

N° d'ordre : 21/2012-D/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE USTHB / ALGER
FACULTE DE PHYSIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de Docteur

EN PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique

Par

AMI ISMAHANE

Sujet

**Influence de l'appariement isovectoriel sur le moment
d'inertie des noyaux pair-pairs riches en protons chauds**

Soutenue publiquement le 24/05/2012 devant le jury composé de :

Mr. M. DJEBARA	Professeur à l'USTHB, Alger	Président
Mr. M. FELLAH	Professeur à l'USTHB, Alger	Directeur de thèse
Melle. N. H. ALLAL	Professeur à l'USTHB, Alger	Examinatrice
Mr. M. BENTAIBA	Professeur à l'USD, Blida	Examineur
Mr. S. KOUADIK	Maître de Conférences /A à l'UYF, Médéa	Examineur
Mr. M. MOULAY	Directeur de Recherche au CRNA, Alger	Examineur
Melle. N. BENHAMOUDA	Maître de Conférences /A à l'USTHB, Alger	Invitée

Dédicaces

À la mémoire de mes deux grands parents, le chahid Ami Makhlouf, dont le fils ne s'est pas ménagé pour que sa fille puisse être un jour une des diplômées de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene. À Aguenarous Said qui a toujours cru en moi et dont les mots pleins d'espoir et d'amour n'ont jamais quittés mon esprit.

À mes anciens collègues de la Faculté des Sciences et de la Technologie de l'Université de Médéa, Messieurs Karim Bouchachia, Halim Mekhtiche et Djamel Madi. Merci, les amis pour votre aide inestimable et votre gentillesse. Grâce à vos encouragements et à l'aide précieuse que vous m'avez témoignée en continu, les quatre années passées en votre compagnie et celle des autres collègues de la Faculté des Sciences et de la Technologie de Médéa sont pleines de souvenirs inoubliables. Grâce à vous Messieurs, j'ai tant gagné en amitié et je porterai à jamais l'Université de Médéa dans mon cœur !

À mes chers amis, Mme et Mr. Boubekur Ait-amer Meziane, Yanis Ben madani et Dalila Akroul dont les mots m'ont tant encouragée. Vos mots les amis et votre soutien étaient en or !

À Nabila Aoutou, avec qui je partage depuis nos années de graduation à ce jour, tous les bons et mauvais moments de la vie avec beaucoup de générosité et de bienveillance. Puisses-tu Nabila, trouver en ces quelques mots le témoignage de mon immense gratitude.

À mon époux, à mes frères et sœurs pour leurs encouragements. À mes petits neveux, Wail et Sérine Melouani, je vous aime tant mes petits bouts de cœur!

À ma mère, pour toutes ses prières et tous ses sacrifices. Cette thèse est aussi le fruit de l'espoir qu'elle a placé en moi et de ses encouragements.

À mon père, qui n'a jamais cessé de croire en moi. Souvent, cher père, tes mots ont été un remède extraordinaire. Merci de m'avoir appris ce que c'est que le sens des responsabilités et d'avoir fait de moi ce que je suis. Cette thèse t'est dédiée, tu m'as tant donnée avec beaucoup d'amour et d'égard, j'ai beau te remercier mais ça ne sera jamais assez.

À tous ceux qui sont chers à mon cœur....

Remerciements

Je remercie Mr. M. Fellah, Professeur à l'USTHB et Chef de l'équipe 'Théorie de la Structure Nucléaire' du Laboratoire de Physique Théorique (USTHB) de m'avoir accueillie au sein de son équipe de recherche et de m'avoir encadrée aussi bien lors de ma préparation du mémoire de Magister que de la présente thèse de Doctorat. Je lui suis reconnaissante pour son encadrement scientifique, ses conseils judicieux et ses remarques pertinentes. Pr. Fellah est un exemple, pour nous tous, dans sa rigueur scientifique et pédagogique. Avec lui, j'ai appris que l'enseignement est synonyme de générosité et que la recherche scientifique est synonyme d'effort en continu, de persévérance et d'insistance. Merci également, cher professeur, pour l'ambiance humaine qui règne au laboratoire spécialement à l'heure du déjeuner où l'ensemble des présents, avec beaucoup de complicité, apprend des choses intéressantes sur nos us et coutumes et surtout sur nos divers plats culinaires et l'étymologie de notre riche vocabulaire.

Je remercie également Mlle. N. H. Allal, professeur à l'USTHB, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse. Je la remercie chaleureusement et respectueusement pour toutes les discussions scientifiques que j'ai eues avec elle et qui ont permis de m'éclairer sur de nombreux points.

Je remercie sincèrement Mr. M. Djebara, Professeur à l'USTHB, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse. Veuillez trouver, Professeur, en ces quelques mots le témoignage de ma très haute gratitude.

J'exprime ma profonde gratitude au Professeur M. Bentaïba de l'Université Saad Dahleb de Blida ainsi qu'à Mr. M. Moulay, Directeur de Recherche au CRNA d'Alger, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse. Veuillez trouver, Messieurs, en ces quelques mots l'expression de mon profond respect et ma très haute considération.

Je suis profondément honorée et reconnaissante à Mr. S. Kouadik, Maître de Conférences Classe A, Doyen de la Faculté des Sciences et de la Technologie de l'Université Dr. Yahia Farès de Médéa d'avoir accepté de faire parti du jury de cette thèse.

Je prie Melle N. Benhamouda, Maître de Conférences Classe A, à l'USTHB, de bien vouloir trouver ici l'expression de mes remerciements les plus chaleureux d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse en qualité d'invité. Je la remercie énormément pour toutes les séances de travail qu'on a eues ensemble, pour tout le temps qu'elle m'a consacré et surtout pour ses encouragements qui m'ont été souvent d'un très grand réconfort.

Un grand merci également à Mr. M. R. Oudih, Professeur à l'USTHB, pour sa disponibilité, sa gentillesse et ses encouragements.

Durant ces cinq dernières années, notre équipe de recherche au sein du Laboratoire de Physique Théorique a vu de nombreux mémoires de Magister formés et des Doctorats soutenus. Tous ces jeunes chercheurs, qui ont été de passage le temps d'un mémoire ou qui y sont toujours pour une thèse de doctorat forment une grande famille où règne respect, convivialité, confiance et partage. Que tous les membres de cette famille, à laquelle j'appartiens avec grande fierté, chacune et chacun en son nom, trouve ici mes remerciements les plus sincères pour tous les bons et beaux moments qu'on a eus tous ensemble.

Table des matières

Introduction	3
1 Étude des corrélations d'appariement isovectoriel par le formalisme des intégrales de chemin pour les systèmes pair-pairs chauds	8
1.1 Hamiltonien du système	11
1.2 Grande fonction partition	14
1.2.1 Transformation d'Hubbard-Stratonovitch	19
1.2.2 Approximation du chemin statique	23
1.2.3 Diagonalisation de l'hamiltonien H''	24
1.3 Approximation au point de selle-Équations du gap	31
1.3.1 Équations du gap en l'absence d'appariement np à température finie	33
1.3.2 Équations du gap en l'absence d'appariement np à température nulle	34
1.3.3 Équations du gap à température nulle et en présence de l'apparie- ment np	34
1.4 Conclusion	35
2 Moment d'inertie	36
2.1 Introduction	36
2.2 Moments d'inertie avec prise en compte de l'appariement isovectoriel à température finie par la méthode de cranking d'Inglis	45
2.3 Moment d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ à température finie	51

2.4	Moment d'inertie parallèle $\mathfrak{I}_{\parallel}^{np}(T)$ à température finie	56
2.5	Moments d'inertie en l'absence d'appariement np	58
2.5.1	Moment d'inertie perpendiculaire	59
2.5.2	Moment d'inertie parallèle	60
2.6	Moments d'inertie avec prise en compte de l'appariement np à température nulle	62
2.7	Moments d'inertie en l'absence totale d'appariement à température finie .	62
2.7.1	Moment d'inertie perpendiculaire	63
2.7.2	Moment d'inertie parallèle	64
2.7.3	Valeurs expérimentales du moment d'inertie	64
2.8	Conclusion	65
3	Résultats numériques et discussion	67
3.1	Étude d'un cas schématique : Modèle de Richardson	68
3.1.1	Paramètres du gap	68
3.1.2	Moment d'inertie	71
3.1.3	Conclusion	75
3.2	Étude d'un cas réaliste : Modèle de Woods-Saxon	76
3.2.1	Équations du gap	77
3.2.2	Moments d'inertie	95
3.3	Conclusion	103
	Conclusion	106
A	Calcul de $\bar{a}_{\nu t}(\kappa)$	110
	Bibliographie	112

Introduction

Un des problèmes les plus anciens dans notre compréhension du mouvement collectif des noyaux est la détermination des moments d'inertie de l'état fondamental des noyaux déformés. Il est bien établi que le moment d'inertie dépend sensiblement de la déformation et des corrélations d'appariement [1–3]. Dans les premiers travaux consacrés à la détermination de cette observable, les interactions résiduelles étaient négligées, en première approximation. Ceci a donné lieu à des résultats théoriques identiques à ceux du corps rigide qui étaient en fort désaccord avec les valeurs expérimentales observées et qui sont en l'occurrence considérablement plus faibles. Cependant, il a été montré, très tôt, que la prise en compte des corrélations résiduelles à deux corps abaisseraient sensiblement les valeurs du moment d'inertie obtenues dans le cadre de l'approche d'Inglis [1–4]. Les corrélations les plus importantes causant une telle réduction sont celles de l'appariement. En effet, S. T. Belyaev [5], montra qu'une simple généralisation de la formule d'Inglis [4] dans le cadre de la théorie *BCS* [1,2,6] était capable de réduire de façon significative les valeurs théoriques des moments d'inertie correspondantes [7,8].

Il est bien établi que les corrélations d'appariement influencent presque tous les phénomènes de la physique nucléaire à basses énergies [9] comme l'énergie de liaison, les spectres d'énergie des particules individuelles, les probabilités de transition [10], l'énergie de séparation de deux protons [11], la densité de niveaux, les moments d'inertie [7,8] et les propriétés thermiques des noyaux chauds [12–14], etc.

