

N° ORDRE : 03/2010-M/G-C

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
FACULTE DE GENIE CIVIL



MEMOIRE
Présenté pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**
EN GENIE CIVIL
Spécialité : **Géotechnique**
Par
NECHICHE SMAIL

Thème

Détermination des Caractéristiques Dynamiques des Structures. Étude Comparative des Réseaux de Neurones et des Algorithmes Génétiques.

Soutenu publiquement le 10/07/2010, devant le jury compos de :

Mr. CHABAAT Mohamed	Professeur / USTHB/FGC	Président
Mr. BENOUAR Djilali	Professeur/ USTHB/FGC	Directeur du mémoire
Mr. LAOUAMI Nacer	Directeur de recherche / C.G.S	Examineur
Mlle. AIT MEZIENE Yamina	Maître de recherche / C.G.S	Examineur
Mr. BOUZOUANE Belaid	Directeur de recherche/USTHB/FGM	Examineur

Remerciement

Tous mes remerciements s'adressent tous d'abord au tout puissant ALLAH, d'avoir guidé mes pas vers le chemin de savoir.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire du Bâti dans l'Environnement à la Faculté de Génie Civil (UHSTHB). Ils ont été rendus possibles grâce à l'accueil chaleureux et au soutien de Monsieur **D. Benouar** Professeur à la FGC/ USTHB et Directeur du Laboratoire le Bâti dans l'Environnement, et à l'assistance permanente, efficace et amicale de Monsieur **E. Djakab**, Maître de conférence à la FGC/ USTHB. Je leur suis très reconnaissant de la confiance qu'ils m'ont toujours témoigné au cours de ce mémoire.

Je voudrais exprimer mes vifs remerciements à monsieur **M. Chabaat**, professeur à l'USTHB, d'avoir accepté de présider le jury de ce mémoire.

Je remercie Mademoiselle **Dr Ait Meziane Yamina**, Maître de conférence au CGS, d'avoir examinée ce modeste travail.

Je remercie vivement monsieur **Dr Laouami Nacer**, Directeur de recherche au CGS, d'avoir accepté d'être examinateur de ce mémoire.

Je remercie également monsieur **Dr Bouzouane Bilaid** Maître de conférence à la FGM/ USTHB, qui a bien voulu être membre du jury.

SOMMAIRE

Liste des tableaux	iv
Liste des figures	v
Liste des symboles	vii
Résumé	viii
1. Introduction générale	page 1
Chapitre 1 : Evaluation des dommages structurels par des méthodes dynamiques	
1.1)- Introduction	page 3
1.2)- Méthodes d'évaluation de l'endommagement	page 3
1.3)- Analyse corrélacionnelle des solutions modales	page 4
1.4)- Travaux de recherche antérieurs sur la découverte des dommages structurels par études dynamiques	page 7
1.5)- Conclusion	page 12
1.6)- Objectif de la recherche	page 13
Chapitre 2 : Réseaux de Neurones et Algorithmes Génétiques	
2.1)- Introduction	page 15
2.2)- Réseaux de neurones	page 16
2.2.1)- Définition	page 16
2.2.2)- historique	page 16
2.2.3)- les Composants de neurone artificiel	page 17
2.2.4)- les avantages de réseau de neurone	page 19
2.2.5)- les types de réseau de neurone	page 19
2.2.6)- Nombre de couches intermédiaires	page 22
2.2.7)- Apprentissage du réseau de neurone	page 22
2.2.8)- Les réseaux neuronaux les plus célèbres	page 24
2.2.9)- Etude des dommages structurels par les réseaux de neurones	page 25
2.2.10)- Conclusion	

2.3)- Algorithme génétique	page 30
2.3.1)- Définitions	page 30
2.3.2)- Fonction d'évaluation ou fonction fitness	page 30
2.3.3)- Codage et population initiale	page 31
2.3.4)- Principes de l'Algorithme Génétique	page 31
2.3.5)- Etudes des dommages structurels par les Algorithmes Génétiques	page 33
2.3.5)- Conclusion	page 38

Chapitre 3 : Etude du comportement vibratoire des poutres par l'approche théorique

3.1)- Introduction	page 40
3.2)- Equation de la dynamique des poutres	page 41
3.3)- Application des deux méthodes pour l'étude de trois poutres métalliques	page 42
3.4)- Etude d'endommagement de la poutre encastree-encastree	page 44
3.5)- Conclusion	page 45

Chapitre 4 : Etude expérimentale

4.1)- Introduction	page 46
4.2)- Identification modale	page 46
4.2.1)- Procédures d'identification	page 46
4.2.2)-Domaine temporel et domaine fréquentiel	page 47
4.2.4)- Appareillage et acquisition des données	page 48
4.2.5)- Plan d'instrumentation	page 55
4.3)- Détermination des caractéristiques dynamiques d'une poutre métallique	page 57
4.4)- Calcul du coefficient d'amortissement	page 61
4.5)- Etude d'endommagement de la poutre encastree-encastree	page 64
4.6)- Conclusion	page 65

Chapitre 5 : Etude du comportement structurel par les réseaux de neurone et les algorithmes génétiques

5.1)- Introduction	page 66
5.2)- Etude d'endommagement par les réseaux de neurones	page 66
5.3)- Etude d'endommagement par les Algorithmes génétiques	page 70
5.4)- Conclusion	page 72

Chapitre 6 : Conclusion générale et perspectives

6.1)- Conclusion générale	page 73
6.2)- perspectives	page 74
Bibliographie	page 75

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (3.1)- Les fréquences de résonances des trois poutres, calculées par le SAP2000	page 43
Tableau (3.2)- les fréquences de résonances des trois poutres, calculées par la méthode d'Euler-Bernouilli	page 43
Tableau (3.3)- Deux exemples de fréquences d'endommagement calculer par le SAP 2000	page 44
Tableau (4.1) Les valeurs des fréquences de résonances des trois poutres excitées au 1^{er} point de mesure à droite	page 60
Tableau (4.2.a)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°1	page 61
Tableau (4.2.b)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°2	page 62
Tableau (4.2.c)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°3	page 62
Tableau (4.2.d)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°4	page 63
Tableau (4.2.e)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°5	page 63
Tableau (4.2.f)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°6	page 63
Tableau (4.3)- Les fréquences de résonances avant et après endommagement de la poutre encastree-encastree	page 64

LISTE DES FIGURES

Fig.1. Mise en correspondance neurone biologique / neurone artificiel	page 18
Fig.2. Les fonctions d'activation les plus utilisées	page 18
Fig.3. Un réseau de neurones non bouclé	page 20
Fig.4. Forme canonique d'un réseau de neurones non bouclé	page 20
Fig.5. Un réseau de neurones bouclé	page 21
Fig. 6. Forme canonique d'un réseau de neurones bouclé	page 21
Fig. 7. Les différentes étapes d'apprentissage	page 23
Fig.8. Schéma récapitulatif de l'architecture des réseaux de neurones les plus célèbres	page 25
Fig.9. Schéma du principe des algorithmes génétiques	page 33
Fig.10. détermination des fréquences de résonances d'une barre métallique par le SAP 2000	page 42
Fig.11. Réponse d'une structure suite à une excitation impulsive	page 47
Fig.12. Passage du domaine temporel au domaine fréquentielle	page 47
Fig.13-a. Modèle d'un marteau d'impact	page 49
Fig.13-b. Gamme des fréquences utiles	page 50
Fig.13-c. L'influence de la masse et de la rigidité du capteur sur la durée et la forme du spectre	page 51
Fig.13-d. Spectre temporel et fréquentiel de l'excitation avec un marteau d'impact Modèle d'un marteau d'impact	page 51
Fig.14. Modèle simple d'accéléromètre piézoélectrique	page 52
Fig.15. Les amplificateurs de charge model bruel & kjeur de type 2626	page 53
Fig.16. Câbles de connexion model Bruel & Kjeur	page 53
Fig.17. Carte d'acquisition National Instrument type CA-1000	page 54
Fig.18. Analyseur de signaux bi canaux type 2034	page 55
Fig.19. Plan d'instrumentation pour l'étude du comportement d'une poutre métallique	page 56
Fig.20. Utilisation de l'Analyseur de signaux pour	

l'étape d'étalonnage	page 57
Fig.21. Essais dynamique réalisé sur la poutre encastrée-encastrée (L=86.5cm)	page 58
Fig.22. Essais dynamique réalisé sur la poutre encastrée-libre (L=50.5cm)	page 69
Fig.23. essais dynamique réalisé sur la poutre encastrée-libre (L=36cm)	page 60
Fig.24. Détermination du coefficient d'amortissement	page 61
Fig.25. Etude d'endommagement de la poutre encastrée-encastrée	page 64
Fig.26. Architecture du réseau de neurone construit	page 66
Fig.27. Courbe montrant le degré de performance du réseau de neurone lors de l'entraînement	page 67
Fig.28. Localisation du dommage par le réseau de neurone	page 68
Fig.29. Courbe de corrélation entre la sortie du réseau et la sortie désirée (exemple n°1)	page 68
Fig.30. Localisation du dommage par le réseau de neurone	page 69
Fig.31. Courbe de corrélation entre la sortie du réseau et la sortie désirée (exemple n°2)	page 69
Fig.32. Localisation des dommages par les algorithmes génétiques (exemple n°1)	page 71
Fig.33. Localisation des dommages par les algorithmes génétiques (exemple n°2)	page 71

LISTE DES SYMBOLES

M : La masse de la structure.

C : L'Amortissement visqueux de la structure.

K : La rigidité de la structure.

y(t) : Réponse d'un système dans le domaine temporel.

ẏ(t) : Vitesse d'un système dynamique.

ÿ(t) : Accélération d'un système dynamique.

ζ: Coefficient d'amortissement.

Z(x,t) : Réponse en déplacement transversal.

Ψ : Fonction de déformé d'un système.

Ω : La pulsation propre.

f: La fréquence propre.

H(f) : Fonction de réponse en fréquence.

L : Longueur de la barre.

ρ: La masse volumique.

E=: Le module de Young.

H : L'épaisseur de la barre

d : La largeur de la barre.

S : La surface d'intersection de la barre.

I : Le moment d'inertie.

δD: Le vecteur d'endommagement recherché.

δf: La variation des fréquences de résonances calculées avant et après l'endommagement .

Δf: La variation des fréquences de résonances mesurées avant et après l'endommagement.

N : Nombre de fréquences de résonance utilisées.

Résumé

Dans le domaine du Génie Civil les vibrations des structures sont un des risques majeurs de leur endommagement. L'étude du comportement dynamique des ouvrages est donc indispensable afin de réaliser des dispositifs de contrôle vibratoire et ainsi minimiser l'endommagement dû aux vibrations. Plusieurs méthodes sont définies par les résultats des essais expérimentaux et ceux des études numériques afin de donner un constat sur la structure étudiée.

Ce travail porte sur l'étude du comportement vibratoire des structures par les différents aspects et méthodes de détection des dommages structurels. Les Réseaux de neurones ainsi que les algorithmes génétiques, qui ont eu une large utilisation dans les travaux de recherche portant sur l'étude du comportement structurel, ont été bien définis.

Puis des essais de vibrations sont conduits pour vérifier les résultats numériques portés sur des exemples de barres métalliques. Des tests d'endommagement sont menés sur ces mêmes barres, et les résultats numériques et expérimentaux sont utilisés comme des données pour l'étude du problème inverse par les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones.

Nous achevons notre travail par une étude comparative entre les résultats obtenus par les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones.

Mots clé : Réseaux neurologiques, algorithmes génétiques, analyse de vibration, systèmes dynamiques.

Resume

In civil engineering, vibrations of the structures are one of the major risks of their damage. The survey of the dynamic behaviour of the works is therefore indispensable in order to achieve devices of vibratory control and so to minimize the damage due to the vibrations. Several methods are defined by the results of the experimental tests and those of the numerical studies in order to give a report on the studied structure.

This work is about to survey of the vibratory behaviour of the structures by the different aspects and methods of detection of the structural damages. The neuron networks as well as the genetic algorithms, that had a large use in the works of research carried out on the survey of the structural behaviour, have been well defined.

Then tests of vibrations are conducted to verify the numerical results carried out on examples of steel bars. Tests of damage are conducted on these same bars, and the numerical and experimental results are used like data for the survey of the inverse problem by the genetic algorithms and the neuron networks.

We achieve our work by a comparative study between the results found by the genetic algorithms and the neurons networks.

Words key: neuron networks, genetic algorithms, analysis of vibration, dynamic systems.

1. Introduction générale

L'étude du comportement vibratoire des structures devient une étape essentielle, sinon incontournable, dans la phase de conception des structures. Plusieurs facteurs contribuent à cette évolution : l'amélioration de la fiabilité, la recherche de meilleures performances, la diminution de la fatigue des matériaux et donc l'augmentation de la durée de vie des structures. En termes de quantifications, le comportement dynamique d'une structure peut être déterminé par la connaissance des paramètres modaux tels que les fréquences propres, les formes propres des modes et les facteurs d'amortissement. Ce sont ces entités que les ingénieurs cherchent à estimer afin de prévoir les déplacements de la structure en réponse aux excitations extérieures. Deux voies sont à leur disposition: l'approche expérimentale et l'approche théorique.

Les essais de vibration sur structures réelles ou prototypes permettent d'appréhender la dynamique du système et d'établir sa représentation modale grâce aux techniques d'analyse modale expérimentale [11].

Par une modélisation mathématique, la technique la plus utilisée est la méthode de la modélisation par éléments finis, qui considère la structure comme une distribution de masse et de rigidité dans un maillage d'éléments distincts. La prédiction des réponses dynamiques est alors possible avant même que la structure ne soit construite, ce qui permet de maîtriser les aspects de la conception. De façon pratique, la représentation modale de la structure est obtenue à partir de la connaissance des matrices d'état, c'est-à-dire la matrice de masse et la matrice de rigidité, après résolution d'un problème aux valeurs propres. Cette opération correspond à une analyse de structure.

La taille des modèles est évaluée en nombre de degrés de liberté (ddl), ceci est le principal critère pour estimer la faisabilité du calcul. La plupart des méthodes numériques d'analyse de structures (SAP 2000, ETAPS, ROBO BAT...) sont capables de déterminer les solutions propres des systèmes de petite et moyenne taille [11].

Le degré de corrélation entre les paramètres modaux déterminés expérimentalement et théoriquement, est donné sous forme de critères dynamiques, connus pour leur rôle important dans l'étude du comportement des structures. Ces critères sont limités à donner l'état de la structure (si elle est endommagée ou non endommagée) sans calculer le degré

d'endommagement. Les études d'endommagement montrent que ces critères présentent des incertitudes, notamment dans le cas des structures de grande taille. Ces insuffisances ont données naissance aux nouvelles méthodes informatiques pour l'étude des systèmes complexes en un temps réduit. Parmi ces méthodes, on trouve les algorithmes génétiques et des réseaux de neurones qui ont une grande utilisation dans le domaine de la dynamique.

Chapitre 1

Evaluation des dommages structurels par des méthodes dynamiques

1.1)- Introduction

Au cours de ces dernières années, la détection d'endommagement des structures basée sur les changements des propriétés dynamiques a fait l'objet de plusieurs recherches. L'idée générale est que les caractéristiques dynamiques de la structure (fréquences propres, déformées propres, coefficients d'amortissement) sont fonction des propriétés physiques (rigidité, masse, amortissement) et que leur modification correspond à un changement des caractéristiques physiques de la même structure.

Dans la plupart du temps, deux mesures dynamiques sont disponibles (avant et après endommagement) et les techniques vibratoires de détection des dommages sont appliquées aux paramètres modaux obtenus dans ces deux intervalles de temps.

1.2)- Méthodes d'évaluation de l'endommagement

Une fois l'essai dynamique et l'analyse numérique réalisés, les résultats obtenus peuvent être traités par des méthodes d'évaluation de l'endommagement pour évaluer et localiser les modifications. Plusieurs indicateurs de l'endommagement sont basés sur le changement dans les propriétés modales qui sont définies comme fréquences résonnantes, amortissements modaux, et vecteurs modaux identifiés [57].

Les méthodes de flexibilité, la courbure de déformées propres et la courbure de flexibilité sont des méthodes quantitatives. Ces méthodes présentent les quantités du changement des paramètres comparés, ainsi, une augmentation des modifications structurales se traduit par une augmentation de leurs valeurs. Par ailleurs, la méthode de l'indicateur d'endommagement ne présente pas la quantité de l'endommagement; elle fournit plutôt une probabilité d'occurrence de dommage. C'est ainsi que la question de la distinction entre « élément endommagé » et « non endommagé » se pose en regard de la valeur de l'indice de l'endommagement obtenu [2].

1.3)- Analyse corrélacionnelle des solutions modales

Il est quelquefois nécessaire de connaître la différence qui sépare deux modèles caractérisés par leurs vecteurs et valeurs propres. C'est le cas par exemple quand on souhaite estimer le degré d'exactitude de solutions propres approchées par rapport aux solutions exactes supposées

connues, ou quand on évalue la ressemblance d'un modèle recalé vis-à-vis des données modales identifiées lors d'un test réel.

On dispose pour cela de différents critères de comparaison qui consistent en un calcul d'erreurs, soit entre les modes, soit entre les fréquences de chacun des deux modèles. Ces critères mettent en jeu à chaque fois une paire de solutions propres, un mode ou une fréquence de l'un contre un mode ou une fréquence de l'autre.

Le degré de corrélation entre les paramètres modaux, calculés numériquement et expérimentalement, est donné par plusieurs critères, tels que :

- **La fonction de réponse en fréquence (FRF)** qui est définie comme étant le paramètre constant du système linéaire qui donne la relation entre la force d'excitation et la réponse [43].
- **Les critères basés sur les vecteurs propres de la structure:**
 - ❖ L'Inclinaison de la forme modale (**MSS**) : Cette méthode cherche le changement dans l'inclinaison de la forme modale rendue carré. Son index de dommage est écrit ci-dessous :

$$MSS_i = \sum_{j=1} \left| \Psi_{ij}^{'d2} - \Psi_{ij}^{'2} \right| \quad (1.1)$$

$\Psi_{ij}^{'d2}$ et $\Psi_{ij}^{'2}$ sont respectivement les vecteurs propres obtenus après et avant endommagement, rendus carré.

- ❖ La courbure de la forme modale (**MSC**) : Cette méthode a été présentée en premier par **Pandey et al** [25] ; l'emplacement du dégât est réparti par la plus grande différence absolue entre les courbures des modes de la structure endommagée, et celles qui est en bon état, elle est définie comme suit:

$$MSC_i = \sum_j \left| \Psi_{ij}^{nd} - \Psi_{ij}^d \right| \quad (1.2)$$

Ψ_{ij}^{nd} et Ψ_{ij}^d sont respectivement les vecteurs propres obtenus avant et après endommagement.

Le critère d'assurance modal (MAC) et le critère d'assurance modal sur les coordonnées (COMAC) [25], [41] permettent de traduire la colinéarité des modes à comparer toute en fournissant un coefficient d'erreur borné entre 0 et 1.

Les modes concernés sont les vecteurs propres de la structure, définis avant et après endommagement.

❖ **Le critère d'assurance modal (MAC) utilisé pour le cas des dommages singuliers :**

$$\text{MAC} = \frac{\left| \sum_{i=1}^{N0} (\Psi_{ij} \Psi_{ik}^d) \right|^2}{\left(\sum_{i=1}^{N0} (\Psi_{ij})^2 \right) \left(\sum_{i=1}^{N0} (\Psi_{ik}^d)^2 \right)} ;$$

(1.3)

❖ Le critère d'assurance modal sur les coordonnées (COMAC) utilisé pour le cas des dommages multiples :

$$\text{COMAC} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{Nm} |\Psi_{ij} \Psi_{ij}^d| \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{Nm} (\Psi_{ij})^2 \right) \left(\sum_{i=1}^{Nm} (\Psi_{ij}^d)^2 \right)} ;$$

(1.4)

Ψ_{ij}^d et Ψ_{ij} sont, respectivement, les vecteurs propres de la structure, calculés dans l'état endommagé et non endommagé.

Nm : est le nombre de degré de liberté de la structure étudiée.

➤ **Les critères basés sur les fréquences de résonances de la structure :**

❖ Pour le cas des dommages singuliers on calcul le critère d'assurance de l'emplacement des dommages (DLAC) [44], [41], définie sous la forme :

$$\text{DLAC}_j = \frac{\left(\{\Delta f\}^T \{\delta f_j\} \right)^2}{\left(\{\Delta f\}^T \{\Delta f\} \right) \left(\{\delta f_j\}^T \{\delta f_j\} \right)}$$

(1.5)

δf : est la variation des fréquences de résonances de la structure, avant et après l'endommagement.

Δf_i : représente le vecteur des variations fractionnelles des fréquences de résonance de la structure, mesurées expérimentalement. On a : $\Delta f_i = \frac{f_i^h - f_i^d}{f_i^h}$ (1.6)

f_i^h : fréquence de résonance de la structure avant endommagement..

f_i^d ; fréquence de résonance de la structure après endommagement.

- ❖ Dans le cas des dommages multiples ; on calcul le critère d'assurance de l'emplacement des dommages multiples (**MDLAC**) [44], [41], définie sous la forme :

$$\text{MDLAC}(\{\delta D\}) = \frac{|\{\Delta f\}^T \cdot \{\mathcal{F}(\{\delta D\})\}|^2}{(\{\Delta f\}^T \cdot \{\Delta f\})(\{\mathcal{F}(\{\delta D\})\}^T \cdot \{\mathcal{F}(\{\delta D\})\})}; \quad (1.7)$$

Ce critère renseigne sur la corrélation entre les variations des fréquences, $\{\delta f\}$, calculées théoriquement, et les variations réelles des fréquences, $\{\Delta f\}$, estimées de l'expérience, dans le cas des structure à plusieurs degrés de liberté.

✓ Remarque

Les critères : DLAC, MDLAC, MAC et COMAC donne la valeur 1 dans le cas de non endommagement, et la valeur 0 dans le cas d'endommagement.

1.4)- Travaux de recherche antérieurs sur la découverte des dommages structurels par des études dynamiques

Nous exposons ici quelques travaux de recherche qui ont été réalisés pour l'étude des dommages structurels par des méthodes dynamiques :

Kirmsher (1944) [32] a illustré les effets de fissures sur la réponse structurelle à travers une simple réduction de la section d'une poutre fêlée (fissurée) en utilisant une méthode d'énergie. Le changement de la fréquence naturelle dû à la fissure a été discuté par rapport à la dimension et l'emplacement de la fissure.

Fox (1992) [19] montre, en utilisant les données numériques et expérimentales d'une poutre, que la variation des fréquences de résonances est un indicateur de dommages. Dans ses études expérimentales, une légère augmentation des fréquences résonnantes a été observée pour quelques modes après que l'endommagement eût été introduit. Ces augmentations étaient attribuées aux inexactitudes dans les méthodes estimant les fréquences de résonances.

Sujatha et al (1997) [58] ont effectués des tests modaux sur trois types différents de spécimen (modèle) dont deux dans l'état intact et un dans l'état endommagé. Tous les paramètres modaux, obtenus pour plusieurs cas, ont été comparés et analysés.

La baisse des fréquences naturelles correspond assez bien à l'augmentation de la sévérité des dommages mais avec un petit pourcentage de changement. La valeur **MAC**, entre la forme modale et les vecteurs du spécimen en bon état et en état d'endommagement, était presque identique pour un minimum de dommages, et continu à diminuer dans le cas des dommages plus sévère. **Sujatha et al** [58] ont trouvé aussi que l'augmentation du pourcentage dans le coefficient d'amortissement pour quelques modèles était supérieur à 98% pour un 80% du niveau de dommage introduit. Les augmentations dans la sévérité de la fissure ont correspondu en général à l'augmentation de la valeur du coefficient d'amortissement.

Zhang, Qiong, et Link (1998) [69] ont proposé une méthode de l'identification des dommages structurels basée sur la tension d'énergie modale qui utilise la forme modale et les fréquences modales de la structure endommagée et non endommagée, aussi bien qu'un modèle d'élément fini pour localiser les dommages.

Le coefficient de la tension d'énergie modale (SER_{ij}), qui représente la $i^{\text{ème}}$ tension d'énergie modal dans la $j^{\text{ème}}$ raideur de l'élément, divisée par la tension d'énergie totale du $i^{\text{ème}}$ mode, est défini par la formule suivante:

$$SER_{ij} = \frac{\Phi_i^T K_j \Phi_i}{\Phi_i^T K \Phi_i} = \frac{\Phi_i^T K_j \Phi_i}{\omega_i^2} \quad (1.8)$$

Où K_j est le $j^{\text{ème}}$ élément de la raideur et Φ_i la masse normalisant la forme modale. Alors, un indicateur des dommages, β_{ij} , est défini comme la variation du coefficient de la tension d'énergie modale avant et après l'endommagement :

$$B_{ij} = \frac{\Phi_{di}^T K_j \Phi_{di}}{\omega_d^2} - \frac{\Phi_{ui}^T K_j \Phi_{ui}}{\omega_u^2} \quad (1.9)$$

Où les indices **d** et **u** dénotent les structures endommagées et non endommagées, respectivement. Plusieurs cas de dommage sont introduits sur une poutre, et les données modales des 5 premiers modes sont utilisées dans la méthode décrite ci-dessus; les auteurs ont conclu que cette méthode est incapable de détecter les dommages dans le cas d'un élément sensible aux changements des paramètres modaux. Cependant, cette méthode montre une grande capacité pour localiser les zones des dommages multiples.

Supposant que la fonction de la réponse en fréquences (**H**) de la structure est connue, pour le cas de non endommagement, **Schulz et al. (1998)** [54] ont défini un vecteur des dommages **d**, comme étant la différence entre le vecteur de la force excitatrice **f** et la matrice **H**⁻¹, multiplié par le vecteur de déplacements mesurés **x** :

$$\mathbf{d} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{x} - \mathbf{f} \quad (1.10)$$

Physiquement, cet indicateur des dommages représente le déséquilibre des forces aux zones d'endommagement. Donc cet indicateur a un sens si seulement si la force d'excitation est connue. Quand les forces d'excitation sont inconnues, un nouvel indicateur des dommages a été développé en combinant le dommage crée par le déséquilibre des forces et la force externe inconnue,

$$\mathbf{r} = \mathbf{d} + \mathbf{f} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{x} \quad (1.11)$$

Notant que \mathbf{f} et \mathbf{x} sont obtenus du cas d'endommagement de la structure, et \mathbf{H} est obtenue dans le cas de non endommagement. En outre, la force, \mathbf{f} , est assumée pour être aléatoire mais pas nécessairement connue. Finalement, une matrice indicatrice des dommages \mathbf{D} prend la forme suivante:

$$\mathbf{D}^2 = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} \mathbf{R} \circ \mathbf{R}^* df \quad (1.12)$$

Où \mathbf{R} est l'espérance mathématique de $\mathbf{r} \times \mathbf{r}^*$, * est l'indice de la transposé, f_1 et f_2 sont les fréquences de la borne inférieures et supérieures de la bande passante des fréquences, et \circ dénote la multiplication des éléments de \mathbf{R} et \mathbf{R}^* un par un.

Williams et Messina (1999) [63], ont comparé les fréquences mesurées avec celles qui ont été prédites par un modèle d'élément fini pour localiser les dommages et mesurer le degré d'endommagement. La méthode du Critère d'Assurance pour la localisation des dommages multiples (**MDLAC**) est utilisée pour cette comparaison.

L'exactitude des prédictions des dommages est améliorée plus loin en introduisant l'antirésonance dans le critère (**MDLAC**). Spécifiquement, les auteurs utilisent l'antirésonance dans (**MDLAC**) pour détecter les dommages structurels en utilisant un modèle réduit dans lequel la raideur est réduite à 25% dans quelques éléments.

Ils concluent que l'incorporation des données de l'antirésonance dans l'algorithme (**MDLAC**) améliore l'exactitude de prédiction des dommages en augmentant la dimension de la base de données de variation des fréquences d'état d'endommagement apparentée sans augmenter la gamme de la fréquence de l'épreuve.

Juan Martin Caicedo (2001) [30] a présenté deux méthodes d'identification des dommages. Dans la première méthode, les dommages structurels sont identifiés en comparant les valeurs de la rigidité obtenues dans le cas d'endommagement et le cas de non endommagement.

$$\text{La perte de rigidité du } i^{\text{ème}} \text{ étage (\%)} = \frac{k_{i \text{ nonendommagement}} - k_{i \text{ d'endommagement}}}{k_{i \text{ nonendommagement}}} \times 100 \quad (1.13)$$

La deuxième méthode développée est basée sur les composantes de la fonction de transfert calculées en utilisant les données de l'accélération. Des études expérimentales ont été faites pour calculer les valeurs de la fonction de transfert.

Les dommages structurels sont détectés en identifiant les changements dans cette fonction de transfert. L'ampleur des dommages s'obtient en comparant les valeurs de la rigidité déduites de la fonction de transfert précédente avant et après l'endommagement. Un exemple de bâtiment à quatre étages a été étudié pour tester les deux méthodes proposées. Les résultats de l'étude montre que les dommages ont été correctement identifiés, par la variation de la rigidité, si le nombre de degré de liberté du système étudié dépasse 120 ddl.

Liszkai et Raich (2003) [37] ont proposé un **SDIM** (méthodes de l'identification structurelles) basé sur l'étude de la **FRF** qui sera utilisé pour la découverte des dommages. Les avantages d'utilisation de **FRF** comme données sur paramètres modaux sont que les **FRFs** peuvent être mesurées directement sur les structures sans aucun calcul intermédiaire, et qu'elles fournissent l'information sur toute une gamme de fréquence au lieu de certaines fréquences. Dans le programme **SDIM** à base de **FRF**, le problème de la découverte des dommages est formulé comme un problème d'optimisation, qui est résolu en utilisant une Représentation Redondante Implicite (**IRR**) dû à la nature de découverte des dommages. Le problème provient de ne pas savoir a priori le nombre des éléments endommagés ainsi que l'emplacement et la sévérité des dommages.

Dans le même sens **Dewen Liu (2004)** [16] a développé une méthode basée sur le couple des Réponses Associées dans le cas d'une excitation purement latérale. Cette méthode prend en compte la variation de la **FRF** de chaque composante de la force excitatrice latérale.

