

N° d'ordre : 38/2013 -M/PH

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



**Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister
en physique
Spécialité : Physique théorique**

Par

Rebahi Messaouda

THÈME

**Etude des processus collectifs d'un plasma de
basse énergie dans le cadre de la statistique
non extensive de Tsallis**

Soutenu publiquement le 29/06/2013, devant le jury composé de :

Mme	F. CHAFA-MEKIDECHE	Professeur	U.S.T.H.B	Présidente
Mr	M. TRIBECHE	Professeur	U.S.T.H.B	Directeur de mémoire
Melle	L. ROUAIGUIA	Maitre de Conférences A	U.S.T.H.B	Examinatrice
Mme	A. H. HAMICI	Maitre de Conférences A	U.S.T.H.B	Examinatrice
Mr	M. ISHAK-BOUSHAKI	Maitre de Conférences A	U.S.T.H.B	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique, Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le Professeur M. TRIBECHÉ, mon directeur de mémoire, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici et à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur Fawzia MEKIDECHE-CHAFRA, du Laboratoire de Physique Théorique et Doyenne de la Faculté de Physique (USTHB) qui nous a honorés en acceptant de présider le jury du présent mémoire.

Mes remerciements les plus vifs vont également au Docteur A. HAMICI, Maître de Conférences A du Laboratoire de Physique Théorique, au Docteur M. ISHAK-BOUSHAKI, Maître de Conférences A du Laboratoire d'Electronique Quantique, ainsi qu'au Docteur L. ROUAIGUIA, Maître de Conférences A du Laboratoire de Physique Théorique, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury du présent mémoire.

J'exprime mes sincères remerciements au Dr. K. AOUTOU et M. BACHA pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans tout mon travail.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (BOUBAKOUR, MERRICHE, AMOUR, GHEBACHE, BENZEKKA, MAYOUT, DJEBARNI, OURABAH et METREF) et au Dr. L. AIT GOUGAM et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi.

Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à toute ma famille et mes proches pour leur inestimable affection, sans oublier Newel, Fodil, Amina et Samia pour leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	1
1 Introduction à la physique des plasmas	3
1.1 propriétés des plasmas	3
1.1.1 Longueur de Debye	3
1.1.2 Fréquence plasma	4
1.1.3 Température plasma	5
1.2 Ondes dans les plasmas	5
1.2.1 Solitons	6
1.3 Modèles théoriques appliqués aux plasmas	7
1.3.1 Modèle cinétique	7
1.3.2 Modèle hydrodynamique	8
1.4 Classification des plasmas	10
1.4.1 Plasma classique	10
1.4.2 Plasma quantique	10
1.4.3 Plasma relativiste	10
1.5 Équation de Korteweg-de Vries	11
1.6 Introduction à la statistique non extensive	14
1.7 L'entropie de Tsallis	15
1.8 Le principe du maximum d'entropie	16
1.9 Fonction de distribution de Tsallis	17
2 Ondes acoustiques électroniques solitaires dans un plasma contenant des électrons non extensifs	20
2.1 Présentation physique du problème	20
2.2 Modèle théorique et équations de base	22

2.3	Traitement linéaire	24
2.4	Traitement non linéaire	27
2.4.1	Domaine d'existence des solitons	28
2.5	Résultats numériques et discussion	30
2.6	Equation de Korteweg-de Vries (K-dV)	34
3	Onde acoustique ionique non linéaire dans un plasma électronégatif en présence d'électrons non extensifs	36
3.1	Présentation physique du problème	36
3.2	Domaines de modélisation	38
3.3	Equations de base du modèle	38
3.3.1	Analyse faiblement non linéaire	40
3.4	Résultats numériques et discussion	43
3.4.1	Compléments à notre analyse faiblement non linéaire	47
	Conclusion	50

Introduction

C'est en 1928 que les physiciens Langmuir et Tonks[1] ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner le gaz ionisé contenu dans un tube à décharge. Par la suite, ce mot a été utilisé, surtout en astrophysique, pour désigner un état dilué de la matière, analogue à un gaz mais constitué de particules chargées, électrons et ions en proportions tel que le milieu soit globalement neutre. Dans la nature, le plasma est souvent présenté comme le quatrième état de la matière. Il s'agit en fait d'un gaz partiellement ou totalement ionisé, c'est-à-dire, une collection de particules chargées qui interagissent entre elles via les forces de Coulomb et de Lorentz. Pour comprendre l'intérêt d'étudier les plasmas, il faut savoir que plus de 99% de la matière visible de l'univers se trouve sous forme plasma. Par rapport aux solides, les liquides et les gaz, les plasmas sont omniprésents dans la nature (étoiles, vent stellaire, nébuleuse, ionosphère). Les plasmas peuvent aussi exister dans les laboratoires (dans les chambres à décharge, dans les structures de fusion telles que le Tokamak ... etc). En fait, ce qui différencie réellement l'état plasma des autres états, est l'étendu des domaines de températures et de densités beaucoup plus importante que celle associée aux autres états de la matière.

Le but du présent mémoire de Magister consiste à revisiter les modes acoustiques non linéaires dans le contexte du formalisme non extensif de Tsallis. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de réalisation des modes acoustiques solitaires. Ces structures qui peuvent être perçues comme «les modes normaux non linéaires» d'un plasma sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev ou la méthode du pseudo- potentiel (amplitude arbitraire), et à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[2] (amplitude faible mais finie). Ce présent mémoire de Magister est organisé de la façon suivante:

-Dans le premier chapitre, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations de base du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans les différentes parties de ce mémoire. Pour mieux comprendre les types de plasmas, nous don-

nerons la classification ainsi que les caractéristiques des plasmas de manière générale. Nous donnerons un bref aperçu sur l'équation différentielle non linéaire classique de Korteweg-de Vries (K-dV). Nous terminerons ce chapitre en introduisant les principes fondamentaux de la statistique de Tsallis au moyen de laquelle nous établirons la q -distribution que nous utiliserons tout au long de ce mémoire.

-Le deuxième chapitre de ce mémoire est consacré à l'étude des ondes acoustiques électroniques solitaires dans un plasma composé d'électrons froids adiabatiques, d'électrons chauds ayant une distribution non extensive, et d'ions immobiles. Dans un premier temps, nous allons chercher la relation de dispersion linéaire obtenue pour les ondes acoustiques électroniques et sa dépendance en fonction des paramètres du plasma, à savoir, les rapports de densités et de températures et le paramètre non extensif. Ensuite, nous allons utiliser l'analyse du pseudo-potentiel pour étudier les propriétés des structures non linéaires localisées d'amplitude arbitraire dans ce plasma non extensif. Nous terminerons ce chapitre par une analyse faiblement non linéaire en établissant une équation de type K-dV par la technique de la perturbation réductive.

-Le troisième chapitre de ce mémoire sera consacré à l'étude de l'effet des électrons non extensifs sur la propagation des ondes acoustiques ioniques solitaires faiblement non linéaires dans un modèle de plasma électronégatif inspiré des études expérimentales de Ichiki et al.[3]. Cette étude théorique est faite en deux parties. Dans la première partie, nous prenons en compte l'effet de la pression due au mouvement des ions, que nous négligerons au cours de la seconde partie.

-Nous terminerons par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

1

Introduction à la physique des plasmas

1.1 propriétés des plasmas

1.1.1 Longueur de Debye

Lorsqu'une charge positive est introduite au sein d'un plasma constitué d'électrons Boltzmanniens et d'ions immobiles, celle-ci est immédiatement entourée par un nuage de charges négatives de telle sorte que la charge effective locale s'annule et que le potentiel créé par la charge positive soit négligeable en dehors du nuage. Cet effet est appelé *écranage de Debye*. La taille de ce nuage mesure l'échelle de longueur du déséquilibre de la charge électrique au sein du plasma. Elle est exprimée par la longueur de Debye dont l'expression est donnée par

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.1)$$

où k_B désigne la constante de Boltzmann, T_e la température des électrons, ε_0 la permittivité diélectrique et n_0 la densité à l'équilibre des particules. Elle représente un compromis entre l'agitation thermique, qui tend à produire une non-neutralité du plasma, et la densité des particules qui impose la neutralité par l'intermédiaire des forces électrostatiques $k_B T_e = e^2 n_0 \lambda_D^2 / \varepsilon_0$. Notons que l'un des critères pour qu'un gaz ionisé soit à l'état plasma est que le nombre de particules N_D au sein de la sphère de Debye soit grand

$$N_D = \frac{4}{3} n_0 \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.2)$$

Dans ce cas, les effets collectifs prédomineront. De plus, la longueur caractéristique de la dimension du plasma (ici L) doit vérifier l'inégalité suivante $\lambda_D \ll L$. Par conséquent, un gaz ionisé ne sera perçu comme un plasma que si et seulement si sa longueur de Debye est beaucoup plus petite que les dimensions du plasma et si le nombre de particules présentes dans la sphère de Debye est plus grand que l'unité. Typiquement, la longueur de Debye d'un plasma à basse pression (environ 300 mTorr) est autour de 1mm.

1.1.2 Fréquence plasma

Si dans un plasma se produit un défaut local de neutralité (résultant, par exemple, d'un mouvement aléatoire, d'un champ extérieur), celui-ci se rétablit du fait du comportement collectif des particules chargées. Un mouvement de retour des charges vers leur équilibre prendra la forme d'une oscillation pendulaire autour de la position où il y a eu initialement rupture de neutralité. Cette tendance vers la quasi-neutralité peut être explorée à travers l'étude de la réponse électronique à une perturbation électrique. Le déplacement des électrons de leur configuration d'équilibre génère un champ électrique (appelé champ de charge d'espace) qui rappelle les électrons vers leur position d'origine, mouvement qui réduit d'autant l'intensité de ce champ. Cependant, les électrons ainsi accélérés ne pourront s'arrêter à leur position d'équilibre, continuant leur mouvement au delà de ce point, engendrant ainsi un nouvel écart à l'équilibre électrique des charges et donc un champ électrique de sens opposé au champ initial. Les électrons continueront ainsi leur mouvement pendulaire autour de la position d'équilibre. Ce comportement collectif des électrons fait apparaître localement un mouvement oscillatoire dont la pulsation est donnée par

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_{e0}e^2}{m_e\varepsilon_0}}$$

Notons qu'il y a une relation simple entre la vitesse thermique v_{the} des électrons, la longueur de Debye et la fréquence plasma électronique, donnée par

$$v_{the} = \lambda_D \omega_p \quad (1.3)$$

Par analogie, la fréquence plasma ionique est donnée par

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_{i0}e^2}{m_i\varepsilon_0}} \quad (1.4)$$

1.1.3 Température plasma

La température plasma est définie comme la moyenne des énergies de mouvement des particules. Étant donné la différence de masse existante entre les électrons et les espèces lourdes, ces deux populations sont souvent considérées comme étant deux systèmes, ayant chacun son propre équilibre thermodynamique. C'est pourquoi, lorsqu'on parle de plasma, on entend souvent parler de plusieurs températures (électronique T_e et ionique T_i) qui peuvent être toutes différentes. La température électronique est souvent considérée la plus importante pour étudier les processus dans le plasma, étant donné qu'ils constituent les agents les plus actifs pour l'ionisation du gaz. Par conséquent, il est plus facile de donner l'énergie aux électrons qu'aux espèces plus lourdes, comme les ions. De ce fait, on regroupe les plasmas en deux catégories:

- Plasma froid, appelé aussi plasma non thermique ou encore «plasma hors équilibre»: seuls les électrons ont acquis assez d'énergie pour effectuer des réactions (applications chimique et industrielle). Dans un tel plasma, la température (l'énergie) des électrons est très supérieure à celle des ions, et ne dépasse pas 10^4K .
- Plasma chaud ou encore «plasma thermique»: les électrons au même titre que les ions sont assez énergétiques pour influencer le comportement du plasma.

1.2 Ondes dans les plasmas

L'utilisation des ondes plasma est l'une des techniques les plus puissantes pour diagnostiquer un plasma. Ces ondes, d'origine linéaire ou non linéaire, peuvent se propager dans ce milieu. L'aspect linéaire se produit lorsque les effets (les petites perturbations) d'ordre un (1) dans le plasma peuvent être décrites comme des ondes planes. Chaque mode d'oscillation du plasma est décrit par son amplitude, sa fréquence et son nombre d'onde. Quand à l'aspect non linéaire, il se produit lorsqu'on ne peut plus négliger les effets d'ordre supérieur à un. Cette situation arrive lorsque les amplitudes des ondes et/ou leurs fréquences sont élevées par rapport à leurs analogues linéaires. L'aspect non linéaire introduit des phénomènes intéressants reliés aux propriétés du milieu de propagation, c'est-à-dire reliés aux structures du plasma et à la forme du champ électrique. La théorie hydrodynamique unidimensionnelle permet de décrire l'aspect non linéaire des ondes. L'étude de ces ondes permet de déduire et de décrire en chaque point de l'espace, la densité, la vitesse et le champ électrique du plasma.

1.2.1 Solitons

En physique, on appelle *soliton* ou *onde solitaire* une perturbation localisée se propageant sans se déformer et ne perdant rien de ses caractéristiques ni par amortissement, ni sous l'effet d'un choc avec une perturbation de même nature. Autrement dit, l'onde solitaire est un type d'onde qui a la particularité de se propager sans se déformer dans un milieu dispersif, c'est à dire sans être affectée par la dispersion naturelle de toute onde linéaire sur une très longue distance. On en trouve dans de nombreux phénomènes physiques de même qu'ils sont la solution de nombreuses équations différentielles non linéaires. Le phénomène associé a été décrit pour la première fois par l'Ecossais John Scott Russell[4] qui l'a observé initialement en se promenant le long d'un canal. Il a suivi pendant plusieurs miles une vague remontant le courant qui ne semblait pas vouloir faiblir. A la suite de cette observation, Russell réalisa l'expérience à l'aide d'un canal artificiel, convaincu que ce phénomène était de caractère inconnu. Cette découverte avait entraîné une controverse dans le monde scientifique, la question étant de savoir si les équations de la mécanique des fluides de l'époque possédaient de telles solutions tant il était admis que les ondes devaient se disperser à long terme. En fait, il n'existait pas d'équation pour décrire de telles ondes. Russell découvrit donc une solution d'une équation encore inconnue. Plusieurs auteurs ont, à cette époque, contribué à comprendre ce phénomène mais c'est Korteweg et de Vries[5] qui découvrirent en 1895 l'équation, non linéaire, décrivant la propagation d'onde de grande longueur d'onde à la surface d'un canal étroit et peu profond. Cette équation dite de Korteweg et de Vries (K-dV) admet comme solutions des solitons dont celui de Russell.

1.3 Modèles théoriques appliqués aux plasmas

En physique des plasmas, tout phénomène physique est modélisé soit à l'aide de la théorie cinétique (basée essentiellement sur l'équation cinétique de Vlasov), soit par le modèle fluide. Ce dernier est basé sur les équations hydrodynamiques (dites aussi, par abus de langage, équations fluides) que nous déduisons facilement à partir des moments de l'équation de Vlasov.

