

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de Technologie Houari Boumediène
Faculté de Mathématiques



THÈSE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Présentée pour L'obtention du grade de Docteur

EN : MATHÉMATIQUE

Spécialité : Recherche Opérationnelle

Par : Larbi ASLI

Le problème des enchères combinatoires multiobjectif dynamiques

Soutenue publiquement, le 04 Mai 2019, devant le jury composé de :

A. BERRACHEDI	Professeur	à l'USTHB. Alger	Président de jury.
M. AÏDER	Professeur	à l'USTHB. Alger	Directeur de thèse.
R. OUAFI	Professeur	à l'USTHB. Alger	Examineur.
M. AIDENE	Professeur	à l'UMMTO. Tizi-Ouzou	Examineur.
B. OUKACHA	Professeur	à l'UMMTO. Tizi-Ouzou	Examineur.
H. SLIMANI	Maitre de Conférence/A	à l'UAMB. Bejaia	Examineur.

Avant-propos

DANS cet avant-propos, je tiens à remercier, comme il se doit, certaines personnes qui ont fortement collaboré à l'aboutissement de ce travail, par leur présence et leur soutien.

MON directeur de recherche, Professeur Méziane Aïder, qui a su me diriger vers la bonne voie, avec patience, dextérité et professionnalisme.

J *E suis très reconnaissant à Messieurs.*
A. BERRACHEDI, Professeur à l'USTHB d'Alger;
R. OUAFI, Professeur à l'USTHB d'Alger;
M. AIDENE, Professeur à l'UMMTO de Tizi-Ouzou;
B. OUKACHA, Professeur à l'UMMTO de Tizi-Ouzou;
H. SLIMANI Maître de conférence à l'UAMB de Bejaia.
pour l'honneur qu'ils m'ont fait en participant au jury de cette thèse.

J *E remercie Monsieur El-Ghazali Talbi de Laboratoire de recherche INRIA Lille France, pour l'incalculable aide qu'il m'a généreusement prodiguée.*

M *ES amis et frères, ici et ailleurs, qui m'ont soutenus moralement et psychologiquement lors des moments difficiles. Ceux sans lesquels je ne saurais être. Je les remercie pour la joie et le bonheur qu'ils m'ont apportés.*

F *INALEMENT, je dédie cette thèse à la mémoire de mon cher père et à ma chère mère. Qu'ils trouvent dans cet humble travail le fruit de leurs longues années de patience et de sacrifices.*

Travaux réalisés

Publication

L. Asli, M. Aïder and El-Ghazali Talbi, Solving a dynamic combinatorial auctions problem by a hybrid metaheuristic based on a fuzzy dominance relation, Accepted 19/06/2018, Published online : 14 February 2019, doi : 10.1051/ro/2018051, EDP sciences, Volume 53, Number 1, pp 207-221, 2018.

Participation aux communications

L. Asli and M. Aïder. Approche hybride pour les problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectifs : cas des problèmes de type sac à dos. Editor LAROMAD-ASID, In JSLAROMAD'11, pages 16–18, Tizi Ouzou Algeria, 28-30 novembre 2011.

L. Asli and M. Aïder. Problème de détermination du gagnant dynamique : modèle mathématique et approche de résolution. Editor Mohand-Saïd Hacid, In COSI'12, Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen, volume 09, pages 371–383, Telemcen Algeria, 12-15 Mai 2012.

L. Asli and M. Aïder. Tabu search algorithm using fuzzy dominance to solve the multiobjective knapsack problem. Editor E-G Talbi, In META'2012, pages 27–31, Sousse port El-Kantaoui Tunisie, October 2012.

L. Asli and M. Aïder. Une méthode hybride pour le problème du sac à dos multiobjectif. In ROADEF'13. ROADEF, Tryoe France, fevrier 12-15 2013.

L. Asli and M. Aïder. Dynamic combinatorial auction problem solved by hybrid metaheuristic based on fuzzy dominance relation. In META'2014, Marrakeck Maroco, October 27-31, 2014.

L. Asli and M. Aïder. Le problème d'enchère combinatoire dynamique résolue par une hybridation de metaheuristiques basée sur la dominance floue. In JGo14, volume 1. LAROMAD USTHB, 2014.

L. Asli and M. Aïder. Modeling and solving a dynamic winner determination problem under three real objectives. Editors kamel Boukhetala and Taekyun KIM, In 30th International Conference of The Jangjeon Mathematical Society, USTHB, Faculty of Mathematics, volume 30 of ICJMS'2017, pages 113–116, Alger Algeria, July, 12th - 15th 2017.

L. Asli and M. Aïder. Resolving a dynamic winner determination problem (wdp) by dynamic programming, Editor Mustafa Bayram; Aydin Secer; Faruk Ucar; Bulent Yilmaz, International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling, Gelisim universitesi, In ICAAMM17, page 33, Istanbul Turkey, July 3-7 2017.

Table des matières

Liste des figures	VIII
Liste des algorithmes	IX
Liste des tables	X
Notations	XI
Introduction générale	1
1 Fondements théoriques de l'optimisation multiobjectif	6
Introduction	6
1.1 Problème d'optimisation	7
1.1.1 Classification des problèmes d'optimisation	7
1.2 Optimisation Combinatoire	8
1.3 Complexité Algorithmique	8
1.3.1 Complexité des problèmes d'optimisation	8
1.3.2 Complexité polynomiale des problèmes d'optimisation combinatoire	9
1.3.3 Classes de complexité des problèmes d'optimisation	9
1.4 Optimisation multiobjectif	10
1.4.1 Optimisation combinatoire multiobjectif	11
1.5 Relations d'ordre et de Dominance	11
1.5.1 Vocabulaire et définitions	12
1.5.2 Front Pareto et surface de compromis	13
1.5.3 Caractérisation du front Pareto	14
1.6 Relation de forme dérivée par la dominance	17
1.6.1 Optimalité lexicographique	17
1.6.2 Optimalité extrême	17
1.6.3 Optimalité maximale	18
1.6.4 Cône optimalité	18
1.6.5 La α -dominance	18
1.6.6 La dominance au sens de Geoffrion	19
1.7 Compromis entre exploration et exploitation	19
1.8 Méthodes de résolution	20
1.8.1 Somme pondérée	20

1.8.2	Méthode de compromis (approche par ϵ -contrainte)	20
1.8.3	Programmation dynamique	21
1.8.4	Branch and Bound	21
1.8.5	Heuristiques	22
1.8.6	Les métaheuristiques	22
	Conclusion	26
2	Enchères combinatoires	27
	Introduction	27
2.1	Concepts fondamentaux	29
2.1.1	Frontières entre enchères et négociations	29
2.1.2	Acteurs principaux des enchères	29
2.2	Enchères de base	30
2.3	Mécanismes d'enchère	31
2.3.1	Enchère anglaise	31
2.3.2	Enchère hollandaise	31
2.3.3	Enchère premier prix à enveloppes scellées	32
2.3.4	Enchère Vickrey	32
2.3.5	Récapitulatif	33
2.4	Variantes d'enchères	35
2.4.1	Enchères à un tour sous pli cacheté (au premier prix)	35
2.4.2	Enchères à un tour sous pli cacheté (au second prix)	35
2.4.3	Enchères Anglaises	35
2.4.4	Enchères Hollandaises ou enchères descendantes	35
2.4.5	Enchères inversées	36
2.4.6	Stratégies des vendeurs	37
2.4.7	Ventes judiciaires	37
2.4.8	Ventes notariales	38
2.4.9	Enchères du type all pay	38
2.4.10	Enchères aux cadrans	38
2.4.11	Enchères à la bougie	38
2.4.12	Enchères électroniques (en ligne)	38
2.5	Théorème fondamental d'équivalence de revenus	39
2.6	Enchères multi-objets	41
2.6.1	Enchère anglaise multi-objets	41
2.6.2	Enchère hollandaise multi-objets	41
2.6.3	Enchère premier prix à enveloppes scellées multi-objets	41
2.6.4	Enchère Vickrey multi-objets	41
2.7	Enchères combinatoires	42
2.8	Problème de détermination du gagnant PDG	42
2.8.1	Modèle I	43

2.8.2	Modèle II	43
2.8.3	Modèle III	44
2.9	PDG multiobjectif	45
	Conclusion	45
3	Concepts avancés de l'optimisation multiobjectif	46
	Introduction	46
3.1	Choix de la méthode d'aide à la décision	47
3.2	Méthodes avancées de résolution multiobjectif	48
3.2.1	Approches exactes	48
3.2.2	Métaheuristiques multiobjectif	48
3.2.3	Hyper-heuristiques	49
3.3	Coopération de méthodes	49
3.3.1	Classification hiérarchique	50
3.3.2	Classification à plat	51
3.3.3	Hybridation collaborative	52
3.3.4	Hybridation intégrative	52
3.4	Dominance floue	53
3.4.1	Logique floue	54
3.4.2	La fonction d'appartenance	54
3.4.3	Dominance floue	56
3.5	Evaluation de performances et structure de la frontière Pareto	58
3.5.1	Indicateurs de qualité absolus s'appliquant à un seul front	58
3.5.2	Mesures utilisant une référence	59
3.5.3	Mesures comparant deux fronts Pareto	60
3.5.4	Limites des mesures de performances en multiobjectif	60
	Conclusion	60
4	Résolution de PDG Bi-objectif dynamique par la Recherche Taboue et la Dominance Floue	62
	Introduction	62
4.1	Formulation du PDG	63
4.2	Motivations et démarches	63
4.3	Modèle bi-objectif de PDG dynamique	64
4.3.1	Préliminaires	64
4.3.2	Modèle mathématique de PDG_t [Asli 2019]	65
4.4	Algorithme de résolution pour le PDG_t	66
4.4.1	Déroulement de l'algorithme	67
4.4.2	Recherche Taboue avec marche aléatoire (RWTS)	67
4.4.3	Relation de dominance floue	68
4.4.4	CAP-algorithme floue multiobjectif (FM-CAP)	70

4.5	Exemple didactique	71
4.5.1	Discussion	73
4.6	Expérimentation numérique	74
4.6.1	Hypervolume	74
4.6.2	Résultats	75
4.6.3	Analyse des résultats	79
	Conclusion	80
	Conclusion générale	81
	Bibliographie	83
	Abstract	92

SSD Thesis

Table des figures

1.1	Relation entre kilométrage et prix [Barichard 2003].	10
1.2	Exemple d'optimalité locale [Collette 2002].	13
1.3	Représentation du front Pareto	14
1.4	Solutions supportées et non supportées [Flipo 2005]	15
1.5	Point idéal et point Nadir [Collette 2002].	16
2.1	Cadre de marché	29
2.2	Enchères inversées	36
2.3	Enchères traditionnelles	37
3.1	Structure de la taxonomie hiérarchisée[Talbi 2002b]	50
3.2	Structure de la taxonomie à plat[Talbi 2002b]	51
3.3	Majeur classification de coopération méta/exacte[Talbi 2002b]	53
3.4	Les fonctions d'appartenance les plus utilisées.	55
3.5	Fonctions définissant la variable "taille moyenne"	56
4.1	Dominance floue entre u et v	70
4.2	Calcul d'hypervolume d'une surface de compromis.	75
4.3	Influence de la marche aléatoire.	76
4.4	Influence du Nombre d'itérations.	77
4.5	Indices de performance.	79

Liste des Algorithmes

1	Méthodes évolutives	23
2	Recuit simulé	25
3	Recherche Taboue	25
4	Algorithme de Recherche Taboue avec marche aléatoire (RWTS)	68
5	FM-CAP dynamique algorithme [Asli 2019]	71

Liste des tableaux

2.1	Table Récapitulative des modes d'enchères	34
3.1	Equivalence entre logique classique et logique floue.	54
3.2	Les propriétés des deux logiques	56
4.1	Tableau des étapes illustratives de l'algorithme <i>FM – CAP</i>	72
4.2	L'influence de la marche aléatoire sur la méthode recherche taboue	76
4.3	Influences (Nombre d'itérations, Cpu , Hypervolume, Ensemble efficace)	77
4.4	Résultats numériques	78

Notations

Symbole	Signification
SE :	Ensemble des solutions efficaces ;
ND :	Solutions non dominées, ou Front pareto ;
\mathcal{R} :	Espace réalisable ;
\mathcal{F} :	Espace réalisable dans l'espace des objectifs ;
\mathcal{N} :	Voisinage d'une solution x ;
S :	Espace de décision ;
R :	Espace de recherche ;
PDG_t :	Problème de Détermination du Gagnant à l'instant t ;
$S_j(a_{ij}, c_j)_t$:	Offre temporaire de l'enchérisseur E_j ;
a_j :	m -vecteur des quantités d'articles contenue dans S_j ;
β_i :	Nombre de copies de l'article i ;
$c_j(t)$:	Prix de l'offre S_j au moment t ;
T :	Période d'exercice ;
E_j :	j^{eme} enchérisseur ;
LGT :	Liste des gagnants temporaires ;
t_l :	l^e instant où un enchérisseur quelconque lance ou modifié son offre ;
$prev(t)$:	Moment de l'événement précédent juste avant le présent à t .
LTG_t :	Liste temporaire des gagnants à l'instant t ;
LFG_T :	Liste finale des gagnants ;
$NEVT$:	Nouvel événement ;
$LEC_j(t)$:	Liste des enchérisseurs en conflit avec E_j à l'instant t ;
$Z(t)$:	Gain temporaire au moment t ;
$FM - CAP$:	Algorithme de résolution de problème d'enchère combinatoire en deux objectifs ;

Introduction générale

*La connaissance s'acquiert par l'expérience,
tout le reste n'est que de l'information.
"Albert Einstein"*

Présentation

L'homme, quelle que soit sa catégorie sociale ou professionnelle, est contraint à prendre individuellement ou collectivement différents types de décisions dans son quotidien. Ces décisions sont de nature diverses, elles peuvent être simples (élémentaires) telles que choisir la destination de weekend ou complexes comme "comment répartir un budget d'investissement sur plusieurs projets?"

Lorsqu'il s'agit des décisions compliquées, le preneur de décision, en général, fait appel à des méthodes et outils d'aide à la décision. Cette discipline qui relève de la recherche opérationnelle plus particulièrement de l'optimisation combinatoire, regroupe et traite une large classe de problèmes ayant des applications dans de nombreux domaines théoriques ou applicatifs, tels que la gestion de la production et des projets, la conception de systèmes, la répartition des budgets, etc.

Les problèmes d'optimisation combinatoire sont, en majorité, qualifiés d'une difficulté intrinsèque, car leur résolution n'est pas aussi simple, elle nécessite l'utilisation d'algorithmes évolués, très gourmands en terme de mémoire de calcul. Cependant, fournir des solutions à de tels problèmes, pour des instances de grande taille en un temps raisonnable, est un challenge auquel les développeurs tentent d'apporter continuellement des innovations judicieuses et efficaces.

La majorité des problèmes que traite l'optimisation combinatoire inclut généralement plusieurs critères à optimiser simultanément. La problématique se complique davantage car ces critères sont souvent de nature contradictoire de telle sorte qu'une solution qui optimise un critère détériore forcément au moins un du reste des autres critères (principe de Pareto). Diverses

notions d'optimalité ont été utilisées par le passé dans le but de permettre le passage du cas à un seul objectif au cas multiobjectif. La Pareto optimalité est souvent utilisée, où il s'agit de déterminer l'ensemble des solutions efficaces [Collette 2002, Ehrgott 2005].

Une des dominances dérivées, qui est la dominance Pareto floue, issue de la logique floue est le centre d'intérêt de plusieurs travaux récents.

Dès la première utilisation par Sakawa [Sakawa; 1997] un intérêt grandissant est porté à cette notion de dominance par la communauté scientifique [Garg 2014, Sahoo 2013, Sahoo; 2011, Nasir; 2011, Khalid; 2011, Köppen; 2005]. Cette forme de dominance floue permet ainsi d'établir un ordre entre les solutions du front Pareto par l'attribution de valeurs scalaires à chaque couple de comparaisons de vecteurs objectifs.

Les problèmes d'enchères combinatoires constituent une classe importante de l'optimisation, ils consistent en des mécanismes d'allocation des ressources et des prix, où les agents ont la possibilité de lancer des offres, non plus simplement sur des objets isolés, mais sur des ensembles d'objets provenant d'une base finie. Elles permettent une expression plus raffinée des préférences des agents et rendent possible une allocation plus efficace des biens [Leskelä 2009, Holland 2004, Y; 2006].

De nombreuses modélisations de ces problèmes existent dans la littérature, elles décrivent souvent les différents mécanismes d'enchères combinatoires et associent à chaque type des modèles mathématiques bien précis. On cite les travaux de Holland portés sur le mécanisme d'enchère de Vickrey [Holland 2004], les enchères inversées abordées par Leskelä [Leskelä 2009] et allocation des ressources. Ainsi, la majorité des travaux est consacrée au célèbre problème de détermination de gagnant *PDG*, qui est largement étudié pour l'intérêt qu'il présente dans la modélisation de plusieurs problèmes pratiques et théoriques. Ces modèles combinatoires reproduisent les différents mécanismes d'enchères tels que le *PDG* (Problème de Détermination du Gagnant) sous le mécanisme de Vickrey ou le *PDG* statique mono-unité ou multi-unités (single-item ou multi-item) etc.

Le Problème de Détermination du Gagnant *PDG* en enchères combinatoire se définit comme étant un ensemble de m objets, mis en vente face à n acheteurs potentiels, ces acheteurs appelés aussi enchérisseurs, peuvent sélectionner des sous-ensembles d'objets qui les intéressent, pour lesquels ils fournissent une estimation commune du prix. Le propriétaire des objets qu'on appelle communément commissaire-priseur décidera des gagnants, à savoir ceux qui sont représentés par les offres qui ne sont pas en conflit entre elles, et un maximum de la somme des prix correspondants.

Takahashi [Takahashi 2011] a étudié le *PDG* dans sa version 'multi-units single-items' en se basant sur le mécanisme de Vickrey, en le résolvant par deux algorithmes approximatifs, (le premier est " linear time algorithm " utilisant le sac-à-dos linéaire, l'autre est un algorithme de

type glouton). Hattori [Hattori ; 2001] a utilisé la programmation dynamique pour trouver les stratégies optimales dans les problèmes d'enchères séquentielles.

Sariddichainunta [Sariddichainunta 2011] a consacré un article à la résolution du problème *PDG* en "Booth Auction" par la programmation dynamique. Levin [Levin 2014] a réalisé une implémentation dynamique des enchères de Vickrey pour l'allocation des spectres de radio "Clock Auction avec U.S. Federal Communications Commission on radio spectrum auctions". La programmation dynamique est également utilisée par Suzuki [Suzuki 2002] pour le problème d'enchère combinatoire "multi-units single-item".

Zaman [Zaman 2011] a utilisé un modèle d'enchère combinatoire pour une allocation efficace des machines virtuelles à des clouds, Cramton et al. [Cramton ; 2006] ont consacré un ouvrage au fondement et aux différents modèles, ainsi qu'aux utilisations des enchères combinatoires.

Des versions du *PDG* bi-objectifs sont abordées par Buer et al. [Buer 2010, Buer 2014] pour l'acquisition de contrats de transport. Une comparaison des algorithmes de résolution de *PDG* est présentée par Andersson et al. [Andersson ; 2002]. Sandholm [Sandholm 2002] a étudié l'approximabilité de *PDG*, il a proposé des algorithmes approchés de résolution.

L'aspect combinatoire est la principale difficulté de ce type de problèmes. Cependant, l'obtention d'une solution optimale d'une manière exacte est presque impossible lorsque la taille du problème est importante, ce qui motive l'utilisation de méthodes approchées pour trouver une solution de bonne qualité et plus proche de l'optimum en un temps de calcul raisonnable.

En effet, qu'ils comportent un seul ou plusieurs objectifs, les problèmes d'optimisation combinatoires sont en général difficiles à résoudre. De plus, le temps de calcul nécessaire à leurs résolutions peut devenir si important que l'algorithme développé devient inutilisable en pratique. Il n'existe pas d'algorithme générique capable de résoudre efficacement toutes les instances de tous les problèmes. Un grand nombre de méthodes a été développé pour tenter d'apporter des éléments de réponse satisfaisants à ces problèmes. Parmi celles-ci, nous distinguons les méthodes dédiées à un problème spécifique et les méthodes plus génériques, pouvant s'appliquer à un ensemble de problèmes. Les méthodes génériques se décomposent en deux grandes classes de méthodes : les méthodes exactes et les méthodes approchées.

Les méthodes exactes examinent, souvent de manière implicite, la totalité de l'espace de recherche. Ainsi, elles ont l'avantage de produire une solution "optimale" lorsqu'aucune contrainte de temps n'est imposée. Néanmoins, le temps de calcul devient vite prohibitif avec l'augmentation de la taille des problèmes à traiter. Dans de telles situations (et dans beaucoup d'autres), les méthodes approchées constituent une alternative indispensable et complémentaire. Leur but

n'est plus de fournir une solution "optimale", mais elles cherchent avant tout la production d'une solution de meilleure qualité possible avec un temps de calcul raisonnable.

La deuxième moitié du 20^{ème} siècle a été le terrain de plusieurs développements des méthodes approchées pour les problèmes d'optimisation, il s'agit en particulier des métaheuristiques qui sont des schémas de méthodes inspirés à partir de phénomènes naturels et adaptables à tout type de problème d'optimisation.

Parmi ces dernières approches, la Recherche Tabou est l'une des techniques intensivement utilisées dans la pratique, elle constitue une méthode qui commence par générer une solution de départ puis la faire évoluer en se basant sur une recherche locale des voisins, et pour ne pas cycloer autour d'un optimum local elle est dotée d'une mémoire qui sert à interdire au processus de résolution de revenir à une solution visitée auparavant.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la confection et du développement de nouveaux outils et techniques de modélisation et de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire, dans le contexte multiobjectif.

En effet, l'optimisation combinatoire multiobjectif couvre un large spectre de problématiques dans les deux aspects, théorique et pratiques. Elle permet, avec ses outils, d'étudier, de modéliser, et d'apporter des éléments de réponse plus ou moins convaincants à des questions contradictoires.

Les enchères combinatoires constituent une classe intégrante de l'optimisation combinatoire. Cette problématique qui tient ses racines de l'antiquité, est toujours le centre d'intérêt de plusieurs chercheurs. Ses mécanismes sont intensivement utilisés dans les processus économiques et industriels.

Avec l'informatisation des transactions financières, de nombreux modes de commerce en ligne sont créés, dans le but de faciliter les échanges entre individus ou organisations. Cependant, les enchères sont l'une des façons les plus novatrices, offrant une flexibilité au commerce et à la libre concurrence, et souvent une juste valeur aux biens ou services mis aux enchères.

Nous portons notre attention au célèbre problème de détermination du gagnant *PDG*, où nous allons concevoir un modèle dynamique multiobjectif, implémentable sur le web.

Par suite un procédé de résolution algorithmique, basé essentiellement sur l'analyse temporaire des états de l'enchère sera développé. Une métaheuristique incarnée par la dominance floue sera mise en oeuvre pour ce modèle multiobjectif.

L'objectif principal de ce travail consiste, en premier lieu, en la description du problème de détermination du gagnant *PDG* dans les enchères combinatoires, puis en le développement d'un modèle mathématique et dynamique adéquat, en se basant sur le mécanisme d'enchère anglaise.

Ce modèle reproduit le comportement réel des acteurs d'une enchère anglaise, et modélise la dynamique existante entre tous les participants à l'enchère (enchérisseurs et commissaire-priseur).

Ce modèle sera donné en une version bi-objectif, ou nous allons implémenter l'objectif primordial d'une enchère combinatoire qui est la maximisation du profit total induit par cette dernière. Puis, un second objectif aussi prévisible sera pris en compte pour la définition de ce modèle bi-objectif *2PDG*, il s'agit ici de la liquidation du plus grand nombre possible d'articles soldés par cette enchère.

En second lieu, un procédé algorithmique basé essentiellement sur l'analyse des situations récurrentes de l'enchère sera confectionné. Cet algorithme est développé pour ce modèle, où la métaheuristique recherche taboue, couplée avec la dominance floue, sera utilisée pour pallier l'explosion combinatoire lors des comparaisons des solutions.

Cette thèse est structurée de la façon suivante :

Après cette introduction générale mettant l'accent sur la thématique traitée ainsi que sur nos motivations, un premier chapitre comprend les préliminaires et définitions de l'optimisation combinatoire multiobjectif.

Au deuxième chapitre, nous présentons le concept d'enchère combinatoire, ainsi que la définition du problème de détermination du gagnant, et ses différentes modélisations.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de concepts avancés de l'optimisation multiobjectif.

Le quatrième chapitre contient la présentation de la modélisation dynamique du problème *PDG* dans sa version bi-objectifs (*2PDG*), qui sera le cadre de travail de cette thèse, ainsi que le procédé algorithmique développé pour sa résolution.

Le travail s'achève par une conclusion générale, mettant l'accent sur les perspectives de recherche induites par les résultats obtenus.



1

Fondements théoriques de l'optimisation multiobjectif

DANS ce chapitre, nous présentons l'optimisation combinatoire, ses fondements théoriques et les champs d'applications couverts. Puis nous abordons l'optimisation combinatoire multiobjectif qui sera le cadre de travail de cette thèse. Nous introduisons les concepts et notions fondamentaux de ce puissant outil de modélisation et de résolution de plusieurs problématiques théoriques et pratiques, telles que la formulation générale et la complexité des problèmes, la dominance et ses formes dérivées, la surface de compromis etc. Nous décrivons également les principales approches de résolution.

Sommaire

Introduction	6
1.1 Problème d'optimisation	7
1.2 Optimisation Combinatoire	8
1.3 Complexité Algorithmique	8
1.4 Optimisation multiobjectif	10
1.5 Relations d'ordre et de Dominance	11
1.6 Relation de forme dérivée par la dominance	17
1.7 Compromis entre exploration et exploitation	19
1.8 Méthodes de résolution	20
Conclusion	26

1.1 Problème d'optimisation

Nous pouvons décrire formellement un problème d'optimisation comme suit :

$$P : Opt_{x \in S} \{f(x)\} \quad (1.1)$$

Où le mot 'Opt' signifie soit maximiser ou minimiser $S \subseteq \mathbb{R}^n$ est l'ensemble de tous les choix possible pour x et $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ représente la fonction objectif qu'il s'agit d'optimiser.

Résoudre un problème d'optimisation consiste à trouver une ou les meilleures solutions vérifiant un ensemble de contraintes et d'objectifs définis par l'utilisateur. Pour déterminer si une solution est meilleure qu'une autre réalisant un ensemble, il est nécessaire que le problème introduise un critère de comparaison. Ainsi, la meilleure solution, appelée aussi solution optimale, est la solution ayant obtenu la meilleure valuation au regard du critère défini [Collette 2002].

Les problèmes d'optimisation se divisent en deux catégories : les problèmes d'optimisation continue où les variables de décision sont continues ($x \in \mathbb{R}$), et les problèmes combinatoires conçus à base de variables discrètes (entières $x \in \mathbb{N}$, ou binaires $x \in \{0, 1\}$). Dans ce qui suit, on s'intéresse à cette dernière branche.

1.1.1 Classification des problèmes d'optimisation

On peut classer les différents problèmes d'optimisation que l'on rencontre dans la vie courante en fonction de leurs caractéristiques [Collette 2002] :

Nombre de variables de décision :

- Une \Rightarrow mono-variable.
- Plusieurs \Rightarrow multi-variable.

Type de la variable de décision :

- Nombre réel continu \Rightarrow continu.
- Nombre entier \Rightarrow entier ou discret.
- Permutation sur un ensemble fini de nombres \Rightarrow combinatoire.

Type de la fonction objectif :

- Fonction linéaire des variables de décision \Rightarrow linéaire.
- Fonction quadratique des variables de décision \Rightarrow quadratique.
- Fonction non linéaire des variables de décision \Rightarrow non linéaire.

Formulation du problème :

- Avec des contraintes \Rightarrow contraint.
- Sans contraintes \Rightarrow non contraint.

1.2 Optimisation Combinatoire

L'optimisation combinatoire appelée aussi optimisation discrète est la discipline qui s'intéresse à la modélisation et à la résolution de plusieurs problématiques théoriques et pratiques (issues du monde réel). Elle consiste à reproduire ces phénomènes sous une forme de modèle mathématique contenant une ou plusieurs fonctions objectifs (discrètes) formant l'espace de décision S , et d'un ensemble de contraintes (équations et inéquations mathématiques) délimitant l'espace de recherche R , ensuite elle procède à la recherche des meilleurs résultats possibles par des actions adaptées (méthodes de résolution).