Les premières études ayant traité de l'effet des corrélations d'appariement entre particules identiques [7,8,12–28] sur les noyaux chauds ont été effectuées dans le cadre de

l'approximation BCS à température finie [7, 8, 12–14, 16, 17]. D'autres calculs ont été réalisés par le biais de l'approche Hartree-Fock-Bogoliubov à température finie ($FTHFB$) [17–19]. En raison de sa simplicité et de sa bonne description des corrélations d'appariement, la théorie $FTBCS$ a souvent été utilisée [7, 8]. Cette approche bien que expliquant qualitativement les propriétés principales d'un système physique, s'avère être insuffisante. En effet, le nombre total de particules N n'est conservé qu'en moyenne. Or, il s'agit de décrire la spectroscopie et les réactions pour un noyau donné, donc il est nécessaire d'utiliser des méthodes de projection qui fixent la valeur exacte de N . Par ailleurs, à température finie, cette approximation et sa généralisation la méthode $FTHFB$ ne prennent pas en compte les fluctuations quantiques et thermodynamiques qui sont significatives dans les systèmes finis de dimension finie tels que les systèmes nucléaires. Les fluctuations quantiques résultent du fait que les fonctions d'onde du champ moyen, ne conservant pas le nombre de particules, ne sont pas les fonctions propres exactes de l'hamiltonien du système. Les fluctuations statistiques ou thermodynamiques quant à elles, surviennent dans les systèmes finis à température finie là où les états autres que l'état le plus probable du système deviennent accessibles [28]. Diverses approches théoriques ont été proposées afin de pallier à ces défauts citons, à titre d'exemple, la méthode de projection exacte dans l'espace nombre d'occupation $SBCS$ [29, 30] associée à l'approximation $FTBCS$ connue sous le nom de la $FTSBCS$ [31] et celle de Lipkin Nogami (LN) adaptée à l'approximation $FTBCS$ appelée $FTLN$ (voir à titre d'exemple [32] et ses références) qui ont été utilisées dans l'évaluation de diverses grandeurs thermodynamiques. D'autres travaux proposent quant à eux des méthodes qui ne sont pas néanmoins sans controverse [33] telles que la méthode BCS modifiée ($MBCS$) et sa généralisation la méthode Hartree-Fock-Bogoliubov modifiée ($MHFB$) [34–36] qui prennent en considération les fluctuations thermodynamiques et cela en considérant les fluctuations des nombres de quasi-particules ignorées dans les approches $FTBCS$ et $FTHFB$ usuelles. La méthode $MBCS$ a été également adaptée pour éliminer les fluctuations quantiques en utilisant sa variante, la méthode de Lipkin Nogami modifiée MLN [36, 37].

Par ailleurs, la prise en compte des corrélations d'appariement s'est faite aussi par le formalisme des intégrales de chemin. Cette approche élégante constitue un cadre attrayant et pratique pour déterminer les propriétés statistiques des systèmes de fermions de dimension finie. Le formalisme des intégrales de chemin [38] fournit également une description des fluctuations quantiques et thermodynamiques des noyaux chauds en utilisant aussi bien la transformation d'Hubbard-Stratonovich [39] qui permet de remplacer l'interaction résiduelle d'appariement par l'interaction d'une particule avec un champ externe et l'approximation du chemin statique (*SPA*) [21, 22, 24–28] qui suppose que les champs d'intégration complexes sont indépendants du temps imaginaire. De plus, et contrairement à l'approximation *FTBCS* où la transformation de Bogoliubov-Valatin est connue, le formalisme des intégrales de chemin permet de calculer cette dernière et cela en exprimant la fonction partition dans l'ensemble grand canonique sous forme d'intégrale fonctionnelle [21, 22, 24–28] dont l'évaluation au point de selle donne les résultats standard de l'approche *FTBCS*.

Dans les travaux sus-cités, seul l'appariement entre particules identiques a été étudié à température finie. En effet, il est bien connu que pour les noyaux situés loin de la ligne $N = Z$, ces corrélations sont dominantes. Par contre, dans les noyaux à $N \approx Z$, et particulièrement pour les noyaux de masse intermédiaire riches en protons [40–47], l'appariement neutron-proton (*np*) est supposé jouer un rôle au moins aussi important que celui entre particules identiques. Dans le formalisme de l'isospine [48–50], l'appariement *np* existe aussi bien dans le cas isoscalaire ($\mathcal{T} = 0$) que dans le cas isovectoriel [51, 52] ($\mathcal{T} = 1$) où $\mathcal{T}$ désigne l'opérateur spin isotopique. Le cas isoscalaire décrit uniquement l'appariement *np* alors que le cas isovectoriel contient les deux types d'appariement : en plus de l'appariement entre particules identiques *pp* et *nn* [40, 53], l'appariement *np*.

Plusieurs travaux ont eu pour objectif l'étude de l'existence et des propriétés des corrélations d'appariement *np* dans le cas isovectoriel et (ou) dans le cas isoscalaire à température nulle [10, 11, 43–47, 50–71]. D'autres, moins nombreux, ont traité du comportement thermique de ces corrélations [72–79] et de leur influence d'une part sur dif-

férentes grandeurs statistiques comme l'énergie, l'entropie et la capacité calorifique du système [78, 80–83] et d'autre part sur diverses observables comme le moment d'inertie [79, 84–88]. Concernant ce dernier, il a fait l'objet de plusieurs études où les corrélations d'appariement entre particules identiques ont été considérées à température nulle [89–94] et à température finie [7, 8, 18, 95–98], ainsi que les corrélations d'appariement de type isovectoriel à température nulle [45–47, 54, 57–60, 99–104]. Cependant, peu de travaux ont été consacrés à l'étude des moments d'inertie des noyaux chauds en rotation [105] en présence des corrélations d'appariement de type isovectoriel. Expérimentalement, les réactions de fusion-évaporation [106] induites par les ions lourds est l'un des outils les plus efficaces pour produire un noyau à température finie et à moment angulaire. En effet, le récent développement qu'a connu la spectroscopie nucléaire expérimentale ces dernières décennies, avec la mise au point d'une nouvelle génération de détecteurs, et les récents progrès faits dans la production des faisceaux radioactifs ont fait croître l'intérêt porté à l'étude des noyaux de masse intermédiaire riches en protons à $N \simeq Z$ [103, 107, 108] se trouvant entre le ^{56}Ni et le ^{100}Sn et en particulier ceux allant du Zinc ^{60}Zn au Zirconium ^{80}Zr . Ces derniers sont généralement produits lors des réactions de fusion d'ions lourds. S'en suit l'utilisation de détecteurs des rayonnements γ , c'est le cas lors de la production du Krypton ^{72}Kr . Le noyau de nombre de masse A est alors séparé des autres produits de réaction et est stoppé dans une chambre d'ions permettant par la mesure des pertes d'énergie de déduire le nombre atomique Z , c'est le cas lors de la production du Sélénium ^{68}Se , le Strontium ^{76}Sr et le Zirconium ^{80}Zr [107, 108] ainsi que les isotopes du Germanium $^{66,68}Ge$ [109] qui sont à la porte de ces noyaux riches en protons.

Connaître les propriétés de ces noyaux chauds permet la compréhension du processus rp [41] et ceux de l'astrophysique liés à la nucléosynthèse ainsi que la description des événements explosifs de l'évolution stellaire [110]. Par ailleurs, le noyau ayant une température [111, 112], il serait donc intéressant d'étudier les systèmes nucléaires riches en protons chauds pour pouvoir obtenir des informations précieuses permettant d'évaluer diverses quantités thermodynamiques aux quelles on ne peut avoir accès directement

par la mesure. Étant donné qu'expérimentalement les sections efficaces de production de ces noyaux sont très faibles devant celles des réactions nucléaires [106], les prédictions théoriques tenant compte des corrélations d'appariement np à température finie, qui sont importantes dans ce type de noyaux, s'avèrent être très utiles.

Le but du présent travail est d'établir, dans le cadre de l'appariement isovectoriel [76–88], les expressions des moments d'inertie des noyaux chauds [79, 84–88]. Ce sont d'abord la grande fonction partition du système ainsi que les équations du gap généralisées à température finie [76] qui seront établies dans le premier chapitre en utilisant le formalisme des intégrales de chemin. Différentes limites telles que l'absence de l'appariement np à température finie et à température nulle sont envisagées. Il est alors naturel de comparer les expressions obtenues à celles des théories $FTBCS$ et BCS usuelles. On introduira ensuite, dans le second chapitre, une synthèse de quelques travaux pris à titre d'exemple qui ont été réalisés autour du moment d'inertie. On commencera par ceux qui ont eu pour objectif l'étude des noyaux en rotation d'abord dans le cadre de l'appariement entre particules identiques ensuite dans le cadre de l'appariement np . Par la suite, c'est l'effet de la température sur cette observable qui sera exposé. On montrera que, si un grand nombre de travaux ont étudié les noyaux chauds en considérant l'appariement entre particules identiques, peu ont malheureusement traité simultanément de l'effet de la température et de l'appariement np sur les noyaux en rotation. Notre objectif est donc de calculer dans le cadre isovectoriel et de l'approximation de cranking d'Ingliš, en utilisant le formalisme des intégrales de chemin et la théorie des perturbations quantiques, les expressions des moments d'inertie perpendiculaire et parallèle à température finie [79, 84–88]. Les expressions trouvées seront comparées à leurs homologues de la théorie $FTBCS$ habituelle en l'absence d'appariement np aussi bien à température finie qu'à température nulle (BCS). Les résultats numériques sont présentés et discutés, dans le troisième chapitre, à la fois dans le cadre du modèle schématique de Richardson [113] et du modèle réaliste de Woods-Saxon [114] pour des noyaux pair-pairs riches en protons déformés tels que $30 < Z < 40$ et $N - Z = 0, 2, 4$.

