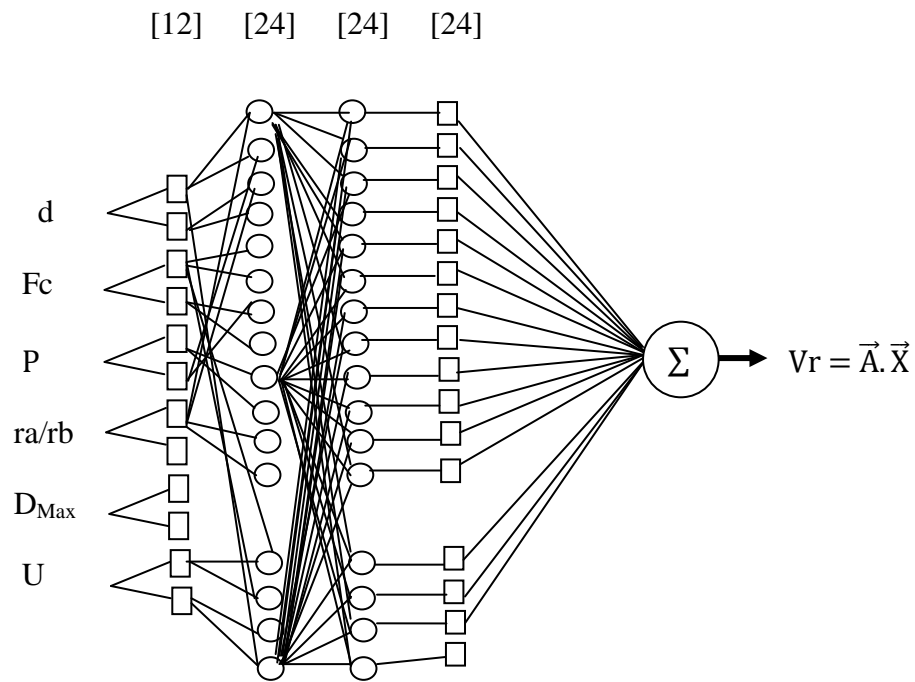


Figure 4.3 : Architecture du réseau ANFIS pour la problématique du poinçonnement

avec : \vec{A} : matrice des paramètres nodaux (a_{ij})

\vec{X} : Vecteur colonne $\{d, Fc, \rho, \frac{ra}{rb}, U, D_{Max}\}$ représente les variables d'entrées

Tels que : $V_{r_i} = \vec{A} \cdot \vec{X} = \sum_{i=1}^k (\sum_{j=1}^p a_{ij} \beta_j)$

$k=24$ n^{bre} de règles ;

$p=6$ n^{bre} de variable explicatives

- β_j Les variables d'entres
- a_{ij} Les paramètres de Takagi-Sogeno

Les règles floues sous la forme (if-then) sont présentées sous la forme :

Règle floue (Si β_i est B_i alors $V_r = \vec{A}_i \cdot \vec{X}$)		
{	Si d est petit et Fc est petit et ρ est petit et ra/rb est petit et U est petit et D_{Max} est petit	alors $V_r = \vec{A}_1 \cdot \vec{X}$
	Si d est petit et Fc est petit et ρ est petit et ra/rb est petit et U est petit et D_{Max} est grand	alors $V_r = \vec{A}_2 \cdot \vec{X}$
	Si d est petit et Fc est petit et ρ est petit et ra/rb est petit et U est grand et D_{Max} est petit	alors $V_r = \vec{A}_3 \cdot \vec{X}$
	Si d est petit et Fc est petit et ρ est petit et ra/rb est grand et U est petit et D_{Max} est petit	alors $V_r = \vec{A}_4 \cdot \vec{X}$
	Si d est petit et Fc est petit et ρ est grand et ra/rb est petit et U est petit et D_{Max} est petit	alors $V_r = \vec{A}_5 \cdot \vec{X}$
	:	:
	Si d est petit et Fc est petit et ρ est petit et ra/rb est petit et U est grand et D_{Max} est grand	alors $V_r = \vec{A}_{22} \cdot \vec{X}$
	Si d est petit et Fc est grand et ρ est petit et ra/rb est grand et U est petit et D_{Max} est grand	alors $V_r = \vec{A}_{23} \cdot \vec{X}$
	Si d est grand et Fc est petit et ρ est grand et ra/rb est petit et U est grand et D_{Max} est petit	alors $V_r = \vec{A}_{24} \cdot \vec{X}$

Figure 4.4 : les règles floue (if-then) du Système d'Inférence Floue (SIF)

4.2 APPRENTISSAGE

Dans un système conventionnel d'inférence floue, le nombre de règles est décidé par un expert qui est familier avec le système à modéliser. Dans notre simulation, toutefois, aucun expert n'est disponible et le nombre de fonctions d'appartenance (fonction d'apprentissage) assignés à chaque variable d'entrée est choisit de manière empirique, c'est-à-dire, en examinant les données entrées-sorties désirées ou par essais et erreurs.

Cette situation est bien la même que celle des réseaux de neurones. Il n'y a pas des moyens simples pour déterminer à l'avance le nombre minimal de nœuds cachés nécessaires pour atteindre un niveau de performance désiré.

Après que le nombre de Fonction d'appartenance (FA) associée à chaque entrée soit fixé, les valeurs initiales des paramètres de prémisses sont définies de telle sorte que les (FA) sont équidistants le long de la plage de variation de chaque variable d'entrée.

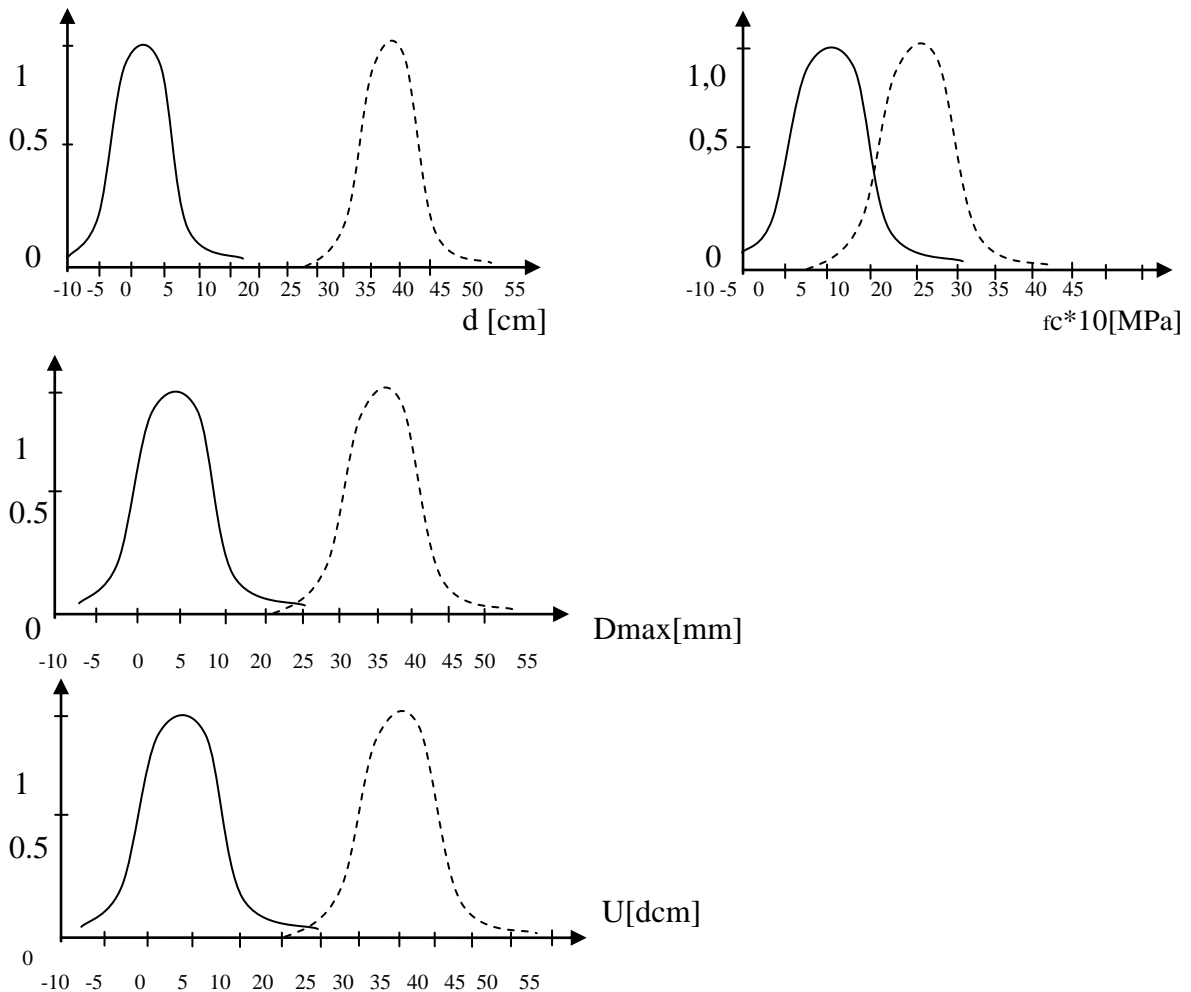
Si on suppose pour notre étude, les données d'apprentissage <terndata> et les données de validation <chekdata > de dimension respective 194 et 86 et où les variables de <terndata> varient dans les intervalles suivants :

d [37 467]	ra/rb [2,6 24,73]	U [516 3536,96]
Fc [9,2 118,7]	ρ [0 ,208 3,92]	D _{Max} [4 38]

Et les variables de sortie varient dans les intervalles suivant :

d [37 375]	ra/rb [3,6 24,73]	U [572 2710,6]
fc [10,1 111]	ρ [0 ,208 3,92]	D _{Max} [10 38]

Les fonctions d'appartenances Gaussienne pour chaque variable sont décrites dans les figures suivantes :



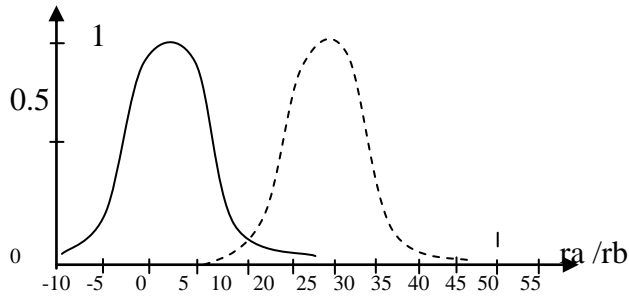


Figure 4.5 variation des fonctions d'appartenance des variables matériels et géométriques

On procède maintenant à la comparaison entre les données d'essais observées et simulées par la méthode Neuro- Floue .

Celle-ci est représentée dans la **figure 4.6** .on remarque une excellente convergence entre les valeurs de l'effort de rupture observée et simulée (R=0,98)

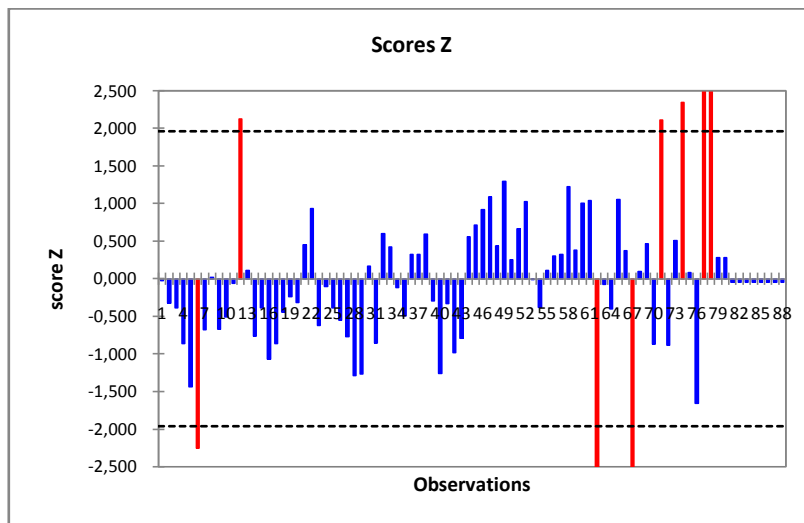
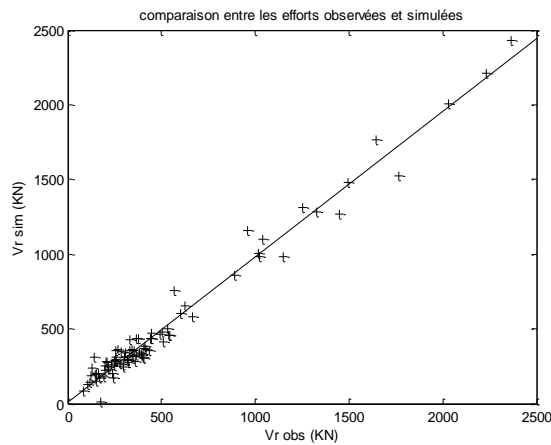
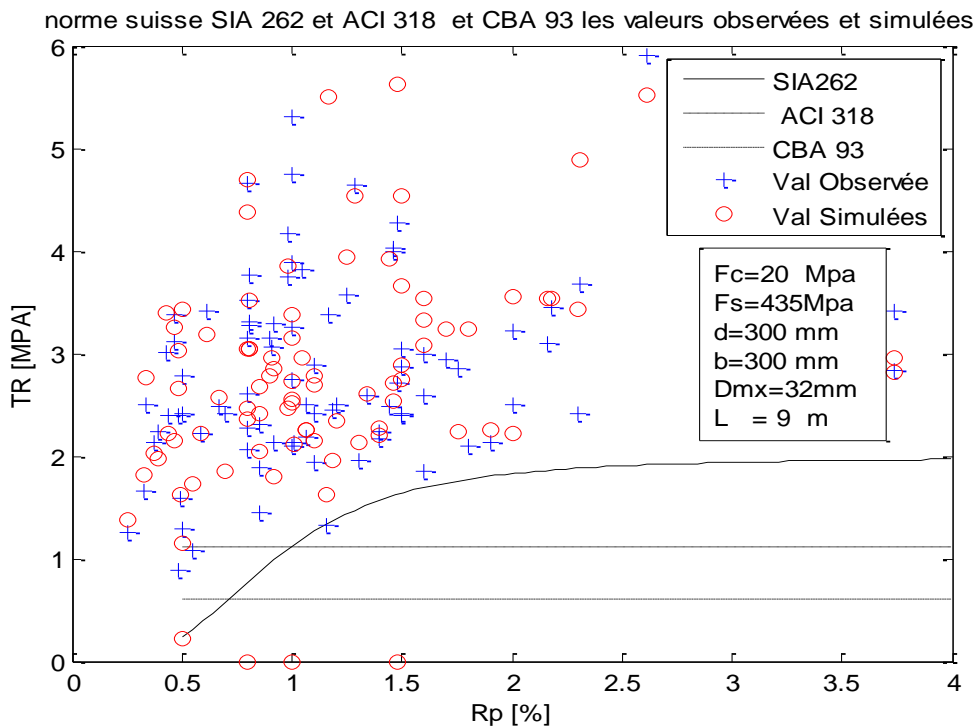


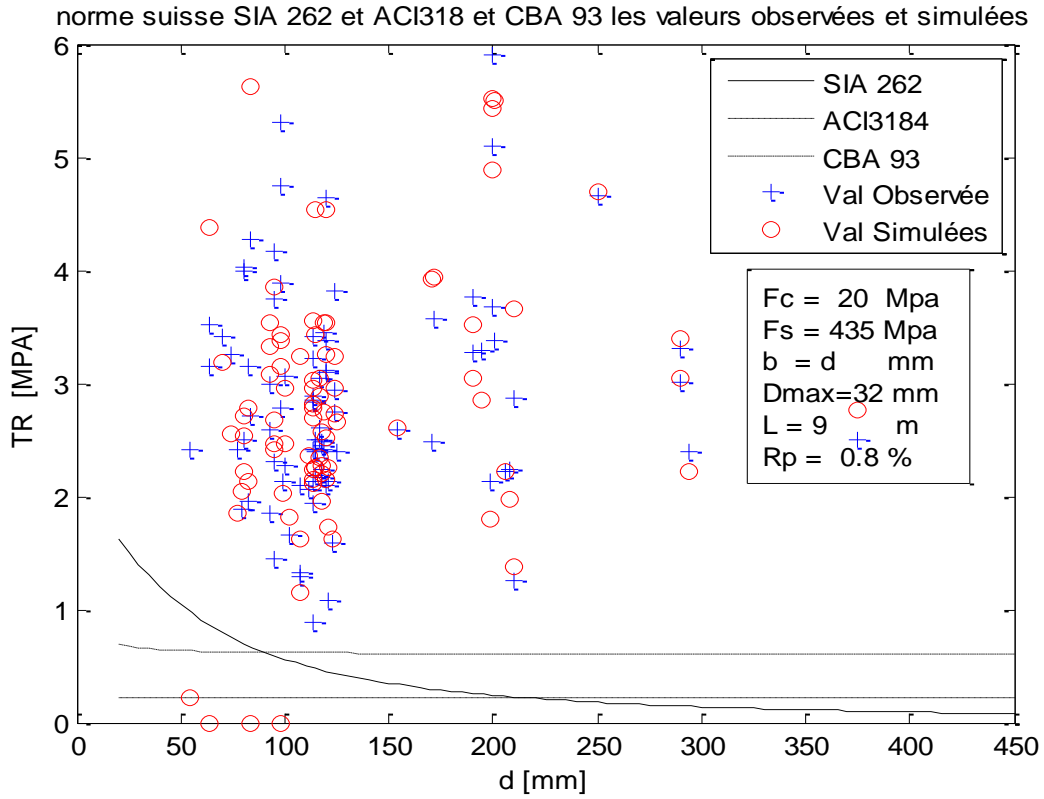
Figure 4.6: Comparaison entre les données d'essai observées et simulées et leur résidu

5. ETUDE PARAMETRIQUES ET DISCUSSION

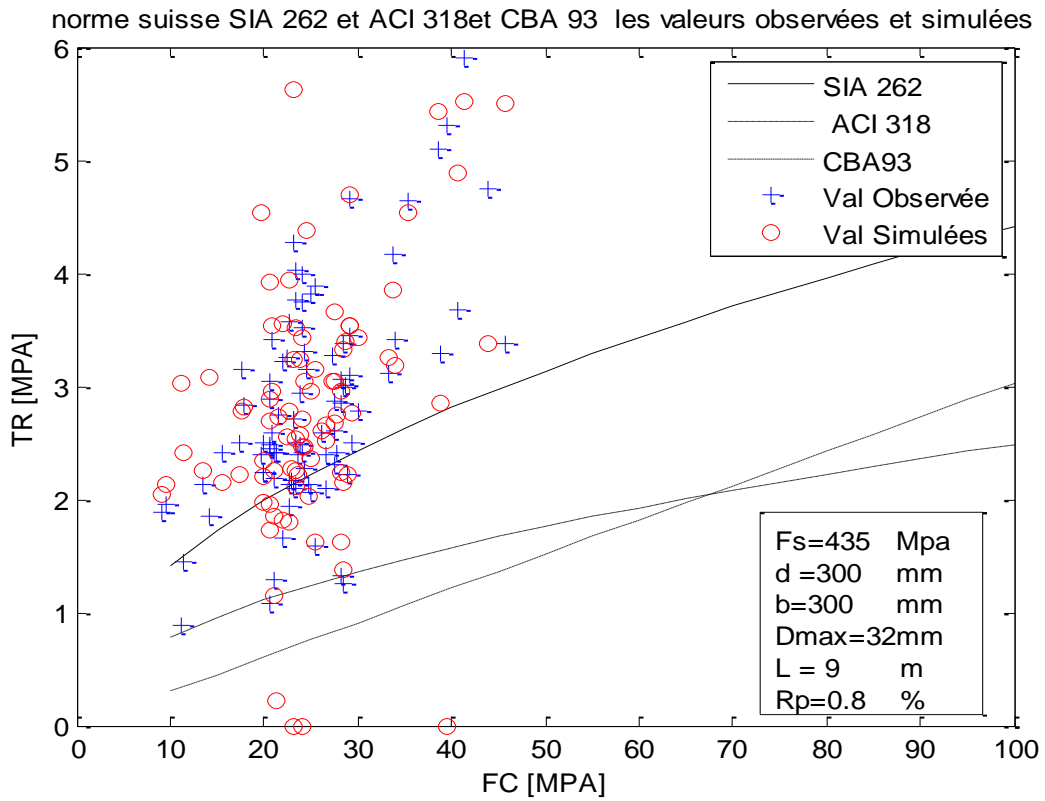
Dans cette section on procède à une comparaison paramétriques des résultats de différents codes avec les valeurs d'essais observées et simulées par la méthode neuro-Flou . Pour ce faire ,on constate dans la norme suisse SIA 262 une augmentation proportionnelle de la valeur de la résistance nominale au poinçonnement τ_r avec l'augmentation du taux d'armature ρ , *figure (4.7a)* de la hauteur statique d , *figure (4.7b)*,de la taille du granulat D_{max} *figure (4.7e)* et inversement proportionnel avec la portée L , *figure (4.7c)* ce qui correspond a la réalité physique puisque plus la dalle est rigide et ramassée plus elle résiste au poinçonnement . On remarque aussi que la norme Américaine ACI 318-08 et Algérienne CBA 93 ne tiennent pas compte de l'influence du taux d'armature ρ , *figure (4.7a)* sur le phénomène du poinçonnement ,en plus elle ne considère ni l'effet de taille liée a la porté L *Figure (4.7c)* ni l'effet de taille liée a la hauteur statique d , *figure(4.7b)* et a la taille du granulat D_{max} *figure (4.7e)*. Cependant les trois normes SIA 262, ACI 318-08 et CBA 93 varient en fonction de la valeur caractéristique de la compression du béton f_c *figure (4.7d)*.



