

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE

FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN : PHYSIQUE

Spécialité : Electronique Quantique

Par : M^r BEN MAAMER Hamid

Sujet :

***ETUDE DE L'INFLUENCE DU PROFIL DE
MODULATION SUR LES CARACTERISTIQUES DE
DIFFRACTION DES HOLOGRAMMES DE VOLUME DE
PHASE ENREGISTRES EN REFLEXION***

Soutenu publiquement, le 25/12/2014, devant le jury composé de :

M.R.OUDIH	Pr à l'USTHB	Président
M. A. KELLOU	Pr à l'USTHB	Directeur de Mémoire
M.M.DJEBLI	Pr à l'USTHB	Examineur
M.N.BENREKAA	M.C.A à l'USTHB	Examineur
M.Y.SALHI	M.C.A à l'USTHB	Examineur

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	03
CHAPITRE. I : GENERALITES	06
I.1 Principe de l'holographie optique.....	07
I.2 Enregistrement d'un hologramme.....	07
I.3 Restitution d'une image tridimensionnelle.....	10
I.3.a Position et qualité des images.....	12
I.3.b Image conjuguée.....	13
I.4 Différents types d'hologrammes.....	13
I.4.a Hologrammes en surface et hologrammes en volume.....	15
I.4.b La granularité laser ou « speckle »	15
CHAPITRE. II : THEORIE DES ONDES COUPLEES.....	18
II.1 Introduction.....	19
II.2 Conditions d'enregistrement.....	19
II.3 Conditions d'éclairage.....	24
II.4 ANALYSE.....	26
II.4.a Equation d'onde.....	26
II.4.b Equation d'onde couplée.....	26
II.4 .c Solution.....	28
CHAPITRE. III : MODELISATION DES NON LINEARITES PAR LA THEORIE DES ONDES COUPLEES.....	30
III.1 Introduction.....	31
III.2 Equation d'onde couplée.....	31

CHAPITRE. IV : RESOLUTION DU SYSTEME D'ONDES D'EQUATIONS COUPLEES POUR LE CAS U'UNE MODELISATION SINUSOIDALE ET POUR UN HOLOGRAMME EN RELEXION.....	34
IV.1 Solution numérique pour divers valeurs de F.....	35
IV.2 Discussion des résultats	35
CHAPITRE.V :RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS D'ONDES COUPLEES AVEC INCLUSION DE DEUX HARMONIQUES DE MODULATION POUR UN CAS EN FELEXION.....	40
V.1 Solution numérique pour divers valeurs de F.....	42
V.2 Discussion des résultats.....	42
V.3 Interprétation Physique.....	43
CHAPITRE. VI: PROFILS DE MODULATION EN DENT DE SCIE , TRIANGULAIRE ET CARRE POUR UN ENREGISTREMENT EN FELEXION....	47
VI.1 Profil de modulation en dent de scie	50
VI.1.a Considérations physique.	54
VI.2 Solution numérique pour un profil triangulaire.....	55
VI.2.a Discussion et analyse des résultats.....	60
VI.3 Profil de modulation carré.....	60
VI.3.a Résultats numériques.....	60
VI.3.b Analyse.	65
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....	66
REFERENCES.....	70

INTRODUCTION GENERALE

C'est en 1947 que l'anglais Dennis GABOR [1] eut l'idée de l'holographie. Mais ce n'est qu'en 1962, soit deux ans après que l'américain MAIMAN eut fait fonctionner le premier laser (un laser à rubis, en l'occurrence)[2], que l'holographie prit son véritable essor avec l'enregistrement des premiers hologrammes d'objets tridimensionnels diffusants la lumière par les américains LEITH et UPATNIEKS [3] et par le russe DENISUYK [4], grâce à l'utilisation des premiers lasers à gaz (Hélium-Néon) à émission continue. Ces hologrammes, surtout ceux de DENISUYK, ont donné lieu à ce qu'il convient d'appeler « **l'holographie image** », connue du grand public par son côté spectaculaire (relief intégral saisissant des hologrammes géants). Une application, relativement bien développée de l'holographie image aujourd'hui, est l'hologramme d'un type particulier utilisé sur les cartes bancaires, les cartes grises, les billets de banque dont le but était de rendre les cartes ou les billets infalsifiables.

L'utilisation de l'hologramme comme composant optique (miroir, lentille, séparateur,...) est sans doute aussi un des exemples prometteurs d'applications de l'holographie.

Quelques années plus tard, en 1965 [5], plusieurs laboratoires furent à l'origine de **l'interférométrie holographique** et du véritable départ de l'holographie dans l'industrie. Les chercheurs constatèrent qu'un déplacement trop important de l'objet (ou de tout autre élément du montage), pendant l'enregistrement de l'hologramme, entraîne l'apparition de franges d'interférence sombres et claires parasites sur l'image restituée, pouvant altérer complètement celle-ci. Pour obtenir un hologramme de bonne qualité, il fallait donc éliminer ces franges parasites, en assurant une stabilité suffisante de l'objet et des différents éléments du montage pendant le temps d'exposition. Mais d'un autre côté, ces franges d'interférences parasites pouvaient être exploitées et donner de précieux renseignements quantitatifs sur les déplacements qui leur avaient donné naissance. Un défaut

majeur pour un hologramme image devenait très important pour les applications industrielles.

Tout ce qui se déforme dans la nature est *a priori* susceptible d'être analysé par interférométrie holographique : de la déformation d'un tympan sous l'effet d'un bang d'avion supersonique [6] à la déformation des éléments d'un moteur en fonctionnement [7] ou d'un blindage sous le choc d'un projectile [8], en passant par la croissance d'un cristal ou par les variations de densité de l'air autour d'un profil d'aile d'avion [9].

Pour la première fois, une technique, l'holographie, permet l'analyse sans contact avec une grande sensibilité et une grande résolution spatiale et temporelle des phénomènes physiques dans leurs quatre dimensions ,3 pour l'espace et 1 pour le temps (par ciné holographie) [10], notamment en mécanique. C'est une méthode qui bouleverse nos conceptions habituelles en matière de métrologie et que le mécanicien, au sens large du terme, ne peut plus ignorer.

Notre travail se situe dans le cadre de l'amélioration de la qualité des hologrammes enregistrés et consiste à une analyse du comportement du réseau de diffraction transparent de l'hologramme et cela en faisant une étude théorique des effets d'un enregistrement non linéaire sur les hologrammes volumiques de phase.

Afin de reproduire le cas pratique et surtout de voir l'influence de la position de l'objet par rapport au profil de modulation enregistré, nous nous sommes intéressés notamment au cas en réflexion.

Nous avons étendu notre étude théorique pour le cas d'un enregistrement holographique en réflexion pour des hologrammes en saturation et dans le travail qui suit nous allons traduire mathématiquement cette saturation sous différentes formes de profils de modulation (dent de scie, triangulaire et profil carré) autrement dit un profil non sinusoïdal. Nous avons mis en évidence également l'influence de différents facteurs sur les amplitudes de modulation.

Mathématiquement le problème est posé sous forme d'une série infinie d'équations différentielles issues de l'équation d'onde incidentes et une autre série

infinie d'équations différentielles issues de l'équation d'onde réfléchi. La résolution de ce système d'équations couplées a été réalisée en utilisant le langage de programmation Fortran où on a utilisé la sous-routine BVFPD pour la partie incidente aux conditions finales connues et la sous-routine IVPRK pour la partie réfléchi aux conditions initiales connues.

Cette extension vers les milieux non linéaires va contribuer à évaluer avec plus de rigueur le comportement des matériaux holographiques existants et surtout elle va permettre leur dimensionnement et leur caractérisation d'où la possibilité d'enregistrer plusieurs hologrammes dans ces différentes structures et à différents positionnements. Ce dernier aspect a donné lieu à de nombreuses expérimentations afin d'arriver à enregistrer des hologrammes avec une bonne fréquence spatiale et une meilleure efficacité de diffraction, surtout dans le domaine de stockage de l'information en mémoires optiques dites holographiques[11].

Ce domaine de recherche est en plein essor bien que l'holographie optique à virer vers le numérique [12] avec l'arrivée des caméras CCD qui ont remplacé les hologrammes optiques. Néanmoins l'avancée de la recherche sur les matériaux holographiques a fait que l'holographie optique a encore de beaux jours devant elle.

CHAPITRE. I : GENERALITES

I.1 Principe de l'holographie optique

Pour bien saisir ce qu'est l'interférométrie holographique, il est nécessaire de comprendre d'abord le processus d'enregistrement et de restitution de l'onde lumineuse provenant d'un objet, c'est à dire le processus de l'holographie. Nous considérerons ici essentiellement le cas d'objets solides tridimensionnels diffusant la lumière qu'ils reçoivent (objets en relief le plus souvent rencontrés dans les applications de la mécanique). Le cas des objets transparents (application à la mécanique des fluides, notamment) ne sera pas abordé. Ce sujet est traité dans les références [9] et [10].

Nous allons voir que l'enregistrement du relief d'un objet consiste à enregistrer la phase de l'onde lumineuse qui a rencontré l'objet. L'enregistrement de la phase d'une onde se fait par interférométrie, c'est-à-dire en superposant à l'onde venant de l'objet, une onde lumineuse de référence. Nous verrons également que les interférences ne sont possibles (dans le contexte de ce travail) que si les deux ondes objet et référence proviennent d'une même source unique d'éclairage. L'holographie consiste donc à enregistrer par interférométrie, sur un support photosensible, l'onde lumineuse diffusée, diffractée par un objet convenablement éclairé, puis à restituer à loisir cette onde lumineuse à partir de l'enregistrement, appelé communément hologramme.

I.2 Enregistrement d'un hologramme

En général, la source d'éclairage utilisée est un laser qui doit posséder les propriétés adéquates pour la création d'interférences lumineuses avec un bon contraste. Parmi ces propriétés on peut citer :

- La cohérence spatiale : le faisceau laser peut être focalisé en un spot lumineux de très petite dimension (tache de diffraction) ;

- La cohérence temporelle : le laser émet un rayonnement quasi monochromatique. Plus le rayonnement est monochromatique, plus la cohérence est grande et plus les dimensions de l'objet pourront être importantes.

Le « support photosensible » signifie tout milieu capable d'enregistrer les interférences lumineuses. Ces milieux sont très variés (plaques et films photographiques, films thermoplastiques, cristaux photo-réfractifs, photopolymères,...). Les interférences sont enregistrées sous différentes formes : variations de densité optique, variations d'épaisseur, variations d'indice de réfraction du milieu et conduisent souvent à différents types d'hogrammes (hogrammes d'amplitude lorsqu'on a essentiellement des variations de densité optique, et hogrammes de phase dans les autres cas).

Quelquefois, plusieurs paramètres du support photosensible varient en même temps et on essaie par des traitements chimiques appropriés de favoriser l'un ou l'autre de ces paramètres suivant le type d'application que l'on désire.

Dans pratiquement tout ce document, on s'intéressera, sauf mention particulière, aux hogrammes d'amplitude.

L'onde lumineuse (vibration) est caractérisée par une amplitude a , une phase φ et une pulsation ω . L'hogramme enregistre et restitue a et φ . La phase φ de l'onde est la grandeur importante de l'holographie. Elle est reliée à la longueur d'onde λ de la lumière et au chemin optique parcouru Δ par la relation :

$$\varphi = 2 \pi \Delta / \lambda \quad (\text{I.1})$$

Dans un milieu homogène, le chemin optique Δ est le produit de la longueur géométrique L parcourue par la lumière par l'indice de réfraction n du milieu dans lequel se propage la lumière : $\Delta = n L$

Dans l'air stable, n est voisin de l'unité ($n = 1,000293$ à température ambiante (18°C) et à pression normale (une atmosphère)) de sorte que l'on écrira : $\Delta = L$

Les interférences permettent d'enregistrer la phase φ (sous la forme de variations d'intensité lumineuse) donc de L, et par conséquent du relief de l'objet.

Ce principe est illustré par le schéma de la Figure I.1.

La source S (laser) éclaire l'objet qui diffuse la lumière qu'il reçoit. Pour un point M de l'objet, la lumière parcourt jusqu'au point H du support photosensible (par exemple une plaque photographique) le trajet SMH. Un observateur placé derrière la plaque photographique perçoit l'objet éclairé. Il intercepte avec ses yeux deux portions de l'onde Σ diffusée par l'objet correspondant à deux directions légèrement différentes. Son cerveau, à partir des deux images rétiniennes calcule la position du point M. C'est l'effet stéréoscopique. C'est une vision subjective du relief (nous pouvons restituer une image tridimensionnelle à partir d'images planes).

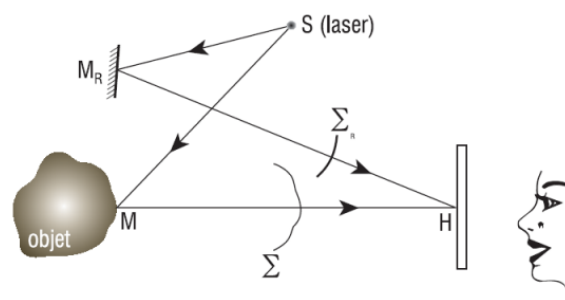


Figure I.1- Principe d'enregistrement d'un hologramme

Sur la figure I.1, une seule direction d'observation (un seul œil) a été représentée pour simplifier le dessin. Pour la même raison, on n'a pas représenté les optiques nécessaires à l'éclairage correct de l'objet et de l'hologramme.

Pour enregistrer l'onde Σ avec sa phase φ (reliée à la distance SMH) il faut la faire interférer avec une onde lumineuse de référence Σ_R provenant également de la source S (ce dernier point est essentiel : pour interférer, les ondes doivent provenir d'une même source lumineuse). Un moyen simple d'arriver à cela est de prélever une partie de l'onde d'éclairage avec un petit miroir M_R.

L'onde de référence Σ_R parcourt le trajet SM_RH . Les ondes Σ et Σ_R interfèrent dans tout l'espace où elles se superposent. La plaque photographique H enregistre une section de ce phénomène d'interférence.

Ce phénomène d'interférence est à l'échelle de la longueur d'onde de la lumière ($\lambda=0,5\mu\text{m}$ pour la lumière verte) donc microscopique. L'émulsion photographique (ou d'une façon générale le support photosensible) doit avoir un grain suffisamment fin pour l'enregistrer correctement. C'est ce qui explique pourquoi il n'est pas possible d'enregistrer des hologrammes classiques sur des caméras CCD (par exemple) dont les pixels ont actuellement pour dimension 4 à 10 μm . Mais des possibilités existent tout de même pour ce type d'holographie numérique, nous en ferons état dans les perspectives.

Après développement photographique, on dispose d'un hologramme ayant emmagasiné l'onde Σ en amplitude et en phase.

I.3 Restitution d'une image tridimensionnelle

Pour lire l'hologramme et restituer l'onde Σ en amplitude et en phase, on éclaire la plaque photographique à l'aide de l'onde Σ_R uniquement, dans les mêmes conditions que lors de l'enregistrement (même incidence sur la plaque, même distance SM_RH), voir figure 2. L'hologramme diffracte alors une onde Σ exactement semblable à l'onde qu'avait diffusée l'objet lors de l'enregistrement et dans la même direction.

Pour l'observateur tout se passe comme si l'objet était présent. Les yeux interceptent une partie de l'onde Σ et on retombe sur le processus de vision stéréoscopique explicité plus haut. Pour voir l'objet, en somme, on n'a pas besoin de lui ; les ondes qu'il diffuse sont suffisantes.

L'image observée est dite virtuelle, ce qui est représenté sur la figure I.2 par des pointillés. La lumière suit les trajets en traits pleins. Cette image peut être photographiée sous tous ses aspects, comme l'objet lui-même pouvait l'être. Mais le relief est perdu car la phase de l'onde Σ n'est pas enregistrée par la

photographie. Celle-ci enregistre en effet l'intensité lumineuse I soit $|A|^2$, c'est à dire a^2 .

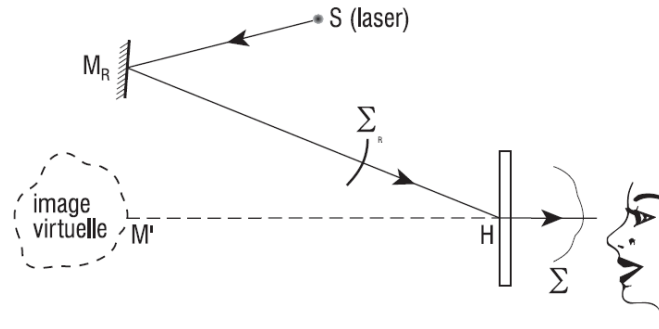


Figure I.2 - Restitution – Image virtuelle

Avec des hologrammes, il est possible d'observer des images réelles. Pour ce faire, il suffit d'appliquer le principe du retour inverse de la lumière.

Dans la pratique, on va éclairer l'hologramme avec une onde lumineuse Σ_R^* se propageant en sens inverse de l'onde de référence Σ_R et focalisée au point Σ voir figure I.3. Comme dans les montages précédents, les optiques ne sont pas représentées.

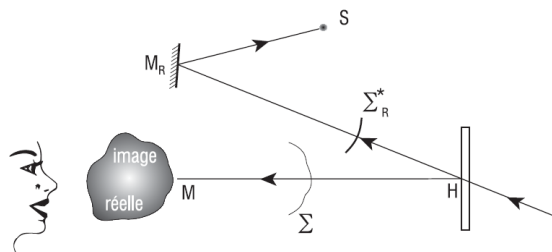


Figure I.3 – Restitution – Image réelle

L'hologramme « diffracte » une onde lumineuse qui forme dans l'espace une image lumineuse 3D réelle de l'objet à l'endroit exact où se trouvait l'objet lors de l'enregistrement. On constate cependant que cette fois l'observateur voit au premier plan le fond de la scène. Le relief est inversé : l'image est dite pseudoscopique. On peut obtenir une image réelle correcte (orthoscopique) en faisant l'hologramme de l'image réelle pseudoscopique.

Ces procédés sont notamment utilisés pour les hologrammes artistiques et publicitaires. Pour les applications à la mécanique, ce n'est pratiquement que l'image virtuelle qui est utilisée.