CHEN Xiao-zhen, ZHU Hong-ping et CHEN Chuan-yao (2005) [10] ont utilisé le critère **GRC** pour l'étude des dommages. Le **GRC** est définie par le coefficient $\xi_i(\mathbf{k})$:

$$\xi_i(\mathbf{k}) = \frac{\min_i \min_k X + \alpha \max_i \max_k X}{X + \alpha \max_i \max_k X} \quad (1.14)$$

Le coefficient $\xi_i(\mathbf{k})$ prend toujours ses valeurs entre **0** et **1**.

Pour localiser les dommages structurels, les auteurs ont définie la relation suivante :

Suivant la distance centrale entre les courbures des déplacements, l'expression des déplacements des nœuds est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \rho_i^{(u)} = \frac{u_{i-1}^{(u)} + u_{i+1}^{(u)} - 2u_i^{(u)}}{l_{i-1}l_{i+1}} \\ \rho_i^{(d)} = \frac{u_{i-1}^{(d)} + u_{i+1}^{(d)} - 2u_i^{(d)}}{l_{i-1}l_{i+1}} \end{cases} \quad (1.15)$$

Où, $U^{(u)}$ et $U^{(d)}$ sont respectivement, les déplacements des structures non endommagées et ceux des structures endommagées.

l_{i+1} est la distance entre le nœud i et les nœuds $i+1$.

Pour chaque mesure, **GRC** peut être définie par :

$$\xi_i(\mathbf{k}) = \frac{\min_i \min_i \rho + \alpha \max_i \max_i \rho}{\rho + \alpha \max_i \max_i \rho} \quad (1.16)$$

Où, $\rho = |\rho_i^{(d)} - \rho_i^{(u)}|$; \mathbf{K} dénotes le nombre des cas de charges et $\alpha=0,5$.

GRC prends la valeur **1** dans tous les nœuds pour la structure non endommagée et la valeur inférieure à 1 qui indique les nœuds de l'endommagement.

Afin de détecter la magnitude de l'endommagement, le déplacement après l'endommagement est donnée par :

$$U_i^a = K^{d-1}(\beta_j)F_i \quad (1.17)$$

Où, K^{d-1} indique la rigidité de l'élément endommagé au $j^{\text{ème}}$ nœuds ; β_j indique le coefficient de rigidité qui donne la magnitude de l'endommagement du $j^{\text{ème}}$ nœuds et prend ses valeurs entre **0** et **1**.

L'erreur entre les résultats des déplacements mesurés et ceux des déplacements calculés est donnée par la relation suivante :

$$e_i(\beta_j) = u_i^a - u_i^m \quad (1.18)$$

Le coefficient β_{ij} peut être obtenu en minimisant l'erreur donnée ci-dessus.

La magnitude de dommage du $j^{\text{ème}}$ élément est décrite par la relation suivante :

$$\alpha_j = (1 - \beta) \times 100\% \quad (1.19)$$

Hyun-Woo Lim (2005) [25] fait une étude comparative sur les méthodes de détection des dommages structurels, par des essais expérimentaux. Pour exécuter l'épreuve, **Hyun-Woo Lim** a choisi trois types de méthodes les plus utilisées, tel que la méthode des domaines fréquentiels, la méthode des formes modales et enfin la méthode de propagation d'ondes. La comparaison expérimentale est concentrée sur l'applicabilité et la faisabilité des techniques détectrices proposées. Des poutres d'aluminiums ont été utilisées dans l'étude expérimentale, Pour localiser et voir les effets et les amplitudes des dommages. Plusieurs cas de dommages ont été introduits aux poutres. Des calculs numériques ont été exécutés, en utilisant un modèle d'élément fini, pour vérifier les résultats expérimentaux.

1.5)- Conclusion

D'après l'analyse des différents travaux de recherches présentés ci-dessus, on voit que les méthodes de détection des dommages basées sur les vibrations ont reçu une attention considérable. La présence des fissures et des dommages structurels résultent en la réduction de la rigidité, perte de masse et augmentation de l'amortissement qui affectent les caractéristiques dynamiques de la structure. Comment mesurer tels effets est l'aspect important dans la recherche pour la mise en oeuvre prospère de ces méthodes. En général, le changement de la rigidité causé par une fissure est plus considérable que l'influence de la masse et de l'amortissement. D'où, les grandes proportions des techniques de la modélisation sont en rapport avec la rigidité (ou flexibilité). En outre, la perte de la masse due à l'endommagement a été traitée, dans la plupart des cas, comme négligeable. La recherche quantitative sur le changement du coefficient de l'amortissement est aussi très limitée dans la littérature. C'est d'intérêt pour noter que l'amortissement est probablement le paramètre structurel le plus sensible mais c'est aussi le plus difficile à obtenir correctement. En revanche, les fréquences naturelles sont probablement les paramètres modaux les plus correctement réalisables mais leur sensibilité à la localisation des dommages peut être très basse.

Bien que l'idée de base soit très semblable, il y a beaucoup de méthodes pour prédire le changement dynamique de la structure. C'est naturel que quelques méthodes aient leur propre domaine d'applications, avec leurs avantages et leurs inconvénients. Plusieurs méthodes de découverte des dommages ont été comparées expérimentalement pour trouver leurs caractéristiques et applicabilités. Chaque méthode a ses avantages particuliers et fonctionnent plus convenablement dans certaines applications que dans d'autres.

La méthode de la fréquence naturelle est efficace pour trouver l'existence de dommages, bien que l'emplacement exact ne puisse pas être détecté. La méthode de la forme modale montre la

bonne performance avec les résultats numériques. Dans l'expérience, c'est dur d'obtenir la forme modale exacte. L'exactitude de la forme modale, qui est difficile à obtenir, peut être utilisée pour l'identification des dommages. L'utilisation de la FRF comme moyen de détection des dommages montre une grande efficacité, car elle donne la relation directe entre la variation de la réponse structurelle face aux différentes forces excitatrices sans négliger aucun paramètre physique. Mais l'augmentation des zones (nombre d'éléments) d'endommagement influe sur l'exactitude des résultats et sur le temps de calcul.

1.6)- Objectif de la recherche

L'analyse dynamique des structures a de multiples applications dans diverses branches de l'industrie, ce qui fait de plus en plus souvent appel à la modélisation numérique pour réduire le temps nécessaire aux études, pour diminuer le nombre d'essais expérimentaux coûteux, et pour optimiser les procédés de construction. La modélisation est ainsi devenue une étape incontournable dans les différentes phases de conception et de développement.

Plusieurs critères et indicateurs du comportement vibratoire, basés sur la variation des paramètres modaux, ont été développés afin de donner un sens qualitatif et quantitatif aux études menées.

Malgré la faisabilité de ces études ainsi que leur utilité, les chercheurs trouvent la difficulté de faire leurs études sur les grandes structures en un temps réduit. Donc le nombre de paramètres (important) ainsi que le temps coûteux de l'étude dynamique, a donné l'idée d'introduire des méthodes d'optimisation basées sur l'informatique qui s'apprêtent à donner une solution aux problèmes posés. Nous intéressons dans ce mémoire à l'étude de deux méthodes informatiques qui s'inspirent de la biologie et qui ont été largement appliquées dans le domaine d'ingénierie, notamment en génie civil, on parle des Réseaux de Neurones et d'Algorithmes Génétiques.

Donc le but du présent travail est de déterminer les caractéristiques dynamiques d'une structure (poutre métallique) par l'approche théorique et expérimentale, puis étudier son comportement vibratoire face aux changements des propriétés physiques. Les résultats de cette étude vont être utilisés comme données pour l'étude du problème inverse c'est-à-dire à partir de résultats des caractéristiques dynamiques on cherche l'endommagement des propriétés physiques, donc prévoir le comportement de la structure étudiée. L'étude du problème inverse se fera à l'aide de deux méthodes les plus utilisées dans le domaine de génie civil : Les Réseaux de Neurones et Les

Algorithme Génétique. Enfin les résultats obtenus par chaque méthode vont être sujet d'une étude comparative.

Pour finir, il convient de faire un rapide résumé de notre contribution. Le présent travail est divisé en six chapitres:

- Le premier chapitre est consacré à la description théorique de différentes méthodes d'études de l'endommagement et du comportement dynamiques des structures.
- Dans le deuxième chapitre, deux méthodes d'optimisation qui s'inspire de la biologie vont être exposées en expliquant leurs principaux fonctionnements notamment dans la détection des dommages. Il s'agit des Réseaux de Neurones et des Algorithmes Génétiques.
- Le troisième chapitre sera consacré à une étude théorique pour la détermination des caractéristiques dynamiques d'une barre métallique puis à l'étude des cas de dommages possibles.
- Dans le quatrième chapitre, on passera aux essais expérimentaux pour faire une étude vibratoire de la barre métallique et comparer les résultats obtenus à ceux de l'étude théorique.
- Le cinquième chapitre est consacré pour l'étude du problème inverse par les réseaux de neurones et les Algorithmes génétiques.
- Nous achèveront notre travail par le sixième chapitre, en tirant une conclusion générale de tout ce qui a été réalisé dans ce mémoire.

Chapitre 2

Les Réseaux de Neurones et les Algorithmes Génétiques

2.1)- Introduction

Depuis ses origines, l'informatique tente de s'inspirer des systèmes naturels et de certains éléments des systèmes vivants en particulier.

La biologie a apporté un grand nombre d'informations sur le fonctionnement du cerveau, des neurones, etc. Des mathématiciens ont alors tenté de reproduire le fonctionnement du cerveau en intégrant ses connaissances en biologie dans des programmes informatiques, et en leur donnant la possibilité d'apprendre. Ainsi, très rapidement se sont développés des travaux sur les neurones et les réseaux de neurones formels. Cela a commencé en 1943 avec McCulloch et Pitts, mais en 1969, Minsky et Papert publièrent un livre pour montrer que le type de réseau élaboré à l'époque était limité [59]. Heureusement, des progrès ont pu être réalisés par la suite. Ces recherches sur les "réseaux de neurones artificiels" ont maintenant beaucoup progressé.

Toujours l'être humain cherche des solutions, pour ces problèmes, mieux que celles qui sont entre ces mains et surtout si ces solutions prennent beaucoup de temps. Car il existe une catégorie de problèmes pour lesquels il est difficile, peut être impossible, de trouver une solution en un temps limité. Alors, il est utile de trouver une technique permettant la localisation rapide de solutions sous optimales, sachant que l'espace de recherche a une taille et une complexité suffisamment importantes pour éliminer toute garantie d'optimalité. Pour cela, les algorithmes génétiques qui s'inspirent (comme les réseaux de neurones) de la biologie représentent un système capable de s'auto-modifier au cours du temps, tout en améliorant sa performance dans l'accomplissement des tâches auxquelles il est confronté, cette technique semble ouvrir la voie à une recherche intéressante [59].

Nous traiterons de façon détaillée dans ce chapitre, les différentes caractéristiques des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques.

2.2)- Les Réseaux de neurones

2.2.1)- Définition

Un neurone est une fonction non linéaire, paramétrée, à valeurs bornées. L'intérêt des neurones réside dans les propriétés qui résultent de leur association en réseaux, c'est-à-dire de la composition des fonctions non linéaires réalisées par chacun des neurones [15].

Les réseaux de neurones biologiques réalisent facilement un certain nombre d'applications telles que la reconnaissance de formes, le traitement du signal, l'apprentissage par l'exemple, la mémorisation, la généralisation. Ces applications sont pourtant, malgré tous les efforts déployés en algorithmique et en intelligence artificielle, à la limite des possibilités actuelles. C'est à partir de l'hypothèse que le comportement intelligent émerge de la structure et du comportement des éléments de base du cerveau que les réseaux de neurones artificiels se sont développés. Les réseaux de neurones artificiels sont des modèles, qui peuvent être décrit par leurs composants, leurs variables descriptives et les interactions des composants.

L'emploi des réseaux neuronaux plutôt que des techniques classiques pour l'approximation de fonction peut se justifier par les arguments suivants [28] :

- Simplicité de mise en œuvre (peu d'analyse mathématique préliminaire)
- Capacité d'approximation universelle prouvée
- Capacité d'adaptation.

2.2.2)- historique

Le champ des réseaux neuronaux a démarré par la présentation en 1943 par **W. McCulloch** et **W. Pitts** [18] du neurone formel qui est une abstraction du neurone physiologique. Par cette présentation, ils veulent démontrer que le cerveau est équivalent à une machine de Turing, la pensée devient alors purement des mécanismes matériels et logiques.

Une machine de Turing se résume à une tête de lecture comportant un nombre fini d'états internes et à un ruban. La puissance de l'analyse de Turing (1912-1954) tient au fait que sa tête de lecture ne lit qu'un seul symbole à la fois, et que cette lecture, associée à la table d'états adéquate, suffit à effectuer toutes les opérations possibles. La Machine de Turing est toutefois une machine imaginaire, abstraite, et idéale. Elle n'a pu être construite.

En 1949, D. Hebb présente dans son ouvrage « The Organization of Behavior » une règle d'apprentissage. De nombreux modèles de réseaux aujourd'hui s'inspirent encore de la règle de Hebb.

En 1958, **F. Rosenblatt** [18] développe le modèle du perceptron. C'est un réseau de neurones inspiré du système visuel. Il possède deux couches de neurones : une couche de perception et une couche liée à la prise de décision. C'est le premier système artificiel capable d'apprendre par expérience.

Dans la même période, Le modèle d'Adaline (ADAPtive LINar Element) a été présenté par **B. Widrow** et **Hoff**. Ce modèle sera par la suite le modèle de base des réseaux multi-couches.

En 1969, **M. Minsky** et **S. Papert** [18] publient une critique des propriétés du Perceptron. Cela va avoir une grande incidence sur la recherche dans ce domaine. Elle va fortement diminuer jusqu'en 1972, où **T. Kohonen** [18] présente ses travaux sur les mémoires associatives et propose des applications à la reconnaissance de formes.

C'est en 1982 que **J. Hopfield** [18] présente son étude d'un réseau complètement rebouclé, dont il analyse la dynamique.

2.2.3)- les Composants de neurone artificiel

➤ Structure

La (fig.1.) montre la structure d'un neurone artificiel. Chaque neurone artificiel est un processeur élémentaire. Il reçoit un nombre de variables d'entrées en provenance de neurones amont. A chacune de ces entrées est associé un poids w abréviation de **weight** (poids en anglais) représentatif de la force de connexion. Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones aval. A chaque connexion est associé un poids [28].

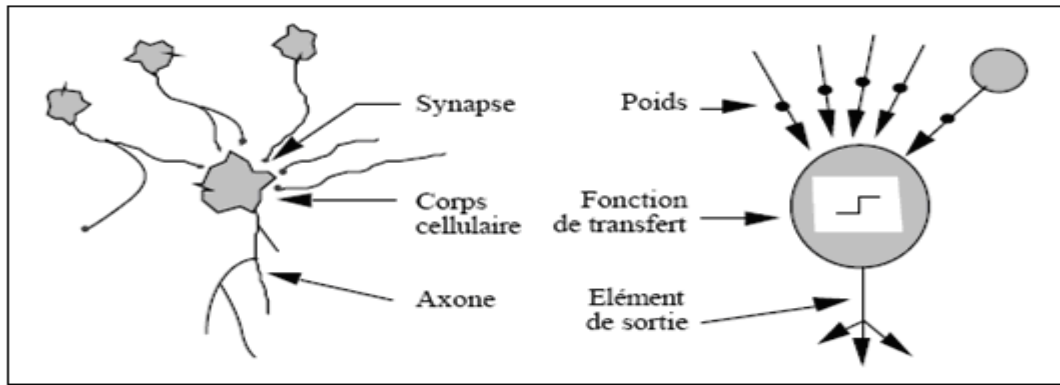


Fig.1. Mise en correspondance neurone biologique / neurone artificiel

➤ Comportement

On distingue deux phases. La première est habituellement le calcul de la somme pondérée des entrées (X) selon l'expression suivante [12] :

$$X = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot x_i)$$

A partir de cette valeur, une fonction de transfert calcule la valeur de l'état du neurone. C'est cette valeur qui sera transmise aux neurones avants. Il existe de nombreuses formes possibles pour la fonction de transfert. Les plus courantes sont présentées sur la (fig.2.). On remarquera qu'à la différence des neurones biologiques dont l'état est binaire, la plupart des fonctions de transfert sont continues, offrant une infinité de valeurs possibles comprises dans l'intervalle $[0, +1]$ (Ou $[-1, +1]$).

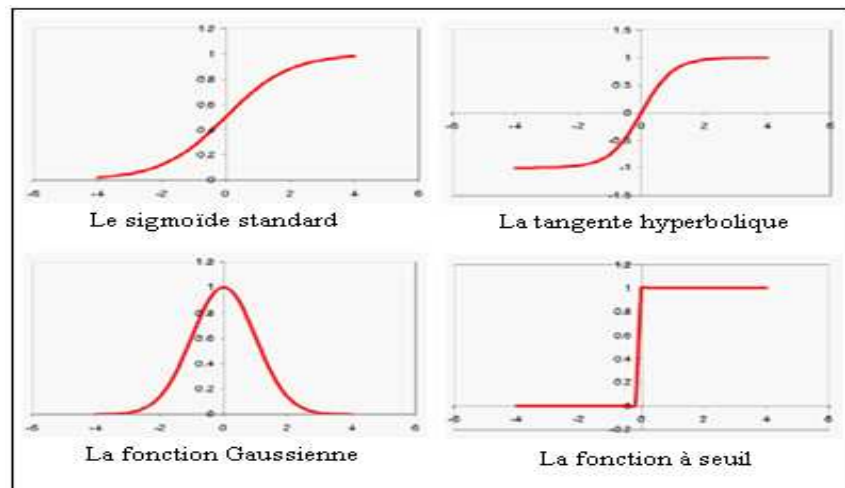


Fig.2. Les fonctions d'activation les plus utilisées.

Les équations décrivant le comportement des neurones artificiels n'introduisent pas la notion de temps. En effet, c'est le cas pour la plupart des modèles actuels de réseaux de neurones, nous avons affaire à des modèles à temps discret, synchrone, dont le comportement des composants ne varie pas dans le temps [12].

2.2.4)- les avantages des réseaux de neurones

Un des intérêts majeurs des réseaux de neurones artificiels (informatiques) est qu'ils sont organisés sous la forme d'une structure massivement parallèle. De plus, on peut citer aussi les avantages suivants (similaires à ceux des réseaux de neurones biologiques) [12]:

- les neurones sont des composants non-linéaires, par conséquent le réseau aussi : ceci est une propriété très importante car cela leur permet de traiter des problèmes physiques non-linéaires.
- ils sont capables d'apprendre et de généraliser : après une période d'apprentissage qui consiste à leur présenter des entrées ainsi que des sorties que l'on voudrait qu'ils trouvent. Ils sont capables de produire des sorties "raisonnables" sur des cas qu'ils n'ont pas appris.
- le réseau de neurone qui a appris à travailler dans un environnement précis, peut s'adapter à un autre environnement semblable.
- dans le cas d'un problème de classification un réseau de neurones ne se contente pas de faire un choix : il fournit aussi un niveau de confiance sur sa décision. Cela permet de rejeter des motifs ambigus et d'avoir une idée sur la précision du résultat.
- si l'on considère un réseau connecté physiquement qui subit un dommage qui n'est pas trop important alors les réponses ne sont pas trop dégradées. Le réseau est donc résistant car il continue à être utilisable bien qu'il soit endommagé.

2.2.5)- les types de réseau de neurone

Nous allons à présent voir la représentation artificielle des neurones et des réseaux qui sont communément employée [64].

On distingue deux types de réseaux de neurones :

- **Les réseaux de neurones non bouclés**

Un réseau de neurones non bouclé (fig.3.) réalise une (ou plusieurs) fonctions de ces entrées, par composition des fonctions réalisées par chacun des neurones [15].

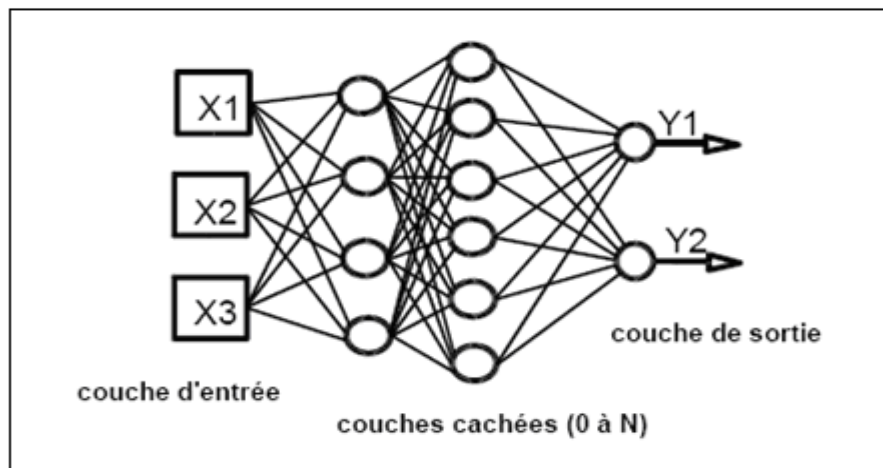


Fig.3. Un réseau de neurones non bouclé.

Le graphe du réseau de neurone non bouclé ne possède pas de cycle [51]. Il réalise donc, de manière générale, une relation *algébrique* non linéaire entre ses entrées et ses sorties. (fig.4.)

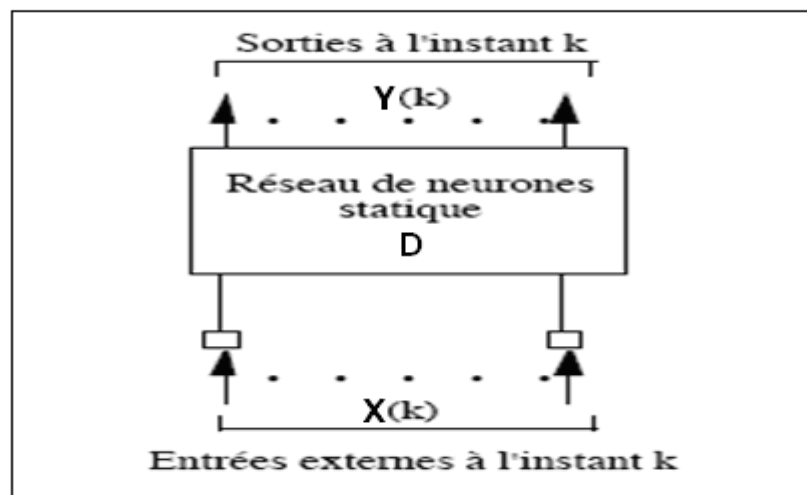


Fig.4. Forme canonique d'un réseau de neurones non bouclé.

- **Les réseaux de neurones bouclés (ou récurrents)**

Un réseau de neurones bouclé (fig.5.) à temps discret réalise un (ou plusieurs) équations aux différences non linéaires, par composition des fonctions réalisées par chacun des neurones et des retards associés à chacune des connexions [15].

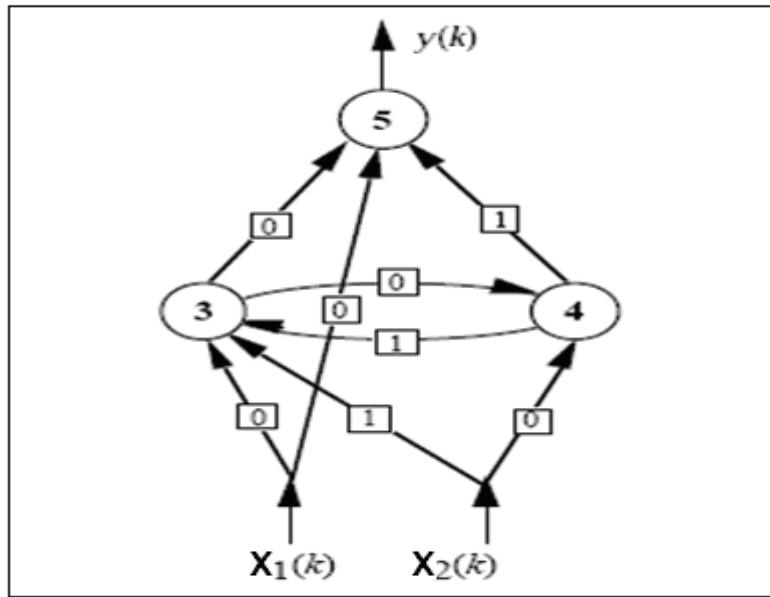


Fig.5. Un réseau de neurones bouclé. Les nombres dans les carrés sont les retards (Exprimés en nombre de périodes d'échantillonnage) associés à chaque.

Un réseau est bouclé, ou dynamique, si son graphe possède au moins un cycle. Il constitue un filtre récursif non linéaire à temps discret [51].

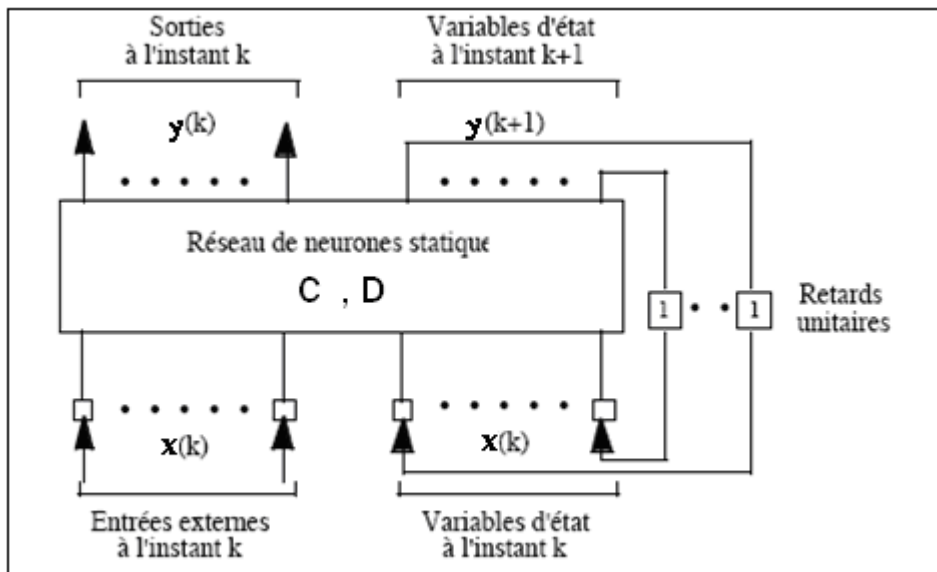


Fig. 6. Forme canonique d'un réseau de neurones bouclé.

o **Propriété**

Tout cycle du graphe (fig.6.) des connexions d'un réseau de neurones bouclé doit comprendre au moins une connexion de retard non nul [15].

2.2.6)- Nombre de couches intermédiaires

Le nombre des noeuds ainsi que le nombre de couches intermédiaires du réseau de neurones dépend du problème étudié, et ne dispose pas de règles pour déterminer ce nombre en valeurs exactes. A noter que Les réseaux de la multicouches sont assez puissants [23], mais l'utilisation d'un nombre réduis de couches intermédiaires diminue le temps de résolution du problème [13].

2.2.7)- Apprentissage du réseau de neurone

On appelle « apprentissage des réseaux de neurones » la procédure qui consiste à estimer les paramètres des réseaux de neurones, afin que celui-ci remplisse au mieux la tâche qui lui est affectée [15].

Au niveau des algorithmes d'apprentissage, il a été défini deux grandes classes selon que l'apprentissage est dit supervisé ou non supervisé. Dans le cas de *l'apprentissage supervisé*, les exemples sont des couples (Entrée, Sortie associée). Les résultats corrects (c'est-à-dire les valeurs que l'on désire que le réseau obtienne en sortie) sont fournis au réseau, si bien que celui-ci peut ajuster ses poids de connexions pour les obtenir. Après l'apprentissage, le réseau est testé en lui donnant seulement les valeurs d'entrée mais pas les sorties désirées, et en regardant si le résultat obtenu est proche du résultat désiré [41], [45].

Alors que l'on ne dispose que des valeurs (Entrée) pour *l'apprentissage non supervisé* ; on ne fournit pas au réseau les sorties que l'on désire obtenir. On le laisse évoluer librement jusqu'à ce qu'il se stabilise [41], [45].

Le processus d'apprentissage se fait généralement [23], [67] en cinq étapes (fig.7.):

- 1- Pondération des entrées par des paramètres appelées poids (W) ;
- 2- Sommation des entrées pondérées ;
- 3- Calcul de la réponse du neurone par la fonction d'activation ;
- 4- Calcul de l'erreur entre la sortie théorique et celle calculée par le RNA ;
- 5- Modification des poids pour minimiser l'erreur par un algorithme mathématique spécifique appelé algorithme d'apprentissage (figure.7.).

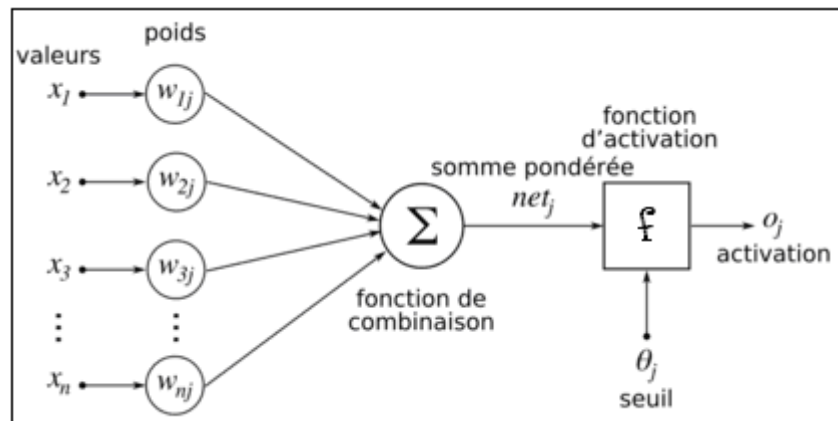


Fig. 7. Les différentes étapes d'apprentissage.

✓ Loi de HEBB

C'est la plus ancienne loi appliquée par **Hebb** [42] pour la recherche des poids synaptiques adéquats d'un neurone. Mathématiquement, cette loi peut être décrite par la relation suivante :

$$\mathbf{W}_{ij}(t+1) = \mathbf{W}_{ij}(t) + \boldsymbol{\eta} \mathbf{y}_j(t) \mathbf{x}_i(t);$$

Où \mathbf{x} , \mathbf{y} sont les entrées et sorties des neurones \mathbf{i} et \mathbf{j} , respectivement, qui sont connectés par les poids \mathbf{W} et $\boldsymbol{\eta}$ est le pas d'apprentissage. La propriété importante de cette loi est que l'apprentissage se fait localement, c'est-à-dire le changement des poids synaptiques dépend de l'activité des deux neurones connectés par ces poids.