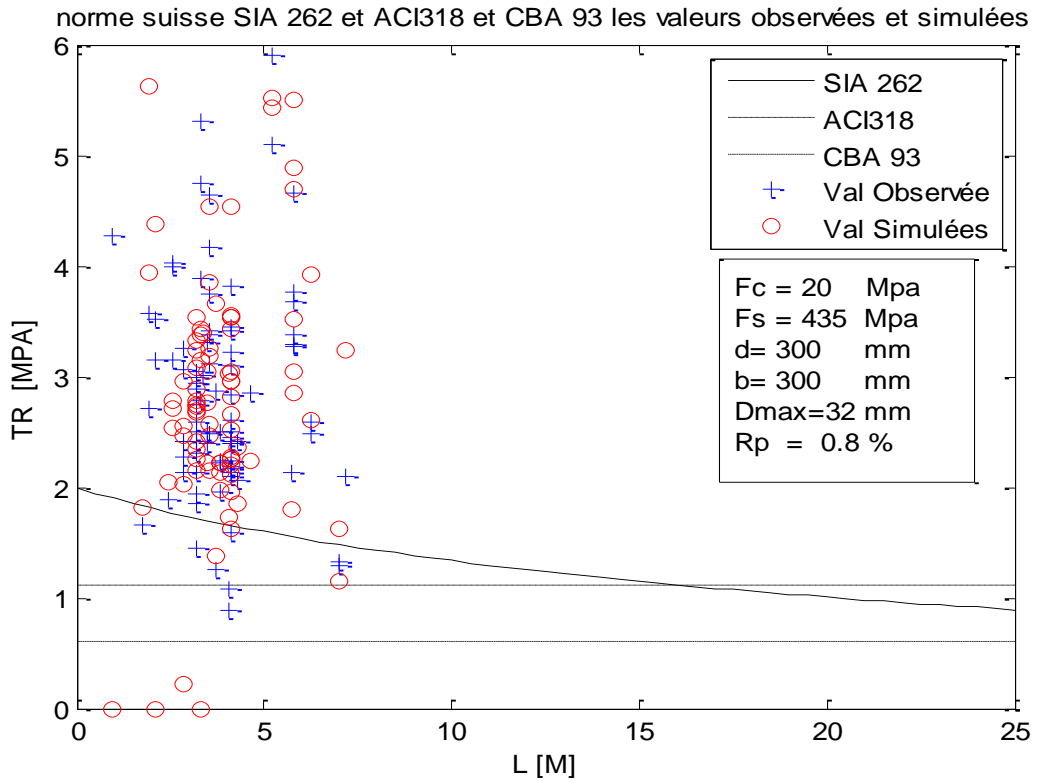
(4.7a)



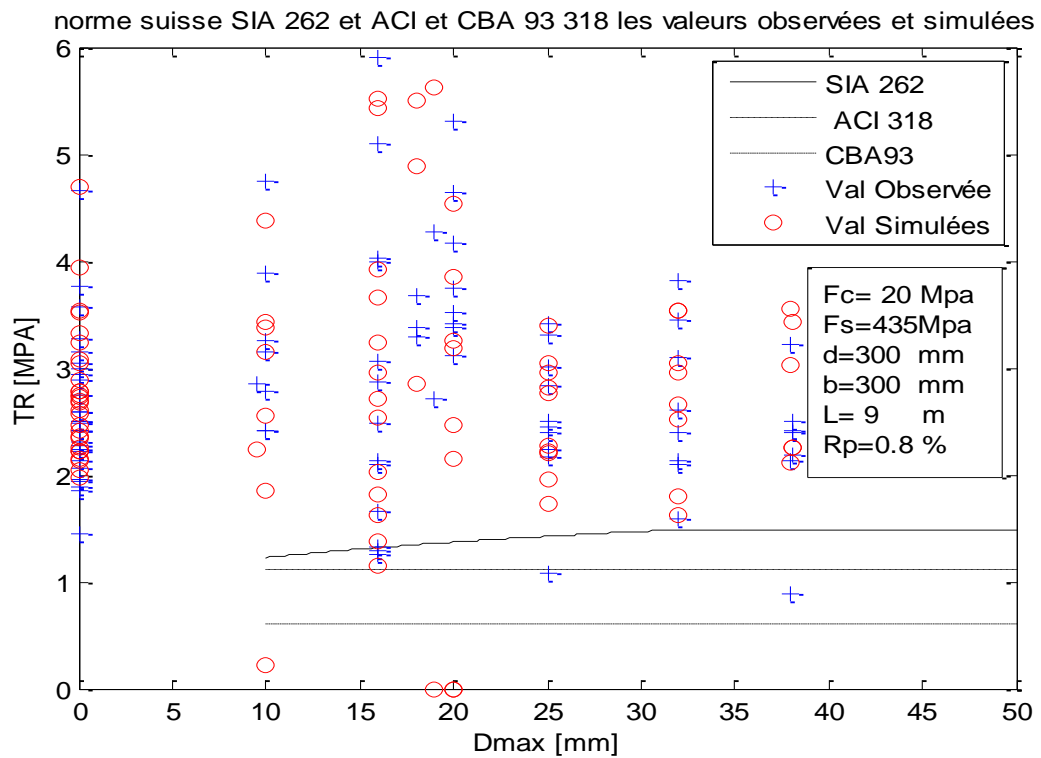
(4.7b)



(4.7c)



(4.7d)



(4.7e)

Figure 4.7: Variation des paramètres. Normes SIA 262, CBA93, ACI 318 et modèle proposé

On constate aussi que plus l'épaisseur augmente avec un taux d'armature moyen *figure (4.7a)* plus la résistance au cisaillement diminue *figure (4.7b)* ce qui rejoint l'étude de l'effet de taille de Barzan et Cao [07]. Cependant plus le taux de renfort est élevé *figure (4.7a)* plus cette effet est perturbé par la combinaison de l'effet de taille et la force axiale générée par le renforcement induit par l'interaction des paramètres primaires (résistance a la compression) *figure (4.7d)* épaisseur de la dalle *figure (4.7b)* et taux d'armature *figure (4.7a)*. On remarque aisément que ce phénomène est pris en charge par la méthode Neuro-Floue contrairement au autres normes. Donc pour mieux apprécier cette approche il faut utiliser des notions plus objectives qui estiment qualitativement la méthode

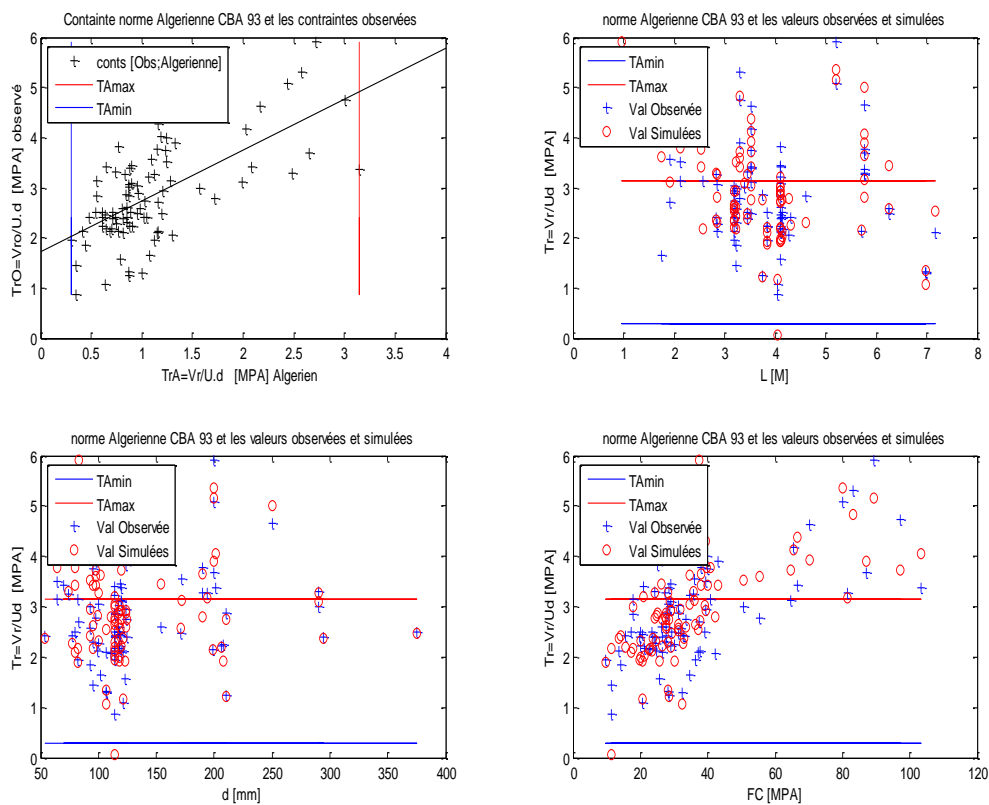


Figure 4.8 : variation des paramètres et calibrage des valeurs observées et simulées par la norme

CBA 93

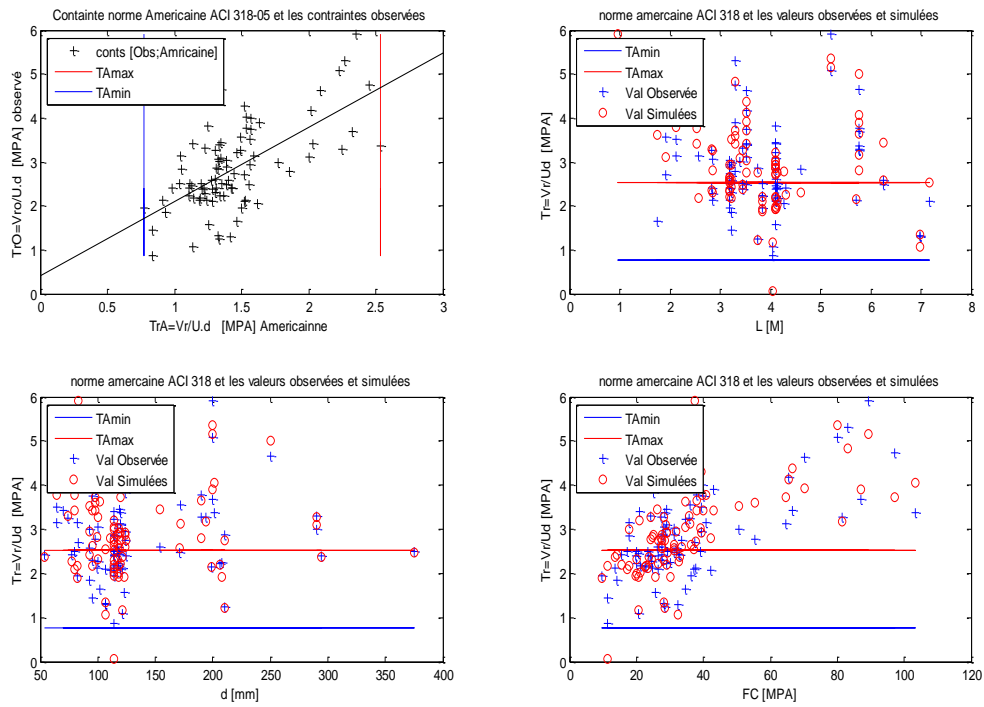


Figure 4.9: variation des paramètres et calibrage des valeurs observées et simulées par la norme ACI 318

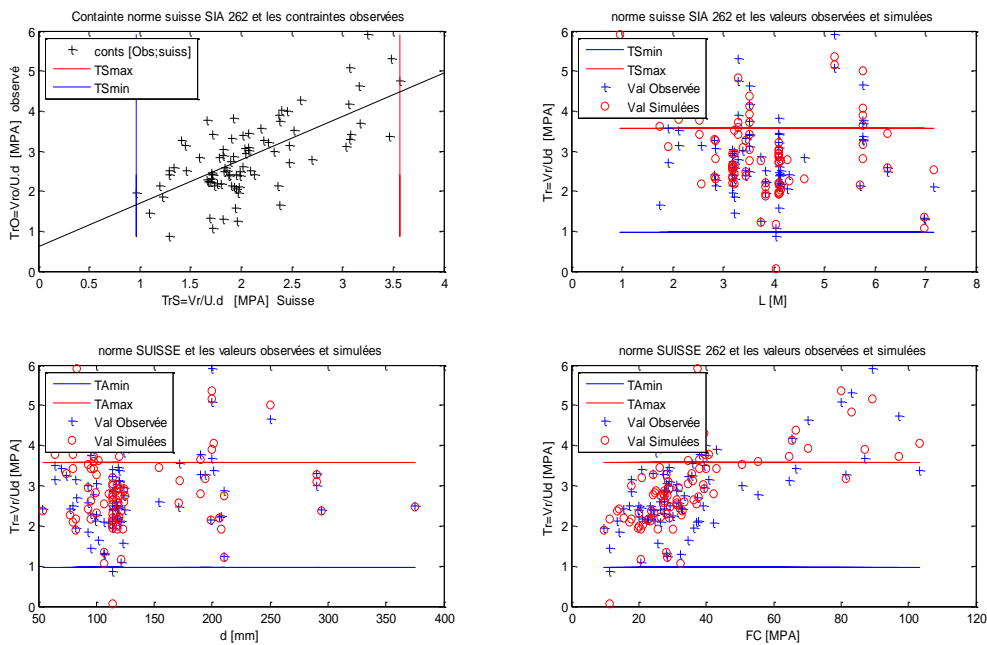


Figure 4.10: variation des paramètres et calibrage des données observées et simulées par la norme SIA 262

Les courbes Suisse, Américaine et Algérienne se positionnent vers la partie inférieure du nuage de points puisque ce sont des courbes conçus pour le dimensionnement cependant les courbes suisses sont plus voisine des valeurs d'essais que ceux des autre normes donc plus proche de la réalité. Ceci est confirmé par le résultat des *figure 4.8, figure 4.9 et figure 4.10* où l'on remarque que les valeurs observées et simulées se trouvent bien calibrées entre les valeurs Maximum et minimum de la norme SIA 262 avec une petite marge d'erreur [*figure (4.10a),(4.10b),(4.10c),(4.10d),(4.10e)*]. Contrairement à la norme Américaine ACI-318 [*figure (4.9a),(4.9b),(4.9c),(4.9d),(4.9e)*] et Algérienne [*figure (4.8a),(4.8b),(4.8c),(4.8d),(4.8e)*] où les valeurs observées et simulées se trouvent en grande majorité en dessus des valeurs max et min de la norme.

On remarque surtout à travers ces courbes que les valeurs simulées par la méthode Neuro- Flou sont très proche des valeurs observées quelque soit les paramètres de variation considérés.

6. ANALYSE STATISTIQUE ET CRITERES DE VALIDATIONS

En plus d'une analyse subjective sous forme d'une analyse paramétrique, des critères statistiques objectifs sont utilisés pour caractériser globalement la qualité de la simulation. Dans cette partie on procède à une comparaison sur l'effort de rupture par cisaillement observé V_{obs} et les valeurs calculées des normes et simules V_{sim} par modélisation prédictive Neuro-Flou. L'évaluation d'un modèle consiste à comparer les valeurs simulées aux valeurs observées. .Pour ce travail on utilise les critères suivant:

6.1 CRITERE DE NASH

Il exprime en pourcentage le rapport entre l'erreur relative aux valeurs simulées et observées avec la fluctuation des valeur observées par rapport a la moyenne:

$$\text{Nash} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (V_{i_{sim}} - V_{i_{obs}})^2}{\sum_{i=1}^n (V_{i_{obs}} - \bar{V}_{i_{obs}})^2} \quad (4.3)$$

Plus l'efficience est proche de 1 meilleur est l'accord entre la modélisation et l'observation

6.2 ERREUR SUR LE BILAN

Ce critère exprime en pourcentage l'erreur entre les valeurs observées et simulées.

$$\mathbf{Er} = \frac{\sum_{i=1}^n (V_{i\text{obs}} - V_{i\text{sim}})}{\sum_{i=1}^n (V_{i\text{obs}})} \quad (4.4)$$

6.3 LE COEFFICIENT DE DETERMINATION R^2

Il est exprimé par R^2 , il représente le taux de corrélation entre les séries simulées et observées

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [(V_{i\text{obs}} - \bar{V}_{\text{obs}}) * (V_{i\text{sim}} - \bar{V}_{\text{sim}})]^2}{\sum_{i=1}^n (V_{i\text{obs}} - \bar{V}_{\text{obs}})^2 * \sum_{i=1}^n (V_{i\text{sim}} - \bar{V}_{\text{sim}})^2} \quad (4.5)$$

Ce nombre sans dimension, compris entre 0 et 1 donne une indication sur l'intensité de la liaison entre ces variables ; plus R^2 est proche de 1 plus la convergence de la valeur simulée à la valeur observée est bonne

Pour apprécier chaque méthode à sa juste valeur on procède à la comparaison de l'effort limite de rupture V_r pour chacune des normes à celle de la méthode Neuro-Floue tableau (4.4) et les données numériques sont données par le tableau [A.1] et [A.2] Annexe C

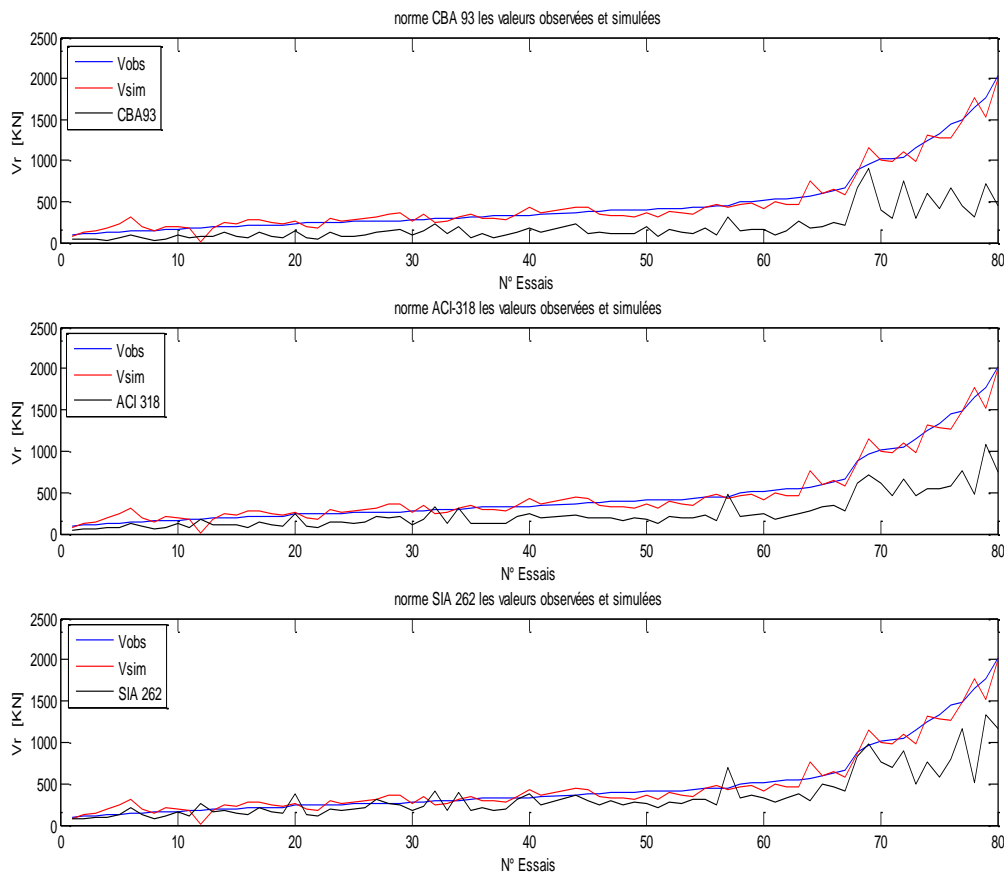


Figure 4.11 Comparaison des valeurs observées et simulées sur le bloc de validation <chekdata>

Tableau 4.4 : simulation des données du bloc d'apprentissage <chekdata=86 tests>.

Tests [86]	SIA-262 Suisse [%]	ACI-318 américain [%]	CBA-93 algérien [%]	Neuro-fuzzy simulé [%]
Err	32.2	49.4	62.1	10.6
Nash	70.7	39.2	66.8	97.7
Rflou	92.3	93.4	83.6	98.8

Cependant, on ne peut pas se prononcer sur la méthode, excepté si on simule l'ensemble des données récoltées. Pour ce faire on procède à la simulation sur chaque donnée du bloc d'apprentissage <terndata> à l'intérieur du bloc de validation <chekdata>., les valeurs ainsi simulées sont présentées avec l'erreur sur chaque nouveau échantillon <chekdata> et sur l'ensemble des valeurs observées et simulées *tableau [A.3] annexe C*

On remarque premièrement que le taux d'erreur sur chaque échantillon nouveau reste stable et performant malgré le changement des données de validations ce qui prouve l'efficacité du programme, deuxièmement on constate une bonne convergence entre les valeurs simulées et observées exprimés en critère de validation .Pour mieux apprécier ce dernier point il est impératif de comparer les résultats obtenus avec les valeurs calculées des normes. Celles-ci sont présentées dans le *tableau [5]*

Tableau 4.5: comparaison des valeurs simulées et observées de <terndata=194 tests>

Tests [194]	SIA-262 Suisse [%]	ACI-318 Americain [%]	CBA-93 Alger [%]	Neuro-Fuzzy simulé [%]
Err	34.7	62.3	62.3	15.7
Nash	62.2	11.2	10.8	91.1
Rflou	86.7	83.3	83.2	95.6

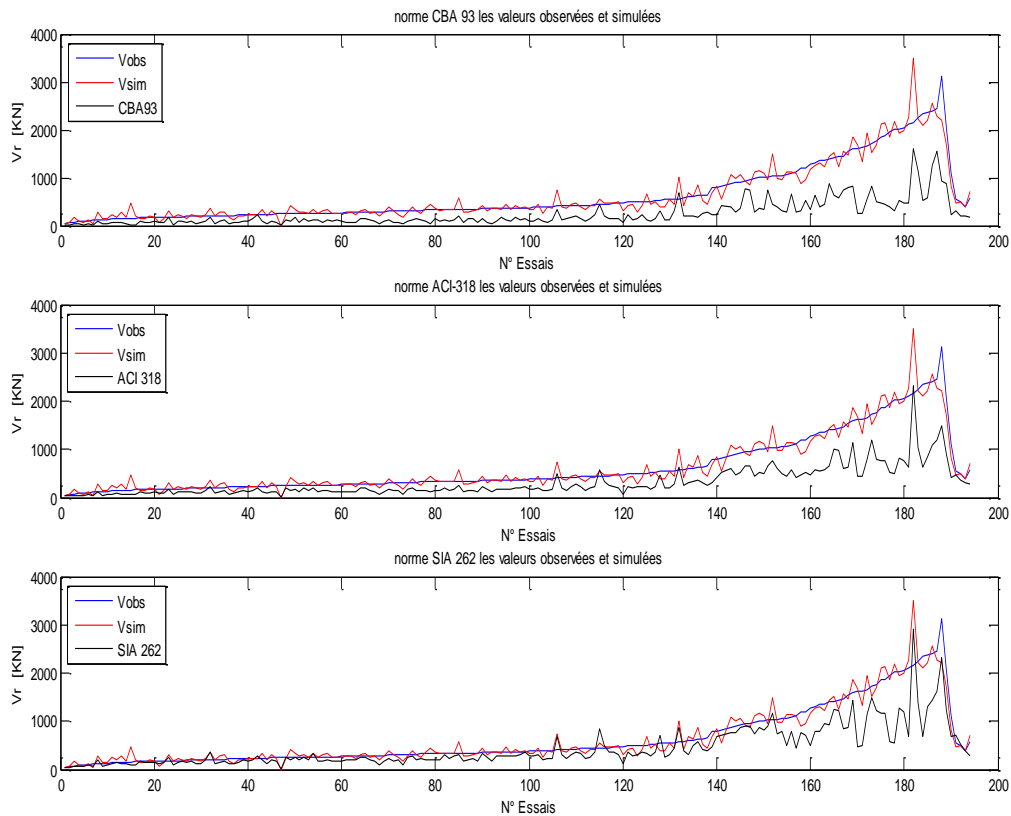


Figure 4.12 : Comparaison entre les valeurs observées et simulées du bloc d'apprentissage et les valeurs calculées des codes Américaine(ACI-318), Algérienne(CBA-93),Suisse(SIA-262)

7. CONCLUSIONS

On remarque clairement que sur l'échantillon de validation la simulation Neuro-Floue est celle qui présente la plus petite marge d'erreur et le plus grand taux de convergence avec une erreur de 15% par rapport aux normes étudiées. L'approche suisse donne des résultats plus satisfaisants que ceux des autres codes car la formulation de celle-ci introduit tous les paramètres influent dans le phénomène du poinçonnement. Ceci est confirmé par l'étude paramétriques de la variation de ρ , d , L , F_c , D_{max} figure(7a,7b,7c,7d,7e) respectivement.

On constate aussi à travers la lecture des valeurs que la méthode de simulation étudiée est plus performante pour les bétons ordinaires et les bétons haute performance(BHP) et présente une instabilité de calcul pour les bétons faibles ($F_c < 10\text{Mpa}$) certainement par manque de richesse de la banque de donnée.

Cependant pour mieux évaluer cette méthode une autre approche plus conviviale et plus simple d'utilisation est présentée

EVALUATION DE L'EFFORT DE RUPTURE POINÇONNANT PAR ANALYSE DE REGRESSION LINEAIRE

1. INTRODUCTION A LA REGRESSION LINEAIRE

Dans le domaine des sciences appliquées, on observe fréquemment des phénomènes tels qu'il est possible de supposer l'existence d'une liaison entre deux variables. Cette liaison peut être quantifiée par des mesures statiques sur chaque unité d'un échantillon exprimant une dépendance ou une corrélation.

Il y a *corrélation* entre deux variables observées sur les éléments d'une population si les *variations* de ces deux variables *se produisent dans le même sens (corrélation positive) ou en sens contraires (corrélation négative)*.

En *régression*, le problème est de nature différente. On dispose de n couples (x_i, y_i) constituant un échantillon d'observations indépendant du couple de variables X et Y . On cherche une relation statistique pouvant exister entre la variable expliquée Y et la variable explicative X . Cette relation doit permettre de prévoir la valeur de Y pour une valeur donnée de X et ou la problématique est de définir le modèle le mieux adapté pour décrire la liaison entre ces deux variables, cette approche est appelée *régression linéaire simple exprimé par l'équation* :

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad (5.1)$$

La méthode utilisée pour obtenir une droite qui s'ajuste au mieux au diagramme de dispersion, dans le cas de la régression linéaire, est la méthode des moindres carrés dont l'équation est exprimée par :

$$Y^* = a + bX \quad (5.2)$$

Et dont le principe consiste à *rendre minimale la somme des carrés des écarts des valeurs observées y_i de Y à la droite y_i^* de Y^* tel que* :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2 = e_i^2$$

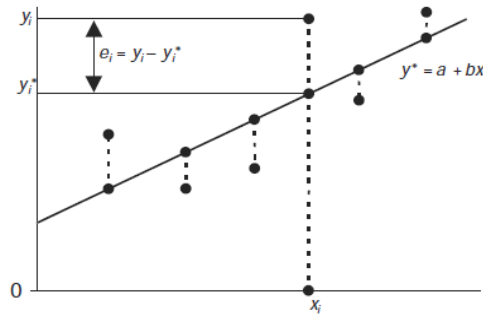


Figure 5.1 : Nuage de points (x_i, y_i) et droite des moindres carrés.