On exprime mathématiquement, pour simplifier les calculs, l'onde objet par l'amplitude complexe :

$$A = a \exp(j\omega t + \varphi) \quad (\text{I.3})$$

Pour l'onde de référence, on a :

$$A_R = a_R \exp(j\omega t + \varphi_R) \quad (\text{I.4})$$

En un point H de l'hologramme, on a une intensité lumineuse :

$$I = |A + A_R|^2 \quad (\text{I.5})$$

$$I = a^2 + a_R^2 + 2aa_R \cos(\varphi - \varphi_R) \quad (\text{I.6})$$

La phase temporelle ωt s'élimine donc, puisqu'on la suppose identique, dans le cadre de ce cours, pour les ondes objet et référence. De sorte qu'on caractérisera dans ce qui suit une onde lumineuse objet par l'amplitude complexe :

$$A = a \exp j\varphi \text{ et l'onde lumineuse de référence par : } A_R = a_R \exp j\varphi_R$$

I.3.a Position et qualité des images

Lorsque le montage de restitution est exactement semblable au montage d'enregistrement (longueur d'onde, caractéristiques géométriques), l'image virtuelle restituée est exactement semblable à l'objet et située exactement au même endroit. Si l'un des paramètres du montage change (longueur d'onde du laser, orientation du faisceau de référence par rapport à l'hologramme, distance du point source de référence à l'hologramme) l'image restituée n'est plus semblable

à l'objet. Elle change de position et de grandissement et présente des aberrations géométriques [13].

I.3.b. Image conjuguée

Lorsque l'angle entre l'onde objet et l'onde de référence n'est pas trop grand et si l'hologramme a une épaisseur suffisamment faible, on observe à la restitution 3 ondes lumineuses (on a 3 faisceaux lumineux) dont les amplitudes sont atténuées par l'hologramme lui-même :

- l'onde de référence (ou faisceau d'ordre 0) de phase φ_R et d'amplitude proportionnelle à a_R ,
- l'onde objet directe (ou faisceau d'ordre +1) de phase φ et d'amplitude proportionnelle à a donnant l'image virtuelle de l'objet (Figure 2),
- l'onde objet conjuguée (ou faisceau d'ordre -1) de phase $-\varphi$ et d'amplitude proportionnelle à a donnant une image non fidèle à l'objet dans une direction très différente de l'onde directe.

I.4. Différents types d'hologrammes

Les hologrammes sont classés en différents types suivant la façon de les éclairer et de les observer et suivant la nature de l'onde objet (diffuse ou non) ou le mode d'enregistrement de l'information (en surface ou en volume dans le milieu photosensible).

La distinction suivant la nature diffuse ou non-diffuse de la lumière provenant de l'objet est rarement faite alors qu'elle est très importante pour l'utilisation. Suivant l'état de surface de l'objet, la lumière laser qu'il reçoit est plus ou moins diffusée suivant la direction d'observation. Il y a deux cas limites :

- Le cas où l'objet peut être considéré comme réfléchissant la lumière (objet poli).
- Le cas où l'objet peut être considéré comme diffusant correctement la lumière dans toutes les directions sous lesquelles on l'observe (objet dépoli).

On peut également classer les hologrammes selon deux types :

- L'hologramme par transmission : Le faisceau de référence et l'objet O sont d'un même côté de l'hologramme (Figure I.1). Plus précisément l'onde de référence Σ_R et l'onde objet Σ se propagent dans le même sens. La direction moyenne du faisceau de référence fait un angle non nul θ avec la direction moyenne du faisceau objet.

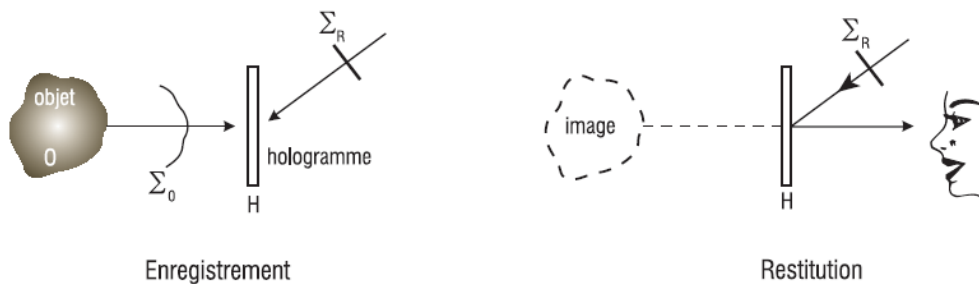


Figure I.4– Hologramme par réflexion ou hologramme de DENISUYK

- L'hologramme par réflexion qui est appelé dans certains cas (milieu photosensible épais) hologramme de DENISUYK [5] : l'onde de référence et l'onde objet se propagent en sens inverse (Figure I.4). Ces hologrammes sont susceptibles d'être observés en lumière blanche. De ce fait, ils sont très utilisés en holographie artistique et en holographie de communication. Ils sont employés en holographie industrielle lorsqu'on désire s'approcher de très près de l'objet pour augmenter la résolution spatiale.

Une autre façon de classer les hologrammes est aussi de considérer le mode d'enregistrement dans le milieu photosensible. Les interférences lumineuses sont traduites en :

- variation du coefficient de réflexion ou de transmission du milieu photosensible. On a ce qu'on appelle un hologramme d'amplitude, car lors de la restitution, l'hologramme module l'amplitude du faisceau de référence ;
- variation de l'épaisseur ou de l'indice de réfraction du milieu photosensible. On a un hologramme de phase : lors de la restitution, le faisceau de référence est modulé en phase par l'hologramme.

Parfois, les modulations de phase et d'amplitude du milieu photosensible sont présentes simultanément et ce n'est que le mode de traitement du milieu photosensible qui permet d'accentuer ou de privilégier la modulation de phase ou d'amplitude. Ainsi, dans le cas d'une plaque photographique utilisée comme milieu photosensible, les interférences lumineuses donnent des variations de noircissement, d'épaisseur et d'indice de réfraction. Après blanchiment chimique, l'hologramme deviendra complètement transparent et ne subsisteront que les variations d'épaisseur et d'indice de réfraction (l'hologramme devient un hologramme de phase). Dans le cas d'un film thermoplastique, les interférences sont traduites par des variations du relief de la surface : on a un hologramme de phase. Dans le cas d'un photopolymère, ce sont les variations d'indice de réfraction qui sont importantes : on a également un hologramme de phase.

I.4.a Hologrammes en surface et hologrammes en volume

L'épaisseur du milieu photosensible, autre paramètre important, permet de classer les hologrammes en deux autres catégories :

Les hologrammes assimilables à un plan, appelés hologrammes en surface, pour lesquels on peut considérer que l'information est enregistrée à la surface du milieu photosensible ; ce sont des hologrammes d'amplitude avec variation du noircissement, ou des hologrammes de phase avec variation du relief de la surface. Les hologrammes en volume dans lesquels on peut considérer que l'information est enregistrée dans l'épaisseur du milieu photosensible. Ce sont notamment les hologrammes de phase avec variation de l'indice de réfraction. L'intervention de l'épaisseur du milieu est particulièrement mise en évidence dans les hologrammes par réflexion (hologrammes de DENISUYK)

I.4.b La granularité laser ou « speckle » [19]

La lumière cohérente (laser) réfléchiée par une surface dépolie ou se propageant à travers un milieu transparent présentant des variations aléatoires d'indice de réfraction (écoulements d'air turbulents par exemple) présente une

distribution d'intensité lumineuse particulière appelée speckle ou granularité laser (Figure 5). Ce speckle est un phénomène d'interférence aléatoire.

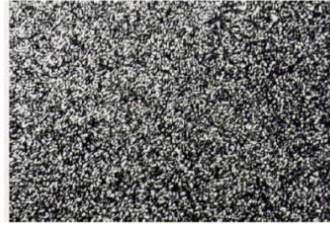


Figure I.5 – Photographie du speckle (granularité laser)

Considérons la Figure I.6. Chaque élément de la surface dépolie dont la rugosité est disant supérieure à la longueur d'onde de la lumière dans la direction d'observation, diffuse la lumière dans l'espace et en particulier au point H d'observation.

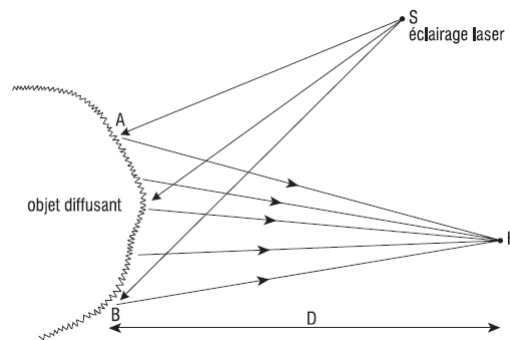


Figure I.6 – Principe du phénomène de speckle

Les ondes provenant des différents points de l'objet interfèrent dans tout l'espace et en particulier au point H d'observation. Lorsqu'on change le point d'observation, l'état d'interférence change. On passe ainsi par une succession de maximums et de minimums d'intensité lumineuse. La nature aléatoire de la variation du chemin optique due à la nature aléatoire de l'état de surface (rugosité) donne cet aspect particulier du phénomène d'interférence.

La dimension moyenne d'une tache élémentaire de speckle est déterminée par le diamètre angulaire α du diffuseur. On a approximativement :

$$s \approx 1,22 \lambda / \alpha \text{ avec } \alpha \approx AB / D = \emptyset / D \quad (\text{I.7})$$

Si on utilise une lentille de diamètre $\emptyset = AB$ pour former l'image de grandissement 1 d'un objet (éclairé par un laser) à une distance D de cette lentille, on a un speckle dans l'image de même dimension s . Cette valeur du grain de speckle est à rapprocher de la dimension de la tache de diffraction donnée par la lentille. En l'absence de lentille, on parle parfois de speckle objectif et, avec une lentille de speckle subjectif puisque dépendant de l'ouverture du système d'observation. Ce phénomène s'observe facilement en regardant une surface diffusante éclairée par un laser en diaphragmant plus ou moins l'œil.

Le speckle présent lors de l'enregistrement d'un hologramme est également présent lors de la restitution.

Le support photosensible lui-même génère un léger speckle. De nombreuses études ont été consacrées au speckle, à sa réduction et à son utilisation en métrologie [14].

CHAPITRE. II : THEORIE DES ONDES COUPLEES

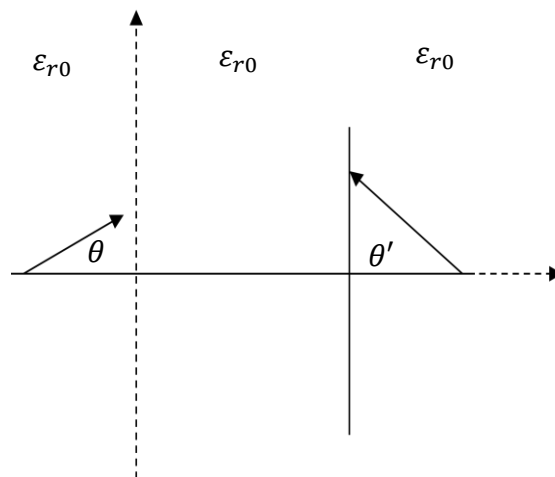
II THEORIE DES ONDES COUPLEES

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous présentons la théorie des ondes couplées de la diffraction de la lumière par les hologrammes épais en réflexion, proposée avec deux ondes par Kogelnick [15] et généralisée à plusieurs ondes par Solymar [16]. Cette théorie est la plus utilisée en raison de sa simplicité d'une part et de sa flexibilité d'autre part. Elle est applicable à toutes les classes d'hologrammes (phase, réflectif, transmissif...) et conduit à des résultats relativement bien corroborés par l'expérimentation.

II.2 Conditions d'enregistrement

Le modèle physique considéré avec les conditions d'enregistrement est décrit ci-dessous.



La figure II.1 : Enregistrement dans un milieu photosensible d'une onde objet et d'une onde de référence.

Le milieu d'enregistrement est limité par deux plans parallèles et considéré comme un diélectrique parfaitement transparent de permittivité ϵ_{r0}

Les deux ondes objet et référence sont supposées être :

- Infiniment planes
- Monochromatiques et de même longueur d'onde

-Asymétriques par rapport à l'axe OX. Elles forment respectivement avec celui-ci un angle égal à θ et θ'

-De direction de polarisation perpendiculaire au plan l'incidence OXY.

Cette polarisation de mode H est choisie afin de contourner la nature vectorielle du problème

On suppose que la permittivité relative de part et d'autre du milieu photosensible est la même et égale à ϵ_{r0} .

La perturbation du milieu photosensible par les deux ondes enregistrées est interprétée comme une variation $\Delta\epsilon$ de sa permittivité électrique relative au deux ondes. Kogelnick [17] a supposé dans sa théorie des deux ondes que le processus d'enregistrement est linéaire. Cela équivaut à supposer :

$$\Delta\epsilon = C'|E_{in}|^2 = C'E_{in}E_{in}^* \quad (\text{II.1})$$

Ou C' est une constante

Les deux ondes planes monochromatiques enregistrées $E_1^{ext}(r, t)$ et $E_2^{ext}(r, t)$ peuvent être exprimées en notation complexes sous la forme

$$E_1^{ext}(r, t) = E_{01}^{ext} \exp -j\beta(x \cos \theta^{ext} + y \sin \theta^{ext}) \quad (\text{II.2})$$

$$E_2^{ext}(r, t) = E_{02}^{ext} \exp +j\beta(x \cos \theta'^{ext} + y \sin \theta'^{ext}) \quad (\text{II.3})$$

Il est à noter que dans les deux expressions nous ne prenons en considération que la partie réelle.

E_{01}^{ext} et E_{02}^{ext} représentent respectivement les amplitudes des champs électriques associées à l'onde de référence et à l'onde objet.

β est la constante de propagation: Elle est liée à la longueur d'onde λ Par :

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{II.4})$$

λ peut être exprimée en fonction de la longueur d'onde dans le vide λ_0

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\varepsilon_{r0}^{1/2}} \quad (\text{II.5})$$

La variation de la permittivité électrique à l'intérieur du réseau est montrée dans la figure ci-dessous :

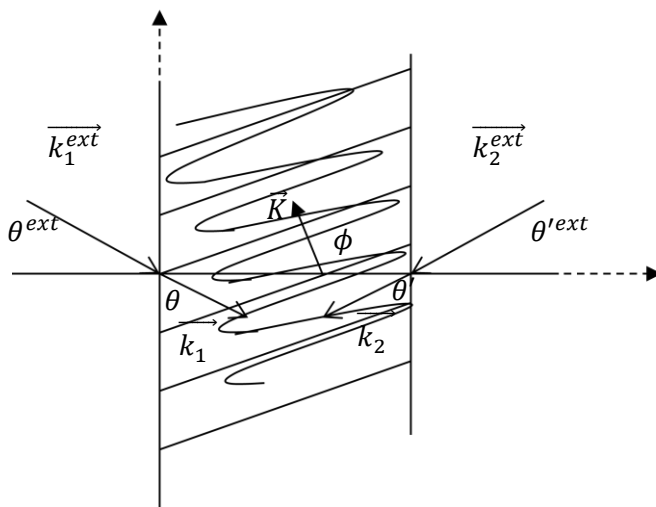


Figure II.2 : Variation de la permittivité électrique à l'intérieur du réseau

Des considérations géométriques simples montrent que ces plans ou franges sont orientés suivant la bissectrice de l'angle formé par les deux ondes. Elles sont disposées de façon périodique en raison de la répétitivité sinusoidale de la modulation.

C'est un réseau de phase épais, transmissif de période L et k_1^{ext} et k_2^{ext} sont les vecteurs d'onde de module $K=2\pi/L$.

Chacun de ses faisceaux fait un angle d'incidence dans le vide θ^{ext} et θ'^{ext} voir la figure(II.2) .

$$k_1^{ext} = \frac{2\pi}{\lambda_E} (\cos\theta^{ext}, \sin\theta^{ext}) \quad (\text{II.6})$$

$$k_2^{ext} = \frac{2\pi}{\lambda_E} (\cos\theta^{ext}, \sin\theta^{ext}) \quad (\text{II.7})$$

θ et θ' sont les angles dans le matériau et satisfont la loi de Descartes pour la réfraction, où n est l'indice de réfraction

$$\sin\theta^{ext} = n\sin\theta \quad (\text{II.8})$$

$$\sin\theta'^{ext} = n\sin\theta'$$

(II.9)

Les ondes à l'intérieur du réseau sont données par :

$$E_1(r, t) = E_{01} \exp -j\beta(x \cos\theta + y \sin\theta) \quad (\text{II.10})$$

$$E_2(r, t) = E_{02} \exp +j\beta(x \cos\theta' + y \sin\theta') \quad (\text{II.11})$$

La permittivité électrique relative dans le milieu est donnée par les vecteurs d'onde dans le matériau qui ont pour coordonnées

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_E} (\cos\theta, \sin\theta) \quad (\text{II.12})$$

$$k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_E} (\cos\theta', \sin\theta') \quad (\text{II.13})$$

On a vu que : $\Delta\varepsilon = \mathbf{C}' |E_{in}|^2 = \mathbf{C}' E_{in} E_{in}^*$ (II.14)

Le champ incident, peut s'exprimer par la somme des deux champs rapportés aux deux ondes à s'avoir :

$$E_{in} = E_1 + E_2 \quad (\text{II.15})$$

La variation $\Delta\varepsilon$ de la permittivité en fonction des amplitudes s'écrit :

$$\Delta\varepsilon = \mathbf{C}' (A_r^2 + A_s^2) + 2\mathbf{C}' A_r A_s \cos(\beta x (\cos\theta' - \cos\theta) - \beta y (\sin\theta' \sin\theta)) \quad (\text{II.16})$$

On pose :

$$\varepsilon_a = \mathbf{C}' (A_r^2 + A_s^2) \quad (\text{II.17}) \quad \text{et} \quad \varepsilon_1 = 2\mathbf{C}' A_r A_s \quad (\text{II.18})$$

Ce qui induit à l'expression de $\Delta\varepsilon$:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_1 \cos(\beta x (\cos\theta' - \cos\theta) - \beta y (\sin\theta' \sin\theta)) \quad (\text{II.19})$$

ε_a tient compte du changement de la permittivité électrique relative moyenne ε_{r0} du milieu photosensible.

Le terme $\varepsilon_1 \cos(\beta x(\cos\theta' - \cos\theta) - \beta y(\sin\theta' + \sin\theta))$ représente des perturbations spatialement variables de nature sinusoïdale.