✓ Règle de rétro-propagation du gradient

Les synapses en amont du neurone varient en utilisant la retro-sortie du neurone cible (donc le neurone considéré) et la sortie du neurone source, selon la formule (dite de descente du gradient) [61] :

$$\Delta \text{ poids} = \boldsymbol{\eta} \cdot \text{retro_sortie(cible)} \cdot \text{sortie(source)} + \text{hasard} ;$$

$$\text{Avec } \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \text{erreur quadratique globale}^{\boldsymbol{\beta}} ;$$

$\Delta \text{ poids}$: la variation du poids de la synapse (lorsque le poids est variable) ;

$\boldsymbol{\eta}$: le pas d'apprentissage ;

$\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$: 2 coefficients > 0 ;

Hasard (ou température) : coefficient aléatoire permettant d'accroître la flexibilité d'apprentissage du réseau (en franchissant des minima locaux de l'erreur quadratique).

Erreur quadratique globale : c'est le carré de la distance euclidienne entre les vecteurs de sortie effective et de sortie désirée.

$$\text{Erreur quadratique} = \sum_{i \in \text{sortie}} (\text{sortie } i - \text{sortie désirée } i)^2 ;$$

Sortie : l'aire de sortie, contenant tous les neurones i ;

Sortie i : la sortie du $i^{\text{ème}}$ neurone de sortie ;

Sortie désirée i : vaut 0 ou 1 selon que la sortie désirée pour l'exemple courant qui contient ou non la caractéristique codée par le neurone i .

On trouvera dans [1] [23] [47] [36] plus d'explication sur les différents algorithmes d'apprentissages les plus utilisés.

2.2.8)- Les réseaux neuronaux les plus célèbres

Les réseaux de neurones connaissent depuis quelques années un succès croissant dans divers domaines des Sciences de l'Ingénieur ; celui du génie civil n'échappe pas à cette règle [50].

Parmi les méthodes adaptatives paramétriques, les réseaux neuronaux (ou systèmes connexionnistes) sont devenus les plus populaires. Utilisés comme outil de modélisation les réseaux neuronaux peuvent apporter des résultats positifs rapidement et sans beaucoup d'effort [51].

Dans le domaine traditionnel des réseaux neuronaux, on trouve parmi les méthodes les plus connues: **les perceptrons multicouches** (et leur algorithme d'apprentissage "rétro propagation"), les perceptrons multicouches récurrents [1], **les réseaux de Hopfield**, **les cartes de Kohonen**, la machine de **Boltzmann** [42] (Fig.8.).

Ces méthodes ont en commun seulement le fait d'utiliser la fonction sigmoïde comme fonction de base dans des compositions représentées sous la forme de réseau. Chaque méthode a son algorithme pour trouver l'ensemble de paramètres \mathbf{W} optimal.

D'autres méthodes comme le **GRBF** (fonctions radiales de base généralisées) ou **les réseaux wavelets**, sont représentées aussi sous la forme de réseau mais en utilisant une fonction de base différente.

L'architecture la plus utilisée parmi les réseaux neuronaux est celle des réseaux multicouche dont l'apprentissage est effectué à l'aide de l'algorithme de rétro propagation.

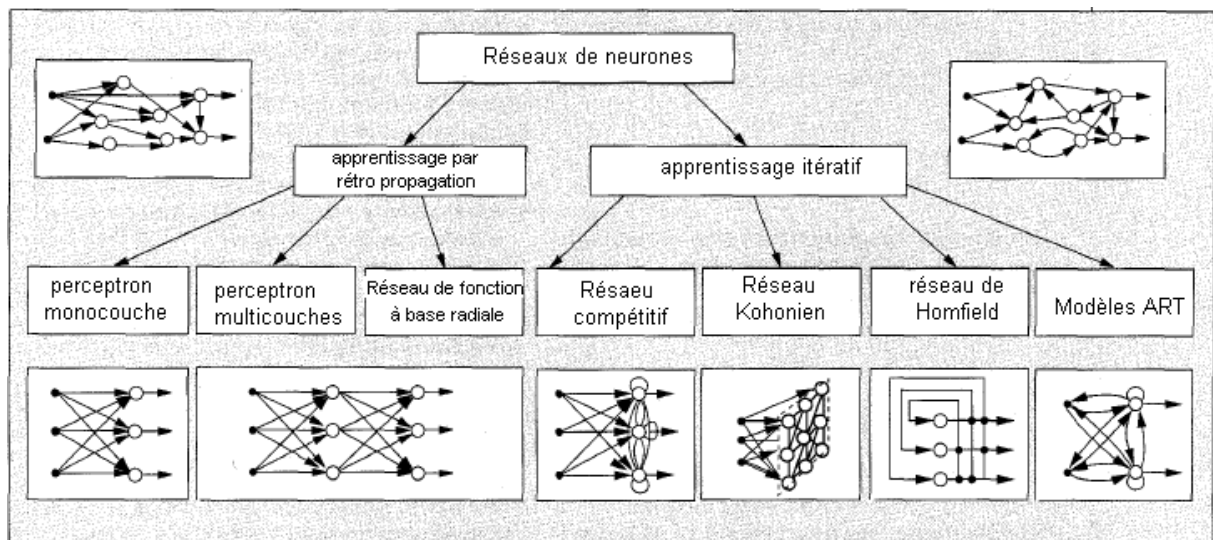


Fig.8. Schéma récapitulatif de l'architecture des réseaux de neurones les plus célèbres.

2.2.9)- Etude des dommages structurels par les réseaux de neurones

Aujourd'hui, plusieurs méthodes d'identification des dommages structurels sont disponibles. Cependant, la plupart d'eux ont besoin de beaucoup de temps de calcul pour l'étude des systèmes dynamique de grandes tailles. Pour cela de nombreux chercheurs ont pensé à l'emploi des Réseaux de Neurones qui tirent leur puissance de modélisation, de leur capacité à capter les dépendances de haut niveau, c.-à-d. impliquer plusieurs variables à la fois. Nous citons dans ce qui suit quelques travaux de recherches sur la détection des dommages structurels par les Réseaux de Neurones :

Ceravolo et De Stefano (1995) [7], ont utilisé un réseau neurone artificiel pour identifier les dommages dans une structure en simulation avec la méthode d'élément finie. Le réseau de neurone a été adopté pour identifier les intervalles des fréquences modales qui donnent les coordonnées

(\mathbf{x} , \mathbf{y}) correspondantes à l'emplacement des dommages. L'architecture du réseau a été choisie comme suit:

10 nœuds d'entrée qui correspondent à 10 fréquences modales, une couche cachée avec 10 nœuds, et deux nœuds de sortie qui correspondent aux coordonnées \mathbf{x} et \mathbf{y} . L'entraînement du réseau a été fait par 18 échantillons par l'algorithme de retro-propagation et sa validation c'est faite par 5 échantillons. Les auteurs ont remarqué que les zones de dommages ont été bien localisées.

Chang et al (2000) [8] ont introduit une technique itérative dans un réseau de neurone pour la découverte des dommages en se basant sur l'identification des paramètres structurels.

Plusieurs degrés de dommages structurels étaient simulés par la réduction des paramètres structurels. Le réseau de neurone a été utilisé pour prédire les paramètres structurels en introduisant les caractéristiques dynamiques mesurées expérimentalement.

Les paramètres structurels prédits ont été alors utilisés dans le modèle (éléments finis) pour calculer les caractéristiques dynamiques. Les paramètres structurels identifiés vont être encore utilisés pour déduire l'emplacement et l'ampleur des dommages structurels.

Un algorithme de retro-propagation a été formulé pour accélérer le processus d'entraînement du réseau. Cette méthode a été vérifiée numériquement et expérimentalement en utilisant une poutre en **T**.

En **2004**, **Damodar Maity** et **Asish Saha** [13], ont utilisé les réseaux de neurones pour l'étude des dommages d'une poutre. Les déplacements modaux sont utilisés comme entrée et sortie du réseau. Deux types d'analyse des dommages ont été étudiés en utilisant une poutre rectangulaire :

- Dommages multiples (dommages dans plusieurs nœuds) avec une réduction de **IE** de 10% à 90% dans l'algorithme d'apprentissage
- dommages singuliers (dommages dans un seul nœud) avec une réduction de **IE** de 5% à 95% dans l'algorithme d'apprentissage et le calcul de l'erreur entre la sortie obtenue et la sortie désiré. En fin Les résultats numériques obtenus par **D.Maity** et **A.Saha** ont été comparé avec ceux de **Tsou** et **Shen** (1994).

Huijian li, Changjun He, Jialin Ji, Hui Wang et Caizhe Hao (2005) [24] ont présenté un algorithme pour la détection des dommages structurels en utilisant les réseaux de neurones artificiels. Le changement des fréquences naturelles et des déformations modales représentent les données de la couche d'entrée du réseau et le vecteur des dommages est donné par la couche de sortie. La méthode des éléments finis a été employée pour l'obtention des caractéristiques dynamiques d'une poutre en acier, dans les trois modes de vibration. Différents cas de dommages sont introduits dans l'étude pour estimer et localiser les fissures. Les auteurs ont utilisé plusieurs poutres en acier avec six modes pour obtenir les paramètres modaux, tels que les fréquences de résonance et les déformations modales.

Rafik Taleb (2005) [47] a utilisé les réseaux de neurones pour la prédiction de la propagation des nœuds plastiques dans une structure sous une sollicitation sismique. Le modèle du réseau de neurones est un réseau multicouche à retro-propagation avec une couche d'entrée, une couche cachée et une couche de sortie. Les variables de la couche d'entrée sont les facteurs de rigidité flexionnelle des éléments résistants qui ont été représentés par 15 neurones. La couche de sortie donne la configuration des rotules plastiques ainsi que leur taux de plastification, elle est constituée de 30 neurones. La base d'apprentissage est formée par des résultats numériques d'une série d'analyse Pushover menés par le logiciel de calcul SAP 2000 version non linéaire. Le réseau de neurone a prouvé son efficacité pour obtenir la distribution des nœuds plastiques, en l'appliquant à deux modèles de portiques endommagés.

Yuyin QIAN et Akira MITA (2005) [65] ont utilisé un réseau de neurones à trois couches pour prédire le comportement d'un bâtiment de 5 étages. Les taux du changement de la fréquence sont pris en considération. Les données d'entraînement sont les cas de dommages avec 10%, 20%, 30%, 40% et 50% dans la réduction de la rigidité à chaque étage endommagé. Le réseau a comme entrées les cinq valeurs de taux du changement de fréquence et comme sortie les cinq valeurs de réduction de la rigidité pour chaque étage. Le nombre de nœuds pour les trois couches : d'entrée, cachée et de sortie est respectivement :

- 1 ; 5 ; 1 pour le cas de dommage singulier.
- 2 ; 5 ; 2 pour le cas de double endommagement.

L'étude montre que ce réseau peut être utilisé même pour le cas de dommages multiples. Une série d'expériences de vibration, sur un modèle réduit de bâtiment à cinq étages, a été menée pour vérifier la performance de la méthode proposée. Les résultats montrent que le degré et

l'ampleur des dommages peuvent être déterminés en connaissant le taux de changement fréquentielle et la variation de la rigidité.

M.Mehrjoo, N.Khaji, H.Moharrami et A.Bahreininejad (2007) [40], ont utilisé les réseaux de neurones pour l'étude d'endommagement des ponts métalliques au niveau de leur joints de liaison.

Les auteurs ont utilisé un réseau de neurones de type multicouche. La couche d'entrée est représentée par les fréquences de résonances et les vecteurs propres mesurés. Les neurones de la couche de sortie donnent le pourcentage d'endommagement de chaque joint.

Donc le réseau de neurones utilisé est constitué de (32) neurones dans la couche d'entrée, de (50) neurones dans la couche intermédiaire et de (05) neurones dans la couche de sortie.

Cette étude montre bien que la localisation des dommages se fait avec une bonne précision, et que l'erreur calculée lors de test du réseau précédent est approximativement proche de 1%, ce qui éprouve l'efficacité de la méthode.

2.2.10)- Conclusion

On constate d'après les travaux de recherches décrites ci-dessus, que les réseaux de neurones ont été largement utilisés dans la dynamique notamment dans l'étude des dommages. Nous avons vu que les réseaux de neurones offrent d'intéressants avantages par rapport aux techniques dynamiques traditionnelles, dans l'étude des dommages structurels. Ces avantages peuvent se résumer dans les points suivants :

- Faire les études dynamiques et constater les dommages structurels en un temps réduit.
- Le processus d'apprentissage qui se fait en traitant la majorité des cas possibles.
- La capacité de se souvenir des différents cas de dommages donne au réseau le privilège de traiter de nouveaux cas sans difficulté.

Malgré ces avantages, ils restent toutefois quelques difficultés qu'on trouve pour la construction du réseau neuronal telles que :

- Le choix des entrées et sorties du réseau et le nombre de nœuds et de couches cachées.
- les algorithmes d'apprentissage consistent le plus souvent en une descente de gradient, et sont donc sujets aux « pièges des minima locaux », à moins que les poids initiaux ne soient pas trop éloignés de leur valeur optimale ;

- le manque de moyens systématiques pour établir la topologie optimale (nombre de couches cachées, nombre de neurones dans ces couches, etc.)

Dans les deux dernières limitations énoncées ci-dessus, on se rend aisément compte que les Algorithmes Génétiques pourraient naturellement fournir une solution à ces problèmes, grâce à leurs capacités de recherche globale et à leurs habilités à faire évaluer favorablement les « structures ».

2.3)- Algorithme génétique

2.3.1)- Définitions

Dans la famille des algorithmes stochastiques, beaucoup plus robustes que les algorithmes déterministes, les algorithmes génétiques sont de plus en plus utilisés. Ils sont basés sur un phénomène naturel qui a fait ses preuves : *l'évolution*. Plus précisément, ils s'inspirent de l'évolution d'une population d'individus dans un milieu donné.

C'est en 1975 que **J. Holland** [29] et son équipe adaptaient, pour la première fois, les algorithmes génétiques pour la résolution de problèmes d'optimisation, en faisant un parallèle entre un individu dans une population et une solution d'un problème parmi un ensemble de solution.

Le but des algorithmes génétiques (**AG**) est de déterminer les extrêmes d'une fonction

$f : X \longrightarrow R$, où X est un ensemble quelconque appelé espace de recherche et f est appelée fonction d'adaptation ou fonction d'évaluation ou encore fonction *fitness*. La fonction agit comme une «boite noire» pour l'**AG**. Aussi des problèmes très complexes peuvent être approchés par la programmation génétique sans avoir de compréhension particulière du problème [17], [66].

2.3.2)- Fonction d'évaluation ou fonction fitness

Pour calculer le coût d'un point de l'espace de recherche, on utilise une *fonction d'évaluation*. L'évaluation d'un individu ne dépend pas de celle des autres individus, et le résultat fourni par la fonction d'évaluation va permettre de sélectionner ou de refuser un individu pour ne garder que les individus ayant le meilleur coût en fonction de la population courante : c'est le rôle de la fonction *fitness*. Cette méthode permet de s'assurer que les individus performants seront conservés, alors que les individus peu adaptés seront progressivement éliminés de la population [17], [66]. Ces algorithmes permettent de calculer une solution acceptable à un problème dont l'espace de solutions est trop grand pour être parcouru dans un temps raisonnable.

La mise en oeuvre des algorithmes génétiques nécessite plusieurs étapes à détailler. La première est le *codage* de l'individu représenté par un chromosome. La seconde est de trouver la *fitness*, fonction d'adaptation (fonction coût). La troisième est de définir les *opérateurs* de la reproduction (c à d la sélection, le croisement et la mutation) [57].

2.3.3)- Codage et population initiale

Historiquement le codage utilisé par les algorithmes génétiques était représenté sous forme de chaînes de bits contenant toute l'information nécessaire à la description d'un point dans l'espace d'état [27]. Alors, pour résoudre un problème il faut d'abord coder les paramètres; un gène correspond à une variable d'optimisation X_i , et un ensemble de gène correspond à un chromosome, un individu a un ou plusieurs chromosomes et une population c'est un ensemble des individus.

Dans l'informatique nous utilisons un codage binaire (0 et 1), par exemple un gène est un entier long (32 bits). Un des avantages du codage binaire est que l'on peut facilement coder les objets : réels, des entiers, des chaînes de caractères...etc [31].

La transformation la plus simple (fonction de décodage d) d'une chaîne binaire A en nombre entier x s'opère par la règle suivante [60]:

$$X = d(A) = \sum_{i=1}^n (a_i 2^{i-1}) \quad (2.1)$$

Ainsi le chromosome $A = \{1; 0; 1; 1\}$ vaut $1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = 8+2+1 = 11$.

Évidemment, la fonction d sera modifiée selon le problème. Ainsi si nous cherchons à maximiser une fonction $f: [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ une méthode possible serait la suivante (la taille du chromosome dépendant bien évidemment de la précision voulue) :

$$X = d(A) = \sum_{i=1}^n (a_i 2^{-(i-1)}) \quad (2.2)$$

2.3.4)- Principes de l'Algorithme Génétique

Les algorithmes génétiques sont basés sur trois éléments principaux : la *sélection*, le *croisement* et la *mutation*. Dans la littérature on parle alors d'*opérateurs* de reproduction.

a)- Évaluation : chaque individu se voit attribuer une mesure de son adaptation, calculée à partir de la fonction objective à minimiser ou maximiser. Aucun gradient ou autre estimation n'est nécessaire.

b)- Sélection : on opère une sélection parmi les individus pour désigner ceux qui vont produire les membres de la prochaine génération. Les meilleurs, au sens de l'adaptation, ont plus de chance d'être choisis, même plusieurs fois.

Il existe plusieurs méthodes pour la reproduction. La méthode la plus connue et utilisée est sans nul doute, la roue de loterie biaisée (roulette Wheel) de Goldberg (1989). [20]

c)- Croisement (ou crossover) : une fois que des paires de parents sont désignées, une opération de croisement est mise en oeuvre. Une partie de la chaîne binaire est échangée entre les deux parents, créant ainsi deux nouveaux individus.

d)- Mutation : intervenant avec une faible probabilité d'occurrence, un mécanisme aléatoire perturbe un ou plusieurs bits de la chaîne binaire des enfants. L'opérateur de mutation sert à maintenir un certain niveau de diversité dans la population.

On trouvera en [46] et [56] une documentation utile sur ces opérateurs de reproduction.

Donc en résumé le principe des algorithmes génétiques est simple, Il est basé sur trois phases :

1. la genèse = l'initialisation aléatoire d'individus pour la population de la première génération.
2. la reproduction = l'évolution des individus de la génération courante vers la suivante.
 - (a) la sélection des individus reproducteurs.
 - (b) le croisement génétique de ces individus pour la création de nouveaux individus.
 - (c) la mutation de certains individus pour que le pool génétique ne s'affaiblisse pas.
 - (d) l'évaluation des individus par le calcul de leur fitness.
3. recueil du meilleur individu = recherche de l'individu le plus adapté selon les critères souhaités.

Les sous étapes 2 et 3 se répètent autant de fois qu'il y a besoin de générations (itérations de l'algorithme) pour satisfaire un critère d'arrêt [31]. Celui-ci est défini avant que le processus

ne commence. La solution est alors représentée par le meilleur individu de la dernière génération (fig.-9-).

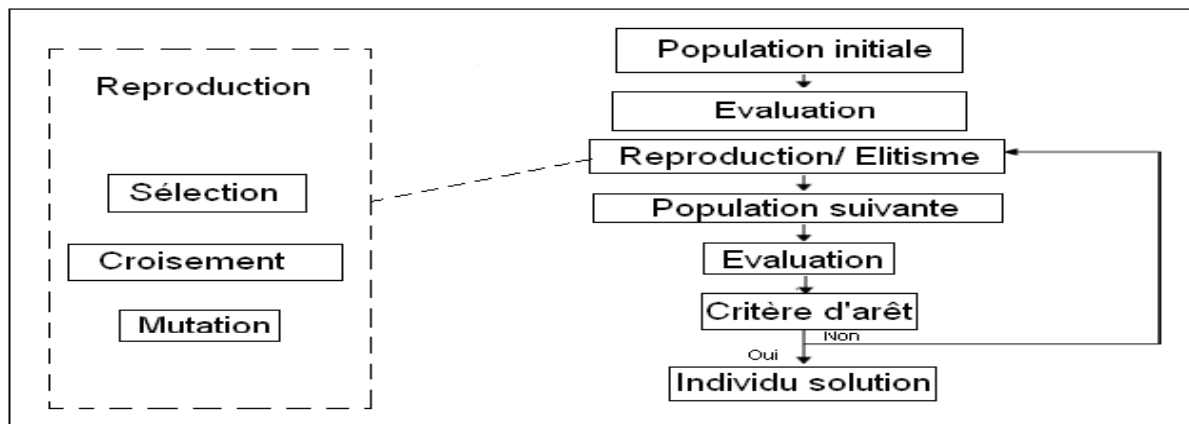


Fig.9. Schéma du principe des algorithmes génétiques.

2.3.5)- Etudes des dommages structurels par les Algorithmes Génétiques

Comme les Réseaux de Neurones, les Algorithmes Génétiques ont été suffisamment utilisés pour l'étude des dommages structurels, tout en essayant de réduire le temps de la recherche. Nous présenterons dans ce qui suit, quelques travaux de recherches sur la détection des dommages structurels par les algorithmes génétiques :

Dans leur recherche, **C.G. Koh** et **S.C. Mak (1991)** [33] ont adopté un Algorithme génétique (**GA**) en profitant de ses propriétés avantageuses dans la recherche, pour réduire le temps de convergence vers la valeur désiré. Les dimensions statiques sont utilisées au lieu de dimensions dynamiques. Les cas de charges sont suffisamment utilisés pour maintenir l'originalité du problème mathématique. L'**GA** est utilisé comme outil d'optimisation pour identifier la raideur inconnue et les paramètres du déplacement. La fonction de coût est une combinaison entre les erreurs de déplacement et celles de l'équation statiques. De plus, la sous-structuration est introduite pour réduire le nombre de paramètres inconnus, à chaque étape, et pour faciliter la convergence rapide. Comme l'espace de la recherche est réduit, la sous structuration réduit la durée du temps nécessaire pour l'étude et l'amélioration des caractéristiques de la convergence. Des exemples numériques sur des systèmes structurels, ayant jusqu'à 50 degrés de liberté, ont été présentés.

Ruotolo et Surace (1997) [52] ont formulé un problème inverse pour l'étude des fissures et leurs profondeurs dans les poutres en utilisant les paramètres modaux mesurés expérimentalement. Ce problème d'optimisation est résolu en employant un algorithme génétique. La fonction de coût a pu être optimisée et représentée en fonction des fréquences modales mesurées et des fréquences associées calculées à l'aide d'un modèle d'élément fini. Bien que les emplacements des fissures et leurs profondeurs dans la poutre soient identifiés avec succès, quelques questions pratiques existent encore.

Mares et al. (1999) [38] ont construits une fonction coût comme une fonction de la différence entre les transmissibilités mesurées et analytiques. L'algorithme génétique est utilisé pour minimiser la fonction coût. La fonction de la transmissibilité, T_{ij} , entre le $i^{\text{ème}}$ et le $j^{\text{ème}}$ degré de liberté est définie comme suit :

$$T_{ij} = E[Y_i Y_j^* / Y_j Y_i^*] \quad (2.3)$$

Où Y_i est la fonction de réponse en fréquence du $i^{\text{ème}}$ point et E est l'opérateur de l'expectation. Les auteurs ont simulé numériquement le comportement dynamique d'un bâtiment de quatre étages avec trois degrés de liberté, puis ils ont fait référence à ces simulations comme données mesurées. Pour améliorer la performance de l'optimisation, une petite fraction de fonctions de la transmissibilité est sélectionnée de toutes les combinaisons possibles.

La fonction coût, $G(\mathbf{D})$, montre la plus grande différence entre le bon état de la structure et celui d'endommagement. Elle est donnée par la formule suivante:

$$G(\mathbf{D}) = \mathbf{1} - \sum_{i,j \in A} \sum_{K=1}^n \left| \ln \left| \frac{T_{ij}^c(\omega_K)}{T_{ij}^m(\omega_K)} \right| \right| \quad (2.4)$$

Où n fait référence au nombre de lignes de la fréquence analysé, \mathbf{D} est le vecteur d'état d'endommagement pour chaque étage, et $T_{ijk}(\omega)$ correspond à une des transmissibilités sélectionnées. Les indices supérieurs n , m et c dénotent les quantités mesurées et calculées, respectivement. La première addition dans l'équation précitée est exécutée seulement pour les fonctions de la transmissibilité sélectionnées. Plusieurs scénarios de dommages sont simulés

en réduisant la raideur de colonnes des étages, puis une recherche génétique est exécutée sur la fonction coût afin que la descente du minimum global soit déterminée rapidement. Il est conclu que les dommages sont identifiés plus facilement.

W. M. Ostachowicz, M. Krawczuk, M. P. Cartmell.Polish (2001) [44] ont fait une étude sur les dommages structurels par les algorithmes génétiques en considérant le critère **DLAC**, défini précédemment, comme fonction objective. Ils ont donc considéré que le changement de la fréquence naturelle de la structure peut être considéré comme indicateur de dommages. Deux exemples ont été étudiés pour vérifier l'efficacité de cette méthode.

A.Raich & T.Liszkai (2003) [48] ont proposé un modèle paramétrique qui met à jour la technique de la détection des dommages en utilisant les **AGs** (algorithmes génétiques). L'utilisation de la **FRFs** (la fonction de la repense en fréquence) a prouvé qu'elle peut être un indicateur adéquat pour la détection des dommages structurels. La procédure est simple et exige seulement la mesure de **FRFs**, qui peut être obtenu directement par mesures expérimentales.

La procédure utilise un modèle d'élément fini représentatif de la structure, qui la rend facile et effectif dans les progiciels existants. En utilisant une série d'études de cas, les résultats ont montré que l'algorithme heuristique moderne est capable de résoudre les problèmes de détection des dommages avec un haut degré d'exactitude. En fin, **A.Raich** et **T.Liszkai** [48] montrent, avec un exemple numérique sur une poutre, que le gène **IRR** (de La représentation redondante implicite) et l'**AG** assurent la haute exactitude de mesure des dommages même pour les grandes structures.

Ch Ratnam et D V Parameswara Rao (2004) [49] décrivent une technique pour la détection des dommages structurels macroscopiques dans les structures élastiques. La localisation et la quantification de l'ampleur des dommages sont déduites, en utilisant les algorithmes génétiques associés à la méthode de la force résiduelle qui est basée sur la théorie de l'analyse modale conventionnelle. Le programme de modélisation du problème étudié est écrit exclusivement dans le but de détecter l'emplacement et l'ampleur des dommages structurels, en lui introduisant les données expérimentales. Dans leurs études ils ont pris en considération

les différents états de dommages que peut subir une poutre. Les résultats des différents cas ont été introduits dans leur technique.

Les données d'exemples expérimentaux ont été simulées numériquement en utilisant les modèles d'éléments finis des systèmes structurels, afin de démontrer le niveau d'exactitude possible pour l'identification des dommages structurels.

Selcuk Dical (2005) [55] ont fait leur recherche sur la performance d'une méthode de la détection des dommages pour les structures existantes (**SDIM**). Les données de mesures expérimentales sont utilisées seulement pour calculer les fonctions de la repense en fréquences qui seront utiles pour détecter les dommages structurels. La différence entre les valeurs de la FRF, obtenue dans le cas d'endommagement et de non endommagement, est utilisée comme fonction objective :

$$f = \sum_{k=k_1}^{k_n} \left(\int_{\bar{\omega}_0}^{\bar{\omega}} |\bar{A}_{jk}(\omega) - A_{jk}(\omega)| d\omega \right)^2 \quad (2.5)$$

Où j est le degré de liberté où l'excitation a été appliquée, k est le degré de liberté où la repense est mesurée, \bar{A}_{jk} est la $j^{\text{ème}}$ et $k^{\text{ème}}$ valeur de la FRF déterminée par un modèle d'élément fini, A_{jk} est la $j^{\text{ème}}$ et $k^{\text{ème}}$ valeur de la FRF mesurée expérimentalement, $k_1 \dots k_n$ sont les degrés de liberté où les mesures sont prises, $\bar{\omega}_0$ et $\bar{\omega}$ sont, respectivement, les fréquences inférieures et supérieures de la gamme de la fréquence mesurée, et le symbole $||$ indique la magnitude complexe (**Liszkai, 2003**) [37].

Les auteurs se sont servis de l'Algorithme Génétique pour minimiser cette fonction. Ce qui fournirait une méthode robuste pour identifier les dommages dans le cas, où les structures sont plus grandes et plus complexes.

Les résultats de cette recherche indiquent que le **SDIM** est facile à utiliser et qu'il est capable de détecter les dommages structurels correctement aux nombres d'éléments, avec peu d'erreurs. La performance d'algorithme de résolution (Algorithme Génétique) est comparée favorablement à la performance de plusieurs algorithmes de découverte de dégât qui ont été proposés par d'autres chercheurs dans un repère structurel à trois dimensions.

B. Kouchmeshky, W. Aquino, J. C. Bongard, and H. Lipson (2006) [35] ont étudié les dommages structurels avec un minimum de tests. Leur travail a été réalisé en deux phases: La première phase consiste à trouver les éléments du modèle qui donnent un minimum d'erreurs, entre la valeur de la réponse calculée théoriquement et celle mesurée expérimentalement. Pour cette raison l'algorithme génétique a été introduit dans cette phase. La deuxième phase consiste à trouver le test qui correspond au minimum de dommages donnés par les éléments de la première phase. Dans cette phase aussi l'algorithme génétique a été utilisé. A la fin de leur étude, des exemples numériques ont été faits pour estimer le degré de performance de la méthode proposée.

BH.Koh et S.J.Dyke (2006) [34] ont opté pour l'étude des dommages d'une poutre puis d'un pont, par les algorithmes génétiques.

Le critère d'assurance modale pour les dommages multiples a été utilisé comme fonction objective. **BH.Koh et S.J.Dyke** [34] ont conclu que l'application des algorithmes génétiques sur une poutre de (05) fréquences de résonances donne plus de précision que dans le cas d'un pont avec (28) fréquences de résonances.