La droite de régression donne une bonne approximation de la relation fonctionnelle qui peut exister entre les variables X et Y , mais ne permet pas d'établir avec exactitude cette relation fonctionnelle.

2. CALCUL DU COEFFICIENT a ET b

Pour calculer les coefficients (a, b) de la droite des moindres carrés $y^* = a + bx$ on minimise la fonction : $F(a,b) = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2$

Le minimum de $F(a,b)$ est obtenu pour :

$$\begin{cases} \frac{dF(a,b)}{da} = 0 & \rightarrow a = \bar{y} - b\bar{x} & (5.3) \\ \frac{dF(a,b)}{db} = 0 & \rightarrow b = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\text{var}(X)} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} & (5.4) \end{cases}$$

D'où l'équation de la droite des moindres carrés est

$$y^* = \bar{y} + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}) \quad (5.5)$$

Cette droite passe par le centre de gravité (\bar{x}, \bar{y}) du nuage de points et possède une pente de la droite de régression « b ».

Remarque :

Cette équation a :

- une variance égale : $\sigma^2 = \sum (y_i - \bar{y}_i^*)^2$
- une estimation de la variance sans biais égale : $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y}_i^*)^2$

3. MESURES DE DEPENDANCE

Les mesures de liaison entre des variables qualitatives ou quantitatives, sont le coefficient de corrélation linéaire et le rapport de corrélation.

LA VARIANCE :

Appelé écart quadratique moyen ou variance moyenne

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Elle exprime l'homogénéité d'un échantillon donné autour de la moyenne arithmétique.

LA COVARIANCE :

Est une mesure de la force du lien entre deux variables aléatoires qui peut être faible fort ou moyen.

$$\text{cov}(X, Y) = E(X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sigma_{xy}$$

Cette mesure présente l'inconvénient des unités utilisées d'où la nécessité d'une version standardisée.

COEFFICIENT DE CORRELATION LINEAIRE

Il exprime une version standardisée de la covariance et indépendant de l'unité des variables utilisées, il s'écrit pour deux variables :

$$\rho' = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Et pour un échantillon connu par

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Donne une bonne indication sur l'intensité de la liaison selon sa valeur et son signe , permet de voir si les deux variables varient dans le même sens ou non.

Si la corrélation linéaire se révèle significative, on peut trouver, à l'aide d'une méthode d'ajustement appropriée, la fonction décrivant la liaison. Si on se limite à une liaison linéaire, on a obtenu la *droite de régression*.

- $-1 \leq r \leq 1$
- $r = \pm 1$ si tout les points observés se trouvent sur une même droite

- $r=0$ si il y a indépendance totale entre X et Y (la réciprocity est fausse)
- $r \approx \pm 1$ si tout les points observés se trouvent près d'une même droite
- σ_{xy} est la covariance de X et Y
- σ_y et σ_x sont les écarts types respectifs

Remarques

- ✓ Le coefficient de corrélation linéaire ne mesure pas une relation de cause à effet entre deux variables. En effet, deux variables peuvent être corrélées sans que les variations d'une variable entraînent les variations de l'autre ; cela signifie seulement que les variations des deux variables sont dues à une même cause commune extérieure. Il faut toujours être très prudent dans l'interprétation des résultats d'une analyse de corrélation ou de régression.
- ✓ La nullité du coefficient corrélation linéaire n'entraîne pas l'indépendance, sauf pour des variables aléatoires gaussiennes.

COEFFICIENT DE DETERMINATION OU RAPPORT DE CORRELATION

Le coefficient de détermination R^2 est défini par le rapport :

$$R^2 = \frac{\text{variation expliquée par la regression}}{\text{variation totale}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y^* - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2}$$

Ce coefficient donne la part de la variance de la variable Y expliquée par la régression. Il est compris entre 0 et 1.

Remarque :

L'adjectif simple indique la présence d'une seule variables explicative, l'adjectif « linéaire » s'applique aux paramètres du modèle.

Un modèle non linéaire peut être rendu linéaire par transformations appropriées. C'est le cas des modèle $y = \alpha x^\beta$ et $y = \alpha e^{\beta x}$ donne $\log y = \log \alpha + \beta \log x = a + b \cdot z$

4. TEST DANS LES MODELES LINEAIRES

TEST DE NON REGRESSION

soit un échantillon de n couples de valeurs observées $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ d'un couple (X, Y) de variables aléatoires numériques, modélisé par une régression $Y = a + bX + \varepsilon$

On veut tester l'hypothèse de non régression par l'analyse de la variance de Fisher

Les hypothèses à testé sont :

$$H_0 : b=0$$

$$H_1 : b \neq 0$$

L'hypothèse H_0 est une hypothèse de non- régression, équivalente dans le cas ou les variables X et Y sont des variables aléatoires au test :

$$H_0 : \rho=0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

Caractérisant l'indépendance totale des variables

• Déroulement technique du test

1. On calcule avec les formules usuelles les moyennes observées et, puis les estimations a et b des coefficients de la droite de régression.

2. On calcule les sommes de carrés :

$$Q1 = \sum_{i=1}^n (Y_i^* - \bar{Y})^2 \quad \text{et} \quad Q2 = \sum_{i=1}^n (Y_i^* - Y_i)^2$$

3. On calcule la valeur observée de la variable de test de Fisher(Annexe):

$$F_{1,n-2} = \frac{Q1}{Q2} (n - 2)$$

Les valeurs de référence de la variable de test sont à lire dans les tables de la loi de Fisher-Snedecor , elles dépendent des deux degrés de liberté 1 et $n - 2$, et du risque α

$$\text{Si} \quad \frac{\bar{x}/_{k-1}}{\bar{x}/_{n-k}} = f < F_{(k-1,n-k)}^\alpha \quad H_0 \text{ est vrai}$$

$$\text{Si} \quad \frac{\bar{x}/_{k-1}}{\bar{x}/_{n-k}} = f > F_{(k-1,n-k)}^\alpha \quad H_1 \text{ est vrai} \quad (b \neq 0)$$

$F_{(k-1,n-k)}^\alpha$ Lue dans la table de Fisher et α est le seuil de signification fixe

Remarque :

Le rapport de Fisher ci-dessus peut s'écrire également aussi sous la forme suivante :

$$F_{(1,n-2)}^\alpha = \frac{R^2}{1-R^2} (n - 2) = t^2 \quad \text{d'où} \quad t = \frac{R}{\sqrt{1-R^2}} \sqrt{n - 2} = \frac{R}{\sqrt{\frac{1-R^2}{n-2}}}$$

Ou « t » est une variable qui suit la loi de Students (annexe) à (n-2) degré de liberté et dont le test d'hypothèse est :

$$\text{Si } t \geq u_{\frac{\alpha}{2}, n-2} \quad H_1 \text{ est vrai et } H_0 \text{ est faux (} b \neq 0 \text{)}$$

La valeur $u_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$ est lue dans la table de Student

Remarque :

Donc : $F_{(1, n-2)}^{\alpha} = (t_{(n-2)})^2$ et plus généralement

$$F_{(k-1, n-k)}^{\alpha} = (t_{(n-k)})^2 \quad n : n^{\text{bre}} \text{ d'observation et } k : n^{\text{bre}} \text{ de variables explicatives}$$

5. REGRESSION LINEAIRE MULTIPLE

Contrairement à la régression linéaire simple, il se peut que la variable X ne suffise pas à expliquer la variable Y, dans ce cas, on introduit alors un ensemble de p variables explicatives et on cherche à estimer Y sous la forme d'une fonction affine des ces mêmes variables telles que :

$$y_i = b_0 + \sum_{j=1}^p b_j \cdot x_{ji} + e_i \quad (5.6)$$

Cette méthode est appelée la *régression linéaire multiple*. Les domaines d'applications de celle-ci sont très nombreux, telle que la technologie, la finance, la gestion, de la médecine, la biologie, de l'agriculture, etc.

On note que l'on cherche à estimer la valeur de :

$$\underline{Y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{e} \quad (5.7)$$

Sous forme matricielle au moyen de P variable explicative par une relation de la forme :

$$\underline{Y}^* = b_0 \underline{I} + \sum_{i=1}^p b_i \cdot \underline{X}_i = \underline{X} \cdot \underline{b} \quad (5.8)$$

En utilisant la méthode des moindres carrés qui consiste à rendre minimum la norme

$$\|\underline{Y} - \underline{Y}^*\|^2$$

\underline{Y}^* Est la valeur estimée de \underline{Y}

\underline{I} Est le vecteur unité

P, b_0 Sont les paramètres de la régression

$X, \underline{b}, \underline{\beta}, \underline{e}$ Sont la matrice et vecteur :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{p1} & \cdots & x_{pp} \end{bmatrix}; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}; \quad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}; \quad \underline{e} = \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_p \end{bmatrix}$$

5.1. ESTIMATION DU PARAMETRE $\underline{\beta}$

Le vecteur \underline{b} obtenu par la méthode des moindres carrés est la meilleure approximation du vecteur paramètre $\underline{\beta}$ tel que :

$$\begin{aligned} \text{Esperance de } E(\underline{\beta}) &= \underline{b} \\ \text{et } \underline{b} &= (X^t X)^{-1} X^t \underline{Y} \end{aligned} \quad (5.9)$$

5.2. ESTIMATION DE LA VARIANCE SANS BIAIS S^2

Appelé aussi erreur d'approximation quadratique tel que, la meilleure estimation de la variance sans biais de la variance σ^2 est :

$$S^2 = \frac{\|\underline{Y} - \underline{Y}^*\|^2}{n-p-1} \quad (5.10)$$

5.3. COEFFICIENT DE CORRELATION MULTIPLE

INTERVALLE DE PREVISION

Soient les « p » variables explicatives des valeurs « $x_{i,0}$ » écrit sous la forme du vecteur :

$$\underline{X}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{1,0} \\ \vdots \\ x_{p,0} \end{bmatrix}$$

La valeur prévue pour une variable supplémentaire est donnée par $\underline{Y}_0^* = \underline{X}_0^t \cdot \underline{b}$

L'estimation de la valeur obtenue Y_0^* est réalisée suivant une loi normale de type N (m, μ) telle que :

$$N\left(\underline{X}_0^t \beta_0, S \sqrt{\underline{X}_0^t (X^t X)^{-1} \underline{X}_0}\right)$$

Et l'intervalle de confiance est calculé par la loi de Student sur la variable aléatoire de degré de liberté (n-p-1):

$$\frac{Y_0 - Y_0^*}{S \sqrt{1 + \underline{X}_0^t (X^t X)^{-1} \underline{X}_0}} \times \sqrt{n - p - 1}$$

Avec :

$$\text{Var}(\underline{b}) = S'^2 (X^t X)^{-1}, \quad \text{var}(\underline{y}) = \text{var}(X \underline{\beta}_0 + \underline{e})$$

$$\text{Var}(\underline{Y}) = \text{var}(X \underline{\beta}_0) + \text{var}(\underline{e}) = S'^2 X_0 (X^t X)^{-1} X_0 + S^2 = \sigma^2 (1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0) = \mu^2$$

D'où l'écart type sur Y_0^* est :

$$\mu = S \sqrt{(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0)}$$

Et la loi de Student est :

$$T_{n-1} = \frac{\bar{Y} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n-1}}} = \frac{Y_0 - Y_0^* \sqrt{n-p-1}}{S' \sqrt{(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0)}}$$

Comme l'écart type μ n'est pas connu mais seulement estimé il faut utiliser la loi de Student pour calculer un intervalle de confiance :

$$-t_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{Y_0 - Y_0^* \sqrt{n-p-1}}{S' \sqrt{(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0)}} < t_{\frac{\alpha}{2}} \quad (5.11)$$

D'où l'intervalle bilatéral symétrique au seuil de α est :

$$\Pr\left(Y_0 - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S' \sqrt{(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0)}}{\sqrt{n-p-1}} < Y_0^* < Y_0 + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S' \sqrt{(1 + X_0 (X^t X)^{-1} X_0)}}{\sqrt{n-p-1}}\right) = 1 - \alpha \quad (5.12)$$

Et $t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)}$ est le fractile donnée par la loi de Student .

CORRELATION

Pour un modèle de régression multiple on mesure la qualité de la régression par un coefficient de détermination ou coefficient de corrélation multiple R^2 qui permet de mesurer, dans la variation de \underline{Y} , la proportion expliquée par la régression. Ce coefficient qui est compris entre 0 et 1 est défini par la formule :

$$R^2 = \frac{\sum_i (Y_i^* - \bar{Y})^2}{\sum_i (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (5.13)$$

COEFFICIENT DE CORRELATION MULTIPLE ET PARTIELLE :**Coefficient de corrélation linéaire multiple**

Est défini par :

$$r_{yx1x2} = \sqrt{\frac{r_{yx1}^2 + r_{yx2}^2 - 2 \cdot r_{yx1} \cdot r_{yx2} \cdot r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2}} \quad (5.14)$$

Tel que les coefficients de corrélation linéaire des variables y et x_1, y et x_2, x_1 et x_2 sont noté respectivement $r_{yx1}, r_{yx2}, r_{x1x2}$.

Les coefficients de corrélations partielles

Les coefficients de corrélations partielle entre y et x_k noté $r_{yxk, xp}$ est définit par :

$$r_{yxk, xp} = \frac{r_{yxk} - r_{yxp} r_{xkxp}}{\sqrt{(1 - r_{yxp}^2)(1 - r_{xkxp}^2)}} \quad k=1,2 \quad \text{et} \quad p=1,2 \quad (5.15)$$

Les relations entre les coefficients de corrélation multiple et partielle sont donnée par :

$$1 - r_{yxk1xp}^2 = (1 - r_{yxk}^2)(1 - r_{yxp, xk}^2) \quad k=1,2 \quad \text{et} \quad p=1,2 \quad (5.16)$$

5.4. FIABILITE DE LA REGRESSION

La régression linéaire multiple a pour but d'expliquer une variable à partir d'un ensemble de variables explicatives, l'équation de la régression doit donc retenir le plus grand nombre de variables explicatives s'avérant significatives.

Cette équation de la régression doit avoir :

- Le meilleur coefficient de détermination possible
- R^2 doit être le plus grand.
- la meilleure précision, l'erreur résiduelle doit être aussi petite que possible.

Ces exigences interviennent dans l'acceptation ou le rejet d'une équation de régression. Différentes méthodes peuvent être utilisées. :

ETUDE DE TOUTES LES REGRESSIONS POSSIBLES

Si le nombre « P » de variable explicative n'est pas élevé on peut envisager d'étudier toute les régressions possibles d'abord avec une seule variable, puis avec toutes les combinaisons 2 à 2, 3 à 3 au total ($2^P - 1$) équation de régression sont étudiées.

INTRODUIRE PROGRESSIVEMENT TOUTES LES VARIABLES EXPLICATIVES

- On choisit comme première variable à introduire, celle qui est le plus fortement corrélée avec la variable expliquée Y. On teste les coefficients de l'équation de régression (test de Fisher) et on calcule ensuite les coefficients de corrélations partielles en tenant compte de la variable déjà introduite.

- On introduit une deuxième variable, on choisit la variable qui est le plus fortement corrélée avec les variables déjà introduites et on teste la contribution marginale apportée par cette nouvelle variable. Si cette contribution est significative on continue sinon on s'arrête au stade précédent.

METHODE DE REGRESSION PAS A PAS (STEPWISE REGRESSION)

On commence par effectuer toutes les régressions simples. On choisit de garder une variable explicative selon un critère bien défini soit le rapport de Fisher, soit la valeur du coefficient de détermination R^2 .

On sélectionne une deuxième variable en prenant celle dont la contribution marginale est la plus importante. On continue jusqu'à ce que le processus ait fini la sélection des variables.

Cette méthode permet de calculer une série d'équations de régression où à chaque pas une variable est ajoutée ou retranchée selon un critère défini.

Cependant si le nombre « P » de variables explicatives est grand, il conduit à de nombreux calculs. Pour remédier à ce problème on peut faire la chose suivante :

*soit éliminer la variable qui entraîne la plus faible diminution du coefficient R^2 ; on fait une régression avec (p-1) variable et on recommence

*soit chercher la variable la plus fortement corrélée avec Y puis introduire successivement les variables qui provoquent le plus fort accroissement du coefficient R^2

6. APPLICATION A UN PROBLEME DE POINÇONNEMENT DES DALLES PAR CISAILLEMENT

L'équation pour la prédiction de la résistance au poinçonnement a été obtenue en utilisant l'analyse de régression linéaire multiple sur des données expérimentales disponibles dans la littérature. Pour le calcul nous avons utilisé un logiciel de calcul statique XLSTAT.

Ainsi un échantillon de 204 observations sur des essais de dalles en poinçonnement ont été exploités et présentés dans le tableau (5.6) suivant :

Tableau 5.1 : données statique de l'échantillon test

Variable	Observations	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-type
V_R [KN]	204	49,200	3116,000	576,877	558,615
d [mm]	204	37,000	464,000	142,702	72,417
r_b/r_a	204	2,115	24,732	7,818	3,942
F_c [MPa]	204	10,112	118,703	39,419	22,668
U [mm]	204	516,180	3536,960	1243,950	473,406
D_{Max} [mm]	204	4,000	38,100	21,457	8,519
ρ [%]	204	0,208	333,000	2,824	23,245

où la variable à expliquer est l'effort de rupture ultime V_r [KN] et les variables explicatives sont d , F_c , ρ , U , D_{max} , r_a/r_b voir tableau (5.7) ci-dessous :

Tableau 5.2 : variable expliquée et variables explicatives

Les variables explicatives de la régression multiple		La variable à expliquer de la régression linéaire multiple
d [mm]	Épaisseur effective de la dalle	V_r [KN] la charge de rupture ultime du poinçonnement
r_b/r_a	Rapport entre le rayon équivalent de la dalle test au rayon équivalent de la colonne	
F_c [MPa]	Contrainte de compression du béton	
U [mm]	Périmètre de la section critique, mesurée à la distance $d/2$ de la colonne	
ρ [%]	Taux longitudinale des armatures de la dalle	
D_{max} [mm]	Diamètre maximum de granulats	

Ces données sont soumises à une analyse en régression linéaire multiple de telle manière à estimer toutes les variables influentes dans le phénomène ainsi que leurs forces de modélisation.

Pour atteindre cet objectif nous allons procéder par étape :

- Faire une estimation de la force de liaison entre chaque variable expliquée et explicative
- Mettre en œuvre l'équation de régression avec toutes les variables explicatives
- Juger de la pertinence de la modélisation en fonction du coefficient de détermination et du carré moyen résiduel
- Chercher l'équation optimale de régression en utilisant toutes les méthodes décrites plus haut.

6.1. ETUDE DE LIAISON

Ces « p » variables explicatives sont linéairement indépendantes, mais peuvent éventuellement être corrélées. Pour apprécier le taux de dépendance ou d'indépendance entre elles on évalue la matrice de corrélation ou variance-covariance ci-dessous :

Matrice de corrélation

Variables	D	ra/rb	Fc	U	Dmax	ρ	Vr
D	1,000	-0,197	0,068	0,773	0,143	-0,139	0,892
ra/rb	-0,197	1,000	0,282	-0,488	-0,239	0,155	-0,179
Fc	0,068	0,282	1,000	-0,186	-0,388	0,136	0,252
U	0,773	-0,488	-0,186	1,000	0,286	-0,028	0,694
Dmax	0,143	-0,239	-0,388	0,286	1,000	0,011	0,058
r0	-0,139	0,155	0,136	-0,028	0,011	1,000	0,061
Vr	0,892	-0,179	0,252	0,694	0,058	0,061	1,000

Au vue de cette matrice on constate aisément que toutes les variables sont liées entre elle et aucune n'est complètement indépendante des autres.

Cependant on remarque une forte corrélation entre les variables explicatives « d » et « U » avec la variable expliquée « V_R » en même temps qu'une forte corrélation entre les deux variables explicatives « d » et « U » et qui pourrait suggérer une dépendance entre ces dernières. Cette dépendance, si elle est confirmée, pourrait entraîner l'élimination de l'une d'elles dans l'équation de régression générale.

Pour le reste des variables, le calcul du coefficient de détermination R^2 entre la variable expliquée Y et la variable explicative X donne un bon aperçu sur la force de liaison entre elles :

Tableau 5.3 : Coefficient de corrélation et de détermination entre V_R et les différentes variables

variable Y	variable X	Coef. de détermination R^2	Coef de corrélations ρ
V_R	D	0.79	0,887
V_R	rb/ra	0.031	-0,176
V_R	F_c	0.06	0,253
V_R	U	0.48	0,683
V_R	D_{Max}	0.004	0,067
V_R	ρ	0.044	0,210

A la lecture des résultats on constate que certaines variables explicatives ont une faible liaison avec la force limite de rupture V_R et ne l'explique pas comme le diamètre de l'agrégat D_{Max} , contrairement à d'autres comme la hauteur statique de la dalle « d »

6.2. TEST DE SIGNIFICATION DES COEFFICIENTS DE REGRESSION « b_I »

Appelé aussi test de non régression, pour ce test on calcule la valeur F de Fisher qui évalue la dépendance entre deux variables Y observée et Y^* calculée avec une probabilité de 95% avec:

$$\text{Test} \quad \text{si} \quad H_0 : \sum_1^6 b_i = 0$$

$$\text{si} \quad H_1 : \sum_1^6 b_i \neq 0$$

Tableau 5.4 : Analyse de la variance

Source	DDL	Somme des carrés	Moyenne des carrés	F	Pr > F
Modèle	6	52698505,406	8783084,234	162,500	< 0,0001
Erreur	197	10647783,459	54049,662		
Total corrigé	203	63346288,865			

$$F_{(6,197)}^{0,95} = 1,415 < F = \frac{8783084,23}{54049,662} = 162,5 \quad \text{donc :} \quad \text{l'hypothèse « } b_i \neq 0 \text{ »}$$

Conclusion : l'équation de régression $\underline{Y^*} = b_0 I + \sum_{i=1}^p b_i \underline{X_i} = X \cdot \underline{b}$ existe puisque « $b_i \neq 0$ » et donc il faut estimer ces paramètres.