En pratique le milieu d'enregistrement est supposé souvent faiblement perturbé ce qui nous ramène à poser : $\varepsilon_a \ll \varepsilon_{r0}$ et $\varepsilon_1 \ll \varepsilon_{r0}$

La permittivité électrique relative du milieu perturbé est donné par :

$$\varepsilon = \varepsilon_{r0} + \Delta\varepsilon \quad (\text{II.20})$$

Cela implique :

$$\Delta\varepsilon \approx \varepsilon_{r0} + \varepsilon_1 \cos(\beta x(\cos\theta' - \cos\theta) - \beta y(\sin\theta' + \sin\theta)) \quad (\text{II.21})$$

ε_1 l'amplitude maximale de modulation. Pour de faibles perturbations elle est nettement inférieure à la permittivité moyenne ε_{r0} .

L'interférence des deux ondes dans le milieu photosensible induit des plans d'intensité électrique maximale ce qui implique une permittivité électrique également maximale.

L'intensité lumineuse à l'intérieur du matériau est donnée comme suit :

$$I(r) = \frac{cn}{\varepsilon\pi} \langle |E_1(r, t) + E_2(r, t)|^2 \rangle \quad (\text{II.22})$$

Si I_i désigne l'intensité de chaque faisceau

$$I_i = \frac{cn}{\varepsilon\pi} |E_i|^2 \quad \text{avec } i=1,2 \quad (\text{II.23}) \quad \text{et } K = k_1 + k_2 \quad (\text{II.24})$$

On obtient :

$$I(r) = I_1 + I_2 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos(K, r) \quad (\text{II.25})$$

D'où :

$$I(r) = I_0(1 + m \cos(K, r)) \quad (\text{II.26})$$

Avec :

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad (\text{II.27}) \quad \text{et} \quad m = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad (\text{II.28})$$

Le vecteur \mathbf{K} a pour module :

$$K = \frac{4\pi n \sin((\theta + \theta')^2)}{\lambda_E} \quad (\text{II.29})$$

Et fait un angle $\phi = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta - \theta'}{2}$ avec l'axe ox . On définit le pas du réseau par

$$L = \frac{2\pi}{K} \quad (\text{II.30})$$

D'où la nouvelle expression de la permittivité électrique

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{r0} + \varepsilon_1 \cos \left[Kx \sin \left(\frac{\theta - \theta'}{2} \right) + Ky \cos \left(\frac{\theta - \theta'}{2} \right) \right] \quad (\text{II.31})$$

Ceci implique

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_1 \cos(K \cdot r) \quad (\text{II.32})$$

Si les deux faisceaux sont symétriques par rapport à la normale et à la face d'entrée du milieu ($\theta = \theta'$) on a :

$$\phi = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad L = \frac{2\pi}{K} = \frac{\lambda_E}{2n \sin \theta} \quad (\text{II.33})$$

II.3 Conditions d'éclairage :

Après avoir vu les conditions d'enregistrement nous allons décrire les conditions d'éclairage .Le réseau est schématisé sur la figure II.3 ci-dessous.

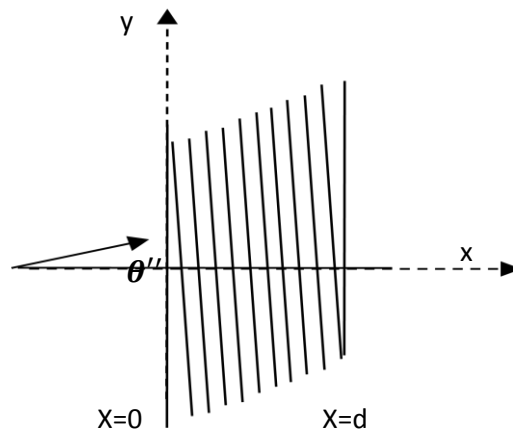


Figure II.3 : Conditions d'éclairage sur le réseau

Le réseau est éclairé par une onde plane, dite de reconstruction. Cette onde est monochromatique, de même longueur d'onde que les deux ondes enregistrées sauf compensation éventuelle, polarisée selon le mode H et faisant un angle θ'' avec l'axe OX.

L'onde de reconstitution subit une série de réflexions partielles par les franges. Les rayons réfléchis par deux plans consécutifs seront en phase si l'angle θ'' satisfait la loi de Bragg à savoir : $2L\sin\theta'' = \lambda$

L'onde de reconstruction doit avoir la même direction que l'une des deux ondes enregistrées (θ'' est appelé angle de Bragg).

Une longueur d'onde différente de celle des ondes enregistrées entraîne également une violation de la condition de Bragg.

Nous supposons que la condition de Bragg est satisfaite, ou très légèrement violée. Cette supposition est faite dans le but de ne prendre en considération que deux modes de diffraction (d'où l'appellation théorie de deux ondes),

L'un correspond à une onde directement transmise. C'est une réplique de l'onde de reconstitution, nous le désignons par mode ou ordre 0.

L'autre correspond à une onde diffractée représentant l'onde objet reconstruite, et que nous désignons par Mode ou ordre -1.

Les autres modes de diffraction d'ordre supérieur (M.D.O.S), sont supposés être pratiquement inexistantes et donc négligeables.

Signalons que des critères plus rigoureux soulignant l'importance des M.D.O.S ont été formulés par Benlarbi et al [18] même si la condition de Bragg est satisfaite. Les M.D.O.S ne peuvent être négligés que si l'amplitude maximale de modulation ϵ_1 est nettement plus petite que la permittivité moyenne ϵ_{r0} et si la période L du réseau est beaucoup plus petite que l'épaisseur du matériau d'enregistrement. Les réseaux remplissant ce critère sont qualifiés d'optiquement épais.

II.4 ANALYSE

II.4.a Equation d'onde

Après avoir vu les conditions d'éclairage on doit analyser l'onde de reconstruction. L'équation d'onde que doit satisfaire le champ électrique à l'intérieur du réseau est directement déduite des équations de maxwell et prend une forme scalaire en raison du mode de polarisation choisi. Pour un milieu d'enregistrement parfaitement transparent et non magnétique, elle s'écrit :

$$\nabla^2 E_{re} + \frac{\beta^2 \varepsilon}{\varepsilon_{r0}} E_{re} = 0 \quad (\text{II.34})$$

En remplaçant ε par $\varepsilon_{r0} + \Delta\varepsilon$ nous obtenons :

$$\nabla^2 E_{re} + \beta^2 \left(1 + \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{r0}}\right) E_{re} = 0 \quad (\text{II.35})$$

Les ondes sont infiniment planes. La disposition des franges est périodique et le modèle de réseau est à caractère unidimensionnel. L'équation d'onde se réduit à :

$$\frac{\partial^2 E_{re}}{\partial x^2} + \beta^2 \left(1 + \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{r0}}\right) E_{re} = 0 \quad (\text{II.36})$$

$$\text{Avec } \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

II.4.b Equation d'onde couplée

Nous associons un champ électrique à l'onde plane de reconstitution, perpendiculaire au plan d'incidence OXY qui éclaire le réseau sous une incidence égale ou proche de l'angle de Bragg :

$$\vec{E} = E_0 \exp - j(\vec{P} \cdot \vec{r}) \vec{v}_g \quad (\text{II.37})$$

Où E_0 est une constante réelle ayant la dimension d'un champ électrique,

\vec{v}_g le vecteur unitaire associé à l'axe oz.

\vec{P} représente le vecteur d'onde de l'onde de reconstitution (onde de référence) et \vec{r} le vecteur position.

$$\vec{P} = \beta \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.5}) \quad \text{et} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{II.38})$$

La solution peut être envisagée sous la forme :

$$E = A_0 \exp -j(\vec{P} \cdot \vec{r}) + A_{-1} \exp -j(\vec{\sigma} \cdot \vec{r}) \quad (\text{II.39})$$

Où

$$\vec{\sigma} = \vec{P} - \vec{K} \quad \text{et} \quad \vec{\sigma} = \beta \begin{pmatrix} \cos\theta - \frac{K}{\beta} \sin\phi \\ \sin\theta - \frac{K}{\beta} \cos\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.40})$$

ou $A_0(x)$ et $A_{-1}(x)$ sont respectivement les amplitudes complexes de l'onde transmise et de l'onde objet reconstruite. $\vec{\sigma}$ est le vecteur d'onde associé au mode -1. Il est lié au vecteur de réseau \vec{K} .

Récrivons $\Delta \varepsilon$ en notation complexe :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{2} \left(\exp j(\vec{K} \cdot \vec{r}) + \exp -j(\vec{K} \cdot \vec{r}) \right) \quad (\text{II.41})$$

En substituant les expressions du champ électrique E_{re} , et de la variation de la permittivité dans l'équation d'onde scalaire nous obtenons :

$$e^{-j(\vec{P} \cdot \vec{r})} \left(-2j\beta \frac{\partial A_0}{\partial x} + 2\chi\beta A_{-1} \right) + e^{-j(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})} \left(-2j\beta \frac{\partial A_{-1}}{\partial x} + (\beta^2 - \sigma^2) + 2\chi\beta A_{-1} \right) + e^{-j(\vec{P} - 2\vec{K}) \cdot \vec{r}} (2\chi\beta A_{-1}) + e^{-j(\vec{P} + \vec{K}) \cdot \vec{r}} (2\chi\beta A_0) = 0 \quad (\text{II.42})$$

$$\text{Où} \quad \chi = \frac{\beta \varepsilon_1}{4\varepsilon_{r0}} \quad (\text{II.43})$$

Des termes ont été négligés à cause de leur ordre de grandeur, comme les dérivées secondes $\frac{\partial^2 A_0}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2 A_{-1}}{\partial x^2}$

Les termes $e^{-j(\vec{P} - 2\vec{K}) \cdot \vec{r}}$ et $e^{-j(\vec{P} + \vec{K}) \cdot \vec{r}}$ ont été aussi négligés.

L'égalisation à zéro de chacun des coefficients des termes $e^{-j(\vec{P} \cdot \vec{r})}$ et $e^{-j(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}$ de l'expression (II.42) nous mène aux équations d'ordre couplées ci-dessous :

$$\frac{dA_0}{dx} + \frac{j\chi A_{-1}}{\cos\theta} = 0 \quad (\text{II.44})$$

$$\frac{dA_{-1}}{dx} + \frac{jVA_{-1}}{\cos\theta} + \frac{j\chi A_0}{\cos\theta} = 0 \quad (\text{II.45})$$

V est un paramètre de déphasage. Il mesure l'étendue de l'écartement de la condition de Bragg. Il est défini par : $V = \frac{(\beta^2 - \sigma^2)}{2\beta}$ (II.46)

χA_{-1} et χA_0 sont les termes de couplage contenus et traduisent un échange d'énergie entre les deux ondes. Le degré d'interaction entre celles-ci est indiqué par le coefficient de couplage.

Si l'onde de reconstitution dévie de façon appréciable de l'angle de Bragg le terme VA_{-1} qui apparaît dans l'équation (II. 45) produit un facteur de phase supplémentaire dans l'onde d'ordre -1, créant ainsi une désynchronisation entre les deux ondes et un affaiblissement du phénomène d'interaction.

Pour une incidence exacte de Bragg le paramètre de déphasage V est nul car $|\vec{P}| = |\vec{E}| = \beta$. Dans ce cas les deux équations d'ondes couplées se réduisent à :

$$\frac{dA_0}{dx} + \frac{j\chi A_{-1}}{\cos\theta} = 0 \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{dA_{-1}}{dx} + \frac{j\chi A_0}{\cos\theta} = 0 \quad (\text{II.48})$$

II.4.c Solution :

Les deux équations ont la même forme, elles démontrent un parfait synchronisme entre les deux modes 0 et -1.

La résolution du système d'équation différentielle du premier ordre donné par (II. 47) et (II. 48) est simple si les conditions aux limites sont connues.

Pour un hologramme volumique en transmission réalisé par Kogelnick [17], les ondes évoluent avec l'épaisseur. L'onde de reconstitution a une amplitude minimale en $x=0$ (entrée du réseau). Le phénomène de conversion d'énergie n'ayant pas encore débuté, le mode -1 aura en x une amplitude nulle. En

normalisant l'amplitude maximale de l'onde de reconstitution à 1, nous pouvons exprimer nos conditions aux limites sous la forme :

$$A_0(0) = 1 \text{ et } A_{-1}(0) = 0 \quad (\text{II.49})$$

D'où les solutions sinusoïdales suivantes

$$A_0(w) = \cos(w) \quad (\text{II.50})$$

$$A_{-1}(w) = -j\sin(w) \quad (\text{II.51})$$

w représente l'épaisseur normalisée par le coefficient de couplage. Elle est définie

$$\text{par : } w = \frac{\chi x}{\cos\theta} \quad (\text{II.52})$$

Nous remarquons à travers les solutions obtenues que l'amplitude du mode -1 croît progressivement jusqu'à atteindre une valeur maximale égale à 1, pour une épaisseur normalisée égale à $\pi/2$. Celle du mode 0 décroît jusqu'à devenir nulle pour $w = \pi/2$.

L'efficacité de diffraction du réseau est définie par :

$$\eta = \frac{\text{Intensité de l'onde reconstruite}}{\text{Intensité de l'onde incidente}} \quad (\text{II.53})$$

$$\eta = A_{-1} \cdot A_{-1}^* = \sin^2(w) \quad (\text{II.54})$$

Ce qui induit à une efficacité de diffraction du réseau maximale pour une valeur de l'épaisseur normalisée égale à un multiple impaire de $\pi/2$. Nous avons un transfert complet de puissance de l'onde de reconstitution vers l'onde reconstruite.

**CHAPITRE. III : MODELISATION DES NON
LINEARITES PAR LA THEORIE DES ONDES
COUPLEES**

III. MODELISATION DES NON LINEARITES PAR LA THEORIE DES ONDES COUPLEES

III.1.Introduction.

La description par une fonction purement sinusoïdale de la modulation spatiale de la permittivité d'un réseau volumique obtenue par l'enregistrement de deux ondes infiniment planes sur un matériau photosensible nous a conduits à des solutions de type sinusoïdal, mais la réponse des matériaux d'enregistrement aux excitations lumineuse n'est pas toujours linéaire.

Afin de tenir compte de cette non linéarité des matériaux et de bruit d'intermodulation il est nécessaire d'introduire des termes supplémentaires dans l'analyse mathématique du mécanisme de diffraction.

III.2.Equation d'onde couplée

Dans ce cas le réseau de période L, de profil de modulation quelconque, peut être vu comme étant équivalent à une superposition de plusieurs réseaux sinusoïdaux. Le premier réseau de période L appelé réseau fondamental et les autres réseaux de périodes égales à des sous multiples de L appelés réseaux harmoniques.

Ce qui nous permet de représenter la permittivité électrique relative au milieu par un développement en série de Fourier :

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{r0} + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_{cm} \cos(mK \cdot r) + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_{sm} \sin(mK \cdot r) \quad (\text{III.1})$$

m=1 pour le réseau fondamental et m >1 pour les réseaux harmoniques.

Les maxima de modulation ε_{cm} et ε_{sm} de chaque réseau sinusoïdal sont déterminés par le coefficient de Fourier.

Le champ électrique à l'intérieur du réseau consiste en une infinité d'ondes planes qui se propagent dans de différentes directions. Chacune de ces ondes est caractérisée par un vecteur d'onde $\vec{\sigma}_i$ donné par :

$$\vec{\sigma}_i = \vec{P} + i\vec{K} \quad (\text{III.2})$$

Où i est un entier qui indique l'ordre de diffraction $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

$$\text{Ceci implique : } \vec{\sigma}_i = \beta \begin{pmatrix} \cos\theta - \frac{K}{\beta} \sin\phi \\ \sin\theta - \frac{K}{\beta} \cos\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.3})$$

Le champ électrique à l'intérieur du réseau s'écrit :

$$E_{re} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i(x) \exp -j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}) \quad (\text{III.4})$$

$A_i(x)$ est l'amplitude complexe de l'onde diffractée d'ordre i .

E_{re} obéit à l'équation d'ordre scalaire :

$$\frac{\partial^2 E_{re}}{\partial x^2} + \beta^2 \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\epsilon_{cm}}{\epsilon_{r0}} \cos(mKy) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{r0}} \sin(mKy) \right) E_{re} = 0 \quad (\text{III.5})$$

Substituons les fonctions sinus et cosinus par les fonctions exponentielles équivalentes et remplaçons E_{re} par son expression (IV.4) , nous obtenons l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{2\epsilon_{r0}} \sum_{m=1}^{+\infty} \epsilon_{cm} \left(e^{jm\vec{K} \cdot \vec{r}} + e^{-jm\vec{K} \cdot \vec{r}} \right) \cdot \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i(x) e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} + \\ & \frac{\beta^2}{2j\epsilon_{r0}} \sum_{m=1}^{+\infty} \epsilon_{sm} \left(e^{jm\vec{K} \cdot \vec{r}} + e^{-jm\vec{K} \cdot \vec{r}} \right) \cdot \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i(x) e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} + \\ & \beta^2 \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i(x) e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A_i(x) e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} - \\ & 2j\sigma_{ix} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A_i(x)}{\partial x} e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} - \sum_{i=-\infty}^{+\infty} A_i(x) \sigma_i^2 e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})} = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

En égalisant à zéro chacun des coefficients des termes $e^{-j(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r})}$, nous obtenons une série infinie d'équations d'ondes couplées :

$$\begin{aligned} & \left(\cos\theta + \frac{iK\sin\phi}{\beta} \right) \frac{\partial A_i}{\partial x} + \frac{jK^2(i+1)}{2\beta} A_i + \frac{j\beta}{4\epsilon_{r0}} \epsilon_{c1} (A_{i+m} + A_{i-m}) + \\ & \frac{j\beta}{4\epsilon_{r0}} \epsilon_{c1} \sum_{m=1}^{+\infty} z_{cm} (A_{i-m} + A_{i+m}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

$$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Pour les mêmes raisons qu'au préalable nous avons négligé les dérivées secondes de $A_i(x)$.

Le facteur de déphasage relatif à l'onde diffractée d'ordre i est donné par :

$$V_i = \frac{(\beta^2 - \sigma_i^2)}{2\beta} \quad (\text{III.8})$$

En utilisant les relations (III.2) et (III.3) cela donne :

$$V_i = \frac{iK^2(i+1)}{2\beta} \quad (\text{III.9})$$

Nous constatons que seuls les modes 0 et -1 ont un facteur de déphasage nul.

En supposant que la variation de la permittivité est une fonction spatiale paire ou impaire, il convient d'annuler ε_{cm} ou ε_{sm} dans l'expression de ε donnée par la relation (III.1).

