

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE
(U.S.T.H.B.)

*Faculté des Sciences de la Terre, de la Géographie
et de l'Aménagement du Territoire
(FSTGAT)*



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTERE

EN : SCIENCES DE LA TERRE

Spécialité : Géophysique

Par : M^{elle}. SADI Mahdia

THEME

Le Problème Inverse en Electromagnétisme

Soutenu publiquement le 14/07/2005, devant le jury composé de :

Dr. M. Idres	Maître de Conférence, (USTHB)	Président
Dr. M. Djeddi	Maître de Conférence, (USTHB)	Directeur de Thèse
Pr. H. A. Baker	Professeur, (USTHB)	Examineur
Mr. A. Ydri	Chargé de Cours, (USTHB)	Examineur
Mme. N. Zaourar	Chargée de Cours	Examineur

Remerciements

Pour certains, la reconnaissance a la mémoire courte. Pour moi, elle est le plaisir des bons cœurs. Durant les années que j'ai passées à préparer ce mémoire, beaucoup de personnes ont contribué de près ou de loin à son aboutissement. C'est à eux que j'ai réservé cette partie.

Je ne saurai remercier mon Directeur de thèse, Professeur Baker H. A. pour tous les conseils, l'aide, la disponibilité, la patience et la compréhension dont il a fait preuve tout au long de ces années où on a travaillé ensemble. Son charisme, son savoir et sa personnalité resteront à tout jamais gravés dans ma mémoire. Pour tous ces bons moments qu'on a passés ensemble et pour tous les enseignements qu'il m'a prodigués, qu'il soit assuré de ma plus grande reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur Idres M., maître de conférences (USTHB) d'avoir accepté de présider le jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude et le témoignage de mon profond respect.

Pendant toute la période de préparation de mon mémoire, Monsieur Djeddi Mohamed, maître de conférence (USTHB), a toujours été à l'écoute de mes interrogations et de mes sollicitations. Je tiens ici, à le remercier pour sa disponibilité et pour ses conseils éminents et l'assure de ma reconnaissance pour avoir accepté de faire partie du jury et de juger mon travail.

A madame Zaourar N., chargée de cours (USTHB), j'adresse mes plus sincères marques d'estime. Qu'elle accepte de lire mon mémoire et de faire partie du jury, révère au plus haut point tous mes efforts et mon travail. Je l'en remercie du fond du cœur.

Je tiens beaucoup à remercier Monsieur Ydri A., chargé de cours (USTHB), pour son intérêt indéfectible. Pour tout ce qu'il m'a appris sur les plans scientifique et humain, je l'assure de mon ineffable gratitude. Sa vision, ses analyses et ses conseils éclairés guideront ma perception et ma voie pour toujours.

Je remercie aussi, tous mes enseignants du département de Géophysique (FSTGAT – USTHB) pour leur patience et pour le savoir qu'ils nous ont transmis. Je ne pourrai oublier le Docteur Souiher N., (USTHB) pour tout ce qu'il a fait pour moi et je l'en remercie du fond du cœur.

A Karim, à Mahdia, à Malika, à Chakir, à Chaouki, à Radhia, à Zaki, à Fatma, à Moad, à tous mes amis, ceux qui m'ont aidé, qui ont été à mes côtés tout au long de mon parcours : je vous remercie pour tout ce que vous m'avez apporté.

Qu'ils ne m'en veuillent pas de ne pas pouvoir les citer nommément : ils me sont tellement chers que je ne pourrai prendre le risque d'en oublier quelques uns.

Je garde le meilleur pour la fin.

Mes parents sont mon « moral-mètre » ! Inutile de chercher ce mot dans le dictionnaire car il n'existe pas ! Vous pouvez quand même en deviner le sens.

Ce mot je l'ai inventé tant il est difficile d'exprimer mes sentiments et ma gratitude envers mes parents et envers les membres de ma famille. Chacun d'eux a tellement fait pour moi que je ne saurai le lui rendre par quelques mots bien agencés.

A mon Père, à ma Mère, à ma sœur, mes frères, mon beau frère et mes belles sœurs, à mes nièces et neveux Hiba, Nour, Amira, Abdeldjalil et Azzedine, et à tous les membres de ma grande famille : merci d'être là à mes côtés.

Merci à Dieu pour ses bienfaits et sa générosité sans limites.

Sommaire :

	Page
<i>Introduction</i>	01
<u>Chapitre I</u>	
<i>THEORIE DE L'ELECTROMAGNETISME</i>	03
I-1 ELECTROMAGNETISME FONDAMENTAL	03
I-1-1 Historique	03
I-1-2 Notations utilisées	03
I-1-3 Formulation mathématique des équations de Maxwell	04
I-1-4 Interprétation physique des équations de Maxwell	04
I-1-5 Onde électromagnétique	06
I-1-6 Potentiel et champ électromagnétique	07
I-1-6-1) Equations du champ électromagnétique	07
I-1-6-2) Potentiel scalaire et potentiel vecteur	08
I-1-7 Polarisation des ondes électromagnétique	09
a) Mode TM	10
b) Mode TE	10
I-2 ELECTROMAGNETISME APPLIQUEE	11
I-2-1 Prospection électromagnétique	11
I-2-2 Caractéristique du champ résultant	12
I-2-3 Effet de peau	14
I-2-4 Méthodes VLF	14
I-2-4-1) VLF-EM	15
I-2-4-2) MT-VLF	16
	17
<u>Chapitre II</u>	
<i>LE PROBLEME INVERSE EN GEOPHYSIQUE</i>	18
II-1 NOTATIONS	18
II-2 CONCEPTION DU SCHEMA INVERSE	18
II-3 BASES THEORIQUES DE L'INVERSION	20
II-3-1 Linéarisation du problème	20
II-3-2 Problème d'estimation	20
II-3-3 Problème d'ajustement	21
II-3-3-1) Principe de l'ajustement	21
II-3-3-2) Normes de l'ajustement	22
II-3-3-3) Distribution des données	25
II-3-3-4) Distribution gaussienne	28
<u>Chapitre III</u>	
<i>SENSIBILITE DES REPONSES EM AU PARAMETRES DES CORPS</i>	30
III-1 PROBLEMATIQUE	30
III-2 EFFET DE LA PROFONDEUR SUR LA MESURE EM	30
III-2-1 Modèles utilisées	31
III-2-2 Résultats et discussions des résultats	32

Introduction générale

a) Modèle I	32
b) Modèle II	36
III-3 EFFET DE LA RESISTIVITE SUR LA MESURE EM		40

Chapitre IV

<i>DEVELOPPEMENT DE L'ALGORITHME</i>		43
---	--	-----------

IV-1 INTRODUCTION		43
--------------------------	--	-----------

IV-2 PRESENTATION DE L'ALGORITHME		43
--	--	-----------

IV-2-1 Caractéristiques générales		43
-----------------------------------	--	----

IV-2-2 Développement de l'algorithme		45
--------------------------------------	--	----

IV-2-2-1) Optimisation du modèle initial		45
--	--	----

1) Décomposition de domaine		45
-----------------------------	--	----

2) Optimisation par descente de gradient		46
--	--	----

IV-2-2-2) Formalisme direct		48
-----------------------------	--	----

IV-2-2-2-1) Avant propos		48
--------------------------	--	----

IV-2-2-2-2) Equations intégrales et leur utilisation dans		48
---	--	----

la formulation des problèmes électromagnétiques		
---	--	--

IV-2-2-3) Ajustement quadratique		51
----------------------------------	--	----

40

Chapitre V

<i>IMPLEMENTATION DU PROGRAMME ET DISCUSSION DES RESULTATS</i>		53
---	--	-----------

V-1 PLAN DE PRESENTATION DES RESULTATS		53
---	--	-----------

V-2 INVERSION DE LA PROFONDEUR DU CORPS		53
--	--	-----------

V-2-1 Résultats de l'implémentation du programme		54
--	--	----

V-2-1-1) Modèle I		54
-------------------	--	----

1) VLF-EM		54
-----------	--	----

- Discussion des résultats		61
----------------------------	--	----

2) MT-VLF		61
-----------	--	----

- Discussion des résultats		68
----------------------------	--	----

V-2-1-2) Modèle II		69
--------------------	--	----

1) VLF-EM		69
-----------	--	----

- Discussion des résultats		75
----------------------------	--	----

V-3 INVERSION DE LA RESISTIVITE DU CORPS		75
---	--	-----------

1) VLF-EM		76
-----------	--	----

2) MT-VLF		78
-----------	--	----

- Discussion des résultats		
----------------------------	--	--

53

<i>Conclusion générale</i>		81
-----------------------------------	--	-----------

<i>Références bibliographiques</i>		83
---	--	-----------

<i>Liste des figures</i>		84
---------------------------------	--	-----------

INTRODUCTION GENERALE

L'électromagnétisme prend une place de plus en plus prépondérante dans toutes les activités touchant de près ou de loin à l'étude du sous-sol. Son utilisation est longtemps restée confinée dans la recherche minière ou elle sert à explorer et identifier les différents minéraux que recèlent les premières couches du sol.

Par la suite, elle a investi le domaine de l'archéologie. Elle est devenue le principal outil de détection et de localisation des vestiges que nous a légué une histoire riche en civilisations.

L'électromagnétisme n'a pas tardé à prendre un gigantesque élan. La facilité de sa mise en œuvre sur le terrain, la rapidité de la prise des mesures et l'évolution des techniques d'interprétation ; lui ont permis d'investir des domaines très variés, tels que le génie civil, L'environnement, L'agronomie, La géotechnique.

L'épanouissement des activités liées à l'électromagnétisme a rendu les sollicitations de plus en plus exigeantes. Le géophysicien se retrouve dans l'obligation de développer et d'améliorer constamment les outils utilisés pour répondre aux exigences et aux besoins pressants des activités florissantes.

L'idée de la présente étude a vu le jour dans cet environnement de défi, de passion pour le perfectionnement.

Ainsi, nous nous sommes proposés d'étudier la faisabilité et la procédure d'application des techniques inverses pour le développement d'un algorithme, visant à inverser les données électromagnétiques, pour l'estimation de la profondeur ou de la résistivité des structures souterraines.

Les méthodes inverses ont déjà été introduites dans plusieurs domaines. La puissance croissante des outils informatiques a facilité leur utilisation pour la considération de divers phénomènes physiques. Néanmoins, son adaptation aux problèmes électromagnétiques demeure très faible. Ceci est lié à la complexité des équations électromagnétiques et à la difficulté de leur manipulation dans le cadre de la théorie inverse déjà intrinsèquement complexe.

L'inversion des données électromagnétiques n'a déjà été étudiée que pour l'interprétation des sondages. Les algorithmes qui ont été réalisés, notamment par permettent le calcul des paramètres des couches stratifiées, à savoir, les résistivités et les épaisseurs.

Dans la présente étude, l'objectif assigné est l'inversion des données engendrées par une structure tridimensionnelle enfouies dans le sous-sol. L'algorithme servira à l'estimation de la résistivité ou de la profondeur.

La présentation des résultats s'articule autour de quatre chapitres :

Le **chapitre I** rappelle la théorie de l'électromagnétisme fondamental et celle de l'électromagnétisme appliqué. La première est liée aux équations de Maxwell et à la théorie de la propagation des ondes. La seconde rappelle la théorie de base de certaines techniques utilisées en électromagnétisme.

Le **chapitre II** rappelle la théorie du problème inverse.

Dans le **troisième chapitre**, la sensibilité des mesures électromagnétiques aux paramètres des corps enfouis a été présentée.

Le **quatrième chapitre** a été réservé à la présentation de l'algorithme réalisé et au développement des différentes techniques sur lesquelles il repose.

Le **cinquième et dernier chapitre** a été consacré à la présentation et à la discussion des résultats, très probants, obtenus par l'implémentation du programme.

Enfin, une conclusion générale clôturera ce modeste travail.

Problématique:

L'utilisation d'un champ primaire uniforme et donc sans décroissance entre la surface et la profondeur de la cible recherchée est toujours un élément favorable en prospection, puisqu'il optimise la profondeur d'investigation.

Néanmoins, deux inconvénients sont associés à de tel champ :

- ✓ La direction du champ primaire influe sur l'anomalie. A l'exception du cas où le champ primaire est vertical, on constate des modifications importantes de l'allure de l'anomalie, se traduisant par un allongement dans la direction du champ. Ce phénomène est appelé effet de l'anisotropie :

Des techniques ont été développées pour corriger cet effet, nous citons :

- La verticalisation (Tabbagh, 1991)
- L'invariant (Djeddi, 1999)

- ✓ Aucune information directe n'est disponible sur la profondeur des corps cartographiés :

Paterson et Ronka (1971) ont donné une formule empirique permettant d'estimer la profondeur du corps. Elle est liée à la distance Δx , séparant les deux extrêmes de l'anomalie VLF-EM, par la formule :

$$h = \frac{\Delta x}{2}$$

Δx est appelée la distance peak to peak ;

h est la profondeur du corps.

Baker et Myers (1979) ont établi plusieurs abaques d'interprétation à partir de modèles réduits. Parmi eux, nous retenons celui, basé toujours sur la distance peak to peak, qui permet l'estimation de la profondeur.

Ces deux méthodes sont utilisées jusqu'à ce jour pour l'estimation de la profondeur des structures.

Dans la présente étude, l'objectif assigné est la recherche d'une nouvelle méthode d'interprétation permettant l'estimation directe de la profondeur des structures. Les techniques inverses seront exploitées et mises en œuvre pour le développement d'un algorithme calculant la profondeur réelle de la structure, à partir d'une estimation initiale qui sera ajustée au sens des moindres carrées.

La mise en œuvre des méthodes inverses est assez complexe. Néanmoins, une fois finalisée, son utilisation pour l'interprétation est d'une extrême simplicité. En effet, cette méthode permet d'obtenir directement la profondeur de la structure à partir d'une valeur initiale, qui peut être très éloignée de la vraie valeur de la profondeur si le problème est bien conditionné.

Une fois le schéma inverse établi, son utilisation sera élargie pour l'estimation de la vraie résistivité des structures.

En effet, l'inversion de la résistivité sera d'un grand apport, notamment en MT-VLF. Cette technique électromagnétique permet d'estimer la résistivité apparente du milieu à partir de sa relation avec l'impédance électromagnétique. L'utilisation des techniques inverse peut-être très intéressante, dans le sens où elle permettra d'exploiter cette résistivité apparente du milieu pour calculer la vraie résistivité du corps enfoui.

CHAPITRE I

Théorie de l'électromagnétisme

I-1 ELECTROMAGNETISME FONDAMENTAL :

I-1-1) Historique :

Les phénomènes électromagnétiques étaient connus depuis l'antiquité. Néanmoins, on n'a commencé à s'y intéresser d'une manière scientifique qu'à partir du dix-huitième siècle.

- Le 18^{ème} siècle a connu l'élaboration de la base de l'électrostatique et de la magnétostatique par les grands travaux de Biot, Savard, Oersted et Coulomb ;
- Le début du 19^{ème} siècle a été marqué par l'invention de la pile volta en 1800 ;
- En 1820, Ampère formula la relation entre le courant électrique et le champ magnétique
- En 1831, Faraday posa les lois de l'induction ;
- En 1864, Maxwell a prévu la possibilité de propagation des champs électriques et magnétiques en élaborant la théorie unifiée des interactions électromagnétiques ; Hertz le constata expérimentalement en 1887

1-1-2) Notations utilisées :

Les notations adoptées dans cette étude sont les suivantes :

- \vec{H} : Intensité du champ magnétique (ampère/mètre : A/m) ;
 \vec{B} : Induction magnétique ($= m\vec{H}$) (weber/mètre carré : Wb/m²) ;
 \vec{E} : Intensité du champ électrique (volts/mètre : V/m) ;
 \vec{J} : Densité du courant électrique ($= S\vec{E}$ (loi d'Ohm)) (ampère/mètre carré : A/m²) ;
 \vec{D} : Déplacement électrique ($= e\vec{E}$) (coulomb/mètre carré : C/m²) ;
 q_c : Densité de la charge électrique (coulomb/mètre cube : C/m³).
 f : Fréquence (hertz : hz)
 ω : Pulsation ($\omega = 2\pi f$)
 λ : Longueur d'onde (mètre : m)
 m : Perméabilité magnétique du milieu (henry/mètre : H/m) ;
 m_0 : Perméabilité magnétique du vide (henry/mètre : H/m) ;
 S : Conductivité électrique du milieu ($= 1/r$) (Siemens/mètre : S/m) ;
 e : Constante diélectrique du milieu (farad/mètre : F/m) ;
 e_0 : Constante diélectrique du milieu (farad/mètre : F/m) ;
 r : Résistivité électrique (Ohm.mètre : $\Omega.m$).
(Toutes les unités sont en système SI (M.K.S.A)).
Div ($\nabla \cdot$) : Divergence
Rot ($\nabla \times$) : Rotationnel
 Δ ou ∇^2 : Laplacien

1-1-3) Formulation mathématique des équations de Maxwell :

Les phénomènes électromagnétiques connus avant les travaux de Maxwell peuvent être résumés par les équations maîtresses suivantes :

Electrostatique	Magnétostatique
$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E} = \frac{q_c}{\epsilon_0} \\ \text{Théorème de Gauss} \\ \\ \operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0} \\ \text{Circulation conservative} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \text{Flux conservatif} \\ \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \\ \text{Théorème d' Ampère} \end{array} \right. \quad \dots(\text{I-1})$

Pour un régime non stationnaire, les champs calculés ne correspondent plus à la réalité expérimentale. Cette lacune a été comblée par les travaux de Maxwell dont les équations avec la force de Lorentz représentent les postulats de la théorie électromagnétique :

Electromagnétisme

$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{E} = \frac{q_c}{\epsilon_0} \\ \text{Maxwell - Gauss} \\ \\ \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \\ \text{Maxwell-Faraday} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \text{Maxwell-Flux} \\ \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right) \\ \text{Maxwell-Ampère} \end{array} \right. \quad \dots(\text{I-2})$
---	--

Force de Lorentz ...(\text{I-3})

$$\vec{F} = q(\vec{E} \wedge \vec{B})$$

I-1-4) Interprétation physique des équations de Maxwell:

ü L'équation de Maxwell-Faraday et l'équation du flux constituent les équations dites intrinsèques car elles ne contiennent que des champs. Ce sont elles qui permettent notamment l'introduction des potentiels :

Maxwell-Faraday : $\text{rot } \vec{E} = -\text{d } \vec{B} / \text{dt}$

La circulation du champ électrique n'est plus obligatoirement conservative si le champ magnétique n'est pas stationnaire.

En particulier, en l'absence de champ électrostatique, un champ électrique peut apparaître du fait de la présence d'un champ magnétique variable. Ceci est à la base du phénomène d'induction. (**Fig I-1-1**)

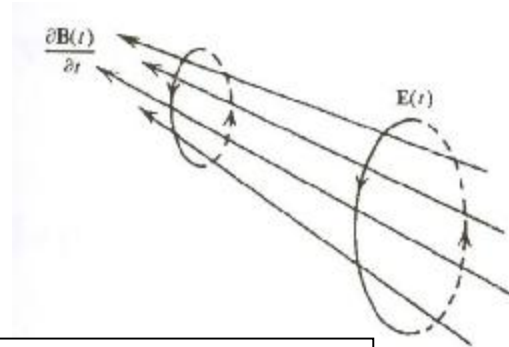


Fig I-1-1 :
Phénomène d'induction

Maxwell-flux: $\text{div } \vec{B} = 0$

Une charge magnétique isolée ne peut exister.
Le champ magnétique est un champ rotationnel

Ü L'équation de Maxwell- Ampère et de Maxwell-Gauss relie les champs à leurs sources :

Maxwell-Ampère : $\text{rot } \vec{B} = \mu_0(\mathbf{j} + \epsilon_0 \text{d } \vec{E} / \text{dt})$

L'équation complète diffère de l'équation d'Ampère par l'introduction d'un nouveau terme $\epsilon_0 \text{d } \vec{E} / \text{dt}$

Cette quantité fut appelée par Maxwell courant de déplacement et elle garde encore cette appellation historique bien qu'elle ne représente aucun courant électrique ni aucun déplacement de particule :

On doit simplement interpréter cette expression en disant qu'un champ électrique non stationnaire est au même titre qu'un courant électrique source de champ magnétique. Cette équation permet de rendre compte de la propagation du champ électromagnétique sous forme d'onde (**Fig I-1-2**)

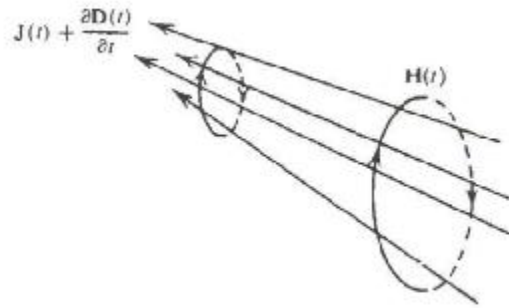


Fig I-1-2 :
Induction d'un champ magnétique

Maxwell-Gauss

$$\text{Div } \vec{E} = \rho_c / \epsilon_0$$

Cette équation résume le principe de l'électrostatique :

Un champ \vec{E} est engendré par la présence d'une charge électrique

I-1-5) Onde électromagnétique :

Le développement des équations de Maxwell conduit à la définition de l'onde électromagnétique qui est le support intermédiaire reliant le champ créé à la source avec celui qui est enregistré au point d'observation.

Une onde est définie par sa fréquence f ou par sa longueur d'onde λ . Ces deux grandeurs sont reliées par la relation :

$$\lambda = C/f \quad \dots(I-4)$$

C étant la vitesse de propagation de l'onde qui est égale à la vitesse de la lumière ($3 \cdot 10^8$ m/s)

L'onde électromagnétique est composée d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} , situés dans deux plans perpendiculaires.

La propagation de l'onde électromagnétique se fait dans le plan perpendiculaire au deux premiers. **Fig I-1-3**

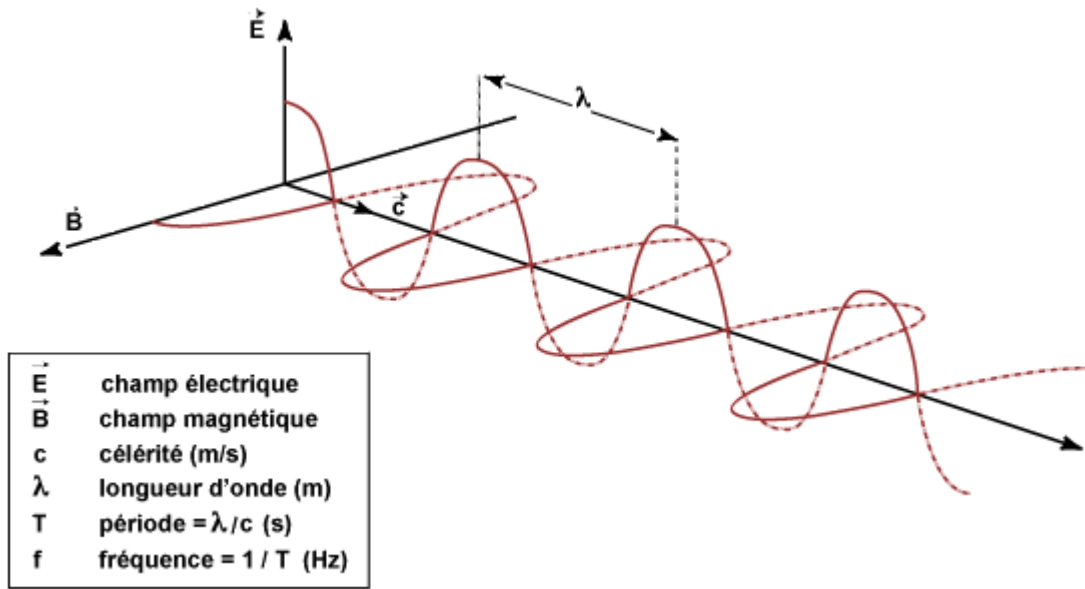


Fig I-1-3 :
Propagation d'une onde électromagnétique

I-1-6) Potentiel et champ électromagnétique :

1-1-6-1) Equations du champ électromagnétique :

Dans un milieu homogène et isotrope, les équations de Maxwell deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \\ \text{div} \vec{D} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{d\vec{D}}{dt} \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad \dots(\text{I-5})$$

Les équations d'onde du champ électrique et magnétique sont déduites des équations de Maxwell :

Le rotationnel de l'équation de Maxwell-Faraday donne :

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \dots(\text{I-6})$$

Le rotationnel de l'équation de Maxwell-Ampère donne :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{B} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}} \dots(I-7)$$

1-1-6-2) Potentiel scalaire ϕ et potentiel vecteur \vec{A} :

Les équations de Maxwell conduisent à la définition d'un potentiel scalaire ϕ s'exprimant en fonction des charges q_c et d'un potentiel vecteur \vec{A} s'exprimant en fonction des courants, tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \text{rot} \vec{A} \\ \vec{E} = -\text{grad} \phi - \frac{d\vec{A}}{dt} \end{array} \right. \dots(I-8)$$

Ce couple de potentiel ϕ et \vec{A} vérifie en tout point et à tout instant la jauge de Lorenz (qui s'identifie en magnétostatique à la jauge de coulomb $\text{div} \vec{A} = 0$) :

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu\epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \dots(I-9)$$

En utilisant cette condition et en posant $c^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$, on obtient (P. Collin, F. Masset, 19..) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\phi - 1/C^2 d^2\phi/dt^2 + \rho/\epsilon_0 = 0 \\ \Delta\vec{A} - 1/C^2 d^2\vec{A}/dt^2 + \rho/\epsilon_0 = 0 \end{array} \right. \dots(I-10)$$

Les potentiels scalaire et vecteur vérifient l'équation d'onde :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \vec{A} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \phi = \mu\sigma \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \end{array} \right. \dots(I-11)$$

En effet :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \nabla \wedge \vec{A} \dots(I-12)$$

En remplaçant dans l'équation de Maxwell- Faraday :

$$\nabla \wedge \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \wedge \vec{A}) = 0 \Leftrightarrow \nabla \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \dots(I-13)$$

Ce qui implique que le vecteur $(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$ est un vecteur irrotationnel dérivant d'un potentiel scalaire Φ , tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \Phi \Leftrightarrow \vec{E} = -\nabla \Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \dots(I-14)$$

En remplaçant les expressions de \vec{B} et de \vec{E} dans l'équation de Maxwell-Ampère, on obtient :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} + me \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla f + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + m\mathbf{S} \left(\nabla f + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad \dots(I-15)$$

$$\Leftrightarrow \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} + me \nabla \frac{\partial f}{\partial t} + me \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + m\mathbf{S} \nabla f + m\mathbf{S} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad \dots(I-16)$$

En utilisant la propriété :

$$\nabla \wedge \nabla \wedge \vec{A} = \nabla \nabla \cdot \vec{A} - \nabla \cdot \nabla \vec{A} \quad \dots(I-19)$$

Et la condition de Lorenz :

$$\nabla \cdot \vec{A} + me \frac{\partial f}{\partial t} + m\mathbf{S} f = 0 \quad \dots(\text{réf I-9})$$

On retrouve bien l'équation d'onde pour le potentiel vecteur :

$$\boxed{\nabla^2 \vec{A} - me \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - m\mathbf{S} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 \vec{A} = m\mathbf{S} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + me \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}} \quad \dots(I-17)$$

En remplaçant l'expression de \vec{E} dans l'équation de Maxwell-Gauss :

$$\nabla \cdot \left(\nabla f + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 f + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad \dots(I-18)$$

Et en utilisant la jauge de Lorenz, on retrouve l'équation d'onde pour le vecteur potentiel scalaire :

$$\boxed{\nabla^2 f - me \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - m\mathbf{S} \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 f = m\mathbf{S} \frac{\partial f}{\partial t} + me \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}}$$

... (I-19)

I-1-7) Polarisation des ondes électromagnétiques :

La polarisation est une importante propriété des ondes électromagnétique. Elle définit une répartition privilégiée de l'orientation des vibrations qui les composent.

Nous allons voir (I-2-2) qu'en prospection électromagnétique, le champ est **polarisé elliptiquement**.

Une autre considération importante est la direction du champ par rapport à son plan d'incidence sur le corps. Ainsi, on distinguera deux modes de polarisation : La polarisation TM (Transverse Magnetic) et la polarisation TE (Transverse Electric).

Mode TM:

Le champ magnétique est perpendiculaire à la direction d'extension de la structure.

Dans un système de coordonnées cartésiennes, Le corps étant suivant x, Les équations de Maxwell donnent $H_x = 0$.

On a les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x \\ -i\omega\mu H_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ i\omega\mu H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{array} \right. \quad \dots(I-20)$$

Mode TE :

Le champ électrique est perpendiculaire à la direction d'extension de la structure. Les équations de Maxwell donnent $E_x = 0$.

On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = \sigma H_x \\ -i\omega\mu E_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} \\ i\omega\mu E_z = \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{array} \right. \quad \dots(I-21)$$

I-2) ELECTROMAGNETISME APPLIQUE :

I-2-1) Propection électromagnétique :

L'exploitation des ondes électromagnétiques pour la prospection du sous-sol est longtemps restée confinée dans la recherche minière

Aujourd'hui, son domaine d'application s'est notablement élargi puisqu'il s'étend à l'archéologie, au génie civil, à l'environnement...etc

La prospection électromagnétique est basée sur trois processus physiques distincts (**fig I-2-1**) :

1- La génération d'un champ électromagnétique variable avec le temps (dit champ primaire) ;

2- A la rencontre d'un conducteur, Le champ primaire engendre des courants induits (courants de Foucaults) qui, à leur tour, engendrent un champ électromagnétique (dit champ secondaire)

3- La mesure des paramètres du champ total à la surface donne des indications très intéressantes sur les propriétés des corps enfouis

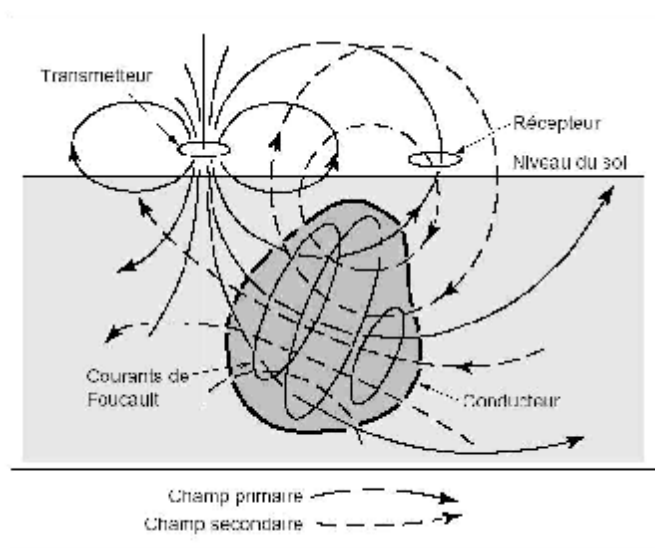


Fig I-2-1
Schématisation des principes physiques de la prospection EM

I-2-2) Caractéristiques du champ résultant :

D'une façon générale, on observe au point de mesure un champ résultant (champ primaire + champ secondaire) dont la fréquence est la même que celle du champ primaire, mais dont l'orientation spatiale et la phase peuvent être très différentes

La différence de l'orientation spatiale des champs primaire et secondaire fait que le champ résultant est elliptiquement polarisé

Les principaux paramètres de l'ellipse de polarisation sont :

- L'inclinaison θ : Elle correspond à l'angle formé par son grand axe a et l'axe horizontal
- L'excentricité ε : Elle correspond au rapport du petit axe b sur le grand axe a (**fig I-2-2**)

Les paramètres de l'ellipse de polarisation sont liés aux champs électromagnétiques. Nous verrons que cette relation entre champs et paramètres de l'ellipse sera exploitée en prospection EM

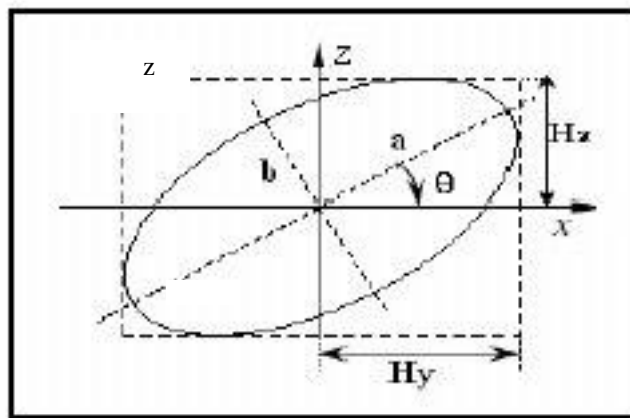


Fig I-2-2
Ellipse de polarisation

I-2-3 Effet de peau :

En supposant que le champ magnétique à la surface est suivant x et qu'il est donné par :

$$H_x = H_0 \cos \omega t \quad \dots(I-22)$$

On peut démontrer qu'à une profondeur Z

$$H_z = H_0 \exp^{-z/p} \cos (\omega t - z / p) \quad \dots(I-23)$$

Ou p est donné par

$$p = (2/\mu\omega\sigma)^{1/2} \quad \dots(I-24)$$

Soit, dans un milieu non magnétique :

$$P \approx 500 (\rho/f)^{1/2} \quad \dots(I-25)$$

Le facteur p est appelé profondeur de pénétration. Il présente les dimensions physiques d'une longueur et démontre que le courant se concentre pratiquement près de la surface, dans une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de grandeur d'un très petit nombre de fois la profondeur de peau p .