1.3.1 Modèle cinétique

Un plasma est un milieu constitué d'un grand nombre de particules. L'évolution d'un tel milieu se rattache aux divers mouvements des particules déterminés aussi bien par leurs interactions mutuelles que par le milieu extérieur. La description rigoureuse de l'état du plasma passe par la connaissance des équations du mouvement de chaque particule. Cette méthode s'avère difficile à réaliser, à cause du grand nombre N de particules qui constituent le plasma. La dynamique du plasma sera décrite par conséquent, à partir de la théorie cinétique. Pour cela, on introduit des fonctions de distribution des vitesses pour les diverses espèces de particules du plasma. Elles sont des outils de base de la théorie cinétique, et dépendent de la vitesse $\vec{v}$, de la position $\vec{r}$ et de l'instant t . Elles représentent le nombre de particules de l'espace considérée, à l'instant t , contenues dans l'élément de volume $d\vec{r} = d^3r = dx dy dz$ et ayant une vitesse comprise entre $\vec{v}$ et $\vec{v} + d\vec{v}$, c'est à dire

$$dn = f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{r} d\vec{v} \quad (1.5)$$

La densité de particules $n(\vec{r}, t)$ au point $(\vec{r}, t)$ est alors définie par

$$n(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (1.6)$$

La dynamique du plasma sera donc décrite par les équations d'évolution auxquelles satisfont les fonctions de distribution. Ces équations sont appelées *équations cinétiques*. La formulation des équations cinétiques dépendra du type d'interaction entre les particules du plasma. Dans les plasmas complètement ionisés (constitués exclusivement d'ions de différentes charges et d'électrons), il y a lieu de distinguer deux types d'interaction, d'une part, les interactions de courte portée, typiquement inférieure à la longueur de Debye, et d'autre part, les interactions à longue portée supérieure à la longueur de Debye qui représente la longueur d'écran d'une charge par toutes les autres charges du plasma. Les interactions à court rayon d'action mettent en jeu des collisions binaires entre particules. Elles conduisent

à des équations cinétiques de type Boltzmann et Fokker-Planck. Les interactions à grande distance de type coulombien sont susceptibles de donner lieu à des processus collectifs tels que les oscillations plasmas électroniques et l'interaction résonnante entre les ondes et les particules du plasma. La description de ces phénomènes collectifs relève essentiellement de l'équation de Vlasov.

Equation de Vlasov

Cette équation est l'une des équations cinétiques les plus importantes pour décrire les plasmas. Elle décrit des plasmas non collisionnels dominés par l'interaction collective des particules chargées. L'équation de Vlasov a été établie, pour la première fois, pour les plasmas non relativistes et non magnétisés. Pour un gaz de particules chargées de masse m et de charge q , elle s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1.7)$$

Par la suite, l'équation (1.7) a été généralisée en soumettant les particules chargées à la force de Lorentz complète

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1.8)$$

Cette équation peut être facilement adaptée au cas d'un mélange de plusieurs particules (constitué d'électrons et d'ions). Les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ obéissent aux équations de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_q}{\varepsilon_0} \quad (1.9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (1.12)$$

où ε_0 , μ_0 et $\vec{j}$ sont, respectivement, la permittivité du vide, la perméabilité du vide et la densité de courant, et $\rho_q = \sum_j n_j q_j$ désigne la densité de charge.

1.3.2 Modèle hydrodynamique

Le modèle hydrodynamique (fluide) est valable quand la fonction de distribution est proche de la distribution de Maxwell-Boltzmann. On dit alors qu'on a une fonction de distribution

Maxwellienne des vitesses. Ce modèle est basé sur un ensemble de lois de conservation de grandeurs macroscopiques, incluant la densité n , la vitesse moyenne u et la pression scalaire P . Ces grandeurs peuvent être établies à partir de la fonction de distribution f

$$n(r, t) = \int f(r, v, t) d^3v \quad (1.13)$$

$$u(r, t) = \frac{\int f(r, v, t) v d^3v}{n(r, t)} \quad (1.14)$$

$$P(r, t) = \frac{n}{3} \int f(r, v, t) (v - u(r, t))^2 d^3v \quad (1.15)$$

Dans ce modèle fluide, on considère un mouvement d'ensemble de chaque espèce de particules présentes dans le plasma. Ce dernier est alors considéré comme un fluide se mouvant avec une vitesse u . Les équations du modèle fluide font apparaître explicitement les lois et les principes de conservation de la masse M et de l'impulsion $\vec{p}$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho_m dV \quad (1.16)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho_m \vec{u} dV = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F} \quad (1.17)$$

où $\vec{F}$ représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques, ...etc) pouvant s'exercer sur l'élément fluide de densité ρ_m et de volume élémentaire dV . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{u}_\alpha) = 0 \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_\alpha}{\partial t} + (\vec{u}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E} + \vec{u}_\alpha \times \vec{B}) - \frac{\vec{\nabla} P_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} + \vec{g} \quad (1.19)$$

où α désigne l'espèce de particules considérée et $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{g}$ et P représentent, respectivement, le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression de l'espèce α . La première équation, dite *équation de continuité* pour un fluide, traduit la conservation du nombre de particules ou de la masse. La seconde, dite *équation de mouvement*, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumis l'élément fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, le système d'équations précédent est généralement complété par une équation d'état qui relie la pression à la densité

$$\frac{d(P_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0, \quad (1.20)$$

où γ représente l'indice adiabatique.

1.4 Classification des plasmas

1.4.1 Plasma classique

Il est important de classer les plasmas par rapport à leur densité et leur température, car chaque type de plasma nécessite une description spécifique. La façon de classer un plasma en système classique ou quantique est la comparaison de la température du système T avec la température de Fermi T_F . Cette dernière ne dépend que de la densité électronique n_e . Le système est dit *classique* si la température du système T est beaucoup plus grande que la température de Fermi T_F

$$T_F = \frac{\hbar^2(3\pi^2 n_e)^{2/3}}{2k_B m_e}, \quad (1.21)$$

où k_B et $\hbar$ désignent la constante de Boltzmann et la constante de Planck réduite, respectivement. De plus, la distance moyenne entre les particules est inférieure au rayon de Bohr ($r_{Bohr} = 0.53 \text{ \AA}$).

1.4.2 Plasma quantique

Lorsque la température du système T est très petite en comparaison avec la température de Fermi ($T \ll T_F$), le système est considéré comme un système quantique. Dans un tel système, les électrons sont des fermions et obéissent au principe d'exclusion de Pauli. Ceci nous oblige à remplacer la distribution de Maxwell-Boltzmann par la distribution de Fermi-Dirac et donc la vitesse thermique classique est remplacée par la vitesse thermique de Fermi $v_F = \sqrt{\frac{k_B T_F}{m_e}}$. On peut aussi mesurer l'effet quantique grâce à une longueur de nature quantique qui est la longueur d'onde thermique de Broglie $\lambda_B = \frac{\hbar}{m_e v_F}$. Lorsque la distance moyenne d entre les particules est comparable à cette longueur, le plasma devient de nature quantique, et dans le cas contraire ($d \gg \lambda_B$) le plasma a un comportement classique (le phénomène d'interférence est négligeable).

1.4.3 Plasma relativiste

Les plasmas relativistes sont classés en deux catégories. Les effets relativistes peuvent être induits par la vitesse du fluide, autrement dit lorsque la vitesse des particules constituant le fluide est comparable à la vitesse de la lumière c . Les effets relativistes peuvent aussi être induits par la température du fluide, autrement dit lorsque la température des particules constituant le plasma est très élevée. Ce type de particules se trouve, à titre d'exemple, dans les environnements astrophysiques et l'espace interstellaire.

Il faut aussi noter que les plasmas précédents peuvent être classés en plasma corrélé (plasma non idéal) ou plasma non corrélé (plasma idéal ou plasma cinétique). Cela dépend de la comparaison de son énergie cinétique E_c avec son énergie potentielle E_p , données par

$$E_c = \frac{3}{2}k_B T \quad (1.22)$$

et

$$E_p = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{moy}} \quad (1.23)$$

où $r_{moy} \sim n_e^{-1/3}$ représente la distance moyenne entre deux électrons. Si l'énergie potentielle est négligeable devant l'énergie cinétique, ($n_e \lambda_{De}^3 \gg 1$), on a un fort écrantage et les effets individuels sont dominants. Dans ce cas, on dit que le plasma est non corrélé. A l'inverse, dans le cas $n_e \lambda_{De}^3 \ll 1$, l'écrantage est faible et le plasma est dit *fortement corrélé*.

1.5 Équation de Korteweg-de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (K-dV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par[6]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0, \quad (1.24)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b sont des constantes réelles non nulles et U est une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide, ...etc). L'équation (1.24) est à la fois non linéaire et dispersive. Le terme convectif $U \partial U / \partial \xi$ traduit la non-linéarité tandis que $\partial^3 U / \partial \xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.24) fût établie par Korteweg et de Vries, en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa[7] établissent une équation analogue à partir d'un modèle hydro-magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique, avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.24) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux, qui fournit une description faiblement non-linéaire des perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine[2] de celle du son. C'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner[8] montrent que (1.24) pouvait s'appliquer à une large classe de

systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burger dans les milieux dissipatifs et faiblement non-linéaires. L'équation (1.24) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0, \quad (1.25)$$

moeynnant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial \xi$ de l'équation (1.25) provient du terme non linéaire convectif $v_i \cdot \nabla v_i$ de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si le terme dispersif $\partial^3 U/\partial \xi^3$ est omis dans l'équation (1.25), alors l'équation $\partial U/\partial \tau + U\partial U/\partial \xi = 0$ admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.26)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déforme de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En fait, le terme dispersif de l'équation (1.25) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.25). A ce propos, en utilisant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$, où c est une constante, l'équation (1.25) peut être doublement intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.27)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow \infty$ ont été utilisées. L'équation (1.25) peut alors être intégrée pour donner

$$U(c) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left[\sqrt{c/2} (\xi - c\tau) \right] \quad (1.28)$$

Dans l'équation (1.28), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques[9] de l'équation (1.25) indiquent que les solutions en ondes solitaires (solitons) données par (1.28) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2, \dots$, chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouve alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.25) a été

réalisée par Ikezi et al.[10], [11]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie[12] et l'effet des grandes amplitudes[13]. Un soliton résulte de l'équilibre de deux effets : la non-linéarité et la dispersion[14]. La non-linéarité en couplant différents modes (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$. Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde: le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde : en une position x donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes normaux quelconques du plasma, (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, k_{1,2}) = 0$. A cause de la dispersion, l'onde de battement (the beat wave) $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ peut ne pas satisfaire la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, k_{1,2}) \rightarrow 0$, donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des ordres supérieurs est alors stoppé. La non-linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions solitaires dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seulement un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions en soliton. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'ailleurs, la découverte de l'équation de Korteweg de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été l'un des résultats les plus marquants[15].

1.6 Introduction à la statistique non extensive

La statistique de Boltzmann-Gibbs (BG) fournit un outil approprié et puissant qui nous permet de traiter un grand nombre de systèmes physiques standards. En particulier, les systèmes où l'extensivité thermodynamique existe. La statistique BG exige des restrictions de base pouvant être détaillées comme suit:

- La gamme des interactions microscopiques doit être petite en comparaison avec la taille linéaire des systèmes macroscopiques. En d'autres termes, ceci signifie que les interactions doivent être alors de courte portée.
- La gamme de la mémoire microscopique doit être petite comparée à l'observation du temps (processus Markovien).
- Le système doit se développer dans un espace temps semblable à l'espace euclidien.

Cependant, la validité de la statistique non extensive apparaît clairement lorsque le système physique ne vérifie pas les restrictions citées ci-dessus. Elle a été également prouvée par certains physiciens par les déclarations suivantes:

P.T. Landsberg[16] déclare "... La présence de forces de longue portée cause des modifications importantes à la thermodynamique, dont certaines ne sont pas entièrement examinées encore ...".

De plus, P.T. Landsberg[17] déclare " ... Dans le cas de systèmes avec des forces à longue portée et non-extensive, quelques résultats de thermodynamique ne sont pas vérifiés...".

S.H. Strogatz déclare[18] "... La plupart de notre vie quotidienne est non-extensive et le principe de superposition échoue spectaculairement. Si vous écoutez vos deux chansons préférées au même temps, vous n'aurez pas doublé le plaisir ... ".

Suite à toutes ces déclarations, nous pouvons conclure que la statistique BG n'est pas validée chaque fois que le système inclut des forces à longue portée, où la gamme de la mémoire microscopique est longue, lorsque le système se développe dans un espace temps (multi) fractal semblable. Cette inclusion de ces systèmes est le siège de comportements inhabituels, tels que: la capacité calorifique négative qui est interdite dans le formalisme canonique. Ainsi, l'évolution dynamique de ces systèmes présente des propriétés telles que des transitions de phase hors équilibre ou des états quasi- stationnaires.

Ces types de non validation sont rencontrés dans les systèmes gravitationnels[19], les systèmes magnétiques[20], les diffusions anormales semblables de Levy[21] et quelques prob-

lèmes de tensions superficielles[22]. De plus, le même type ou analogue de difficultés pourraient être présentes à longue portée des systèmes semblables de Casimir[23], la matière granulaire[24] et la turbulence bidimensionnelle[25], les interactions ondes-particules, les interactions coulombiennes non-écrantées, les interactions dipolaires.

Pour analyser tous les comportements inhabituels que l'entropie de Shannon (une continuité de l'entropie BG) ne peut décrire, Tsallis a proposé une nouvelle entropie, identifiée auparavant par Renyi.

1.7 L'entropie de Tsallis

Parmi les mesures non-extensives de la quantité d'information, l'entropie de Tsallis suscite un grand intérêt depuis sa formulation en 1988[26], car elle génère, non plus des distributions exponentielles mais des lois de puissance. Celles-ci s'avèrent décrire mieux certains phénomènes impliquant de grandes énergies, comme par exemple la turbulence des plasmas ou certaines fragmentations. L'expression de l'entropie de Tsallis comprend donc un paramètre supplémentaire, l'exposant q , par rapport à l'expression de Shannon

$$\text{Shannon: } S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \qquad \text{Tsallis: } S_q = k_B \frac{1 - \sum_i p_i^q}{1 - q}$$

où k_B est la constante de Boltzmann, p_i est la probabilité du i ème micro-état de telle sorte que $\sum_i p_i = 1$ et le paramètre qui quantifie le degré de la non-extensivité du système est représenté par le paramètre q . Notons que l'entropie de Shannon est un cas particulier de la formulation de Tsallis pour $q \rightarrow 1$ et que la différence fondamentale entre l'entropie de Shannon et l'entropie de Tsallis apparaît si le système est composé de sous systèmes a et b indépendants (dans le sens de factorisabilité des probabilités micro-états, i.e $p_{ij}^{(a+b)} = p_i^{(a)} \cdot p_j^{(b)}$). Donc, l'entropie totale de Tsallis pour le système satisfait[27]

$$S_q(a+b) = S_q(a) + S_q(b) - (1-q)S_q(a) \cdot S_q(b) \quad (1.29)$$

où le terme $(1-q)S_q(a) \cdot S_q(b)$ représente la corrélation entre les deux systèmes a et b et qui montre clairement que l'entropie S_q du système est non extensive. Ceci signifie que lorsque le nombre de particules N du système varie, la mesure de la quantité d'information S_q du système n'est plus proportionnelle à N . Cette propriété est en général vérifiée pour des interactions à longue portée telles que les interactions gravitationnelles et coulombiennes.