Si on suppose ε_{sm} égale à zéro, par exemple, et cela afin de simplifier la série d'équations différentielles ci-dessous, nous obtenons :

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{r0} + \sum_{m=1}^{+\infty} \varepsilon_{cm} \cos(mK.r) \quad (\text{III.10})$$

En introduisant z_{cm} l'amplitude relative du nième harmonique de modulation par rapport à celle du réseau fondamental comme :

$$z_{cm} = (\varepsilon_{cm} / \varepsilon_{c1}) \quad (\text{III.11})$$

En utilisant les relations (III.9), (III.10) et (III.11) nous obtenons l'expression suivante .:

$$\left(\cos\theta + \frac{iK\sin\phi}{\beta} \right) \frac{\partial A_i}{\partial x} + \frac{j i K^2 (i+1)}{2\beta} A_i + \frac{j\beta}{4\varepsilon_{r0}} \varepsilon_{c1} (A_{i+m} + A_{i-m}) + \frac{j\beta}{4\varepsilon_{r0}} \varepsilon_{c1} \sum_{m=1}^{+\infty} z_{cm} (A_{i-m} + A_{i+m}) = 0 \quad (\text{III.12})$$

Et en introduisant dans l'équation l'épaisseur normalisée w et le paramètre F du réseau donné par :

$$w = \frac{\beta \varepsilon_{c1}}{4\varepsilon_{r0} \left(\cos\theta + \frac{iK}{\beta} \sin\phi \right)} \quad (\text{III.13})$$

$$\text{et} \quad F = \frac{16\varepsilon_{r0}}{\varepsilon_{c1}} (\cos(\theta - \phi))^2 \quad (\text{III.14})$$

Nous obtenons les équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jFi(i+1)}{2} A_i + j(A_{i+m} + A_{i-m}) + j \sum_{m=1}^{+\infty} z_{cm} (A_{i+m} + A_{i-m}) = 0 \quad (\text{III.15})$$

$$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Un paramètre Q est défini par Kleen et Cook [19]. Il permet la distinction entre les réseaux minces et les réseaux épais. Il est donné par :

$$Q = \frac{2\pi\lambda d}{L^2}$$

(III.16)

Avec L la période de réseau.

d l'épaisseur physique.

λ la longueur d'onde d'enregistrement.

**CHAPITRE IV : RESOLUTION DU SYSTEME
D'EQUATIONS D'ONDES COUPLEES POUR
LE CAS D'UNE MODELISATION
SINUSOIDALE ET POUR UN
ENREGISTREMENT EN REFLEXION**

IV. RESOLUTION DU SYSTEME D'ONDES D'EQUATIONS COUPLEES POUR LE CAS D'UNE MODELISATION SINUSOÏDALE ET POUR UN HOLOGRAMME EN REFLEXION

La spécificité des hologrammes par réflexion c'est que l'onde de référence et l'onde objet se propagent en sens inverse (figure I.4).

Pour une modélisation de profil purement sinusoïdal (cas linéaire) le système d'ondes couplées à résoudre est le suivant :

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jF}{2} i(i+1)A_i + j(A_{i+m} + A_{i-m}) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

$$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

En normalisant l'amplitude maximale de l'onde de reconstitution à 1 nous pouvons exprimer les conditions aux limites en réflexion sous la forme:

$$A_0(0) = 1$$

et $A_i(d) = 0$ d, épaisseur de l'hologramme pour $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

IV.1 Solution numérique pour diverses valeurs de F

Les courbes (IV.1 à IV.6) ci-dessous illustrent les résultats numériques obtenus pour les valeurs de F suivantes : 20, 5, 2, 1, 0.5, 0.1 respectivement, nous avons déterminé des solutions à l'aide du programme Fortran.

Neuf modes ont été retenus à savoir -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4. Les courbes correspondantes représentent les variations du module des amplitudes complexes de chaque mode en fonction de l'épaisseur normalisée w.

IV.2 Discussion des résultats

Ces résultats montrent clairement que :

Pour des valeurs élevées de F (F=20), la modulation est faible une grande épaisseur de réseau est nécessaire pour permettre un grand cumul de l'effet Bragg en faveur du mode -1 les maxima des modes de diffraction d'ordre supérieur sont

négligeables, les variations de module des amplitudes des deux modes principaux varient de façon monotone à l'intérieur du réseau, et sont de forme hyperbolique. Nous avons à faire à un régime de type Bragg. Au fur et à mesure que F diminue (modulation est grande) le nombre de modes significatifs augmente sans cassure au niveau de la forme, qui reste toujours monotone. D'un régime à deux ondes nous nous acheminons progressivement vers un régime de type Raman-Nath.

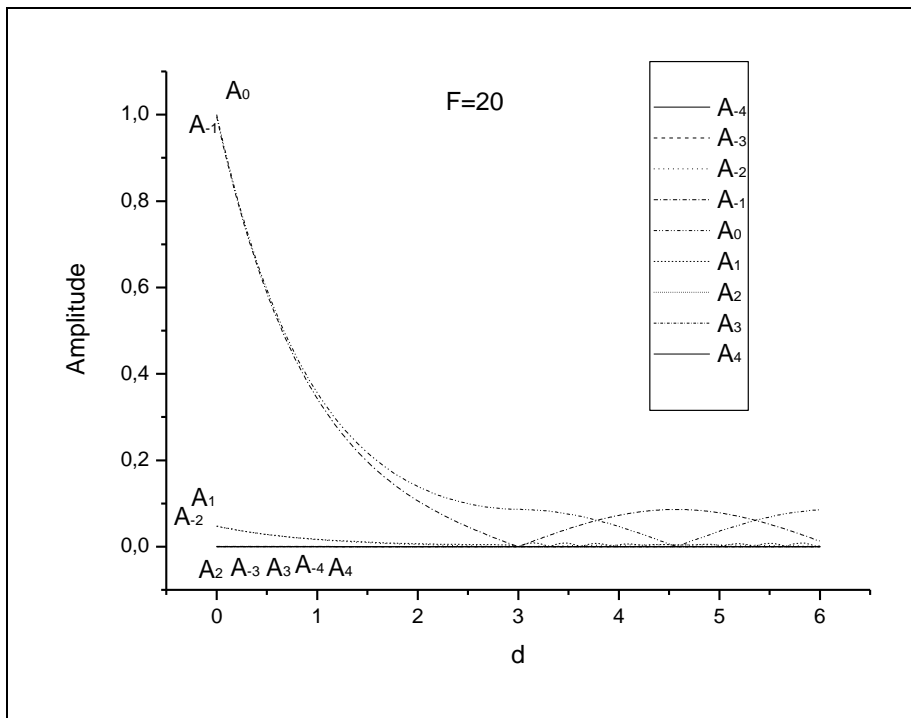


Figure. IV.1 : Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=20$.

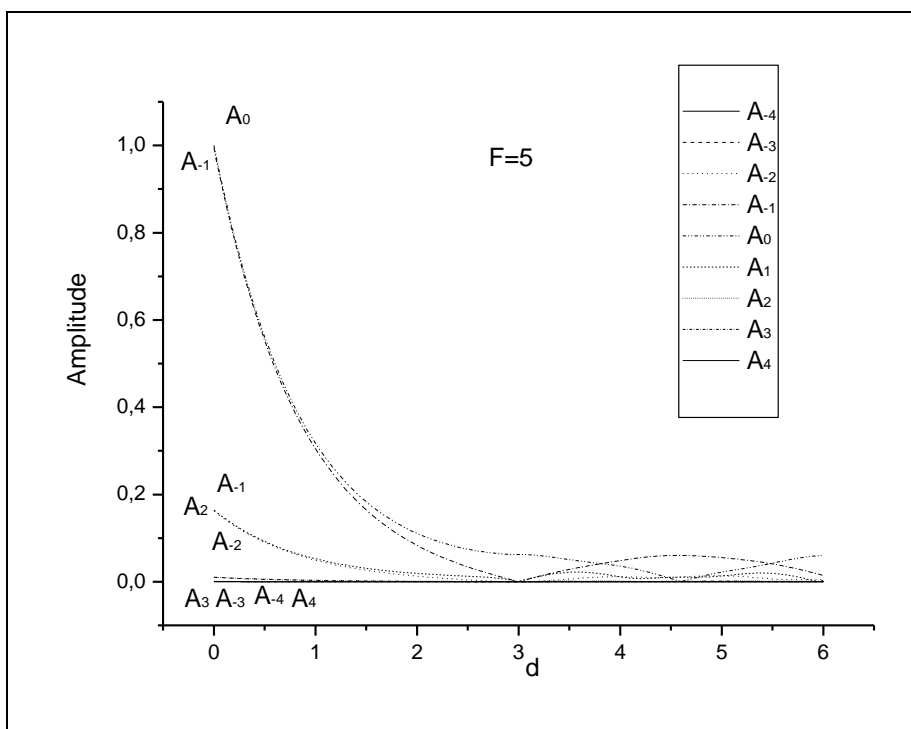


Figure.IV.2 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=5$.

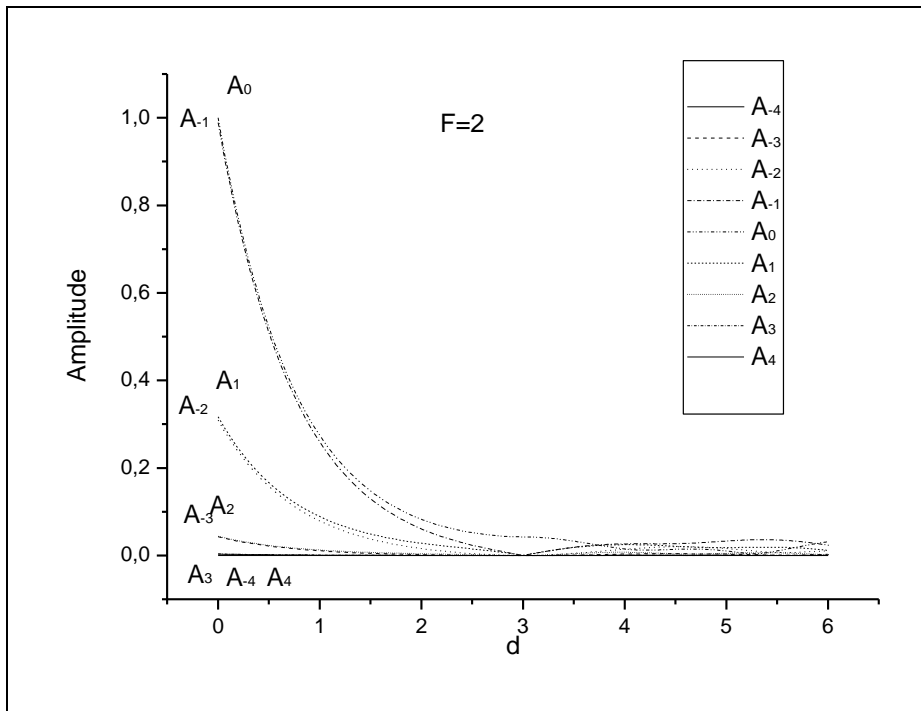


Figure. IV.3 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=2$.

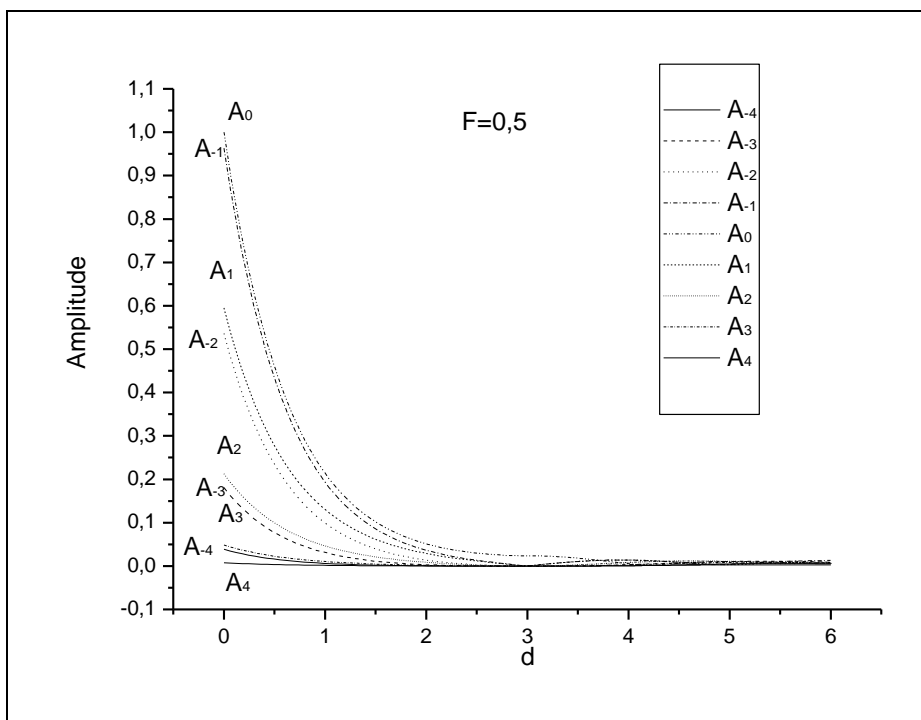


Figure. IV.4 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.5$.

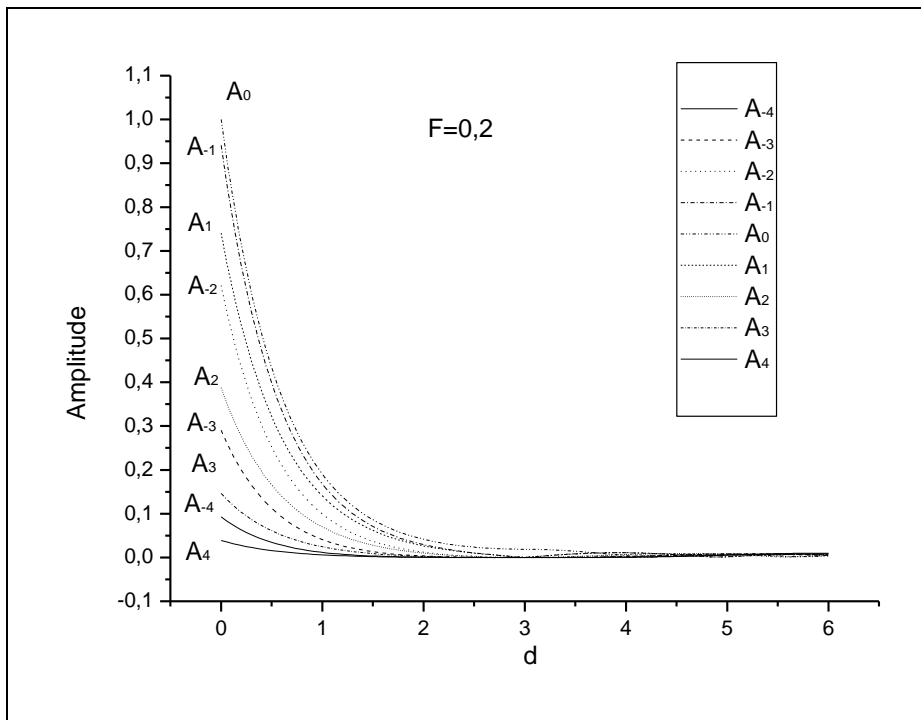


Figure. IV.5 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.2$.

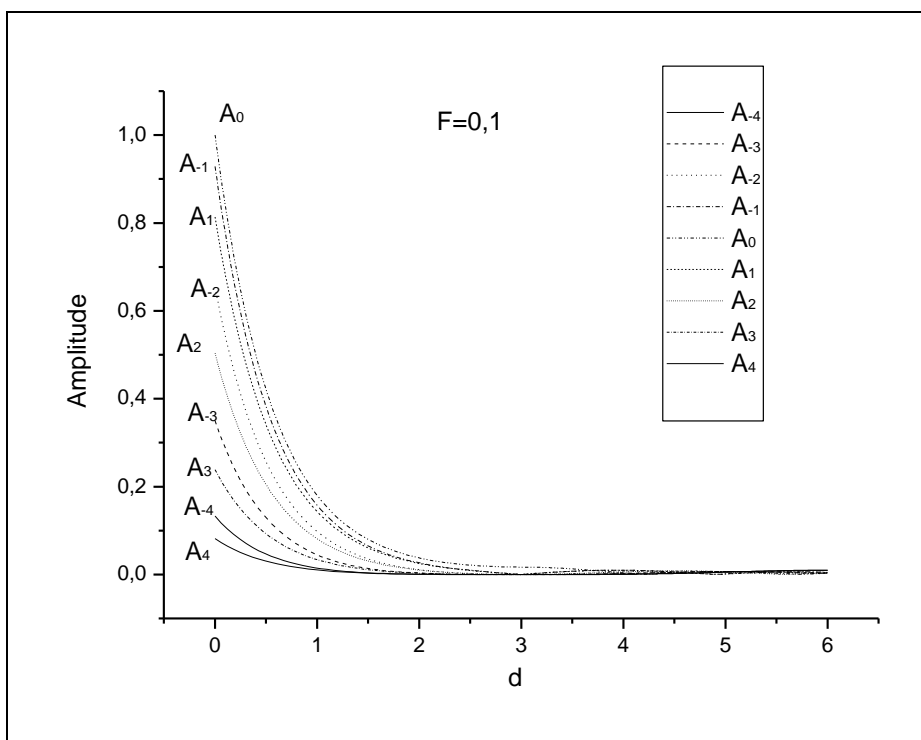


Figure. IV.6 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.1$.

**CHAPITRE. V : RESOLUTION DU SYSTEME
D'EQUATIONS D'ONDES COUPLEES AVEC
INCLUSION DE DEUX HARMONIQUES DE
MODULATION POUR UN ENREGISTREMENT
EN REFLEXION**

V. RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS D'ONDES COUPLEES AVEC INCLUSION DE DEUX HARMONIQUES DE MODULATION POUR UN CAS EN REFLEXION

La description par une fonction purement sinusoïdale de la modulation spatiale de la permittivité d'un réseau volumique obtenu par l'enregistrement de deux ondes infiniment planes sur un matériau photosensible nous a conduits à des solutions de type hyperbolique , mais la réponse des matériaux d'enregistrement aux excitations lumineuse n'est pas toujours linéaire.

Afin de tenir compte de cette non linéarité des matériaux et de bruit d'intermodulation il est nécessaire d'introduire des termes supplémentaires dans l'analyse mathématique du mécanisme de diffraction. Dans ce cas ce réseau de période L de profil de modulation quelconque , peut être vu comme étant équivalent a une superposition de plusieurs réseaux sinusoïdaux. Le premier réseau de période L appelé réseau fondamental et les autres réseaux de périodes égales à des sous multiples de L appelés réseaux harmoniques

Dans le cas d'un matériau réagissant de façon non linéaire lors de l'enregistrement, le profil de modulation de notre réseau n'est plus considéré sinusoïdal et pour cela nous rajoutons au réseau fondamental un harmonique de modulation.