Coefficient de détermination de l'équation de régression au six variables explicatives :

$$R^2 = \frac{52698505,4}{63346288,86} = 0,8651$$

6.3 ESTIMATIONS DES PARAMETRES DE REGRESSION :

Une fois le test terminé il apparait clairement que les coefficients de régression existe et il faut donc les calculer en utilisant l'équation (5.12) pour laquelle les résultats sont écrits dans le tableau (5.8) suivant :

Tableau 5.5 : paramètres du modèle avec les 6 variables

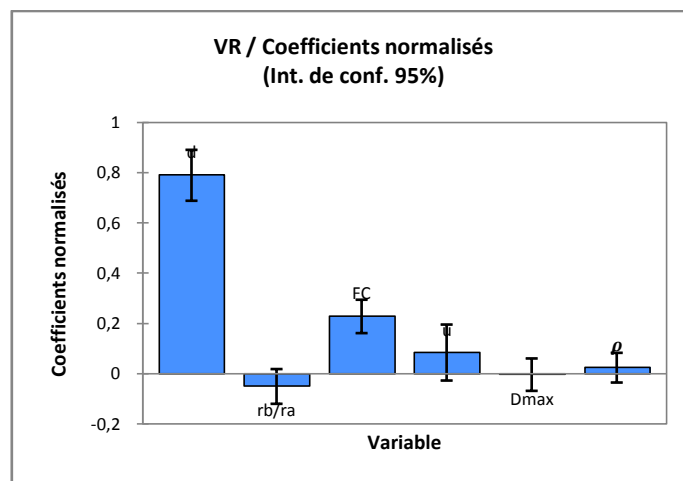
Source	Valeur	Erreur standard	t	Pr > t	Borne inférieure (95%)	Borne supérieure (95%)
Constante	-583,886	96,500	-6,051	< 0,0001	-774,191	-393,581
d	6,104	0,397	15,392	< 0,0001	5,322	6,887
rb/ra	-7,076	4,974	-1,423	0,156	-16,884	2,733
FC	5,645	0,831	6,791	< 0,0001	4,006	7,284
U	0,100	0,067	1,505	0,134	-0,031	0,232
Dmax	-0,195	2,147	-0,091	0,928	-4,430	4,039
ρ	0,597	0,721	0,829	0,408	-0,824	2,019

6.4. EQUATION DU MODELE GENERAL A 6 VARIABLES :

Après avoir calculé les variables et les constantes l'équation s'écrit :

$$VR = -583,88 + 6,10 * d - 7,07 * rb/ra + 5,64 * F_C + 0,10 * U - 0,19 * D_{Max} + 0,59 * \rho \quad (5.17)$$

Les coefficients normalisés sont



On voit clairement que certaines variables ne contribuent pas à expliquer V_R d'où la nécessité d'utiliser des méthodes appropriées afin d'optimiser l'équation de régression comme par exemple la méthode pas à pas (stepwise) dont le résumé des calculs est présenté dans ce qui suit :

6.5 CHOIX DES VARIABLES EXPLICATIVES DE LA REGRESSION

Le choix de l'introduction d'une variable dans l'équation à chaque étape de la régression dépend : de l'influence du retrait d'une variable explicative sur l'ajustement du modèle, toutes les autres étant conservées.

Cette influence est calculée à travers l'analyse de type III SS (Sum of Squares) basé sur le test de Fisher entre deux variables Y^* et Y^{**} telle que l'une est l'équation complète et l'autre avec la variable retranchée. Cette étude est visualisée dans le tableau suivant :

Tableau 5.6 : Analyse type III sum of Square

Source	DDL	Somme des carrés	F	Pr > F
D	1	14170571,798	320,806	< 0,0001
ra/rb	1	234039,515	5,298	0,022
Fc	1	1647494,684	37,297	< 0,0001
U	1	21178,001	0,479	0,490
Dmax	1	24778,406	0,561	0,455
ρ	1	1562415,911	35,371	< 0,0001

6.6 CONCLUSION :

Il résulte de l'étude de signification de Fisher noté « F » que plus la variable est influente plus la valeur de « F » est importante lorsque on élimine cette variable de l'équation de régression.

Les paramètres influant par ordre dégressif sont :

$$.F(d) > F(Fc) > F(\rho) > F(ra/rb) > F(D_{Max}) > F(U)$$

Et donc l'importance de chaque variable explicative dans l'équation expliquée sont :

1) d ; 2) Fc ; 3) ρ ; 4) ra/rb ; 5) Dmax ; 6) U

Dans ce qui suit on se propose d'utiliser une méthode de régression appropriée qui permet d'optimiser l'équation général à 6 variables .

7. REGRESSION DE LA VARIABLE V_R DE LA PREMIERE METHODE

Dans cette section, on effectue une régression pour chaque nouvelle variable explicative introduite dans l'équation selon un ordre chronologique bien défini. (Voir plus haut).

Ensuite on estime l'influence de celle-ci sur l'équation de régression à travers le coefficient de détermination.

Pour finir, on arrête la régression sur V_r pour la variable explicative qui entraîne le taux d'accroissement le plus faible de R^2 .

La méthode utilisée est appelé Méthode de régression pas à pas (Stepwise)

Tableau 5.7 : Synthèse de la sélection des variables

Nb. de variables	Variables	Variable IN/OUT	Statut	MCE	R ²	R ² ajusté
1	d	D	IN	65198,405	0,796	0,795
2	d / Fc	Fc	IN	53757,453	0,832	0,831
3	d / Fc / r0	r0	IN	45742,500	0,858	0,856
4	d / ra/rb / Fc / r0	ra/rb	IN	43936,938	0,864	0,862

7.1 PARAMETRES DU MODELE DE REGRESSION A 4 VARIABLES :

A ce stade on garde comme paramètres de régression les coefficients de la dernière équation calculée.

Ces Paramètres sont évalués à travers l'équation (5.3) et (5.4) du modèle de régression à 4 variables explicatives avec pour chaque constante l'intervalle de confiance à 95% fiabilité.

Tableau 5.8 : Les coefficients du modèle stepwise

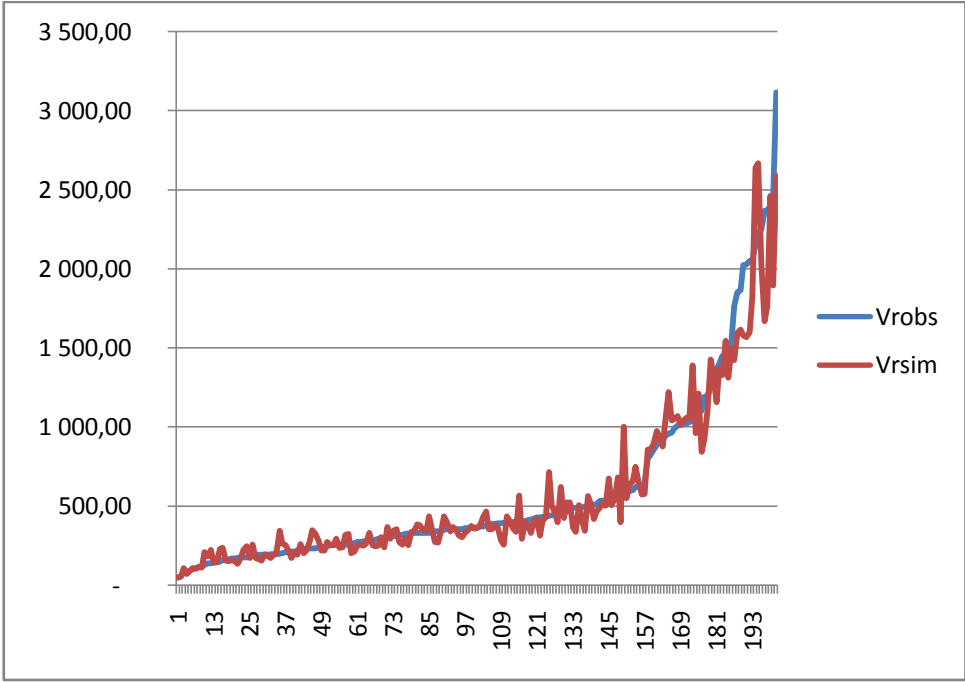
Source	Valeur	Erreur standard	T	Pr > t	Borne inférieure (95%)	Borne supérieure (95%)
Constante	-638,985	54,373	-11,752	< 0,0001	-746,217	-531,753
D	6,887	0,212	32,454	< 0,0001	6,468	7,305
ra/rb	-12,190	4,042	-3,016	0,003	-20,161	-4,219
Fc	4,745	0,687	6,905	< 0,0001	3,390	6,100
U	0,000	0,000				
Dmax	0,000	0,000				
r0	121,633	19,161	6,348	< 0,0001	83,844	159,422

7.2 EQUATION DE REGRESSION PAR 4 VARIABLES EXPLICATIVE DU POINÇONNEMENT PAR CISAILLEMENT

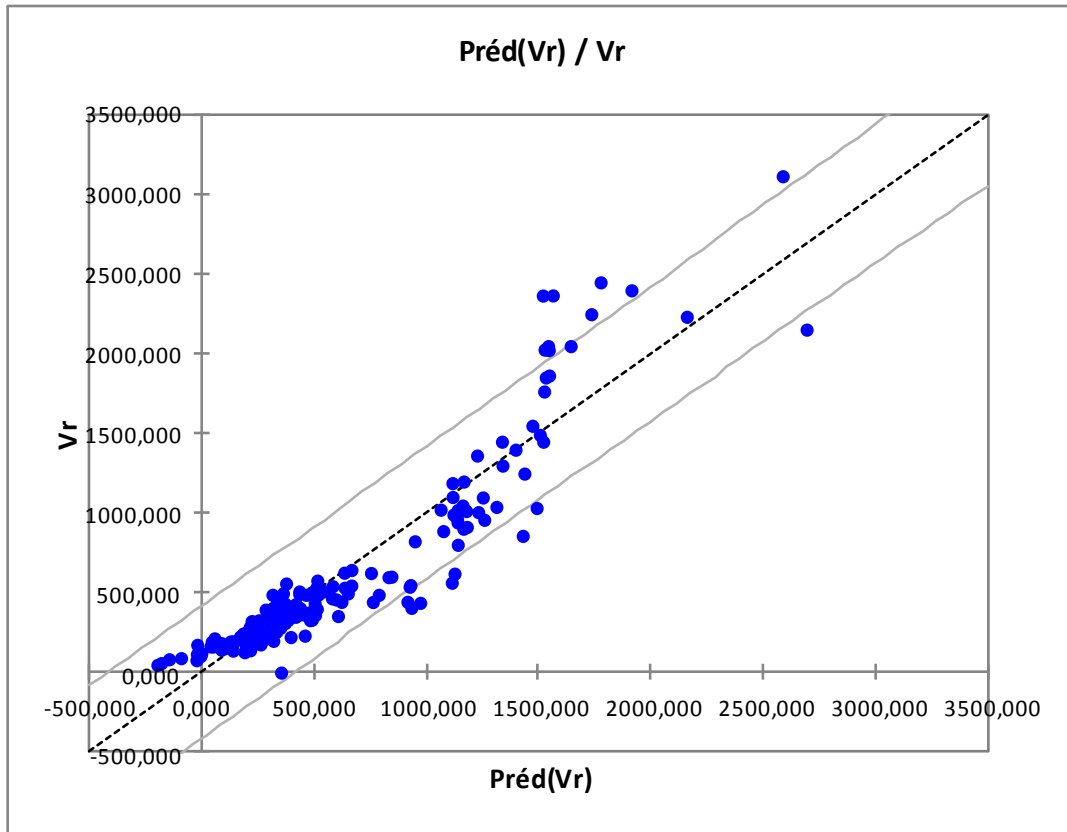
$$V_r = -638,98 + 6,88 * d - 12,19 * r_a / r_b + 4,74 * f_c + 121,63 * \rho \quad [\text{KN}]$$

(5.18)

Pour une meilleure appréciation visuelle des données calculées, on représente graphiquement les résultats de la régression sur VR sous forme de courbe et de nuage de points **figure** (5.9) pour avoir une première indication sur la nature de la liaison pouvant exister entre les valeurs observées $V_{r_{obs}}$ et prédits par l'équation $V_{r_{prédit}}$



(5.14a)



(5.14b)

Figure (5.14) : représentation graphique des valeurs observées V_{robs} et simulées V_{rsim}

A première vue les résultats obtenus sont satisfaisant puisque il ya une bonne convergence entre les valeurs observées et simulées sur les graphes (5.14) traduite par une représentation linéaire des valeurs **Figure (5.14b)** cependant une confirmation de cette constatation par des statistiques est nécessaire.

Cette équation (5.21) est pénalisée par des statistiques relatives à l'ajustement du modèle de régression telles que :

- **Observation** : nombre d'observations prises en compte dans le calcul
- **DDL** : le nombre de degré de liberté pour le modèle retenu (partie erreur)
- **R^2** : le coefficient de détermination du modèle (5.13)
- **R'^2** : le coefficient de détermination ajusté du modèle :

$$R'^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n-1}{n-1-p}$$

- **MCE** : la moyenne des carrés des erreurs définit :

$$\text{MCE} = \frac{1}{n-p} \cdot \sum_1^n (y_i - \bar{y})^2$$

- **RMCE** : la racine carrée de la moyenne des erreurs <écart type>

Coefficients d'ajustement :

Observations	201
Somme des poids	201
DDL	196,
R²	0,864
R² ajusté	0,862
MCE	43936,938
RMCE	209,611
ERR	22,5

De plus, une représentation graphique des résidus normalisés nous donne une bonne indication visuelle sur la convergence des résultats **figure (5.15)**

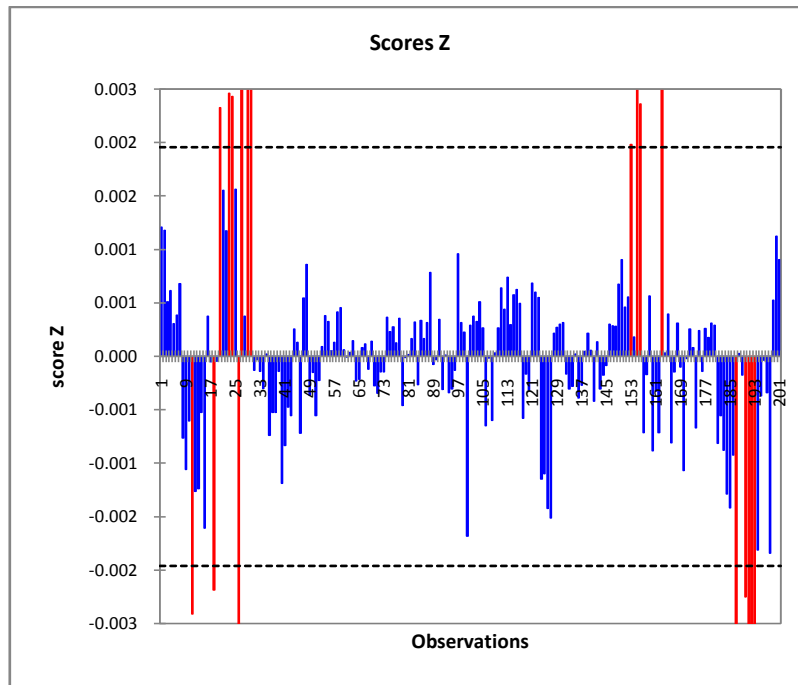


Figure (5.15) : représentation normalisé de résidus de $(Vr_{obs}-Vr_{sim})$

8. COMMENTAIRES :

En conclusion de cette partie, on remarque clairement que la convergence de la méthode de régression à 6 variables ($R^2=0,865$) est presque la même que celle à 4 variables ($R^2= 0,864$) à $<0,001>$ près , ce qui justifie le fait d'avoir retranché les deux variables explicatives « U » et « D_{Max} » de l'équation puisque leurs incidences est très minime.

D'autre part, on remarque que la corrélation entre l'effort limite de rupture observée « Vr » et le périmètre critique « U » en apparence très forte ($r= 0,773$) , ne traduit pas forcément une forte liaison, mais simplement quelle sont influencées par un même paramètre . Plus précisément, la valeur de la hauteur statique « d » puisque la corrélation de celle-ci avec « U » est de ($r=0,773$) et avec Vr est de ($r=0,822$) ce qui confirme une dépendance entre les deux paramètres explicatifs « d » et « U » dans l'équation de régression et qui justifie, par voie de conséquence, l'élimination de cette dernière dans l'équation générale. Ce résultat été attendu puisque la valeur du périmètre critique « U » dépend directement de l'épaisseur de la dalle.

Cependant et malgré une bonne convergence de cette équation de régression ($R^2=0,865$) les résultats simulés de l'effort limite de rupture V_r reste médiocre lorsque les valeurs de V_r sont importants comme indiqué sur la **figure** (5.14) . Ce résultat peut être expliqué par la grande variation des valeurs des variables expliquées et explicatives puisque effectivement entre les valeurs du taux d'armature « ρ » qui varie entre 0,5 et 4 et les valeurs du de la hauteur statique « d » qui varient entre 50mm et 300 mm, le phénomène de l'effet d'échelle crée certainement une distorsion des valeurs calculées de V_r lorsque celui-ci augmente au-delà de 500 KN, .

Ainsi nous nous proposons de normaliser les valeurs de toutes les variables à travers une linéarisation logarithmique de l'équation de telle sorte que la variation de chaque paramètre expliqué et explicative évolue dans un intervalle commun à tous.

9. EQUATION LOGARITHMIQUE DE REGRESSION LINEAIRE SUR V_r

L'effort limite ultime V_r peut s'écrire :

$$\begin{aligned} V_r &= a + \sum_1^n b_i \cdot X_i \Rightarrow \log V_r = \log (a + \sum_1^n b_i \cdot X_i) \\ &= \log(a) + \log (b_i \cdot X_i) = \text{Log}(a) + \sum_1^n b_i \cdot \log(X_i) \end{aligned} \quad (5.19)$$

L'équation (5.19) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Z = C + \sum_1^n b_i \cdot \varphi_i \quad \text{avec} \quad Z = \log V_r ; \log(a) = C ; \log(X_i) = \varphi_i \quad (5.20)$$

Pour revenir à la variable V_r on utilise un artifice mathématique sur (5.20) :

$$\begin{aligned} \text{Exp}(Z) &= \text{Exp}(C + \sum_1^n b_i \cdot \varphi_i) \\ \Rightarrow V_r &= \text{Exp}(c) \cdot \text{Exp}(\sum_1^n b_i \cdot \varphi_i) = a \cdot X_1^{b_1} \dots X_i^{b(i)} \end{aligned} \quad (5.21)$$

9.1. ETUDE DE LIAISON ENTRE LES VARIABLES DE REGRESSION

Pour apprécier qualitativement le degré de liaison entre les variables explicatives et la variable expliquée V_r on calcule le coefficient de corrélation partielle de chacune des variables entre elle deux à deux.

Tableau 5.9 : Matrice de corrélation

Variabes	Lnd	lnra/rb	lnfc	Lnu	Lndmax	Lnro	Lnvr
Lnd	1,000	-0,228	0,015	0,761	0,299	-0,216	0,909
lnra/rb	-0,228	1,000	0,403	-0,566	-0,260	0,221	-0,272
lnfc	0,015	0,403	1,000	-0,240	-0,397	0,093	0,179
Lnu	0,761	-0,566	-0,240	1,000	0,382	-0,083	0,761
Lndmax	0,299	-0,260	-0,397	0,382	1,000	0,039	0,291
Lnro	-0,216	0,221	0,093	-0,083	0,039	1,000	0,045
Lnvr	0,909	-0,272	0,179	0,761	0,291	0,045	1,000

9.2 TEST DE NON REGRESSION

Pour ce test on calcule la valeur F de Fisher qui évalue la dépendance entre deux variables Y observé et Y^* calculé avec une probabilité de 95%

$$\text{Test } H_0 : \sum_1^6 b_i = 0$$

$$H_1 : \sum_1^6 b_i \neq 0$$

Analyse de la variance

Source	DDL	Somme carrés	Moyenne carrés	F	Pr > F
Modèle	6	118,768	19,795	578,110	< 0,0001
Erreur	194	6,643	0,034		
Total corrigé	200	125,410			

$$F_{(6,194)}^{0.95} = 1.415 < F=578,110 \Rightarrow \sum_1^6 b_i \neq 0 \text{ Donc la régression de Y sur X existe}$$

Le coefficient de détermination est $R^2 = 0.947$

9.3. ESTIMATIONS DES PARAMETRES DE REGRESSION POUR L'EQUATION A 6 VARIABLES

Une fois le test terminé, on peut calculer les coefficients de régression en utilisant l'équation (5.12) pour laquelle les résultats sont écrits dans le tableau suivant :

Tableau 5.10 : Paramètres du modèle

Source	Valeur	Erreur standard	T	Pr > t	Borne inférieure (95%)	Borne supérieure (95%)
Constante	-3,563	0,425	-8,379	< 0,0001	-4,402	-2,724
Lnd	1,479	0,054	27,386	< 0,0001	1,372	1,585
lnra/rb	-0,323	0,043	-7,484	< 0,0001	-0,409	-0,238
lnfc	0,407	0,031	12,922	< 0,0001	0,344	0,469
lnu	0,187	0,073	2,548	0,012	0,042	0,331
lnDmax	0,100	0,035	2,836	0,005	0,031	0,170
lnro	0,305	0,023	13,410	< 0,0001	0,260	0,350

9.4. EQUATION GENERALE DU MODELE

La modélisation de l'effort de rupture par régression sur toutes les variables explicatives donne l'équation suivante

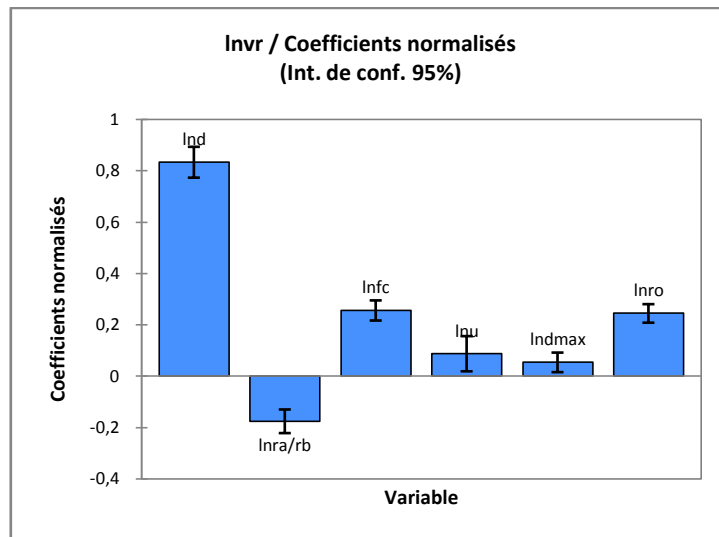
$$\lnvr = -3,56 + 1,48 \cdot \ln d - 0,32 \cdot \ln ra/rb + 0,40 \cdot \ln fc + 0,187 \cdot \ln u + 0,10 \cdot \ln Dmax + 0,30 \cdot \ln p$$

(5.22)

Le coefficient de détermination cette équation est :

$$\underline{\underline{R^2 = 0,947}}$$

Les coefficients normalisés des variables explicatives sont :



A travers cette histogramme on remarque que pratiquement toutes les variables contribuent à expliqué V_R à des niveaux différents, et pour confirmer cette remarque on utilise des méthodes appropriées comme la méthode pas à pas (stepwise) afin d'optimiser l'équation de régression dont le résumé des calculs est présenté .

9.6 CHOIX DES VARIABLES

Comme précédemment, on étudie l'influence du retrait d'une variable de l'équation générale et calculée à travers l'analyse de type III SS (Sum of Squares) basé sur le test de Fisher entre deux variables Y^* et Y^{**} telle que l'une est l'équation complète et l'autre avec la variable retranchée. Cette étude est visualisée dans le tableau suivant analyse :

Tableau 5.11: *Analyse Type III Sum of Squares*

Source	DDL	Somme des carrés	F	Pr > F
Lnd	1	25,419	742,366	< 0,0001
lnra/rb	1	1,898	55,438	< 0,0001
Lnfc	1	5,659	165,263	< 0,0001
Lnu	1	0,220	6,429	0,012
Indmax	1	0,273	7,962	0,005
Lnro	1	6,094	177,989	< 0,0001

Conclusion :

les paramètres important par ordre dégressive d'influence sont :

d , ρ ,Fc ,ra/rb ,D_{Max} ,U

9.7 REGRESSION DE LA VARIABLE VR**Tableau 5.12 :** Synthèse de la sélection des variables :

Nb. variables	De Variables	Variable IN/OUT	Statut	MCE	R ²	R ² ajusté
1	Lnd	Lnd	IN	0,109	0,827	0,826
2	lnd / lnro	Lnro	IN	0,071	0,888	0,887
3	lnd / lnfc / lnro	Lnfc	IN	0,059	0,908	0,907
4	lnd / lnra/rb / lnfc / lnro	lnra/rb	IN	0,037	0,943	0,942
5	lnd / lnra/rb / lnfc / lndmax / lnro	lndmax	IN	0,035	0,945	0,944
6	lnd / lnra/rb / lnfc / lnu / lndmax / lnro	Lnu	IN	0,034	0,947	0,945

9.8 PARAMETRES DU MODELE :

Paramètres du modèle de régression stepwise à 6 variables avec pour chaque constante l'intervalle de confiance à 95% de fiabilité.