Chapitre 1

Étude des corrélations d'appariement isovectoriel par le formalisme des intégrales de chemin pour les systèmes pair-pairs chauds

En physique nucléaire, la notion du champ moyen constitue une approche très utilisée dans la résolution du problème à N corps [1–3, 48, 115]. En effet, de par sa simplicité et son attrait formel, le modèle à particules indépendantes rend compte de façon satisfaisante de certaines caractéristiques et propriétés de la structure nucléaire telles que les spectres d'énergie, les nombres magiques, etc. Dans l'approximation des particules indépendantes, les nucléons sont supposés se mouvoir indépendamment les uns des autres dans un champ moyen qui représente la moyenne des interactions à deux corps sur toute la distribution de la matière nucléaire. Ce champ moyen pour un noyau donné est supposé maximal et est obtenu soit à partir d'un calcul self-consistant comme celui d'Hartree-Fock [1], soit par la donnée d'un potentiel moyen phénoménologique comme celui de Nilsson [116] ou de Woods-Saxon [114]. Il définit ainsi une base de représentation dans laquelle l'hamiltonien du système est diagonal. Cependant, traiter le système nucléaire à l'aide d'un potentiel

moyen ne serait au mieux qu’une première approximation qui, si elle s’avère réaliste, peut être améliorée en prenant en considération a posteriori des interactions résiduelles dont la partie la plus importante et la mieux connue est celle due aux effets d’appariement. En effet, le rôle que joue ce type d’interaction négligé en première approximation est essentiel en spectroscopie nucléaire. Il est bien établi qu’on attribue à ce type d’interaction nucléon-nucléon des propriétés remarquables pour les noyaux pair-pairs comme le spin nul et la parité positive de l’état fondamental ou l’existence du gap en énergie entre l’état fondamental et le premier état excité. Afin d’expliquer cette dernière propriété, Bohr, Mottelson et Pines [117] ont introduit l’interaction résiduelle d’appariement. Ils se sont basés, dans leur interprétation, sur une explication analogue à celle de la théorie de la supraconductivité de Bardeen, Cooper et Schrieffer [6]. En effet, aux basses températures les électrons d’un matériau supraconducteur se déplacent par paires occupant des états de même impulsion et ayant des projections de spin opposées au voisinage de la mer de Fermi. Cette théorie a été étendue à la physique nucléaire par Belyaev [5] pour l’étude des noyaux finis sphériques. Il supposa l’existence des corrélations d’appariement uniquement entre nucléons occupant des états se déduisant l’un de l’autre par renversement du sens du temps. Ainsi, les premières études ont pris en seconde approximation, après celle du champ moyen, l’appariement entre particules identiques : proton-proton (pp) et neutron-neutron (nn). Cependant, il a été établi par la suite que ce traitement était incomplet, d’où sa généralisation par la prise en compte de l’appariement neutron-proton (np) [50–52] en plus de celui entre particules identiques. En effet, dans le cas des noyaux lourds, les niveaux de Fermi des systèmes protons et neutrons sont bien séparés énergétiquement de sorte que l’appariement np est négligeable en comparaison à son homologue entre particules identiques. Néanmoins, dans le cas des noyaux dont le nombre de neutrons N est voisin de celui des protons Z [103, 107, 108], i.e. $N \simeq Z$, les niveaux de Fermi des deux systèmes neutrons et protons sont voisins, on s’attend donc à ce que l’appariement np joue un rôle au moins d’égale importance que celui entre particules identiques [43], d’où l’importance de sa prise en compte [67] dans l’évaluation de diverses observables

physiques principalement celles qui sont sensibles à ce type de corrélations notamment l'énergie du système, les moments d'inertie, les modes de désintégrations, etc.

À température finie, le traitement de l'interaction d'appariement s'est fait moyennant diverses méthodes et approximations. S'agissant dans la plupart des cas de systèmes formés de particules identiques, ils ont été traités entre autres par le biais de l'approximation *BCS* à température finie (*FTBCS*) [12–15, 17, 20]. Il est déjà bien établi que même si cette dernière présente un défaut majeur qui est la conservation qu'en moyenne du nombre de particules, elle reste néanmoins la plus utilisée et ceci grâce au mélange de configurations qu'elle induit. La méthode des intégrales de chemin (ou intégrales fonctionnelles) [21, 25–28] quant à elle, est une méthode au moins aussi puissante que l'approximation *FTBCS*. Il a été montré que cette méthode développée initialement en physique statistique s'adapte parfaitement à la physique nucléaire.

Contrairement à l'appariement entre particules identiques où l'effet de la température a été largement étudié [7, 8, 12–22, 24–28, 31–37], peu de travaux ont traité le comportement thermique des corrélations d'appariement *np*. Citons entre autres, Langanke et al. [72] qui ont étudié les propriétés thermiques ainsi que le comportement des corrélations d'appariement à température finie dans le cas isoscalaire et isovectoriel pour les noyaux impair-impairs et pair-pairs à $N = Z$, ^{50}Mn et ^{52}Fe pris à titre d'exemple en utilisant la méthode shell model Monte Carlo (*SMMC*). De leur côté, Martinez-Pinedo et al. [73] dans leur traitement de l'appariement *np* à température finie ont utilisé les techniques de calculs du modèle en couche. Récemment, Kaneko et Hasegawa [74] ont proposé l'approche du modèle en couche afin d'évaluer l'énergie des corrélations d'appariement *np* dans les noyaux à température finie. En ce qui concerne Sheikh et al. [75], ces derniers ont utilisé un hamiltonien soluble exactement par la méthode "cranked shell model" pour étudier l'effet des corrélations d'appariement isovectoriel et isoscalaire à température finie sur la rotation et la déformation. Notons que dans ces travaux [72–75], les équations du gap n'ont pas été établies explicitement, chose qui a été réalisée par Fellah et al. [76]. En effet, dans leur étude, ils ont établi de manière explicite les équations

tions du gap à température finie dans le cas de l'appariement isovectoriel en utilisant la méthode des intégrales de chemin pour un système pair-pair. Ceci a permis d'une part à Belabbas et al. [78, 80–83] d'étudier l'influence de ce même type de corrélations à température finie sur quelques grandeurs statistiques nucléaires pour les noyaux pair-pairs à $N = Z$. D'autre part, c'est l'influence de ces corrélations d'appariement isovectoriel sur les systèmes chauds en rotation qui a fait l'objet de plusieurs contributions [79, 84–88].

Le but du présent chapitre est d'établir les équations du gap généralisées dans le cas isovectoriel pour les systèmes chauds moyennant le formalisme des intégrales de chemin [76]. Pour ce faire, on écrira d'abord la grande fonction partition qui contient toute la thermodynamique du système et moyennant la transformation d'Hubbard-Stratonovich [39] et l'approximation statique, on diagonalisera l'hamiltonien du système trouvant ainsi la transformation généralisée de Bogoliubov-Valaitin. Les équations du gap généralisées ne sont autres que la solution au point de selle de la grande fonction partition. On s'intéressera, à l'issue de ce chapitre, aux différentes formes que prennent ces équations en l'absence de l'appariement np à température finie ensuite à température nulle.

1.1 Hamiltonien du système

Dans le formalisme de la seconde quantification et du spin isotopique, l'hamiltonien d'un système composé de N neutrons et Z protons incluant en plus de l'appariement entre particules identiques, l'appariement np , est donné par [57–59] :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + H_1 \quad (1.1)$$

où $\mathcal{H}_0$ est l'hamiltonien à particules indépendantes donné par :

$$\mathcal{H}_0 = \sum_{\nu > 0, t} e_{\nu t} (a_{\nu t}^\dagger a_{\nu t} + a_{\bar{\nu} t}^\dagger a_{\bar{\nu} t}) \quad (1.2)$$

où l'indice t correspond à la composante du spin isotopique proton ($t = p$) ou neutron ($t = n$); $a_{\nu t}^\dagger$ et $a_{\nu t}$ représentent respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'une particule dans l'état $|\nu t\rangle$ d'énergie $e_{\nu t}$; $a_{\bar{\nu} t}^\dagger$ et $a_{\bar{\nu} t}$ sont ceux de son renversé par rapport au sens du temps $|\bar{\nu} t\rangle$ ayant la même énergie i.e. $e_{\bar{\nu} t} = e_{\nu t}$. Ces opérateurs obéissent aux relations d'anti-commutation habituelles des fermions, à savoir [1] :

$$\left\{ a_{\nu t}, a_{\nu' t'}^\dagger \right\} = \delta_{\nu \nu'} \delta_{tt'} \quad \text{et} \quad \left\{ a_{\nu t}, a_{\nu' t'} \right\} = \left\{ a_{\nu t}^\dagger, a_{\nu' t'}^\dagger \right\} = 0 \quad (1.3)$$

Concernant H_1 , il représente l'interaction résiduelle dont la composante la plus importante est celle de l'appariement. L'association par paire des nucléons se trouvant dans des états renversés par rapport au sens du temps conduit à la forme suivante de l'interaction résiduelle d'appariement :

$$H_1 = - \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} \left(a_{\nu t}^\dagger a_{\bar{\nu} t'}^\dagger a_{\bar{\mu} t'} a_{\mu t} + a_{\nu t}^\dagger a_{\bar{\nu} t'}^\dagger a_{\bar{\mu} t} a_{\mu t'} \right) \quad (1.4)$$

$G_{tt'}$ caractérise la force d'appariement supposée indépendante des niveaux d'énergie. Le signe $(-)$ indique que cette force est attractive. H_1 se met aisément sous la forme suivante [76–88] :

$$H_1 = \sum_{t=n,p} H_{tt} + H_{np} \quad (1.5)$$

où $H_{tt'}$ est l'interaction résiduelle d'appariement du type tt' qu'on peut factoriser comme suit :

$$H_{tt'} = -G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu tt'}^\dagger A_{\mu tt'} \quad ; \quad t, t' = n, p \quad (1.6)$$

où l'on a utilisé les notations suivantes :

$$A_{\nu tt}^\dagger = a_{\nu t}^\dagger a_{\bar{\nu} t}^\dagger \quad \text{et} \quad A_{\nu np}^\dagger = \left(a_{\nu p}^\dagger a_{\bar{\nu} n}^\dagger + a_{\nu n}^\dagger a_{\bar{\nu} p}^\dagger \right) \quad (1.7)$$

$A_{\nu tt}^\dagger$ n'est autre que l'opérateur de création d'une paire de particules identiques appariées (pp ou nn) et $A_{\nu np}^\dagger$ est l'opérateur de créations de deux paires de particules neutron-proton

appariées.

Il s'agit à présent de trouver les fonctions propres de l'hamiltonien du système $\mathcal{H}$ qui soient en même temps fonctions propres de l'opérateur nombre de particules N_t donné par :

$$N_t = \sum_{\nu>0} \left(a_{\nu t}^\dagger a_{\nu t} + a_{\bar{\nu} t}^\dagger a_{\bar{\nu} t} \right) \quad ; \quad t = n, p \quad (1.8)$$

Ce problème n'admettant pas en général de solution exacte simple, il est donc résolu approximativement en imposant la conservation en moyenne à la fois du nombre de protons et du nombre de neutrons. Pour ce faire, une manière élégante et bien connue consiste, pour la prise en compte de la contrainte sur le nombre de particules, à introduire deux multiplicateurs de Lagrange $\lambda_t (t = n, p)$ (au même nombre que les contraintes) appelés potentiels chimiques ou énergies des niveaux de Fermi des systèmes neutrons et protons respectivement. Soit alors l'hamiltonien auxiliaire défini par :

$$H' = \mathcal{H} - \sum_{t=n,p} \lambda_t N_t \quad ; \quad t = n, p \quad (1.9)$$

qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$H' = H_0 + H_1 \quad (1.10)$$

où l'on a noté par :

$$H_0 = \sum_{\nu>0, t=n,p} \tilde{e}_{\nu t} \left(a_{\nu t}^\dagger a_{\nu t} + a_{\bar{\nu} t}^\dagger a_{\bar{\nu} t} \right) \quad ; \quad \tilde{e}_{\nu t} = (e_{\nu t} - \lambda_t) \quad (1.11)$$

et H_1 est donné par l'expression (1.5).