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{r0} + \varepsilon_{c1} \cos(Ky) + \varepsilon_{c2} \cos(2Ky) \quad (V.1)$$

Le système d'équation d'ondes couplées à résoudre devient :

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jF}{2} i(i+1)A_i + j(A_{i+1} + A_{i-1}) + jz_{c2}(A_{i+2} + A_{i-2}) = 0 \quad (V.2)$$

$$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

$$\text{Avec } z_{c2} = \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (V.3)$$

En normalisant l'amplitude maximale de l'onde de reconstitution à 1 nous pouvons exprimer les conditions aux limites en réflexion sous la forme:

$A_0(0)=1$ et $A_i(d)=0$ d, épaisseur de l'hologramme pour
 $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Les harmoniques de modulation sont pris à la même grandeur que le fondamental
 $(\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{c2})$ (V.4)

V.1 Solution numérique pour divers valeurs de F

Les courbes (V.1 à V.6) ci-dessous illustrent les résultats numériques obtenus pour les valeurs de F suivantes : 20, 5, 2, 1, 0.5, 0.1 respectivement, nous avons déterminé des solutions à l'aide du programme Fortran.

Neuf modes ont été retenus à savoir -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4. Les courbes correspondantes représentent les variations de module des amplitudes complexes de chaque mode en fonction de l'épaisseur normalisée w.

V.2 Discussion des résultats

Les résultats numériques obtenus pour chacun de ses profils sont illustrés dans les figures (V.1 à V.6) ci-dessous. Nous ne remarquons pas une influence significative avec l'inclusion d'un harmonique de modulation dans le comportement du réseau, mais par contre un léger changement dans la périodicité dans la partie finale des courbes qui se rapporte aux modes principaux par rapport au cas linéaire. Par contre on note une augmentation des amplitudes des modes +1 et -2 et surtout une apparition des modes 2 et -3 en comparaison avec le cas linéaire.

Dans les courbes on illustre l'effet de l'inclusion d'harmonique de modulation sur les amplitudes des modes principaux et des modulations d'ondes d'ordres supérieurs quand le paramètre F est égal à 5.

On remarque une augmentation sensible des amplitudes des modes +1 et -2 et apparition importante des autres modes supérieurs qui étaient inexistantes dans le cas linéaire. Pas de changements remarquables se rapportant aux modes principaux.

Nous donnons une série de résultats sous forme de courbes montrant la variation de modules des amplitudes complexes pour des deux modes principaux 0 et -1 et pour des modes de diffractions supérieurs les plus importants, en fonction de l'épaisseur normalisée w pour $F=0,5$ toujours pour le cas linéaire et avec le deuxième harmonique.

On complète nos résultats avec des courbes illustrées pour un $F=0,1$ et pour ce cas nous remarquons que les modes de diffraction d'ordre supérieur apparaissent en même moment que l'ordre principal -1. On remarque carrément une coïncidence entre les deux modes -1 et 1 et une légère augmentation d'amplitude pour l'ordre principal 0.

V.3 Interprétations physiques

On a remarqué une augmentation des amplitudes pour les petites valeurs de l'épaisseur normalisée w par rapport au cas linéaire qui s'explique par la plus grande complexité du mécanisme d'échange d'énergie.

Chaque réseau harmonique introduit un terme de couplage supplémentaire, plusieurs coefficients de couplage sont donc imposés. La somme de ces couplages pour des petites valeurs de F (comme le cas transmissif) montre que les maxima d'efficacité interviennent plutôt, et le processus de transfert d'énergie du mode 0 vers les autres modes est accéléré.

La conduite du réseau se détériore avec une diminution F et une augmentation de nombre d'harmoniques de modulation.

Quand la condition $F \gg 1$ est remplie, le réseau semble se comporter pratiquement comme un réseau dont la modulation est linéaire, et cela même en présence d'un ou deux harmoniques d'égale importance que la modulation fondamentale.

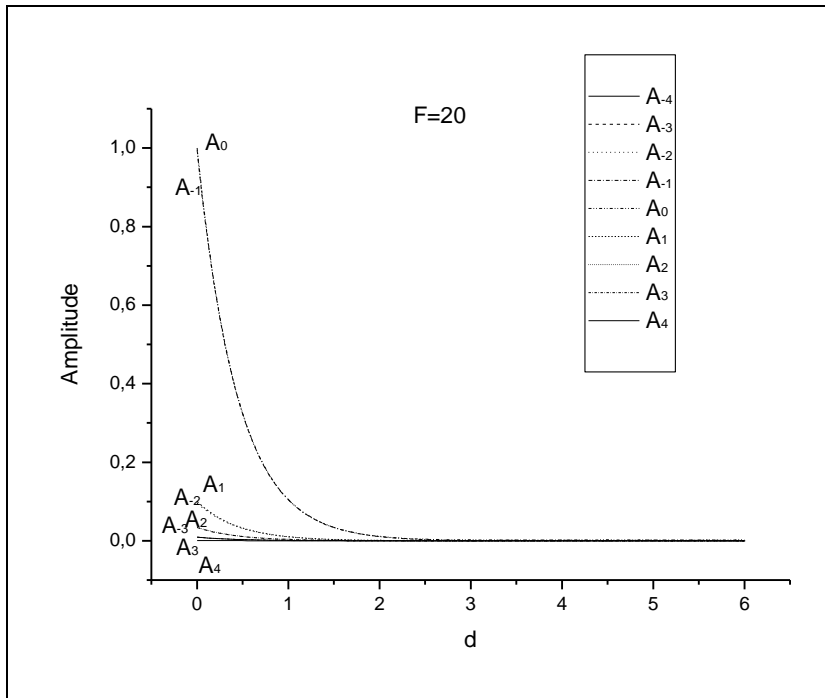


Figure. V.1. Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=20$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

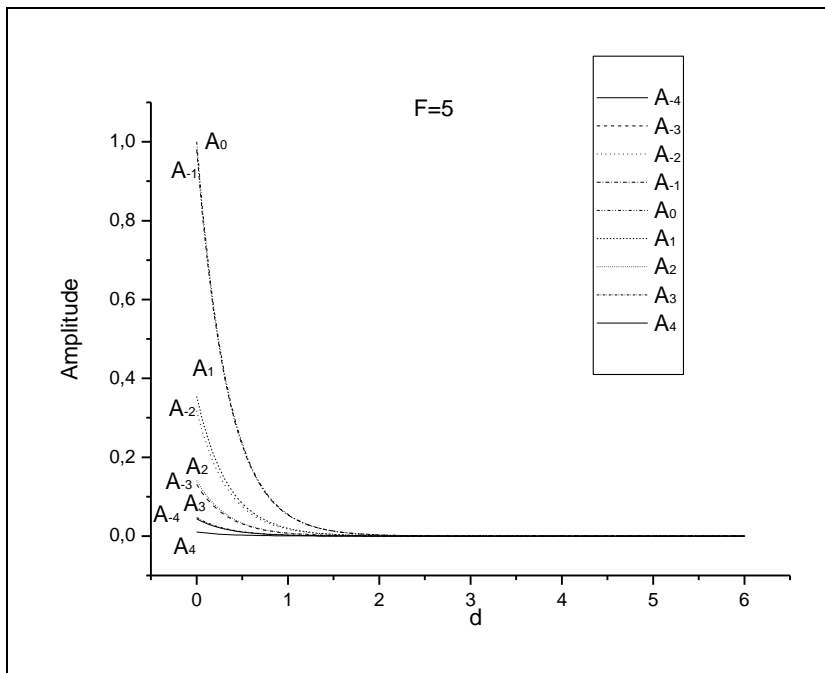


Figure. V.2 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=5$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

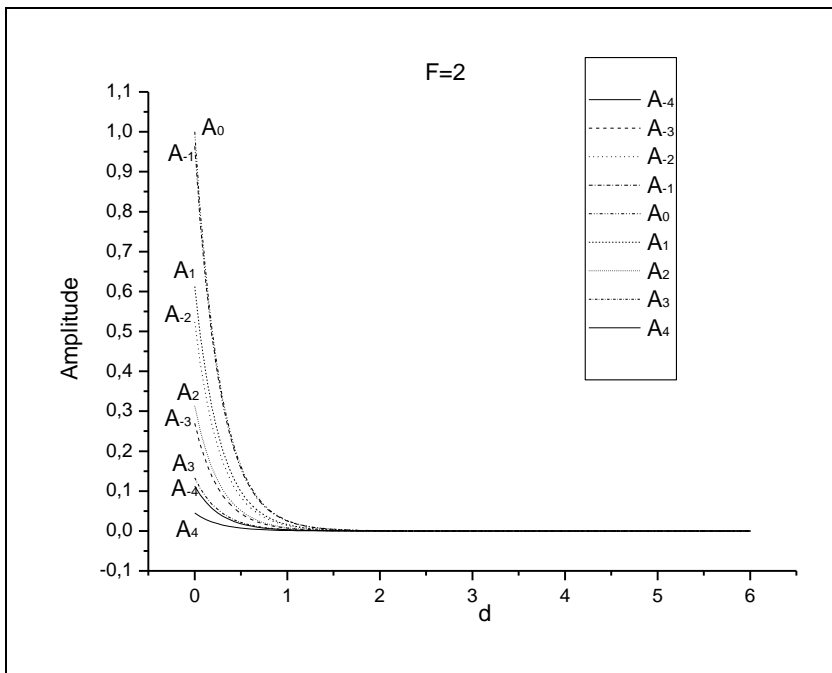


Figure. V.3 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=2$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

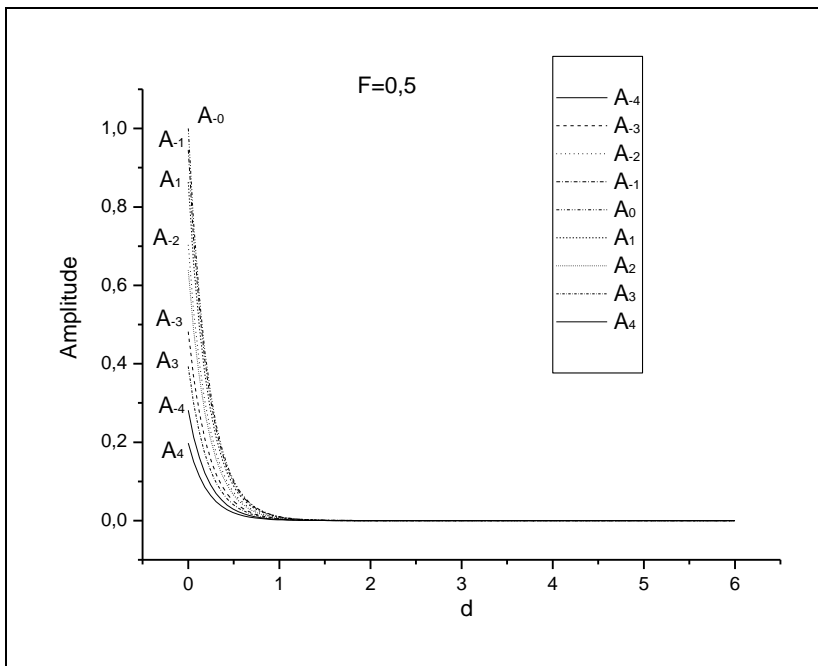


Figure. V.4 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.5$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

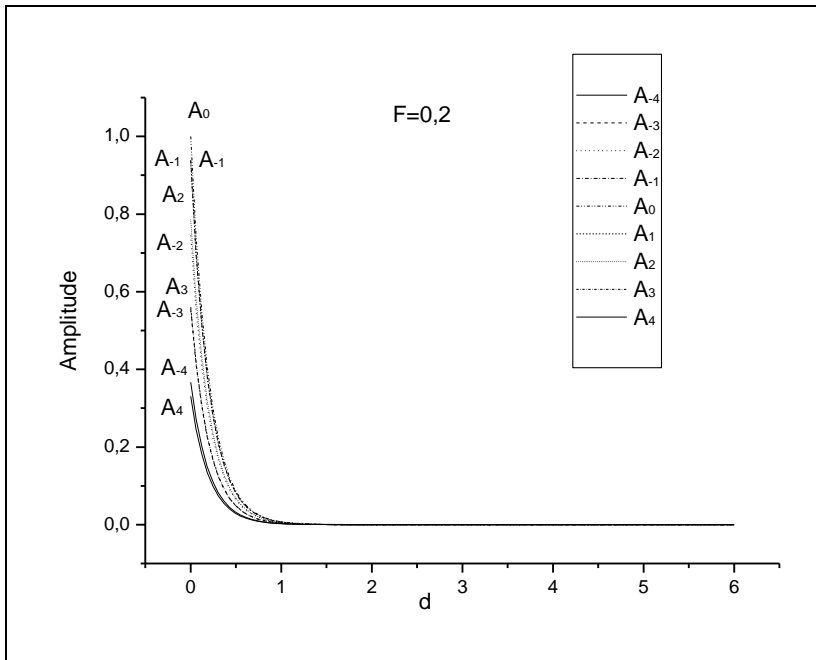


Figure. V.5. Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.2$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

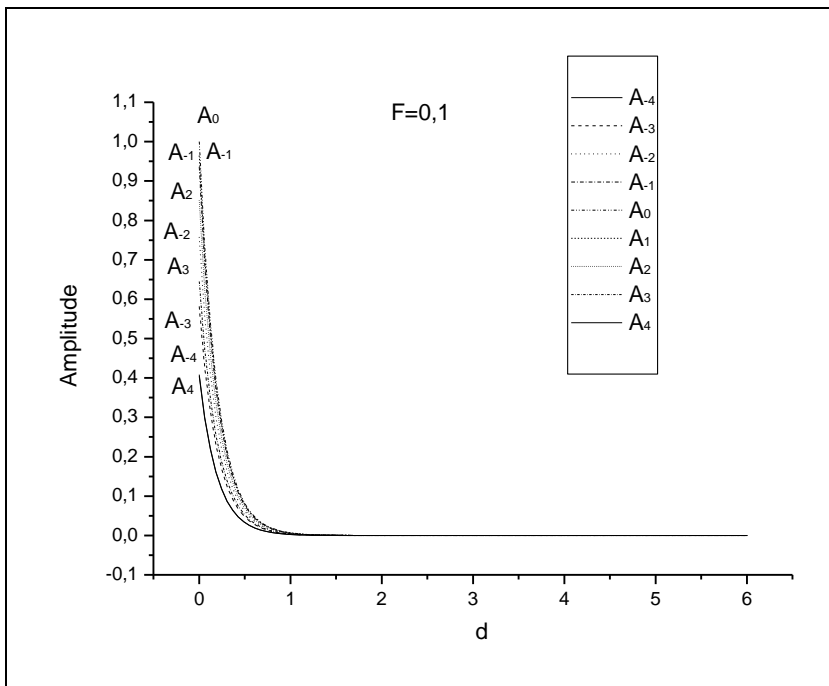


Figure. V.6 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.1$. et cela pour le cas 2eme harmonique.

**CHAPITRE. VI : PROFILS DE MODULATION
EN DENT DE SCIE, TRIANGULAIRE ET
CARRE POUR UN ENREGISTREMENT EN
REFLEXION**

**VI. PROFILS DE MODULATION EN DENT DE SCIE , TRIANGULAIRE ET CARRE
POUR UN ENREGISTREMENT EN REFLEXION**

Dans la pratique nous avons à faire à des profils de modulation de différentes formes qui se rapprochent des formes géométriques connues. Ce qui nous a induit à choisir des profils de modulation en dents de scie , triangulaire et carré. Dans ces cas les variations de permittivité ne se font pas de façon continue. Pour le cas rectangulaire, par exemple, elles sont de nature carrément discrète. Pour le cas triangulaire, ces variations sont progressives mais présentent des pointes de discontinuité mathématique.

La décomposition en série trigonométrique de chaque profil de modulation permet la détermination de la permittivité maximale des différentes modulations harmoniques liées à chacune des formes.

Dans notre cas on a pris en considération que les neuf premiers harmoniques, il est obtenu une bonne reproduction de la variation de permittivité $\Delta\epsilon$ envisagée.

Le champ électrique total à l'intérieur du réseau obéit à l'une des série d'équation différentiel suivante selon la parité de la fonction $\Delta\epsilon = f(y)$.

Si $\Delta\epsilon$ est une fonction paire

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jFi(i+1)}{2} A_i + j(A_{i+1} + A_{I-1}) + j \sum_{m=1}^{+\infty} z_{cm} (A_{i+m} + A_{I-m}) = 0 \quad (\text{VI.1})$$

$$\text{Avec } i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad \text{et } z_{cm} = \left(\frac{\epsilon_{cm}}{\epsilon_{c1}} \right) \quad (\text{VI.2})$$

Et si $\Delta\epsilon$ est une fonction impaire

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jFi(i+1)}{2} A_i + (A_{i-1} - A_{I+1}) + \sum_{m=1}^{+\infty} z_{sm} (A_{i-m} - A_{I+m}) = 0 \quad (\text{VI.3})$$

$$\text{Avec } i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad \text{et } z_{sm} = \left(\frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{s1}} \right) \quad (\text{VI.4})$$

Et si $\Delta\epsilon$ est une fonction ni paire et ni impaire

$$\frac{\partial A_i}{\partial w} - \frac{jFi(i+1)}{2} A_i + (A_{i-1} - A_{I+1}) + \sum_{m=1}^{+\infty} z_{sm} (A_{i-m} - A_{I+m}) + j \sum_{m=1}^{+\infty} z_{cm} (A_{i+m} + A_{I-m}) = 0 \quad (\text{VI.5})$$

Nous présentons sur ce qui suit les valeurs de z_{sm} pour les profils en dents de scie, triangulaire et carré respectivement. Ces valeurs sont tabulées et prises dans la littérature [20]

- Profil en dents de scie

z_{sm}	z_{s2}	z_{s3}	z_{s4}	z_{s5}	z_{s6}	z_{s7}	z_{s8}	z_{s9}
Valeurs	-1/2	1/3	-1/4	1/5	-1/6	1/7	-1/8	1/9

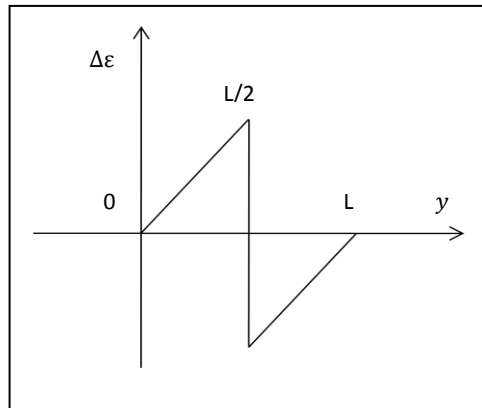


Figure VI.a : Profil en dents de scie

- Profil triangulaire.

z_{sm}	z_{s2}	z_{s3}	z_{s4}	z_{s5}	z_{s6}	z_{s7}	z_{s8}	z_{s9}
Valeurs	0	-1/9	0	1/25	0	-1/49	0	1/81

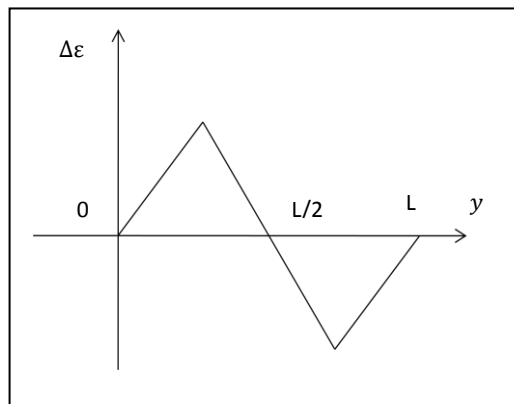


Figure VI.b : Profil triangulaire

- Profil carré.