Tableau 5.13 : Paramètres du modèle

Source	Valeur	Erreur standard	T	Pr > t	Borne inférieure (95%)	Borne supérieure (95%)
Constante	-3,563	0,427	-8,336	< 0,0001	-4,406	-2,720
Lnd	1,479	0,054	27,246	< 0,0001	1,372	1,586
lnra/rb	-0,323	0,043	-7,446	< 0,0001	-0,409	-0,238
lnfc	0,407	0,032	12,855	< 0,0001	0,344	0,469
lnu	0,187	0,074	2,535	0,012	0,041	0,332
Lndmax	0,100	0,036	2,822	0,005	0,030	0,170
Lnro	0,305	0,023	13,341	< 0,0001	0,260	0,350

**9.9 EQUATION DE REGRESSION PAR 6 VARIABLES EXPLICATIVE DU
POINÇONNEMENT PAR CISAILLEMENT**

Équation du modèle :

$$\ln V_r = -3,56 + 1,48 \cdot \ln d - 0,32 \cdot \ln r_a/r_b + 0,40 \cdot \ln f_c + 0,187 \cdot \ln u + 0,10 \cdot \ln D_{\max} + 0,30 \cdot \ln \rho$$

[KN]

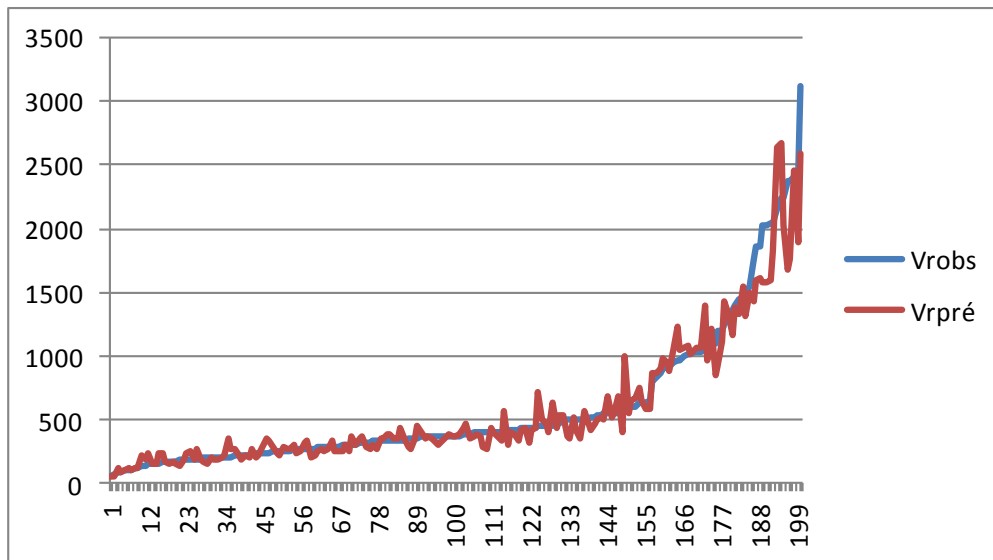
(5.23)

D'où en utilisant la transformation de l'équation (5.21) sur l'équation (5.23) de Log (V_r) on obtient :

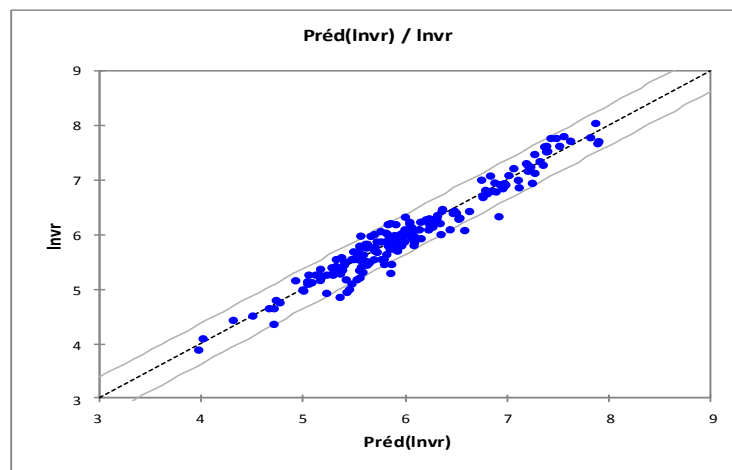
$V_r = 28,4E^{-3} \cdot (d)^{1,48} \cdot (r_a/r_b)^{0,32} \cdot (F_c)^{0,40} \cdot (U)^{0,187} \cdot (D_{\max})^{0,1} \cdot (\rho)^{0,3}$	[KN]
---	------

(5.24)

Une présentation visuelle des données observées et simulées par l'équation (5.26) nous permet de juger et d'apprécier la pertinence du modèle.



(5.16a)



(5.16b)

Figure (5.16) : représentation graphique de la valeur observé $Vr_{observé}$ et simulée $Vr_{prédit}$

Au regard de ces courbes on constate une très bonne convergence entre les valeurs observées et simulées sur les graphes des **Figures** (5.16) traduite par une très bonne représentation linéaire des valeurs calculées **Figure** (5.16b) meilleure que celle obtenue par l'étude précédente **Figure** (5.14b). Cependant pour confirmer cette remarque le calcul des statistiques est nécessaire.

L'équation (5.24) est pénalisée par des statistiques relatives à l'ajustement du modèle de régression sur V_r telles que :

Coefficients d'ajustement sur le modèle :

Coefficients d'ajustement	
Observations	203,000
Somme des poids	203,000
DDL	196,000
R²	0,947
R² ajusté	0,945
MCE	271732,8
RMCE	521,28
ERR	14

Pour terminer on effectue une représentation graphique des résidus normalisés de l'équation (5.24)

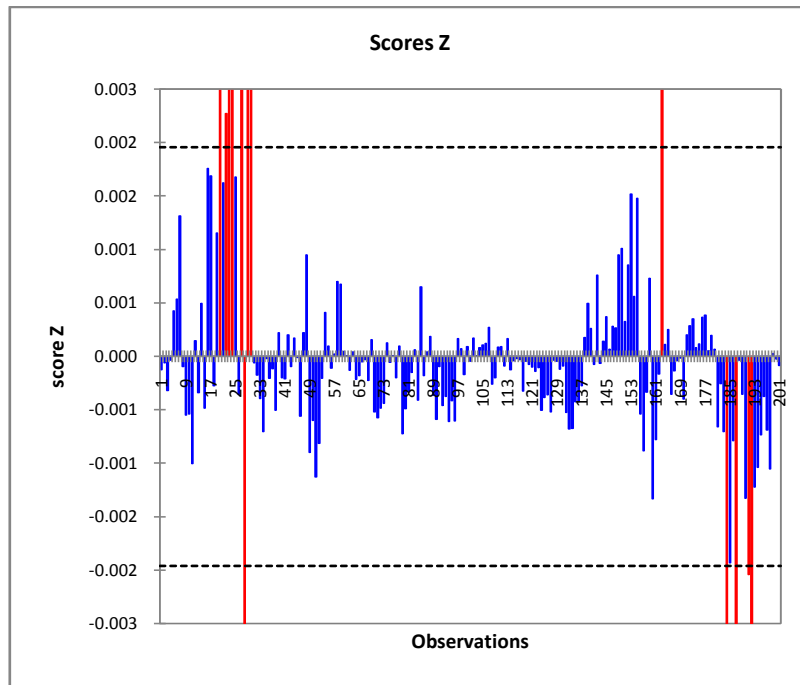


Figure (5.17) : représentation des résidus normalisés de $(Vr_{obs} - Vr_{pred})$

D'autre part la représentation des résultats de l'effort de rupture Vr_{sim} avec un intervalle de confiance de 95% selon l'équation (5.15) est représentée graphiquement comme suit :

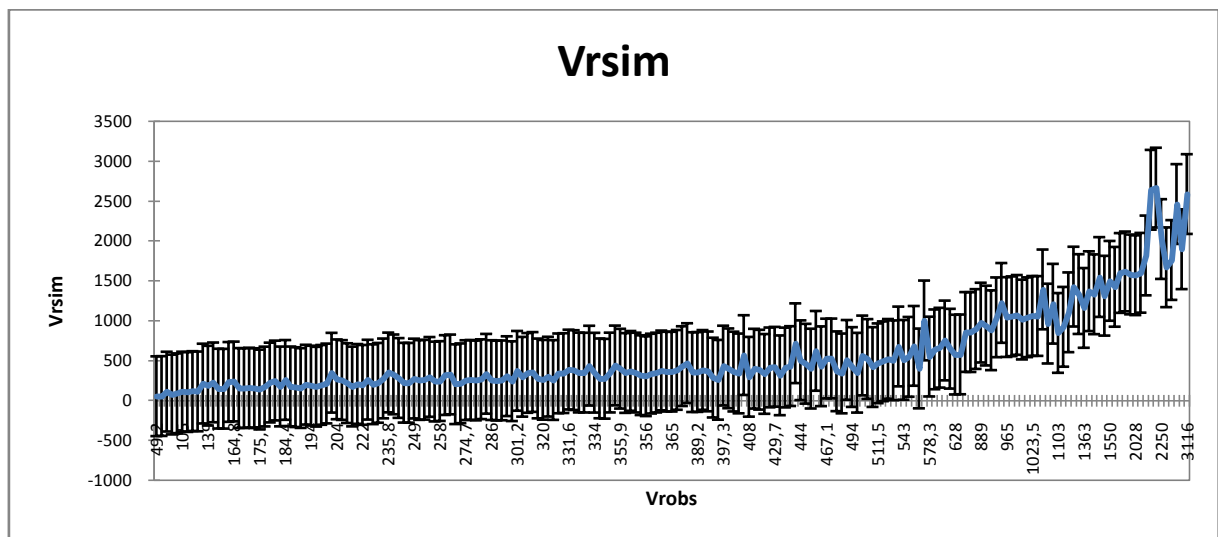


Figure 18 : résultats simulées avec leurs intervalles de confiance

10. CONCLUSION

On constate, aisément pour cette partie, que les 6 variables explicatives « d », « ra/rb », « U », « Dmax », « fc » et « ρ » sont d'abord prise dans l'élaboration de l'équation de régression sur V_r (5.17) , et donne une bonne convergence ($R^2=0.867$).

Cependant une équation optimale à 4 variables « d », « ra/rb », « Fc », « ρ » est calculée (5.18) par une méthode de régression pas à pas, où on obtient la même convergence ($R^2=0.867$). Cette équation, bien que apparemment très intéressante, présente l'inconvénient d'une divergence des résultats pour des efforts de ruptures important V_r exprimé par une erreur de 22 %. Constatation faite visuellement par les graphiques figures (5.14) ,et la représentation des résidus normalisés figure (5.15) , où on voit clairement que les résidus subissent plusieurs pics représentés en rouge avec une bande moyenne assez épaisse.

Cette divergence est due essentiellement aux grandeurs très différentes des valeurs d'entrées des variables explicatives et de la variable expliqué V_r de tel sorte , que si la variation d'un paramètre explicatif donné n'a pas le même ordre de grandeur que la variable expliqué , il peut perdre sa pertinence dans l'équation ,même si cela est faux dans la réalité . Ce phénomène diminue la qualité de modélisation et augmente l'erreur de prédiction.

Pour éviter ce problème il faut impérativement normaliser les données d'entrées .Cette démarche, est introduite dans la méthode par l'équation logarithmique à 6 variables (5.22) où tous les paramètres expliqués et explicatifs ont les mêmes grandeurs.

Une étude de régression pas à pas est effectuée pour évaluer la pertinence de chaque paramètre explicatif sur la variable expliquée, l'effort de rupture V_r .

Cette étude nous révèle que les six variables « d », « ra/rb », « Fc », « U », « Dmax », « ρ », introduites une à une dans l'équation de régression, ont toutes une influence direct ou indirect sur le phénomène de poinçonnement des dalles . Cette liaison est traduite par l'équation de V_r (5.24), après transformation, est présente une très bonne convergence de ($R^2=0,947$) supérieure à la convergence de l'équation (5,22).

De plus l'erreur (Err=22%) calculée de l'équation (5.22) est supérieure à celle de l'équation (5.24) qui est (Err=14%). Cette constatation est confirmée par les graphes des résidus normalisés (5.12) et (5.14) où les pics qui représentent une divergence entre les valeurs observées et prédits, sont plus importants dans l'équation de régression (5.22) que l'équation (5.24).

En fin, le choix définitif d'une équation de régression linéaire multiple de la variable V_r sur toutes les variables explicatives s'impose.

Ainsi à la lumière de toutes les conclusions passées, il apparaît évident que la seule équation assez robuste pour prendre en charge la problématique du phénomène du poinçonnement des dalles en béton armé est, incontestablement, l'équation de régression multiple (5.24).

Pour terminer cette étude, nous nous proposons de faire une rétrospective générale sur tous les résultats obtenus à travers cette recherche sous forme de tableau [5.9], pour enfin commenter et conclure.

Tableau 5.14 récapitulatif sur l'ensemble de l'échantillon

Erreur	Neuro-Flou	Régression I	Les normes		
			CBA93 Algérie	ACI 318-08 Amérique	SIA262 Suisse
Err	13.15	14.2	62.2	55.85	33.45
Nash	94.4	88.39	38.8	25.2	66.45
Rflou	97.2	94.7	83.4	88.35	89.5

CONCLUSION GENERALE

ET PERSPECTIVES

La résistance au poinçonnement des dalles en béton armé et en béton haute performance est un thème très actuel. Des accidents récents ont montré la dangerosité du phénomène, caractérisé par une rupture fragile difficile à prévoir et qui conduit à une propagation rapide de la rupture avec effondrement complet de la dalle si des mesures constructives adéquates ne sont pas prises.

Bien que le phénomène du poinçonnement des dalles en béton armé est étudié intensivement depuis les années '60', le problème ne peut pas encore être considéré comme résolu.

En effet les modèles à disposition sont encore largement basés sur une approche empirique, cependant des phénomènes importants, comme par exemple l'effet de taille, l'effet du confinement dans les planchers-dalles ou l'effet d'une variation thermique en cas d'incendie ne sont pas encore complètement expliqués et leur modélisation reste très rudimentaire.

Une approche pragmatique de dimensionnement, basée sur la vérification d'un effort de cisaillement nominal (mesuré sur un périmètre dit critique) comparé avec une résistance obtenue par des méthodes empiriques, s'est imposée dans presque toutes les normes par sa simplicité. Les essais montrent que d'autres paramètres tels que le taux d'armature, la force de précontrainte et l'effet d'échelle ont néanmoins une influence sur la résistance nominale. Même si l'approche empirique utilisée dans les normes est suffisante pour les tâches de dimensionnement usuelles dans la pratique de l'ingénieur, une meilleure compréhension du phénomène est indispensable pour concevoir des solutions constructives plus performantes et aptes à répondre aux exigences de la construction moderne.

En outre, un modèle puissant, pouvant prendre en compte toutes les incertitudes liées à la géométrie et au matériau utilisé, est capable de déterminer la charge de poinçonnement dans des conditions particulières et avec une précision meilleure pour les cas usuels est indispensable lors de l'évaluation de la capacité portante de structures existantes.

Conclusion générale et perspective

Dans le cadre d'une contribution dans ce domaine, une nouvelle procédure pour évaluer l'effort limite de rupture par poinçonnement des dalles en béton armé est développée.

Ainsi deux nouvelles méthodes de conception prédictives sont présentées. La première explorée est une méthode hybride, basée sur une approche méta-euristique de réseaux de neurones artificiels et d'apprentissage flous appelé Neuro-Flou. La deuxième est une méthode déterministe basée sur une approche statistique de régression linéaire sur l'effort limite de rupture.

Effectivement le phénomène du comportement des dalles en béton armé sous une charge poinçonnante est un mécanisme de rupture fragile et aléatoire, dépendant directement de la nature même du matériau qui est fortement hétérogène (béton armé) .

La complexité de prévoir la charge limite de rupture d'une dalle en poinçonnement, ou en d'autres termes, sa capacité portante, est liée directement au comportement microscopique du béton armé qui génère sous un chargement quelconque, des fissures internes impossible à voir et à prévoir. Ce phénomène contribue à la dégradation de la portance de la dalle et donc à sa rupture soudaine.

Ainsi au vue de la complexité et de la difficulté à modéliser ce phénomène ou de le mettre sous une forme mathématique classique, les réseaux de neurones artificiels se présentent comme étant un candidat de choix pour résoudre ce problème fortement non linéaire.

Cependant l'inconvénient de cette méthode est de disposer d'un échantillon de données de taille suffisamment grande et bien représentative du problème étudié.

Pour cette étude nous avons utilisé 280 spécimens, de dalles d'essais sur le poinçonnement, tirés de la littérature dont l'exploitation est mise en œuvre sous la forme d'un logiciel de modélisation Neuro-Flou avec 194 essais pour l'apprentissage et 86 essais pour la validation. Ce modèle a été sanctionné par des critères de validation statistiques.

Pour mieux apprécier la qualité et la stabilité de la simulation, nous avons déroulé chaque donnée du bloc d'apprentissage dans le bloc de validation (aucune valeur n'apparaît simultanément dans les deux blocs) , et nous avons estimé l'erreur sur celui-ci, et sur l'ensemble de l'échantillon simulé. Des résultats très satisfaisant sont obtenus.

Une comparaison a été effectuée avec certaines normes représentatives actuelles. Le modèle neuro-flou enregistre une très grande précision de prédictions de la résistance au cisaillement par poinçonnement avec une erreur moyenne de 13% contrairement à tous

Conclusion générale et perspective

les codes de conception étudiés (ACI318,SIA262,CBA93) où l'erreur varie de 30 à 60 pour cent ce qui génère un surplus de dimensionnement et donc un surcoût certain.

Une étude paramétrique sur les principaux paramètres d'interactions du phénomène, démontre que le modèle respecte le mécanisme fondamental de rupture par poinçonnement tel que décrit par plusieurs chercheurs.

Une deuxième méthode de conception plus conviviale et simple d'utilisation est présentée, celle-ci est basée sur un modèle de régression linéaire multiple de type modélisation prédictive paramétriques, elle prend en charge tous les paramètres matérielles et géométriques interagissant dans le phénomène.

Une étude approfondie est effectuée, pour évaluer la pertinence de chaque paramètre explicatif dans la régression de la variable V_r , où, enfin, une équation optimale est évaluée sur la base de certains critères de convergence statistiques.

En conclusion on peut affirmer que le modèle Neuro-Flou peut être pris comme une méthode alternative aux approches empiriques simple des différents codes de conception dans la limite de son application. Cependant la deuxième équation développée en régression linéaire (6.26), et malgré sa simplicité, offre au concepteur une aussi bonne précision par rapport aux normes usuels avec une erreur compétitive de 14 pour cent.

Bien évidemment, l'ensemble de ces travaux ne saurait être vu comme un travail achevé car beaucoup de questions restent à approfondir. Parmi elles certaines peuvent être des recommandations qui pourraient constituer une suite à ce travail, ou des thèmes non exhaustives pour des recherches futures.

Ainsi on peut étendre le développement de ce modèle à plusieurs cas existant où la problématique est toujours aussi présente et les recherche sont toujours en cours.

Extension du modèle développé à l'étude au :

- * poinçonnement des dalles avec armatures de cisaillement.
- *poinçonnement des dalles en précontraintes.
- *poinçonnement des dalles avec des colonnes de bords ou d'angles.
- *poinçonnement des dalles en béton fibré.
- *poinçonnement des dalles sous l'effet thermique.
- *poinçonnement des radiers

Et bien d'autres..

Références

- [01] Abdalla.J.A , Abdelwahab.A, Sanousi.A (2005) , "Prediction of shear strength of reinforced concrete beams using artificial neural network,"*Proceedings of the First Int Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization*, Sharjah, UAE, February 1-3,
- [02] **ACI 318-08** (2008), "Building Code Requirements for Structural Concrete", *American Concrete*
- [03] Adhikary B.B. , Mutsuyoshi.H (2004)," Artificial neural networks for the prediction of shear capacity of steel plate strengthened RC beams", *Constr. Build. Mater.* 18, 409–417.
- [04] Alqedra M.A, Ashour A.F.(2005),"Prediction of shear capacity of single anchors located near a concrete edge using neural networks." *Comput Struct* ;83:2495–502.
- [05] Alam J.A.K.M,Khan M.A and Salek M.S,(2009) An"Experimental Study on punching shear behavior of concrete slab "*Advances in Structural Engineering* Vol 12 N°2 ;pp 257-265.
- [06] Albert, M. (1992). "Les réseaux de neurones comme outils d'aide à la décision floue" , *Rapport de D.E.A*, Ingénierie Informatique I.N.S.A de Lyon 64 p
- [07] Bažant, Z. P., and Cao, Z.,(1987) "Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs," *ACI Struct Journal*, V. 84, No. 1, Jan.-Feb. , pp. 44-53.
- [08] Baltimore (MD), (1992). Glorennec, P. Y. (1991)." Un réseau neuro flou évolutif. In *Neuro-Nimes* ", pages 301-314, Nimes (FR), 1991.
- [09] Bach C., Graf O.,(1915) "Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten", *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, Stuttgart, Allemagne, .
- [10] Bernaert,M; Puech,M (1966), "Compte rendu des travaux du groupe de travaille poinçonnement ",Comité Européen du Béton :Dalle ,structure plane".*CEB-Bull.d'information* N°57,Paris
- [11] Beutel, R.; Hegger, J. (2000a),"Punching Behaviour of Shear Reinforced Flat Slabs atInterior Columns – Effective and Economic Shear Systems", *Inter Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Royal Institute of Technology*,Stockholm, ,pp.171-179.
- [12] Benoit E. (1993). "Capteurs symboliques et capteurs flous : un nouveau pas vers l'intelligence artificielle ". *Thèse de Doctorat*, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- [13] Bersini H. et V. gorrini. (1993). "Fuzzy or neural net methods for adaptive process control". *Proceedings of EUFIT*, Allemagne, 55-61.
- [14] Berenji H. R. et Khedar. P. (1992). "Learning and tuning fuzzy logic controllers through reinforcement ". *IEEE Trans. on Neural Networks*, 3(5):724{740, 1992.
- [15] Berenji R., Malkani A. Et C. Copeland. (1985)." Tether control using fuzzy reinforcement learning ", *IEEE/IFES*, Yokohama, Japan, 1315-1319.
- [16] Bhatt P, Agar TJA. ,(2000),"A neural network for predicting the punching shear strength of internal column-flat slab junctions without shear reinforcement" *Int workshop on punching shear capacity of RC slabs.* , 57,p. 39–46.
- [17] Binici B., Bayrak O.(2003), "Punching Shear Strengthening of Reinforced Concrete Flat Plates Using Carbon Fiber Reinforced Polymers," *Jr of Struct Eng*, ASCE, Vol.129, N.9, Etats-Unis, septembre, pp. 1173-1182.

- [18] Bouchon-Meunier B. (1995). "La logique floue et ses applications", Addison-Wesley France, Paris.
- [19] Broms C. E., (1990) "Punching of Flat Plates - A Question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect", *ACI Structural Journal*, Vol.87, pp. 292-304, Etats-Unis.
- [20] Caglar N, Elmas M, Yaman ZD, Saribiyik M.(2008)," Neural networks in 3-dimensional dynamic analysis of reinforced concrete buildings". *Constr Build Mater* ;22:788–800.
- [21] Caglar N. (2009)"Neural network based approach for determining the shear strength circular reinforced concrete columns." *Constr Build Mater* ;23:3225–32.
- [22] **CBA 93** (1999), "Règles de conception et de calcul des structures en béton armé" ,Algérie,
- [23] **CEB**, "Punching Shear in Reinforced Concrete", CEB (Comité euro-international du béton), Thomas Telford Publishing, State of the Art Report, *Bulletin d'information* N°168, Lausanne, Suisse, janvier, **1985**.
- [24] Choi K, Taha M, Sherif A.(2007)" Simplified punching shear design method for slab–column connections using fuzzy learning." *ACI Struct J* ;104(4):438–47.
- [25] Comité Euro–International Du Béton–Fédération de la Précontrainte (CEB–FIP).(1990) Model Code. Bulletin D'Information No. 203–305. Lausanne,Switzerland;
- [26] Corley,G.;Hawkins,N.M.(1968):"Shear head reinforcement for slabs," *ACI Journ.V.(65)* ,N°.10,pp811-824;
- [27] Dahou Z, Sbartai ZM, Castel A, Ghomari F.(2009)," Artificial neural network model for steel-concrete bond prediction". *Eng Struct* ;31:1724–33.
- [28] Dieterle, H.; Rostasy, F.S.(1981) , "Versuche an quadratischen Einzelfundamente mit und ohne Schubbewehrung", *Bericht über das Forschungsvorhaben V 175*, Otto-Graf- Institut, Universität Stuttgart.
- [29] Dreyfus, G. (2004). "Réseaux de neurones, Méthodologie et Application" *EYROLLES*, 2004 pp 01-65 Fiesler,E. 1994.
- [30] Dreyfus.C,Martinez .M,Samuelides .M,Badran.S, (2002) « Réseaux de neurones : méthodologie et applications »*Eyrolles* 2002
- [31] Driankov D., Hellendoom H. et M. Reinfrank, (1993). " An introduction to fuzzy control, Springer- " Verlag.
- [32] Elshafey AA et al.(2011),"Prediction of punching shear strength of two-way slabs".*Eng Struct*
- [33] El-Chabib.H. , Nehdi.M, Said.A,(2005) "Predicting shear capacity of NSC and HSC slender beams without stirrups using artificial intelligence", *Comput. Concr. 2* (1) 79–96.
- [34] Elstner R, Hognestad E. (1956)"Shearing strength of reinforced concrete slabs." *ACI J Proc* ;53(1):29–58.
- [35] Erdem H.(2010) "Prediction of the moment capacity of reinforced concrete slabs in fire using artificial neural networks". *Adv Eng Software* ;41:270–6.
- [36] **FIB**, "Punching of structural concrete slabs", *Fib bulletin 12* (fédération internationale du béton), Lausanne, Suisse, avril, **2001**.
- [37] Gardner N.(1990)," Relationship of the punching shear capacity of reinforced concrete slabs with concrete strength". *ACI Struct J* ;87(1):66–71.