H.M.Gomes et N.R.S.Silva (2007) [21] font l'étude d'une poutre modéliser par la méthode des éléments finis, puis utilisent les Algorithmes génétiques et le critère d'assurance modale, **MDLAC**, pour identifier et évaluer les cas de dommages des différents éléments de la poutre. L'algorithme génétique utilisé dans cette étude prend la fonction objective définie comme suit :

$$f(\delta D) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\delta \omega_i(\delta D)}{\max(\delta \omega_i)} - \frac{\Delta \omega_i}{\max(\Delta \omega_i)} \right)^2} \quad (2.6)$$

H.M.Gomes et N.R.S.Silva [21] constatent, d'après la comparaison des résultats obtenus par les algorithmes génétiques à ceux de l'étude dynamique faites par le critère **MDLAC**, que les algorithmes génétiques sont très efficaces pour la détection des dommages.

2.3.5)- Conclusion

Comme nous l'avons fait remarquer, la majorité des ces études se servent généralement d'une fonction coût qui représente l'erreur entre les résultats d'un modèle non endommagé et ceux d'un modèle endommagé. La plupart des mises en œuvre des algorithmes génétiques dans les études dynamique nécessitent un environnement suffisamment tolérant pour laisser à l'algorithme le « droit à l'erreur ». Car L'Algorithme génétique, employé seul, constitue un mécanisme de recherche souvent « trop aveugle » ; dès lors, il peut être rendu plus efficace si on le combine avec des méthodes de recherche traditionnelles, habituellement plus « locales ». Dans la même veine, la combinaison des Algorithmes Génétiques avec les réseaux de neurones.

La combinaison des Algorithmes Génétiques avec les réseaux de neurones, a fait le sujet de quelques travaux de recherche pour l'étude des dommages, tels que :

T.Hmamoto et S.Soma (2004) [22] qui ont étudié le changement des propriétés modales (précisément la fréquence naturelle) et les propriétés physiques (la rigidité) de la structure avant et après l'endommagement. Dans leur étude ils ont définie les deux termes suivants :

1- le carré du changement de la fréquence naturelle de la réponse (de la structure) avant et après le dommage, (**SNFCR**) définie par :

$$\Omega_i = \frac{\Delta \omega_i^2}{\omega_{0i}^2} = \frac{\omega_{0i}^2 - \omega_{Di}^2}{\omega_{Di}^2} \quad (2.7)$$

ω_{0i} la $i^{\text{ème}}$ fréquence de la structure avant l'endommagement et ω_{Di} est la $i^{\text{ème}}$ fréquence de la structure après l'endommagement.

2- la variation de la rigidité de la structure avant et après le dommage (**SSRR**) :

$$\alpha_i = \frac{\Delta K_j}{K_{0j}} = \frac{K_{0j} - K_{Dj}}{K_{0j}} \quad (2.8)$$

K_{0j} est la rigidité du $j^{\text{ème}}$ étage avant l'endommagement et K_{Dj} est la rigidité du $j^{\text{ème}}$ étage après l'endommagement. Ensuite, ils ont définie la fonction objective, afin de l'utiliser dans l'étude des dommages par les algorithmes génétiques (**AGs**).

L'étude du dommage par les réseaux de neurones (**RNs**) est faite par un réseau constitué de trois couches intermédiaires ; en prenant comme entrés les vecteurs de (**SNFCR**) et comme

sortie les vecteurs de (**SSRR**). L'apprentissage c'est fait par l'algorithme de retro-propagation. Un bâtiment R+5 est utilisé comme exemple d'étude des dommages, pour faire une comparaison entre les résultats obtenus par l'**AGs** et celles obtenus par le **RNs**.

Samanta, khamis R.Al-Balushi et saeed A.Al-Araimi (2004) [53] ont fait une étude des dommages par trois types de réseaux : Réseau de fonction à base radiale (RBF) Perceptron multicouches (MLP) réseau de neurones probabiliste (PNN). Les signaux de vibration dans les deux directions x et y sont pris comme entrées et la résultante $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ représente la sortie du réseau. L'algorithme génétique est introduit sur ses trois réseaux pour le choix de la population initiale. Plusieurs tests d'apprentissage ont été réalisés expérimentalement, et les résultats obtenus ont été récapitulés dans un tableau pour faire une comparaison entre les trois réseaux utilisés.

Brahim TLILI; Faouzi BOUANI et Mekki KSOURI (2006) [4] utilisent les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones pour caractériser le comportement des systèmes non-linéaires de type **NARMA** (Moyen de déplacement non-linéaire Auto-Régressive). Les termes intervenants dans l'expression du modèle ainsi que les paramètres correspondants ont été déterminés en utilisant trois approches différentes : La première est basée sur l'algorithme de régression par pas échelonné modifié, qui est basé sur des critères statistiques. La seconde exploite les algorithmes génétiques binaires pour la sélection des termes intervenants dans le modèle, et la troisième approche est fondée sur la combinaison des réseaux de neurones artificiels à fonction d'activation polynomiale avec l'algorithme génétique sous sa représentation réelle. Deux exemples ont été traités en simulation pour comparer le degré de performance des trois méthodes.

Chapitre 3

Etude du comportement vibratoire des poutres par l'approche théorique

3.1)- Introduction

L'analyse modale permet d'établir un modèle de comportement vibratoire d'une structure en bases fréquentielles (de quelques Hz jusqu'à quelques centaines de Hz). En identifiant par la mesure des trois paramètres modaux (les fréquences vecteurs propres et amortissements modaux) d'un système, on peut construire un modèle analytique qui pourra être employé en simulation pour connaître le comportement dynamique de ce système dans d'autres cas pratiques.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le comportement des structures en déterminant leurs fréquences de résonances.

On montre que la résolution par éléments finis conduit à la résolution d'un système différentiel du second ordre de la forme suivante [26]:

$$M \ddot{y} + C \dot{y} + Ky = F \quad (3.1)$$

La procédure d'identification des paramètres modaux consiste à déterminer les valeurs et vecteurs propres de la matrice

$$\det[(K - \omega^2 M)] = 0 \quad (3.2)$$

ω est la pulsation propre du système, et $f = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$ représente la fréquence propre.

La détermination des valeurs propres se fait rarement en cherchant les zéros de l'équation (3.1) en raison de la très grande taille du système dans le cas général, et des considérables différences d'ordre de grandeur entre les valeurs propres les plus grandes et les plus faibles. De toute façon, ce sont les premières fréquences qui déterminent le comportement du système. Des méthodes permettant de trouver les premiers zéros d'un polynôme de degré n ont donc été mises au point. Du point de vue numérique, il existe un grand nombre de programmes disponibles permettant d'évaluer ces valeurs.

C'est dans ce même principe de résolution qu'on nous allons déterminer les fréquences de résonances de trois barres métalliques, par le Logiciel de calcul des structures SAP 2000 (Fig.10).

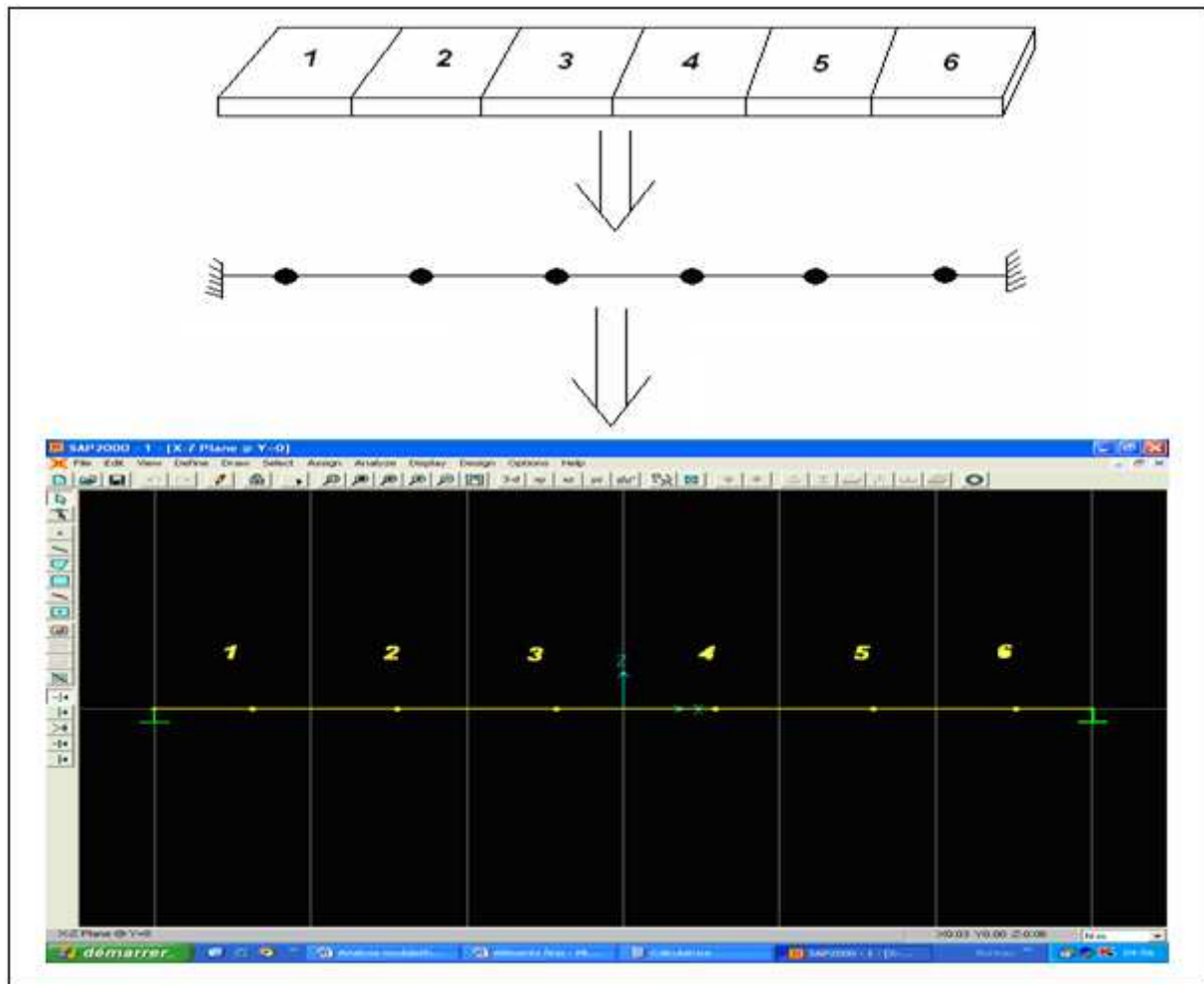


Fig.10. détermination des fréquences de résonances d'une barre métallique par le SAP 2000.

Il existe d'autres méthodes qui font l'étude dynamique des poutres. La méthode la plus utilisée est celle dite poutre **Euler-Bernoulli**, qui part du principe d'étude du mouvement des poutres.

3.2)- Equation de la dynamique des poutres

On définit le mouvement d'une poutre dit d'Euler-Bernoulli par l'équation suivante :

$$\rho S \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.3)$$

Cette équation à 2 variables se transforme en deux équations en une variable si on cherche des solutions sous la forme :

$$\psi(x, t) = \varphi(x) y(t).$$

$\varphi(x)$ est la fonction de la déformée qui réponds aux conditions géométriques imposées par les états limites et qui préservent les déplacements internes.

Ainsi, on obtient l'expression ci-dessous permettant de calculer les fréquences de résonances d'une poutre, selon les conditions aux limites :

$$f_n = \frac{A_n}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho SL^4}} \quad (3.4)$$

Les valeurs de A_n dépendent des conditions aux limites de la barre (voire l'annexe -A-).

3.3)- Application des deux méthodes pour l'étude de trois poutres métalliques

On a pris comme exemple d'application, trois poutres de longueurs différentes : $L=0.865\text{m}$ (poutre encastree-encastree), $L=0.55\text{m}$ et $L=0.36\text{m}$ pour les deux autres poutres (encastree-libre).

Les caractéristiques physiques des poutres sont : la masse volumique $\rho=7800 \text{ Kg/m}^3$, le module de Young $E= 1.9159 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, l'épaisseur $h=0.006\text{m}$, la largeur $d=0.03\text{m}$.

Les résultats d'étude sont mentionnés dans les tableaux (3.1) et (3.2)

Tableau (3.1)- Les fréquences de résonances des trois poutres, calculées par le SAP2000

Fréquences de résonances n°	1	2	3	4	5	6
Poutre encastrée-encastrée L=86.5cm	41.0190	113.6051	219.1199	347.5764	554.0367	728.8651
1 ^{ère} Poutre encastrée-libre L=50.5cm	18.0947	112.7076	385.3945	503.4611	/	/
2 ^{ème} Poutre encastrée-libre L=36cm	34.4231	211.4881	651.3722	/	/	/

Tableau (3.2)- les fréquences de résonances des trois poutres, calculées par la méthode d'Euler-Bernoulli

Fréquences de résonances n°	1	2	3	4	5	6
Poutre encastrée-encastrée L=86.5cm	40.548	112.6335	220.7616	364.9324	545.1459	761.4022
1 ^{ère} Poutre encastrée-libre L=50.5cm	13.2183	118.965	330.4585	647.6986	/	/
2 ^{ème} Poutre encastrée-libre L=36cm	26.0109	234.0977	650.2714	/	/	/

3.4)- Etude d'endommagement de la poutre encastree-encastree

Après avoir déterminé les fréquences propres de la poutre métallique non endommagée, nous allons calculer de la même manière les fréquences de résonances de la même poutre mais cette fois ci pour une série de cas de dommage introduite sur ses caractéristiques physiques. Vu la conclusion que nous avons tirée de la recherche bibliographique, l'endommagement va donc concerner la rigidité élémentaire de la structure (poutre), et le module de Young ne change pas (par hypothèse) :

On a

$$K_{nd} = K_d + \delta K \quad (3.5)$$

$K_{nd} = \text{Assemblage} (K_d^e + \delta K^e)$;

Sachant que :

$$[k^e] = \left(\frac{E.I}{L^3} \right) \cdot \begin{bmatrix} 12 & 6.L & -1^2 & 6.L \\ & 4.L^2 & -6.L & 2.L^2 \\ & & 12 & -6.L \\ \text{Sym} & & & 4.L^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Nous pouvons constater, qu'une petite réduction introduite sur le moment d'inertie élémentaire, produit d'une manière directe la même réduction sur la rigidité élémentaire de la structure. Ainsi on obtient la rigidité endommagée.

Dans ce qui suit, nous allons reprendre le même exemple étudié précédemment, précisément la poutre encastree-encastree, et calculer ses fréquences de résonances pour une série de cas d'endommagement (Annexe –B): réduction du moment d'inertie des différents éléments de la poutre de 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 35%, 40%, 45%, 50%, 55%, et 60%.

Tableau (3.3)- Deux exemples de fréquences d'endommagement calculés par le SAP 2000.

N	1	2	3	4	5	6
f (Hz) de l'élément avant l'endommagement	41.0190	113.6051	219.1199	347.5764	554.0367	728.8651
f (Hz) d'endommagement de l'élément n°5 de 30%	40.2673	109.6172	216.4031	360.6717	567.2656	724.7157
f (Hz) d'endommagement des éléments n°5 de 50% et n° 2 de 20%	40.2727	109.5103	215.0026	358.7159	562.8657	720.6321

3.5)- Conclusion

Les fréquences de résonances des modes n° 4, 5, 6 calculées par le logiciel SAP 2000 (poutre encastree-encastree), presentent une difference considerable par rapport à celles obtenues par la theorie d'Euler. Cette difference est due aux conditions d'encastrement de la poutre utilisee. Les exemples de dommages introduits sur la poutre encastree-encastree, montre qu'une simple reduction de la rigidite elementaire de la poutre introduit une variation considerable sur les frequences de resonances de la meme poutre.

Chapitre 4

Etude expérimentale

4.1)- Introduction

Un des objectifs essentiels de ce mémoire est de développer une approche expérimentale dans le cadre du diagnostic des structures au laboratoire. Nous allons donc dans ce chapitre présenter une des meilleures solutions pratiques pour les structures de génie civil, l'analyse modale expérimentale.

Un des facteurs importants du domaine expérimental est de maîtriser les essais pour ne pas mesurer n'importe quoi, c'est-à-dire pour obtenir les mesures les plus fiables possibles.

4.2)- Identification modale

4.2.1)- Procédures d'identification

Un problème important en dynamique de structure réside donc dans la détermination précise des paramètres qui caractérisent les modes principaux d'une structure. Ces paramètres (fréquences propres, coefficients d'amortissement ou décrets logarithmiques, modes propres) sont alors des inconnues. De ce fait, l'identification modale signifie l'estimation de ces caractéristiques à partir des mesures des signaux d'excitation et de réponse (Fig.11.). Une telle détermination rend possible la prédiction du comportement de la structure dans toutes les situations. Ceci est particulièrement le cas des structures à comportement linéaire puisqu'il est possible de déduire la totalité des réponses pour tout type d'excitation à partir de la connaissance de la réponse à des excitations particulières synthétisées dans la matrice de transfert du modèle.

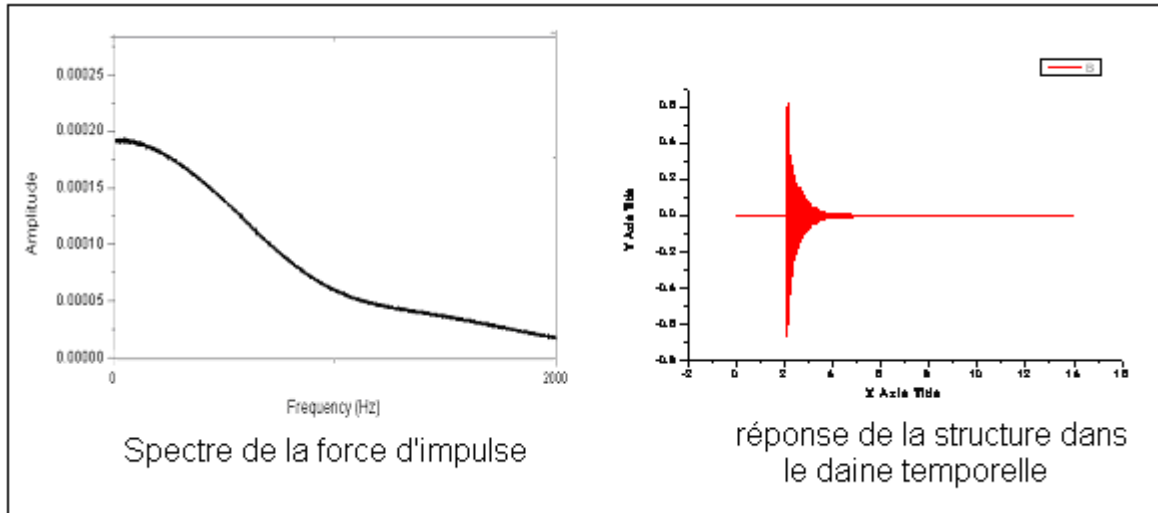


Fig.11. Réponse d'une structure suite à une excitation impulsive.

4.2.2)-Domaine temporel et domaine fréquentiel

Les signaux à temps et fréquence continus sont reliés par la transformation de Fourier qui fait passer de la représentation temps à la représentation fréquences. (Fig.12.)

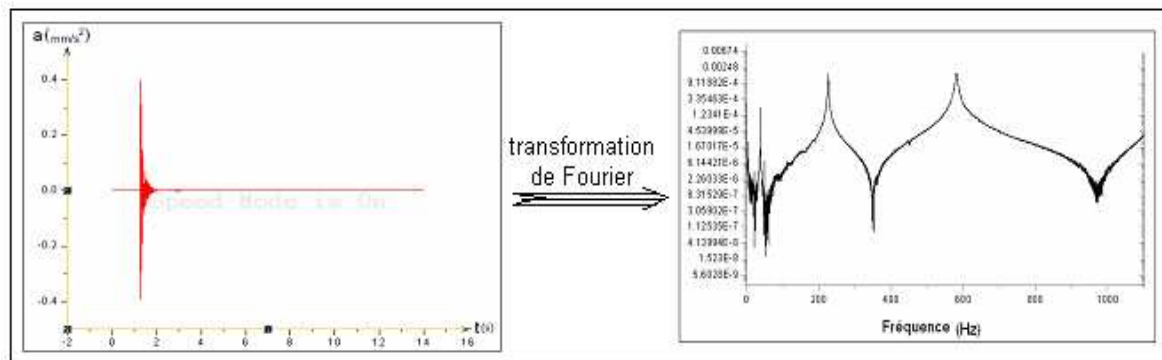


Fig.12. Passage du domaine temporel au domaine fréquentielle.

Soit $x(t)$ un signal transitoire vérifiant :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 .dt \text{ fini.} \tag{4.1}$$

La transformation de Fourier nous donne le spectre complexe de $x(t)$ [39]:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) .e^{-2\pi jft} .dt \tag{4.2}$$

Ce spectre est une fonction à valeurs complexes.

Les parties réelles et imaginaires du spectre sont respectivement :


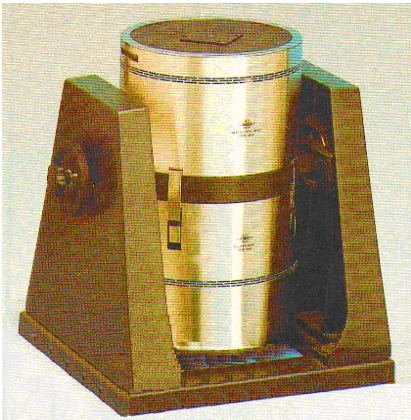
$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[X(f)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \cos 2\pi ft \cdot dt \\ \operatorname{Im}[X(f)] &= - \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \sin 2\pi ft \cdot dt \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2.4)- Appareillage et acquisition des données

a)- excitateurs

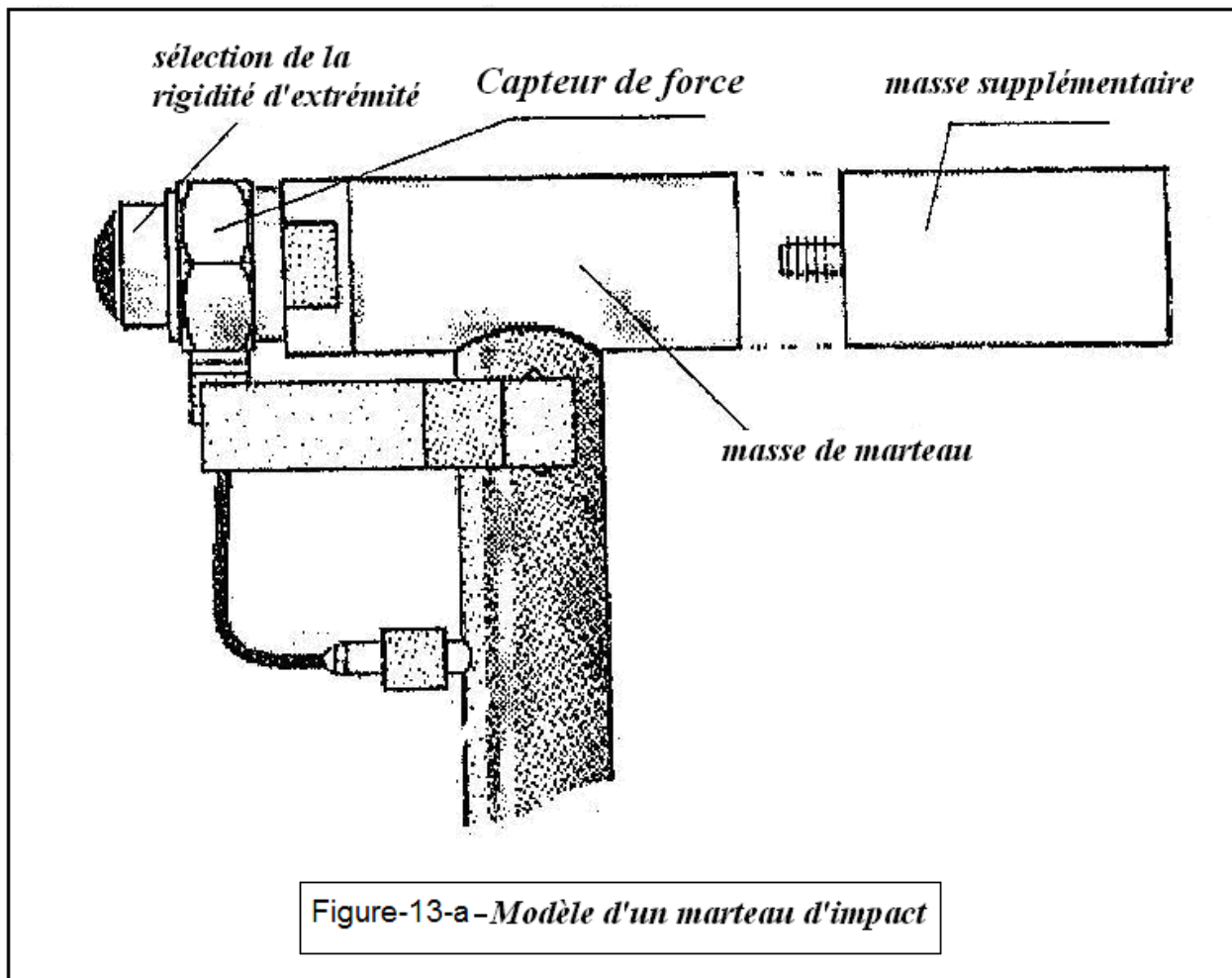
Dans l'étude expérimentale d'un problème vibratoire, il convient de s'assurer des conditions dans lesquelles les mesures sont effectuées. L'une de ces conditions est la façon dont la structure est excitée.

On peut distinguer deux principales formes d'excitation: l'excitation par marteau d'impact ou par pot vibrant. Nous allons essayer de lister les avantages et les inconvénients de ces deux solutions dans le tableau suivant :

	Avantages	Inconvénients
<p>Le marteau d'impact</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - simplicité de mise en œuvre. - Mesure et déplacement rapide. - capteur de force intégré. - coût réduit. 	<ul style="list-style-type: none"> - présence de bruit de mesure (essais très court) - Résolution fréquentielle limitée, pose problèmes sur les structures non linéaires. - incertitude sur l'orientation de la force appliquée.
<p>Le pot vibrant</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - Permet le choix des signaux d'excitation. - Bon rapport signal sur bruit. - Fréquence et amplitude contrôlables de manière indépendante. - Possibilité d'utiliser plusieurs pots pour stimuler tous les ddls de la structure. 	<ul style="list-style-type: none"> - la Fixation se fait sur un point de référence unique. - Nécessité d'utiliser un capteur de force supplémentaire. - Ajout de masse locale (pot) ou de rigidité locale (capteur de force dans la direction de l'excitation).

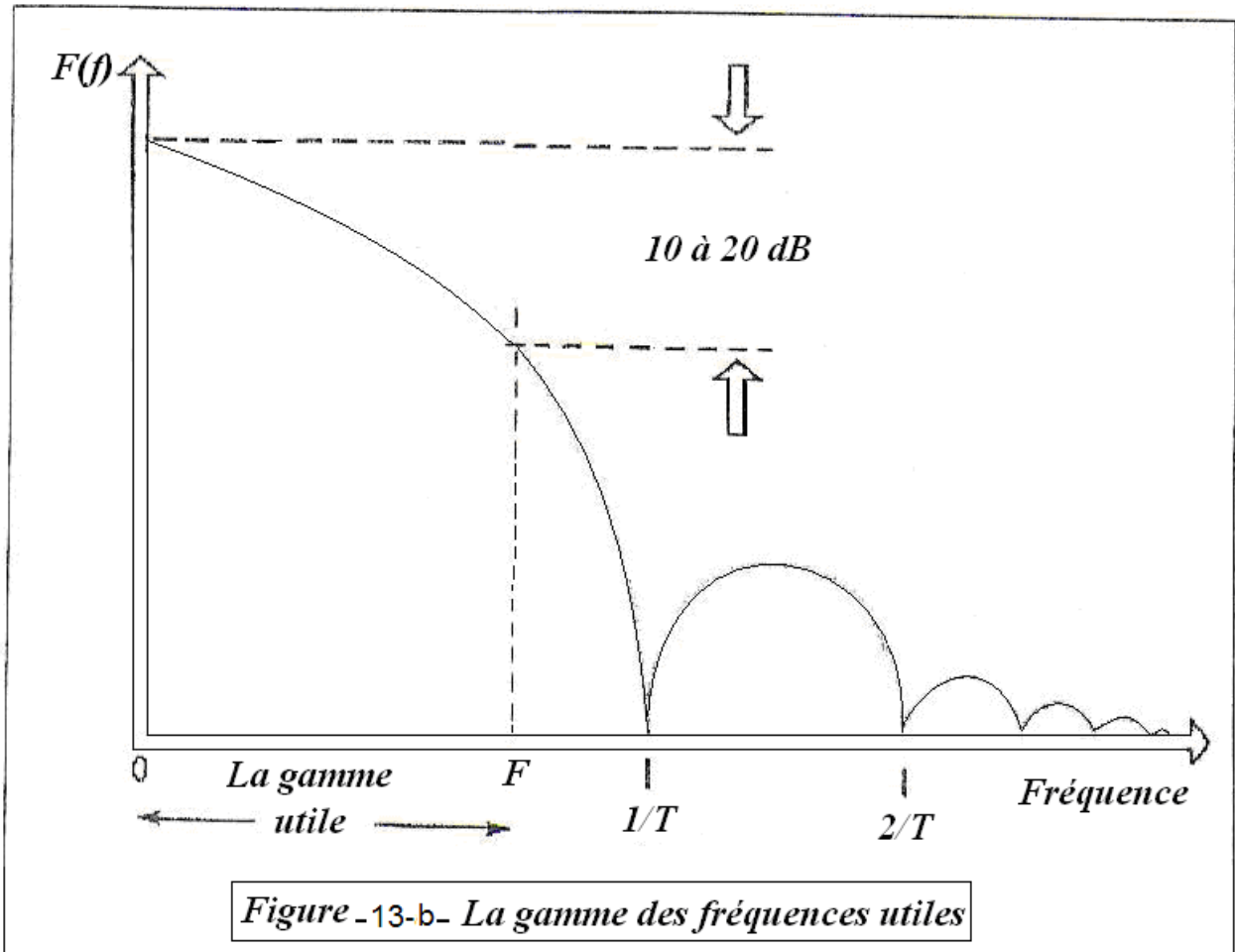
➤ **Les capteurs de force**

Ces capteurs sont conçus pour mesurer des forces d'extension ou de compression dynamique, statique de courte durée et d'impact sur des machines ou d'autre type de constructions. Ils se montent de façon à transmettre eux-mêmes la force à mesurer. Utilisés avec des excitateurs de vibrations ils peuvent mesurer et contrôler la force appliquée, et avec un accéléromètre ils peuvent être utilisés pour mesurer des impédances mécaniques (fig-13-a).