I-2-4) Méthodes VLF :

Il existe plusieurs variantes de méthodes EM. Celles-ci se différencient par le choix du paramètre mesuré et la technique utilisée pour engendrer le champ primaire.

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à deux variantes très populaires de la prospection EM. Il s'agit de la VLF-EM et de la MT-VLF.

Les méthodes VLF utilisent les ondes électromagnétiques à très basses fréquences (Very Low Frequency). Le champ primaire est généré par des émetteurs radio militaires opérant dans la gamme de fréquences de 10 à 30 kHz, situés dans différents pays. Son utilisation est connue depuis 1908 (Paterson et Ronka, 1971)

La facilité et la rapidité de la mise en œuvre des méthodes VLF font d'elles une des méthodes les plus utilisées pour la prospection de la sub-surface.

I-2-4-1) VLF-EM :

A de grandes distances de l'antenne émettrice, le champ primaire H_p est supposé horizontal. Ainsi, toute inclinaison du champ résultant est une indication sur la présence d'un corps conducteur créant un champ secondaire perturbateur H_s .

La VLF-EM exploite cette propriété et identifie les corps enfouis grâce à la mesure du rapport des champs primaires et secondaires. Ceux-ci sont reliés aux paramètres de l'ellipse de polarisation par les formules :

$$\tan 2q = \frac{2Z \cos \Delta f}{1 - Z^2} \quad \dots(I-26)$$

Avec :

- $\Delta\phi$ Représente le déphasage entre le champ mesuré et le champ primaire
- $Z = \frac{H_{SZ}}{H_{PY}}$... (I-27)

Tels que

H_{SZ} est le champ secondaire vertical

H_{PY} est le champ primaire considéré dans la direction du profil suivant y

Et

$$e = \frac{a}{b} = \frac{Z \sin \Delta f}{H^2} \quad \dots (I-28)$$

$$\text{Avec } H^2 = \left| H_{SZ} e^{i\Delta\phi} \sin \theta + H_{PY} \cos \theta \right| \quad \dots (I-29)$$

Les grandeurs mesurées sont donc les paramètres de l'ellipse de polarisation :

- L'inclinaison θ du grand axe de l'ellipse avec l'horizontale (composante en phase)
- l'excentricité ε de l'ellipse (composante en quadrature)

la relation entre les paramètres de l'ellipse et le champ magnétique secondaire normalisé par le champ magnétique primaire est donnée par (Djeddi, 1999) :

$$\text{Re} \left(\frac{H_{SZ}}{H_{PY}} \right) (\%) = 100.q \quad \dots (I-30)$$

$$\text{Im} \left(\frac{H_{SZ}}{H_{PY}} \right) (\%) = 100.e \quad \dots (I-31)$$

I-2-4-2) MT-VLF :

En plus de la mesure du champ magnétique, la MT-VLF mesure le champ électrique grâce à deux électrodes plantées dans la direction de propagation et espacées de 10m

La formule de Cagnard établit une relation entre l'impédance d'onde Z , qui est le rapport entre le champ électrique et le champ magnétique, et la résistivité apparente r :

$$r = (1/m\omega) |Z|^2 \quad \dots(I-32)$$

$$Z = E/H : \text{Impédance d'onde} \quad \dots(I-33)$$

Les grandeurs mesurées sur le terrain sont donc la résistivité apparente du milieu r et le déphasage ϕ

La résistivité apparente issue de la formule de Cagnard donne la résistivité du terrain prospecté

Le déphasage ϕ permet d'estimer le contraste du milieu.

On distingue trois cas :

$\phi = 45^\circ$: Milieu homogène (Les couches stratifiés possèdent une lithologie de résistivité uniforme)

$\phi < 45^\circ$ La couche supérieure est plus conductrice que la couche inférieure

$\phi > 45^\circ$ La couche supérieure est plus résistante que la couche inférieure

Contrairement à la VLF-EM, la MT-VLF est sensible aussi bien aux faibles qu'aux fortes résistivités.

CHAPITRE II

Le problème inverse en géophysique

L'inversion est une technique qui a été initialement utilisée en imagerie médicale dans les années soixante.

Son introduction en géophysique a donné des résultats très satisfaisants, notamment en sismique, en électrique, en gravimétrie et en magnétisme.

Les méthodes inverses sont de plus en plus utilisées en sciences physiques, notamment en géophysique ou elles permettent de développer un nouveau volet dans le traitement et l'interprétation des données.

II-1 NOTATIONS :

Plusieurs notations ont été établis pour la description de la théorie inverse. Nous citons : Menke, 1984 ; Tarantola, 1987 ; Parker, 1994.

La notation que nous adoptons dans cette étude est celle tirée de Menke, 1984.

II-2 CONCEPTION DU SCHEMA INVERSE :

Dans sa définition traditionnelle, le principe de l'inversion consistait à trouver un formalisme permettant le passage des données aux paramètres physiques des modèles. Il s'agit donc du processus inverse de la modélisation qui, lui, définit le formalisme direct calculant les données à partir des paramètres physiques (**figII-1**).

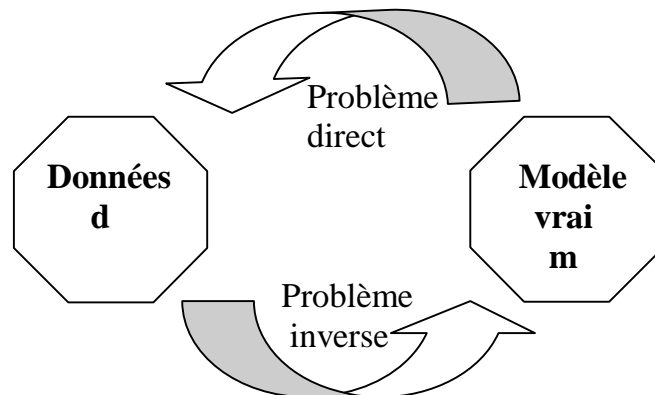


Fig II-1 :
Conception traditionnelle du problème inverse

Dans sa forme la plus générale, les données d et les paramètres m du modèle sont liés par la relation :

$$d = F[m] \dots(\text{II-1})$$

d : Vecteur des données, $d = [d_1, d_2, \dots, d_j, \dots, d_N]^t$

m , Vecteur des paramètres du modèle, $m = [m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_M]^t$

F : La fonctionnelle directe

N : Nombre de données

M : Nombre de paramètres

Lorsque le problème est linéaire, l'équation (II-1) est remplacée par :

$$d = G m^{\text{vrai}} \dots(\text{II-2})$$

m^{vrai} : Paramètres du modèle vrai

La fonctionnelle directe G est une matrice $N \times M$.

Connaissant les valeurs du vecteur m , elle permet le calcul et donc la prédiction des valeurs du vecteur d . Ceci revient au calcul des réponses d d'un modèle dont les paramètres m sont connus. C'est le principe de la modélisation.

Le passage au problème inverse revient mathématiquement à formuler les paramètres m en fonction des données d . La solution unique à ce problème existera seulement si G est carrée et inversible. Dans ce cas, on peut écrire :

$$m^{\text{vrai}} = G^{-1} d \dots (\text{II-3})$$

G^{-1} est la fonctionnelle inverse.

En sciences physiques, le schéma de la **fig II-1** est trop simpliste pour être exploité. Pour aborder les problèmes réalistes, la formulation du problème inverse se fait en deux étapes : Estimation et ajustement.

Le schéma de la fig I est remplacé par celui de la **fig II-2**.

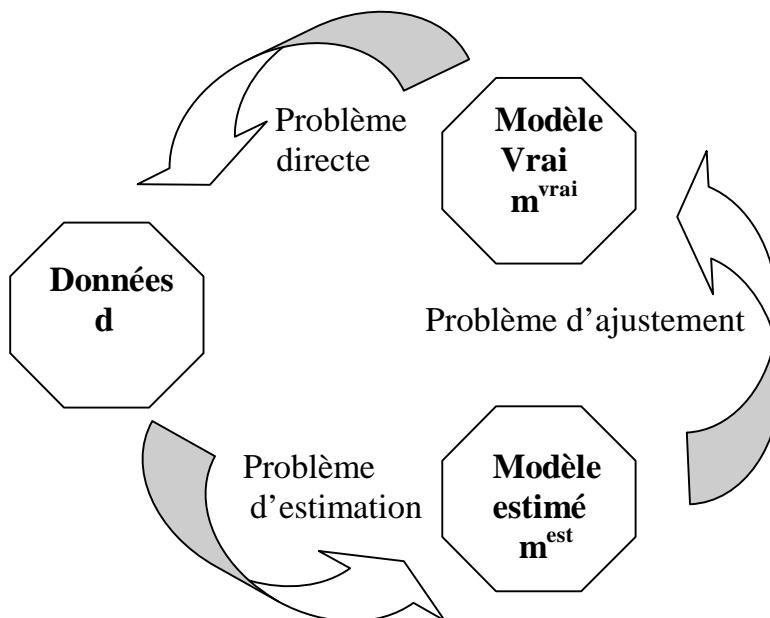


Fig II-2 :
Nouvelle conception du problème inverse

II-3 BASES THEORIQUES DE L'INVERSION:

Le développement du schéma inverse vient répondre à la complexité du problème posé en géophysique :

- La fonctionnelle F n'est pas linéaire.
- La matrice G n'est pas carrée inversible.
- Le domaine de recherche est stochastique.

II-3-1) Linéarisation du problème (*Boumahrat et all, 1993*) :

Un grand nombre de modèles mathématiques de la physique et de la géophysique en particulier ne sont pas des modèles linéaires. Or, les méthodes d'approximation et en particulier la méthode des moindres carrées sont simples lorsque le modèle est linéaire. Un modèle non linéaire entraîne un effort de calcul beaucoup plus considérable.

Il arrive que la forme non linéaire du problème soit linéarisable et parfois par un simple changement de variable.

Lorsque le modèle est non linéarisable analytiquement -comme c'est le cas en électromagnétisme- L'ajustement se fait à l'aide d'un processus itératif qui va permettre à chaque étape un ajustement dm menant au minimum vers un minimum local.

Pour ce faire, on part d'un estimé initial assez proche du vrai paramètre et on effectue le développement de Taylor de $G(m)$ au voisinage de m^{ini} :

Ainsi, on procède à une linéarisation ponctuelle autour de l'estimé par la décomposition en série de Taylor de la fonction autour de ce point.

En exprimant une condition de minimalité, on aboutit à un système d'équations linéaires en terme d'ajustement.

II-3-2) Problème d'estimation : (Menke, 1984)

Le nombre de mesure effectuées sur le terrain étant limité, on se retrouve avec un système d'équation sous déterminé ($N < M$) et la solution n'est plus unique. La non unicité de la solution fait qu'il existe dans l'espace des modèles possibles plusieurs estimés ajustant les données. Le problème inverse ne pouvant donc être directement calculée (G^{-1} n'existe pas), le modèle sera estimé par une solution particulière donnée par la relation :

$$m^{est} = G_g^{-1} d \dots \text{(II-4)}$$

m^{est} : Modèle estimé

G_g^{-1} est appelée inverse généralisée de la matrice G .

La relation entre le modèle estimé et le vrai modèle s'obtient en remplaçant (II-2) dans (II-4) :

$$m^{\text{est}} = G_g^{-1} G m^{\text{vrai}} \dots \text{(II-5)}$$

La matrice $G_g^{-1} G$ est appelée matrice de résolution R :

$$R = G_g^{-1} G \dots \text{(II-6)}$$

Pour interpréter l'équation (II-5), on la reformule comme suit :

$$m^{\text{est}} = m^{\text{vrai}} + \underbrace{(G_g^{-1} G - I)}_{\text{Résolution limitée}} m^{\text{vrai}} \dots \text{(II-7)}$$

Résolution limitée

I : Matrice identité

L'expression (II-7) montre que les composantes du modèle estimé sont une combinaison linéaire des différentes composantes du modèle vrai. Les paramètres estimés ne sont donc qu'une appréciation des paramètres vrais. Cette appréciation n'est parfaite que dans le cas où la matrice de résolution est égale à la matrice identité :

$$\text{Résolution parfaite : } R = I \dots \text{(II-8)}$$

Dans ce cas, le terme $(G_g^{-1} G - I)$ s'annule et le modèle estimé s'identifie au modèle vrai.

II-3-3) Problème d'ajustement :

En général, deux raisons principales font que le modèle estimé ne correspond pas au vrai modèle :

- La non-unicité de la solution fait qu'il existe dans l'espace des modèles possibles plusieurs estimés ajustant les données.
- Les données réelles étant toujours entachées d'erreurs, le modèle estimé se retrouve contaminé.

Le problème d'ajustement doit tenir compte de ces deux aspects : La non-unicité de la solution et la propagation de l'erreur.

II-3-3-1) Principe de l'ajustement : (Menke, 1984)

Soit e l'erreur sur la mesure.

L'équation (II-2) devient :

$$d = G m + e \dots \text{(II-9)}$$

L'expression (II-7) devient

$$m^{est} = m^{vrai} + \underbrace{(G_g^{-1} G - I) m^{vrai}}_{\text{Résolution limitée}} + \underbrace{G_g^{-1} e}_{\text{Propagation de l'erreur}} \dots \text{(II-10)}$$

Le second terme de l'équation (II-10) correspond à l'erreur de contamination.

L'erreur e sur les données engendre une erreur ($G_g^{-1} e$) sur les paramètres du modèle. Cette erreur n'étant pas déterministe, une analyse statistique s'impose pour décrire sa propagation.

Soient :

Le vecteur des données : $d = [d_1, d_2, \dots, d_j, \dots, d_N]^t$

Le vecteur des paramètres : $m = [m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_M]^t$

En supposant les d_j incorrélables avec une déviation standard s_{d_j} , la propagation de l'erreur se traduit par une déviation standard du modèle estimé, donnée par la relation :

$$s_{mi}^2 = \sum_j (G_{gij}^{-1} s_{d_j})^2 \dots \text{(II-11)}$$

Le principe de l'ajustement consiste à construire la matrice G^g qui optimise la résolution et élimine la propagation de l'erreur.

Malheureusement, ceci est impossible en pratique. En effet, l'équation (II-10) montre bien que le terme d'erreur ne peut être parfaitement éliminé qu'en utilisant une inverse généralisée $G_g^{-1} = 0$, qui non seulement conduit à $m^{est} = 0$ mais donne $R = 0$, qui est très loin de la parfaite résolution donnée par l'équation (II-8).

En pratique, l'ajustement consiste donc à trouver un compromis entre l'amélioration de la résolution et l'élimination de l'erreur.

II-3-3-2) Normes de l'ajustement : (Menke, 1984)

Le principe de l'ajustement consiste à évaluer l'écart des paramètres estimés du modèle ainsi que celui des données prédites (notées $d^{pré}$) correspondantes.

Les paramètres du modèle sont déterminés tel que les données prédites soient le plus proches possibles des données observées. Pour chaque observation, on définit l'erreur de prédiction e_j :

$$e_j = d_j^{obs} - d_j^{pré} \dots \text{(II-12)}$$

d_j^{obs} : Élément du vecteur données observées

$d_j^{pré}$: Élément du vecteur données prédites

Le meilleur ajustement est lié aux paramètres du modèle qui assure la plus petite erreur E, définie par :

$$E = \sum_{j=1}^N e_j^2 \dots(\text{II-13})$$

L'erreur totale E (La somme des carrées des erreurs individuelles) correspond exactement au carré de la norme euclidienne du vecteur e (Menke,1984) :

$$E = e^T e \dots(\text{II-14})$$

Malgré sa popularité, l'ajustement au sens des moindres carrées n'est pas toujours le plus approprié. Le critère basé sur la norme pondérée de e demeure l'ajustement le plus utilisé, mais la pondération peut varier de 1 jusqu'à l'infini.

Ainsi, on définit les normes d'ajustement L_n (dont les moindres carrées n'est qu'une variante) comme suit :

$$\text{Norme } L_1 : \quad \|e\|_1 = \left[\sum_i |e_i|^1 \right] \quad (\text{Norme de Laplace})$$

$$\text{Norme } L_2 : \quad \|e\|_2 = \left[\sum_i |e_i|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{Norme euclidienne})$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \dots(\text{II-15})$$

$$\text{Norme } L_n : \quad \|e\|_n = \left[\sum_i |e_i|^n \right]^{\frac{1}{n}}$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\text{Norme } L_\infty : \quad \|e\|_\infty = \max_i |e_i| \quad (\text{Norme de Laplace-Tchebychef})$$

Plus n est grand, plus le poids accordé aux larges valeurs de e est important. Le cas limite $n \rightarrow \infty$ revient à ne considérer que le plus large élément de e .

Quand la précision sur les données est importante, l'existence d'une prédiction qui s'écarte de la valeur observée est importante. Une norme d'ordre élevé est alors utilisée. Lorsque la précision sur les données est insuffisante, on s'attend à ce qu'elles forment un nuage de point qui définit une tendance à l'intérieur d'une marge d'erreur. Dans ce cas, on utilise les normes faibles et on attribue le plus important poids aux données définissant une tendance d'orientation. **(fig II-3)**

Ainsi, le choix de la norme d'ajustement est étroitement lié à la qualité et la distribution des données.

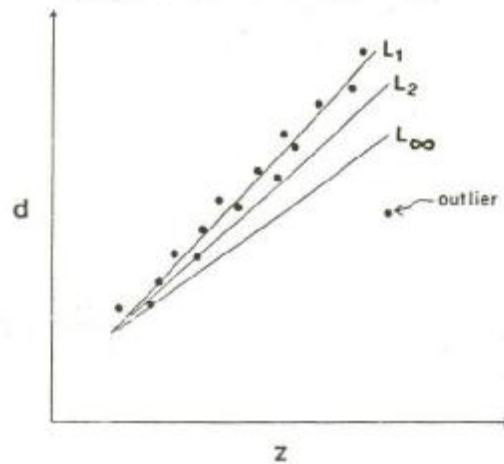


Fig II-3 :
Normes d'ajustement (Menke, 1984)

Chaque norme est associée à un type de distribution.

La norme des moindres carrées (norme L_2) correspond à une distribution gaussienne des données.

II-3-3-3) Distribution gaussienne des données :

Soit d le vecteur des données observées.

En pratique, il est désormais admis qu'il ne suffit jamais d'une seule mesure pour bien caractériser une observation. Le concept de variable aléatoire est utilisé pour décrire cette propriété.

Une des principales distribution ou loi de répartition est la distribution gaussienne. Elle demeure la distribution la plus rencontrée en physique.

Elle est donnée par :

$$P(d) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(d - \langle d \rangle)^2}{2\sigma^2}\right] \quad \dots(\text{II-16})$$

$\langle d \rangle$: La valeur moyenne

σ^2 : La variance.

Dans le cas où les données ne sont pas statistiquement indépendantes. Elles sont représentées par :

$\langle d \rangle$: La valeur moyenne.

[cov d] : La covariance des données.

L'expression de la distribution gaussienne devient :

$$P(d) = \frac{[\text{cov } d]^{-\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} [d - \langle d \rangle]^T [\text{cov } d]^{-1} [d - \langle d \rangle]\right] \dots(\text{II-23})$$

N : Taille du vecteur d

En introduisant la relation (2) entre le vecteur des données d et le vecteur des paramètres du modèle m, à savoir :

$$d = G(m)$$

On obtient :

$$P(d) = \frac{[\text{cov } d]^{-\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2} [d - Gm]^T [\text{cov } d^{-1}] [d - Gm]\right] \dots(\text{II-24})$$

CHAPITRE III

Sensibilité des réponses EM aux paramètres des corps

III-1 Introduction :

Dans ce chapitre, seront présentées des courbes illustrant la variation de la réponse électromagnétique, engendrées par un corps tridimensionnel, et cela pour différents points de mesure.

Les réponses électromagnétiques sont celles données par les deux méthodes qui nous intéressent dans cette étude, à savoir :

L'inclinaison donnée par la méthode VLF-EM

La résistivité apparente donnée par la méthode MT-VLF

Les modélisations qui sont à l'origine des résultats présentés dans ce chapitre ont été effectuées, dans un premier temps, pour tenter d'avoir plus de précision sur la nature de la relation entre la variation de l'anomalie EM et la variation des paramètres du modèle qui l'engendre.

Les résultats tirés de ces modélisations intègrent les connaissances déjà établies sur la sensibilité de la réponse EM aux paramètres des structures enfouies.

Cependant, de nouvelles caractéristiques seront soupçonnées.

A la fin de ce chapitre, les conclusions des modélisations seront brièvement présentées. Néanmoins, il ne sera retenu que celles liées à la présente étude, tout en gardant le champ bien ouvert pour d'éventuelles recherches

III-2 EFFET DE LA PROFONDEUR SUR LA MESURE EM :

III-2-1 Modèles utilisés (fig III-1) :

Pour étudier la sensibilité des réponses EM à la variation de la profondeur, nous avons considéré deux modèles.

Les dimensions du corps sont constantes et n'influent donc pas sur les variations de la mesure : $(X_1, Y_1, Z_1) = (4, 10, 4)$

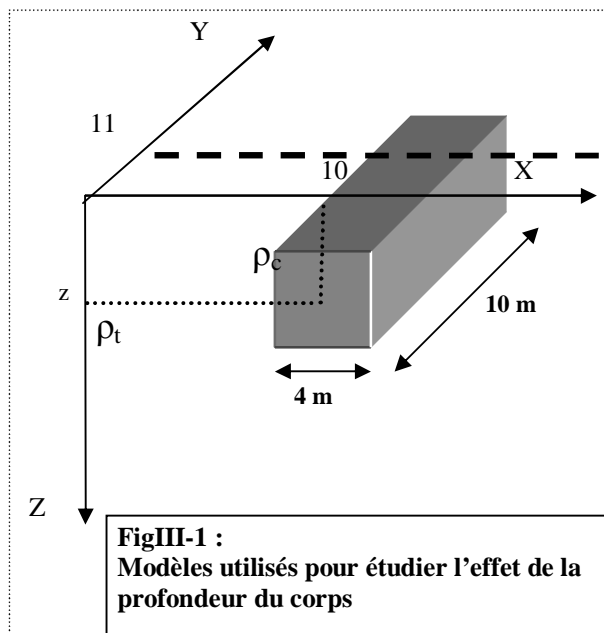
Modèle I :

- Un terrain homogène résistant dont la résistivité $\rho_t = 100 \Omega\text{m}$;
- Un corps rectangulaire conducteur avec une résistivité $\rho_c = 10 \Omega\text{m}$ et un pendage α nul ;

Modèle II :

- Un terrain homogène conducteur possédant une résistivité $\rho_t = 10 \Omega\text{m}$;
- Un corps rectangulaire résistant avec une résistivité $\rho_c = 100 \Omega\text{m}$ et un pendage α nul

Pour une meilleure visualisation des anomalies, Nous avons présenté la variation des mesures le long du *profil A* perpendiculaire à l'extension du corps : $y=11$



III-2-2) Résultats et discussion des modélisations :

a) Modèle I : $r_i = 100 \Omega\text{m}$, $r_c = 10 \Omega\text{m}$, $\alpha = 0^\circ$

VLF-EM :

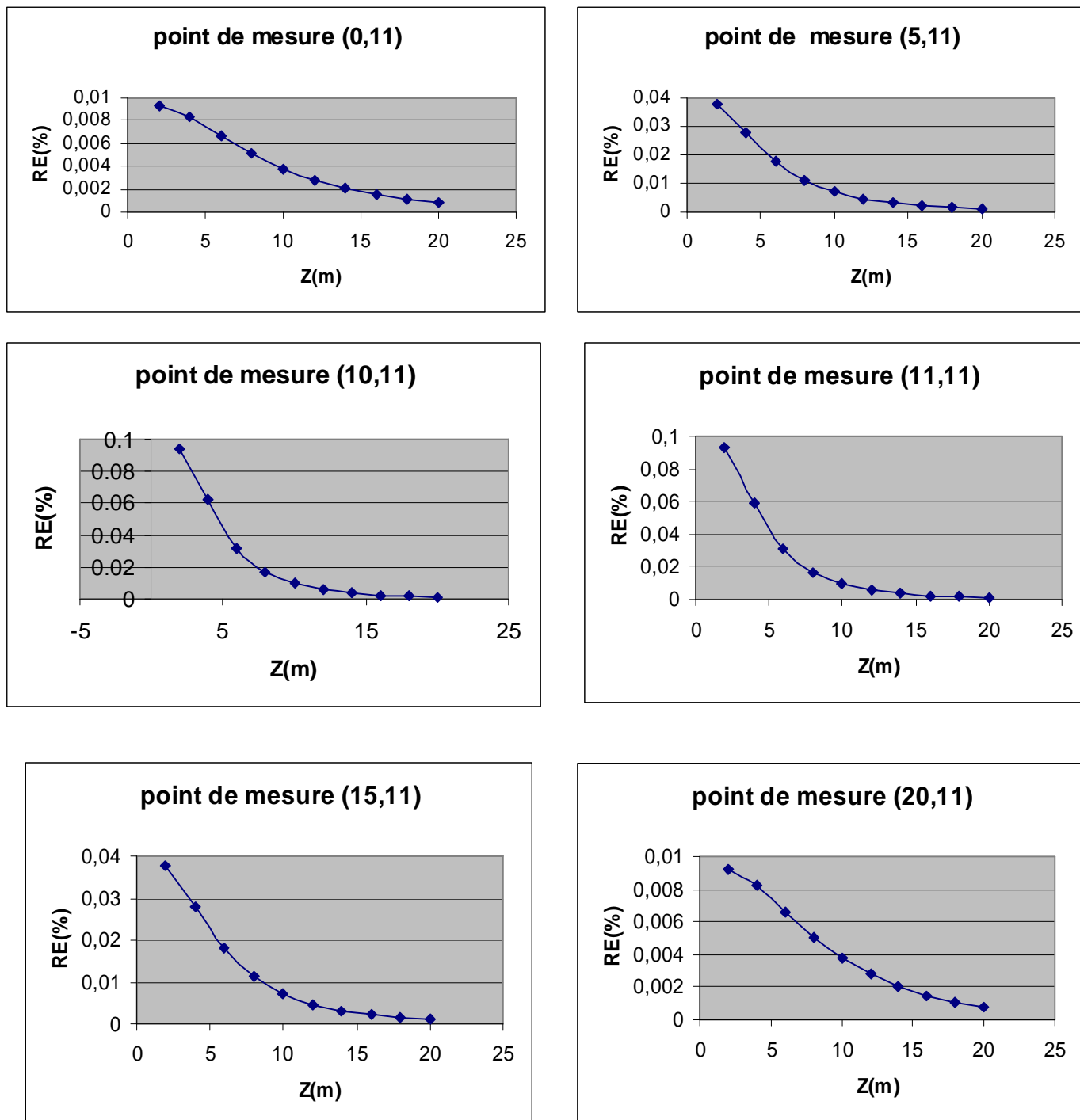


Fig III-2 :
Modèle I,
Effet de la profondeur Z sur la mesure VLF-EM, RE

MT- VLF :

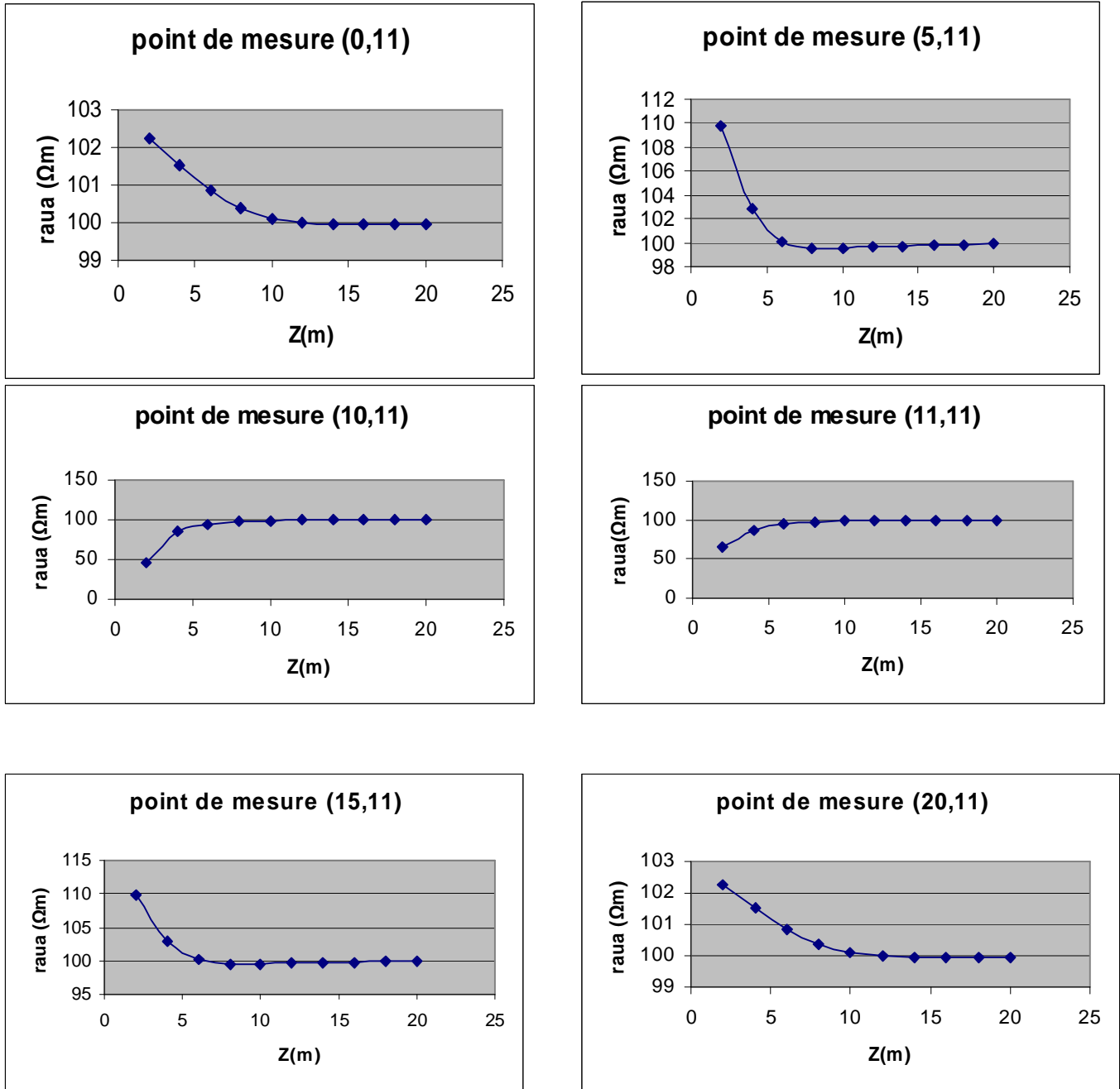


Fig III-3 :
Modèle I,
Effet de la profondeur Z sur la mesure MT-VLF,
RAUA

Ø Discussion des résultats :

Ü Nous retrouvons la diminution de la réponse pour les grandes profondeurs.

L'inclinaison I tend vers 0 pour les données VLF-EM et la résistivité apparente r_a tend vers la résistivité du terrain encaissant r_t pour les données MT-VLF.

Ü Pour les données VLF-EM, le point d'inflexion de la courbe est quasi constant. IL est situé aux environ de $Z=10m$. A partir de cette profondeur, l'anomalie des corps devient très faible. Elle devient négligeable aux environ de $Z=20m$.

En MT-VLF, Le point d'inflexion est toujours égal à 10m pour les stations lointaines par rapport à la position du corps.

Lorsque la station de mesure est proche de la structure enfouie, on remarque que la contribution du corps dans l'expression de r_a est plus importante. On remarque également que celle-ci ne tend pas directement vers r_t avec l'augmentation de la profondeur. En effet, on observe qu'aux environ de $Z=6m$, l'effet du corps l'emporte sur celui du terrain et r_a tend vers r_c . Néanmoins, l'effet du corps diminue pour $Z=10m$ et r_a tend finalement vers la résistivité du terrain encaissant r_t .

Pour les stations traversant le corps, on remarque que l'effet de la structure est prépondérant aux faibles profondeurs. Néanmoins, cet effet chute beaucoup plus rapidement que pour les stations lointaines. Le point d'inflexion est situé aux alentours de $Z=6m$

Ü En VLF-EM, l'amplitude de l'anomalie est toujours inversement proportionnelle à la variation de la profondeur, alors qu'en MT-VLF la proportionnalité de la variation entre l'anomalie et la profondeur dépend de la position de la station de mesure par rapport au positionnement du corps enfoui.