Afin de diagonaliser approximativement l'hamiltonien auxiliaire H' , nous allons utiliser dans ce qui suit la méthode des intégrales de chemin. Pour cela, on écrira d'abord la grande fonction partition sous forme d'une intégrale fonctionnelle.

1.2 Grande fonction partition

Un système nucléaire chaud en équilibre thermodynamique est décrit par la grande fonction partition Z . Cette dernière permet d'expliciter diverses observables nucléaires comme l'énergie du système, la capacité calorifique, l'entropie [78, 80–83], le moment d'inertie [79, 84–88], etc.

La fonction de partition Z d'un système grand canonique est définie par [118, 119] :

$$Z = Tr [\exp(-\beta H')] \quad ; \quad \beta = \frac{1}{kT} \quad (1.12)$$

où Tr désigne la trace prise sur l'ensemble des états du système. k désigne la constante de Boltzmann et T est la température. Dans tout ce qui suit, on travaillera en unité k .

Sachant que H' est mis sous la forme donnée par l'équation (1.10), la matrice densité du système est donnée par :

$$\rho_{H'} = \exp(-\beta H') \quad (1.13)$$

qu'on peut écrire également sous la forme :

$$\rho_{H'} = \rho_{H_0} S(\beta) \quad \text{avec} \quad \rho_{H_0} = \exp(-\beta H_0) \text{ et } S(\beta) = \exp(\beta H_0) \exp(-\beta H') \quad (1.14)$$

Avec ces notations, la grande fonction partition s'écrit alors :

$$Z = Tr [\exp(-\beta H_0) S(\beta)] = Z_0 \langle S(\beta) \rangle_0 \quad (1.15)$$

où :

$$Z_0 = Tr [\exp(-\beta H_0)] \quad \text{et} \quad \langle S(\beta) \rangle_0 = \frac{Tr [\exp(-\beta H_0) S(\beta)]}{Tr \exp(-\beta H_0)} \quad (1.16)$$

On a désigné par Z_0 la fonction partition du système à particules indépendantes en tenant compte de la contrainte sur le nombre de particules et $\langle S(\beta) \rangle_0$ est la valeur moyenne de l'opérateur $S(\beta)$ dans l'ensemble grand canonique décrit par l'hamiltonien H_0 .

Dans le but de trouver l'équation d'évolution de $S(\beta)$, dérivons par rapport à β ,

l'expression donnant $S(\beta)$:

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = H_0 S(\beta) - \exp(\beta H_0) H' \exp(-\beta H') \quad (1.17)$$

qui devient :

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -\exp(\beta H_0) H_1 \exp(-\beta H') \quad (1.18)$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} = -H_1(\beta) S(\beta) \quad \text{avec} \quad H_1(\beta) = \exp(\beta H_0) H_1 \exp(-\beta H_0) \quad (1.19)$$

où l'on désigne par $H_1(\beta)$, le transformé d'Heisenberg de H_1 . En effet, pour un temps imaginaire τ ($0 \leq \tau \leq \beta$), le transformé d'Heisenberg $\mathcal{O}(\tau)$ d'un opérateur quelconque $\mathcal{O}$ est donné par $\mathcal{O}(\tau) = \exp(\tau H_0) \mathcal{O} \exp(-\tau H_0)$.

L'équation différentielle (1.19) avec la condition initiale $S(0) = \mathbf{1}$ ($\mathbf{1}$ étant l'opérateur identité) conduit à :

$$\int_0^\beta \frac{\partial S(\tau)}{\partial \tau} d\tau = - \int_0^\beta H_1(\tau) S(\tau) d\tau \Rightarrow S(\beta) = \mathbf{1} - \int_0^\beta H_1(\tau) S(\tau) d\tau \quad (1.20)$$

En itérant successivement $S(\tau)$ par son expression, l'équation (1.19) aura pour solution :

$$\begin{aligned} S(\beta) = & \mathbf{1} - \int_0^\beta H_1(\tau_1) d\tau_1 + \int_0^\beta H_1(\tau_1) d\tau_1 \int_0^{\tau_1} H_1(\tau_2) d\tau_2 \\ & - \int_0^\beta H_1(\tau_1) d\tau_1 \int_0^{\tau_1} H_1(\tau_2) d\tau_2 \int_0^{\tau_2} H_1(\tau_3) d\tau_3 \\ & + \dots (-1)^n \int_0^\beta H_1(\tau_1) d\tau_1 \int_0^{\tau_1} H_1(\tau_2) d\tau_2 \int_0^{\tau_2} H_1(\tau_3) d\tau_3 \int_0^{\tau_{n-1}} H_1(\tau_n) d\tau_n \end{aligned} \quad (1.21)$$

qui n'est autre que :

$$S(\beta) = \mathbf{1} + \sum_{n \geq 1} (-1)^n \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \dots \int_0^{\tau_{n-1}} d\tau_n H_1(\tau_1) \dots H_1(\tau_n) \quad (1.22)$$

Cette dernière expression $S(\beta)$ est formellement identique au développement en série de la fonction exponentielle, pour le voir prenons l'exemple suivant :

$$SS(\beta) = \mathbf{1} - \int_0^\beta H_1(\tau_1)d\tau_1 + \int_0^\beta H_1(\tau_1)d\tau_1 \int_0^{\tau_1} H_1(\tau_2)d\tau_2 \quad (1.23)$$

Intéressons nous d'abord à la quantité *Som* donnée par :

$$Som = \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 H_1(\tau_1)H_1(\tau_2) \quad (1.24)$$

qui devient :

$$Som = \int_0^\beta d\tau_2 \int_{\tau_2}^\beta d\tau_1 H_1(\tau_1)H_1(\tau_2) = \int_0^\beta d\tau_1 \int_{\tau_1}^\beta d\tau_2 H_1(\tau_2)H_1(\tau_1) \quad (1.25)$$

où l'on a tenu compte de la propriété suivante [118] :

$$\int_a^b dx \int_a^x dy f(x,y) = \int_a^b dy \int_y^b dx f(x,y) \quad (1.26)$$

Cette propriété signifie que l'intégrale de $f(x,y)$ dans le triangle hachuré inférieur est égale à celle calculée dans le triangle supérieur [83] (illustré par la figure FIG. 1-1) :

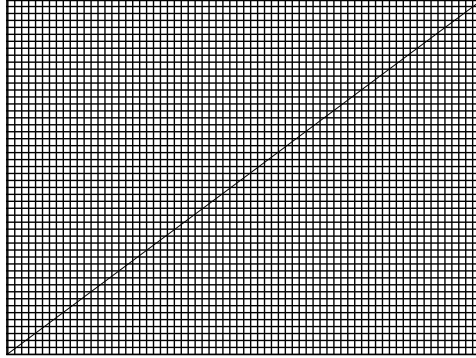


FIG. 1-1 –

L'expression (1.24) devient alors :

$$Som = \frac{1}{2} \left[\int_0^\beta d\tau_1 \left[\int_0^{\tau_1} d\tau_2 H_1(\tau_1) H_1(\tau_2) + \int_{\tau_1}^\beta d\tau_2 H_1(\tau_2) H_1(\tau_1) \right] \right] \quad (1.27)$$

On définit l'opérateur chronologique T_τ qui permet de ranger un produit d'opérateurs de fermions de droite à gauche par τ croissant tel que [118] :

$$T_\tau \{A(\tau_1) . B(\tau_2)\} = \begin{cases} A(\tau_1) B(\tau_2) & \text{si } \tau_1 > \tau_2 \\ -B(\tau_2) A(\tau_1) & \text{si } \tau_2 > \tau_1 \end{cases} \quad (1.28)$$

L'expression (1.27) se met alors sous la forme suivante :

$$Som = \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 T_\tau \{H_1(\tau_1) . H_1(\tau_2)\} \quad (1.29)$$

Compte tenu de cette dernière équation, $SS(\beta)$ prend la forme suivante :

$$SS(\beta) = \mathbf{1} - \int_0^\beta H_1(\tau_1) d\tau_1 + \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 T_\tau \{H_1(\tau_1) . H_1(\tau_2)\} \quad (1.30)$$

En généralisant ce résultat aux autres termes de la somme qui figurent dans l'expression de $S(\beta)$ donnée par (1.22), on obtient :

$$S(\beta) = \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 \dots \int_0^\beta d\tau_n T_\tau \{H_1(\tau_1) . H_1(\tau_2) \dots H_1(\tau_n)\} \quad (1.31)$$

Ce développement étant celui d'une exponentielle, $S(\beta)$ prend alors la forme suivante :

$$S(\beta) = T_\tau \left\{ \exp \left(- \int_0^\beta H_1(\tau) d\tau \right) \right\} \quad \text{où} \quad H_1(\tau) = \sum_{t=n,p} H_{tt}(\tau) + H_{np}(\tau) \quad (1.32)$$

À ce stade du calcul, le problème réside dans le fait que ni H_{pp} ni H_{nn} ne commutent avec H_{np} , d'où la difficulté d'explicitier l'opérateur $S(\beta)$. Ce problème a été contourné en

admettant en première approximation que c'est le cas. En effet :

$$[H_{tt}, H_{np}] = G_{tt}G_{np} \left[\sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu tt}^\dagger A_{\mu tt}, \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu np}^\dagger A_{\mu np} \right] \quad ; \quad t = n, p \quad (1.33)$$

Par ailleurs, le produit des constantes d'appariement $G_{tt}G_{np}(t = p, n)$ étant suffisamment petit devant les énergies du champ moyen, on supposera donc que :

$$[H_{tt}, H_{np}] \simeq 0 \quad (1.34)$$

Par conséquent, $S(\beta)$ se factorise en le produit de trois termes comme suit :

$$S(\beta) = T_\tau \left\{ \left(\exp(-\int_0^\beta H_{nn}(\tau) d\tau) \right) \left(\exp(-\int_0^\beta H_{pp}(\tau) d\tau) \right) \left(\exp(-\int_0^\beta H_{np}(\tau) d\tau) \right) \right\} \quad (1.35)$$