- [38] Georgopoulos T., "protection contre l'effondrement progressif avec la prise en compte de la charge de poinçonnement dans l'angle intérieur de la colonne" ,, *Thèse de doctorat*, München, Allemagne, **1986**.
- [39] Gomes.H.M, Awruch.A.M,(2004)," Comparison of response surface and neural network with other methods for structural reliability analysis", *Struct. Saf.* 26 , 49–67.
- [40] Goh.A.T.C,(1995) , "Prediction of ultimate shear strength of deep beams using neural networks", *ACI Struct. J.* 92 (1) , 28–32.
- [41] Guandalini S, Muttoni A.(2004)" Symmetrical punching tests on slabs without transverse reinforcement." *Test Report. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne. Switzerland;* . 85 pp.
- [42] Guandalini S, Muttoni ,Suisse,(2009)" Puching Test of Slabs with low reinforcement Ration " *ACI Struct. J.* (106):87-95
- [43] Hadi.M,(2003)," Neural networks applications in concrete structures", *Comput. Struct.* 81 373–381.
- [44] Hallgren M.(1996)," Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs.", *Bulletin 23, depart of Struct Eng Royal Institute of Technology.* Stockholm; . 206 pp.
- [45] Hallgren, M.; Kinnunen, S.; Nylander, B. (1983, 1998), “Punching Shear Tests on Column Footings”, *Technical Report* , *Dept. of Struct Eng, Royal Institute of Technology*, Stockholm, :3, 22 pp.
- [46] Harajli M. H., Soudki K. A.,(2003) , " Shear Strengthening of Interior Slab-Column Connections Using Carbon Fiber-Reinforced Polymer Sheets", *Journal of Composites for Construction*, ASCE,Vol.7, N.2, Etats-Unis, mai, pp. 145-153.
- [47] Hegger, J.; Beutel, R.; Goralski, C.; Bertram, G. ,(2001), “Versuchsbericht zum Durchstanzen mit halfen HDB-N-Ankern als Durchstanzbewehrung im Bereich von Innenstützen”, RWTH,Aachen .
- [48] Hess U., Jensen B. C., Braestrup M. W., Nielsen M. P., Bach F.,"Punching shear in reinforced concrete slabs ", *Technical University of Denmark (DTU) Rapport*, R-90, Copenhagen, Danemark, **1978**.
- [49] Holmgren B. J., "Punching Research History at KTH", *International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs*, Dedicated to Prof. Sven Kinnunen, KTH Bulletin 57, pp. 1-12, Suède, **2000**.
- [50] Jang, J-S. R. and Sun, C-T. (1995). "Neuro-fuzzy modelling and control". *Proc. of the IEEE*, 83(3):378-406, 1995.
- [51] Jang J. (1993). "ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy Inference Systems". *IEEE SMC*, 23, 665-685.
- [52] Kawamura K, Miyamoto A, Frangopol DM, Kimura R.(2003),"Performance evaluation of concrete slabs of existing bridges using neural networks". *Eng Struct* 25:, 1455–77.
- [53] Kinnunen S, Nylander H.,(1960) "Punching of concrete slabs without shear reinforcement.",*Transactions No. 158. Royal Institute of Technology.* Stockholm, Sweden; 112 pp.
- [54] Krueger G., (1999), "Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles", EPFL, *Thèse de doctorat* N. 2064, Lausanne, Suisse,

- [55] Ladner, M. (1973), "Einfluss der Maßstabgröße bei Durchstanzversuchen - Ableitung eines begründeten Übertragungsgesetzes". *Material und Technik* 8, -60-68
- [56] Ladner, M.; Schaeidt, W.; Gut, S. (1977), "Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken". *Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt*, Bericht Nr. 205, Dübendorf
- [57] Lovrovich, D. I.; Phan, L. T.; Lew, H. S.; White, R. N. (1990) "punching shear behavior of lightweight concrete slabs and shells" *ACI Structure Journal*, S. 386-392,
- [58] Mamdani E. H. (1974). "Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic Plant". *Proceedings of the IEE Control and Science*, 121, 12, 1585-1588.
- [59] Mansour, M. Y., Dicleli, M., Lee, J. Y., Zhang, J. (2004), "Predicting the shear strength of reinforced concrete beams using artificial neural networks," *Eng. Struct.* 26 781-799.
- [60] Manterola J. (1966), "Punzonamiento de placas sin armadura de esfuerzo cortante (mecanismos de redistribución de esfuerzos y rotura)", *Instituto "Eduardo Torroja" de la Construcción y del Cemento*, pp. 71-97.
- [61] MAMDANI E. H. (1974). "Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic Plant". *Proceedings of the IEE Control and Science*, 121, 12, 1585-1588.
- [62] Maillart R., "Une forme de la version suisse de la Dalle Champignons plafond", Genève, Suisse, **1926**.
- [63] Marzouk H, Hussein A. (1991) "Experimental investigation on the behavior of high strength concrete slabs." *ACI Struct J*, 88(6):701-13.
- [64] Marti P., "Gleichgewichtslösungen für Flachdecken", *Schweizer Ingenieur und Architekt*, Vol. 99, pp. 799-809, Suisse, **1981**.
- [65] Matthys S., Taerwe L., "Concrete Slabs Reinforced with FRP Grids. Part II: Punching Resistance", *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 4, N. 3, pp. 154-161, Belgique, août, **2000**.
- [66] Menétrey P., "Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures", *Thèse de doctorat*, EPFL, Lausanne, Suisse, **1994**.
- [67] Moe J. (1961), "Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Development" *Depart Bulletin No. D47. Portland Cement Association*. Skokie; 130 pp
- [68] Mohamedzein, Y. E. A., Ibrahim, O. I., Abdalla, J. A. (2003) "Structural member sizing using artificial neural network.", *The Ninth Arab Structural Engineering Conference*, Abu Dhabi, UAE.
- [69] Muttoni A., (1990) "Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton", Birkhäuser Verlag, *Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich*, Basel, Suisse,
- [70] Nauck, D. et Kruse, R. (1993). "A fuzzy neural network learning fuzzy control rules and membership functions by fuzzy error back propagation". *In Proc. of the Int. Conf. On Neural Networks*, volume 2, pages 1022-1027, San Francisco (CA), 1993.
- [71] Nielsen M. P., (2000), "Plasticity Approach to Punching Shear in Reinforced Concrete", *International workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs*, *KTH Bulletin 57, Denmark*, pp. 13-25.
- [72] Nölting D., "Das Durchstanzverhalten von Platten aus Stahlbeton - Tragverhalten, Berechnung, Bemessung", *Thèse de doctorat*, Braunschweig, Allemagne, **1984**.

- [73] Oreta.A.W.C.(2004) ," Simulating size effect on shear strength of RC beams without stirrups using neural networks", *Eng. Struct.* 26 ,681–691.
- [74] Pendharkar U, Chaudhary S, Nagpal AK. (2007),"Neural network for bending moment in continuous composite beams considering cracking and time effects in concrete." *Eng Struct* ;29:2069–79.
- [75] Pralong, J., (1981),"Poinçonnement Symétrique des Plachers-Dalles," *IBK Bericht No. 131, Insitut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich,*
- [76] Pralong J., Brändli W., Thürlimann B.,(1979)," Durchstanzersuche an Stahlbeton und Spannbetonplatten, Birkhäuser Verlag," *Inst für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich,N.7,305-3, Suisse.*
- [77] Ramdane K. (1996),"Punching shear of high performance concrete slabs". *In Proceedings of the 4th international symposium on utilization of high strength high performance concrete.* Paris;. p. 1015–26.
- [78] Rankin G, Long A. (1987),"Predicting the punching strength of conventional slab–column specimens". *Proc Instit Civ Eng, Part 1* ;82:327–46.
- [79] Regan P, Walker P, Zakaria K. (1979),"Tests of reinforced concrete flat slabs". *CIRIA Project No. RP 220.* Polytechnic of Central London; .
- [80] Sanad.A , Saka.M.P,(2001)," Prediction of ultimate shear strength of reinforced concrete deep beams using neural networks", *J. Struct. Eng. ASCE* 127 (7) 818–828.
- [81] Schäfers U., (1984),"Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von balkenlosen stahlbetondecken im Bereich von Innenstützen", *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton,* , Berlin, Allemagne,
- [82] Shehata I. A. E. M., Theory of punching in reinforced concrete slabs, *Thèse de doctorat,* Polytechnic of Central London, Royaume-Uni, **1985.**
- [83] **SIA 262** (2008), "Construction en béton", *Société Suisse des Ingénieurs et des Architectes,* Norme suisse SN 505 262, Suisse,
- [84] Sundquist, H.; Kinnunen, S.(2004a,b) , "The effect of large column section and slab thickness taper on the punching shear capacity of flat slabs", Bulletin No. 81, Dept. of Civil and Architectural Engineering, *Royal Institute of Technology,* Stockholm, ,42 pp.
- [85] Sugeno M. (1985). "Industrial applications of fuzzy control", *Elsevier sciences publications.*
- [86] Takagi.T and Sugeno.M,(1985), "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," , vol. 15, pp. 116-132, .
- [87] Talbot A. N.,(1913) Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin 67, Etats-Unis, .
- [88] Tolf P. (1988),"Plattjocklekens inverkan pøa betongplattors høallfasthet vid genomstansning Försök med cirkulära platter". *Bulletin No. 146. Department of Structural Mechanics and Engineering. Royal Institute of Technology.* Stockholm,64 pp.
- [89] Tomaszewicz A.(1993)," Punching shear capacity of reinforced concrete slabs. High Strength Concrete "SP2-Plates and Shells. Report 2.3. Report No. STF70A93082. SINTEF. Trondheim; 36 pp.
- [90] Timm, M.(2004)"Durchstanzen von Bodenplatten unter rotations symmetrischer belastung",*Deutscher Ausschuss für Stahlbeton,* Heft 547, Berlin, 162 pp.*Deutscher .*

- [91] Touzet. (1992). "Les Réseaux de Neurones Artificiels – Introduction au Connexionnisme. cours- exercices- et travaux pratiques"
- [92] Waszczyszyn.Z , Ziemianski.L,(2001)," Neural networks in mechanics of structures and materials—new results and prospects of applications", *Comput. Struct.* 79 , 2261–2276.
- [93] Widrow, B. (1962). " Generalization and information storage in networks of « Adaline »". In *Self-Organizing Systems*, Eds. M.C. Yovits, G.T. Jacobi et G.D. Goldstein, Washington, 435-461.
- [94] Yitzhaki D.(1966)," Punching strength of reinforced concrete slabs. "**ACI J Proc** ;63(5):527–40.
- [95] Yh-Shing Roger Jang (1993) "ANFIS : Adap tive-Ne twork-Based Fuzzy Inference System "; *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern*,vol. 23 , NO. 3, 5. , p-65.
- [96] Zadeh L. (1965). "Fuzzy sets." *Inf. Contr.*, 8, 338-353. ZADEH L., 1971. *Quantitative fuzzy semantics*, *Inf. Sci.*, 3, 159-176.

ANNEXES

Les représentations graphiques des séries statistiques des phénomènes observées ont des formes particulières dont certaines se rencontrent si souvent qu'elles ont fait l'objet d'études particulières. Ainsi il est préférable parfois de substituer à une série observée une loi de probabilité qui a l'avantage d'être tabulée et de donner quelques caractéristiques simples telles que la moyenne ou l'écart type. Nous présentons dans ce qui suit les principales lois utilisées

LOI DU KHI-CARRE

Soient k variables aléatoires x_1, \dots, x_n indépendantes suivant une loi normale $N(m_i, \sigma_i)$

$$Z = \sum_{i=1}^k \left(\frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right)^2$$

La variable aléatoire Z suit une loi de khi-deux de type $(\chi_p^k)^2$ à k degré de liberté,

Ayant une densité de probabilité $f(x)$, une espérance mathématique $E(Z)$ et une variance $\text{var}(Z)$. Cette loi est utilisée dans les tests statistiques

LOI DE FISHER

Soit deux variables aléatoire indépendante X et Y distribuées suivant une loi de khi-deux χ_p^2 et χ_q^2 respectivement, la variable :

$$F(p, q) = \frac{x/p}{y/q}$$

Suit une loi de Fisher à p et q degré de liberté.

Dans la pratique, cette loi est utilisée dans de très nombreux tests d'hypothèses, notamment dans le test de comparaison de deux variances (de façon directe, en effectuant le quotient des deux estimations dé-biaisées), et dans le test dit d' « analyse de la variance », qui permet de comparer globalement plusieurs espérances mathématiques entre elles.

LOI DE STUDENT

Soient deux variables aléatoires indépendantes X et Y distribuées suivant une loi normale $N(0,1)$ et celle du χ_p^2 respectivement, La variable

$$: T = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{k}}}$$

Suit une loi de Student à k degrés de liberté.

Ayant une densité de probabilité $g(x)$, une espérance mathématique $E(T)=0$ et une variance $\text{Var}(T)=\frac{k}{k-2}$ $k > 2$.

Cette loi est utilisée dans les tests statistiques

ANNEXE B.

Données des Essais sur

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	ϕ [mm]	rb/ra	FC [MPa]	U [mm]	D _{Max} [mm]	ρ [%]	V _R [KN]
Elstner-Hognestad 1956											
A1a	S	118	1756	254		5,57	11,139	1386,52	25	1,4	302,5
A1b	S	118	1756	254		5,57	19,908	1386,52	25	1,4	364,8
A1c	S	118	1756	254		5,57	22,91	1386,52	25	1,4	355,9
A1d	S	118	1756	254		5,57	29,072	1386,52	25	1,4	351,4
A1e	S	118	1756	254		5,57	16,037	1386,52	25	1,4	355,9
A2a	S	114	1756	254		5,57	10,823	1373,96	25	2,94	333,6
A2b	S	114	1756	254		5,57	15,405	1373,96	25	2,94	400,3
A2c	S	114	1756	254		5,57	29,546	1373,96	25	2,94	467,1
A7b	S	114	1756	254		5,57	22,041	1373,96	25	2,94	511,5
A3a	S	114	1756	254		5,57	10,112	1373,96	25	3,92	355,9
A3b	S	114	1756	254		5,57	17,854	1373,96	25	3,744	444,8
A3c	S	114	1756	254		5,57	20,935	1373,96	25	3,74	533,8
A3d	S	114	1756	254		5,57	27,255	1373,96	25	3,74	547,1
A4	S	118	1756	254		5,57	20,619	1386,52	25	1,18	400,3
A5	S	114	1756	356		3,92	21,962	1781,96	25	2,5	533,8
A6	S	114	1756	356		3,92	19,75	1781,96	25	3,74	498,2
A9	S	114	1756	356		3,92	23,621	1781,96	25		444,8
A10	S	114	1756	254		5,57	23,463	1373,96	25		489,3
A13	S	121	1756	356		3,92	20,698	1803,94	25	0,55	235,8
B1	S	114	1756	356		3,92	11,218	1781,96	38	0,48	178,4
B2	S	114	1756	254		5,57	37,604	1373,96	38	0,48	200,2
B4	S	114	1756	254		5,57	37,683	1373,96	38	1,01	333,6
B9	S	114	1756	254		5,57	34,681	1373,96	38	2	504,9
B11	S	114	1756	254		5,57	10,665	1373,96	38		329,2
B14	S	114	1756	254		5,57	39,895	1373,96	38	2	578,3
Kinnunen-Nylander 1960											
5	C	117	1710		150	12,05	26,8	838,38	32	0,8	255
6	C	118	1710		150	12,05	26,2	841,52	32	0,8	275
24	C	128	1710		150	12,05	26,4	872,92	32	1,01	430
25	C	124	1710		150	12,05	25,1	860,36	32	1,044	408
32	C	123	1710		150	12,05	26,3	857,22	32	0,49	258
33	C	125	1710		150	12,05	26,6	863,5	32	0,48	258
A15a-5	C	117	1710		150	12,05	27,571	838,38	32	0,8	255,1
A15a-6	C	118	1710		150	12,05	25,438	841,52	32	0,8	274,7
A15c-11	C	121	1710		150	12,05	31,047	850,94	32	1,53	333,5
A15c-12	C	122	1710		150	12,05	28,44	854,08	32	1,54	331,6
A30a-24	C	128	1710		300	6,03	25,596	1343,92	32	1,01	429,7
A30a-25	C	124	1710		300	6,03	24,332	1331,36	32	1,044	408,1

A30c-30	C	120	1710		300	6,03	29,151	1318,8	32	2,16	490,5
A30c-31	C	119	1710		300	6,03	29,151	1315,66	32	2,18	539,6
A30d-32	C	123	1710		300	6,03	25,517	1328,22	32	0,49	258
A30d-33	C	125	1710		300	6,03	25,833	1334,5	32	0,48	258
A30e-34	C	120	1710		300	6,03	26,544	1318,8	32	1	331,6
A30e-35	C	122	1710		300	6,03	24,253	1325,08	32	0,98	331,6
Moe 1961								0			
S1-60	S	114,3	1778	254		5,64	22,135	1374,902	38,1	1,06	389,2
S2-60	S	114,3	1778	254		5,64	20,995	1374,902	38,1	1,06	355,9
S3-60	S	114,3	1778	254		5,64	21,47	1374,902	38,1	1,03	364
S4-60	S	114,3	1778	254		5,64	22,61	1374,902	38,1		334
S1-70	S	114,3	1778	254		5,64	23,275	1374,902	38,1	1,06	392,3
S3-70	S	114,3	1778	254		5,64	24,13	1374,902	38,1	2,3	378
S4-70	S	114,3	1778	254		5,64	33,44	1374,902	38,1	1,13	374
S4-70A	S	114,3	1778	254		5,64	19,475	1374,902	38,1	1,13	312
S5-60	S	114,3	1778	254		5,64	21,09	1374,902	38,1	1,06	342,5
S5-70	S	114,3	1778	254		5,64	21,85	1374,902	38,1	1,06	378,1
R1	S	114,3	1778	254		5,64	25,27	1374,902	10	1,38	312
R2	S	114,3	1778	152,4		9,51	26,22	968,502	10	1,38	394
H1	S	114,3	1778	254		5,64	24,795	1374,902	38,1	1,15	371,4
M1A	S	114,3	1778	304,8		4,67	19,76	1578,102	38,1	1,5	432,8
Yitzhaki 1966											
II 5	C	82	1067		221	5,11	16,985	951,42		0,53	152
II8	C	82	1067		333	3,39	18,486	1303,1		0,6	218
IIB20-1	S	78	1067	201		4,24	10,823	1048,92		0,7	128
II-1	C	82	1067		221	5,11	10,349	951,42		1,2	181
II 4A	C	82	1067		221	5,11	17,696	951,42		0,9	245
II 4B	S	82	1067	201		4,24	9,717	1061,48		0,9	162
II 4C	S	82	1067	201		4,24	13,746	1061,48		0,9	215
IIB20-2	C	83	1067		201	5,61	14,773	891,76		0,9	307
IIB30-1	C	80	1600		300	5,64	17,38	1193,2		2	239
II-2	C	82	1600		221	7,66	9,638	951,42		1,3	152
II-3	S	82	1600	201/402			13,351	257,48		1,3	244
II-6	C	82	1600		221	7,66	21,33	951,42		1,3	240
II-9	S	79	1067	201		4,24	9,164	1052,06		8,5	157
III-3	C	82	1067		221	5,11	17,854	951,42		1,2	201
7	C	82	1067		119	9,48	9,875	631,14		0,7	117
II-10	C	82	1600		119	14,22	11,534	631,14		1	98
Mantorola 1966											
P1-S1	S	107	3000	100		24,73	24,32	735,98	16	1,16	215,8
P2-S1	S	107	3000	250		9,79	32,11	1335,98	16	1,16	257
P3-S1	S	107	3000	450		5,36	28,215	2135,98	16	1,16	301,2
P1-S2	S	107	3000	100		24,73	22,99	735,98	16	1,8	196,2

P2-S2	S	107	3000	250	9,79	31,35	1335,98	16	1,8	282,5
P3-S2	S	107	3000	450	5,36	30,305	2135,98	16	1,8	397,3
P1-S3	S	107	3000	100	24,73	37,715	735,98	16	2,3	184,4
P2-S3	S	107	3000	100	24,73	34,01	735,98	16	2,6	210,9
P3-S3	S	107	3000	100	24,73	37,24	735,98	16	1,8	164,8
P1-S4	S	107	3000	100	24,73	25,08	735,98	16	0,5	175,1
P2-S4	S	107	3000	250	9,79	29,735	1335,98	16	0,5	245,9
P3-S4	S	107	3000	450	5,36	32,49	2135,98	16	0,5	294,3
Base 1966										
A1/M1	S	114	1370	203	5,43	15,485	1169,96		1,1	322
A1/M2	S	117	1370	203	5,43	14,725	1179,38		1,5	346
A1/M3	S	121	1370	203	5,43	13,49	1191,94		1,9	307
A1/M4	S	124	1370	203	5,43	13,3	1201,36		1	259
A1/M5	S	117	1370	203	5,43	19,95	1179,38		1,2	346
A1/M6	S	124	1370	203	5,43	33,63	1201,36		1	409
A2/M1	S	117	1370	203	5,43	31,16	1179,38		1,5	419
A2/M2	S	121	1370	203	5,43	30,875	1191,94		1,9	430
A2/M3	S	124	1370	203	5,43	37,335	1201,36		1	419
A2/T1	S	124	1370	203	5,43	39,33	1201,36		1,7	439
A2/T2	S	124	1370	203	5,43	17,86	1201,36		1	247
A3/M1	S	102	1370	203	5,43	18,335	1132,28		1,7	336
A3/M2	S	117	1370	203	5,43	25,935	1179,38		1,9	298
A3/M3	S	121	1370	203	5,43	19,57	1191,94		1	328
A3/T1	S	119	1370	203	5,43	15,2	1185,66		1,2	298
A3/T2	S	114	1370	203	5,43	36,385	1169,96		1,1	259
A4/M1	S	119	1370	203	5,43	27,74	1185,66		1,5	341
A4/M2	S	117	1370	203	5,43	30,59	1179,38		1,9	541
A4/M3	S	114	1370	203	5,43	31,16	1169,96		1,1	384
A4/T1	S	117	1370	203	5,43	27,835	1179,38		1,2	402
Corley-Hawkins 1968										
AN-1	S	111	1820	254	5,78	42,18	1364,54		1,2	334
AN-2	S	111	1820	203	7,27	42,18	1160,54		0,8	266
Ladner et Al 1973										
P1	C	240	2650	500	5,60	33,155	2323,6	32	1,23	
M1	C	109	1200	226	5,61	37,715	1051,9	32	1,05	
Marti et al 1977										
P2	C	145	2600	300	9,16	34,6	1397,3		1,44	600
Ladner et Al1977										
							0			183
DA 6	C	80	1056	100	11,17	35,625	565,2	16	1,46	288
DA 7	C	80	1056	200	5,58	39,805	879,2	16	1,46	281
DA 10	C	80	1056	240	4,65	38	1004,8	16	1,46	324