Ce phénomène s'explique par le fait que la réponse MT-VLF est liée à la propriété électrique de tout le milieu, à savoir sa résistivité apparente r_a .

Ainsi, pour les faibles profondeurs, la résistivité obtenue tend vers celle du corps sur la partie du profil qui le traverse. Elle tend vers la résistivité du milieu avec l'augmentation de la profondeur. La proportionnalité est liée au choix du modèle : $r_t > r_c$. Les stations lointaines donnent des rapports de proportionnalité inverse car elles passent de la combinaison des effets du corps et du terrain

(donc $r_a > r_t$) pour les faibles profondeurs, au seul effet du terrain
(donc $r_a = r_t$) pour les grandes profondeurs ;

Ø Conclusion :

De ce qui précède, nous retenons ce qui suit :

- ü La variation de la profondeur, en chaque point de mesure (augmentation ou diminution), crée une fonction de variation monotone aussi bien pour les réponses VLF-EM que pour les réponses MT-VLF, ce qui peut faciliter le processus de convergence ;
- ü La valeur $Z_c=10$ semble être une valeur caractéristique pour la variation de la réponse électromagnétique ;
- ü Pour les données VLF-EM, la variation de la réponse électromagnétique en fonction de l'augmentation de la profondeur est décroissante sur toutes les stations de mesure. Par contre, la variation des données MT-VLF passe de la décroissance sur les stations situées loin du corps à la croissance sur les stations situées au dessus du corps. Cette propriété peut être très intéressante pour d'éventuels traitements visant à déterminer la largeur de la structure.

b) **Modèle II** : $r_i = 10 \Omega\text{m}$, $r_c = 100 \Omega\text{m}$, $\alpha = 0^\circ$

VLF-EM :

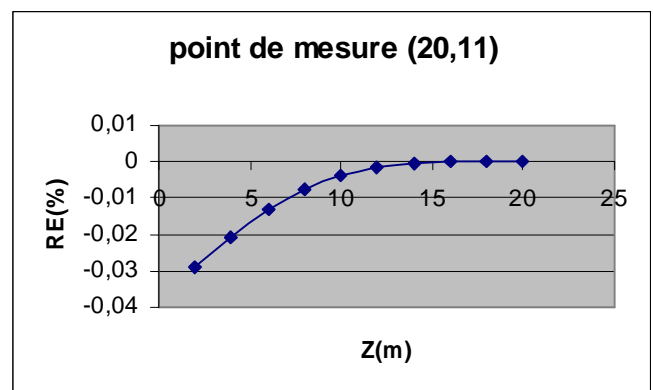
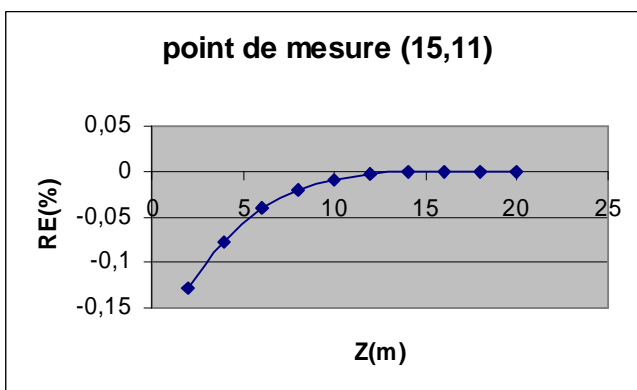
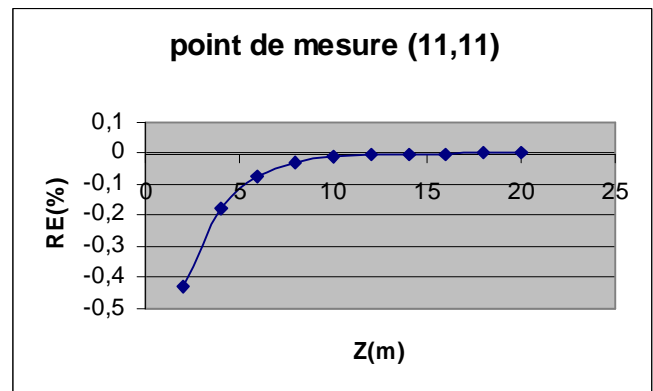
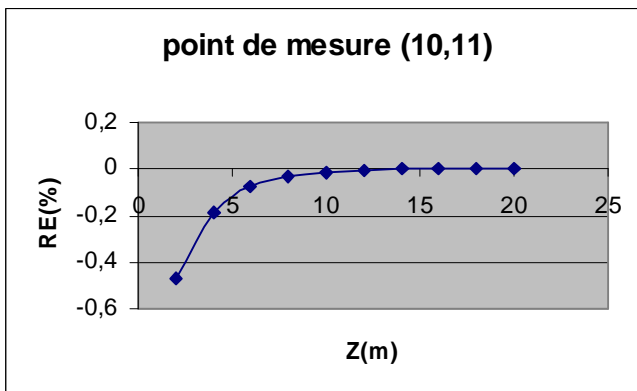
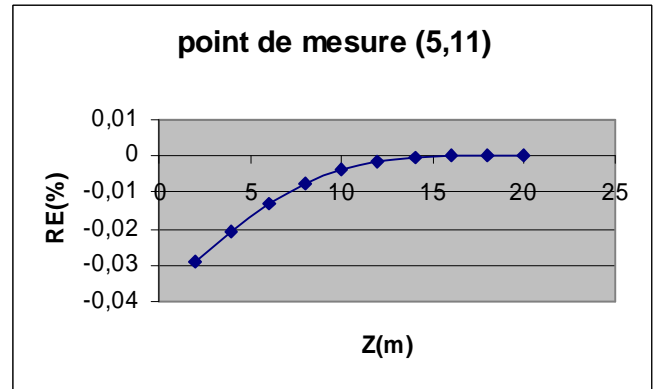
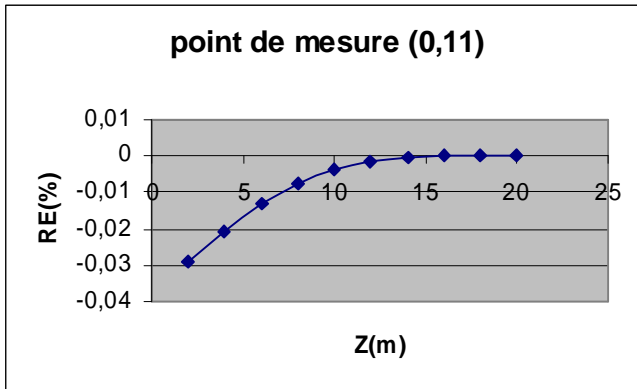


Fig III-4 :
Modèle II
Effet de la profondeur Z sur la mesure VLF-EM, RE

MT- VLF :

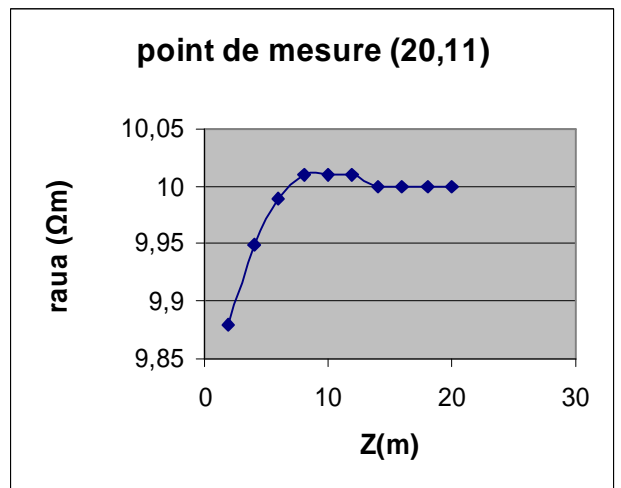
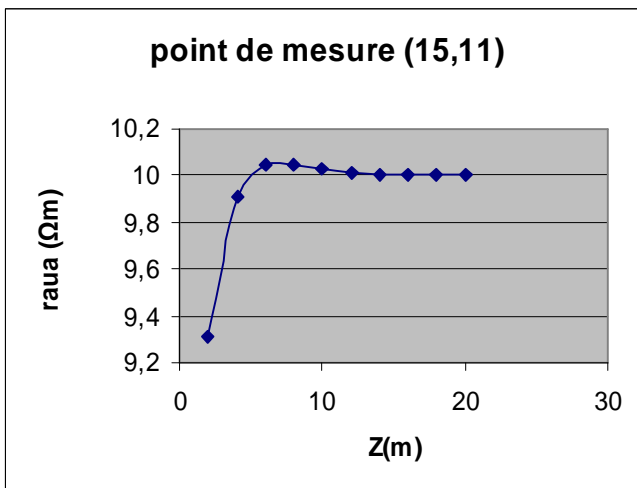
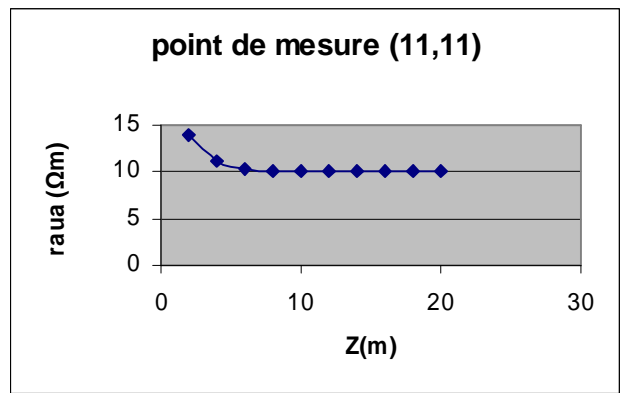
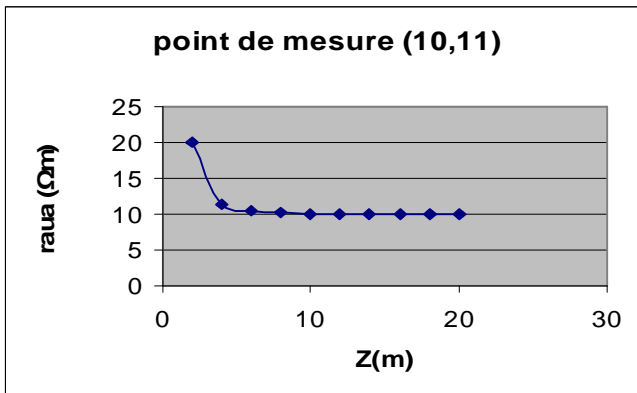
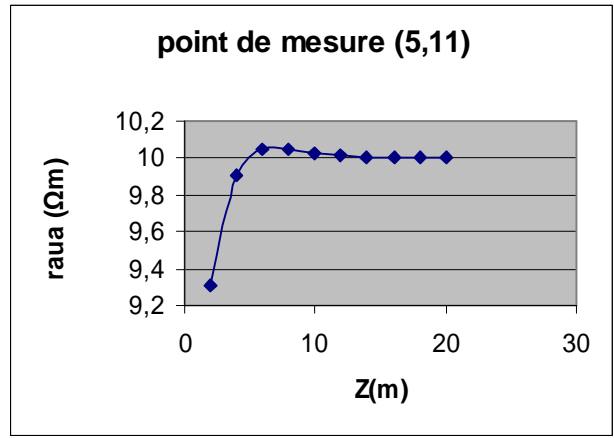
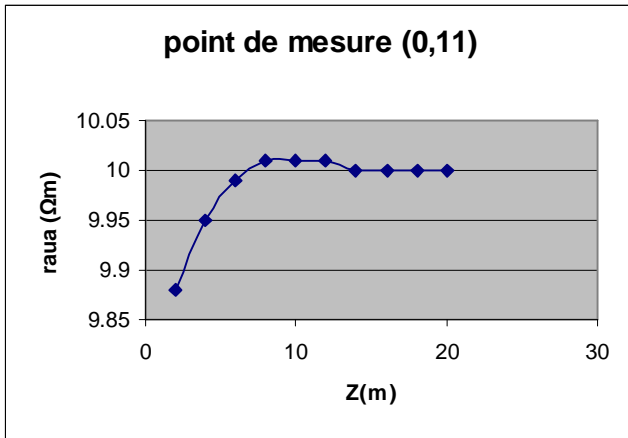


Fig III-5 :
Modèle II
Effet de la profondeur Z sur la mesure MT-VLF : r_a

Ø Discussion des résultats :

ü L'inclinaison I tend vers 0 pour les données VLF-EM et la résistivité apparente r_a tend vers la résistivité du terrain encaissant r_t pour les données MT-VLF.

L'inversion du signe des courbes est due à l'inversion du rapport $\frac{r_t}{r_c}$, qui est passé de 10 à 10^{-1}

ü Contrairement au modèle I, on observe ici une diminution de r_a par rapport à r_t .

Ceci est dû au fait que les corps résistants engendrent une diminution de r_a , alors que les corps conducteurs entraînent son augmentation.

ü Pour les données VLF-EM, le point d'inflexion de la courbe correspond toujours à $Z=10$ m. Toutefois, la rapidité de la diminution de l'amplitude de l'anomalie à partir de cette profondeur est accentuée. L'effet du corps devient négligeable aux alentours de $Z=16$ m.

En MT-VLF, Le point d'inflexion est situé bien avant 10m quel que soit la position de la station sur le profil.

Comme pour le premier modèle, on observe sur les courbes une petite zone de transition où r_a tend vers r_c . L'effet du corps diminue rapidement avec la profondeur et r_a tend vers r_t plus rapidement que pour le modèle I.

Pour les stations traversant le corps, on remarque que les courbes obtenues présentent le même comportement que celles données par le premier modèle : l'effet de la structure est prépondérant aux faibles profondeurs. Néanmoins, cet effet chute beaucoup plus rapidement que pour les stations lointaines. Le point d'inflexion est situé aux alentours de $Z=6$ m

ü Contrairement au modèle I où la variation de l'anomalie EM était inversement proportionnelle à la variation de la profondeur. Le modèle II engendre une augmentation de l'amplitude de l'anomalie avec l'augmentation de Z .

Ceci est dû à la nature de la réponse des corps résistants aux données VLF-EM. En effet, (référence Baker)

En MT-VLF la proportionnalité de la variation entre l'anomalie et la profondeur dépend de la position de la station de mesure par rapport au positionnement du corps enfoui comme expliqué précédemment.

Ø De ce qui précède, nous retenons ce qui suit :

- Û La monotonie de la variation de la réponse électromagnétique en fonction de la profondeur est toujours vérifiée ;
- Û La singularité de la valeur $Z=10$ semble se confirmer ;
- Û Le changement du signe de variation des réponses MT-VLF quand le profil passe au dessus du corps est encore vérifiée.

III-3) Effet de la résistivité sur la mesure EM :

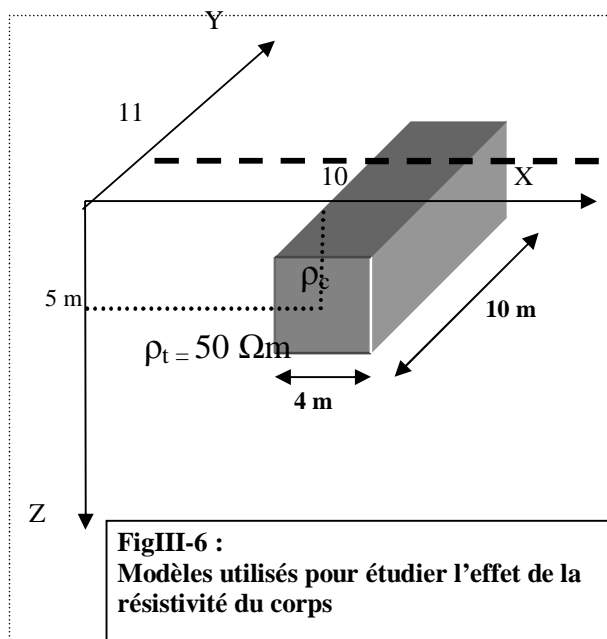
Les dimensions du corps demeurent toujours constants et n'influent donc pas sur les variations de la mesure :

$$(X_1, Y_1, Z_1) = (4, 10, 4)$$

Modèle utilisé :

- Un terrain homogène dont la résistivité $\rho_t = 50 \Omega\text{m}$;
- Un corps rectangulaire situé à la profondeur $Z_c = 5 \text{ m}$ avec un pendage nul ;

Pour une meilleure visualisation des anomalies, Nous avons présenté la variation des mesures le long du profil A perpendiculaire à l'extension du corps : $y=11$



VLF-EM :

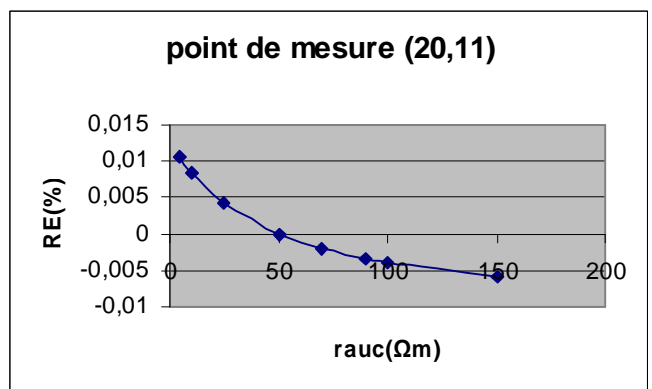
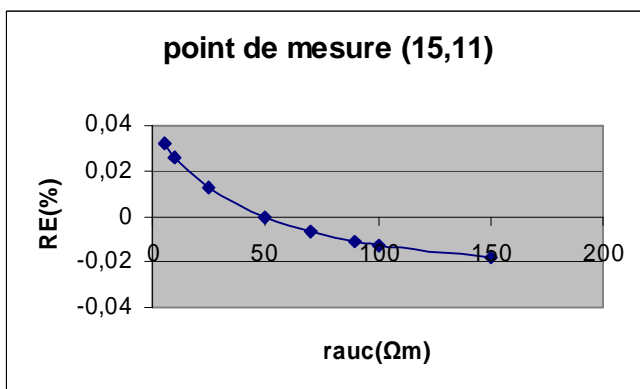
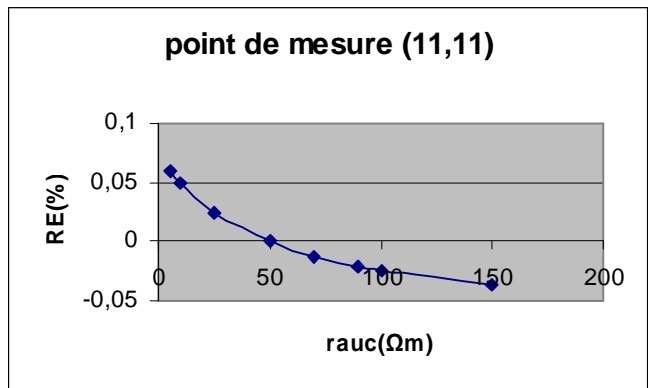
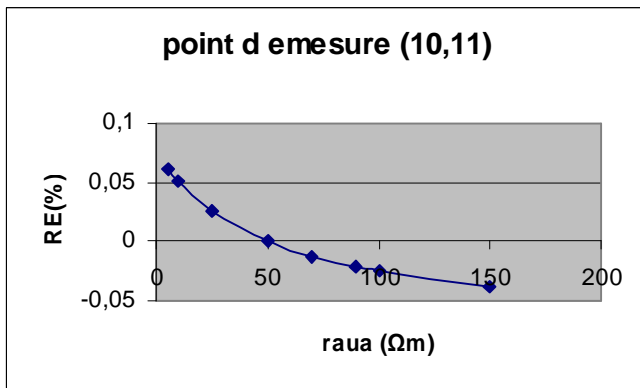
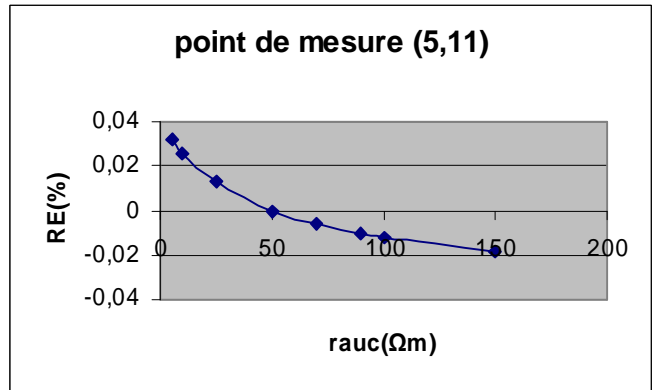
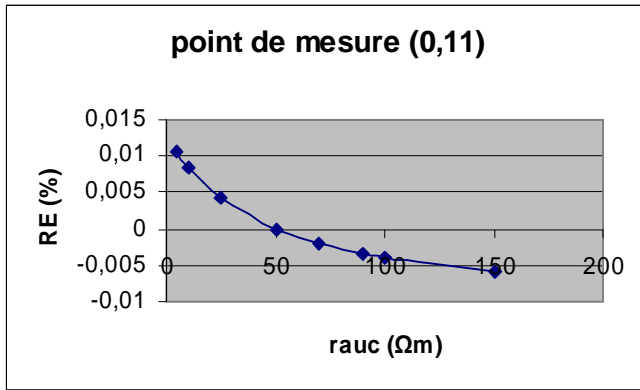


Fig III-7 :
Modèle I,
Effet de la résistivité R_t sur la mesure VLF-EM, RE

MT-VLF:

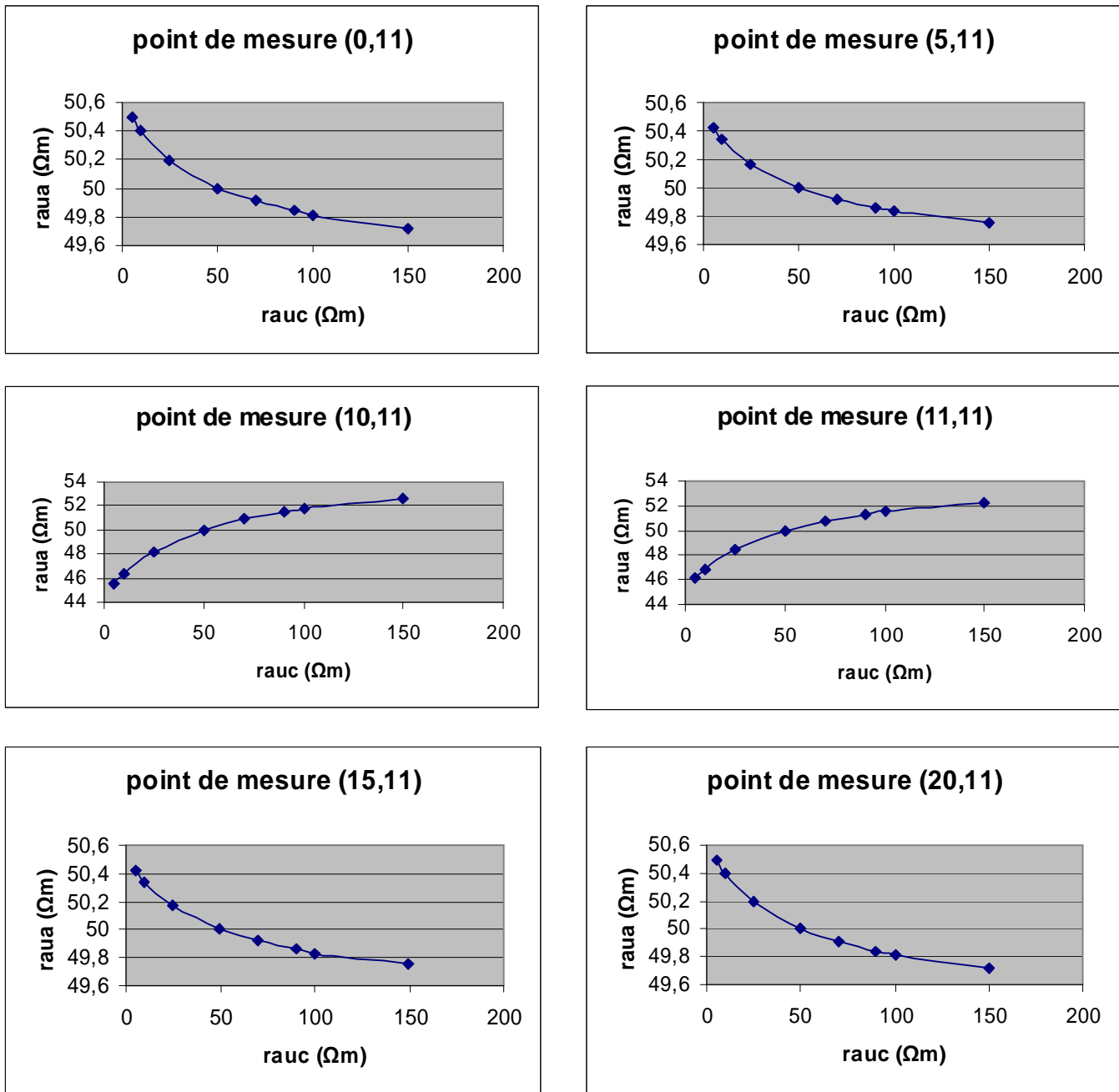


Fig III-8 :
Modèle I,
Effet de la résistivité r_t sur la mesure MT-VLF

Ø Discussion des résultats :

ü Le gradient de l'anomalie VLF-EM est quasi constant et ne dépend pas de la station de mesure.

Mise à part l'inversion de son signe sur la partie du profil qui traverse le corps, La variation de la réponse MT-VLF présente la même régularité.

CHAPITRE IV

Développement de l'algorithme

IV-1) INTRODUCTION :

On peut distinguer entre deux familles de techniques inverses : Les méthodes analytiques et les méthodes géométriques.

Les méthodes analytiques cherchent à trouver le vecteur m de l'équation III-3 ($m = G^{-1} d$) en utilisant des techniques de calcul algébrique.

Le vecteur m trouvé est défini avec une précision dépendant de la méthode utilisée.

Les méthodes géométriques postulent un modèle de départ considéré comme solution a priori. Ce modèle initial sera ajusté aux données observées d'une façon itérative jusqu'à l'atteinte d'une erreur minimale préalablement fixée.

Les méthodes inverses sont encore timidement appliquées en électromagnétisme car elles se heurtent à la difficulté de la mise en œuvre sous la forme voulue des équations de Maxwell. L'utilisation des techniques inverses en électromagnétisme est un créneau qui demeure encore faiblement exploré.

IV-2) Présentation de l'algorithme :

IV-2-1) Caractéristiques générales :

Nous avons développé dans cette étude un programme basé sur les techniques inverses géométriques. Il permet de restituer les paramètres vrais des corps 3D (profondeur ou résistivité) à partir d'un modèle initial qui sera ajusté au sens des moindres carrés.

Tous les algorithmes d'inversion géométrique reposent sur les idées maîtresses suivantes :

- **Discrétiser le problème :**

Le maillage choisis ne doit pas être supérieure au pas de mesure.

- **Choisir un modèle initial :**

Le modèle de départ peut être très éloigné du vrai modèle.

- **Paramétrer le modèle :**

Le modèle est défini par des paramètres qui le caractérisent. Dans la présente étude, le corps est défini par sa résistivité, ses coordonnées et ses dimensions.

- **Définir la fonctionnelle directe ;**

Nous avons adapté le programme de modélisation de *A. Tabbagh*, 1985

- **Définir un critère d'ajustement ;**

Le modèle est ajusté au sens des moindres carrés

- Fixer l'erreur tolérée :

Nous avons vu au chapitre II qu'à partir d'un certain seuil, les variations du paramètre du modèle (profondeur ou résistivité) n'entraînent que de très faibles variations dans la réponse électromagnétique. Nous avons donc fixé l'erreur admise pour l'estimation à 10^{-6}

Nous présentons sur la (fig IV-1) un organigramme illustrant le déroulement du programme.

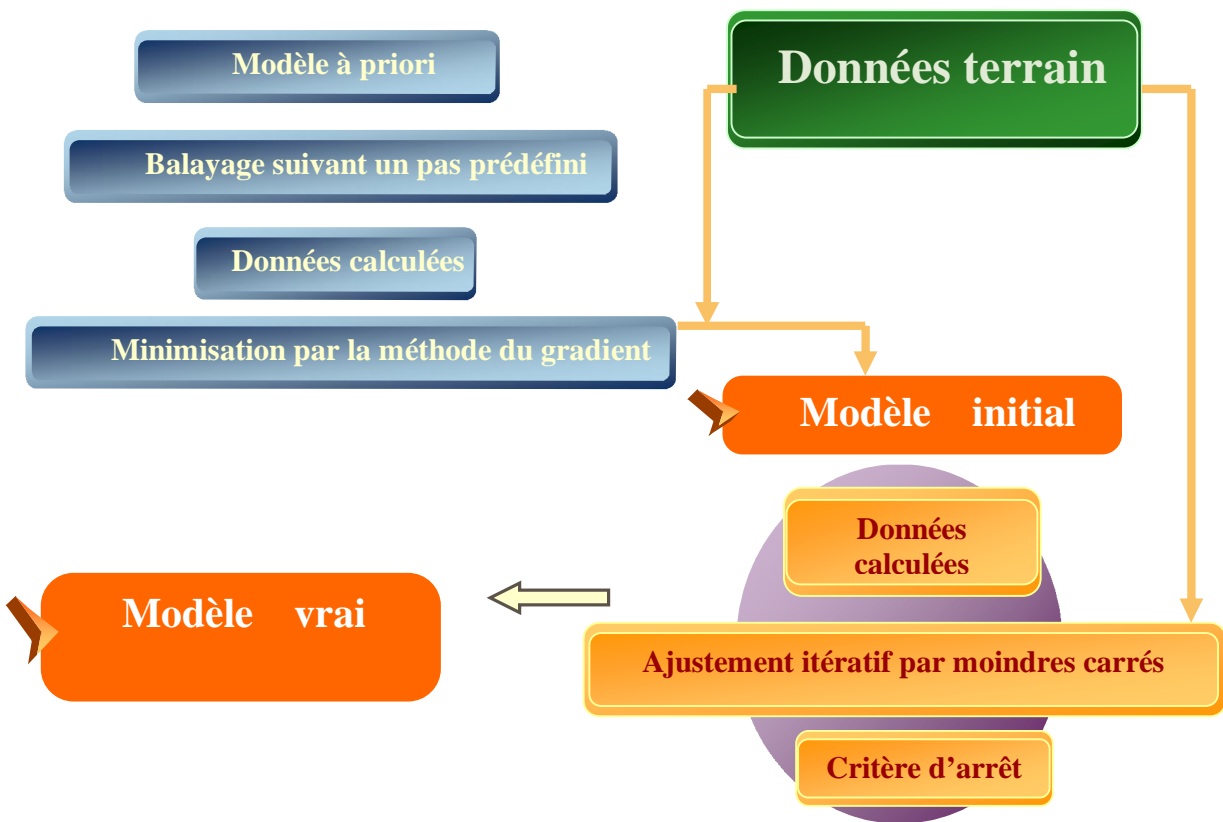


Fig IV-1 :
Organigramme du programme d'inversion

IV-2-2) développement de l'algorithme :

Pour l'ajustement des fonctionnelles non linéaires, les méthodes de Gauss-Newton et de Newton donnent de bons résultats en pratique quand on a un bon estimé de la valeur recherchée. Dans le cas inverse le programme peut diverger.

Pour éviter cela, l'algorithme effectue deux étapes distinctes.

La première est consacrée à l'optimisation du modèle initial.

Le modèle optimisé sera injecté dans la seconde étape comme nouveau modèle de départ et sera ajusté par la méthode des moindres carrées.

IV-2-2-1) Optimisation du modèle initial :

Le choix du modèle initial est un facteur très important dans n'importe quelle méthode d'inversion géométrique. Il possède une incidence directe sur la qualité des résultats obtenus.

En effet, le degré de dépendance du modèle obtenu avec le modèle initial caractérise le bon déroulement de l'inversion.

Le modèle initial est généralement optimisé en introduisant des pré-conditionneurs tirés de la réalité physique ou issue d'hypothèses simplificatrices.

Dans notre cas, pour empêcher le choix du modèle initial de trop peser sur le résultat de l'inversion, nous avons réalisé un algorithme qui se charge lui-même de choisir le modèle initial optimal.

Cet algorithme prend en considération la contrainte physique liée à la valeur maximale possible du paramètre et procède à la combinaison de deux méthodes existantes dans la littérature mathématique, afin de les adapter au problème qui nous intéresse. Il s'agit d'une adaptation de la méthode de décomposition de domaine et de la méthode d'optimisation par descente de gradient.

1- Décomposition de domaine :

Le principe de cette méthode consiste à ramener des problèmes de grande taille en une suite de sous problèmes de taille plus petite et donc de les partitionner en une suite de sous-problèmes.

Cette méthode est généralement utilisée pour résoudre des problèmes complexes en les décomposant en une suite de sous problèmes plus simples à résoudre. Le calcul se fait parallèlement, ce qui diminue de beaucoup le temps de calcul. La solution finale est obtenue en combinant les différentes solutions trouvées avec la prise en considération des conditions aux limites.