1.8 Le principe du maximum d'entropie

Pour permettre de décrire d'une façon statistique la microstructure d'un système composé d'un grand nombre de particules, les propriétés de chaque particule peuvent être déterminées sous la forme de distributions de probabilités. Pour cela, on utilise le principe du maximum d'entropie, choisi parmi toutes les distributions de probabilités possibles. La plus probable est celle pour laquelle l'entropie de Tsallis

$$S_q = k_B \frac{1 - \sum_{i=1}^w p_i^q}{1 - q} \quad (1.30)$$

est maximum sous les contraintes suivantes

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.31)$$

$$U_q = \sum_{i=1}^w p_i^q \varepsilon_i \quad (1.32)$$

où U_q représente l'énergie interne et ε_i l'énergie de l'état i du système. L'utilisation de ce principe, pour trouver la distribution d'équilibre (la distribution la plus probable) associée à l'ensemble canonique, se fait généralement en traitant le système discret par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. La fonction de Lagrange ϕ_q dépendant des paramètres α et β s'écrit comme suit

$$\phi_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha \sum_{i=1}^w p_i + \alpha\beta(q-1) \sum_{i=1}^w p_i \varepsilon_i. \quad (1.33)$$

Après le calcul et l'annulation de la dérivée partielle de ϕ_q par rapport à p_i nous avons trouvé que $\frac{\partial \phi_q}{\partial p_i}$ à une valeur proportionnelle à $[1 - \beta(q-1)\varepsilon_i]^{1/(q-1)}$. Donc, la distribution la plus probable du système est

$$p_i = \frac{[1 - \beta(q-1)\varepsilon_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.34)$$

où Z_q est la fonction de partition donnée par

$$Z_q = \sum_{i=1}^w [1 - \beta(q-1)\varepsilon_i]^{1/(q-1)}. \quad (1.35)$$

Lorsque le paramètre non extensif $q \rightarrow 1$, on retrouve facilement les mêmes résultats de BG tels que l'énergie moyenne du système

$$U = \sum_{i=1}^w p_i \varepsilon_i \quad (1.36)$$

De plus, l'expression de la distribution la plus probable devient

$$p_i = \frac{\beta \varepsilon_i}{Z} \quad (1.37)$$

avec

$$Z = \sum_{i=1}^w \beta \varepsilon_i \quad (1.38)$$

1.9 Fonction de distribution de Tsallis

Considérons maintenant un gaz spatialement homogène, supposé en équilibre à la température T , de telle sorte que $F(v)d^3v$ est le nombre de particules, de vitesse v dans un élément de volume d^3v . Les composantes de la vitesse en coordonnées cartésiennes sont indépendantes, en d'autres termes ne sont pas corrélées. On écrit alors

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \quad (1.39)$$

La probabilité de trouver la vitesse v_s dans l'intervalle $[v_s, v_s + dv_s]$ avec $s = x, y, z$, est factorisée[28]

$$F(v)d^3v = f(v_x)f(v_y)f(v_z)dv_xdv_ydv_z. \quad (1.40)$$

Dans le cadre extensif (Maxwellien), nous avons

$$f(v_i) = Ae^{(-\beta m v_i^2)/2}, \quad i = x, y, z \quad (1.41)$$

et donc

$$F(v) = A^3 e^{-\beta m v^2/2}. \quad (1.42)$$

Pour retrouver les relations standards thermodynamiques macroscopiques, on pose $\beta = 1/k_B T$ et la constante de normalisation $A = \sqrt{m/2\pi k_B T}$. Notons que d'après la statistique de BGS, la distribution Maxwellienne ne traite que les systèmes dotés d'interactions microscopiques de courtes portées, dans l'espace temps Euclidien. Maintenant, nous pouvons procéder à l'analyse du problème dans le cadre non extensif proposé par Tsallis[26]. La présence des corrélations entre les composantes de vitesse se fait par le remplacement de l'expression de $\ln_q F$ (représentatif de la somme de fonctions logarithmiques des fonctions de distributions unidimensionnelles associées à chaque composante de vitesse) par une loi de puissance. Sachant que $\exp_q$ et $\ln_q$ sont des fonctions réciproques, et à partir des propriétés de $\ln_q$ on peut écrire alors l'équation (1.40) comme suit

$$F(v)d^3v = \exp_q(\ln_q(f(v_x) + \ln_q f(v_y) + \ln_q f(v_z)))dv_xdv_ydv_z \quad (1.43)$$

où les fonctions q -exponentiel $\exp_q(f)$ et q -logarithme $\ln_q(f)$ sont définies par

$$\exp_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/1-q} \quad \text{et} \quad \ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.44)$$

On compose les deux membres de l'équation (1.40) avec $\ln_q$, et on passe à la dérivation partielle de $\ln_q F$, par rapport à v_i ($i = x, y, z$)

$$\frac{\partial \ln_q F}{\partial v_i} = \frac{\partial}{\partial v_i} [\ln_q(f(v_x)) + \ln_q f(v_y) + \ln_q f(v_z)] \quad (1.45)$$

ou d'une manière équivalente

$$\frac{\partial \ln_q F}{\partial v_i} = \frac{\partial(\ln_q f(v_i))}{\partial v_i} \quad (1.46)$$

D'autre part, la définition de la fonction q -logarithme permet définir $\ln_q F(v)$, comme $\ln_q(F) = \frac{F^{1-q} - 1}{1 - q}$

$$\frac{\partial \ln_q F}{\partial v_i} = \frac{v_i F'(v)}{v F^q(v)} \quad (1.47)$$

où $F'(v)$ représente la dérivée totale de la fonction $F(v)$. Par la suite, la combinaison de l'équation (1.46) avec l'équation (1.47) donne

$$\frac{v_i F'(v)}{v F^q(v)} = \frac{\partial(\ln_q f(v_i))}{\partial v_i} \quad (1.48)$$

On peut réécrire l'équation (1.48) comme suit

$$\frac{1}{v} \frac{F'(v)}{F^q(v)} = \frac{1}{v_i} \frac{\partial(\ln_q f(v_i))}{\partial v_i}. \quad (1.49)$$

Soit $\Phi(v) = \frac{1}{v} \frac{F'(v)}{F^q(v)}$, l'équation (1.49) sera réécrite comme

$$\Phi(v) = \frac{1}{v_x} \frac{\partial(\ln_q f(v_x))}{\partial v_x} = \frac{1}{v_y} \frac{\partial(\ln_q f(v_y))}{\partial v_y} = \frac{1}{v_z} \frac{\partial(\ln_q f(v_z))}{\partial v_z} \quad (1.50)$$

L'équation (1.49) est satisfaite si tous ses membres sont égaux à une même constante qui ne dépend d'aucune des composantes de la vitesse. Ainsi, on peut mettre $\Phi(v) = -m\alpha$, où m est la masse de la particule qui est dictée seulement par la limite de Maxwell et γ est une constante arbitraire. Par conséquent, l'expression (1.49) s'écrit sous la forme

$$\frac{1}{v_i} \frac{\partial(\ln_q f(v_i))}{\partial v_i} = -m\alpha \quad (1.51)$$

En intégrant l'équation (1.51), nous obtenons

$$\ln_q f(v_i) = -m\alpha \frac{v_i^2}{2} + \ln_q A \quad (1.52)$$

où $\ln_q A$ est la constante d'intégration. Maintenant, en composant les deux membres de l'équation (1.52) avec $\exp_q$, et en utilisant $\exp_q(\ln_q f) = \ln_q(\exp_q f) = f$, l'égalité (1.52) devient

$$f(v_i) = \exp_q(-m\alpha \frac{v_i^2}{2} + \ln_q A) \quad (1.53)$$

L'égalité (1.53) peut s'écrire, en utilisant la définition de $\exp_q(f)$, comme suit

$$f(v_i) = \left[1 + (1 - q)(-m\alpha \frac{v_i^2}{2} + \ln_q A) \right]^{1/(1-q)}. \quad (1.54)$$

On définit la nouvelle constante comme suit

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + (1 - q) \ln_q A} = \frac{\alpha}{A^{1-q}} \quad (1.55)$$

En remplaçant les expressions de β et A^{1-q} dans l'équation (1.54), on obtient

$$f(v_i) = A \left[1 - (1 - q) \frac{m\beta v_i^2}{2} \right]^{1/(1-q)} \quad (1.56)$$

Pour que le paramètre non extensif q dépend explicitement de la constante de normalisation A , on définit un sous-indice q^* dans la fonction de distribution (1.56) de tel sorte que $q = 2 - q^*$

$$f(v_i) = A_{q^*} \left[1 - (q^* - 1) \frac{m\beta v_i^2}{2} \right]^{1/(q^*-1)} \quad (1.57)$$

On remarque, d'après l'équation (1.57), que la courbe de probabilité Gaussienne du gaz Maxwellienne est remplacée par le comportement de la loi de puissance caractéristique du cadre non-extensif de Tsallis. Comme ci-dessus, la limite $q^* \rightarrow 1$ donne le résultat exponentiel extensif. Notons aussi que pour des valeurs de q^* plus grandes que l'unité, le caractère positif de l'argument de la puissance signifie que l'équation (1.57) exhibe une coupure thermique dans les vitesses permises maximales. Les composantes des vitesses sont dans l'intervalle $[-L, L]$, où $L = \sqrt{2/m\beta(q^* - 1)}$. Ainsi, les limites d'intégration dans la condition de normalisation standard sont modifiées d'une telle façon que seulement si $q^* = 1$, ils tendent vers l'infini. En prenant ceci en considération, on peut montrer que la constante de normalisation A_{q^*} , peut être exprimée en termes de fonctions de gamma comme

$$A_{q^*} = \frac{1}{2}(1 + q^*) \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + 1/(q^* - 1))}{\Gamma(1/(q^* - 1))} \sqrt{\frac{m\beta(q^* - 1)}{2\pi}}$$

De plus, si nous utilisons $q^* \rightarrow 1$, il est facile de voir que A_{q^*} tend vers le résultat Maxwellien standard.

2

Ondes acoustiques électroniques solitaires dans un plasma contenant des électrons non extensifs

2.1 Présentation physique du problème

Les ondes acoustiques électroniques peuvent se propager dans un plasma composé essentiellement de deux populations distinctes d'électrons chauds et froids. Ces ondes sont de nature électrostatique, de haute fréquence (de l'ordre de la fréquence électronique) et se propagent à une vitesse de phase située entre la vitesse thermique des électrons chauds et celle des électrons froids. Sur une telle échelle de temps rapide, la dynamique des ions positifs peut être négligée à cause de leur grande inertie en comparaison avec celle des électrons. Ces derniers forment alors un fond neutralisant. L'oscillation de l'onde acoustique électronique est entretenue grâce à l'inertie des électrons froids, tandis que la force de rappel provient du gradient de la pression des électrons chauds. Une question importante dans la propagation des ondes acoustiques électroniques est l'amortissement Landau. L'importance de ce dernier se manifeste lorsque la vitesse de phase de l'onde devient proche de la vitesse thermique de l'une des populations. Notons que le modèle fluide est incapable de prédire un tel effet et qu'un traitement cinétique est indispensable [29], [30], [31] pour montrer, dans ce cas, que l'onde ne peut se propager que pour une gamme restreinte de paramètres. Dans le cas où les deux populations sont régies par des fonctions de distribution des vitesses de type Maxwell-Boltzmann, l'onde ne peut survivre à l'amortissement Landau que si les conditions suivantes sont satisfaites, à savoir

- Le rapport de températures $T_c/T_h \lesssim 0.1$, où T_j représente la température des particules d'espèce j (c : froid et h : chaud).
- Les électrons froids représentent une fraction intermédiaire de la densité électronique totale $0.2 \lesssim n_{c0}/(n_{c0} + n_{h0}) \lesssim 0.8$, où n_{j0} représente la densité à l'équilibre des particules d'espèce j .
- Le nombre d'onde k [29], [30] doit se situer approximativement entre $0.2\lambda_{Dc}^{-1}$ et $0.6\lambda_{Dc}^{-1}$ (où λ_{Dc} est la longueur de Debye des électrons froids).

Ces résultats ont été généralisés au cas d'un plasma contenant des électrons chauds en présence d'un excès d'électrons suprathermiques[32]. Il a été constaté que la présence d'électrons suprathermiques modifie les valeurs de l'amortissement mais la forme globale reste inchangée. En d'autres termes, l'onde acoustique électronique survivra à une large gamme de paramètres[32]. Pour s'assurer que l'onde acoustique électronique puisse se propager dans un plasma sans atténuation, il faut prendre soin du choix des valeurs de paramètres afin de minimiser l'amortissement Landau. Les ondes acoustiques électroniques ont été excitées dans les plasmas de laboratoire[33], [34] et observées dans les plasmas de l'espace[35] et dans les aurores de la magnétosphère[36]. Elles ont été associées au bruit électrostatique de large bande (BEN). L'émission BEN est associée à une série de pulses bipolaire isolées de fréquence allant de 10HZ jusqu'à $\approx 10kHZ$, et cette dernière valeur de la fréquence est proche de la fréquence électronique[37].

D'habitude, l'investigation théorique de l'onde acoustique électronique est réalisée en supposant que la distribution des électrons chauds est de type Maxwell- Boltzmann[37], [38]. Cette supposition n'est, cependant, pas toujours valable car en l'absence de collisions (comme c'est le cas dans les plasmas raréfiés de l'espace) il est difficile de supposer que les électrons chauds (après un temps raisonnable) puissent évoluer vers un état d'équilibre thermodynamique. De plus, l'interaction électrique étant de longue portée, la nature non extensive de ces particules ne peut plus être occultée. C'est pourquoi, nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier la dynamique non linéaire de l'onde acoustique électronique susceptible de se propager dans un plasma hors-équilibre thermodynamique composé d'électrons chauds non extensifs, d'électrons froids adiabatiques et d'une seule espèce d'ions immobiles constituant un fond neutralisant. Cette étude se donne pour objectif de mettre en exergue l'influence des électrons non extensifs et du caractère adiabatique des électrons froids sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique électronique.

2.2 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma non magnétisé et non collisionnel composé d'électrons froids adiabatiques fluides, d'électrons chauds non extensifs et d'ions stationnaires de densités respectives n_c , n_h et n_i . La dynamique des électrons froids est régie par les équations fluides suivantes[39]

$$\frac{\partial n_c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_c u_c) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial u_c}{\partial x} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{m_e n_c} \frac{\partial p_c}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial p_c}{\partial x} + \gamma p_c \frac{\partial u_c}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

où e et m_e représentent, respectivement, la charge élémentaire et la masse de l'électron. φ , p_c , u_c représentent le potentiel électrostatique, la pression et la vitesse fluide des électrons froids. On complète le système précédent à l'aide de l'équation d'état suivante

$$p_c n_c^{-\gamma} = cst \quad (2.4)$$

où γ représente le rapport entre les chaleurs spécifiques et peut être relié au nombre de degrés de liberté f par la relation $\gamma = (2 + f)/f$. Dans notre cas, $f = 1$, et donc $\gamma = 3$. De plus, les densités des électrons chauds, des électrons froids adiabatiques et des ions stationnaires sont couplées à travers l'équation de Poisson

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_c - n_h) \quad (2.5)$$

où ε_0 est la constante diélectrique. La contribution des ions au mouvement de l'onde est négligeable et sont donc considérés stationnaires et de densité uniforme $n_i = n_{i0}$. Les électrons chauds sont décrits par la fonction de distribution unidimensionnelle de Tsallis donnée par[40]

$$f_h(v_x) = C_q \left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{m_e v_x^2}{2T_h k_B} - \frac{e\varphi}{T_h k_B} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (2.6)$$

où C_q est la constante de normalisation donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{h0} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1})}{\Gamma(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi k_B T_h}} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{h0} \left(\frac{q+1}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2\pi k_B T_h}} & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

où k_B et T_h sont la constante de Boltzmann et la température des électrons chauds, Γ est la fonction gamma standard, q est le paramètre non extensif mesurant l'écart par rapport à

l'équilibre thermique. Notons que pour $q < -1$, la distribution (2.6) est non normalisable. La fonction de distribution des vitesses (2.6) n'est réelle et positive que si

$$1 - (q - 1) \left[\frac{m_e v_x^2}{2T_h k_B} - \frac{e\varphi}{T_h k_B} \right] > 0 \quad (2.8)$$

Par conséquent, pour $q > 1$, la fonction de distribution des vitesses (2.6) exhibe une vitesse de coupure thermique donnée par

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T_h}{m_e} \left(\frac{1}{q-1} + \frac{e\varphi}{k_B T_h} \right)} \quad (2.9)$$

Dans la limite où $q \rightarrow 1$, la fonction de distribution (2.6) se réduit à la distribution des vitesses de type Maxwell- Boltzmann

$$f_h(v_x) = \frac{n_{h0}}{(2\pi k_B T_h / m_e)^{1/2}} \exp\left(-\frac{v_x^2 - 2e\varphi/m_e}{2k_B T_h / m_e}\right) \quad (2.10)$$

La densité numérique des électrons est obtenue en intégrant $f_h(v_x)$ sur le domaine des vitesses correspondantes

$$n_h(\varphi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_h(v_x) dv_x & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{max}}^{+v_{max}} f_h(v_x) dv_x & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

Nous obtenons alors la densité numérique suivante

$$n_h(\varphi) = n_{h0} \left\{ 1 - (q - 1) \frac{e\varphi}{T_h k_B} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

En adoptant une mise en forme adimensionnelle du système d'équations précédent, nous avons

$$\frac{\partial N_c}{\partial T} + \frac{\partial(N_c U_c)}{\partial X} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial U_c}{\partial T} + U_c \frac{\partial U_c}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} - \frac{\sigma}{N_c} \frac{\partial P_c}{\partial X} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial T} + U_c \frac{\partial P_c}{\partial X} + 3P_c \frac{\partial U_c}{\partial X} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_c + \beta [1 + (q - 1)\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} - \beta - 1 \quad (2.16)$$

La densité N_c d'électrons froids, leur vitesse fluide U_c , le potentiel électrostatique Φ et la pression P_c sont normalisés, respectivement, par n_{c0} , $C_{th} = (k_B T_h / m_e)^{1/2}$ (la vitesse

thermique des électrons chauds), $k_B T_h / e$ et $n_{c0} k_B T_C$ (la pression des électrons froids). Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés par $\omega_{pc}^{-1} = (n_{c0} e^2 / \varepsilon_0 m_e)^{-1/2}$ et $\lambda_{Dc} = (\varepsilon_0 k_B T_h / n_{c0} e^2)^{1/2}$. On définit le rapport entre la température des électrons chauds et froids par $\sigma = T_c / T_h$. En l'absence de toute perturbation, la condition de la quasi-neutralité de la charge électrique s'écrit sous la forme $\beta = n_{h0} / n_{c0} = n_{i0} / n_{c0} - 1$.