Posons :

$$S_{tt'}(\beta) = \exp(-\int_0^\beta H_{tt'}(\tau) d\tau) \quad ; \quad t, t' = n, p \quad (1.36)$$

On a alors :

$$S(\beta) = T_\tau S_{nn}(\beta) S_{pp}(\beta) S_{np}(\beta) \quad (1.37)$$

En tenant compte de ces notations, l'opérateur densité donné par l'équation (1.14) prend la forme suivante :

$$\rho_{H'} = \rho_{H_0} T_\tau S_{nn}(\beta) S_{pp}(\beta) S_{np}(\beta) \quad \text{avec} \quad \rho_{H_0} = e^{-\beta H_0} \quad (1.38)$$

Remplaçons à présent l'intégrale sur τ qui figure dans le deuxième membre de l'équation (1.36) par une somme discrète. En effet, il suffit de subdiviser l'intervalle $[0, \beta]$ en M intervalles égaux (de longueur β/M) puis on fait tendre l'entier M vers l'infini, on obtient alors :

$$S_{tt'}(\beta) = \lim_{M \rightarrow \infty} \exp \left(-\frac{\beta}{M} \sum_{j=1}^M H_{tt'}(\tau_j) \right) \quad ; \quad t, t' = n, p \quad ; \quad \tau_j = \frac{j\beta}{M} \quad \text{et} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1.39)$$

En remplaçant $H_{tt'}$ par son expression (1.6), $S_{tt'}(\beta)$ prend alors la forme suivante :

$$S_{tt'}(\beta) = \lim_{M \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^M \exp \left(\frac{\beta}{M} G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu tt'}^\dagger(\tau_j) A_{\mu tt'}(\tau_j) \right) \quad ; \quad t, t' = n, p \quad (1.40)$$

où $A_{\nu tt'}^\dagger$ (respectivement $A_{\mu tt'}$) est donné par l'expression (1.7).

Compte tenu de tout ce qui précède, la grande fonction partition du système s'écrit alors :

$$\begin{aligned} Z = & \text{Tr} \left[e^{-\beta H_0} T_\tau \lim_{M \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^M \exp \left(\frac{\beta}{M} G_{nn} \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu nn}^\dagger(\tau_j) A_{\mu nn}(\tau_j) \right) \right. \\ & \left. \exp \left(\frac{\beta}{M} G_{pp} \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu pp}^\dagger(\tau_j) A_{\mu pp}(\tau_j) \right) \exp \left(\frac{\beta}{M} G_{pp} \sum_{\nu, \mu > 0} A_{\nu np}^\dagger(\tau_j) A_{\mu np}(\tau_j) \right) \right] \end{aligned} \quad (1.41)$$

L'interaction résiduelle d'appariement étant une interaction à deux corps, elle peut être remplacée par l'interaction d'une particule avec un champ externe moyennant la transformation de Hubbard-Stratonovitch [39].

1.2.1 Transformation d'Hubbard-Stratonovitch

Comme on l'a déjà évoqué dans l'introduction de ce chapitre, une des approximations les plus utilisées dans la résolution des systèmes en interaction, est celle du champ moyen. Cette dernière consiste à remplacer l'interaction entre particules par l'interaction d'une particule avec un champ moyen externe. Une méthode générale qui permet de remplacer l'interaction à deux corps par l'interaction d'une particule avec un champ externe est la transformation d'Hubbard-Stratonovitch [39] donnée sous la forme d'intégrale généralisée :

$$\exp(\theta^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-\pi x^2 - 2\sqrt{\pi} x \theta) \quad (1.42)$$

où θ est un opérateur hermitique et borné, et x est un champ externe. En d'autres termes, l'idée est de remplacer la forme quadratique d'un opérateur θ^2 par une forme linéaire de ce même opérateur moyennant une intégrale. En effet, l'expression (1.42) n'est autre que

la généralisation de la gaussienne habituelle :

$$\exp(t^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(-\pi x^2 - 2\sqrt{\pi}xt) \quad (1.43)$$

où t est un réel.

Compte tenu de ce qui précède (1.42), il s'agit à présent de remplacer le terme $H_{tt'}(\tau_j)$ figurant dans l'expression (1.39) par le produit de deux opérateurs $\theta_1(\tau_j)$ et $\theta_2(\tau_j)$ qui ne sont autres que :

$$\theta_1(\tau_j) = -\sqrt{G_{tt'}} \sum_{\nu>0} A_{\nu tt'}^\dagger(\tau_j) \quad \text{et} \quad \theta_2(\tau_j) = \sqrt{G_{tt'}} \sum_{\mu>0} A_{\mu tt'}(\tau_j) \quad t, t' = n, p \quad (1.44)$$

Sachant que l'intensité de l'interaction résiduelle d'appariement est petite par rapport à l'énergie du champ moyen, on peut supposer que θ_1 et θ_2 commutent et écrire :

$$\theta_1(\tau_j)\theta_2(\tau_j) = \frac{(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))^2}{4} - \frac{(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))^2}{4} \quad (1.45)$$

d'où

$$\exp\left(-\frac{\beta\theta_1(\tau_j)\theta_2(\tau_j)}{M}\right) = \exp\left(\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) \exp\left(-\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) \quad (1.46)$$

En appliquant la transformation d'Hubbard-Stratonovitch donnée par l'expression (1.42) aux deux termes de l'équation ci-dessus, on obtient :

$$\exp\left(\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx(\tau_j) \exp(-\pi x^2(\tau_j)) \exp\left(-\sqrt{\frac{\beta\pi}{M}}x(\tau_j)(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))\right) \quad (1.47)$$

où $x(\tau_j)$ est le champ externe correspondant au terme $[\beta(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))^2/4M]$. Concer-

nant le deuxième terme de l'équation (1.46), on aura :

$$\exp\left(-\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy(\tau_j) \exp(-\pi y^2(\tau_j)) \exp(-i\sqrt{\frac{\beta\pi}{M}}y(\tau_j)(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))) \quad (1.48)$$

$y(\tau_j)$ étant le champ externe correspondant au terme $[-\beta(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))^2/4M]$.

En procédant aux changements de variables :

$$X(\tau_j) = \sqrt{\frac{M}{\beta}}x(\tau_j) \quad \text{et} \quad Y(\tau_j) = \sqrt{\frac{M}{\beta}}y(\tau_j) \quad (1.49)$$

dans les expressions (1.47) et (1.48), respectivement, on obtient :

$$\exp\left(\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\beta}{M}}dX(\tau_j) \exp\left(\frac{-\pi\beta X^2(\tau_j)}{M}\right) \exp\left(\frac{-\beta\sqrt{\pi}}{M}X(\tau_j)(\theta_1(\tau_j) - \theta_2(\tau_j))\right) \quad (1.50)$$

et

$$\exp\left(-\frac{\beta(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))^2}{4M}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\beta}{M}}dY(\tau_j) \exp\left(\frac{-\pi\beta Y^2(\tau_j)}{M}\right) \exp\left(\frac{-i\beta\sqrt{\pi}}{M}Y(\tau_j)(\theta_1(\tau_j) + \theta_2(\tau_j))\right) \quad (1.51)$$

L'expression (1.39) devient alors :

$$S_{tt'}(\beta) = \lim_{M \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^M \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\beta}{M}}dX(\tau_j) \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\beta}{M}}dY(\tau_j) \exp\left(\frac{-\pi\beta(X^2(\tau_j) + Y^2(\tau_j))}{M}\right) \exp\left(\frac{-\beta\sqrt{\pi}}{M}[(X(\tau_j) + iY(\tau_j))\theta_1(\tau_j) - (X(\tau_j) - iY(\tau_j))\theta_2(\tau_j)]\right) \quad (1.52)$$

Notons par :

$$\int \mathfrak{D}X = \lim_{M \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j=1}^M \sqrt{\frac{\beta}{M}} dX(\tau_j) \quad \text{et} \quad \int \mathfrak{D}Y = \lim_{M \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{j=1}^M \sqrt{\frac{\beta}{M}} dY(\tau_j) \quad (1.53)$$

les mesures pour les chemins $X(\tau_j)$ et $Y(\tau_j)$, $S_{tt'}(\beta)$ s'écrit alors :

$$S_{tt'}(\beta) = \int \mathfrak{D}X \int \mathfrak{D}Y \exp \left(-\pi \int_0^\beta (X^2(\tau) + Y^2(\tau)) d\tau \right) \exp \left(-\sqrt{\pi} \int_0^\beta d\tau [(X(\tau) + iY(\tau))\theta_1(\tau) - (X(\tau) - iY(\tau))\theta_2(\tau)] \right) \quad (1.54)$$

qui devient en posant $z_{tt'}(\tau) = X(\tau) + iY(\tau)$, $z_{tt'}$ étant un champ complexe

$$S_{tt'}(\beta) = \int \mathfrak{D}z_{tt'} \exp \left(-\pi \int_0^\beta |z_{tt'}(\tau)|^2 d\tau \right) \exp \left(-\sqrt{\pi} \int_0^\beta d\tau [z_{tt'}(\tau)\theta_1(\tau) - \bar{z}_{tt'}(\tau)\theta_2(\tau)] \right) \quad (1.55)$$

où l'on a tenu compte du fait que :

$$\int \mathfrak{D}z_{tt'} = \int \mathfrak{D}X \mathfrak{D}Y \quad (1.56)$$

et $\bar{z}_{tt'}$ désigne le complexe conjugué de $z_{tt'}$.