Nous nous sommes inspirés de cette idée pour partitionner le domaine des modèles possibles en une suite de sous-domaines et d'en extraire celui qui se rapproche le mieux du modèle recherché.

Le calcul ne se fait plus parallèlement mais d'une façon séquentielle. Le programme utilise des points supports pour faire un balayage du paramètre inversé dans le domaine des modèles possibles.

L'objet de cette étape est de procéder à la réduction de l'intervalle d'incertitude contenant la solution en deçà d'une certaine limite L_m qui définit la précision avec laquelle on a localisé la solution.

Nous avons choisis de fixer la valeur de L_m qui correspond à la longueur du sous- domaine à 10.

Pour extraire le modèle initial optimal, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode de descente de gradient.

2- optimisation par descente de gradient :

Soit une fonction scalaire f , définie par ses composantes (x, y, z) dans un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Le gradient de cette fonction est un vecteur

$$\overline{grad} f = \vec{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial f}{\partial z} \quad \dots(\text{IV-1})$$

La connaissance de ce vecteur détermine les variations de la fonction f autour de ce point. En particulier, la plus grande variation qui a lieu quand on se déplace le long de la normale à la surface de niveau.

En effet, cette direction maximum est définie en grandeur et direction par le vecteur $\overline{grad} f$ (fig VI-2)

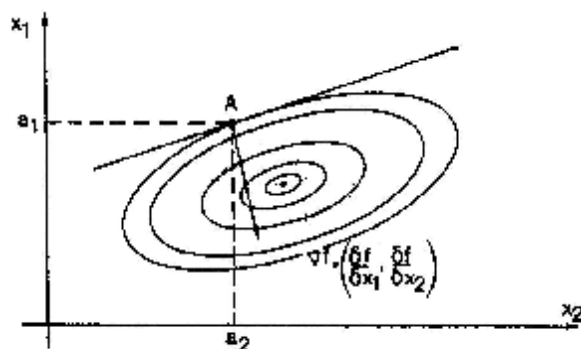


Fig IV-2 :
Ligne tangente et gradient (Boumahrat et al, 1993)

L'optimisation par descente de gradient consiste à prendre la direction de la plus petite variation et donc la direction inverse au gradient $(-\overline{grad} f)$ (Fig VI-3)

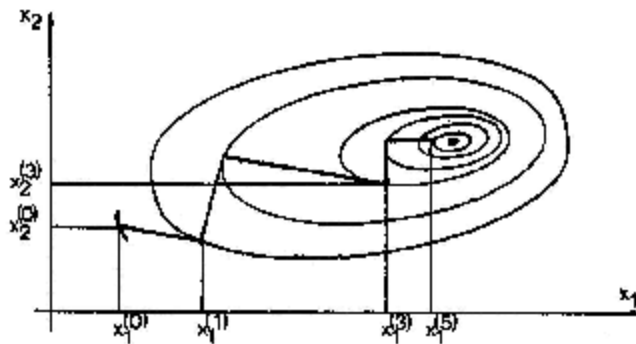


Fig IV-3
Exemple de suite d'estimés successifs engendrés par la méthode du gradient (Boumahrat et al, 1993)

• **Formulation mathématique :**

Pour résoudre numériquement ce problème, nous avons choisi la variante de gradient à pas constant dont l'algorithme est :

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - t^{(k)} \overrightarrow{\text{grad}} f(x^{(k)}) \quad \dots(\text{IV-2})$$

Le choix du pas t s'est fait empiriquement.

$$t = 10$$

• **Limite de la méthode:**

Cette méthode possède des inconvénients bien connus :

- Le choix de t est empirique;
- Si t est trop petit, le nombre d'itération peut être très élevé;
- Si t est très grand, les valeurs de la suite risquent d'osciller autour d'un minimum sans converger;
- Rien ne garantit que le minimum trouvé soit un minimum global.

Ces inconvénients, qui sont intrinsèques à la méthode du gradient, sont d'importance négligeable dans notre algorithme puisque cette méthode n'est utilisée que pour extraire un modèle initial qui soit le plus proche possible du modèle vrai.

IV-2-2-2) Formalisme direct :

IV-2-2-2-1) Avant propos :

Il existe deux approches possibles pour modéliser un problème physique. La première consiste à considérer un élément typique infinitésimal et intégrer l'information sur la région considérée. Elle est basée sur l'utilisation appropriée des équations différentielles tel que le champ en un point x est relié à un point voisin $x + dx$.

La seconde approche ne considère plus la propagation du champ de proche en proche mais prend la région comme une seule entité et considère donc la variation de l'information comme un phénomène global. La fonctionnelle correspondante est définie en postulant un principe variationnel sur toute la région (H.P. Patra, K. Mallik, 1980)

Pour la construction du formalisme direct, nous avons adapté un programme préexistant de modélisation 3D. Ce programme calcule la réponse électromagnétique en surface des structures tridimensionnelles enfouies. IL est basé sur la formulation en équations intégrales des équations de Maxwell. (Tabbagh, 1985)

Nous avons modifié ce programme afin de le transformer en une subroutine qui répond à l'appel du programme principal à chaque fois que le besoin s'impose.

IV-2-2-2-2) Equations intégrales et leur utilisation dans la formulation des problèmes électromagnétiques :

Il existe deux types d'équations intégrales : Les équations de *Fredholm* et les équations de *Volterra* (H.P. Patra, K. Mallik, 1980)

Soit une équation de la forme :

$$\boxed{f(x) - I \int_a^b K(x, y) f(y) dy = f(x)} \quad \dots(\text{IV-3})$$

Tel que :

I : une constante ;

$f(x)$, $K(x, y)$: des fonctions connues ;

f : une fonction inconnue.

Une équation de cette forme est appelée équation intégrale de *Fredholm* du second ordre.

Lorsque la limite supérieure de l'intégration est égale à x au lieu de b , l'équation est appelée équation de *Volterra* :

$$\boxed{f(x) - I \int_a^x K(x, y) f(y) dy = f(x)} \dots (IV-4)$$

Plusieurs auteurs ont étudié l'application des équations intégrales aux problèmes d'induction.

La formulation mathématique du problème repose sur les hypothèses suivantes :

- Le champ électrique est dans la direction Y . Il sera noté \vec{E}_y ;
- La variation du champ est harmonique ;

Soit un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, définissant dans l'espace les points de coordonnées (x, y, z) .

Soit S' une structure enfouie de conductivité S_2 et de constante diélectrique e_2 .

S_1 , et e_1 sont, respectivement, la conductivité et la constante diélectrique du terrain encaissant.

Soit $(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ un repère orthonormé lié à la structure et situant les points de coordonnées (x', y', z') à l'intérieur du corps.

Contrairement aux méthodes différentielles qui font le maillage dans toute la zone d'étude, les méthodes basées sur les équations intégrales ne découpent que la partie de l'espace créant l'anomalie.

Pour cette raison, l'élaboration des équations intégrales s'établit en décomposant le milieu en deux parties : le terrain encaissant et le corps enfoui.

Le problème de modélisation se ramène au calcul du champ secondaire produit par l'anomalie, dans un milieu caractérisé par l'existence du champ primaire.

Le champ électrique \vec{E} est donc décomposé en champs primaire \vec{E}_y^p et champ secondaire \vec{E}_y^s :

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_y^p + \vec{E}_y^s} \dots (IV-5)$$

Le programme que nous avons utilisé calcule la solution électrique dans le cas d'un dipôle électrique (c'est le cas des méthodes VLF).

Dans les premières équations de Maxwell, les champs électrique et magnétique sont couplés. En les découplant, on obtient les équations dites de *Helmutz*.

Les champs \vec{E}_y^p et \vec{E}_y^s vérifient chacun cette équation :

$$\boxed{(\Delta + K^2)\vec{E}_y^p = iw\mathbf{m}_0 I_p} \quad \dots(\text{IV-6})$$

$$\boxed{(\Delta + K^2)\vec{E}_y^s = iw\mathbf{m}_0 I_s} \quad \dots(\text{IV-7})$$

I_p et I_s sont respectivement le courant primaire et le courant secondaire.

K est appelée constante de propagation, elle est donnée par :

$$\boxed{K = \sqrt{iw\mathbf{m}_0\mathcal{S}}} \quad \dots(\text{IV-8})$$

Elle est liée à la profondeur de peau d par :

$$K = \frac{1+i}{d} \quad \dots (\text{IV-9}) \quad \text{avec} \quad d = \sqrt{\frac{2}{w\mathbf{m}_0\mathcal{S}}} \quad \dots(\text{IV-10})$$

Ces considérations conduisent à la reformulation des équations de Maxwell pour être mises sous la forme d'une équation intégrale de *Fredholm* (*Harrington*, 1961) :

$$\boxed{E_y(x, z) = E_y^p(x, z) + \iint_{s'} \left\{ [S_2(x', z') - S_1] + iw[e_2(x', z') - e_1] \right\} E_y(x', z') G(x, z; x', z') dx', dz'}$$

(IV-11)

La fonction $G(x, z; x', z')$ est appelée fonction de Green. Elle est donnée par (*Wait*, 1962) :

$$\boxed{G(x, z; x', z') = -\frac{iw\mathbf{m}_0}{2p} \int_x^0 \left[\frac{m_1 - m_0}{m_1 + m_0} \right] e^{-m_1(z+z')} + e^{-m_1|z-z'|} \frac{\cos l(x-x')}{m_1} dl}$$

(IV-12)

Le champ primaire \vec{E}_y^p est connu. Son expression dans n'importe quel point de l'espace a été calculée par (*Wait*, 1962).

Plusieurs méthodes ont été développées sur la bases des équations intégrales pour le calcul du champ total à la surface.

Le programme que nous avons utilisé est basé sur la méthode des moments (*Tabbagh*, 1985)

IV-2-2-3) Ajustement quadratique :

On rappelle que l'algorithme de l'ajustement des modèles linéaires est basé sur la résolution de deux principales équations (*Boumahrat et al*, 1993) :

- ∅ La première est un système de N équations à (N+M) inconnues (on rappelle que N est le nombre de données, M le nombre de paramètres) :

$$e = d^{obs} - Gm^{est} \quad \dots(IV-13)$$

- ∅ La seconde donne la forme quadratique à minimiser pour l'estimation de la solution :

$$E = e^t e \quad \dots(IV-14)$$

Le paramètre estimé est donné par (*Menke*,1984) :

$$m^{est} = [G^t G]^{-1} G^t d \quad \dots(IV-15)$$

Le problème d'approximation par une forme non linéaire repose toujours sur la minimisation de l'équation (IV-14)

A chaque itération i, La fonctionnelle G est remplacé par son développement en série de Taylor au voisinage du paramètre estimé m^{est} .

Les équations (IV-13) et (IV-15) sont donc remplacées par le couple d'équations (*Boumahrat et al*, 1993) :

$$\boxed{\begin{cases} \min(E) = e^t e \\ e = d^{obs} - G(x, m^{est}) - \nabla G.dm \end{cases}} \quad \dots(IV-16)$$

Ainsi, on constate que le problème est une forme linéaire des résidus inconnus dm . On peut donc utiliser la méthode des moindres carrée pour estimer ces résidus.

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre le système d'équations (IV-16). Nous avons utilisé l'algorithme de *Gauss - Newton* résumé comme suit :

Fig IV-4) :

Algorithme de Gauss-Newton pour les moindres carrés

(Boumahrat et al, 1993)

1- Connaissant : d_j^{obs} , $G(x, m^{est})$, x et ε

Choix d'un estimé m^{est} de m^{vrai}

2- Résolution du sous-problème linéaire

$$\begin{cases} \min(E) = e^t e \\ d - G(x, m) - \nabla.G dm = e \end{cases}$$

3- Calcul de $m_i = m_{i-1} + dm_i$

$$e_i = d - G(x, m_i)$$

$$E_i = e_i^t e_i$$

4- Si $|E_i - E_{i-1}| / |E_i| < e$, arrêter

CHAPITRE V

Implémentation du programme et discussion des résultats

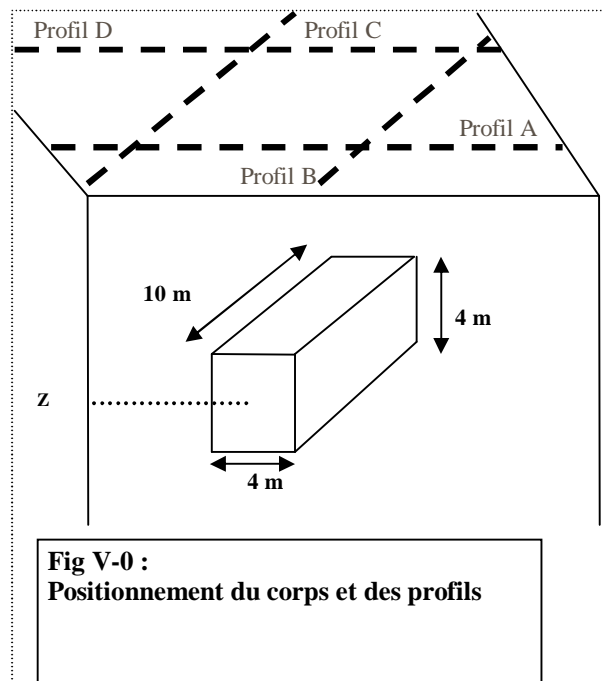
V-1 Introduction

Nous avons exécuté le programme sur plusieurs modèles en faisant varier d'abord la profondeur, ensuite la résistivité du corps. Les autres paramètres sont gardés constants et supposés connus :

- (X_l, Y_l, Z_l) représente les dimensions du corps dans les trois directions.
Dans tout ce qui suit $(X_l, Y_l, Z_l) = (4, 10, 4)$;
- Dans le plan horizontal, le corps est centré sur la position $(X_c, Y_c) = (10, 10)$
- La profondeur du corps est notée Z_c
- La résistivité du corps est notée ρ_c

Le programme d'inversion est exécuté sur les profils suivants (**figV-0**) :

- Le profil A : Traverse le corps perpendiculairement à sa direction d'extension
- Le profil B : traverse le corps parallèlement à sa direction d'extension ;
- Les profil C et D: Ne traversent pas le corps



Les résultats obtenus sur les différents profils sont presque identiques. Nous ne présenterons dans ce qui suit que les inversion effectuées sur le profil perpendiculaire à la direction de la structure : Profil A

V-2 PLAN DE PRESENTATION DES RESULTATS :

Pour chaque modèle étudié, les figures suivantes seront présentées :

- La réponse VLF-EM du modèle
- Les résultats de l'inversion du paramètre
- L'évolution de l'erreur
- La réponse MT-VLF du modèle
- Les résultats de l'inversion du paramètre
- L'évolution de l'erreur

V- 3 INVERSION DE LA PROFONDEUR DU CORP :

Dans les meilleures conditions de mesure, la profondeur d'investigation des méthodes VLF peut atteindre 50m. Nous avons utilisé cette limite pour restreindre l'espace des modèles possibles. Par défaut, la borne supérieure imposée à la variation du paramètre inversée est $Z_c^{\max} = 50m$. Néanmoins, nous avons laissé à l'opérateur toute latitude d'augmenter ou de diminuer la profondeur limite en fonction de ses besoins.

Pour toutes les inversions, nous avons pris une profondeur de départ $Z_c^{\text{initiale}} = 5m$.

L'inversion de la profondeur a été réalisée pour les deux modèles suivants :

Modèle I :

- Un terrain homogène résistant ($r_t = 100\Omega m$) contenant un corps rectangulaire conducteur ($r_c = 5\Omega m$) pour chacune des profondeurs Z_c suivantes :
3m, 8m, 10m, 15m, 20m, 30m, 3.5m, 8.3m, 10.80m.

Modèle II :

- Un terrain homogène conducteur ($r_t = 10\Omega m$) contenant un corps rectangulaire résistant ($100\Omega m$), pour chacune des profondeurs Z_c suivantes :
2m, 8m, 10m, 15m, 20m, 30m, 3.5m, 8.3m, 10.80m

V-3-1) Résultats de l'implémentation du programme

V-3-1-1) Modèle I

1) VLF-EM :

Nous avons d'abord représenté la partie réelle de La réponse VLF-EM de chaque modèle - correspondant à l'inclinaison du champ résultant par rapport au champ primaire (notée I)- respectivement, pour les trois catégories de profondeurs suivantes :

$Z_c = (3, 8, 10)$: Profondeurs moyenne formulées avec une précision de l'ordre de mètre ;

$Z_c = (15, 20, 30)$: Grandes profondeurs formulées avec une précision de l'ordre de mètre ;

$Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$: Profondeurs formulées avec une précision de l'ordre du décimètre.

Les résultats de chaque inversion, obtenus à la première et à la dernière itération pour chaque modèle, sont représentés sur une suite de graphes.

La variation de l'erreur sur chaque inversion est donnée après les résultats des inversions pour chaque catégorie.

Chapitre V : Implémentation du programme et discussion des résultats

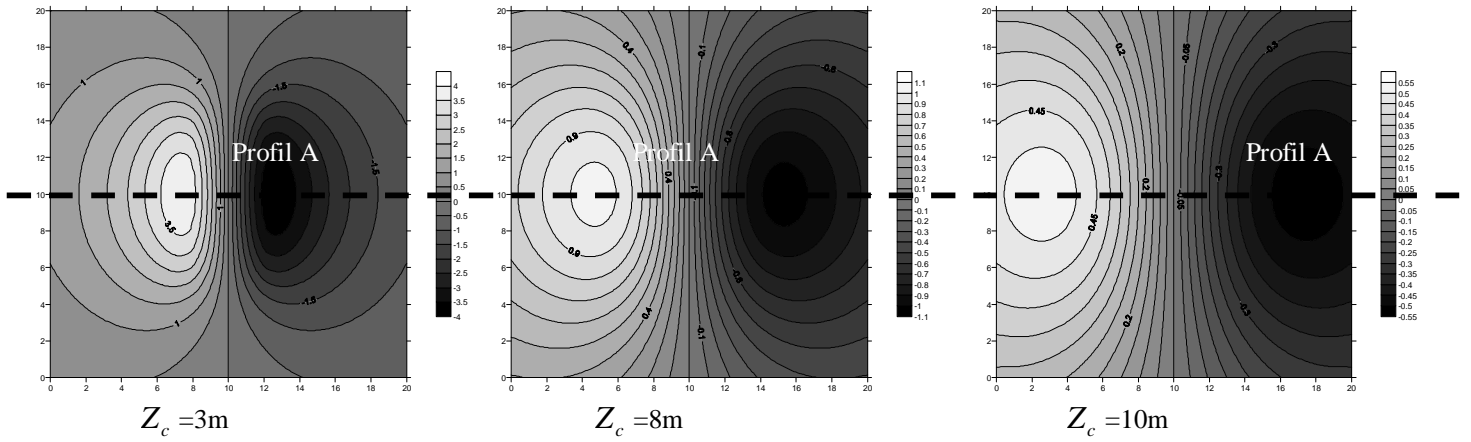


Fig V-1 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3, 8, 10)$

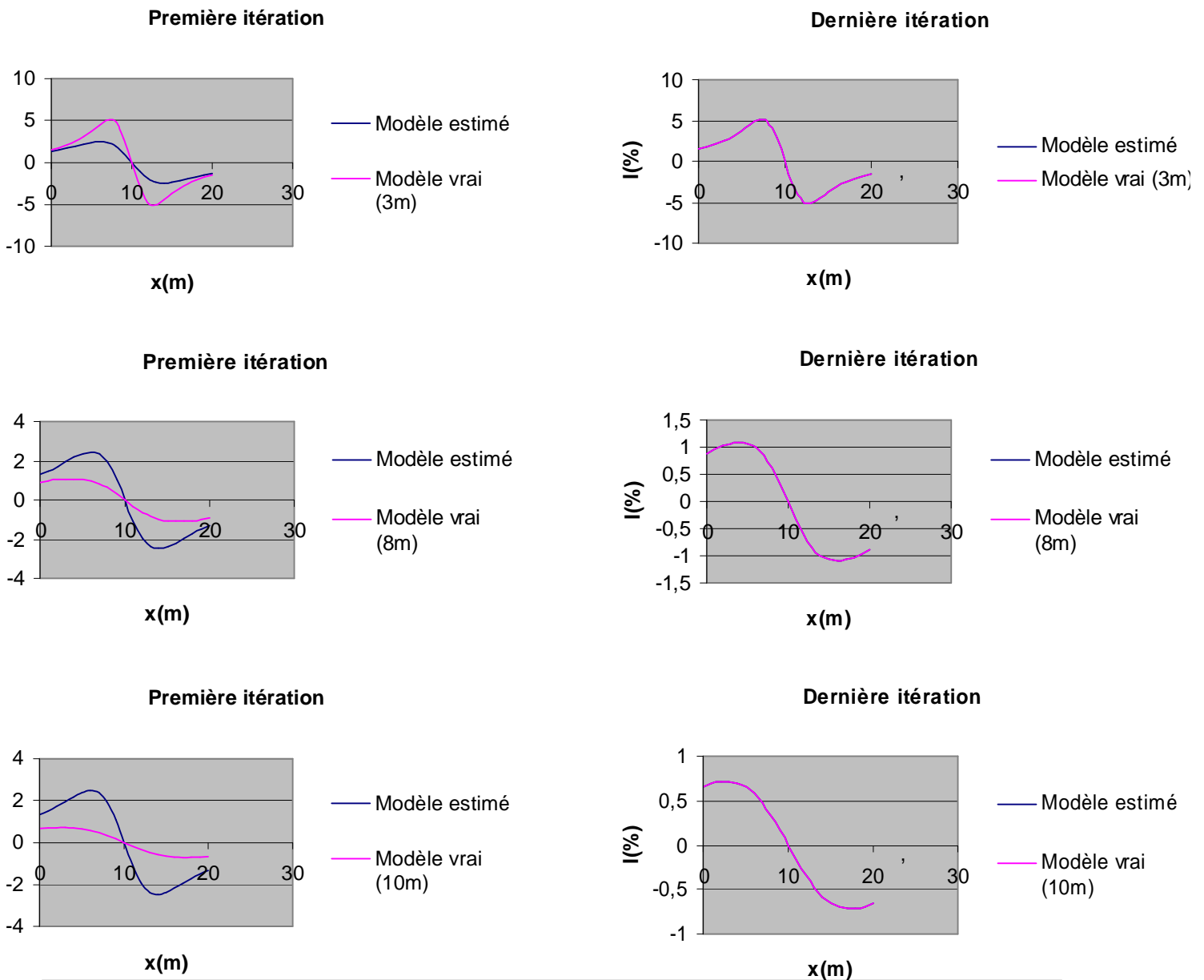


Fig V-2 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3, 8, 10)$

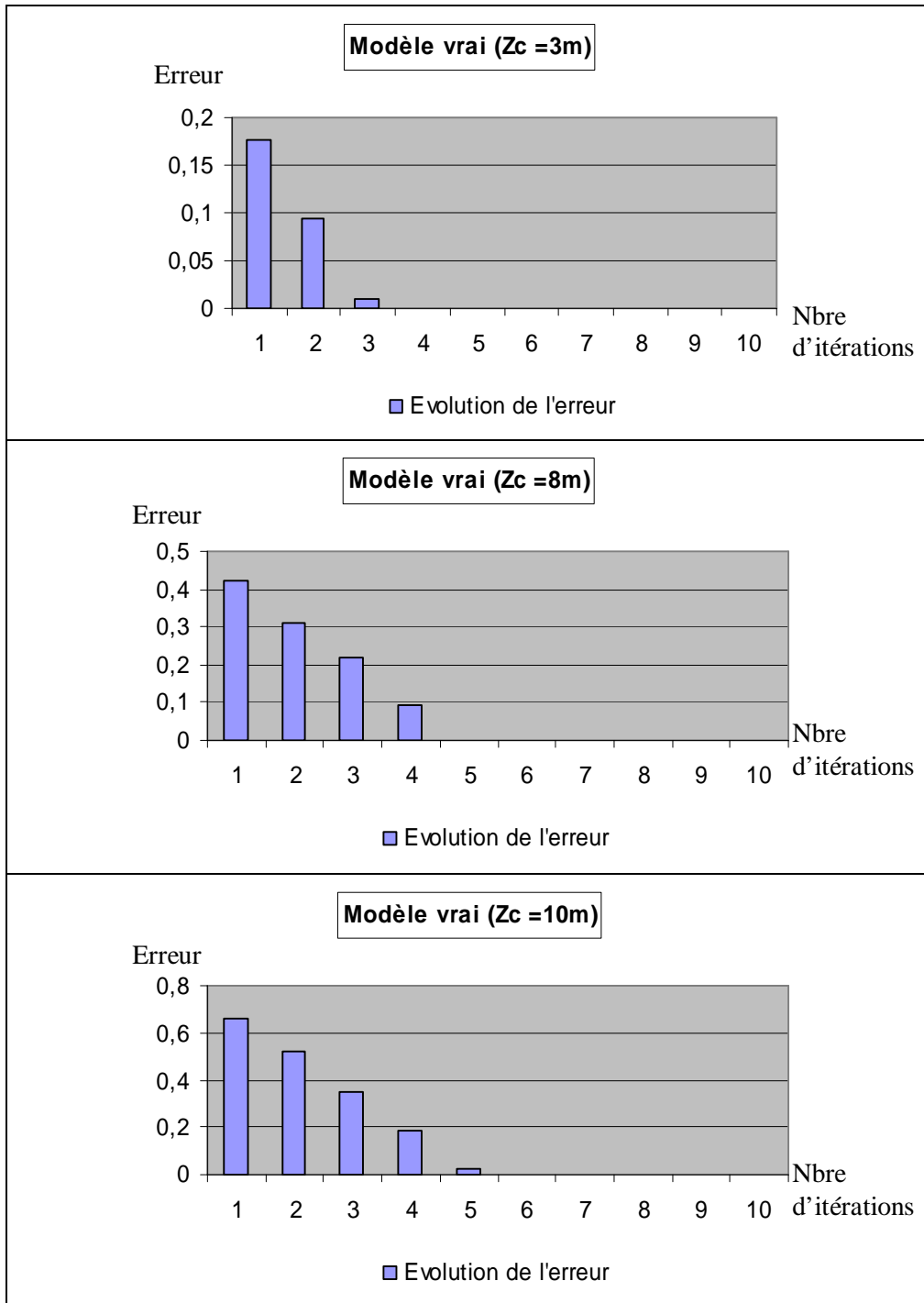


Fig V-3:

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3, 8, 10)$

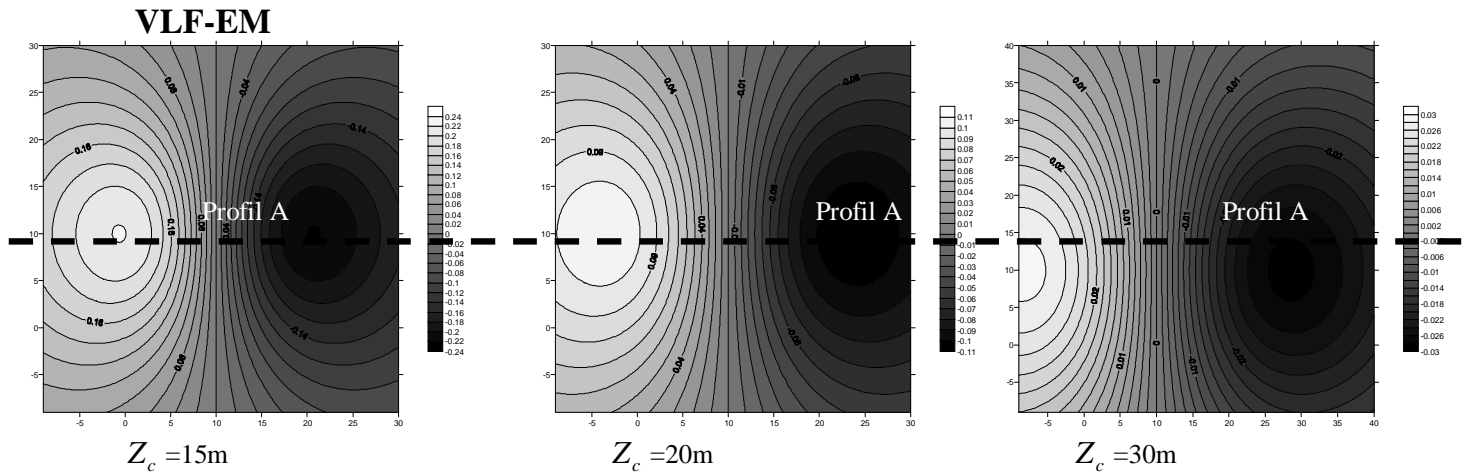


Fig V-4 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (15, 20, 30)$

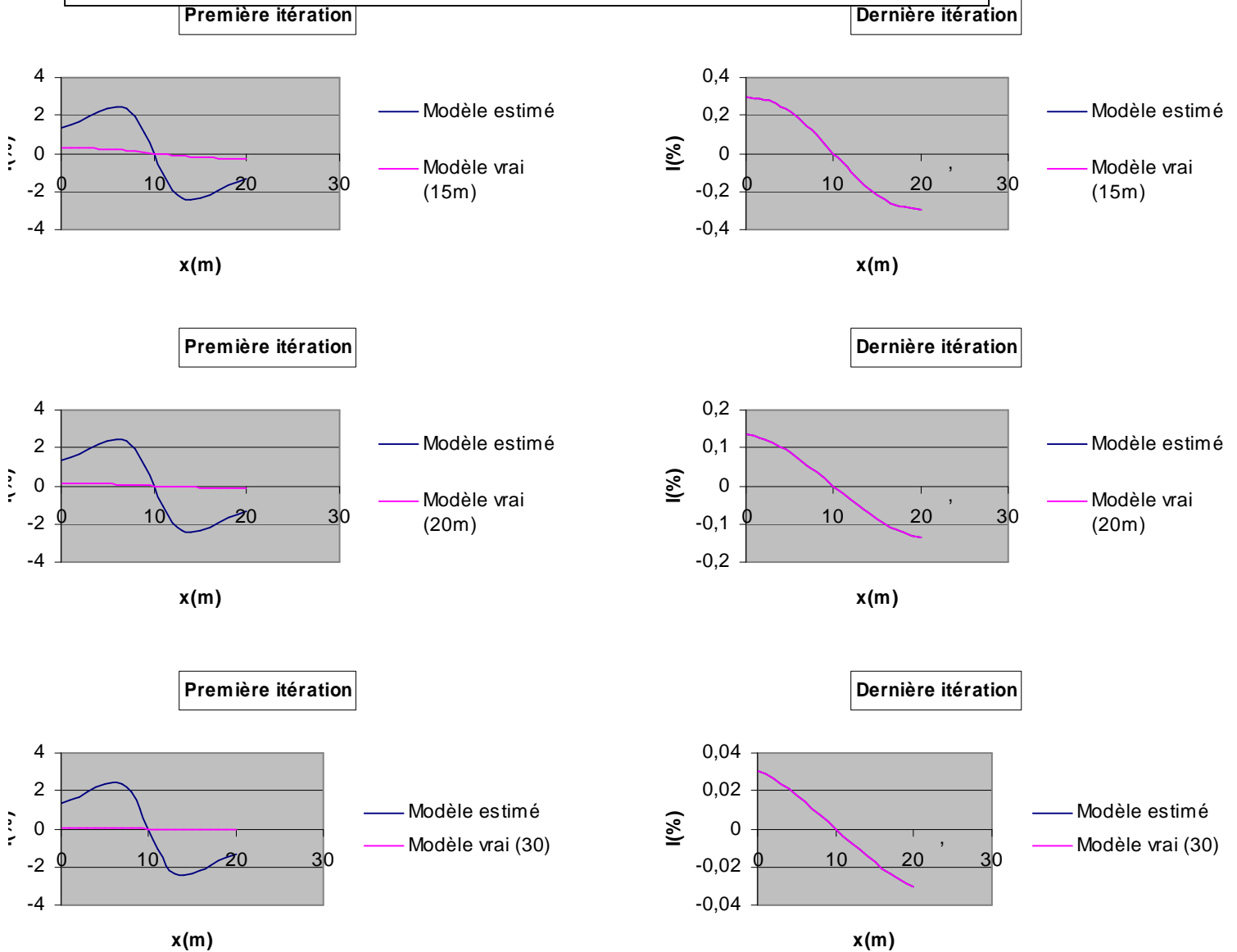


Fig V-5 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. $Z_c = (15, 20, 30)$