Formellement, un problème d'optimisation combinatoire est constitué de :

- Un ensemble fini E ;
- Un sous-ensemble S de sous-ensembles de E , dont les éléments sont appelés les solutions réalisables.
- Une fonction $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, dite fonction objectif;

Un problème d'optimisation combinatoire consiste à déterminer

$$Opt_{s \in S} \{f(s)\}. \quad (1.2)$$

1.3 Complexité Algorithmique

La complexité (temporelle) d'un algorithme est le nombre d'opérations élémentaires (affectations, comparaisons, opérations arithmétiques) effectuées par cet algorithme. Ce nombre s'exprime en fonction de la taille n des données asymptotique.

On dit que la complexité de l'algorithme est $O(f(n))$ où f est d'habitude une combinaison de polynômes, logarithmes ou exponentielles. Ceci reprend la notation mathématique classique, et signifie que le nombre d'opérations effectuées est majoré par $cf(n)$, où c est une constante, lorsque n tend vers l'infini.

Il existe une grande déférence entre les algorithmes polynômiaux et les algorithmes exponentiels, en général, les algorithmes qu'ont une complexité entre $o(\log n)$ et $o(\log n^3)$ sont considérés comme algorithmes polynômiaux, au delà, les algorithmes exponentiels dont la complexité, est supérieure à tout polynôme en n , que l'on s'accorde à dire inutilisables dès que la taille des données est supérieure à quelques dizaines d'unités.

1.3.1 Complexité des problèmes d'optimisation

La théorie de la complexité propose un ensemble de résultats et de méthodes pour évaluer la complexité intrinsèque des problèmes. Un problème appartient à une classe de complexité qui nous informe de la complexité du "meilleur algorithme" capable de le résoudre [T'kindt 2006].

Par conséquent, si un problème donné appartient à la classe de problèmes "faciles" alors cela signifie que nous pouvons trouver un algorithme de temps polynomial pour le résoudre. Généralement, c'est une bonne nouvelle, mais malheureusement, cela n'est pas le cas pour des problèmes complexes. Par conséquent, si un problème appartient à la classe de problèmes difficiles, il ne peut pas être résolu en temps polynomial, ce qui implique que, pour certains cas, le temps Cpu requis pour le résoudre devient "exponentiel".

1.3.2 Complexité polynomiale des problèmes d'optimisation combinatoire

Un algorithme a une complexité polynomiale s'il existe un polynôme p tel que le nombre d'instructions exécutées par le processus soit au plus $p(n)$, où le maximum est pris sur toutes les données d'entrée de taille n . Un problème a une complexité polynomiale s'il existe un algorithme polynomial pour le résoudre.

Un algorithme de complexité polynomiale est dite **efficace**.

1.3.3 Classes de complexité des problèmes d'optimisation

Classe P :

Définition 1.3.1: Problème de décision

Un problème de décision est une question mathématique dont la réponse est soit " oui ", soit " non". Les logiciens s'y sont intéressés à cause de l'existence ou de la non-existence d'un algorithme répondant à la question posée. L'ensemble des problèmes de décision polynomiaux constitue la classe **P**.

Exemple 1.3.2: Existence d'un chemin de longueur inférieure ou égale à une valeur donnée entre deux sommets d'un graphe.

Classe NP :

La classe **NP** possède une définition moins naturelle que celle de **P**, et son nom est trompeur : il ne signifie pas "non polynomial", mais polynomial non-déterministe. La classe **NP** est donc une extension de la classe **P**, en autorisant des choix non déterministes pendant l'exécution de l'algorithme.

Exemple 1.3.3: Soit un graphe non orienté, existe-t-il un chemin qui passe une fois et une seule par tous les sommets.

Réduction polynomiale

Un problème **P** se réduit polynomialement à un autre problème **P'**, s'il existe un algorithme polynomial qui réduit une entrée U de P en une entrée U' de P' telle que : $u \in OUI(P) \iff u' \in OUI(P')$, où $OUI(P)$ représente les entrées, pour lesquelles la réponse est *OUI* de P .

Classe NP-complet :

Un problème de décision P est dit NP-complet si P est dans la classe NP et tout problème de NP se réduit polynomialement à P . Un problème P est dit NP-difficile si tout problème de NP se réduit polynomialement à P . Ainsi, les problèmes NP-complets sont les problèmes NP-difficiles qui sont dans NP.

1.4 Optimisation multiobjectif

La plupart des problèmes d'optimisation réels sont décrits à l'aide de plusieurs objectifs ou critères souvent contradictoires, devant être optimisés simultanément. Alors que, pour les problèmes n'incluant qu'un seul objectif, l'optimum cherché est clairement défini, celui-ci reste à formaliser pour les problèmes d'optimisation multiobjectif. En effet, pour un problème à deux objectifs contradictoires, la solution optimale cherchée est un ensemble de points correspondant aux meilleurs compromis possibles pour résoudre ce problème.

Prenons le cas d'une personne souhaitant acheter une voiture d'occasion. La voiture idéale est celle qui est la moins chère et ayant roulé le moins possible, mais cette voiture idyllique n'existe pas. Notre acheteur va donc devoir identifier les meilleurs compromis possibles correspondant à son budget (voir figure 1.1).

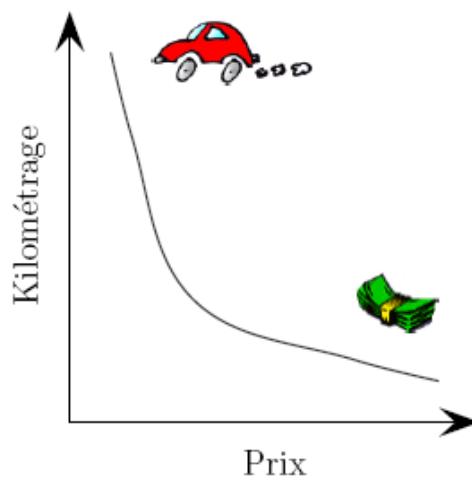


FIGURE 1.1 – Relation entre kilométrage et prix [Barichard 2003].

La principale difficulté que l'on rencontre en optimisation multibjectif vient du fait que modéliser un problème sous la forme d'une équation unique peut être une tâche difficile. Avoir comme but de se ramener à une seule fonction objectif peut aussi biaiser la modélisation [Collette 2002].

L'optimisation multiobjectif autorise ces degrés de liberté qui manquaient en optimisation mono-objectif. Cette souplesse n'est pas sans conséquences sur la démarche à suivre pour chercher un optimum au problème enfin modélisé. La recherche ne nous donnera plus une solution unique mais une multitude de solutions. Ces solutions sont appelées solutions de Pareto, et l'ensemble de solutions que l'on obtient à la fin de la recherche est la surface de compromis.

1.4.1 Optimisation combinatoire multiobjectif

L'optimisation combinatoire multiobjectif fait partie du domaine de l'optimisation combinatoire. Ainsi un certaines définitions s'inspirent de l'optimisation combinatoire, mais différents concepts spécifiques au contexte multiobjectif sont également introduits. En effet, la spécificité principale du multiobjectif étant l'existence de plusieurs fonctions à optimiser simultanément, par conséquent, il est en particulier nécessaire de revoir la notion d'optimalité.

Les problèmes d'optimisation multiobjectif sont une généralisation à n fonctions objectif des problèmes d'optimisation classique. Ils sont définis formellement comme suit :

Considérons un problème de minimisation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Soit } f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m \text{ et soit } R \text{ un ensemble fermé de } \mathbb{R}^n; \\ \text{Alors l'ensemble des minimiseurs est :} \\ \widehat{R} = \{x \in R | \forall x' \in R, \exists l : f_l(x) < f_l(x') \forall i \in [1, \dots, m], i \neq l, f_i(x) \leq f_i(x')\} \\ \text{et le minimum du problème est : } f(\widehat{R}). \end{array} \right. \quad (1.3)$$

D'après cette définition, il est clair que l'optimum n'est plus une simple valeur comme pour les problèmes à un seul objectif, mais un ensemble de points, appelé ensemble des meilleurs compromis ou front Pareto. Dans la suite de ce travail, nous adopterons la formulation suivante, équivalente à la précédente, mais plus souvent utilisée dans les travaux actuels :

$$(PMO) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Min : } f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), \quad (m \text{ fonctions à minimiser}); \\ \text{st } \quad g(x) \leq 0, \quad (q \text{ contraintes à satisfaire}); \\ \quad \quad x \in \mathbb{R}^n, f(x) \in \mathbb{R}^m, g(x) \in \mathbb{R}^q \quad . \end{array} \right. \quad (1.4)$$

1.5 Relations d'ordre et de Dominance

Comme la solution recherchée est une multitude de points de \mathbb{R}^m , il est vital pour identifier ces meilleurs compromis de définir une relation d'ordre entre ces éléments. Dans le cas des problèmes d'optimisation multiobjectif, ces relations d'ordre sont appelées relations de dominance. Plusieurs relations de dominance ont déjà été présentées : la *a-dominance* [Othmani 1998], la dominance au sens de *Geoffrion* [Ehrgott 2000], la *cône-dominance* [Collette 2002], ...

Mais la plus célèbre et la plus utilisée, c'est la dominance au sens de Pareto. « Au 19ème siècle, Vilfredo Pareto, un mathématicien italien, formule le concept : *dans un problème multiobjectif, il existe un équilibre tel que l'on ne peut pas améliorer un critère sans détériorer au*

moins un des autres critères». Cette notion sera définie de manière claire et formelle, et les relations $=$, \leq et $<$ usuelles seront étendues aux vecteurs.

1.5.1 Vocabulaire et définitions

Définition 1.5.1: [Barichard 2003] Soient u et v , deux m -vecteurs :

$$\left\| \begin{array}{l} u = v, \quad \text{ssi } \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, u_i = v_i; \\ u \leq v, \quad \text{ssi } \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, u_i \leq v_i; \\ u < v, \quad \text{ssi } u \leq v \wedge u \neq v. \end{array} \right.$$

Les relations \geq et $>$, sont définies de manière analogue.

Les relations définies précédemment ne couvrent pas tous les cas possibles. En effet, il est impossible de classer les points $a = (1; 2)$ et $b = (2; 1)$ à l'aide d'une de ces relations.

Contrairement aux problèmes à un seul objectif, où les relations usuelles $<$, \leq , \dots suffisent pour comparer les points, elles sont insuffisantes pour comparer des points issus des problèmes multiobjectif. Nous définissons donc maintenant la relation de dominance au sens de Pareto, permettant de prendre en compte tous les cas de figures rencontrés lors de la comparaison de deux points (ici des vecteurs).

Définition 1.5.2: [Barichard 2003] :

La dominance au sens de Pareto : Considérons le problème de minimisation PMO , et soient u et v deux vecteurs de décision :

$$\left\| \begin{array}{ll} u < v \text{ (} u \text{ domine } v\text{)}, & \text{ssi } f(u) < f(v); \\ u \leq v \text{ (} u \text{ domine faiblement } v\text{)}, & \text{ssi } f(u) \leq f(v) \exists i, f(u_i) < f(v_i); \\ u \sim v \text{ (} u \text{ est incomparable (ou non-dominé) avec } v\text{)}, & \text{ssi } f(u) \not\leq f(v) \text{ et } f(v) \not\leq f(u). \end{array} \right.$$

Pour un problème de maximisation, ces relations sont définies de manière symétrique.

Définition 1.5.3: [Barichard 2003] Une solution $x \in R_f$ est dite non dominée par rapport à un ensemble $R_a \subseteq R_f$ si et seulement si :

$$\nexists x_a \in R_a : x_a < x$$

Où $x \in R_f$ est l'espace objectif.

R_a est l'espace de recherche.

Forts de ce nouvel outil, nous pouvons maintenant définir l'optimalité dans le cas de problèmes multiobjectif. Nous pouvons définir les concepts d'optimalité globale et locale au sens de Pareto (c-à-d, utilisant la dominance au sens de Pareto) :

Définition 1.5.4: [Barichard 2003] Un vecteur de décision $x \in R$ est dit Pareto globalement optimal si et seulement si : $\nexists y \in R : y < x$.

Définition 1.5.5: [Barichard 2003] Un vecteur de décision $x \in R$ est dit Pareto optimal localement si et seulement si, pour un $\delta > 0$ fixé : $\nexists y \in R : f(y) \in B(f(x); \delta)$ et $y < x$, où $B(f(x); \delta)$ représente une boule de centre $f(x)$ et de rayon δ .

La figure 1.2 donne un exemple en dimension 2 d'optimalité locale. Le point $f(x)$ est localement optimal, car il n'y a pas de point compris dans la boule B le dominant.

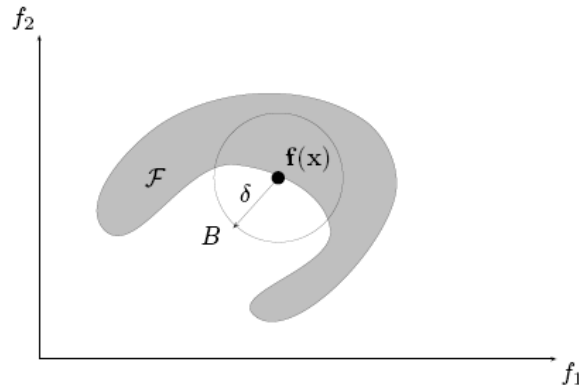


FIGURE 1.2 – Exemple d'optimalité locale [Collette 2002].

1.5.2 Front Pareto et surface de compromis

Nous rappelons que la solution que nous cherchons pour un problème d'optimisation multiobjectif n'est pas un point unique, mais un ensemble de points, que nous avons appelé précédemment ensemble des meilleurs compromis.

Nous avons défini jusqu'ici la notion de dominance (au sens de Pareto). Il nous reste maintenant à définir la solution d'un problème multiobjectif utilisant ce concept. Cet ensemble des meilleurs compromis, appelé aussi surface de compromis ou front Pareto, est composé des points qui ne sont dominés par aucun autre. Nous définissons d'abord formellement *l'ensemble des solutions non dominées* :

Définition 1.5.6: [Barichard 2003] Soit \mathcal{F} l'image dans l'espace des objectifs de l'ensemble réalisable R . L'ensemble des solutions non dominées de R , est défini par l'ensemble $ND(R)$:

$$ND(R) = \{x \in R \mid x \text{ est non dominé par rapport à } R\};$$

Nous pouvons définir le front Pareto de \mathcal{F} de manière analogue :

Définition 1.5.7: [Barichard 2003] Soit \mathcal{F} l'image dans l'espace des objectifs de l'ensemble réalisable R . Le front Pareto $ND(\mathcal{F})$ de \mathcal{F} est défini comme suit :

$$ND(\mathcal{F}) = \{y \in \mathcal{F} \mid \nexists z \in \mathcal{F}, z < y\}$$

Le front Pareto est aussi appelé **l'ensemble des solutions efficaces** ou **la surface de compromis**.

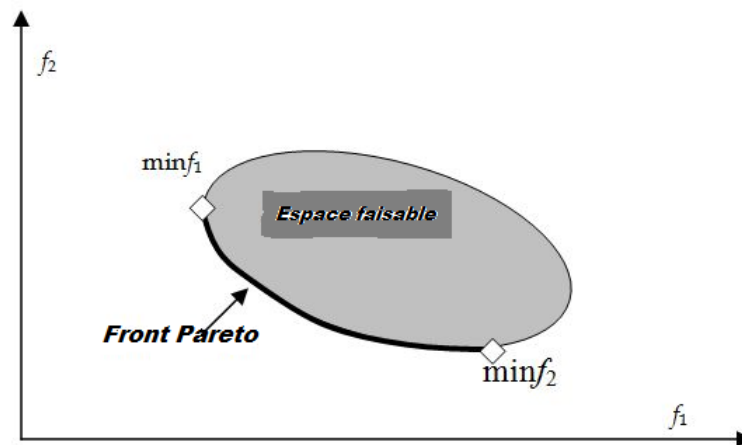


FIGURE 1.3 – Représentation du front Pareto

1.5.3 Caractérisation du front Pareto

Solutions supportées / non-supportées

Le front Pareto comporte plusieurs solutions de meilleur compromis appelées solutions Pareto optimales. Nous allons caractériser les différents types de solutions composant ce front. Deux types de solutions le composent :

Définition 1.5.8: Solutions supportées : ce sont celles dont l'image se situe sur la fermeture convexe de l'ensemble des solutions, on peut les trouver en résolvant des combinaisons linéaires des objectifs (Théorème de Geoffrion) [Miettinen 1999].

Définition 1.5.9: Solutions non supportées : elles sont plus difficiles à trouver. Elles ne sont pas sur la fermeture convexe, elles se trouvent à l'intérieur de l'enveloppe convexe, mais ne sont pas dominées pour autant (Théorème de Geoffrion) [Miettinen 1999].

Ensemble Pareto minimal complet / maximal complet

Un ensemble Pareto est dit complet, si toutes les valeurs Pareto qui peuvent être obtenues sont représentées parmi les solutions de l'ensemble. Certaines méthodes ne permettent pas de

trouver l'ensemble Pareto complet (ex : la méthode par agrégation).

Il est important de remarquer que le nombre de solutions Pareto dépend de l'espace considéré (espace décisionnel / espace objectif). En effet, deux solutions différentes de l'espace décisionnel peuvent avoir le même vecteur coût et donc représentent le même point de l'espace des objectifs. L'ensemble Pareto de l'espace décisionnel est appelé *ensemble Pareto maximal* et celui des objectifs est appelé *ensemble Pareto minimal*.

Il est donc nécessaire de définir l'ensemble recherché car cela fera varier le nombre de solutions Pareto [Lemesre 2006]. Ces notions sont illustrées dans la figure 1.4.

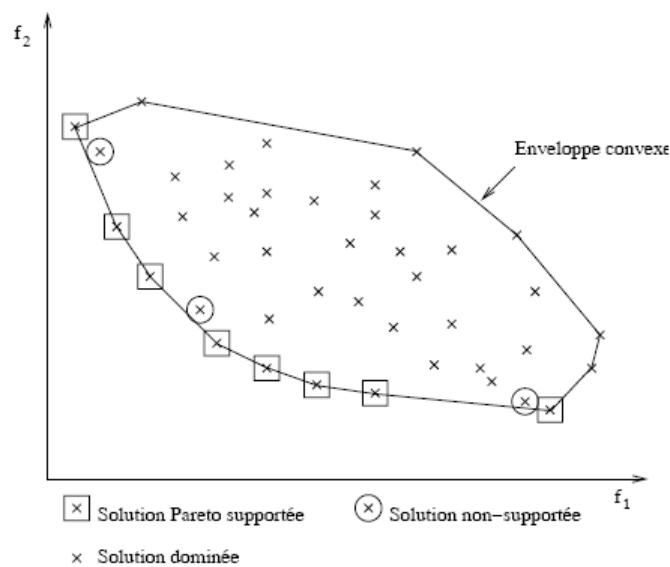


FIGURE 1.4 – Solutions supportées et non supportées [Flipo 2005]

Un exemple de surface de compromis (front Pareto) en dimension 2 est montré à la Figure 1.5. Dans cet exemple, le problème considéré est un problème de minimisation avec deux critères. Deux points particuliers apparaissent clairement : le point idéal et le point Nadir. Ces deux points sont calculés à partir du front Pareto. Le point idéal (resp. le point Nadir) domine (resp. est dominé par) tous les autres points de la surface de compromis. Bien que ces points ne soient pas forcément compris dans la zone réalisable, ils servent souvent de pôle d'attraction (resp. de répulsion) lors de la résolution du problème. Les coordonnées de ces deux points sont maintenant définies formellement.

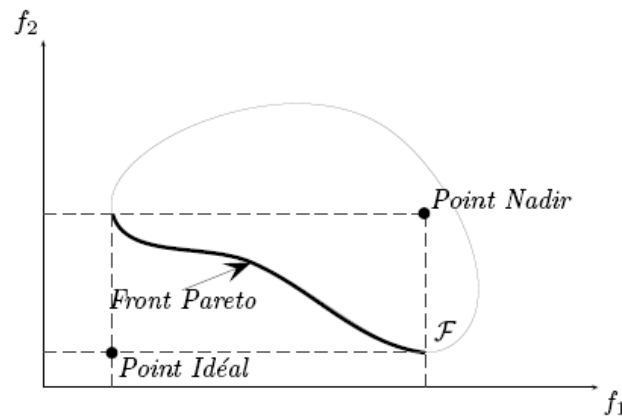


FIGURE 1.5 – Point idéal et point Nadir [Collette 2002].

Définition 1.5.10: Point idéal Les coordonnées du point idéal I correspondent aux meilleures valeurs de chaque objectif des points du front Pareto. Les coordonnées de ce point correspondent aussi aux valeurs obtenues en optimisant chaque fonction objectif séparément.

$$I_i = \min\{f_i(x) | f(x) \in ND\}$$

avec ND est l'ensemble des solutions non-dominées dans l'espace des objectifs ;

Définition 1.5.11: Point Nadir Les coordonnées du point Nadir N correspondent aux pires valeurs de chaque objectif des points du front Pareto.

$$N_i = \max\{f_i(x) | f(x) \in ND\};$$

Le point idéal est utilisé dans beaucoup de méthodes d'optimisation comme point de référence. Le point nadir, lui, sert à restreindre l'espace de recherche, il est utilisé dans certaines méthodes d'optimisation interactives [Collette 2002].

La figure 1.5 nous indique aussi que le front Pareto peut avoir des propriétés particulières quant à sa forme. La principale caractéristique utilisée pour comparer les formes de ces courbes est la convexité. Nous en rappelons donc la définition.

Définition 1.5.12: Un ensemble A est convexe, si et seulement si l'équivalence suivante est vérifiée :

$$\forall x \in A \wedge y \in A \Leftrightarrow \text{Segment}(x; y) \subset A$$

Où $\text{Segment}(x; y)$ est le segment de droite reliant les points x et y .

La convexité est le premier indicateur de la difficulté du problème. En effet, certaines méthodes sont dans l'incapacité de résoudre des problèmes non convexes de manière optimale. Mais il existe d'autres indicateurs tout aussi importants, notamment la continuité, la multimodalité, la nature des variables de décision (entières ou réelles),...

1.6 Relation de forme dérivée par la dominance

La relation de dominance n'offre pas trop de degrés de liberté dans la définition. Par exemple, il n'est pas possible d'inclure dans la définition de la relation de dominance une préférence pour une fonction objectif relativement à une autre. Pour surmonter ce manque de flexibilité, des relations dérivées de la relation de dominance ont été développées. Toutes les solutions que nous pouvons trouver avec ces relations dérivées sont toujours optimales dans le sens de Pareto [Collette 2002].

1.6.1 Optimalité lexicographique

Cette définition de l'optimalité permet d'inclure une préférence entre les objectifs :

Définition 1.6.1: Une solution $x^* \in R$ est optimale au sens lexicographique si :

$$x^* \leq x / \forall x \in R - \{x^*\}$$

Example 1.6.2: Considérons les deux points A et B de \mathbb{R}^6

$$A = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$B = (1, 2, 3, 9, 4, 9)$$

Pour ces deux points, on a $A \leq_{lex} B$ car, jusqu'à la troisième position, on a $A_i = B_i, i = 1, 2, 3$ et, pour la quatrième position, on a $4 < 9$. On conclut donc que la solution A domine lexicographiquement la solution B .

1.6.2 Optimalité extrême

Définition 1.6.3: Une solution $x^* \in R$ est extrême-optimale si : étant donné un vecteur de poids $\lambda \in \mathbb{R}^k$ tel que $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$, x^* est une solution optimale du problème de minimisation monocritère ayant pour fonction objectif

$$\left| \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i^* \leq \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i, \forall x \in R - \{x^*\} \right. \quad (1.5)$$

1.6.3 Optimalité maximale

Définition 1.6.4: Une solution $x^* \in R$ est max-optimale si la valeur du pire objectif est aussi petite que possible :

$$\max_{i \in \{1, \dots, m\}} x_i^* \leq \begin{cases} \max_{i \in \{1, \dots, m\}} x_i \\ x \in R - \{x^*\}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Example 1.6.5: : Illustrons cette relation en prenant l'exemple précédent (1.6.2). On peut dire que la solution A max-domine la solution B car :

$$\max A = 6 < \max B = 9.$$

1.6.4 Cône optimalité

Il existe une autre relation de classement. Il s'agit de la relation de cône-dominance. Cette relation possède l'avantage, par rapport à la relation de Pareto, d'être "réglable".

Définition 1.6.6: [Collette 2002] Un cône de pente λ est défini de la manière suivante

Si $0 < \lambda < 1$

$$C_\lambda(x_1, x_2) = \{x \in \mathbb{R}^2 | x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \lambda x_1 \leq x_2 \leq \frac{1}{\lambda} x_1\}, \{x = (x_1, x_2)\};$$

si $\lambda < 0$:

$$C_\lambda(x_1, x_2) = \{x \in \mathbb{R}^2 | \lambda x_1 \leq x_2 \text{ et } \lambda x_2 \leq x_1\}, \{x = (x_1, x_2)\};$$

si $\lambda = 0$:

$$C_\lambda(x_1, x_2) \{x \in \mathbb{R}^2 | x_1 \geq x_0 \text{ et } x_2 \geq 0\}, \{x = (x_1, x_2)\}.$$

Cette relation peut être étendue au cas multidimensionnel. On trouvera dans [Collette 2002] une relation permettant aussi de régler la forme du cône de dominance.

Définition 1.6.7: Soit un cône C_λ . Un vecteur $x \in \mathbb{R}^n$ cône-domine un vecteur $y \in \mathbb{R}^n$ (cette relation est notée $x \leq_{C_\lambda} y$) si $y - x \in C_\lambda$ et $x \neq y$ (ou encore $y - x \in C_\lambda - \{0\}$).

1.6.5 La a -dominance

Cette notion de dominance a été introduite dans [Collette 2002].

Définition 1.6.8: Une solution $x^* \in R$ a -domine une solution $x \in R$ s'il existe un ensemble de combinaisons de $k + 1 - a$ critères (on note $I_{(k+1-a)}$ l'ensemble des indices correspondant à l'ensemble des combinaisons de ces critères) tel que :

1. $x_j^* \leq x_j$ pour tout $j \in I_{k+1-a}$, et
2. $x_j^* < x_j$ pour au moins un $j \in I_{k+1-a}$.

1.6.6 La dominance au sens de Geoffrion

La dominance au sens de Geoffrion est une autre forme importante de dominance utilisée dans le monde de l'optimisation multiobjectif. Les solutions optimales obtenues par ce type de dominance sont appelées les solutions Pareto optimales propres.

Définition 1.6.9: Une solution $x^* \in R$ est appelée solution Pareto optimale propre si :

- Elle est Pareto optimale,
- Il existe un nombre $M > 0$ tel que $\forall i = 1, \dots, m$ et $\forall x \in R$ vérifiant $f_i(x) < f_i(x^*)$, il existe un indice j tel que $f_j(x^*) < f_j(x)$ et :

$$\frac{f_i(x^*) - f_i(x)}{f_j(x) - f_j(x^*)} \leq M$$

où m est la dimension de f .

Un théorème relatif à la méthode de pondération des fonctions objectif utilisant cette notion est le suivant :

Théorème 1.6.1: Soit la méthode d'agrégation des fonctions objectif suivantes :

$$f_{eq}(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x)$$

Supposons que $\forall i = 1, \dots, m : w_i > 0$ avec $\sum_{i=1}^m w_i = 1$.

Si x est une solution optimale obtenue en utilisant la méthode d'agrégation ci-dessus, alors cette solution est aussi Pareto optimale propre.

1.7 Compromis entre exploration et exploitation

La capacité d'exploitation d'une méthode est le pouvoir d'utilisation des résultats déjà obtenus pour converger l'algorithme.

La capacité d'exploration est l'aptitude d'une méthode à explorer l'espace d'état. Cependant ceci ralentit sa convergence.

Pour concevoir une méthode d'optimisation, le choix entre le maintien de la diversité et la convergence est primordial pour le concepteur, tandis que le décideur est obligé de choisir entre *efficacité et efficience*.

Une méthode efficace fournira un résultat optimal, en passant nécessairement par une recherche exploratoire complète de l'espace des états. Pour assurer un résultat optimal, le temps de calcul n'a aucune importance.