Z_{sm}	Z_{s2}	Z_{s3}	Z_{s4}	Z_{s5}	Z_{s6}	Z_{s7}	Z_{s8}	Z_{s9}
Valeurs	0	1/3	0	1/5	0	1/7	0	1/9

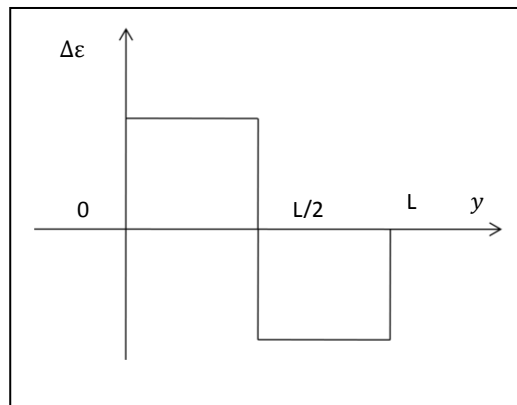


Figure VI.c : Profil carré

VI.1 Profil de modulation en dent de scie

La caractéristique de cette modulation se distingue par une variation croissante mais discontinue de la permittivité électrique à l'intérieur du réseau. Les rapports Z_{sm} associés à cette forme diminuent sensiblement avec l'augmentation de m (les couplages due aux harmoniques de modulation devenant de plus en plus faibles). Il nous est donc permis de retenir que les neuf premiers harmoniques.

Nous présentons dans les courbes (VI.1 à VI.6) ci-dessous les variations de modules des amplitudes complexes des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w .

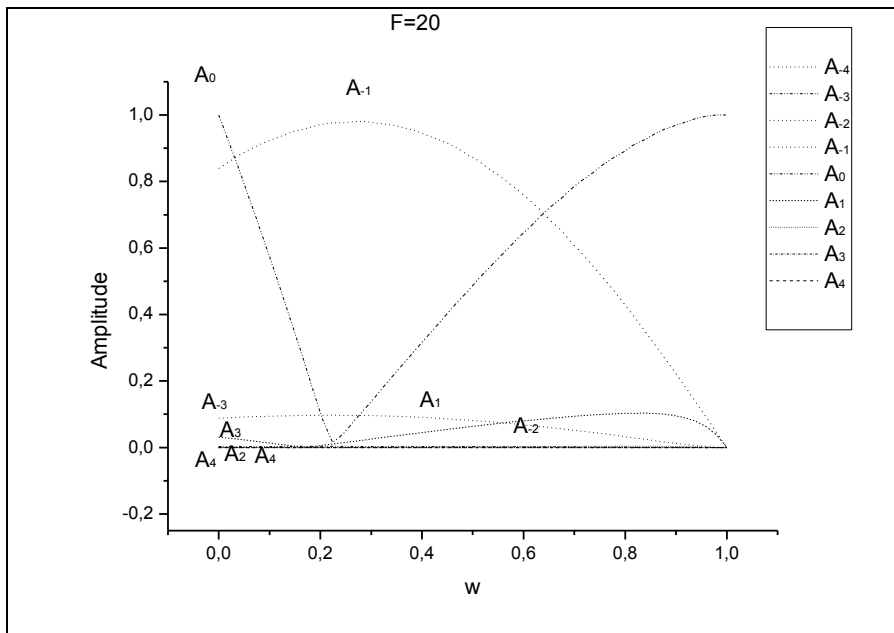


Figure VI.1. Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=20$, pour une modulation en dent de scie.

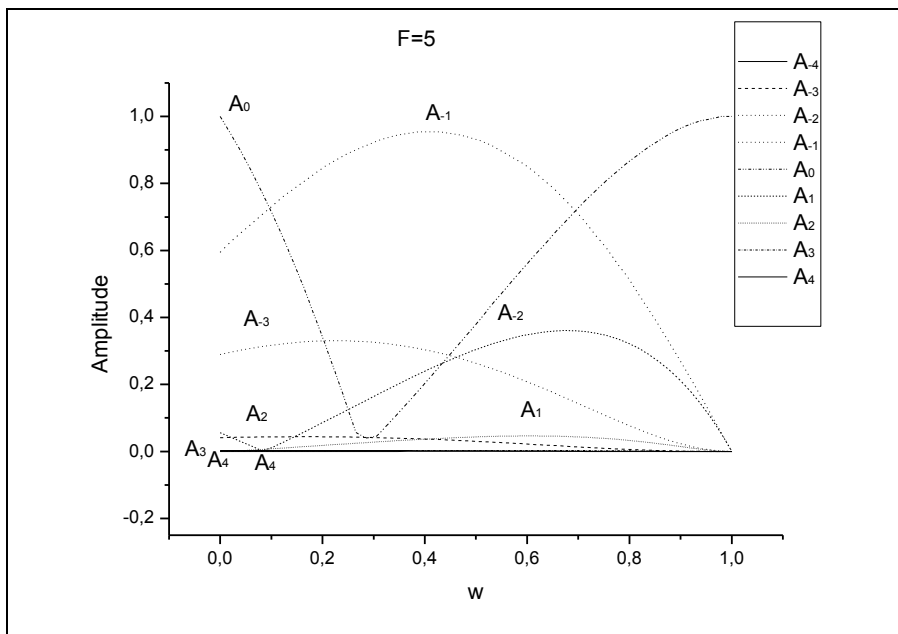


Figure VI.2 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=5$, pour une modulation en dent de scie.

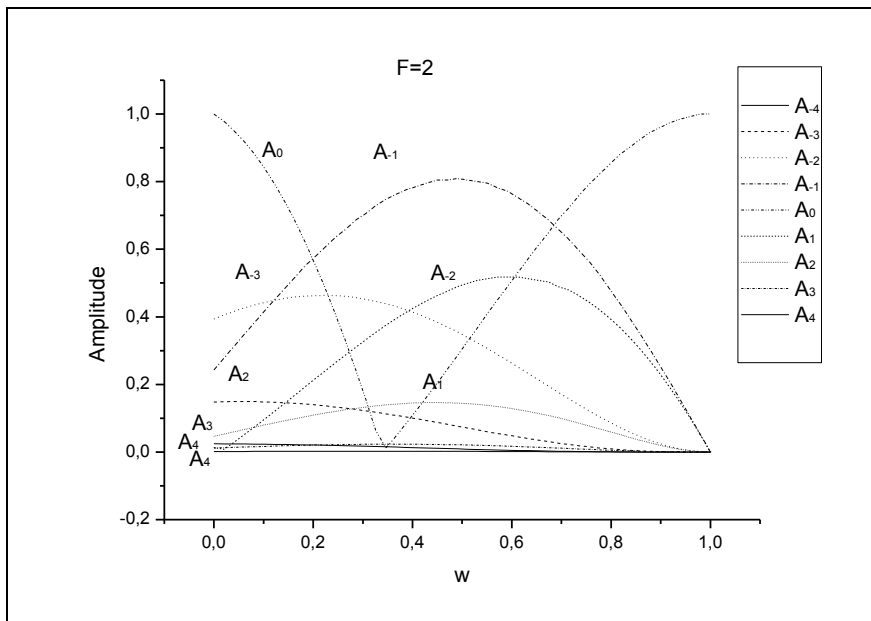


Figure VI.3 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=2$, pour une modulation en dent de scie.

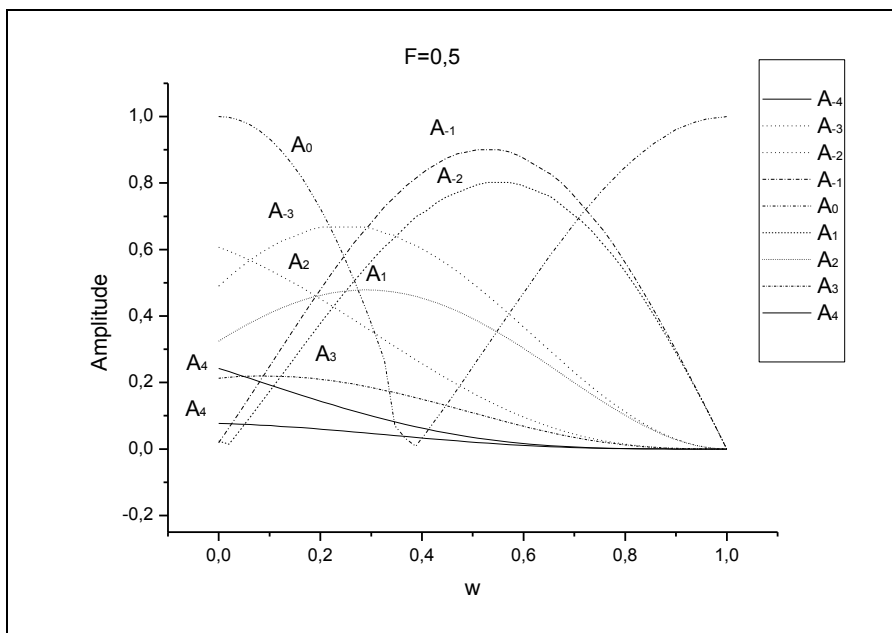


Figure VI.4 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.5$, pour une modulation en dent de scie.

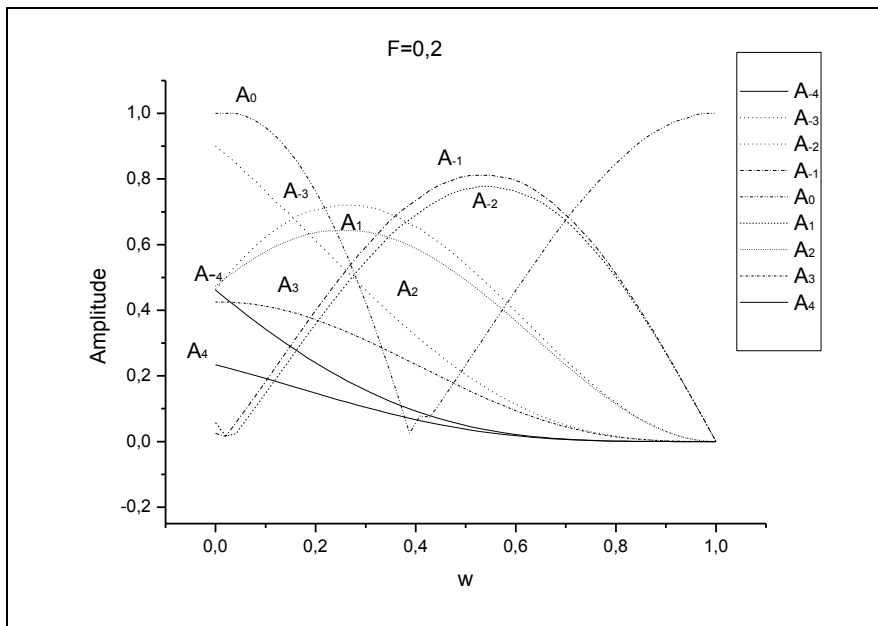


Figure VI.5 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.2$. Cas d'une modulation en dent de scie.

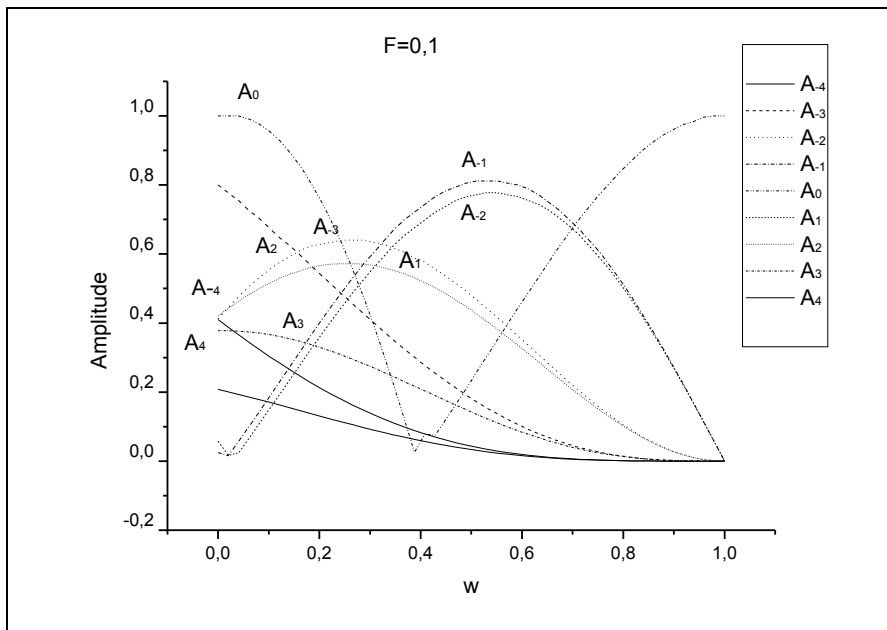


Figure VI.6 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.1$. Cas d'une modulation en dent de scie

Nous remarquons que la présence des neuf harmoniques affecte significativement l'allure des courbes des ordres principaux. De l'allure hyperbolique pour le cas linéaire et en présence de deux harmoniques nous retrouvons une allure sinusoïdale, néanmoins la présence des neuf harmoniques n'affecte pas le comportement du réseau, quand le paramètre de régime est élevé $F=20$. Nous remarquons une prédominance des ordres principaux 0 et -1 et une apparition du mode -2 et +1 et les autres modes de diffraction supérieurs sont presque nuls.

Dans les courbes figure (VI.2) on illustre toujours l'effet de l'inclusion de neuf harmoniques de modulation pour un profil de modulation en dents de scie sur les amplitudes des modes principaux et des modulations d'ondes d'ordres supérieurs quand le paramètre F égale à 5.

On remarque une augmentation sensible des amplitudes des modes +1 et -2, et une augmentation d'amplitude par rapport au cas linéaire et cela pour les modes principaux 0 et -1.

Quand F devient inférieur ou égale à 0.5 (VI.3 à VI.6) on remarque que le mode 0 principale se distingue largement par rapport aux autres modes et les courbes correspondantes au mode -i semble être avantagées par rapport aux modes positifs +i. et on retrouve la forme hyperbolique du cas linéaire des amplitudes des modes de diffraction supérieurs -3, 3,-4 et l'ordre 4.

VI.1.a Considérations physiques.

Nous montrons par nos résultats qu'il existe une direction privilégiée pour cette forme de modulation en dent de scie, et cette caractéristique s'explique par l'absence de symétrie directionnelle, c'est-à-dire que la variation de la permittivité à l'intérieur du réseau ne se fait que suivant une pente positive.

L'aspect unilatéral du sens de variation de la permittivité est traduit par le réseau par une diffraction avantageuse au profil des ordres qui émergent suivant des directions de pente négative. La forme non sinusoïdale du profil s'est également répercutée sur la forme des solutions obtenues.

Cela confirme l'existence d'une corrélation certaine entre le profil de modulation en dent de scie et les caractéristiques de diffraction du réseau. La rapidité spatiale dans les variations d'amplitudes démontre l'influence du mécanisme d'échange d'énergie provoquée par la présence des réseaux harmoniques. Mais cet effet reste toujours minime en présence d'un facteur F grand.

VI.2 Solution numérique pour un profil triangulaire

La caractéristique de cette forme de modulation c'est qu'elle ne contient pas de discontinuité physique d'où son rapprochement avec le profil sinusoïdal concernant la variation de la permittivité qui se fait de façon progressive à l'intérieur du réseau sauf que le nombre important d'harmoniques de modulation qui lui sont associés modifie la forme des amplitudes complexes associés à différents modes.

Les solutions numériques que nous avons obtenues sont présentées dans les différentes courbes (VI.7 à VI.12) ci-dessous

Les courbes de la figure (VI.7) illustrent l'effet de l'inclusion de neuf harmoniques de modulation pour un profil de modulation triangulaire sur les amplitudes des modes principaux et des modulations d'ondes d'ordres supérieurs quand le paramètre F égale à 20.

On remarque une similitude dans l'apparition des modes par rapport au cas linéaire et toujours une prédominance des ordres principaux 0 et -1 et une apparition du mode -2 et +1 et les autres modes de diffraction supérieurs sont presque nuls.

Pour $F=5$ figure (VI.8) on remarque une apparition du mode +2 qui est vérifiée aussi pour le cas linéaire.

Pour $F=0.5$ figure (VI.10), nous remarquons d'une part une augmentation d'amplitude des modes de diffraction d'ordre supérieur par rapport au cas linéaire, d'autre part, une direction préférentielle de diffraction, les modes d'ordre $-i$ ont une amplitude légèrement supérieure à celle des modes $+i$.

Notons que pour $F=0.1$ figure (VI.12) la forme d'amplitude des ordres supérieurs rejoint la forme hyperbolique du cas linéaire, et les amplitudes de ces modes rejoignent le maximum du mode principal -1.

