

N°d'ordre : 04 / 2009-M/PH

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Physique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

EN : PHYSIQUE

Spécialité : Physique des Matériaux

par :

BAHBAH Nardjess

Sujet :

**PROPAGATION DES ONDES
ULTRASONORES DANS LES MILIEUX
FLUIDES HETEROGENES, APPLICATION A
LA VELOCIMETRIE DOPPLER PULSEE**

Soutenu publiquement, le 07/12/2009, devant le jury composé de :

M.	O. ZIANE	Professeur,	U.S.T.H.B.	Président
M.	H. DJELOUAH	Professeur,	U.S.T.H.B.	Directeur de thèse
M.	A. BOUAKAZ	Directeur de Recherche, INSERM,	Tours/FRANCE.	Examineur
M.	T. BOUTKEDJIRT	Maître de Conférences A,	U.S.T.H.B.	Examineur
Mme.	Z. DERRAR-KADDOUR	Maître de Conférences A,	U.S.T.H.B.	Examineur

A mes parents

A mes frères et soeurs

A mes oncles et à mes tantes

A toute ma famille

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique des Matériaux, équipe de recherche «Physique des ultrasons» de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene.

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à l'égard de mon Directeur de thèse Professeur **Hakim DJELOUAH** d'avoir accepté de m'accueillir au sein de son équipe de recherche. Tout au long de ma formation, j'ai tant profité de sa riche expérience pour approfondir mes connaissances dans tous les domaines. Je le remercie pour sa disponibilité et son soutien infaillible quant au suivi de l'avancement de mon travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour la quantité et la qualité de son apport scientifique ainsi que sa confiance en ma personne et ses encouragements, sans lesquels ce travail n'aurait pas abouti.*

*C'est un honneur pour moi que Monsieur **O. ZIANE**, Professeur à l'U.S.T.H.B., ait accepté d'être président de ce jury. Je le remercie vivement pour l'intérêt qu'il porte à mon travail.*

*Que Monsieur **A. BOUAKAZ**, Directeur de Recherche de l'INSERM à Tours (FRANCE), trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour nous avoir aidé à réaliser ce travail. Je le remercie également d'avoir accepté de juger ce travail.*

*J'ai le plaisir d'adresser mes respectueux remerciements à Monsieur **T. BOUTKEDJIRT**, Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B., pour ses encouragements et pour avoir honoré le jury par sa participation.*

*Je tiens aussi à remercier profondément Madame **Z. KADDOUR**, Maître de Conférences à l'U.S.T.H.B., d'avoir accepté la charge d'examiner ce travail.*

*Je remercie vivement Monsieur **D.SEMMAM** pour son soutien, son aide ainsi que pour ses encouragements.*

Je ne saurais oublier les membres de l'équipe pour leur sympathie. Je remercie chaleureusement Assia, Naima, Hassina, Nesrine, Ismail, Nadir, Rafik, pour leur soutien moral et l'aide qu'ils m'ont apportée.

Je remercie vivement mes amis : Fadila, Fazia, Imen, Warda, Amel, Sabah, Abdellah, Rahim, Mohamed.

Que tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail et tous ceux que je n'ai pu citer trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Table des matières

Introduction	5
1 Modélisation d'un transducteur focalisé par un faisceau gaussien	8
1.1 Introduction	8
1.2 Les faisceaux gaussiens	10
1.2.1 Introduction	10
1.2.2 Approximation paraxiale	11
1.3 Mode fondamental	12
1.3.1 Rayon de courbure complexe $Q(z)$	14
1.3.2 La phase dans le modèle du faisceau gaussien	18
1.3.3 Amplitude et intensité de la pression acoustique	19
1.4 Discussion	20
1.4.1 Résumé	20
1.4.2 Propagation du faisceau gaussien	21
1.5 Méthode des faisceaux gaussiens multiples	24
1.5.1 Conditions aux frontières	24
1.5.2 Cas du piston plan	26
1.6 Faisceau gaussien et transducteur focalisé	29
1.6.1 Formulation du problème	29
1.6.2 Approche théorique	32
1.6.3 Distance focale	33
1.6.4 Coefficient de transmission	34
1.6.5 Calcul de la composante normale de la vitesse de vibration	35
1.7 Conclusion	37
2 Diffusion et simulation des signaux ultrasonores	38
2.1 Introduction	38

2.2	Définition de la diffusion	38
2.3	Equation d'onde régissant le phénomène de diffusion	43
2.4	Champ ultrasonore diffusé	45
2.5	Champ ultrasonore reçu par le transducteur	48
2.6	Simulation des signaux ultrasonores	51
2.6.1	Simulation du signal d'émission	51
2.6.2	Simulation du signal d'écho	53
3	Techniques de traitement du signal appliquées à la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés	57
3.1	Introduction	57
3.2	Composition du sang	57
3.3	Comportement rhéologique du sang	59
3.3.1	Comportement du sang dans la grande circulation	60
3.3.2	Comportement du sang dans la petite circulation	60
3.3.3	Rhéologie sanguine	61
3.3.4	Discussion	65
3.4	Effet Doppler	66
3.4.1	Historique	66
3.4.2	Principe de l'effet Doppler	66
3.5	Dispositifs Doppler ultrasonores	68
3.5.1	Le système Doppler continu	68
3.5.2	Le système Doppler pulsé	73
3.6	Techniques de traitement du signal	75
3.6.1	Technique de fluctuation de la phase	75
3.6.2	Limites des méthodes de fluctuation de la phase	78
3.6.3	Technique de poursuite de la phase	81
3.6.4	Limites des méthodes de poursuite de la phase	82
3.7	Application des méthodes de traitement du signal sur des signaux simulés et sur des signaux réels	83
3.7.1	Résultats obtenus par simulation	84
3.7.2	Résultats obtenus sur des signaux RF réels	86
3.7.3	Discussion	88

4 Etude expérimentale	89
4.1 Introduction	89
4.2 Description du dispositif expérimental réalisé	89
4.3 Calcul de la vitesse moyenne d'écoulement à partir du débit	92
4.4 Résultats expérimentaux et exploitation	93
4.4.1 Cas des faibles débits	97
4.4.2 Cas des grands débits	108
4.4.3 Cas particulier	120
4.5 Discussion et Conclusion	122
Conclusion	124
Annexe A	125



FIG. 1 – Christian Andreas Doppler (29 novembre 1803 -17 mars 1853).

Introduction

Les techniques ultrasonores appliquées à la médecine ont été développées dans les années 1950 et ont commencé à être utilisées de manière routinière vers le début des années 1970. Ces techniques dérivent de celles qui ont été mises au point pour le radar, le sonar sous-marin et le contrôle non destructif des matériaux. Cependant en raison de leur application particulière en milieu médical, certaines d'entre elles ont été considérablement modifiées pour rendre leur utilisation simple et efficace.

Les techniques ultrasonores ont de nombreux avantages par rapport aux autres méthodes d'exploration du corps humain : elles sont non ionisantes, non dangereuses, et faciles à mettre en œuvre. D'autre part, elles autorisent une visualisation en temps réel des organes comme le cœur et le sang en circulation.

Les ultrasons sont des vibrations mécaniques de la matière (comme tous les sons) à des fréquences inaudibles pour l'oreille humaine (situées entre 20 KHz à 1 GHz). Ce sont des ondes mécaniques qui se propagent sous forme d'une variation de pression grâce aux molécules présentes dans le milieu. Ils se propagent assez bien dans les tissus du corps humain avec des vitesses de 1540 m/s à 5 % près. Le coefficient d'atténuation, sensiblement proportionnel à la fréquence ultrasonore utilisée, varie de $0,5$ à $3,5\text{ dB cm}^{-1}\text{MHz}^{-1}$.

L'impédance acoustique des tissus est le produit de leur masse spécifique par la vitesse de propagation des ultrasons. Cette impédance est voisine de celle de l'eau avec des valeurs comprises en $1,3$ et $1,7\text{ mégarayleigh}$ ($10^6\text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$). La différence d'impédance acoustique entre deux milieux est à l'origine des échos renvoyés par les tissus traversés.

L'application médicale de l'effet doppler, découvert en 1843 par Johann Christian Doppler, n'est apparue que dans les années 1960 avec l'utilisation d'ondes ultrasonores.

Depuis quelques années, les progrès techniques ont conduit à l'association du Doppler pulsé avec l'imagerie échographique bidimensionnelle, puis à l'apparition du Doppler couleur et du Doppler puissance. Ces nouvelles technologies sont maintenant disponibles sur les échographes commercialisés. Ces systèmes d'échographie sont utilisés dans l'étude des maladies vasculaires périphériques (artères carotides, veines, etc..) et pour l'étude de la fréquence cardiaque fœtale.

Malgré leur grande sensibilité, ces systèmes lorsqu'ils fonctionnent en continu ne permettent d'accéder qu'à une valeur moyenne de la vitesse d'écoulement du sang dans les vaisseaux et ils ne permettent pas de mesurer cette vitesse en un point donné. La technologie pulsée Doppler quant à elle, permet non seulement de séparer l'information de vitesse de plusieurs vaisseaux sanguins très proches, comme dans le cou mais elle permet également d'obtenir de meilleures informations sur la distribution des vitesses à l'intérieur d'un vaisseau sanguin. Néanmoins cette dernière technique nécessite des techniques de traitement du signal relativement complexes basées sur l'effet Doppler.

Plusieurs techniques ont été proposées pour avoir une bonne estimation des mouvements sanguins. Ces techniques sont classées selon trois familles :

- les méthodes temporelles, basées sur l'intercorrélation des signaux d'échos. Elles ont été initialement proposées par Benfous et Pesqué en 1986 [bon86] et ont fait l'objet de nombreux travaux [fos90] [emb90] [vio03] ;

- les méthodes fréquentielles, basées sur l'estimation de la fréquence maximale et de la fréquence moyenne du signal doppler, qui sont très utilisées en raison de leur simplicité ; [ang83] [bar85] [kri88] [mo88].

- les méthodes travaillant sur la phase, basées sur l'autocorrélation du signal Doppler analytique, qui ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherche [bar85] [kas85] [lou95a] [lou95b].

Cette thèse a pour objectif la compréhension et le développement d'outils de traitement du signal pour la mesure, par vélocimétrie Doppler pulsée, de vitesses d'écoulement de fluides hétérogènes.

Ce manuscrit de mémoire est organisé en quatre chapitres.

Les faisceaux gaussiens sont très utilisés dans le calcul des faisceaux acoustiques, aussi le premier chapitre leur est entièrement consacré. Ce modèle est utilisé pour calculer les caractéristiques du faisceau émis par un transducteur focalisé constitué d'un transducteur plan couplé à une lentille plan concave.

Lors de la propagation des ondes ultrasonores dans le milieu inhomogène, plusieurs phénomènes physiques tels que la diffusion peuvent avoir lieu. Ces phénomènes seront présentés dans le deuxième chapitre dans lequel est d'abord établie l'équation d'onde régissant le phénomène de diffusion dans un milieu fluide inhomogène. La solution de cette équation, établie sous certaines approximations, permet de déterminer le champ rétro-diffusé par une hétérogénéité placée dans un milieu homogène, et de calculer le champ reçu par le transducteur. Les signaux ultrasonores émis et rétrodiffusés par des cibles fixes et par des cibles mobiles, seront simulés sur la base de l'approximation de Jensen.

En vélocimétrie ultrasonore par effet Doppler, la vitesse des cibles en mouvement est estimée à partir du décalage fréquentiel des ultrasons diffusés. Les différentes techniques de traitement du signal utilisées pour déterminer ce décalage et pour estimer la vitesse d'écoulements des cibles, seront présentées dans la première partie du troisième chapitre. Un ensemble de programmes écrits en MATLAB ont permis de tester l'efficacité de ces techniques. Les résultats obtenus sur des signaux simulant l'écoulement du sang dans l'hypothèse d'un écoulement laminaire et sur des signaux RF provenant d'un appareil Doppler à ultrasons, utilisé en médecine, seront présentés dans la deuxième partie de ce chapitre.

Le quatrième chapitre est une étude expérimentale mettant en oeuvre ces techniques de traitement du signal sur les signaux rétrodiffusés par des fluides en écoulement dans un conduit cylindrique.

La conclusion de ce mémoire se rapportera essentiellement à une étude comparative des différentes méthodes de traitement du signal utilisées.

Chapitre 1

Modélisation d'un transducteur focalisé par un faisceau gaussien

1.1 Introduction

Dans les systèmes Doppler, la résolution latérale est déterminée par la dimension latérale du faisceau dans la région focale.

La vitesse moyenne mesurée à une profondeur quelconque est une moyenne pondérée des vecteurs vitesse sur des points appartenant à un plan perpendiculaire au faisceau à la profondeur d'intérêt.

Pour obtenir une bonne résolution latérale et éviter les effets de moyennage, les transducteurs utilisés dans les systèmes Doppler doivent avoir des faisceaux étroits dans la région focale.

Une valeur typique de résolution latérale dans les systèmes Doppler à ultrasons est de l'ordre d'une longueur d'onde.

En raison de la diffraction du faisceau associée aux petites ouvertures, les transducteurs non focalisés ne peuvent pas générer des faisceaux étroits de l'ordre d'une longueur d'onde. Les transducteurs focalisés sont donc utilisés à cette fin. En raison de l'ouverture des transducteurs focalisés, le faisceau acoustique devient très étroit au voisinage du point focal et l'énergie émise est focalisée dans une zone de très petite taille.

Les transducteurs focalisés sont caractérisés essentiellement par 2 paramètres :

- La taille de l'ouverture.
- La longueur focale.

Un faisceau plus étroit au foyer peut être obtenu seulement par un élargissement de l'ouverture du transducteur, ce qui en contrepartie résulte en une profondeur de champ (longueur de

la région focale) plus courte. Habituellement de longues profondeurs de champ sont préférables pour des mesures de profil de vitesse à travers la section des larges vaisseaux sanguins. D'autre part une distance focale plus importante signifie, pour les transducteurs focalisés, une largeur de la tache focale plus importante et une profondeur de champ plus grande.

Aussi, le choix de la dimension du transducteur et de la distance focale dépendent du diamètre du vaisseau sanguin à examiner et de sa profondeur sous cutanée.

Les travaux théoriques et expérimentaux dans le domaine des transducteurs focalisés ont montré que le point de plus grande amplitude acoustique n'est pas le centre de courbure de l'ouverture du transducteur. Le point d'amplitude la plus importante est d'autant plus proche du centre de courbure que le produit $k h = 2 \pi h / \lambda$ est grand, où h est la profondeur de la surface concave du transducteur, λ étant la longueur d'onde. De plus si l'on considère la répartition latérale dans une section du faisceau on constate que dans certains cas les lobes latéraux résultant de l'ouverture du transducteur, sont relativement importants. Si un tel transducteur était utilisé dans un système Doppler à ultrasons, les contributions des éléments diffuseurs situés dans les lobes secondaires pourraient provoquer une distorsion non négligeable du champ ultrasonore reçu.

L'effet de diffraction est d'autant plus marqué que les amplitudes de vibration sur les bords du transducteur sont importantes. La brusque discontinuité des vibrations sur les bords du transducteur est la cause majeure des effets de diffraction qui affecteront la formes des faisceaux acoustiques émis par une variation de l'amplitude du champ acoustique aussi bien le long de l'axe du transducteur que latéralement.

L'amplitude des lobes latéraux diminue notablement lorsque le profil de vibration du transducteur n'est pas uniforme. En pratique différentes techniques d'apodisation sont utilisées pour réaliser des transducteurs dont l'amplitude de vibration diminue lorsqu'on se rapproche des bords.

Dans ce chapitre nous montrerons qu'un transducteur plan couplé à une lentille plan-concave peut être modélisé par un transducteur équivalent sphérique sur la surface duquel le profil de vibration peut être approximé par une distribution gaussienne de l'amplitude.

Cette démarche permet d'utiliser à moindre coût de calcul, le modèle des faisceaux gaussiens pour décrire le champ émis par de tels transducteurs.

1.2 Les faisceaux gaussiens

1.2.1 Introduction

Le champ acoustique rayonné par une source vibratoire encastrée dans un baffle rigide, est l'un des problèmes les plus fondamentaux de l'acoustique. L'intégrale de surface de Rayleigh : [ray65]

$$\phi(M, t) = \int_{S'_P} \int \frac{v(t - \frac{\|\overrightarrow{MP}\|}{c})}{2 \pi \|\overrightarrow{MP}\|} dS'_P \quad (1.1)$$

constitue la première formulation exacte de ce problème fondamental. Malheureusement, l'intégrale Rayleigh, tout comme l'expression équivalente que constitue l'intégrale de King [kin34], ne peut pas être résolue analytiquement pour la plupart des situations réelles. Un exemple bien connu est le problème du champ acoustique rayonné par un piston plan. Bien que l'expression exacte du champ sur l'axe est connue et qu'il existe une expression approchée dans le champ lointain, il est nécessaire d'utiliser une méthode numérique dans le champ proche et dans la zone de transition. Les approches numériques habituelles utilisent soit une méthode de quadrature soit une série de fonctions.

La méthode des faisceaux gaussiens multiples est l'une des méthodes basée sur le développement en série de fonctions. Cette méthode est basée sur le fait que le champ rayonné (i.e diffracté) par une distribution gaussienne des vitesses sur la surface de la source, est un faisceau gaussien si $(ka^2) \gg 1$. Cette propriété constitue l'intérêt du développement en série de fonctions gaussiennes. Cette approche permet d'exprimer un champ axisymétrique quelconque sous une forme analytique simple, i.e sous la forme de la superposition de faisceaux gaussiens ayant le même axe mais avec différentes largeurs de "waist" situés à différentes profondeurs selon l'axe. Dans le cas particulier d'une distribution gaussienne des vitesses de vibration de la source la série de fonctions de Gauss se ramène à un seul terme.

Le premier paragraphe de ce chapitre est consacré à un rappel des caractéristiques d'un faisceau gaussien. Les propriétés particulières de ce faisceau gaussien unique seront utilisées par la suite pour calculer le champ émis par un transducteur focalisé réalisé à partir d'un transducteur plan couplé à une lentille plan concave.

1.2.2 Approximation paraxiale

Equation d'onde acoustique

Rappelons l'équation d'ondes acoustiques se propageant à la vitesse c :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

où p est le potentiel acoustique.

En régime sinusoïdal temporel, l'équation (1.2) devient :

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0$$

On définit le vecteur d'onde \vec{k} dont la norme est reliée à la longueur d'onde λ et à la pulsation ω par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

L'expression de l'équation d'ondes acoustiques peut se mettre sous la forme :

$$[\nabla^2 + k^2] p = 0 \quad (1.3)$$

En se basant sur l'écriture d'une onde plane on peut souligner la différence entre une onde d'un faisceau gaussien et une onde plane. Ainsi, l'expression de l'amplitude complexe d'une onde plane, se propageant selon z , serait :

$$p(x, y, z) = P(x, y) e^{-j \vec{k} \cdot \vec{z}} = P(x, y) e^{-j k z} \quad (1.4)$$

où P est l'amplitude de l'onde plane, c'est une constante dans le cas d'une onde plane homogène et elle ne dépend que de x et y dans le cas d'une onde plane inhomogène et en absence d'atténuation.

Nous allons chercher la différence (le rapport) entre une onde plane et un faisceau gaussien défini par :

$$p(x, y, z) = P(x, y, z) \exp[-j k z] \quad (1.5)$$

L'enveloppe complexe P , de l'onde d'un faisceau gaussien dépend maintenant, à la différence de l'onde plane (1.4), des coordonnées (x, y, z) dans le plan transverse perpendiculaire à la direction de propagation z ; même en absence d'atténuation l'enveloppe $P(x, y, z)$ peut également dépendre de la coordonnée z comme l'indique la relation (1.5).

Cette expression permet de prendre en compte le confinement de l'onde dans le plan transverse (x, y) . Le confinement s'accompagne automatiquement de phénomènes de diffraction. En effet, le principe de Huygens montre que l'enveloppe d'un champ confiné transversalement dépend également de la direction de propagation z . Les effets de diffraction sont donc inclus dans l'expression (1.5) grâce à la dépendance de l'amplitude complexe P en fonction de z .

Approximation paraxiale

L'approximation paraxiale suppose que la variation de l'enveloppe $P(x, y, z)$ en fonction de z est beaucoup plus faible que celles des oscillations du type $(\exp[-j k z])$ [fre04] [dan98].

En d'autres termes, l'enveloppe P varie lentement en fonction de z sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde λ [dan98] [sie86] :

$$\left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| \ll k |P| ; \left| \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right| \ll k \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| \quad (1.6)$$

Rapportons l'équation (1.5) dans l'équation d'onde 1.3 et en tenant compte de l'équation (1.6), on obtient :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - 2 j k \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (1.7)$$

Cette équation, appelée équation parabolique paraxiale, est à la base de la théorie des faisceaux gaussiens. C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre en z que l'on peut écrire sous la forme :

$$j \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{2 k} \nabla_{\perp}^2 P \quad (1.8)$$

Le laplacien transverse, $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, rend compte de la diffraction dans le milieu.

1.3 Mode fondamental

L'équation d'onde (1.7) admet comme solution des ondes dont le profil d'intensité est de forme gaussienne (modes gaussiens). Nous allons rechercher la solution la plus simple présentant la symétrie cylindrique. Ce type de solution est connu sous le nom de mode fondamental.

Notons par $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, la coordonnée radiale dans le plan transverse, l'équation (1.7) devient pour un champ à symétrie cylindrique [dan98] :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 2 j k \frac{\partial P}{\partial z} \quad (1.9)$$

Considérons la fonction d'essai, de structure transverse gaussienne, suivante :

$$P(r, z) = A(z) \exp(-j \frac{k r^2}{2 R(z)}) \exp \left[\frac{-r^2}{W^2(z)} \right] \quad (1.10)$$

$A(z)$ est une fonction, a priori complexe, décrivant l'amplitude et la phase du champ suivant z . Les variations de $P(r, z)$ suivant la coordonnée radiale r sont contenues dans les termes exponentiels. $R(z)$ et $W(z)$ sont des fonctions réelles :

- Le caractère gaussien du profil est exprimé par $\exp \left[\frac{-r^2}{W^2(z)} \right]$. Pour z fixé, l'amplitude du champ diminue d'un facteur $1/e$ à une distance $r = W(z)$ de l'axe de propagation. Le rayon $W(z)$ est donc une mesure de l'extension radiale du faisceau.

- Le faisceau gaussien est caractérisé par des fronts d'onde de rayon $R(z)$, appelés rayons de courbure du faisceau.

Introduisons la notation suivante :

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{2j}{k W^2(z)} \quad (1.11)$$

Par analogie avec les ondes sphériques, la fonction complexe $Q(z)$ est appelée rayon de courbure complexe. La fonction $P(r, z)$ prend alors la forme synthétique suivante :

$$P(r, z) = A(z) \exp \left[-j \frac{k r^2}{2 Q(z)} \right] \quad (1.12)$$

Pour obtenir les fonctions $Q(z)$ et $A(z)$, reportons l'équation (1.12) dans l'équation (1.9). Quelques calculs élémentaires permettent d'aboutir aux deux équations différentielles du premier ordre suivantes [dan98] :

$$\frac{dQ(z)}{dz} = 1 \quad (1.13)$$

$$\frac{dA(z)}{dz} = \frac{-A(z)}{Q(z)} \quad (1.14)$$

Dans les deux paragraphes qui suivent, nous examinerons successivement les solutions des équations (1.13) et (1.14).

1.3.1 Rayon de courbure complexe $Q(z)$

L'intégration de l'équation (1.13) permet d'obtenir $Q(z)$:

$$Q(z) = z + C \quad (1.15)$$

où C est une constante d'intégration complexe. On écrit habituellement C sous la forme $C = j z_R - z_0$ (z_R et z_0 sont des réels quelconques). Dans ce cas, en $z = z_0$, $Q(z_0) = j z_R$. et comme l'indique l'équation (1.11), le rayon de courbure est alors infini : le faisceau est caractérisé dans ce cas particulier par un front d'onde plan. Le faisceau présente donc une structure particulière dans le plan $z = z_0$.

On choisit habituellement l'origine de l'axe z en $z_0 = 0$. Ce choix se révèle le plus commode compte tenu des symétries du faisceau. En effet, l'origine, jusqu'à présent arbitraire, est maintenant caractérisée par $R(z = 0) \rightarrow \infty$. On obtient donc [dan98] :

$$Q(z) = z + j z_R \quad (1.16)$$

où z_R est une constante réelle d'intégration appelée longueur de Rayleigh dont la signification physique apparaîtra un peu plus loin.

On pourrait tout aussi bien définir $Q(z_0) = j z_R$ et remplacer l'équation (1.16) par $Q(z) = (z - z_0) + j z_R$. Toutes les propriétés ci-dessus demeureraient inchangées mise à part une translation de l'origine de l'axe z ; en effet, tous les résultats obtenus ici resteraient valables en remplaçant z par $z - z_0$. Le front d'onde plan possède alors l'abscisse $z = z_0$. La solution la plus simple est donc de fixer comme origine de l'axe z le plan d'étranglement maximum du faisceau en posant $z_0 = 0$.

En reportant l'équation (1.16) dans l'équation (1.11), nous obtenons en $z = 0$:

$$W(z = 0) \equiv W_0 = \sqrt{\frac{2 z_R}{k}} = \sqrt{\frac{z_R \lambda}{\pi}} \quad (1.17)$$

On a

$$\frac{1}{Q(z)} = \frac{1}{z + j z_R} = \frac{z}{z^2 + z_R^2} - j \frac{z_R}{z^2 + z_R^2}$$

Par égalisation de cette dernière équation avec l'équation (1.11) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R(z)} = \frac{z}{z^2 + z_R^2} \\ \frac{2}{k W^2(z)} = \frac{z_R}{z^2 + z_R^2} \end{array} \right.$$

Dans un plan z quelconque (voir figure (1.2)), les relations donnant l'évolution de R et de W en fonction de z sont les suivantes :

$$R(z) = z \left[1 + \frac{z_R^2}{z^2} \right] = z \left[1 + \left(\frac{\pi W_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (1.18)$$

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right)^2} \quad (1.19)$$

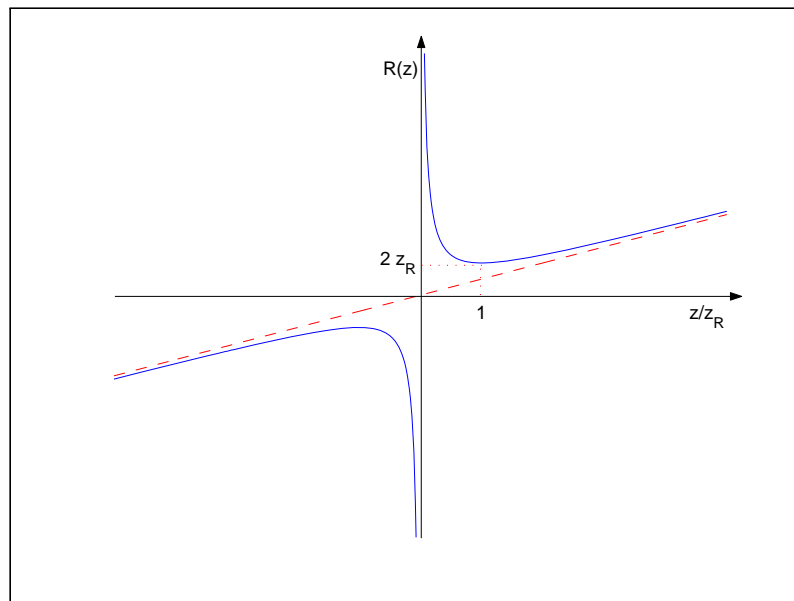


FIG. 1.1 – Rayon de courbure $R(z)$ en fonction de z/z_R .

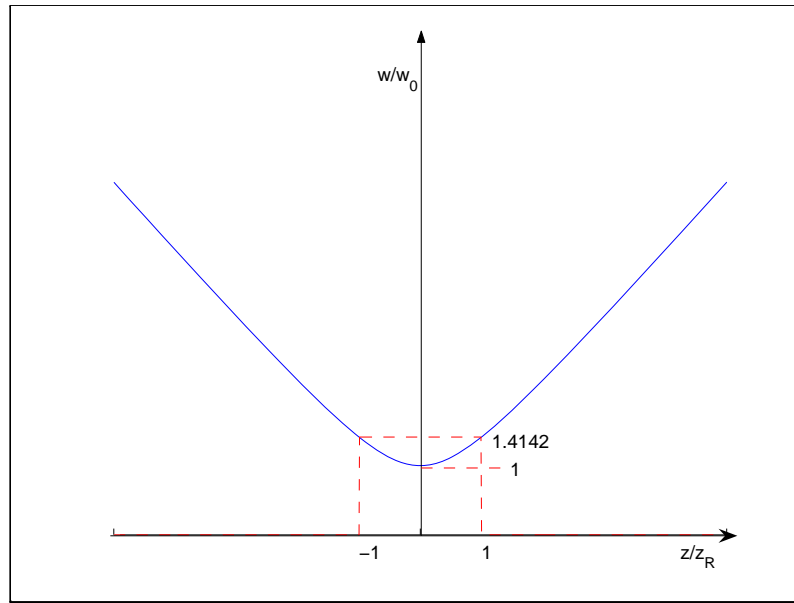


FIG. 1.2 – Rayon de ceinture $w(z)$ en fonction de z/z_R .

Le paramètre W_0 , valeur minimale du rayon $W(z)$ (voir équation (1.19)) est appelé rayon de ceinture du faisceau ou encore rayon de pincement. C'est une grandeur clé du faisceau : en effet, pour une longueur d'onde donnée, toutes ses grandeurs caractéristiques $R(z)$, $W(z)$ ainsi que sa longueur de Rayleigh z_R , donnée par :

$$z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \quad (1.20)$$

sont complètement déterminées par W_0 (voir les équations (2.12), (1.18) et (1.19))

A la distance $z = z_R$, le rayon prend la valeur :

$$W(z_R) = \sqrt{2} W_0 \quad (1.21)$$

La longueur de Rayleigh est donc une mesure de la divergence du faisceau : le faisceau est d'autant plus divergent que z_R est petit. On remarque à partir de l'équation (1.17) que W_0 varie comme $z_R^{1/2}$. En d'autres termes, plus le faisceau est "pincé", plus il est divergent. La divergence du faisceau peut aussi se mesurer par le comportement asymptotique du rayon $W(z)$. Lorsque $z \gg z_R$, l'équation (1.19) devient :

$$W(z) = W_0 \frac{z}{z_R} \quad (1.22)$$

et la pente associée est donnée par :

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{W_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi W_0} \quad (1.23)$$

L'angle θ est appelé angle de divergence du faisceau ou plus couramment divergence du faisceau.

Sur un plan π_0 , correspondant à $z = z_0$, la taille du faisceau gaussien est minimale et le rayon transverse à $1/e$ vaut W_0 . Ce lieu particulier du faisceau gaussien est appelé le *waist* du faisceau (le col). Au waist du faisceau, la surface d'onde est plane. Le faisceau gaussien est symétrique par rapport au plan du waist.

Le rayon à $1/e$ du faisceau, $W(z)$, varie de manière hyperbolique suivant z [wik09] [prn09] :

On a :

$$\left[\frac{W(z)}{W_0} \right]^2 - \left[\frac{z}{z_R} \right]^2 = 1$$

L'évolution du rayon de courbure du front d'onde est telle que :

$$\begin{aligned} R(z) &= \infty && \text{au waist} \\ R(z) &= 2 z_R && \text{pour } z = z_R \\ R(z) &\approx z && \text{quand } z \gg z_R \end{aligned}$$

Pour $z \gg z_R$, le faisceau se comporte comme s'il venait d'un point source situé à l'intersection du plan du waist et de l'axe acoustique. La distance de Rayleigh délimite deux régimes de propagation du front d'onde, le "champ proche" et le "champ lointain". $2 z_R$ est grossièrement la distance sur laquelle le faisceau gaussien est considéré comme collimaté.

Les surfaces d'onde sont convexes pour $z < 0$ et concaves pour $z > 0$. La nature convexe ou concave des surfaces d'onde est indiquée par le signe de $R(z)$ qui est négatif pour $z < 0$ ou positif pour $z > 0$.

La figure (1.3) illustre les principales propriétés d'un faisceau gaussien.

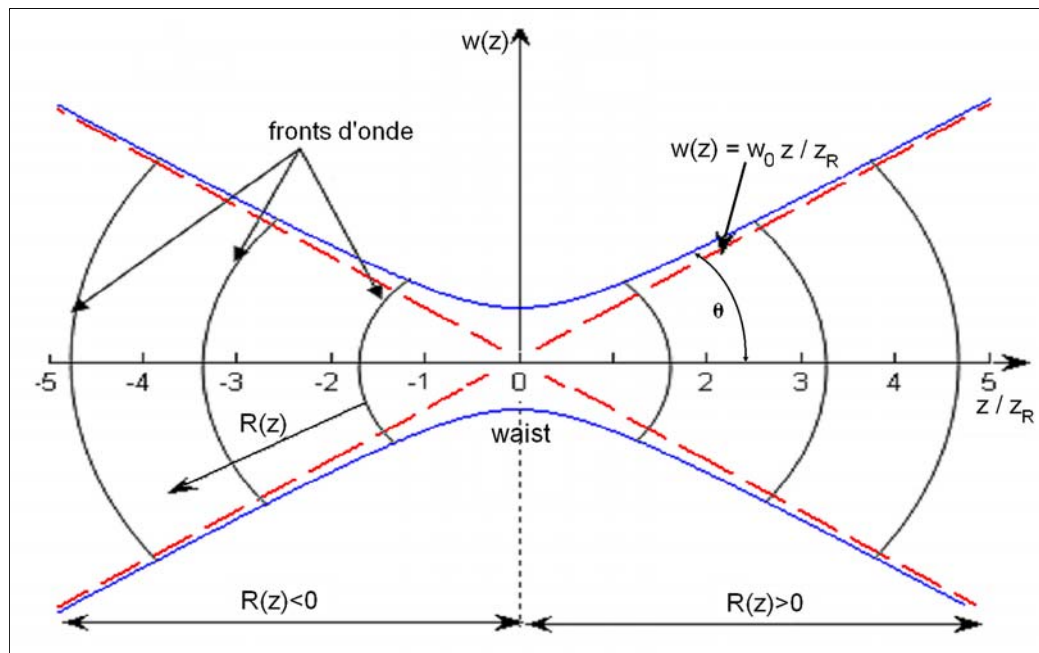


FIG. 1.3 – Principales propriétés d'un faisceau gaussien.

1.3.2 La phase dans le modèle du faisceau gaussien

L'intégration de l'équation (1.14) est immédiate et donne $A(z)$:

$$A(z) = \frac{C}{1 - j \frac{z}{z_R}} = \frac{C}{\sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}} \exp[-j \varphi(z)] = C \frac{W_0}{W(z)} \exp[-j \varphi(z)] \quad (1.24)$$

où C est une constante d'intégration (dans ce qui suit on choisit arbitrairement la norme du mode fondamental et on pose $C = 1$).

La phase de Gouy définie par :

$$\varphi(z) = -\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (1.25)$$

est caractéristique de l'onde gaussienne [dan98].

L'ensemble des résultats (2.2), (2.6), (2.18) et (2.19), permet d'obtenir l'expression complète

de la pression acoustique [dan98] [azi85] [sie86] :

$$P(r, z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{W^2(z)} \right] \exp [-j \phi(r, z)] \quad (1.26)$$

Notons que la phase totale de la pression acoustique comprend plusieurs termes :

$$\phi(r, z) = k z - \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{k r^2}{2 R(z)} \quad (1.27)$$

Par rapport à l'onde plane, la phase comporte ici deux contributions supplémentaires : l'une longitudinale est la phase de Gouy $\varphi(z)$ (1.25), l'autre radiale donne au front d'onde sa forme sphérique.

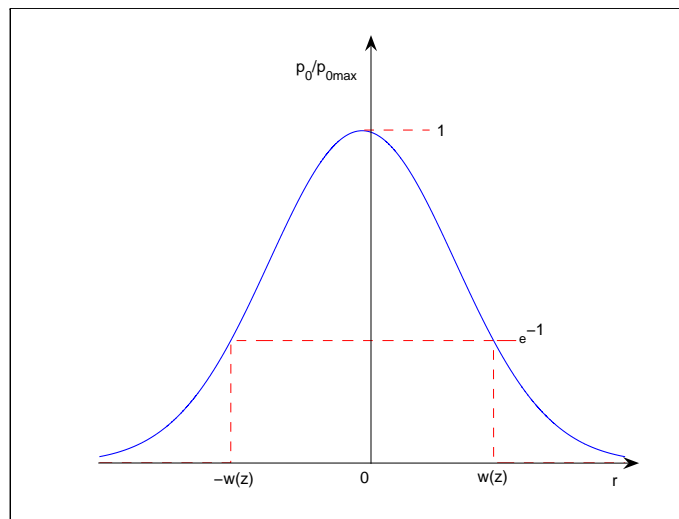
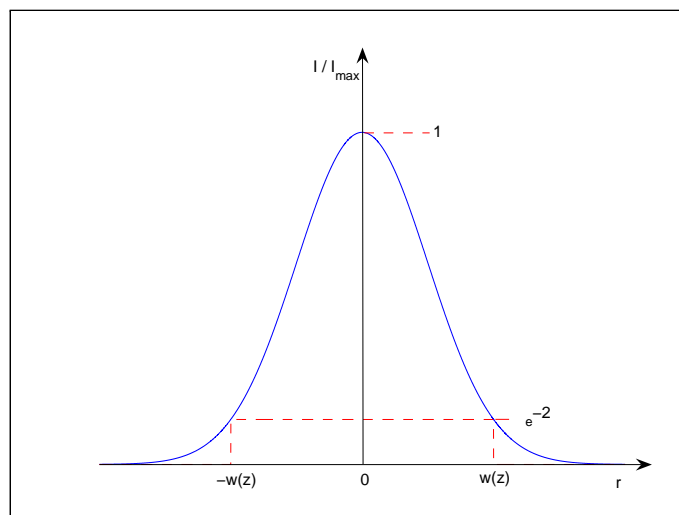
1.3.3 Amplitude et intensité de la pression acoustique

L'amplitude de la pression, $p_0 = |p|$ et l'intensité du faisceau, $I = |p|^2$ s'écrivent :

$$p_0(r, z) = \left| \frac{W_0}{W(z)} \right| \exp \left[-\frac{r^2}{W^2(z)} \right] \quad (1.28)$$

$$I(r, z) = \left| \frac{W_0}{W(z)} \right|^2 \exp \left[-\frac{2 r^2}{W^2(z)} \right] \quad (1.29)$$

Les figures (1.4) et (1.5) représentent les variations de ces deux dernières grandeurs en fonction de l'écart par rapport à l'axe de propagation.

FIG. 1.4 – Profil gaussien de la pression acoustique transverse dans le plan z .FIG. 1.5 – Profil gaussien de l'intensité transverse dans le plan z .