En remplaçant θ_1 et θ_2 par leurs expressions (1.44), $S_{tt'}(\beta)$ devient :

$$S_{tt'}(\beta) = \int \mathfrak{D}z_{tt'} \exp \left(-\pi \int_0^\beta d\tau |z_{tt'}(\tau)|^2 \right) \exp \left(\sqrt{\pi G_{tt'}} \int_0^\beta d\tau \sum_{\nu > 0} \left(A_{\nu tt'}^\dagger(\tau) z_{tt'}(\tau) + A_{\nu tt'}(\tau) \bar{z}_{tt'}(\tau) \right) \right) \quad (1.57)$$

Compte tenu de tout ce qui précède, la grande fonction partition Z est donnée par :

$$\begin{aligned}
Z = & \int \mathfrak{D}z_{pp} \int \mathfrak{D}z_{nn} \int \mathfrak{D}z_{np} \\
& \exp \left(-\pi \int_0^\beta d\tau (|z_{pp}(\tau)|^2 + |z_{nn}(\tau)|^2 + |z_{np}(\tau)|^2) \right) \\
& Tr \left(\exp(-\beta H_0) T_\tau \exp \left(\int_0^\beta \mathcal{H}_{11}(\tau) d\tau \right) \right)
\end{aligned} \tag{1.58}$$

où l'on a noté par $\mathcal{H}_{11}$ ce qui suit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{11}(\tau) = & \sqrt{\pi G_{np}} \sum_{\nu > 0} (A_{\nu np}^\dagger(\tau) z_{np}(\tau) + A_{\nu np}(\tau) \bar{z}_{np}(\tau)) \\
& + \sum_{t=n,p} \sqrt{\pi G_{tt}} \sum_{\nu > 0} (A_{\nu tt}^\dagger(\tau) z_{tt}(\tau) + A_{\nu tt}(\tau) \bar{z}_{tt}(\tau))
\end{aligned} \tag{1.59}$$

L'équation (1.58) est une intégrale fonctionnelle représentant la grande fonction partition Z d'un système à particules indépendantes interagissant avec un champ complexe $z_{tt'}$ dépendant d'un temps imaginaire τ qui dans le cadre de la présente étude représente l'inverse de la température. L'intégrale qui apparaît dans l'expression de Z étant très compliquée à calculer, on l'évalue approximativement dans le cadre de l'approximation statique.

1.2.2 Approximation du chemin statique

Un calcul exact de la grande fonction partition Z se fait en principe en prenant en considération tous les chemins d'intégration complexes possibles $z_{tt'}(\tau)$ reliant 0 à β . Le problème étant compliqué, une des manières de le contourner est d'utiliser des approximations dont l'approximation du chemin statique (*SPA*). Dans cette dernière, on suppose que les champs $X(\tau)$, $Y(\tau)$ et par conséquent $z_{tt'}(\tau)$ sont indépendants du temps imaginaire τ [27, 83].

Par conséquent, dans le cadre de cette approximation, l'intégrale fonctionnelle qui apparaît dans l'expression de la grande fonction partition se réduit à une intégrale triple

ordinaire portant sur les variables z_{pp} , z_{nn} et z_{np} . L'expression précédente de la grande fonction partition (1.58) s'écrit alors :

$$Z = \int dz_{pp} \int dz_{nn} \int dz_{np} \exp(-\pi\beta(|z_{pp}|^2 + |z_{nn}|^2 + |z_{np}|^2)) \text{Tr}(\exp -\beta H'') \quad (1.60)$$

où l'on a noté par :

$$\begin{aligned} H'' = & \sum_{\substack{\nu>0 \\ t=n,p}} \left[\tilde{e}_{\nu t} \left(a_{\nu t}^\dagger a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^\dagger a_{\tilde{\nu} t} \right) - \sqrt{\pi G_{tt}} \left(a_{\nu t}^\dagger a_{\tilde{\nu} t}^\dagger z_{tt} + a_{\tilde{\nu} t} a_{\nu t} \bar{z}_{tt} \right) \right] \\ & - \sqrt{\pi G_{np}} \sum_{\nu>0} \left(\left(a_{\nu p}^\dagger a_{\tilde{\nu} n}^\dagger + a_{\nu n}^\dagger a_{\tilde{\nu} p}^\dagger \right) z_{np} + (a_{\tilde{\nu} n} a_{\nu p} + a_{\tilde{\nu} p} a_{\nu n}) \bar{z}_{np} \right) \end{aligned} \quad (1.61)$$

Le calcul de Z passe d'abord par celui d'une trace. Notre but à présent est de réécrire H'' sous forme diagonale.

1.2.3 Diagonalisation de l'hamiltonien H''

En tenant compte des relations d'anticommutation des fermions données par les relations (1.3), nous obtenons aisément l'expression suivante de l'hamiltonien H'' , à savoir [83] :

$$H'' = \sum_{\nu>0} \left(\tilde{e}_{\nu p} + \tilde{e}_{\nu n} + \begin{pmatrix} a_{\nu p}, & a_{\nu n}, & a_{\tilde{\nu} p}^\dagger, & a_{\tilde{\nu} n}^\dagger \end{pmatrix} \mathcal{A}_\nu \begin{pmatrix} a_{\nu p}^\dagger \\ a_{\nu n}^\dagger \\ a_{\tilde{\nu} p} \\ a_{\tilde{\nu} n} \end{pmatrix} \right) \quad (1.62)$$

où $\mathcal{A}_\nu$ est appelée matrice d'excitation et est donnée par :

$$\mathcal{A}_\nu = \begin{pmatrix} -\tilde{e}_{\nu p} & 0 & \bar{\Delta}_{pp} & \bar{\Delta}_{np} \\ 0 & -\tilde{e}_{\nu n} & \bar{\Delta}_{np} & \bar{\Delta}_{nn} \\ \Delta_{pp} & \Delta_{np} & \tilde{e}_{\nu p} & 0 \\ \Delta_{np} & \Delta_{nn} & 0 & \tilde{e}_{\nu n} \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

où l'on a posé :

$$\Delta_{tt} = z_{tt}\sqrt{\pi G_{tt}} \quad t = n, p \quad \text{et} \quad \Delta_{np} = z_{np}\sqrt{\pi G_{np}} \quad (1.64)$$

Afin de trouver les énergies des quasi-particules et les vecteurs propres correspondants définissant la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin, on doit diagonaliser la matrice d'excitation $\mathcal{A}_\nu$. En effet, ses valeurs propres représentent les énergies des quasi-particules et les vecteurs propres correspondants définissent la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin.

Valeurs propres-Énergie des quasi-particules

Les valeurs propres de $\mathcal{A}_\nu$ sont solutions de l'équation bicarrée en λ suivante :

$$\lambda^4 - \lambda^2 (E_{\nu p}^2 + E_{\nu n}^2 + 2|\Delta_{np}|^2) + E_{\nu n}^2 E_{\nu p}^2 + |\Delta_{np}|^2 \Delta_{np}^2 + |\Delta_{np}|^2 (2\tilde{e}_{\nu p}\tilde{e}_{\nu n} - \Delta_{pp}\Delta_{nn}) - \Delta_{np}^2 \bar{\Delta}_{pp}\bar{\Delta}_{nn} = 0 \quad (1.65)$$

où l'on a posé :

$$E_{\nu t} = \sqrt{\tilde{e}_{\nu t}^2 + |\Delta_{tt}|^2}; \quad t = n, p \quad (1.66)$$

Tous calculs faits, les valeurs propres de $\mathcal{A}_\nu$ sont $\pm E_{\nu\tau}$, $\tau = 1, 2$ avec :

$$E_{\nu\tau}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (E_{\nu p}^2 + E_{\nu n}^2 + 2|\Delta_{np}|^2) + (-1)^{\tau+1} \sqrt{(E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2)^2 + 4|\bar{\Delta}_{pp}\Delta_{np} + \Delta_{nn}\bar{\Delta}_{np}|^2 + 4|\Delta_{np}|^2(\tilde{e}_{\nu p} - \tilde{e}_{\nu n})^2} \right\} \quad (1.67)$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$E_{\nu\tau}^2 = \frac{1}{2} \left\{ E_{\nu p}^2 + E_{\nu n}^2 + 2|\Delta_{np}|^2 + (-1)^{\tau+1} R_\nu \right\}; \quad \tau = 1, 2 \quad (1.68)$$

avec :

$$R_\nu = \sqrt{(E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2)^2 + 4|\Delta_{np}|^2(\tilde{e}_{\nu p} - \tilde{e}_{\nu n})^2 + 4|\bar{\Delta}_{pp}\Delta_{np} + \Delta_{nn}\bar{\Delta}_{np}|^2} \quad (1.69)$$

On obtient ainsi deux types de quasi-particules correspondant aux deux valeurs de $\tau = 1, 2$ d'énergie $E_{\nu\tau}$ donnée par la forme finale suivante :

$$E_{\nu\tau}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (E_{\nu p}^2 + E_{\nu n}^2 + 2\Delta_{np}^2) + (-1)^{\tau+1} \sqrt{(E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2)^2 + 4\Delta_{np}^2 [\Delta_{pp} + \Delta_{nn}]^2 + 4\Delta_{np}^2 (\tilde{e}_{\nu p} - \tilde{e}_{\nu n})^2} \right\} \quad ; \quad \tau = 1, 2 \quad (1.70)$$

où l'on a tenu compte du fait que les grandeurs $\Delta_{tt'}$ représentent les paramètres du gap ce sont donc des quantités réelles. Nous remarquons qu'en l'absence d'appariement neutron-proton, i. e. $\Delta_{np} = 0$, les énergies des quasi-particules $E_{\nu\tau}$ se réduisent aux énergies des quasi-particules relatives à l'appariement entre particules identiques. En effet, $E_{\nu 1} = (\tilde{e}_{\nu p}^2 + \Delta_{pp}^2)^{\frac{1}{2}} \equiv E_{\nu p}$ est l'énergie des quasi-particules de type 1 qui correspondent aux protons et $E_{\nu 2} = (\tilde{e}_{\nu n}^2 + \Delta_{nn}^2)^{\frac{1}{2}} \equiv E_{\nu n}$ est l'énergie des quasi-particules de type 2 qui correspondent aux neutrons.

Vecteurs propres-Transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin

Nous allons expliciter à présent les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres $E_{\nu\tau}$ ($\tau = 1, 2$). La diagonalisation de la matrice d'excitation $\mathcal{A}_\nu$ consiste à déterminer deux matrices D_ν et T_ν de sorte que D_ν est une matrice diagonale qui contient les valeurs propres déjà établies et T_ν est la matrice des vecteurs propres correspondants. Ces deux matrices sont données respectivement par :

$$D_\nu = \begin{pmatrix} E_{\nu 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{\nu 2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_{\nu 1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E_{\nu 2} \end{pmatrix} \quad ; \quad T_\nu = \begin{pmatrix} u_{\nu 1p} & u_{\nu 1n} & v_{\nu 1p} & v_{\nu 1n} \\ u_{\nu 2p} & u_{\nu 2n} & v_{\nu 2p} & v_{\nu 2n} \\ -v_{\nu 1p} & -v_{\nu 1n} & u_{\nu 1p} & u_{\nu 1n} \\ -v_{\nu 2p} & -v_{\nu 2n} & u_{\nu 2p} & u_{\nu 2n} \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

avec ces notations, $\mathcal{A}_\nu$ s'écrit :

$$\mathcal{A}_\nu = T_\nu^+ D_\nu T_\nu \quad (1.72)$$

T_ν^+ désigne la matrice adjointe.