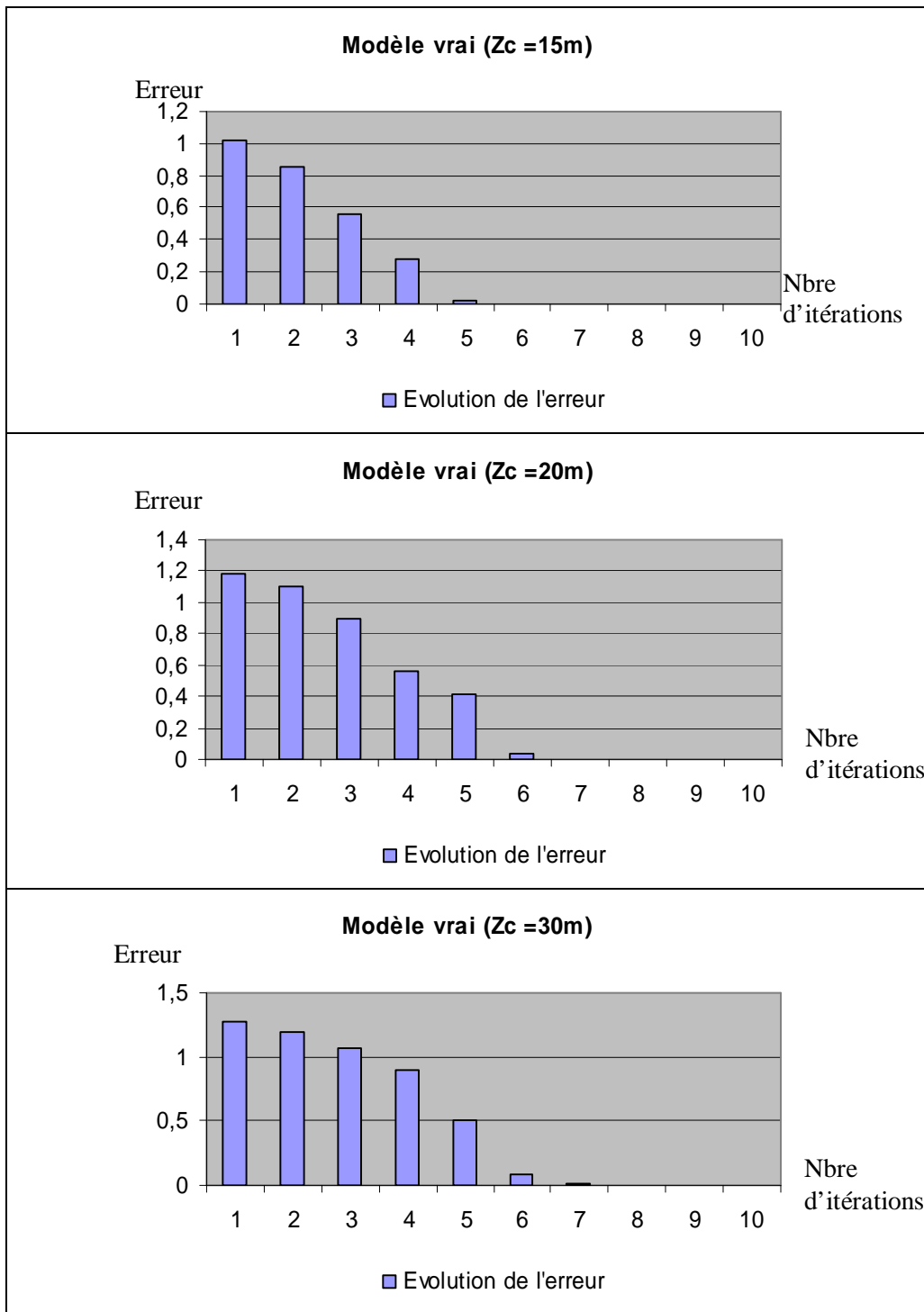


Fig V-6 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (15, 20, 30)$

VLF-EM

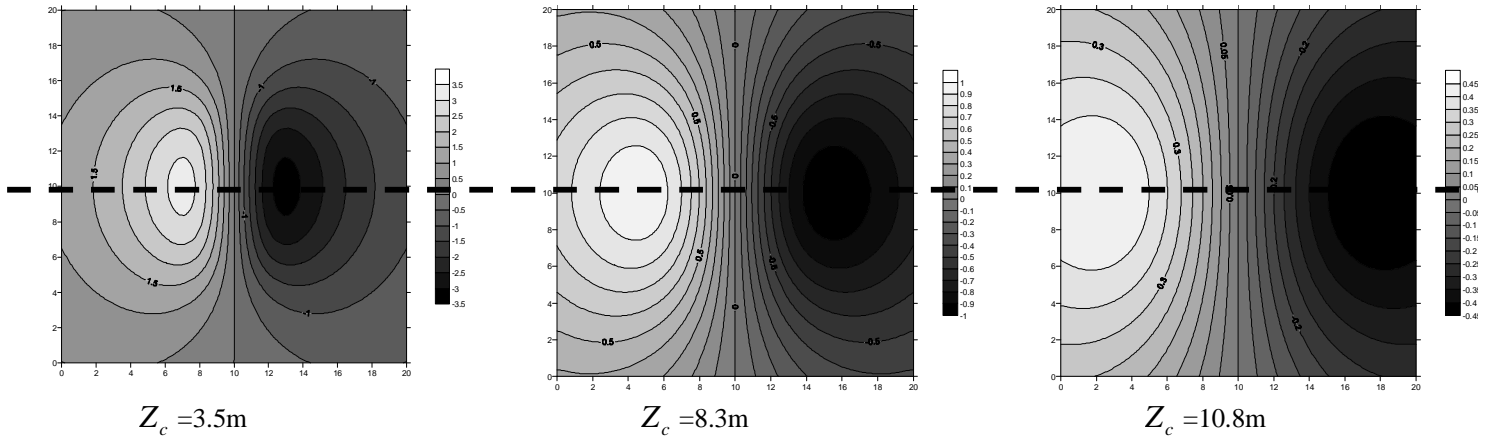


Fig V-7 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

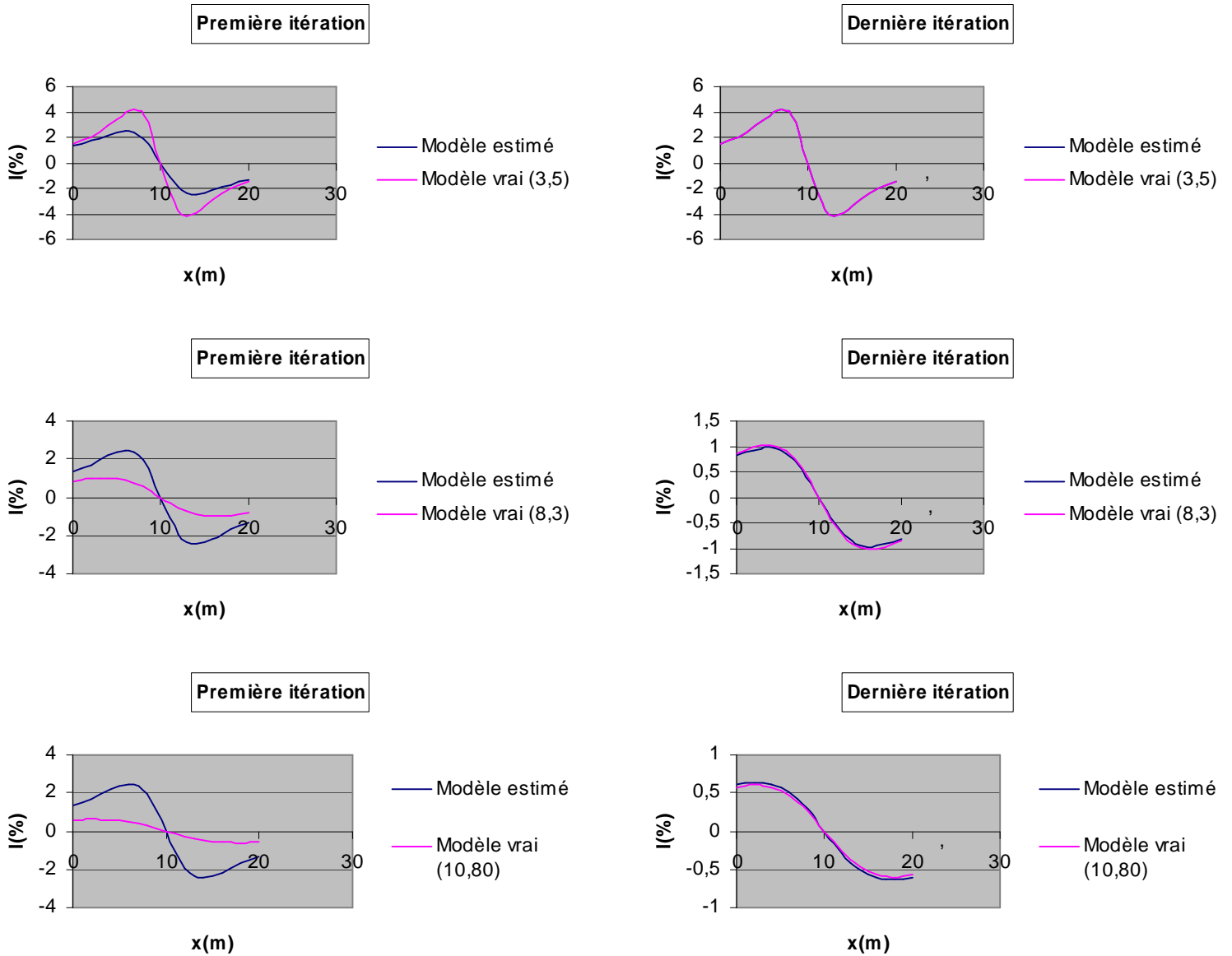


Fig V-8 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

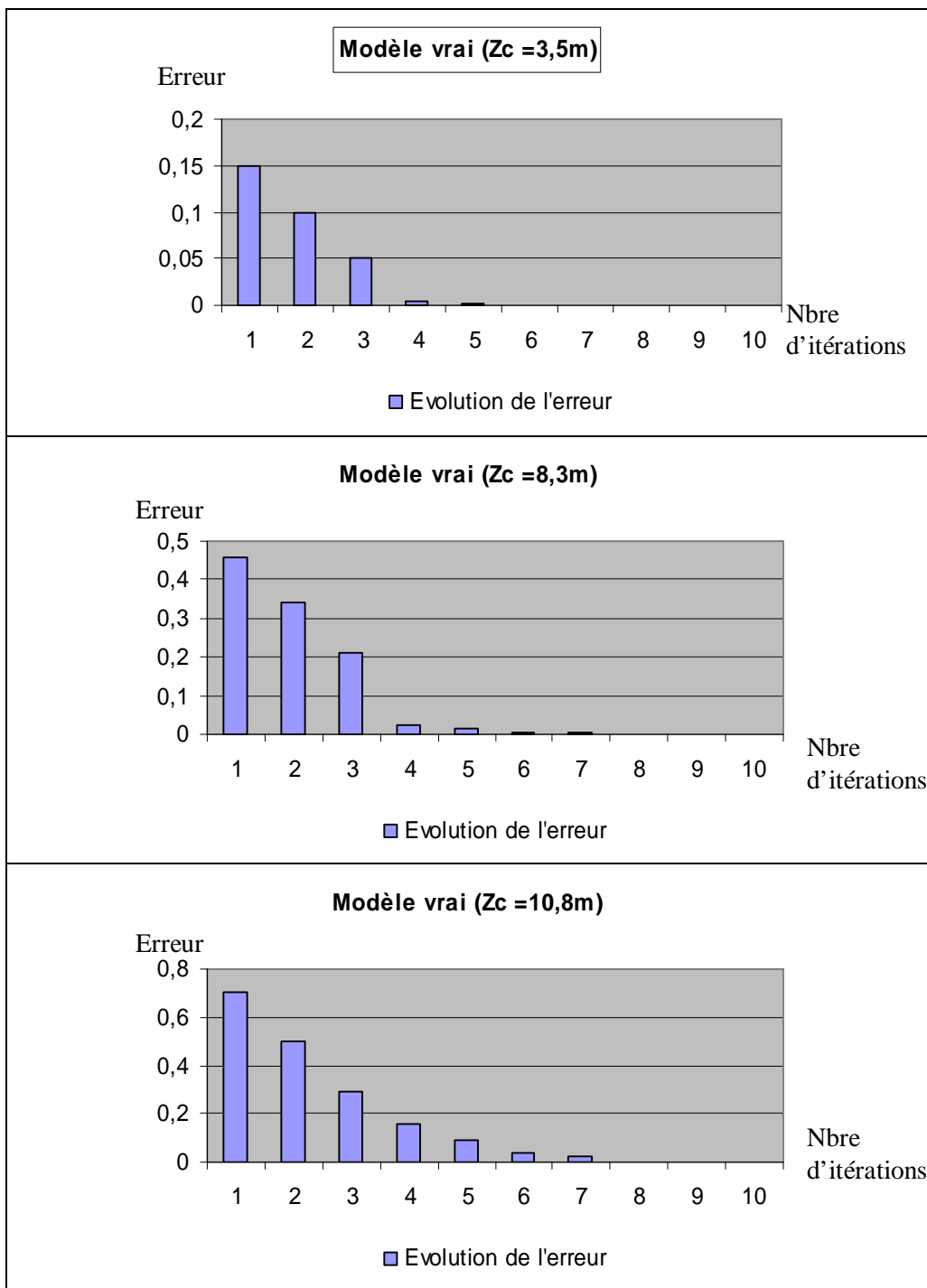


Fig V-9 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

- Discussion des résultats de l'implémentation du programme sur des données VLF-EM d'un corps conducteur :

L'implémentation du programme pour plusieurs modèles -différenciés par des profondeurs Z_c variés- a donné les résultats suivants :

- Le programme converge de façon stable vers la solution vraie;
- La convergence du programme ne dépend pas de la plage de variation de la profondeur ;
- L'augmentation de la profondeur entraîne une diminution dans la résolution des données. Le cas synthétique n'est pas affecté par cette caractéristique mais il faut souligner que les données sont parfois ajustées au millième près ;
- L'étude de l'évolution de l'erreur montre que celle-ci commence par une faible diminution. La variation devient rapide et diminue jusqu'à atteindre un seuil négligeable.
La méthode de Gauss-Newton utilisée pour ajuster les données au sens des moindres carrés assure une convergence quadratique.

2) MT-VLF :

L'utilisation du programme pour l'ajustement des données VLF-EM ayant donné des résultats très probants, nous allons maintenant l'appliquer pour l'ajustement des données MT-VLF.

MT-VLF :

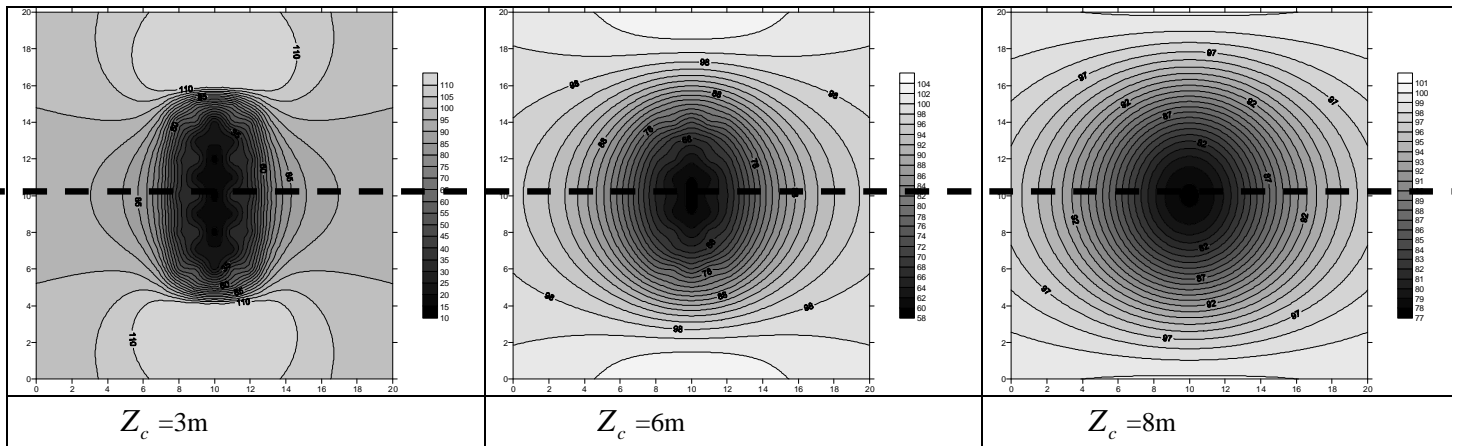
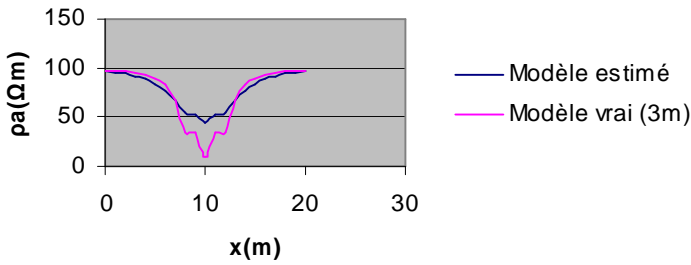


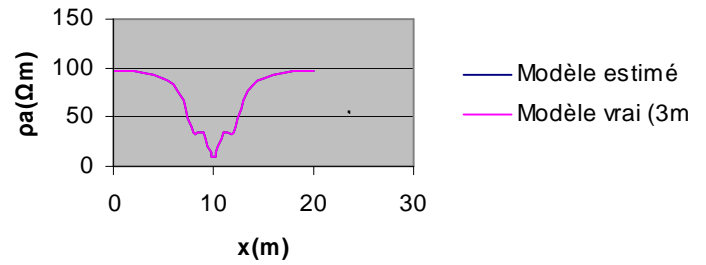
Fig V-10 :

Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3, 6, 8)$

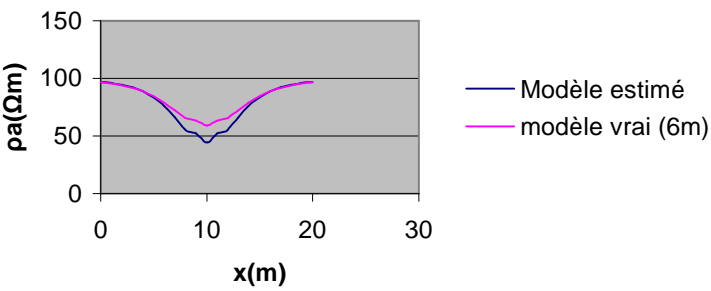
Première itération



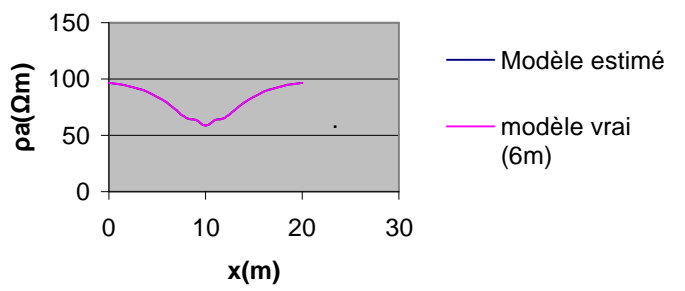
Dernière itération



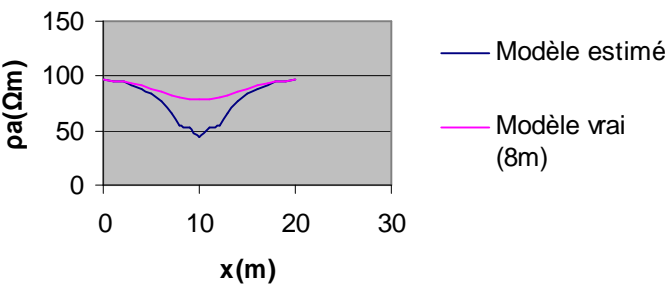
Première itération



Dernière itération



Première itération



Dernière itération

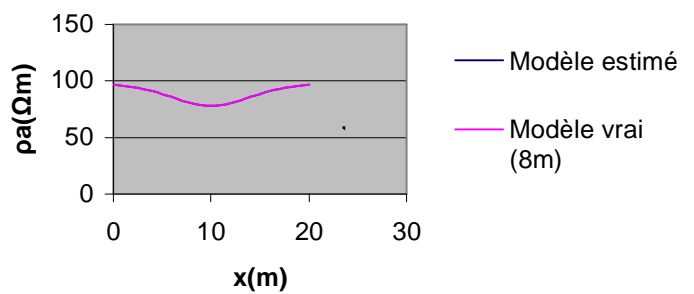


Fig V-11 :

Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. MT-VLF. $Z_c = (3, 6, 8)$

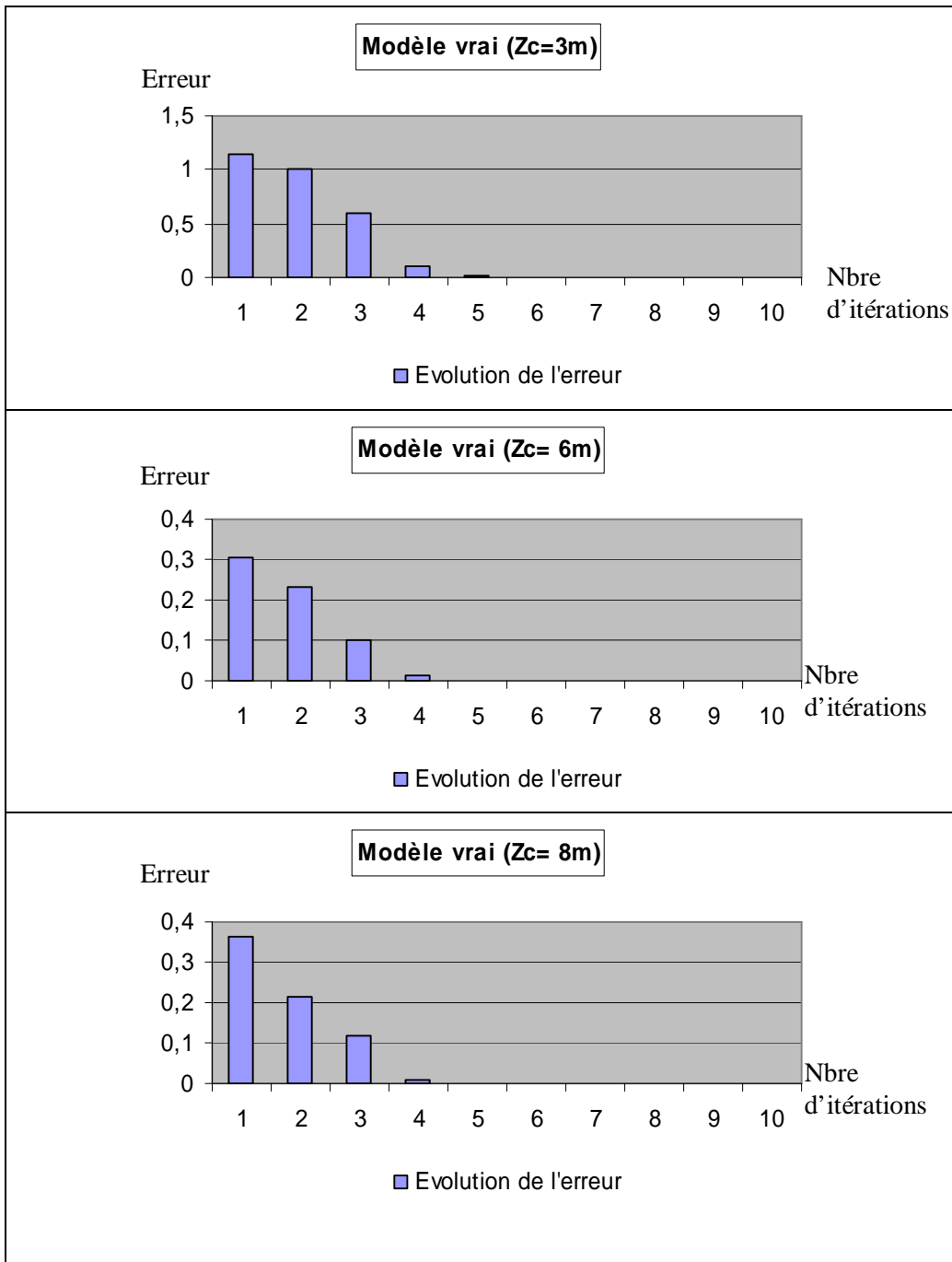


Fig V-12 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (3, 6, 8)$

- MT-VLF :

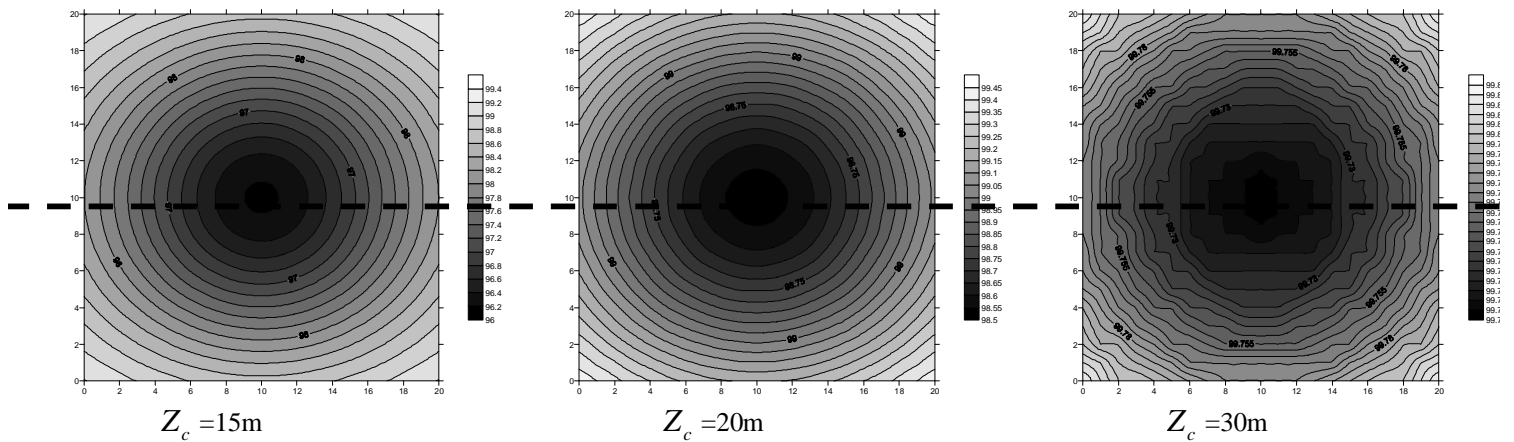


Fig V-13 :
Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (15, 20, 30)$

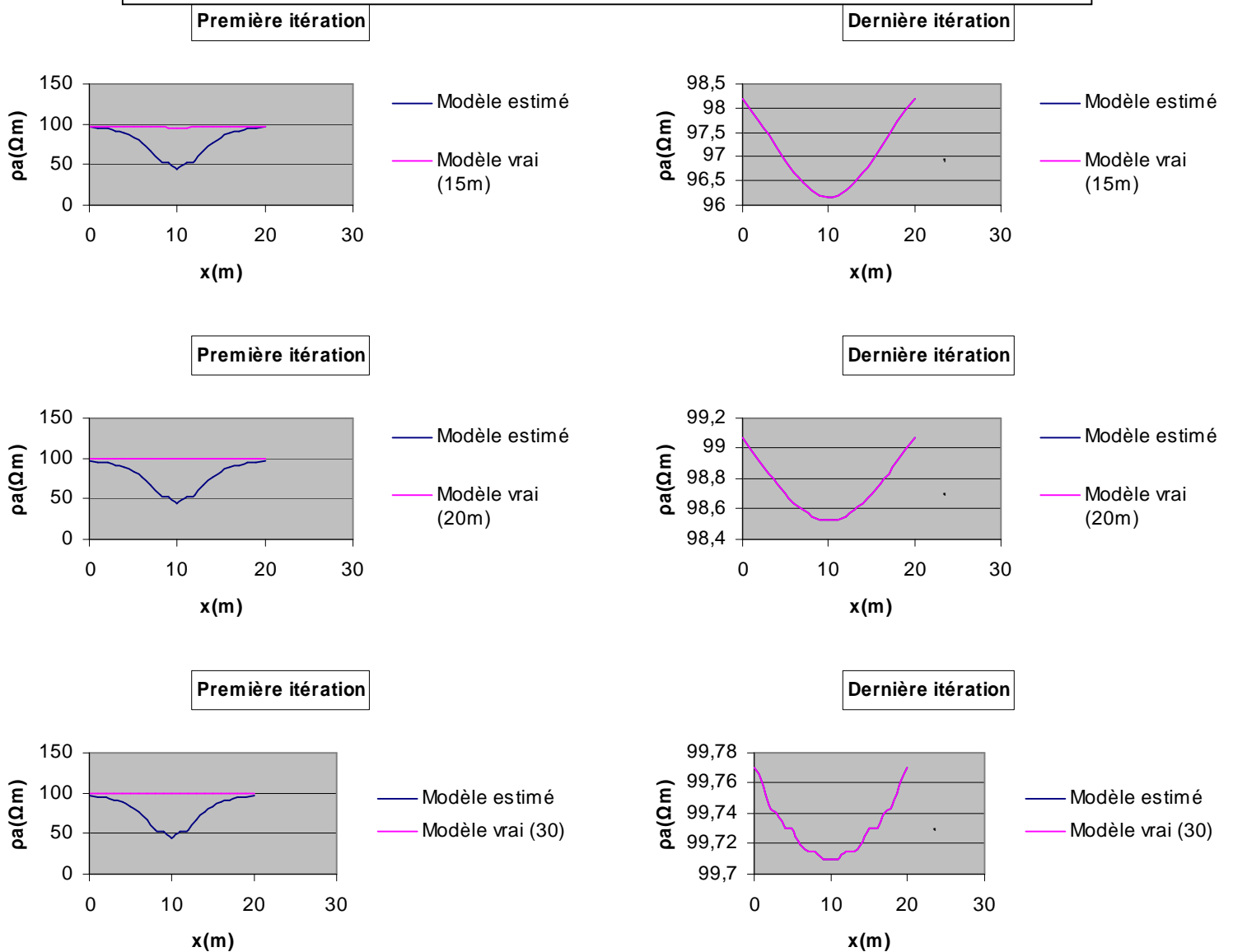


Fig V-14 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. MT-VLF. $Z_c = (15, 20, 30)$

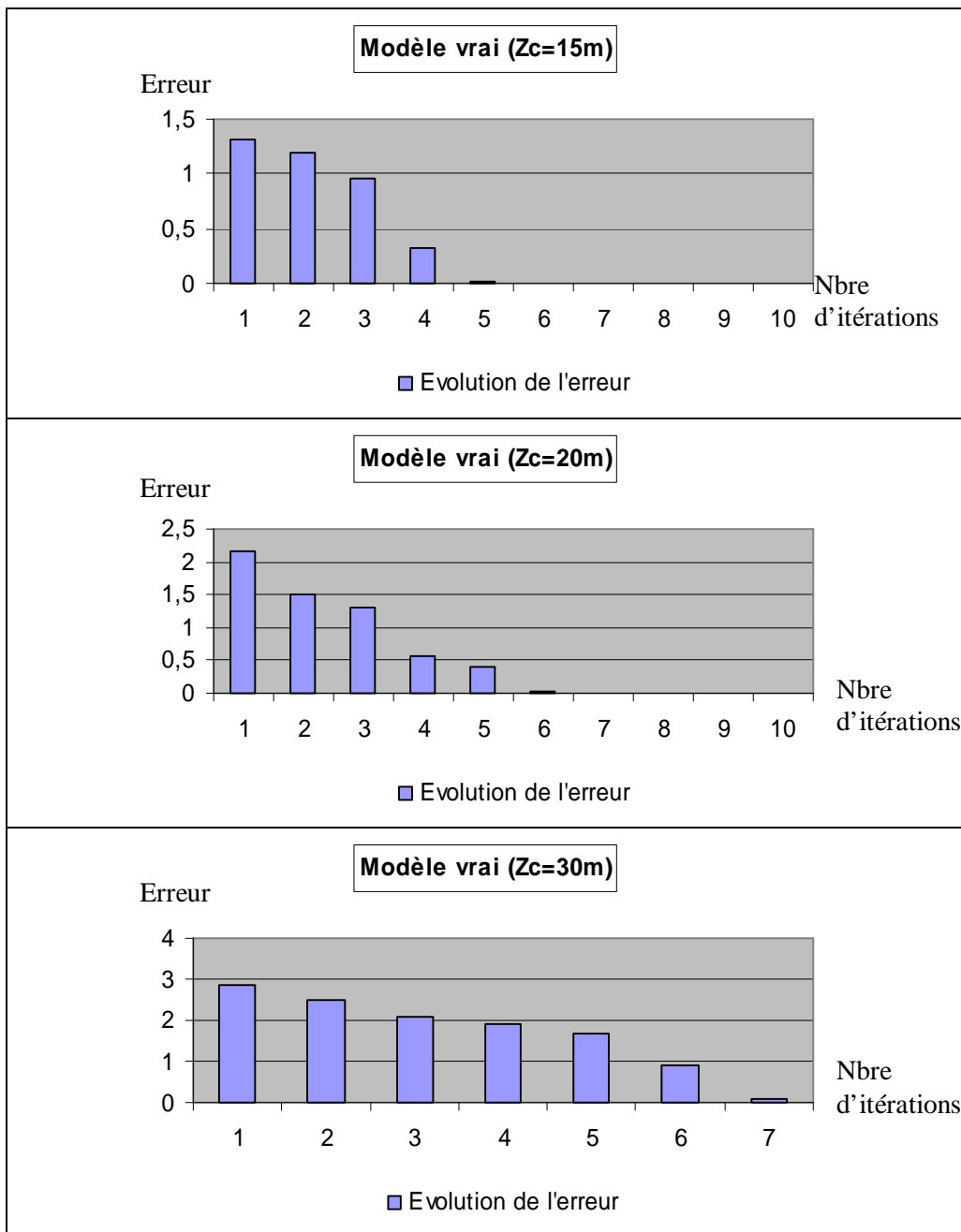


Fig V-15 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (15, 20, 30)$

MT-VLF :