1.4 Discussion

1.4.1 Résumé

Nous avons construit un faisceau de distribution d'amplitude transverse gaussienne dont la caractéristique essentielle est le rayon de ceinture W_0 . Dans le plan $z = 0$, le faisceau présente

un étranglement de rayon W_0 et un front d'onde plan. Pour des valeurs données de W_0 et de la longueur d'onde λ , le faisceau est déterminé par les grandeurs suivantes :

- La courbure du front d'onde $R(z)$ (eq.(1.18) ;
- La longueur du faisceau $W(z)$ (eq.(1.19)) ;
- De manière équivalente à $W(z)$ et $R(z)$, le rayon de courbure complexe $Q(z)$, (eq.(1.11))
- La phase, (eq.(1.27))

Les différents paramètres du faisceau sont rappelés ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{ll} W_0 & \text{rayon de ceinture} \\ z_R = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} & \text{longueur de Rayleigh} \\ \theta = \frac{\lambda}{\pi W_0} & \text{angle de divergence} \end{array} \right.$$

1.4.2 Propagation du faisceau gaussien

Pour les valeurs de z supérieurs à $\frac{\pi W_0^2}{\lambda}$, les expressions de $W(z)$ (1.21), $R(z)$ (1.20) et de $\varphi(z)$ (1.25) se simplifient en :

$$W(z) = \frac{\lambda z}{\pi W_0} \quad (1.30)$$

$$R(z) = z \quad (1.31)$$

$$\varphi(z) = \frac{\pi}{2} \quad (1.32)$$

En introduisant les expressions simplifiées de $R(z)$ et de $\varphi(z)$ dans l'équation (1.26) on obtient :

$$P(x, y, z) = j \frac{W_0}{W(z)} \exp \left[-j k \left(z + \frac{r^2}{2z} \right) \right] \exp \left[-\frac{r^2}{W^2(z)} \right] \quad (1.33)$$

Le premier facteur en exponentiel dans cette équation, est la phase du champ sphérique

divergent dont le centre de courbure est localisé à l'origine; ce terme est approximé dans la région de Fresnel (champ proche) par :

$$\exp(-j k R) = \exp \left[-j k (z^2 + x^2 + y^2)^{1/2} \right] = \exp \left[-j k \left(z + \frac{r^2}{2 z} \right) \right]$$

Le deuxième facteur en exponentiel avec l'expression simplifiée de $W(z)$, illustre le fait qu'à grande distance du point focal, l'amplitude du champ gaussien diverge linéairement avec la distance pour un angle constant θ [azi85].

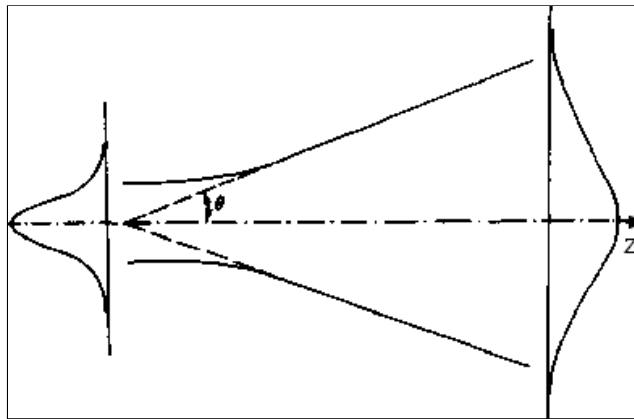


FIG. 1.6 – A grande distance du point focal, la dimension latérale du faisceau gaussien diverge linéairement avec la distance, pour un angle constant θ .

Cela signifie que lorsque le champ se propage selon la direction des z croissants, le facteur $\frac{1}{W(z)}$ dans l'expression (1.33) garantit la conservation de l'énergie.

Pour illustrer ces caractéristiques, on considère un transducteur ultrasonore de fréquence centrale d'émission égale à 5 MHz émettant un faisceau ultrasonore gaussien qui se propage dans le sang avec une vitesse égale à 1584 m/s . Les figures (1.7) et (1.8), obtenues à l'aide d'un programme développé sous MATLAB [poo06], montrent respectivement le profil initial (au waist) et diffracté (en z_R), du faisceau gaussien avec une valeur de rayon de ceinture W_0 égale à 1 mm .

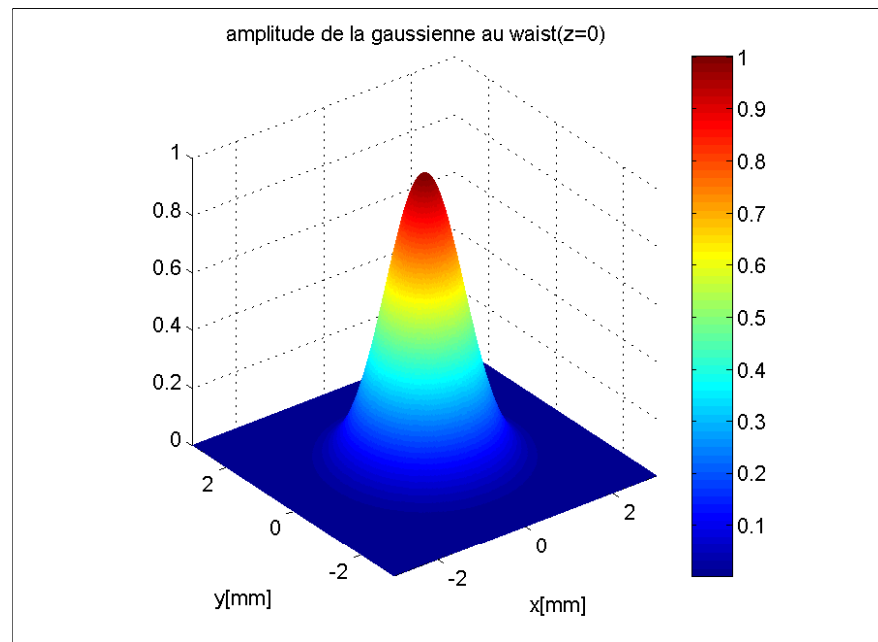


FIG. 1.7 – Faisceau gaussien initial (au waist).

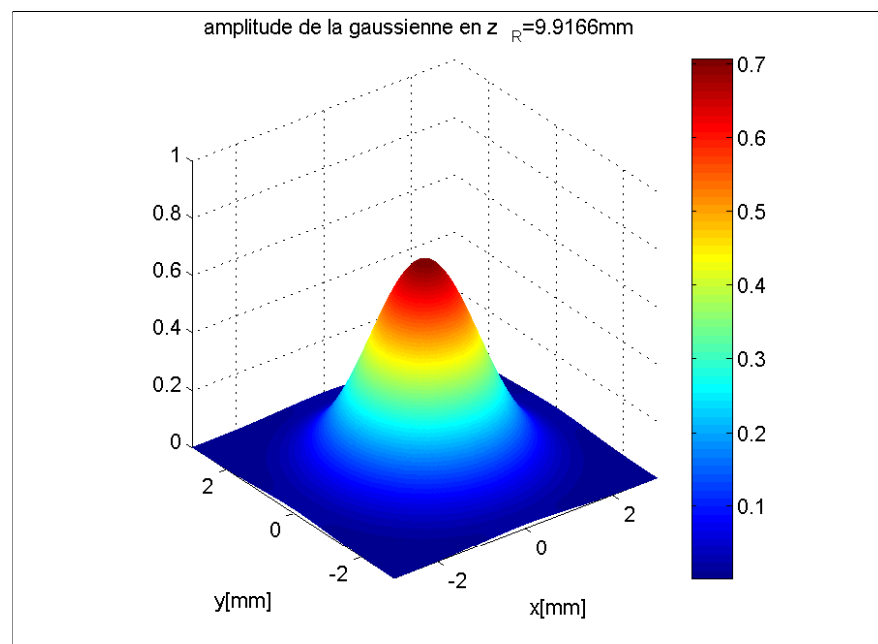


FIG. 1.8 – Faisceau gaussien propagé sur une distance égale à la longueur de Rayleigh à partir du faisceau initial.

1.5 Méthode des faisceaux gaussiens multiples

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré qu'un faisceau gaussien avec une demi largeur de waist satisfaisant la condition $(kW)^2 \ll 1$ et situé dans un plan quelconque perpendiculaire à son axe de propagation, est solution de l'équation parabolique. Nous montrons ici que des faisceaux gaussiens avec différentes caractéristiques complexes peuvent être employés comme une base de fonctions permettant la description du champ rayonné par une source acoustique de symétrie axiale mais avec un profil de vibration quelconque [wen88].

1.5.1 Conditions aux frontières

Les conditions aux frontières sur la surface de la source acoustique peuvent être exprimées sous la forme d'une base de fonctions non orthogonales.

A la suite des calculs du paragraphe précédent, on peut vérifier que le potentiel acoustique peut être écrit sous la forme d'une superposition de fonctions de base avec différents paramètres B_n : [wen88]

$$\Phi(r, z) = \frac{i}{k} \sum_{n=1}^N \frac{A'_n}{B'_n + (2i/k)z} \exp\left(-\frac{r^2}{B'_n + (2i/k)z} + ikz\right) \quad (1.34)$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ représente la distance par rapport à l'axe de propagation Oz et N étant le nombre de faisceaux gaussiens nécessaires pour obtenir la précision exigée.

L'étape suivant consiste à écrire que l'équation ci-dessus doit satisfaire aux conditions aux frontières imposées à la source par une détermination appropriée des coefficients de la base de fonctions pour chaque paramètre de waist B_n , exactement comme on le ferait pour trouver la solution sous la forme d'une série pour un problème de valeurs aux frontières.

Par commodité de notation, on introduit les variables adimensionnelles suivantes :

$$\xi = \frac{r}{a}, \quad \sigma = \frac{z}{z_R} \quad (1.35)$$

où $z_R = \frac{1}{2}ka^2$ est la distance de Rayleigh et a est le rayon du transducteur émetteur.

L'équation précédente s'écrit alors :

$$\Phi(\xi, \sigma) = \frac{i}{k} \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{1 + iB_n a} \exp\left(-\frac{B_n \xi^2}{1 + iB_n a} + ikz_R \sigma\right) \quad (1.36)$$

Les conditions aux frontières traduisent la vitesse de vibration sur la surface de la source acoustique rayonnante, cette vitesse $V_0(\xi)$ doit satisfaire les conditions suivantes :

$$V_0(\xi) = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=0} = - \frac{1}{z_R} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \right|_{\sigma=0} \quad (1.37)$$

soit

$$\sum_{n=1}^N A_n e^{-B_n \xi^2} \left(1 - \frac{2B}{(ka)^2} (1 - B_n \xi^2) \right) = V_0(\xi) \quad (1.38)$$

Quand la condition $(ka)^2 \gg 1$ est satisfaite, l'équation précédente se réduit à :

$$\sum_{n=1}^N A_n e^{-B_n \xi^2} = V_0(\xi) \quad (1.39)$$

Une complexité mathématique apparaît du fait que les bases de fonctions dans les deux sommations précédentes ne constituent pas des bases orthogonales. La méthode standard pour résoudre ce type de problème consiste à construire un nouvel ensemble de fonctions de base orthogonales dans lequel chaque fonction de base est une combinaison linéaire des fonctions originelles non orthogonales, de telle sorte que les coefficients du nouvel ensemble de fonctions puissent être déterminés en faisant usage de la propriété d'orthogonalité. Il existe plusieurs méthodes de développement d'une fonction sous la forme d'une superposition d'un ensemble non orthogonal de fonctions de base. Les méthodes d'optimisation font partie de ces méthodes. La démarche consiste à rechercher l'ensemble des coefficients A_n et B_n permettant de minimiser l'écart entre la fonction $V_0(\xi)$ et les fonctions de base. Pour cela on écrit le membre de gauche de l'équation (1.38) sous la forme :

$$f(\xi, A_n, B_n) = \sum_{n=1}^N A_n e^{-B_n \xi^2} \left(1 - \frac{2B}{(ka)^2} (1 - B_n \xi^2) \right) \quad (1.40)$$

et on définit une quantité ε exprimant la mesure de l'écart de la fonction $f(\xi, A_n, B_n)$ par rapport à la fonction $V_0(\xi)$:

$$\varepsilon = \int_0^\infty [f(\xi, A_n, B_n) - V_0(\xi)]^2 d\xi \quad (1.41)$$

Les coefficients A_n et B_n et des paramètres complexes du waist des faisceaux requis pour minimiser la quantité ε sont évalués en utilisant les conditions :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_j} \right|_{A_n, B_n} &= 0 \text{ pour } j, n = 1, 2, \dots, N \\ \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial B_j} \right|_{A_n, B_n} &= 0 \text{ pour } j, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1.42)$$

En augmentant le nombre N de fonctions de base, i.e le nombre de faisceaux gaussiens pour la description du champ acoustique, on peut trouver l'ensemble des coefficients A_n et B_n rendant ε suffisamment petit pour obtenir la précision voulue. Comme on peut le prévoir, le nombre N dépend fortement de la fonction objective $V_0(\xi)$.

Cette méthode d'optimisation (méthode 1) possède au moins deux avantages par rapport à la méthode traditionnelle (méthode 2) qui utilise les propriétés d'orthogonalité. Le premier avantage réside dans le fait quand un nombre fini de fonctions a été choisi comme solution, i.e quand les erreurs de troncature inévitables apparaissent, la méthode 1 ajuste les résultats calculés afin de minimiser l'erreur de troncature, tandis que la méthode 2 produit une erreur de troncature fixe pour un nombre donné de termes. La méthode 1 donne un ensemble de coefficients optimisés tandis que la méthode 2 donne seulement un ensemble possible de coefficients. Le second avantage est constitué par le fait que dans le processus d'optimisation la méthode 1 s'ajuste aux conditions aux frontières avec la précision exigée avec un nombre de termes inférieur comparativement à la méthode 2, en optimisant aussi bien les paramètres B_n que les coefficients A_n .

1.5.2 Cas du piston plan

Le modèle le plus simple de source acoustique est le modèle du piston circulaire encastré dans un baffle rigide. Le champ rayonné par une telle source est formulé sous une forme intégrale par l'intégrale de Rayleigh-Sommerfield qui ne peut être calculée exactement que sur l'axe du transducteur. Différentes méthodes très classiques permettent d'obtenir une expression approchée du champ acoustique, en particulier les méthodes dans lesquelles la solution est exprimée sous la forme d'une série de fonctions. Même si dans le cas du modèle du piston, la distribution des vitesses sur la surface de la source est très simple, i.e constante sur la surface rayonnante et nulle ailleurs, il est bien connu que le champ rayonné est extrêmement complexe à cause des discontinuités sur les bords de la source. En général plus la discontinuité sur les bords est importante plus le nombre de fonctions de base requises pour obtenir une précision suffisante est important. En ce sens, le calcul du champ produit par un piston plan est un bon

exemple pour démontrer les avantages de la méthode des faisceaux gaussiens multiples. Lorsque $(ka)^2 \gg 1$, dix coefficients sont suffisants pour calculer le champ avec une excellente précision et un temps de calcul partiellement court. Les dix coefficients obtenus par la méthode des faisceaux gaussiens multiple sont donnés dans le tableau ci-dessous [wen88].

n	A_n	B_n
1	11.428+0.95175i	4.0697+0.22726i
2	0.06002-0.08013i	1.1531-20.933i
3	-4.2743-8.5562i	4.4608+5.1268i
4	1.6576+2.7015i	4.3521+14.997i
5	-5.0418+3.2488i	4.5443+10.003i
6	1.1227-0.68854i	3.8478+20.078i
7	-1.0106-0.26955i	2.5280-10.310i
8	-2.5974+3.2202i	3.3197-4.8008i
9	-0.14840-0.31193i	1.9002-15.820i
10	-0.20850-0.23851i	2.6340+25.009i

Tableau des coefficients A_n et B_n [wen88]

La figure ci-dessous représente le profil de vibration du piston réel et le profil de vibration reconstruit par sommation des dix termes de la série.

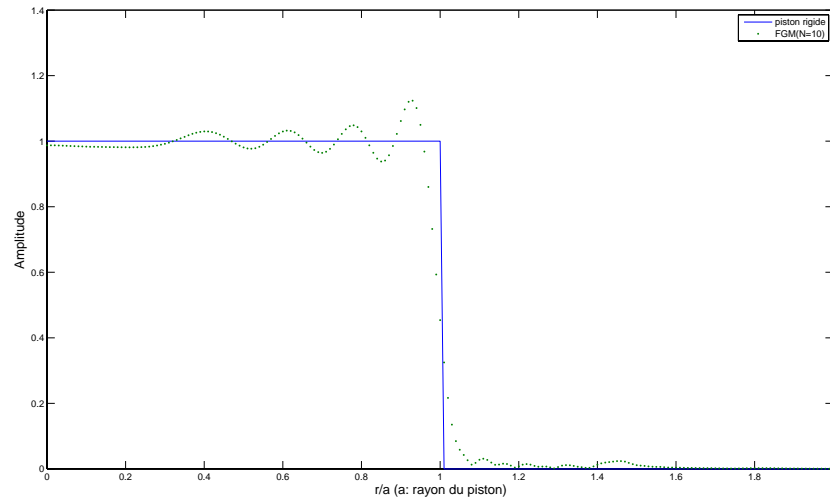


FIG. 1.9 – Profil de vibration sur la surface du piston : Valeur exacte et valeur obtenue à l'aide des coefficients des faisceaux gaussiens multiples.

La figure ci-dessous représente le champ sur l'axe obtenu par sommation de dix termes de la série, comparé au champ exact obtenu à partir de l'intégrale de Rayleigh. A titre de comparaison, avec la méthode des séries de Gauss-Laguerre il aurait fallu au moins 65 termes pour obtenir une précision comparable.

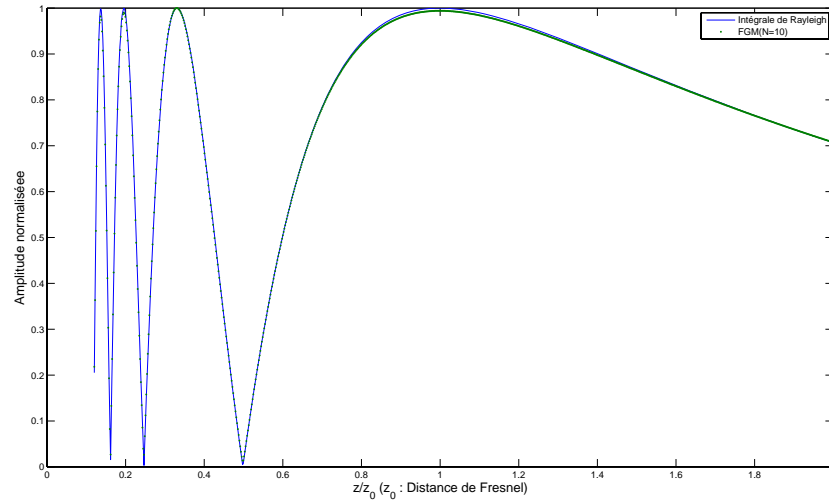


FIG. 1.10 – Champ de pression sur l’axe d’un transducteur circulaire : valeur exacte et valeur obtenue par la méthode des faisceaux gaussiens multiples.

Dans le cas où l’approximation $(ka)^2 \gg 1$, et si $V_0(\xi)$ est une fonction gaussienne, un seul terme est suffisant pour satisfaire les conditions aux frontières de telle sorte que le champ acoustique est décrit par une seule fonction gaussienne. C’est ce procédé qui sera utilisé dans le paragraphe suivant pour calculer le champ émis par un transducteur focalisé obtenu par couplage d’une lentille à un transducteur plan.

1.6 Faisceau gaussien et transducteur focalisé

1.6.1 Formulation du problème

Pour générer un faisceau gaussien à partir d’un transducteur focalisé, la fonction profil du transducteur doit être placée au deuxième terme en exponentiel dans l’équation(1.33), cette fonction nommée g_W est définie par [azi85] :

$$g_W(r, z) = \exp \left[-\frac{r^2}{W^2(z)} \right] \quad (1.43)$$

Substituant l’expression simplifiée de $W(z)$ (1.30) dans cette dernière équation, on obtient :

$$g_W(r, z) = \exp \left[-\frac{(r^2/z^2)}{\left(\frac{\lambda}{\pi W_0}\right)^2} \right] \quad (1.44)$$

La fonction g_W est réécrite en fonction de l'angle θ , qui est l'angle entre la ligne radiale passant par un point de la surface du transducteur est l'axe du transducteur (voir figure 1.11); g_W s'écrit donc :

$$g_W(\theta) = \exp \left[-\frac{(\tan(\theta))^2}{\theta_W^2} \right] ; \quad \theta < \theta_0 \quad (1.45)$$

avec :

$$\theta_W = \frac{\lambda}{\pi W_0} \quad \text{et} \quad \tan(\theta) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} = \frac{r}{z} \quad (1.46)$$

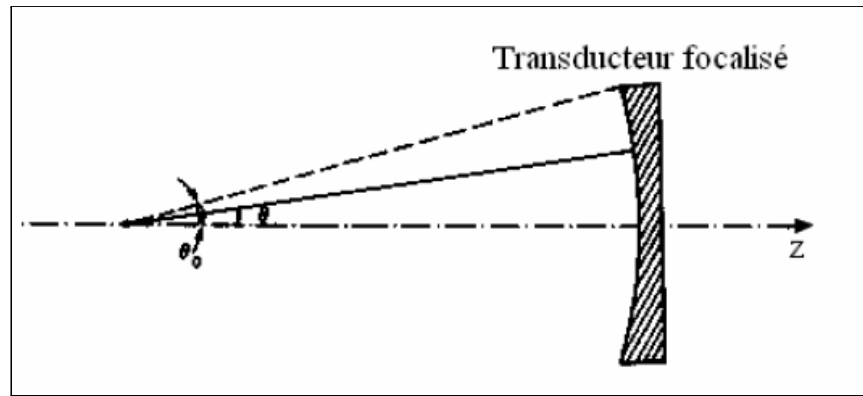


FIG. 1.11 – θ est l'angle entre la ligne radiale passant par un point de la surface du transducteur est l'axe du transducteur.

θ_0 est l'angle entre l'axe du transducteur et le bord du transducteur. Habituellement la longueur focale est beaucoup plus grande que le diamètre du transducteur, donc $\tan(\theta)$ dans l'équation (1.45) peut être remplacée par θ , et alors g_W s'écrit :

$$g_W(\theta) = \exp \left[-\frac{\theta^2}{\theta_W^2} \right] ; \quad \theta < \theta_0 \quad (1.47)$$

Par conséquent, si l'ouverture du transducteur focalisé est pondérée par la fonction profil donnée par l'équation (1.47), le champ résultant aura la forme d'un faisceau gaussien.

La fonction profil est habituellement indépendante de la fréquence ce qui signifie que θ_W de l'équation (1.47) est indépendante de la fréquence.

En posant θ_W égale à une constante dans l'équation (1.47), on observe qu'une augmentation en fréquence engendre une diminution de la taille du point focal et de la profondeur focale.

En d'autres termes, la forme du faisceau change avec la variation de la fréquence (voir figure(1.12)).

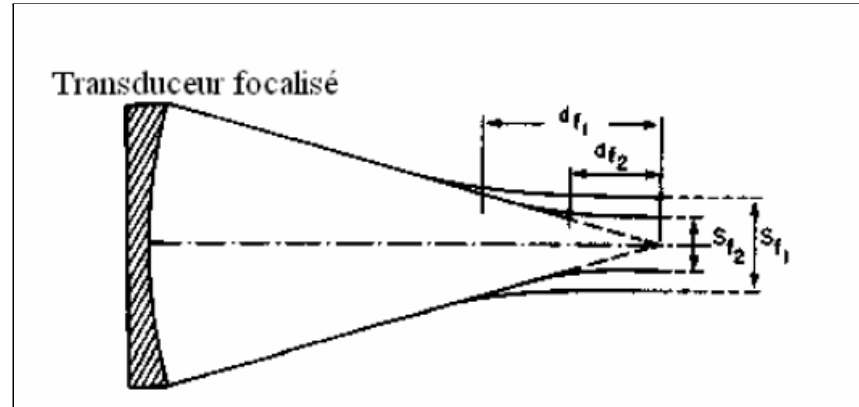


FIG. 1.12 – L'augmentation de la fréquence engendre une diminution de la taille du point focal S , et de la profondeur focale d . Dans cette figure, f_2 est supposé supérieur à f_1 .

Un transducteur focalisé génère un faisceau gaussien sphérique seulement si θ_W est inférieure à θ_0 , de telle sorte que $g_W(\theta_0)$ soit proche de zéro.

L'un des aspects recherché des faisceaux gaussiens sphériques, est qu'au voisinage du point focal, le champ peut être approximé par une onde gaussienne plane, donnée par l'expression suivante :

$$p(r, z) = \exp \left[-\frac{r^2}{W_0^2} \right] \exp [-j k z] \quad (1.48)$$

L'expression de l'onde gaussienne plane est similaire a l'expression du champ dans le point focal ($z = 0$), avec une différence dans le terme linéaire de phase :

$$p(r, z = 0) = \exp \left[-\frac{r^2}{W_0^2} \right] \quad (1.49)$$

On approxime le champ dans la région focale, donné par l'expression (1.26), par l'onde gaussienne plane dans l'équation (1.49) et on recherche la région dans laquelle cette approximation est valable, en imposant des limites sur l'erreur introduite dans la taille focale et dans la phase du champ (voir Annexe A).

Considérons les équations (1.26) et (1.48), on impose les contraintes suivantes sur la taille

focale $W(z)$ et sur les différents termes de phase :

$$W(z) < M W_0 \quad (1.50)$$

$$\varphi(z) < P \pi \quad (1.51)$$

$$\frac{k}{2} \frac{r^2}{R(z)} < P \pi \quad (1.52)$$

On montre que ces inégalités donnent la limite supérieure z_{ub} de la valeur absolue de z :

$$z_{ub} = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \min \left[\sqrt{M^2 - 1}, \frac{P \pi}{4} \right] \quad (1.53)$$

En utilisant cette limite supérieure de z , on redéfinit la région focale comme étant la région dont laquelle l'expression simplifiée (1.49) représente le champ exact, qui est donné dans l'équation (1.26) avec les limite M et P . Evidemment, la longueur focale est le double de la valeur de z_{ub} .

La largeur focale ou la taille focale est égale au double de la valeur du rayon de ceinture W_0 .

Pour une fréquence centrale de 5 MHz , une taille focale de 2 mm et pour des valeurs de M et P égales à $1,05$ et $0,05$ respectivement, on trouve la valeur de z_{ub} égale à 3 mm , qui est une valeur assez grande dans la plupart des cas [azi85].

1.6.2 Approche théorique

En introduction nous avons rappelé que pour s'affranchir des effets de diffraction liés à une brusque discontinuité sur les bords du transducteur, on crée un effet d'apodisation qui consiste à diminuer l'amplitude du profil vibratoire à la périphérie du transducteur. Différents procédés peuvent être utilisés. Nous présenterons ci-après un modèle montrant qu'un transducteur plan couplé à une lentille peut permettre de réaliser un dispositif équivalent à un transducteur à profil gaussien. Nous considérerons pour cela l'effet de réfraction qui permet d'obtenir un transducteur sphérique équivalent, puis nous calculerons le champ transmis dans l'eau à l'interface lentille-eau et montrerons que le profil de vibration et l'ouverture du transducteur permettent de satisfaire les conditions de génération d'un faisceau gaussien.

Considérons un transducteur ultrasonore plan de fréquence d'émission f_0 couplé à une lentille plan-concave. Cet ensemble constitue un transducteur focalisé complexe. On utilisera ci-

après un modèle simple pour calculer les paramètres caractéristiques de cet ensemble, qui sont essentiellement : le rayon a du transducteur, le rayon R de courbure et la distance focale f_{opt} .

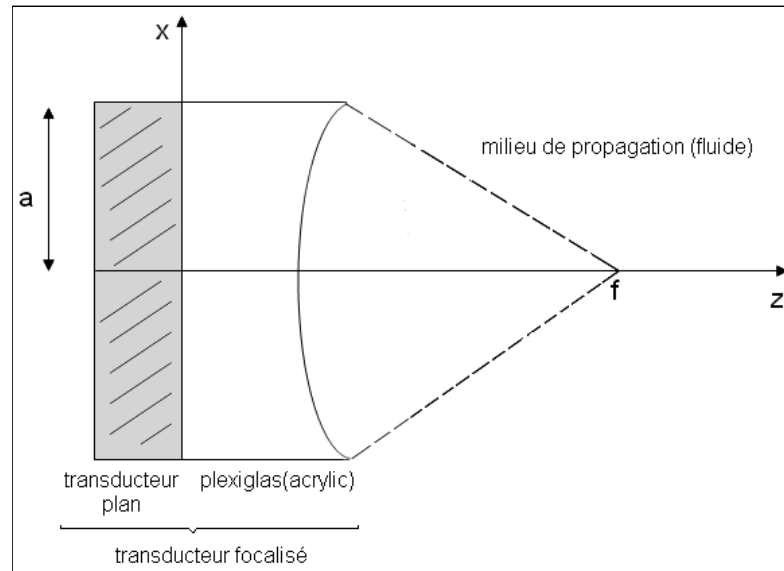


FIG. 1.13 – Transducteur focalisé construit.

1.6.3 Distance focale

En se basant sur les lois de l'optique géométrique, la distance focale optique est définie comme suit [lam93] :

$$f_{opt} = \frac{R}{1 - n} \quad (1.54)$$

où n est l'indice de réfraction relatif des deux milieux de propagation (lentille et eau), donné par :

$$n = \frac{c_e}{c_l} \quad (1.55)$$

avec c_l et c_e sont les vitesses ultrasons dans la lentille et dans l'eau respectivement. R est le rayon de courbure de la lentille.

La distance focale optique n'est généralement pas égale à la distance focale acoustique f_{ac} . Il existe une relation générale approchée qui est [lam93] :

$$\frac{f_{opt}}{f_{ac}} = \frac{f_{ac} / I_0}{1 - (f_{ac} / I_0)^2} = \frac{g}{1 - g^2} \quad (1.56)$$

où I_0 est la longueur du champ proche du transducteur non focalisé, définie par :

$$I_0 = \frac{D^2}{4 \lambda} \quad (1.57)$$

avec :

D est le diamètre de transducteur plan.

λ est la longueur d'onde égale à c / f_0

c est la vitesse des ultrasons dans le milieu de propagation.

$g = \frac{f_{ac}}{I_0}$ est appelé coefficient de focalisation.

**La distance focale acoustique* est la distance entre le transducteur et le point de l'axe du transducteur pour lequel le réflecteur donne une amplitude maximale du champ de pression.

**La distance focale optique* est la distance entre le transducteur et le point de l'axe du transducteur pour lequel toutes les ondes arrivent en phase.

1.6.4 Coefficient de transmission

Le transducteur plan émet des ondes ultrasonores dans la lentille, lorsque ces ondes rencontrent l'interface lentille-eau, en raison du changement d'impédance une partie du faisceau ultrasonore va se réfléchir dans la lentille et l'autre partie va se transmettre dans l'eau.

Les faisceaux réfléchis et transmis (réfractés) ont des directions déterminées par les lois de Snell-Descartes et ils sont contenus dans le plan d'incidence constitué par le vecteur d'onde incident et la normale à l'interface.

Les angles d'incidence θ_i et de réfraction θ_r sont déterminés par la relation :

$$\frac{\sin(\theta_i)}{c_l} = \frac{\sin(\theta_r)}{c_e} \implies \sin(\theta_r) = \frac{c_e}{c_l} \sin(\theta_i) \quad (1.58)$$

On considère que l'onde émise par le transducteur est localement plane sur l'interface lentille-eau et on calcule le coefficient de transmission T pour le déplacement. Ce coefficient de transmission est donné par l'expression suivante :

$$T = \frac{2 Z_l \cos(\theta_i)}{Z_l \cos(\theta_i) + Z_e \cos(\theta_r)} \quad (1.59)$$

Le coefficient de transmission pour le déplacement particulière est défini par le rapport v_t / v_i , où v_i et v_t sont respectivement les vitesses de vibration des particules, incidentes et transmises.

Z_l et Z_e sont les impédances acoustiques respectives de la lentille et de l'eau.

1.6.5 Calcul de la composante normale de la vitesse de vibration

Considérons un transducteur focalisé constitué par un transducteur plan d'une fréquence d'émission égale à 2 MHz et de diamètre de 20 mm couplé à une lentille plan-concave de rayon de courbure égal à 50 mm . On trouve que la distance focale optique du transducteur focalisé construit est égale à 114 mm .

La composante de la vitesse qui contribue au rayonnement du champ acoustique est la composante normale. Pour l'obtenir il suffit de multiplier l'amplitude de la vitesse de l'onde transmise (i.e du coefficient de transmission) par $\cos(\theta_r)$.

L'allure du coefficient de transmission obtenu pour ce dispositif est représentée par les figures (1.14) et (1.15) qui représentent, respectivement, la variation du coefficient de transmission en fonction de l'angle d'incidence et en fonction de l'écart par rapport à l'axe z du transducteur (i.e de la position sur l'axe radial perpendiculaire à l'axe z).

On a choisi de prendre les valeurs du coefficient de transmission comprises entre la valeur maximale et la valeur à -3 dB (i.e *valeur maximale*/ $\sqrt{2}$) car on considère que dans cette région on a le maximum d'amplitude et on a cherché la fonction gaussienne qui donne la meilleure concordance avec le coefficient de transmission (figure 1.16).

En multipliant cette gaussienne par la vitesse de vibration incidente, on obtient le profil gaussien de la vibration à l'interface lentille-eau. On obtient ainsi un transducteur focalisé à profil gaussien de rayon égal à 110 mm .

Les caractéristiques essentielles du champ gaussien obtenu sont :

- le rayon de ceinture W_0 égale à 0.1 mm .
- la longueur de Rayleigh z_R égale à 0.06 mm .
- l'angle de divergence θ égale à 1.9 rad .

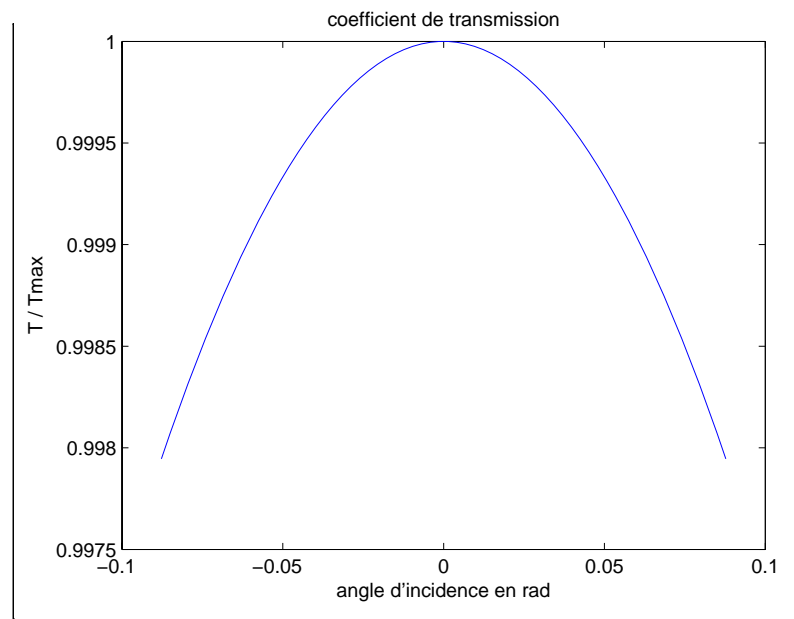


FIG. 1.14 – Evolution du coefficient de transmission en fonction de l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore.

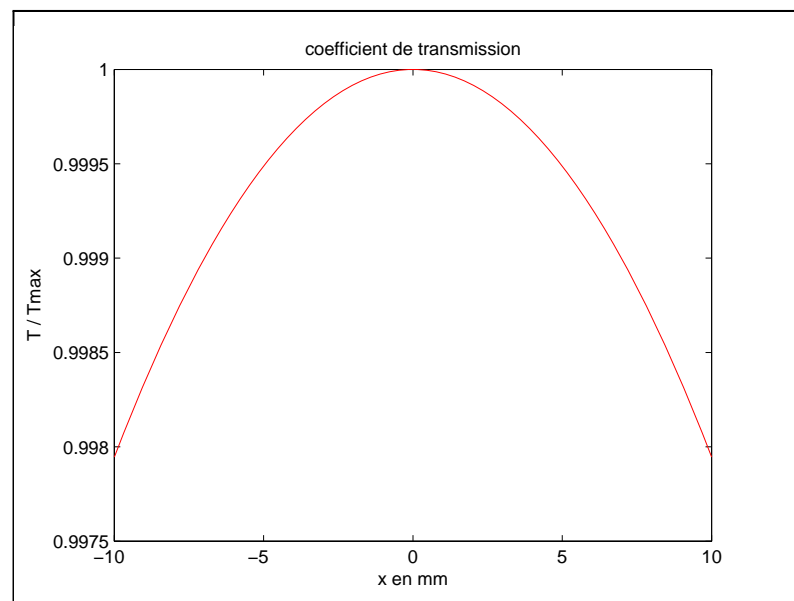


FIG. 1.15 – Evolution du coefficient de transmission en fonction de l'écart par rapport à l'axe z du transducteur .

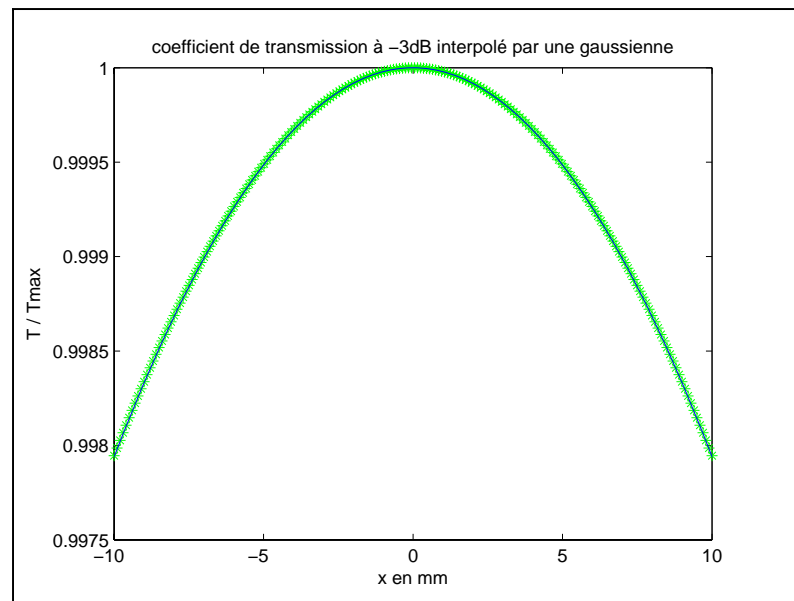


FIG. 1.16 – Coefficient de transmission à -3 dB interpolé par une fonction gaussienne.