2.3 Traitement linéaire

On suppose que les petites perturbations des grandeurs hydrodynamiques restent faibles par rapport à leurs valeurs d'équilibre et que ces perturbations peuvent être décrites comme des ondes planes. Le plasma est considéré homogène, stationnaire et infini. Chaque mode d'oscillation est décrit par une amplitude, une pulsation ω et un nombre d'onde k . Nous supposons que dans l'approximation d'ondes planes, les quantités perturbées sont données par

$$G(\vec{r}, t) = G(\vec{k}, \omega) \exp \left[i \left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t \right) \right] \quad (2.17)$$

où $(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ représente les surfaces de phase qui sont constantes durant le déplacement de ces ondes. De plus à l'équilibre, les valeurs de la vitesse fluide et du potentiel électrique sont nulles. Une linéarisation des équations (2.13)-(2.16), nous permet d'obtenir la relation de dispersion adimensionnelle suivante

$$\omega^2 = \frac{k^2}{k^2 + k_{Dq}^2} + 3\sigma k^2 \quad (2.18)$$

où k_{Dq} est défini par

$$k_{Dq} \equiv \frac{1}{\lambda_{Dq}} \equiv \left[\frac{\beta}{2} (q + 1) \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

L'équation (2.19) montre que la longueur d'écrantage de Debye λ_{Dq} diminue lorsque la non-extensivité des électrons chauds devient importante. L'équation (2.18) montre que le plasma est dispersif et que l'augmentation de σ conduit à l'augmentation de ω et par conséquent à l'augmentation de la vitesse de phase ω/k , en accord avec les travaux de Chateau *et al.* et Mace *et al.* [41], [42]. Dans la mesure où les valeurs du vecteur d'onde k sont faibles ($k \ll k_{Dq}$), la vitesse de phase se réduit à

$$v_p \simeq \left[\frac{2}{\beta (q + 1)} + 3\sigma \right]^{1/2} \quad (2.20)$$

La contribution thermique est dominante pour les grandes valeurs du vecteur d'onde ($k \gg k_{Dq}$) où la vitesse de phase devient

$$v_p \simeq (3\sigma)^{1/2} \quad (2.21)$$

Afin de faire apparaître les paramètres caractéristiques du plasma, il est utile de réécrire l'équation (2.18) sous la forme

$$\omega^2 = \frac{\omega_{pc}^2 \lambda_{qh}^2 k^2}{k^2 \lambda_{qh}^2 + 1} + 3k^2 C_{tc}^2 \quad (2.22)$$

où $C_{tc} = (k_B T_c / m_e)^{1/2}$ est la vitesse thermique des électrons froids oscillants à la fréquence ω_{pc} . Les électrons non extensifs réduisent la longueur de Debye qui s'écrit sous la forme

$$\lambda_{qh}^2 = \frac{\varepsilon_0 k_B T_h}{n_{h0} e^2} \left(\frac{2}{q+1} \right) \quad (2.23)$$

Remarquons que la vitesse de phase linéaire c_{sq} est modifiée par les électrons froids et les électrons non extensifs. Celle ci est donnée par

$$c_{sq}^2 = \omega_{pc}^2 \lambda_{qh}^2 = \left(\frac{2}{q+1} \right) \frac{n_{c0}}{n_{h0}} \frac{k_B T_h}{m_e} \quad (2.24)$$

Les figures **1** et **2** représentent la variation de la pulsation adimensionnelle ω en fonction du vecteur d'onde normalisé k pour $\sigma = 0.01$. Nous remarquons que ω prend des valeurs plus élevées à mesure que β diminue. Par conséquent, la présence des électrons froids ou l'absence des électrons chauds renforcent la rapidité des oscillations et par conséquent la vitesse de phase ω/k (**Fig. 1**). Cette augmentation est aussi perceptible à mesure que le plasma tend vers son équilibre thermodynamique maxwellien ($q \rightarrow 1$, **Fig. 2**).

Une question d'importance capitale concernant la propagation des ondes électrostatiques (quoique négligée dans le modèle fluide) est l'amortissement de Landau. Un tel mécanisme s'active lorsque la vitesse de phase de l'onde s'approche de la vitesse thermique de l'une des espèces électroniques et l'onde ne peut se propager que pour une plage restreinte des valeurs des paramètres. Il s'avère que pour les ondes acoustiques électroniques, et d'après la théorie cinétique[43]- [45], ce mécanisme prend effet pour deux types de longueurs d'onde: très grandes longueurs d'onde $\rightarrow k\lambda_{Dc} \lesssim 0.2$ et très petites longueurs d'onde $\rightarrow k\lambda_{Dc} \gtrsim 0.6$. Pour que ce mode puisse se propager sans atténuation, le vecteur d'onde doit donc se situer dans un intervalle intermédiaire, à savoir, $0.2 \leq k\lambda_{Dc} \leq 0.6$, $T_c/T_h \lesssim 0.1$ et $0.2 \lesssim n_{c0}/(n_{c0} + n_{h0}) \lesssim 0.8$ ou $0.25 \leq \beta \leq 4$ [29].

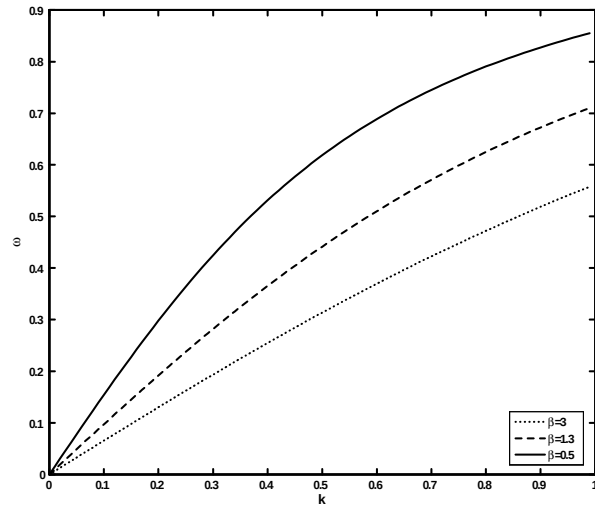


Figure 2.3.1 : **Figure 1** : Variation de ω en fonction de k pour différentes valeurs du rapport de densités β avec $q=-0.4$.

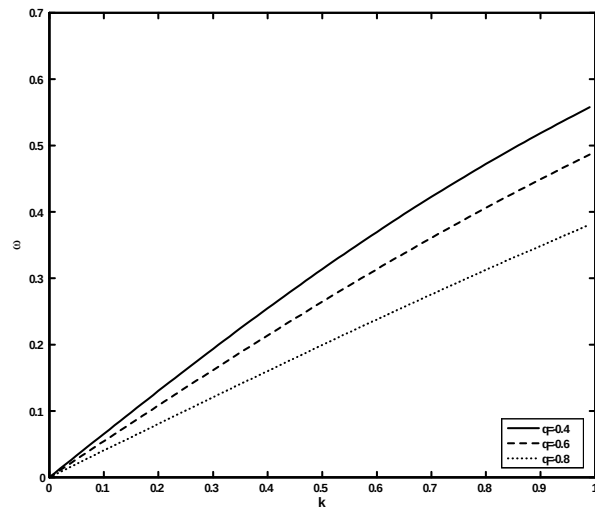


Figure 2.3.2 : **Figure 2** : Variation de ω en fonction de k pour différentes valeurs du paramètre non extensif q

2.4 Traitement non linéaire

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique électronique solitaire d'amplitude arbitraire et indépendante du temps susceptible de se propager dans un tel plasma, on se place dans un repère se déplaçant à la vitesse M appelé nombre de Mach (M =vitesse du soliton / C_{th}) où l'onde est stationnaire. Les équations (2.13)-(2.16) aux dérivées partielles sont réécrites, en introduisant la variable $\xi = X - MT$, comme suit

$$-M \frac{dN_c}{d\xi} + \frac{d(N_c U_c)}{d\xi} = 0 \quad (2.25)$$

$$-M \frac{dU_c}{d\xi} + U_c \frac{dU_c}{d\xi} = \frac{d\Phi}{d\xi} - \frac{\sigma}{N_c} \frac{dP_c}{d\xi} \quad (2.26)$$

$$-M \frac{dP_c}{d\xi} + U_c \frac{dP_c}{d\xi} + 3P_c \frac{dU_c}{d\xi} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = N_c + \beta[1 + (q-1)\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} - \beta - 1 \quad (2.28)$$

L'intégration des équations (2.25)-(2.27) par rapport à la variable ξ et l'utilisation des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($N_c = 1$, $P_c = 1$, $U_c = 0$ et $\Phi = 0$ lorsque $\xi \rightarrow \mp \infty$) nous permet d'écrire les relations

$$U_c = M(1 - \frac{1}{N_c}) \quad (2.29)$$

$$U_c = M - (M^2 + 2\Phi - 3N_c^2\sigma + 3\sigma)^{1/2} \quad (2.30)$$

$$P_c = N_c^3 \quad (2.31)$$

La combinaison des équations (2.29)-(2.31) nous donne une équation bicarrée de la densité des électrons froids

$$3\sigma N_c^4 - (M^2 + 2\Phi + 3\sigma)N_c^2 + M^2 = 0 \quad (2.32)$$

Une seule racine respectant la condition de la quasi-neutralité ($N_c = 1$, $\Phi = 0$) est choisie comme expression de la densité numérique des électrons froids. Celle-ci est donnée par

$$N_c = \frac{1}{2}(N_{(c+)} - N_{(c-)}) \quad (2.33)$$

où

$$N_{(c+)} \equiv \left[\frac{2\Phi + (M + \sqrt{3\sigma})^2}{3\sigma} \right]^{1/2} \quad (2.34)$$

$$N_{(c-)} \equiv \left[\frac{2\Phi + (M - \sqrt{3\sigma})^2}{3\sigma} \right]^{1/2}. \quad (2.35)$$

Notons que la densité des électrons froids n'est réelle que si $2\Phi + (M - \sqrt{3\sigma})^2 > 0$. En portant la relation (2.33) dans l'équations de Poisson (2.28), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Phi/d\xi$, en intégrant une fois par rapport à Φ et en imposant les conditions aux limites ($\Phi \rightarrow 0$ et $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \mp \infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.36)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & \frac{2\beta}{3q-1} \left[1 - (1 + (q-1)\Phi)^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \right] + (1 + \beta)\Phi \\ & + \frac{1}{6\sqrt{3\sigma}} \left[(M + \sqrt{3\sigma})^3 - (M - \sqrt{3\sigma})^3 - \left(2\Phi + [M + \sqrt{3\sigma}]^2 \right)^{3/2} + \right. \\ & \left. \left(2\Phi + [M - \sqrt{3\sigma}]^2 \right)^{3/2} \right]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

$V(\Phi)$ est le *potentiel de Sagdeev* ou le *pseudo-potentiel*. Rappelons que l'équation (2.36) peut être interprétée comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo-particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $d\Phi/d\xi$ oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$.

2.4.1 Domaine d'existence des solitons

Il est clair, que d'après l'équation (2.37), on a

$$V(\Phi = 0) = [dV/d\Phi]_{\Phi=0} = 0 \quad (2.38)$$

Rappelons que les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire peuvent être énoncées comme suit :

- i) $(d^2V/d\Phi^2)|_{\Phi=0} < 0$, on dit alors que le point fixe à l'origine est instable.
- ii) Φ admet un extremum (un maximum ou un minimum) non nul noté Φ_m tel que $V(\Phi_m) = 0$. Cela signifie que la quasi-particule d'énergie totale nulle sera réfléchi à la position $\Phi \succeq \Phi_m$.
- iii) $V(\Phi) < 0$ lorsque Φ varie entre 0 à Φ_m . Cette dernière condition indique que $V(\Phi)$ doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi-particule est piégée. En vertu de ces

trois conditions, l'équation (2.36) admettra alors une solution en onde solitaire si

$$\left[\frac{d^2 V}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} < 0 \quad (2.39)$$

Cette inégalité requiert

$$M > M_{\min} = \left[\frac{3q-1}{2\beta} \left(\frac{3q^2}{4} + \frac{q}{2} - \frac{1}{4} \right)^{-1} + 3\sigma \right]^{1/2} \quad (2.40)$$

$M_{\min}$ est la limite inférieure de M . La limite supérieure de M peut être déterminée à partir de la condition $V(\Phi_m) \succeq 0$, où Φ_m est la valeur extrême de Φ pour laquelle la densité des électrons froids N_c est réelle et satisfait l'inégalité suivante

$$\begin{aligned} V(\Phi_m) &= \frac{1+\beta}{2}(M - \sqrt{3\sigma})^2 + \frac{2\beta}{3q-1} \left[1 - \left(1 + \frac{(q-1)}{2}(M - \sqrt{3\sigma})^2 \right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \right] \\ &+ (2)^{3/2}(M - \sqrt{3\sigma})^3 + M^2 + \sigma + \frac{4}{3}M^{3/2}(3\sigma)^{1/4} \succeq 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

La solution de l'équation (2.41) fournit la limite supérieur $M_{\max}(q, \sigma, \beta)$ de M pour laquelle les structures solitaires existent. Dans le cas de la limite Maxwellienne, où $q \rightarrow 1$, les équations (2.40) et (2.41) se réduisent à

$$M_{\min} = [\beta^{-1} + 3\sigma]^{1/2} \quad (2.42)$$

$$V(\Phi_{\max}) = \frac{1+\beta}{2}(M - \sqrt{3\sigma})^2 + (2)^{3/2}(M - \sqrt{3\sigma})^3 + M^2 + \sigma + \frac{4}{3}M^{3/2}(3\sigma) \quad (2.43)$$

Les figures **3** et **4** montrent la variation de $M_{\min}$ et $M_{\max}$ en fonction de q pour un rapport de température $\sigma = 0.01$ et un rapport de densité $\beta = 1.3$. Notre résultat montre que les limites supérieure $M_{\max}$ et inférieure $M_{\min}$ du nombre de Mach sont décalées vers des valeurs plus faibles à mesure que les électrons chauds évoluent vers leur équilibre thermodynamique. Par conséquent, la non extensivité des électrons chauds élargit la gamme des valeurs admissibles de M dans laquelle les ondes acoustiques électroniques existent.