➤ **Le marteau d'impact**

Un marteau d'impact est simplement un marteau avec les diverses masses connectables sous forme de bouts qui servent à développer les gammes de fréquences et de force d'impact (fig-13-b).



Une pièce intégrale du marteau est un capteur de force pour détecter l'importance de la force ressentie par la structure. L'importance de la force est déterminée en fonction de la masse connectée à la tête du marteau et de la vitesse avec laquelle il se déplace lors de l'excitation. Le niveau de force peut être ajusté en changeant la masse de la tête du marteau (fig-13-c).

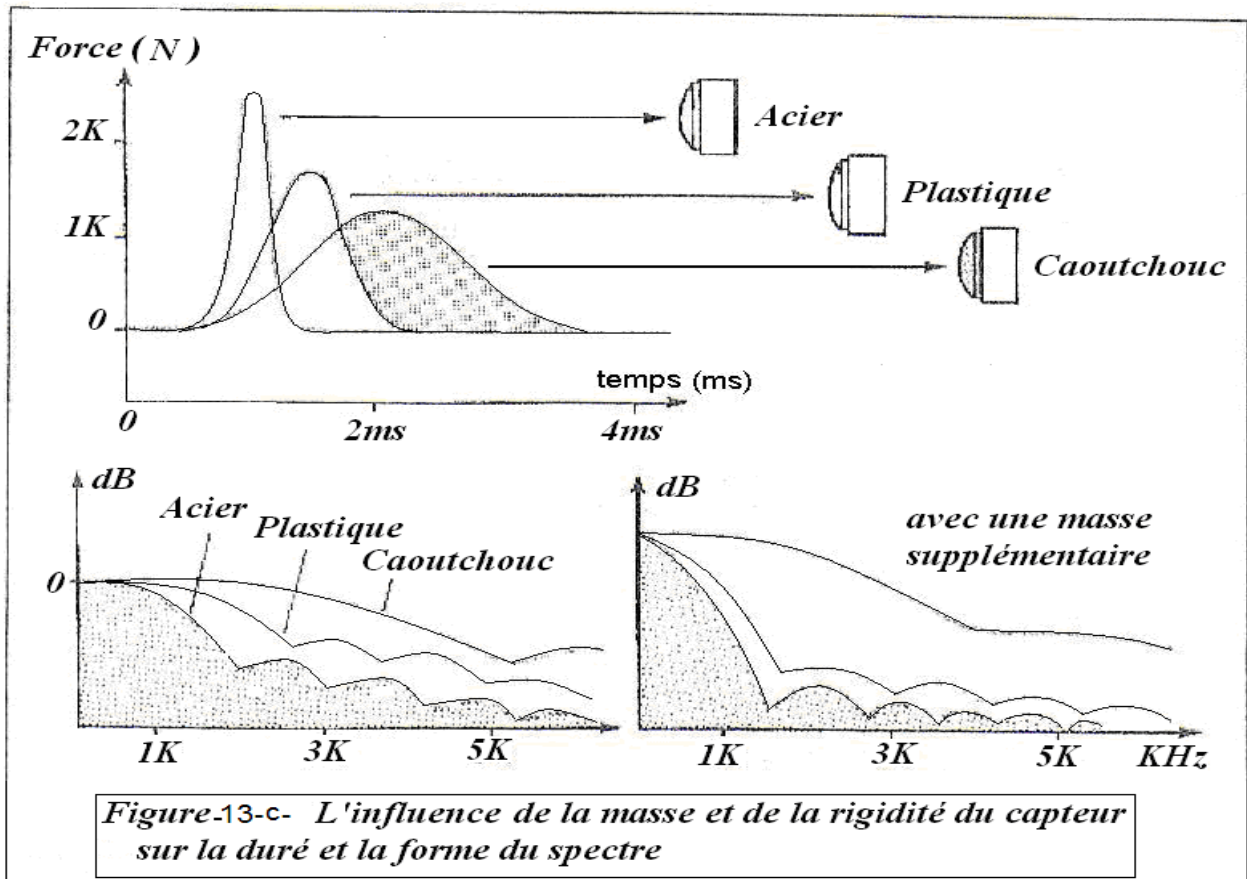


Figure-13-c- L'influence de la masse et de la rigidité du capteur sur la durée et la forme du spectre

La gamme de fréquence de l'excitation fournie est déterminée par la rigidité des surfaces de contact entre marteau-structure et la masse de la tête du marteau. Lors de l'excitation, la force d'impulsion résultante d'une force générale, équivalente à celle montrée dans la figure (Fig-13-b) [26], [5].

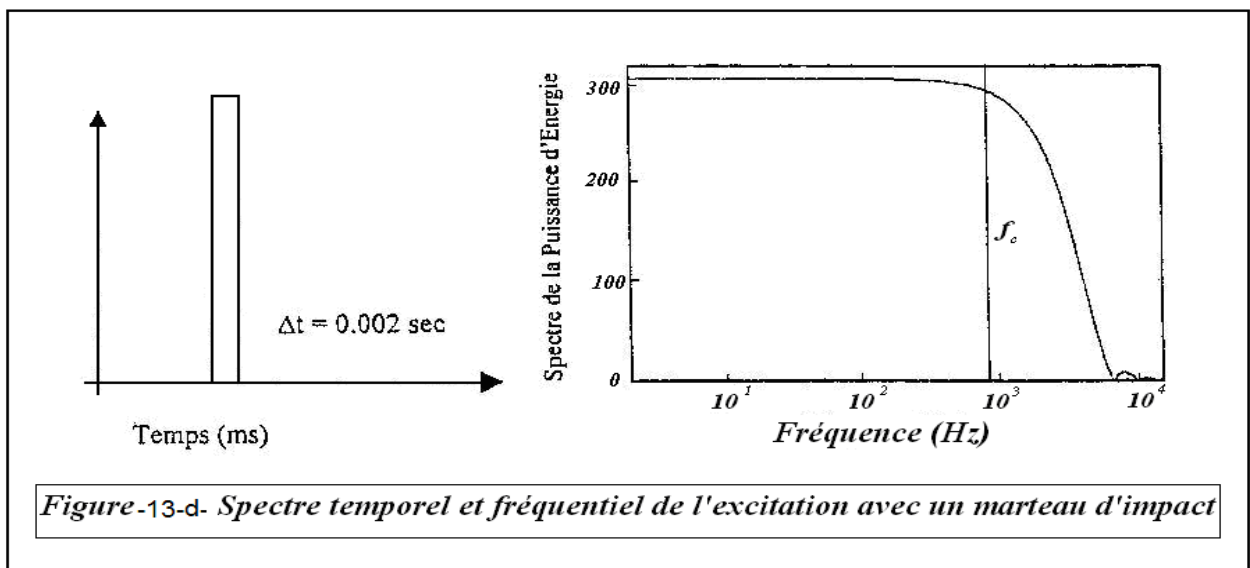


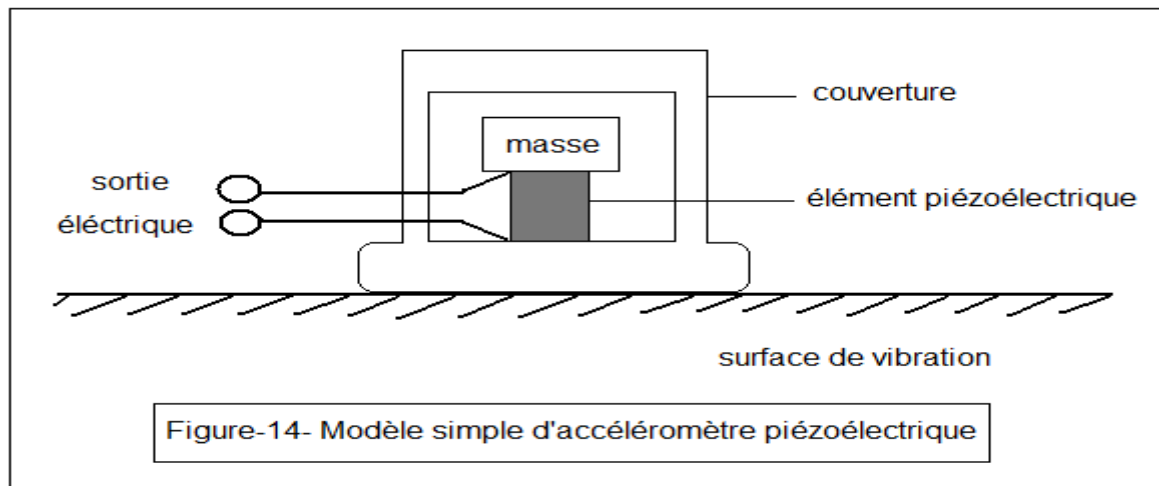
Figure-13-d- Spectre temporel et fréquentiel de l'excitation avec un marteau d'impact

Dans nos essais nous avons utilisé un marteau d'impact, model Bruel & Kjaer de type 8202. Ce dernier ressemble est un marteau ordinaire possédant un capteur de force (type 8200) implanté à son extrémité pour enregistrer la force appliquée durant l'essai. Avec ce type de

marteau la masse structurelle peut être excitée avec une force qui atteint approximativement 1000kg, selon les propriétés de la structure. [RT.1], [RT.2]

d)- Accéléromètre

La réponse de la structure excitée se transmet à l'aide d'un accéléromètre, model Bruel & Kjaer (fig.4.), sa sensibilité est définie comme le quotient de signal de sortie par l'accélération appliquée et peut être exprimée en terme de charge par unité d'accélération (Pe/ms^{-2}) ou en terme de tension par unité d'accélération (mV/ms^{-2}). Les limites supérieures en fréquence données dans les spécifications sont égales à 30% et à 22% de la fréquence de résonance de l'accéléromètre monté, ce qui correspond à des erreurs de moins de 10% à 5 % respectivement. Les accéléromètres peuvent être utilisés jusqu'à 30% de leur fréquence de résonance [FT.3].



e)- Amplificateur de charge

Deux Amplificateurs de charge, model bruel & kjeur de type 2626 (fig.15.) pour l'accéléromètre et le marteau d'impact qui sont utilisés. Ces deux amplificateurs assurent une limite inférieure de fréquences très basse permettant d'utiliser de longs câbles d'entrée ou de connexion. [FT.2]



Fig.15. Les amplificateurs de charge model bruel & kjeur de type 2626.

f)- Câbles de connexion

Les câbles de connexion pour les capteurs, model Bruel & Kjeur sont indispensables (fig.16.). Dans notre dispositif deux types de câbles monoaxiaux à faible bruit sont disponibles, ce sont les câbles isolés au Téflon AO0038 de 1.2m de long et le câble renforcé isolés au Téflon AO0122 de 3m de long. Avec les Amplificateurs de charge décrits précédemment de long câbles peuvent être utilisés sans modifier la sensibilité de la combinaison accéléromètre-Amplificateur ou marteau d'impact-Amplificateur.



Fig.16. Câble de connexion model Bruel & Kjeur.

g)- Carte d'acquisition

La carte d'acquisition, modèle National Instruments de type PCI-6034^E Bits est reliés à l'accessoire modèle National Instrument type CA-1000 (fig.17.) à l'aide d'un câble de connexion modèle National Instrument Type R6868 de 1m de longueur.

La carte d'acquisition doit être connectée au micro-ordinateur pour transmettre les signaux d'excitation et de réponse acquis des deux amplificateurs précédents à l'aide des câbles modèle Bruel & Kjeur de type AO0087 [MU.1], [MU.2], [MU.3].

L'acquisition des donnée expérimentales se fait par le biais d'un programme MATLAB qui sert à communiquer avec la carte d'acquisition National Instrument afin d'obtenir les résultats d'essais et les afficher sur le Micro-ordinateur.



Fig.17. Carte d'acquisition National Instrument type CA-1000

h)- Analyseur de signaux bi-canaux

L'analyseur de signaux bi-canaux type 2034 (fig.18.) est un analyseur **FFT** à deux voies qui peut mesurer et afficher **34** fonctions différentes des domaines temporels et fréquentiels, ainsi que des fonctions statistiques. [FT.4]

Toutes les fonctions reliées au mode de fonctionnement choisies sur l'analyseur 2034 peuvent être affichées de façon permanente, même pendant la mesure. Elles sont affichées (le cas échéant) sous forme de partie réelle, partie imaginaire, amplitude, phase, tracé de Nyquist (partie réelle en fonction de la partie imaginaire) ou Nichols (phase en fonction de l'amplitude de log).

Chaque voie de l'analyseur 2034 peut être étalonnée indépendamment en unités définissables par l'utilisateur, avec une constante d'étalonnage variable de $1.10^{-9}V/Unité$ à $999Kv/Unité$ ou bien en dB par rapport à une référence définie par l'utilisateur. L'étalonnage peut aussi se faire directement en volt.



Fig.18. Analyseur de signaux bi canaux type 2034

4.2.5)- Plan d'instrumentation

Après avoir définie tout le matériel utile pour nos essais expérimentaux, il convient de bien faire leurs installations. Il faut s'assurer de la fixation des câbles de lien entre les amplificateurs, les capteurs ainsi que la carte d'acquisition ; afin de minimiser le bruit qui peut influencer sur les résultats finaux.

La fixation des capteurs est également très importante. Diverses techniques de fixation peuvent être employées suivant le capteur : montage avec goujon, à la cire, sur aimant, sur rondelles autocollantes, sur adhésif ou sur support. Le choix de la fixation dépend de nombreux facteurs. Cependant, afin de mesurer des vibrations avec précision, il est essentiel de s'assurer que les gammes fréquentielles et dynamiques ne sont pas limitées par un mauvais montage, que la masse additionnelle du support n'altère pas les caractéristiques vibratoires de l'élément de structure, et que les points de mesure sont repérés avec précision pour assurer la stabilité des mesures.

Une fois le choix des capteurs effectué, leur nombre et leur position doivent être déterminés au mieux pour répondre aux objectifs finaux de l'évaluation dynamique. Une connaissance, même imparfaite des modes propres de la structure, permettra de choisir au mieux l'implantation des capteurs en évitant notamment les noeuds de vibration (Fig.19.).

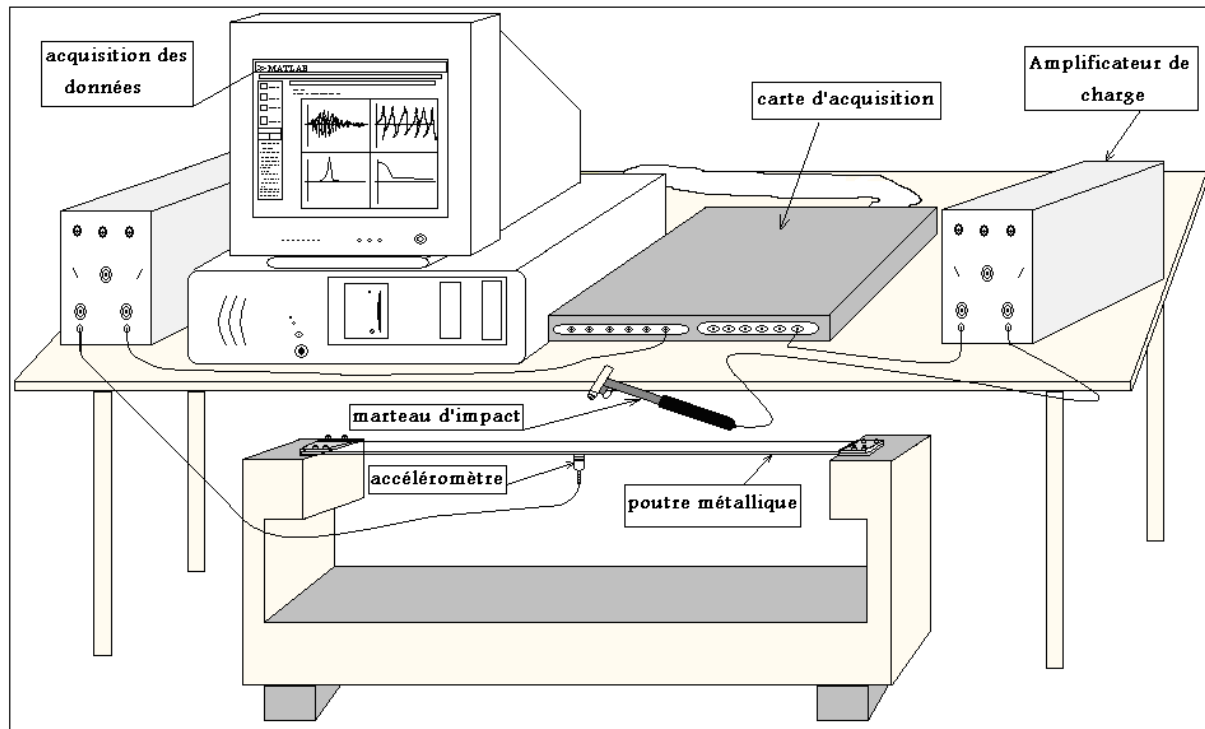


Fig.19. Plan d'instrumentation pour l'étude du comportement d'une poutre métallique.

Enfin, l'étalonnage constitue un point essentiel dont il faut distinguer deux niveaux. Le premier concerne l'étalonnage des capteurs proprement dit. Le second niveau d'étalonnage se réfère souvent à la notion d'étalonnage global. Il est essentiel d'effectuer cet étalonnage à un intervalle de temps, avant et après chaque série importante d'essais dynamiques. Dans cette procédure, les caractéristiques d'amplitude, de phase et de linéarité du système de mesure sont déterminées lorsque le capteur est soumis à une accélération, une vitesse ou un déplacement connu.

L'analyseur de signaux bi-canaux 2034, nous a été d'une grande utilité pour visualiser les résultats d'essais, estimer le degré de corrélation entre l'excitation et la réponse et notamment faire l'étalonnage du matériel. (Fig. -20-)

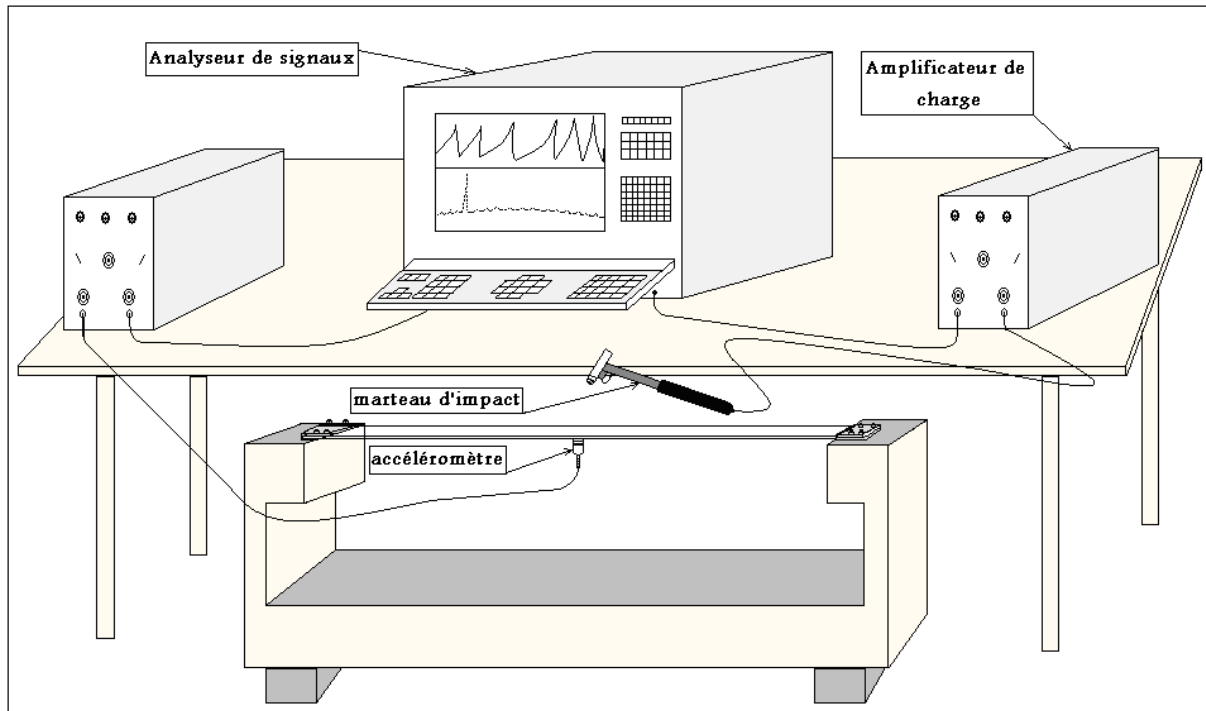


Fig.20. Utilisation de l'Analyseur de signaux pour l'étape d'étalonnage

4.3)- Détermination des caractéristiques dynamiques d'une poutre métallique

Nous allons utiliser les mêmes poutres étudiées dans le chapitre précédent, et déterminer leurs réponses suite à une excitation impulsive.

Pour rappeller ces trois poutres ont des longueurs différentes : $L=0.865\text{m}$ (poutre encastree-encastree), $L=0.505\text{m}$ et $L=0.36\text{m}$ pour les deux autres poutres (encastree-libre).

Les caractéristiques des poutres restent les mêmes : la masse volumique $\rho=7800\text{ Kg/m}^3$, le module de Young $E=1.9159 \cdot 10^{11}\text{ N/m}^2$ l'épaisseur $h=0.006\text{m}$, la largeur $d=0.03\text{m}$.

Avant d'entamer les essais, il fallait déterminer les formes modales ainsi que les nœuds de vibrations, par les équations suivantes [9].

$$y = \left\{ \left[\cosh\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) * \frac{x}{L}\right) - \cos\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) * \frac{x}{L}\right) \right] - \left[\left(\frac{a_1}{a_2}\right) * \sinh\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) * \frac{x}{L}\right) - \sin\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) * \frac{x}{L}\right) \right] \right\} \quad (4.6)$$

Avec

$$a_1 = \cosh\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) - \cos\left(\text{sqrt}(\text{beta}L)\right)\right) \quad (4.7)$$

$$a_2 = \sinh\left(\text{sqrt}(\text{beta}L) - \sin\left(\text{sqrt}(\text{beta}L)\right)\right) \quad (4.8)$$

Pour le cas d'une poutre encastrée-encastrée, la déformée modale est :

$$y = \left\{ \underbrace{\left[\cosh\left(\sqrt{\beta} \frac{x}{L}\right) - \cos\left(\sqrt{\beta} \frac{x}{L}\right) \right]}_{a_1} - \underbrace{\left[\left(\frac{a_1}{a_2}\right) * \sinh\left(\sqrt{\beta} \frac{x}{L}\right) - \sin\left(\sqrt{\beta} \frac{x}{L}\right) \right]}_{a_2} \right\} \quad (4.9)$$

x , représente l'incrément.

Le nombre de degré de liberté pris en considération est (06) pour la poutre encastrée-encastrée, (04) pour la 1^{ère} poutre encastrée-libre, et (03) pour la 2^{ème} poutre encastrée-libre . Ces formes nous ont permis la détermination des nœuds de vibration donc d'éviter l'emplacement des accéléromètres sur ces points (nœuds); ce qui nous aidera à mesurer tous les modes de vibration possibles. Voir l'annexe (A)

Les fréquences de résonances ont été déterminées à partir de la réponse fréquentielle dû à une excitation impulsive. Voir les figures (fig.21, fig.22, fig.23)

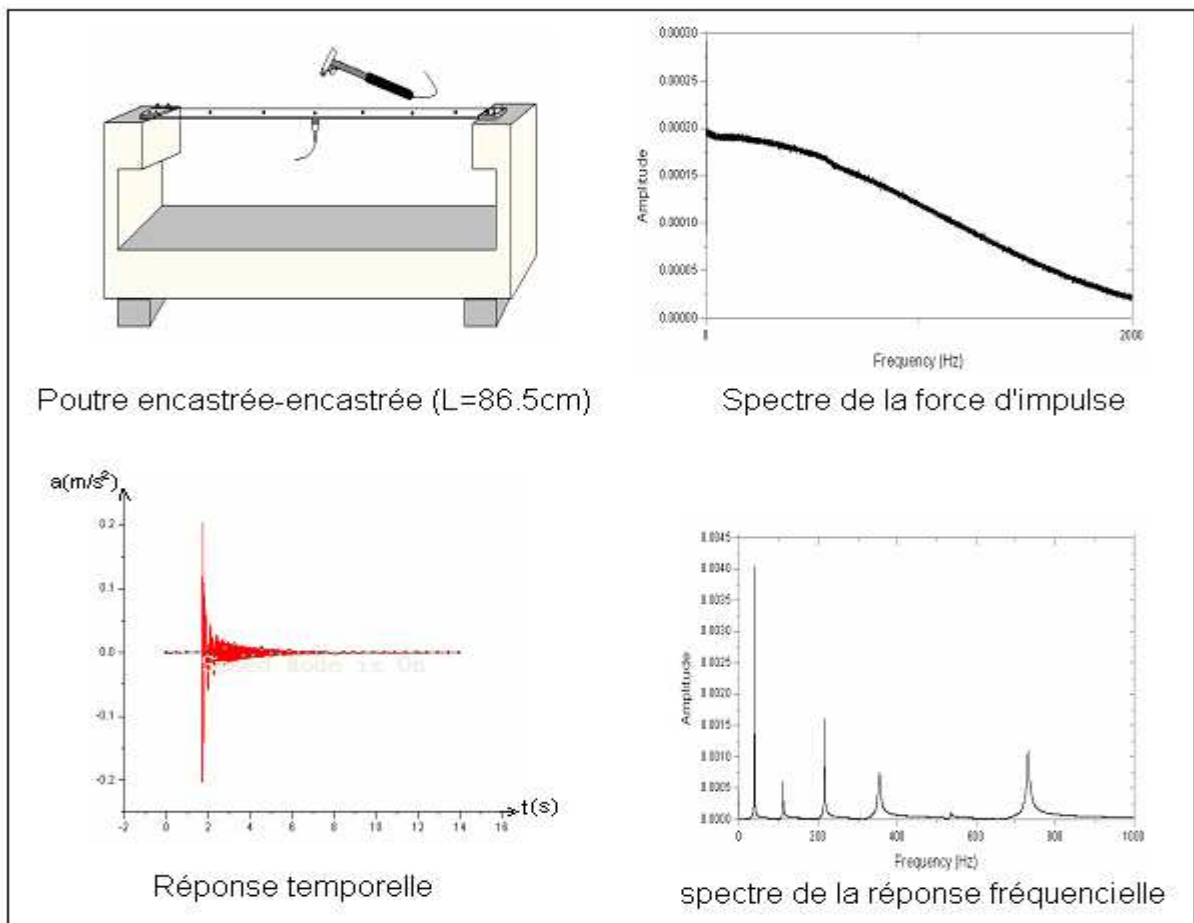


Fig.21. Essais dynamique réalisé sur la poutre encastrée-encastrée (L=86.5cm).