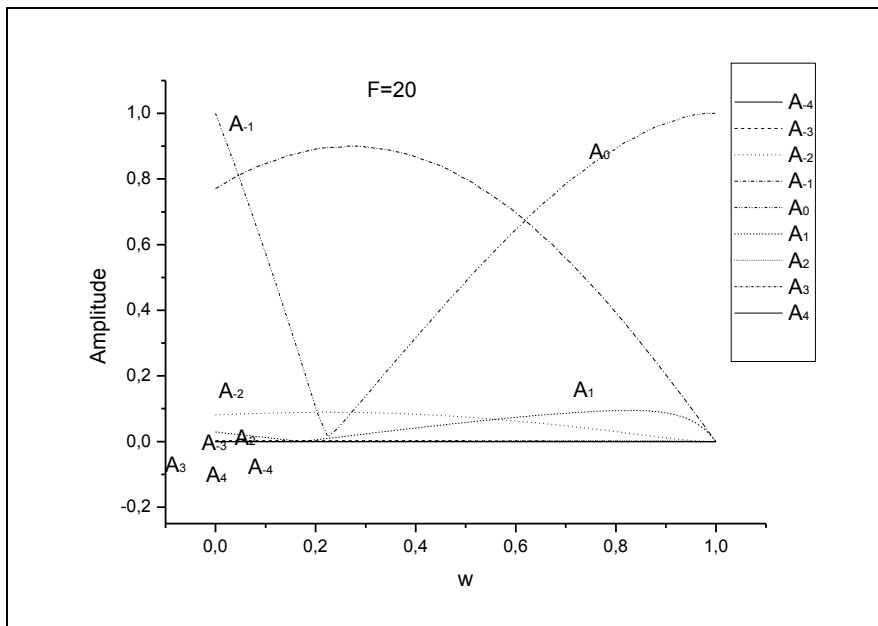


Figure VI.7 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=20$. Pour une modulation triangulaire.

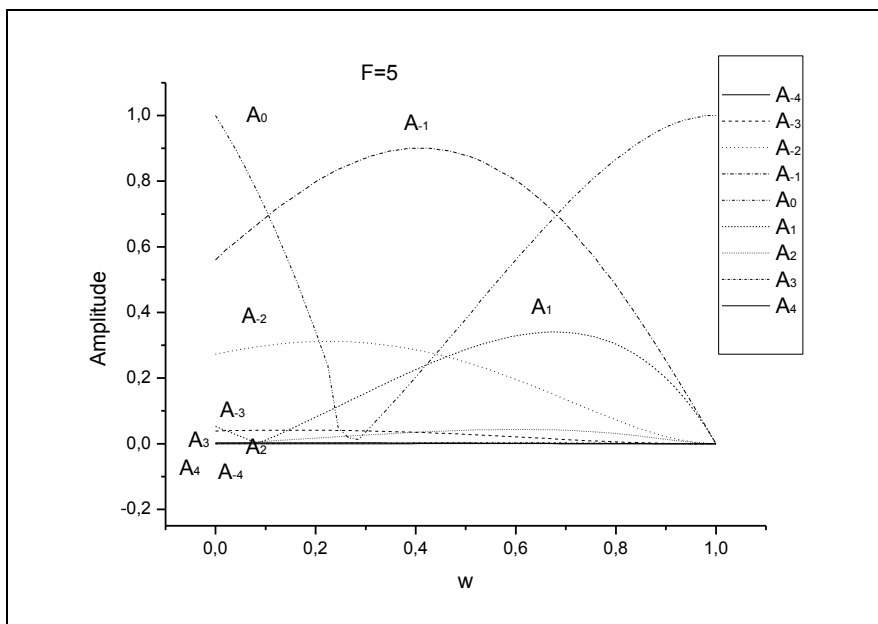


Figure VI.8 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=5$. Pour une modulation triangulaire.

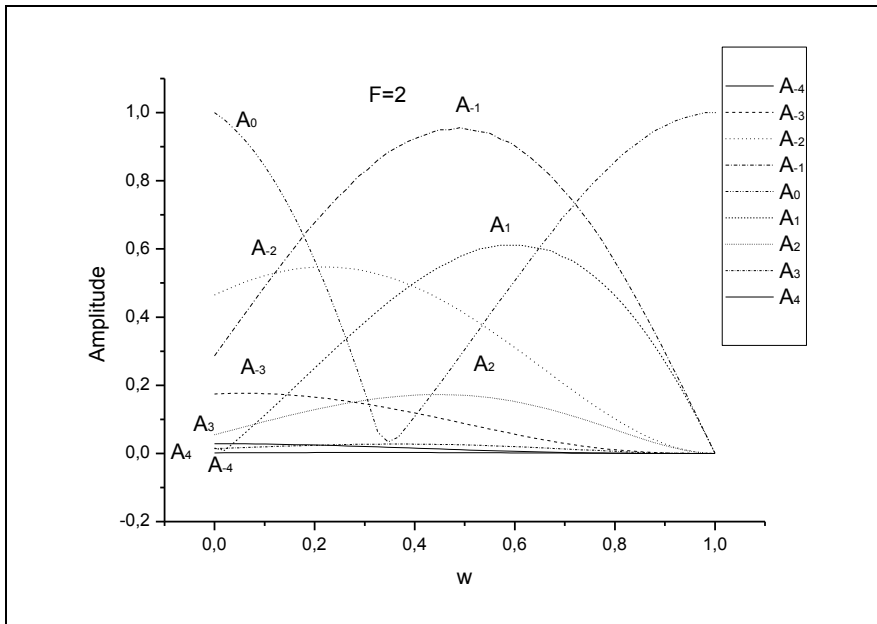


Figure VI.9 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=2$. Pour une modulation triangulaire.

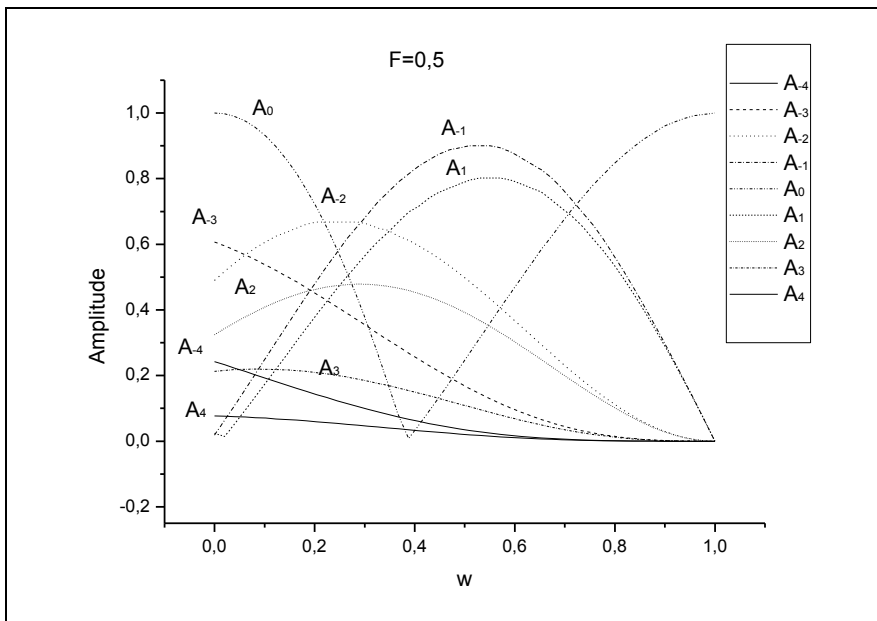


Figure VI.10 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.5$. Pour une modulation triangulaire.

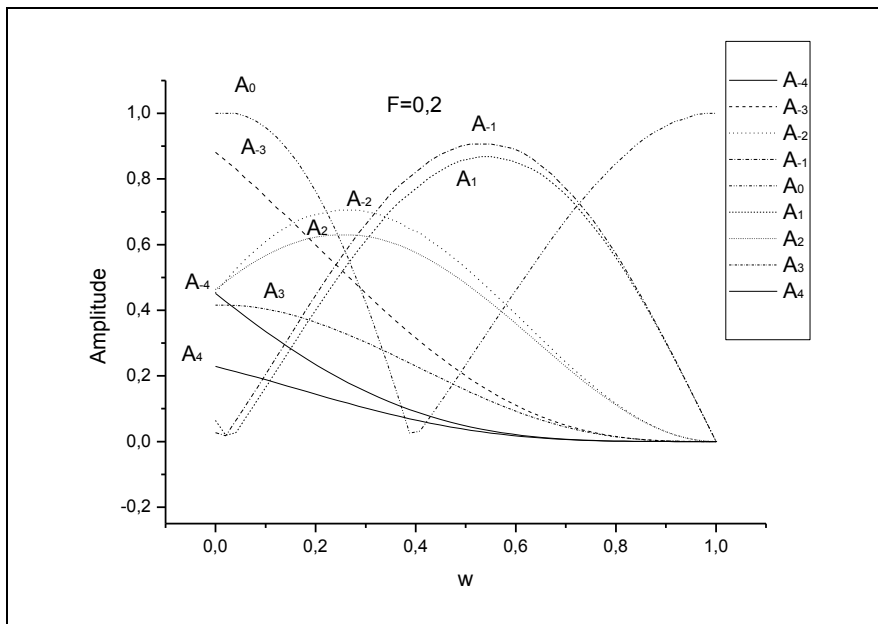


Figure VI.11 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.2$. Pour une modulation triangulaire.

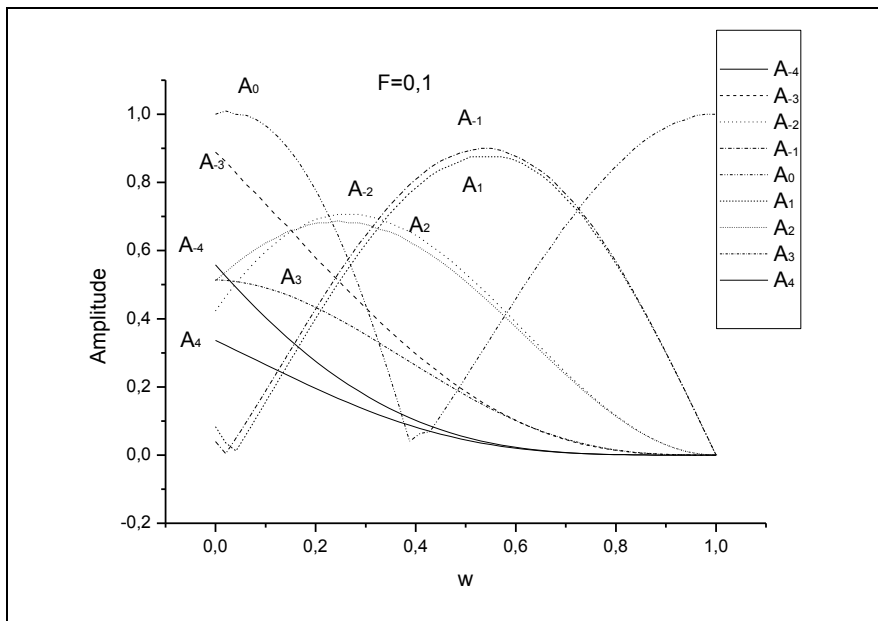


Figure VI.12 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.1$. Pour une modulation triangulaire.

VI.2.a Discussion et analyse des résultats

La similarité du profil triangulaire avec le profil sinusoïdal dans l'ordre d'apparition des modes principaux et supérieurs s'explique par l'aspect symétrique de ce profil de modulation qui ne contient pas d'axe privilégié c'est-dire que la variation de la permittivité à l'intérieur du réseaux se fait suivant une forme symétrique continue.

Quand F diminue le cumule de couplage du a ce réseau harmonique devient suffisamment important pour impliquer le réseau dans un mécanisme de diffraction autre que celui observé pour une modulation linéaire. Il est intéressant de noter que dans ce cas l'effet des harmoniques de modulation sur les caractéristiques de diffraction du réseau devient significatif, engendrant une conduite similaire à celle constatée pour les dents de scie, à cet effet nous retrouvons les mêmes formes d'amplitude que celles enregistrées dans ce dernier sans autant respecter l'ordre d'apparitions d'ordre supérieur qui est du à la forme symétrique et continue du profil triangulaire contraire à celle des dents de scie qui est discontinue.

VI.3 Profil de modulation carré

Les matériaux d'enregistrement utilisés en holographie, réagissent à la lumière en atteignant souvent un état de saturation dans ce qui suit on propose d'évaluer les effets de cette saturation sur le comportement des hologrammes à travers l'étude de profil de modulation carré.

Cette forme de modulation est caractérisée par une semi-uniformité qui veut dire que $\Delta\varepsilon$ à la même grandeur en tout point du milieu photosensible , la présence du réseau est due à l'alternance du signe de $\Delta\varepsilon$ qui sur une distance égale à une demie période de réseau est positif et dans l'autre demie période $\Delta\varepsilon$ est négatif , voir figure (VI.c) . Ce changement de signe se fait de façon abrupte sans aucune transition, les variations de la permittivité sont donc de nature discrète.

VI.3.a Résultats numériques.

Nous présentons dans les courbes (VI.13 à VI.18) ci-dessous les variations de modules des amplitudes complexes des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w .

Pour $F=20$, figure (VI.13) une distinction se fait toujours sur les modes principaux -1 et 0 et les modes de diffractions d'ordres supérieurs sont insignifiants.

Pour $F=5$, figure (VI.14) nous remarquons une distinction des modes principaux 0 et -1 et une apparition de l'ordre +1 qui sort du paquet des modes de diffraction d'ordre supérieurs et avec la diminution de F les harmoniques de modulation commencent à influencer graduellement sur les caractéristiques du réseau.

Pour $F=2$, figure (VI.15) on remarque que l'ordre +1 augmente en amplitude et une apparition de l'ordre -3.

Et pour des valeurs de F plus petites, figures (VI.16 et VI.17), nous obtenons encore des maxima d'amplitude du mode -1 plus élevée. Au fur et à mesure que F diminue, l'effet des modulations harmoniques se fait ressentir par une augmentation d'amplitude du mode +1 comme pour l'ordre -1, par contre celle des modes de diffractions d'ordres supérieurs reste inférieure, comme nous pouvons le remarquer dans les figures (VI.16 et VI.17). Seuls les modes +1 et -1 se distinguent par leur importance. Celle-ci est acquise au détriment des autres modes

Pour un $F=0.1$, figure (VI.18) les modes +1 et -1 atteignent un maximum d'intensité pratiquement d'égale valeur et on retrouve l'aspect hyperbolique pour les ordres supérieurs.

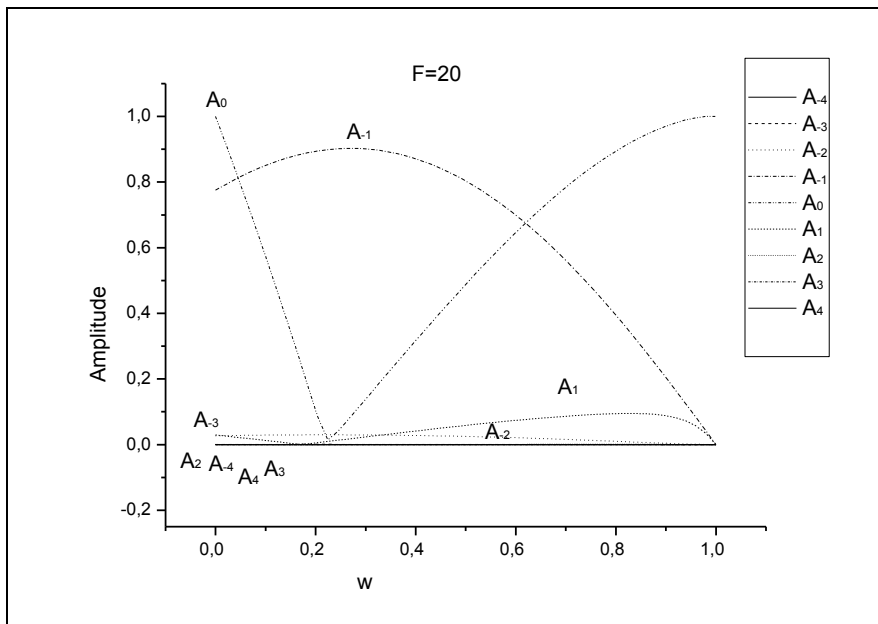


Figure VI.13 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=20$. Pour une modulation carrée.

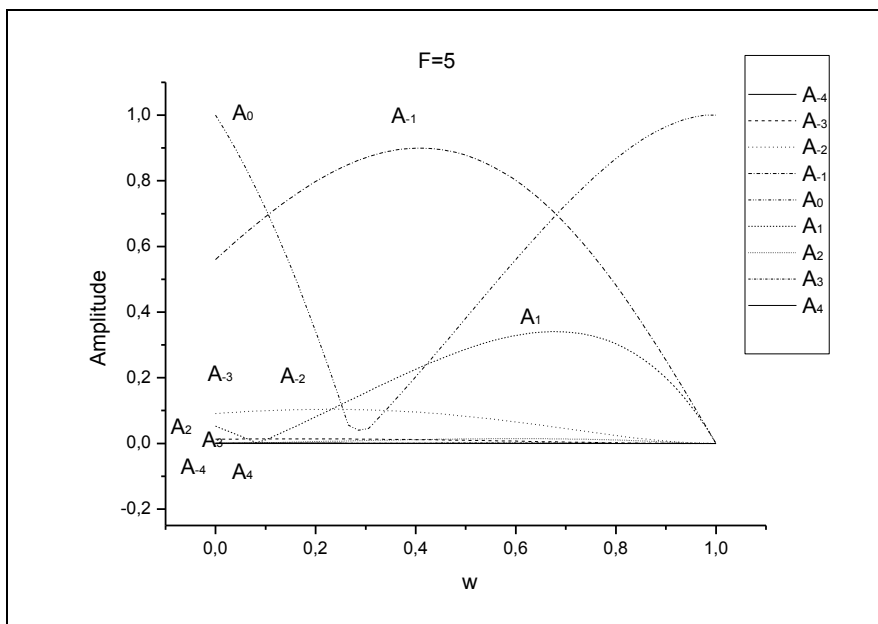


Figure VI.14 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=5$. Pour une modulation carrée.