DA 11	C	80	1056		320	3,49	36,1	1256	16	1,46	
Schäfers 1978								0			
P 0	C	113	1680		210	8,46	21,945	1014,22	32	0,7	280
P 3	C	170	1680		210	8,46	22,135	1193,2	32	0,5	460
ETH 1979/77								0			
P2	C	143	2600		300	9,16	41,04	1391,02	16	1,66	628
P5	C	171	2600		300	9,16	31,16	1478,94	16	1,44	626
DIERTERLE-ROSTASY 1978-1981								0			
B-1	S	296	1500	300		3,98	23,5	2129,44	25	0,208	1034
B-2	S	294	1500	300		3,98	23,6	2123,16	25	0,434	1493
B-3	S	293	1500	300		3,98	28,1	2120,02	25	0,642	2025
B-4	S	292	1500	300		3,98	24,1	2116,88	25	0,866	1865
V-2	S	294	1500	300		3,98	25,9	2123,16	25	0,501	1765
B-4/2	S	292	1500	300		3,98	25,3	2116,88	25	0,784	2050
B-4/3	S	290	1500	300		3,98	24,3	2110,6	25	0,805	2028
B-4/4	S	290	1500	300		3,98	24,8	2110,6	25	0,83	1853
C-1	S	290	1500	150		8,13	28,1	1510,6	25	0,275	859
C-3	S	290	1500	450		2,60	28,7	2710,6	25	0,43	2367
H-2	S	375	1500	300		3,98	29,4	2377,5	25	333	2234
H-3	S	450	1500	300		3,98	26,2	2613	25	0,39	3116
S1-H	S	290	1500	300		3,98	30,6	2110,6	25	0,862	2368
Pralong et Al 1981											
P5	C	154	2600		300	9,16	26,2	1425,56		1,34	569
Swamy-Ali 1982											
S1	S	100	1690	150		9,18	38,095	914	10	0,6	198
S7	S	100	1690	150		9,18	35,53	914	10	0,5	222
REGAN 1986/81								0			
I-1	S	77	1830	200		7,43	30,59	1041,78	10	0,95	194
I-2	S	77	1830	200		7,43	27,835	1041,78	10	1,25	176
I-3	S	77	1830	200		7,43	32,585	1041,78	10	0,7	194
I-4	S	77	1830	200		7,43	38,38	1041,78	10	1,23	194
I-5	S	79	1830	200		7,43	33,44	1048,06	10	0,6	165
I-6	S	79	1830	200		7,43	26,03	1048,06	10	0,8	165
I-7	S	79	1830	200		7,43	36,1	1048,06	10	0,8	186
II/1	S	200	2745	250		8,94	41,42	1628	20	0,98	825
II/2	S	128	1800	160		9,17	39,52	1041,92	20	0,87	390
II/3	S	128	1800	160		9,17	40,755	1041,92	10	0,87	365
II/4	S	64	900	80		9,17	39,52	520,96	20	0,8	117
II/5	S	64	900	80		9,17	40,755	520,96	10	0,8	105
II/6	S	64	900	80		9,17	42,94	520,96	5	0,8	105

III/1	S	95	1370	150	7,41	27,55	898,3	0,85	197	
III/2	S	95	1370	150	7,41	11,305	898,3	0,85	123	
III/3	S	95	1370	150	7,41	44,935	898,3	0,85	214	
III/4	S	93	1370	150	7,41	14,155	892,02	1,6	154	
III/5	S	93	1370	150	7,41	31,825	892,02	1,6	214	
III/6	S	93	1370	150	7,41	50,635	892,02	1,6	248	
V/1	S	118	1500	54	22,89	40,755	586,52	0,67	170	
V/2	S	118	1500	170	7,15	38,19	1050,52	0,67	280	
V/3	S	118	1500	110	11,15	38,475	810,52	0,67	265	
V/4	S	118	1500	102	12,04	43,035	778,52	0,67	285	
V/5	S	118	1500	150	8,13	39,045	970,52	0,67	285	
							0			
TOLF 1988							0			
S2/1	C	200	2378	250	10,06	23,937	1413	32	0,92	603
S2/2	C	199	2378	250	10,06	22,594	1409,86	32	0,92	600
S2/3	C	200	2378	250	10,06	25,043	1413	32	0,41	489
S2/4	C	197	2378	250	10,06	23,858	1403,58	32	0,41	444
S1/1	C	100	1189	125	10,06	28,203	706,5	16	0,91	216
S1/2	C	99	1189	125	10,06	22,594	703,36	16	0,91	194
S1/3	C	98	1189	125	10,06	26,307	700,22	16	0,37	145
S1/4	C	99	1189	125	10,06	24,806	703,36	16	0,37	148
							0			
LOVROVICH/MACLEAN 1990							0			
F1	C	83	200	100	2,11	37,335	574,62	19	1,48	480
F2	C	83	400	100	4,23	37,335	574,62	19	1,48	204
F3	C	83	600	100	6,34	37,335	574,62	19	1,48	149
F4	C	83	800	100	8,46	37,335	574,62	19	1,48	129
F5	C	83	1200	100	12,69	37,335	574,62	19	1,48	139
							0			
MARZOUK/HUSSEIN 1991							0			
HS1	S	95	1500	150	8,13	63,65	898,3	20	0,33	178
HS2	S	95	1500	150	8,13	66,5	898,3	20	0,6	249
HS3	S	95	1500	150	8,13	65,55	898,3	20	0,98	356
HS4	S	90	1500	150	8,13	62,7	882,6	20	1,6	418
HS7	S	95	1500	150	8,13	70,3	898,3	20	0,78	356
HS5	S	120	1500	150	8,13	64,6	976,8	20	0,47	365
HS6	S	120	1500	150	8,13	66,5	976,8	20	0,47	489
HS8	S	120	1500	150	8,13	65,55	976,8	20	0,82	436
HS9	S	120	1500	150	8,13	70,3	976,8	20	1,29	543
HS10	S	120	1500	150	8,13	76	976,8	20	1,76	645
HS11	S	70	1500	150	8,13	66,5	819,8	20	0,61	196
HS12	S	70	1500	150	8,13	71,25	819,8	20	0,96	258
HS13	S	70	1500	150	8,13	64,6	819,8	20	1,3	267
HS14	S	95	1500	220	5,49	68,4	1178,3	20	0,7	498
HS15	S	95	1500	300	3,98	67,45	1498,3	20	0,7	560
NS1	S	95	1500	150	8,13	39,9	898,3	20	0,98	320

NS2	S	120	1500	150	8,13	28,5	976,8	20	0,47	396
							0			
Tomaszewicz 1993							0			
ND65-1-1	S	275	2500	200	10,21	64,13925	1663,5	16	1,68	2050
ND65-2-1	S	200	2200	150	12,00	70,0245	1228	16	1,96	1200
ND95-1-1	S	275	2500	200	10,21	83,49075	1663,5	16	1,68	2250
ND95-1-3	S	275	2500	200	10,21	89,67525	1663,5	16	2,91	2400
ND95-2-1	S	200	2200	150	12,00	87,9795	1228	16	1,96	1100
ND95-2-1D	S	200	2200	150	12,00	86,48325	1228	16	2,74	1300
ND95-2-3	S	200	2200	150	12,00	89,27625	1228	16	2,61	1450
ND95-2-3D	S	200	2200	150	12,00	80,09925	1228	16	3,79	1250
ND95-2-3D+	S	200	2200	150	12,00	97,755	1228	16	3,79	1450
ND95-3-1	S	88	1100	100	8,96	84,88725	676,32	16	1,79	330
ND115-1-1	S	275	2500	200	10,21	111,72	1663,5	16	0,92	2450
ND115-2-1	S	200	2200	150	12,00	118,7025	1228	16	1,96	1400
ND115-2-3	S	200	2200	150	12,00	107,82975	1228	16	3	1550
							0			
RAMDANE 1993/1996							0			
1	C	98	1372	150	9,67	87,137	778,72	10	0,5	224
2	C	98	1372	150	9,67	55,458	778,72	10	0,5	212
3	C	98	1372	150	9,67	26,544	778,72	10	0,5	169
4	C	98	1372	150	9,67	57,986	778,72	10	0,5	233
6	C	98	1372	150	9,67	100,33	778,72	10	0,5	233
12	C	98	1372	150	9,67	59,645	778,72	10	1	319
13	C	98	1372	150	9,67	43,055	778,72	10	1	297
14	C	98	1372	150	9,67	60,04	778,72	10	1	341
16	C	98	1372	150	9,67	97,17	778,72	10	1	362
21	C	98	1372	150	9,67	41,396	778,72	20	1	286
22	C	98	1372	150	9,67	83,187	778,72	20	1	405
23	C	100	1372	150	9,67	55,695	785	20	0,75	341
25	C	100	1372	150	9,67	32,469	785	10	1	244
26	C	100	1372	150	9,67	37,13	785	20	1	294
27	C	102	1372	150	9,67	33,259	791,28	20	0,52	227
							0			
Hallgren 1996							0			
HSC0	C	200	2400	250	10,15	85,785	1413	18	0,92	965
HSC1	C	200	2400	250	10,15	86,735	1413	18	0,9	1021
HSC2	C	194	2400	250	10,15	81,415	1394,16	18	0,92	889
HSC4	C	200	2400	250	10,15	87,02	1413	18	2,31	1041
HSC 6	C	201	2400	250	10,15	103,36	1416,14	18	1,17	960
N/HSC8	C	198	2400	250	10,15	89,3	1406,72	18	0,91	944
HSC9	C	202	2400	250	10,15	79,895	1419,28	18	0,84	565
							0			
Hallgren,kinnunen,nylander 1983/1998							0			
S1	C	242	850	250	3,60	40	1544,88	25	0,401	1363
S2	C	243	850	250	3,60	28,4	1548,02	25	0,399	1015

S3	C	250	850		250	3,60	29,8	1570	25	0,388	1008
S4	C	232	850		250	3,60	25,7	1513,48	25	0,659	992
S7	C	246	960		250	4,06	14,4	1557,44	25	0,395	622
S8	C	245	960		250	4,06	31,4	1554,3	25	0,239	915
S9	C	244	960		250	4,06	25,5	1551,16	25	0,398	904
S12	C	242	960		250	4,06	27,3	1544,88	25	0,413	1049
S13	C	244	960		250	4,06	19,8	1551,16	25	0,416	803
S11	C	235	960		250	4,06	28,2	1522,9	25	0,4	1190
S14	C	240	960		250	4,06	21,4	1538,6	25	0,39	1103
P7-I 2)	C	230	2400		320	7,93	40	1727		1,301	2117
								0			
Hegger 2001								0			
Z3 3)	C	250	2400		200	12,69	24	1413		0,8	1616
Z4 3)	C	250	2400		200	12,69	29,2	1413		0,8	1646
Z5 3)	C	250	2400		263	9,65	25,3	1610,82		1,25	2024
Z6 3)	C	250	2400		200	12,69	37	1413		1,25	1954
Harajli et Al 2003											
SA1	S	37	670	100		5,39	31,9	516,18	10	0,8	49,2
SA2	S	37	670	100		5,39	35,5	516,18	10	0,8	60,5
SB1	S	55	670	100		5,39	35,5	572,7	10	1,07	78,8
SB2	S	55	670	100		5,39	29,1	572,7	10	1,5	122
								0			
Binici 2003											
Control-1	S	114	1981	304		5,24	28,3	1573,96	9,5	1,76	494
Control-2	S	114	1981	304		5,24	28,3	1573,96	9,5	1,76	510
								0			
Sundquist, Kinnunen (2004a)								0			
C1	C	100	1190		250	5,03	24	1099		0,8	270
C2	C	100	1190		250	5,03	24,4	1099		0,8	250
D1	C	125	1190		125	10,07	27,2	785		0,64	265
Sundquist, Kinnunen (2004b)											
LBU1	C	205	1600		1000	1,69	26,6	3783,7		0,4	1406
LBU2	C	220	1600		1000	1,69	32,6	3830,8		0,372	1725
LBU3	C	208	1600		1000	1,69	30	3793,12		0,394	1763
KBU1	C	205	1600		1000	1,69	35,4	3783,7		0,4	1607
KBU2	C	209	1600		1000	1,69	24,6	3796,26		0,392	1448
KSU1	C	210	1600		500	3,38	26,7	2229,4		0,573	1039
KSU2	C	206	1600		500	3,38	29	2216,84		0,584	1017
KSU3	C	208	1600		500	3,38	27,7	2223,12		0,565	875
Timm 2004											
Ti-1A	C	172	560		175	3,38	40,7	1089,58		1,25	789
Ti-2A	C	172	800		175	4,83	36	1089,58		1,25	668
Ti-3A	C	246	800		250	3,38	32,8	1557,44		1,18	1356

Guandalini -Muttoni 2004

PG-1	S	210	1611	260	4,97	27,6	1699,4	16	1,5	1023,5
PG-2	S	210	1611	260	4,97	28,5	1699,4	16	0,25	445,4
PG-2b	S	210	1611	260	4,97	40,5	1699,4	16	0,25	438,7
PG-3	S	464	3221	520	4,97	32,4	3536,96	16	0,33	2153,4
PG-4	S	210	1611	260	4,97	32,2	1699,4	4	0,25	407,5
PG-5	S	210	1611	260	4,97	29,3	1699,4	16	0,33	550
PG-6	S	96	750	130	4,62	34,7	821,44	16	1,5	235,9
PG-7	S	100	750	130	4,62	34,7	834	16	0,75	242,5
PG-8	S	102	750	130	4,62	34,7	840,28	16	0,33	141,4
PG-9	S	102	750	130	4,62	34,7	840,28	16	0,25	118
PG-10	S	210	1611	260	4,97	28,5	1699,4	16	0,33	539,9

Alamm 2009

s 13	S	74	1200	120	8,13	35,834	712,36	10	1	171,96
s 14	s	54	1200	120	8,13	32,9745	649,56	10	0,5	84,73
S 15	s	54	1200	120	8,13	31,3785	649,56	10	1	91,76

ANNEXE C.

Tableau [A.1] : comparaison des valeurs observées et simulées du block de validation <Chekdata=86>

Calculé de valeurs de Vr à partir des codes dans le block <chekdata>					simulation de la valeur Vr dans le block <chekdata>		Calculé de valeurs de Vr à partir des codes dans le block <chekdata>					simulation de la valeur Vr dans le block <chekdata>	
.d [mm]	Fc [MPa]	VSIA262 [KN]	VACI318- [KN]	VCBA93 [KN]	Vobs' [KN]	'Vsim' [KN]	.d [mm]	Fc [MPa]	VSIA262 [KN]	VACI318- [KN]	VCBA93 [KN]	Vobs' [KN]	'Vsim' [KN]
54	33	74.9	50.2	36.7	84.7	83	119	27.7	243	185	120.5	341	362.9
64	40.8	82.5	53	42.8	105	126.3	208	30	1341.1	1076	720.7	1763	1524.5
64	39.5	84.2	52.2	41.5	117	143.2	290	24.3	1164.3	751.3	451	2028	2003
95	11.3	93.7	71.5	29.9	123	185.3	120	64.6	355.9	234.6	233.1	365	436.5
83	37.3	117.9	72.6	55.4	129	235.6	114.3	24.1	296.9	192.2	116.9	378	435.2
102	34.7	204.4	125.7	92	141.4	310.3	114	31.2	243.5	185.4	128.1	384	338
99	24.8	132.8	86.4	53.5	148	196.3	114.3	23.3	291.6	188.8	112.8	392.3	334.5
82	9.6	75.1	60.3	23.4	152	147.2	120	28.5	236.4	155.8	102.8	396	322.4
93	14.2	101.9	77.7	36.4	154	201.7	118	20.6	279.9	185	103.9	400.3	313.5
107	37.2	152.3	119.7	90.5	164.8	200	98	83.2	265.6	173.3	196.5	405	368
74	35.8	117.3	78.6	59.1	172	173.4	124	25.1	205.8	133.1	82.4	408	305.8
114	11.2	262.6	169.4	70.2	178.4	12.6	124	33.6	282.5	215.1	154.1	409	386.6
77	32.6	156.8	114	81.6	194	182	117	31.2	251.9	191.8	132.4	419	364.8
70	66.5	176.8	116.5	119.6	196	250.7	114.3	19.8	308.7	199.7	109.8	432.8	351.2
95	27.6	146.2	111.5	72.8	197	223.3	124	39.3	305.5	232.6	180.2	439	436.4
83	37.3	123.4	72.6	55.4	204	282.2	114	17.9	249.3	164.8	86.2	444.8	470.4
98	55.5	205.7	141.5	131	212	274.6	210	28.5	699.5	474.4	309.7	445.4	433.4
93	31.8	152.7	116.5	81.9	214	244.6	120	29.1	329	212.8	142	490.5	464.1
100	28.2	143.7	93.4	61.6	216	230.9	114	34.7	355.4	229.7	167.4	504.9	476.9
121	20.7	374.9	247.3	139	235.8	256.5	114	28.3	320	237.7	156.5	510	413.3
80	17.4	123.5	99.1	51.7	239	201.2	114	20.9	270	178.5	101.1	533.8	501.5
82	17.7	113.2	81.7	43	245	170.1	119	29.1	325.5	210.5	140.5	539.6	459.4
93	50.6	192.6	147	130.3	248	291.8	120	70.3	371.3	244.7	253.6	543	460.1
100	24.4	182.6	135.2	83	250	254.6	154	26.2	293.3	279.8	176.1	569	757.5
117	27.6	198.4	128.2	83.3	255.1	281.4	199	22.6	488	332	193.1	600	602.5
125	26.6	214.4	138.6	88.3	258	296.4	171	31.2	464.3	351.5	240.7	626	653.2
123	25.5	317.8	205.5	128.2	258	313.5	172	36	410.9	280	206.1	668	584.3
114	36.4	263.1	200.3	149.6	259	353.9	194	81.4	831	607.7	671.3	889	857.2
111	42.2	251.1	208.3	167.6	266	359.1	201	103.4	985.3	720.6	896.3	960	1157.1
80	39.8	172.6	110.5	87.3	281	265.1	206	29	763.2	612.4	403.3	1017	1006.5
118	39	227.6	178.2	137.7	285	347.1	210	27.6	688.4	466.8	299.9	1023.5	984.6
107	32.5	415.7	324.4	229.3	294.3	245.2	200	87	897.6	656.4	749.3	1041	1103.8
98	43.1	181.2	124.7	101.7	297	261.6	190	27.3	495.9	457.9	293	1151	986.3
107	28.2	387.4	302.3	199.1	301.2	307	200	80.1	755.5	547.3	599.4	1250	1314.3
121	13.5	173.2	131.9	59.9	307	341.3	190	37.9	584.3	539.6	406.8	1326	1283.7

95	39.9	203.6	134.2	105.5	320	291.7	200	89.3	797.6	577.8	668.1	1450	1267.2
114	15.5	171.7	130.7	63.7	322	294	294	23.6	1170.1	755.1	446.6	1493	1483.1
80	38	192.7	123.4	95.2	324	275.1	250	29.2	514.5	475.3	313.3	1646	1769
120	26.5	313.9	203	129.3	331.6	350.9	208	30	1341.1	1076	720.7	1763	1524.5
114	37.7	370.4	239.4	181.9	333.6	426.4	290	24.3	1164.3	751.3	451	2028	2003

	Tests	SIA	ACI	CBA	Fuzzy-	
	[86]	262	318	93	flou	
		[%]	[%]	[%]	[%]	
	Err	32.2	49.4	62.1	10.6	
	Nash	70.7	39.2	66.8	97.7	
	Rflou	92.3	93.4	83.6	98.8	

Tableau [A.1] : comparaison des valeurs observées et simulées du bloc de d'apprentissage <Terndata=194>

Comparaison entre les valeurs simulées du bloc d'apprentissage et les valeurs calculées des codes Américaine'(ACI), Algérienne(CBA),Suisse(SIA)								Comparaison entre les valeurs simulées du bloc d'apprentissage et les valeurs calculées des codes Américaine'(ACI), Algérienne(CBA),Suisse(SIA)							
N°	.d [mm]	Fc [MPa]	VOBS [KN]	VSIM [KN]	VCBA 93 [KN]	VACI318 [KN]	VSIA26 2 [KN]	N°	.d [mm]	Fc [Mpa]	VOBS [KN]	VSIM [KN]	VCBA [KN]	VACI318 [KN]	VSIA26 2 [KN]
1	37	31.9	49.2	49.7	19.8	26.9	43.3	64	118	38.2	280	320.5	145.8	190.7	243.9
2	37	35.5	60.5	69.1	22.1	28.3	45.6	65	107	31.4	282.5	332.5	138.4	199.3	254.3
3	55	35.5	78.8	164.7	35.4	46.7	75.3	66	118	43	285	264.9	121.8	150.1	191.3
4	54	31.4	91.8	98.8	34.9	48.9	73	67	98	41.4	286	291.2	97.8	122.3	187.4
5	82	11.5	98	70.4	18.6	43.8	54.5	68	80	35.6	288	208.7	50.2	67.2	105
6	64	42.9	105	129.9	45	54.4	82.1	69	100	37.1	294	276.5	90.2	119.1	182.5
7	82	9.9	117	38.1	15.9	40.5	56.1	70	117	25.9	298	399.4	110.2	175	229.8
8	102	34.7	118	291.1	92	125.7	204.4	71	119	15.2	298	309.1	66	137	179.9
9	55	29.1	122	143.1	29.1	42.3	68.2	72	118	11.1	302.5	242.9	56.1	136	205.7
10	78	10.8	128	144.5	27.6	67	93.6	73	83	14.8	307	184.2	34	70.8	98.1
11	83	37.3	139	242.2	55.4	72.6	112.8	74	114.3	19.5	312	291.8	94.3	172.7	266.8
12	98	26.3	145	188.3	55.9	87.6	134.8	75	114.3	25.3	312	379.7	122.4	196.7	272.8
13	83	37.3	149	274.3	55.4	72.6	120.6	76	98	59.7	319	299.9	140.9	146.8	213.3
14	82	17	152	165.8	41.3	80.1	110.9	77	80	36.1	324	250.5	113.1	150.3	234.8
15	79	9.2	157	469.5	23.7	62.6	87.5	78	121	19.6	328	362.6	86.9	158.9	208.7
16	82	9.7	162	200.4	26.3	67.6	94.4	79	114	10.7	329.2	436.9	51.5	127.4	197.1
17	79	33.4	165	148.4	86.3	119.2	164	80	88	84.9	330	368.9	156.9	136.5	212.7
18	79	26	165	158.8	67.2	105.2	144.7	81	122	28.4	331.6	323.5	91.2	138.4	214
19	98	26.5	169	205.7	62.7	97.9	142.3	82	122	24.3	331.6	336.1	120.6	198.2	306.6
20	118	40.8	170	182.1	86.9	110	140	83	121	31.1	333.5	346.5	98.4	142.9	221
21	107	25.1	175.1	60.4	61	98.2	125	84	114.3	22.6	334	345.6	109.5	186.1	287.4
22	77	27.8	176	137.3	69.7	105.4	144.9	85	111	42.2	334	585.9	197	244.9	295.8
23	95	63.6	178	302.5	168.3	169.5	257.2	86	102	18.3	336	275	65.5	123.2	161.7
24	82	10.4	181	178.5	25.1	62.5	86.6	87	98	60	341	277.1	141.8	147.2	214
25	107	37.7	184.4	235.4	91.7	120.4	153.2	88	100	55.7	341	321.2	135.3	145.9	223.5
26	79	36.1	186	191.9	93.2	123.9	170.4	89	117	14.7	346	335.3	62.6	131.9	173.2
27	77	30.6	194	161.5	76.6	110.5	151.9	90	118	29.1	351.4	432.1	146.5	219.6	332.3
28	77	38.4	194	217.6	96.1	123.7	170.2	91	118	16	355.9	319.4	80.8	163.2	246.8
29	99	22.6	194	212.2	48.7	82.4	126.7	92	114	10.1	355.9	370.2	48.8	124	187.6
30	107	23	196.2	173.2	55.9	94	119.6	93	114.3	21	355.9	359.1	101.7	179.3	277
31	100	38.1	198	232.4	107.7	140.5	196.5	94	95	70.3	356	334.3	185.9	178.2	270.3
32	114	37.6	200.2	365	181.5	239.2	370	95	109	37.7	362	459	133.5	175.3	282.5
33	82	17.9	201	212.8	43.4	82.1	113.7	96	114.3	21.5	364	328.8	104	181.3	280.1
34	107	34	210.9	290.2	82.7	114.4	145.5	97	128	40.8	365	416.8	167.1	212	292.4
35	95	44.9	214	295.9	118.8	142.4	186.7	98	114.3	24.8	371.4	355.6	120.1	194.9	301
36	82	13.8	215	182.1	37.3	80.4	112.3	99	114.3	33.4	374	398.8	162	226.3	349.5
37	107	24.3	215.8	112.2	59.1	96.7	123	100	114.3	21.9	378.1	328.2	105.8	182.9	282.5
38	82	18.5	218	201.8	61.5	114.4	158.5	101	114.3	22.1	389.2	327.4	107.2	184.1	284.4
39	100	35.5	222	213	100.5	135.7	189.8	102	128	39.5	390	438.9	162	208.8	307.3