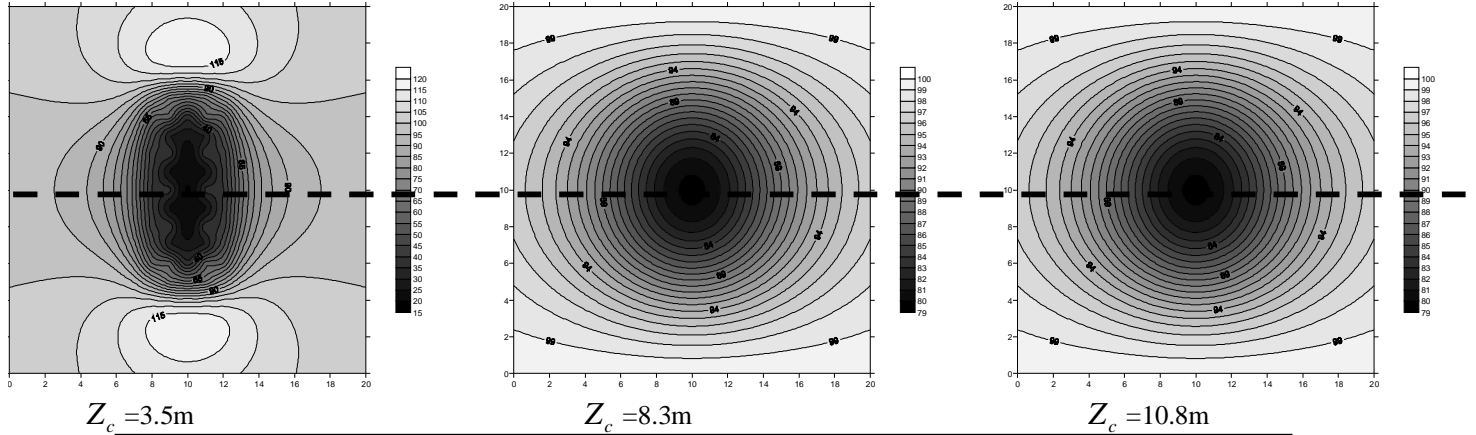


Fig V-16 :
Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

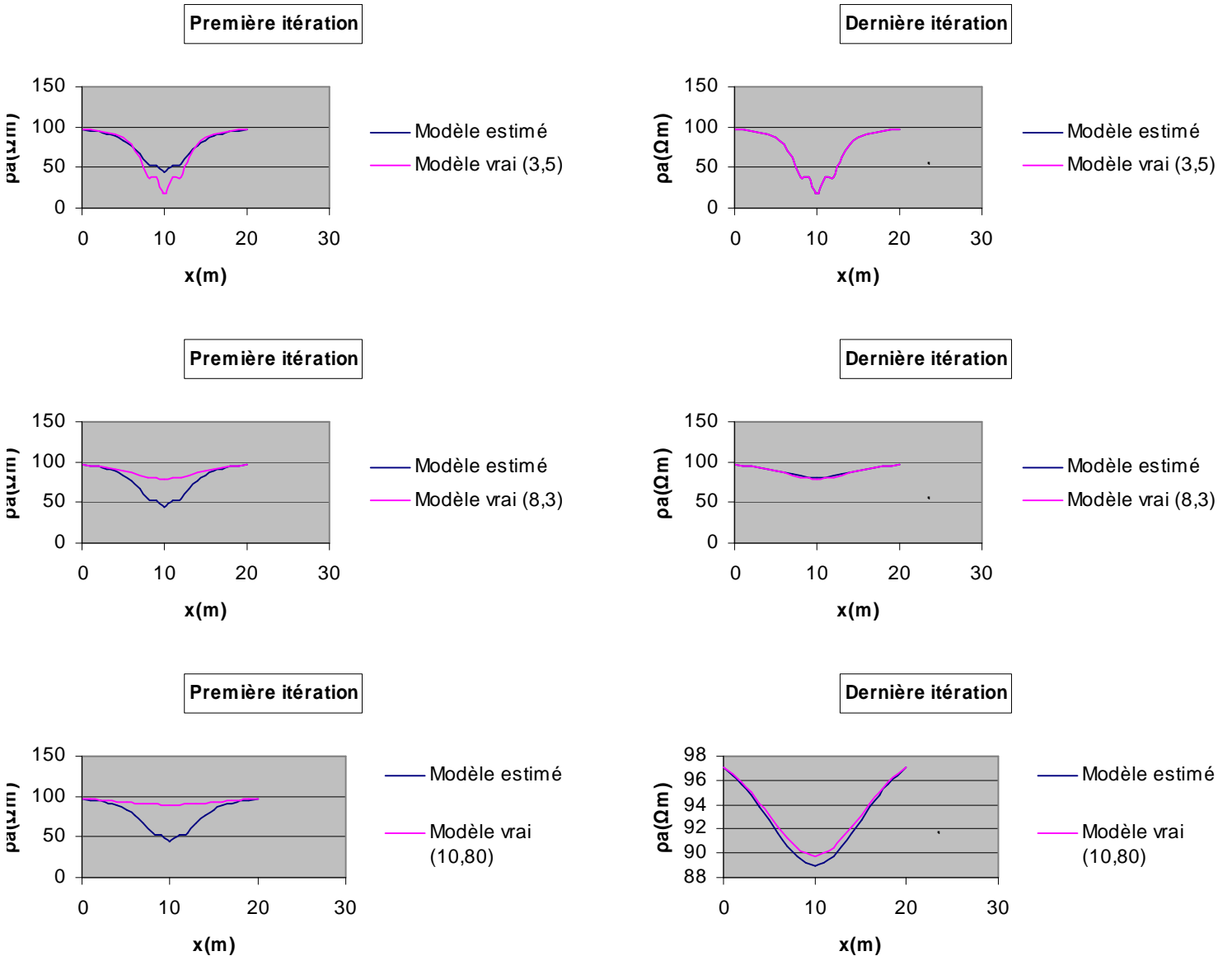


Fig V-17 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. MT-VLF. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

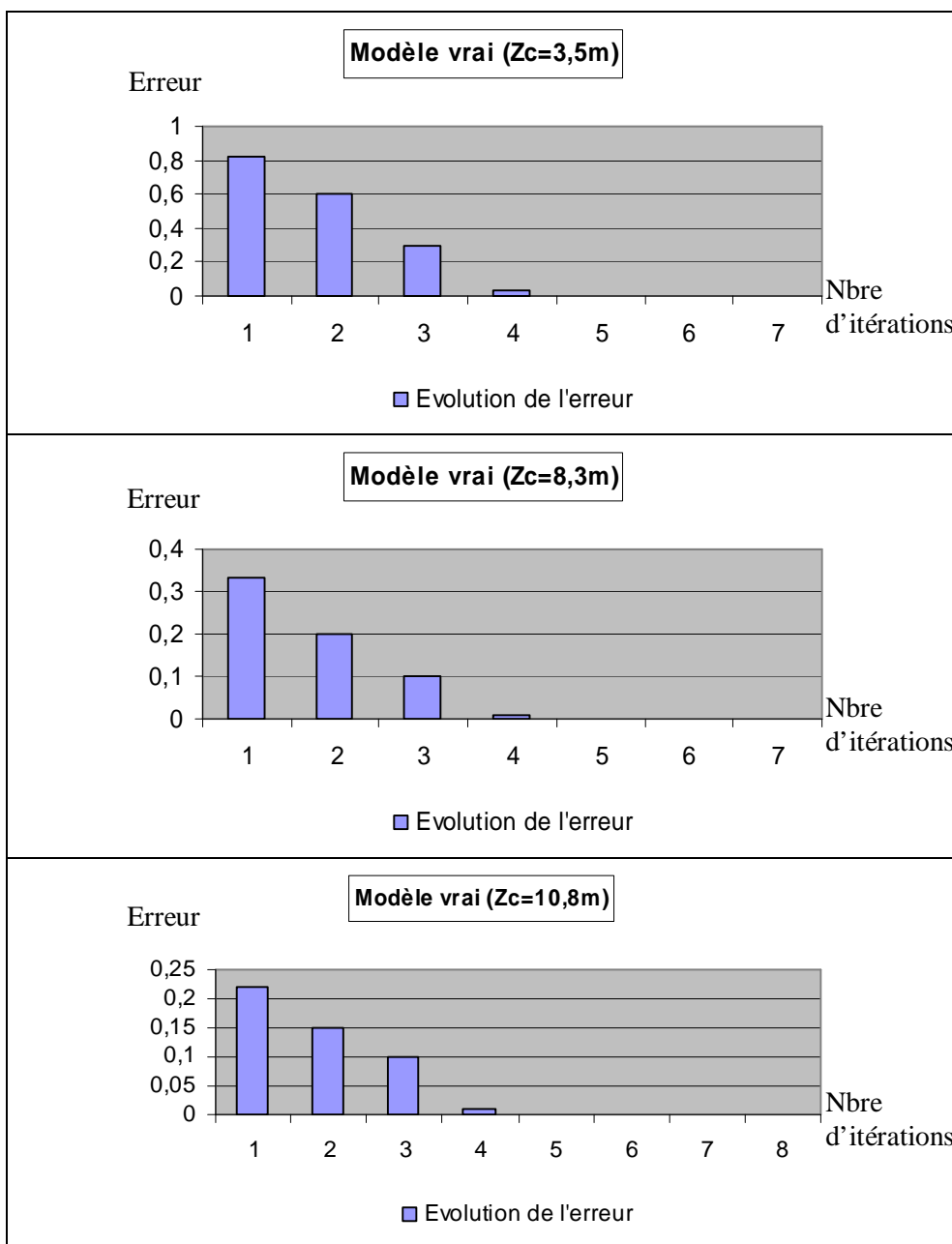


Fig V-18 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

- Discussion des résultats de l'implémentation du programme sur des données MT-VLF d'un corps conducteur :

La diminution de la résolution des données en fonction de la profondeur est beaucoup plus marquée pour les données MT-VLF que pour les données VLF-EM.

Nous avons commencé par étudier les résultats de l'inversion sur des structures superficielles $Z_c = (3\text{m}, 6\text{m}, 8\text{m})$. Les valeurs attribuées à Z_c pour les deux autres catégories n'ont pas été changées.

L'implémentation du programme a donné les résultats suivants :

- Le programme converge de façon stable vers la solution vraie;
- La convergence du programme ne dépend toujours pas de la plage de variation de la profondeur pour des données synthétiques
- La diminution de la résolution est très importante. Le cas synthétique n'est pas affecté par cette caractéristique mais il convient de souligner encore que les données sont parfois ajustées au millième près ;
- L'étude de l'évolution de l'erreur donne les mêmes résultats que pour le cas précédent. La variation est d'abord linéaire, ensuite quadratique à cause de l'algorithme utilisé.

V-2-1-2) Modèle II

1)VLF-EM

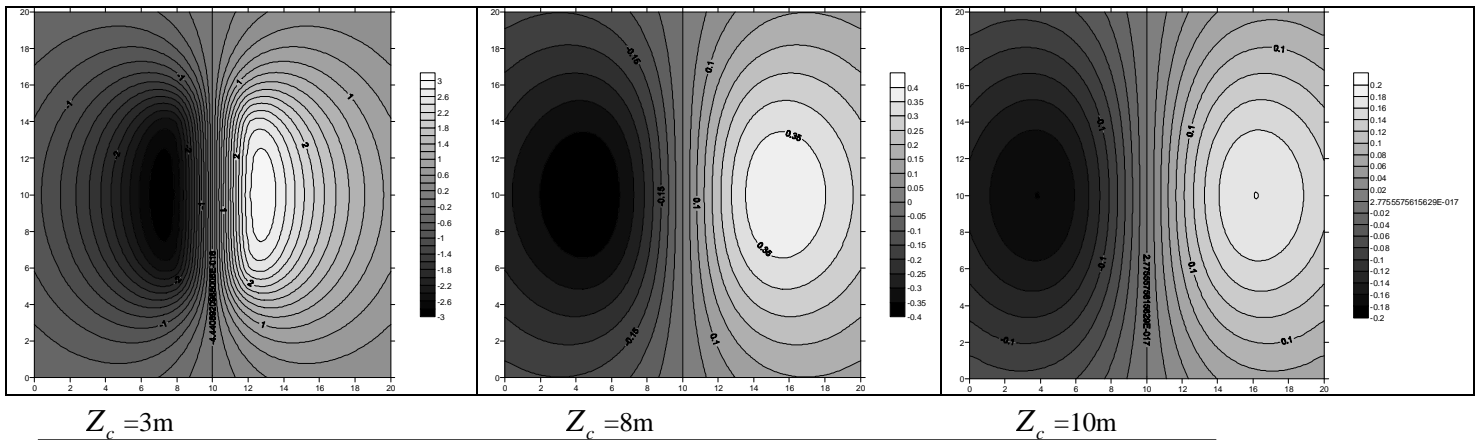


Fig V-19 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (3, 8, 10)$

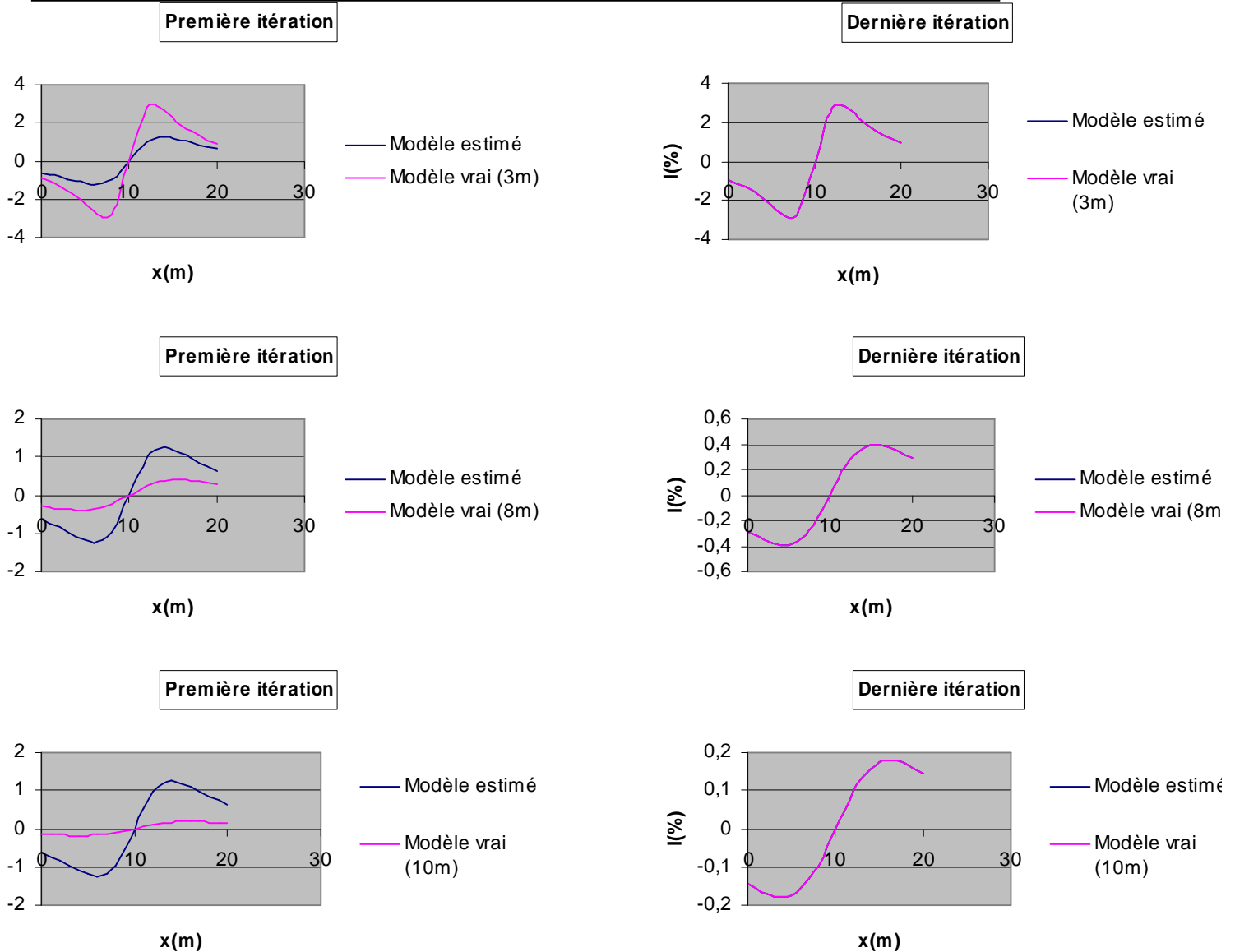


Fig V-20 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. Modèle II $Z_c = (3, 8, 10)$

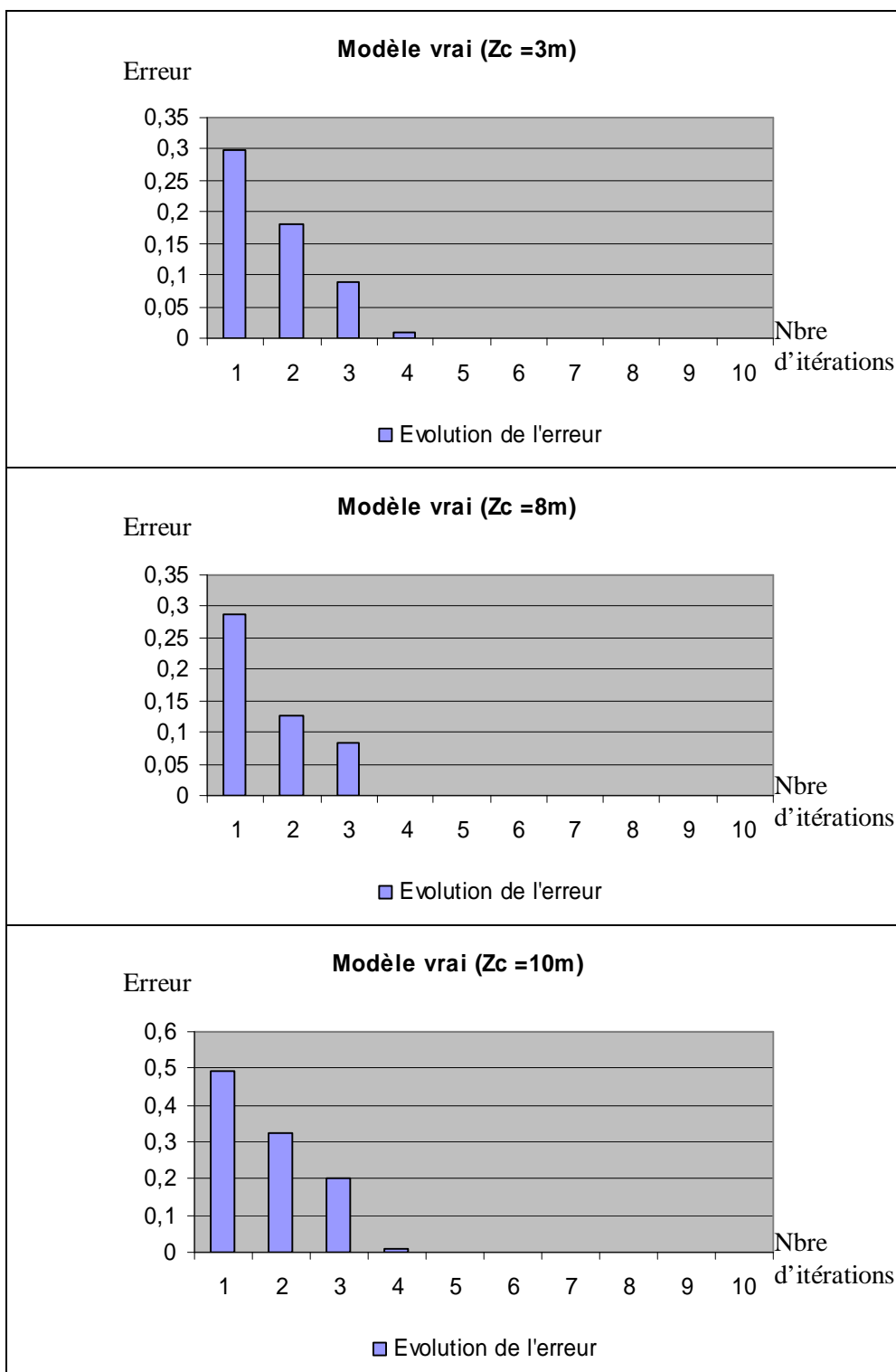


Fig V-21 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (3, 8, 10)$

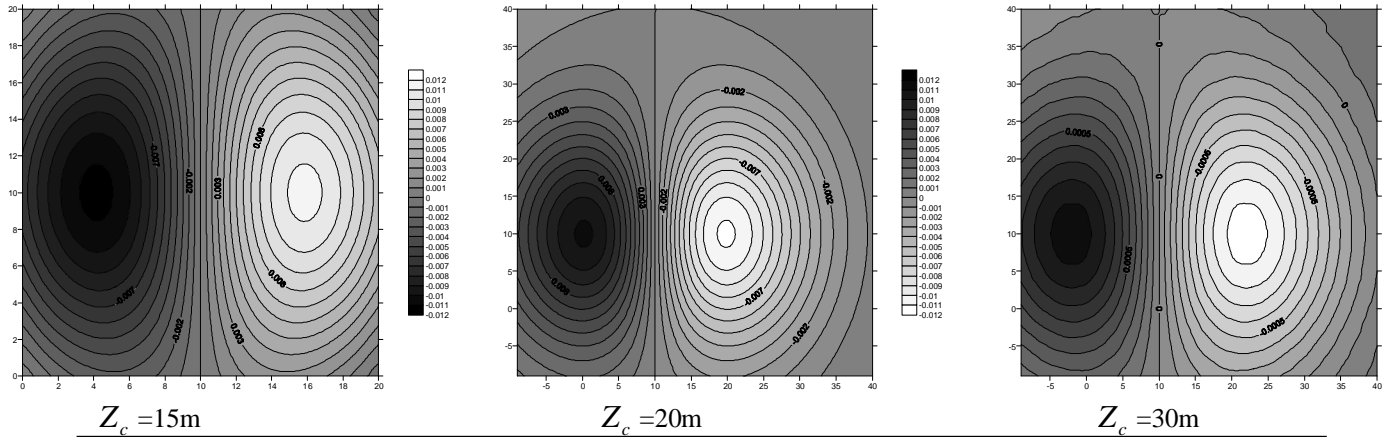


Fig V-22 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (15, 20, 30)$

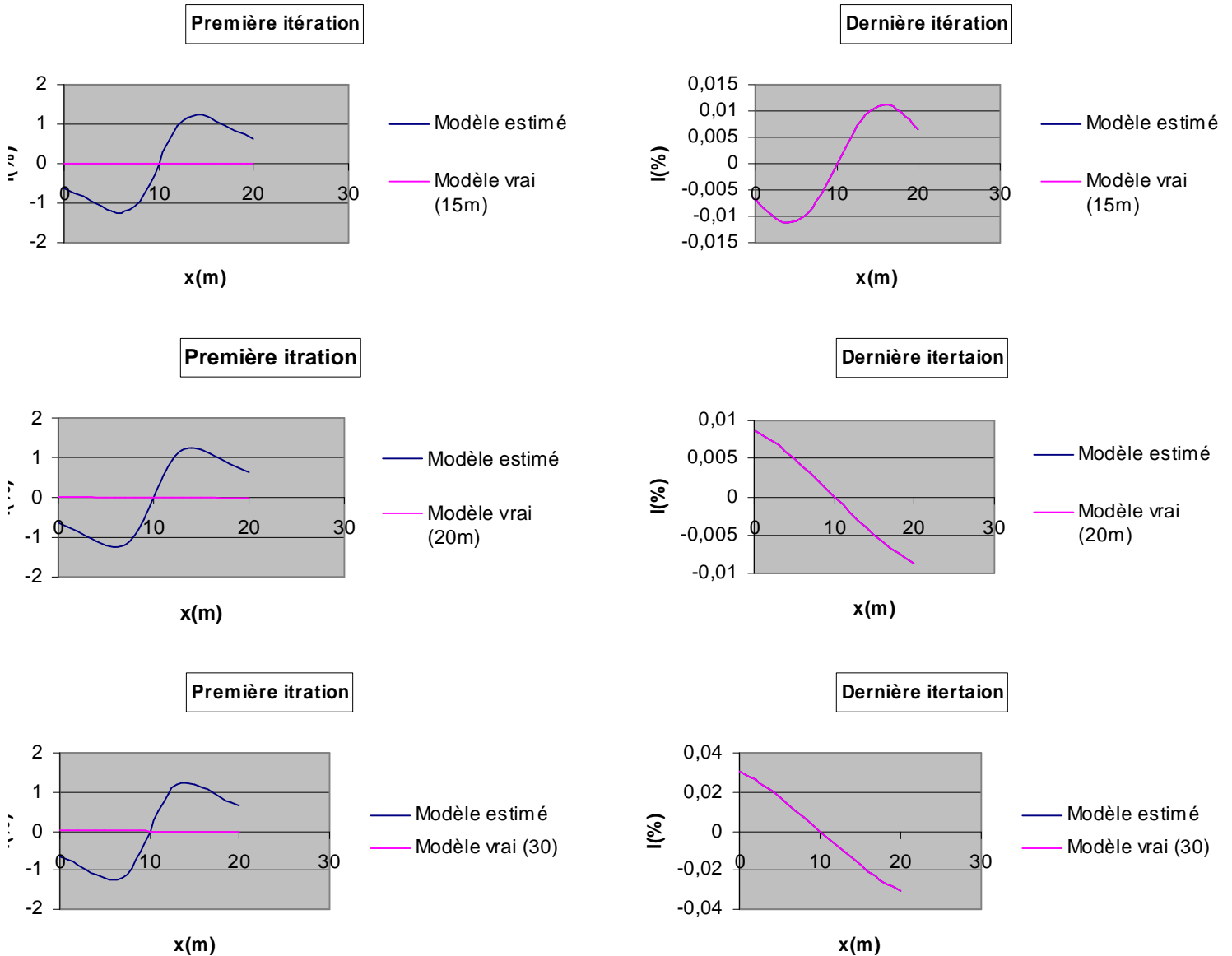


Fig V-23 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. Modèle II $Z_c = (15, 20, 30)$

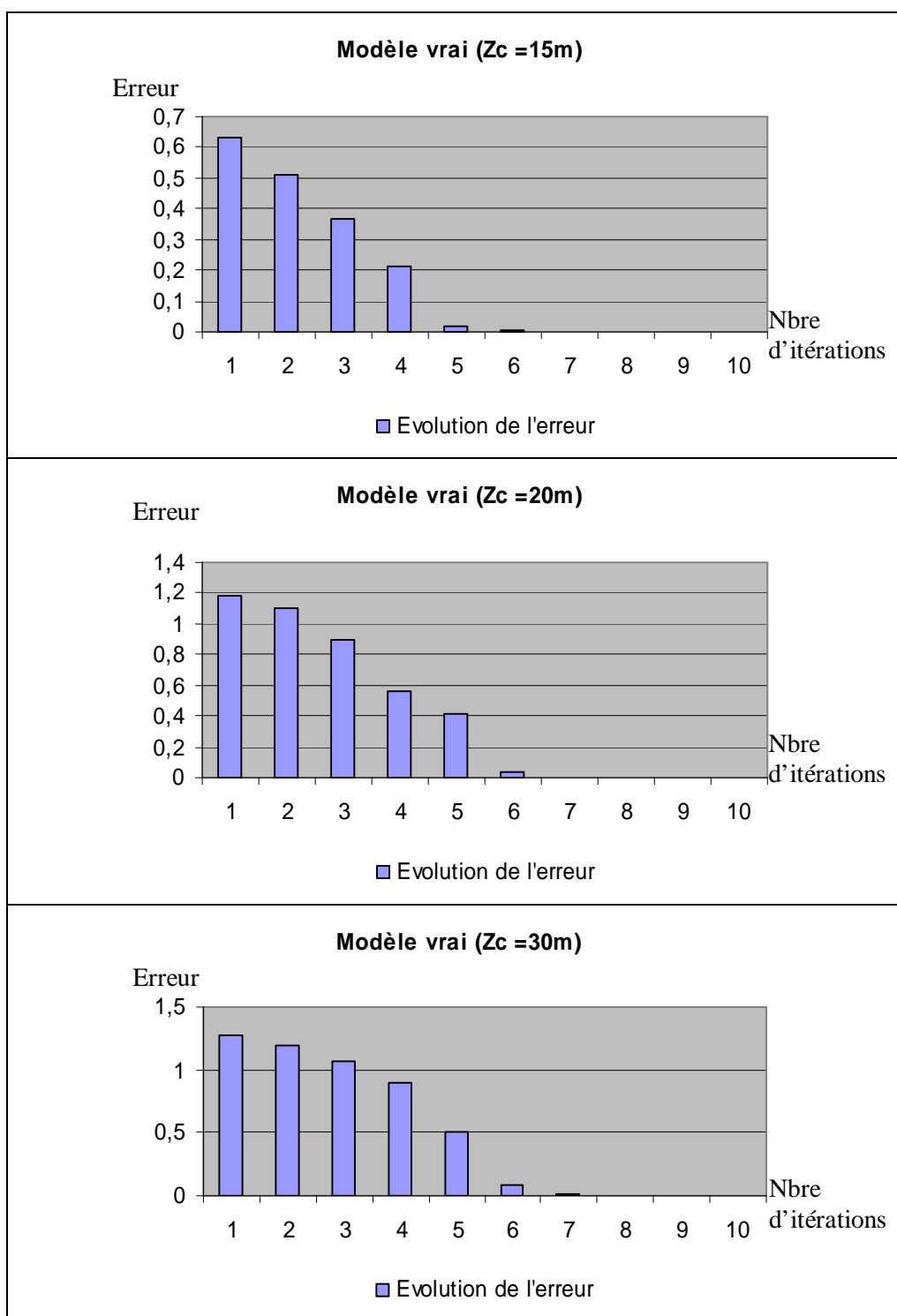


Fig V-24 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (15, 20, 30)$

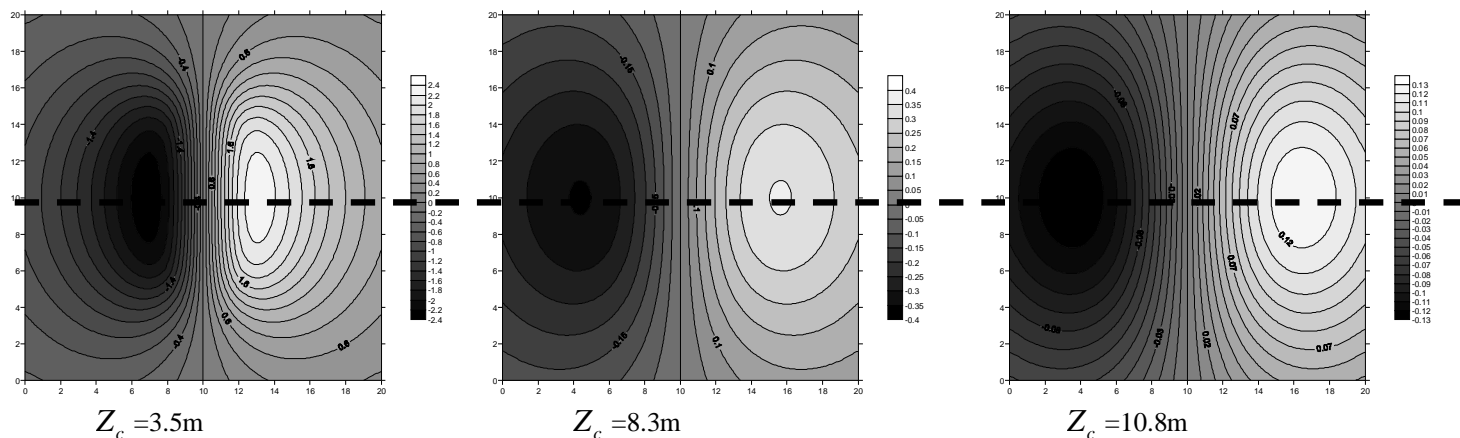


Fig V-25 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

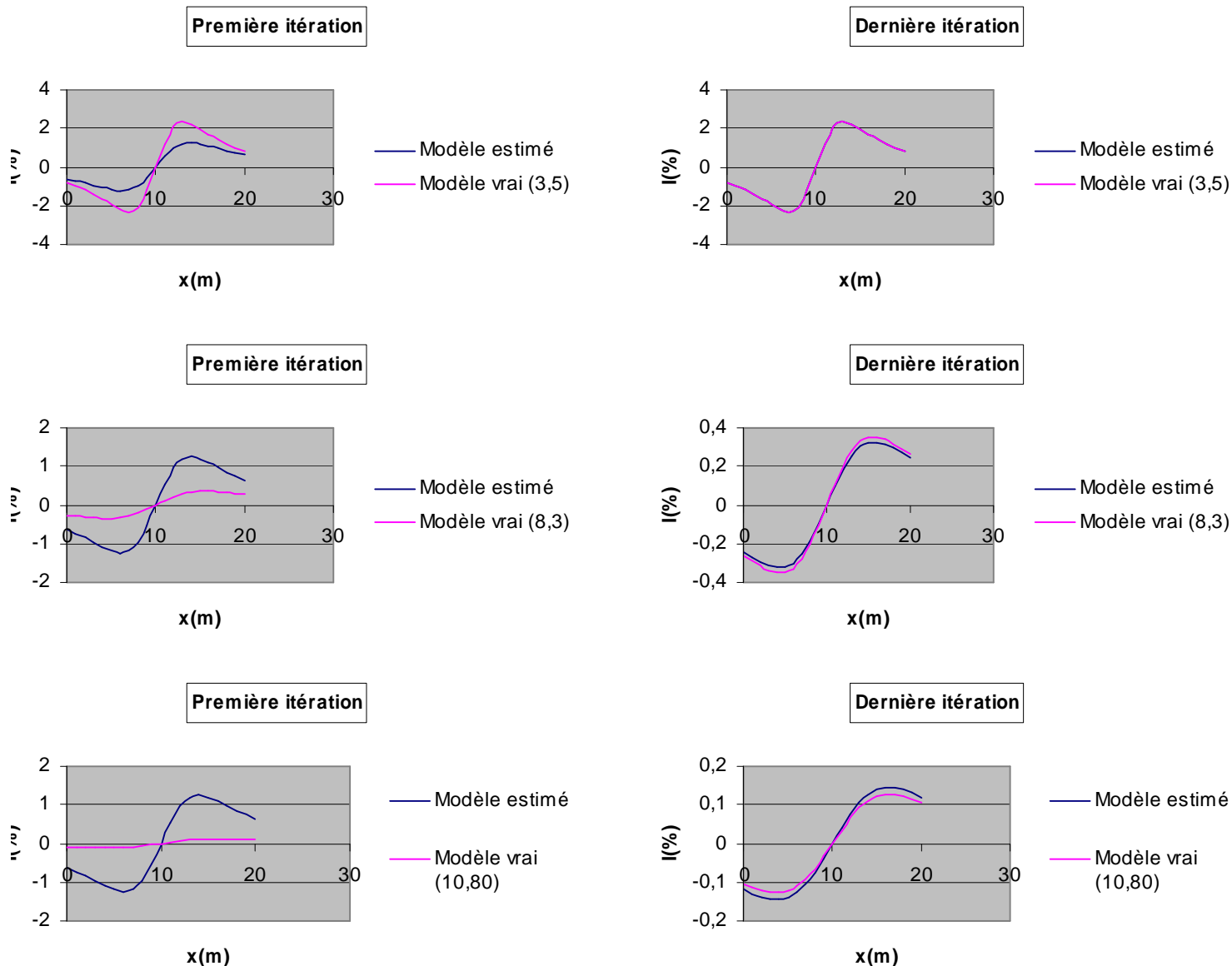


Fig V-26 :
Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle II. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