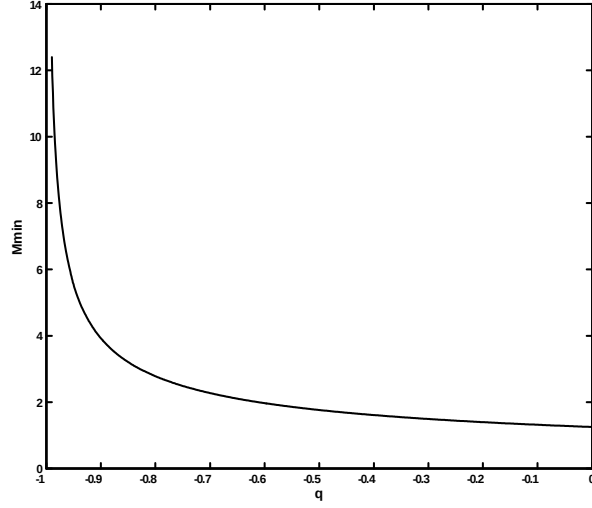


Figure 3 : Variation de la limite inférieure $M_{\min}$ du nombre de Mach en fonction de paramètre non extensif q

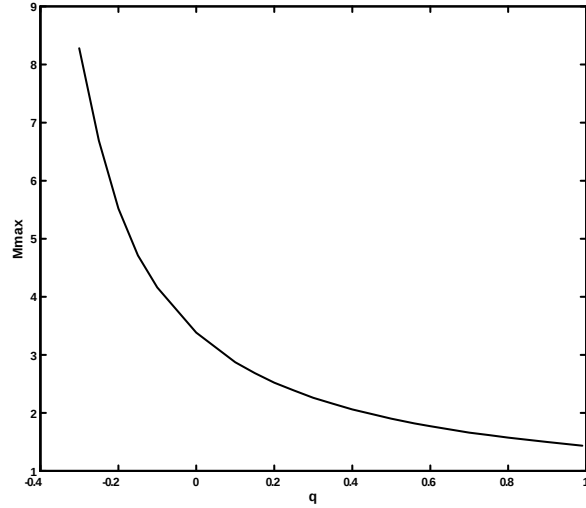


Figure 4 : Variation de la limite supérieure $M_{\max}$ du nombre de Mach en fonction de paramètre non extensif q

2.5 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant nous intéresser aux structures non linéaires proprement dites. L'équation (2.37) est intégrée numériquement pour différentes valeurs des paramètres du plasma. Pour amorcer le processus de l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Phi/d\xi)(\xi = 0) = -10^{-10}$ ont été choisies. Nos résultats (**Fig. 5**) mon-

trent que le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev (**Fig. 6**). Chaque pic du potentiel Φ correspond à une valeur nulle du pseudo-potentiel $V(\Phi)$. Dans le but de voir dans quelle mesure le paramètre non extensif des électrons chauds q affecte ces structures solitaires localisées, nous avons tracé le potentiel électrostatique pour différentes valeurs de ce paramètre. La figure 5 révèle que les effets non extensifs affectent de manière significative le profil de l'onde solitaire. Au fur et à mesure que q diminue ($q = -0.4 \rightarrow -0.6$, $q < 0$), c'est à dire que le caractère non extensif du plasma devient important, l'amplitude du potentiel électrostatique augmente tandis que sa largeur se rétrécit. Par conséquent, la structure solitaire devient pointue à mesure que les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique. Notons qu'une diminution du paramètre non extensif q pour $q < 0$ (les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique) induit une forte localisation des électrons froids (**Fig. 7**). Cette localisation est due à un équilibre entre les forces électrostatiques agissant sur les électrons froids. Cette localisation s'accompagne d'une augmentation de la vitesse fluide U_c de ces derniers (Fig. 8). Les figures 9 et 10 illustrent la variation du potentiel électrostatique pour différentes valeurs du rapport de densité $\beta = n_{h0}/n_{c0}$. L'amplitude du soliton augmente et sa largeur diminue à mesure que β augmente, c'est à dire, que la proportion des électrons chauds devient importante.

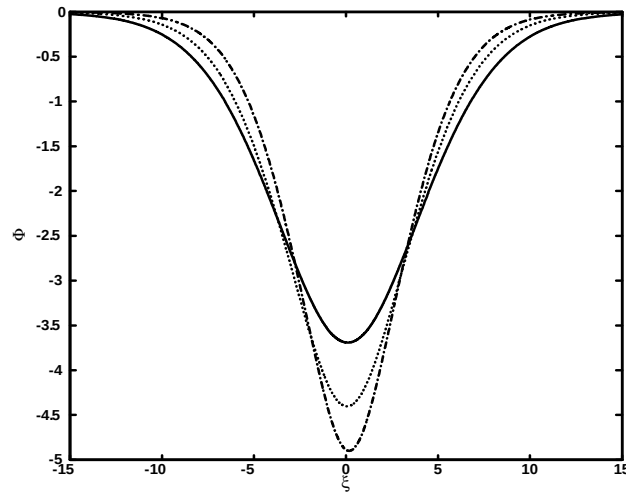


Figure 5 : Variation du potentiel électrostatique solitaire Φ pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = -0.6$ (tirets), -0.5 (pointillés) et -0.4 (trait plein), avec $\sigma = 0.02$, $\beta = 1.6$ et $M = 3.5$.

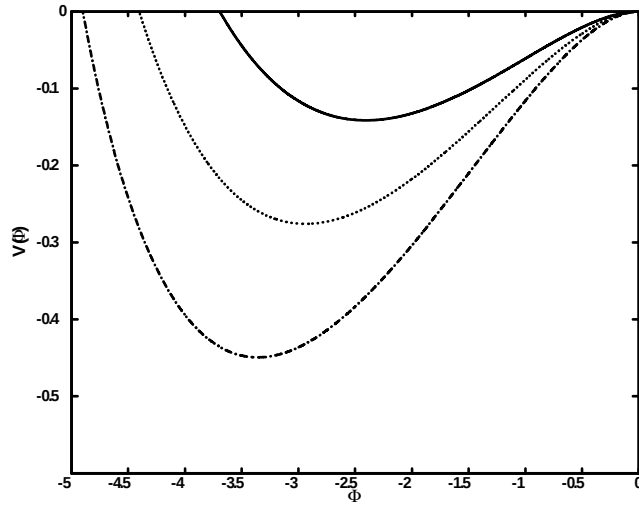


Figure 6 : Potentiel de Sagdeev associé à la structure solitaire de la figure 5.

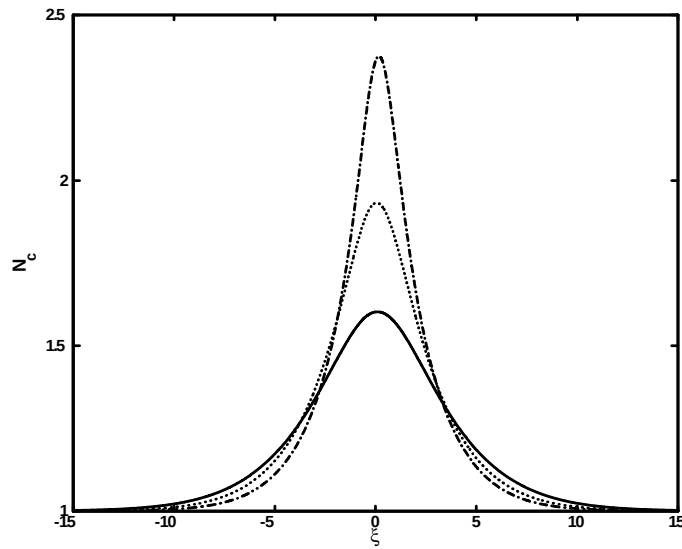


Figure 7: Profil spatial de la densité N_c des électrons froids pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = -0.6$ (tirets), -0.5 (pointillés) et -0.4 (trait plein), avec $\sigma = 0.02$, $\beta = 1.6$ et $M = 3.5$.

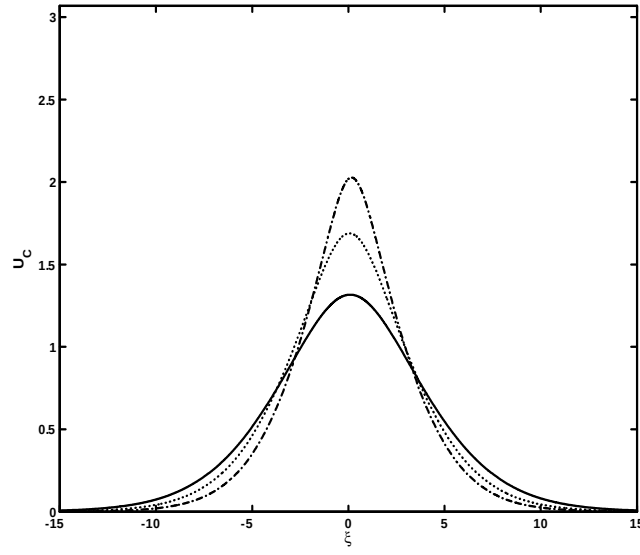


Figure 8: Profil spatial de la vitesse U_c des électrons froids pour différentes valeurs de paramètre non extensif $q = -0.6$ (tirets), -0.5 (pointillés) et -0.4 (trait plein), avec $\sigma = 0.02$, $\beta = 1.6$ et $M = 3.5$

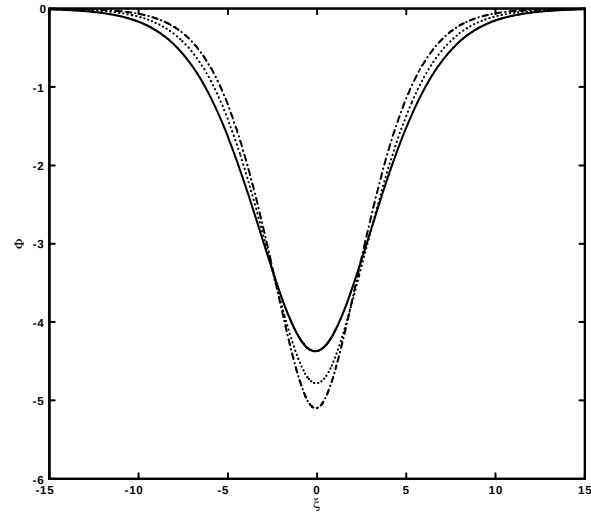


Figure 9: Variation du potentiel électrostatique solitaire Φ pour différentes valeurs du rapport de densité $\beta = 1.3$ (trait plein), 1.5 (pointillés) et 1.7 (tirets), avec $\sigma = 0.02$, $M = 3.5$ et $q = -0.4$.

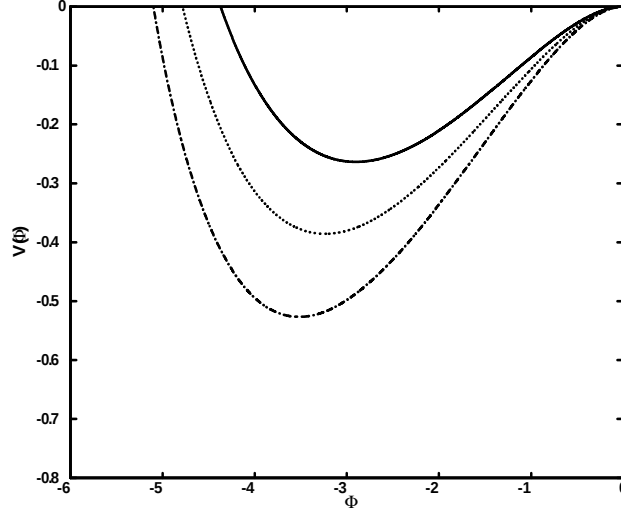


Figure 10: Potentiel de Sagdeev associé à la structure solitaire de la figure 9.

2.6 Equation de Korteweg-de Vries (K-dV)

Pour compléter notre étude, nous nous proposons d'étudier la dynamique de l'onde acoustique électronique de faible amplitude ($\Phi \ll 1$), en faisant appel à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti[2]. Pour cela, on introduit les nouvelles variables indépendantes

$$\begin{cases} \zeta = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T) \\ \tau = \varepsilon^{3/2}T \end{cases}$$

où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et λ la vitesse de phase adimensionnelle de l'onde. Les variables dynamiques N_c, U_c et Φ sont développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre comme suit

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (2.44)$$

$$U_c = \varepsilon U_c^{(1)} + \varepsilon^2 U_c^{(2)} + \dots \quad (2.45)$$

$$N_c = 1 + \varepsilon N_c^{(1)} + \varepsilon^2 N_c^{(2)} + \dots \quad (2.46)$$

A l'ordre le plus faible en ε , les équations (2.44), (2.45) et (2.46) donnent

$$N_c^{(1)} = \left(\frac{1}{3\sigma - \lambda^2} \right) \Phi^{(1)} \quad \text{et} \quad U_c^{(1)} = \left(\frac{\lambda}{3\sigma - \lambda^2} \right) \Phi^{(1)} \quad (2.47)$$

avec

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\beta(q+1)} + 3\sigma} \quad (2.48)$$

L'expression de λ révèle que la vitesse de phase dépend explicitement du paramètre non extensif q . A l'ordre suivant en ε , nous obtenons le système d'équations

$$\frac{\partial N_c^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_c^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_c^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \zeta}(N_c^{(1)}U_c^{(1)}) = 0, \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial U_c^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial U_c^{(2)}}{\partial \zeta} + U_c^{(1)} \frac{\partial U_c^{(1)}}{\partial \zeta} - 3 \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3\sigma \frac{\partial N_c^{(2)}}{\partial \zeta} = 0, \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial N_c^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_c^{(2)}}{\partial \zeta} + U_c^{(1)} \frac{\partial N_c^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_c^{(2)}}{\partial \zeta} + 2N_c^{(1)} \frac{\partial U_c^{(1)}}{\partial \zeta}, \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} = N_c^{(2)} + \frac{\beta}{2} \left(\frac{q+1}{q-1} \right) \Phi^{(2)} - \frac{\beta}{8} (q+1)(q-3)(\Phi^{(1)})^2, \quad (2.52)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries (K-dV) suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0. \quad (2.53)$$

A et B représentent, respectivement, les coefficients de non linéarité et de dispersion. Ces coefficients dépendent explicitement du paramètre non extensif q et sont donnés par

$$\begin{cases} A = B \left[\beta(q+1)(q-3) + \frac{3\lambda^2}{(3\sigma-\lambda^2)^3} \right] \\ B = \frac{(3\sigma-\lambda^2)^2}{\lambda+1} \end{cases} \quad (2.54)$$

La solution stationnaire et localisée de l'équation K-dV (2.53) est donnée par

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m \text{Sech}^2 \left[\frac{(\zeta - u_0 \tau)}{\delta} \right] \quad (2.55)$$

où $\Phi_m = 3u_0/A$ et $\delta = 2\sqrt{B/u_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et u_0 la vitesse du soliton. Il est clair que l'amplitude Φ_m ainsi que la largeur δ du potentiel solitaire sont affectées par la présence des électrons chauds non extensifs. Par ailleurs, notre modèle de plasma pourrait admettre, selon le signe du coefficient non linéaire A , des ondes acoustiques électroniques faiblement non linéaires raréfactives ou compressives.

3

Onde acoustique ionique non linéaire dans un plasma électronégatif en présence d'électrons non extensifs

3.1 Présentation physique du problème

La nature des ondes acoustiques ioniques non linéaires dans un plasma a été largement étudiée aussi bien théoriquement qu'expérimentalement[10], [46]. Sagdeev[47] a d'abord étudié la non linéarité des ondes acoustiques ioniques (AI) dans un plasma non magnétisé, contenant des électrons chauds Maxwelliens et des ions froids. Il a mis en évidence l'existence d'ondes acoustiques ioniques solitaires de nature compressive. L'analyse de ce type d'ondes peut être réalisée grâce à la méthode du pseudo-potentiel ou potentiel de Sagdeev, ou par la théorie des perturbations réductives. Cette dernière consiste en la description de la dynamique du système- plasma par des équations non linéaires telles que l'équation de Korteweg- de Vries (K-dV), l'équation K- dV modifiée[2], [8] ou l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS). Par ailleurs, des observations spatiales réalisées par la sonde Viking[48] et le satellite Freja[49], dans le magnétosphère, ont indiqué l'existence d'un potentiel électrostatique solitaire associé à une dépression de densité. Motivé par ces observations, Cairns *et al.*[50] ont montré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature des structures solitaires acoustiques ioniques et permettre l'existence de structures solitaires de nature rarefactive très semblables à celles observées par Freja et Viking. Les plasmas électronégatifs sont des plasmas qui contiennent une quantité appréciable d'ions négatifs. Ces plasmas revêtent un grand intérêt[3]-[61] en raison de leurs larges applications technologiques

(sources de faisceaux neutres[62], plasmas des réacteurs[63], synthèse de nanomatériaux[64], industrie des semi-conducteurs [65],...etc.) et de leur rôle dans les plasmas astrophysiques (région D de l'ionosphère, la mésosphère, la photosphère solaire,...etc.). L'existence des ions négatifs a été confirmée dans l'ionosphère terrestre[66], les comètes[67], la région supérieure de Titan[68]...etc.