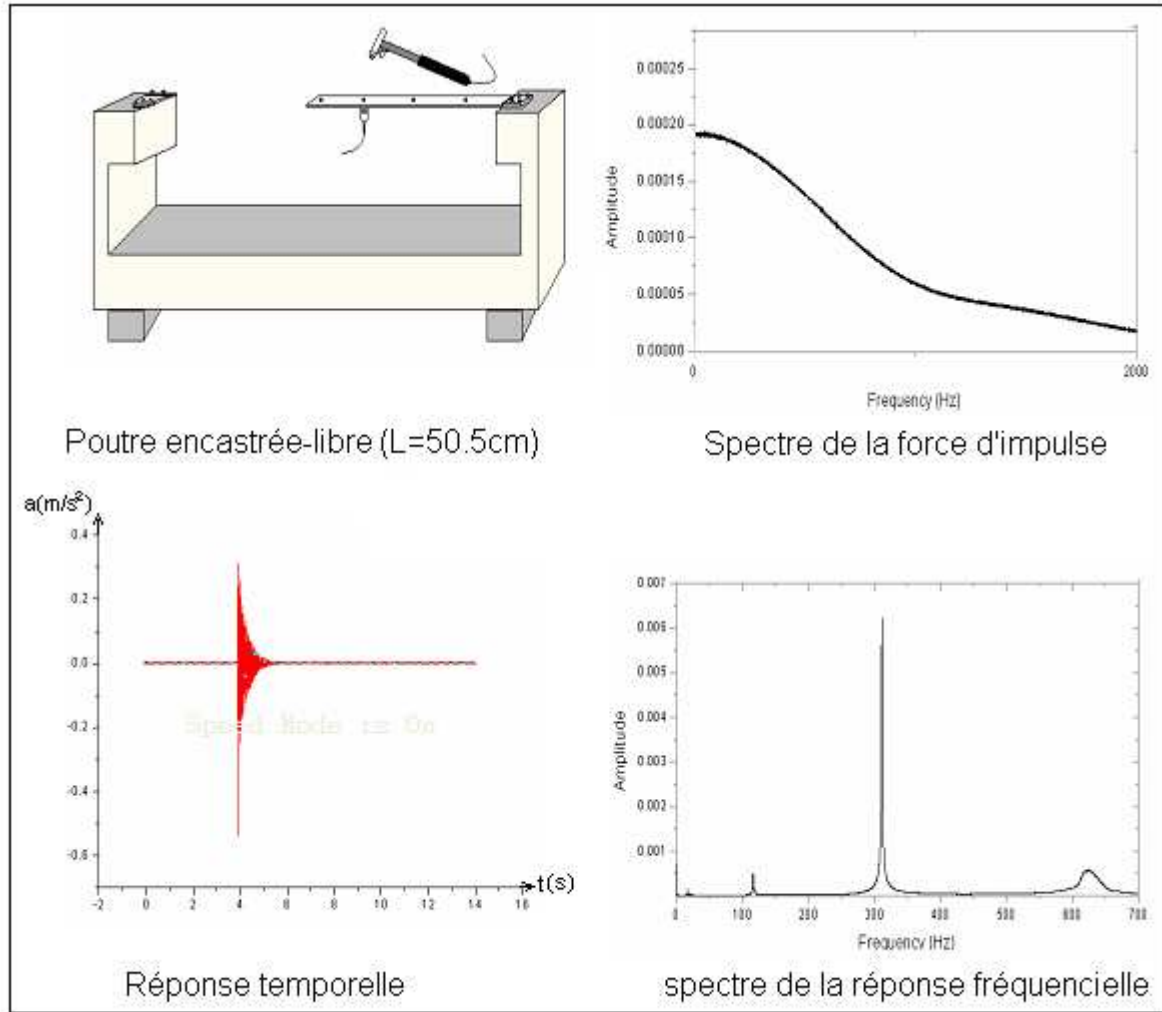


Fig.22. Essais dynamique réalisé sur la poutre encastrée-libre (L=50.5cm)

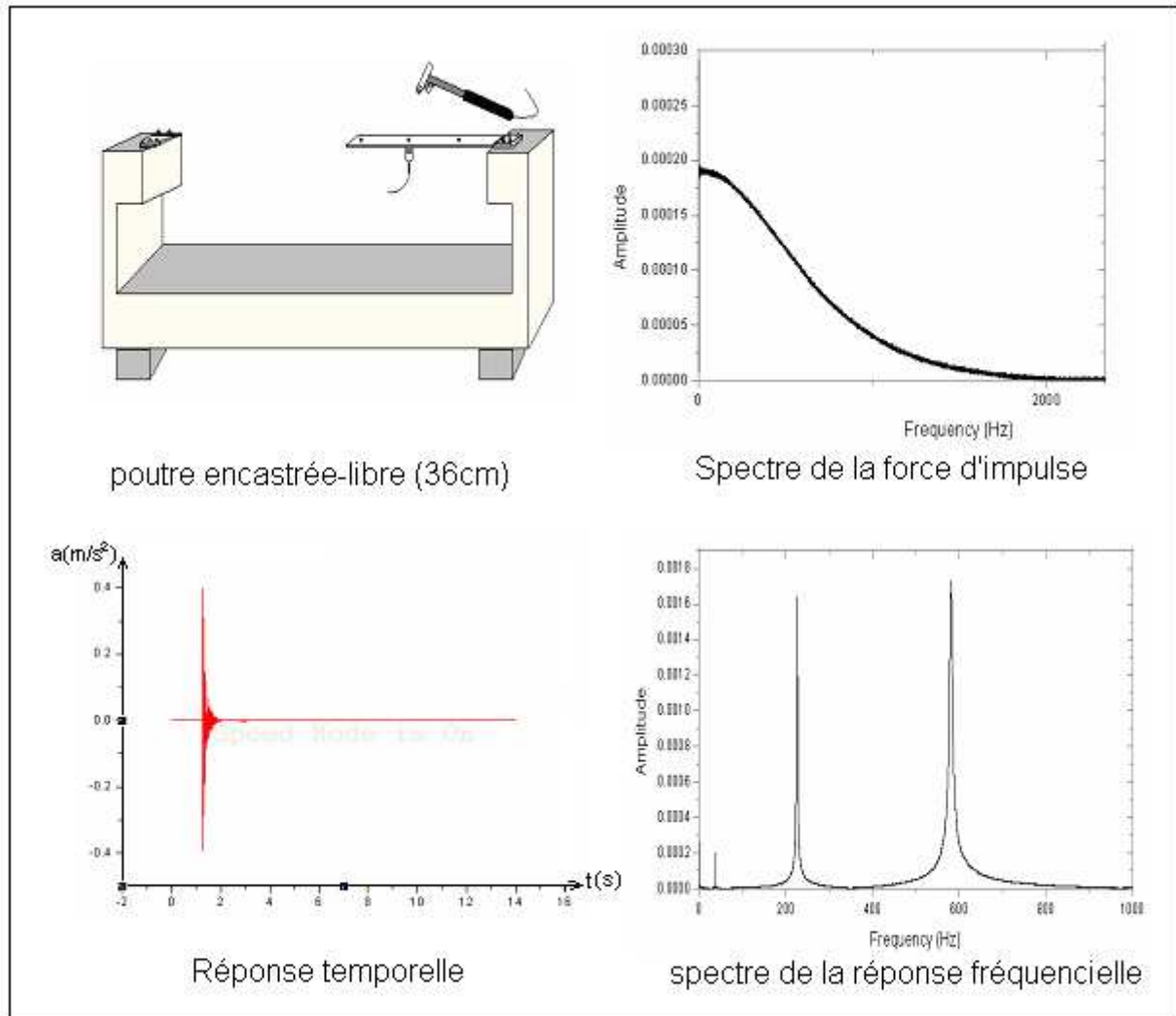


Fig.23. essais dynamique réalisé sur la poutre encastree-libre (L=36cm).

Tableau - (4.1)- Les valeurs des fréquences de résonances des trois poutres excitées au 1^{er} point de mesure à droite.

Fréquence de résonance (Hz)	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆
Poutre encastree-encastree L= 86,5cm.	40.8173	111.7706	213.9282	348.8922	518.6462	731.5064
1 ^{ere} poutre encastree-libre L= 50,5 cm.	17.4874	116.4986	311.8165	625.1366	/	/
2 ^{eme} poutre encastree-libre L= 36cm.	37.6175	260.1136	581.2733	/	/	/

4.4)- Calcul du coefficient d'amortissement

Prenons le cas de la poutre encastree-encastree, en fixant l'accelerometre au point de mesure n°1 (Fig.24.).

Le coefficient d'amortissement peut être determine a partir des resultats de la reponse dynamique dans le domaine frequentielle.

Le coefficient d'amortissement est donne par la relation suivante [9] :

$$\xi = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \tag{4.10}$$

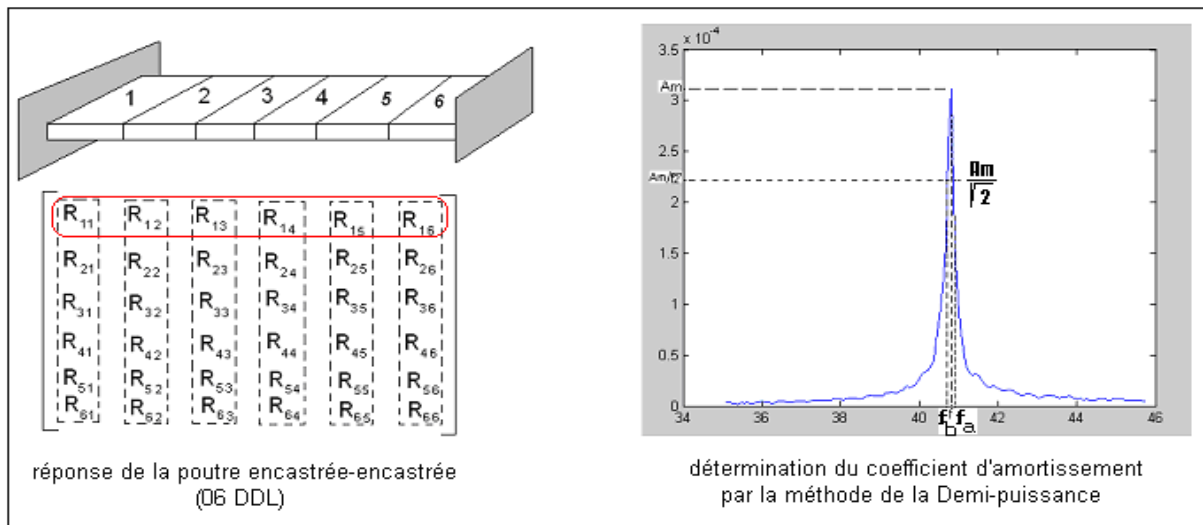


Fig.24. Determination du coefficient d'amortissement.

Les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour les (06) points de mesure (la 1ere ligne de la matrice de reponse), (Fig.24.), sont donnees par les tableaux suivants :

Tableau (4.2.a)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°1 :

n	1	2	3	4	5	6
amplitudesR11	5.2341e-004	4.6828e-004	0.0080	0.0107	0.0108	0.0038
FrequencesR11	40.8173	111.7706	213.9282	348.8922	518.6462	731.5064
(amplitudeR11)/2 ^{1/2})	3.7011e-004	3.3112e-004	0.0057	0.0076	0.0076	0.0027
Fa	40.71	110.90	213.7	348.4	518.1	730.25
Fb	40.85	112.45	214.1	349.13	519	732.70
Coefficient d'amortissement R11	0.0017	0.0069	0.0009	0.0010	0.0009	0.0017

Tableau -(4.2.b)- Les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°2 :

n	1	2	3	4	5	6
amplitudesR12	8.6282e-004	5.9793e-004	0.0058	2.1485e-004	0.0064	0.0030
FréquencesR12	40.7410	111.8469	213.9282	348.8922	518.7225	731.6589
(amplitudeR12)/2 ^{1/2})	6.1011e-004	4.2280e-004	0.0041	1.5192e-004	0.0045	0.0021
Fa	40.7	110.95	213.73	348.37	518.30	730.50
Fb	40.85	112.4	214.17	349.18	519.12	732.8
Coefficient d'amortissement R12	0.0018	0.0065	0.0010	0.0012	0.0008	0.0016

Tableau -(4.2.c)- Les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°3 :

n	1	2	3	4	5	6
amplitudesR13	0.0017	3.7342e-004	0.0053	0.0066	0.0047	0.0034
FréquencesR13	40.7410	111.7706	213.9282	348.8922	518.6462	731.5064
(amplitudeR13)/2 ^{1/2})	0.0012	2.6405e-004	0.0038	0.0046	0.0033	0.0024
Fa	40.68	111.05	213.64	348.45	518.10	730.33
Fb	40.84	112.5	214.22	349.17	519.05	732.5
Coefficient d'amortissement R13	0.0020	0.0065	0.0014	0.0010	0.0009	0.0015

Tableau -(4.2.d)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°4

n	1	2	3	4	5	6
amplitudesR14	0.0017	4.1679e-004	0.0057	0.0085	4.8230e-004	0.0036
FréquencesR14	40.7410	111.7706	214.0045	348.8159	518.7988	731.5826
(amplitudeR14)/2 ^{1/2})	0.0012	2.9472e-004	0.0040	0.0060	3.4104e-004	0.0025
Fa	40.68	110.8	213.8	348.45	518.4	730.45
Fb	40.84	112.85	214.13	349.10	519.08	732.6
Coefficient d'amortissement R14	0.0020	0.0092	0.0008	0.0009	0.0007	0.0015

Tableau -(4.2.e)- les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°5 :

N	1	2	3	4	5	6
amplitudesR15	7.6353e-004	5.3219e-004	0.0071	0.0035	0.0029	0.0027
FréquencesR15	40.7410	111.7706	214.0808	348.8922	518.7225	731.5064
(amplitudeR15)/2 ^{1/2})	5.3990e-004	3.7632e-004	0.0050	0.0025	0.0021	0.0019
Fa	40.70	110.90	213.85	348.55	518.30	730.37
Fb	40.85	112.45	214.20	349.12	519.05	732.40
Coefficient d'amortissement R15	0.0018	0.0069	0.0008	0.0008	0.0007	0.0014

Tableau -(4.2.f)- Les valeurs du coefficient d'amortissement de la poutre encastree-encastree, pour le point de mesure n°6

N	1	2	3	4	5	6
amplitudesR16	3.1192e-004	3.2451e-004	0.0066	0.0076	0.0079	0.0023
FréquencesR16	40.8173	111.7706	214.0808	348.8159	518.7225	731.2012
(amplitudeR16)/2 ^{1/2})	2.2056e-004	2.2947e-004	0.0047	0.0054	0.0056	0.0016
Fa	40.713	111	213.83	348.45	518.25	730
Fb	40.863	112.5	214.21	349.12	519.05	732.35
Coefficient d'amortissement R16	0.0018	0.0067	0.0009	0.0010	0.0008	0.0016

4.5)- Etude d'endommagement de la poutre encastrée-encastrée

L'endommagement introduit sur cette poutre est de même nature que celui étudié dans le chapitre précédent, c'est-à-dire, nous allons réduire le moment d'inertie élémentaire de la poutre.

Nous avons :

$$I^e = \frac{b_e h_e^3}{12} \quad (4.11)$$

Donc si nous ôtons la largeur \mathbf{b} d'une grandeur δd , le moment d'inertie \mathbf{I} perd la même grandeur. Voir la figure (Fig. -25-)

Dans notre cas, l'endommagement concerne l'élément (5) avec une réduction du moment d'inertie élémentaire I^e de 30%, et les éléments (02) et (05) avec une réduction de 20% et 50% respectivement (fig.25.). Puis on applique l'essai pour étudier la réponse de la structure globale (poutre), et déterminer les fréquences de résonances de ces endommagements.

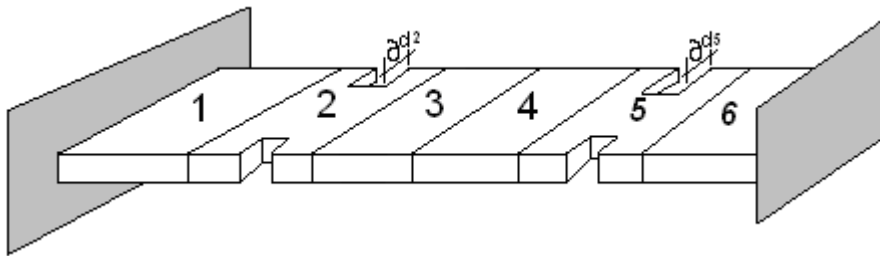


Fig.25. Etude d'endommagement de la poutre encastrée-encastrée.

Tableau -(4.3)- Les fréquences de résonances avant et après endommagement de la poutre encastré-encastrée :

n	1	2	3	4	5	6
f (Hz) de l'élément avant l'endommagement	40.7410	111.7706	213.9282	348.8922	518.6462	731.5064
f (Hz) d'endommagement de l'élément n°5 de 30%	39.9893	107.7827	211.2114	361.9875	531.8751	727.3571
f (Hz) d'endommagement des éléments n°5 de 50% et n° 2 de 20%	39.9947	107.6758	209.8109	360.0317	527.4752	723.2735

4.6)- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons eu l'occasion d'utiliser un nombre important d'appareillage afin de déterminer les fréquences de résonances ainsi que le coefficient d'amortissement des structures, prenant comme exemple le cas de barres métalliques. Les valeurs des fréquences de résonances déterminées expérimentalement se rapprochent à celles calculées théoriquement notamment avec les trois (03) premières fréquences de résonance calculées par la théorie d'Euler.

La différence est due peut être au bruit de mesure qu'on ne pouvait pas éviter malgré tout les précautions prises.

Le coefficient d'amortissement a été déterminé facilement par la méthode de la demi-puissance. Cette dernière ne donne pas de bon résultats, car le coefficient d'amortissement ne dépend pas du point de mesure et il doit être le même pour toute la structure.

Les variations de fréquences de résonances obtenues par les essais d'endommagement, sont en parfaite concordance avec celles calculées dans le chapitre précédent.

Chapitre 5

Etude du comportement structurel par les réseaux de neurone et les algorithmes génétiques

5.1)- Introduction

Nous avons vu dans les chapitres précédents que le comportement des structures est en relation direct avec leurs caractéristiques physiques c'est-à-dire la masse et la rigidité du système. Nous avons aussi constaté qu'une petite variation de ces entités influe sur les valeurs des fréquences de résonance de la même structure. Ce qui nous concerne plus dans la pratique, c'est de mesurer les fréquences propres d'une structure, pour déduire son état. C'est ce que nous appelons l'étude du problème inverse.

Cette approche est largement utilisée dans le domaine de l'ingénierie par le biais des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques.

L'objectif principal de ce chapitre est de faire une étude comparative entre les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques. Nous allons donc, étudier le comportement de la poutre encastree-encastree, en utilisant les résultats des chapitres précédents. Les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones ont pour but la détection du niveau d'endommagement sur la barre métallique.

5.2)- Etude d'endommagement par les réseaux de neurones

Nous avons utilisé un réseau de neurone multicouche (fig.26.), constitué de deux couche intermédiaire avec (12) neurones et deux fonctions sigmoïdes chaque une, une couche d'entrée de (06) neurone et une couche de sortie de (01) neurone avec une fonction de transfère de type linéaire.

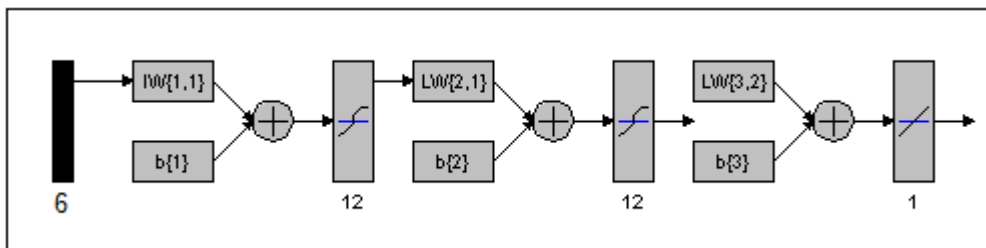


Fig.26. Architecture du réseau de neurone construit.

Les neurones de l'entrée sont les variations des fréquences de résonances suite aux essais d'endommagements (voir l'Annexe -B-), et la sortie du réseau donne le vecteur d'endommagement (réduction de la rigidité élémentaire en pourcentage).

70% des essais d'endommagent (par le SAP 2000) ont servis pour son entraînement, et 20% pour le valider et enfin 10% pour le tester. (fig.-27-). L'entraînement du réseau est du type supervisé et la mise à jour des poids synaptique est faite par l'algorithme de rétro-propagation.

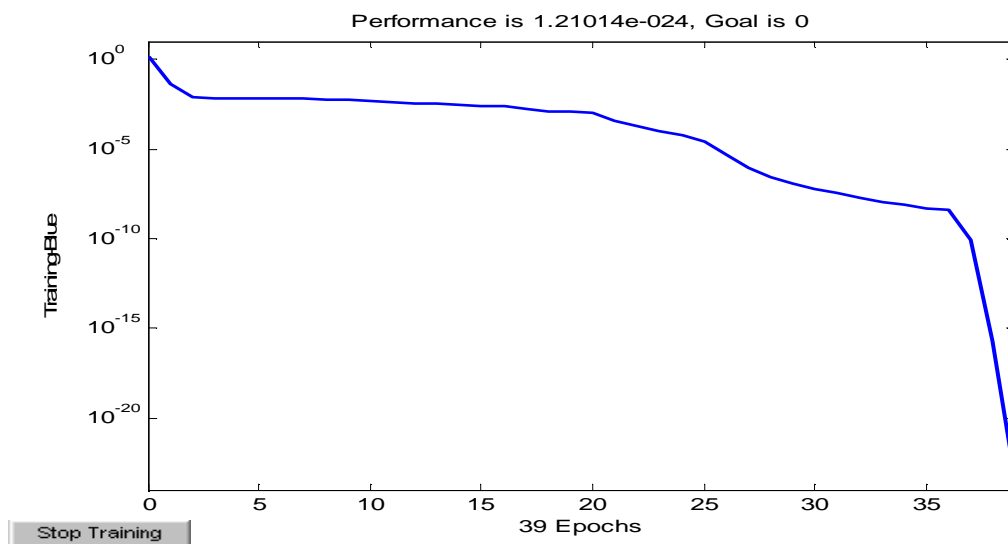


Fig.27. Courbe montrant le degré de performance du réseau de neurone lors de l'entraînement.

Les essais de validation ont une grande utilité pour éviter le sur-apprentissage du réseau, ce qui nous a permis d'obtenir un réseau de neurone capable de déduire le degré d'endommagement de la poutre dans le cas générale.

➤ Exemples d'Applications et généralisation du réseau

Nous allons introduire les fréquences d'endommagement (des exemples étudiés expérimentalement) dans notre réseau de neurone pour trouver le degré d'endommagement:

1^{ère} exemple

Les résultats d'endommagement de la poutre métallique, obtenus par mesures expérimentaux, au niveau de l'élément (5) de 30%:

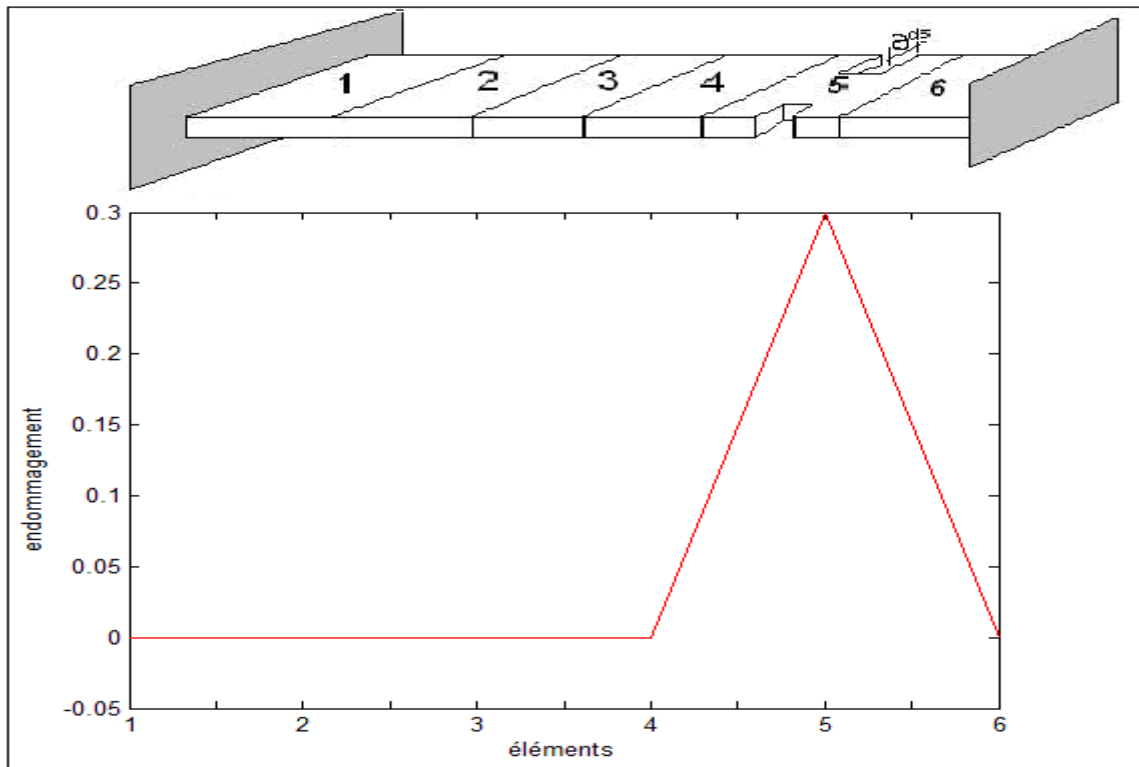


Fig.28. Localisation du dommage par le réseau de neurone.

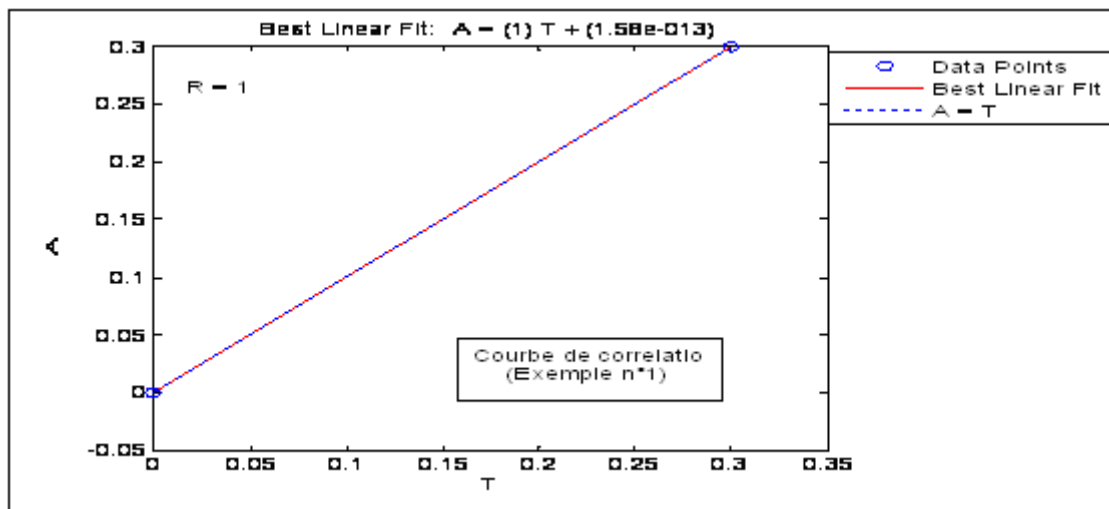


Fig.29. Courbe de corrélation entre la sortie du réseau et la sortie désirée (exemple n°1).

2^{ème} exemple

Les résultats d'endommagement de la poutre, obtenus par mesures expérimentaux, au niveau des éléments (5) de 50% et (2) de 20% :

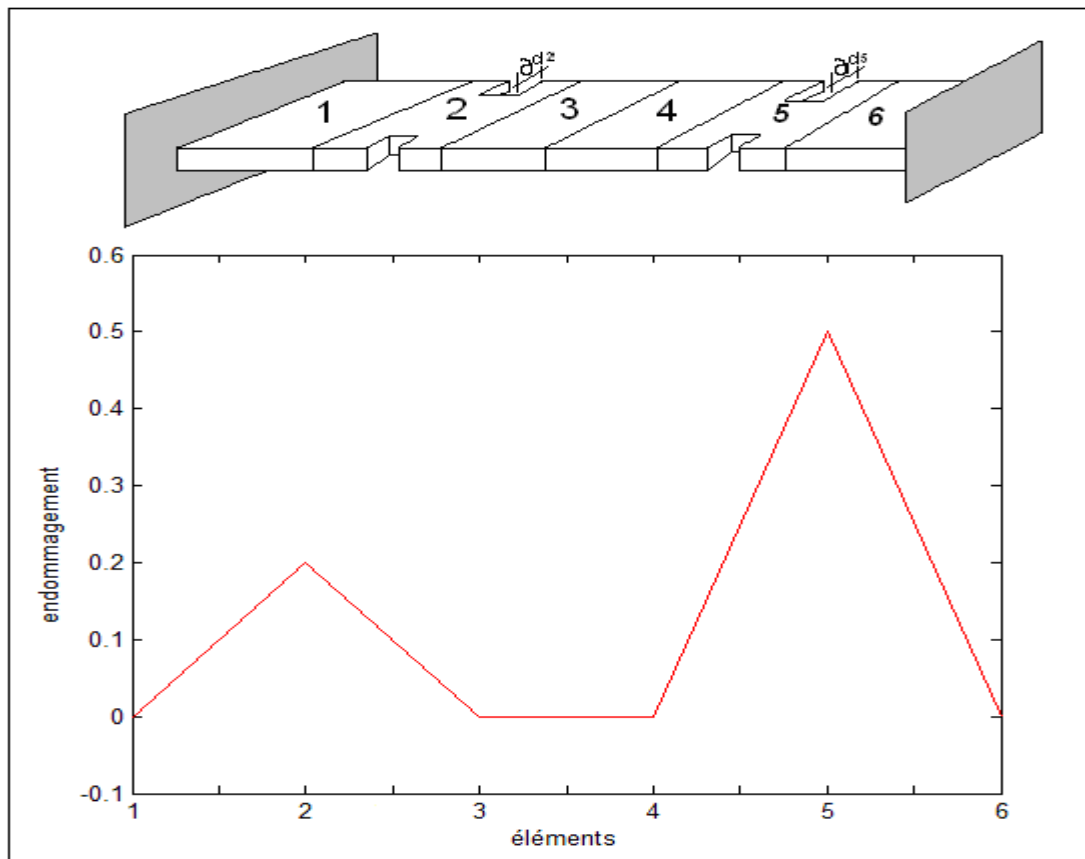


Fig.30. Localisation du dommage par le réseau de neurone.

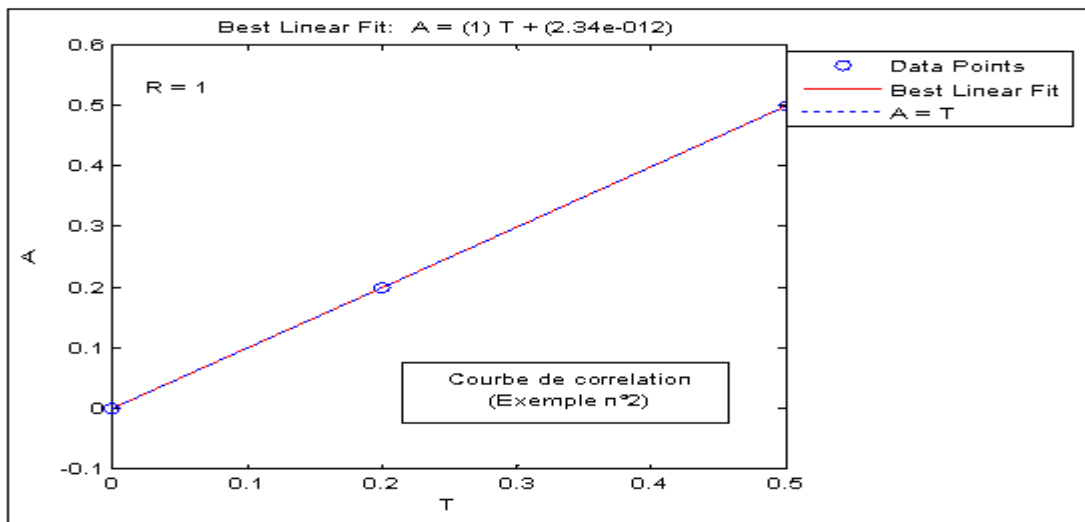


Fig.31. Courbe de corrélation entre la sortie du réseau et la sortie désirée (exemple n°2).

✓ **Commentaire :**

D'après les deux exemples étudiés ci-dessus, nous constatons que le réseau de neurone construit est très efficace pour localiser les dommages, et donner l'ampleur des dégâts.

5.3)- Etude d'endommagement par les Algorithmes génétiques

Les (06) fréquences de résonances de la poutre encastrée-encastrée obtenu théoriquement ainsi que expérimentalement sont utilisés pour trouvé les dommages possible à l'aide des algorithmes génétiques.