Les vecteurs $X_\nu^\tau = \begin{pmatrix} u_{\nu\tau p} \\ u_{\nu\tau n} \\ v_{\nu\tau p} \\ v_{\nu\tau n} \end{pmatrix}$ avec $(\tau = 1, 2)$ sont les vecteurs propres associés aux

valeurs propres $E_{\nu\tau}$ ($\tau = 1, 2$). Ils sont normés à l'unité : i.e. $\|X_\nu^{\tau=1}\|^2 = \|X_\nu^{\tau=2}\|^2 = 1$ et sont orthogonaux : $X_\nu^{\tau=1} \cdot X_\nu^{\tau=2} = 0$. La relation de normalisation donne :

$$u_{\nu 1p}^2 + u_{\nu 1n}^2 + v_{\nu 1p}^2 + v_{\nu 1n}^2 = u_{\nu 2p}^2 + u_{\nu 2n}^2 + v_{\nu 2p}^2 + v_{\nu 2n}^2 = 1 \quad (1.73)$$

et celle de l'orthogonalité conduit à :

$$u_{\nu 1p}u_{\nu 2p} + u_{\nu 1n}u_{\nu 2n} + v_{\nu 1p}v_{\nu 2p} + v_{\nu 1n}v_{\nu 2n} = 0 \quad (1.74)$$

Les composantes du vecteur X_ν^τ ($\tau = 1, 2$) sont données par [51, 120] :

$$u_{\nu\tau p} = \frac{T_{\nu 1}^\tau}{T_\nu^\tau} \quad , \quad u_{\nu\tau n} = -\frac{T_{\nu 2}^\tau}{T_\nu^\tau} \quad , \quad v_{\nu\tau p} = \frac{T_{\nu 3}^\tau}{T_\nu^\tau} \quad , \quad v_{\nu\tau n} = -\frac{T_{\nu 4}^\tau}{T_\nu^\tau} \quad (1.75)$$

où :

$$T_{\nu 1}^\tau = (E_{\nu\tau} - \tilde{e}_{\nu p}) (\tilde{e}_{\nu n}^2 + |\Delta_{nn}|^2 - E_{\nu\tau}^2) + |\Delta_{np}|^2 (E_{\nu\tau} - \tilde{e}_{\nu n}) \quad (1.76)$$

$$T_{\nu 2}^\tau = \bar{\Delta}_{np}\Delta_{pp}(E_{\nu\tau} - \tilde{e}_{\nu n}) + \bar{\Delta}_{nn}\Delta_{np}(E_{\nu\tau} - \tilde{e}_{\nu p}) \quad (1.77)$$

$$T_{\nu 3}^\tau = \Delta_{pp}(\tilde{e}_{\nu n}^2 - E_{\nu\tau}^2) + \bar{\Delta}_{nn}(\Delta_{pp}\Delta_{nn} - |\Delta_{np}|^2) \quad (1.78)$$

$$T_{\nu 4}^\tau = \Delta_{np}(\tilde{e}_{\nu n} + E_{\nu\tau})(E_{\nu\tau} - \tilde{e}_{\nu p}) + \bar{\Delta}_{np}(\Delta_{pp}\Delta_{nn} - |\Delta_{np}|^2) \quad (1.79)$$

et

$$T_\nu^\tau = \sqrt{(T_{\nu 1}^\tau)^2 + (T_{\nu 2}^\tau)^2 + (T_{\nu 3}^\tau)^2 + (T_{\nu 4}^\tau)^2} \quad ; \quad \tau = 1, 2 \quad (1.80)$$

Les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres $E_{\nu\tau}$ définissent ainsi la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin. Cette dernière est donnée, en introduisant

des nouveaux opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules $\alpha_{\nu\tau}^\dagger$ et $\alpha_{\tilde{\nu}\tau}$ respectivement par :

$$\begin{cases} \alpha_{\nu\tau}^\dagger = \sum_t \left(u_{\nu\tau t} a_{\nu t}^\dagger + v_{\nu\tau t} a_{\tilde{\nu} t} \right) \\ \alpha_{\tilde{\nu}\tau} = \sum_t \left(-v_{\nu\tau t} a_{\nu t}^\dagger + u_{\nu\tau t} a_{\tilde{\nu} t} \right) \end{cases} \quad \text{avec } t = p, n \quad \text{et} \quad \tau = 1, 2 \quad (1.81)$$

Les nouveaux opérateurs $\alpha_{\nu\tau}^\dagger$ et $\alpha_{\tilde{\nu}\tau}$ sont combinaisons linéaires des opérateurs de création et d'annihilation de vraies particules $a_{\nu t}^\dagger$ et $a_{\tilde{\nu} t}$. Ils obéissent aux relations d'anticommutation des fermions, à savoir :

$$\left\{ \alpha_{\nu\tau}, \alpha_{\mu\tau'}^\dagger \right\} = \delta_{\nu\mu} \delta_{\tau\tau'} \quad \text{et} \quad \left\{ \alpha_{\nu\tau}, \alpha_{\mu\tau'} \right\} = \left\{ \alpha_{\nu\tau}^\dagger, \alpha_{\mu\tau'}^\dagger \right\} = 0 \quad (1.82)$$

avec :

$$\sum_{t=n,p} (u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau' t} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau' t}) = \delta_{\tau\tau'} \quad (1.83)$$

L'unitarité de la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin est assurée par la relation suivante :

$$\sum_{t=n,p} (u_{\nu\tau t}^2 + v_{\nu\tau t}^2) = 1 \quad , \quad \tau = 1, 2 \quad (1.84)$$

De même, la transformation généralisée inverse de Bogoliubov-Valatin est donnée par :

$$\begin{cases} a_{\nu t}^\dagger = \sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t} \alpha_{\nu\tau}^\dagger - v_{\nu\tau t} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}) \\ a_{\tilde{\nu} t} = \sum_{\tau=1,2} (v_{\nu\tau t} \alpha_{\nu\tau}^\dagger + u_{\nu\tau t} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}) \end{cases} \quad (1.85)$$

avec :

$$\sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'}) = \delta_{tt'} \quad (1.86)$$

soit,

$$\sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t}^2 + v_{\nu\tau t}^2) = 1 \quad , \quad t = n, p \quad (1.87)$$

Cette dernière expression assure l'unitarité de la transformation généralisée inverse de Bogoliubov-Valatin.

Notons que les expressions (1.84) et (1.87) conduisent à :

$$\begin{cases} u_{\nu 1n}^2 + v_{\nu 1n}^2 = u_{\nu 2p}^2 + v_{\nu 2p}^2 \\ u_{\nu 1p}^2 + v_{\nu 1p}^2 = u_{\nu 2n}^2 + v_{\nu 2n}^2 \end{cases} \quad (1.88)$$

Dans cette représentation dite représentation quasi-particules, l'hamiltonien H'' a une forme diagonale, à savoir :

$$H'' = \sum_{\substack{\nu > 0 \\ t=p,n}} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} + \sum_{\substack{\nu > 0 \\ \tau=1,2}} E_{\nu\tau} \left(\alpha_{\nu\tau}^\dagger \alpha_{\nu\tau} - \alpha_{\tilde{\nu}\tau} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}^\dagger \right) \quad (1.89)$$

où l'on a noté par :

$$\tilde{\varepsilon}_{\nu t} = (e_{\nu t} - \lambda_t) - (G_{tt} + G_{np})/2 \quad ; \quad t = p, n \quad (1.90)$$

Compte-tenu de ceci, l'expression (1.60) de la grande fonction partition Z devient :

$$\begin{aligned} Z = & \int dz_{pp} \int dz_{nn} \int dz_{np} \exp \left(-\pi\beta (|z_{pp}|^2 + |z_{nn}|^2 + |z_{np}|^2) \right) \exp \left(-\beta \sum_{\substack{\nu > 0 \\ t=p,n}} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} \right) \\ & \cdot \prod_{\substack{\nu > 0 \\ \tau=1,2}} Tr \left(\exp \left(-\beta E_{\nu\tau} \left(\alpha_{\nu\tau}^\dagger \alpha_{\nu\tau} - \alpha_{\tilde{\nu}\tau} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}^\dagger \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (1.91)$$

L'opérateur $\alpha_{\nu\tau}^\dagger \alpha_{\nu\tau}$ est l'opérateur nombre d'occupation de l'état $|\nu\tau\rangle$ par une quasi-particule de type τ . Ses seules valeurs propres possibles sont donc 0 et 1. Cette dernière

expression de Z devient donc :

$$\begin{aligned}
Z &= \int dz_{pp} \int dz_{nn} \int dz_{np} \exp(-\pi\beta(|z_{pp}|^2 + |z_{nn}|^2 + |z_{np}|^2)) \exp\left(-\beta \sum_{\substack{\nu>0 \\ t=p,n}} \tilde{\varepsilon}_{\nu t}\right) \\
&\times \prod_{\substack{\nu>0 \\ \tau=1,2}} (1 + \exp(-\beta E_{\nu\tau}))(1 + \exp(\beta E_{\nu\tau}))
\end{aligned} \tag{1.92}$$

qui n'est autre que :

$$\begin{aligned}
Z &= \int dz_{pp} \int dz_{nn} \int dz_{np} \exp -\beta [\pi(|z_{pp}|^2 + |z_{nn}|^2 + |z_{np}|^2) \\
&+ \sum_{\nu>0} \left[\tilde{\varepsilon}_{\nu p} + \tilde{\varepsilon}_{\nu n} - \frac{1}{\beta} \ln \left(\prod_{\tau} 4ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \right) \right]]
\end{aligned} \tag{1.93}$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$Z = \int dz_{nn} \int dz_{pp} \int dz_{np} \exp(-\beta F(z)) \tag{1.94}$$

où F est l'énergie libre du système donnée par l'expression :

$$F(z) = \pi(|z_{pp}|^2 + |z_{nn}|^2 + |z_{np}|^2) + \sum_{\nu>0} \left[\tilde{\varepsilon}_{\nu p} + \tilde{\varepsilon}_{\nu n} - \frac{1}{\beta} \ln \left(\prod_{\tau} 4ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \right) \right] \tag{1.95}$$

ou encore

$$F(z) = \sum_{tt'} \frac{|\Delta_{tt'}|^2}{G_{tt'}} + \sum_{\nu>0} \left[\sum_t \tilde{\varepsilon}_{\nu t} - \frac{1}{\beta} \ln \left(\prod_{\tau} 4ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \right) \right] \tag{1.96}$$

où l'on a tenu compte de l'expression (1.64) et l'on désigne par $\sum'_{tt'} f_{tt'} \equiv f_{nn} + f_{pp} + f_{np}$.