Une méthode efficiente est une méthode capable de donner un résultat satisfaisant en un temps de calcul relativement court. ceci en accélérant le processus de convergence de la méthode par le privilège du temps de calcul à la précision du résultat. La conception de ce genres de méthodes se base sur la capacité d'exploration des résultats obtenus précédemment.

1.8 Méthodes de résolution

De nombreuses méthodes ont été développées afin de résoudre les problèmes multiobjectif, on peut citer les méthodes suivantes :

1.8.1 Somme pondérée

Une première classe de méthodes de résolution de problèmes multiobjectif utilise l'agrégation des objectifs afin de se ramener à un problème mono-objectif. Ces méthodes sont dites à pondération des objectifs, et effectuent un balayage de l'espace des objectifs grâce à un vecteur $\lambda \in \mathbb{R}$, sans rien rajouter d'autre au problème d'origine. Le problème revient à résoudre le modèle mono-objectif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min z = \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot f_i(x) \\ g(x) \geq d \\ x \in \{0, 1\}^n \end{array} \right.$$

Avec $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$.

1.8.2 Méthode de compromis (approche par ϵ -contrainte)

L'une des façons de transformer un problème d'optimisation multiobjectif en un problème mono-objectif est de convertir $(m - 1)$ des m fonctions objectifs du problème en contraintes et d'optimiser séparément l'objectif restant [Collette 2002].

La démarche est la suivante :

- On choisit un objectif à optimiser prioritairement ;
- On choisit un vecteur de contraintes initial ;
- On transforme le problème en conservant l'objectif prioritaire et on transforme les autres objectifs en contraintes d'inégalité.

On appelle aussi cette méthode la méthode de la ϵ -contrainte [Miettinen 1998]. Le problème peut être reformulé de la manière suivante [Barichard 2003] :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimiser} & f_i(x) \\
 \text{tel que,} & f_1(x) \leq \epsilon_1 \\
 & \vdots \\
 & f_{i-1}(x) \leq \epsilon_{i-1} \\
 & f_{i+1}(x) \leq \epsilon_{i+1} \\
 & \vdots \\
 & f_m(x) \leq \epsilon_m \\
 \text{et que} & g(x) \leq 0 \\
 \text{avec,} & x \in \mathbb{R}^n, f(x) \in \mathbb{R}^m, g(x) \in \mathbb{R}^q.
 \end{array}$$

L'approche par ϵ -contrainte doit aussi être appliquée plusieurs fois en faisant varier le vecteur ϵ pour trouver un ensemble de points Pareto optimal.

1.8.3 Programmation dynamique

La programmation dynamique, est une méthode de résolution de problèmes d'optimisation. Elle tient sa source dans le principe énoncé par Bellman en 1949 :

"Toute politique optimale ne peut être formée que de sous-politiques optimales."

Elle n'est applicable qu'aux problèmes ayant une structure appropriée permettant de discrétiser un sous espace de solutions réalisables contenant au moins une solution non dominée (exemple : le problème de sac à dos).

La méthode comprend deux étapes :

- Plonger le problème dans une famille de sous-problèmes de même nature.
- Relier par une relation de récurrence les solutions optimales de ces sous-problèmes.

Cette technique a fait l'objet de plusieurs implémentations, notamment sur les différents problèmes de type sac à dos incluant le cas multiobjectif.

1.8.4 Branch and Bound

Le Branch and Bound est une technique d'énumération implicite fondée sur un principe de décomposition du problème en sous problèmes. A chaque problème père correspond plusieurs (deux ou plus) problèmes fils dont une variable a été fixée à 1 pour l'un et 0 pour l'autre. L'évaluation d'un noeud (ou sous problème) s'effectue à l'aide d'une relaxation (continue ou lagrangienne principalement). Ce principe permet de trouver plus rapidement une solution optimale (élimination de noeuds pour lesquels la relaxation est moins bonne que la meilleure solution trouvée). On réitère le même processus jusqu'à ne plus avoir que des problèmes faciles à résoudre ou qui ne peuvent pas contenir de solutions optimales ou réalisables.

1.8.5 Heuristiques

Afin d'améliorer le comportement d'un algorithme dans son exploration de l'espace des solutions d'un problème donné, le recours à une méthode heuristique (du verbe grec heuriskein, qui signifie "trouver") permet de guider le processus dans sa recherche des solutions optimales.

(Feigenbaum et Feldman)[E. A. Feigenbaum 1963] définissent une heuristique comme une règle d'estimation, une stratégie, une astuce, une simplification, ou toute autre sorte de système qui limite drastiquement la recherche des solutions dans l'espace des configurations possibles. Newell et al.[A. Newell 1957] précisent qu'un processus heuristique peut résoudre un problème donné, mais n'offre pas la garantie de le faire. Dans la pratique, certaines heuristiques sont connues et ciblées sur un problème particulier.

Pour résumer, une heuristique est une méthode approximative conçue en vue de l'obtention de solutions satisfaisantes en un temps raisonnable par rapport à l'application d'une méthode exacte, si elle existe, qui ne converge pas nécessairement assez vite vers un optimum.

1.8.6 Les métaheuristiques

Le mot **métaheuristique** se compose du mot grec "méta " qui signifie " au-delà " et du mot " heuristique " qui signifie " trouver", ce qui donne l'ensemble " trouver au-delà " .

La **métaheuristique**, elle, se place à un niveau plus général encore, et intervient dans toutes les situations qui ne connaissent pas d'heuristique efficace pour résoudre un problème donné, ou lorsqu'on estime qu'on ne dispose pas du temps nécessaire pour en déterminer une.

Les métaheuristiques sont souvent inspirées par des systèmes naturels : le recuit simulé en physique, les algorithmes génétiques en biologie de l'évolution ou encore les algorithmes de colonies de fourmis ou de l'optimisation par essaims particulières en éthologie.

Nous exposerons les métaheuristiques les plus connues avec de brèves définitions ainsi que leurs modes de fonctionnement. Elles peuvent être classées selon plusieurs critères, dont celui utilisé ci-après. :

Métaheuristique à population de solutions (méthodes évolutives)

Ce sont des méthodes qui agissent sur une population de solutions et qui alternent entre des périodes d'adaptation individuelle et des périodes de coopération durant lesquelles les individus peuvent échanger de l'information. Elles sont parfois appelées méthodes évolutives parce qu'elles font évoluer une population d'individus selon des règles bien précises. Leur algorithme peut être décrit comme suit :

Algorithme 1 : Méthodes évolutives

- Générer une population initiale d'individus.
 - Tant qu'aucun critère d'arrêt n'est satisfait faire :
 - Exécuter une procédure de coopération.
 - Exécuter une procédure d'adaptation individuelle.
-

On peut citer les quelques algorithmes évolutifs suivants :

Algorithmes génétiques

La métaheuristique la plus connue dans cette branche est celle reposant sur un algorithme génétique, inspiré du concept de sélection naturelle élaboré par Darwin. Ici, le vocabulaire employé est directement calqué sur celui de la théorie de l'évolution et de la génétique.

Nous parlerons donc d'individus, pour citer des solutions (complètes, ou partielles). L'ensemble des *individus* formera une *population*, que nous ferons évoluer pendant une certaine succession d'itérations appelées *générations*, jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit vérifié. Pour passer d'une génération à une autre, nous soumettrons la population à des opérateurs de *sélection*. Les opérateurs de *variation*, eux, permettront de transformer la population, de façon à favoriser l'émergence de meilleurs individus.

Ces opérateurs sont à définir en fonction du problème considéré. Par exemple, dans le cas du voyageur de commerce, une certaine tournée sera représentée par un individu, caractérisé par une certaine succession de villes. Un opérateur transformera cet individu en modifiant les villes qui le constituent, en prenant soin de respecter les contraintes du problème donné, en l'occurrence ici, l'obligation que chaque ville ne soit présente qu'une seule fois dans la tournée.

On définit également la fonction de *performance (fitness)*, qui traduit la capacité d'adaptation des individus au problème considéré. Cette fonction, que l'algorithme génétique cherche à maximiser, est étroitement dépendante de la fonction objectif [Barichard 2003].

Principe : L'algorithme génétique repose sur une boucle qui enchaîne des étapes de *sélections* et des étapes de *croisements*. Dans un premier temps, à partir d'une *population* de α individus, on désigne ceux autorisés à se reproduire.

On croise ensuite ces derniers, de façon à obtenir une population d'enfants, dont on peut faire muter aléatoirement certains gènes.

La performance des enfants est évaluée, grâce à la fonction fitness, et l'on désigne, dans la population totale résultante parents + enfants, les individus autorisés à survivre, de telle manière que l'on puisse repartir d'une nouvelle population de α individus.

La boucle est bouclée, et l'on recommence une phase de sélection pour la reproduction, une phase de mutation, et ainsi de suite.

Comme toute métaheuristiques, un critère d'arrêt permet de sortir de la boucle, par exemple

un certain nombre d'itérations sans amélioration notable de la performance des individus.

Algorithme de colonie de fourmis

Cette méthode a été mise au point par Dorigo au début des années 90 [Dorigo; 1996]. C'est un algorithme itératif à population où tous les individus partagent un savoir commun qui leur permet de guider leurs futurs choix et d'indiquer aux autres individus des directions à suivre ou au contraire à éviter.

Fortement inspiré du déplacement des groupes de fourmis, cette méthode a pour but de construire les meilleures solutions à partir des éléments qui ont été explorés par d'autres individus. Chaque fois qu'un individu découvre une solution au problème, bonne ou mauvaise, il enrichit la connaissance collective de la colonie. Ainsi, chaque fois qu'un nouvel individu aura à faire des choix, il pourra s'appuyer sur la connaissance collective pour pondérer ses choix [Barichard 2003, Gagne 2004].

Principe : Son principe repose sur le comportement particulier des fourmis qui, lorsqu'elles quittent leur fourmilière pour explorer leur environnement à la recherche de nourriture, finissent par élaborer des chemins qui s'avèrent fréquemment être les plus courts pour aller de la fourmilière à une source de nourriture intéressante.

Chaque fourmi laisse en effet derrière elle une traînée de phéromone à l'attention de ses congénères, les fourmis choisissant avec une plus grande probabilité les chemins contenant les plus fortes concentrations de phéromones, il se forme ainsi ces " autoroutes " à fourmis, qui sillonnent le paysage. Ce mode de communication particulier, qui fait intervenir des modifications dans l'environnement, est appelé stigmergie.

Metaheuristiques à solution unique

Ce sont les méthodes qui ne manipulent qu'une seule solution à la fois. Elles améliorent cette solution en procédant par plusieurs étapes selon la méthode choisie.

Recuit simulé

Cette méthode de recherche a été proposée par des chercheurs d'IBM qui étudiaient les verres de spin. Ici, on utilise un processus métallurgique (le recuit) pour trouver un minimum. En effet, pour qu'un métal retrouve une structure proche du cristal parfait (l'état cristallin correspond au minimum d'énergie de la structure atomique du métal), on porte celui-ci à une température élevée, puis on le laisse refroidir lentement de manière à ce que les atomes aient le temps de s'ordonner régulièrement (voir [Collette 2002]).

Ce processus métallurgique a été transposé à l'optimisation et a donné une méthode simple et efficace. Le fonctionnement de cet algorithme est le suivant :

Algorithme 2 : Recuit simulé

- On commence par choisir un point de départ au hasard (x);
 - On calcule un voisin de ce point ($\gamma = \mathcal{V}(x)$);
 - On évalue ce point voisin et on calcule l'écart par rapport au point d'origine ($\Delta C = C(\gamma) - C(x)$);
 - Si cet écart est négatif, on prend le point γ comme nouveau point de départ, s'il est positif, on peut quand même accepter le point γ comme nouveau point de départ, mais avec une probabilité $e^{-\frac{\Delta C}{T}}$ (qui varie en sens inverse de la température T);
 - Au fur et à mesure du déroulement de l'algorithme, on diminue la température ($T = \alpha(T)$), souvent par paliers;
 - On répète toutes ces étapes tant que le système n'est pas figé (par exemple, tant que la température n'a pas atteint un seuil minimal).
-

Recherche taboue

Cette méthode, mise au point par Glover [[Glover 1990](#)], est conçue en vue de surmonter les minima locaux de la fonction objectif. C'est une technique d'optimisation combinatoire que certains présentent comme une alternative au recuit simulé.

Principe : A partir d'une configuration initiale quelconque, Taboue engendre une succession de configurations qui doit aboutir à la configuration optimale. A chaque itération, le mécanisme de passage d'une configuration, soit x_n , à la suivante, soit x_{n+1} , est le suivant [[Barichard 2003](#), [Collette 2002](#)] :

Algorithme 3 : Recherche Taboue

- On construit un ensemble de "voisins" de x_n , c'est-à-dire un ensemble des configurations accessibles en un seul "mouvement" élémentaire à partir de x_n (si cet ensemble est trop vaste, on en extrait aléatoirement un sous-ensemble de taille fixée) : soit $\text{Voisinage}(x_n)$ l'ensemble (ou le sous-ensemble) envisagé;
 - On évalue la fonction objectif f du problème pour chacune des configurations appartenant au $\text{Voisinage}(x_n)$. La configuration x_{n+1} , qui succède à la configuration x_n dans la chaîne de Markov construite par Taboue, est la configuration de $\text{Voisinage}(x_n)$ en laquelle f prend sa valeur minimale.
-

Notons que la configuration x_{n+1} est adoptée même si $f(x_{n+1}) > f(x_n)$: c'est grâce à cette particularité que Taboue permet d'éviter les minima locaux de f .

Cependant, telle quelle, la procédure ne fonctionne généralement pas, car il y a un risque important de retourner à une configuration déjà retenue lors d'une itération précédente, ce qui provoque l'apparition d'un cycle. Pour éviter ce phénomène, on tient à jour, à chaque itération, une "liste Taboue" de mouvements interdits, cette liste qui a donné son nom à la

méthode, contient les mouvements inverses ($x_{n+1} \rightarrow x_n$) des m derniers mouvements ($x_n \rightarrow x_{n+1}$) effectués. La recherche du successeur de la configuration courante x_n est alors restreinte aux voisins de x_n qui peuvent être atteints sans utiliser un mouvement de la liste taboue.

La procédure peut être stoppée dès que l'on a effectué un nombre donné d'itérations, sans améliorer la meilleure solution atteinte jusqu'ici.

Conclusion

La dominance est donc un outil, permettant de reproduire une démarche de recherche d'optimum. Elle n'est pas la seule, bien entendu, mais elle constitue un élément important pour la résolution d'un problème multiobjectif.

Dans ce chapitre nous avons présenté un court aperçu sur les problèmes d'optimisation, à savoir mono-objectif et multiobjectif, ainsi que quelques définitions et concepts mathématiques relatifs au domaine. Puis une série d'approches a été abordée dans un contexte général de résolution des problèmes mono-objectif.

Dans le chapitre suivant nous allons focaliser notre attention sur le concept d'enchères combinatoires.

2

Enchères combinatoires

*C'est surtout dans les ventes aux enchères
que le silence est d'or.
"André Prévot"*

Les enchères sont des mécanismes d'allocation de ressources dont l'utilisation remonte à l'antiquité [Leskelä 2009]. D'après des écrits historiques, l'utilisation des enchères a débuté vers 500 av. J.C., Hérodote a décrit le marché du mariage de Babylone au cours desquelles la main des jeunes femmes était accordée au plus offrant par un mécanisme d'enchères au premier prix.

Sommaire

Introduction	27
2.1 Concepts fondamentaux	29
2.2 Enchères de base	30
2.3 Mécanismes d'enchère	31
2.4 Variantes d'enchères	35
2.5 Théorème fondamental d'équivalence de revenus	39
2.6 Enchères multi-objets	41
2.7 Enchères combinatoires	42
2.8 Problème de détermination du gagnant PDG	42
2.9 PDG multiobjectif	45
Conclusion	45

Dans les sociétés contemporaines, les enchères ont été utilisés pour vendre des produits de l'agriculture et de l'élevage, ainsi, les objets dont il est difficile d'estimer les coûts de production et ceux pour lesquels les coûts ne reflètent pas la valeur. Les ventes en enchères ont été également utilisées pour les objets et œuvres d'art).

Plus récemment, les enchères sont devenues un mode d'achat et de vente de plus en plus répandu. Ainsi, une grande variété de biens ou services de plus en plus complexes est couverte par ce mode de vente, on peut citer, les concessions pétrolières, des licences de téléphonie mobile ou encore des fréquences radio, etc.

Actuellement, l'internet a permis de rendre plus flexible ce mode d'achat en permettant un accès facile a tout personne désirant participer, ainsi la diversité des produits mis en vente est augmenté considérablement. Un nombre important de sites internet spécialisés sont apparus et permettent aux utilisateurs, d'enchérir sur des biens d'une grande diversité, qu'ils soient neufs ou usagés.

Plusieurs modes d'enchères sont apparus selon les besoins spécifiques des vendeurs et acheteurs, ainsi que les caractéristiques du produit ou service enchérisés. L'un de ces modes le plus intéressant est le cas d'enchères à plusieurs unités en une seule offre. On parle dans ce cas de concept d'enchères combinatoires, qui sont décrit souvent par différents mécanismes d'enchères, et auxquels on a associé des modèles mathématiques bien précis.

L'enchère combinatoire est définie comme un ensemble d'objets soumis à la vente face à plusieurs acheteurs, chaque acheteur, pour des raisons de complémentarité entre les objets, désire acheter un sous-ensemble d'objets qui lui est propre, et dont il fournit une estimation de prix. Les conflits entre les acheteurs naissent des éventuelles intersections entre les sous-ensembles. Le vendeur doit alors résoudre un problème d'optimisation combinatoire NP -complet, pour réaliser la vente qui lui rapportera le plus.

Les enchères combinatoires ont plusieurs applications notamment en économie, la théorie des jeux, l'allocation des ressources, et dans les systèmes multi-agents. Elles permettent une meilleure allocation des objets selon les besoins spécifiques des enchérisseurs.

Dans ce chapitre, nous présentons le concept d'enchères combinatoires. Nous introduisons les concepts fondamentaux, tels que : acteurs, type des enchères ainsi que les mécanismes et les modèles mathématiques.

2.1 Concepts fondamentaux

2.1.1 Frontières entre enchères et négociations

Un environnement où un ou plusieurs vendeurs et un ou plusieurs acheteurs se rencontrent dans le but de vendre ou d'acheter des biens ou autres objets ou services, est communément, mais abusivement, appelé marché. En réalité, la notion de marché est assez ambiguë. Nous préférons parler de cadre (framework) de marché.

1. Un seul acheteur est en présence d'un seul vendeur, on parle alors de négociations au sens classique du terme ;
2. Plusieurs vendeurs sont en présence d'un seul acheteur, on parle ici d'enchères inverses ;
3. Plusieurs acheteurs sont en présence d'un seul vendeur, on parle cette fois-ci d'enchères classiques (anglaise, Vickrey, etc.) ;
4. Finalement, plusieurs vendeurs sont en présence de plusieurs acheteurs, on parle alors de marché.

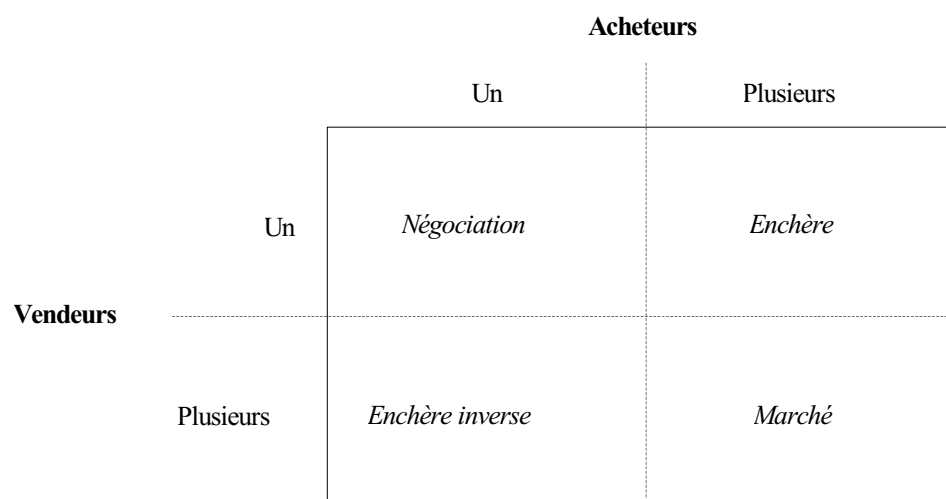


FIGURE 2.1 – Cadre de marché

Une première définition découle de cette illustration de types de négociations.

Définition 2.1.1: [Leskelä 2009] Une enchère est une procédure de vente (ou d'achat) destinée à extraire l'information privée des acheteurs (ou des vendeurs) sur leurs dispositions à payer (ou sur leurs coûts), comme on peut dire c'est une offre d'un prix supérieur à la mise à prix, ou au prix qu'un autre a déjà offert.

2.1.2 Acteurs principaux des enchères

Avant d'approfondir plus, il faut que nous définissions les personnages principaux et les termes essentiels influents dans le domaine des enchères.

Définition 2.1.2: (L'enchérisseur) :

C'est celui qui met une enchère, et on dit dernier enchérisseur, la personne ayant porté l'enchère la plus forte.

Définition 2.1.3: (Prix de réserve) :

(Est une notion classique des ventes aux enchères) C'est un prix secret, fixé préalablement par le vendeur, en dessous duquel le bien ne sera pas vendu. Le prix de réserve permet au vendeur de se prémunir du risque que les enchères ne décollent pas et d'être, par conséquent, obligé de vendre son bien à vil prix.

Le prix de réserve peut être ferme ou relatif. Il est ferme lorsque la vente est directement annulée pour un prix final inférieur au prix de réserve. Il est relatif lorsque les conditions générales de vente prévoient que le vendeur a la possibilité d'accepter la meilleure enchère finale, même si celle-ci est inférieure au prix de réserve.

Définition 2.1.4: (Commissaire-priseur) :

Le commissaire-priseur c'est celui qui dirige la vente publique aux enchères.

Définition 2.1.5: (La procédure) :

La procédure est effectuée par un tiers, par exemple, un commissaire-priseur ou un site internet spécialisé. Les enchères sont triées prioritairement par prix (l'offre la plus élevée arrive en premier), puis par quantité, puis par heure de placement, ce qui détermine l'adjudication.

2.2 Enchères de base

Les enchères furent utilisées depuis des milliers d'années. Le mot lui-même provient du latin "augere" qui signifie : augmenter. La pratique des enchères était fréquente dans plusieurs civilisations anciennes : chinoise, babylonienne, romaine, etc. Une des plus célèbres enchères de l'histoire antique s'est déroulée à Rome en l'an 193 avant notre ère. La garde prétorienne ayant assassiné l'empereur romain de l'époque a mis la couronne de l'empire aux enchères publiques. La meilleure offre a été proposée par Didius Julianus, elle consistait en une donation de 6250 drachmas (monnaie romaine) pour chacun des gardes, ces derniers le déclarèrent empereur. (Voir [Cassady 1967] pour une introduction à l'histoire des enchères).

Depuis ces temps, les enchères ont largement évolué et le recours à leurs mécanismes n'a fait que se populariser. Il existe actuellement différents formats d'enchères pouvant être classifiés selon diverses caractéristiques, notamment : enchères ouvertes à enveloppes scellées et enchères ascendantes ou descendantes.

Depuis l'oeuvre fondamentale de William Vickrey sur la théorie des enchères [Vickrey 1961], les experts s'accordent sur le fait qu'il existe quatre types d'enchères de base : l'anglaise, la hollandaise, la premier prix à enveloppes scellées et la Vickrey.

2.3 Mécanismes d'enchère

2.3.1 Enchère anglaise

C'est le mode le plus connue par les gens. Il s'agit d'une enchère ouverte au public à prix ascendant. Paul Milgrom [Milgrom 1989], la décrit de la manière suivante :

L'enchère commence lorsque l'encanteur (commissaire-priseur) annonce le prix de réserve, et procède en recevant successivement des offres de plus en plus élevées de la part des participants, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'enchérisseur désirant augmenter l'offre actuelle. L'objet est alors ajusté (vendu) au meilleur offrant.

Le prix de réserve peut être gardé secret dans certains cas, les enchères commencent alors à partir de zéro. La raison principale est essentiellement d'éviter la formation de coalitions entre certains enchérisseurs afin de garder la compétition ouverte pour ne pas maintenir le prix du gagnant au seuil le plus bas possible par ses dernières.

Supposons par exemple que le prix de réserve d'un objet est de 1000 *Da*. Si ce prix est connu par les enchérisseurs, certains d'entre eux peuvent se mettre d'accord pour ne pas entrer en compétition les uns contre les autres une fois ce prix de réserve atteint. Ils espèrent garder leurs offres le plus proche possible des 1000 *Da*. Par contre, si ce prix de réserve est gardé secret, il est plus difficile de former des coalitions, puisque ils ne sont pas sûrs d'avoir dépassé le prix de réserve, et ne prennent donc pas le risque de perdre l'enchère, alors ils continuent d'enchérir.

Le mécanisme d'enchère anglaise encourage fortement la compétition. Il arrive de temps en temps de voir des enchérisseuses inexpérimentés épris d'enthousiasme donnent des offres dépassant la valeur réelle de l'objet, ce mécanisme concurrentielle les y exaltent. Les spécialistes nomme ce phénomène par un terme bien évocateur : *la malédiction du gagnant*.

Il existe par ailleurs une autre variante de l'enchère anglaise où le prix est haussé progressivement par le commissaire-priseur, les participants ne font pas d'offres, ils se contentent de quitter l'enchère au fur et à mesure que le prix atteint devient trop haut par rapport à leur offres. Le dernier restant est le gagnant.

2.3.2 Enchère hollandaise

C'est une enchère ouverte au public à prix descendant. Un prix élevé est annoncé au début par l'enchère, puis il se diminue progressivement par l'encanteur, jusqu'à ce qu'un participant réclame l'objet au prix atteint.

La différence principale de ce type d'enchères par rapport à l'anglaise, réside dans le profit

qu'elle est supposée procurer. En effet, le gagnat est celui avec la plus haute estimation du prix de l'objet à vendre, aura plus tendance à le réclamer dès que le prix atteint est égal ou inférieur à celui qu'il est capable d'offrir. En revanche, dans une enchère anglaise, le gagnant de l'objet, pourrait l'avoir en haussant le prix offert petit à petit. Il pourrait ainsi obtenir l'objet pour un prix bien inférieur au prix maximum qu'il aurait pu offrir.

2.3.3 Enchère premier prix à enveloppes scellées

Il s'agit d'un mode d'enchères secret au premier prix, où le terme 'enchère à enveloppes scellées' signifie que les offres des participants sont cachées les uns aux autres. Le gagnant de l'enchère doit payer le montant exact de son offre.

L'opération se déroule en deux étapes : la phase de soumissions des offres, suivie de la phase de détermination du gagnant après examen des offres. ce type d'enchère est statique, où les participants ne peuvent proposer qu'une seule offre, donc il vital de bien préparer la phase de la proposition à soumettre.

L'un des inconvénients de ce type d'enchères est le fait que les offres soumises par les participants sont inférieures à leurs évaluations.

Soient v_i : l'évaluation du i^{me} acheteur A_i pour l'objet et b_i : l'offre soumise par cet enchérisseur. Alors le gain qu'il obtient se calcule comme suit :

— Si b_i est la plus haute offre soumise alors le surplus (gain) du i^{eme} acheteur A_i est :

$$G_i = v_i - b_i \quad (2.1)$$

— Sinon le i^{eme} acheteur A_i ne gagne pas, et il obtient un surplus (gain) nul.

$$G_i = 0 \quad (2.2)$$

Il est évident qu'afin de maximiser son gain, l'acheteur doit offrir un prix b_i strictement inférieur à son évaluation v_i .

2.3.4 Enchère Vickrey

A l'instar de l'enchère premier prix à enveloppes scellées, dans la Vickrey, les offres sont cachées aux différents participants. La nuance réside dans le fait que le gagnant ayant soumis la meilleure offre, doit payer non pas le montant de son offre, mais le deuxième meilleur prix proposé pour l'objet à vendre au cours de l'enchère.