Nous avons opté pour une fonction objective déduite du critère MDLAC, c'est la même fonction utilisée par **H.M.Gomes** et **N.R.S.Silva** (2007) [21]:

$$F(\delta D) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^N \left(\frac{(\delta D) * \mathcal{F}_i}{\max(\mathcal{F}_i)} - \frac{\Delta f_i}{\max(\Delta f_i)} \right)^2} \quad (5.1)$$

Cette fonction va être optimisée à base des conditions suivantes :

La sélection se fait par la roulette de Wheel ;

La taille de la population=20 ;

Le nombre de génération=100 ;

La probabilité de croisement=0.9 ;

La probabilité de mutation=0.01 ;

➤ Remarque

Les critères de cet algorithme génétiques ressemblent bien à ceux du réseau de neurone précédent :

- les entrées (données) sont les variations des fréquences de résonances de la structure ;
- la fonction objective de l'algorithme génétique converge de la même manière que la fonction de transfère utilisée dans la couche de sortie du réseau de neurone précédent.
- les inconnus recherchés (sorties) sont le vecteur d'endommagement de la structure.

➤ Application sur des cas de poutres endommagées

Les mêmes exemples étudiés dans le cas des réseaux de neurones, vont être cette fois analysés par l'algorithme génétique qu'on a construit.

1^{ère} exemple

Les résultats d'endommagement de la poutre, obtenus par mesures expérimentaux, au niveau de l'élément (5) de 30% :

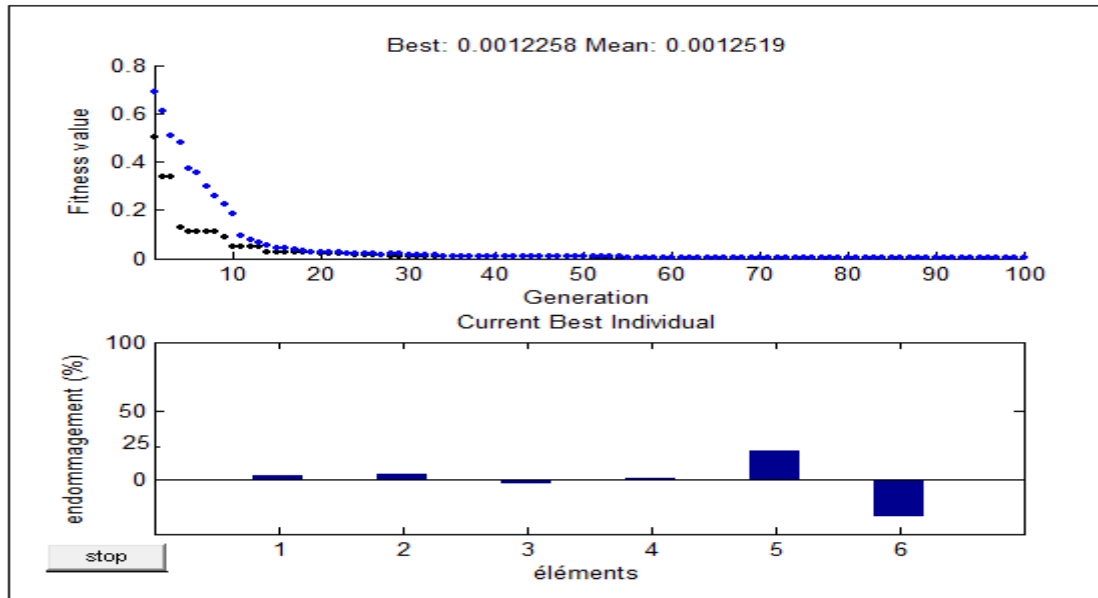


Fig.32. Localisation des dommages par les algorithmes génétiques (exemple n°1).

2^{ème} exemple

Les résultats d'endommagement de la poutre, obtenus par mesures expérimentaux, au niveau des 'éléments (5) de 50% et (2) de 20% :

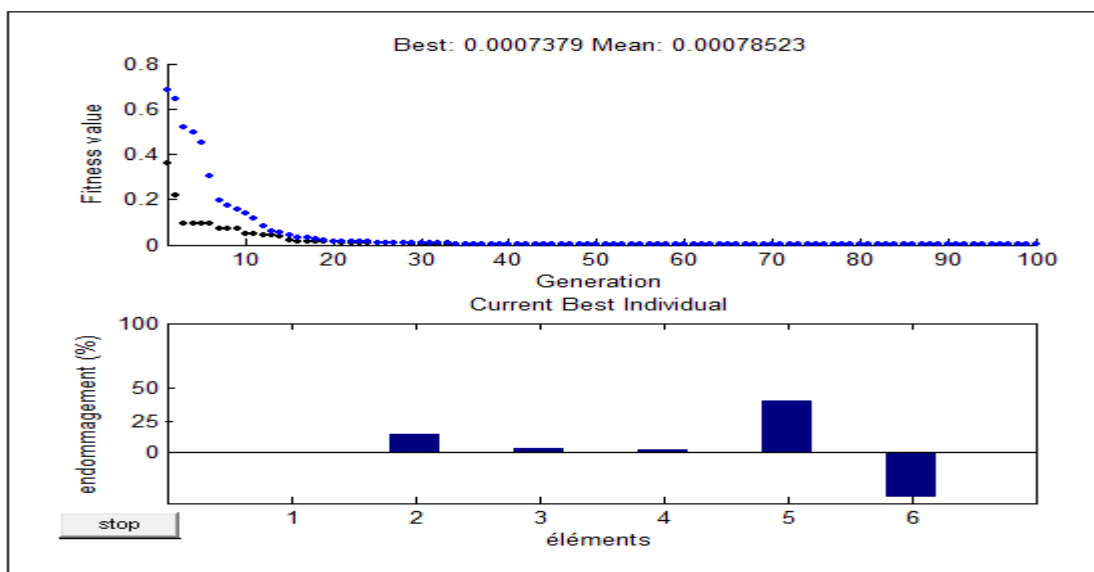


Fig.33. Localisation des dommages par les algorithmes génétiques (exemple n°2).

✓ Commentaire :

D'après ces deux exemples, on constate que la fonction objective de l'algorithme génétique utilisé converge vers le zéro (0) à partir de la vingtième génération pour localiser les dommages, mais cet algorithme génétique ne donne pas une bonne précision sur le degré d'endommagement.

5.4)- Conclusion

Les deux méthodes présentées dans ce chapitre, sont très efficaces pour la détection des dommages. Et leur importance réside précisément dans leur habilité à se converger vers la solution recherchée ainsi leur critère de généralisation.

D'après les résultats de l'étude menés par ces deux méthodes nous constatons bien que les réseaux de neurones demandent un temps considérable pour leur entraînement. Mais ils sont très puissants pour la localisation des dommages structurels avec une bonne précision. D'autre part, les algorithmes génétiques ne demandent pas beaucoup de temps pour résoudre le problème d'étude du comportement vibratoire ; mais leur convergence se fait d'une manière aveugle, ce qui influe sur la précision des résultats recherchés.

Chapitre 6

Conclusion générale et Perspectives

6.1)- Conclusion générale

L'identification des propriétés dynamiques des structures, plus connue sous le nom d'analyse modale expérimentale, est une technique de plus en plus courante dans le domaine de l'ingénierie. Les fréquences de résonance, les amortissements ainsi que les modes propres identifiés expérimentalement, peuvent être utilisés pour prédire la réponse dynamique, améliorer la conception d'un produit, et même vérifier la présence de changements structuraux, indicatifs d'un endommagement.

Les fréquences de résonances sont considérées comme étant un facteur important pour la détection des dommages structuraux. Nous avons vu dans ce présent travail qu'une petite réduction introduite sur la rigidité de la structure, donne un changement considérable au niveau des fréquences propres de la structure. Et nous avons constaté la même remarque en étudiant le problème inverse.

Les réseaux de neurones montrent une grande efficacité pour l'étude du comportement vibratoire des structures. Mais leur utilisation demande une banque de donnée très importante pour l'apprentissage.

Les Algorithmes génétiques, connus pour leur convergence rapide vers la solution optimale, nous ont bien servi pour la détection des endommagements structuraux. Bien que l'ampleur des dégâts ne soit pas précise.

L'utilité du présent travail est d'une grande importance non seulement dans l'étude d'endommagement structurel, mais aussi dans les études de renforcements structuraux, c'est-à-dire étudier la structure avant et après renforcement.

6.2)- Perspectives

Bien que ces deux méthodes présentent une précision acceptable, il est toutefois intéressant d'améliorer leur performance par optimisation de l'architecture ou modification de l'algorithme d'apprentissage. Il faudra aussi intégrer d'autres paramètres d'évaluation structurelle tels que les déformées modales associées aux fréquences de résonance.

Enfin ces deux approches d'optimisation pour l'étude du problème inverse peuvent être envisagées dans le but de développer un système expert apte à évaluer le risque pathologique lié aux cas de grandes structures (ponts, bâtiments etc.).

Références Bibliographiques

[1] **Christophe BERTHOD**, ‘‘Identification paramétrique de grandes structures, réanalyse et méthode évolutionnaire’’, L’U.F.R. des sciences et techniques de l’université de Franche-Comté; thèse de doctorat, le 12 juin 1998, p.182.

[2] **Dreyfus.G, J-M. Martinez, M.Samuelides, M.B.Gordon, F.Badran, S.Thiria, L.Hérault sous la direction de Gérard Dreyfus**, ‘‘Réseaux de neurones méthodologie et application’’, 2^{ème} édition. (Éditions Eyrolles, 2002) p. 168-175.

[3] **Sophie Voisin**, ‘‘Application des Algorithmes Génétiques, à l’estimation de mouvement par modélisation markovienne’’, laboratoire électronique et informatique de l’image, Stage DEA 2004, p.62.

[4] **Montalvão.D, N.M.M. Maia and A.M.R. Ribeiro**, ‘‘A Review of Vibration-based Structural Health Monitoring with Special Emphasis on Composite Materials’’, The Shock and Vibration Digest, Vol. 38, No. 4, July 2006, p.1-30.

[5] **Zoubir Mehdi Sbartaï**, ‘‘Radar et Réseaux de Neurones Artificiels appliqués à l’évaluation non destructive des teneurs en eau et en chlorures des bétons’’, Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions (LMDC) – INSA, Université Paul Sabatier - Toulouse – 135 avenue de Rangueil - 31400 TOULOUSE Cedex 4, 2006, p.8.

[6] **jean-Michel Renders**, ‘‘Algorithmes génétiques et réseaux de neurones ; (application à la commande de processus)’’, Hermes Science Publications, Avril 1995, p.334.

[7] **Yann Le Fablec et Jean Marc Alliot**, ‘‘Using Neural Networks to predict aircraft trajectories’’, Ecole Nationale de l’Aviation Civile, Toulouse Cedex France, résumé du Mémoire de DEA Informatique. Fondamentale et Parallélisme. ENAC, 1997, p5.

- [8] **Claude Touzet**, “Les réseaux de neurones artificiels introduction au connexionnisme: cours, exercices et travaux pratiques”, Laboratoire d'Etudes et Recherche à Nîmes, France, Edition Nanterre : EC2 Juillet 1992, p. 131-140.
- [9] **Tanguy Pallaver**, “Auto-Adaptativité et Topologie Dans Les Cartes de Kohonen”, Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval dans le cadre du programme de maîtrise en physique pour l'obtention du grade de Maître des Sciences, Faculté des Sciences et de Génie Université Laval Québec, Juin 1996, p 112.
- [10] **Rivals.I, I. Personnaz, g. Dreyfus, J.L. PLOIX**, “Modélisation, classification et commande par réseaux de neurones : principes fondamentaux, méthodologie de conception et illustrations industrielles”, Ecole supérieure de physique et de chimie industrielles de la ville de Paris laboratoire d'électronique, publié dans Lavoisier Technique et Documentation, Paris 1995, p40.
- [11] **John Holland**, “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, Ann Arbor, MI 1975.
- [12] **Thomas Vallée et Murat Yildizoglu**, “Présentation des algorithmes génétiques et de leurs applications en Economie”, Article de LEN-C3E Université de Nantes ; LEA-CIL, 7 septembre 2001, pp02-09.
- [13] **Khiat ali et Sefiane Badreddine**, “Algorithmes Génétiques”, Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene, Institut de génie mécanique, Département productive, Mini projet 5^{ème} année productive promotion 1999-2000.
- [14] **Pohlheim.H**, “Genetic Algorithms: principles, methods and algorithms, documentation of the Genetic Algorithm Toolbox for use with Matlab”, Daimler Benz AG, Research and Technology, 1995.
- [15] **Srinivas. M, Patnaik L.M**, “Genetic Algorithms: a survey, Computer”, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, Volume 8, Issue 1, February 1996, pp.120 – 133.

[16] **Fallet-kahn et François**, “Algorithmes Génétiques”, cours d’informatique, Laboratoire d’Informatique en Image et Systèmes d’information, Université de Claude Bernard, Lyon France, 2005, p14.

[17] **Sophie Voisin**, “Application des Algorithmes Génétiques, à l’estimation de mouvement par modélisation markovienne”, polycopie du Stage DEA - Mars - Juin 2004.

[18] **Tzu-Yang Yu**, “Optimization design of sensor networks for building-type structures”, Department of Civil and Environmental Engineering, Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 2004, p09.

[19] **Zang.C, M. I. Friswell and M. Imregun**, “Structural damage detection using independent component analysis”, Mechanical Engineering Department, Imperial College, Struct Health Monit, Published by Sage Publications, Vol: 3, 2004, pp69 – 83.

[20] **Goldberg, D. E.**, “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, publishing company 1989.

[21] **Kouchmeshky.B, W. Aquino, J.C. Bongard, and H. Lipson**, “Co-evolutionary algorithm for structural damage identification using minimal physical testing”, International journal for numerical methods in engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853, U.S.A.; Copyright q 2006 John Wiley & Sons, Ltd., Mai 2006, p23.

[22] **Ostachowicz.W. M., M. Krawczuk, M. P. Cartmell.Polish**, “Genetic algorithms in health monitoring of structures”, Academy of Sciences, Institute of Fluid Flow Machinery, 2001. p11.

[23] **Alireza Alvandi, Josée Bastien, Christian Cremonaet Marc Jolin**, “Évaluation d’endommagement par essais dynamiques”, Journal of sound and vibration 2002, p08.

[24] **Yves Coueque - Julien Ohler - Sabrina Tollari**, “Algorithmes génétiques pour résoudre le problème du commis voyageur”, Travail de recherche mis sur INTERNET, avril 2002.

[25] **Nozarian.M.M, A. Esfandiari**, « Structural Damage Identification Using Frequency Response Function », Department of Civil Eng., Amirkabir University of Technology, Tehran-Iran, Edited by Institute of Materials Engineering Australasia Ltd, Materials Forum vol 33 p7.

- [26] **Kirmsher, P.G.**, “The effect of discontinuities on the natural frequency of beams”, Proceedings of American Society of Testing and Materials, Vol. 44, 1944, pp. 897-904.
- [27] **Fox, C.H.J.**, “The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequency and Mode Shape Data”, In Proc of the 10th International Modal Analysis Conference 1992, pp522–528.
- [28] **Sujatha, C., Thanooja, S., Rao, M. H. and Swarnamani S.**, “A study on change in modal parameters with damage in composite specimens”, Proceedings of 15th International Modal Analysis Conference 1997, pp. 1607-1613.
- [29] **Jean-Marc Alliot, Nicolas Durand**, “Algorithmes génétiques”, Cours d’Algorithmes Génétiques, Centre d'Etudes de la Navigation Aérienne, 7, av E. Belin, 31055 Toulouse Cedex, Mars 2005, p 34.
- [30] **Liszkai T.R.**, “Modern heuristics in structural damage detection using frequency response functions”, Thèse de Doctorat, Department of Civil Engineering, Texas A&M University, 2003, p350.
- [31] **Selcuk Dincal**, “Structural Damage Detection Using Frequency Response Functions”, Master’s Thesis of Science, Texas A&M University of science, December 2005, p 183.
- [32] **Hyun-Woo Lim**, “Experimental Comparison of Structural Damage Detection Methods”, Master’s Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering Korea Advanced Institute of Science and Technology 2005, p53.
- [33] **Ruotolo, R., and Surace, C.**, “Damage Assessment of Multi-Cracked Beams Using Combinatorial Optimisation”, Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures, Proceedings of DAMAS ‘97, Univeristy of Sheffield, UK, 1997 pp. 77–86.
- [34] **Raich.A & T. Liszkai**, “A model parameter updating damage detection technique using genetic algorithm”, Civil Engineering Department, Texas A&M University, College Station, TX, USA, 2003, p 8.

- [35] **Ratnam.Ch and Parameswara Rao.D.V**, “Identification of Damage in Structures using Genetic Algorithms”, Department of Mechanical Engineering, University College of Engineering, Andhra University, Visakhapatnam 530 003. IE (I) Journal -MC, vol. 84, 2004, pp. 154-160.
- [36] **Koh.C.G and S.C. Mak**, “Structural Identification Using GA, Static Measurements and Sub-structuring”, Department of Civil Engineering; National University of Singapore, 10 Kent Ridge Crescent, Singapore 119260, washington.edu 1991, p11.
- [37] **Ceravolo, R. and A. De Stefano**, “Damage Location in Structures through a Connectivistic Use of FEM Modal Analyses”, Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis 1995, pp. 178–186.
- [38] **Damodar Maity_ and Asish Saha**, “Damage assessment in structure from changes in static parameter using neural networks”, Civil Engineering Department, Indian Institute of Technology, *Sadhana* Vol. 29, Part 3, June 2004, pp. 315–327.
- [39] **Rafik Taleb**, “Application des réseaux de neurones pour la prédiction de la propagation des nœuds plastiques dans les structures sous une sollicitation sismique”, mémoire de Magister en génie civil 2005, Université Saad Dahleb de Blida, p86.
- [40] **Brahim Tlili; Faouzi Bouani et Mekki Ksouri**, “Estimation des Parametres du Modele Narma a l’aide des Reseaux de Neurones et des Algorithmes génétiques”, Ecole Nationale d’Ingénieurs de Tunis, 6ème Conférence Francophone de MODélisation et SIMulation - MOSIM’06 - du 3 au 5 avril 2006 – Rabat – Maroc. Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes : Défis et Opportunités,
- [41] **Hamamoto.T, Soma. S**, “Story Damage Detection of Multistory Buildings Using Genetic Algorithm and Neural Network”, International Workshop on advanced sensor, structural health monitoring and smart structureson. 10-11 November, Keio University, Japan, 2004.
- [42] **Chang.T.Y.P, Chang, C.C., and Xu, Y.G**, “Updating Structural Parameters: An Adaptive Neural Network Approach. Structural Health Monitoring”, Stanford University, Palo Alto, California 1999, pp. 379–389.

[43] **Frédéric SZCZAP**, ‘‘Historique des réseaux de neurones, Introduction Aux Réseaux De Neurones’’, Cours de Deuxième Année MASTER 2005-2006, Université de Blaise Pascal, Clermont-Ferrand II France, P 31.

[44] **Olivier TEYTAUD**, « Apprentissage, Réseaux de Neurones et Applications », Thèse de Doctorat en informatique, Université de Lyon 2, Décembre 2001, pp 133-149.

[45] **Huijian Li, Changjun He, Jialin Ji, Hui Wang and Caizhe Hao**, ‘‘Crack damage detection in beam-like structures using RBF neural networks with experimental validation’’, International Journal of Innovative, Computing, Information and Control, Volume 1, Number 4, December 2005, pp 626-634.

[46] **Haward Demuth, Mark Beal**, ‘‘Neural network toolboks, for use with Matlab; User’s Guide version 4’’, by the MathWorks, Juliet 2002, p.840.

[47] **Remis Balaniuk**, ‘‘Identification Structurelle’’, Thèse de doctorat en informatique préparée au sein du laboratoire GRAVIR - INRIA Rhône Alpes 6, Institut National Polytechnique de Grenoble 1992, p 154.

[49] **Neelakanta.P.S**, ‘‘Neural Network Modeling, ‘‘Statistical Mechanics and Cybernetic Perspectives’’, Dolores DeGroff CRC Press LLC ISBN, 1994, p 236.

[50] **Anil K.Jain,Jianchang Mao, K.M.Mohiuddin**: ‘‘Artificial Neural Network: A Tutorial’’, Michigan State University research, IBM Almaden Research Center, March 1996, pp31-44.

[51] **Zhang.L, W.Quiong and M.Link**, ‘‘A Structural damage Identification Approach Based on Element Modal Strain Energy’’, Proceedings of ISMA 23, Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium 1998.

[52] **Williams. E.J and A.Messina**, ‘‘Applications of the Multiple Damage Location Assurance Criterion’’, Proceedings of the International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS99), Dublin, Ireland 1999, pp.256-264.

[53] **Chen Xiao-zhen, Zhu Hong-ping, Chen Chuan-yao**, “Structural damage identification using test static data based on grey system theory”, (School of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China). Journal of Zhejiang University SCIENCE, ISSN 1009-3095, 2005, p 07.

[54] **Mares.C, R.Ruotolo and C.Surace**, “Using Transmissibility Data to Assess Structural Damage”, Damage Assessment of structures, Proceeding of the International Conference on Damage Assessment of structures (DAMAS99), Dublin, Ireland 1999, pp. 236-245.

[55] **Ali Al-Mudhaf. F**, “A Feed Forward Neural Network Approach for Matrix Computations”, A Thesis submitted for the degree of doctor of philosophy; Departement of Mechanical Engineering. Brunel University; January 2001, p 131.

[56] **Schulz.M.J, A.S. Naser, S.K. Thyagarajan, T.Meckens and P.F. Pai**, “Structural Health Monitoring Using Frequency Response Functions and Sparse Measurements”, Proceeding of the International Modal Analysis Conference 1998, pp.760-766.

[57] **Dewen Liu**, “Damage detection in mechanical structures through coupled response measurements”, Thèse de doctorat, Division of Mechanical Engineering; University of Queensland Brisbane, Australia 2004.

[58] **Samanta, Khamis R-Al-Balushi; saeed A.Al-Araimi**, “Bearing Fault Detection Using Artificial Neural Network and Genetic Algorithm”, EURASIP Journal on Application Signal Processing, Hindawi Publishing 2004, p 112.

[59] **Juan Martin Caicedo**, “Two structural health monitoring strategies based on global acceleration responses: Development, Implementation and verification”, these de doctorat en Génie Civil, Washington university, sever institute of technology; Department of civil engineering May 2001, St. Luis, Missouri, p 116.

[60] **Yuyin Qian et Akira Mita**, “Damage Identification of Structures Basd on Pattern Classification Using Limited Number of Sensor”, Aeronautics and Astronautics Department, Stanford University Durand Building Room 250 Stanford, California 94305, U.SA, 2005.

- [61] **Timothée Cour ; Guillaume Giraud ; Antoine Kodsi ; Tuan-Ahn Luong ; Rémy Lauranson ; Clémentine Marcovici ; Kolia Sadeghi**, “Reconnaissance de Formes par Réseaux de Neurones”, Cours d'Electronique, Ecole Polytechnique de Lyon, France, Juillet 2002, p 69.
- [62] **Lecourtier.Y, A. Ennaji, E. Stocker, F. Gilles**, "Réseaux d'yprels, classification et apprentissage incrémental", Université de Rouen, Laboratoire Images et Informatique Industrielle, UFR des Sciences et Techniques, F-76821 Mont Saint Aignan cedex, Traitement du Signal 1995 - Volume 12 - n' 6, pp 597- 607.
- [63] **Gomes.H.M, N.R.S. Silva**, “Some comparisons for damage detection on structures using genetic algorithms and modal sensitivity method”, Mechanical Engineering Department, Federal University of Rio Grande de Sul, Brazil, 18 July 2007, p 22.
- [64] **Carl Q. Howard**, “Short Communication: Modal Mass of Clamped Beams and Clamped Plates”, School of Mechanical Engineering, the University of Adelaide, S.A. 2005 Australia, p 11.
- [65] **Champaney.L**, “Vibration de systèmes continus”, Notes du cours du Dynamique des Constructions, ENSMP Dynamique des constructions, Ecole des Mines de Paris année 2008, p 10.
- [66] **Mario Paz, William Leigh**, “Structural Dynamics, Theory and Computation”, (Fifth Edition), Library of Congress Cataloguing-in-Publication Data, Copyright 2004, Kluwer Academic publishers, Boston/Dordrecht/ London, p 812.
- [67] **Jacques max et Jean-Louis Lacoume**, “Méthodes et Techniques de Traitement du Signal”, 5e édition, Paris Dunod DL 2004, 1 vol, p 355.
- [68] **Broch.j.T**, “Mechanical vibration and shock measurements”, 2nd Edition, Bruel & Kjaer, 1984, p.370.
- [69] **Davidovici.V**, “Génie Parasismique, Presse de l'école nationale des ponts et chaussées”, 1985.

[70] Mehrjoo.M, N.Khaji, H.Moharrami et A.Bahreininejad, “Damage detection of truss bridge joints using Artificial Neural Networks”, journal of Expert systems with Applications 2007, p. 10.

[71] Koh. BH et S.J.Dyke, “Structural health monitoring for flexible bridge Structures using correlation and sensitivity of modal data”, journal of computers and structures 85, 2007, pp. 117-130.

Revues Techniques

[RT.1]- R.B. Bandall and N.Thranr, “Impulse Analysis using a real-Time Digital Filter Analyzer”, Technical Review, Bruel & Kjaer. N°4-1979.

[RT.2]- R.C. Sohaney and J.M. Nieters, “Proper use of Weighting Functions for Impact Testing”, Technical Review, Bruel & Kjaer. N°4-1984.

Fiches Techniques

[FT.1]- Accéléromètres piézoélectriques, fiche technique, Bruel & Kjaer.

[FT.2]- Amplificateur de charge, fiche technique, Bruel & Kjaer.

[FT.3]- Capteur de force, fiche technique, Bruel & Kjaer.

[FT.4], Analyseur de signaux 2034, fiche technique B&K, type 2032 et 2034.

Manuels d’Utilisation

[MU.1]- DAQ Hardware, Overview Guide, National Instruments, October 2000 Edition, Part Number 370097C-01.

[MU.2]- NI 6034E/6035E/6036E, User Manual, National Instruments, May 2001 edition, Part Number 322339B-01.

[MU.3]- NI-DAQ User Manuel for PC Compatibles, version 6.9.1, National Instrument,

Annexe -A-**La théorie de la poutre Euler Bernoulli**

On considère le cas d'une poutre rectiligne de longueur L (voir la figure). Si nous prenons le petit segment de cette même poutre qui est de longueur dx ; les forces qui agissent sur cet

élément sont : l'effort tranchant T et $T + \frac{\partial T}{\partial x} dx$, le moment M et $M + \left(\frac{\partial M}{\partial x}\right) dx$, la force Pdx

et la force d'inertie $\left(\bar{m} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$. Dans cette notation \bar{m} est la masse par unité de longueur et

$P=P(x,t)$ est la charge par unité de longueur. L'état d'équilibre peut exprimer par l'équation suivante :

$$T - \left(T + \frac{\partial T}{\partial x} dx\right) + P(x,t)dx - \bar{m} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 ; \quad (\text{A.1})$$

Après simplification on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = P(x,t) ; \quad (\text{A.2})$$

Sachant que :

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} ; \quad (\text{A.3})$$

Et

$$T = \frac{\partial M}{\partial x} ; \quad (\text{A.4})$$

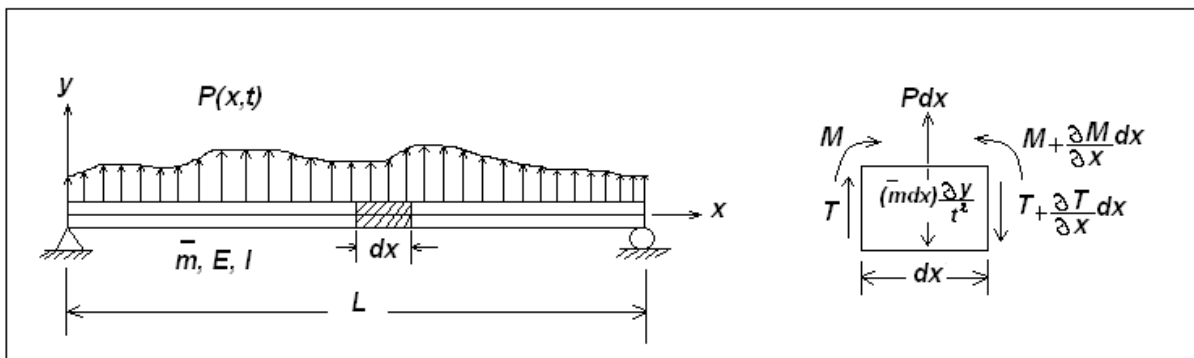


Fig. A1. Les différentes forces agissant sur le petit segment d'une poutre.