1.7 Conclusion

La méthode des faisceaux gaussiens multiples est devenue un outil très utilisé dans le calcul des faisceaux acoustiques en raison de ses principaux avantages qui sont :

- La même fonction décrit le champ proche, le champ lointain et la région transitoire,
- Une représentation physique très simple et très claire du champ est obtenue. En effet un faisceau gaussien avec un waist d'une certaine largeur est plus facile à visualiser qu'une fonction de Legendre, un polynôme de Laguerre ou même une fonction de Bessel,
- Le temps de calcul est minimisé puisqu'il y a ni intégrales ni fonctions spéciales à calculer,
- Chaque terme de la sommation possède la même forme analytique et se comporte de la même façon lors des manipulations analytiques,
- La transformation de Fourier d'une fonction de Gauss est une fonction de Gauss ; cette propriété peut être particulièrement utile si on doit utiliser une représentation dans l'espace des k .

Chapitre 2

Diffusion et simulation des signaux ultrasonores

2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude du phénomène de diffusion du champ ultrasonore qui aura lieu lors de la propagation d'ondes ultrasonores dans un milieu fluide inhomogène, en décrivant, d'abord, les équations d'ondes régissant ce phénomène et en faisant par la suite une simulation du signal émis par le transducteur et du signal diffusé par des cibles fixe et par des cibles en mouvement sous l'approximation de Jensen [jen07] [sza04].

2.2 Définition de la diffusion

Le mot diffusion vient du latin "diffusio(onis)" qui traduit l'action de répandre ; cette "expansion" concerne ici la répartition spatiale de l'énergie acoustique en provenance de "sources" localisées [bru98]. C'est donc un phénomène de réflexion multi-directionnelle de l'énergie ultrasonore dans l'espace. Il est dû à la présence d'hétérogénéités dans le milieu de propagation ; ces dernières se comportent comme de mini-interfaces déviant le faisceau ultrasonore. La diffusion dépend également de la "rugosité" du milieu (plus il est lisse, moins il diffuse) [ser06].

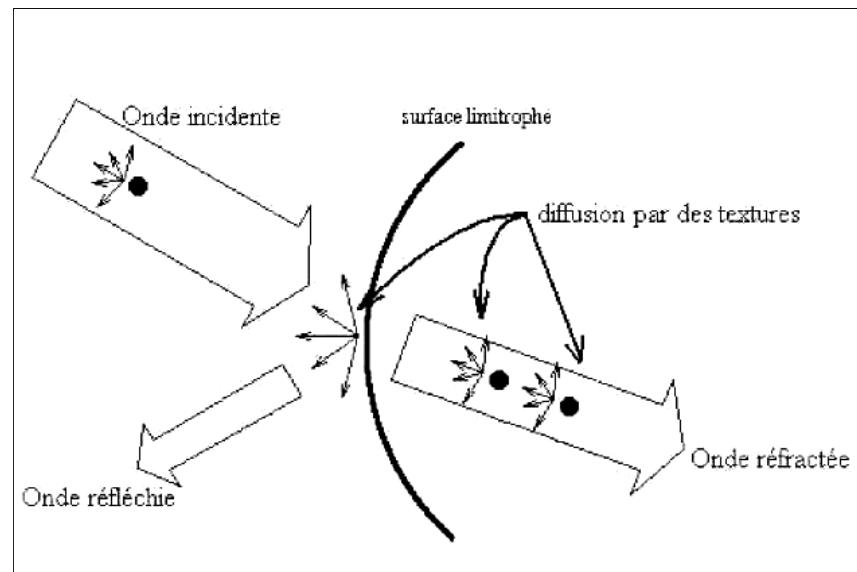


FIG. 2.1 – Schématisation du phénomène de diffusion.

L'intensité de l'onde diffusée dépend fortement de la taille des objets diffusant relativement à la longueur d'onde de l'onde ultrasonore. La section efficace de diffusion est définie par le rapport entre la puissance totale de l'onde diffusée à l'intensité de l'onde incidente.

La diffusion est avec l'absorption, la principale cause de l'atténuation de l'onde lors de sa propagation.

On distingue trois principaux cas :

- *La diffusion spéculaire.*
- *La diffusion Rayleigh.*
- *La diffusion mixte.*

La diffusion spéculaire se présente lorsque la taille du diffuseur est largement supérieure à la longueur d'onde. L'amplitude de la pression de l'onde ultrasonore diffusée (réfléchi) est donnée par le coefficient de réflexion. Sa direction peut être prédite par les relations de Snell-Descartes (théorie des rayons) et le front d'onde diffusé a globalement la même forme que le diffuseur.

Pour un diffuseur de forme sphérique, la situation est représentée sur la figure(2.2(a)). Dans ce cas, le rapport de l'intensité de l'onde diffusée I_{ref} et l'intensité de l'onde incidente I_{inc} est donnée, par la relation [sza04] :

$$\frac{I_{ref}}{I_{inc}} = \frac{\pi b^2}{4 \pi r^2} |R^2| = \frac{b^2}{4 r^2} |R^2| \quad (1.a)$$

où :

r est le rayon du front d'onde de l'onde sphérique diffusée.

a et b sont les rayons de l'objet diffuseur et du faisceau incident respectivement.

R est le coefficient de réflexion pour la pression, dû au changement d'impédance entre le milieu de propagation et la sphère diffusante, défini par la relation suivante :

$$R = \frac{p_{ref}}{p_{inc}} = \frac{Z_t \cos(\theta_i) - Z_i \cos(\theta_t)}{Z_t \cos(\theta_i) + Z_i \cos(\theta_t)}$$

p_{inc} et p_{ref} sont respectivement les amplitudes de l'onde de pression incidente et transmise.

Z_i , Z_t sont respectivement les impédances acoustiques caractéristiques du milieu d'incidence et de transmission.

Dans le cas d'un diffuseur en forme de disque de rayon b éclairé par un faisceau cylindrique de rayon a (figure(2.2(b))), le rapport des intensités est égal à [sza04] :

$$\frac{I_{ref}}{I_{inc}} = \frac{\pi b^2}{\pi a^2} |R^2| = |R^2| \frac{b^2}{a^2} \quad (1.b)$$

Notons que pour un transducteur situé à une grande distance par rapport à la cible, il sera difficile de séparer cet objet ou de déterminer sa taille, seulement à partir des réflexions rétrodiffusées [sza04].

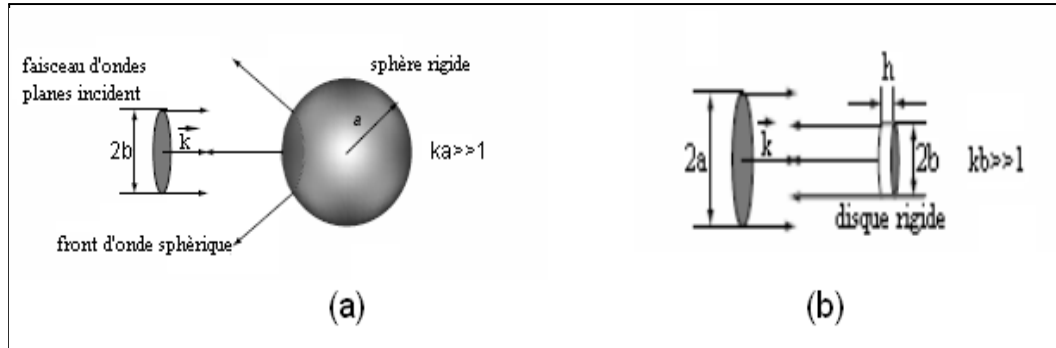


FIG. 2.2 – Géométrie décrivant le processus de la diffusion : a) à travers une sphère rigide de rayon a dans le régime $ka \gg 1$; b) à travers un disque rigide de rayon b dans le régime $kb \gg 1$.

La diffusion Rayleigh a lieu lorsque l'objet diffuseur a des dimensions très petites devant la longueur d'onde (figure (2.3)). L'intensité diffusée dans ce cas est proportionnelle de la fréquence à la puissance 4. Cette amplitude dépend également de la direction de diffusion θ de l'onde par rapport à la direction d'incidence selon la relation suivante [mor86] [sza04] :

$$\frac{I_{diff}}{I_{inc}} = \frac{k^4 a^6}{9 r^2} \left[\frac{3 (1 - \rho_2/\rho_1) \cos(\theta)}{1 + 2 \rho_2/\rho_1} + \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) \right]^2 \quad (2.a)$$

où k_1, ρ_1 et k_2, ρ_2 représentent la compressibilité et la densité du milieu de propagation et du diffuseur, respectivement. k est le module du vecteur d'onde.

Pour une sphère rigide, $\frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \infty$ et $\frac{k_1}{k_2} \rightarrow \infty$, donc l'équation (2.a) devient :

$$\frac{I_{diff}}{I_{inc}} = \frac{k^4 a^6}{9 r^2} \left[1 - \frac{3 \cos(\theta)}{2} \right]^2 \quad (2.b)$$

Lord Rayleigh a montré qu'une petite sphère rigide agit comme un dipôle dont la directivité possède deux lobes principaux en 0 et π . L'intensité rétrodiffusée le long de $\theta = \pi$ est donnée par [sza04] :

$$\frac{I_{diff}}{I_{inc}} = \frac{25 k^4 a^6}{36 r^2} \quad (2.1)$$

Dans le cas de la sphère rigide, la section efficace de diffusion est définie par [sza04] :

$$\frac{\langle p_{diff} \rangle}{I_{inc}} = \frac{7 \pi k^4 a^6}{9} \quad (2.2)$$

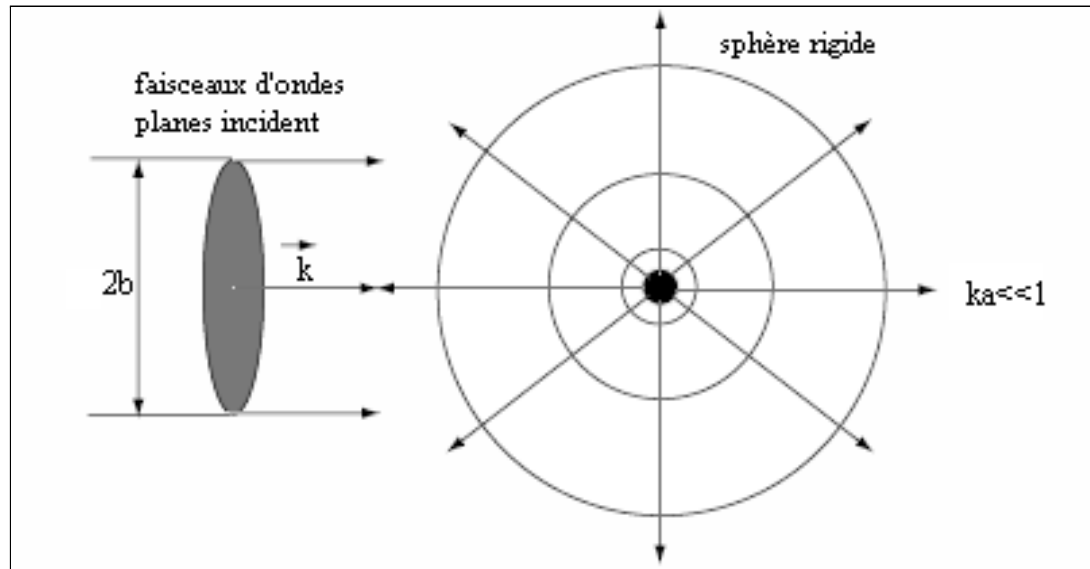


FIG. 2.3 – Diffusion à travers une sphère rigide de rayon a dans le régime $ka \ll 1$.

La *diffusion mixte*, appelée également diffusion de Mie, est un cas intermédiaire où le diffu-

seur a des dimensions qui sont de l'ordre de la longueur d'onde. Dans ce cas, l'objet se comporte comme une source diffractante et la pression diffusée est gouvernée par la formule intégrale de Kirchhoff, comme celle utilisée dans le cas de la diffraction par des transducteurs [mor86] :

$$p_{diff}(r) = \int_{V_0} \{k^2 \gamma_k(r_0) p(r_0) - \text{div}[\gamma_\rho(r_0) \cdot \nabla_0 p(r_0)]\} G(r/r_0) dV_0 \quad (2.3)$$

$G(r/r_0)$ est la fonction de Green en régime harmonique et γ_ρ et γ_k sont respectivement, la variation relative de la densité et de la compressibilité de l'objet par rapport au milieu ambiant. V_0 est le volume du diffuseur. Lorsque ce dernier présente une géométrie simple, on peut obtenir une expression analytique de cette intégrale [nas86] :

Pour un diffuseur sphérique de rayon a , cette expression devient :

$$p_{diff}(r) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{k^2}{k_s^3} (\gamma_k + \gamma_\rho \cos \theta) [\sin(k_s a) - k_s a \cos(k_s a)] \quad (6.a)$$

Pour un diffuseur en forme de disque de rayon a et d'épaisseur h , l'expression 6.a devient :

$$p_{diff}(r) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{h k^2 a^2}{2} (\gamma_k + \gamma_\rho \cos \theta) \frac{J_1(k_s a)}{k_s a} \quad (6.b)$$

où $k_s = 2k \sin(\theta/2)$, $J_1(\cdot)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1.

Nous remarquons, d'après les relations (1.a), (2.1), (6.a), et (6.b), que la diffusion contribue à une atténuation de l'onde ultrasonore en fonction de r .

En se propageant dans un milieu inhomogène tel qu'un tissu biologique, l'onde ultrasonore est sensible aux modifications locales de la densité volumique et de la compressibilité et donc aux variations de la vitesse de propagation dans ce milieu [ser06]. Lorsque le milieu est parcouru par une perturbation ultrasonore, plusieurs phénomènes physiques tels que la diffusion peuvent avoir lieu.

Dans ce qui suit, nous utilisons un modèle qui consiste à supposer une hétérogénéité constituée de diffuseurs "ponctuels" noyés dans un milieu homogène. Nous établissons, d'abord, l'équation d'onde régissant la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu présentant une fluctuation de la masse volumique et la vitesse de propagation [jen91] [blo05]. Certaines approximations nous permettent d'obtenir une solution de l'équation d'onde et de déterminer le champ de pression rétro-diffusé par l'inhomogénéité. L'intégration sur la surface du transducteur permet de déterminer la pression totale captée par la sonde.

2.3 Equation d'onde régissant le phénomène de diffusion

Une particule du fluide subit à chaque instant de la part du milieu ambiant des forces de pression qui lui communiquent une vitesse de vibration \vec{v} . L'équation de l'hydrodynamique s'écrit [jen91] :

$$\rho_{ins} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p_{ins} \quad (2.4)$$

où ρ_{ins} représente la masse volumique instantanée et p_{ins} la pression instantanée. L'élément de volume du fluide considéré obéit également à la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho_{ins}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho_{ins} \cdot \vec{v}) \quad (2.5)$$

où $\vec{\nabla}$ désigne l'opérateur nabla.

Dans un milieu inhomogène, la pression et la masse volumique instantanées peuvent être écrites respectivement sous la forme :

$$p_{ins}(\vec{r}, t) = P + p_1(\vec{r}, t) \quad (2.6)$$

et

$$\rho_{ins}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}) + \rho_1(\vec{r}, t) \quad (2.7)$$

où P représente la pression moyenne du milieu et $\rho(\vec{r})$ la distribution de la densité volumique du milieu inhomogène au repos. $p_1(\vec{r}, t)$ et $\rho_1(\vec{r}, t)$ sont respectivement les variations de la pression et de la masse volumique dues au passage de la perturbation ultrasonore par l'élément de volume considéré.

On suppose que ces variations sont des quantités du premier ordre par rapport à P et $\rho(\vec{r})$ respectivement. L'utilisation des relations (2.6) et (2.7) dans (2.4 et (2.5) nous permet d'écrire :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p_1 \quad (2.8)$$

et

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{v}) \quad (2.9)$$

En différentiant cette équation, par rapport au temps, puis en la remplaçant dans (2.8), on

obtient :

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = \Delta p_1 \quad (2.10)$$

D'autre part, nous supposons qu'il n'y a pas de conduction de chaleur dans le milieu considéré et que la transformation de l'énergie ultrasonore en énergie thermique est négligeable. Ceci nous permet d'écrire l'équation d'une transformation adiabatique [jen91] :

$$\frac{dp_{ins}}{dt} = c^2 \frac{d\rho_{ins}}{dt} \quad (2.11)$$

Cette relation comprend des dérivées totales par rapport au temps. Elle représente la description de Lagrange. En utilisant un système de coordonnées qui n'est pas lié à la particule du fluide mais plutôt à l'espace extérieur, la description d'Euler est plus appropriée. L'équation adiabatique dans ce cas s'écrit :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho \quad (2.12)$$

La différentiation de cette relation, par rapport au temps, conduit à :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{\nabla} \rho. \quad (2.13)$$

L'utilisation des relations (2.8) et (2.10) dans (2.13) donne :

$$\Delta p_1 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \rho \cdot \vec{\nabla} p_1. \quad (2.14)$$

La masse volumique ρ de l'inhomogénéité peut être considérée comme la somme d'une masse volumique moyenne ρ_0 à l'équilibre et d'une petite fluctuation $\delta\rho$ par rapport à cette dernière :

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho, \text{ avec } \delta\rho \ll \rho_0 \quad (2.15)$$

De même, la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu inhomogène peut être mise sous la forme :

$$c = c_0 + \delta c, \text{ avec } \delta c \ll c_0 \quad (2.16)$$

où c_0 représente la vitesse de propagation moyenne des ultrasons et δc sa variation, qui est liée à la présence de l'inhomogénéité. En utilisant ces deux dernières équations, l'équation (2.14) devient :

$$\Delta p_1 - \frac{1}{(c_0 + \delta c)^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_0 + \delta \rho} \vec{\nabla}(\delta \rho) \cdot \vec{\nabla} p_1 \quad (2.17)$$

En faisant l'approximation : $\frac{1}{(1 + \varepsilon)} \simeq 1 - \varepsilon$ pour $\varepsilon \ll 1$, la relation (2.17) devient :

$$\Delta p_1 - \left[\frac{1}{c_0^2} - \frac{2\delta c}{c_0^3} \right] \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \left[\frac{1}{\rho_0} - \frac{\delta \rho}{\rho_0^2} \right] \vec{\nabla}(\delta \rho) \cdot \vec{\nabla} p_1 \quad (2.18)$$

où le terme du second ordre $\left[\frac{\delta \rho}{\rho_0^2} \vec{\nabla} \delta \rho \cdot \vec{\nabla} p_1 \right]$ peut être négligé. On aboutit finalement à l'équation de propagation de l'onde dans un milieu inhomogène :

$$\Delta p_1 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla}(\delta \rho) \cdot \vec{\nabla} p_1 - \frac{2\delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Sans second membre, cette dernière équation est identique à celle d'une onde se propageant dans un milieu homogène, donc la diffusion dans les milieux inhomogènes apparaît comme un terme source dans le second membre.

Interprétation physique du terme source

Au passage de la perturbation ultrasonore, l'élément de volume, qui est caractérisé par une fluctuation de la masse volumique $\delta \rho$ et une variation δc de la vitesse de propagation, vibre d'une manière différente par rapport au milieu ambiant [lau84]. En fait, l'élément présentant une variation de la vitesse de propagation δc se dilate et se contracte de manière différente, par rapport aux éléments voisins, et est équivalent à un objet pulsant dans un milieu stationnaire. Il se comporte donc, comme une source monopole rayonnant d'une manière isotrope dans toutes les directions. De plus, l'amplitude de l'onde émise est pondérée par l'accélération de sa surface sous l'effet de la pression acoustique incidente, $\partial^2 p_1 / \partial t^2$. L'élément de volume caractérisé par un gradient de la variation de la masse volumique $\vec{\nabla}(\delta \rho)$ se comporte, plutôt, comme un dipôle dans le milieu [lau84]. Son rayonnement dépend également du gradient des forces de pression $\vec{\nabla} p_1$ qui lui sont appliquées.

2.4 Champ ultrasonore diffusé

Après avoir déterminé l'équation d'onde dans le cas d'un milieu inhomogène, nous nous proposons de calculer le champ diffusé par une petite inhomogénéité insérée dans un volume (V'). Un diffuseur "ponctuel" appartenant à ce volume est repéré par \vec{r}' . Le champ diffusé est

calculé en \vec{r} . Cette situation est représentée sur la figure (2.4).

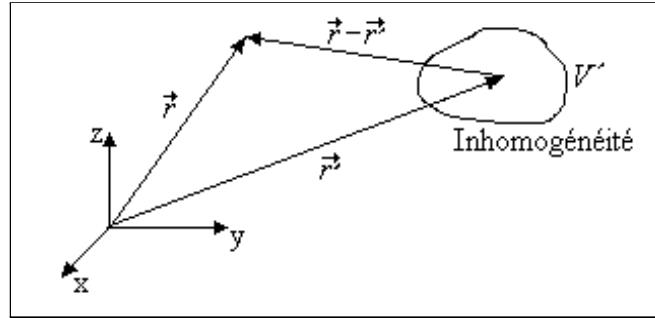


FIG. 2.4 – Géométrie pour le calcul du champ ultrasonore diffusé.

En utilisant la fonction de Green dépendant du temps $g(\vec{r}, t | \vec{r}', t')$ [hil04] [jen91] [mor86], la solution de l'équation de propagation s'écrit :

$$p_{diff}(\vec{r}, t) = \int_{V'} \int_{T'} \left[\frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla}(\delta\rho) \cdot \vec{\nabla} p_1 - \frac{2\delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \right] \cdot g(\vec{r}, t | \vec{r}', t') dt' \cdot dV' \quad (2.20)$$

avec :

$$g(\vec{r}, t | \vec{r}', t') = \frac{\delta(t - t' - |\vec{r} - \vec{r}'|/c_0)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.21)$$

Notons par F et G les opérateurs de dérivation et d'intégration définis, respectivement, par les deux équations suivantes :

$$F[X] = \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla}(\delta\rho) \cdot \vec{\nabla} X - \frac{2\delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} \quad (25.a)$$

$$G[X] = \int_{V'} \int_{T'} X \cdot g(\vec{r}, t | \vec{r}', t') dt' \cdot dV' \quad (25.b)$$

L'expression (2.20) devient :

$$p_{diff}(\vec{r}, t) = GF[p_1(\vec{r}', t)] \quad (2.22)$$

En un point du milieu diffuseur, la pression ultrasonore résulte de la superposition des pressions incidente et diffusée par les éléments voisins du fluide :

$$p_1(\vec{r}', t) = p_{inc}(\vec{r}', t) + p_{diff}(\vec{r}', t) \quad (2.23)$$

Juste à l'arrivée de l'onde sur l'inhomogénéité, le terme de diffusion est nul, d'où :

$$p_1(\vec{r}', t) = P_{inc}(\vec{r}', t) \quad (2.24)$$

Dans ce cas, l'équation (2.22) exprime la pression diffusée par l'inhomogénéité au premier ordre. Elle est notée :

$$p_{diff1}(\vec{r}, t) = GF[p_{inc}(\vec{r}', t)] \quad (2.25)$$

En remplaçant (2.25) dans (2.23), puis cette dernière dans (2.22), on obtient :

$$p_{diff2}(\vec{r}, t) = GF \left\{ p_{inc}(\vec{r}', t) + GF[p_{inc}(\vec{r}', t)] \right\}$$

qui peut s'écrire comme suit :

$$p_{diff2}(\vec{r}, t) = GF[p_{inc}(\vec{r}', t)] + (GF)^2[p_{inc}(\vec{r}', t)] \quad (2.26)$$

L'expression générale de la pression diffusée à l'ordre n est donnée par une relation de récurrence en remplaçant, chaque fois, la pression diffusée à l'ordre $(n-1)$, $p_{diff_{n-1}}(\vec{r}, t)$, dans la relation (2.23), puis dans (2.22), soit :

$$\begin{aligned} p_{diff_n}(\vec{r}, t) = & GF[p_{inc}(\vec{r}', t)] + \\ & (GF)^2[p_{inc}(\vec{r}', t)] + \\ & (GF)^3[p_{inc}(\vec{r}', t)] + \dots + (GF)^n[p_{inc}(\vec{r}', t)] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Le terme $(GF)^n[p_{inc}(\vec{r}', t)]$ décrit la diffusion d'ordre n . Généralement les termes d'ordre élevé sont négligeables par rapport à celui du premier ordre.

L'approximation de Born, appelée aussi diffusion simple, consiste à ne considérer que le premier terme. Dans cette hypothèse, les ondelettes rayonnées par les diffuseurs sont trop faibles pour être diffusées une deuxième fois mais sont, néanmoins, susceptibles d'atteindre le transducteur récepteur. De ce fait, les diffusions multiples d'ordre supérieur à un (relation (2.27)) sont négligées. La pression diffusée devient :

$$p_{diff}(\vec{r}, t) \simeq GF[p_{inc}(\vec{r}', t)] \quad (32.a)$$

ou bien :

$$p_{diff}(\vec{r}, t) = \int_{V'} \int_{T'} F[p_{inc}(\vec{r}', t)] \cdot g(\vec{r}, t | \vec{r}', t') dt' dV' \quad (32.b)$$

soit :

$$p_{diff}(\vec{r}, t) = \int_{V'} \int_{T'} \left[\frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla}(\delta\rho) \cdot \vec{\nabla}(p_{inc}(\vec{r}', t)) - \frac{2\delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2(p_{inc}(\vec{r}', t))}{\partial t^2} \right] g(\vec{r}, t | \vec{r}', t') dt' dV' \quad (32.c)$$

Cette relation montre que les propriétés du signal rétro-diffusé dépendent non seulement du caractère inhomogène du milieu interrogé par l'onde ultrasonore, mais aussi de la forme de la perturbation incidente $p_{inc}(\vec{r}', t)$. De ce fait, la détermination de la pression rétro-diffusée par une inhomogénéité nécessite le calcul préalable du champ de pression incident, celui rayonné par le transducteur dans le milieu homogène [ser06].

2.5 Champ ultrasonore reçu par le transducteur

Le transducteur ultrasonore positionné en \vec{r} est sensible, en chacun des points de sa surface (S_T), repérés par $\vec{r} + \vec{r}_0$, à la pression ultrasonore rétro-diffusée par l'inhomogénéité, repérée par \vec{r}' . Après avoir calculé le champ de pression ultrasonore rétro-diffusé sur chaque point de la surface réceptrice du transducteur (figure (2.5)), la pression totale captée par ce dernier est obtenue par une intégration sur toute la surface S_T de ces pressions élémentaires.

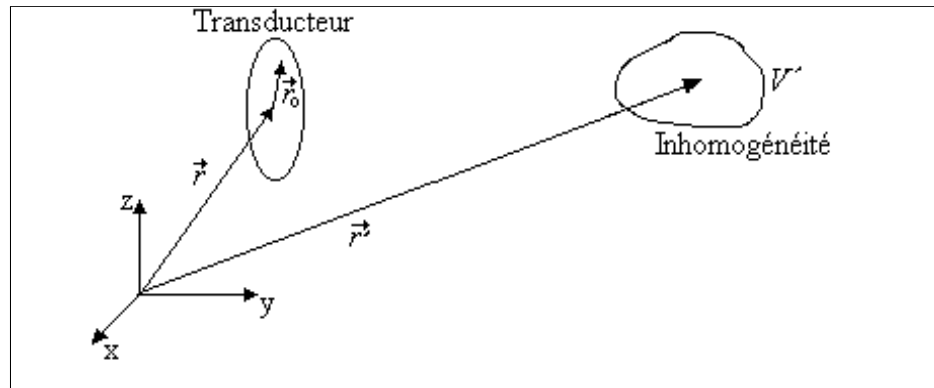


FIG. 2.5 – Géométrie pour le calcul du champ ultrasonore reçu par le transducteur.

La pression reçue est, donc, donnée par :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \int_{S_T} p_{diff}(\vec{r} + \vec{r}_0, t) dS_T \quad (2.28)$$

En remplaçant la relation (32.b) dans (2.28), on peut écrire :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \int_{V'} \int_{T'} F[p_{inc}(\vec{r}', t)] \cdot \left(\int_{S_T} g(\vec{r} + \vec{r}_0, t | \vec{r}', t') dS_T \right) dt' \cdot dV' \quad (2.29)$$

Cette relation comporte une intégration de la fonction de Green sur la surface du transducteur. C'est la définition, même, de la réponse impulsionnelle ϕ_i en émission :

$$\Phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) = \int_{S_T} g(\vec{r} + \vec{r}_0, t | \vec{r}', t) dS_T = \int_{S_T} \frac{\delta(t - t' - |\vec{r} + \vec{r}_0 - \vec{r}'|/c_0)}{2\pi|\vec{r} + \vec{r}_0 - \vec{r}'|} dS_T \quad (2.30)$$

La pression incidente $p_{inc}(\vec{r}', t)$ dans la relation (2.29) dépend également de la réponse impulsionnelle pour le potentiel en émission ainsi que des propriétés du milieu de propagation selon la relation :

$$p_{inc}(\vec{r}', t) = \rho_0 \frac{\partial v_n(t)}{\partial t} *_t \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) \quad (2.31)$$

$*_t$ est l'opérateur de convolution temporel.

En injectant cette dernière dans la relation (2.29) et en intégrant par rapport au temps t' , on obtient :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \int_{V'} F \left[\rho_0 \frac{\partial v_n(t)}{\partial t} *_t \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) \right] *_t \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) dV' \quad (2.32)$$

L'opérateur F comporte une dérivée seconde par rapport au temps. D'après les propriétés du produit de convolution, l'expression (2.32) peut être mise sous la forme suivante :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{2} \frac{\partial v_n(t)}{\partial t} *_t \int_{V'} F[\phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) *_t \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t)] dV' \quad (2.33)$$

Notons la réponse en mode écho Φ_{EM} comme étant :

$$\Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) = \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) *_t \phi_i(\vec{r}, \vec{r}', t) \quad (2.34)$$

Dans le cas où la réponse impulsionnelle en mode écho, $\phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)$, présente de faibles variations spatiales à l'intérieur du volume (V') considéré, J. A. Jensen [jen91] a proposé comme approximation de l'opérateur F appliqué à cette réponse, l'expression suivante :

$$F[\Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)] \simeq \frac{1}{\rho_0} \delta\rho \cdot \Delta \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) - \frac{2\delta c}{c_0^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) \quad (2.35)$$

La réponse impulsionnelle pour le potentiel acoustique, en mode écho, est fonction de la distance séparant le transducteur de l'inhomogénéité $|\vec{r} - \vec{r}'|$, donc du temps de propagation le long de cette distance ($t = |\vec{r} - \vec{r}'|/c_0$). En effectuant ce changement de variable, le Laplacien dans (2.35) peut être écrit :

$$\Delta \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t^2} \quad (2.36)$$

L'expression (2.35) devient :

$$F[\Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)] = \left[\frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho_0} - \frac{2\delta c(\vec{r}')}{c_0} \right] \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t^2} \quad (2.37)$$

En remplaçant cette dernière dans l'équation (2.33), on aura :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{2} \frac{\partial v_n(t)}{\partial t} \underset{t}{*} \int_{V'} \left[\frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho_0} - \frac{2\delta c(\vec{r}')}{c_0} \right] \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) dV' \quad (2.38)$$

L'intégrale, par rapport à $dV' = d^3 r'$, n'est autre qu'un produit de convolution spatial entre la dérivée seconde par rapport au temps de la réponse en mode écho ($\frac{\partial^2 \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t^2}$) et la distribution de l'inhomogénéité $\xi(\vec{r}')$ définie par :

$$\xi(\vec{r}') = \left[\frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho_0} - \frac{2\delta c(\vec{r}')}{c_0} \right] \quad (2.39)$$

Finalement, la pression reçue par le transducteur est donnée par :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{2c_0^2} \frac{\partial v_n(t)}{\partial t} \underset{t}{*} \xi(\vec{r}') \underset{\vec{r}}{*} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) \quad (45.a)$$

qui peut être aussi écrite sous la forme :

$$p_{rec}(\vec{r}, t) = \frac{\rho_0}{2c_0^2} \frac{\partial^3 v_n(t)}{\partial t^3} \underset{t}{*} \xi(\vec{r}') \underset{\vec{r}}{*} \Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t) \quad (45.b)$$

où $*_{\vec{r}}$ est l'opérateur de convolution spatial. L'expression (45.b) contient trois termes principaux. Le premier est un terme d'excitation du transducteur. Le deuxième ($\xi(\vec{r}')$) représente la distribution spatiale de l'inhomogénéité, qui est à l'origine de la diffusion. Le troisième ($\Phi_{EM}(\vec{r}, \vec{r}', t)$) décrit la réponse du milieu homogène en émission-réception.

La relation (2.39) montre que deux inhomogénéités différentes par les variations de masse volumique $\delta\rho(\vec{r}')$ et par les variations de vitesse de propagation $\delta c(\vec{r}')$ mais présentant une même variation relative $[\delta\rho(\vec{r}')/\rho_0 - 2\delta c(\vec{r}')/c_0]$ doivent, en principe, donner lieu au même signal rétro-diffusé au premier ordre.

2.6 Simulation des signaux ultrasonores

2.6.1 Simulation du signal d'émission

Le transducteur émetteur est excité par une suite d'impulsions avec une période de répétition des impulsions T_{PRF} . Soit $v_A(t)$ l'impulsion émise par le transducteur à chaque excitation.

Considérons une suite d'impulsions séparées par un intervalle de répétition des impulsions T_{PRF} . Chaque impulsion contient M périodes de la période fondamentale T , la largeur de l'impulsion est alors donnée par [sza04] :

$$T_g = MT = \frac{M}{f_e} \quad (2.40)$$

avec $T = 1 / f_e$ où f_e est la fréquence centrale du signal émis.

Le signal d'émission peut être simulé par cette série d'impulsions, et il est donné par :

$$v_A(t) = g(t) \otimes pgn_{T_{PRF}}(t) \quad (2.41)$$

où la notation \otimes représente l'opération du produit de convolution dans le temps.

$pgn_{T_{PRF}}$ est un train d'impulsions de Dirac séparées par T_{PRF} , appelé la fonction Peigne et donné par :

$$pgn_{T_{PRF}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_{PRF}) \quad (2.42)$$

$g(t)$ représente la forme d'onde émise obtenue par une modulation d'une fonction sinusoïde par une fonction porte, est donnée donc par :

$$g(t) = rect_{T_g}(t) \times \sin(2\pi f_e t) \quad (2.43)$$

où $rect_{T_g}(t)$ est la fonction porte définie par :

$$rect_{T_g}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < \frac{T_g}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.44)$$

On obtient enfin le signal d'émission simulé $v_A(t)$, donné par :

$$v_A(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} rect_{T_g}(t - nT_{PRF}) \times \sin(2\pi f_e(t - nT_{PRF})) \quad (2.45)$$

La transformée de Fourier du signal d'émission est donnée par :

$$V_A(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -\frac{iT_g}{2T_{PRF}} \times \{ \text{sinc}[T_g(nf_{PRF} - f_e)] - \text{sinc}[T_g(nf_{PRF} + f_e)] \} \times \delta(f - nf_{PRF}) \quad (2.46)$$

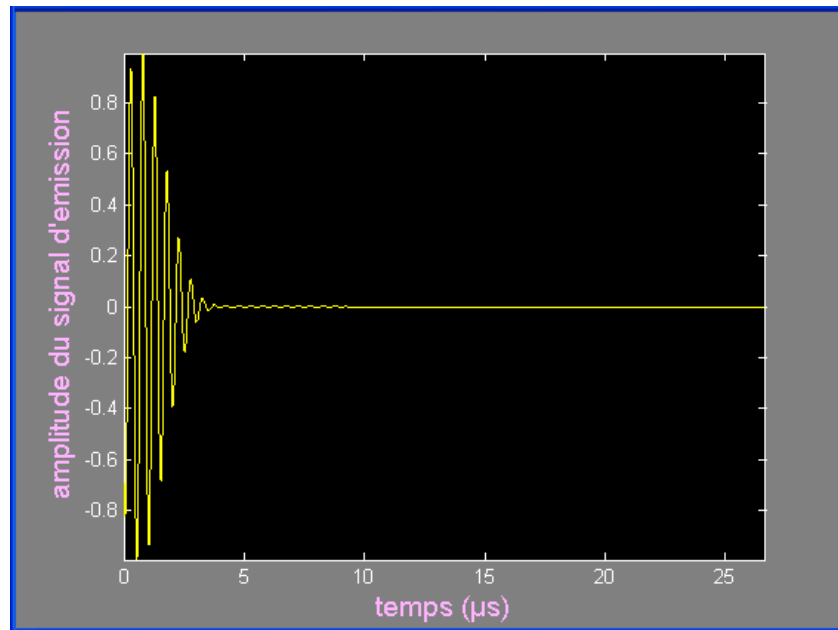


FIG. 2.6 – Présentation du signal d'émission simulé.

2.6.2 Simulation du signal d'écho

Approximation de Jensen [jen07] [sza04]

Le signal d'écho provenant de la diffusion des ultrasons par des cibles en mouvement dans un milieu est, d'après Jensen [jen07], relié au signal d'émission ultrasonore par la relation suivante (en absence des effets d'absorption et de diffraction) :

$$v_B(t) = v_A \left[\Psi \left(t - \frac{t_0}{\Psi} \right) \right] = v_A(\Psi t - t_0) \quad (2.47)$$

où Ψ est appelé facteur d'échelle Doppler, défini par :

$$\Psi = 1 - \frac{2v \cos(\theta)}{c} = 1 - \delta_D \quad (2.48)$$

avec

$$\delta_D = \frac{2v \cos(\theta)}{c} \ll 1 \quad (2.49)$$

Les impulsions rétrodiffusées correspondent à deux types d'échos, les échos stationnaires et les échos à décalage Doppler. Ces échos peuvent être obtenus à l'aide de l'approximation de Jensen.

Les échos stationnaires : Les échos stationnaires sont les impulsions rétrodiffusées par des cibles fixes ($v = 0$ donc $\Psi = 1$), ils ont l'expression suivante :

$$v_{BS}(t) = v_A(t - t_0) \quad (2.50)$$

donc

$$v_{BS}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{rect}_{T_g}(t - t_0 - nT_{PRF}) \times \sin[2\pi f_e(t - t_0 - nT_{PRF})] \quad (2.51)$$

La transformée de Fourier du signal stationnaire est donnée par :

$$V_{BS}(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{-i T_g}{2T_{PRF}} \times \{ \text{sinc}[T_g(nf_{PRF} - f_e)] - \text{sinc}[T_g(nf_{PRF} + f_e)] \} \times \delta(f - nf_{PRF} e^{-i2\pi f t_0}) \quad (2.52)$$

Les échos à décalage Doppler : Les échos à décalage Doppler sont les impulsions rétro-diffusées par des cibles en mouvement, ils ont l'expression suivante :

$$v_{BD}(t) = v_A(\Psi t - t_0) \quad (2.53)$$

donc

$$v_{BD}(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \text{rect}_{\frac{T_g}{\Psi}} \left(t - \frac{t_0 + nT_{PRF}}{\Psi} \right) \times \sin \left[2\pi f_e \Psi \left(t - \frac{t_0 + nT_{PRF}}{\Psi} \right) \right] \quad (2.54)$$

comme $\delta_D \ll 1$, on peut faire l'approximation suivante :

$$t - \frac{t_0 + nT_{PRF}}{1 - \delta_D} \approx t - (1 + \delta_D)(t_0 + nT_{PRF}) \quad (2.55)$$

et on obtient :

$$v_{BD}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{rect}_{\frac{T_g}{\Psi}} (t - (1 + \delta_D)(t_0 + nT_{PRF})) \times \sin[2\pi f_e \Psi(t - (1 + \delta_D)(t_0 + nT_{PRF}))] \quad (2.56)$$

ou encore :

$$v_{BD}(t) = \text{rect}_{\frac{T_g}{\Psi}}(t) \times \sin(2\pi f_e t) \otimes \text{pgn}_{(1+\delta_D)T_{PRF}}(t - (1 + \delta_D)t_0) \quad (2.57)$$

Pour une vitesse d'écoulement nulle, on aura donc $\delta_D = 0$, et on retrouve l'expression du signal stationnaire $v_{BS}(t)$.