40	102	33.3	227	231.5	83	115.9	177.6	103	114.3	26.2	394	247.7	89.5	141.1	195.2
41	98	58	233	236.1	137	144.7	210.3	104	114	15.4	400.3	390.3	74.4	153.1	231.6
42	98	100.	233	223.5	237	190.3	276.6	105	117	27.8	402	359.8	118.3	181.3	238.1
43	96	34.7	235.9	325.6	84.8	115.7	188.1	106	210	32.2	407.5	742.7	349.9	504.2	673.3
44	82	21.3	240	206.5	51.8	89.7	111.8	107	124	24.3	408.1	391.7	123.5	202.8	313.6
45	100	34.7	242.5	307	89.5	122.3	198.9	108	90	62.7	418	358.4	154.6	156.6	237.6
46	100	32.5	244	228.8	78.9	111.4	161.9	109	124	37.3	419	437.6	171.1	226.7	297.7
47	82	13.3	244	0	8.8	19.2	22.6	110	121	34.6	423	479.4	203.6	280	357.7
48	107	29.7	245.9	227.2	131.3	194.1	247.7	111	128	25.6	429.7	389.8	135.3	216.7	335.2
49	124	17.9	247	423.4	81.8	156.8	205.9	112	128	26.4	430	337.2	90.7	143	221.1
50	95	66.5	249	348.1	175.8	173.3	262.9	113	121	30.9	430	426.9	137.1	199.6	262.1
51	117	26.8	255	294.3	81	126.4	195.6	114	120	65.5	436	428	236.5	236.3	358.5
52	107	32.1	257	296.5	141.7	201.7	257.4	115	210	40.5	438.7	541	440	565.5	833.9
53	123	26.3	258	265.6	85.3	134.6	208.2	116	197	23.9	444	478.6	201.1	336.3	494.3
54	125	25.8	258	328.3	132.5	211.1	326.5	117	114	23.6	444.8	473.8	147.9	245.8	372.7
55	70	71.2	258	264	128.1	120.6	183	118	170	22.1	460	465.1	137.2	237.7	368.4
56	124	13.3	259	321.6	60.9	135.3	177.7	119	114	29.6	467.1	490.1	142.7	212	320.7
57	118	38.5	265	332	113.3	147.7	188.4	120	83	37.3	480	306.1	55.4	72.6	126.4
58	125	27.2	265	250.2	82.1	127.4	172.1	121	120	66.5	489	413.1	239.9	238	361.1
59	70	64.6	267	256.8	116.2	114.8	174.2	122	114	23.5	489.3	454.1	113.3	188.9	285.8
60	100	24	270	257.3	81.6	134.1	181.1	123	114	28.3	494	280.5	156.5	237.7	320
61	118	25.4	274.7	269.9	77.8	124.7	192.9	124	95	68.4	498	424.1	237.2	230.5	350.2
62	118	26.2	275	281.8	80.1	126.6	195.7	125	114	19.8	498.2	672.5	123.7	224.8	340.8
63	113	22	280	226.1	77.6	133.7	207.3	126	114	22	511.5	447.6	106.4	183.1	277
127	114	22	533.8	511.4	137.5	237	359.4	142	290	28.1	859	0	373.3	578.2	893.6
128	210	28.5	539.9	401.1	309.7	474.4	699.5	143	208	27.7	875	1077.5	390	606	755.3
129	117	30.6	541	393.5	130	190	249.6	144	244	25.5	904	994.2	293.2	475.9	771.3
130	114	27.3	547.1	551.4	131.6	203.6	308.1	145	245	31.4	915	1063.1	363.3	531.3	861.2
131	95	67.4	560	436.3	297.5	291.1	443	146	198	89.3	944	937.6	757.9	655.4	896.2
132	202	79.9	565	1015.1	697.8	638.1	872.6	147	200	85.8	965	863.1	738.7	651.8	891.2
133	114	39.9	578.3	420.8	192.6	246.4	381.2	148	232	25.7	992	1110.8	274.4	443.2	725.9
134	145	34.6	600	678	214.8	296.8	311.1	149	250	29.8	1008	1160	355.3	533.5	873.8
135	200	23.9	603	620.3	206.1	344.3	506.1	150	243	28.4	1015	1101.5	324.6	499.2	817.5
136	246	14.4	622	860.9	167.6	362	586.7	151	200	86.7	1021	962	746.9	655.4	896.2
137	143	41	628	522.2	250.2	317.3	419.1	152	296	23.5	1034	1493.4	449.1	760.8	1179.1
138	120	76	645	456	274.2	254.4	386	153	210	26.7	1039	977	380.6	602.4	750.8
139	172	40.7	789	683.7	233	297.7	461.6	154	242	27.3	1049	968	310.1	486.4	788.3
140	244	19.8	803	834.6	227.7	419.4	679.7	155	190	26.2	1055	1133.1	281.2	448.6	485.8
141	200	41.4	825	545.2	410.9	521.8	703.7	156	200	88	1100	1130.3	658.3	573.6	791.8
142	290	28.1	859	0	373.3	578.2	893.6	157	190	29.8	1109	1100.8	276.5	413.6	447.7
143	208	27.7	875	1077.5	390	606	755.3	158	235	28.2	1190	887.9	306.8	473.2	767
144	244	25.5	904	994.2	293.2	475.9	771.3	159	200	70	1200	952.1	524	511.7	706.3
145	245	31.4	915	1063.1	363.3	531.3	861.2	160	190	37.5	1276	1173	347.9	463.9	502.2
146	198	89.3	944	937.6	757.9	655.4	896.2	161	200	86.5	1300	1263.3	647.1	568.7	785
147	200	85.8	965	863.1	738.7	651.8	891.2	162	246	32.8	1356	1302.6	381.8	546.4	802
148	232	25.7	992	1110.8	274.4	443.2	725.9	163	242	40	1363	1231.4	454.4	588.8	964.3

149	250	29.8	1008	1160	355.3	533.5	873.8	164	200	118.7	1400	1448.4	888.2	666.3	919.7
150	243	28.4	1015	1101.5	324.6	499.2	817.5	165	205	26.6	1406	1523.6	628.4	996.1	1241.5
151	200	86.7	1021	962	746.9	655.4	896.2	166	209	24.6	1448	1234.9	594.3	979.9	1221.3
152	296	23.5	1034	1493.4	449.1	760.8	1179.1	167	200	97.8	1450	1567.4	731.5	604.7	834.6
153	210	26.7	1039	977	380.6	602.4	750.8	168	200	107.8	1550	1461.7	806.9	635	876.5
154	242	27.3	1049	968	310.1	486.4	788.3	169	205	35.4	1607	1856.8	836.3	1149.1	1432.2
155	190	26.2	1055	1133.1	281.2	448.6	485.8	170	250	24	1616	1684.6	257.5	430.9	466.5
156	200	88	1100	1130.3	658.3	573.6	791.8	171	220	23.2	1624	1340	263.3	447.4	484.3
157	190	29.8	1109	1100.8	276.5	413.6	447.7	172	240	33.2	1661.8	1938.7	562	799.6	1152.3
158	235	28.2	1190	887.9	306.8	473.2	767	173	220	32.6	1725	1522.9	835.9	1198.2	1493.4
159	200	70	1200	952.1	524	511.7	706.3	174	294	25.9	1765	1694.7	490.2	791	1225.8
160	190	37.5	1276	1173	347.9	463.9	502.2	175	290	24.8	1853	2112	460.3	759	1176.2
161	200	86.5	1300	1263.3	647.1	568.7	785	176	292	24.1	1865	2139.8	451.7	755.6	1171
162	246	32.8	1356	1302.6	381.8	546.4	802	177	250	37	1954	1861.5	397	535	579.2
163	242	40	1363	1231.4	454.4	588.8	964.3	178	250	25.3	2024	2183	309.5	504.4	546
164	200	118.7	1400	1448.4	888.2	666.3	919.7	179	293	28.1	2025	1942.3	529.2	819.9	1270.6
127	114	22	533.8	511.4	137.5	237	359.4	180	292	25.3	2050	1995.8	474.2	774.2	1199.8
128	210	28.5	539.9	401.1	309.7	474.4	699.5	181	230	40	2117	2269.7	483.1	625.5	677.2
129	117	30.6	541	393.5	130	190	249.6	182	464	32.4	2153.4	3504.9	1605.9	2326.1	2922
130	114	27.3	547.1	551.4	131.6	203.6	308.1	183	275	83.5	2250	2227.3	1158.8	1040.8	1394.1
131	95	67.4	560	436.3	297.5	291.1	443	184	220	46.3	2349	2098.7	525.5	632	684.2
132	202	79.9	565	1015.	697.8	638.1	872.6	185	290	30.6	2368	2209	567.9	843.1	1306.5
133	114	39.9	578.3	420.8	192.6	246.4	381.2	186	275	89.7	2400	2559.3	1244.7	1078.7	1444.9
134	145	34.6	600	678	214.8	296.8	311.1	187	275	111.7	2450	2279.5	1550.6	1204	1612.7
135	200	23.9	603	620.3	206.1	344.3	506.1	188	450	26.2	3116	2208.6	930.6	1498.7	2322.5
136	246	14.4	622	860.9	167.6	362	586.7	189	275	64.1	2050	1692	890.2	912.3	1221.9
137	143	41	628	522.2	250.2	317.3	419.1	190	240	21.4	1103	812.6	240.1	425.3	689.4
138	120	76	645	456	274.2	254.4	386	191	210	29.3	550	465	318.4	481	709.3
139	172	40.7	789	683.7	233	297.7	461.6	192	200	25	489	492.5	215.6	352.1	517.6
140	244	19.8	803	834.6	227.7	419.4	679.7	193	107	30.3	397.3	386.4	213.9	313.3	401.5
141	200	41.4	825	545.2	410.9	521.8	703.7	194	154	26.2	569	707.9	176.1	279.8	293.3

	194 tests [%]	Neuro Flou	CBA 93 Alger	ACI 318 Amer	SIA 262 suisse
Err		15.7	62.3	62.3	34.7
Nash		91.1	10.8	11.2	62.2
Rflou		95.6	83.2	83.3	86.7

Table [A.3] : Simulation des données d'apprentissage à l'intérieur du bloc d'apprentissage <terndata>

N° essai		simulation sur chaque données du boque d'apprentissage dans l'échantillon de validation				Erreur sur l'échantillon de validation			N° Essai		simulation sur chaque données du boque d'apprentissage dans l'échantillon de validation				Erreur sur l'échantillon de validation		
K	.d [mm]	Fc [MPa]	Vobs [KN]	Vsim [KN]	'Err' %	Nash %'	'Rflou' %	K	.d [mm]	Fc [MPa]	Vobs [KN]	Vsim [KN]	'Err' %	Nash %'	'Rflou' %		
1	37	31.9	49.2	49.7	15.8	92.5	96.2	61	118	25.4	274.7	269.9	11.6	96.9	98.5		
2	37	35.5	60.5	69.1	12.5	96.8	98.5	62	118	26.2	275	281.8	11.3	97.5	98.8		
3	55	35.5	78.8	164.7	13.8	94.5	97.5	63	113	22	280	226.1	12.5	97.0	98.6		
4	54	31.4	91.8	98.8	14.4	92.9	96.5	64	118	38.2	280	320.5	11.5	97.3	98.7		
5	82	11.5	98	70.4	12.8	96.5	98.2	65	107	31.4	282.5	332.5	16.5	93.4	96.6		
6	64	42.9	105	129.9	11.7	97.2	98.6	66	118	43	285	264.9	12.9	96.3	98.4		
7	82	9.9	117	0	33.6	104.2	48.3	67	98	41.4	286	291.2	13.5	94.0	97.5		
8	102	34.7	118	291.1	14.3	95.8	97.9	68	80	35.6	288	208.7	11.8	96.9	98.5		
9	55	29.1	122	143.1	17.6	92.4	96.2	69	100	37.1	294	276.5	12.7	95.4	98.0		
10	78	10.8	128	144.5	11.5	96.0	98.1	70	117	25.9	298	399.4	13.6	95.9	98.0		
11	83	37.3	139	242.2	13.7	96.0	98.1	71	119	15.2	298	309.1	11.5	97.5	98.8		
12	98	26.3	145	188.3	15.8	94.7	97.3	72	118	11.1	302.5	242.9	11.6	97.3	98.6		
13	83	37.3	149	274.3	11.3	97.7	98.8	73	83	14.8	307	184.2	15.1	94.1	97.1		
14	82	17	152	165.8	11.9	97.0	98.6	74	114.3	19.5	312	291.8	14.6	95.2	97.7		
15	79	9.2	157	469.5	15.7	93.7	97.0	75	114.3	25.3	312	379.7	16.8	91.5	95.7		
16	82	9.7	162	200.4	15.6	92.6	96.3	76	98	59.7	319	299.9	13.0	95.2	97.7		
17	79	33.4	165	148.4	11.6	97.2	98.6	77	80	36.1	324	250.5	12.2	97.2	98.7		
18	79	26	165	158.8	13.2	96.6	98.3	78	121	19.6	328	362.6	15.3	92.4	96.8		
19	98	26.5	169	205.7	11.6	97.4	98.7	79	114	10.7	329.2	436.9	13.8	93.1	97.1		
20	118	40.8	170	182.1	12.7	95.6	98.1	80	88	84.9	330	368.9	12.3	96.4	98.3		
21	107	25.1	175.1	60.4	12.7	96.9	98.5	81	122	28.4	331.6	323.5	13.1	93.2	97.3		
22	77	27.8	176	137.3	16.7	92.8	96.4	82	122	24.3	331.6	336.1	12.9	96.0	98.0		
23	95	63.6	178	302.5	13.4	96.4	98.2	83	121	31.1	333.5	346.5	13.7	95.7	97.8		
24	82	10.4	181	178.5	11.6	96.8	98.5	84	114.3	22.6	334	345.6	23.1	59.4	79.9		
25	107	37.7	184.4	235.4	13.4	96.0	98.1	85	111	42.2	334	585.9	17.5	91.2	95.6		
26	79	36.1	186	191.9	12.0	96.9	98.5	86	102	18.3	336	275	12.0	97.3	98.6		
27	77	30.6	194	161.5	12.4	96.6	98.5	87	98	60	341	277.1	11.0	97.6	98.8		
28	77	38.4	194	217.6	11.1	97.6	98.8	88	100	55.7	341	321.2	13.0	93.9	97.5		
29	99	22.6	194	212.2	14.1	94.5	97.6	89	117	14.7	346	335.3	10.9	97.7	98.8		
30	107	23	196.2	173.2	12.4	96.8	98.4	90	118	29.1	351.4	432.1	11.2	97.3	98.7		
31	100	38.1	198	232.4	12.7	96.4	98.3	91	118	16	355.9	319.4	14.7	95.5	97.8		
32	114	37.6	200.2	365	12.7	96.8	98.4	92	114	10.1	355.9	370.2	12.7	96.3	98.3		
33	82	17.9	201	212.8	12.1	96.8	98.5	93	114.3	21	355.9	359.1	14.5	93.5	96.8		
34	107	34	210.9	290.2	12.2	96.5	98.4	94	95	70.3	356	334.3	12.3	96.5	98.4		
35	95	44.9	214	295.9	13.6	96.1	98.2	95	109	37.7	362	459	15.3	94.6	97.4		
36	82	13.8	215	182.1	12.4	96.0	98.2	96	114.3	21.5	364	328.8	14.0	95.0	97.7		
37	107	24.3	215.8	112.2	10.7	97.8	98.9	97	128	40.8	365	416.8	13.5	95.9	98.0		

38	82	18.5	218	201.8	19.6	57.4	89.8	98	114.3	24.8	371.4	355.6	15.0	95.5	97.7
39	100	35.5	222	213	12.1	96.5	98.4	99	114.3	33.4	374	398.8	15.0	91.8	96.6
40	102	33.3	227	231.5	13.8	96.0	98.2	100	114.3	21.9	378.1	328.2	11.4	97.4	98.7
41	98	58	233	236.1	15.0	92.8	96.5	101	114.3	22.1	389.2	327.4	12.5	95.9	98.0
42	98	100.3	233	223.5	13.0	96.6	98.4	102	128	39.5	390	438.9	11.6	96.9	98.6
43	96	34.7	235.9	325.6	13.9	96.0	98.0	103	114.3	26.2	394	247.7	12.5	97.0	98.5
44	82	21.3	240	206.5	12.1	96.9	98.4	104	114	15.4	400.3	390.3	13.0	96.5	98.4
45	100	34.7	242.5	307	12.9	96.1	98.2	105	117	27.8	402	359.8	12.9	96.5	98.4
46	100	32.5	244	228.8	12.4	97.0	98.5	106	210	32.2	407.5	742.7	15.5	93.3	96.6
47	82	13.3	244	0	0.0	0.0	5.1	107	124	24.3	408.1	391.7	13.1	96.3	98.3
48	107	29.7	245.9	227.2	12.9	96.8	98.4	108	90	62.7	418	358.4	11.5	97.3	98.7
49	124	17.9	247	423.4	15.9	90.6	96.3	109	124	37.3	419	437.6	12.5	97.1	98.6
50	95	66.5	249	348.1	13.1	96.6	98.3	110	121	34.6	423	479.4	16.0	92.5	96.3
51	117	26.8	255	294.3	11.1	97.7	98.8	111	128	25.6	429.7	389.8	12.2	96.6	98.3
52	107	32.1	257	296.5	12.0	97.2	98.8	112	128	26.4	430	337.2	11.4	97.5	98.8
53	123	26.3	258	265.6	13.7	96.2	98.2	113	121	30.9	430	426.9	13.5	94.0	97.3
54	125	25.8	258	328.3	12.5	96.4	98.2	114	120	65.5	436	428	15.5	94.2	97.1
55	70	71.2	258	264	18.3	81.9	91.6	115	210	40.5	438.7	541	11.9	96.8	98.5
56	124	13.3	259	321.6	12.3	96.1	98.3	116	197	23.9	444	478.6	11.1	97.6	98.8
57	118	38.5	265	332	16.5	93.0	96.6	117	114	23.6	444.8	473.8	12.3	96.7	98.4
58	125	27.2	265	250.2	11.5	97.0	98.6	118	170	22.1	460	465.1	13.4	95.3	97.7
59	70	64.6	267	256.8	11.9	97.2	98.6	119	114	29.6	467.1	490.1	14.9	94.0	97.0
60	100	24	270	257.3	11.6	97.3	98.7	120	83	37.3	480	306.1	17.2	91.5	95.7
121	120	66.5	489	413.1	12.6	96.0	98.2	158	235	28.2	1190	887.9	17.0	92.3	96.3
122	114	23.5	489.3	454.1	13.4	93.6	97.2	159	200	70	1200	952.1	13.0	94.9	97.7
123	114	28.3	494	280.5	15.2	93.6	96.8	160	190	37.5	1276	1173	15.3	93.0	96.5
124	95	68.4	498	424.1	11.6	97.5	98.7	161	200	86.5	1300	1263.3	12.6	97.0	98.7
125	114	19.8	498.2	672.5	13.6	95.7	97.8	162	246	32.8	1356	1302.6	12.8	96.7	98.5
126	114	22	511.5	447.6	16.4	88.2	95.5	163	242	40	1363	1231.4	12.8	94.7	97.4
127	114	22	533.8	511.4	16.3	92.9	96.6	164	200	118.7	1400	1448.4	12.3	96.9	98.5
128	210	28.5	539.9	401.1	13.3	95.3	97.9	165	205	26.6	1406	1523.6	16.8	91.3	95.6
129	117	30.6	541	393.5	13.2	95.3	98.0	166	209	24.6	1448	1234.9	11.2	97.3	98.7
130	114	27.3	547.1	551.4	12.2	97.0	98.6	167	200	97.8	1450	1567.4	10.9	97.4	98.8
131	95	67.4	560	436.3	13.7	95.7	98.0	168	200	107.8	1550	1461.7	12.3	97.0	98.5
132	202	79.9	565	1015.1	13.8	93.9	97.5	169	205	35.4	1607	1856.8	12.6	95.6	98.3
133	114	39.9	578.3	420.8	13.6	95.1	97.8	170	250	24	1616	1684.6	14.1	93.7	96.9
134	145	34.6	600	678	11.8	97.3	98.6	171	220	23.2	1624	1340	17.5	90.8	95.4
135	200	23.9	603	620.3	11.8	96.9	98.5	172	240	33.2	1661.8	1938.7	15.9	93.7	96.8
136	246	14.4	622	860.9	13.2	94.8	97.8	173	220	32.6	1725	1522.9	17.5	91.1	95.5
137	143	41	628	522.2	16.4	92.9	96.5	174	294	25.9	1765	1694.7	14.3	95.6	97.8
138	120	76	645	456	12.3	96.6	98.4	175	290	24.8	1853	2112	15.3	94.9	97.4
139	172	40.7	789	683.7	13.9	96.1	98.1	176	292	24.1	1865	2139.8	14.8	95.5	97.8
140	244	19.8	803	834.6	12.4	96.7	98.4	177	250	37	1954	1861.5	11.6	97.4	98.7
141	200	41.4	825	545.2	19.6	86.2	94.4	178	250	25.3	2024	2183	12.8	96.7	98.4
142	290	28.1	859	0	14.4	92.0	96.3	179	293	28.1	2025	1942.3	14.9	93.1	96.6
143	208	27.7	875	1077.5	13.4	95.8	97.9	180	292	25.3	2050	1995.8	12.2	97.2	98.6

144	244	25.5	904	994.2	11.3	97.5	98.8	181	230	40	2117	2269.7	11.9	96.9	98.6
145	245	31.4	915	1063.1	12.1	96.5	98.3	182	464	32.4	2153.4	3504.9	14.1	89.4	95.5
146	198	89.3	944	937.6	16.0	91.8	95.9	183	275	83.5	2250	2227.3	10.9	97.6	98.8
147	200	85.8	965	863.1	13.4	96.3	98.3	184	220	46.3	2349	2098.7	13.9	94.0	97.1
148	232	25.7	992	1110.8	14.2	95.4	97.7	185	290	30.6	2368	2209	13.9	95.8	98.0
149	250	29.8	1008	1160	15.4	91.2	96.3	186	275	89.7	2400	2559.3	11.0	97.7	98.9
150	243	28.4	1015	1101.5	13.4	94.2	97.6	187	275	111.7	2450	2279.5	12.8	96.6	98.4
151	200	86.7	1021	962	11.1	97.5	98.8	188	450	26.2	3116	2208.6	14.1	94.2	98.0
152	296	23.5	1034	1493.4	14.5	95.3	97.8	189	275	64.1	2050	1692	10.6	97.5	98.8
153	210	26.7	1039	977	11.3	97.3	98.8	190	240	21.4	1103	812.6	14.0	95.4	97.7
154	242	27.3	1049	968	12.1	96.7	98.4	191	210	29.3	550	465	11.3	97.4	98.7
155	190	26.2	1055	1133.1	12.3	96.7	98.4	192	200	25	489	492.5	13.8	95.7	97.8
156	200	88	1100	1130.3	16.6	92.1	96.1	193	107	30.3	397.3	386.4	14.5	91.8	96.9
157	190	29.8	1109	1100.8	12.3	96.1	98.2	194	154	26.2	569	707.9	12.4	96.1	98.3