Il est maintenant reconnu que l'utilisation de la distribution Maxwellienne n'est pas toujours réaliste[69]-[71]. Diverses observations dans les environnements spatiaux indiquent clairement l'existence de particules dont les distributions des vitesses dévient sensiblement de la Maxwellienne[72]-[76]. En guise de raison et à titre d'exemple, la turbulence (qui peut être considérée comme un état quasi-stationnaire) peut contribuer à l'apparition de fonctions de distribution très différentes de la Maxwellienne[77]. De plus, les plasmas étant souvent exposés à l'influence de champs de forces externes, des flux de particules énergétiques apparaissent au sein de ces mêmes plasmas. Ces distributions de vitesses exhibent alors des queues de haute énergie avec des sommets plats (plateaux) ou des épaules proéminentes.

Au cours de ces deux dernières décennies, il a été prouvé que les systèmes dotés d'interactions de longue portée, ne peuvent être traités dans le cadre de la statistique classique de Boltzmann-Gibbs (BG)[78],[79]. La raison principale de cet échec est que la statistique BG est additive[26]. A ce propos, Tsallis a proposé une nouvelle entropie dans laquelle le transfert de l'information (l'entropie) est possible entre deux systèmes à des échelles distinctes. En fait, il a été convenu que plusieurs systèmes peuvent s'adapter à cette nouvelle entropie, tels que les systèmes gravitationnels. De plus, Lima et al.[80] ont affirmé que le formalisme non extensif est très important pour les systèmes dotés d'interaction de longue portée, tels que ceux rencontrés en astrophysique et en physique des plasmas. Cette nouvelle forme d'entropie est appelée q -entropie généralisée et a été utilisée avec grand succès en physique des plasmas [81]-[88].

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'effet des électrons non extensifs sur la propagation des ondes acoustiques ioniques faiblement non linéaires dans un modèle de plasma électronégatif, c'est à dire, contenant une fraction d'ions négatifs. Dans une première étape, nous négligerons la pression des ions dont nous tiendrons compte dans une seconde étape. Nous verrons alors que l'effet du terme de pression peut être déterminant. Notre modèle de plasma a été inspiré des études expérimentales de Ichicki *et al.*[3]. Ces derniers ont étudié la propagation des ondes acoustiques ioniques dans des plasmas à plusieurs ions, à savoir, $(Xe^+ - F^- - SF_6^-)$ et $(Ar^+ - F^- - SF_6^-)$. Tenant compte de cette expérience, nous considérons, dans ce qui suit, des modèles- plasmas avec seulement un seul type d'ions négatifs: $(Xe^+ - F^-)$, $(Ar^+ - F^-)$, $(Xe^+ - SF_6^-)$ et $(Ar^+ - SF_6^-)$.

3.2 Domaines de modélisation

Toute modélisation nécessite, au préalable, la définition du domaine géométrique précis sur lequel elle va être effectuée. De ce fait, Ichiki *et al.* ont réalisé leur expérience dans un dispositif de diamètre 50 cm et de largeur 100 cm [3]. Ils ont introduit dans ce dernier un mélange de gaz d'argon Ar et d'Hexafluorure de soufre SF_6 . Les densités ioniques et électroniques et la température électronique $T_e = (0.2 - 0.4)eV$ sont mesurés pour une valeur de la pression du gaz égale à 3×10^{-4} Torr et pour une densité initiale du gaz $n_0 = (8 - 9) \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Les espèces chargées qu'ils ont prises en considération, dans leur travail, sont les électrons, les ions positifs (Ar^+ , Xe^+) et les ions négatifs (SF_6^- , F^-) qu'ils obtiennent à partir de réactions chimiques telles que: l'attachement ($SF_6 \rightarrow e^- + SF_6^-$), l'attachement dissociatif ($SF_6 + e^- \rightarrow SF_5 + F^-$) et le processus d'interaction des neutres avec les électrons ($Ar + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$), ($Xe + e^- \rightarrow Xe^+ + 2e^-$). Pour pouvoir résoudre notre système d'équations, nous avons mis quelques hypothèses simplificatrices et nous avons essayé de représenter les grandeurs caractéristiques du système en fonction des paramètres du plasma (températures, densités, ...). Ces hypothèses que nous avons supposées pour la modélisation de l'expérience de Ichiki *et al.* sont les suivantes:

- Les températures électronique T_e et ionique T_j sont placées dans une approximation thermodynamique telle que $\sigma_j = \frac{T_j}{T_e} = 0.01$, où j désigne l'espèce de chaque type d'ion.
- Le milieu se comporte comme un gaz parfait: $P_j = n_j T_j k_B$.
- Le milieu évolue à pression constante.
- L'énergie cinétique de l'électron est négligeable devant son énergie thermique.
- Lorsque le potentiel φ est égal à zéro (à l'équilibre), la condition initiale pour les espèces chargées est donnée par la relation $n_{e0} + n_{n0} = n_{i0}$, qui peut être réécrite comme $\nu + \mu = 1$, où $\mu = n_{e0}/n_{i0}$ et $\nu = n_{n0}/n_{i0}$. Les quantités n_{i0} , n_{n0} , et n_{e0} représentent, respectivement, les densités des ions positifs, des ions négatifs et des électrons, à l'équilibre.

3.3 Equations de base du modèle

Le modèle de plasma utilisé dans ce travail est de type fluide. Les collisions entre particules chargées sont négligeables et le plasma est non magnétisé. Rappelons que les équations du modèle fluide sont établies à partir des moments de l'équation de Boltzmann. Nos équations de base sont alors constituées de l'équation de continuité (conservation du nombre de particules) et de l'équation du mouvement (conservation de la quantité de mouvement)

couplées à l'équation de Poisson. Nous considérons un plasma composé d'électrons non extensifs (n_e), d'ions positifs fluides (n_i) et d'ions négatifs fluides (n_n) dans une géométrie unidimensionnelle. La dynamique non linéaire de l'onde acoustique ionique associée à un tel modèle de plasma est alors régie par[89]

Pour les ions positifs

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i u_i)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{m_i n_i} \frac{\partial p_i}{\partial x}. \quad (3.2)$$

Pour les ions négatifs

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} + \frac{\partial(n_n u_n)}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + u_n \frac{\partial u_n}{\partial x} = \frac{e}{m_n} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{m_n n_n} \frac{\partial p_n}{\partial x}. \quad (3.4)$$

Equation de Poisson

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{e}{\varepsilon} (n_n - n_i + n_e). \quad (3.5)$$

Pour avoir autant d'équations que d'inconnues, nous couplons les équations précédentes à l'équation d'état (relie le terme de pression avec la densité). Celle ci est donnée, dans le cas adiabatique (avec $\gamma_j = 3$), par

$$\frac{d}{dt}(p_j n_j^{-3}) = 0 \quad (3.6)$$

La densité des électrons non extensifs est donnée par

$$n_e = n_{e0} \left[1 + (q-1) \frac{e\varphi}{k_B T_e} \right]^{\frac{1}{q-1}}. \quad (3.7)$$

où e représente la charge élémentaire. Pour bien saisir les échelles de temps et d'espace mises en jeu dans ces équations, il est utile de rapporter les grandeurs précédentes à des grandeurs sans dimension. Les densités des ions N_j , leur vitesse fluide U_j , leur pression P_j , le potentiel électrostatique Φ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{i0} (valeur à l'équilibre de la densité des ions positifs), $C_s = (K_B T_e / m_i)^{1/2}$ (vitesse acoustique ionique), $n_{j0} k_B T_j$, $k_B T_e / e$, $\omega_{pi}^{-1} = (m_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ (la période plasma ionique) et $\lambda_{Di} = (k_B T_e / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ (longueur de Debye). Donc, la dynamique des oscillations acoustiques ioniques de faible vitesse de phase est gouvernée par les équations fluides normalisées

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i U_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial T} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} + \frac{\partial \Phi}{\partial X} + \frac{\sigma_i}{N_i} \frac{\partial P_i}{\partial X} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial T} + \frac{\partial (N_n U_n)}{\partial X} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial T} + U_n \frac{\partial U_n}{\partial X} - Q \frac{\partial \Phi}{\partial X} + Q \nu \frac{\sigma_n}{N_n} \frac{\partial P_n}{\partial X} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 X} = N_n - N_i + N_e. \quad (3.12)$$

où $Q = \frac{m_i}{m_n}$ et $\nu = n_{n0}/n_{i0}$. Pour obtenir la relation de dispersion linéaire de l'onde acoustique ionique, nous considérons de petites perturbations devant les valeurs d'équilibre, que nous limitons à l'ordre un. En procédant comme d'habitude [c'est à dire en linéarisant les équations (3.8)-(3.12) et en utilisant les transformées de Fourier des quantités perturbées], nous obtenons une relation entre la pulsation ω et le vecteur d'onde k de l'onde acoustique ionique, donnée par

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{\frac{1}{\frac{\omega^2}{k^2} \gamma_i \sigma_i + 1} - \frac{Q \nu}{\frac{\omega^2}{k^2} \nu Q \gamma_n \sigma_n - 1}}{k^2 + \frac{\mu(1+q)}{2}} \quad (3.13)$$

Si on néglige l'effet de pression dû au mouvement des ions, l'équation (3.13) devient

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1 + Q \nu}{k^2 + \frac{\mu(1+q)}{2}} \quad (3.14)$$

Dans le cas où les valeurs du vecteur d'onde k sont faibles ($k^2 \ll \frac{\mu(1+q)}{2}$), nous pouvons établir l'expression de la vitesse de phase linéaire suivante

$$v_p \simeq \left[\frac{2(1 + Q \nu)}{\mu(1+q)} \right]^{1/2}. \quad (3.15)$$

3.3.1 Analyse faiblement non linéaire

Nous allons maintenant étudier la dynamique non linéaire du potentiel électrostatique associé à l'onde acoustique ionique solitaire dans le cadre de l'équation de Korteweg-de Vries (K-dV). Nous établissons cette équation à partir des équations (3.8)-(3.12) en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti, ainsi que les nouvelles variables introduites $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et λ la vitesse de phase normalisée.

Les variables N_i , N_n , Φ et $U_{n,i}$ sont alors développées en séries de puissances en ε autour de leur valeurs d'équilibre

$$N_i = 1 + \varepsilon N_{i1} + \varepsilon^2 N_{i2} + \varepsilon^3 N_{i3} + \dots \quad (3.16)$$

$$N_n = \nu + \varepsilon N_{n1} + \varepsilon^2 N_{n2} + \varepsilon^3 N_{n3} + \dots \quad (3.17)$$

$$\Phi = \varepsilon \Phi_1 + \varepsilon^2 \Phi_2 + \varepsilon^3 \Phi_3 + \dots \quad (3.18)$$

$$U_{n,i} = \varepsilon U_{n1,i1} + \varepsilon^2 U_{n2,i2} + \varepsilon^3 U_{n3,i3} + \dots \quad (3.19)$$

A l'ordre le plus petit en ε , on obtient les équations suivantes

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{3\sigma_i - \lambda^2} \Phi^{(1)}, \quad U_i^{(1)} = \frac{-\lambda}{3\sigma_i - \lambda^2} \Phi^{(1)}, \quad (3.20)$$

$$N_n^{(1)} = \frac{Q\nu}{3Q\nu^2\sigma_n - \lambda^2} \Phi^{(1)}, \quad U_n^{(1)} = \frac{\lambda Q}{3Q\nu^2\sigma_n - \lambda^2} \Phi^{(1)} \quad (3.21)$$

où la vitesse de phase normalisée λ est obtenue à partir de la résolution de l'équation suivante

$$\frac{1}{\lambda^2 - 3\sigma_i} + \frac{Q\nu}{\lambda^2 - 3Q\nu^2\sigma_n} - \mu \frac{q+1}{2} = 0. \quad (3.22)$$

A l'ordre suivant en ε , nous obtenons les équations

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i^{(1)} U_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + U_i^{(1)} \frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3\sigma_i \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial N_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \nu \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_n^{(1)} U_n^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + U_n^{(1)} \frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \zeta} - Q \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3Q\nu\sigma_n \frac{\partial N_n^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} = N_n^{(2)} - N_i^{(2)} - \mu \frac{q+1}{2} \Phi^{(2)} - \mu \frac{(q+1)(q-3)}{8} (\Phi^{(1)})^2 \quad (3.27)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0. \quad (3.28)$$

où

$$B = \frac{1}{2} \left[\frac{\lambda}{(3\sigma_i - \lambda^2)^2} + \frac{\nu Q}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)^2} \right]^{-1} \quad (3.29)$$

$$A = B \left[\frac{3\lambda^2 Q^2 \nu}{(3Q\sigma_n \nu^2 - \lambda^2)^3} - \frac{3\lambda^2}{(3\sigma_i - \lambda^2)^3} + \frac{\mu(1+q)(q-3)}{4} \right] \quad (3.30)$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m \text{Sech}^2 \left[\frac{(\zeta - u_0 \tau)}{\delta} \right] \quad (3.31)$$

où $\Phi_m = 3u_0/A$ et $\delta = 2\sqrt{B/u_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et u_0 est la vitesse normalisée du soliton. A partir de la solution (3.31), il est évident que l'onde acoustique ionique solitaire (faiblement non linéaire) est compressive si $A > 0$ et raréfactive si $A < 0$. La présence des électrons non extensifs peuvent modifier l'amplitude Φ_m et la largeur δ du potentiel solitaire. Par ailleurs, notre modèle de plasma peut admettre des solitons de nature raréfactive ou compressive, selon le signe du coefficient donné par (étant donné que B est toujours positif)

$$D = \left[\frac{3\lambda^2 Q^2 \nu}{(3Q\sigma_n \nu^2 - \lambda^2)^3} - \frac{3\lambda^2}{(3\sigma_i - \lambda^2)^3} + \frac{\mu(1+q)(q-3)}{4} \right]. \quad (3.32)$$

Négligeons maintenant le terme de pression qui provient du mouvement des ions positifs et négatifs dans les équations précédentes (3.8)-(3.12). En utilisant la même technique de la perturbation réductive avec le même changement de variables précédent $\zeta = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, nous obtenons à l'ordre le plus petit en ε

$$N_i^{(1)} = -\frac{1}{\lambda^2} \Phi^{(1)}, \quad U_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad \text{et} \quad N_n^{(1)} = -\frac{Q\nu}{\lambda^2} \Phi^{(1)}, \quad U_n^{(1)} = -\frac{Q}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (3.33)$$

où la vitesse de phase normalisée est donnée par

$$\lambda = \sqrt{\frac{2(1+\nu Q)}{\mu(1+q)}} \quad (3.34)$$

A l'ordre supérieur en ε , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i^{(1)} U_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + U_i^{(1)} \frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial N_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \nu \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_n^{(1)} U_n^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + U_n^{(1)} \frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \zeta} - Q \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} = N_n^{(2)} - N_i^{(2)} - \mu \frac{q+1}{2} \Phi^{(2)} - \mu \frac{(q+1)(q-3)}{8} (\Phi^{(1)})^2. \quad (3.39)$$

La dynamique de la perturbation de faible amplitude, où les forces électrostatiques sont dominantes, est alors gouvernée par l'équation K-dV suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A' \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + B' \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0. \quad (3.40)$$

où le terme non linéaire et le terme dispersif sont donnés par

$$A = B \left[\frac{\mu(1+q)(q-3)}{4} - \frac{3(\nu Q^2 - 1)}{\lambda^4} \right] \quad (3.41)$$

avec

$$B = \frac{\lambda^3}{2(1 + \nu Q)}. \quad (3.42)$$

A l'instar du cas avec pression non nulle, la nature du soliton est donnée par le signe du coefficient

$$D = \left[\frac{\mu(1+q)(q-3)}{4} - \frac{3(\nu Q^2 - 1)}{\lambda^4} \right]. \quad (3.43)$$