La transformée de Fourier du signal à décalage Doppler s'exprime :

$$V_{BD}(f) = -i \frac{T_g}{2} \frac{1}{\Psi} \times \text{sinc} \left(\frac{T_g f}{\Psi} \right) \otimes [\delta(f - \Psi f_e) - \delta(f + \Psi f_e)] \times \frac{1}{(1 + \delta_D) T_{PRF}} \text{pgn} \frac{1}{(1 + \delta_D) T_{PRF}} (f) e^{-i2\pi f(1+\delta_D)t_0} \quad (2.58)$$

Sachant que :

$$\frac{1}{1 + \delta_D} \approx 1 - \delta_D = \Psi \quad (2.59)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} V_{BD}(f) = & -i \frac{T_g}{2T_{PRF}} \times \left\{ \text{sinc} \left[\frac{T_g}{\Psi} (f - \Psi f_e) \right] - \text{sinc} \left[\frac{T_g}{\Psi} (f + \Psi f_e) \right] \right\} \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - n\Psi f_{PRF}) e^{-i2\pi f(1+\delta_D)t_0} \end{aligned} \quad (2.60)$$

ou encore :

$$\begin{aligned} V_{BD}(f) = & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} -i \frac{T_g}{2T_{PRF}} \times \\ & \times \{ \text{sinc} [Tg(nf_{PRF} - f_e)] - \text{sinc} [Tg(nf_{PRF} + f_e)] \} \\ & \times \delta(f - nf_{PRF} + n\delta_D f_{PRF}) e^{-i2\pi f(1+\delta_D)t_0} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Cette expression montre que dans le cas pulsé, les différentes composantes de la transformée de Fourier ne subissent pas le même décalage dans le domaine fréquentiel et que l'on ne peut donc donner qu'une estimation du décalage Doppler. Pour cela différentes méthodes de traitement du signal peuvent être mises en œuvre.

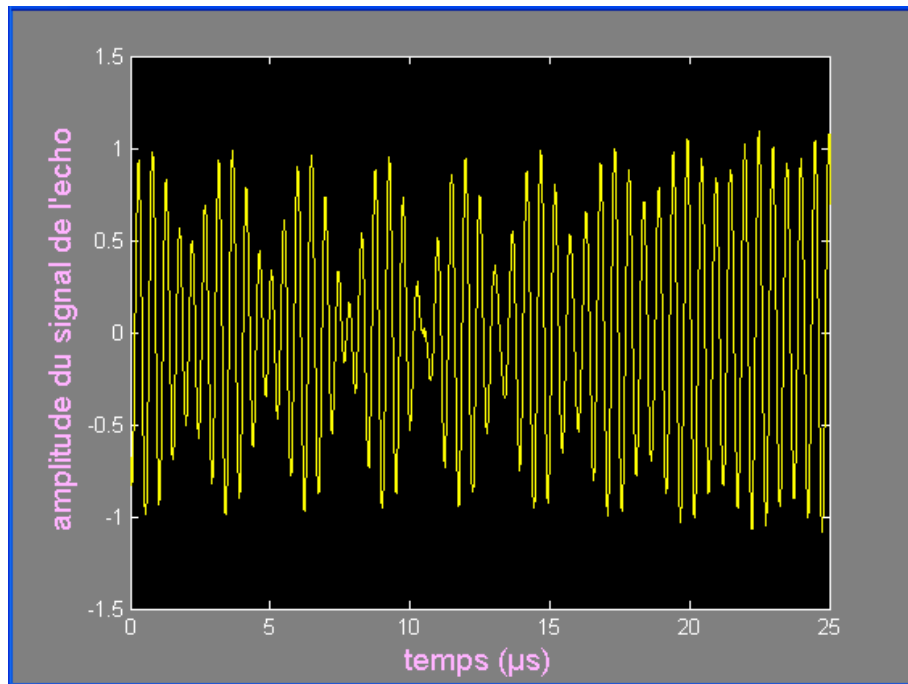


FIG. 2.7 – Présentation du signal d'écho simulé.

Chapitre 3

Techniques de traitement du signal appliquées à la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés

3.1 Introduction

La caractérisation des vitesses de déplacement des flux sanguins apparaît comme une donnée clinique fondamentale. En pratique clinique, L'échographie ultrasonore est souvent utilisée dans le cadre de l'étude des flux sanguins.

Ce troisième chapitre a pour objectif de présenter quelques techniques particulières de traitement du signal utilisées en vélocimétrie Doppler et de tester leur efficacité sur des signaux simulant l'écoulement du sang dans l'hypothèse d'un écoulement laminaire et sur des signaux RF provenant d'un appareil Doppler à ultrasons, utilisé en médecine.

3.2 Composition du sang

L'une des principales fonctions du sang est d'assurer l'échange de l'oxygène et le dioxyde de carbone entre les poumons et les autres tissus du corps. La quantité de sang présente dans le corps d'un adulte est de l'ordre de 5 litres et représente environ 8% de la masse corporelle totale.

Chez l'adulte normal le volume sanguin est de 5 à 6 litres et le débit cardiaque au repos, de 5.5 litres par minute en moyenne. En cas d'exercice intense, ce débit peut atteindre 25 litres par minute.

Le sang est distribué dans les différentes parties du corps humain, puis en est drainé par des vaisseaux de divers types. Mais ce système n'est pas seulement un simple réseau de distribution, il joue aussi le rôle de réservoirs : réservoir hydraulique à haute pression dans la partie artérielle, réservoir hydraulique à basse pression dans la partie veineuse.

Le sang est une suspension d'éléments globulaires (éléments cellulaires) dans une solution aqueuse appelé plasma.

Les éléments globulaires sont des cellules qui occupent environ 50 % du volume total dont :

- 97 % sont des globules rouges (hématies ou érythrocytes) ;
- 3 % des globules blancs (leucocytes) et plaquettes (thrombocytes).

Le plasma est une solution aqueuse ressemblant beaucoup à l'eau de mer. Il contient des sels inorganiques (anions, cations) et des protéines organiques (globulines, fibrinogène) qui sont des macromolécules de poids moléculaire élevé (4×10^5 à 10^6).

Les globules rouges sont des cellules de formes discoïdales, biconvexes ayant un diamètre 8 à 9 μm et de 2 μm d'épaisseur. Ils contiennent l'hémoglobine (un colorant rouge de protéine qui dépend du niveau de fer dans le corps) qui permet le transport de l'oxygène vers les tissus et le gaz carbonique vers les poumons. Il y en a 4 à 6 $\times 10^6$ par mm^3 de sang.

Les globules blancs sont grossièrement sphériques, ils sont environ deux fois plus grands que les globules rouges (de diamètre 7 à 22 μm), mais sont moins nombreux. Ils interviennent dans la lutte contre les infections, il y en a 11 $\times 10^3$ par mm^3 de sang.

Les plaquettes, discoïdes, rondes ou ovales, de 2 à 4 μm , contiennent les facteurs nécessaires à la coagulation du sang, elles sont également moins nombreuses que les globules rouges, il y en a 2 à 5 $\times 10^5$ par mm^3 de sang.

Du point de vue de la mécanique circulatoire, en raison de leur nombre ce sont les globules rouges qui jouent le rôle fondamental : par exemple pour 600 globules rouges il y a 30 plaquettes et 1 globule blanc.

La masse volumique du sang est 1.05 g/cm^3 , celle des globules 1,10 g/cm^3 et celle du plasma 1,02 g/cm^3 .

Au repos les éléments cellulaires se séparent du plasma par sédimentation. La vitesse de sédimentation est de quelques millimètres par heure. Pratiquement on l'effectue par centrifugation (15000 g pendant 15 minutes par exemple).

Au contact de l'air le sang se coagule. Le fibrinogène soluble se transforme en fibrinogène insoluble sous l'action d'une enzyme (thrombine). Il se forme un caillot constitué par les éléments cellulaires insérés dans un maillage de fibrinogène, dont se sépare un liquide, le sérum, de composition analogue au plasma mais sans fibrinogène.

La coagulation s'effectue naturellement quand le sang s'écoule d'une plaie. Elle se produit

aussi à l'intérieur des vaisseaux dans des situations pathologique (altération de l'endothélium par exemple).

Une mesure standard de laboratoire, réalisée par une opération de centrifugation, est l'hématocrite, qui est le rapport du volume de globules rouges, au volume global de sang. Un rapport typique d'hématocrite pour une personne normale est 45 % ; d'autres valeurs peuvent indiquer des problèmes de santé. L'uniformité du sang peut changer dans les différentes parties du système circulatoire. La viscosité du sang est 4.5 – 5.5 fois celle de l'eau. Les globules rouges peuvent se grouper ensemble en une masse compacte sous forme d'agrégats. Un type particulier de groupe est le rouleau, qui est une longue chaîne de cellules empilées. Ces groupements ont un effet non négligeable sur la rétrodiffusion des ultrasons dans les vaisseaux sanguins. Le sang est régénéré en permanence car la durée de vie des globules rouges est d'environ 120 jours, et celle des globules blancs est inférieure à 3 jours [com84] [hil04] [sza04].

3.3 Comportement rhéologique du sang

Le sang est un tissu liquide dont les propriétés mécaniques peuvent être décrites à deux niveaux [zit07] :

-Dans les gros vaisseaux, il se comporte comme un fluide newtonien incompressible de propriétés physiques connues.

-Dans les petits vaisseaux, il se comporte comme un fluide complexe constitué d'une suspension de particules dont l'influence sur ses propriétés physiques n'est plus négligeable.

Des variations anormales de ces propriétés peuvent être à l'origine de changements importants qui correspondent sur le plan médical à diverses pathologies.

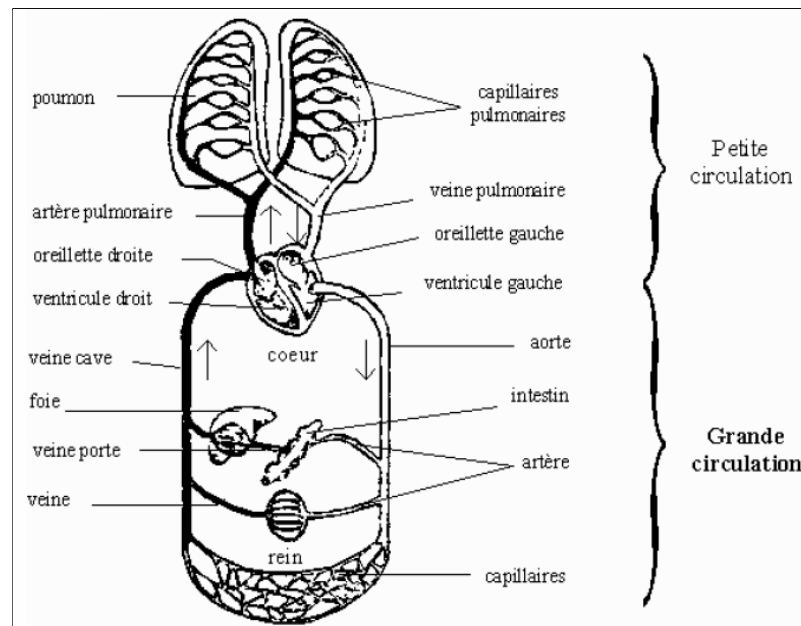


FIG. 3.1 – Schéma de la circulation sanguine.[zit07]

3.3.1 Comportement du sang dans la grande circulation

Dans la zone de circulation artérielle, la dispersion des rouleaux d'hématies est pratiquement totale en raison de l'importance des vitesses de déformation rencontrées, par contre la fréquence relativement basse des pulsations cardiaques (environ 1 Hz) pourrait permettre au caractère non-newtonien du sang de se manifester de façon plus ou moins importante. Ainsi la rhéologie sanguine dans cette zone peut être envisagée suivant deux types d'écoulement : les écoulements permanents et les écoulements pulsés et transitoires. Elle dépend surtout des propriétés des parois (viscoélasticité, caractéristiques géométriques,...) [zit07].

3.3.2 Comportement du sang dans la petite circulation

La rhéologie dans cette zone de circulation est envisagée là encore sous deux aspects :

- La circulation capillaire où l'on rencontre de très importantes forces de cisaillement ; les globules rouges (les hématies) sont pratiquement totalement dispersées est seule intervient leur déformabilité en raison des dimensions des vaisseaux à traverser (le rayon du capillaire est inférieur ou égal à celui des hématies). Ainsi, la circulation est dominée par les propriétés rhéologiques du globule rouge (viscoélasticité de sa membrane et viscosité du fluide intérieur)

- Dans la microcirculation (artérioles, veinules), apparaissent essentiellement les propriétés

rhéologiques (non-newtoniens) du sang, dues à la formation et à la désagrégation des rouleaux des hématies à cause des vitesses de déformation faibles. Dans cette zone de circulation, la viscoélasticité du sang ne joue aucun rôle, puisque le flux n'est pratiquement plus pulsé, et que l'écoulement se fait en régime établi. Par contre, la concentration des globules rouges dans la région axiale et la formation des couches plasmatiques près de la paroi caractérisent un écoulement biphasique [zit07].

3.3.3 Rhéologie sanguine

Les propriétés rhéologiques du sang sont complexes et influencées par de nombreux facteurs d'autant plus que le sang n'est pas un fluide homogène. Parmi ces propriétés, la relation entre contraintes appliquées et vitesses de déformation est l'une des plus importantes à connaître [zit07].

Il s'agit de contraintes de cisaillement τ , de vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}$, et le rapport $\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ qui constitue la viscosité dynamique apparente.

La viscosité d'un fluide caractérise les modifications transversales que subit la vitesse de déplacement de ce fluide .

La loi de comportement rhéologique qui caractérise le matériau étudié peut être défini par la courbe donnant les variations de τ en fonction de $\dot{\gamma}$ (figure(3.2)).

Quand cette courbe est une droite passant par l'origine, τ est proportionnel à $\dot{\gamma}$ et l'on a : $\tau = \mu_a \dot{\gamma}$.

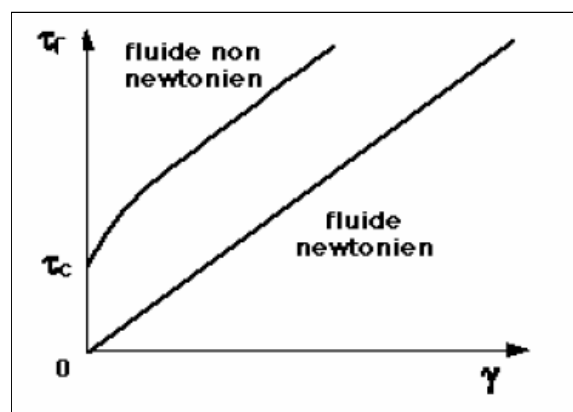


FIG. 3.2 – Courbes viscosimétriques d'un fluide newtonien et d'un fluide non-newtonien. [zit07]

Le sang est non newtonien et ce, du fait de sa composante cellulaire (figure(3.3)) . Le sang est une suspension de cellules dans le plasma. Ce dernier a un comportement parfaitement

newtonien, (sa viscosité est de $1.6 \cdot 10^{-2} Po$ (poiseuille) à $37^\circ C$).

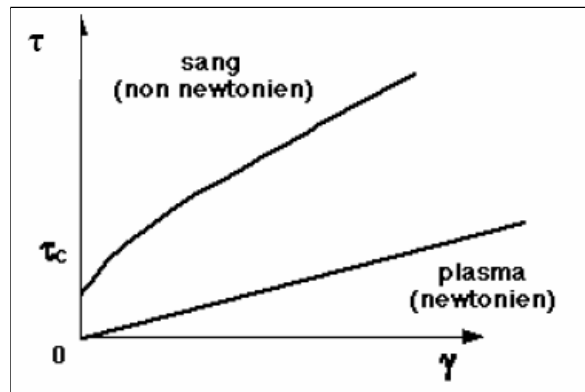


FIG. 3.3 – Comportement rhéologique du sang et du plasma.[zit07]

Comportement newtonien du sang : La viscosité du sang

Le nombre insignifiant de globules blancs devant le nombre de globules rouges traduit le fait que le comportement rhéologique du sang est étroitement lié au comportement des globules rouges. Ce comportement est newtonien quand les contraintes visqueuses sont assez fortes, mais il faut également que l'échelle des longueurs soit précisée dans ce cadre : le diamètre des conduits doit être bien plus grand que celui des globules.

Les facteurs influençant la viscosité du sang sont essentiellement l'hématocrite, la température et la déformabilité des hématies.

Aussi, et du fait que le fluide sanguin est une suspension de particules dans un liquide newtonien, plus l'hématocrite augmente, plus la viscosité est grande. Il est à noter que la viscosité apparente du sang n'évolue pas avec la température quand le gradient de vitesse est élevé (supérieur à 80 cm/s), mais augmente quand celui-ci est faible (inférieur à 1 cm/s). Indépendamment de leur concentration (l'hématocrite) et de leur agrégabilité, la déformabilité et la viscosité interne des hématies jouent un rôle très important dans la viscosité sanguine globale. A l'état normal la viscosité du sang est trois fois plus grande que celle du plasma. Le sang ne se comporte pas comme une suspension de particules solides, mais plutôt comme une suspension de gouttes de liquide déformables. Cette déformabilité dépend des propriétés mécaniques de la membrane de la goutte et de sa viscosité interne (hémoglobine). Il est en tout cas remarquable que, même avec un hématocrite de 95 %, le sang continue à se comporter comme un liquide.

Comportement non newtonien du sang

Quand les contraintes visqueuses sont insuffisantes, les globules rouges s'agglomèrent face à face en formant des rouleaux et la présence de ces rouleaux modifie profondément le comportement rhéologique du sang. La viscosité apparente du sang diminue quand il s'écoule dans des conduits de diamètres décroissants : c'est l'effet Fåhræus-Lindquist (figure(3.4)) et il apparaît dès que le diamètre vasculaire descend en dessous de 0,5 mm environ. Plusieurs hypothèses ont été émises pour expliquer ce phénomène. La plus probable est celle qui suppose l'existence d'une couche de plasma, sans globule, au contact de la paroi.

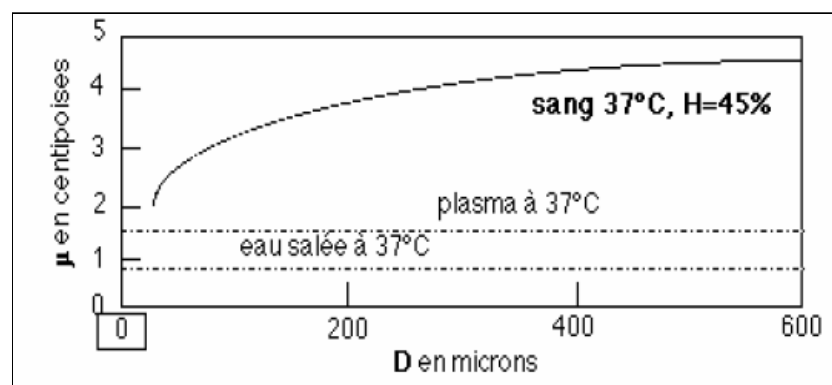


FIG. 3.4 – Effet Fåhræus-Lindqvist : diminution de la viscosité du sang avec la diminution du diamètre du tube.[zit07]

Cette couche plasmatique est de très faible épaisseur, de l'ordre du diamètre des globules. En dehors de cette couche, l'hématocrite est soit constante, soit fonction du rayon du tube. Par ailleurs, l'on observe que l'hématocrite moyen dans un compartiment vasculaire dont le diamètre est inférieur à quelques $10^{\text{ième}}$ de mm est inférieur à l'hématocrite du réservoir vasculaire d'amont (de très gros diamètre) (figure(3.5)). Il n'est pas indépendant de l'effet Fåhræus-Lindqvist, tous deux étant liés au fait que la répartition radiale des globules n'est pas uniforme dans les conduits de faible diamètre.

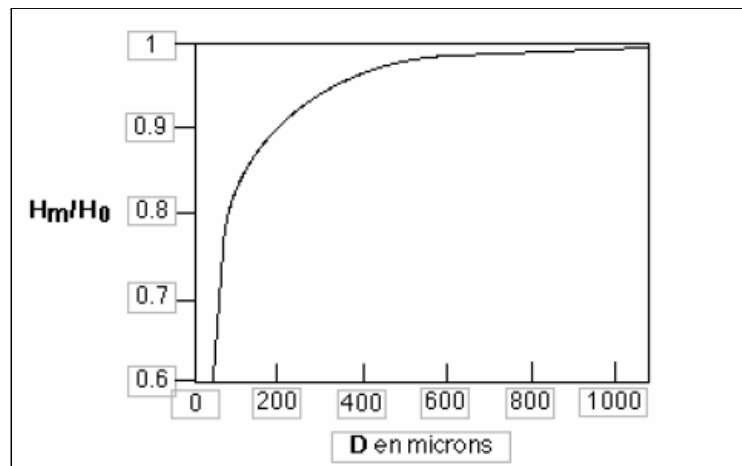


FIG. 3.5 – Effet Fåhræus : diminution de l'hématocrite moyen H_m du tube avec la diminution de son diamètre.[zit07]

Comportement biphasique

Lorsque le sang s'écoule dans les micro-vaisseaux dont le diamètre est de l'ordre de grandeur de celui des globules rouges, l'hypothèse d'un milieu continu devient caduque.

Dans certains cas, le diamètre d'un globule non déformé ($7 \mu m$) est supérieur à celui du capillaire qu'il traverse ($5 \mu m$). Le problème qui se pose est alors un problème d'écoulement à deux phases (biphasique). L'on considère alors un fluide continu, incompressible et newtonien, dans lequel sont emportés des corps libres et déformables. L'étude de ces écoulements est évidemment extrêmement difficile à mener. Certains auteurs ont montré que la viscosité relative du fluide varie d'une manière non linéaire avec la vitesse débitante, de telle sorte que la résistance hydraulique offerte par le conduit diminue à mesure que le débit augmente. L'explication simple de ce résultat inattendu est que la traction tangentielle visqueuse s'exerçant sur le globule s'accroît quand la vitesse moyenne du globule rouge augmente. Le globule rouge prend une forme alors plus allongée et par conséquent laisse un espace plus important entre lui et la paroi, et qui entraîne une réduction de la contrainte pariétale.

Si au contraire le débit tend vers zéro, le globule tend à reprendre sa forme naturelle et, comme un piston, tend à occuper toute la section du capillaire.

3.3.4 Discussion

Au premier ordre, le sang peut être considéré comme un fluide newtonien s'écoulant dans un long tube rigide de diamètre variable. L'écoulement laminaire d'un tel fluide dans un long tube rigide de rayon R est caractérisé par une distribution parabolique de la vitesse d'écoulement à travers son diamètre, avec la valeur maximum v_0 au centre de tube (voir figure (3.6)), selon la loi [jen99] [wil90] :

$$v(r) = v_0 \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (3.1)$$

R étant le rayon du tube.

r est la distance à partir de la ligne centrale de tube.

En réalité, le sang n'est pas un fluide incompressible et il possède une viscosité qui change avec le cisaillement. En outre, les vaisseaux sanguins ne sont pas rigides ils possèdent une certaine élasticité et constituent un réseau compliqué de tubes de différentes formes et de différentes sections interconnectés les uns aux autres. Sous l'effet de pompage du coeur, l'écoulement est pulsé et parfois turbulent (flux non stationnaire). Malgré ses limites, l'approximation de l'écoulement laminaire constitue un excellent outil d'interprétation des résultats fournis par les appareils Doppler à ultrasons qui sont devenus un outil standard pour une description non invasive de l'écoulement du sang in vivo [sza04].

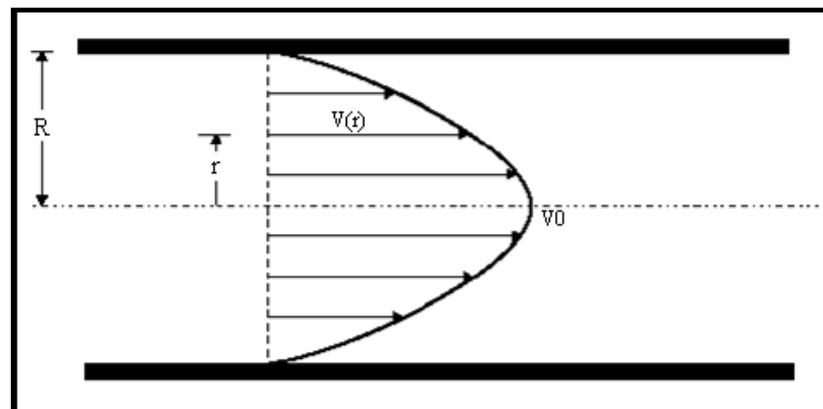


FIG. 3.6 – Coupe longitudinale d'un tube à section constante, mettant en évidence le profil parabolique des vitesses dans le cas d'un écoulement laminaire.

3.4 Effet Doppler

3.4.1 Historique

Cet effet fut découvert pour la première fois en 1842 par le physicien autrichien, Christian Doppler sur des ondes lumineuses. En acoustique l'effet Doppler se réfère au changement de fréquence du son engendré par le déplacement de la source ou de l'observateur. En effet le son émis, à une fréquence donnée par une source en mouvement, est capté par un observateur à une fréquence décalée de celle émise : ce décalage est la fréquence Doppler. L'équation fondamentale peut être établie à partir des deux situations suivantes [kri05] :

- la source est en mouvement et l'observateur est immobile ;
- la source est fixe et l'observateur est en mouvement.

Quand un écho est réfléchi par un corps en mouvement (le corps du fœtus par exemple), il voit sa fréquence se modifier en raison du changement de distance entre la source et le récepteur et ceci en fonction de la vitesse de la cible.

Il est ainsi possible de savoir si un corps (un globule rouge dans un vaisseau par exemple) se déplace, à quelle vitesse et dans quelle direction.

3.4.2 Principe de l'effet Doppler

D'une façon générale, l'effet Doppler est la variation de fréquence entre une onde acoustique ou électromagnétique émise par une source et celle reçue par un récepteur, en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre (figure (3.7)).

Considérons une source ultrasonore immobile émettant des ondes à une fréquence f_e et un récepteur se déplaçant à la vitesse v dans un milieu où la célérité des ondes acoustique est c . Par convention, la vitesse est considérée positive quand la cible se déplace en direction du transducteur, et négative quand elle s'en éloigne. Si la trajectoire de la cible forme un angle θ par rapport à la direction de propagation des ondes ultrasonores, la fréquence des ondes perçues par la cible est donnée par [wil90] :

$$f_g = f_e \pm \frac{f_e v \cos(\theta)}{c} \quad (3.2)$$

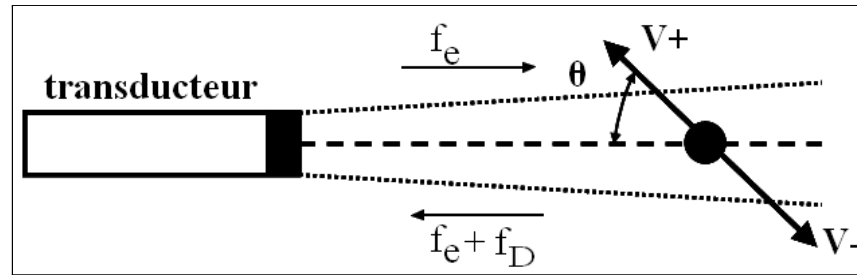


FIG. 3.7 – Représentation schématique de l'effet Doppler.

Si l'impédance acoustique de la cible est différente du milieu dans lequel elle se déplace, elle rétrodiffuse partiellement les ondes acoustiques. Elle peut, par conséquent, être assimilée à une source ultrasonore mobile. La fréquence f_r des ondes rétrodiffusées perçues par un transducteur immobile est :

$$f_r = \frac{c}{c \mp v \cos(\theta)} f_e \quad (3.3)$$

En combinant (3.2) et (3.3), la fréquence des ondes reçues f_r est :

$$f_r = f_e \left(\frac{c \pm v \cos(\theta)}{c \mp v \cos(\theta)} \right) \quad (3.4)$$

L'application de cette relation aux écoulements sanguins peut se simplifier, car la vitesse des érythrocytes est toujours bien inférieure à la célérité de l'onde ultrasonore ($v \ll c$). En négligeant les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 dans le développement en série de (3.4), cette dernière relation devient :

$$f_r = f_e \left(1 \pm \frac{2v \cos(\theta)}{c} \right) \quad (3.5)$$

L'écart de fréquence entre l'émission et la réception, dénommé fréquence Doppler, est donné par :

$$f_D = f_r - f_e = \pm \frac{2f_e v \cos(\theta)}{c} \quad (3.6)$$

Dans les applications médicales des ultrasons, les fréquences ultrasonores utilisées sont situées dans la gamme allant de 1 à 20 MHz ce qui correspond à des longueurs d'onde d'une fraction de millimètre, la vitesse des ultrasons dans les tissus mous étant de 1540 ms^{-1} à 5 % près. Le choix de la fréquence d'émission résulte d'un compromis entre l'atténuation de

l'onde ultrasonore (fonction de la fréquence et de la profondeur de l'examen) et le pouvoir de rétrodiffusion des organes qui croit avec la fréquence (en fait selon f_e^4 , loi de Rayleigh) [gra99] :

- pour les vaisseaux profonds, les sondes utilisées sont de 3 MHz , voire de 2 MHz ;
- pour les vaisseaux superficiels, les sondes varient de 5 à 13 MHz .

Pour les vaisseaux artériels et les veines importantes, les fréquences Doppler se situent entre 50 Hz et 20 kHz ce qui, par chance, correspond à une gamme de fréquence perceptible par l'oreille humaine. Notons qu'un traitement du signal d'écho est nécessaire si l'on désire mettre en évidence cette propriété [hil04] [sza04] [wil90].

Prenons l'exemple de la circulation artérielle où le sang se déplace à une vitesse de l'ordre de 30 cm/s . En utilisant une sonde échographique fonctionnant à 7 MHz , et dans le cas d'un angle égal à 60° , la fréquence Doppler estimée est égale à [mar09] :

$$f_D = \frac{2 * 7 * 10^6 * 0.3 * \cos(60)}{1540} \approx 1360 \text{ Hz}$$

ce qui correspond à une fréquence audible par l'oreille humaine. Ce son de fréquence f_D est le son entendu lors d'un examen clinique Doppler d'une artère. Une modification de la vitesse des globules rouges entraîne donc directement une modification du son entendu.

La relation (3.6) n'est valable que pour un cas très particulier. En effet elle suppose un champ ultrasonore monochromatique, une section du faisceau acoustique infinie et une vitesse des globules rouges uniforme et constante. Ces hypothèses ne sont malheureusement jamais satisfaites lors de la mesure de flux sanguins [wil90].

3.5 Dispositifs Doppler ultrasonores

Actuellement, deux grandes familles de systèmes de mesure sont utilisées dans les appareils du commerce : le Doppler continu et le Doppler pulsé.

3.5.1 Le système Doppler continu

Historiquement, les systèmes Doppler à émission continue furent les premiers appareils ultrasonores à effet Doppler. Ils utilisent habituellement deux transducteurs hémisphériques dans la même sonde, le premier étant destiné à émettre les ondes ultrasonores et le second à les recevoir [kri05].

Les Doppler à émission continue n'ont aucune résolution en profondeur ; toutefois les ultrasons venant des grandes profondeurs sont plus atténués que ceux réfléchis à proximité du

transducteur.

L'appareillage effectue la comparaison des deux fréquences f_e et f_r au niveau d'un démodulateur pour en extraire, en continu, la fréquence Doppler.

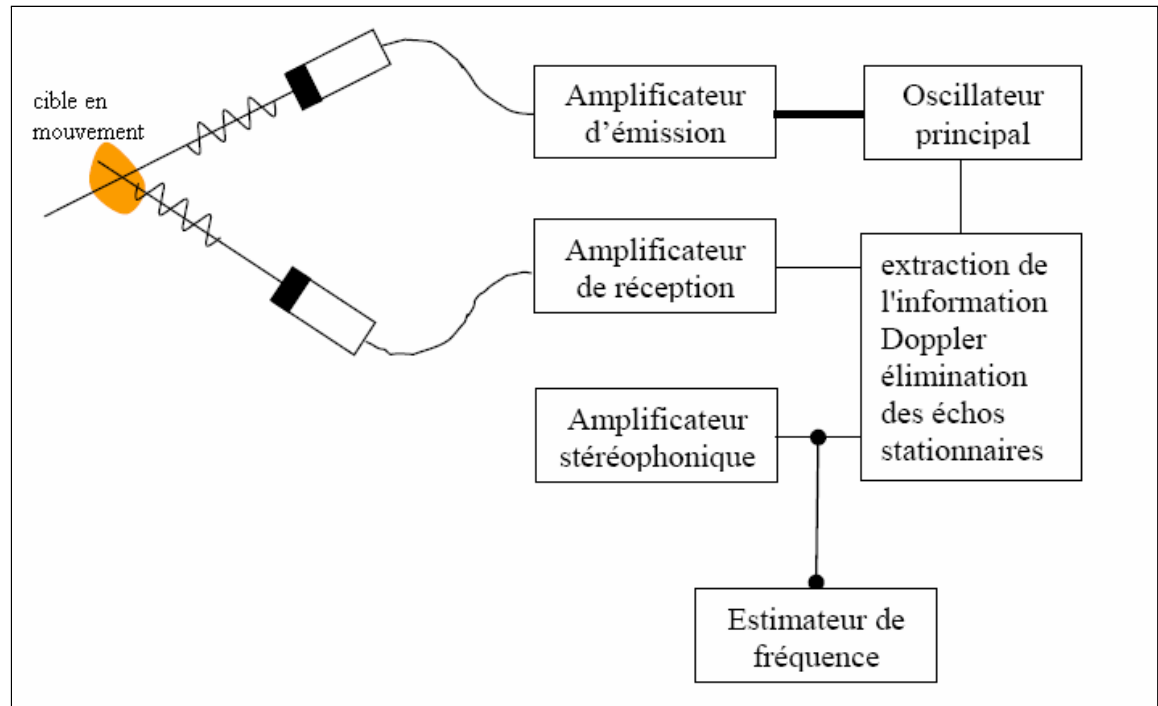


FIG. 3.8 – Principe de Doppler à émission continue.

La figure (3.8) illustre le schéma de principe d'un Doppler à émission continue. L'oscillateur génère la fréquence de base des ultrasons émis, fréquence qui varie entre 1 MHz et 20 MHz selon la profondeur de pénétration souhaitée. Le signal électrique provenant de l'oscillateur est transformé en ondes acoustiques par le transducteur d'émission, ondes qui se propagent dans le corps. Une faible partie de l'énergie des ondes réfléchies par les différents tissus, fixes ou mobiles, est captée par le transducteur de réception qui les convertit en signal électrique. Ce signal de haute fréquence est amplifié et analysé, afin d'extraire la fréquence Doppler qu'il contient. Les appareils les plus simples ne font qu'amplifier le signal Doppler de manière à alimenter un haut-parleur. Une amélioration est apportée par la séparation des fréquences Doppler positives et négatives en formant un signal audible stéréophonique. Chaque canal donne alors l'information Doppler relative à une direction de l'écoulement [kri05].

Cette amélioration permet de différencier les écoulements artériels et veineux, ainsi que les reflux dans les artères périphériques. L'adjonction d'une unité de mesure et d'affichage de la

fréquence Doppler permet une appréciation plus objective des mesures. La mesure de contenu spectral des signaux Doppler au cours du temps est la méthode la plus répandue. Elle consiste à afficher l'évolution de l'intensité des composantes du spectre au cours du temps à l'aide d'une échelle de gris ou de couleurs. Une telle représentation porte le nom de sonogramme [wil90].

L'étude quantitative des écoulements sanguins par Doppler à émission continue est délicate. Ceci est essentiellement dû au manque de résolution en profondeur qui caractérise les appareils à effet Doppler. Ce défaut peut parfois s'avérer être un avantage, car avec ce type d'appareil il n'est pas nécessaire de localiser en profondeur le vaisseau sanguin. Les Doppler à émission continue sont aujourd'hui très employés en milieu hospitalier, car ils sont simples à utiliser et d'un prix modeste [wil90].

Démodulation

Le signal d'écho reçu par le transducteur peut être vu comme étant une onde porteuse modulée en fréquence et en amplitude par les échos provenant de la cible (les globules rouges), ainsi que par les échos provenant des structures stationnaires et quasi-stationnaires. L'intensité des échos issus des globules étant beaucoup plus petite que celle provenant des structures quasi-stationnaires, le processus de démodulation demande une aptitude à la détection et à l'extraction des signaux de très faible amplitude et de fréquence très proche de la porteuse.

Une manière d'extraire l'information Doppler consiste à comparer le signal d'écho au signal émis, signal qui prend la valeur de référence. La différence de fréquence entre ces deux signaux engendre alors un battement à la fréquence Doppler [wil90]. Un tel système est décrit sur la figure (3.9). Le signal reçu est multiplié par un signal en quadrature à la fréquence émise f_e pour retrouver le décalage Doppler. C'est pourquoi on parle de démodulation en quadrature de phase [kri05].