Vickrey [Vickrey 1961], qui est le premier, proposa cette manière de faire, démontra que la stratégie dominante pour un acheteur est de soumettre sa vraie évaluation de l'objet. Soient v_i :

l'évaluation du i^{eme} acheteur A_i pour l'objet et b_i : l'offre soumise par cet acheteur. Alors le gain qu'il obtient en participant à l'enchère est calculé comme suit :

- Si b_i est la plus haute offre soumise et b_j la deuxième plus haute offre soumise, alors le surplus (gain) du i^{eme} acheteur A_i est :

$$G_i = v_i - b_j \quad (2.3)$$

- Sinon le i^{eme} acheteur A_i ne gagne pas, et il obtient un surplus (gain) nul.

$$G_i = 0 \quad (2.4)$$

Il est donc de l'intérêt de l'acheteur de maximiser son offre afin d'augmenter ses chances de gagner l'enchère. Ce qui se ramène au fait que la stratégie dominante pour chaque acheteur i est que son offre soit égale à son évaluation de l'objet :

$$b_i = v_i.$$

Notons, finalement, que l'intérêt de recourir à des enchères à enveloppes scellées, comme la Vickrey ou l'enchère premier prix, réside essentiellement dans le fait qu'on ne soit pas toujours capable de regrouper tous les participants dans un endroit public pour une enchère ouverte de type anglaise ou hollandaise. Cela pouvant s'avérer trop coûteux ou impossible à réaliser à cause de contraintes d'ordres géographique ou autres. Cependant, avec le développement des technologies de communication actuelles rend cette contrainte quelque peu obsolète. Les enchérisseurs, à l'image des enchères en ligne, peuvent participer à des enchères à l'autre bout du monde et en temps réel, sans avoir à se déplacer.

2.3.5 Récapitulatif

Le tableau suivant 2.1 résume les différents types d'enchères :

TABLE 2.1 – Table Récapitulative des modes d'enchères

Enchère	Règles	Avantages	Inconvénients
-Enchère anglaise	-Le vendeur annonce un prix d'ouverture. -Les offres augmentent progressivement jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'offres. -Le gagnant est le dernier offrant. -Il doit payer le montant de son offre.	- Simplicité - Incite à la concurrence entre les acheteurs	- Risque de formation de coalitions - Les participants doivent suivre l'enchère - Surévaluation du prix de l'objet
-Enchère hollandaise	-Le vendeur annonce une offre d'ouverture assez élevée. Il diminue progressivement cette offre jusqu'à ce qu'un des participants accepte d'acheter le produit au prix annoncé.	- Simplicité - Prix supérieur au prix du marché	- Moins de compétition - Risque de formation de coalitions - Les participants doivent suivre
-Enchère premier prix à enveloppes scellées	-Les offres sont secrètes. -Elles sont soumises une seule fois au vendeur. -Le gagnant doit payer le montant exact de son offre.	- Simplicité - Participants non présents lors de la vente	- Moins de compétition - Les offres des participants sont inférieures à leurs évaluations
-Enchère Vickrey	-Les offres sont secrètes. -Elles sont soumises une seule fois au vendeur. -Le gagnant doit payer le montant de la deuxième meilleure offre.	- Simplicité - Participants non présents lors de la vente - Les participants offrent leurs vraies évaluations	-Moins de compétition

2.4 Variantes d'enchères

Il existe désormais une très grande diversité de produits "enchère" disponibles. On peut aujourd'hui en recenser plus d'une vingtaine, différents. On peut les résumer comme suit :

2.4.1 Enchères à un tour sous pli cacheté (au premier prix)

(Aussi appelées enchères scellées au premier prix). Chaque enchérisseur remet une enchère (offre) indépendamment des autres sous enveloppe ou électroniquement au commissaire-priseur qui examine toutes les offres. L'objet est attribué au plus offrant, qui paie son montant proposé. C'est un processus "statique" puisqu'il ne comporte qu'un tour. De plus, une des caractéristiques de ce type d'enchère est que l'enchérisseur ne reçoit aucun signal (offre) de la part des autres enchérisseurs.

2.4.2 Enchères à un tour sous pli cacheté (au second prix)

(Ou enchères scellées au second prix, enchère philatéliste, enchère de Vickrey). À partir de la même procédure, l'objet est adjugé au plus offrant, qui paie le prix offert par le deuxième meilleur enchérisseur. Il s'agit là aussi d'un processus "statique" à un tour sans émission de signal de la part des enchérisseurs. Le système Vickrey conduit les acteurs à proposer leur juste prix pour l'objet en jeu.

2.4.3 Enchères Anglaises

L'enchère ascendante ou enchère anglaise est certainement la plus populaire et la plus commune à tous. Cette enchère se déroule comme suit :

Les acheteurs potentiels ou enchérisseurs sont réunis dans une salle et le commissaire-priseur qui exécute la vente, annonce un premier prix dit de réserve, les enchérisseurs intéressés annoncent un prix qui devra être à chaque fois plus élevé que le prix précédent, tout en respectant une surenchère minimum. Le processus d'élimination s'arrête lorsqu'il ne reste plus en lice qu'un enchérisseur.

Le bien est attribué à l'enchérisseur le plus offrant c'est-à-dire celui qui a annoncé le prix le plus élevé. Il devra en plus s'acquitter des frais de transactions, et de la rémunération du commissaire-priseur.

2.4.4 Enchères Hollandaises ou enchères descendantes

Dans cette procédure, le commissaire-priseur part d'un prix supérieur à l'offre maximale de tous les candidats et le diminue progressivement jusqu'au moment où un acheteur potentiel se manifeste et se déclare preneur. Cet enchérisseur remporte l'enchère au prix où il a arrêté le processus de baisse (au premier prix).

On peut remarquer deux caractéristiques :

- Les enchères des autres candidats restent inconnues.
- Ce type d'enchère peut se dérouler très rapidement.

La plus célèbre des enchères Hollandaises (qui lui vaut son nom) est celle du marché des fleurs d'Aslmeer.

Le système donnant les prix est un cadran avec une aiguille qui en se déplaçant indique le prix. Les enchérisseurs sont assis à des places numérotées qui comportent chacune un bouton relié au mécanisme, dès que quelqu'un appuie sur son bouton, il est identifié comme étant preneur et l'aiguille s'arrête.

En règle générale c'est un système automatique (mécanique ou électronique) qui donne à chaque instant un prix, et non un individu qui annonce les prix décroissants (comme à Boston chez Filène où sont vendus des vêtements en solde).

Ce type d'enchère est essentiellement utilisé pour des produits périssables : le marché aux fleurs, le marché aux poissons frais mais également le marché de viandes.

2.4.5 Enchères inversées

L'enchère la plus connue du grand public est celle où un vendeur offre un produit/service pour lequel des acheteurs font des offres compétitives. Il existe un style d'enchère qui fonctionne de manière opposée : l'enchère inversée. C'est l'acheteur qui prend l'initiative en diffusant les détails de son cahier des charges vers une cible de fournisseurs qui, s'ils sont intéressés, disposent alors d'un temps limité pour faire des propositions de prix de manière compétitive. La figure 2.2 représente la vente aux enchères inversées et La figure 2.3 représente la vente aux enchères traditionnelles.

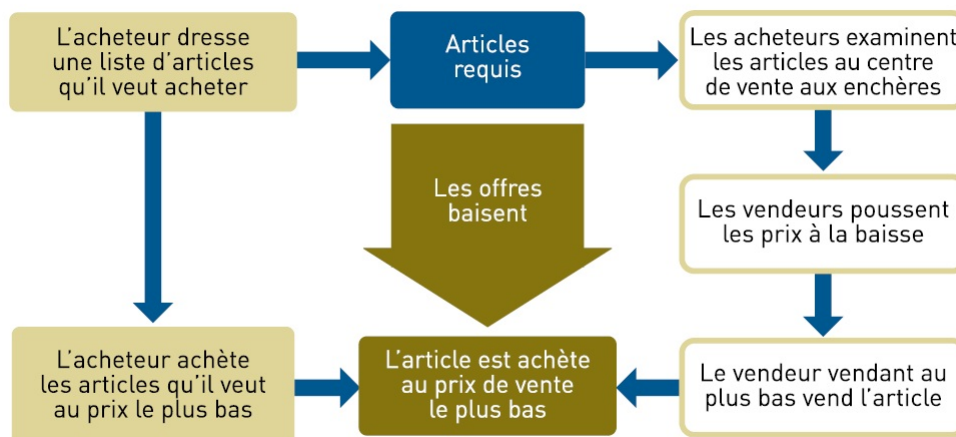


FIGURE 2.2 – Enchères inversées

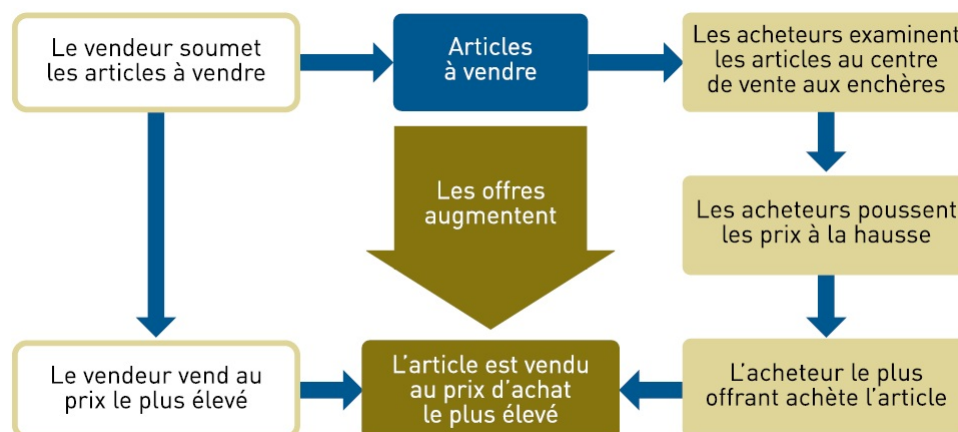


FIGURE 2.3 – Enchères traditionnelles

2.4.6 Stratégies des vendeurs

Une enchère inversée repose sur des règles précises de sélection (qui gagne ?), de paiement (que reçoit le vainqueur ?), de transmission des offres, qui sont fixées par l'acheteur. Le "jeu" stratégique entre fournisseurs dépend directement de ces règles. Depuis les travaux fondateurs de [Vickrey 1961], les travaux théoriques et empiriques sont très abondants. Le modèle théorique de base le plus connu et le plus simple est le modèle symétrique à valeurs privées et indépendantes. Adapté à l'allocation d'un marché par enchère inversée, il repose sur les hypothèses suivantes :

- Un acheteur souhaite acquérir un bien indivisible par enchère inversée en mettant en concurrence plusieurs vendeurs ;
- Chaque vendeur i connaît le coût de production de l'objet c_i mais ne connaît pas le coût chez ses concurrents. Si son offre b_i est supérieure à son coût c_i et qu'il remporte l'enchère, son profit est $b_i - c_i$;
- Tous les vendeurs sont symétriques a priori, au sens où leurs coûts sont répartis selon une fonction de répartition commune $F(.)$ sur un support donné connu de tous ;
- Les coûts privés c_i sont statistiquement indépendants et constituent des variables aléatoires continues ;
- Les vendeurs sont neutres à l'égard du risque et prennent donc leur décision sur le principe de maximisation de leur profit espéré ;
- L'acheteur est également neutre à l'égard du risque et minimise son coût escompté.

2.4.7 Ventes judiciaires

Ce sont des ventes aux enchères de biens immobiliers devant les tribunaux de grande instance (TGI) qui sont des tribunaux civils (TGI est la juridiction de droit commun, et il dispose de compétences spéciales dont certaines sont exclusives). Chaque tribunal organise à date fixe

une vente aux enchères immobilières. Tout le monde peut y assister, mais il est indispensable de passer par l'intermédiaire d'un avocat pour avoir le droit d'acquérir un bien.

2.4.8 Ventes notariales

Une vente notariale est la vente aux enchères d'un bien immobilier organisée à la demande du propriétaire par le notaire dont la fonction initiale est de rédiger l'acte de vente, qui sont des ventes dites volontaires, et non des ventes judiciaires organisées sous la contrainte, suite à une saisie. Cependant, un notaire peut être saisi par un juge pour mener à bien une adjudication, comme dans le cas d'une liquidation de communauté. La vente aux enchères est alors dite ordonnée, et en ce sens, elle devient donc une vente aux enchères judiciaire.

Ces ventes se déroulent généralement au sein de la Chambre des notaires, il y en a une par préfecture mais également en Mairie, voire parfois dans les biens immobiliers eux-mêmes.

2.4.9 Enchères du type all pay

Dans ce type d'enchère, l'ensemble des compétiteurs doivent payer leur offre mais seul le participant ayant remis la meilleure offre remporte l'enchère.

2.4.10 Enchères aux cadrans

Le principe de l'enchère au cadran est celui de la traditionnelle vente au cadran : les prix décroît toutes les heures et le premier qui fait acte d'achat remporte la vente.

2.4.11 Enchères à la bougie

La vente à la bougie également appelée vente à la chandelle, le principe de l'enchère "à la bougie" est celui d'une vente aux enchères ascendantes classique, la bougie servant à déterminer la dernière enchère. à chaque enchère, une bougie est allumée. Si elle s'éteint sans nouvelle enchère, une seconde bougie est allumée, puis une troisième. à son extinction, le dernier enchérisseur emporte l'objet. Les bougies en question sont suffisamment petites pour que le temps de combustion soit réduit.

2.4.12 Enchères électroniques (en ligne)

Depuis une dizaine d'années, la démocratisation d'internet et la réduction des coûts d'accès aux nouvelles technologies de l'information ont favorisé le développement du commerce en ligne, que ce soit au niveau des échanges entre consommateurs (C2C), entre entreprise et consommateur final (B2C) ou entre entreprises (B2B). Des personnes ou des entrepreneurs se retrouvent sur un site web de vente aux enchères pour acheter et vendre des produits et des services.

Les enchères en ligne permettent non seulement de réduire les coûts physiques d'une vente et de réduire le coût de passation d'une commande et leur temps de transaction, mais également les coûts de recherche d'informations sur l'existence des produits et de leurs concurrents, favorisant une plus grande liquidité et une plus grande transparence des marchés.

La plupart des enchères en ligne pour la vente d'un bien unique constituent une variante de l'enchère ascendante. Selon Luc King-Reiley, sur 142 sites de vente américains, 121 ont recours à l'enchère anglaise ascendante.

Différentes raisons justifient la popularité de l'enchère ascendante, le plus important est qu'elle présente de bonnes propriétés en termes de maximisation du revenu en réduisant l'incertitude et la malédiction du vainqueur et donc les incite à jouer de façon plus agressive.

Les différents types d'enchères qu'on a déjà vus, ont des modalités de transmission des offres et de paiement différentes, **le théorème d'équivalence du revenu** ([Myerson 1981] et [Riley 1981]) nous enseigne que ce sont des mécanismes optimaux et équivalents du point de vue de la maximisation de l'espérance mathématique de revenu du vendeur.

2.5 Théorème fondamental d'équivalence de revenus

Un des grands objectifs éventuels du vendeur, outre l'efficacité, est la maximisation des revenus. Un résultat fondamental de la théorie des enchères est **le théorème d'équivalence des revenus**. On trouve le théorème de l'équivalence-revenu dès la première étude analytique des enchères [Vickrey 1961]. Il s'énonce ainsi :

Théorème 2.5.1: Considérons N acheteurs neutres vis-à-vis du risque et attribuant une valeur privée v_i à un bien mis aux enchères. Chaque enchérisseur i connaît v_i et ignore la valeur v_j des autres enchérisseurs $j \neq i$. Il est cependant connaissance commune pour le vendeur et les acheteurs que les évaluations sont issues de tirages indépendants d'une distribution de probabilités de fonction de répartition $F(v)$ définie sur $[y; \bar{v}]$; on aura ainsi $F(y) = 0$ et $F(\bar{v}) = 1$.

$F(v_i)$ est la probabilité pour le vendeur ou un acheteur autre que i que l'évaluation de l'acheteur i soit au moins égale à v_i . Dire que les évaluations sont tirées d'une distribution aléatoire signifie que chaque agent ignore les évaluations des autres mais peut leur assigner une loi de probabilité, cela signifie que cette distribution est une connaissance commune. Une loterie consistant à tirer au sort entre un revenu R_1 avec la probabilité a et un revenu R_2 avec la probabilité $(1 - a)$ apporte la même utilité que le revenu espéré $aR_1 + (1 - a)R_2$.

Imaginons un mécanisme d'allocation du bien entre les N enchérisseurs, et soit $S_i(v_i)$ le surplus de l'enchérisseur i , en fonction évidemment de son "type" (ou évaluation) v_i . Si $P_i(v_i)$ est la probabilité que i gagne l'enchère, on peut écrire son surplus anticipé comme :

$$S_i(v_i) = v_i P_i(v_i) - E \quad (2.5)$$

Où E est le paiement que doit effectuer le gagnant. Il est alors possible d'écrire :

$$S_i(v_i) \geq S_i(v_i + dv) + (v_i - (v_i + dv))P_i(v_i + dv) \quad (2.6)$$

Dans cette inégalité, le côté droit désigne le surplus que l'enchérisseur i obtiendrait, en ayant le type v_i mais en adoptant la stratégie d'un enchérisseur de type $v_i + dv$.

En faisant exactement comme un enchérisseur de type $v_i + dv$, i gagne avec la même probabilité que les agents de type $v_i + dv$, et fait les mêmes paiements. Il gagne donc le même surplus que les agents de type $v_i + dv$ ($S(v_i + dv)$), sauf qu'il n'évalue pas l'objet aux enchères de la même manière que ces derniers.

La différence d'évaluation est $(v_i - (v_i + dv)) = -dv$, et i obtient en tenant compte de la probabilité de gagner quand on adopte la stratégie des agents de type $v_i + dv$, une valeur égale à $(v_i - (v_i + dv))P_i(v_i + dv) = -dvP_i(v_i + dv)$ comme surplus supplémentaire relativement à son surplus d'équilibre. Comme le surplus d'équilibre est le meilleur qu'il peut obtenir, le surplus de droite ne peut lui être supérieur, ce qui explique le signe de l'inégalité. On peut donc écrire que :

$$S_i(v_i) \geq S_i(v_i + dv) + (-dv)P_i(v_i + dv) \quad (2.7)$$

Et on doit avoir, symétriquement, parce que les agents de type $v_i + dv$ ne veulent pas adopter le comportement des agents de type v_i .

$$S_i(v_i + dv) \geq S_i(v_i) + (dv)P_i(v_i) \quad (2.8)$$

En manipulant les deux dernières inéquations, on obtient :

$$P_i(v_i + dv) \geq \frac{S_i(v_i + dv) - S_i(v_i)}{dv} \geq P_i(v) \quad (2.9)$$

En faisant tendre dv vers 0, on obtient $\frac{dS_i}{dv} = P_i(v)$, et cette équation peut être intégrée pour donner finalement :

$$S_i(v) = S_i(\underline{v}) + \int_{x=\underline{v}}^v P_i(x) dx \quad (2.10)$$

Ces deux dernières formules signifient que la pente de la fonction de surplus est $P_i(v)$ et cette fonction est évidemment indépendante du mécanisme d'enchère adopté. Quand $S_i(\underline{v})$ est donné, on peut en déduire toute la fonction de surplus, sans s'occuper du mécanisme d'enchère.

2.6 Enchères multi-objets

Dans les sections précédentes nous avons introduit certaines notions fondamentales de la théorie des enchères. Ces concepts concernent essentiellement la vente et achat d'un objet unique. Nous présentons ici les idées sous-jacentes aux mécanismes d'enchères pour la vente et achat de plusieurs objets identiques ou non et indépendants les uns des autres.

On distingue deux manières de faire une enchères multi-objets (voir à ce propos [Vickrey 1961]). Soit une enchère séquentielle, où les objets sont présentés un à un. C'est le cas de la vente de collections d'objets comme des timbres, antiquités, etc. Soit une enchère simultanée où les objets sont présentés à la vente en même temps et les enchères s'effectuant alors sur tous les objets simultanément. C'est le cas de la vente des fréquences radio par la FCC.

2.6.1 Enchère anglaise multi-objets

Le mécanisme est similaire à celui de l'enchère anglaise simple. Dans ce cas, à la fin de l'enchère, les acheteurs ayant soumis les meilleures offres sont ceux qui obtiennent les quantités qu'ils désirent jusqu'à épuisement des objets soumis à la vente. Ils payent chacun le montant exact de leurs offres. On parle alors d'une enchère discriminatoire.

2.6.2 Enchère hollandaise multi-objets

Il s'agit du même mécanisme que celui de l'enchère hollandaise pour la vente d'un seul objet. Sauf qu'ici, l'enchère ne s'arrête que si tous les objets sont vendus. Deux cas peuvent se présenter : le cas uniforme, où tous les gagnants payent le montant exact de l'offre du dernier gagnant, ou le cas discriminatoire où tous les gagnants payent chacun le montant de sa propre offre.

2.6.3 Enchère premier prix à enveloppes scellées multi-objets

Il s'agit d'une enchère discriminatoire. En effet, les offres soumises au vendeur sont classées par ordre décroissant. Les objets sont alors alloués aux acheteurs ayant les plus hautes offres jusqu'à épuisement de la quantité d'objets à vendre. Les gagnants payent le montant de leurs offres respectives, d'où le caractère discriminatoire de l'enchère.

2.6.4 Enchère Vickrey multi-objets

La généralisation de l'enchère Vickrey au cas multi-objets a déjà été présentée par Vickrey au début des années soixante. On distingue deux manières de faire une enchères multi-objets (voir à ce propos [Vickrey 1961]. Il s'agissait de la vente de k objets à n acheteurs, chaque acheteur désirant acquérir un seul objet. Dans ce cas, les k acheteurs ayant soumis les plus hautes offres obtiennent chacun un objet et ils payeront le montant de la $(k + 1)^{ime}$ plus haute

offre. Les gagnants payent chacun donc le même prix, on parle d'une enchère uniforme. Il existe par ailleurs plusieurs autres façons de généraliser l'enchère Vickrey comme par exemple dans les travaux de Varian et MacKie-Mason [M. Mason 1994] qui généralisent l'enchère Vickrey aux cas multi-objets avec objets hétérogènes et où chaque agent désire acquérir un ou plusieurs objets.

2.7 Enchères combinatoires

Dans une enchère multi-objets, il est quelquefois possible de permettre la soumission d'offres sur une combinaison d'objets. Les prix offerts par un enchérisseur pour un objet dépendent alors des autres objets qu'il a déjà gagnés ou qu'il pourrait éventuellement gagner. Ceci peut être dû au fait que certains objets sont complémentaires, ou qu'ils constituent les composants d'un tout (exemple : écrans d'ordinateurs et unités centrales). Ce type d'enchères s'appelle des enchères combinatoires ou enchères combinées.

Définition 2.7.1: Une enchère combinatoire est une enchère permettant la soumission d'offres sur une combinaison d'objets. Les prix proposés par un enchérisseur pour un objet dépendent alors des autres objets. On distingue deux cas possibles :

- Le cas où les objets sont complémentaires. Par exemple un acheteur peut évaluer une unité centrale au prix x et un écran au prix y , mais il évalue la paire unité centrale et écran au prix $z > x + y$. Ici, les objets écran et unité centrale sont complémentaires ;
- Le cas où les objets sont substitués l'un de l'autre : ici un acheteur peut évaluer une seule copie d'un livre a un prix x mais deux copies du même livre a un prix $z < 2.x$. Dans ce cas, les deux objets sont substitués l'un de l'autre.

Les enchères combinatoires sont intéressantes dans le sens qu'elles permettent une meilleure allocation des objets selon les besoins spécifiques des acheteurs. Cependant, le nombre exponentiel des combinaisons possibles engendre une difficulté dans la modélisation et la formalisation de ce type d'enchères. C'est la raison pour laquelle les enchères combinatoires ne sont utilisées que rarement, dans des applications bien spécifiques [Nisan 2000]. Les enchères de la FCC font partie de cette catégorie d'enchères.

Les premiers travaux sur les enchères combinatoires ont été effectués par Rassenti, Smith et Bulfin en 1982 [Rassenti ; 1982] qui ont développé un mécanisme pour l'allocation des tranches temporelles dans les aéroports entre les différentes compagnies aériennes.

2.8 Problème de détermination du gagnant PDG

Le problème de détermination du gagnant *PDG* ou en anglais (Winner Determination Problem), existe dans la littérature sous plusieurs formes, et beaucoup de travaux ont été consacré à ce sujet. Un nombre important d'applications pratiques se modélisent par ce dernier. Actuellement, ce problème est le centre d'intérêt de plusieurs chercheurs.

Selon les caractéristiques des produits mis en vente, trois types de modèles peuvent exister, à savoir : enchère d'un seul article en plusieurs unités, enchère de plusieurs articles de différentes nature en une seule unité chacun, et enchère de plusieurs articles de différents types en plusieurs unités chacun. Pour ce dernier cas, on peut avoir le même nombre d'unités pour chaque type d'article, ou des quantités différentes.

2.8.1 Modèle I

Soit β la quantité de l'article mise en enchère face à n acheteurs potentiels, et soit S_j l'offre de l'enchérisseur E_j , $j \in \{1, \dots, n\}$, constitué de prix c_j offert et de la quantité d'objets $a_j \in \mathbb{N}^*$ désiré.

Les variables de décision sont définies par :

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si l'offre de } E_j \text{ est acceptée,} \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n.$$

La formulation du problème est la suivante :

$$PDG = \begin{cases} F(x) = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq \beta \\ x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (2.11)$$

Où l'objectif ici est de maximiser le gain total du vendeur, calculé par la somme des prix des offres gagnantes, et la contrainte limite la disponibilité.

La somme de toutes les offres doit dépasser β , ie $\sum_{j=1}^n a_j \geq \beta$.

Cette modélisation est la même que celle du problème sac à dos unidimensionnelle.

2.8.2 Modèle II

Pour ce modèle m différents types d'articles sont mis en enchère, avec particulièrement une seule unité pour chacun. Soit les vecteurs binaires a_j contenant les vœux des enchérisseurs tel que $a_{ij} = 1$ si l'article i est désiré par l'enchérisseur j , et vaut 0 autrement.

Chaque offre est accompagnée par une évaluation c_j représentant le prix alloué à cette offre par l'enchérisseur E_j .

Le modèle mathématique s'écrit sous la forme suivante :

$$PDG = \left\{ \begin{array}{l} F(x) = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq 1 \quad i = 1, \dots, m; \\ x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n. \end{array} \right. \quad (2.12)$$

Dans ce modèle, la somme des demandes doit dépasser 2, i.e. $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq 2$ au moins pour un indice $i \in \{1, \dots, m\}$.

Ce modèle consiste à trouver les offres gagnantes, qui maximisent le gain du vendeur sous la contrainte, que chaque objet ne peut être affecté qu'à un seul acheteur.

2.8.3 Modèle III

Ce modèle est une généralisation du modèle précédent, ici le nombre d'unités pour chaque type d'articles est supérieur ou égal à 1, i.e. $\beta_i \in \mathbb{N}^* \forall i \in \{1, \dots, m\}$. On peut distinguer deux cas pour ce modèle :

- le premier est un *PGD* à des quantités β_i égales (homogène) et
- le second est à des quantités β_i différentes (hétérogène).

Soit a_{ij} le nombre d'unités de l'article i désiré par l'enchérisseur E_j , et soit c_j le prix associé à l'ensemble de son offre.

Les variables de décision :

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si l'offre de } E_j \text{ est acceptée,} \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n.$$

Le modèle mathématique associé à ce problème est le suivant :

$$PDG = \left\{ \begin{array}{l} F(x) = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \beta_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n. \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Pour des raisons d'adéquation du modèle, la somme des offres exhibées par tous les enchérisseurs, doit dépasser la disponibilité en quantités pour chaque objet i (la demande dépasse l'offre) i.e. $\sum_{j=1}^n a_{ij} \geq \beta_i, \forall i = 1, \dots, m$.

2.9 PDG multiobjectif

Par analogie au cas monocritère, le modèle mathématique dans ce cas multiobjectif se définit de la même manière, sauf qu'ici, le modèle est doté de plusieurs fonctions objectifs. En effet, à l'instar de l'objectif primordial de l'enchère, qui est la maximisation de profit total, plusieurs autres objectifs sont envisageables et certains ont été proposés dans la littérature, on peut citer : la liquidation du maximum d'objets, ou l'équilibrage des offres etc.

Ce modèle sera abordé en détail au chapitre 4, où la conception de modèle bi-objectif fera l'objet d'une étude approfondie en matière de modélisation et résolution.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rassemblé un état de l'art sur le concept d'enchère, nous avons parlé de la création de la première enchère ainsi que son évolution à travers l'histoire, tout en définissant ses différents types, et mécanismes et ses principaux acteurs.