3.4 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant présenter nos résultats numériques. Notre modèle est inspiré des études expérimentales de Ichiki *et al.*[3]. Ces derniers ont étudié la propagation d'ondes acoustiques ioniques dans des plasmas à plusieurs ions contenant deux types d'ions négatifs, à savoir, $(Xe^+ - F^- - SF_6^-)$ et $(Ar^+ - F^- - SF_6^-)$. Eu égard à notre présente étude théorique, nous allons considérer des modèles de plasma contenant un seul type d'ions négatifs, à savoir, $(Xe^+ - F^-)$, $(Q = 131/19 \simeq 6.89)$, $(Ar^+ - F^-)$, $(Q = 40/19 \simeq 2.10)$, $(Xe^+ - SF_6^-)$, $(Q = 131/146 \simeq 0.89)$, et $(Ar^+ - SF_6^-)$, $(Q = 40/146 \simeq 0.27)$. La dépendance de l'amplitude du soliton Φ_m du paramètre non extensif est alors analysée pour différentes valeurs de $\mu = n_{e0}/n_{i0} = 0.5, 0.6, 0.7$ et 0.8 dans un plasma $(Xe^+ - F^-)$. La figure 11 (avec $\mu = 0.5$) indique qu'une augmentation de q s'accompagne d'une diminution de l'amplitude Φ_m . A mesure que μ augmente (l'électronégativité diminue en vertu de $\nu = 1 - \mu$), l'amplitude Φ_m exhibe un minimum local de plus en plus décalé vers les faibles valeurs de q . La prise en compte du terme de pression (**Fig. 12**) élimine ce minimum local dont l'apparition requiert des valeurs de μ de plus en plus élevées (notons, cependant, que μ ne peut dépasser 1). La figure 13 révèle que la largeur du soliton se rétrécit à mesure que q augmente. Cette diminution est d'autant plus prononcée que le rapport de densités μ augmente. La prise en compte du terme de pression (**Fig. 14**) fournit qualitativement les

mêmes résultats mais avec une diminution plus importante de la largeur du soliton. En maintenant fixe la valeur de $\mu = 0.5$, nous illustrons l'influence de la non extensivité sur la nature des structures solitaires, en nous basant sur le signe du coefficient D . La figure **15**, pour différents plasmas électronégatifs, montre que cette q -dépendance est très sensible au rapport de masse $Q = m_i/m_n$ et donc au système plasma électronégatif choisi. On peut voir que pour $Q = 6.89$ (plasma $Xe^+ - F^-$), D est toujours positif. Cela veut dire que seules les structures solitaires compressives sont admises. Pour $Q = 2.10$ (plasma $Ar^+ - F^-$), les solitons mis en évidence sont d'abord compressifs et deviennent raréfactifs au delà de $q = 6$. Une diminution du rapport de masse $Q = m_i/m_n$ (ions négatifs plus massifs, $Q = 0.89$ et 0.27) favorise l'émergence d'ondes solitaires raréfactives sur toute la gamme des valeurs du paramètre non extensif q . La prise en compte du terme de pression (**Fig. 16**) montre que la nature de l'onde solitaire dépend toujours du paramètre non extensif ainsi que du modèle de plasma électronégatif choisi. Malheureusement, il ne nous a pas été possible de déduire une systématique comme dans le cas précédent. Ceci peut être attribué soit à la nature non linéaire du problème, soit au fait que le modèle K- dV n'est plus valable.

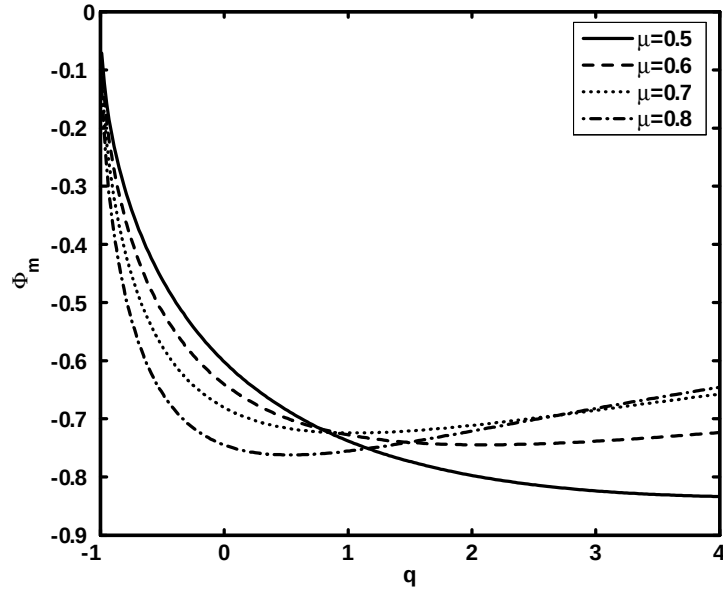


Figure 11: Variation de l'amplitude Φ_m du soliton en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de $\mu = 0.5, 0.6, 0.7$ et 0.8 , avec $u_0 = 1$ et $Q = \frac{131}{19}$ (plasma $Xe^+ - F^-$).

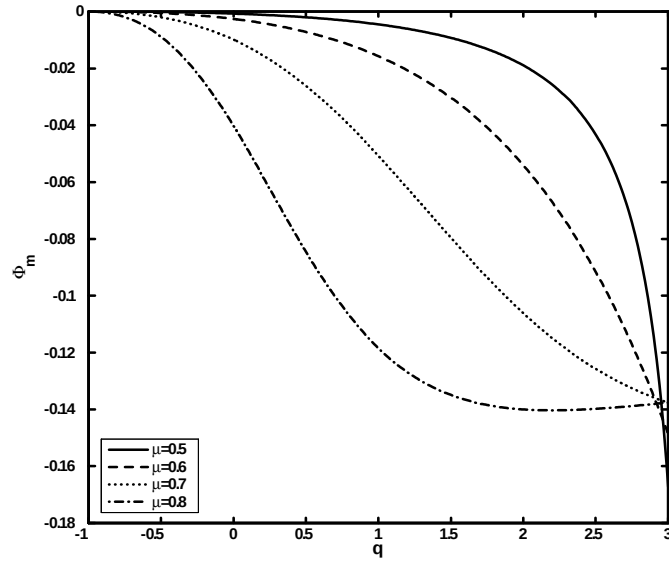


Figure 12: Variation de l'amplitude Φ_m du soliton en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de $\mu = 0.5, 0.6, 0.7$ et 0.8 , avec $u_0 = 1$ et $Q = \frac{131}{19}$ (plasma $Xe^+ - F^-$). Le terme de pression est pris en compte.

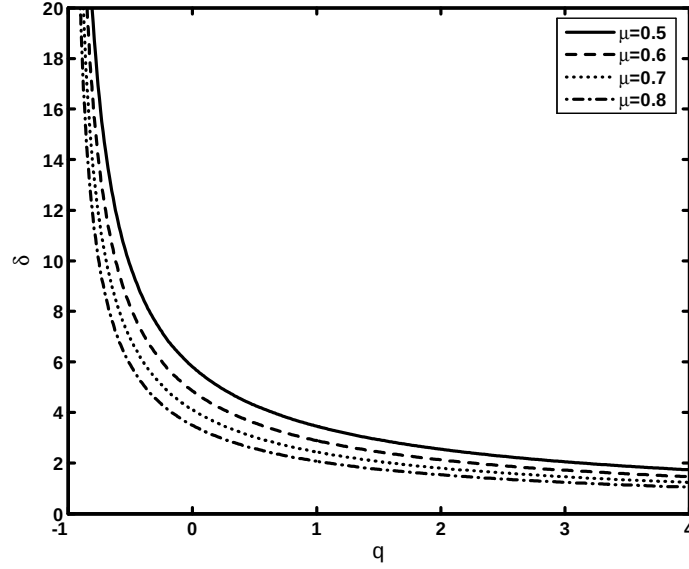


Figure 13: Variation de la largeur δ du soliton en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de $\mu = 0.5, 0.6, 0.7$ et 0.8 , avec $u_0 = 1$ et $Q = \frac{131}{19}$ (plasma $Xe^+ - F^-$).

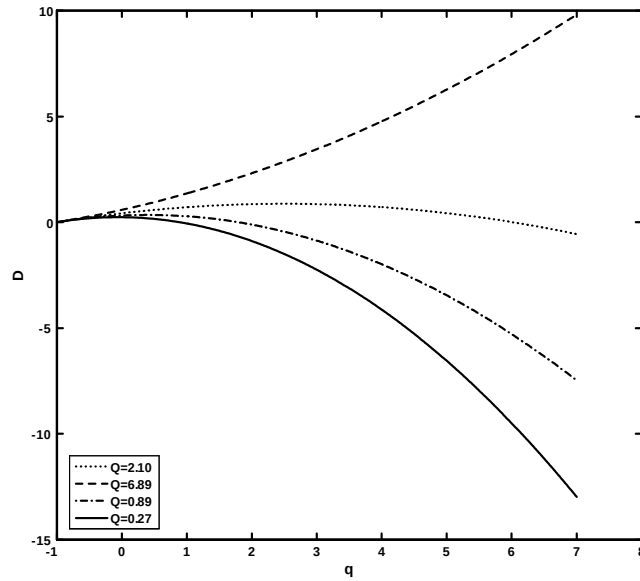


Figure 15: Variation du coefficient D en fonction du paramètre non extensif q pour différents types de plasmas:

$$Xe^+ - F^- \left(Q = \frac{131}{19} \simeq 6.89 \right), Ar^+ - F^- \left(Q = \frac{40}{19} \simeq 2.10 \right),$$

$$Xe^+ - SF_6^- \left(Q = \frac{131}{146} \simeq 0.89 \right) \text{ et } Ar^+ - SF_6^- \left(Q = \frac{40}{146} \simeq 0.27 \right),$$

avec $\mu = 0.5$ et $u_0 = 1$.

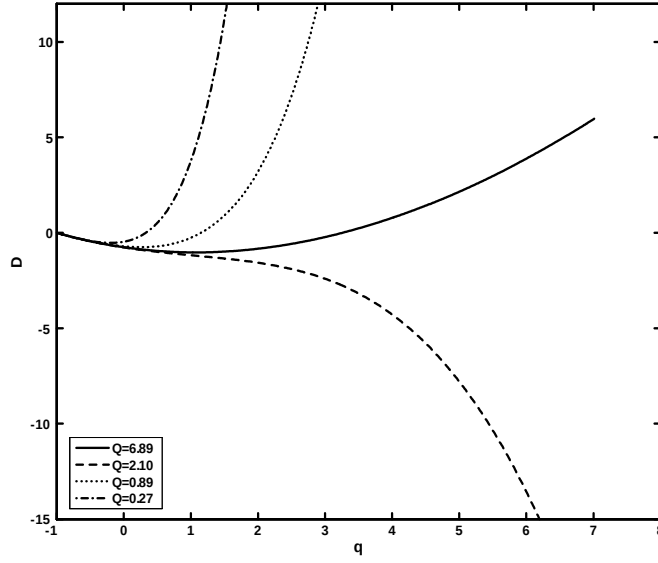


Figure 16: Variation du coefficient D en fonction du paramètre non extensif q pour différents types de plasmas:

$$Xe^+ - F^- \left(Q = \frac{131}{19} \simeq 6.89 \right), Ar^+ - F^- \left(Q = \frac{40}{19} \simeq 2.10 \right),$$

$$Xe^+ - SF_6^- \left(Q = \frac{131}{146} \simeq 0.89 \right) \text{ et } Ar^+ - SF_6^- \left(Q = \frac{40}{146} \simeq 0.27 \right),$$

avec $\mu = 0.5$ et $u_0 = 1$. Le terme de pression est pris en compte.

3.4.1 Compléments à notre analyse faiblement non linéaire

Avant de clore ce chapitre, nous aimerions apporter quelques précisions ou compléments d'information concernant notre analyse faiblement non linéaire. Dans la section précédente, nous avons décrit l'évolution des structures faiblement non linéaires localisées dans un plasma électronégatif au moyen de l'équation K- dV. Si maintenant nous examinons de près cette équation, nous pouvons nous apercevoir que pour certaines valeurs particulières ou critiques du paramètre q , le coefficient non linéaire A s'annule. Dans ce cas, l'amplitude de la solution stationnaire devient singulière (tend vers l'infini) et l'équation K- dV n'est plus valide. En fait, il s'agit d'une singularité inhérente à la technique de la perturbation réductive standard que nous avons employée. Par conséquent, une autre équation plus appropriée devra être établie pour pouvoir décrire l'évolution du système au voisinage de ces points singuliers. En fait et pour palier à ces singularités, il faut inclure les effets non linéaires d'ordre supérieur. Pour cela, la théorie de la perturbation réductive préconise d'introduire

les nouvelles variables suivantes

$$\zeta = \varepsilon(X - \lambda T) \quad \text{et} \quad \tau = \varepsilon^3 T$$

où ε est un petit paramètre mesurant toujours la faiblesse de l'amplitude de l'onde et λ la vitesse de phase normalisée. Nous utilisons le même développement en séries de puissances (3.16)-(3.19) que nous avons d'ja utilisé. Le système d'équations (3.8)-(3.12) donne, au plus petit ordre en ε , les mêmes équations que précédemment, à savoir, les équations (3.8)-(3.12). Notons que la vitesse de phase normalisée peut être déduite à partir de l'équation suivante

$$\frac{1}{\lambda^2 - 3\sigma_i} + \frac{Q\nu}{\lambda^2 - 3Q\nu^2\sigma_n} - \mu\frac{q+1}{2} = 0. \quad (3.44)$$

À l'ordre 2 en ε , nous obtenons

$$-\lambda\frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i^{(1)}U_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.45)$$

$$-\lambda\frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + U_i^{(1)}\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3\sigma_i\frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.46)$$

$$-\lambda\frac{\partial N_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \nu\frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_n^{(1)}U_n^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.47)$$

$$-\lambda\frac{\partial U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + U_n^{(1)}\frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \zeta} - Q\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} + 3Q\nu\sigma_n\frac{\partial N_n^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.48)$$

$$N_n^{(2)} - N_i^{(2)} + \mu\frac{q+1}{2}\Phi^{(2)} - \mu\frac{(q+1)(q-3)}{8}(\Phi^{(1)})^2 = 0. \quad (3.49)$$

En tenant compte des conditions aux limites $U_{i,n}^{(1,2)} = N_{i,n}^{(1,2)} = \Phi^{(2)}$ lorsque $|\zeta| \rightarrow \infty$, le système d'équations (3.45)-(3.48) conduit à la relation suivante

$$\left[\frac{\nu Q}{(3\nu^2 Q\sigma_n - \lambda^2)} + \frac{1}{(3\sigma_i - \lambda^2)} + \mu\frac{q+1}{2} \right] \Phi^{(2)} = 0 \quad (3.50)$$

À l'ordre suivant en ε^3 , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda\frac{\partial N_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i^{(1)}U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i^{(2)}U_i^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda\frac{\partial U_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_i^{(2)}U_i^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi^{(3)}}{\partial \zeta} + 3\sigma_i\frac{\partial N_i^{(3)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial N_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda\frac{\partial N_n^{(3)}}{\partial \zeta} + \nu\frac{\partial U_n^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_n^{(1)}U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_n^{(2)}U_n^{(1)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial U_n^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda\frac{\partial U_n^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U_n^{(1)}U_n^{(2)}}{\partial \zeta} - Q\frac{\partial \Phi^{(3)}}{\partial \zeta} + 3Q\nu\sigma_n\frac{\partial N_n^{(3)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} - N_n^{(3)} + N_n^{(3)} - \mu \frac{q+1}{2} \Phi^{(3)} + \frac{\mu}{4} (q+1)(q-3) \Phi^{(1)} \Phi^{(2)} + \frac{\mu}{16} (q+1)(q-3)(5-3q) (\Phi^{(1)})^3 = 0 \quad (3.55)$$

à partir desquelles nous établissons

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = & \frac{2\lambda}{(3\sigma_i - \lambda^2)} \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{2\lambda}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)} \frac{\partial N_n^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{2\lambda}{(3\sigma_i - \lambda^2)} \frac{\partial N_i^{(1)} U_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\lambda}{(3\sigma_i - \lambda^2)} \frac{\partial N_i^{(2)} U_i^{(1)}}{\partial \zeta} \\ & - \frac{\lambda}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)} \frac{\partial N_n^{(2)} U_n^{(1)}}{\partial \zeta} - \frac{2\lambda}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)} \frac{\partial N_n^{(1)} U_n^{(2)}}{\partial \zeta} + \mu \frac{q+1}{2} \Phi^{(2)} \\ & - \frac{\mu}{4} (q+1)(q-3) \frac{\partial \Phi^{(1)} \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} - \frac{\mu}{16} (q+1)(q-3)(5-3q) (\Phi^{(1)})^2 \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (3.56)$$