Le signal d'émission est :

$$e(t) = \cos(2 \pi f_e t) \quad (3.7)$$

Le signal reçu r_s a subi à la fois un décalage en temps t_0 et en fréquence f_e , il est égal à [wil90] :

$$r_s = a \cos [2 \pi f_e \alpha(t - t_0)] \quad (3.8)$$

où α est appelé facteur de compression temporelle donné par :

$$\alpha \approx 1 - \frac{2 v_z}{c}$$

on pose $\phi = 2 \pi f_e \alpha t_0$

le signal reçu r_s devient :

$$r_s = a \cos \left[2 \pi \left(f_e - \frac{2 |\vec{v}| \cos(\theta)}{c} f_e \right) + \phi \right] \quad (3.9)$$

or

$$r_s = a \cos [2 \pi (f_e + f_D) + \phi] \quad (3.10)$$

Si on multiplie ce signal par le signal émis, on obtient le signal suivant :

$$i(t) = r_s \cdot e(t) = a \cos [2 \pi (f_e + f_D) + \phi] \cos(2 \pi f_e t)$$

$$i(t) = \frac{a}{2} \{ \cos [2 \pi (2 f_e + f_D)t + \phi] + \cos(2 \pi f_D t + \phi) \}$$

Si on le multiplie maintenant par le signal en quadrature, on obtient le signal :

$$q(t) = r_s \cdot e\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -a \cos [2 \pi (f_e + f_D) + \phi] \sin(2 \pi f_e t)$$

$$q(t) = \frac{a}{2} \{ \sin [2 \pi (2 f_e + f_D)t + \phi] - \sin(2 \pi f_D t + \phi) \}$$

Après un filtrage passe-bas de $i(t)$ et de $q(t)$, on obtient la composante directe (ou en phase) :

$$I(t) = a \cos(2 \pi f_D t + \phi)$$

et la composante en quadrature :

$$Q(t) = a \sin(2 \pi f_D t + \phi)$$

La direction du décalage Doppler est alors déterminée par la relation de phase entre la composante directe et en quadrature :

$$f_d > 0 \text{ si } Q(t) \text{ est en retard sur } I(t)$$

$$f_d < 0 \text{ si } Q(t) \text{ est en avance sur } I(t)$$

Un signal Doppler directionnel est le signal complexe $I(t) + jQ(t)$ (figure (3.9)).

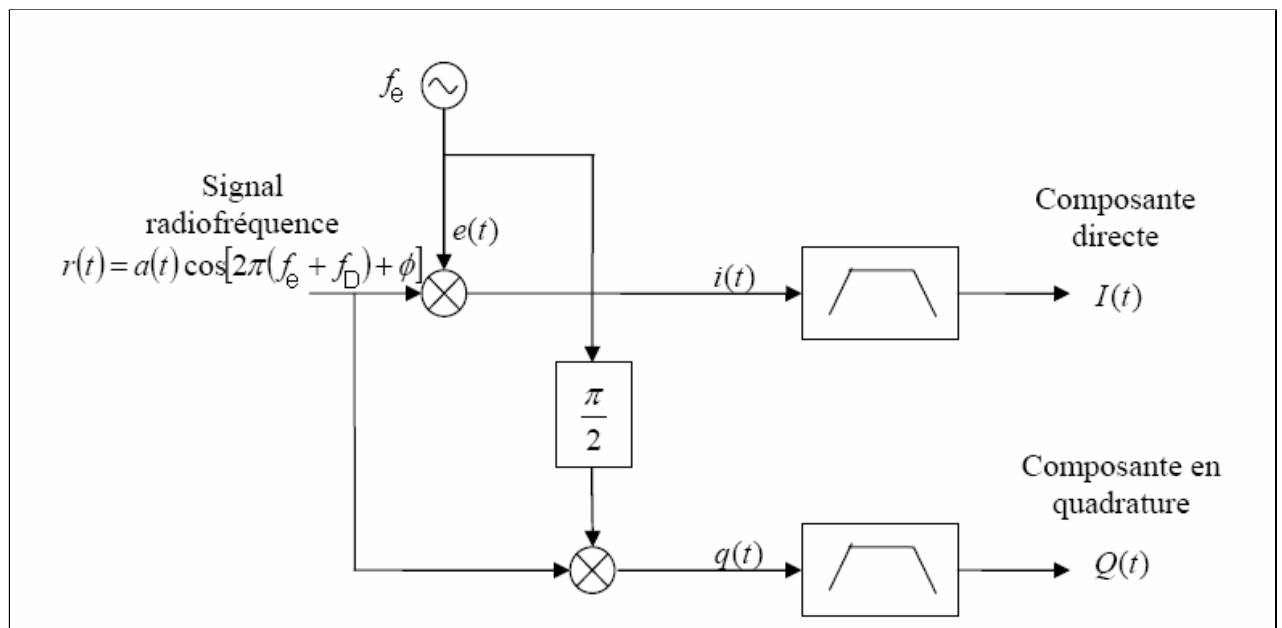


FIG. 3.9 – Une démodulation et un filtrage du signal d'écho $r(t)$ permettent de déterminer les composantes en phase $I(t)$ et en quadrature $Q(t)$.

La connaissance des composantes en phase et en quadrature permet de déterminer la direction de l'écoulement, les composantes de fréquence positive des signaux Doppler sont engendrées par les mouvements se rapprochant du transducteur tandis que les composantes de fréquence négative sont engendrées par les mouvements s'éloignant du transducteur [kri05].

Les signaux Doppler étant des signaux à bande étroite ($f_D \ll f_e$), le multiplicateur peut être remplacé par un échantillonneur travaillant à la fréquence d'émission f_e . Cette méthode ne provoque aucun biais tant que la largeur des spectres Doppler est inférieure à la moitié de la fréquence d'émission [wil90].

Les avantages du Doppler continu sont sa grande sensibilité pour détecter des flux lents et sa faible puissance acoustique, l'absence de limite pour calculer les flux rapides et son coût peu élevé. Il a cependant des limites : l'absence de résolution spatiale en raison du fait que le signal reçu est indépendant de la profondeur et que les fréquences Doppler détectées proviennent de l'ensemble des cibles rencontrées sur le faisceau. Cependant une analyse spectrale du signal complexe recueilli permet de lever en partie ce handicap.

Dans un dispositif à Doppler continu, le signal Doppler directionnel est continu. Il présente l'inconvénient de ne pas pouvoir distinguer les signaux en provenance de deux structures proches

(deux veines par exemple).

3.5.2 Le système Doppler pulsé

Le système Doppler pulsé est caractérisé par une sonde à cristal unique qui alternativement émet un faisceau d'ultrasons et reçoit le faisceau réfléchi. Le délai entre deux impulsions détermine la fréquence de répétition des impulsions, notée f_{PRF} (Pulse Repetition Frequency). Entre ces deux impulsions, le signal réfléchi est analysé pendant une durée très courte que l'on peut appeler la "fenêtre d'écoute". Le délai entre la fin de l'impulsion et le début de la "fenêtre d'écoute" détermine la profondeur sélectionnée d'analyse du signal Doppler (c'est la profondeur du volume d'échantillonnage). Le temps d'analyse du signal réfléchi, c'est-à-dire la largeur de la "fenêtre d'écoute", détermine la taille du volume d'échantillonnage.

La f_{PRF} détermine la profondeur du champ d'exploration : pour explorer des champs profonds cette f_{PRF} doit être basse ; pour explorer des champs superficiels on peut l'augmenter. Cette f_{PRF} détermine également la sensibilité aux flux : une sensibilité aux flux lents nécessite une f_{PRF} basse (environ 700 à 800 Hz pour les flux veineux et les petits flux parenchymateux). Avec une fréquence de répétition f_{PRF} basse, les flux artériels rapides seront également détectés mais ils ne pourront pas être quantifiés à cause d'un phénomène d'ambiguïté fréquentielle, ou aliasing ; l'étude de ces flux rapides nécessite au contraire une f_{PRF} élevée (de l'ordre de 2 à 4 kHz).

Une émission ultrasonore pulsée permet de déterminer la distance des cibles responsables des échos Doppler et d'en mesurer leur vitesse. La célérité de l'onde ultrasonore étant à peu près constante dans le corps humain [wil90]. Le système peut être rendu multiportes simplement en échantillonnant plusieurs fois les composantes $I(t)$ et $Q(t)$. La fréquence d'échantillonnage des composantes directe et en quadrature est la fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} [kri05].

Principe de l'échographie Doppler pulsée

Le principe de l'échographie Doppler repose sur la retrodiffusion d'ondes ultrasonores par les globules rouges lors de leur écoulement dans les vaisseaux sanguins. Le transducteur est excité par une suite périodique d'impulsions séparées par des intervalles de temps égaux à T_{PRF} appelée la période de répétition des impulsions et donnée par $T_{PRF} = 1/f_{PRF}$. On choisit un certain nombre de signaux provenant de la diffusion des ultrasons par une cible mobile et séparés par la période de répétition des impulsions T_{PRF} . On constate qu'au fur et à mesure que la cible se déplace, le temps de vol de l'impulsion ultrasonore $t_0 = 2d/c$ change ; il diminue lorsque la cible se rapproche du transducteur et il augmente lorsqu'elle s'en éloigne. On étudie l'évolution

de l'amplitude du signal ultrasonore rétrodiffusé à un instant fixe t_s après chaque impulsion d'émission. Cet instant correspond à une profondeur donnée. Le signal résultant appelé signal Doppler, correspond dans le cas idéal à une évolution périodique des amplitudes mesurées aux instants $t_n = nT_{PRF} + t_s$ (n entier)(figure (3.10) [hpj86]). Ceci n'est évidemment valable que si l'instant de mesure t_s se situe entre le début et la fin de l'écho correspondant à l'impulsion émise [jen07] [mun00] [tor07] [wil90].

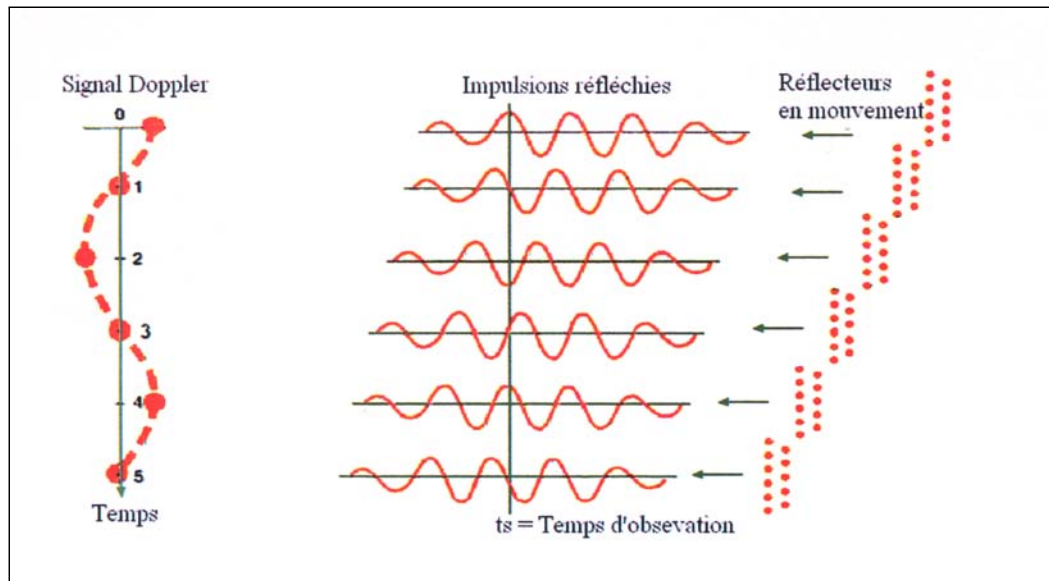


FIG. 3.10 – Principe de fonctionnement du Doppler pulsé.

Le principe de la détermination de la fréquence Doppler est basé sur la mesure de la différence de phase entre l'impulsion émise et l'impulsion rétrodiffusée par une cible qui est donnée par :

$$\phi = \pm 2\pi f_e t_0 \quad (3.11)$$

où t_0 représente le temps d'un aller-retour du signal associé à la profondeur de la cible (la référence temporelle étant l'instant d'émission).

Par définition, la fréquence est donnée par :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.12)$$

En utilisant (3.11), il vient :

$$f = \pm f_e \frac{dt_0}{dt} \quad (3.13)$$

Le temps de vol de l'impulsion t_0 se calcule par :

$$t_0 = \frac{2d}{c} \quad (3.14)$$

où d est la distance séparant le transducteur de la cible au moment où celle-ci rétrodiffuse l'impulsion ultrasonore. En calculant la différentielle de (3.14) et en l'introduisant dans (3.13), on obtient :

$$f = f_D = f_e \frac{2v \cos(\theta)}{c} \quad (3.15)$$

où $v \cos(\theta)$ est la projection de la vitesse de la cible sur l'axe du champ ultrasonore.

Par analogie avec la relation (3.6) la fréquence f_D la relation (3.15) est appelée fréquence Doppler.

L'avantage essentiel du Doppler pulsé est de bénéficier d'une résolution spatiale qui permet de localiser l'enregistrement Doppler en profondeur. La résolution axiale est déterminée par la longueur de l'impulsion qui est caractéristique de chaque transducteur. Cette résolution est bonne en échographie car les pulses utilisés sont courts (2 – 3 cycles) et elle est moins bonne en Doppler pulsé car ils sont longs. La focalisation du faisceau détermine la résolution latérale (elle est maximale dans la zone de focalisation et moindre à distance).

Les limites du Doppler pulsé sont : sa plus faible sensibilité pour détecter les flux très lents, la plus forte puissance acoustique nécessaire et le risque d'ambiguïtés en fréquence (ou aliasing) et en profondeur.

Une émission ultrasonore pulsée permet donc de déterminer la distance des cibles responsables des échos Doppler et d'en mesurer les vitesses, contrairement au Doppler à émission continue qui n'a aucune résolution en profondeur.

Dans notre étude on s'intéresse au Doppler pulsé pour déterminer la vitesse d'écoulement des cibles en mouvement, ceci est essentiellement réalisé par des techniques de traitement du signal relativement complexes [hil04] [sza04].

3.6 Techniques de traitement du signal

3.6.1 Technique de fluctuation de la phase

Cette technique présente plusieurs variantes qui sont basées sur l'effet Doppler pour l'estimation de la fréquence Doppler.

Détection de l'amplitude maximale du spectre Doppler

Le spectre Doppler est la transformée de Fourier du signal Doppler $s(t)$:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.16)$$

Dans cette technique on considère que le maximum du module de la transformée de Fourier correspond au décalage fréquentiel Doppler. Cette méthode a été et est toujours très utilisée en raison de sa simplicité et sa rapidité en termes de temps de calcul [hil04].

Fréquence moyenne du signal Doppler

Dans cette méthode, on assimile le décalage Doppler à la valeur moyenne \bar{f} de la fréquence du signal Doppler [hil04], donnée par :

$$\bar{f} = f_D = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f P(f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(f) df} \quad (3.17)$$

où $P(f)$ est le spectre de puissance ou densité spectrale du signal Doppler défini par :

$$P(f) = |S(f)|^2 \quad (3.18)$$

La variance de la fréquence correspondante est définie par :

$$\sigma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (f - \bar{f})^2 P(f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(f) df} \quad (3.19)$$

Technique d'autocorrélation

Cette technique est basée sur l'estimation de la fréquence instantanée à partir de l'autocorrélation complexe du signal analytique associé au signal Doppler $s(t)$ [hil04] [kas85] [kri05] [jen07] [wil90] .

Le signal analytique est défini par le signal complexe suivant :

$$z(t) = s(t) + iH_s(t) \quad (3.20)$$

où $H_s(t)$ est la transformée de Hilbert du signal $s(t)$, définie par l'expression :

$$H_s(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.21)$$

La fonction d'autocorrélation est obtenue à l'aide du théorème de Wiener-Khinchin qui stipule que la fonction d'autocorrélation est la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance :

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) e^{i2\pi ft} df$$

La fréquence moyenne peut s'exprimer à l'aide des dérivées par rapport au temps de la fonction d'autocorrélation $R(t)$:

$$\begin{cases} \dot{R}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} i2\pi f P(f) e^{i2\pi ft} df \\ \ddot{R}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} -4\pi^2 f^2 P(f) e^{i2\pi ft} df \end{cases} \quad (3.22)$$

En posant $t = 0$ dans ces deux dernières équations, on obtient l'expression suivante pour la fréquence moyenne :

$$\bar{f} = \frac{1}{i2\pi} \frac{\dot{R}(0)}{R(0)} \quad (3.23)$$

Cette valeur de la fréquence moyenne peut être considérée comme une estimation de la fréquence Doppler. Ce type d'estimateur donne des résultats très satisfaisants mais présente l'inconvénient de nécessiter des temps de calcul relativement longs.

La fonction d'autocorrélation $R(t)$ peut aussi s'écrire sous la forme :

$$R(t) = |R(t)| e^{i2\pi\phi_R(t)} \quad (3.24)$$

où $\phi_R(t)$ représente la phase du signal d'autocorrélation.

L'estimation du décalage Doppler est donnée par la relation suivante :

$$f_D = \bar{f} = \frac{\phi_R(T_{PRF})}{2\pi T_{PRF}} \quad (3.25)$$

La fonction d'autocorrélation peut également se mettre sous la forme suivant :

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^*(\tau) z(t + \tau) d\tau \quad (3.26)$$

Dans ce cas la fréquence Doppler s'écrit :

$$f_D = \frac{1}{2\pi T_{PRF}} t g^{-1} \left(\frac{\text{Im}(R(T_{PRF}))}{\text{Re}(R(T_{PRF}))} \right) \quad (3.27)$$

Ne disposant que d'un nombre N d'échantillons du signal complexe $z(t)$ séparés par des

intervalles de temps égaux à T_{PRF} , l'estimation de $R(T_{PRF})$ est effectuée sur ces N échantillons et s'écrit [wil90] :

$$R(T_{PRF}) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} z^*(i) z(i+1) \quad (3.28)$$

On en déduit le décalage ou fréquence Doppler :

$$f_D = \frac{1}{2\pi T_{PRF}} \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^{N-1} s(i) H_s(i+1) + s(i+1) H_s(i)}{\sum_{i=1}^{N-1} s(i) s(i+1) + H_s(i+1) H_s(i)} \right) \quad (3.29)$$

Les techniques de traitement du signal décrites précédemment permettent donc une estimation de la fréquence Doppler. La vitesse d'écoulement des cibles est déduite à partir de la relation suivante :

$$v = \frac{f_D c}{2 f_e \cos(\theta)} \quad (3.30)$$

3.6.2 Limites des méthodes de fluctuation de la phase

Dépendance angulaire

La fréquence Doppler ou décalage Doppler est liée à la vitesse des cibles (globules rouges) par la relation (3.30).

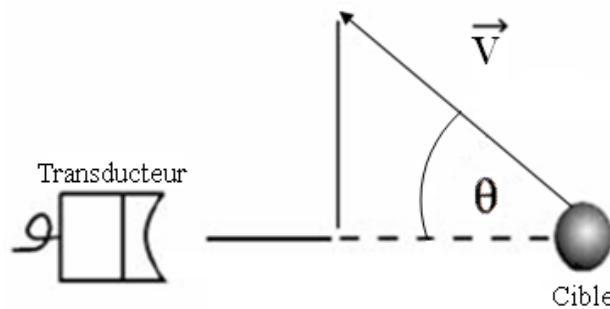


FIG. 3.11 – La dépendance angulaire.

La vitesse mesurée est la composante axiale de la vitesse de déplacement des cibles ; les vitesses selon une direction perpendiculaire à l'axe du transducteur ($\theta = \pi/2$) seront sous estimées

et dans ce cas la fréquence Doppler est nulle [hil04] [tor07].

Le phénomène de recouvrement spectral (Aliasing)

La fréquence Doppler est reconstruite à partir d'échantillons séparés par T_{PRF} (signal Doppler), les signaux Doppler à émission pulsée sont donc soumis au théorème de Shannon et ne peuvent pas par conséquent mesurer des fréquences Doppler supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage (fréquence de Nyquist = $f_{PRF}/2$), car il apparaît le phénomène d'aliasing qui se traduit par un repliement du spectre Doppler (voir figure (3.12)), la vitesse maximale détectable est donnée par [hil04] :

$$v_{\max} \leq \frac{cf_{PRF}}{4f_e \cos(\theta)} \leq \frac{\lambda}{4T_{PRF}} \quad (3.31)$$

Pour éviter cette ambiguïté, on peut [gra99] :

- augmenter la f_{PRF} : de façon indépendante, en diminuant la profondeur du champ ou en augmentant l'échelle des vitesses détectables ;
- diminuer f_D : en diminuant f_e ou en augmentant l'angle θ , ce qui a pour inconvénient de diminuer la précision des mesures de vitesse.

En plus de la limitation en fréquence, les appareils Doppler à émission pulsée ont une limitation en profondeur. Cette limite est déterminée par le temps maximum d'un aller et retour de l'impulsion ultrasonore. Ce temps est fixé par la période de répétition des impulsions, ce qui donne une profondeur maximale d'analyse valant :

$$z_{\max} = \frac{cT_{PRF}}{2} \quad (3.32)$$

Il faut adapter la valeur de f_{PRF} à la profondeur pour qu'il n'y ait pas de vaisseaux détectables au-delà de la limite du champ d'exploration. Ainsi, même les signaux issus des vaisseaux profonds, et qui parviennent à la sonde tardivement, sont récupérés avant le pulse suivant. Lorsqu'on utilise une fréquence de tirs élevée, les signaux d'éventuels vaisseaux profonds peuvent arriver à la sonde après le départ de l'impulsion suivante. Les conséquences sont : soit le mélange de signaux correspondant à des vaisseaux profonds et superficiels, soit la "détection" d'un flux superficiel "fantôme" qui correspond en fait à un vaisseau profond.

Lorsqu'on suspecte cet artefact, on doit diminuer la f_{PRF} , si cela est possible, ou utiliser une sonde à plus basse fréquence car les f_{PRF} sont plus faibles.

Toute diminution de la fréquence de répétition repousse la limite en profondeur mais réduit la valeur de la fréquence Doppler mesurable ; ce qui se traduit par l'égalité suivante :

$$z_{\max} v_{\max} = \frac{c^2}{8f_e \cos(\theta)}$$

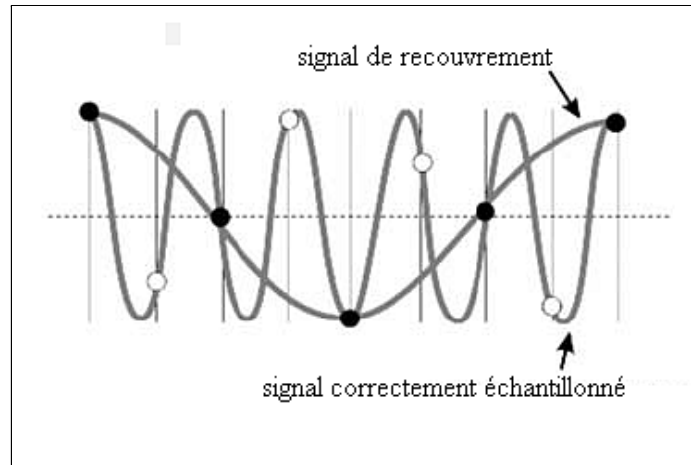


FIG. 3.12 – Le phénomène d’aliasing.

Le phénomène d’encombrement spectral (phénomène Clutter)

Lors de leur propagation dans les tissus, les ondes ultrasonores rencontrent différentes structures pouvant être très échogènes par comparaison aux globules du sang. De plus, le sang s’écoule dans des vaisseaux qui ne sont pas rigides mais présentent une certaine élasticité et peuvent donc avoir un léger mouvement. Le spectre du signal d’écho reçu au transducteur est par conséquent formé de composantes stationnaires et quasi-stationnaires de basse fréquence et de grande amplitude, ainsi que de composantes de plus haute fréquence qui proviennent de la rétrodiffusion des ondes par les érythrocytes, et qui ont une faible amplitude (voir figure (3.13)). La différence d’amplitude entre les différentes composantes est de l’ordre de 20 à 60 *dB* [wil90].

Lors de leur mouvement, les parois vasculaires engendrent un effet Doppler similaire à celui issu des globules du sang. Cette contribution perturbe la mesure des vitesses et doit être éliminée. Les composantes stationnaires et quasi-stationnaires de grande amplitude sont éliminées par un filtre passe-haut [hil04] [wil90].

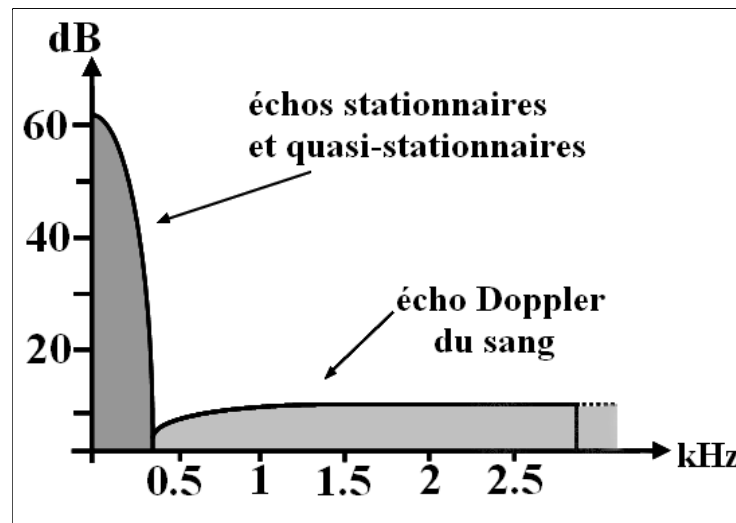


FIG. 3.13 – Différence d'amplitude entre les échos stationnaires et ceux issus du sang.

Malheureusement, ce filtre supprime aussi les fréquences des signaux Doppler issus des globules se déplaçant à faible vitesse. Son effet est surtout sensible lors de la mesure de flux diastoliques et de flux veineux. Dans la plupart des vélocimètres ultrasonores, la fréquence de coupure de ce filtre est réglable, de façon à s'adapter à l'écoulement analysé. Elle varie entre 100 et 2000 Hz [wil90].

3.6.3 Technique de poursuite de la phase

Dans cette technique, on fait l'intercorrélation de deux échos correspondants à deux impulsions d'excitation consécutives, réfléchies par une même cible en mouvement [bon86] [bon89] [hil04]. La fonction d'intercorrélation de deux signaux $x(t)$ et $y(t)$ est définie par :

$$C_{xy} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t + \tau) d\tau \quad (3.33)$$

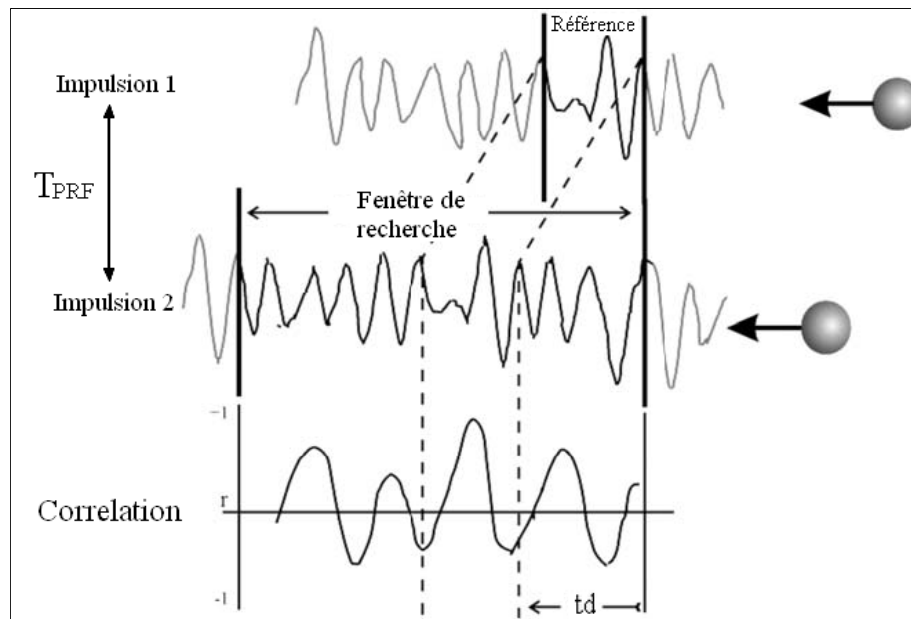


FIG. 3.14 – Principe de la méthode de la poursuite de phase.

La fonction d'intercorrélation présente un maximum pour un instant t_d égal au décalage temporel entre les deux signaux supposés identiques. Ce décalage temporel permet d'accéder directement aux vitesses circulatoires des cibles, à travers la relation qui suit :

$$v = \frac{t_d c}{2T_{PRF} \cos(\theta)} \quad (3.34)$$

3.6.4 Limites des méthodes de poursuite de la phase

Cette technique présente un certain nombre d'inconvénients. En effet, si le décalage temporel est plus petit que l'intervalle d'échantillonnage des signaux rétrodiffusés, la vitesse d'écoulement ne sera pas détectée. Pour éviter ce problème, il faut diminuer l'intervalle d'échantillonnage ou interpoler soit le signal soit la fonction d'intercorrélation. Le décalage temporel t_d maximal détectable est [hil04] :

$$t_{d\max} = \frac{\lambda}{2c} \quad (3.35)$$

Ce qui donne une vitesse maximale détectable égale à :

$$v_{\max} \leq \frac{\lambda}{4T_{PRF}} \quad (3.36)$$

3.7 Application des méthodes de traitement du signal sur des signaux simulés et sur des signaux réels

Les différentes techniques de traitement du signal décrites précédemment ont fait l'objet de notre étude à travers le développement d'un programme écrit sous MATLAB avec une interface graphique GUI, dans lequel sont introduits les différents paramètres qui caractérisent l'écoulement du fluide. Ce programme a été testé sur des signaux RF simulés dans l'hypothèse d'un écoulement laminaire à vitesse constante indépendante du temps (figures (3.15) et (3.16)), et sur des signaux RF (figure (3.17)) obtenus à partir d'un appareil Doppler à ultrasons utilisé en médecine et disponibles sur le site URI_OPT [URI09] (figure(3.18)).

- Les données d'entrée de ces programmes sont :
- Le nombre de lignes (NL) correspondant aux nombres de signaux RF étudiés.
- Le nombre d'échantillons temporels (NC) correspondant à l'échantillonnage de ces signaux RF.
- La période de répétition des impulsions T_{PRF} .
- La fréquence d'émission ultrasonore f_e .
- La vitesse d'écoulement réelle.

Pour les signaux simulés, le profil de vitesse dans une section du vaisseau étant supposé parabolique avec un maximum au centre du vaisseau sanguin. L'impulsion ultrasonore émise est une sinusoïde modulée en amplitude (modulation par une gaussienne dans le cas des figures (3.15) et (3.16)). La fréquence de la porteuse et la largeur de la gaussienne constituent des paramètres d'entrée dans le sous programme de simulation des signaux ultrasonores émis.

Les courbes se trouvant sur la partie gauche des figures ((3.15), (3.16) et (3.18)) correspondent aux signaux RF détectés lors de tirs successifs séparés par un intervalle temporel T_{PRF} . Un curseur permet de choisir la profondeur d'analyse, le signal Doppler correspondant est représenté au milieu de ces figures et la figure à coté représente le spectre de ce signal Doppler.

Enfin, les résultats des différentes techniques de traitement du signal que nous avons utilisées sont affichés à droite de ces figures. Les vitesses correspondant à une profondeur donnée sont affichées avec l'indication de l'écart relatif par rapport à la vitesse d'écoulement qu'on a introduit dans les programmes de traitement des signaux.

3.7.1 Résultats obtenus par simulation

Voir figures (3.15) et (3.16).

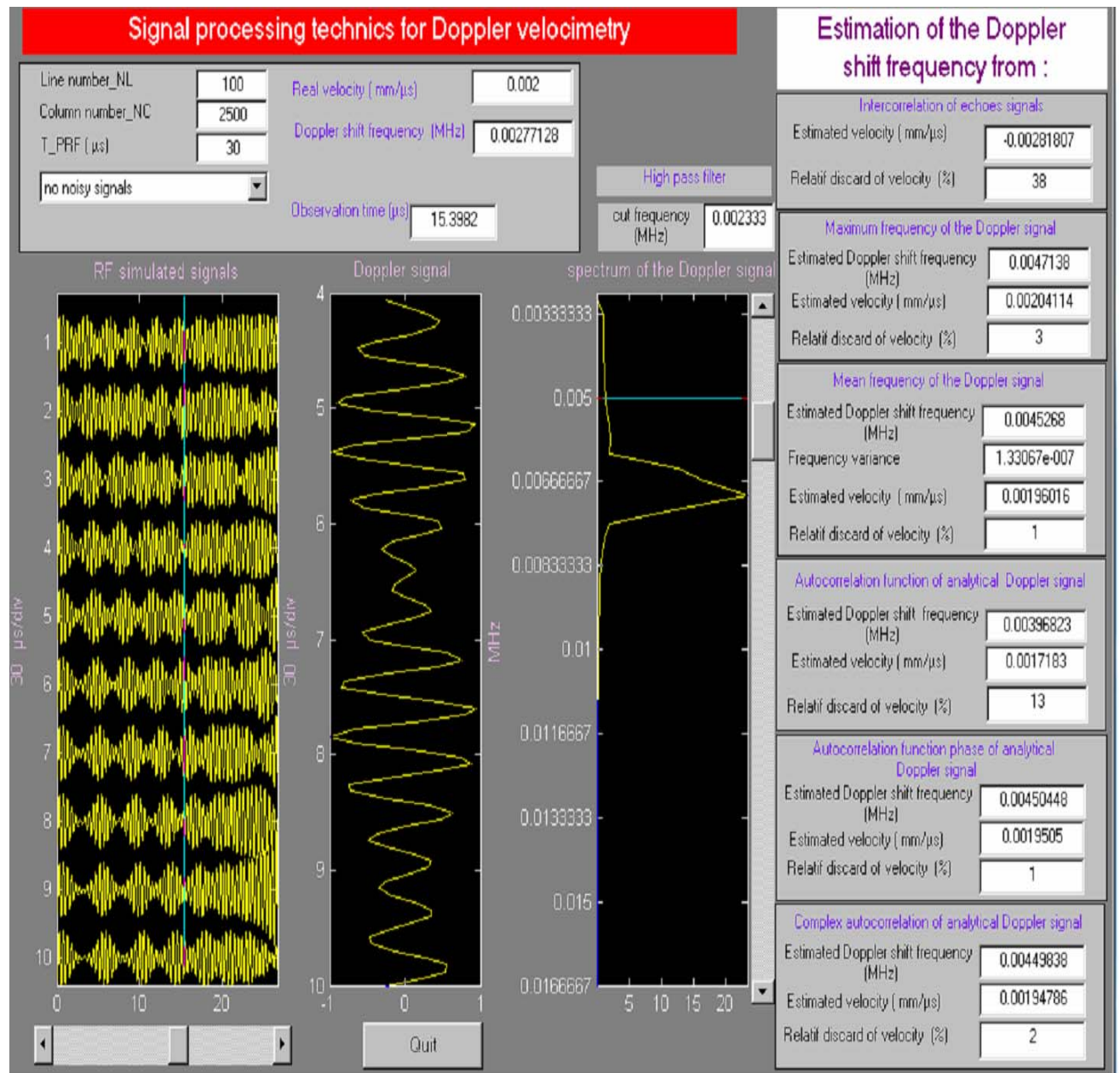


FIG. 3.15 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores en absence de bruit.

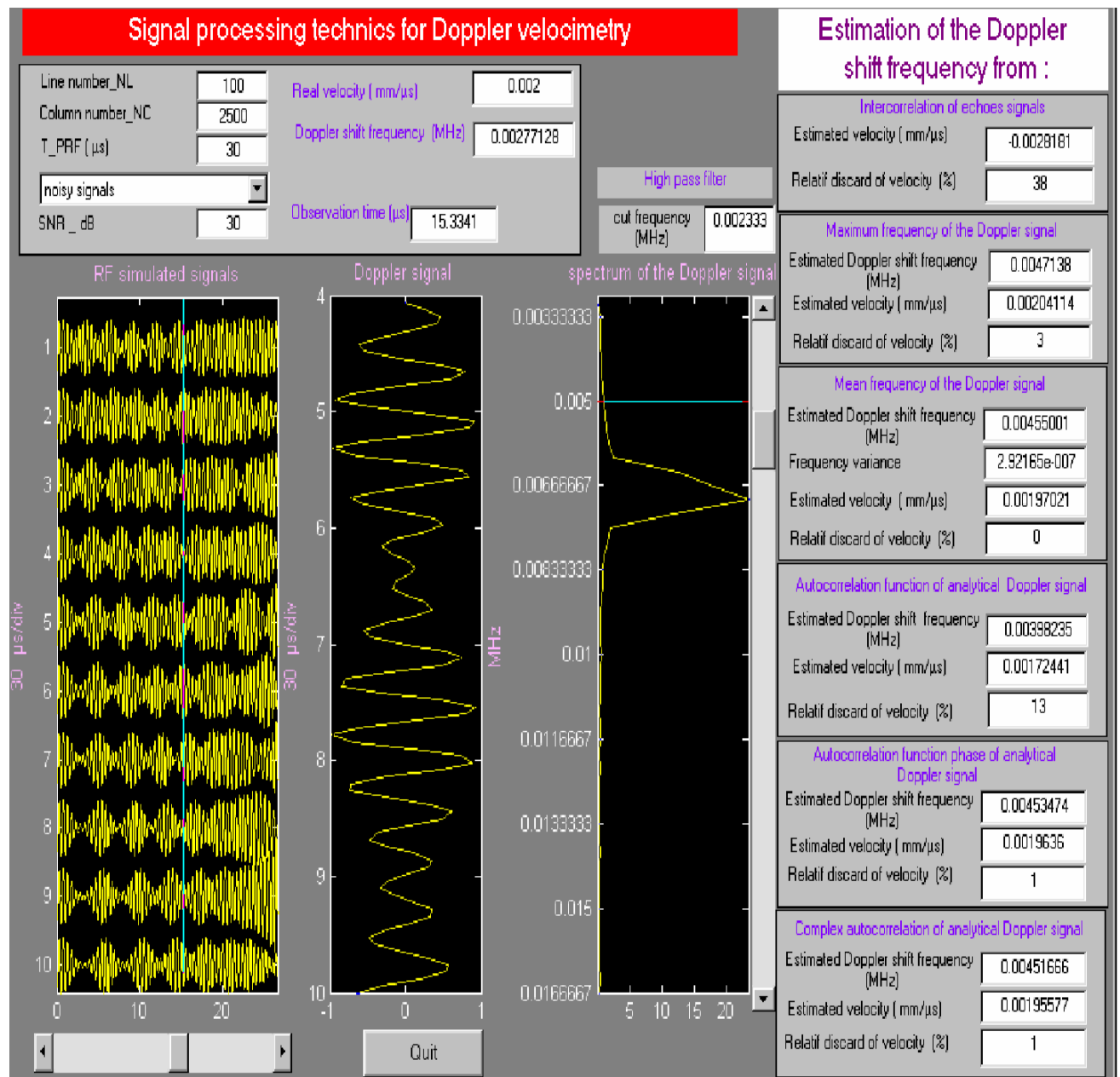


FIG. 3.16 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores en présence de bruit.