Nous nous sommes, concentrés sur le célèbre problème de détermination du gagnant en optimisation combinatoire, qui est le cadre de travail de cette thèse. Nous avons abordé ce problème, en définissant ses contraintes, ses objectifs ainsi que les différents modèles existants dans la littérature.

Dans le chapitre qui suit, nous allons présenter un ensemble de concepts avancés de l'optimisation combinatoire multiobjectif.

3

Concepts avancés de l'optimisation multiobjectif

L'optimisation multiobjectif tire ses racines dans les travaux en économie de Edgeworth [Edgeworth 1881] et de Pareto [Pareto 1896].

Les premiers travaux traitant des méthodes avancées pour l'optimisation multiobjectif datent des années 80 [Steuer 1989], et le domaine a pris de l'ampleur depuis la fin des années 90 avec l'apparition des algorithmes évolutionnaires multiobjectif utilisant directement la notion de dominance de Pareto [DEB 2001]. Depuis, un nombre croissant de travaux projettent sur le développement de nouvelles techniques pour l'optimisation multiobjectif dont les métaheuristiques qui occupent une place prépondérante.

Sommaire

Introduction	46
3.1 Choix de la méthode d'aide à la décision	47
3.2 Méthodes avancées de résolution multiobjectif	48
3.3 Coopération de méthodes	49
3.4 Dominance floue	53
3.5 Evaluation de performances et structure de la frontière Pareto	58
Conclusion	60

Ce chapitre a pour objectif de présenter les différentes problématiques liées aux spécificités du multiobjectif, à savoir les niveaux d'intervention du décideur dans le processus de décision, les choix des méthodes d'optimisation à utiliser, les nouveaux outils de comparaison et de dominance ou encore l'analyse de performances qu'on évoquera afin de montrer l'étendue du spectre des recherches dans ce domaine.

3.1 Choix de la méthode d'aide à la décision

La résolution d'un problème multiobjectif consiste en la détermination d'un ensemble de solutions Pareto, il est nécessaire de faire intervenir l'humain à travers un décideur, pour le choix final de la solution à garder. Ainsi, avant de se lancer dans la résolution d'un problème multiobjectif, il faut se poser la question du type : "quelle méthode d'optimisation utiliser".

En effet, on peut répartir les méthodes de résolution de problèmes multiobjectifs en trois familles, en fonction du moment où intervient le décideur. Ainsi nous pouvons trouver les familles suivantes :

- **Les méthodes d'optimisation a priori** : dans ce cas, le compromis que l'on désire faire entre les objectifs a été défini avant l'exécution de la méthode. Ainsi une seule exécution permettra d'obtenir la solution recherchée. Cette approche est donc rapide, mais il faut cependant prendre en compte le temps de modélisation du compromis et la possibilité pour le décideur de ne pas être satisfait de la solution trouvée et de relancer la recherche avec un autre compromis.
- **Les méthodes d'optimisation progressives** : ici, le décideur intervient dans le processus de recherche de solutions en répondant à différentes questions afin d'orienter la recherche. Cette approche permet donc de bien prendre en compte les préférences du décideur, mais nécessite sa présence tout au long du processus de recherche.
- **Les méthodes d'optimisation a posteriori** : dans cette troisième famille de méthodes, on cherche à fournir au décideur un ensemble de bonnes solutions bien réparties. Il peut ensuite, au regard de l'ensemble des solutions, sélectionner celle qui lui semble la plus appropriée. Ainsi, il n'est plus nécessaire de modéliser les préférences du décideur (ce qui peut s'avérer être très difficile), mais il faut en contre-partie fournir un ensemble de solutions bien réparties, ce qui peut également être difficile et requérir un temps de calcul important (mais ne nécessite pas la présence du décideur).

Nous nous placerons initialement dans le cadre de cette troisième famille de méthodes où la modélisation des préférences n'est pas requise et où le procédé d'optimisation doit être puissant afin de fournir l'ensemble de solutions Pareto optimales ou à défaut une très bonne approximation de la frontière Pareto. Dans ce type de méthode, deux phases importantes sont à considérer : la phase de recherche de l'ensemble des solutions Pareto optimales, que nous appellerons de façon abusive, résolution du problème d'optimisation et la phase de choix parmi ces solutions, qui

relève de l'aide à la décision, et qui sera accomplie grâce à un rangement basé sur la dominance floue.

3.2 Méthodes avancées de résolution multiobjectif

Un nombre important d'approches de résolutions ont été confectionné afin de résoudre efficacement les différents problèmes issus de l'optimisation multiobjectif. Ces méthodes peuvent se classer en trois grandes catégories, à savoir, approches de résolutions exactes, méthodes approchées ou heuristiques, et enfin les approches hybrides.

3.2.1 Approches exactes

Plusieurs méthodes exactes ont été utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation multiobjectif [Ehrgott 2000], la plupart sont basées sur des procédures par séparation et évaluation (Branch & Bound) [Przybylski ; 2004, Ulungu 1995], mais aussi on trouve l'algorithme A^* [Stewart 1991], ainsi que la programmation dynamique [Carraway ; 1990], et la programmation par but [Sandgren 1994, De 2011] qui sont proposées dans de nombreux travaux de recherche. Une méthode particulière intitulée méthode des deux phases a été proposée par Ulungu et Teghem [Ulungu 1995].

Ces approches ont été utilisées efficacement sur des problèmes à deux et trois objectifs au maximum avec des tailles de problèmes modestes.

Cependant, dès que le nombre d'objectifs ou la taille des problèmes augmentent, les méthodes exactes deviennent inefficaces étant donné la nature **NP**-difficile des problèmes (déjà en mono-objectif) et l'aspect multiobjectif des problèmes.

Ainsi, afin de résoudre des problèmes de grande taille et/ou des problèmes avec plus de deux objectifs, il est nécessaire de faire appel à des méthodes heuristiques. Les méthodes exactes peuvent néanmoins être utiles lorsque des sous-problèmes peuvent être extraits du problème global. Leur résolution permet en effet de contribuer à la recherche d'une solution globale, soit en combinant judicieusement différents sous-problèmes, soit en hybridant résolution exacte de sous-problèmes et résolution heuristique du problème complet.

3.2.2 Métaheuristiques multiobjectif

Depuis l'essor des approches Pareto à la fin des années 90, de nombreuses métaheuristiques ont été adaptées au contexte de la résolution a posteriori. Les algorithmes évolutionnaires furent les premiers privilégiés, car ils étaient très populaires à cette époque, et de plus l'utilisation d'une population de solutions semblait adaptée pour la recherche d'un ensemble de solutions de compromis, qui peut être alors découvert en une seule recherche.

Depuis, d'autres métaheuristiques ont été élaborées, la plupart sont des adaptations de métaheuristiques conçues initialement dans un cadre mono-objectif. Un état de l'art publié par

Talbi et al. [Talbi ; 2012] a fait l'objet d'un recensement et d'une discussion des différents types de métaheuristiques multiobjectif. Diverses métaheuristiques non évolutionnaires sont recensées, mais également les métaheuristiques hybrides, qui sont devenues très étudiées récemment, consistant en la coopération entre une métaheuristique et une autre méthode d'optimisation (souvent une métaheuristique, mais peut-être aussi une méthode complète ou une heuristique spécifique). Dans cet état de l'art, les métaheuristiques multiobjectif parallèles sont également discutées, ainsi que la conception de métaheuristiques pour l'optimisation sous incertitude.

3.2.3 Hyper-heuristiques

Les hyper-heuristiques sont des méthodes développées pour travailler à un niveau plus haut que les méthodes standards. Leur but est de pallier certains problèmes tels que la dépendance à l'ajustement des paramètres des métaheuristiques, de même que la dépendance des paramètres par rapport à l'instance du problème considéré. Les méthodes standards dépendent également fortement de la topologie du problème, et de ses contraintes qui sont mises dans le modèle que l'on veut résoudre, ce qui rend ces méthodes difficilement généralisables [Burke ; 2007, Merlot 2009].

Le fonctionnement d'une hyper-heuristique peut être vu comme celui d'heuristiques qui choisissent des heuristiques [Burke ; 2007], l'objectif étant d'avoir des méthodes très générales qui peuvent travailler avec plusieurs types de problèmes. Ce type de méthode fait l'objet de beaucoup de recherches ces dernières années [Ross 2005].

3.3 Coopération de méthodes

La coopération de méthodes est une pratique très intéressante, qui vise d'allier les atouts des différentes approches dans le but d'améliorer les performances globales obtenues par chacune d'elles afin d'obtenir de bons résultats par rapport aux méthodes qui les composent.

Beaucoup d'approches algorithmiques hybrides sont développées pour la résolution aussi bien de problèmes NP-difficiles académiques de taille de plus en plus importante, que de problèmes issus de systèmes réels de plus en plus complexes et multiobjectifs.

Étant donné les difficultés simultanées de la complexité NP-difficile, et le cadre multiobjectif des problèmes il n'existe pas de méthodes exactes efficaces. Cependant, une coopération avec des méthodes approchées est une tendance récente des travaux dans le domaine [Flipo 2005].

Un état de l'art de ces coopérations a été proposé par Stützle et Dumitrescu [Dumitrescu 2003]. Ils distinguent cinq types d'approches :

- Utilisation d'un algorithme exact pour explorer des large voisinages dans une Recherche Locale.
- Utilisation des solutions de bonne qualité afin de réduire l'espace de recherche de la méthode exacte.

- Exploitation des bornes de la méthode exacte pour une heuristique constructive.
- Utilisation des informations fournies par les relaxations des problèmes linéaires pour orienter un algorithme de Recherche Locale ou constructif.
- Utilisation d'une méthode exacte pour une fonction spécifique de la métaheuristique.

Une approche plus générale de la classification de type taxonomie a été proposée par Basseur [Basseur 2005] complétée à partir de la structure générale de la taxonomie des métaheuristiques hybrides réalisée antérieurement par Talbi [Talbi 2002b]. Cette approche est composée des modèles de classification hiérarchiques et des modèles de classification à plat.

3.3.1 Classification hiérarchique

Dans cette classification, les propriétés discriminantes sont le niveau de coopération et le mode de coopération.

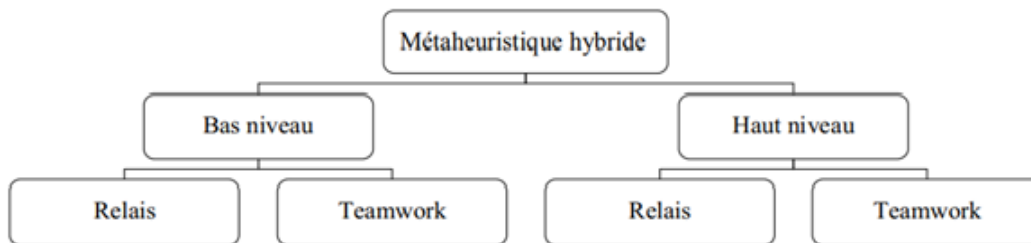


FIGURE 3.1 – Structure de la taxonomie hiérarchisée [Talbi 2002b]

- a) Niveau de coopération : On distingue les hybridations de bas niveau et des hybridations de haut niveau ;
- Dans l'hybridation de bas niveau une fonction interne d'une méthode est remplacée par une autre méthode ;
 - Dans l'hybridation de haut niveau la structure interne des méthodes hybridées n'est pas modifiée ;
- b) Mode de coopération : On distingue les hybridations en mode relais et des hybridations en mode coévolution (teamwork) ;
- En mode relais, les méthodes coopératives opèrent les une après les autres dans un ordre prédéterminé, chaque méthode impliquée dans la coopération reçoit en entrée le résultat produit par la précédente ;
 - En mode teamwork plusieurs agents coopèrent en parallèle. Chaque méthode hybridée (agent) conduit une recherche dans un espace de solution donné.

Selon cette classification, nous obtenons quatre classes d'algorithmes hybrides :

- 1) **La classe LRH**, coopération de bas niveau en mode relais (Low-level Relay Hybrid), regroupe les coopérations constituées d'une méthode d'optimisation à solution unique dans laquelle est insérée une autre méthode d'optimisation [Basseur 2005].

Ce type de coopération est plus facilement envisageable en ayant une méthode heuristique au service d'une méthode exacte ;

- 2) **La classe LTH**, coopération de bas niveau en mode teamwoke (Low-level teamwork Hybrid), regroupe les coopérations constituées d'une méthode d'optimisation à population de solutions pour laquelle un opérateur agissant sur les solutions de manière individuelle ou globale est remplacé par une méthode exacte ;
- 3) **La classe HRH**, coopération de haut niveau en mode relais (Heigh-level Relay Hybrid). Dans cette classe de coopération, les heuristiques et/ou méthodes exactes hybridées conservent leur intégrité ;
- 4) **La classe HTH**, coopération de haut niveau en mode teamwoke (Heigh-level teamwork Hybrid). Ce type de coopération est assez difficile à mettre en oeuvre. En effet les deux approches ne permettent pas de résoudre les mêmes types de problèmes.

3.3.2 Classification à plat

Les critères retenus pour cette classification sont :

- a) **L'approche de résolution** : qui indique si l'approche générale de la méthode coopérative est exacte ou approchée
- b) **Domaine d'application** : qui indique si l'approche générale de la méthode coopérative est globale (toutes les méthodes hybridées sont appliquées à la totalité de l'espace de recherche) ou partielle. Pour la coopération partielle, le problème à résoudre est décomposé en sous-problèmes, chacun ayant un espace de recherche propre. Ainsi chaque métaheuristique et méthode exacte de la coopération résout un sous-problème dans son propre espace de recherche.
- c) **Uniformité du problème traité** : qui indique si l'approche générale de la méthode coopérative est généraliste ou spécialiste. Pour les coopérations généralistes, toutes les méthodes hybridées traitent le même problème d'optimisation. A l'inverse, les coopérations spécialistes combinent des méthodes qui s'attaquent à des problèmes différents.

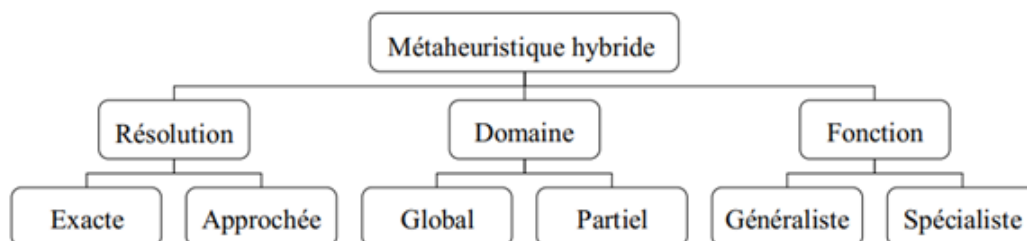


FIGURE 3.2 – Structure de la taxonomie à plat [Talbi 2002b]

Une autre classification proposée par Puchinger et Raidl [Puchinger 2005] se résume en deux catégories principales, collaborative et intégrative.

3.3.3 Hybridation collaborative

Les algorithmes échangent des informations, mais aucun algorithme ne fait partie de l'autre. Les algorithmes exacts et heuristiques peuvent être exécutés séquentiellement, entrelacés ou en parallèle.

- a) **Exécution séquentielle** : Soit la méthode exacte est exécutée comme un prétraitement avant la métaheuristique, ou vice versa. Appliquer une méthode exacte et fournir des informations à la métaheuristique ou vice versa
- b) **Exécution entrelacée ou en parallèle** : Idem à HTH.

3.3.4 Hybridation intégrative

Une technique est un composant d'une autre technique. On distingue l'algorithme maître qui peut être exact ou métaheuristique, de l'algorithme esclave.

- a) **Algorithmes exacts incorporés dans des Métaheuristiques** : — Résolution exacte des problèmes relaxés ;
 - Fusion de solutions ;
 - Recherche exacte sur large Voisinages (Exactly Searching Large Neighborhoods) ;
 - Algorithmes exacts comme Décodeurs dans les algorithmes évolutionnaires ;
- b) **Métaheuristiques incorporées dans des algorithmes Exactes** :
 - **Métaheuristiques pour obtenir des solutions titulaires et des bornes (Metaheuristics for Obtaining Incumbent Solutions and Bounds)** : en général, les métaheuristiques sont souvent utilisées pour déterminer des solutions titulaires et des bornes dans les algorithmes Branch and Bound ;
 - **Métaheuristiques pour la Génération de Colonnes et de Coupes (Metaheuristics for Column and Cut Generation)** : dans les algorithmes B&C et B&P, la dynamique de séparation des plans de coupe et de génération des colonnes est faite au moyen d'heuristiques pour accélérer le processus de l'optimisation ;
 - **Métaheuristiques comme stratégie pour guider la recherche exacte (Metaheuristics for strategic guidance of exact search)** ;
 - **l'Esprit de métaheuristique appliqué aux méthodes exactes** Quelques approches essayent d'apporter l'esprit de recherche locale dans B&B. L'idée principale est de chercher en premier, quelques voisinages de solutions titulaires plus intensivement avant de retourner à une stratégie classique de la sélection des noeuds. B&B lui-même est utilisé pour faire de la recherche locale.

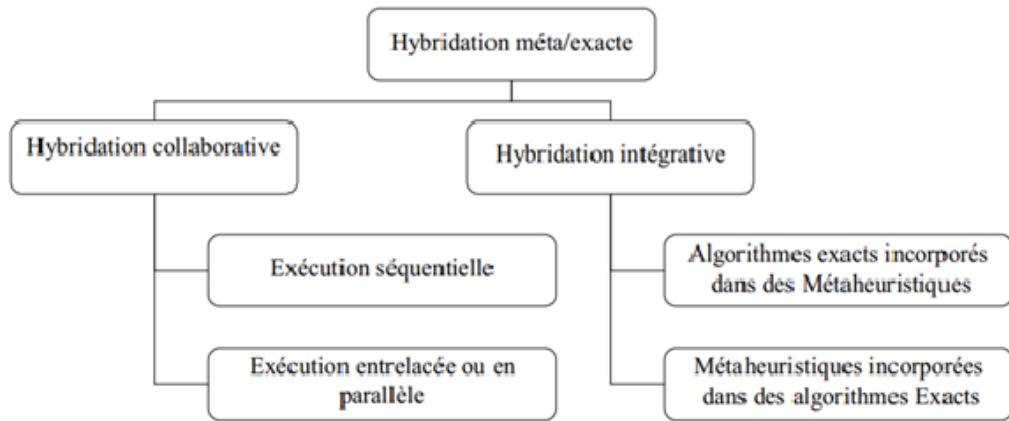


FIGURE 3.3 – Majeur classification de coopération méta/exacte[Talbi 2002b]

3.4 Dominance floue

Comme on l’a évoqué dans la section précédente, lorsque la taille du problème d’optimisation multiobjectif à résoudre est conséquente, l’utilisation de la dominance classique désavantage le procédé de résolution. Au fur-et-à-mesure que le cardinal de l’ensemble Pareto évolue le processus de comparaison devient long. Ainsi le recours à des mécanismes dérivés de la dominance Pareto est éminent dans le but d’alléger le processus de résolution et avoir des fronts conquérants.

La logique floue devient de plus en plus utile dans plusieurs domaines d’application, notamment dans la résolution des problèmes d’optimisation combinatoire avec ou sans paramètres flous, la programmation en nombres entiers et la programmation non linéaire [Sakawa; 1997].

La logique floue peut intervenir à plusieurs niveaux de modélisation et de résolution. Cependant pour le cas des problèmes multiobjectifs, nous nous intéressons beaucoup plus à la comparaison des solutions de compromis et au choix d’une seule solution finale.

Sakawa a utilisé la logique floue dans ses travaux de recherches, notamment pour résoudre des problèmes de programmation linéaire (0-1 programming) en particulier le problème de sac à dos multiobjectif multidimensionnel, et les problèmes d’optimisation combinatoire avec des paramètres flous.

Cette théorie est généralisée par le même auteur à la programmation multiobjectif en nombres entiers avec des paramètres flous. D’autres études de Sakawa ont consisté en l’utilisation de cette théorie dans la programmation multiobjectif non linéaire avec ou sans paramètres flous [Sakawa; 1997, Nasir; 2011]. Dans ce qui suit, nous présentons quelques concepts fondamentaux de la logique floue.

3.4.1 Logique floue

Longtemps, le seul outil de description en logique était binaire. Tout en logique a été décrit en termes de VRAI ou FAUX. Le problème de cette description simpliste en logique est qu'elle ne permet pas de traiter l'incertitude et l'imprécision des connaissances humaines. L'automatisme Zadeh a élaboré une nouvelle logique basée sur les ensembles flous. Elle permet de traiter l'imprécision et l'incertitude dans la connaissance humaine ainsi que les transitions progressives entre états.

La différence principale entre une logique classique et la logique floue est l'existence d'une transition progressive entre le VRAI et le FAUX [Zadeh 1965, Remez 1986, Vern 1992].

Parallèle avec la logique classique

Pour mieux comprendre le concept de la logique floue, nous allons transposer les concepts de la logique classique en logique floue.

Tout d'abord, la logique classique possède trois fonctions de base. Ces fonctions travaillent sur des paramètres binaires (0 ou 1, FAUX ou VRAI). Voici ces fonctions de base :

- La fonction ET : $C = A \text{ et } B$, ou, en terme mathématique, $C = A \cdot B$.
- La fonction OU : $C = A \text{ ou } B$, ou, en terme mathématique, $C = A + B$.
- La fonction NON : $C = \text{non}A$, ou en terme mathématique, $C = \bar{A}$.

Toutes ces fonctions de la logique classique ont leur équivalent en logique floue. La grande différence vient du fait que l'on travaille sur une variable logique qui varie de manière continue de 0 à 1.

Les équivalents en logique floue des fonctions de la logique classique sont représentés dans le tableau 3.1.

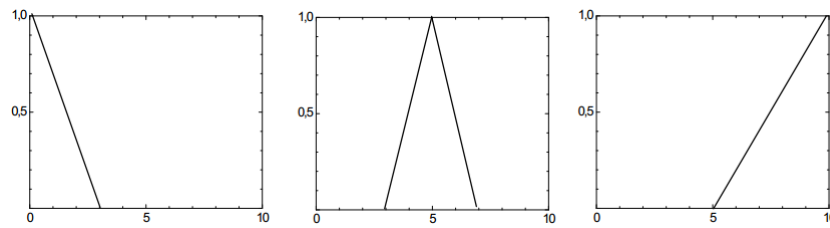
Logique classique	Logique floue
$C = A \wedge B$	$C = \min(A, B)$
$C = A \vee B$	$C = \max(A, B)$
$C = \bar{A}$	$C = 1 - A$

TABLE 3.1 – Equivalence entre logique classique et logique floue.

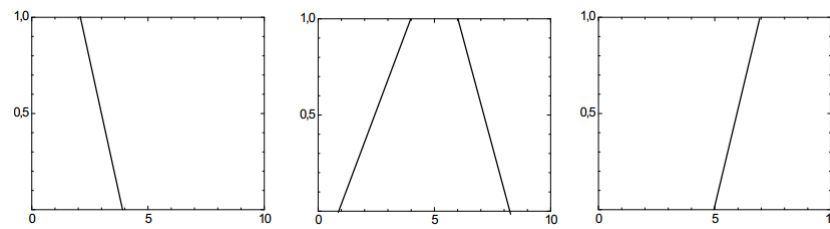
3.4.2 La fonction d'appartenance

En général, en logique floue, on rattache toujours la variable (A, B ou C) à une donnée extérieure (une information ou une mesure, par exemple). Ce rattachement s'effectue par l'intermédiaire de ce que l'on appelle une fonction d'appartenance. Cette fonction permet de faire correspondre une information (par exemple la taille d'un individu variant de 0 à 2 m) à une variable logique continue variant de 0 à 1. Il existe plusieurs types de fonctions d'appartenance.

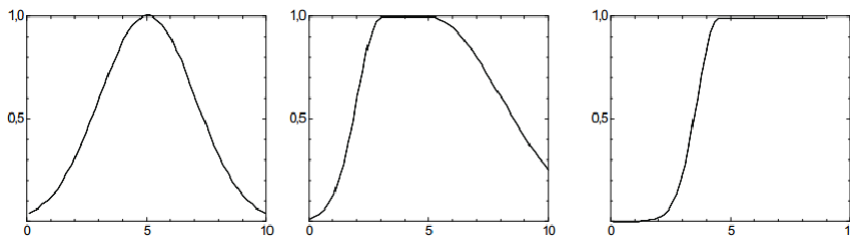
Nous illustrons à la figure 3.4 les formes les plus utilisés.



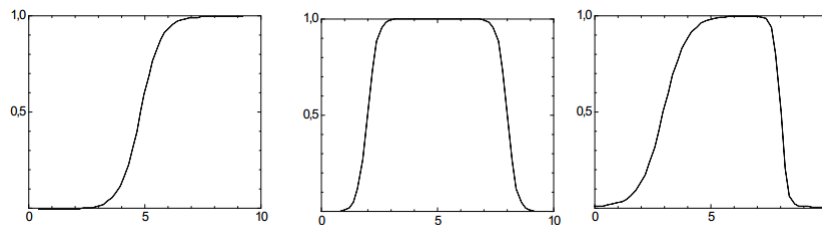
(a) Fonctions d'appartenance triangulaires.



(b) Fonctions d'appartenance trapézoïdales.



(c) Fonctions d'appartenance Gaussiennes.

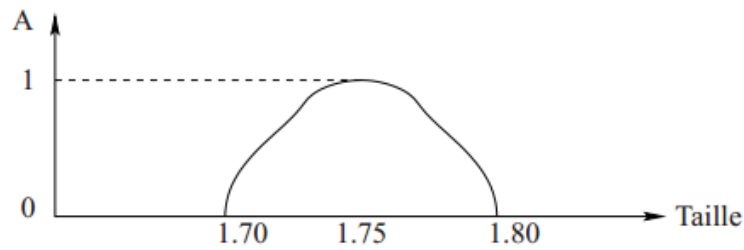


(d) Fonctions d'appartenance sigmoïdes.

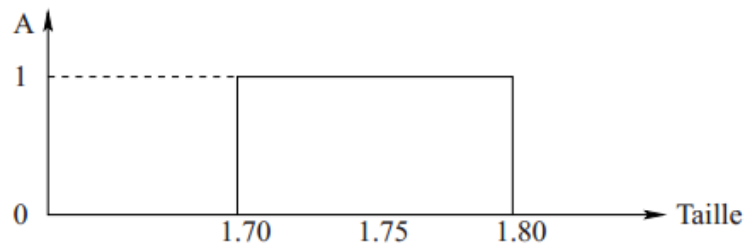
FIGURE 3.4 – Les fonctions d'appartenance les plus utilisées.

Nous illustrons maintenant l'exemple de la fonction d'appartenance pour une taille. Cette fonction définit la variable logique floue "taille moyenne". On considère que l'on a une taille moyenne lorsque celle-ci varie entre 1.70 m et 1.80 m. Les figures 3.5(a) et 3.5(b) illustrent les différences existant sur cet exemple entre logique floue et logique classique.

Les différentes fonctions de logique floue que nous venons de présenter possèdent les mêmes propriétés que les fonctions de logique classique (distributivité, commutativité et règles de De



(a) Fonction d'appartenance "Taille moyenne" en logique floue.



(b) Fonction "Taille moyenne" en logique classique.

FIGURE 3.5 – Fonctions définissant la variable "taille moyenne"

Morgan). Une transposition de ces règles en logique floue est représentée dans le tableau 3.2.

Logique classique	Logique floue
	distributivité
$(A + B).C = A.C + B.C$	$\min(\max(A, B), C) = \max(\min(A, C), \min(B, C))$
	commutativité
$(A + B) + C = A + (B + C)$	$\max(\max(A, B), C) = \max(A, \max(B, C))$
	règle de De Morgan
$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$	$1 - \min(A, B) = \min(1 - A, 1 - B)$

TABLE 3.2 – Les propriétés des deux logiques

3.4.3 Dominance floue

Le concept de dominance Pareto floue provient de la relation de dominance de Pareto qui stipule que, pour un problème d'optimisation multiobjectif, une solution x est censée dominer une autre solution y si

$$\forall i \ f_i(x) \leq f_i(y), \text{ et } \exists j / f_j(x) < f_j(y). \quad (3.1)$$

où $f_i, i = 1 \dots m$, sont les m -fonctions objectifs. Ce principe est utilisé pour trouver les solutions de compromis, c'est-à-dire des solutions non dominées, constituant un front de Pareto où toutes les solutions sont également importantes, c'est-à-dire qu'aucune n'est inférieure à l'autre sur ce front.