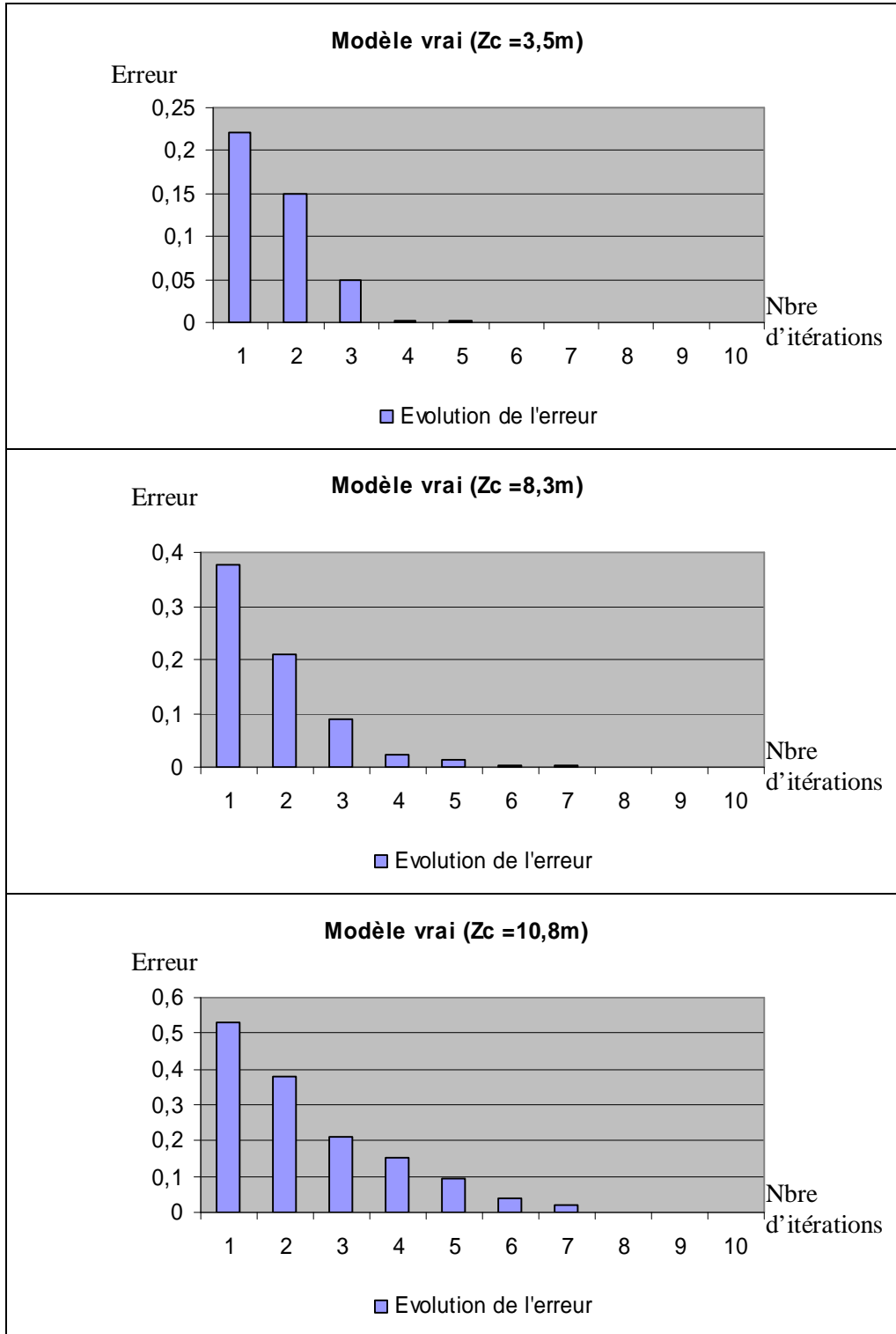


Fig V-27 :
Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$

- Discussion des résultats de l'implémentation du programme sur des données VLF-EM d'un corps résistant :

Les résultats donnés par l'implémentation du programme, pour les profondeurs préalablement définies, sont résumés comme suit :

- La convergence du programme est toujours bien stable ;
- La profondeur initiale étant gardée constante, l'augmentation de la vraie profondeur n'a pas eu d'influence sur la convergence du programme. La qualité de l'estimation initiale ne pèse donc pas sur la qualité de l'inversion
- L'évolution de l'erreur diminue toujours l'écart entre le modèle vrai et le modèle estimé et assure ainsi la convergence du programme. Son passage d'une variation lente à une variation brusque est lié à l'algorithme utilisé pour ajuster le modèle estimé.

V- 4 INVERSION DE LA RESISTIVITE DU CORPS :

Pour inverser la résistivité de la structure, la profondeur du corps est fixée à $Z_c = 5m$.

Les autres paramètres de la structure, à savoir ses dimensions et sa position dans le plan horizontal sont déjà définis et demeurent inchangés. On a donc :

$$(X_l, Y_l, Z_l) = (4, 10, 4)$$

$$(X_c, Y_c, Z_c) = (10, 10, 5)$$

La résistivité du milieu est $r_l = 100\Omega m$.

La valeur par défaut de la borne supérieure imposée à la variation du paramètre inversé est cette fois fixé à $100 \Omega m$. L'opérateur peut changer cette limite en fonction de ses besoins.

Le programme sera implémenté aussi bien pour des données VLE-EM que pour des données MT-VLF :

1) VLF-EM :

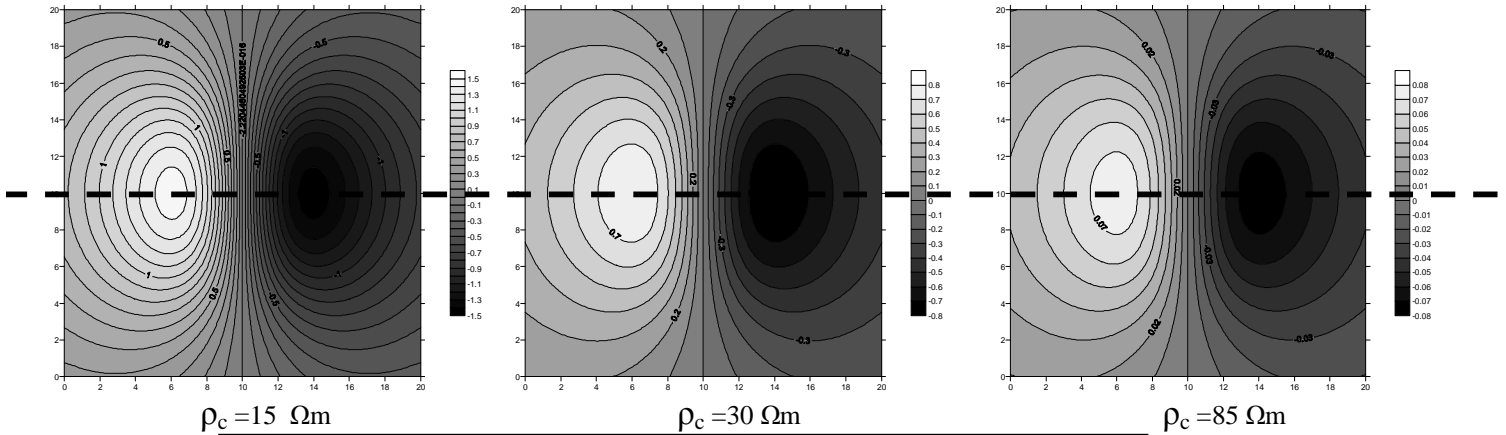
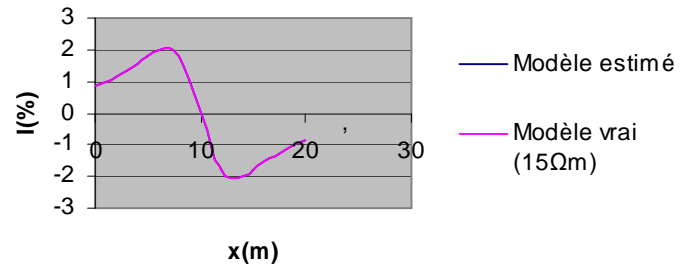
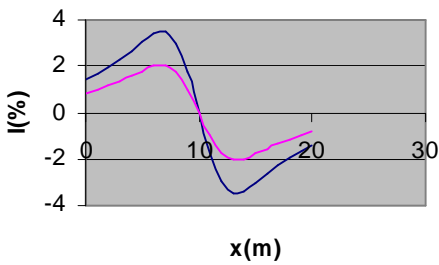


Fig V-28 :
Partie réelle de la réponse VLF-EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

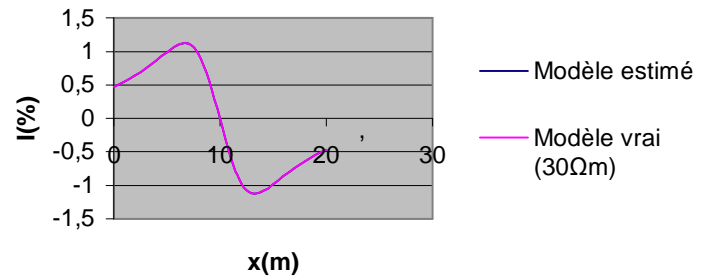
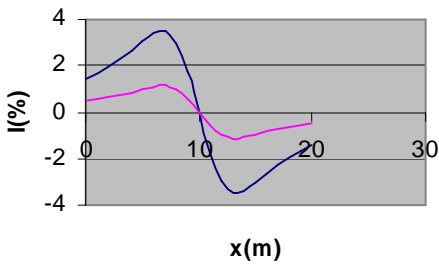
Première itération

Dernière itération



Première itération

Dernière itération



Première itération

Dernière itération

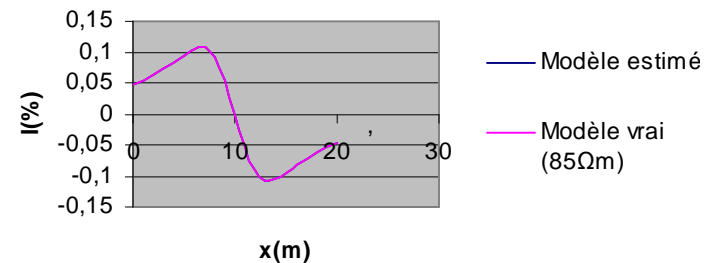
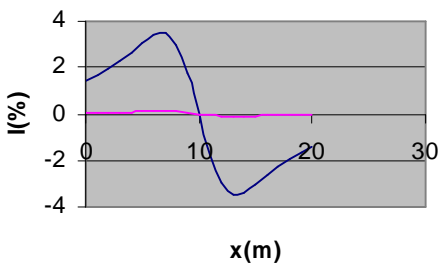


Fig V-29 :
Résultats de l'inversion de r_c . Données VLF-EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

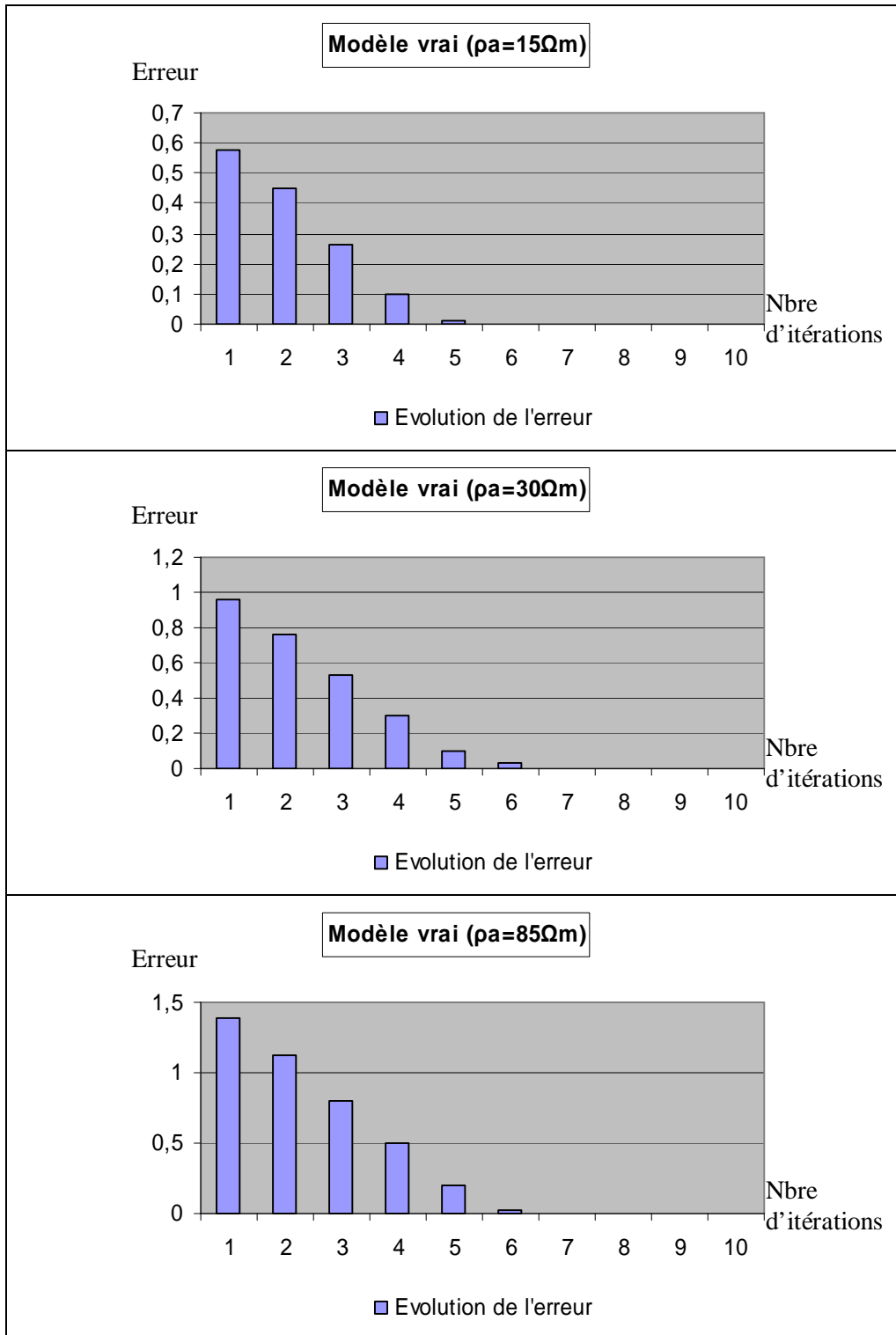


Fig V-30 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion de r_c . VLF-EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

MT-VLF :

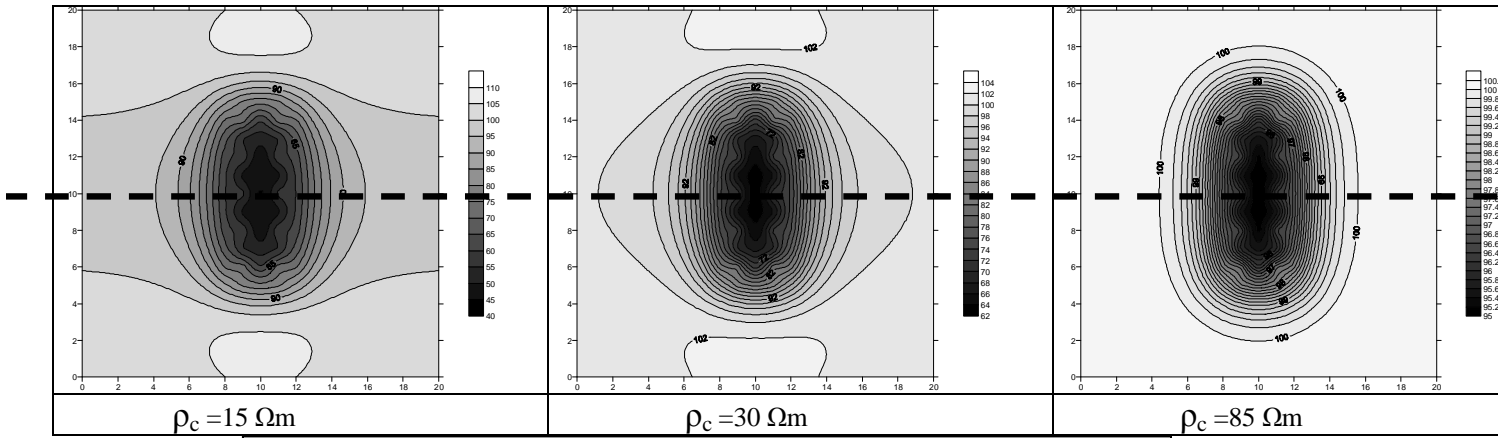


Fig V-31 :
Partie réelle de la réponse MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

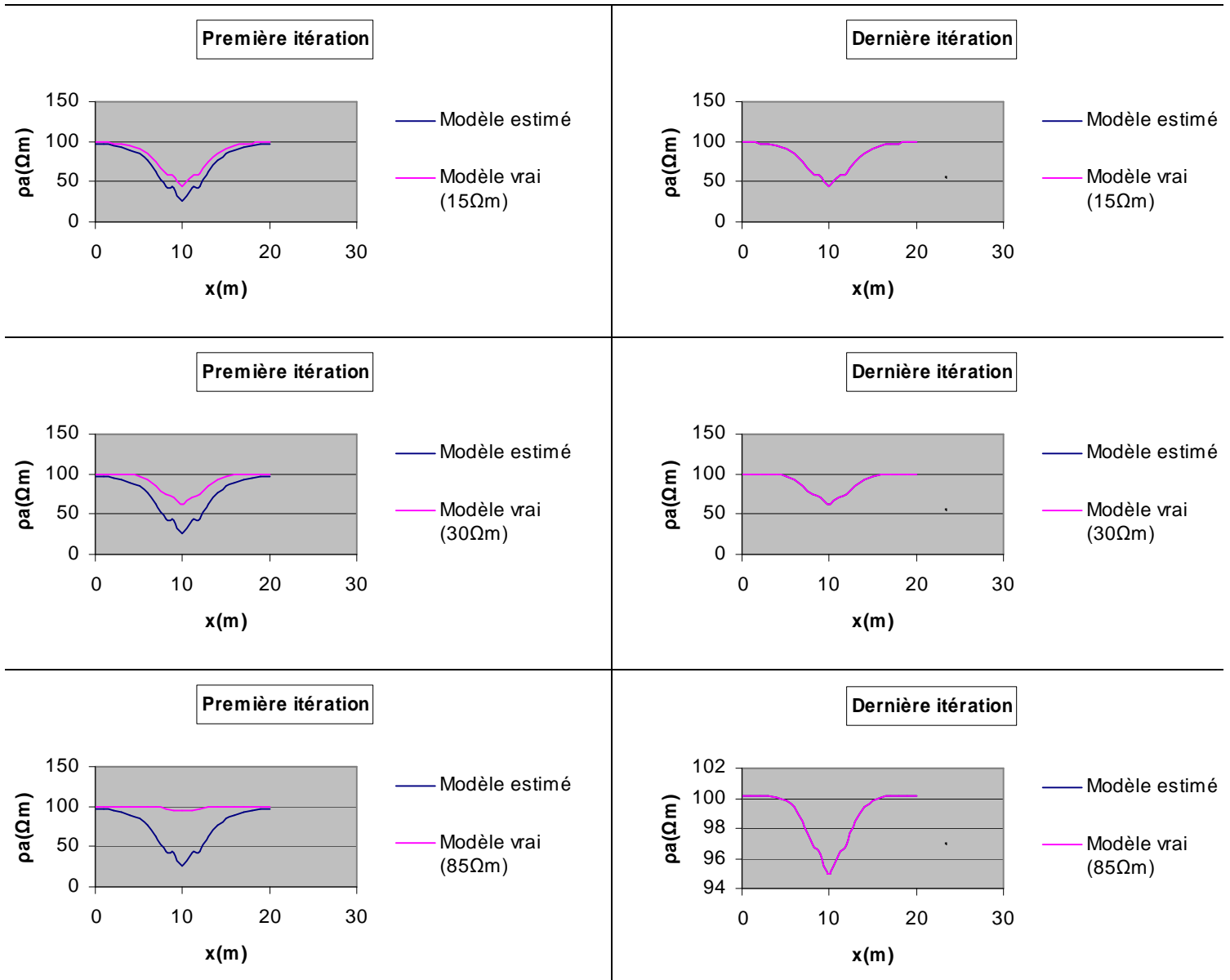


Fig V-32 :
Résultats de l'inversion de r_c . Données MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

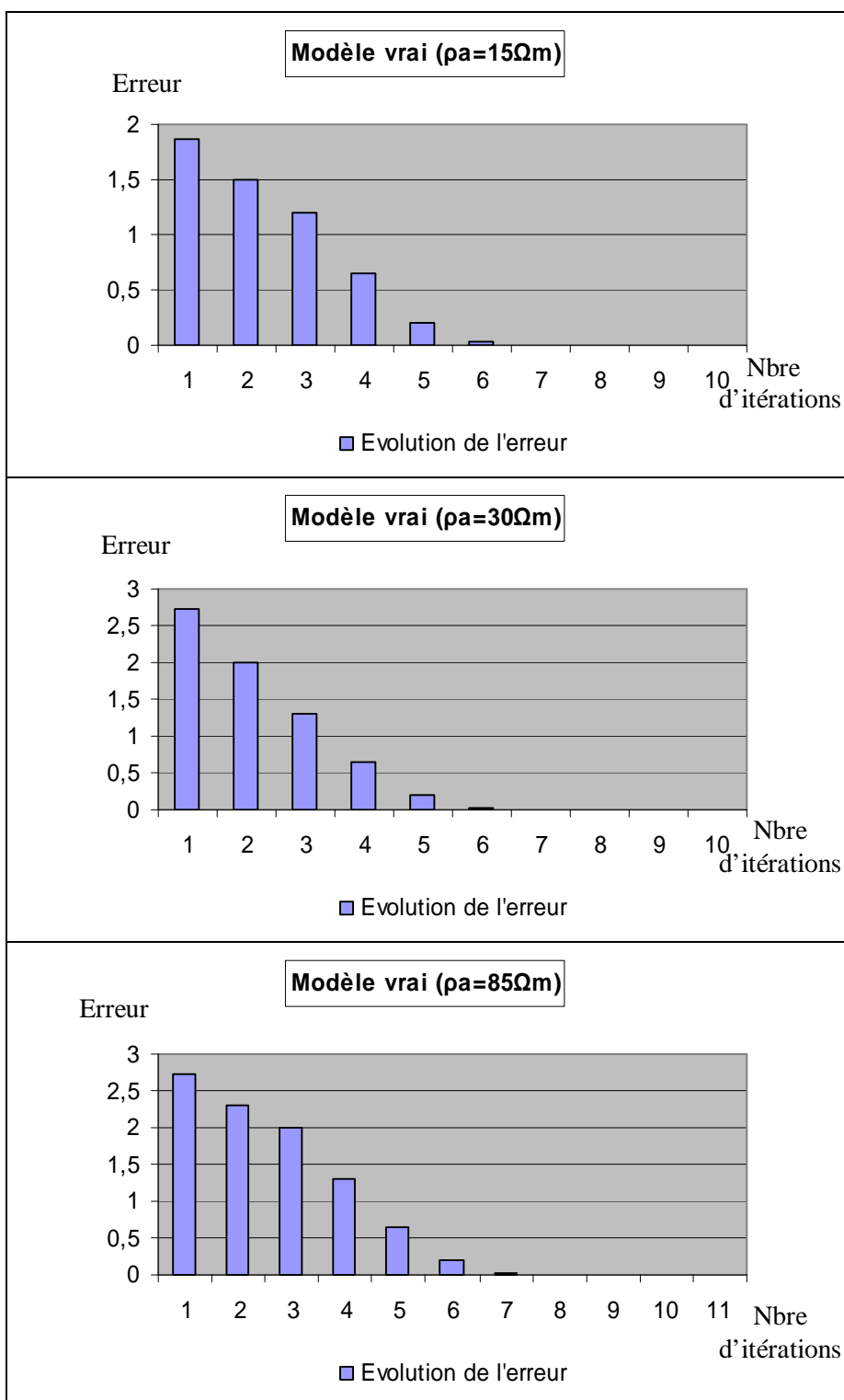


Fig V-33 :

Evolution de l'erreur au cours de l'inversion de r_c . MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$

- Discussion des résultats de l'implémentation du programme pour l'inversion de la résistivité du corps :

L'inversion du paramètre 'résistivité' a donné des résultats aussi satisfaisants que ceux donnés par l'inversion de la profondeur. En effet :

- La stabilité de la convergence demeure assurée ;
- Un paramètre initial loin du vrai paramètre ne perturbe pas la convergence du programme. L'augmentation de la résistivité dans une large gamme de variation n'affecte pas la stabilité de l'inversion ;
- La variation de l'erreur commise sur l'estimation du paramètre inversé entraîne une diminution de son écart par rapport au vrai paramètre et conduit à un processus convergent

V-5) Perturbation du modèle :

Pour inverser un paramètre du modèle, les autres paramètres (résistivité et dimension) sont soit connus, soit supposés connus et donc fixés. Nous résumons sur la **fig IV-12** l'incidence d'une erreur commise sur le paramètre fixé (résistivité, ρ_{au}) sur l'inversion. Nous constatons que cette erreur est linéaire et proportionnelle à la perturbation.

Drau (Ωm)	dZc (m)
-45	3
-40	3
-30	2
-20	2
-15	1
-10	1
-5	0
0	0
5	0
10	-1
15	-1
20	-2
30	-2

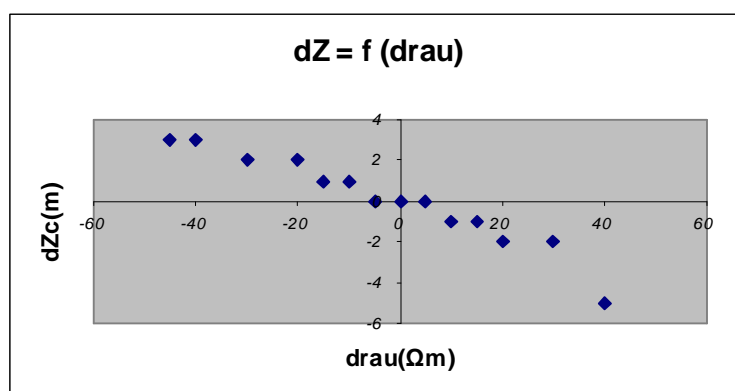


Fig V-34 :
Perturbation du modèle

CONCLUSION GENERALE

Dans la présente étude, un programme d'inversion pour l'estimation de la profondeur ou de la résistivité d'une structure enfouie dans le sous-sol a été réalisé.

L'application des méthodes inverses aux phénomènes physiques repose sur une analyse mathématique, numérique et statistique des données observées. Elle débouche sur un problème de programmation souvent non linéaire, ce qui est le cas du problème considéré.

L'algorithme réalisé sert au traitement de levés électromagnétiques obtenus sur un terrain encaissant un corps tridimensionnel.

La structure de l'algorithme réalisé obéit aux principes des inversions géométriques :

- Les paramètres inversés sont la profondeur ou la résistivité d'une structure enfouie dans un terrain homogène ;
- La valeur initiale du paramètre est gardée constante, et égale à 5 ;
- La fonctionnelle directe est une adaptation du programme de modélisation tridimensionnelle, réalisé par A. Tabbagh (1985);
- Le paramètre considéré (profondeur ou résistivité) est ajusté par la méthode des moindres carrées ;

En effet, La méthode des moindres carrés est une technique bien adaptée à l'ajustement des différentes mesures récoltées sur le terrain. Elle est utilisée dans presque tous les problèmes d'optimisation physique. Pour la présente étude, nous avons choisis d'utiliser l'algorithme de Gauss-Newton.

La méthode des moindres carrés est réputée pour donner de bons résultats en pratique, quand on a une bonne estimation initiale de la valeur recherchée. Dans le cas inverse, le mauvais conditionnement du problème peut empêcher sa convergence.

Pour bien conditionner le problème qui nous intéresse, nous avons décomposé l'algorithme en deux étapes :

- La première combine la méthode de décomposition de domaine et la méthode du gradient pour optimiser le modèle initial;
- Le nouvel estimé est utilisé dans la deuxième étape comme nouveau modèle de départ. Il sera ajusté aux données au sens des moindres carrés.

Le programme a été codifié en langage Fortran. Il a été exécuté aussi bien pour des données VLF-EM que pour des données MT-VLF, et cela pour différentes configurations de profil.

Les résultats étant presque similaires, il ne sera présenté que ceux obtenus sur un profil perpendiculaire à la direction d'extension de la structure.

Le processus de convergence est stable et donne de bons résultats pour les deux méthodes.

Le programme a été testé pour différentes valeurs du paramètre vrai (profondeur ou résistivité), allant de 3 jusqu'à 100.

L'exécution du programme a donné des résultats probants, même pour les modèles très éloignés du paramètre initial, ce qui assure la stabilité du programme.

PERSPECTIVES

Le programme réalisé offre de nouvelles perspectives dans l'interprétation des données électromagnétiques. En particulier, les données VLF-EM et les données MT-VLF.

La présente étude a offert l'organigramme général adapté aux données EM visant à donner directement la profondeur ou la résistivité de la structure d'anomalie, ce qui est d'un grand apport pour l'interprétation électromagnétique.