3.7.2 Résultats obtenus sur des signaux RF réels

Voir figure (3.18)

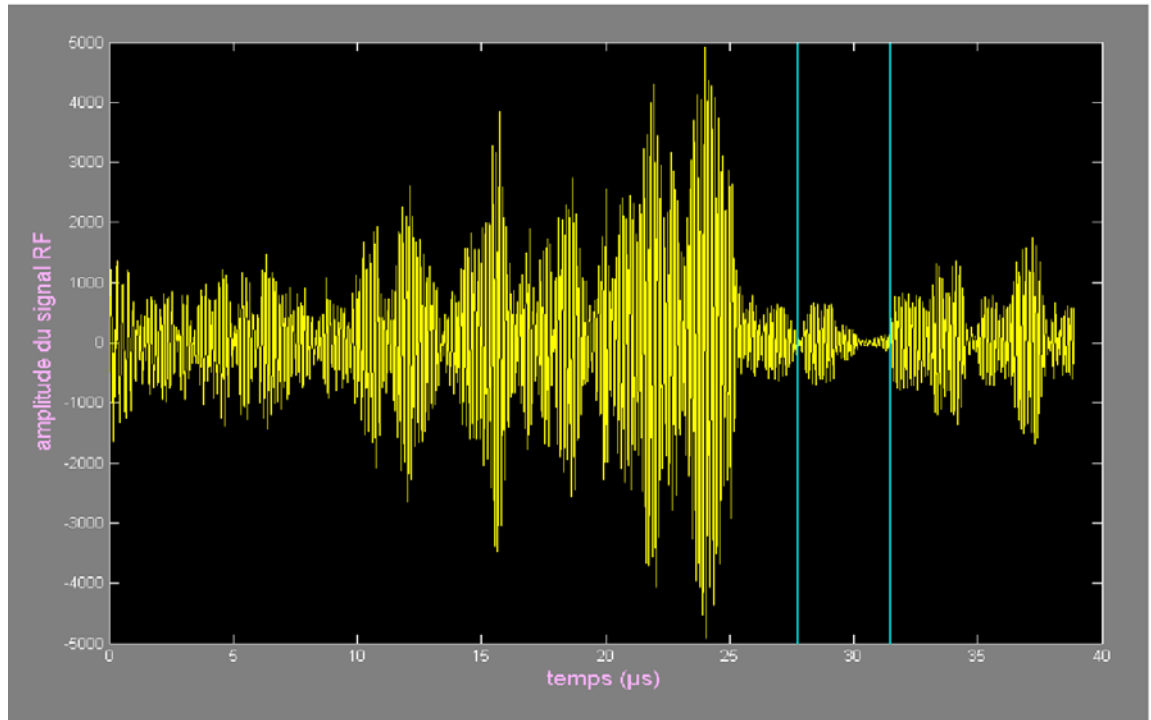


FIG. 3.17 – Echantillon d'un signal RF de URI_OPT. Les curseurs verticaux indiquent la position des signaux traités.

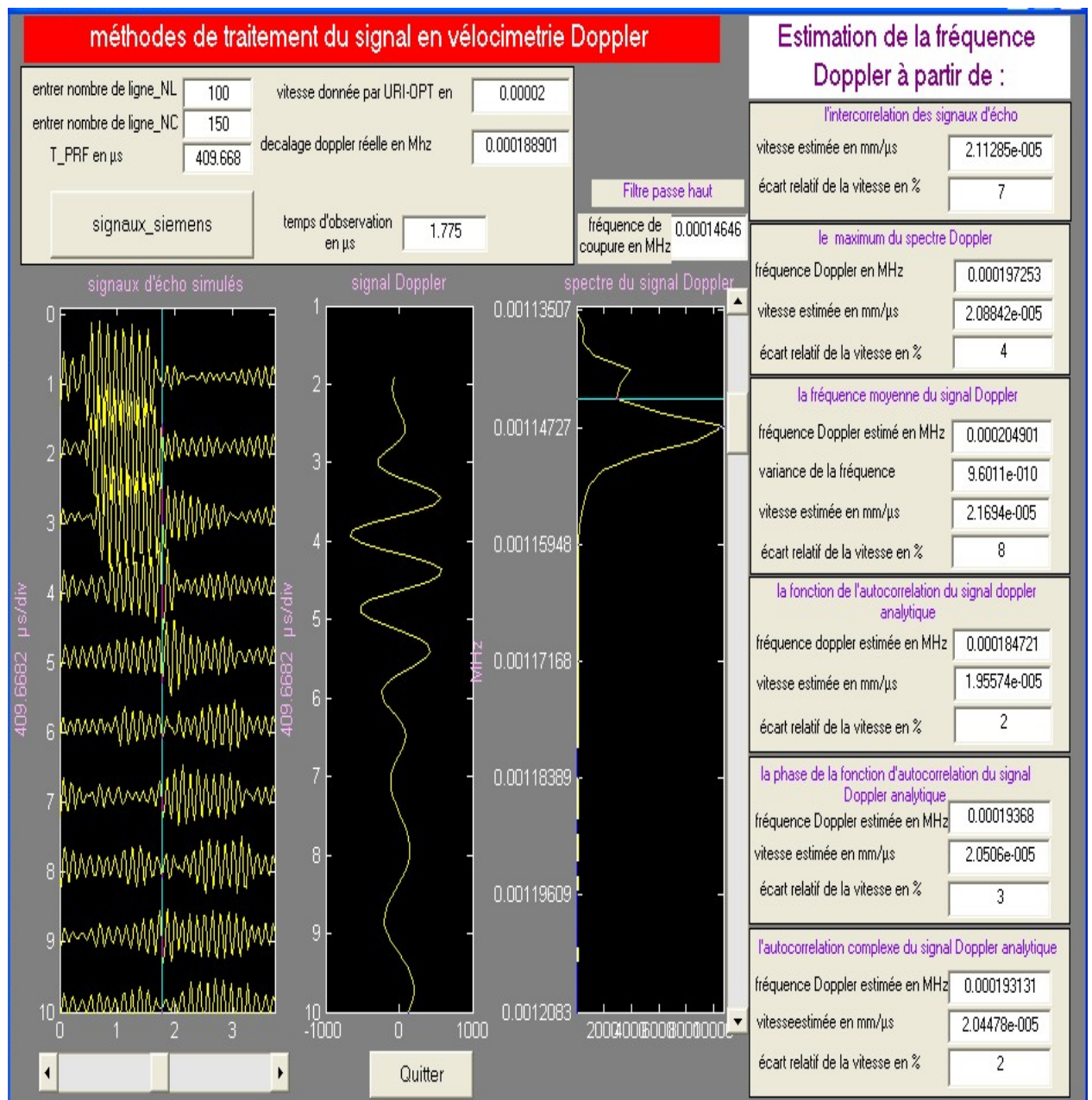


FIG. 3.18 – Interface graphique GUI de traitement des signaux RF de URI_OPT de la figure précédente.

3.7.3 Discussion

Les résultats d'estimation des vitesses d'écoulement, obtenus en testant les différentes techniques de traitement du signal, sur des signaux RF simulés et sur des signaux RF réels, montre que les méthodes utilisées sont efficaces et elles donnent une bonne estimation de vitesse. Les techniques basées sur l'autocorrelation semblent être les plus précises ; contrairement à la technique basée sur l'intercorrelation qui est moins précise mais, c'est la seule, qui permet de connaître le sens de l'écoulement des cibles à travers le signe de la vitesse estimée.

Chapitre 4

Etude expérimentale

4.1 Introduction

Dans cette dernière partie, nous présenterons les résultats d'estimation de la vitesse d'écoulement sur des signaux expérimentaux en utilisant les différentes techniques de traitement du signal présentées dans le chapitre précédent. Un dispositif expérimental basé sur l'écoulement d'un fluide dans un conduit cylindrique a été réalisé. Deux fluides ont été utilisés : l'eau et un fluide visqueux. Les fréquences des ondes ultrasonores utilisées sont de 1 et de 2 MHz ; les essais ont été réalisés sous différents angles grâce à un sabot en plexiglas couplé au transducteur.

Les bulles d'air qui se trouvent dans l'eau et les particules en suspension dans le fluide visqueux constituent les éléments diffuseurs des ultrasons. Le signal rétrodiffusé est visualisé sur un oscilloscope numérique piloté par un micro-ordinateur qui permet par la suite d'appliquer et de tester les différentes techniques de mesure de vitesse par effet Doppler à l'aide d'un logiciel de traitement du signal développé sous MATLAB. La vitesse d'écoulement estimée par ces méthodes est comparée à la vitesse d'écoulement réelle.

4.2 Description du dispositif expérimental réalisé

Les figures (4.1) et (4.2) représentent les montages expérimentaux réalisés. Ces dispositifs sont constitués du matériel suivant :

- Un émetteur-recepteur à ultrasons (5072 *PR PANAMETRICS*) dans lequel la partie émission est constituée d'un générateur électrique qui délivre des impulsions électriques de courte durée et de forte amplitude ; un câble coaxial relie ce générateur à un transducteur ultrasonore émetteur où le signal électrique se transforme en une déformation

mécanique par effet piézoélectrique. L'émetteur-récepteur permet la mise en forme des signaux d'écho reçus par le transducteur récepteur à travers ses différentes composantes qui sont essentiellement :

- Un écrêteur qui assure la limitation d'amplitude des signaux reçus pour protéger l'appareil.
- Un amplificateur à gain fixe pour exploiter les impulsions détectées par le capteur.
- Un filtre permettant d'éliminer les oscillations basses fréquences qui subsisteraient après l'excitation du transducteur et qui ne laisse passer que la gamme de fréquences utile.
- L'émetteur récepteur est contrôlé par un générateur de fonction (*SFG-830* de *INSTEK*) qui permet de choisir la fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} .
- Un oscilloscope numérique (*TDS 3032B* de *TEKTRONIX*) à quatre mémoires qui permet de visualiser et de sauvegarder les signaux ultrasonores.
- L'oscilloscope numérique est relié à un micro-ordinateur via un câble *GPIB* qui a été préféré aux câbles *RS232* et aux câbles *Ethernet* car il permet d'obtenir des temps de transfert oscilloscope-PC beaucoup plus courts.

Dans cette étude expérimentale, nous avons utilisé des transducteurs ultrasonores plans de diamètre 27 mm . Deux fréquences centrales d'émission de 1 et de 2 MHz ont été utilisées. Les essais ont été réalisés en mode émission-réception.

Dans le dispositif expérimental réalisé, le transducteur utilisé est couplé à un sabot en plexiglas à travers une couche de couplant (*Aquasonic 100*). Le sabot possède différentes faces permettant de changer l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore, la face cylindrique permet une adaptation sur un tuyau en plexiglas de diamètre interne égale à 15 mm et relié à des tuyaux flexibles, dans lesquels s'écoule le fluide dont on veut mesurer la vitesse d'écoulement.

Nous avons étudié l'écoulement de deux fluides : un fluide très peu visqueux (l'eau) et un fluide visqueux (mélange eau+glycérine+particules en suspension) qui sera appelé dans la suite, fluide Doppler. Sa viscosité devrait permettre de tester l'effet de la viscosité sur l'écoulement et sur l'efficacité des techniques de traitement du signal que nous avons utilisées.

Pour l'eau, les bulles d'air circulant à l'intérieur du circuit d'écoulement jouent le rôle de réflecteurs du signal ultrasonore. Le fluide Doppler utilisé est constitué d'eau, de glycérine, d'un colorant et de perles en verre qui simulent les globules rouges et qui vont diffuser l'onde ultrasonore. La densité de ce fluide est de 1.15 g/ccm , sa viscosité est de 12 mPa s .

Dans la première partie de notre étude, l'écoulement du fluide est assuré par l'effet de gravitation : on remplit un réservoir par le fluide à étudier et on le relie au tuyau d'écoulement qui se trouve à un niveau plus bas que le réservoir, cette différence de niveau provoque l'écoulement du fluide ; à la sortie du tuyau un robinet permet de régler le débit. La mesure du débit dans ce

cas est classique, on mesure le volume à la sortie du tuyau durant un intervalle de temps mesuré à l'aide d'un chronomètre ; l'expérience est réalisée plusieurs fois et on calcule la moyenne pour obtenir une bonne estimation du débit. Dans cette partie, le débit maximal ou la vitesse maximale d'écoulement est limitée par l'ouverture maximale du robinet.

Pour effectuer des mesures de vitesses plus importantes nous utilisons, dans la deuxième partie de cette étude, une pompe (*GAMPT* – 50130) qui assure l'écoulement du fluide selon deux modes (en mode par jet et en mode continu) ; un bouton d'ajustement permet de choisir le mode et le débit qui sera affiché sur la pompe ; le débit maximal délivré est de 10 l / min . Dans cette étude, nous avons utilisé uniquement le mode continu pour respecter l'hypothèse de l'écoulement laminaire supposée dans le cadre de notre étude.

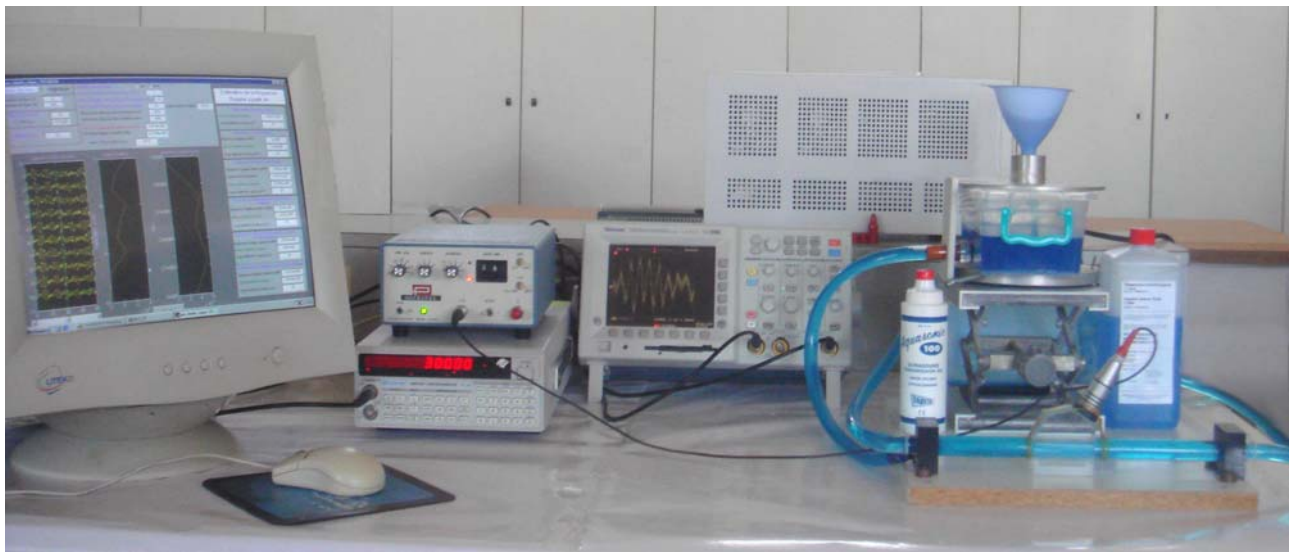


FIG. 4.1 – Dispositif expérimental utilisé dans le cas d'un écoulement par gravité.



FIG. 4.2 – Dispositif expérimental utilisé dans le cas d'un écoulement par une pompe.

4.3 Calcul de la vitesse moyenne d'écoulement à partir du débit

Les écoulements étudiés se ramènent à des fluides circulant au sein d'un tube de section circulaire constante. Dans l'hypothèse d'un écoulement laminaire, la distribution radiale des vitesses est parabolique :

$$v(r) = v_0 \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (4.1)$$

La vitesse est donc maximale au centre du tube et nulle au niveau des parois. Cette distribution de vitesses est partiellement créée par les forces de viscosité qui génèrent le phénomène de cisaillement et les frottements au niveau des parois du tube causant donc l'annulation de la vitesse à ces niveaux. De plus, on considère qu'il n'y a pas de composante radiale de vitesse, donc que la vitesse est en tout point, parallèle à l'axe du tube. La vitesse moyenne pour ce type d'écoulement est calculée en intégrant, par rapport à r , l'expression de la vitesse donnée dans l'équation (4.1), ce qui donne :

$$\begin{aligned}
v_{moy} &= \frac{1}{2R} \int_{-R}^{+R} v(r) dr & (4.2) \\
&= \frac{1}{2R} \int_{-R}^{+R} v_0 \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] dr \\
&= \frac{v_0}{2R} \left[r - \frac{r^3}{3R^2} \right]_{-R}^{+R}
\end{aligned}$$

On obtient ainsi l'expression qui relie la vitesse moyenne à la vitesse maximale :

$$v_{moy} = \frac{2}{3} v_0 \quad (4.3)$$

Le débit est relié à la vitesse d'écoulement par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
db &= \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} v(r) r dr d\theta & (4.4) \\
&= 2\pi v_0 \int_{r=0}^R r \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] dr \\
&= 2\pi v_0 \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R \\
&= \frac{\pi v_0 R^2}{2}
\end{aligned}$$

donc, la vitesse maximale est égale à :

$$v_0 = \frac{2 db}{\pi R^2} = \frac{8 db}{\pi D^2} \quad (4.5)$$

où D le diamètre du tube d'écoulement.

4.4 Résultats expérimentaux et exploitation

Pour l'estimation de la vitesse d'écoulement de l'eau et du fluide Doppler on a appliqué les différentes techniques de traitement du signal décrites dans le chapitre précédent. Pour cela, on a réalisé un programme écrit sous MATLAB avec une interface graphique GUI, dans lequel sont introduits les différents paramètres qui caractérisent l'écoulement du fluide.

Dans un premier temps, on a fait circuler, par effet de la pesanteur, l'eau et le fluide Doppler dans le tuyau d'écoulement relié au robinet, qui permet de régler le débit :

- en ouvrant la moitié du robinet on mesure un débit de 0.1 l/min pour l'eau et de 0.07 l/min pour le fluide Doppler.
- en ouvrant le robinet au maximum on mesure un débit de 0.48 l/min pour l'eau et de 0.42 l/min pour le fluide Doppler.

Par la suite on a utilisé une pompe qui nous assure des débit plus importants.

On a fait plusieurs essais pour chercher les bonnes conditions pour une bonne estimation de la vitesse d'écoulement à travers les techniques de traitement du signal étudiées, en faisant varier :

- la viscosité du fluide (eau, fluide Doppler) ;
- le débit d'écoulement (faible, moyen, grand) ;
- l'angle d'émission ultrasonore (15° , 30° , 60°) ;
- la fréquence d'émission ultrasonore f_e (1 MHz , 2 MHz) ;
- la fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} .

Les écarts relatifs des vitesses estimées par les différentes techniques par rapport aux vitesses mesurées expérimentalement sont affichées à la fin de chaque mesure.

On a constaté que les résultats d'estimation de la vitesse d'écoulement sont pratiquement équivalents pour les deux fluides étudiés, ce qui voudrait dire que l'efficacité des méthodes de traitement du signal est la même quelle que soit la viscosité du fluide (Voir figures (4.3) et (4.4)).

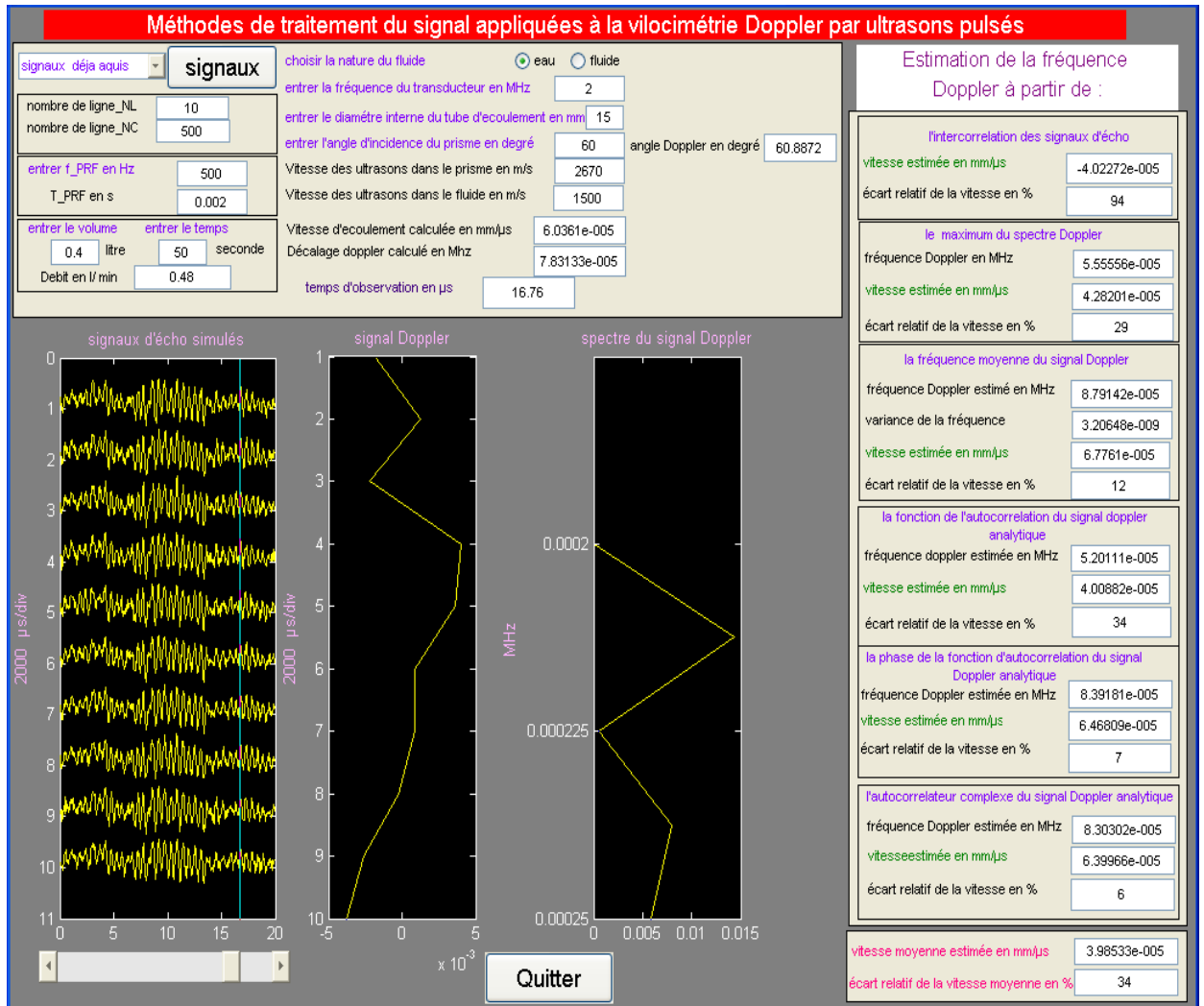


FIG. 4.3 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour l'eau en écoulement par gravité.

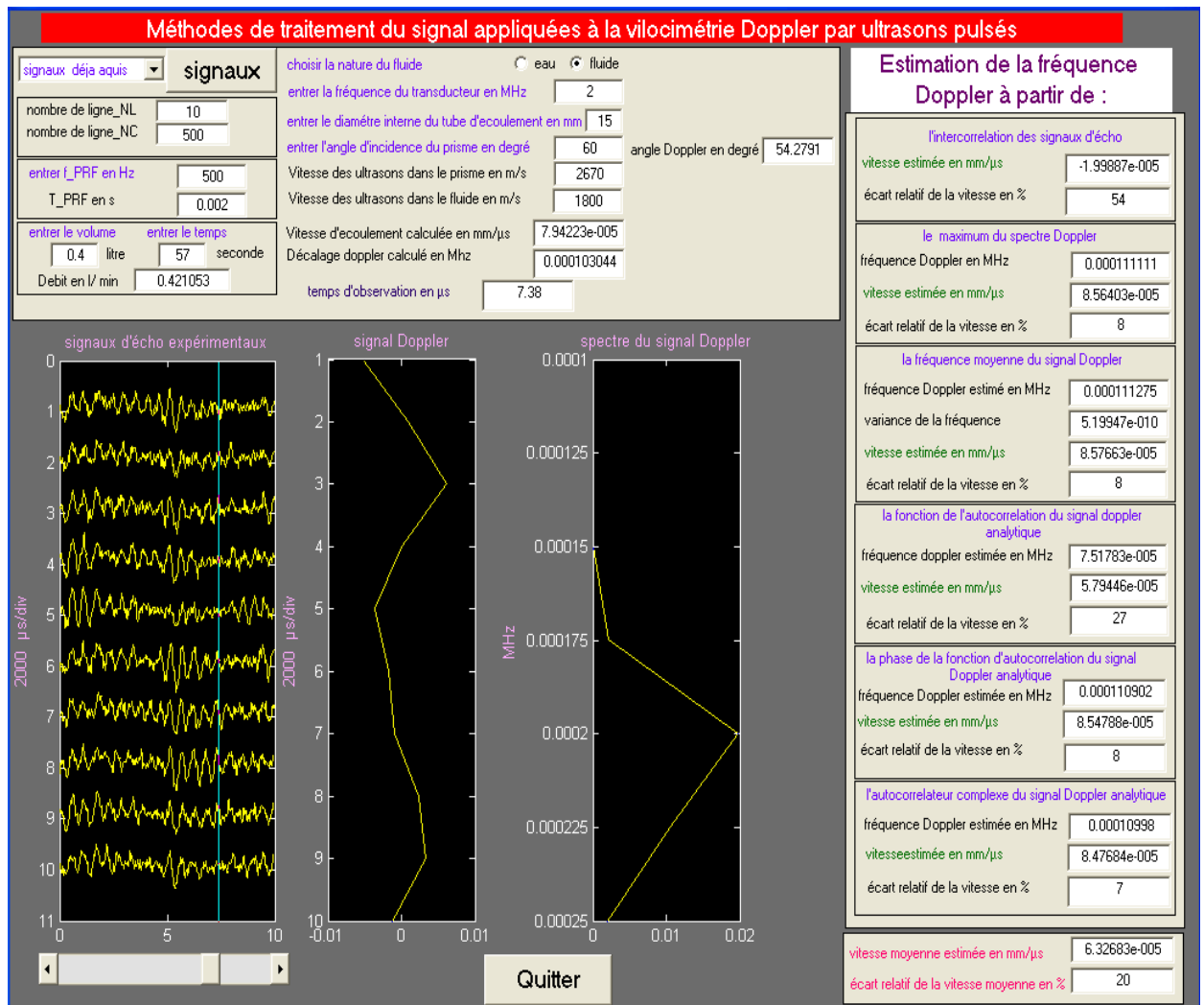


FIG. 4.4 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide qui simule le sang en écoulement par gravité.

Les techniques de traitement du signal utilisées dans cette étude sont données dans ce qui suit, par les notations $T1$, $T2$, $T3$, $T4$, $T5$ et $T6$ qui représentent respectivement, les techniques basés sur :

- $T1$: l'intercorrelation des signaux d'écho.
- $T2$: le maximum du spectre Doppler.
- $T3$: la fréquence moyenne du signal Doppler.
- $T4$: la fonction de l'autocorrelation du signal Doppler analytique.
- $T5$: la phase de la fonction de l'autocorrelation du signal Doppler analytique.

- $T6$: l'autocorrélation complexe du signal Doppler analytique.

4.4.1 Cas des faibles débits

Les figures (4.5) et (4.6) représentent les résultats expérimentaux des différentes techniques de traitement du signal obtenus pour la circulation du fluide Doppler avec un débit égal à 0.07 l/min , une fréquence centrale d'émission égale, respectivement, à 2 et à 1 MHz , et une fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} égale à 30 Hz . Ces figures montrent l'évolution des écarts relatifs des vitesses en fonction des angles Doppler (79.9° , 70.3° , 54.2°) qui correspondent, respectivement, aux angles de tir (15° , 30° , 60°) assurés par le sabot en plexiglas, à travers la relation suivante :

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{c_f}{c_p} \sin \alpha\right) \quad (4.6)$$

où c_p et c_f représentent, respectivement, les vitesses des ultrasons dans le plexiglas (le prisme couplé au transducteur) et dans le fluide en écoulement. α est l'angle d'incidence du faisceau ultrasonore.

Les résultats obtenus dans ces conditions montrent que :

- la technique basée sur l'intercorrélation des signaux d'écho (notée $T1$) est pratiquement insensible à la variation de la fréquence d'émission ultrasonore ; ceci est normal puisque la relation qui permet l'estimation de la vitesse circulatoire par cette technique est indépendante de la fréquence d'émission. Cette technique donne des écarts un peu plus élevés par rapport aux autres techniques, ils sont de l'ordre de 60 % ; ceci est dû aux limitations imposées pour la technique, c'est-à-dire que le décalage temporel entre deux échos consécutifs doit être supérieur à l'intervalle d'échantillonnage des signaux d'échos. Pour éviter ce problème, il faut diminuer l'intervalle d'échantillonnage en augmentant le nombre d'échantillons temporels, mais l'appareillage disponible dans notre étude impose de diminuer le nombre d'échantillons à 500 dans le but de diminuer le temps de transfert de données entre l'oscilloscope et l'ordinateur pour être inférieur à la période de répétition des impulsions T_{PRF} . L'avantage de la technique $T1$ est qu'elle nous informe sur le sens d'écoulement du fluide à travers le signe de la vitesse estimée.
- les techniques $T2$, $T3$, $T5$ et $T6$ donnent des écarts de l'ordre de 2 à 20 % pour un angle Doppler de 54.2° ; pour un angle de 70.3° les écarts sont moins bons et ils varient de 10 à 50 % ; et pour l'angle de 79.9° les écarts sont plus élevés (dans les 60 %). On peut donc déduire, dans un premier temps, que pour avoir une bonne estimation de la vitesse il faut

travailler avec des faibles angles Doppler, ce qui correspond aux grands angles d'incidence dans notre cas (équation(4.6)).

- pour la technique $T4$, dans le cas d'une fréquence d'émission de 2 MHz : les écarts sont de l'ordre de 70% pour les angles Doppler égaux à 70.3° et 54.2° et dans les 12% pour l'angle 79.9° . Dans le cas d'une fréquence d'émission de 1 MHz on obtient des écarts de 8 à 30% pour 70.3° et 54.2° et des écarts plus élevés (70 à 150%) pour un angle de 79.9° . Ceci est dû essentiellement au phénomène d'"aliasing" qui limite l'estimation de la vitesse. Pour une même fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} et pour s'affranchir de la limite de la vitesse estimée, il faut chercher à diminuer le produit $f_e \cos(\theta)$ (voir relation(3.31)), il a fallu donc augmenter l'angle Doppler pour les fréquences d'émission de 2 MHz et diminuer la fréquence à 1 MHz .

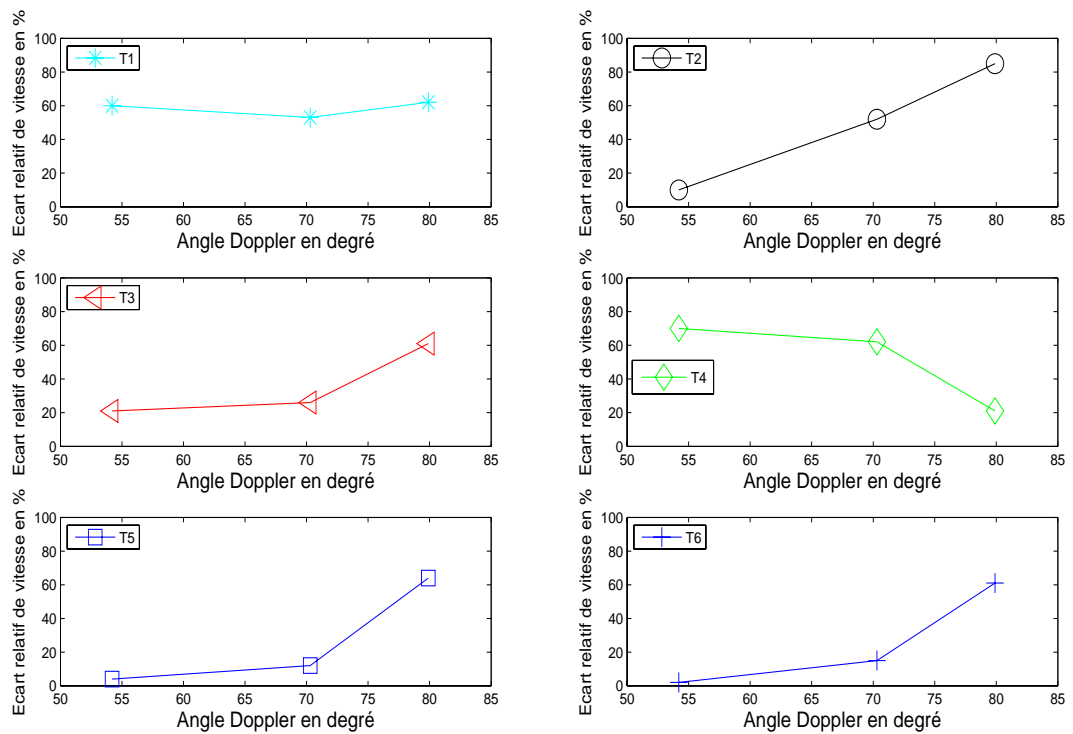


FIG. 4.5 – Evolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 2\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30\text{ Hz}$.

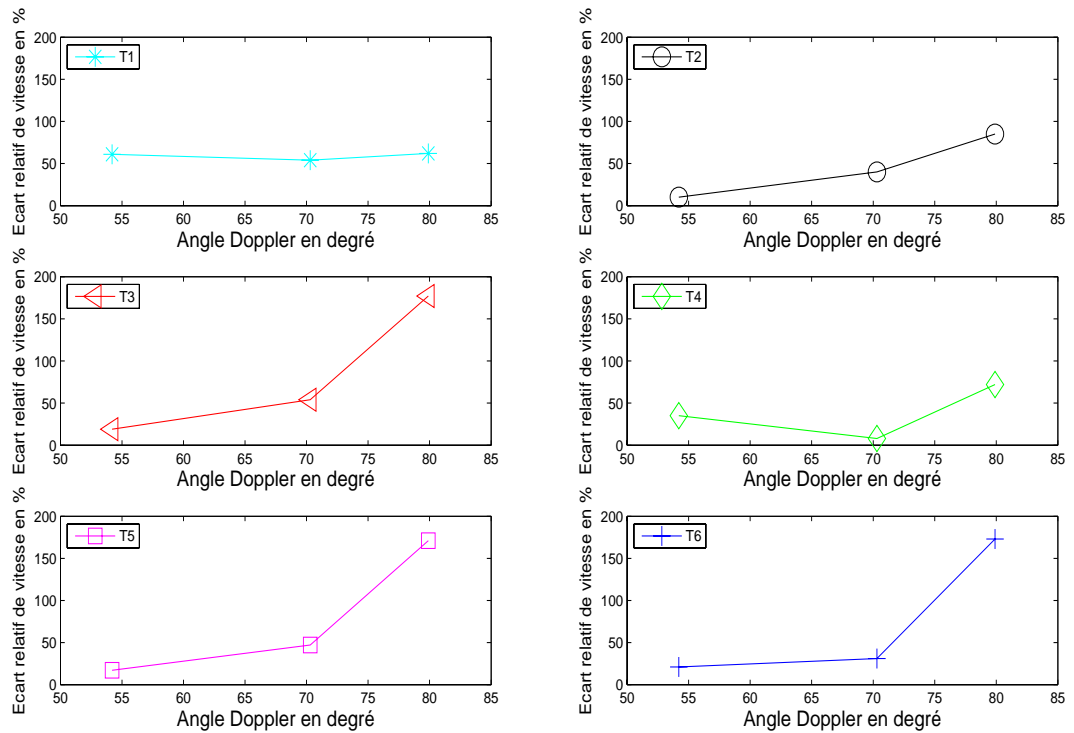


FIG. 4.6 – Evolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 1 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

Les figures ((4.7), (4.8), (4.9)) et ((4.10), (4.11), (4.12)) rassemblent les résultats obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal et pour les fréquences d'émissions égales à 2 et à 1 MHz, respectivement. Ces résultats montrent que les différentes techniques de traitement du signal étudiées sont cohérentes entre elles et donnent des écarts des vitesses de même ordre de grandeur et présentent une évolution croissante par rapport à l'angle Doppler. On remarque aussi que les techniques basées sur l'autocorrélation (T5 et T6) donnent, relativement, les meilleures estimations des vitesses.