Dans les approches de l'optimisation multiobjectif basée sur la dominance de Pareto, une archive d'élite est utilisée pour stocker ces solutions non dominées. étant donné que le nombre de ces solutions peut souvent être très élevé, les approches basées sur la mesure de la densité de la solution et le regroupement sont utilisées pour déterminer les solutions qui peuvent être écartées de l'archive d'élite [Branke ; 2005]. Cependant, ces approches sont exigeantes en termes de calcul. Dans ce contexte, plusieurs approches basées sur le concept de dominance floue-Pareto sont utilisées pour ordonner efficacement les solutions non dominées afin de déterminer les solutions qui peuvent être sacrifiées.

Le concept de dominance Pareto floue est une extension du concept de la dominance Pareto. C'est fondamentalement une forme floue de la relation de Pareto-dominance. Dans ce concept, il existe un certain degré de dominance entre deux solutions non dominées et, par conséquent, une solution peut être considérée comme supérieure à l'autre dans un certain sens. Toutes les solutions non dominées peuvent être classées selon leur degré de dominance mutuelle. Ainsi, toutes les solutions ne sont pas également importantes selon ce concept.

C'est la différence fondamentale entre la dominance Pareto floue et la dominance de Pareto conventionnelle. La dominance floue permet ainsi d'établir un ordre entre les solutions du front Pareto par l'attribution de valeurs scalaires à chaque couple de comparaisons de vecteurs objectifs.

Cette tâche peut se faire de plusieurs manières selon la nature des fonctions d'appartenance considérées. Selon (Köppen & Vicente-Garcia, [Köppen ; 2005]) : Une solution x domine (floue) une autre solution y par le degré μ_a (domination active) :

$$\mu_a(x, y) = \frac{\prod_i \min(x_i, y_i)}{\prod_i x_i} \quad (3.2)$$

De même, la solution x est dominée par la solution y par degré μ_p (domination passive) comme :

$$\mu_p(x, y) = \frac{\prod_i \min(x_i, y_i)}{\prod_i y_i} \quad (3.3)$$

Les deux définitions de dominance diffèrent uniquement par le dénominateur et ne sont donc pas symétriques. Si une solution x Pareto-domine une autre solution y , alors on a $\mu_a(x, y) = 1$ et $\mu_p(y, x) = 1$, mais $\mu_a(y, x) < 1$ et $\mu_p(x, y) < 1$. Une solution x peut être dite comme une solution non dominée parmi une population de solutions (v_p) si elle satisfait soit $\mu_a(x, i) < 1$, soit $\mu_p(x, i) < 1$ pour tout $i \in v_p$. Ainsi, les solutions non dominées peuvent être facilement identifiées avec ce schéma ainsi que leur classement.

3.5 Evaluation de performances et structure de la frontière Pareto

La présence de plusieurs solutions 'optimales' (formant la frontière Pareto) et l'absence d'ordre total entre les solutions complique davantage la mesure de qualité d'un ensemble efficace. En effet, si la notion de dominance au sens de Pareto est utilisée pour comparer deux solutions, bien que ces deux solutions puissent être incomparables, l'évaluation d'un ensemble de solutions est encore une tâche plus délicate. Pourtant lorsque l'on cherche à mesurer la performance d'un algorithme en terme de qualité des solutions obtenues, il est nécessaire de qualifier le front induit par ce dernier, en le comparant de façon quantitative soit avec les fronts produits par d'autres algorithmes, soit en calculant ses indices de performance [Flipo 2005].

Malheureusement cette tâche est délicate puisque la notion de qualité d'un front est elle même multiobjectif. En effet, un front intéressant est un front qui montre une convergence intéressante vers le front optimal et une bonne distribution des solutions. Certains fronts peuvent alors être très bons au regard de l'un des objectifs sans être intéressants pour le second.

De nombreux indicateurs de performance ont été proposés dans la littérature par le passé. Des articles de synthèse ont été présentés [Knowles 2002, Hansen 1997] et en particulier, une étude de Zitzler qui analyse ces indicateurs et expose leurs limitations [Zitzler; 2003]. Voici certaines de ces mesures classées en fonction de leur objectif.

3.5.1 Indicateurs de qualité absolus s'appliquant à un seul front

L'objectif de ces mesures est de fournir des indications numériques sur la diversité et/ou la distribution des solutions composant le front. Ces mesures sont très utilisées dans la littérature car elles permettent d'évaluer un front d'une manière absolue.

Génération de vecteurs non dominés (ONVG)

Ou Overall Non-dominated Vector Generation, cette mesure comptabilise le nombre de solutions non dominées générées par l'algorithme [Veldhuizen 1999]. Elle est indépendante, facile à calculer, doit être manipulée avec précaution si elle est utilisée pour comparer des fronts.

$$ONVG = \text{card}(PF_{\text{current}}(i))$$

où $PF_{\text{current}}(i)$ est l'ensemble de solutions à l'itération i .

Métrique d'espacement de Schott

Ou Schott's spacing metric, cette métrique, basée sur un calcul de distance entre les solutions, a pour objectif de mesurer la distribution des solutions le long du front [Knowles 2002].

Cette métrique permet de mesurer l'uniformité de la répartition des points de l'ensemble de solutions.

Entropie

L'entropie utilise la notion de niche pour évaluer la distribution des solutions sur le front [Basseur; 2002]. Plus proche de 1 est la valeur obtenue, meilleure est la distribution.

3.5.2 Mesures utilisant une référence

Ce type de mesures utilise une référence, qui peut être un point ou l'ensemble Pareto optimal (lorsqu'on a la chance de le connaître), pour évaluer la qualité d'un front. Sans vouloir les citer toutes, en voici des exemples.

Métrique S

Proposée par Zitzler [Zitzler; 2003], cette mesure calcule l'hypervolume de la région multidimensionnelle comprise entre le front et un point de référence. L'inconvénient de cette métrique est que le résultat dépend du point de référence choisi. Ainsi, la difficulté réside dans le choix de ce point qui doit en particulier être dominé par toutes les solutions du front.

Rapport d'erreur

Ce ratio compare le front obtenu avec le front optimal [Veldhuizen 1999]. Il dénombre les solutions n'appartenant pas au front optimal.

$$E = \frac{\bigoplus_{i=1}^n e_i}{n} \quad (3.4)$$

avec : n : nombre d'éléments dans l'ensemble des solutions.

$$e_i = \begin{cases} 0, & \text{si la solution } i \in \text{surface de compromis;} \\ 1, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Plus cette métrique est proche de 1 moins l'ensemble des solutions a convergé vers la surface de compromis, meilleur est le front.

Distance par rapport au front optimal

Plusieurs auteurs ont proposé de mesurer la distance entre le front à étudier et le front optimal [Hansen 1997, Knowles 2002, Veldhuizen 1999]. En fonction des auteurs, la distance minimale, maximale, moyenne etc, sont utilisées.

3.5.3 Mesures comparant deux fronts Pareto

La comparaison de deux fronts permet de comparer deux méthodes différentes. Lorsque le front optimal est connu cela permet également d'avoir une performance absolue de la méthode utilisée.

Mesure de contribution

La mesure de contribution entre deux fronts ($Cont(F_1, F_2)$) permet d'évaluer la proportion de solutions Pareto apportée par chacun des fronts [Basseur; 2002]. Lorsqu'un front est totalement dominé sa contribution est nulle et $Cont(F_1, F_2) + Cont(F_2, F_1) = 1$. Ainsi, une contribution supérieure à 0,5 indique une amélioration du front.

Métrique C

Cette mesure $C(F_1, F_2)$ indique le ratio de solutions du front F_2 faiblement dominées par les solutions du front F_1 [Knowles 2002]. Lorsque $C(F_1, F_2) = 1$, le front F_2 est totalement dominé par F_1 .

3.5.4 Limites des mesures de performances en multiobjectif

Comme nous l'avons illustré, un ensemble de mesures ont été proposées pour analyser les performances des algorithmes multiobjectifs. Pour une bonne analyse, différentes mesures doivent être utilisées afin de pouvoir analyser à la fois convergence et diversité. L'analyse de performances en multiobjectif est en elle seule un domaine d'étude encore très ouvert puisqu'il n'existe pas de mesure universellement utilisée. Ceci est expliqué par la nature multiobjectif du problème puisque l'on cherche à obtenir des fronts qui approximent le mieux le front optimal et ce suivant différents critères tels que la qualité et la diversification.

Enfin pour les lecteurs qui veulent se documenter davantage sur les mesures de performances en multiobjectif, un chapitre de l'ouvrage de Collette, et Siarry [Collette 2002] est consacré à cet effet.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé certains concepts avancés de l'optimisation multiobjectif, nous nous sommes concentrés tout d'abord sur les trois catégories de méthodes de résolutions et les niveaux d'intervention du décideur dans le processus de résolution, Nous avons souligné, la difficulté intrinsèque liée à la multitude de solutions d'un problème d'optimisation multiobjectif, et aux caractéristiques du front Pareto. Les méthodes avancées de résolution multiobjectif, ainsi que la coopération de méthodes et les différentes classifications sont discutées.

Puis nous avons présenté une nouvelle méthodologie de dominance basée sur la logique floue.

Par suite une série des mesures d'évaluation de performances ont été introduites afin de montrer l'étendue de ce domaine de recherche. Ces concepts seront utilisés dans la résolution de problème de détermination du gagnant multiobjectif que nous aborderons dans le prochain chapitre.

4

Résolution de *PDG* Bi-objectif dynamique par la Recherche Taboue et la Dominance

Floue

*Les mathématiques consistent à prouver une chose évident
par des moyens complexes.
"De George Polya"*

L'étude des problèmes d'enchères combinatoires est très importante, que ce soit sur le plan théorique ou pratique. Plusieurs modèles mathématiques sont conçus pour décrire et comprendre ce concept, en raison du nombre important de ses utilisations, on cite la résolution du problème des contrats de transport [Buer 2014, Nisan 2000], le problème d'emballage [Y ; 2006], les travaux théoriques de Boughaci [Boughaci ; 2009, Boughaci ; 2010b, Boughaci 2010a], et de nombreux autres Travaux relatifs à ce problème [Andersson ; 2002, Boughaci ; 2009, Holland 2004, Leyton-Brown ; 2000, Sandholm ; 2005, Leskelä 2009].

Sommaire

Introduction	62
4.1 Formulation du <i>PDG</i>	63
4.2 Motivations et démarches	63
4.3 Modèle bi-objectif de <i>PDG</i> dynamique	64
4.4 Algorithme de résolution pour le <i>PDG_t</i>	66
4.5 Exemple didactique	71
4.6 Expérimentation numérique	74
Conclusion	80

Les enchères combinatoires représentent un domaine interdisciplinaire important, elles combinent des questions de l'économie, la théorie des jeux, l'optimisation et l'informatique.

4.1 Problème de détermination de gagnant *PDG*

Le problème des enchères combinatoires (*CAP*) est défini comme un ensemble d'articles soumis à la vente face à de nombreux acheteurs. Pour des raisons de complémentarité entre les articles, chaque acheteur désire acheter son propre sous-ensemble d'articles pour lesquels il fournit une estimation. En raison de possibles intersections entre les sous-ensembles, des conflits peuvent survenir entre les acheteurs [Boughaci ; 2009].

Les objectifs du vendeur sont divers. Le plus important est de maximiser le bénéfice total de la vente. Pour ce faire, il doit résoudre un problème d'optimisation combinatoire *NP*-dur.

4.2 Motivations et démarches

Les modèles de *PDG* existants en littérature d'enchères combinatoires ne permettent pas au soumissionnaire de mettre à jour son offre. Ceci est dû au caractère statique des mécanismes utilisés. Toutefois, en réalité, les soumissionnaires d'une enchère anglaise, sont en rude concurrence tant qu'il reste du temps pour l'enchère.

Développer des modèles couvrant cet aspect est notre principale motivation. Dans ce qui suit, nous proposons une formulation dynamique adéquate pour reproduire le processus d'enchères anglaises.

Définition 4.2.1: (Enchères combinatoires anglaises [Asli 2019] :) Une vente aux enchères combinatoires anglaise est décrite par un ensemble de m articles en quantités limitée pour chacun, qui sont proposés à la vente face à des acheteurs potentiels. Ces acheteurs ont une durée de temps limitée et la possibilité de mettre à jour leurs offres. Chaque enchère est une combinaison d'éléments, formulée comme un vecteur de dimension $m + 1$, contenant m différentes quantités d'articles désirés par le soumissionnaire E_j , ainsi que, le prix offert c_j .

Nous nous intéressons essentiellement dans cette partie à la conception d'une formulation bi-objectif du problème de détermination de gagnant. Cette modélisation inclut en plus de l'objectif classique qui est : la maximisation du bénéfice total de l'enchère, un deuxième objectif qui sera la liquidation d'un nombre maximum d'articles. Le vendeur doit alors, optimiser simultanément ces deux objectifs contradictoires.

La nature multiobjectif de ce modèle engendre en général l'absence d'une seule solution optimale, mais la présence d'un ensemble de solutions efficaces. Plusieurs travaux sur de tels problèmes sont basés sur un mécanisme de dominance Pareto classiques pour comparer les

pseudo-solutions. Ce principe génère donc un énorme volume de calculs lorsque la taille des problèmes est considérable [Ehrgott 2005].

Diverses formes dérivées de la dominance de Pareto sont utilisées pour tenter d'apaiser le processus de résolution, comme la A-dominance, la dominance lexicographique, la cône-dominance [Ehrgott 2005], etc.

La domination floue est l'une des alternatives conçues pour surmonter la difficulté de calcul de front de Pareto. Cette dominance a été utilisée, pour la première fois dans le domaine de l'optimisation combinatoire multiobjectif par Sakawa [Sakawa; 1997], et a donné lieu à des résultats intéressants. Depuis, de nombreux auteurs l'ont utilisée dans divers domaines d'optimisation [Andersson; 2002, Khalid; 2011, Sahoo; 2011].

Notre démarche consiste en :

- L'élaboration d'un modèle bi-objectif dynamique décrivant le comportement d'une enchère anglaise, où les soumissionnaires ont la possibilité de mettre à jour leurs offres pendant le temps alloué à l'enchère ;
- La confection d'un algorithme, que nous appellerons *FM – CAP* pour résoudre ce problème de manière efficace ;
- L'utilisation de la domination floue pour améliorer le processus de résolution multiobjectif.

4.3 Modèle bi-objectif de *PDG* dynamique

Les enchères en ligne sont très importantes, car elles permettent d'échanger des biens et services sans se déplacer et sans rencontre physique. Les clients peuvent exécuter leurs applications pour les produits de n'importe quel endroit dans le monde. Toutefois, le prix n'est pas la seule exigence des propriétaires et des clients, le délai de livraison et le nombre de produits vendus sont également des facteurs essentiels dans la procédure en plus d'autres facteurs. Ces considérations motivent l'élaboration d'un modèle multiobjectif adéquat qui peut répondre aux exigences des soumissionnaires et des vendeurs.

4.3.1 Préliminaires

Le développement de ce nouveau modèle nécessite l'introduction de plusieurs concepts et notations qui sont donnés ci-dessous :

E_j : j^{eme} enchérisseur ;

t_l : l^e instant où un enchérisseur quelconque lance son offre ;

$prev(t)$: le moment de l'événement précédent juste avant le présent à l'instant t .

$S_j(t)$: le $(m + 1)$ -vecteur contenant $(a_j(t), c_j(t))$, et représentant l'offre temporaire de l'enchérisseur E_j à l'instant t où ;

a_j : le m -vecteur des quantités d'articles contenue dans S_j ;

$c_j(t)$: le prix de l'offre S_j à l'instant t ;

β_i : nombre de copies de l'article i ;

LTG_t : liste temporaire des gagnants à l'instant t ;

LFG_T : liste finale des gagnants ;

$NEVT$: nouvel évènement ;

$LEC_j(t)$: liste des enchérisseurs en conflit avec E_j à l'instant t ;

$Z(t)$: gain temporaire à l'instant t .

En plus des concepts déjà introduits, nous avons également besoin des définitions suivantes :

Définition 4.3.1: Période d'exercice [Asli 2019] : Notée T , elle est définie pour correspondre à l'intervalle de temps $[0, T]$, associé à l'enchère, durant lequel les enchérisseurs peuvent lancer leurs offres.

Définition 4.3.2: Offre temporaire [Asli 2019] : $S_j(a_{ij}, c_j)_t$ est l'offre faite par l'enchérisseur E_j à l'instant $t_l \in [0, T]$, chaque offre contient :

$a_{ij}(t)$: le vecteur m -dimensionnel représentant les quantités d'articles i requises par l'enchérisseur E_j à l'instant t_j ;

$c_j(t)$: le prix de son offre ;

Cette offre peut être mise à jour pendant la période d'exercice T .

Définition 4.3.3: Gagnants temporaires [Asli 2019] : LGT est la liste temporaire des enchérisseurs gagnants à l'instant $t_l \in [0, T]$, (Cette liste peut évoluer pendant la période d'exercice T).

Définition 4.3.4: Le graphe de conflit : les sommets sont les offres et les arêtes relient les offres qui ne peuvent pas être acceptées simultanément. Ce graphe permet de détecter les offres en conflit (i.e. les offres qui partagent au moins un objet).

4.3.2 Modèle mathématique de PDG_t [Asli 2019]

Nous présentons ici un modèle mathématique bi-objectif et dynamique du problème de détermination de gagnant. Ce problème appartient à la classe des problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectif. Les paramètres les plus importants du modèle sont le nombre d'articles m (qui seront contenus dans un vecteur β , les nombres d'unités pour chaque article β_i) et une période d'exercice T .

Le modèle comporte deux objectifs : le premier objectif est la maximisation du bénéfice total obtenu par l'enchère, et le second est la maximisation du nombre d'articles vendus.

Ce modèle reproduit le comportement d'une enchère anglaise où chaque enchérisseur a le droit de mettre à jour son offre pendant la période d'exercice.

Le modèle se construit de façon dynamique, il commence à $t = 0$, dès que le premier soumissionnaire propose une première offre $S_1(c_1(t), a_{i1}(t))$. Chaque offre contient une liste d'articles A^j Avec le prix correspondant c_j . En ce moment, le problème contiendra une seule variable et sera 1-dimensionnelle.

Ainsi, d'autres soumissionnaires arrivent, le modèle est complété avec la possibilité que chaque offre donnée précédemment peut être mise à jour en fonction de l'état de l'enchère. Pour des raisons d'adéquation du problème, la somme des offres gagnantes ne doit pas dépasser le nombre d'articles disponibles.

Soit la variable de décision :

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si l'offre de } E_j \text{ est acceptée,} \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases} \quad j = 1, \dots, n;$$

Le modèle temporaire à l'instant $t \in [0, T]$ avec k enchérisseurs est :

$$PDG_t = \begin{cases} f_t^1(x) = \max \sum_{j=1}^k c_j(t)x_j \\ f_t^2(x) = \max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k a_{ij}(t)x_j \\ \sum_{j=1}^k a_{ij}(t)x_j \leq \beta_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, k. \end{cases} \quad (4.1)$$

A la fin de la période d'exercice ($t = T$), Le modèle sera final et contiendra n enchérisseurs.

$$WDP_T = \begin{cases} f_t^1(x) = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ f_t^2(x) = \max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \beta_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (4.2)$$

4.4 Algorithme de résolution pour le PDG_t

Dans ce qui suit nous développons un algorithme qui donne à chaque instant de la période de l'exercice, la liste temporaire des gagnants potentiels. Cet algorithme est conçu d'une manière

dynamique, de sorte à échapper si possible à la résolution des problèmes temporaires PDG_t . Il se base essentiellement sur l'analyse des conflits entre la liste des gagnants temporaires et l'offre courante. S'il n'y a pas de conflit, le nouvel arrivant sera également gagnant. Sinon, nous résolvons le problème PDG_t par la métaheuristique Recherche Taboue avec marche aléatoire.

4.4.1 Dérroulement de l'algorithme

À l'ouverture de l'enchère ($t = 0$), les enchérisseurs lancent leurs offres, le premier enchérisseur E_1 diffuse son offre S_1 à l'instant t_1 . Elle sera représentée par un $(m + 1)$ -vecteur, où chaque composante a_{1j} , $j = 1 \dots, m$ contient le nombre d'unités demandées de l'article β_j , ainsi que, le prix c_1 de l'offre. L'enchérisseur E_1 sera considéré comme un gagnant temporaire.

À l'instant t_2 , un deuxième enchérisseur E_2 entre en jeu avec l'offre S_2 . Si S_2 n'est pas en conflit avec la première enchère S_1 , l'enchérisseur E_2 sera également un gagnant temporaire. Sinon, si S_2 domine S_1 , alors E_2 remplace E_1 dans la liste des gagnants temporaires.

À partir de ce moment, nous pouvons avoir de nouvelles enchères S_j ou des mises à jour des offres déjà faites auparavant. Le modèle se complète au fur-et-à-mesure jusqu'à la fin de la période d'exercice $t = T$. Chaque événement sera traité d'une manière qui nous empêchera au mieux la résolution combinatoire des problèmes temporaires WDP_t .

Les ingrédients nécessaires à ce procédé algorithmique sont : la métaheuristique Recherche Taboue, et la dominance floue, que nous abordons à la section suivante.

4.4.2 Recherche Taboue avec marche aléatoire (RWTS)

Contrairement à l'algorithme de recherche taboue de base, où la diversification est assurée uniquement par la liste taboue, l'algorithme de Recherche Taboue avec la marche aléatoire consiste à réaliser parfois un mouvement qui n'est plus guidé par la fonction d'évaluation, et constitue alors un diagramme de diversification.

A chaque itération de l'algorithme **RWTS**, une valeur réelle $rw \in [0, 1]$ est générée au hasard. Soit $q \in [0, 1]$ la valeur de seuil, alors, si $rw > q$ l'algorithme sélectionnera le meilleur mouvement, sinon l'algorithme fera un mouvement aléatoire réalisable. L'algorithme **RWTS** peut être décrit comme suit :

Algorithme 4 : Algorithme de Recherche Taboue avec marche aléatoire (RWTS)

Données : $nb - iter$: nombre d'itérations, q : seuil aléatoire;

Résultat : \mathcal{ND} : Ensemble flou de solutions potentiellement non dominées;

Initialisation : Sélectionner une solution initiale x , par l'heuristique gloutonne.

$ND \leftarrow \{x\};$

1 **Début**

2 **Pour** $i = 0$ **To** $nb - iter$ **Faire**

3 Générer une valeur aléatoire $rw \in [0, 1];$

4 **si** $rw \leq q$ **alors**

5 Choisit un mouvement aléatoire autorisé j^* ;

6 **sinon**

7 Choisir le meilleur mouvement autorisé j^* ;

8 **fin**

9 Mettre à jour la liste taboue avec j^* ;

10 Effectuer le déplacement choisi j^* dans x : soit x' la solution obtenue;

11 Mettre à jour l'ensemble des solutions non dominées avec x' ;

12 **Fin**

13 **Fin.**

4.4.3 Relation de dominance floue

La logique floue est introduite par l'automaticien Zadeh [Zadeh 1965] dans les années 60, elle est devenue populaire grâce à ses différentes applications dans plusieurs domaines. Dans les années 90 l'optimisation en fait partie avec les premières utilisations de Sakawa dans le domaine de l'optimisation combinatoire avec ou sans paramètres flous, la programmation en nombres entier et la programmation non linéaire [Sakawa; 1997].

On retrouve ce concept dans plusieurs travaux de ce même auteur, citons : la résolution de problèmes de programmation linéaire, en particulier le problème du sac-à-dos multidimensionnel multiobjectif et le problème job shop multiobjectifs, les problèmes d'optimisation combinatoire avec des paramètres flous. Ce concept est généralisé pour la programmation entière multiobjectif avec des paramètres flous, et la programmation multiobjectif non linéaire avec ou sans paramètres flous.

Un nombre important de travaux dans le domaine de l'électricité utilise également la dominance floue, citons : la résolution d'une planification basée sur un modèle possibiliste de systèmes de distribution électrique [Sahoo; 2011], ou machine de décharge électrique utilisant des stratégies évolutives floues [Khalid; 2011] etc.

La nature multiobjectif de notre modèle de PDG nécessite l'utilisation de la logique floue à deux niveaux de résolution, d'abord, dans la recherche de l'ensemble des solutions Pareto (en raison de sa très grande taille), puis, lors du choix final d'une seule solution à la fin du processus de résolution.

Dominance floue

Dans cette section nous étudions la fuzzification de la relation de dominance de Pareto.

L'intérêt de la fuzzification de front Pareto est de fournir pour chaque paire de vecteurs, une représentation numérique de la dominance.

Définition 4.4.1: [Andersson ; 2002] La dominance floue est calculée une fois les deux conditions suivantes soient vérifiées.

1. La mesure n'est pas symétrique, et entre deux vecteurs u et v , les deux expressions ' u domine v par degré μ_a ' et ' u est dominé par v avec un degré μ_p ' doivent être distinguées.
2. Les degrés de dominance sont dépendants des ensembles et ne peuvent pas être affectés de manière absolue aux vecteurs seuls.

Conséquence 4.4.2: Le système de classification floue pour un ensemble générique de vecteurs S se base sur :

- Le calcul de la valeur de comparaison de chaque paire de vecteurs $\{u, v\}$ comme illustré à la définition 4.4.1 ;
- Puis un tri par ordre de valeurs croissant ou décroissant selon le contexte d'optimisation.

Théorème 4.4.1: [Andersson ; 2002] La fuzzification de la relation de dominance de Pareto peut être écrite comme suit :

Un vecteur u domine un vecteur v par degré μ_a (Dominance active) avec la valeur

$$\mu_a(u, v) = \frac{\prod_i \min(u_i, v_i)}{\prod_i u_i} \quad (4.3)$$

et ce vecteur u est dominée par le vecteur v avec degré μ_p (Dominance passive)

$$\mu_p(u, v) = \frac{\prod_i \min(u_i, v_i)}{\prod_i v_i} \quad (4.4)$$

Conséquence 4.4.3: Par conséquent, nous avons alors :

$$\begin{cases} \mu_a(u, v) = 1, & \text{si } u \text{ Pareto-domine } v; \\ \mu_p(u, v) = 1, & \text{si } v \text{ Pareto-domine } u; \\ \mu_a(u, v) < 1, & \text{autrement.} \end{cases}$$

La figure 4.2 illustre par un exemple numérique la dominance de Pareto floue, on considère ici deux vecteurs u et v . Notez bien que lorsque nous calculons μ , si pour un indice i on a $u_i = 0$ et/ou $v_i = 0$, alors ces valeurs seront exclus de produits dans le numérateur et le dénominateur.

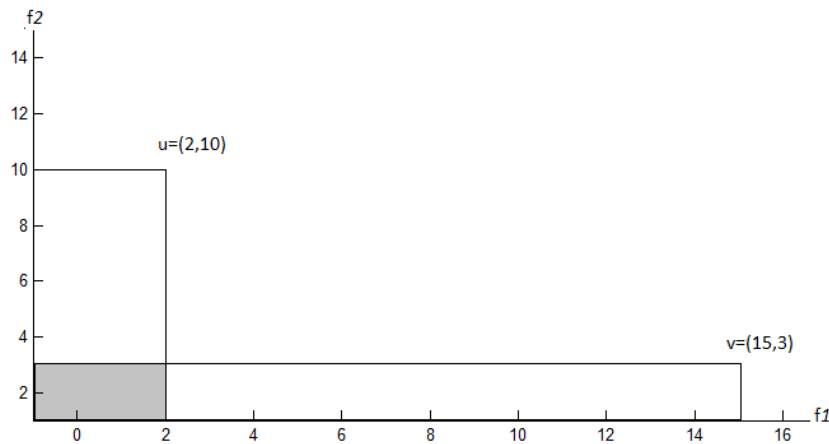


FIGURE 4.1 – Dominance floue entre u et v

Ici, u domine v par degré $\frac{2 \times 3}{2 \times 10} = 0,3$ et est dominé par v par le degré $\frac{2 \times 3}{3 \times 15} = 0,13$.

4.4.4 CAP-algorithme floue multiobjectif (FM-CAP)

Cet algorithme donne la possibilité à l'enchérisseur de mettre-à-jour son offre en modifiant uniquement le prix.