Une autre perspective offerte par cette étude est l'inversion simultanée des deux paramètres (profondeur et résistivité). En effet, le point faible de la méthode présentée est que, pour inverser un paramètre du modèle, les autres paramètres sont supposés connus. Cette condition peut être satisfaite en utilisant des méthodes combinées pour estimer les autres paramètres par d'autres méthodes. Néanmoins, le fait que le programme inverse aussi bien les données MT-VLF que les données VLF-EM offre la possibilité de contraindre le modèle initial par les deux types de données simultanément, pour inverser non plus la résistivité ou la profondeur, mais la résistivité et la profondeur. Il s'agit là d'une perspective très intéressante en interprétation EM qui peut s'obtenir aux prix de recherches supplémentaires sur le conditionnement du problème inverse pour le cas d'une inversion multiple

Liste des figures :

Figure I-1-1 : Phénomène d'induction-	07
Figure I-1-2 Induction d'un champ magnétique	08
Figure I-1-3 : Propagation d'une onde électromagnétique	09
Figure I-2-1 : Schématisation des principes physiques de la prospection EM	13
Figure I-2-2 : Ellipse de polarisation	14
Figure II-1 : Conception traditionnelle du problème inverse	18
Figure II-2 : Nouvelles conception du problème inverse	19
Figure II-3 : Normes d'ajustement	24
Figure III-1 : Modèles utilisés pour étudier l'effet de la profondeur du corps	27
Figure. III-2 : Modèle I, Effet de la profondeur Z sur la mesure VLF-EM, RE	28
Figure III-3 : Modèle I, Effet de la profondeur Z sur la mesure MT-VLF, r_a	29
Figure III-4 : Modèle II Effet de la profondeur Z sur la mesure VLF-EM, RE	32
figure III-5 : Modèle II Effet de la profondeur Z sur la mesure MT-VLF : r_a	33
Figure III-6 : Modèle utilisé pour étudier l'effet de la résistivité du corps	36
Figure III-7 : Modèle I Effet de la résistivité r_c sur la mesure VLF-EM, RE	37
Figure III-8 : Modèle I, Effet de la résistivité r_c sur la mesure MT-VLF, r_a	38
Figure IV-1 : Organigramme du programme d'inversion	40
Figure IV-2 : Ligne tangente et gradient	42
Figure IV-3 : Exemple de suite d'estimés successifs engendrés par la méthode du gradient	43

Figure IV-4 : Algorithme de Gauss-Newton pour les moindres carrées	48
Figure V-0 : Positionnement du corps et des profils	49
Figure V-1 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3, 8, 10)$	52
Figure V-2 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3, 8, 10)$	52
Figure V-3 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3, 8, 10)$	53
Figure V-4 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (15, 20, 30)$	54
Figure V-5 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. $Z_c = (15, 20, 30)$	54
Figure V- 6 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (15, 20, 30)$	55
Figure V-7 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	56
Figure V-8 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	56
Figure V-9 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	57
Figure V-10 : Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3, 6, 8)$	59
Figure V-11 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. MT-VLF. $Z_c = (3, 6, 8)$	59
Figure V-12 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (3, 6, 8)$	60
Figure V-13 : Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (15, 20, 30)$	61
Figure V-14 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. MT-VLF. $Z_c = (15, 20, 30)$	61

Figure V-15 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (15, 20, 30)$	62
Figure V-16 : Partie réelle de la réponse MT-VLF obtenue sur le modèle I. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	63
Figure V-17 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle I. MT-VLF. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	63
Figure V-18 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle I. MT-VLF $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	64
Figure V-19 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (3, 8, 10)$	66
Figure V-20 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. Modèle II $Z_c = (3, 8, 10)$	66
Figure V-21 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (3, 8, 10)$	67
Figure V-22 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (15, 20, 30)$	68
Figure V-23 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. VLF-EM. Modèle II $Z_c = (15, 20, 30)$	68
Figure V-24 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (15, 20, 30)$	69
Figure V-25 : Partie réelle de la réponse VLF-EM obtenue sur le modèle II. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	70
Figure V-26 : Résultats de l'inversion de Z_c , obtenus sur le profil A. Modèle II. VLF-EM. $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	70
Figure V-27 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion. Modèle II. VLF-EM $Z_c = (3.5, 8.3, 10.8)$	71
Figure V-28 : Partie réelle de la réponse VLF-EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	73
Figure V-29 : Résultats de l'inversion de r_c . Données VLF- EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	73
Figure V-30 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion de r_c . VLF-EM. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	74

Figure V-31 : Partie réelle de la réponse MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	75
Figure V-32 : Résultats de l'inversion de r_c . Données MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	75
Figure V-33 : Evolution de l'erreur au cours de l'inversion de r_c . MT-VLF. $r_c^{vraie} = (15\Omega m, 30\Omega m, 85\Omega m)$	76
Figure V-34 : Perturbation du modèle	78

Références bibliographiques :

- ✓ Abbes, K., 2001, Transformation des données électromagnétique de subsurface, Thèse de Magistère. USTHB.
- ✓ Angot, A., 1972, Compléments de mathématiques : Masson et Cie., Sixième édition.
- ✓ Baker, H.A., Djeddi M., Boudjadja, A. and Benhammam, K., 2001, A different approach in delineating near surface buried structures, EAGE 63rd Conference and technical exhibition, Amsterdam.
- ✓ Baker, H.A., Djeddi, M. and Lamara, S., 2004, The use of the analytic signal in VLF-EM for delineating conducting structures, EAGE 66th Conference and technical exhibition, Paris.
- ✓ Bougchiche, S., Brakni, M., 2003, Implémentation de l'algorithme de Marquart LEVENBERG/ Application pour des données magnétotellurique : Mémoire d'ingénieur. USTHB.
- ✓ Boumahrat, M., Gourdin, A., 1993, Méthodes numériques appliquées, OPU.
- ✓ Cagniard, L., 1953, Basic theory of the megneto-telluric method of geophysical prospecting, Geophysics, 18, p.605-635.
- ✓ Constable, S. C., Parker, R. L., 1987, Occam's inversion : A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, geophysics 52, p. 41-50.
- ✓ Djadia, L., 2001, Etude des caractéristiques de la WZ par les méthodes électriques et électromagnétiques, Thèse de Magistère. USTHB.
- ✓ Djeddi, M., 1999. Nouvelles méthodes d'interprétation 3D des données EM. Doctorat d'Etat en géophysique, U.S.T.H.B.
- ✓ Francis, T., 1968, The inverse problem of magnetotelluric sounding : Geophysics, v.33, p. 972-979.
- ✓ Gerald, W., Hohmann, 1971, Electromagnetic scattering by conductors in the earth near a line source of current: Geophysics, v. 36, p. 101-131.
- ✓ Gerald, W., Hohmann, 1975, Three- dimensionnel induced polarization and electromagnetic modeling: Geophysics, v. 40, p. 309-324.
- ✓ Guerin, R., Tabbagh, A., Andrieux, P., 1994, Field and-or resistivity mapping in VLF-MT and implications for data processing. Geophysics 59, p. 1695-1712.
- ✓ Menke, W., 1984, Geophysical data analysis, Discrete inverse theory : Academic press, INC.

- ✓ Patra, H.P., Mallick, K., 1980, Geosounding Principles, 2, Time-Varying Geoelectric Soundings: Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company.
- ✓ Sheriff, R. E., 2002, Encyclopedic dictionary of exploration geophysics, 4th ed.: Soc. Expl. Geophys., Tulsa, OK.
- ✓ Snieder, R., Trampert, J., 1999, Inverse problems in geophysics: Utrecht University, Dept of Geophysics.
- ✓ Tabbagh, A., 1985, The response of a three-dimensionnel magnetic and conductive body in shallow depth electromagnetic prospecting: Geophysics Journal of the Royal Astronomical Society, v.81, n°1, p. 215-230.
- ✓ Tabbagh, A., Benderitter, Y., Andrieux, P., Decriaud, J.P. and Guérin, R., 1991, VLF resistivity mapping and verticalisation of the electrical field: Geophysical Prospecting, 39, p. 1083-1097.
- ✓ Telford, W. N., Gerald, L.P., Sheriff, R. E., Keys, D. A., 1982. Prospection geophysique (tome 1 et 2): Cambridge University Press.
- ✓ Xiong, Z., Tripp Alan C., 1997. 3-D electromagnetic modelling for near surface targets using integral equations: Geophyscs, v.62, p. 1097-1106

ANNEXES

I- Tableaux de valeurs utilisées pour l'étude de l'effet de la résistivité et de la profondeur sur la réponse EM :

Effet de la profondeur :

Modèle I :

Rau terrain = 10 Ω m

Rau corps = 100 Ω m

Point de ZC	mesure θ	x=0 rauax
2	0,00926	102,24
4	0,00827	101,54
6	0,00665	100,84
8	0,00508	100,36
10	0,00378	100,11
12	0,00278	99,99
14	0,00204	99,94
16	0,0015	99,93
18	0,0011	99,93
20	0,00082	99,94

Point de ZC	mesure θ	x=5 rauax
2	0,03789	109,85
4	0,02792	102,87
6	0,01793	100,14
8	0,01119	99,53
10	0,00708	99,52
12	0,0046	99,62
14	0,00307	99,72
16	0,0021	99,79
18	0,00147	99,85
20	0,00104	99,89

Point de ZC	mesure θ	x=10 rauax
2	0,09443	46,41
4	0,06194	86,15
6	0,0315	94,26
8	0,01663	97,46
10	0,00943	98,69
12	0,0057	99,26
14	0,00362	99,54
16	0,00239	99,71
18	0,00163	99,8
20	0,00114	99,86

Point de ZC	mesure θ	x=11 rauax
2	0,09276	66,06
4	0,05951	86,81
6	0,03066	94,83
8	0,01633	97,61
10	0,00931	98,74
12	0,00564	99,28
14	0,0036	99,55
16	0,00238	99,71
18	0,00162	99,81
20	0,00113	99,87

Point de ZC	mesure θ	x=15 rauax
2	0,03789	109,85
4	0,02792	102,87
6	0,01793	100,14
8	0,01119	99,53
10	0,00708	99,52
12	0,0046	99,62
14	0,00307	99,72
16	0,0021	99,79
18	0,00147	99,85
20	0,00104	99,89

Point de ZC	mesure θ	x=20 rauax
2	0,00926	102,24
4	0,00827	101,54
6	0,00665	100,84
8	0,00508	100,36
10	0,00378	100,11
12	0,00278	99,99
14	0,00204	99,94
16	0,0015	99,93
18	0,0011	99,93
20	0,00082	99,94

Modèle II :Rau terrain = 10 Ω mRau corps = 100 Ω m

Point de	mesure	x=0
ZC	θ	rauax
2	-0,02877	9,88
4	-0,02051	9,95
6	-0,01308	9,99
8	-0,00737	10,01
10	-0,00364	10,01
12	-0,00148	10,01
14	-0,00037	10
16	0,00011	10
18	0,00026	10
20	0,00026	10

Point de	mesure	x=5
ZC	θ	rauax
2	-0,12839	9,31
4	-0,07723	9,91
6	-0,04061	10,05
8	-0,01949	10,05
10	-0,00864	10,03
12	-0,00341	10,01
14	-0,00104	10
16	-0,00007	10
18	0,00026	10
20	0,00031	10

Point de	mesure	x=10
ZC	θ	rauax
2	-0,47175	20,04
4	-0,18928	11,38
6	-0,07586	10,4
8	-0,03088	10,14
10	-0,01245	10,05
12	-0,00469	10,02
14	-0,00145	10
16	-0,00018	10
18	0,00025	10
20	0,00032	10

Point de	mesure	x=11
ZC	θ	rauax
2	-0,43181	13,96
4	-0,18033	11,11
6	-0,07361	10,36
8	-0,03025	10,14
10	-0,01225	10,05
12	-0,00463	10,02
14	-0,00143	10
16	-0,00017	10
18	0,00025	10
20	0,00032	10

Point de	mesure	x=15
ZC	θ	rauax
2	-0,12839	9,31
4	-0,07723	9,91
6	-0,04061	10,05
8	-0,01949	10,05
10	-0,00864	10,03
12	-0,00341	10,01
14	-0,00104	10
16	-0,00007	10
18	0,00026	10
20	0,00031	10

Point de	mesure	x=20
ZC	θ	rauax
2	-0,02877	9,88
4	-0,02051	9,95
6	-0,01308	9,99
8	-0,00737	10,01
10	-0,00364	10,01
12	-0,00148	10,01
14	-0,00037	10
16	0,00011	10
18	0,00026	10
20	0,00026	10

Effet de la résistivité

Rau terrain = 50Ωm

Point de rauc	mesure θ	x=0 rauax
5	0,01053	50,49
10	0,00849	50,4
25	0,00416	50,19
50	0	50
70	-0,00202	49,91
90	-0,00344	49,84
100	-0,00401	49,81
150	-0,00595	49,72

Point de rauc	mesure θ	x=5 rauax
5	0,03168	50,42
10	0,0257	50,34
25	0,0127	50,17
50	0	50
70	-0,00622	49,92
90	-0,01061	49,86
100	-0,01235	49,83
150	-0,0184	49,75

Point de rauc	mesure θ	x=10 rauax
5	0,06206	45,53
10	0,05079	46,38
25	0,02546	48,2
50	0	50
70	-0,01265	50,89
90	-0,02162	51,52
100	-0,0252	51,77
150	-0,03763	52,65

Point de rauc	mesure θ	x=11 rauax
5	0,06003	46,13
10	0,0491	46,86
25	0,02458	48,45
50	0	50
70	-0,0122	50,77
90	-0,02085	51,31
100	-0,0243	51,52
150	-0,03628	52,28

Point de rauc	mesure θ	x=15 rauax
5	0,03168	50,42
10	0,0257	50,34
25	0,0127	50,17
50	0	50
70	-0,00622	49,92
90	-0,01061	49,86
100	-0,01235	49,83
150	-0,0184	49,75

Point de rauc	mesure θ	x=20 rauax
5	0,01053	50,49
10	0,00849	50,4
25	0,00416	50,19
50	0	50
70	-0,00202	49,91
90	-0,00344	49,84
100	-0,00401	49,81
150	-0,00595	49,72

II- Algorithme d'inversion :

```

INCLUDE 'zhankr.for'
INCLUDE 'zhanks.for'
INCLUDE 'resgauc.for'
INCLUDE 'cep.for'
include 'juin13.for'

```

```

C-----
IMPLICIT COMPLEX (C)
PARAMETER (NMAX=729,NSTOR=300,NFIC=2,NPARM=2,MC=2)
DIMENSION F(5),IRAU(NFIC)
DIMENSION RAUC(MC),XC(MC),YC(MC),ZC(MC),XL(MC),YL(MC),ZL(MC),
& DX(MC),DY(MC),DZ(MC),prof(MC),RAUD(2),ED(2),PROFD(2)
DIMENSION DAT(NFIC),STO(19,NPARM),stot(19,nparm,19),
&IPAR(NPARM),PA(NPARM),DP(NPARM)
DIMENSION par(nparm),TAB(NPARM,NPARM),RES(NPARM)
DIMENSION REP(19)
DIMENSION DJACOB(NPARM),DJ(NFIC,19,NPARM),THEO(NFIC,19,NPARM)
&,reponse(nfic,19,nparm,19),TH(NPARM),THT(NPARM),ITEST(NPARM)

common /A/rau(2),GAM(2),e1
COMPLEX GAM2(2),Z(2)
CHARACTER*20 FICH(NFIC),FICS,LEC*80

IW=6
IR=5
open(unit5,file='modèle.txt')
C-----ouverture du fichier suivi-----
open(10,file="suivi.txt")
C-----
TOL=0.1E-05
PI=3.1415926536
100 WRITE(iw,999)
999 FORMAT(3X,'NB DE FREQUENCES (0=ON ARRETE LE CALCUL)')
READ(unit5,*)IFM
IF(IFM.EQ.0) GO TO 200
IF(IFM.GT.10) GO TO 100
C DONNEES TERRAIN
WRITE(IW,*) ('VALEUR(S) DE(S) FREQUENCE(S)?')
read(unit5,*) (f(k), k=1,ifm)
write (iw,*) ('DONNEES RELATIVES AU TERRAIN: rau(1),E,rau(2)')
read (unit5,*) rau(1),E1,rau(2)
c sortie par profils
write(iw,*) ('nb de profils,y de depart,pas en y?')
read(unit5,*) nypr,ydep,py
ye=ydep-py
write(iw,*) ('point de depart en x,pas en x,nb de points?')
read (unit5,*) xe,pdx,npos
do 1 ifr=1,ifm

```

```

      Write(iw,998) f(ifr)
998  format (10x,'FREQUENCE:',F12.4)
c calcul du terrain tabulaire
      DO 10 I=1,2
          GAM2(i)=cmlpx (0.,8.*pi*pi*f(ifr)/rau(i)/10.**7)
10   z(i)=cmlpx(sqrt(4.*pi*pi*f(ifr)/10.**7*rau(i)),0.)*cmlpx(-1.,-1.)
      CGAM=CSQRT(GAM2(1))
      CGAM2=CSQRT(GAM2(2))
      WRITE(iw,5)RAU(1),E1,RAU(2)
5   FORMAT(10X,'REPONSE TABULAIRE A 2 COUCHES'/
&10X,'RESISTIVITE',5X,5X,'EPAISSEUR'/
&2(12X,F7.0,5X,9X,F7.2/))
      CR=Z(2)
      CE=CTH(CSQRT(GAM2(1))*CMPLX(E1,0.))
      CR=Z(1)*(CR+Z(1)*CE)/(CR*CE+Z(1))
      PHI=ATAN(AIMAG(CR)/REAL(CR))*180./PI
      RAUA=CABS(CR*CR)/8./PI/PI/F(IFR)*10.**7
      WRITE(IW,6)RAUA,PHI
6   FORMAT(10X,'RAUA',F8.2,' PHI',F5.1)
      CHY1=(1.,0.)
      CEX1=-CR
      WRITE(iw,66)CEX1,CHY1
66  FORMAT(3X,' CHAMPS EN TABULAIRE'//10X,'EX',E11.4,2X,E11.4,4X,'HY'
&,E11.4,2X,E11.4)
c////////// COMPILE EXECUTE , ///+ fonction cth(z)//////////
      NCOUB=NCOU
      RAUB=RAU(1)
      np=nypr
c//////////modèle initiale //////////
30  WRITE(iw,*)' nb de corps ?'
      READ(unit5,*)icor
      WRITE(iw,*)'CORPS ',ICOR,' RAU,POSITION DU CENTRE (EN X,Y,Z),',
&,' LONGUEUR DES COTES (X ,Y,PUIS Z) ?'
      READ(unit5,*)RAUC(ICOR),XC(ICOR),YC(ICOR),ZC(ICOR),XL(ICOR)
&,YL(ICOR),ZL(ICOR)
c ajouter l'inclinaison//////////
      IF(iCOR.EQ.1) THEN
          WRITE(IW,*)' angle de rotation du corps dans le plan (X,Z) ?'
          READ(unit5,*)ALPHA
          WRITE(IW,*)'ROTATION DU CORPS DANS LE PLAN VERTICAL', ALPHA
      ENDIF

c//////////mémoriser les estimés initiaux:
      raud(icor)=rauc(icor)
      profd(icor)=zc(icor)
      Ed(icor)=zl(icor)
      ZMUR=ZC(ICOR)+ZL(ICOR)/2.
      ZTOI=ZC(ICOR)-ZL(ICOR)/2.
      XMAX=XC(ICOR)+XL(ICOR)/2.
      XMin=XC(ICOR)-XL(ICOR)/2.

```

```

YMAX=YC(ICOR)+YL(ICOR)/2.
YMin=YC(ICOR)-YL(ICOR)/2.
WRITE(10,994)ZTOI,ZMUR,XMin,XMAX,YMin,YMAX,RAUC(ICOR)
994  FORMAT(3X,'POSITION DU CORPS/' EN Z ',2(F8.2,1X)/
&' EN X ',2(F8.2,1X)/' EN Y ',2(F8.2,1X)/' RAU=',F8.2/)

```

```

c//////////fin initialisation/////

```

```

WRITE(iw,*)' MAILLE DX,DY,DZ ?'
READ(unit5,*)DX(ICOR),DY(ICOR),DZ(ICOR)
C----- Choix du parametre à faire varier -----
15  WRITE(iw,*)' nb de parametres qui varient (5 maximum) ?'
READ(unit5,*)NPAR
IF(NPAR.GT.NPARAM) GO TO 15
write(10,*)npar
DO 150 IN=1,NPAR
WRITE(iw,*)'resistivite(1), inclinaison(2), profondeur (3)'
READ(unit5,*)IPAR(IN)
ac=IPAR(IN)
IF(IPAR(IN).EQ.1) PAR(IN)=RAUC(Icor)
IF(IPAR(IN).EQ.2) PAR(IN)=alpha
IF(IPAR(IN).EQ.3) PAR(IN)=ZC(Icor)
150  CONTINUE

```

```

17  WRITE(iw,*)' nb de fichiers à lire ?'
READ(unit5,*)NFM
write(10,*)nfm
IF(NFM.GT.NFIC) GO TO 17
IF(NFM.LT.NPAR) GO TO 17
DO 20 NF=1,NFM
write(10,*)'nfm'
write(10,*)nfm
WRITE(IW,*)' nom du fichier à lire ?'
READ(IR,1000)FICH(NF)
1000  FORMAT(A)
OPEN(NF,FILE=FICH(NF),STATUS='OLD')
WRITE(iw,*)' type de données ?'
WRITE(10,*)' type de données ?'
WRITE(iw,*)'invariant rauMTVLF(1),Phase(aim)(2),inclinaisonre(3)?'
READ(unit5,*)I
write(10,*)i

```

```

20  CONTINUE

```

```

DO 60 IP=1,NP
RAUc(ICOR)=RAUD(ICOR)
zl(ICOR)=ED(ICOR)
zc(ICOR)=PROFD(ICOR)
Write(10,*)'rau, EP , prof:'
Write(10,*)rau(icor),zc(icor),prof(icor)

```

c-----lecture des données-----
do 31 nf=1,nfm

```

                                READ(NF,*,END=200)XP,YP,DAT(NF)
write(10,*) 'XP,YP,DAT(NF)',XP,YP,DAT(NF)
                                IF(DAT(NF).EQ.0.) THEN
                                DO 338 IN=1,NPAR
338    RES(IN)=0.
                                GO TO 60
                                ENDIF

```

C//////////balayage de l'espace des modèles/

```

                                DO 33 IN=1,NPAR

STO(1,IN)=1
                                write(10,*)'sto'
                                write(10,*)sto
iss=1
c    itt=0
zff=0
                                DO 32 ID=2,13

                                write(10,*)'id',id
                                IF(ID.GT.1.and.id.lt.10) then
                                    STO(ID,IN)=sto(1,in)+(id-1)
                                do 71 j=1,8

                                    ST1=STO(ID,IN)+zff
                                    stot(id,in,j)=st1
                                    zff=zff+0.5

                                    write(10,*) 'st1',st1
                                IF(IPAR(IN).EQ.1) RAUC(Icor)= st1
                                IF(IPAR(IN).EQ.2) ZL(Icor)= st1
                                IF(IPAR(IN).EQ.3) ZC(Icor)= st1
                                    Write(10,*)'zc(icor)'
                                    Write(10,*)zc(icor)
                                write(iw,*) 'st1',st1
                                    call juin13(ac,st1,re,aim,rauax)

                                    IF (I.EQ.1) REP(j)=rauax
                                    IF (I.EQ.2) REP(j)=aim
                                    IF (I.EQ.3) REP(j)=re

                                Write(10,*)'j',j,'rep(j)',rep(j)

                                    reponse(nf,id,in,j)=rep(j)

                                    write(10,*) 'j',j,'reponse(j)',reponse(nf,id,in,j)

```

71 continue

19 continue
else

STO(ID,IN)=10*iss
iss=iss+1
write(10,*) 'sto(id,in)',sto(id,in)

ztt=0
DO 29 k=1,10
st1=sto(id,in)+ztt
stot(id,in,k)=st1
write(10,*)'stot(id,in,k)',stot(id,in,k)
ztt=ztt+0.1

IF(IPAR(IN).EQ.1) RAUC(Icor)= st1
IF(IPAR(IN).EQ.2) ZL(Icor)= st1
IF(IPAR(IN).EQ.3) ZC(Icor)= st1
Write(10,*)'zc(icor)'
Write(10,*)zc(icor)
write(iw,*) 'st1',st1
call juin13(ac,st1,re,aim,rauax)

IF (I.EQ.1) REP(j)=rauax
IF (I.EQ.2) REP(j)=aim
IF (I.EQ.3) REP(j)=re

Write(10,*)'k',k,'rep(k)',rep(k)
reponse(nf,id,in,k)=rep(k)
write(10,*) 'k',k,'reponse(k)',reponse(nf,id,in,k)

29 continue

end if
32 CONTINUE
PAR(IN)= STO(10,IN)
write(10,*) 'par(in)',par(in)
33 CONTINUE

ITOUR=0
ITOUR=ITOUR+1
C//////// //////////////

DO 410 IN=1,NPAR

```

IF(ITOUR.EQ.1) THEN
    tht(in)=reponse(nf,1,in,1)
    write(10,*) 'THT(IN)',thT(in)

    PA(IN)=STOt(1,IN,1)
    write(10,*) 'PA(IN)',PA(IN)

```

c*****je serre levenberg en introduisant reponse et tht:

```

    DO 37 ID=1,19
        do 37 j=1,19
            IF(ABS(THT(IN)-DAT(NF)).GT.ABS(reponse(NF,ID,IN,j)-DAT(NF))) THEN
                THT(IN)=reponse(NF,ID,IN,j)

                write (10,*)'dat(nf)',dat(nf)
                write(10,*)'THT(IN)-DAT(NF)',THT(IN)-DAT(NF)

                write(10,*)'(reponse -DAT(NF))',(reponse(NF,ID,IN,j)-DAT(NF))

                write(10,*)'THt(IN)',THt(IN)

                pa(in)=stot(id,in,j)
                write(10,*)'PA,itour1(IN)',PA(IN)
                write(iw,*)'le parametre =',PA(IN)

            ENDIF
37          CONTINUE

40          CONTINUE
        ENDIF
410         CONTINUE
C-----

50  CONTINUE

1002 FORMAT(2X,F7.2,2X,F7.2,3X,F8.3)
C =====

31  continue

60  continue
1   continue
    nf=1
        np=1
        in=1
        DP(IN)=0
        ALAMB0=.01
35  itour=itour+1

```

```

      ALAMB=ALAMB0
      st=pa(in)
      ST1=PA(IN)/1.03/1.03
      DST=PA(IN)*.0591262
      DO 44 J=1,3
      ST1=ST1*1.03
      IF(IPAR(IN).EQ.1) RAUC(Icor)= st1
      IF(IPAR(IN).EQ.2) ZL(Icor)= st1
      IF(IPAR(IN).EQ.3) ZC(Icor)= st1
      call juin13(ac,st1,aim,rauax)
      IF (I.EQ.2) REP(j)=aim
      IF (I.EQ.3) REP(j)=rauax
      DJACOB(IN)=(REP(3)-REP(1))/DST
      IF(ABS(DJACOB(IN)).LT..1E-03) ALAMB=10.*ALAMB
      TH(IN)=REP(2)

c moindres carrées:
      DO 48 JN=1,NPAR
      DP(JN)=0.
      DO 48 IN=1,NPAR
48  TAB(IN,JN)=0.
      DO 49 JN=1,NPAR
      DP(JN)=DP(JN)+(DAT(NF)-TH(JN))*DJACOB(JN)
      TAB(IN,JN)=TAB(IN,JN)+DJACOB(IN)*DJACOB(JN)
      IF(IN.EQ.JN) TAB(IN,JN)=TAB(IN,JN)+2.*ALAMB
49  continue
      IER=1
      if (dp(in).eq.0) then

      write(iw,*)'le parametre =',st
      write(10,*)'le parametre =',st

      go to 200
      end if
44  continue
      write(10,*)'dpavant resgau',dp(in)
      CALL RESGAU(TAB,NPARM,NPAR,DP,IER)
      write(10,*)'dp apres resgau',dp(in)

      ODP=0.

      PA(IN)=PA(IN)+DP(IN)
      WRITE(10,*)'ITOUR,DP(IN),PA(IN):',ITOUR,DP(IN),PA(IN)
      ODP=ODP+DP(IN)*DP(IN)/PA(IN)/PA(IN)

      IF(SQRT(ODP).GT..01.AND.ITOUR.LT.25) GO TO 35
59  DO 591 IN=1,NPAR
      RES(IN)=PA(IN)
      WRITE(7+IN,1002)XP,YP,RES(IN)
      WRITE(iw,1002)XP,YP,RES(IN)

```

591 CONTINUE

200 stop
end

C//////////

```

FUNCTION CTH(Z)
  COMPLEX CTH,Z
  X=REAL(Z)
  Y=AIMAG(Z)
  A=COS(Y)
  B=SIN(Y)
  C=TANH(X)
  CTH=CMPLX(A*C,B)/CMPLX(A,C*B)
  RETURN
END

```

C*****

```

FUNCTION FC(D)
  COMMON/REEL/RAU(8),E(8),NF
  COMMON/PAR/NCOU,RAB
  EXTERNAL FUNE
  TOL=0.1E-05
  B=D/RAB
  FC=1./D+ZHANKR(0,B,FUNE,TOL,NF1,1)/RAB
  RETURN
END

```

C=====

```

FUNCTION FUNE(G)
  COMMON/REEL/RAU(8),E(8),NF
  COMMON/PAR/NCOU,RAB
  FUNE=0.
  IF(G.LT.0.1E-20) RETURN
  AL=G/RAB
  CR=RAU(NCOU)
  IF(NCOU.GT.2) THEN
    DO 12 I=NCOU-1,2,-1
      TH=TANH(AL*E(I))
      CR=(CR+TH*RAU(I))/(RAU(I)+CR*TH)*RAU(I)
12 CONTINUE
  ENDIF
  IF(AL*E(1).GT.25) RETURN
  EX=EXP(2.*AL*E(1))
  C=(RAU(1)-CR)/(RAU(1)+CR)
  FUNE=-C*2./(EX+C)
  RETURN
END

```

C=====

```

FUNCTION FUN(G)

```

```

COMPLEX GAM2(8,6),AL,U,FUN,Y,RK,CK,CTH
COMMON/B/GAM2,P,A
COMMON/REEL/RAU(8),E(8),NF
COMMON/PAR/NCOU,RAB
FUN=(0.,0.)
IF(G.LT.0.1E-20) G=0.
IF(G*A.GT.30.) RETURN
AL=CMPLX(G/P,0.)
U=CSQRT(GAM2(NCOU,NF)+AL*AL)
RK=-U
IF(NCOU.EQ.1) GO TO 10
DO 9 K=NCOU-1,1,-1
U=CSQRT(GAM2(K,NF)+AL*AL)
Y=U
CK=CTH(U*CMPLX(E(K),0.))
9   RK=Y*(RK-Y*CK)/(Y-RK*CK)
10  FUN=(AL+RK)/(AL-RK)/CMPLX(EXP(G*A),0.)
RETURN
END

C=====
FUNCTION FUN0(G)
COMPLEX FUN,FUN0
FUN0=FUN(G)*CMPLX(G*G,0.)
RETURN
END

c=====
C RESGAU.FOR
SUBROUTINE RESGAU(TAB,NT,N,VEC,IER)
DIMENSION VEC(NT),TAB(NT,NT)
C WRITE(6,1000)(VEC(I),I=1,N)
1000 FORMAT(6E10.3)
IF(IER.EQ.0) RETURN
DO 30 I1=1,N-1
L=I1
XAM=ABS(TAB(I1,I1))
DO 10 J=I1+1,N
X=ABS(TAB(J,I1))
IF(X.GT.XAM) THEN
XAM=X
L=J
ENDIF
10  CONTINUE
C EXCHANGE
IF(L.GT.I1) THEN
AUX=VEC(L)
VEC(L)=VEC(I1)
VEC(I1)=AUX
DO 11 J=1,N
AUX=TAB(L,J)
TAB(L,J)=TAB(I1,J)

```

```
11  TAB(I1,J)=AUX
    ENDIF
C TRIANGULARISATION
  DO 30 I=I1+1,N
    VEC(I)=VEC(I)-VEC(I1)*TAB(I,I1)/TAB(I1,I1)
    DO 30 LJ=I1+1,N
      TAB(I,LJ)=TAB(I,LJ)-TAB(I,I1)*TAB(I1,LJ)/TAB(I1,I1)
30  CONTINUE
C  WRITE(6,1000)(VEC(I),I=1,N)
C  READ(5,*)AB
C CALCUL DES INCONUES
  VEC(N)=VEC(N)/TAB(N,N)
  DO 50 I=N-1,1,-1
    DS=0.
    DO 40 J=I+1,N
40  DS=DS+VEC(J)*TAB(I,J)
50  VEC(I)=(VEC(I)-DS)/TAB(I,I)
C  WRITE(6,1000)(VEC(I),I=1,N)
C  READ(5,*)AB
    RETURN
  END
```