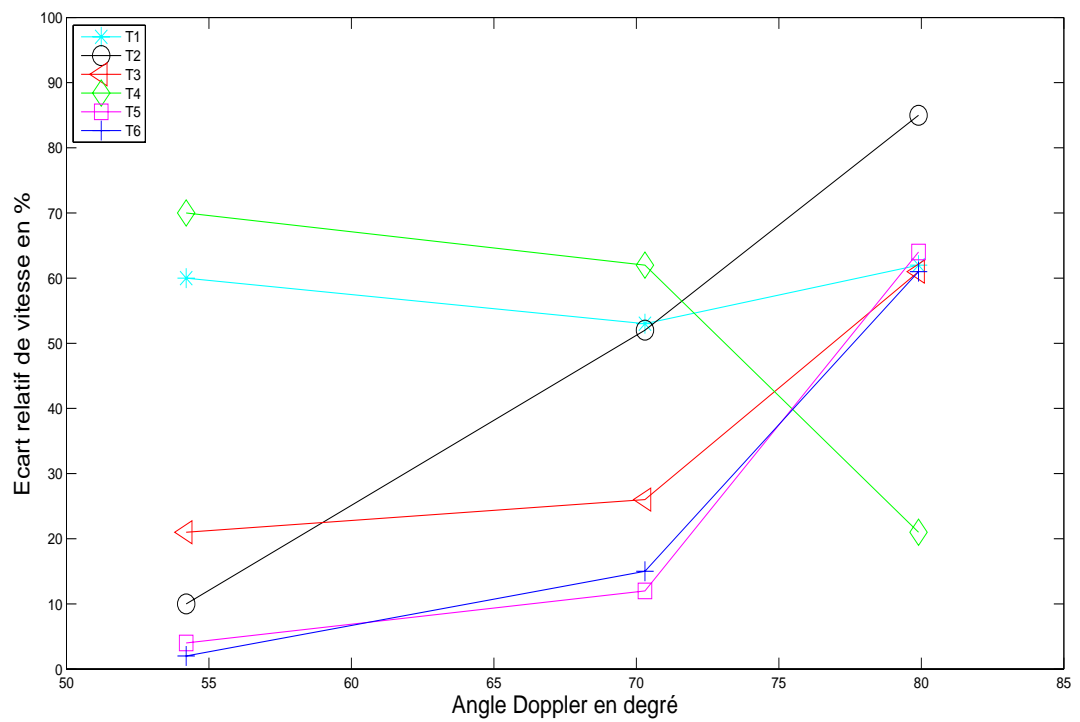


FIG. 4.7 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 2 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

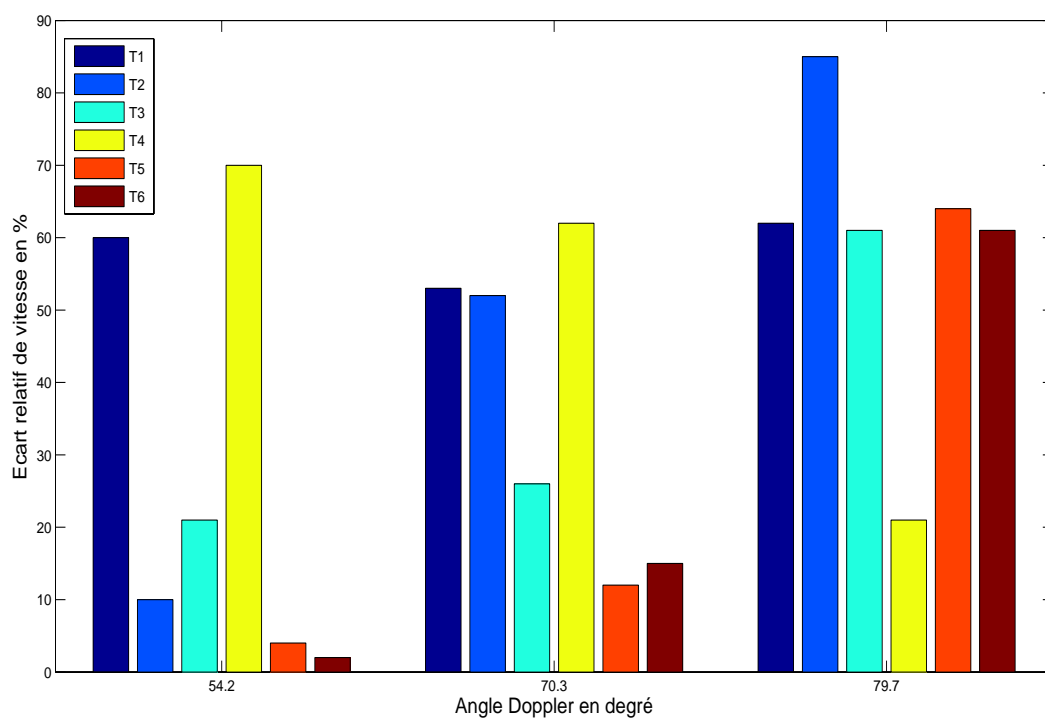


FIG. 4.8 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 2 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

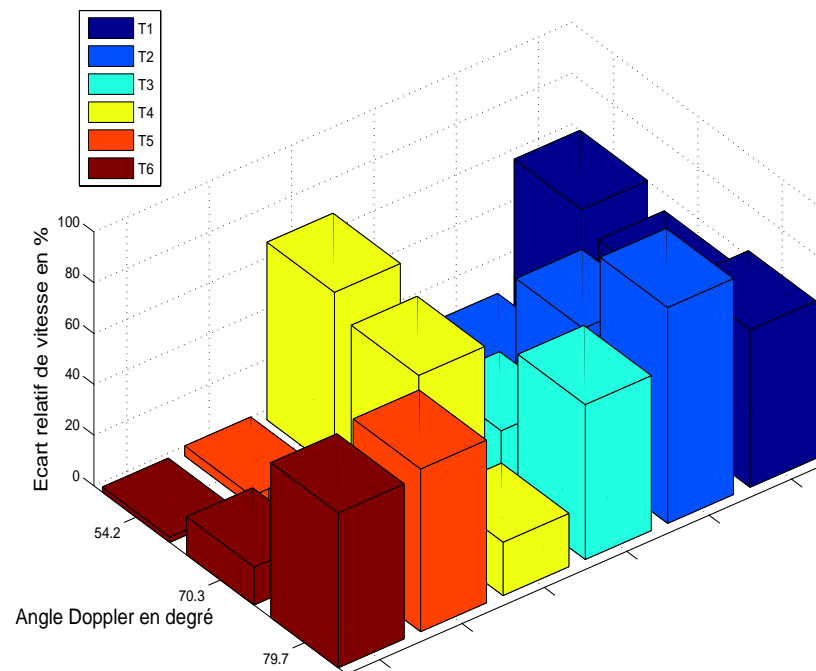


FIG. 4.9 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 2 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

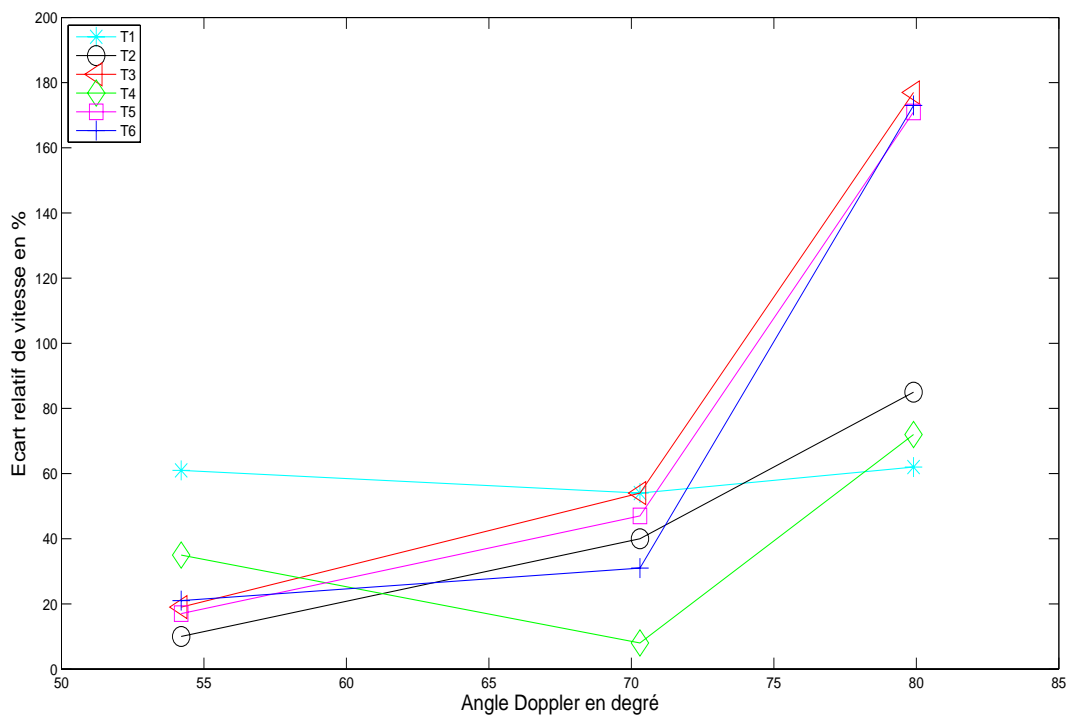


FIG. 4.10 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 1 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

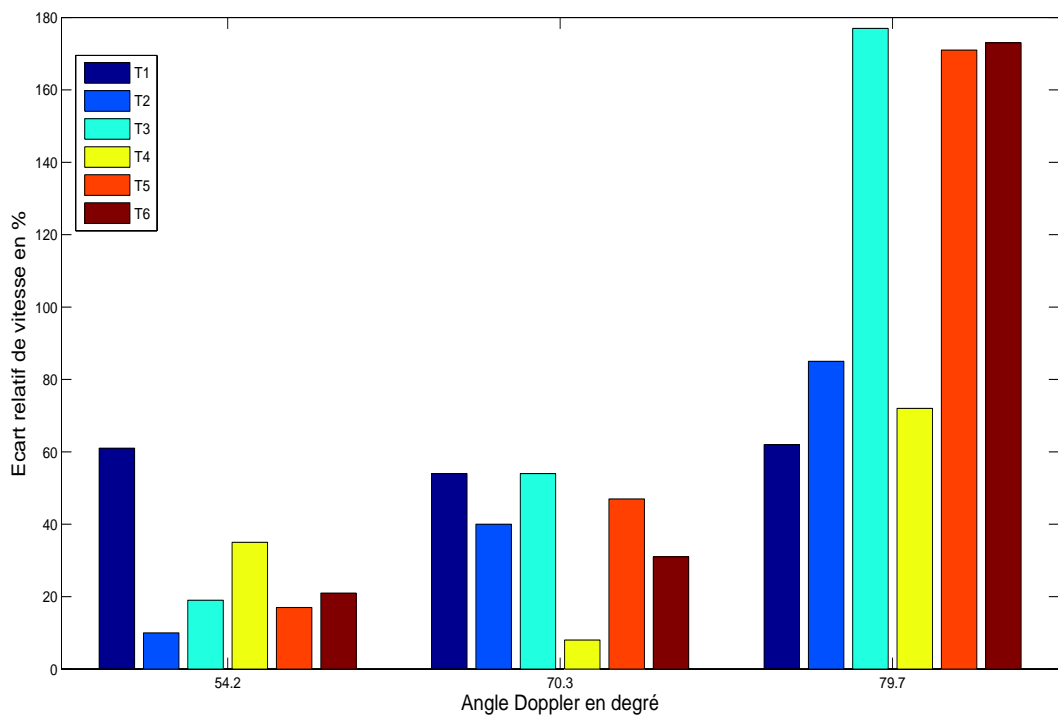


FIG. 4.11 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 1 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

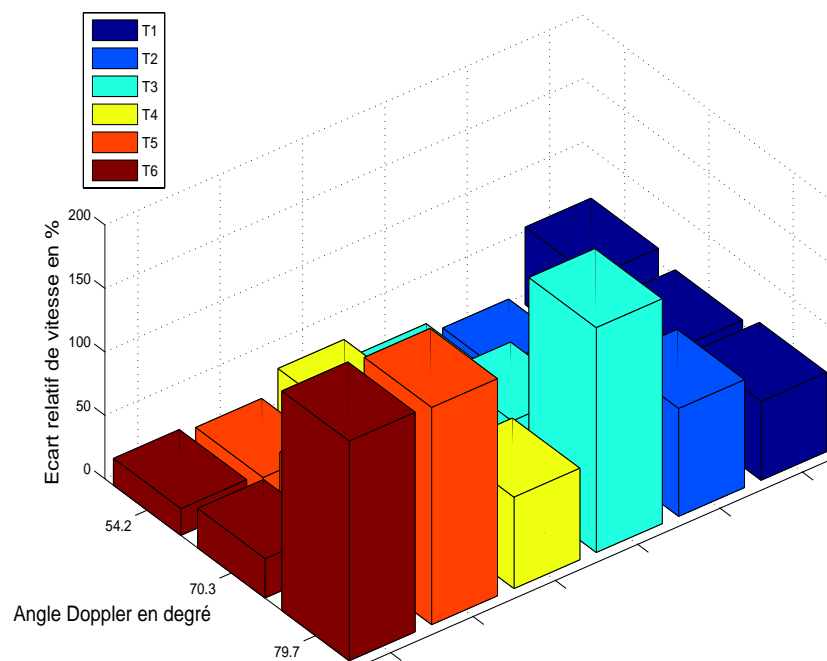


FIG. 4.12 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 0.07 l/min , $f_e = 1 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

Dans la figure (4.13) on compare les résultats obtenus dans le cas d'une fréquence d'émission de 2 MHz à ceux obtenus pour une fréquence d'émission de 1 MHz . On remarque que, dans la plupart des cas, les écarts sont un peu plus faibles pour une fréquence d'émission de 2 MHz .

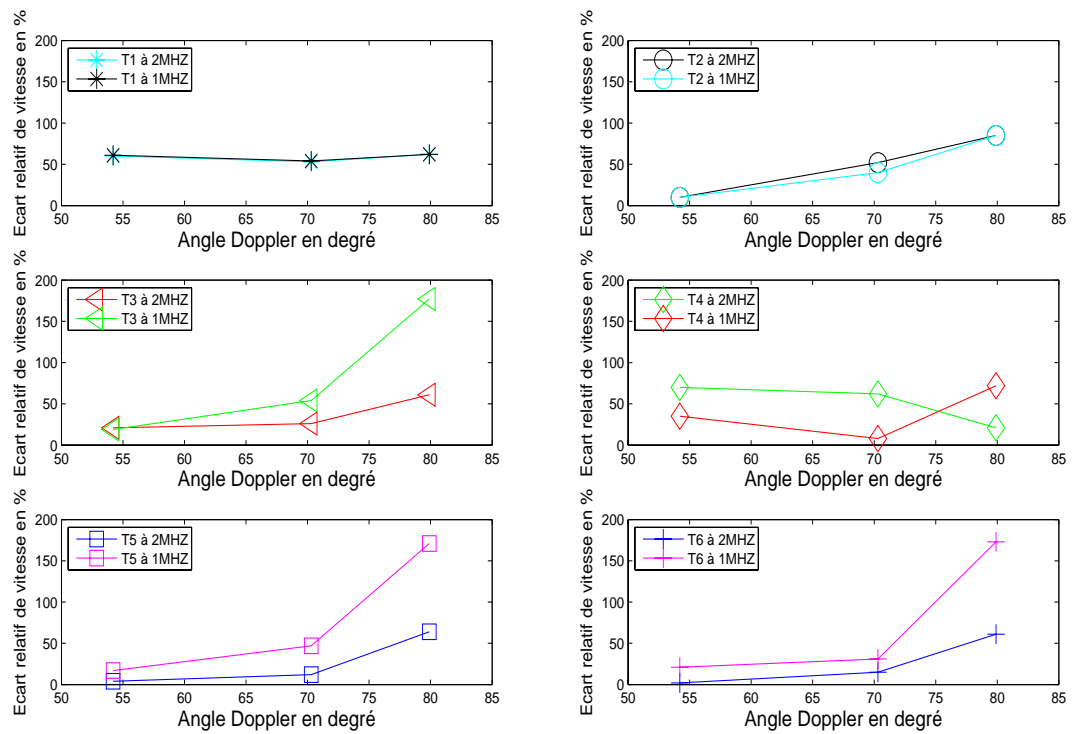


FIG. 4.13 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, pour les fréquences d'émission de 2 et de 1 MHz, dans le cas d'un débit de 0.07 l/m avec $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$.

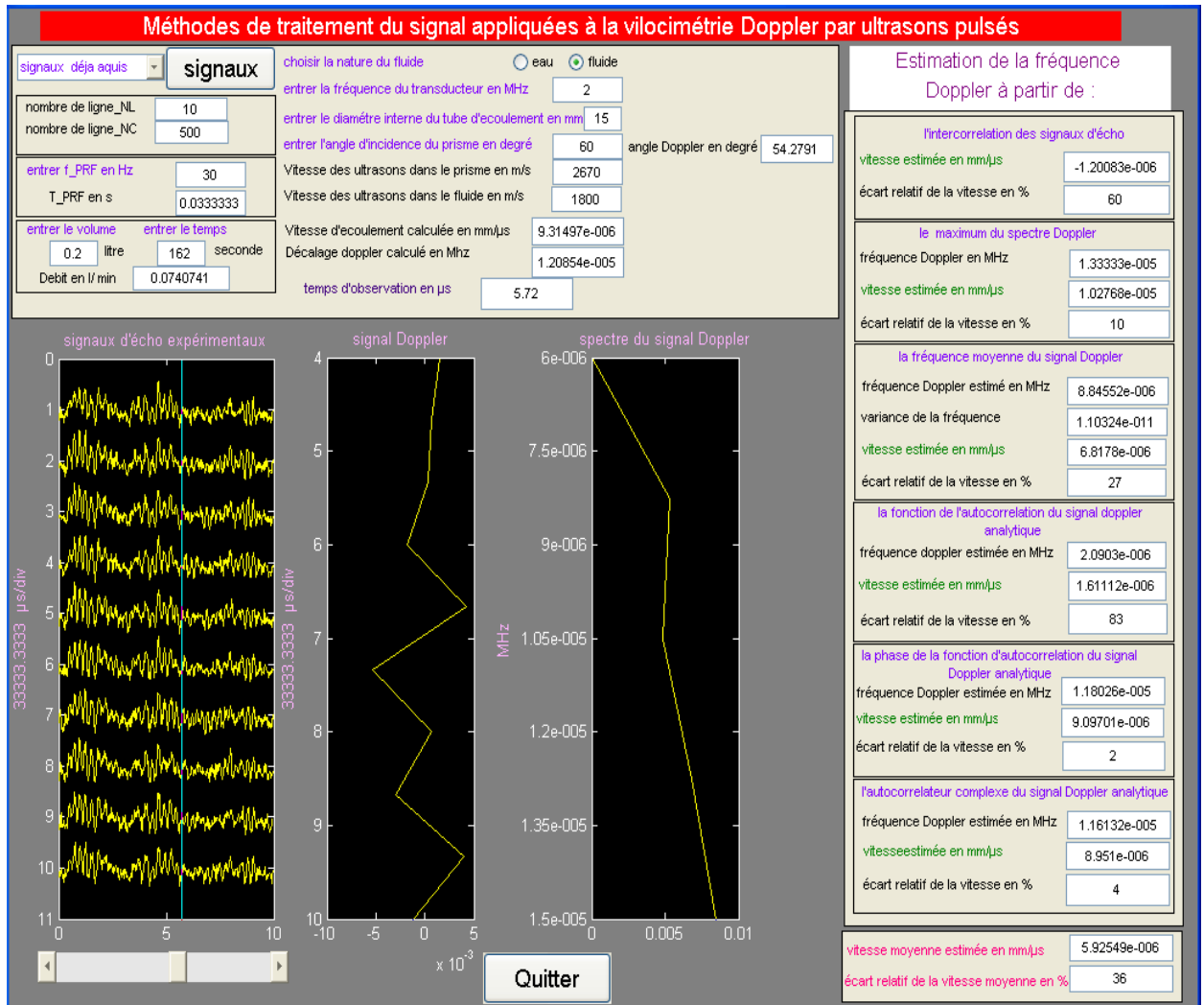


FIG. 4.14 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide doppler pour un débit de 0.07 l/min avec $f_e = 2 \text{ MHz}$, $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$ et un angle Doppler de 54.2° .

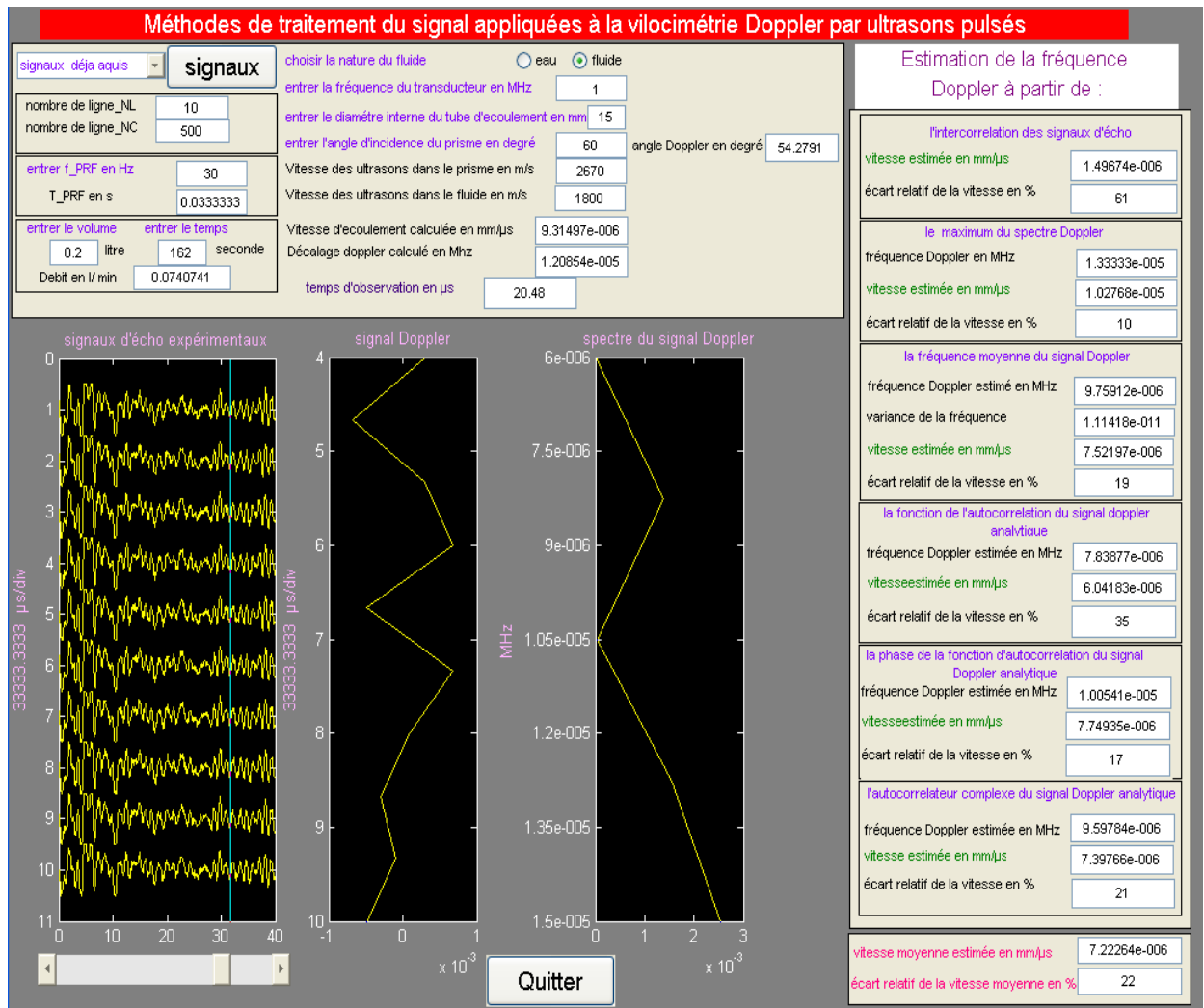


FIG. 4.15 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide doppler pour un débit de 0.07 l/min avec $f_e = 1 \text{ MHz}$, $f_{PRF} = 30 \text{ Hz}$ et un angle Doppler de 54.2° .

4.4.2 Cas des grands débits

Pour les grands débits, il a fallu augmenter la fréquence de répétition des impulsions f_{PRF} pour avoir une bonne estimation de la vitesse d'écoulement du fluide par les différentes techniques de traitement du signal (c'est-à-dire pour avoir des faibles écarts relatifs de vitesse).

Les figures (4.16) et (4.17) représentent, l'évolution des écarts relatifs des vitesses en fonction des angles Doppler, pour des fréquences d'émission de 2 et de 1 MHz, respectivement ; avec un débit de 1 l/min et une f_{PRF} égale à 500 Hz .

On remarque dans ce cas, que la technique $T1$ donne des écarts de vitesse élevés (de l'ordre de 90 %), ceci dû au fait que les échos sur lesquels on applique l'intercorrrelation ne correspondent pas aux échos provenant de la même cible en mouvement, ce qui fausse l'estimation de la vitesse.

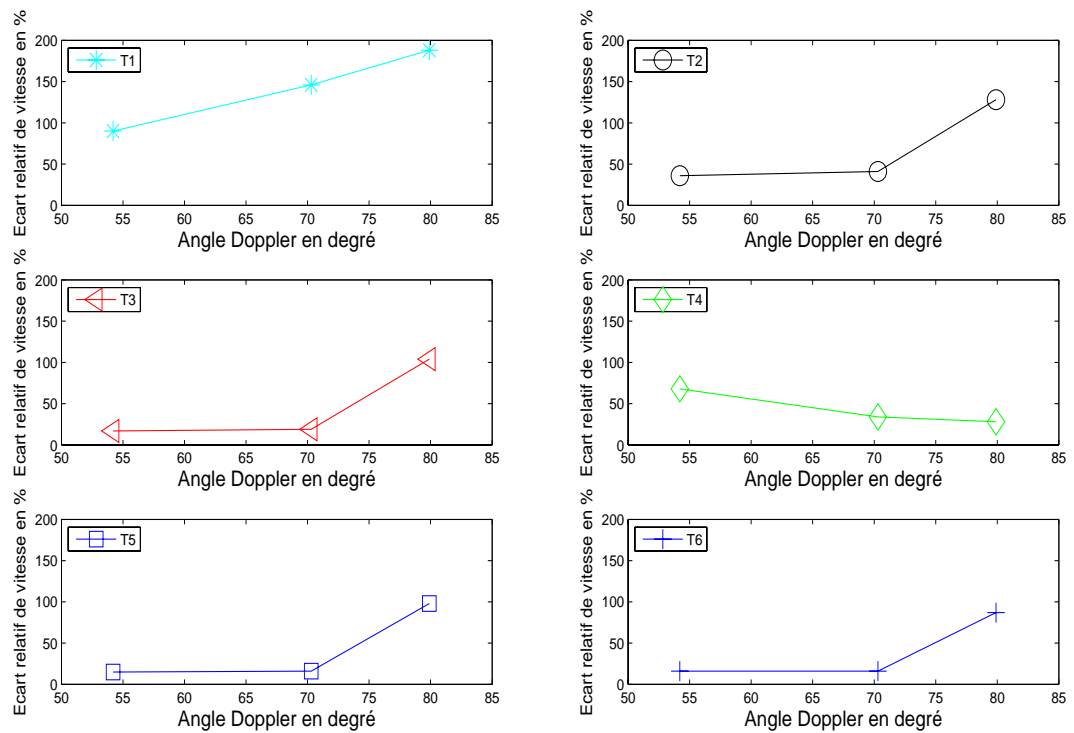


FIG. 4.16 – Evolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 2\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

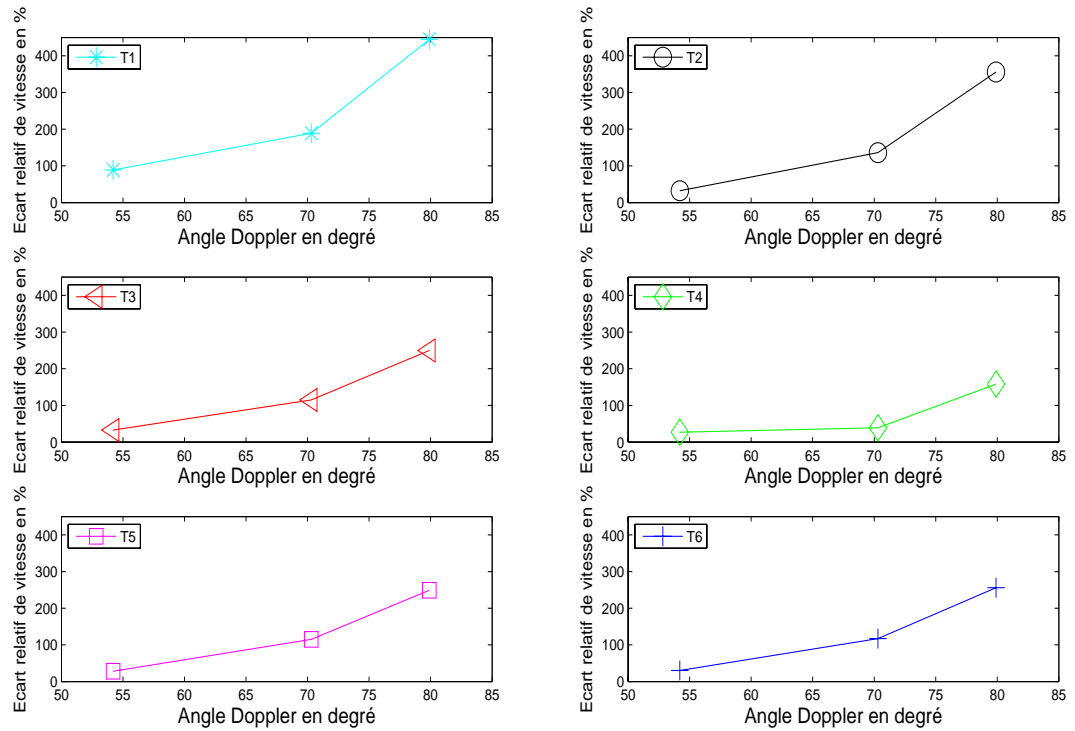


FIG. 4.17 – Evolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 1\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

Les figures ((4.18), (4.19), (4.20)) et ((4.21), (4.22), (4.23)) rassemblent l'évolution des écarts des vitesses, en fonction des angle doppler, pour les différentes techniques de traitement du signal et pour les fréquences d'émissions égales, respectivement, à 2 et à 1 MHz .

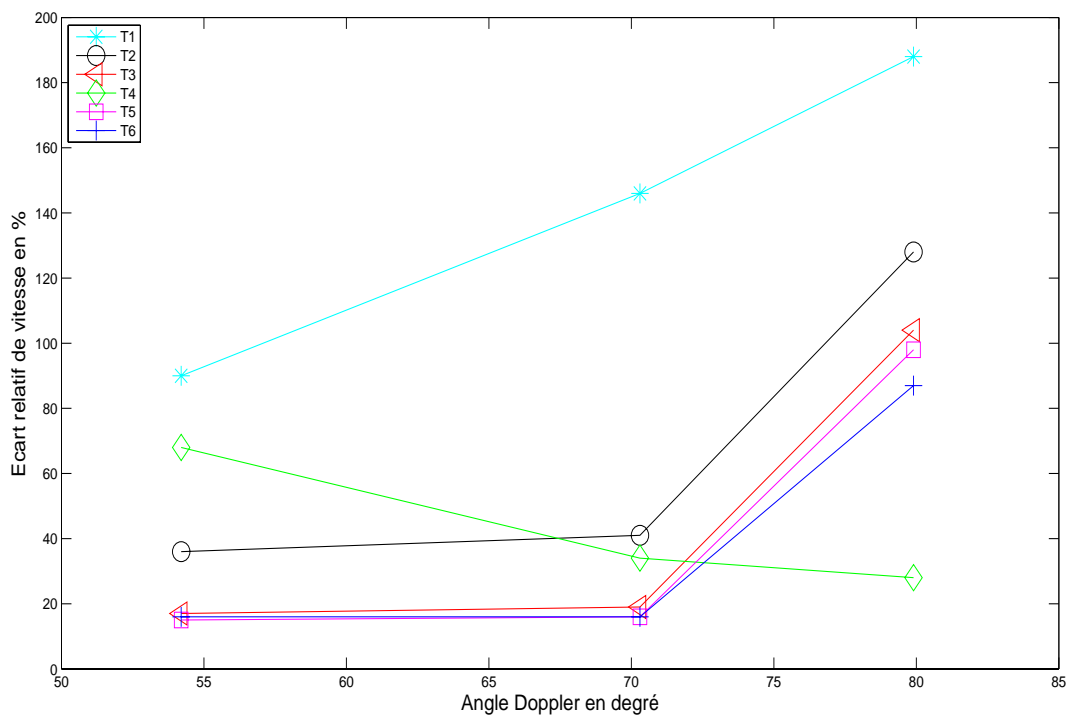


FIG. 4.18 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 2\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

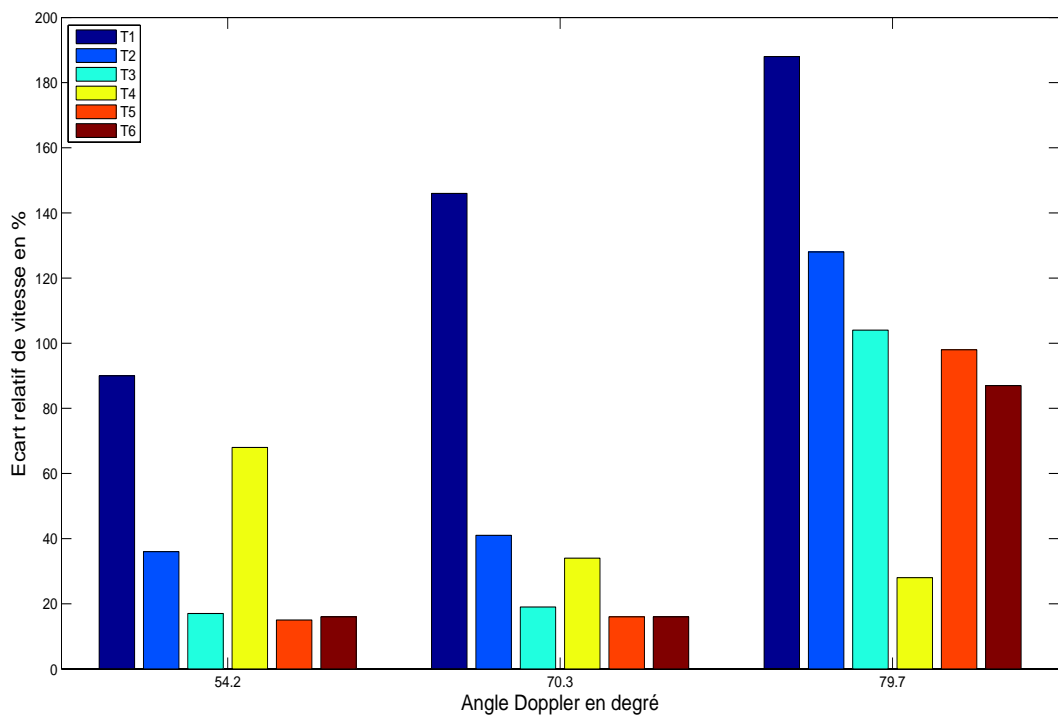


FIG. 4.19 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 2\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

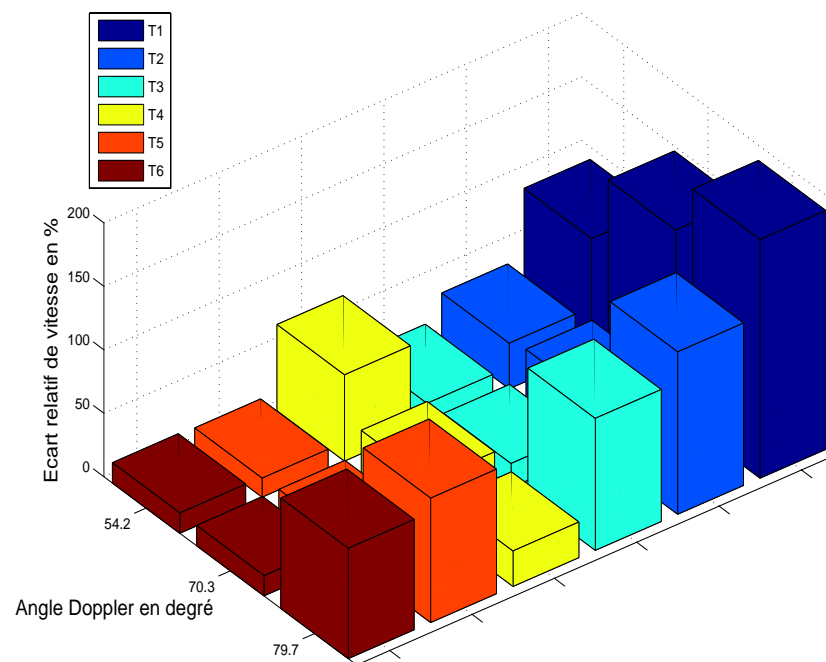


FIG. 4.20 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 2\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

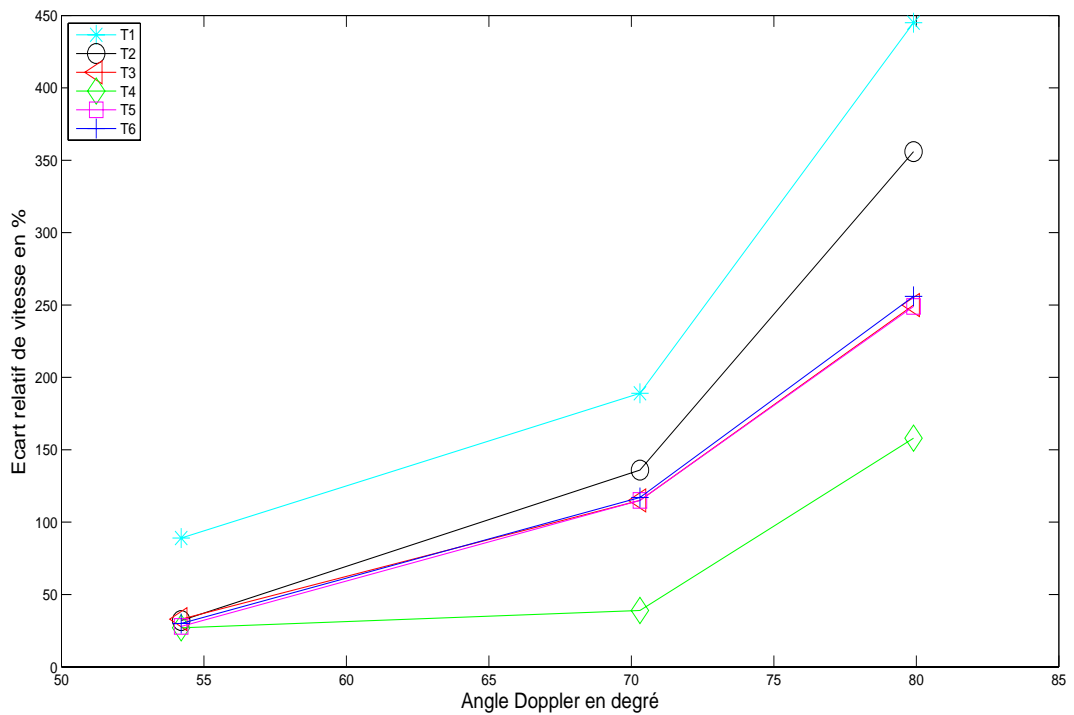


FIG. 4.21 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 1\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

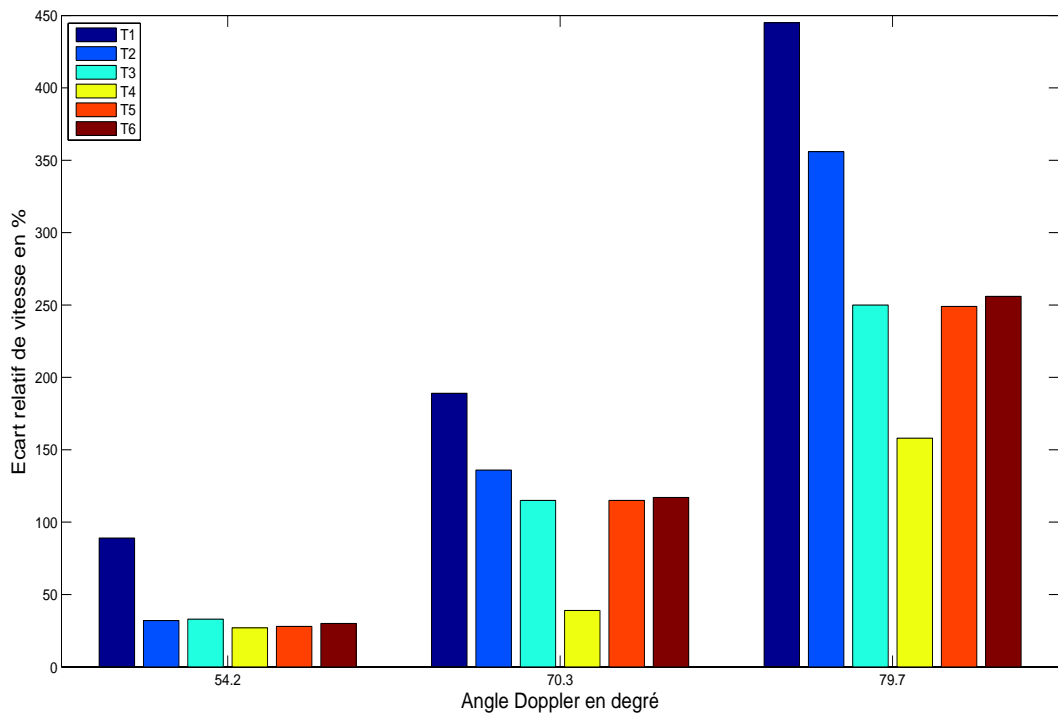


FIG. 4.22 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 1\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

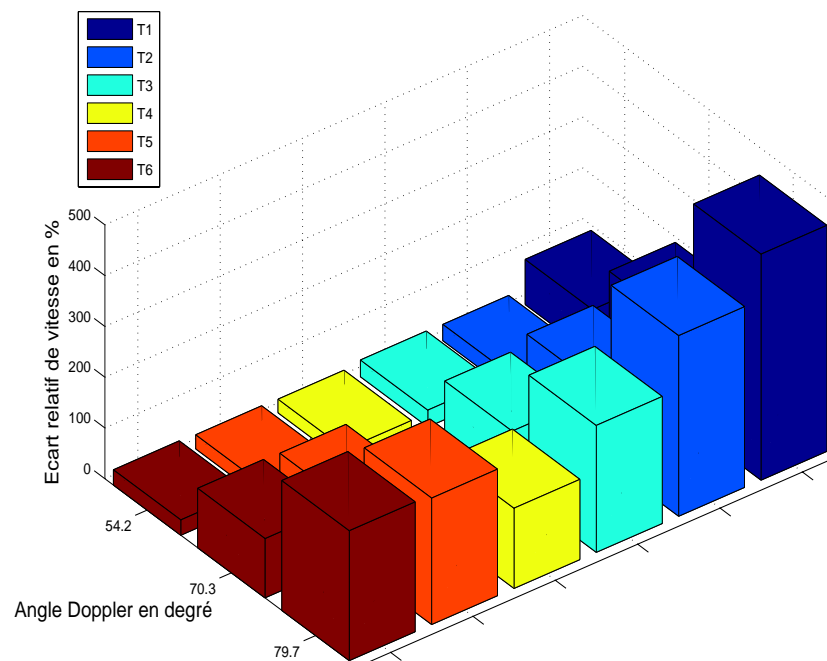


FIG. 4.23 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, dans le cas d'un débit de 1 l/min , $f_e = 1\text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500\text{ Hz}$.