En utilisant les équations (3.20)-(3.21), l'intégration des équations (3.45)-(3.48) nous donne respectivement

$$U_n^{(2)} = \frac{\lambda}{\nu} N_n^{(2)} - \lambda (N_n^{(1)})^2 \quad (3.57)$$

$$U_i^{(2)} = \lambda N_n^{(2)} - \lambda (N_i^{(1)})^2 \quad (3.58)$$

$$N_n^{(2)} = \frac{\nu Q}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)} \Phi^{(2)} - \frac{3\nu \lambda^2 Q^2}{2(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)^3} (\Phi^{(1)})^2 \quad (3.59)$$

$$N_i^{(2)} = -\frac{1}{(3\sigma_i - \lambda^2)} \Phi^{(2)} - \frac{3\lambda^2}{2(3\sigma_i - \lambda^2)^3} (\Phi^{(1)})^2 \quad (3.60)$$

En injectant les équations (3.57)-(3.60) dans l'équation (3.56) et en faisant appel à la condition (3.50), nous établissons l'équation modifiée de Korteweg-de Vries (mK-dV) suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A(\Phi^{(1)})^2 \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (3.61)$$

où

$$\begin{aligned} A = & C \left\{ \frac{27}{2} \left[\frac{\lambda^4}{(3\sigma_i - \lambda^2)^5} + \frac{\lambda^4 \nu Q^3}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)^5} \right] + \frac{6\lambda^2}{(3\sigma_i - \lambda^2)^3} \right. \\ & \left. + \frac{6\lambda^2 \nu Q^3}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)^4} + \frac{\mu}{16} (q+1)(q-3)(3q-5) \right\} \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$B = -C \quad (3.63)$$

$$C = \left[\frac{2\lambda \nu Q}{(3\nu^2 Q \sigma_n - \lambda^2)^2} - \frac{2\lambda}{(3\sigma_i - \lambda^2)^2} \right]^{-1} \quad (3.64)$$

En régime stationnaire, l'équation (3.61) admet une solution solitaire de la forme

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m \text{Sech}^2 \left[\frac{(\zeta - u_0 \tau)}{\delta} \right] \quad (3.65)$$

où $\Phi_m = \pm \sqrt{3u_0/A\epsilon t}$ $\delta = 2\sqrt{B/u_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton.

Conclusion

Pour conclure, nous avons revisité les modes acoustiques (électronique et ionique) non linéaires dans le cadre du nouveau formalisme non extensif de Tsallis. Ce dernier consiste en une généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann-Gibbs (BG). Cette généralisation a été rendue nécessaire par le fait qu'il est maintenant admis que le formalisme BG ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée. A ce propos, nous avons analysé les modes acoustiques et nos résultats ont révélé que la non extensivité peut affecter de manière notable ce type de modes.

Le premier chapitre de ce mémoire a d'abord porté sur la définition des concepts de base en physique des plasmas. Nous avons alors décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent ainsi que les différentes approches mathématiques ou modélisations employées pour décrire leur dynamique. Nous avons brièvement introduit la statistique non extensive de Tsallis, ses principaux concepts ainsi que ses applications dans différents domaines de la science.

Au cours du deuxième chapitre, nous avons étudié la dynamique non linéaire de l'onde acoustique électronique susceptible de se propager dans un plasma hors-équilibre thermodynamique composé d'électrons chauds non extensifs, d'électrons froids adiabatiques et d'une seule espèce d'ions immobiles constituant un fond neutralisant. Cette étude nous a permis de mettre en exergue l'influence des électrons non extensifs et du caractère adiabatique des électrons froids sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique électronique. A ce propos, la méthode du pseudo-potentiel nous a permis de réécrire l'équation de Poisson sous la forme d'une quadrature. Son intégration numérique a révélé l'existence d'un potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique électronique. Les effets non extensifs affectent de manière significative le profil de ces ondes solitaires. En particulier, une diminution du paramètre non extensif q se traduit par une augmentation de l'amplitude du soliton, un rétrécissement de sa largeur, une forte localisation des électrons froids et une augmentation de leur vitesse fluide.

L'objectif du troisième chapitre a été d'étudier l'influence des électrons non extensifs sur la propagation des ondes acoustiques ioniques faiblement non linéaires dans un modèle de plasma électronégatif. Deux cas ont été considérés, à savoir, cas avec pression et cas sans pression. Notre modèle de plasma a été inspiré des études expérimentales de Ichicki et al.. Ces derniers ont étudié la propagation des ondes acoustiques ioniques dans des plasmas à plusieurs ions, à savoir, $(Xe^+ - F^- - SF_6^-)$ et $(Ar^+ - F^- - SF_6^-)$. Nous concernant, nous n'avons considéré que des modèles de plasma avec un seul type d'ions négatifs: $(Xe^+ - F^-, Q = 131/19 \simeq 6.89)$, $(Ar^+ - F^-, Q = 40/19 \simeq 2.10)$, $(Xe^+ - SF_6^-, Q = 131/146 \simeq 0.89)$, et $(Ar^+ - SF_6^-, Q = 40/146 \simeq 0.27)$. La dépendance de l'amplitude du soliton du paramètre non extensif a alors été analysée pour différentes valeurs du paramètre non extensif et différentes valeurs de l'électronégativité. A chaque fois, nous avons d'abord négligé la pression des ions pour ensuite en tenir compte. Par ailleurs, nous avons montré que la nature (compressive ou raréfactrice) de la structure solitaire dépend sensiblement du rapport de masse $Q=m_{\{i\}}/m_{\{n\}}$ et donc du système plasma électronégatif choisi. En particulier, nous avons trouvé qu'une diminution de Q favorise l'émergence d'ondes solitaires raréfactives. En guise de complément à notre analyse faiblement non linéaire, nous avons établi une équation de type Korteweg- de Vries modifiée en inclure les effets non linéaires d'ordre supérieur.

Nous estimons atteints les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. L'intérêt de nos résultats est à rechercher dans cette quête perpétuelle des théoriciens à trouver un ajustement acceptable entre les résultats théoriques et expérimentaux. La flexibilité fournie par le paramètre non extensif q permet, justement, d'entrevoir un bon accord entre la théorie et l'expérience.

Les perspectives de la présente thèse (dans la mesure où celles ci sont faisables) sont nombreuses. On peut, à titre d'exemple, envisager d'étendre notre étude au cas d'un plasma relativiste ou d'un plasma collisionnel et magnétisé.

Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996 (1966).
- [3] R. Ichiki, M. Shindo, S.Yoshimura, T. Watanabe et Y. Kawai, Phys. Plasma **8**, 4275 (2001).
- [4] V. E. Zakharov et A. B. Shabat, Sov. Phys. JETP **34**, 62 (1972).
- [5] A. Hasegawa et F. Tappert, Appl. Phys. Lett **23**, 142 (1973).
- [6] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academicpress, NewYork, 1972), p. 15.
- [7] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision-free hydromagnetic waves and water waves*, New York Univ, Courant Inst. Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082 (1960).
- [8] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [9] N. J. Zabusky et M. D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).
- [10] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [11] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [12] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, Phys. Fluids **15**, 865 (1972).
- [13] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [14] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
- [15] Y. H. Ichikawa, Phys. Scr. **20**, 296 (1979).

-
- [16] P. T. Landsberg, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, (1990).
- [17] P. T. Landsberg, J. Stat. Phys. **35**, 159 (1984).
- [18] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Addison-Wesley, Reading, 1994).
- [19] A. M. Salzberg, J. Math. Phys. **6**, 158 (1965); D. Pavon, Gen. Rel. Grav. **19**, 375 (1987).
- [20] B. J. Hiley et G.S. Joyce, Proc. Phys. Soc. **85**, 493 (1965).
- [21] M. F. Shlesinger et B. D. Hughes, Physica A **109**, 597 (1981).
E. W. Montroll et M. F. Shlesinger, J. Stat. Phys. **32**, 209 (1983).
- [22] J. O. Indekeu, Physica A **183**, 439 (1992).
J.O. Indekeu et A. Robledo, Phys. Rev. E **47**, 4607 (1993).
- [23] P. G. de Gennes, C. R. Acad. Sci. Paris II **292**, 701 (1981).
T. W. Burkhardt et E. Eisenriegler, Phys. Rev. Lett. **74**, 3189 (1995).
- [24] M. Ammi, T. Travers et J. P. Troadec, J. Phys. D **20**, 424 (1987).
C. H. Liu and S. R. Nage, Phys. Rev. Lett. **68**, 2301 (1992).
- [25] R. H. Kraichnan et D. Montgomery, Rep. Progr. Phys. **43**, 547 (1980).
- [26] C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
- [27] A. Plastino et A. R. Plastino Brazilian J. Phys. **29**, 1 (1999).
- [28] R. Silva Jr. *et al.*, Phys Lett. A **249**, 401 (1998).
- [29] R. L. Tokar et S. P. Gary, Geophys. Res. Lett. **11**, 1180 (1984).
- [30] M. Berthomier, R. Pottelette et R. A. Treumann, Phys. Plasmas **6**, 467 (1999).
- [31] R. L. Tokar et S. P. Gary, Geophys. Res. Lett. **11**, 1180 (1984).
- [32] R. L. Mace, G. Amery et M. A. Hellberg, Phys. Plasmas **6**, 44 (1999).
- [33] S. Ikezawa et Y. Nakamura, J. Phys. Soc. Jpn. **50**, 962 (1981).
- [34] D. Henry et J. P. Treguier, J. Plasma Phys. **8**, 311 (1972).

-
- [35] M. F. Thomsen, H. C. Barr, S. P. Gary, W. C. Feldman et T. E. Cole, J. Geophys. Res. **88**, 3035 (1983).
 - [36] C. S. Lin, J. L. Burch, S. D. Shawhan et D. A. Gurnett, J. Geophys. Res. **89**, 1925 (1984).
 - [37] H. Matsumoto, H. Kojima *et al.*, Geophys. Res. Lett. **21**, 2915 (1994).
 - [38] A. P. Kakad, S. V. Singh, R. V. Reddy, G. S. Lakhina et S.G. Tagare, Adv. Space Res. **43**, 1945 (2009).
 - [39] A. Danehkar, N. S. Saini et M. A. Hellberg, Phy. Plasmas **18**, 072902 (2011).
 - [40] R. Siliva, Jr., A. R. Plastino et J. A. S. Lima, Phy.Lett. **249**, 401(1998).
 - [41] Y. F. Chateau et N. Meyer-Vernet, J. Geophys. Res. **96**, 5825 (1991).
 - [42] R. L. Mace, M. A. Hellberg et R. A. Treumann, J. Plasma Phys. **59**, 393 (1998).
 - [43] R. L. Mace et M. A. Hellberg, J. Plasma Phys. **43**, 239 (1990).
 - [44] T. K. Baluku, M. A. Hellberg et R. L. Mace, J. Geophys. Res. **116**, A04227 (2011).
 - [45] S. P. Gary and R. L. Tokar, Phys. Fluids **28**, 2439 (1985).
 - [46] M. Q. Tran, Phys. Scr. **20**, 317 (1979).
 - [47] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M.A.Leontovich (consultants bureau, New York.1966) vol. 4, p. 23.
 - [48] R. Bostom, IEEE Trans. Plasma Sci. **20**, 756 (1992).
 - [49] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Bostom et B. Holback, Geophys.Res. Lett. **21**, 1827 (1994).
 - [50] R. A. Cains, A. A. Mamun *et al.*, Geophys. Res. Lett. **22**, 2709 (1995).
 - [51] B. A. Klumov, A. V. Ivlev et G. Morfill, JETP Lett. **78**, 300 (2003).
 - [52] N. Plihon, C. S. Corr et P. Chabert, Appl. Phys. Lett. **86**, 091501 (2005).
 - [53] S. Ghosh, Phys. Plasmas **12**, 094504 (2005).
 - [54] Z. X. Wang, X. L. Wang, W. Ren, J. Y. Liu et Y. Liu, Phys. Lett. A. **339**, 96 (2005).

-
- [55] S.H. Kim et R. L. Merlino, Phys. Plasmas **13**, 052118 (2006).
 - [56] R. L. Merlino et S. H. Kim, Appl. Phys. Lett. **89**, 091501 (2006).
 - [57] Z. X. Wang, Y. Liu, L. W. Ren, J. Y. Liu et X. Wang, Thin Solid Films **506-507**, 637 (2006).
 - [58] M. Rosenberg et R. L. Merlino, Planet. Space Sci. **55**, 1464 (2007).
 - [59] N. Plihon et P. Chabert, Phys. Plasmas **18**, 082102 (2011).
 - [60] W. F. El- Taibany, N. A. El- Bedwehy et E. F. El-Shamy, Phys. Plasmas **18**, 033703 (2011).
 - [61] S. K. El-Labany, W. M. Moslem, K. A. Snishin, S. A. El-Tantawy et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **18**, 042306 (2011).
 - [62] M. Bascal et G. W. Hamilton, Phys. Rev. Lett. **42**, 1538 (1979).
 - [63] R. A. Gottscho et C. E. Gaebe, IEEE Trans. Plasma Sci. **14**, 92 (1986).
 - [64] H. Kokura, S. Yoneda, K. Nakamura, N. Mitsuhiro, M. Nakamura et H. Sugai, Jpn. J. Appl. Phys. **38** (Part), 5256 (1999).
 - [65] L. Boufendi et A. Bouchoule, Plasmas Sources Sci. Technol. **11**, A211 (2002).
 - [66] H. Massey, *Negative Ions* (Cambridge University Press, Cambridge, 1976), p. 663.
 - [67] P. H Chaizy, H. Rène, J. A. Sauvaud *et al.*, Nature (London) **349**, 393 (1991).
 - [68] A. J. Coates, F. J. Cray, G. R. Lewis *et al.*, Geophys. Res. Lett. **34**, L. 22103 (2007).
 - [69] S. P. Christon, D. G. Mitchell, D. J. Williams *et al.*, J. Geophys. Res. **93**, 2562 (1988).
 - [70] M. Maksimovic, V. Pierrard et P. Riley, Geophys. Res. Lett. **24** 1511 (1997).
 - [71] M. P. Leubner, Phys. Plasmas **11**, 1308 (2004).
 - [72] J. R. Asbridge, S. J. Bame et I. B. Strong, J. Geophys. Res. **73**, 5777 (1968).
 - [73] N. Divine et H. B. Garrett, J. Geophys. Res. **88**, 6889 (1983).
 - [74] S. M. Krimigis, J. F. Carbary, E. P. Keatth, T. P. Armstrong, L. J. Lanzerotti et G. Gloeckler, J. Geophys. Res. **88**, 8871 (1983).

- [75] R. Lundlin, A. Zakharov, R. Pellinen, H. Borg, B. Hultqvist, N. Pissarenko, E. M. Dubinin, S. W. Barabash, I. Liede et H. Koskinen, *Nature (London)* **341**, 609 (1989).
- [76] Y. Futaana, S. Machida, Y. Saito, A. Matsuoka et H. Hayakawa, *J. Geophys. Res.* **108**, 151 (2003).
- [77] A. Treumann, *Phys.Scr.* **59**, 19 (1999).
- [78] C. Tsallis, in *new Trends in Magnetic Materials and Their Applications*, edited by J. M. Sanchez (Plenum, New York, 1994), p.451.
- [79] C. Tsallis, *Chaos, Solitons and Fractals* **6**, 539 (1995).
- [80] J. A. S. Lima, R. Silva, Jr. et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).
- [81] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [82] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [83] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **331**, 181 (2011).
- [84] M. Bacha et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **337**, 253 (2012).
- [85] B. Sahu et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 259 (2012).
- [86] M. Bacha, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 056413 (2012).
- [87] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **18**, 033706 (2011).
- [88] S. El-Tantawy, M. Tribeche et W. M. Moslem, *Phys. Plasmas* **19**, 032104 (2012).
- [89] W. F. El Taibany et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **19**, 024507 (2012).