Ces étapes sont données par :

Algorithme 5 : FM-CAP dynamique algorithme [Asli 2019]

Données : T, β ;

Résultat : Ensemble \mathcal{ND} de gagnants potentiellement non dominés ;

```

1  début
2      Tant que  $t < T$  Faire
3          Générer un nouvel événement;
4          si  $event = \text{Nouvelle offre}$  alors
5               $size(CAP_t) = size(CAP_{prev(t)}) + 1$ ;
6              si  $\text{Pas de conflit}$  alors
7                  Mettre à jour  $LTG_t$ ;
8              sinon
9                  Résoudre  $CAP_t$  par l'algorithme RWTS floue;
10             fin
11             sinon
12                 Event = mise à jour d'une offre ;
13                 si  $\text{Conflit entre les soumissions}$  alors
14                     Résoudre  $CAP_t$  par l'algorithme RWTS floue;
15                 sinon
16                     Mettre à jour  $LTG_t$ ;
17                 fin
18             fin
19         fin;
20
21 fin
```

4.5 Exemple didactique

Cet exemple didactique (numérique) est conçu dans le but de mieux comprendre le comportement du modèle WDP_t , ainsi que son algorithme de résolution.

Un ensemble d'articles de trois produits, inclu pour chacun les quantités données dans le vecteur $\beta = (10, 7, 9)$, est mis en vente en enchère durant une période d'exercice $T = 10$ unités de temps.

Durant cette période, quatre enchérisseurs participent à cette enchère. Ils expriment leurs offres en fonction des quantités d'articles qu'ils désirent, et les prix correspondants. Ils mettent à jour leurs offres selon l'état de l'enchère, ainsi que, la liste des gagnants temporaires.

La progression de l'opération est indiquée dans le tableau 4.1.



TABLE 4.1 – Tableau des étapes illustratives de l’algorithme *FM – CAP*

Instant	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	β
Soumissionnaires	E_1	E_2	E_3	E_1	E_4	E_5	E_2	E_5	E_2	fin	10
a_{ij}	2 3 5	5 3 0	3 3 3		2 1 1	1 0 2					7
c_i	15	20	24	21	18	13	23	20	25		9
Event	nouvelle offre	nouvelle offre	nouvelle offre	mise à jour	nouvelle offre	nouvelle offre	mise à jour	mise à jour	mise à jour		
Etat de l'enchère	pas de conflit	pas de conflit	conflit	conflit	conflit	conflit	conflit	conflit	conflit		
Ensemble de soumissionnaires non en conflit	E_1	(E_1, E_2)	(E_1, E_2) (E_1, E_3) (E_2, E_3)	(E_1, E_2) (E_1, E_2) (E_2, E_3)	(E_1, E_2, E_4) (E_1, E_3, E_4) (E_2, E_3, E_4)	(E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_5) (E_1, E_3, E_5) (E_1, E_3, E_4) (E_2, E_5, E_4)	(E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4)	(E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4)	(E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4) (E_1, E_2, E_4) (E_2, E_3, E_4)		
Z_i	(15) (10)	(35) (18)	(35) (18) (39) (19) (44) (17)	(41) (18) (45) (19) (44) (17)	(59) (22) (65) (23) (62) (21)	(39) (22) (34) (21) (65) (23) (62) (21) (36) (22) (64) (15) (23)	(62) (22) (37) (21) (65) (23) (62) (21) (38) (22) (64) (15) (21)	(62) (22) (64) (21) (63) (23) (61) (91) (65) (23) (62) (21) (15) (22)	(64) (22) (66) (21) (65) (23) (97) (21) (65) (23) (62) (21) (19) (21)		
Z Choisit	(15) (10)	(35) (18)	(44) (17)	(45) (19)	(63) (23)	(23)	(21)	(22)	(21)	Gangant final	
Liste Temporaire des gagnants	E_1	E_1, E_2	E_3, E_2	E_1, E_3	E_1, E_3, E_4	E_1, E_3, E_4	E_2, E_3, E_4	E_1, E_3, E_5	E_2, E_3, E_4	E_2, E_3, E_4	E_2, E_3, E_4

4.5.1 Discussion

À l'instant t_1 le premier enchérisseur E_1 lance sa première offre sous forme de vecteur $a_{1j} = (2, 3, 5)$ pour un prix de $c_1 = 15$. Il sera un gagnant temporaire.

$$PDG_{t_1} \left\{ \begin{array}{l} f_t^1(x) = \max \quad 15x_1 \\ f_t^2(x) = \max \quad 2x_1 + 3x_1 + 5x_1 \\ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} x_1 \leq \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \\ x_1 \in \{0, 1\} \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Une nouvelle enchère est effectuée à l'instant t_2 par l'enchérisseur E_2 contenant $a_{2j} = (5, 3, 0)$ avec $c_2 = 20$. Cette offre ne présente aucun conflit avec E_1 , donc E_2 sera également un gagnant temporaire.

$$PDG_{t_2} \left\{ \begin{array}{l} f_t^1(x) = \max \quad (15, 20) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ f_t^2(x) = \max \quad (2, 5) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + (3, 3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + (5, 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \\ x \in \{0, 1\}^2 \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Aucun changement de la liste des gagnants temporaire jusqu'à t_3 , quand E_3 entre en jeu avec son offre $a_{3j} = (3, 3, 3)$ et $c_3 = 24$, Cette offre crée un conflit avec E_1 et E_2 .

$$PDG_{t_3} \left\{ \begin{array}{l} f_t^1(x) = \max \quad (15, 20, 24) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \\ f_t^2(x) = \max \quad (2, 5, 3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + (3, 3, 3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + (5, 0, 3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \\ x \in \{0, 1\}^3 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Après avoir comparé entre (E_3, E_1) , (E_3, E_2) et (E_2, E_1) , le couple $\{E_3, E_2\}$ a la plus grande évaluation et domine E_1 . Donc E_3 et E_2 deviennent des nouveaux gagnants temporaires.

E_1 réagit en mettant à jour son prix à $c_1 = 21$ à l'instant t_4 et le même processus à t_3 est fait, E_1 rejoint E_3 en tant que gagnant temporaire. La vente aux enchères se poursuit par l'application de l'algorithme $FM - CAP$ jusqu'à $t = 10$ unité de temps. A ce moment l'enchère s'arrête et les gagnants temporaires deviennent finaux.

4.6 Expérimentation numérique

Afin d'évaluer l'efficacité du mécanisme de dominance floue, nous procédons dans cette partie numérique, à la mise en oeuvre de ce dernier en l'implémentant avec la métaheuristique Recherche Taboue.

Ensuite, une série de problèmes tests de PDG bi-objectif dynamique de différentes tailles sera généré, cela dans l'objectif d'évaluer la performance de ce dernier.

Des comparaisons entre la dominance floue et celle de Pareto implémentées sur la même métaheuristique Recherche Taboue, et exécutées sur les mêmes données seront conçues. Ces comparaisons se basent sur le temps Cpu, la taille de l'ensemble efficace, ainsi que la métrique d'hypervolume que nous définissons ci-après.

4.6.1 Hypervolume

Cette métrique a été introduite par Zitzler pour calculer un volume approximatif sous la courbe formé par les points de l'ensemble évalué. Ainsi, lorsque le problème a deux critères, ce calcul est le calcul d'une surface. Lorsque le problème a trois critères, la valeur calculée est un volume, etc. La définition suivante est présentée dans [Zitzler 1999].

Définition 4.6.1: Soit $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subseteq X$ un sous-ensemble de n éléments.

La fonction H appelée hypervolume, calcule le volume délimité par l'union de tous les polytopes p_1, p_2, \dots, p_n , où chaque polytope p_i est formé par l'intersection d'hyperplans de x_i par rapport aux axes de coordonnées : (pour chaque axe de l'espace objectif, il y a un hyperplan perpendiculaire à l'axe et passant par le point $(f_1(x_i), f_2(x_i), \dots, f_k(x_i))$).

Pour le cas bidimensionnel, chaque p_i représente le rectangle défini par les points de coordonnées $(0, 0)$ et $(f_1(x_i), f_2(x_i))$.

Nottons bien que dans le cas de problèmes de minimisation où l'on cherche à minimiser les valeurs des objectifs et où les surfaces de compromis ont le même nombre de points, plus la valeur de l'hypervolume est faible, meilleure est la surface de compromis.

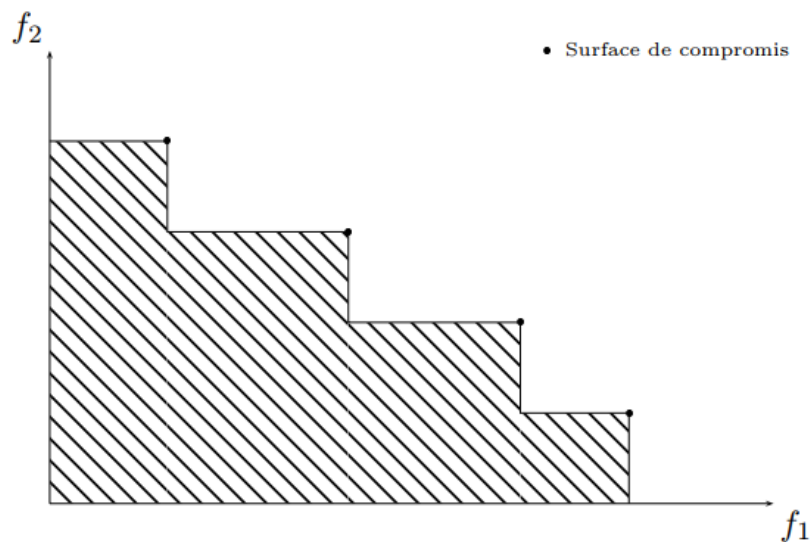


FIGURE 4.2 – Calcul d'hypervolume d'une surface de compromis.

4.6.2 Résultats

Nous avons mis en oeuvre nos programmes sur des problèmes tests conçus pour reproduire certains comportements naturels des soumissionnaires, tels que :

- Demande individuelle forte ;
- Demande moyenne équilibrée entre tous les soumissionnaires ;
- Demande faible.

Chaque instance du problème est simulé sur la base d'une distribution normale, d'écart-type fixe σ et moyenne λ qui varie de 0 à $\min \beta_i$ selon le cas : une moyenne élevée pour les demandes conséquentes, une moyenne faible pour des demandes de petites cardinalités et enfin une moyenne pour des applications ordinaires.

Ces exécutions sont effectuées sur une machine de caractéristiques : Windows 7-64 bits, Intel (R) Core (TM) i3-2377M Cpu 1,50 GHz, Ram 4,00 Go.

Paramétrage

Afin de paramétrer la méthode Taboue, une série d'exécutions est implémentée pour voir l'influence de la marche aléatoire sur la méthode de Recherche Taboue. Ceci est fait en faisant varier le paramètre W par un pas de 0.1 à chaque étape dans la plage $[0.1, 0.9]$ pour un nombre fixe d'étapes (200).

L'instance $Ca2 - 50 - 8$ du WDP_t est sélectionnée pour ce test. Pour chaque exécution, la taille de l'ensemble de solutions efficaces est enregistrée.

Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau 4.2 et la Figure 4.3 :

TABLE 4.2 – L'influence de la marche aléatoire sur la méthode recherche taboue

RW	Cpu(m-seconde)		Taille de l'ensemble efficace		Hypervolume	
	Fuzzy Tabou	Pareto Tabou	Fuzzy T.	Pareto T.	Fuzzy T.	Pareto T.
0,1	4.132309	4.169697	6	2	737962	541099
0,2	4.247215	4.246543	4	2	672244	423298
0,3	4.229345	4.235883	4	1	886936	302176
0,4	4.273540	4.171221	4	3	751377	617758
0,5	4.170811	4.097720	4	1	580488	234030
0,6	4.270917	4.112718	4	1	884720	281428
0,7	4.066521	4.058711	3	2	658009	614712
0,8	4.032938	4.092391	2	1	878968	263980
0,9	4.076117	4.064959	2	1	808981	221234

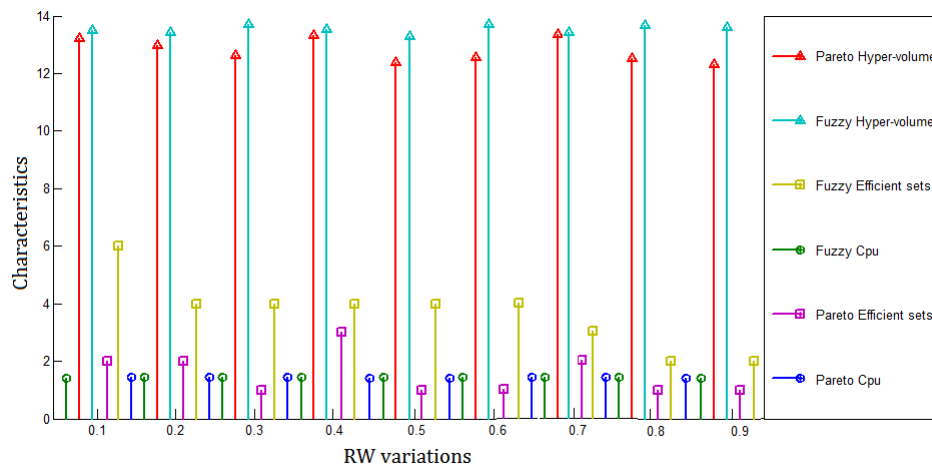


FIGURE 4.3 – Influence de la marche aléatoire.

Résultats

La table 4.3 montre les résultats d'influences entre le nombre d'itérations et le temps Cpu, l'ensemble efficace et hypervolume, ainsi que, les influences entre, l'hypervolume/ensemble efficace, Cpu/ensemble efficace et Cpu/hypervolume. L'instance du problème test *Ca2 – 50 – 8* a également été sélectionnée pour cette étude.

Les résultats des paramètres d'influence et la comparaison entre les deux mécanismes sont représentés par la Figure 4.4.

Après avoir examiné les résultats de ces implémentations, nous notons que :

- Le seuil de la marche aléatoire influence directement la taille de l'ensemble efficace, ainsi que l'hypervolume.
- Le temps Cpu, l'hypervolume, et la taille de l'ensemble efficace augmentent proportionnellement avec l'augmentation du nombre d'itérations.
- L'hypervolume de chaque exécution est proportionnel à la taille de l'ensemble efficace.

TABLE 4.3 – Influences (Nombre d'itérations, Cpu , Hypervolume, Ensemble efficace)

Nombre d'itération	Fuzzy/Pareto	Cpu(m-seconde)	Taille de l'ensemble efficace	Hypervolume
50	Pareto Ts	1.087582	1	219392
	Fuzzy Ts	1.184999	2	579561
100	Pareto Ts	2.152525	2	795668
	Fuzzy Ts	2.311846	4	838457
150	Pareto Ts	3.170974	2	570505
	Fuzzy Ts	3.240528	4	636415
200	Pareto Ts	4.347353	1	261300
	Fuzzy Ts	4.226346	3	446406
250	Pareto Ts	5.476409	1	258180
	Fuzzy Ts	5.535162	3	888463
300	Pareto Ts	6.296518	1	246132
	Fuzzy Ts	6.437656	4	748126
350	Pareto Ts	7.096277	4	509700
	Fuzzy Ts	7.096271	7	744711
400	Pareto Ts	8.405027	1	268268
	Fuzzy Ts	8.523825	2	644447
450	Pareto Ts	9.804638	1	654001
	Fuzzy Ts	9.504429	2	293664
500	Pareto Ts	10.113463	2	715776
	Fuzzy	10.339936	4	733502

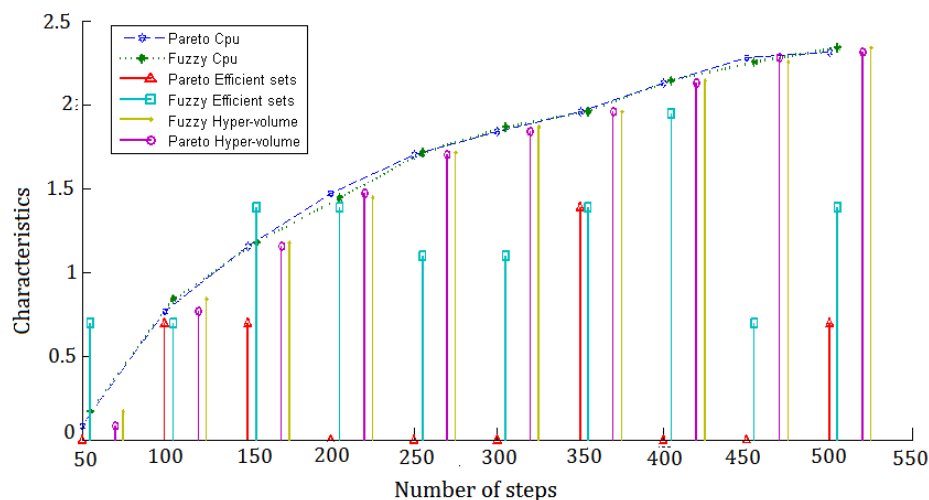


FIGURE 4.4 – Influence du Nombre d'itérations.

Résultats des grandes instances

La table 4.4 contient les résultats de la mise en oeuvre sur machine pour des instances du problème (B-CAP) contenant entre 3 et 12 contraintes, et entre 5 à 500 variables pour une valeur fixe de la marche aléatoire 0, 3.

Vue la nature heuristique de la méthode Taboué, plusieurs exécutions pour chaque mécanisme sont nécessaires, et le meilleur résultat est choisi. Les deux ensembles de solutions efficaces obtenus par les deux mécanismes seront testés et comparés par la métrique d'hypervolume.

TABLE 4.4 – Résultats numériques

Temps/Metriques Instances	Nombre de itérations	Temps de résolution		Hypervolume		Taille d'ensemble efficace	
		Fuzzy TS	Pareto TS	F. TS	P. TS	F. TS	P. TS
2ca5-2	20	0.497525	0.515229	2783	2783	1	1
2ca5-3	20	0.498827	0.500535	5936	5936	1	1
2ca5-4	20	0.528300	0.476851	43014	43014	2	2
2ca8-2	50	1.145255	1.130748	56416	39791	4	3
2ca8-4	50	1.182007	1.191154	33200	31501	2	2
2ca8-5	50	1.126479	1.060983	36280	35185	3	2
2ca10-2	70	1.574336	1.481346	55752	49189	3	4
2ca10-4	70	1.570095	1.763708	54868	15456	3	1
2ca10-5	70	1.742172	1.670500	58836	36629	2	3
2ca20-4	100	2.376816	2.304323	1924857	1587861	6	3
2ca20-5	100	2.394490	2.453457	5174121	3325273	2	2
2ca20-7	100	2.400410	2.378088	283282	255183	3	2
2ca30-5	140	3.578758	3.669310	934041	220890	2	1
2ca30-6	140	3.648789	3.514757	615184	576925	4	2
2ca30-9	140	3.323080	3.362119	419895	369745	1	1
2ca40-8	200	4.826474	5.044656	543665	516560	4	4
2ca40-10	200	4.804330	4.861535	501430	306574	3	6
2ca40-12	200	5.204353	4.976486	643651	525822	5	2
2ca50-4	250	6.395765	6.673607	525252	499410	1	1
2ca50-6	250	5.851583	5.732624	1249696	430612	3	1
2ca50-8	250	5.842883	5.930319	737242	724584	4	1
2ca80-3	300	7.145285	7.251330	1431490	1428960	1	1
2ca80-6	300	7.025340	7.013142	5663436	2274098	1	1
2ca80-8	300	6.982457	7.117022	2700390	2430981	1	1
2ca100-3	500	12.183902	12.092765	578547	504643	2	1
2ca100-4	600	14.532469	14.582653	228045	219487	3	2
2ca100-8	500	14.658570	15.050283	1316520	975125	2	1
2ca200-4	900	22.591620	22.771622	1.439·10 ⁹	113039791	6	1
2ca200-5	900	22.371261	22.388491	133921324	122955240	2	3
2ca200-7	800	18.297821	18.442591	105233679	15712825	4	2
2ca500-2	1500	31.150984	31.124524	11653664	6164795	5	2
2ca500-3	1500	30.942580	31.213084	1808989	2117837	9	5
2ca500-5	1500	31.168190	31.462098	8010090	7468070	4	3

La figure 4.4 donne lieu à une comparaison des deux méthodes par le biais d'hypervolume, cet indice de performance est utilisé pour comparer les volumes générés par les ensembles de solutions efficaces. Rappelons ici que le critère de comparaison est proportionnellement lié au type d'optimisation. En effet, une valeur d'hypervolume est meilleure que toute autre dans notre cas (maximisation) si et seulement si elle est plus élevée.

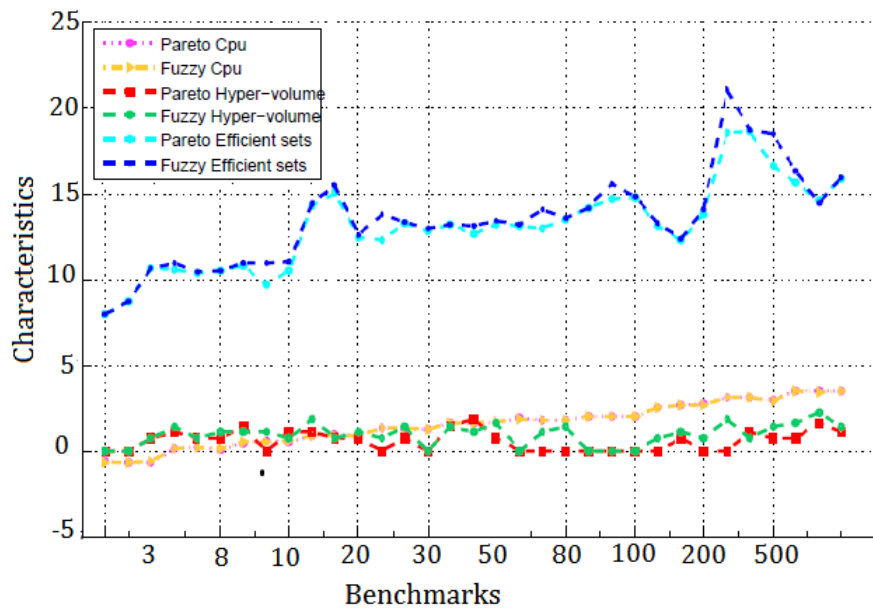


FIGURE 4.5 – Indices de performance.

4.6.3 Analyse des résultats

Les expériences numériques réalisées sur tous les problèmes tests, donnent lieu à des remarques intéressantes, mettant l'accent sur l'efficacité du mécanisme de comparaison floue. Ainsi, il est évident que le temps Cpu n'est pas le seul indice de performance à évaluer sur un processus de résolution multiobjectif. Dans cette partie, nous comparons également les résultats obtenus par l'hypervolume et la taille de l'ensemble efficace.

Dans tous les problèmes testés, nous remarquons une approximation des temps Cpu entre les deux mécanismes, avec une légère supériorité du mécanisme de comparaison floue. Cependant, on observe une supériorité nette du mécanisme flou en termes d'hypervolume et de taille de l'ensemble efficace, pour pratiquement toutes les tailles des problèmes de référence testées.

Cependant, nous notons que la Recherche Tabouée avec la dominance floue obtient les meilleurs scores pour la majorité des issues testées. Sauf pour certains cas, où le temps de Cpu est moins important, mais la qualité du front Pareto généré est également cohérente. Et aussi en général le temps Cpu augmente proportionnellement avec la taille du problème et le nombre d'itérations.

Les hypervolumes obtenus par le processus flou sont significativement plus élevés pour chaque instance du problème, bien que nous notons que, dans certains cas, les tailles des fronts de Pareto obtenus en fonction de la dominance de Pareto sont plus importantes que celles obtenues par le processus flou, mais les hypervolumes correspondants sont moins importants. Cela montre que le nombre de solutions obtenues ne peut pas être déterminant à lui seul pour la qualité du front de Pareto.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de détermination du gagnant dynamique en enchères combinatoires. Pour cela, nous avons développé un nouveau modèle bi-objectif, basé sur le mécanisme d'enchère anglaise qui se construit graduellement au fur-et-à-mesure que les soumissionnaires lancent leurs offres pendant la période d'exercice. Basé sur la logique floue, un procédé algorithmique est développé, et donne la liste des gagnants à tout instant de la période d'exercice.

Une implémentation numérique a été réalisée en mettant en oeuvre les mécanismes développés sur la machine, puis un ensemble de problèmes tests de différentes tailles est conçu et est testé. Une comparaison entre les dominances floue et Pareto est réalisée sur la base de la métrique hypervolume. Les résultats montrent que le mécanisme flou est prometteur.

Conclusion générale

*Il n'y a pas de problèmes qu'on se pose,
Il y a des problèmes qui se posent, il n'y a pas de problèmes résolus,
Il y a des problèmes plus ou moins résolus
** Henri Poincaré ***

LES enchères combinatoires constituent une classe intégrante de l'optimisation combinatoire, ce mode d'échange qui émerge ses racines dans l'antiquité est toujours étudié avec un soin exceptionnel. Leurs différentes utilisations spectaculaires dans le domaine économique et industriel les a rendues très célèbres.

Cette thèse a fait l'objet d'une étude de la problématique liée à la conception et à la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectif. Notre intérêt s'est orienté particulièrement vers les problèmes de type détermination du gagnant en enchères combinatoires.

Plusieurs contributions ont été apportées sous forme de conceptions, de développements et d'implémentations de plusieurs modèles mathématiques et de résolutions algorithmiques.

Initialement, nous avons proposé une nouvelle formulation du problème de détermination du gagnant dans sa version multi-unités à quantités hétérogènes. Cette modélisation est décrite d'une manière dynamique et implémentée sous le mécanisme d'enchère anglaise, une version est issue de cette démarche, à savoir, un modèle bi-objectif dynamique.

L'intérêt majeur de cette formulation est la reproduction mathématique rationaliste des objectifs réalistes et naturels d'une enchère anglaise.

En second lieu, un procédé algorithmique est entamé, pour répondre efficacement au contexte de la résolution dynamique des modèles conçus. Cette démarche assure aux participants, une information imminente et continue sur l'état des enchères, par les résolutions instantanées des problèmes temporaires pendant le temps alloué à l'enchère.

En effet, la contribution principale de ce procédé de résolution est issue de l'analyse approfondie des états momentanés de l'enchère. Les informations obtenues sur des éventuels conflits,

sont utilisées d'une manière intelligente, pour éviter le recours à des résolutions combinatoires gourmandes en termes de calculs.

Le processus de résolution est consolidé par l'application de la métaheuristique Recherche Taboue avec marche aléatoire. Elle intervient essentiellement, pour combler les situations où le niveau de conflit nécessite une résolution combinatoire. Cette méthode est appliquée à la version bi-objectif *2PDG*, et jumelée avec la dominance floue.

Ces concepts sont implémentés sur des données simulées et comparés avec d'autres résultats issus de la même méthode basée sur la dominance Pareto. Les résultats de la dominance floue sont prometteurs, et présentent une certaine supériorité incontournable en termes de temps Cpu, ainsi la qualité du front mesurée à l'aide de la métrique d'hypervolume.

Ces diverses contributions sont toutefois soumises à certaines limites. En considérant les contributions apportées sur le modèle de PDG dynamique et sa résolution, plusieurs points restent encore à approfondir. En effet, bien que très simple, cette modélisation, elle nécessite plus de degrés de libertés à offrir aux participants de l'enchères. Une résolution par des procédés exacts ou hybrides peuvent donner plus de crédibilité à ce genre d'échanges avancés.

Une illustration sur des données réelles pourrait procurer des conclusions plus raffinées sur cette démarche dans un aspect pratique.

A la lumière de ce travail, plusieurs perspectives de recherche se dégagent, que soit sur le plan conception algorithmique, ou résolution multiobjectif :

- La première perspective, concerne l'aspect conception algorithmique où il est très intéressant de généraliser le procédé de résolution en donnant plus de libertés aux participants lors de la mise à jour de leur offres, d'une part, et d'essayer d'incorporer à ce processus, des approches basées sur des hybridations de méthodes exactes d'autre part.
- La deuxième perspective porte sur le contexte de résolution multiobjectif : La dominance floue simple, à implémenter, et efficace en terme de résultats, peut être généralisée à des problèmes de plus de trois objectifs.
- Enfin, la troisième perspective est liée aux dispositions de jugement de l'efficacité du modèle et de l'approche abordée. Ceci passe nécessairement par une implémentation sur le web pour une expérimentation réelle.