La figure (4.24) représente une comparaison entre les résultats d'estimation de la vitesse pour les fréquences d'émission utilisées (1 et 2 MHz).

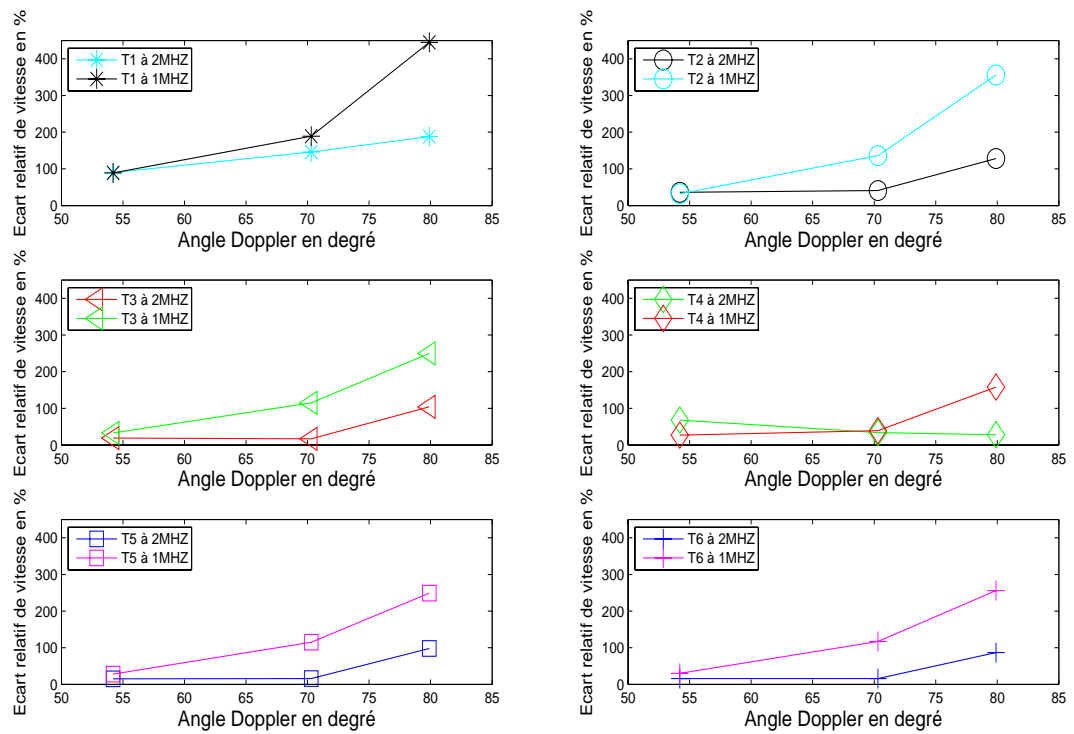


FIG. 4.24 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, pour les fréquences d'émission de 2 et de 1 MHz, dans le cas d'un débit de 1 l/m avec $f_{PRF} = 500Hz$.

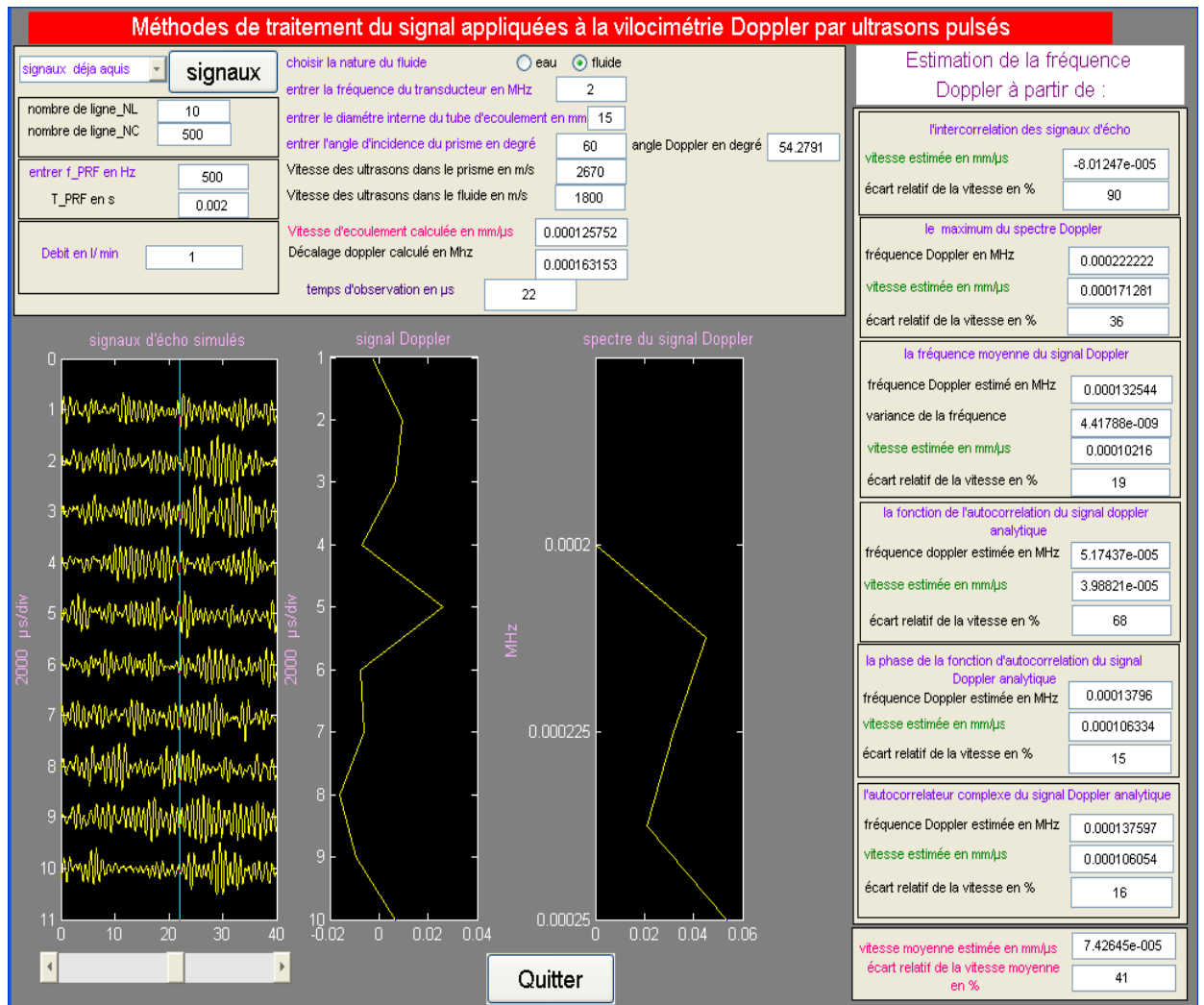


FIG. 4.25 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide doppler pour un débit de 1 l/min avec $f_e = 2 \text{ MHz}$, $f_{PRF} = 500 \text{ Hz}$ et un angle Doppler de 54.2° .

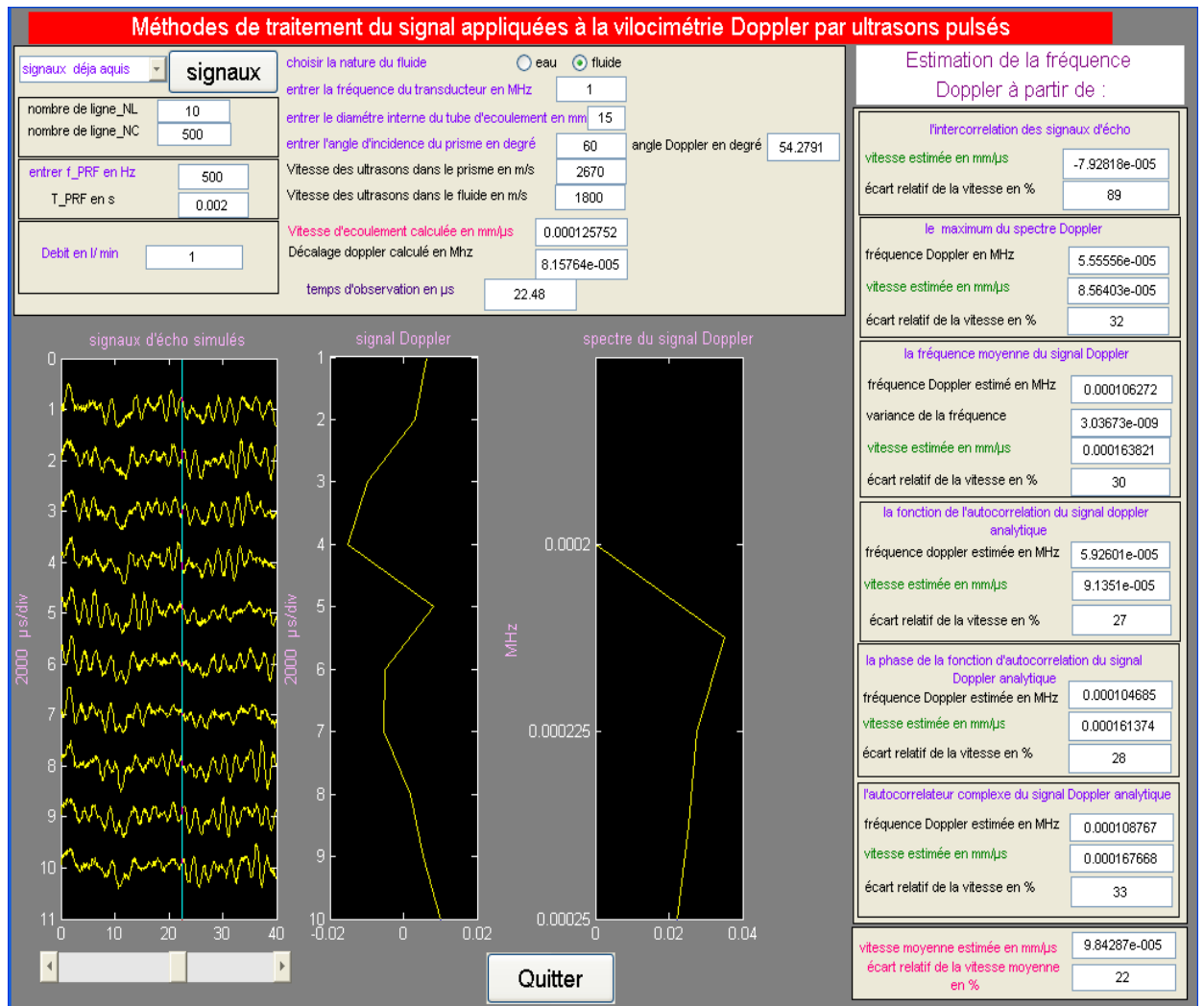


FIG. 4.26 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide doppler pour un débit de 1 l/min avec $f_e = 1 \text{ MHz}$, $f_{PRF} = 500 \text{ Hz}$ et un angle Doppler de 54.2° .

A partir de ces figures, on constate que pour un débit de 1 l/min , l'évolution des écarts relatifs des vitesses en fonction de l'angle Doppler et en fonction des fréquences d'émission utilisés, est équivalente à celle obtenues pour le débit de 0.07 l/min . On remarque ainsi que les écarts des vitesses obtenus pour toutes les techniques de traitement du signal aux grands débits (c'est-à-dire pour les grands f_{PRF}), sont un peu plus élevés par rapport à ceux obtenus pour les faibles débits (c'est-à-dire pour les faibles f_{PRF}). Ceci est dû au fait qu'on est limité par le temps de transfert entre l'oscilloscope et le micro ordinateur, qui doit être inférieur à la

période de répétition des impulsions ($T_{PRF} = 1/f_{PRF}$) et qu'il ne faut donc pas travailler avec des très grandes f_{PRF} (voir figure (4.27)).

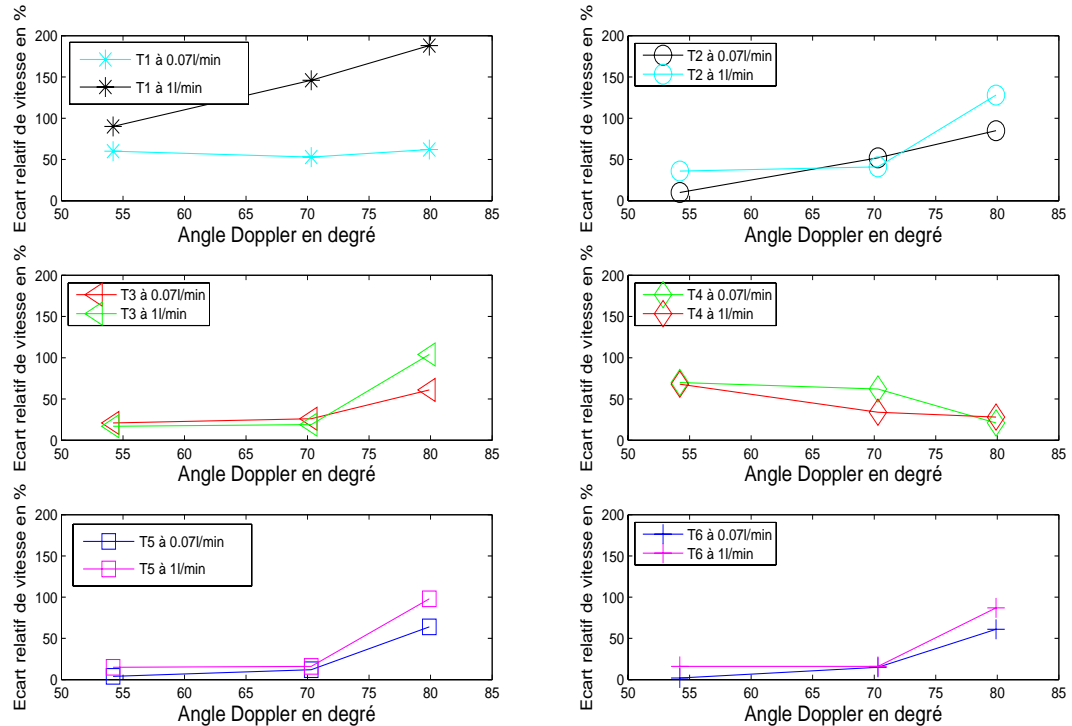


FIG. 4.27 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des angles Doppler utilisés, pour les débits de 0.07 l/min et de 1 l/min, dans le cas d'une fréquence d'émission de 2 MHz.

4.4.3 Cas particulier

La figure ci dessous (figure(4.28)) représente l'évolution des écarts relatifs en fonction de la f_{PRF} pour un débit de 0.5 l/min. Cette courbe montre qu'on obtient une mauvaise estimation de la vitesse d'écoulement pour les très faibles et pour les très grandes f_{PRF} , et une bonne estimation pour des f_{PRF} de l'ordre de 200 à 500 Hz. Ceci veut dire que pour les moyens débits il faut utiliser de moyennes f_{PRF} . Ceci est valable pour toutes les techniques de traitement du signal utilisées à part la technique T4 qui présente une évolution décroissante des écarts relatifs en fonction de la f_{PRF} .

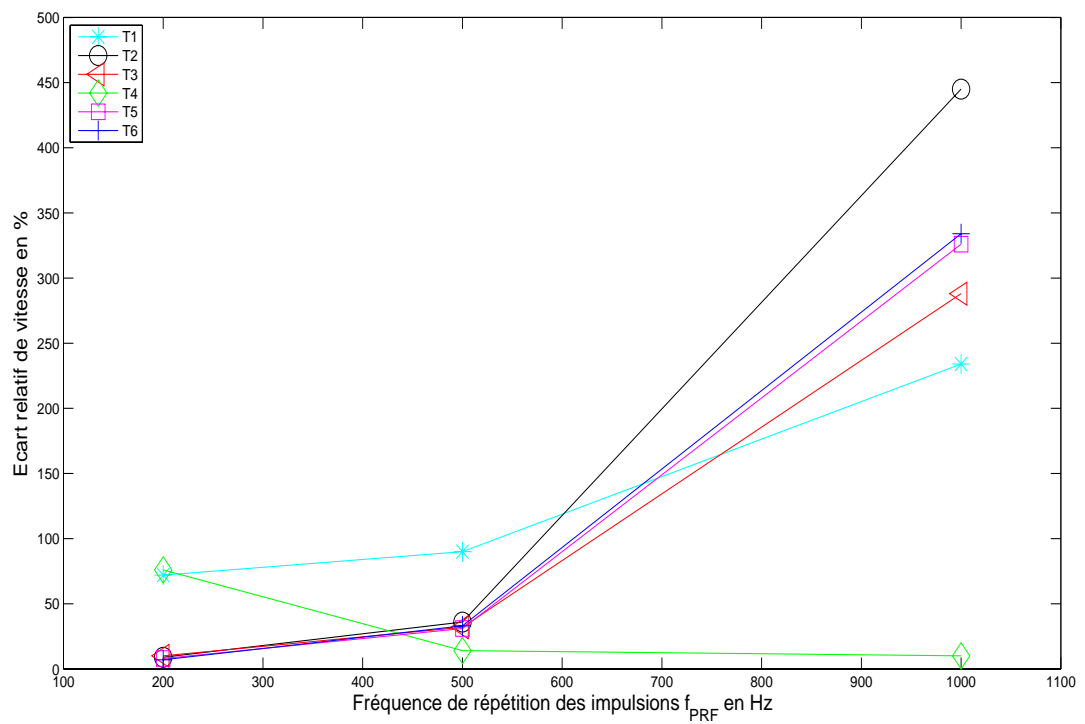


FIG. 4.28 – Comparaison de l'évolution des écarts des vitesses, obtenus pour les différentes techniques de traitement du signal, en fonction des fréquences de répétition des impulsions utilisées, dans le cas d'un débit de 0.5 l/min , $f_e = 2 \text{ MHz}$ et $f_{PRF} = 500 \text{ Hz}$.

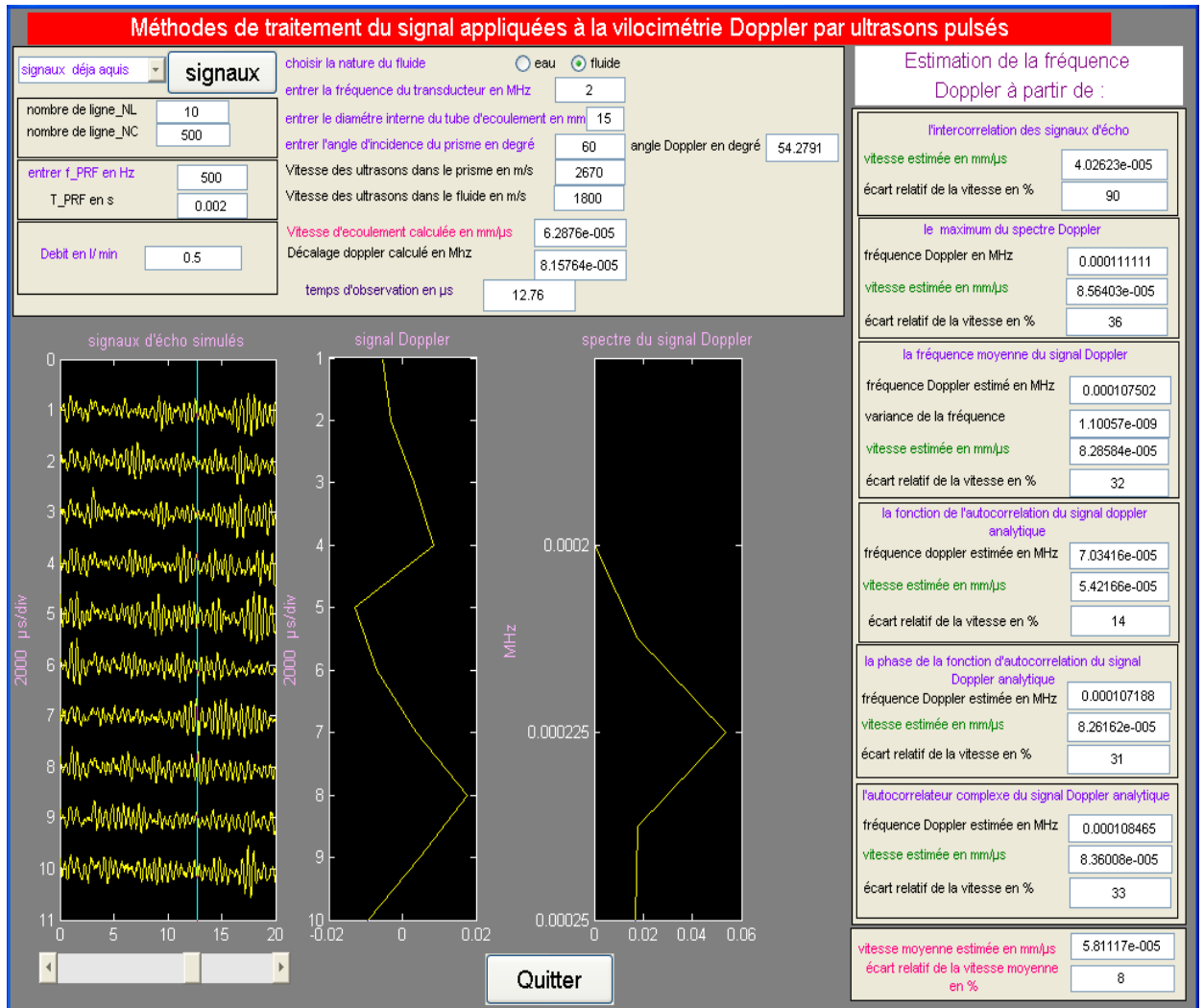


FIG. 4.29 – Interface graphique GUI de traitement des signaux ultrasonores expérimentaux obtenus pour le fluide doppler pour un débit de 0.5 l/min avec $f_e = 2 \text{ MHz}$, $f_{PRF} = 500 \text{ Hz}$ et un angle Doppler de 54.2° .

4.5 Discussion et Conclusion

D'après les résultats obtenus, on constate que l'estimation de la vitesse d'écoulement est plus fiable pour les angles Doppler inférieurs à 60° ; ceci est lié à la limite de l'estimation de la seule projection sur l'axe du faisceau ultrasonore et non du module de vitesse. La précision de l'estimation de vitesse est réduite dans le cas d'angles proches de 90° car la projection sur l'axe du transducteur est très faible.

D'autre part on constate que, dans le cas des faibles débits, l'estimation des vitesses d'écoulement est bonne aux faibles valeurs de f_{PRF} , ceci est dû au fait que les cibles dont on mesure la vitesse d'écoulement sont dans le champ d'exploration ultrasonore, contrairement au cas des grandes valeurs de f_{PRF} où on obtient une mauvaise estimation puisque les cibles sortent du champ d'exploration. Dans le cas des grands débits, la situation s'inverse et l'estimation est meilleure pour les grandes f_{PRF} . On peut conclure alors que la sensibilité aux flux lents nécessite une f_{PRF} basse et une f_{PRF} élevée pour les flux rapides.

Les différentes techniques de traitement du signal sont cohérentes entre elles, mais on a remarqué que la technique basée sur la fonction de l'autocorrelation du signal Doppler analytique est très sensible à la f_{PRF} de telle sorte qu'elle donne une meilleure estimation de la vitesse pour les grandes valeurs de la f_{PRF} .

L'effet de la turbulence au niveau des extrémités du tube d'écoulement, qui est négligé dans cette étude, fausse la mesure et l'estimation des vitesses et du sens de l'écoulement.

Conformément aux conclusions d'autres auteurs [eva93] [sza04], nous avons constaté que les méthodes d'autocorrelation semblent être les plus précises et pour ces raisons, elles sont très utilisées pour l'estimation de la fréquence Doppler.

Conclusion

La technologie Doppler à ultrasons pulsés constitue un puissant moyen d'investigation non invasive pour la mesure des flux sanguins. Son utilisation est devenue un standard en cardiologie vasculaire, en particulier lorsqu'elle fait appel à des barrettes multiéléments qui permettent de réaliser des imageries en temps réel de tous les phénomènes hémodynamiques. Ces résultats sont néanmoins obtenus grâce à des techniques de traitement du signal relativement complexes.

Les techniques de traitement du signal étudiées dans le cadre de ce mémoire sont basées sur l'effet Doppler. Elles présentent toutefois un certain nombre d'inconvénients. En particulier la variance de la mesure de vitesse augmente si, pour améliorer la résolution en profondeur, on utilise une excitation large bande. D'autre part, la fréquence moyenne des signaux réfléchis varie avec la profondeur, donc elle dépend du temps ; ce qui perturbe l'estimation de la vitesse. L'effet d'atténuation décale progressivement la fréquence centrale des signaux reçus. L'effet de la diffraction qui dépend de la fréquence modifie également la fréquence centrale des signaux. Ce décalage de la fréquence centrale mène à une estimation biaisée de la vitesse. De plus les interférences aléatoires entre les échos rétrodiffusés par les tissus biologiques affectent fortement la fréquence centrale du spectre entraînant une grande valeur de la variance dans l'estimation de la vitesse.

En pratique, ces limitations sont pratiquement compensées en réduisant la largeur de bande des signaux, au détriment toutefois de la résolution en profondeur.

Annexe A

Calcul de la limite supérieure z_{ub}

On va chercher la gamme de z dans laquelle les inégalités suivantes sont satisfaites simultanément :

$$\frac{W(z)}{W_0} < M \quad (A.1)$$

$$|\varphi(z)| < P \pi \quad (A.2)$$

$$\left| \frac{k}{2} \frac{r^2}{R(z)} \right| < P \pi \quad (A.3)$$

Les expressions de $W(z)$, $\varphi(z)$ et $R(z)$ sont données par :

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right)^2} \quad (A.4)$$

$$\varphi(z) = -\arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi W_0^2}\right) \quad (A.5)$$

et

$$R(z) = z + \frac{1}{z} \left[\frac{\pi W_0^2}{\lambda} \right]^2 \quad (A.6)$$

Pour chacune des inégalités ((A.1), (A.2) et (A.3)), il existe un domaine particulier de z qui satisfait ces inégalités. Premièrement, on va trouver ces trois différents domaines ensuite prendre l'intersection de ses trois domaines comme un résultat final.

Substituant l'équation (A.5) dans l'inégalité (A.1) on obtient :

$$1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi W_0^2} \right)^2 < M^2 \quad (\text{A.7})$$

La limite supérieure de $|z|$ est donnée donc par :

$$|z| < \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \sqrt{M^2 - 1} \quad (\text{A.8})$$

Maintenant on substitue l'expression de $\varphi(z)$ (A.5) dans (A.2) :

$$\left| \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi W_0^2}\right) \right| < P \pi \quad (\text{A.9})$$

donc

$$|z| < \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \tan(P \pi) \quad (\text{A.10})$$

Finalement, on substitue l'équation (A.6) dans (A.3), on aura :

$$\frac{\pi}{\lambda} \frac{r^2 |z|}{|z|^2 + \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda^2}} < P \pi \quad (\text{A.11})$$

Cette inégalité est réécrite comme suit :

$$|z|^2 - \frac{r^2}{P \lambda} |z| + \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda^2} > 0 \quad (\text{A.12})$$

Pour ($r^2 < 2 P \pi W_0^2$), l'inégalité (A.12) est toujours vérifié. Pour les autres valeurs de r^2 , l'inégalité (A.12) n'est satisfaite que pour les valeurs de $|z|$ données par la relation suivante :

$$|z| < \frac{r^2}{2 P \lambda} - \sqrt{\left(\frac{r^2}{2 P \lambda}\right)^2 - \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda^2}} \quad (\text{A.13})$$

Le terme à droite de l'expression (A.13) est une fonction monotone décroissante en r^2 ; par conséquent, pour les grandes valeurs de r^2 , l'amplitude du champ est assez petite et on peut donc ignorer ces régions.

Considérons la région ($r^2 < 2 W_0^2$) dans laquelle le champ ne peut pas être négligé. On a :

$$|z| < \frac{2 W_0^2}{P \lambda} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{(P \pi)^2}{4}} \right] \quad (\text{A.14})$$

Puisque $\frac{P \pi}{4}$ est inférieur à 1, le terme sous la racine carrée dans cette dernière équation peut s'écrire comme suit :

$$\sqrt{1 - \frac{(P \pi)^2}{4}} \simeq 1 - \frac{1}{2} \frac{(P \pi)^2}{4} \quad (\text{A.15})$$

Substituant ce résultat dans l'équation (A.14), on obtient :

$$|z| < \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \frac{P \pi}{4} \quad (\text{A.16})$$

La dernière étape est de trouver l'intersection entre les inégalités (A.8). (A.10) et (A.16), qui donne :

$$|z| = \frac{\pi W_0^2}{\lambda} \min \left[\sqrt{M^2 - 1}, \frac{P \pi}{4} \right] \quad (\text{A.17})$$

dont on a tenu compte du fait que $\tan(P \pi)$ est toujours supérieure à $P \pi$.

Bibliographie

- [ang83] BAJ.Angelsen, K.Kirstoffersen, "Discrete Time Estimation of the Mean Doppler Frequency in Ultrasonic Blood Velocity Measurements". IEEE Trans on Biomed Eng, N°4, 30, 1983.
- [azi85] M.Azimi, A.C.Kak, "An analytical study of Doppler ultrasound systems", Ultrasonic imaging 7, 1 – 48, 1985.
- [bar85] W.D.Barber, J.W.Eberhard, S.G.Karr, "A new time-domain technique for velocity measurements using Doppler ultrasound", IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol 32, N°3, 213–229, 1985.
- [blo05] P. E. Bloomfield, "Extension of the scattering-object function and the pulser-receiver impulse response in the field II formalism", Ultrasonics 43, 421 – 427, 2005.
- [bon86] O.bonnefous, P.Pesqué, X.Bernard, "A new velocity estimator for color flow mapping", IEEE Ultrasonic Symposium Proceedings, 855 – 860, 1986.
- [bon89] O.bonnefous, "Statistical analysis and time correlation processes applied to velocity measurement", IEEE Ultrasonic Symposium Proceedings, 887 – 892, 1989.
- [bru98] M. Bruneau , "Manuel d'acoustique fondamentale", Hermes, Paris, 1998.
- [com84] R.Comolet, "Biomécanique circulatoire", MASSON, Paris, 1984.
- [dan98] D.Dangoisse, D.Hennequin, V.Zehnlé, "Les Lasers", Dunod, Paris, 1998.
- [dje90] H. Djelouah, "Contribution à l'étude du rayonnement des champs ultrasonores impulsionnels dans les liquides et les solides", thèse de Doctorat d'Etat, U.S.T.H.B, Alger, 1990.
- [emb90] P.M.Embree,W.D.O'Brien, "Volumetric blood flow via time-domain correlation : experimental verification", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol 37, N° 2, 176 – 189, 1990.
- [eva93] D.H. Evans, "Advances in ultrasound techniques and instrumentation", Chap.8. P.N.T.Wells(ed.), Churchill Livingstone, New York, 1993.

- [fis04] S.Fischer, "Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale", thèse de Doctorat, Université de Louis Pasteur (Strasbourg I), 2004.
- [fos90] S.G.Foster, P.M.Embree,W.D.O'Brien, "Flow velocity profile via time-domain correlation : error analysis and computer simulation", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol 37, N° 2, 164 – 175, 1990.
- [fre04] N.Fressengeas,"Champ et propagation", cours, Supelec, Campus de METZ, 2004 – 2005.
- [gra99] C.Grataloup-Oriez, A.Charpentier. Principes et techniques de l'échographie-doppler. Encycl Méd Chir (Elsevier,Paris), Radiodiagnostic-Principes et techniques d'imagerie, 35 – 003 – C – 10, 10 p, 1999.
- [hil04] C.R.Hill, J.C.Bamber, G.R.ter Harr, "Physical principles of medical ultrasonics", John Wiley & Sons,Ltd, 2004.
- [hpj86] HEWLETT-PACKARD JOURNAL, volume 37, N ° 6, U.S.A, 1986.
- [jen91] J. A. Jensen, "A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue", J. Acoust. Soc. Am. 89(1), 182 – 190, 1991.
- [jen99] J.A.Jensen, "Linear description of ultrasound imaging systems", Ultrasonics, 358–362, 2000.
- [jen00] J.A.Jensen, "Algorithms for estimating blood velocities using ultrasound",International Summer School on Advanced Ultrasound Imaging, Technical University of Denmark, 1999.
- [jen07] J.A.Jensen, "Medical ultrasound Imaging", Biophysics and Molecular Biology, 153 – 165, 2007.
- [kas85] C.Kasai, K.Namekawa, A.Koyano, "Real time two dimensional flow imaging using an autocorrelation technique", IEEE Trans.Sonics and Ultrason,vol.su-32, N° 3,458 – 464, 1985.
- [kin34] L.V.King, "On the acoustic radiation field of the piezo-electric oscillator and the effect of viscosity on transmission", Can.J.Res.11, 135 – 155, 1934.
- [kri05] A. Kribeche, "Détection et analyse des signaux ultrasonores d'un dispositif Doppler multi-capteurs pour le suivi de l'activité foetale", thèse de Doctorat, Université de Tours (France), 2005.

- [kri88] K.Kistoffersen, "Time-Domain Estimation of the Center Frequency and Spread of Doppler Spectra in Diagnostic", IEEE Trans on Ultrasonics, Ferro and Freq Contr, N°6, 35,1988.
- [lam93] A. Lambert, Y.Pralus, J.Rivenez, "Ultrasons, Propagation des ondes ultrasonores", niveau 2, C.E.T.I.M, france, 1993.
- [lau84] P. Laugier, G. Berger, J. Perrin, "Diffusion des ultrasons dans les tissus biologiques", Acta Electronica 26(1 – 2), 81 – 93, 1984.
- [lou95a] T.Loupas, R.B.Peterson, R.W.Gill, "Experimental evaluation of velocity and power estimation for ultrasound blood flow imaging, by means of a two-dimensional autocorrelation approach", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol 42, N°4, 689 – 699, 1995a.
- [lou95b] T.Loupas, J.T.Powers, R.W.Gill, "An axial velocity estimator for ultrasound blood flow imaging, based on a full evaluation of the Doppler equation by means of a two-dimensional autocorrelation approach", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol 42, N°4, 672 – 688, 1995b.
- [mar09] A.Marion, "Filtrage spatiotemporel orienté de séquences d'images : application à l'estimation du mouvement des flux sanguins en imagerie ultrasonore", thèse de Doctorat, L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (France), 2009.
- [mo88] LYL.Mo, LCM.Yun , RSC.Cobbold, "Comparison of Four Digital Maximum Frequency Estimators for Ultrasound", Ultrasound in Med and Biol, 14, N°5, 1988.
- [mor86] P. M. Morse and K. U. Ingard , "Theoretical Acoustics", McGraw-Hill, New York, 1968.
- [mun00] P.Munk J.A.Jensen, "A new approach for the estimation of the axial velocity using ultrasound", Ultrasonics, 661 – 665, 2000.
- [nas86] D. K. Nassiri and C. R. Hill, "The use of angular acoustic scattering measurements to estimate structural parameters of human and animal tissues", J. Acoust. Soc. Am.79(6), 2048 – 2054, 1986.
- [poo06] Ting-Chung Poon, Taegeun Kim, "Engineering optics with MATLAB", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 97 – 105, 2006.
- [prn09] http://prn1.univ-lemans.fr/prn1/siteheberge/PublisCours-OPI/OPI_fr_M01_C03/co/Contenu_08.html.
- [ray65] L.Rayleigh, "Theory of sound", Dover, New-York, vol II, sec 278, 1965.

- [ser06] R. Serhane, "Etude de champs ultrasonores rayonnés par les systèmes d'imagerie ultrasonore bidimensionnelle", mémoire de magister, U.S.T.H.B, Alger, 2006.
- [sie86] A.E.Siegman, "Lasers", Mill Valley, California, 1986.
- [sza04] T. L. Szabo : "Diagnostic ultrasound imaging", Elsevier Academic Press, Series in Biomedical Engineering. New York, 2004.
- [tor07] P.Tortoli, P.Fidanzati, L. Bassi, "Ultrasonic Doppler modes", Physics for Medical Imaging Applications, Springer, 123 – 136, 2007.
- [URI09] [http ://ultrasonics.bioen.uiuc.edu/URI/index.htm](http://ultrasonics.bioen.uiuc.edu/URI/index.htm), 2009.
- [vio03] F.Viola,W.F.Walker, "A comparison of the performance of time-delay estimators in medical ultrasound", IEEE Transactions on Ultra-sonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol 50,N°4, 392–401, 2003.
- [wik09] [http :// fr.wikipedia.org/wiki/ Faisceau_gaussien](http://fr.wikipedia.org/wiki/Faisceau_gaussien) #D.C3.A9finitions_d.27un_faisceau_Gaussien.
- [wil90] J.C.Willemetz, "Etude quantitative de l'hémodynamique de vaisseaux sanguins profonds par échographie Doppler ultrasonore", thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1990.
- [wen88] J.J. Wen, M.A. Breazeale , "A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams" J. Acoust. Soc. Am. 83(5), (1988), 1752 – 1756.
- [zit07] H.Zitout, "Influence des caractéristiques géométriques sur l'écoulement sanguin", mémoire de Magister, Université de l'U.S.T.H.B, Alger, 2007.