Où E et I sont respectivement le module de Young et le moment d'inertie de la surface d'intersection de la barre. Dans le cas d'une poutre continue, la combinaison des équations (A.2), (A.3) et (A.4), on aura :

$$T = EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}; \quad (\text{A.5})$$

Et

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = P(x,t); \quad (\text{A.6})$$

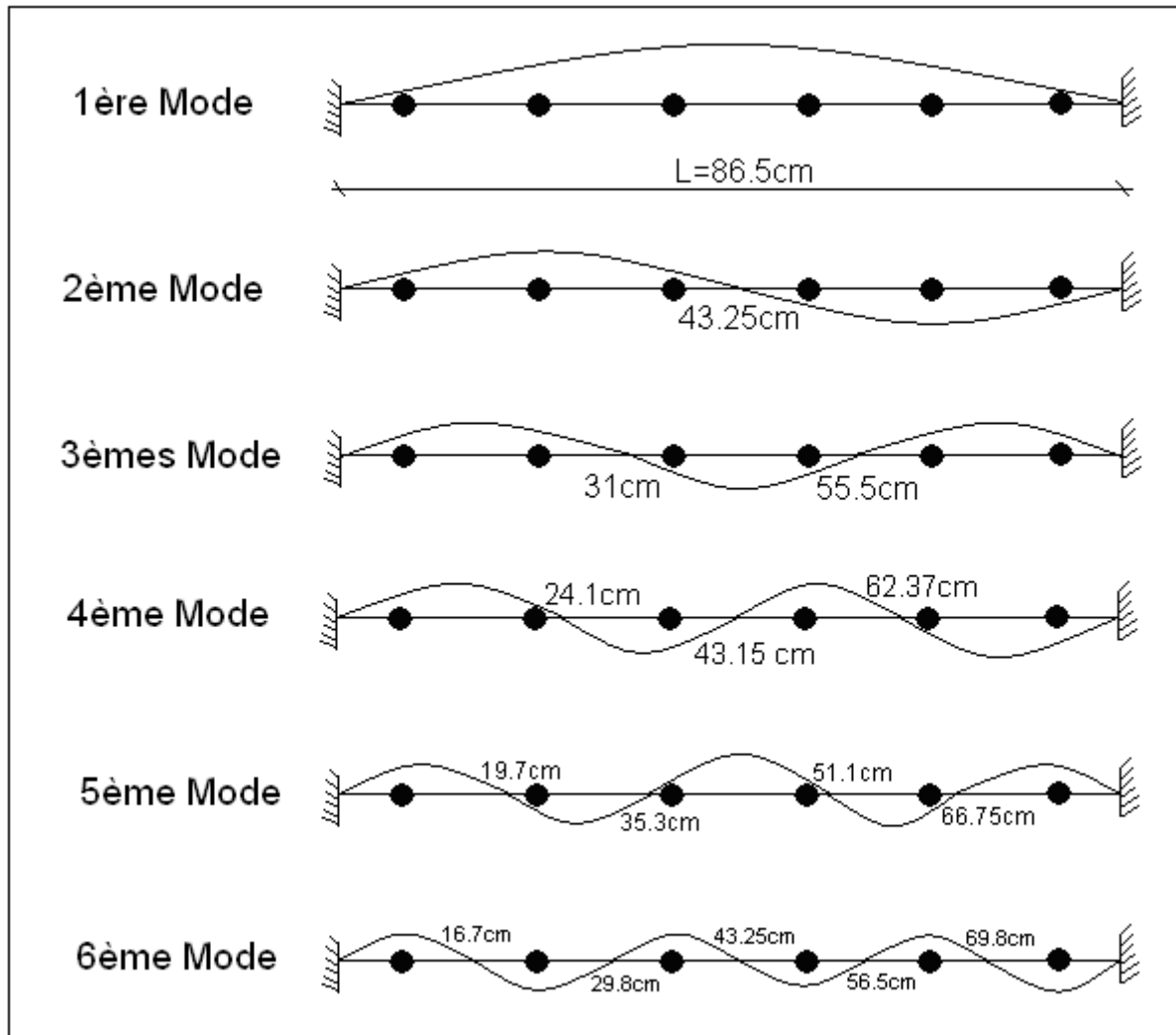


Fig. A2. Les six modes calculés par l'équation d'Euler Bernoulli.

A-1) -Système à n degrés de liberté

Les modèles éléments finis comportent toujours plusieurs (et généralement un grand nombre) de degrés de liberté. Avant d'expliciter la matrice de masse spécifique aux calculs dynamique, quelques rappels sur les milieux continus sont effectués. La notion de modes propres est ensuite abordée. Enfin les différentes techniques de calcul sont présentées (calculs temporels, par recombinaison modale et fréquentiels).

A-2)- Détermination des fréquences de résonance d'une barre à une section constante

Rappelons les équations d'équilibre d'une poutre dont on veut déterminer son déplacement axial $\varphi(x)$, et son déplacement transverse $y(t)$, (Fig. A-3.).

L'équilibre axial et la loi de comportement correspondante donnent :

$$\rho S \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial t^2} = \frac{\partial N_x}{\partial x} = ES \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2}. \quad (\text{A.7})$$

L'équilibre transverse en translation et rotation ainsi que la loi de comportement en flexion donnent (pour des poutres de Bernoulli sans déformée de cisaillement) :

$$\rho S \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial T_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^4 \psi(x)}{\partial x^4}. \quad (\text{A.8})$$

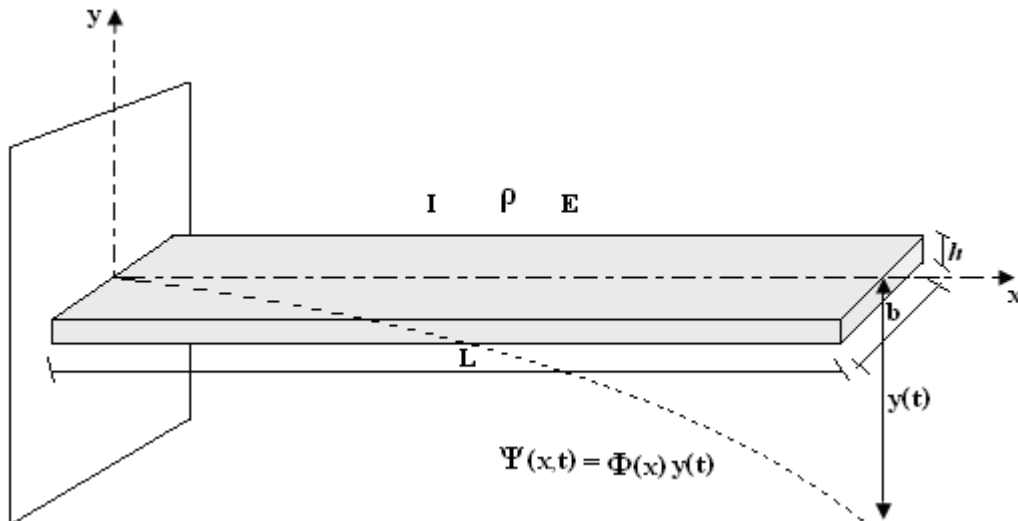


Fig. A3. Déformée d'une poutre

Regardons juste le mouvement axial d'une poutre sans force extérieure qui est régi par l'équation aux dérivées partielles sans second membre :

$$\rho S \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \Psi(x)}{\partial x^4} = 0. \quad (\text{A.9})$$

Cette équation à 2 variables se transforme en deux équations en une variable si on cherche des solutions sous la forme :

$$\psi(x,t) = \varphi(x) y(t). \quad (\text{A.10})$$

Alors l'expression (A₁-1.3) prendra la forme suivante :

$$\rho S \varphi(x) \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} + \left[EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right) \right] y(t) = 0 \quad (\text{A.11})$$

Cette équation peut être résolue en se basant sur la séparation des variables (modes propres), et elle a comme solution :

$$y = D_1 \cos \left(\frac{EI}{\rho S \varphi(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right)^{\frac{1}{2}} t \right) + D_2 \sin \left(\frac{EI}{\rho S \varphi(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right)^{\frac{1}{2}} t \right). \quad (\text{A.12})$$

Et la pulsation propre du mouvement de cette poutre est :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EI}{\rho S \varphi(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right)}. \quad (\text{A.13})$$

La fréquence naturelle du mouvement se calcul par la formule suivante :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho S \varphi(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} \right)}. \quad (\text{A.14})$$

Par exemple, pour une poutre de longueur **L** encastée (déplacements axiaux bloqués), on a :

$$\varphi(x) = \sin \alpha x ; \quad \text{Avec } \alpha = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

En remplaçant l'expression de $\varphi(x)$ dans la formule (A₁-1.8), on obtient la relation d'Euler Bernoulli:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho S} (\alpha^4)} \Rightarrow f_n = \frac{\left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho S L^4}}$$

$$\Rightarrow f_n = \frac{A(i)}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho SL^4}} \quad (\text{A.15})$$

Donc, la fréquence de résonance pour le cas d'une :

$$\text{- Poutre encastrée} \Rightarrow f_n = \frac{A_e(i)}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho SL^4}} ; \quad \text{avec } A_e(i) = ((2i+1)\frac{\pi}{2}) \quad (\text{A.16})$$

$$\text{- Poutre console} \Rightarrow f_n = \frac{A_c(i)}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho SL^4}} ; \quad \text{avec } A_c(i) = ((2i-1)\frac{\pi}{2}) \quad (\text{A.17})$$

Le tableau suivant donne les valeurs des A (i) et des fréquences de résonances f_n , dans le cas de système (poutre) à six degrés de libertés :

Tableau (A1) : Fréquences de résonance pour le cas d'une **poutre console** avec **L=36cm**

N	1	2	3	4	5	6
An	2.4674	22.2066	61.6850	120.9027	199.8595	298.5555
Fn	26.0109	234.0977	650.2714	1274.5319	2106.8793	3147.3135

Tableau (A2): Fréquences de résonance pour le cas d'une **poutre console** avec **L=50.5cm**

N	1	2	3	4	5	6
An	2.4674	22.2066	61.6850	120.9027	199.8595	298.5555
Fn	13.2183	118.965	330.4585	647.6986	1070.6854	1599.419

Tableau (A3) : Fréquences de résonance pour le cas d'une **poutre encastrée** avec **L=86.50cm**

N	1	2	3	4	5	6
An	22.2066	61.6850	120.9027	199.8595	298.5555	416.9908
Fn	40.548	112.6335	220.7616	364.9324	545.1459	761.4022

Les valeurs des fréquences de résonance, des différents cas de dommages, calculés par le SAP 2000

Dans cet Annexe nous présentons tous les résultats d'endommagement de la poutre encastree-encastree, menés par le SAP 2000. Nous présentons ici, les six (06) fréquences de résonances calculées pour une série de cas d'endommagement : réduction de la largeur (b) des différents éléments de la poutre de 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 35%, 40%, 45%, 50%, 55%, et 60%.

La largeur (b) de l'élément est en (m), et les valeurs des fréquences de résonances sont données en (Hz).

la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 5%:b=0.0285m
 40.761286 113.160333 218.672749 347.325233 552.526418 728.862916
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 10%:b=0.027m
 40.490383 112.700902 218.210213 347.052609 550.719873 728.860358
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 15%:b=0.0255m
 40.205215 112.225886 217.730327 346.754488 548.572424 728.857444
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 20%:b=0.024m
 39.904618 111.734184 217.230586 346.425723 546.031356 728.854140
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 25%:b=0.0225m
 39.587292 111.224504 216.707817 346.059672 543.034129 728.850415
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 30%:b=0.021m
 39.251779 110.695302 216.157941 345.647612 539.506146 728.846235
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 35%:b=0.0195m
 37.234859 107.667974 212.729950 342.281205 510.027235 728.817438
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 40%:b=0.018m
 38.519384 109.570285 214.953677 344.634443 530.481620 728.836380
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 45%:b=0.0165m
 38.118495 108.969033 214.282341 343.994896 524.746380 728.830646
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 50%:b=0.015m
 37.691289 108.336830 213.547797 343.226727 517.992991 728.824338
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 55%:b=0.0135m
 37.234859 107.667974 212.729950 342.281205 510.027235 728.817438
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (1) de 60%:b=0.012m
 36.745726 106.954165 211.798372 341.082104 500.613001 728.809931

la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 5%:b=0.0285m
 41.042571 113.895351 219.243590 347.522426 556.357833 728.861853
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 10%:b=0.027m
 41.062116 114.178286 219.347288 347.452500 558.529768 728.857836
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 15%:b=0.0255m
 41.077044 114.451692 219.426714 347.365068 560.516126 728.852960
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 20%:b=0.024m
 41.086681 114.712760 219.476589 347.258335 562.272770 728.847071
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 25%:b=0.0225m
 41.090212 114.957937 219.490410 347.130232 563.745914 728.839988
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 30%:b=0.021m
 41.086640 115.182670 219.460100 346.978360 564.869638 728.831507
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 35%:b=0.0195m
 41.074724 115.381042 219.375514 346.799916 565.562636 728.821400
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 40%:b=0.018m

41.052893 115.545235 219.223749 346.591599 565.723916 728.809419
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 45%:b=0.0165m
 41.019119 115.664708 218.988155 346.349487 565.227026 728.795298
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 50%:b=0.015m
 40.970714 115.724930 218.646873 346.068856 563.912217 728.778770
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 55%:b=0.0135m
 40.904014 115.705312 218.170614 345.743918 561.575639 728.759583
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (2) de 60%:b=0.012m
 40.813825 115.575729 217.519171 345.367430 557.954222 728.737522

la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 5%:b=0.0285m
 41.180992 113.632923 219.697723 347.472466 553.262396 728.834164
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 10%:b=0.027m
 41.340028 113.639624 220.240167 347.301165 552.379291 728.800216
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 15%:b=0.0255m
 41.495240 113.622159 220.739449 347.049918 551.370202 728.762942
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 20%:b=0.024m
 41.645607 113.576946 221.185846 346.703508 550.214835 728.721936
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 25%:b=0.0225m
 41.789882 113.499796 221.567131 346.243413 548.889193 728.676738
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 30%:b=0.021m
 41.926522 113.385788 221.867698 345.646916 547.364843 728.626830
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 35%:b=0.0195m
 42.053599 113.229112 222.067296 344.885937 545.608039 728.571628
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 40%:b=0.018m
 42.168679 113.022871 222.139157 343.925471 543.578695 728.510479
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 45%:b=0.0165m
 42.268635 112.758819 222.047122 342.721504 541.229213 728.442656
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 50%:b=0.015m
 42.349385 112.427030 221.741151 341.218235 538.503180 728.367356
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 55%:b=0.0135m
 42.405476 112.015436 221.150008 339.344399 535.334055 728.283699
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (3) de 60%:b=0.012m
 42.429431 111.509201 220.168946 337.008576 531.644050 728.190739

la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 5%:b=0.0285m
 41.166134 113.837507 218.575591 348.039913 553.812959 728.673242
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 10%:b=0.027m
 41.304220 114.059481 217.990650 348.379385 553.560905 728.464769
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 15%:b=0.0255m
 41.431389 114.268890 217.361039 348.568542 553.276509 728.237740
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 20%:b=0.024m
 41.545454 114.463041 216.682128 348.575359 552.955105 727.989878
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 25%:b=0.0225m
 41.643800 114.638541 215.948650 348.360546 552.591315 727.718582
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 30%:b=0.021m
 41.723284 114.791051 215.154583 347.875543 552.178946 727.420869
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 35%:b=0.0195m
 41.780103 114.914933 214.293008 347.059834 551.710896 727.093323
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 40%:b=0.018m
 41.809623 115.002724 213.355924 345.837306 551.179053 726.732035
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 45%:b=0.0165m
 41.806160 115.044335 212.334016 344.111240 550.574217 726.332531
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 50%:b=0.015m
 41.762669 115.025775 211.216344 341.757317 549.886054 725.889713
 la poutre endommagée au niveau de l'élément (4) de 55%:b=0.0135m

41.096611 112.655795 220.270885 346.140712 546.895266 728.717390
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 3 de 30%

41.364855 112.454260 220.950517 345.072523 544.037177 728.622553
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 3 de 40%

41.592046 112.079155 221.219159 343.349864 540.234923 728.506598
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 3 de 50%

41.754807 111.468551 220.816403 340.658442 535.130702 728.364016
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 3 de 60%

41.813135 110.531892 219.235164 336.492014 528.222992 728.188088
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 10%

40.204961 111.752693 218.344461 346.103958 544.384088 728.789396
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 20%

40.486770 111.671814 219.285065 345.467635 542.222927 728.711495
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 30%

40.739991 111.459654 219.962407 344.386261 539.365138 728.617010
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 40%

40.949359 111.072008 220.228563 342.663326 535.553478 728.501572
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 50%

41.090618 110.446101 219.821973 339.992627 530.424286 728.359693
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 3 de 60%

41.122671 109.489681 218.233558 335.880367 523.466865 728.184658
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 10%

39.538838 110.705829 217.267582 345.294614 537.882094 728.781628
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 20%

39.805337 110.615832 218.205029 344.632754 535.739909 728.704002
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 30%

40.040625 110.393094 218.880085 343.535801 532.893683 728.609963
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 40%

40.228616 109.992886 219.144364 341.813844 529.081207 728.495181
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 50%

40.343921 109.351491 218.735431 339.170882 523.931023 728.354195
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 3 de 60%

40.343945 108.374755 217.142764 335.128589 516.920339 728.180294
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 10%

38.790584 109.573366 216.058001 344.240972 528.899712 728.771940
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 20%

39.038740 109.474826 216.991710 343.546312 526.794246 728.694651
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 30%

39.252460 109.242115 217.664572 342.429904 523.974868 728.601165
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 40%

39.414612 108.829941 217.928010 340.710582 520.172400 728.487194
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 50%

39.498331 108.173563 217.519164 338.105797 515.004471 728.347314
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 3 de 60%

39.458981 107.176700 215.926945 334.157427 507.931416 728.174823
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 10%

37.943411 108.333864 214.645027 342.777306 516.481321 728.760091
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 20%

38.169425 108.228324 215.574024 342.037528 514.438340 728.683201
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 30%

38.356994 107.987322 216.244822 340.894778 511.667066 728.590373
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 40%

38.487647 107.564989 216.509112 339.180130 507.887936 728.477379
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 50%

38.532583 106.895482 216.104395 336.629833 502.702263 728.338840
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 3 de 60%

38.444369 105.880175 214.520494 332.813947 495.545103 728.168065
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 10%

36.974736 106.948356 212.884974 340.548107 499.216461 728.745893
Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 20%

37.173813 106.839368 213.807112 339.740018 497.276020 728.669455
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 30%
 37.329416 106.594012 214.475652 338.557100 494.584059 728.577391
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 40%
 37.421335 106.165854 214.743436 336.848791 490.844280 728.465539
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 50%
 37.418198 105.487910 214.349812 334.379738 485.631519 728.328582
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 3 de 60%
 37.268712 104.459014 212.788315 330.763039 478.339208 728.159853

 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 10%
 40.797876 112.745683 219.138388 347.541975 550.586428 726.448743
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 20%
 41.095664 112.696533 219.902738 347.588673 550.427527 723.594415
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 30%
 41.376948 112.521856 220.435817 346.968426 550.236686 720.173323
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 40%
 41.630982 112.177954 220.629242 345.338979 550.005370 716.017188
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 50%
 41.839762 111.603254 220.293179 342.164354 549.722257 710.896013
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 10% et 5 de 60%
 41.970466 110.709046 219.054412 336.582950 549.372249 704.495079
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 10%
 40.205260 111.783343 218.148682 346.928957 545.895503 726.442346
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 20%
 40.496572 111.739032 218.903951 346.988626 545.733145 723.587892
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 30%
 40.771986 111.569639 219.429772 346.379717 545.537447 720.166758
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 40%
 41.021102 111.231412 219.619217 344.758617 545.299410 716.010709
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 50%
 41.226454 110.662633 219.285232 341.586651 545.007113 710.889815
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 20% et 5 de 60%
 41.356110 109.774279 218.060453 335.996345 544.644712 704.489447
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 10%
 39.544845 110.749396 217.064289 346.167607 539.366763 726.434214
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 20%
 39.828978 110.710512 217.808967 2175.512 539.199301 723.579601
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 30%
 40.097852 110.547025 218.326287 345.649395 538.996398 720.158414
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 40%
 40.341439 110.215120 218.510969 344.040518 538.748360 716.002477
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 50%
 40.542846 109.652923 218.179086 340.875339 538.442368 710.881942
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 30% et 5 de 60%
 40.671095 108.771052 216.969826 335.280103 538.061481 704.482299
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 10%
 38.804032 109.629952 215.845817 345.175581 530.336909 726.424083
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 20%
 39.080163 109.597182 216.577687 345.272491 530.161679 723.569277
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 30%
 39.341714 109.440340 217.084702 344.698860 529.947744 720.148031
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 40%
 39.579047 109.115546 217.263513 343.108442 529.684328 715.992243
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 50%
 39.775889 108.560757 216.933837 339.956891 529.357228 710.872167
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 40% et 5 de 60%
 39.902280 107.686191 215.742453 334.363636 528.947833 704.473441
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 10%
 37.966524 108.402807 214.421829 343.796103 517.839907 726.411711

Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 20%
 38.233681 108.376967 215.137395 343.922231 517.652290 723.556682
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 30%
 38.486975 108.227670 215.631284 343.378428 517.420587 720.135381
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 40%
 38.717191 107.910984 215.802527 341.817361 517.132235 715.979793
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 50%
 38.908714 107.364691 215.475312 338.691792 516.770765 710.860302
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 50% et 5 de 60%
 39.032681 106.498574 214.305652 333.113621 516.314870 704.462720
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 10%
 37.010350 107.027312 212.647491 341.692238 500.446009 726.396927
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 20%
 37.267360 107.009398 213.340674 341.862424 500.237233 723.541653
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 30%
 37.511271 106.868808 213.816557 341.366218 499.974609 720.120311
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 40%
 37.733318 106.561577 213.977345 339.855810 499.642299 715.964996
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 50%
 37.918599 106.025333 213.653126 336.781381 499.219724 710.846242
 Cas d'endommagement des éléments : 1 de 60% et 5 de 60%
 38.039437 105.169412 212.512005 331.246389 498.680804 704.450066

Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 10%
 41.348761 114.643626 218.188220 348.242303 558.055375 728.457470
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 20%
 41.590751 115.058219 216.847994 348.423119 557.455117 727.982704
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 30%
 41.768352 115.397240 215.286534 347.705424 556.690237 727.413973
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 40%
 41.852944 115.619779 213.451384 345.645706 555.709459 726.725616
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 50%
 41.801884 115.653300 211.272261 341.539800 554.445979 725.884017
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 4 de 60%
 41.549399 115.355672 208.651666 334.218412 552.815665 724.845527
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 10%
 41.374211 115.189612 218.285969 348.033732 561.804097 728.446727
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 20%
 41.616354 115.615885 216.911959 348.198244 561.214156 727.972152
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 30%
 41.792994 115.966735 215.314121 347.461655 560.465884 727.403836
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 40%
 41.874922 116.201203 213.439530 345.379633 559.510218 726.716184
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 50%
 41.818558 116.246625 211.217240 341.247228 558.283114 725.875648
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 4 de 60%
 41.556587 115.960516 208.548721 333.894929 556.703583 724.838632
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 10%
 41.374450 115.671328 218.235822 347.738137 564.412386 728.431200
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 20%
 41.616035 116.109742 216.825525 347.885167 563.839141 727.956904
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 30%
 41.790852 116.473107 215.188308 347.128577 563.114669 727.389188
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 40%
 41.869034 116.720524 213.270616 345.023243 562.192307 726.702554
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 50%
 41.805954 116.779400 211.000577 340.863441 561.011061 725.863552
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 4 de 60%
 41.532550 116.507271 208.278143 333.479380 559.493561 724.828660

Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 10%
 41.340280 116.045545 217.963247 347.334607 565.285712 728.409163
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 20%
 41.580487 116.496153 216.513566 347.462977 564.737762 727.935259
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 30%
 41.752492 116.872394 214.833190 346.685182 564.046867 727.368390
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 40%
 41.825688 117.133594 212.867691 344.555298 563.169052 726.683192
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 50%
 41.754259 117.207527 210.543875 340.366765 562.046811 725.846355
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 4 de 60%
 41.467149 116.952354 207.759426 332.949366 560.607079 724.814468
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 10%
 41.256911 116.235802 217.346952 346.794111 563.503360 728.378575
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 20%
 41.494855 116.697779 215.853941 346.902704 562.992405 727.905200
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 30%
 41.662989 117.086488 214.125464 346.102409 562.348501 727.339489
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 40%
 41.729868 117.361738 212.105852 343.946420 561.530812 726.656262
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 50%
 41.648316 117.452153 209.719951 339.727192 560.485966 725.822408
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 4 de 60%
 41.344970 117.217488 206.861954 332.273792 559.146206 724.794673
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 10%
 41.098139 116.093975 216.175841 346.074317 557.588732 728.337380
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 20%
 41.333053 116.564459 214.634370 346.162194 557.130847 727.864685
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 30%
 41.496416 116.963332 212.851132 345.338019 556.552562 727.300493
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 40%
 41.555838 117.251306 210.768588 343.153911 555.816863 726.619878
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 50%
 41.462587 117.358657 208.308527 338.901025 554.875514 725.789999
 Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 4 de 60%
 41.140602 117.148409 205.359517 331.407215 553.667562 724.767823

Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 10%
 41.668978 113.650932 221.198932 347.740911 552.244653 726.388177
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 20%
 41.988898 113.564576 221.990250 347.743573 552.084680 723.534240
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 30%
 42.292895 113.348258 222.544516 347.087753 551.892958 720.114679
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 40%
 42.570049 112.957365 222.749686 345.435852 551.661040 715.961632
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 50%
 42.802027 112.329109 222.409078 342.260123 551.377710 710.845596
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 10% et 5 de 60%
 42.955373 111.373147 221.135114 336.715292 551.027974 704.452365
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 10%
 41.990757 113.555476 222.163123 347.109169 550.078900 726.309162
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 20%
 42.328084 113.432635 222.970721 347.081774 549.917291 723.455508
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 30%
 42.650868 113.175313 223.537937 346.401730 549.723481 720.037666
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 40%
 42.948401 112.737794 223.750903 344.734208 549.488869 715.888320
 Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 50%
 43.202618 112.055744 223.409540 341.556157 549.202034 710.778636

Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 60%
43.380409 111.036592 222.118953 336.031334 548.847711 704.395127
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 10%
42.288898 113.327796 222.857957 346.024535 547.229958 726.213090
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 20%
42.644880 113.164233 223.677112 345.972267 547.069444 723.359690
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 30%
42.987972 112.861049 224.253899 345.271748 546.876745 719.943832
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 40%
43.307764 112.371237 224.473521 343.589987 546.643225 715.798863
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 50%
43.586592 111.628646 224.134062 340.406995 546.357408 710.696772
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 30% et 5 de 60%
43.791887 110.538052 222.836274 334.892519 546.003973 704.324971
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 10%
42.549355 112.923930 223.132988 344.284941 543.448270 726.095473
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 20%
42.925330 112.714612 223.955592 344.216227 543.292831 723.242281
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 30%
43.290417 112.359757 224.536045 343.501224 543.105934 719.828726
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 40%
43.634620 111.810822 224.760112 341.807193 542.879079 715.688975
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 50%
43.940844 110.999466 224.426683 338.614445 542.600979 710.596033
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 40% et 5 de 60%
44.177342 109.827220 223.137184 333.093527 542.256580 704.238437
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 10%
42.749428 112.281859 222.722298 341.576161 538.382023 725.950695
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 20%
43.146801 112.020757 223.534224 341.505137 538.237305 723.097639
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 30%
43.535733 111.607222 224.107838 340.785701 538.062897 719.686781
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 40%
43.906797 110.990839 224.331964 339.082705 537.850708 715.553294
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 50%
44.243713 110.100557 224.010749 335.872100 537.589998 710.471449
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 50% et 5 de 60%
44.515955 108.833810 222.754883 330.316363 537.266477 704.131201
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 10%
42.849789 111.311514 221.108148 337.394239 531.538647 725.771926
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 20%
43.269935 110.991410 221.883683 337.346014 531.412329 722.918908
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 30%
43.684663 110.510736 222.430792 336.640380 531.259582 719.511226
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 40%
44.085337 109.816728 222.645555 334.935312 531.073124 715.385303
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 50%
44.456841 108.834870 222.344952 331.694482 530.843295 710.316989
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 60%
44.770456 107.457234 221.163917 326.056901 530.557288 703.998017
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 3 de 30%
41.768352 115.397240 215.286534 4347.705424 556.690237 727.413973
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 3 de 10%
41.374450 115.671328 218.235822 347.738137 564.412386 728.431200
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 60% et 5 de 20%
42.273399 112.414022 221.029241 336.551586 531.636498 745.431544
Cas d'endommagement des éléments : 4 de 50% et 6 de 10%
41.675013 115.601022 211.625622 341.408228 549.885676 734.676220
Cas d'endommagement des éléments : 3 de 20% et 5 de 60%
40.662229 115.069738 220.428255 342.237937 550.154393 768.296184

Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 6 de 20%
40.810998 116.723627 219.575822 345.479906 563.917172 745.965594

Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 10%
42.365142 113.106886 218.275100 334.988215 557.059538 704.401927
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 10%
42.520214 113.337071 219.429912 335.664990 562.922518 704.435354
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 10%
42.597569 113.235329 220.028149 336.162765 564.654060 704.459670
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 10%
42.624069 112.948183 220.281782 336.526817 563.729382 704.476561
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 10%
42.614934 112.551483 220.312289 336.787668 561.068588 704.487832
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 10%
42.579662 112.088226 220.194234 336.966990 557.265890 704.495041
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 20%
42.234201 114.101100 219.460569 340.635808 557.290165 710.788237
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 20%
42.388892 114.315680 220.638883 341.283539 563.175553 710.826172
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 20%
42.465824 114.197939 221.253406 341.762719 564.926843 710.853934
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 20%
42.492067 113.894740 221.518206 342.114658 564.020348 710.873428
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 20%
42.482896 113.482118 221.556214 342.367455 561.376819 710.886652
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 20%
42.447810 113.003174 221.443014 342.541210 557.590889 710.895322
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 30%
42.017159 114.766523 219.786734 343.825263 557.477361 715.900154
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 30%
42.172022 114.966441 220.969324 344.466185 563.381724 715.940759
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 30%
42.249419 114.834089 221.586828 344.941829 565.149390 715.970610
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 30%
42.276439 114.516464 221.853637 345.291958 564.257639 715.991740
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 30%
42.268325 114.089669 221.892968 345.543757 561.627825 716.006246
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 30%
42.234537 113.596837 221.780626 345.716749 557.854985 716.015923
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 40%
41.750311 115.192708 219.610066 345.437164 557.630918 720.051135
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 40%
41.905596 115.378816 220.786326 346.084004 563.551570 720.093061
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 40%
41.983928 115.233082 221.399205 346.564942 565.332986 720.123993
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 40%
42.012292 114.902462 221.662560 346.919521 564.453316 720.146023
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 40%
42.005846 114.463022 221.699320 347.174836 561.834478 720.161284
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 40%
41.973981 113.957874 221.585107 347.350384 558.071895 720.171594
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 50%
40.453600 105.442043 214.111184 346.018663 557.758137 720.470081
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 50%
40.272724 109.510341 215.002615 358.715938 562.865729 720.632123
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 50%
40.688925 115.457114 220.878348 347.170980 565.486000 722.543663
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 50%
40.718948 115.114761 221.134771 347.533993 564.616328 723.566055

Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 50%
40.714512 114.664021 221.166373 347.795791 562.006346 723.581675
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 50%
40.684923 114.147932 221.048375 347.976173 558.251842 723.592332
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 10% et 5 de 60%
41.138930 115.558966 218.392931 345.919087 557.864513 726.324409
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 20% et 5 de 60%
41.295287 115.719764 219.539874 346.598440 563.811641 726.366403
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 30% et 5 de 60%
41.376111 115.550459 220.131102 347.104522 565.614715 726.397545
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 40% et 5 de 60%
41.407958 115.197497 220.378277 347.478563 564.753397 726.419918
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 50% et 5 de 60%
41.405718 114.736645 220.402945 347.748805 562.150620 726.435612
Cas d'endommagement des éléments : 2 de 60% et 5 de 60%
41.378596 114.210827 220.279792 347.935567 558.402518 726.446401