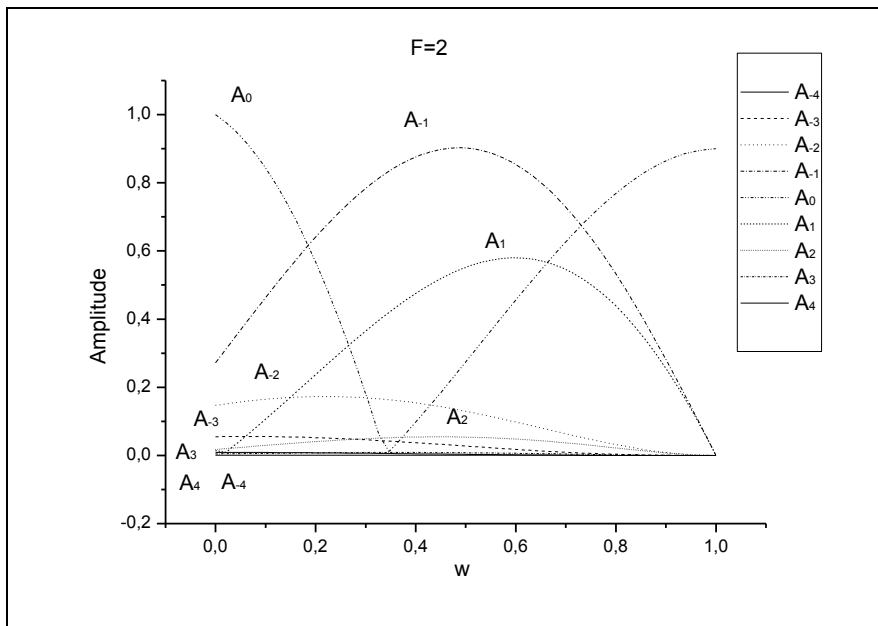


Figure VI.15 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=2$. Pour une modulation carrée.

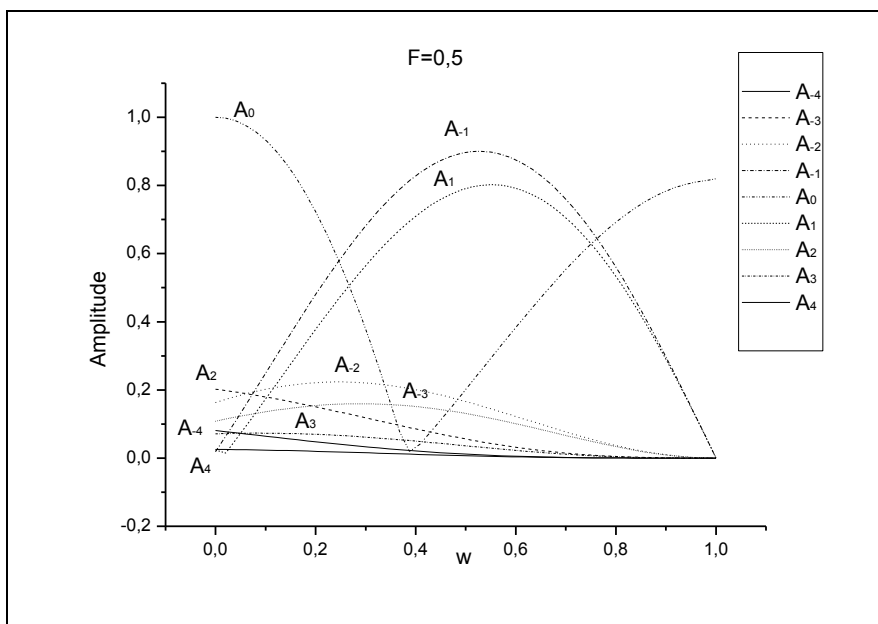


Figure VI.16 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.5$. Pour une modulation carrée.

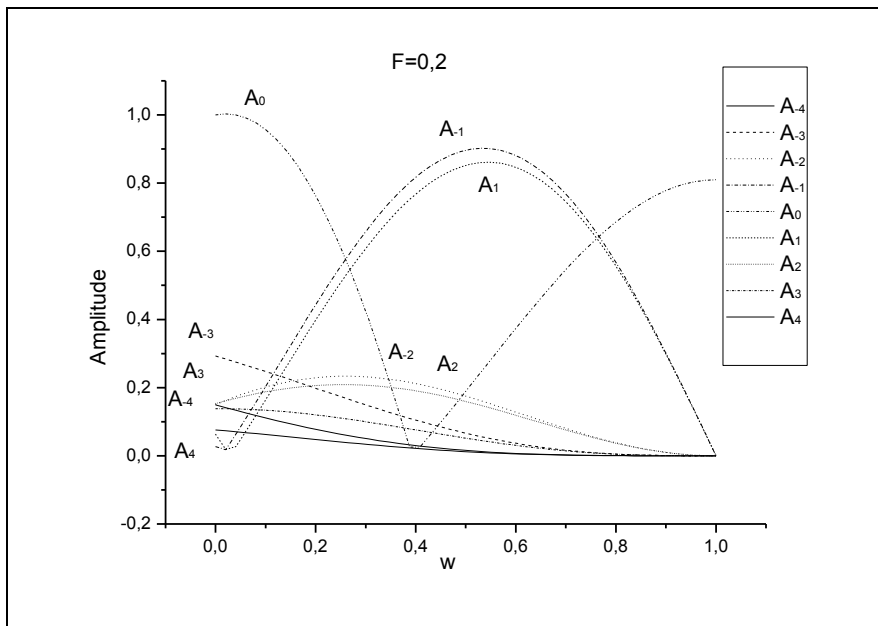


Figure VI.17 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.2$. Pour une modulation carrée.

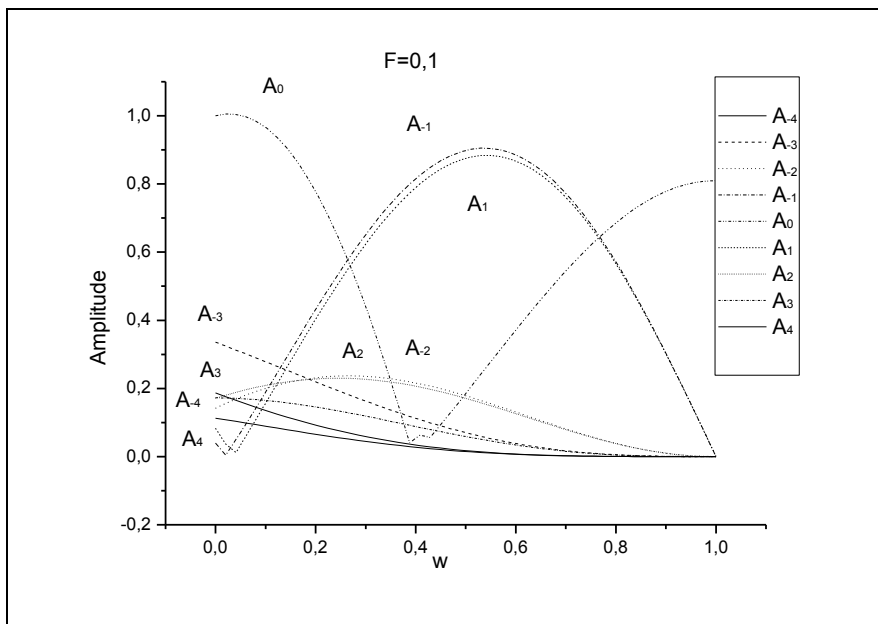


Figure VI.18 Variation de module des amplitudes des ondes diffractées des modes les plus significatifs en fonction de l'épaisseur normalisée w , pour $F=0.1$. Pour une modulation carrée.

VI.3.b Analyse.

Nos montrons par nos résultats que le profil de modulation influe sur les caractéristiques de diffraction du réseau. Pour le profil carré nous remarquons une efficacité de diffraction avantageuse du mode -1 et un maximum d'amplitude du mode +1 plus élevé que celui des modes de diffraction d'ordre supérieurs. Cet effet est surtout remarqué pour les faibles valeurs de F . Cette caractéristique est probablement due aux variations discrètes de la permittivité à l'intérieur du réseau. D'une valeur maximale $\Delta\epsilon$ passe directement à une valeur minimale, à l'inverse d'un profil de modulation sinusoïdal où la permittivité croît jusqu'à atteindre son maxima puis diminue de nouveau, et cela de façon progressive.

Pour un profil de modulation carré les modes de diffraction apparaîtront donc plus rapidement et auront une amplitude plus importante, en raison de l'état de saturation du réseau. Les ordres positifs sont aussi significatifs que les ordres négatifs à cause de la symétrie dans la variation de permittivité, le long de la direction de propagation. Les ordres -1 et +1 sont les plus avantageés car se sont les plus proches voisins du mode 0. Une grande partie de l'énergie incidente leur est transférée.

**CONCLUSION GENERALE
ET
PERSPECTIVES**

CONCLUSION GENERALE

Les matériaux photosensibles les plus utilisés en holographie, la gélatine bichromatée et les émulsions argentiques, comme il est bien connu sont fortement non linéaires pour des expositions élevées. Le thème d'étude choisi est justifié par la réponse, aux excitations lumineuses, effectivement non linéaire, des matériaux holographiques existants.

L'objectif de ce travail a été l'étude de l'influence des profils de modulation des réseaux holographiques épais de phase sur l'efficacité et les caractéristiques de diffraction. L'analyse du comportement du réseau a été faite en utilisant une structure d'enregistrement en réflexion.

Il existe différents types d'hologrammes. Leur classification dépend de plusieurs facteurs dont notamment :

-des conditions d'incidence à l'enregistrement. La disposition des ondes l'une par rapport à l'autre et par rapport au milieu enregistreur permet de distinguer entre les hologrammes en transmission (les ondes enregistreuses sont incidentes du même côté par rapport au milieu photosensible) et les hologrammes en réflexion (les ondes enregistreuses sont incidentes de part et d'autre du milieu photosensible)

-de la nature physique du matériau photosensible utilisé (transparence, absorption, épaisseur). L'épaisseur du matériau photosensible est un paramètre déterminant quant aux propriétés de l'hologramme obtenu, particulièrement en termes d'efficacité de diffraction. Pour une épaisseur plus grande que la longueur d'onde de la lumière utilisée, l'hologramme est dit de volume dans le cas contraire il est dit plan. En réalité la distinction entre les hologrammes plans et volumiques est plus nuancée. Elle s'accorde avec l'introduction du paramètre sans dimension Q [1]. Lorsque $Q < 1$ l'hologramme est considéré comme plan. Sinon quand $Q > 10$ l'hologramme est épais et obéit au régime de diffraction de Bragg. Les travaux de Magnusson [1] et al ont montré que ce paramètre ne peut suffire à la distinction entre le régime de diffraction de deux ondes dit régime de Bragg et le régime de

diffraction multi modes dit régime de type Raman-Nath. Des critères précis de différenciation entre les deux régimes ont été déterminés par Benlarbi, Cooke et al [3] au moyen des paramètres F et Q .

Nous avons vu que pour des valeurs élevées de F , la modulation est faible et le processus d'échange est spatialement lent. Une grande épaisseur de réseau est nécessaire pour permettre un grand cumul de l'effet Bragg en faveur du mode 1. Pour de petites valeurs de F la modulation est grande, et le couplage est rapide. De hautes efficacités de conversion (transfert d'énergie de l'onde incidente vers les modes d'amplitudes d'ordres supérieurs) peuvent être obtenues pour de petites épaisseurs de réseau.

Nous avons étudié l'influence des paramètres F sur le profil de modulation complexe de l'enregistrement en réflexion, et on a vu que F tient compte de l'amplitude maximale de modulation. Il nous renseigne sur le régime de diffraction.

En plus de la non linéarité des hologrammes ces derniers peuvent manifester un effet de saturation par un profil de modulation non sinusoïdal. Dans notre travail nous avons traduit mathématiquement cette saturation sous différentes formes de profils de modulation (dent de scie, triangulaire et profil carré)

Nous avons remarqué que pour des petites valeurs de F et pour un profil de modulation asymétrique tel qu'un profil en dent de scie, engendre des directions de diffractions privilégiées car les amplitudes d'ordres de diffraction négatifs dépassent les ordres de diffraction positifs. Nous avons rétabli la symétrie en réinstaurant un profil de modulation de forme triangulaire et on a montré que les maxima de diffraction sont d'égale importance pour tous les ordres.

Pour une modulation carrée, son profil garde son aspect asymétrique mais la variation de la permittivité est de nature discrète. On a remarqué que le processus d'échange d'énergie se fait entre le mode 0 et ces voisins directs donc une grande partie d'énergie est transférée aux modes les plus proches -1 et +1.

L'influence du profil de modulation sur le comportement d'hologramme de phase n'est apparente que pour des petites valeurs de F ce qui implique des angles d'enregistrement assez petits et des perturbations relativement fortes. Pour de grandes valeurs de F le comportement du réseau est sensiblement le même quelque soit le profil considéré, seule la modulation fondamentale influe sur l'efficacité et le régime de diffraction de l'hologramme. La modulation carrée fait exception et elle se distingue par sa variation à la fois discrète et asymétrique de la permittivité électrique.

PERSPECTIVES

Plusieurs perspectives à ce travail sont possibles. On peut citer :

- Faire une étude comparative avec un hologramme enregistré en transmission en termes d'efficacité de diffraction...
- Refaire l'étude dans le mode E (le champ électrique est parallèle au plan d'incidence).
- L'étude peut être étendue à un enregistrement de phase à deux dimensions, c'est-à-dire réaliser un enregistrement en transmission et en réflexion de façon symétrique pour un profil de modulation sinusoïdal et étendre cette étude à différents profils de modulation.

REFERENCES

REFERENCES

- [1] GABOR (D) : A new microscopic principle, *Nature* 161, 777-778, 1948
- [2] T. H. MAIMAN: "Stimulated optical radiation in ruby", appeared on 6 August 1960 (*Nature* 187, 493-94; 1960).
- [3] LEITH (E.), UPATNIEKS (J) : New technique in wavefront reconstruction, *J. Opt. Soc. Am.* 51, 1469, 1961
- [4] LEITH (E.), UPATNIEKS (J.) : Reconstructed wavefronts and communication theory, *J. Opt. Soc. Am.* 52, 1123-1130, 1962
- [5] DANCER (A.), FRANKE (R.), SMIGIELSKI (P.), ALBE (F.), FAGOT (H.) : Holographic interferometry applied to the investigation of tympanic membrane displacements in guinea pigs ears subjected to acoustic impulses. *J. Acoust.Soc.Am.* Vol.58, n°1, July 1975
- [6] DANCER (A.), FRANKE (R.), SMIGIELSKI (P.), ALBE (F.), FAGOT (H.) : Holographic interferometry applied to the investigation of tympanic membrane displacements in guinea pigs ears subjected to acoustic impulses. *J. Acoust.Soc.Am.* Vol.58, n°1, July 1975
- [7] JOUVRAY (J.L.) : Utilisation de l'holographie pour l'étude des vibrations moteur, Colloque national d'holographie SFO, Saumur (F), nov.1990 – *Revue OPTO (ESO)* n°107, nov.1992
- [8] ALBE (F.), SMIGIELSKI (P.), FAGOT (H.) : Application effective de l'interférométrie holographique par double exposition à l'étude de déformations de céramiques, dues à l'impact d'un projectile, *Opt. Com.* 8-4, 1973 *attered radiation, Opt. Spektrosk.* 15, 522-532, 1963
- [9] PRENEL (J.P.), SMIGIELSKI (P.) : Visualisation en mécanique des fluides. *Traité Sciences fondamentales. Article AF 3330* , Techniques de l'ingénieur. ed., Paris, 1999
- [10] SMIGIELSKI (P.) : Holographie industrielle. Teknéa éd., Toulouse, 1994
- [11] Christophe Ducottet : Ondlettes, analyse de singularités lissées et traitement d'hogrammes numériques de microparticules. *Signal and Image processing. Université Jean Monnet - Saint-Etienne*, 2003
- [12] Katherine Pacheco. : Photopolymères pour mémoire holographiques. *Physics. Université d'Angers*, 2007.
- [13] VEST (C.V.) : Holographic interferometry, Wiley ed, New-Yord, 1979
- [14] DAINTY (J.C.) : Laser speckle and related phenomena, *Topics Appl. Phys., Vol. 9* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1984
- [15] H. Kogelnik: *Bell system T J* 48, 2909-2947(1969).

REFERENCES

- [16] Solymar, L. & Cooke, D. (1981). *Volume holography & Volume gratings*. New York .Academic Press
- [17] H. Kogelnick: coupled wave theory for thick hologram gratings. 1980
- [18] Benlarbi et al : *Higher Order Modes in Thick Phase Gratings* these F.E.D OXFORD 1981
- [19]. Kleen W, R., & Cook (1967) Unified approach to ultra sonic light diffraction IEEE transaction en Sonics and Ultrasonics ,SU-14?, 123-34 .
- [20] Benamane : Etude de l'influence du profil de modulation. thèse USTHB (1988)
- [21] M.G Moharam and L.Young: Criterion for Bragg and Raman-Nath diffraction regimes Applied Optics Vol 17 N°11 1757-1759 (1978).
- [22] B.Benlarbi and al: 'higher order modes in thick phase gratings' Optics Acta 27' 1981
- [23] H. Kogelnick: Bell system T J 48, 2909-2947(1969).
- [24] LEITH (E.), UPATNIEKS (J.) : Wavefront reconstruction with continuous-tone objects, *J. Opt. Soc. Am.* 53, 1377–1381, 1963
- [25] LEITH (E.), UPATNIEKS (J.) : Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects, *J. Opt. Soc. Am.* 54, 1295-1301, 1964
- [26] DENISYUK (Yu.N.) : On the reproduction of the optical properties of an object by the wavefield of its sc[6] KARICHASHVILI (Sh.D.) : On the polarization recording of holograms, *Opt. Spektrosk.* 33, 324-327, 1972
- [27] JOUVRAY (J.L.) : Utilisation de l'holographie pour l'étude des vibrations moteur, Colloque national d'holographie SFO, Saumur (F), nov.1990 – Revue OPTO (ESO) n°107, nov.1992
- [28] SMIGIELSKI (P.) : Holographie industrielle. Teknéa éd., Toulouse, 1994
- [29] SMIGIELSKI (P.) : Interférométrie holographique. Principes. Traité sciences fondamentales. Article AF 3345. Techniques de l'Ingénieur éd., Paris, 1998
- [30] JACQUOT (P.) : Techniques de speckle et applications : journée introductive au colloque du club SFO/Cmoi, Saint Aubin de Médoc, 18 novembre 2002

REFERENCES

- [31] JACQUOT (P.) : Techniques de speckle et applications : journée introductive au colloque du club SFO/Cmoi, Saint Aubin de Médoc, 18 novembre 2002

- [32] CHAMPAGNE (E.B.) – Non paraxial imaging, magnification and aberration properties in holography. J.Opt.soc.Am., 51-55, 1967