Bibliographie

- [A. Newell 1957] J. C. Shaw; H. A. Simon A. Newell. *Empirical explorations of the logic theory machine : a case study in heuristic*. western joint computer conference : Techniques for reliability. ACM., page 218–230, In : Papers presented at the February 26-28, 1957 1957.
- [Aguirre; 2005] H. Aguirre; et K. Tanaka. *Random bit climbers on multiobjective MNK-landscapes : effects of memory and population climbing*. IEICE Trans. Fundam, vol. 88-A(1), pages 334–345, 2005.
- [Andersson; 2002] A. Andersson; et M. Tenhunen; F. Ygge. *Integer Programming for Combinatorial Auction Winner Determination*. IEEE, pages 39–46, 6 August 2002.
- [Angel; 2004] E. Angel; et E. Bampis; L. Gourvés. *A dynasearch neighborhood for the bi-criteria traveling salesman problem*. Metaheuristics for Multiobjective Optimisation. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 535, pages 153–176, 2004.
- [Asli 2010] L. Asli et M. Aïder. *Approche hybride pour les problèmes d'optimisation combinatoires multiobjectif : cas des problèmes de type sac-à-dos*. Thèse de magister, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Faculté des Mathématiques, Alger, Algérie, Numéro d'ordre : 11/2010/M/M, juin 2010.
- [Asli 2011] L. Asli et M. Aïder. *Approche hybride pour les problèmes d'optimisation combinatoire multiobjectifs : cas des problèmes de type sac à dos*. In LAROMAD-ASID, editeur, JSLAROMAD'11, pages 16–18, Tizi Ouzou Algeria, 28-30 novembre 2011. LAROMAD.
- [Asli 2012a] L. Asli et M. Aïder. *Problème de Détermination du Gagnant dynamique : modèle mathématique et approche de résolution*. In Mohand-Saïd Hacid, editeur, COSI'12, volume 09, pages 371–383, Telemcen Algeria, 12-15 Mai 2012. Université Abou Bekr Belkaïd-Tlemcen.
- [Asli 2012b] L. Asli et M. Aïder. *Tabu Search algorithm using fuzzy dominance to solve the Multi-objective knapsack problem*. In E-G Talbi, editeur, META'2012, pages 27–31, Sousse port El-Kantaoui Tunisie, October 2012. Meta.
- [Asli 2013] L. Asli et M. Aïder. *Une méthode hybride pour le problème du sac à dos multi-objectif*. In ROADEF'13. ROADEF, France, 2013.

- [Asli 2014a] L. Asli et M. Aïder. *Dynamic Combinatorial Auction Problem solved by hybrid metaheuristic based on fuzzy dominance relation*. In META'2014, Merrakeck Maroc, October 27-31 2014. META.
- [Asli 2014b] L. Asli et M. Aïder. *Le Problème d'Enchère Combinatoire Dynamique Résolue par une Hybridation de Meta-heuristiques basée sur la dominance Floue*. In JGo14, volume 1. LAROMAD USTHB, 2014.
- [Asli 2017a] L. Asli et M. Aïder. *Modeling And Solving A Dynamic Winner Determination Problem Under Three Real Objectives*. In kamel Boukhetala et Taekyun KIM, editeurs, 30th International Conference of The Jangjeon Mathematical Society, volume 30 of ICJMS'2017, pages 113–116, Alger Algeria, July, 12th – 15th 2017. USTHB, Faculty of Mathematics.
- [Asli 2017b] L. Asli et M. Aïder. *Resolving a dynamic winner determination problem (WDP) by dynamic programming*. In Mustafa Bayram ; Aydin Secer ; Faruk Ucar ; Bulent Yilmaz, editeur, International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling, ICAAMM17, page 33, Istanbul Turkey, July 3-7 2017. Gelisim universitesi.
- [Asli 2019] L. Asli et M. Aïder ; El-Ghazali Talbi. *Solving a dynamic combinatorial auctions problem by a hybrid metaheuristic based on a fuzzy dominance relation*. EDP sciences, RAIRO-Oper. Res, (2019), vol. 53, no. 1, pages 207–221, Published online :14 February 2019.
- [Barichard 2003] V. Barichard. *Approches hybrides pour les problemes multiobjectifs*. Phd thesis, Ecole Doctorale d'Angers, Novembre 2003.
- [Basseur ; 2002] M. Basseur ; et F. Seynhaeve ; E-G. Talbi. *Design of multiobjective evolutionary algorithm : application to the flowshop scheduling problem*. In Congress on Evolutionary Computation (CEC'02), IEEE Press, pages 1151 – 1156, 2002.
- [Basseur 2005] M. Basseur. *Conception D'algorithmes Coopératifs Pour L'optimisation Multiobjectif : Application Aux Problèmes D'ordonnancement De Type Flow-Shop*. Phd thesis, Université des sciences et technologies de Lille U.F.R, I.E.E.A, 2005.
- [Bonomi 1988] E. Bonomi et J-L. Lutton. *Le recuit simulé, pour la science*. number 129, pages 68-77, July 1988.
- [Boughaci ; 2009] D. Boughaci ; et B. Benhamou ; H. Drias. *Memetic Algorithms for the Optimal Winner Determination Problems in Combinatorial Auctions*. Journal of Soft Computing, vol. 13, no. 8, page 905, 2009.
- [Boughaci 2010a] D. Boughaci. *A Differential Evolution Algorithm for the Winner Determination Problem in Combinatorial Auctions*. Electronic Notes in Discrete Mathematics, vol. 36, page 535–542, 2010.
- [Boughaci ; 2010b] D. Boughaci ; et B. Benhamou ; H. Drias. *Local Search Methods for the Optimal Winner Determination Problem in Combinatorial Auctions*. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, vol. 9, no. 2, pages 165–180, 2010.

- [Branke ; 2005] J. Branke ; et K. Deb ; K. Miettinen ; R-E. Steuer, editeurs. Practical approaches to multi-objective optimization, 7-12 november 2004, volume 04461 of *Dagstuhl Seminar Proceedings*. Internationales Begegnungs-und Forschungszentrum (IBFI), Schloss Dagstuhl, Germany IBFI, Schloss Dagstuhl, Germany, 2005.
- [Buer 2010] T. Buer et G. Pankratz. *Solving a Bi-Objective Winner Determination Problem in a Transportation Procurement Auction*. Logistics Research, vol. 2, no. 439, pages 65–78, 2010.
- [Buer 2014] T. Buer et H. Kopfer. *A Pareto-metaheuristic for a bi-objective winner determination problem in a combinatorial reverse auction*. Computers & Operations Research, Elsevier, vol. 41, pages 208–220, January 2014.
- [Burke ; 2007] E-K. Burke ; et B. McCollum ; A. Meisels ; S. Petrovic ; R. Qu. *A graph-based hyper-heuristic for educational timetabling problems*. European Journal of Operational Research, vol. 176(1), pages 177–192, 2007.
- [Capitanescu ; 2017] F. Capitanescu ; et A. Marvuglia ; E. Benetto ; A. Ahmadi ; L. Tiruta-Barna. *Linear programming-based directed local search for expensive multiobjective optimization problems : Application to drinking water production plants*. European Journal of Operational Research, vol. 262 Issue 1, pages 322–334, 1 October 2017.
- [Carraway ; 1990] R-L. Carraway ; et T-L. Morin ; H. Moskowitz. *Generalized dynamic programming for multicriteria optimization*. European Journal of Operational Research, vol. 44, pages 95–104, 1990.
- [Cassady 1967] R. Cassady. Auctions and auctionnering. Peter-keep, University of california press berkeley los Angeles London, peter keep édition, 1967.
- [Chakraborty ; 2016] D. Chakraborty ; et D. Guha ; B. Dutta. *Multiobjective optimization problem under fuzzy rule constraints using particle swarm optimization*. Soft Computing, vol. Issue 6 20, pages 2245–2259, June 2016.
- [Chen ; 2015] B. Chen ; et W. Zeng ; Y. Lin ; D. Zhang. *A New Local Search-Based Multiobjective Optimization Algorithm*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 19, no. Issue : 1, pages 50–73, Feb 2015.
- [Collette 2002] Y. Collette et P. Siarry. Optimisation multiobjectif. Numéro 1. Eyrolles, 61 Bld Saint-Germain 75240 Paris Cedex 05, groupe eyrolles édition, 2002.
- [Cramton ; 2006] P. Cramton ; et Y. Shoham ; R. Steinberg. Combinatorial auctions. MIT Press, mit press boston édition, 2006.
- [De 2011] P-K. De et B. Yadav. *An Algorithm to Solve MultiObjective Assignment Problem Using Interactive Fuzzy Goal Programming Approach*. Int. J. Contemp. Math. Sciences, vol. 6, no. 34, pages 1651–1662, 2011.
- [DEB 2001] K. DEB. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester, New York : John Wiley, multiobjective optimization édition, 2001.

- [Dorigo; 1996] M. Dorigo; et V. Mariezzo; A. Colorni. *The Ant system : optimization by a colony of cooperating agents*. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics part B, vol. 26, no. 1, pages 1–13, 1996.
- [Dumitrescu 2003] I. Dumitrescu et T. Stützle. *Combinations of local search and exact algorithms*. Lecture notes in computer science, vol. 2611, pages 211–223, 15 April 2003.
- [E. A. Feigenbaum 1963] J. Feldman E. A. Feigenbaum. *Computers and Thought*. McGraw-Hill, Inc, New York, NY, USA, 1963.
- [Edgeworth 1881] F-Y. Edgeworth. *Mathematical physics*. London, England, p. keagan édition, 1881.
- [Ehrgott 2000] M. Ehrgott et X. Gandibleux. *A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization*. OR Spektrum, vol. 22, pages 425–460, 2000.
- [Ehrgott 2005] M. Ehrgott. *Multicriteria optimization*, volume Second edition. Springer, Berlin Heidelberg New York, springerlink édition, March 2005.
- [Flipo 2005] C-D. Flipo. *Optimisation combinatoire multiobjectif : Apport des méthodes coopératives et contribution à l'extraction de connaissances*. Thèse HDR, Université des sciences et technologies de Lille, Octobre 2005.
- [Gagne 2004] C. Gagne et M. Gravel. *optimisation multi-objectifs à l'aide d'un algorithme de colonie de fourmis*. In INFOR, editeur, Département d'informatique et de mathématique université du Québec, volume 42, WILSON L. Price Faculte des Sciences de l'administration. Université Lavalife-Foy, Quebec. Canada, 2004. INFOR Journal.
- [Garg 2014] R. Garg et A-K. Singh. *Multiobjective workflow grid scheduling using efuzzy dominance sort based discrete particle swarm optimization*. Springer Science Business Media, J Supercomput, vol. 68, pages 709–732, 2014.
- [Glover 1990] F. Glover. *Artificial intelligence, heuristic frameworks and tabu search*. Managerial and decision economics, vol. 11, pages 365–375, 1990.
- [Hansen 1997] M.P. Hansen et A. Jaskiewicz. *Evaluating the utility of approximations of non dominated set*. Univ of denmark, IMM Tech, 1997.
- [Hattori; 2001] H. Hattori; et M. Yokoo; Y. Sakurai; T. Shintani. *A Dynamic Programming Model for Determining Bidding Strategies in Sequential Auctions : Quasi-linear Utility and Budget Constraints*. In Proceedings of the Twentieth International Conference on Distributed Computing Systems (ICDCS-2000), pages 146–153, 2001.
- [Holland 2004] A. Holland et B. O'sullivan. *Towards Fast Vickrey Pricing using Constraint Programming*. Artificial Intelligence Review, vol. 21, pages 335–352, June 2004. no 3-4.
- [Inja; 2014] M. Inja; et C. Kooijman; M. de Waard; D-M. Roijers; S. Whiteson. *Queued Pareto Local Search for Multi-Objective Optimization*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 8672, pages 589–599, 2014.

- [Ke; 2014] L. Ke; et Q. Zhang; R. Battiti. *Hybridization of Decomposition and Local Search for Multiobjective Optimization*. IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 44, no. Issue : 10, pages 1808–1820, Oct 2014.
- [Khalid; 2011] N-E-A. Khalid; et N-A. Bakar; F-Sh. Ismail; N-S-M. Dout. *Multiobjective optimization using Fuzzy Evolutionary Strategies Optimization*. International Journal Of Systems Applications Engineering & Development, vol. 5, 2011. Issue 6.
- [Khanpour 2008] S. Khanpour et A. Movaghar. *Design and Implementation of Optimal Winner Determination Algorithm in Combinatorial eAuctions*. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Computer and Information Engineering, vol. 2, no. 8, pages 2736–2739, 2008.
- [Kim; 2014] H. Kim; et M-S. Liou. *Adaptive directional local search strategy for hybrid evolutionary multiobjective optimization*. Applied Soft Computing, vol. 19, pages 290–311, June 2014.
- [Knowles; 2000] J-D. Knowles; et D. Corne. *Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy*. Evol. Comput, vol. 8(2), pages 149–172, 2000.
- [Knowles 2002] J-D. Knowles et D-W. Corne. *On metrics for comparing non-dominated sets*. In congress on Evolutinnary computation (CEC'02), pages 711–716, 2002.
- [Köppen; 2005] M. Köppen; et R. Vicente-Garcia; B. Nickolay. *Fuzzy-Pareto-Dominance and its Application in Evolutionary MultiObjective Optimization*. series Lecture Notes in Computer Science, vol. 3410, pages 399–412, 2005. 978-3-540-31880-4.
- [Lemesre 2006] J. Lemesre. *Méthodes exactes pour l'optimisation combinatoire multi-objectif : conception et aplication*. PhD thesis, UFR, D'IEEA, 2006.
- [Leskelä 2009] R-L. Leskelä. *Bidder Support In Iterative Multiple-Unit Combinatorial Auctions*. PhD thesis, Helsinki University of Technology, Department of Industrial Engineering and Management, November 2009. Finland.
- [Levin 2014] J. Levin et A. Skrzypacz. *Are Dynamic Vickrey Auctions Practical? : Properties of the Combinatorial Clock Auction*. IDEAS, no. 14-002, September 2014.
- [Leyton-Brown; 2000] K. Leyton-Brown; et M. Tennenholtz; Y. Shoham. *An Algorithm for Multi-Unit Combinatorial Auctions*. In ISMP, editeur, The 17th National Conference on Artificial Intelligence, Bilbao, Atlanta, 2000. Austin, Games-2000.
- [Li; 2015] X. Li; et M. Li. *Multiobjective Local Search Algorithm-Based Decomposition for Multiobjective Permutation Flow Shop Scheduling Problem*. IEEE Transactions on Engineering Management, vol. 62, no. Issue : 4, pages 544–557, August 2015.
- [Liefoghe; 2012] A. Liefoghe; et J. Humeau; S. Mesmoudi; L. Jourdan; E-G. Talbi. *On dominance-based multiobjective local search : design, implementation and experimental analysis on scheduling and traveling salesman problems*. J Heuristics, vol. 18, pages 317–352, 2012.

- [M. Mason 1994] R. Hal M. Mason K. Jeffrey ; Varian. *Generalized Vickrey Auctions*. National Science Foundation Grants SES-8800114 and SES-9122240, 07 1994.
- [Merlot 2009] R. Qu ; E-K. Burke ; B. McCollum ; L-TG. Merlot et S-Y. Lee. *A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling*. Journal of scheduling, vol. 12(1), pages 55–89, 2009.
- [Miettinen 1998] K. Miettinen et M. Mäkelä. *Proper pareto Optimality in Non convex Problems, characterization with Tangent and Normal Cones, Technical report*. Jyväskylä University, November 1998.
- [Miettinen 1999] K-M. Miettinen. *Nonlinear multiobjective optimization*. Academic publisher, editions kluwer édition, 1999.
- [Milgrom 1989] P. Milgrom. *Auction and Bidding : A primer*. Journal of economic perspectives, vol. 3, no. 3, pages 3–22, 1989.
- [Moalic ; 2013] L. Moalic ; et A. Caminada ; S. Lamrous. *Neutral but a Winner! How Neutrality Helps Multiobjective Local Search Algorithms*. Lecture Notes in Computer Science, vol. 7997, pages 294–298, November 2013.
- [Myerson 1981] R-B. Myerson. *Optimal Auction Design*. Mathematics of Operation Research, pages 58–73, February 1981.
- [Nasir ; 2011] M. Nasir ; et A-K. Mondal ; S. Sengupta ; S. Das ; A. Abraham. *An improved Multiobjective Evolutionary Algorithm based on decomposition with fuzzy dominance*. In IEEE Congress, editeur, Evolutionary Computation (CEC), New Orleans, LA, USA, July 2011. IEEE.
- [Nisan 2000] N. Nisan. *Bidding and allocation in combinatorial auctions*. In ACM SIGecom, editeur, ACM Conference on Electronic Commerce (EC-00), In Proceedings of the ACM, pages 1–12, Minneapolis, October 2000. ACM Press. SBN : 1-58113-272-7.
- [Othmani 1998] I. Othmani. *Optimisation multicritère : Fondements et Concepts*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble, Mai 1998.
- [Paquete ; 2004] L. Paquete ; et M. Chiarandini ; T. Stützle. *Pareto local optimum sets in the biobjective traveling salesman problem : an experimental study*. Metaheuristics for Multiobjective Optimisation. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 535, pages 177–199, 2004.
- [Pareto 1896] V. Pareto. *Cours d'économie politique, volume I and II*. Lausanne, f. rouge édition, 1896.
- [Przybylski ; 2004] A. Przybylski ; et X. Gandibleux ; M. Ehrgott. *Seek and cut algorithm computing minimal and maximal complete efficient solution sets for the biobjective assignment problem*. In 6th Int Multi-Objective Programming and Goal Programming conf (MOPGP'04), 2004.
- [Puchinger 2005] J. Puchinger et G-R. Raidl. *Combining Metaheuristics and Exact Algorithms in Combinatorial Optimization : A Survey and Classification*. IWINAC : Internatio-

- nal Work-Conference on the Interplay Between Natural and Artificial Computation, vol. 3562, pages 41–53, 2005.
- [Rassenti ; 1982] S-J. Rassenti ; et V-L. Smith ; R-L. Bulfin. *A Combinatorial Auction Mechanism for Airport Time Slot Allocation*. The Bell Journal of Economics, vol. 13, no. 2, pages 402–417, 1982.
- [Razmia ; 2016] J. Razmia ; et E. Jafarian ; S. Hassanzadeh-Amin. *An intuitionistic fuzzy goal programming approach for finding pareto-optimal solutions to multiobjective programming problems*. Expert Systems with Applications, vol. 65, pages 181–193, 15 December 2016.
- [RekikEmail 2012] M. RekikEmail et S. Mellouli. *Reputation-based winner determination problem for combinatorial transportation procurement auctions*. Journal of the Operational Research Society, vol. 63, no. 10, pages 1400–1409, October 2012.
- [Remez 1986] C. Remez. *L'intelligence dévoilée ou la logique floue*. Micro-systèmes, Mai 1986.
- [Riley 1981] J-G. Riley et W-F. Samuelson. *Optimal auctions*. The American Economic Review, vol. 71, no. 3, pages 381–391, Jun 1981.
- [Ross 2005] P. Ross. Search methodologies introductory tutorials in optimization and decision support techniques, chapitre Hyper-Heuristics, pages 527–554. Edmund K. Burke And G. Kendall. Springer Science-i-Business Media, LLC, springer édition, 2005.
- [R.Zhang ; 2016] R.Zhang ; et R. Chiong. *Solving the energy-efficient job shop scheduling problem : a multiobjective genetic algorithm with enhanced local search for minimizing the total weighted tardiness and total energy consumption*. Journal of Cleaner Production, vol. 112, no. Part 4, pages 3361–3375, January 2016.
- [Saborido ; 2016] R. Saborido ; et Ana B.Ruiz ; J. D.Bermúdez ; E. Vercher ; M. Luque. *Evolutionary multiobjective optimization algorithms for fuzzy portfolio selection*. Applied Soft Computing, vol. 39, pages 48–63, February 2016.
- [Sahoo ; 2011] N-C. Sahoo ; et S. Ganguly ; D. Das. *Fuzzy Pareto dominance driven possibilistic model based planning of electrical distribution systems using multiobjective particle swarm optimization*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering Indian Institute of Technology, Kharagpur 721302, India, 2011.
- [Sahoo 2013] S. Ganguly ; N-C. Sahoo et D. Das. *Multiobjective particle swarm optimization based on fuzzy-Pareto-dominance for possibilistic planning of electrical distribution systems incorporating distributed generation*. Science Direct, vol. 213, pages 47–73, 2013.
- [Sakawa ; 1997] M. Sakawa ; et K. Katoa ; H. Sunadaa ; T. Shibanob. *Fuzzy programming for multiobjective 0-1 programming problems through revised genetic algorithms*. European Journal of Operational Research, vol. 97, pages 149–158, February 1997. Issue 1.

- [Sandgren 1994] E. Sandgren. Multicriteria design optimization by goal programming, chapitre 23, pages 225–265. Chapman and Hall, London, advances in design optimization édition, 1994.
- [Sandholm 2002] T. Sandholm. *Algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions*. Artificial Intelligence, vol. 135, pages 1–54, February 2002. Issues 1-2.
- [Sandholm; 2005] T. Sandholm; et S. Suri; A. Gilpin; D. Levine. *A Fast Optimal Algorithm for Winner Determination in Combinatorial Auctions*. Management science, pages 374–390, March 2005. Seattle.
- [Sariddichainunta 2011] P. Sariddichainunta et K. Sinapiromsaran. *The Winner Determination Model and Computation for Linear Arrangement of Booth Auction*. Information Technology Journal, vol. 7, July-December 2011. 14.
- [Schtz; 2016] O. Schtz; et V-A. S.Hernandez; H. Trautmann; G. Rudolph. *The hypervolume based directed search method for multiobjective optimization problems*. Journal of Heuristics, vol. 22 Issue 3, pages 273–300, June 2016.
- [Steuer 1989] R-E. Steuer. *Multiple criteria optimization : theory, computation, and application*. Krieger Malabar, 1989.
- [Stewart 1991] B-S. Stewart et C-C. White. *Multiobjective A**. Journal of the ACM, vol. 38, no. (4), pages 775–814, 1991.
- [Suzuki 2002] K. Suzuki et M. Yokoo. *Secure Combinatorial Auctions by Dynamic Programming with Polynomial Secret Sharing*. International Conference on Financial Cryptography FC 2002 : Financial Cryptography, vol. 2357, pages 44–56, 2002.
- [Takahashi 2011] S. Takahashi et M. Shigeno. *Approximation algorithms for a winner determination problem of single-item multi-unit auctions*. JSIAM Letters, Japan Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 3, pages 29–32, 2011.
- [Talbi ; 2001] E-G. Talbi ; et M. Rahoual ; M-H. Mabed ; C. Dhaenens. *A hybrid evolutionary approach for multicriteria optimization problems : application to the fow shop*. First International Conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO 2001, Lecture Notes in Computer Science, vol. 1993, pages 416–428, 2001.
- [Talbi 2002a] E-G. Talbi. Méthodes d'optimisation avancée. Edition Eyrolles, 2002.
- [Talbi 2002b] E-G. Talbi. *A taxonomy of hybrid metaheuristics*. Journal of heuristics, vol. 8, no. 5, pages 541–564, April 2002.
- [Talbi ; 2012] E-G. Talbi ; et M. Basseur ; A-J. Nebro ; E. Alba. *Multi-objective optimization using metaheuristics : non-standard algorithms*. International Transactions In Operational Research, vol. 19, pages 283–305, 2012.
- [T'kindt 2006] V. T'kindt et J-C. Billaut. Multicriteria scheduling theory, models and algorithm. Numéro 2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, springer édition, 2006.

- [Ulungu 1995] E-L. Ulungu et J. Teghem. *The two phases method : An efficient procedure to solve biobjective combinatorial optimization problems*. Foundation of computing and decision science, no. 20, pages 149–156, 1995.
- [Veldhuizen 1999] D-V. Veldhuizen. *Multiobjective Evolutionary Algorithms : Classifications, Analyses, and New Innovations*. Phd thesis, Departement of Electrical and computer engineering, Air force institute of technology, Wright patterson AFB, Ohio, 1999.
- [Vern 1992] J-L. Vern. La logique floue : concepts et définitions. Electronique Radio Plans, décembre 1992.
- [Vickrey 1961] W. Vickrey. *Counter speculation, auctions, and competitive sealed tenders*. The journal of finance, vol. 16, no. Issue 1, pages 8–37, March 1961.
- [Y; 2006] Y. Guo Y; et A. Lim; B. Rodrigues; Y. Zhu. *Heuristics for a bidding problem*. Computers and Operations Research, vol. 33, no. 8, pages 2179–2188, August 2006.
- [Zadeh 1965] L-A. Zadeh. *Fuzzy Sets*. Information and Control, vol. 8, pages 338–353, 1965.
- [Zaman 2011] S. Zaman et D. Grosu. *Combinatorial Auction-Based Mechanisms for VM Provisioning and Allocation in Clouds*. PhD thesis, Department of Computer Science, Wayne State University, Detroit, MI 48202, 2011.
- [Zhou; 2015] Y. Zhou; et J. Wang. *A Local Search-Based Multiobjective Optimization Algorithm for Multiobjective Vehicle Routing Problem With Time Windows*. IEEE Systems Journal, vol. 9, no. Issue : 3, pages 1100–1113, Sept 2015.
- [Zhou; 2016] Y. Zhou; et J. Wang; N. Luo; Z. Zhang. *Multiobjective local search for community detection in networks*. Soft Computing, vol. 20, no. Issue 8, pages 3273–3282, August 2016.
- [Zitzler 1999] E. Zitzler. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization methods and applications*. Doctoral dissertation, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Switzerland, 1999.
- [Zitzler; 2003] E. Zitzler; et L. Thiele; M. Laumanns; C-M. Fonseca; V-G. da Fonseca. *Performance assessment of multiobjective optimizers : an analysis and review*. In IEEE, editeur, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, volume 7 of 2, pages 117–132. IEEE, 7 May 2003.

Résumé

Les enchères combinatoires sont des mécanismes 'complexes' de marché, tant pour l'enchérisseur que pour les participants. Par conséquent, elles constituent un axe de recherche très convoité.

Cette thèse porte sur quelques aspects liés à la conception et à la résolution des problèmes d'enchères combinatoire. Plus particulièrement, le Problème de Détermination du Gagnant *PDG* dans sa version multiobjectif. En effet, plusieurs contributions sont apportées; la première concerne la confection de modèles dynamiques de *PDG* multi-objets à des quantités hétérogènes.

En se basant sur le mécanisme enchères anglaises, nous avons d'abord conçu un modèle dynamique de *PDG* adapté au contexte multiobjectif. Une version est alors proposée, à deux objectifs modélisant des objectifs réalistes. Un procédé de résolution algorithmique basé essentiellement sur l'analyse momentanée des conflits qui peuvent surgir d'un processus d'enchérissement, est conçue pour pallier les explosions combinatoires. Ensuite, nous avons fait recours à la dominance floue incarné par la Recherche Taboue pour remédier au contexte multiobjectif. Une expérimentation numérique utilisant ces concepts sur des données simulées donne lieu à des résultats satisfaisants.

Mots clés : Enchères combinatoires, Problème de détermination du gagnant, *PDG*, Modèle dynamique, Dominance floue, Recherche Taboue.

Abstract

Combinatorial bidding is a 'complex' market mechanism for both the auctioneer and the participants. However, they are a highly sought-after area of research.

This thesis deals with some aspects related to the design and the resolution of combinatorial auction problems. More specifically, the Winner Determination Problem *WDP* in its multi-units version. Several contributions are made; where the first one concerns the development of dynamic models of multi-units *WDP* at heterogeneous quantities. Based on the English auction mechanism, we first designed a *WDP* dynamic model adapted to the multiobjective context.

One version is then proposed, with two criterion modeling real objectives. An algorithmic resolution process based essentially on the momentary conflicts analysis, that may arise from an auction process is designed to overcome combinatorial explosions. Then we have adopted the fuzzy dominance combined with the Tabu Search method in order to handle the multiobjective context. A numerical experiments using these concepts on simulated data gives rise to satisfactory results.

keywords : Combinatorial auction, Winner determination problem, *WDP*, Dynamic model, Fuzzy dominance, Tabu Search.