1.3 Approximation au point de selle-Équations du gap

L'approximation au point de selle consiste à prendre la contribution maximale de la fonction partition Z , ce qui correspond à la contribution minimale de l'exposant de l'expression (1.94) donc de F .

En effet, F est minimale [1] lorsque :

$$\frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}_{tt'}} = 0 \quad ; \quad t, t' = n, p \quad (1.97)$$

qui n'est autre que :

$$\frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}_{pp}} = \frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}_{nn}} = \frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}_{np}} = 0 \quad (1.98)$$

On obtient :

$$\frac{\partial F(z)}{\partial \bar{z}_{tt'}} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\Delta}_{tt'}} = 0 \quad (1.99)$$

soit ;

$$2\pi z_{tt'} = \frac{1}{\beta} \sum_{\nu > 0, \tau} \left[\frac{\partial}{\partial E_{\nu\tau}} \left(4ch^2 \frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) / \left(4ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \right) \right] \frac{\partial E_{\nu\tau}}{\partial \bar{z}_{tt'}} \quad (1.100)$$

qui n'est autre que :

$$2\pi z_{tt'} = \sum_{\nu > 0, \tau} \left[\frac{\partial E_{\nu\tau}}{\partial \bar{z}_{tt'}} th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \right] \quad (1.101)$$

où l'énergie des quasi-particules $E_{\nu\tau}$ est donnée par l'expression (1.70). Compte tenu du fait que les différents paramètres du gap sont réels, nous obtenons tous calculs faits :

$$\frac{4\Delta_{pp}}{G_{pp}} = \sum_{\nu > 0, \tau} \frac{1}{E_{\nu\tau}} \left[\Delta_{pp} + (-1)^{\tau+1} \frac{(E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2)\Delta_{pp} + 2\Delta_{np}^2(\Delta_{nn} + \Delta_{pp})}{R_\nu} \right] th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) \quad (1.102)$$

$$\frac{4\Delta_{nn}}{G_{nn}} = \sum_{\nu>0,\tau} \frac{1}{E_{\nu\tau}} \left[\Delta_{nn} + (-1)^{\tau+1} \frac{(E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2)\Delta_{nn} + 2\Delta_{np}^2(\Delta_{nn} + \Delta_{pp})}{R_{\nu}} \right] th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right) \quad (1.103)$$

$$\frac{2}{G_{np}} = \sum_{\nu>0,\tau} \frac{1}{E_{\nu\tau}} \left[1 + (-1)^{\tau+1} \frac{E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 + 2(\Delta_{nn}\Delta_{pp} - \tilde{\epsilon}_{\nu n}\tilde{\epsilon}_{\nu p})}{R_{\nu}} \right] th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right) \quad (1.104)$$

où R_{ν} est donné par (1.69).

En ce qui concerne la conservation en moyenne du nombre de particules pour les deux types de nucléons, elle est donnée en utilisant la transformation généralisée inverse de Bogoliubov-Valatin (1.85) par :

$$\langle N_t \rangle = \sum_{\nu>0,\tau\tau'} [u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau' t} \delta_{\tau\tau'} \eta_{\nu\tau} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau' t} (1 - \eta_{\nu\tau}) \delta_{\tau\tau'}] \quad ; \quad t = n, p \quad (1.105)$$

Sachant que les nucléons sont des fermions qui obéissent à la statistique de Fermi-Dirac caractérisée par son nombre d'occupation $\eta_{\nu\tau}$ donné par :

$$\eta_{\nu\tau} = \frac{1}{1 + \exp(\beta E_{\nu\tau})} = \frac{1}{2} \left(1 - th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right) \right) \quad (1.106)$$

l'expression précédente de $\langle N_t \rangle$ s'écrit alors :

$$\langle N_t \rangle = \sum_{\nu>0} \left[1 - \sum_{\tau} (u_{\nu\tau t}^2 - v_{\nu\tau t}^2) th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right) \right] \quad ; \quad t = n, p \quad (1.107)$$

Les équations (1.102) à (1.104) et (1.107) forment un système de 5 équations non linéaires à 5 inconnues qui sont les trois paramètres du gap Δ_{pp} , Δ_{nn} et Δ_{np} ainsi que les deux niveaux de Fermi des systèmes protons et neutrons λ_p et λ_n respectivement. L'ensemble de ces équations constitue les équations du gap généralisées dans le cas isovectoriel à température finie [76].

Il serait intéressant à ce niveau du calcul de voir ce que deviennent ces équations du gap généralisées dans le cas où l'appariement np est nul ($\Delta_{np} = 0$) à température finie ensuite à température nulle.

1.3.1 Équations du gap en l'absence d'appariement np à température finie

En l'absence de l'appariement np (i. e. $\Delta_{np} = 0$), les cinq équations du gap généralisées se réduisent à leurs homologues de la théorie $FTBCS$ pour un système de particules identiques [16]. En effet, on obtient aisément les relations suivantes :

$$\frac{2}{G_{nn}} = \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu nn}} th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu n} \right) \quad ; \quad \frac{2}{G_{pp}} = \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu pp}} th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu p} \right) \quad (1.108)$$

En ce qui concerne la condition de conservation du nombre de particules, elle devient :

$$\langle N_t \rangle = \sum_{\nu>0} \left[1 - \frac{\tilde{\epsilon}_{\nu t}}{E_{\nu t}} th \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right) \right] \quad ; \quad t = n, p \quad (1.109)$$

L'ensemble de ces équations (1.108) et (1.109), pour un type de nucléon proton ou neutron constitue les équations du gap usuelles obtenues pour un système de particules identiques à température finie soit par l'approche $FTBCS$ [25, 27, 83] ou par la méthode des intégrales fonctionnelles [83]. Concernant l'équation (1.104), elle s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(G_{np})_c} = & \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu n}} \left[\frac{E_{\nu n}^2 + \Delta_{nn}\Delta_{pp} - \tilde{\epsilon}_{\nu n}\tilde{\epsilon}_{\nu p}}{E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2} \right] th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu n} \right) \\ & + \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu p}} \left[\frac{E_{\nu p}^2 + \Delta_{nn}\Delta_{pp} - \tilde{\epsilon}_{\nu n}\tilde{\epsilon}_{\nu p}}{E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2} \right] th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu p} \right) \end{aligned} \quad (1.110)$$

Elle peut être interprétée comme l'équation permettant de calculer la valeur de G_{np} critique, à température finie, en dessous de laquelle l'appariement np disparaît.

1.3.2 Équations du gap en l'absence d'appariement np à température nulle

En l'absence d'appariement np ($\Delta_{np} = 0$) et à température nulle, les expressions (1.108) et (1.109) deviennent :

$$\frac{2}{G_{tt}} = \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu t}} \quad ; \quad \langle N_t \rangle = 2 \sum_{\nu>0} \left[1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_{\nu t}}{E_{\nu t}} \right] \quad (1.111)$$

Ces deux équations pour un type de nucléon t , constituent les équations du gap usuelles de la théorie BCS pour un système de particules identiques [1, 2]. Quant à l'équation (1.104), qui s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(G_{np})_c} = & \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu n}} \left[\frac{E_{\nu n}^2 + \Delta_{nn}\Delta_{pp} - \tilde{\varepsilon}_{\nu n}\tilde{\varepsilon}_{\nu p}}{E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2} \right] \\ & + \sum_{\nu>0} \frac{1}{E_{\nu p}} \left[\frac{E_{\nu p}^2 + \Delta_{nn}\Delta_{pp} - \tilde{\varepsilon}_{\nu n}\tilde{\varepsilon}_{\nu p}}{E_{\nu p}^2 - E_{\nu n}^2} \right] \end{aligned} \quad (1.112)$$

elle permet, là encore, d'évaluer la valeur $(G_{np})_c$ critique en dessous de laquelle l'appariement np disparaît.

1.3.3 Équations du gap à température nulle et en présence de l'appariement np

Les équations du gap obtenues dans le cadre de la présente étude généralisent bien celles déjà obtenues dans des études antérieures où seul l'appariement isovectoriel a été étudié sans prise en compte de l'effet de la température [57–59]. Rappelons que ces dernières sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta_{tt'} = -G_{tt'} \sum_{\nu>0, \tau} (u_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} + u_{\nu\tau t'} v_{\nu\tau t}) & ; \quad t, t' = p, n \\ \langle BCS | \hat{N}_t | BCS \rangle = 2 \sum_{\substack{\nu>0 \\ \tau, t}} v_{\nu\tau t}^2 & \tau = 1, 2 \end{array} \right. \quad (1.113)$$

La résolution numériques des équations du gap généralisées (1.102) à (1.104) et (1.107) à température finie passe d’abord par leur résolution à température nulle. En effet, ceci nous permet de valider notre code de calcul et de vérifier que réellement les équations (1.102) à (1.104) et (1.107) [76–88] à température finie constituent une généralisation des équations du gap de l’appariement isovectoriel à température nulle [57–59].

1.4 Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans le présent chapitre à l’étude de l’effet de l’interaction résiduelle d’appariement (pp , nn , np) en tenant compte explicitement de la température par le formalisme des intégrales de chemin. C’est d’abord la grande fonction partition du système qui a été établie. Par ailleurs, moyennant quelques approximations telles que l’approximation du chemin statique et celle du point de selle, les équations du gap généralisées ont été obtenues. Là encore, on a vérifié aisément qu’en l’absence d’appariement np à température finie ensuite à température nulle, nous retrouvions les équations du gap pour un système de particules identiques à température finie et à température nulle respectivement. Finalement, nous avons fait remarquer que les équations du gap obtenues dans la présente étude généralisent bien celles établies dans des études précédentes où l’on a tenu compte uniquement de l’appariement isovectoriel sans considérer l’effet de la température.

Les solutions des équations du gap généralisées obtenues dans ce chapitre ont été utilisées dans l’évaluation de diverses observables physiques des systèmes chauds comme la capacité calorifique, l’entropie et l’énergie du système [78, 80–83]. À présent, il serait intéressant d’utiliser ces mêmes solutions ($\Delta_{tt'}$, $\lambda_{t,t'}$ avec $t, t' = n, p$) afin d’étudier les noyaux chauds en rotation et d’évaluer leurs moments d’inertie [79, 84–88]. Pour ce faire, on commencera d’abord par établir l’expression des moments d’inertie dans le cadre de l’appariement isovectoriel pour les noyaux chauds en rotation, ce qui constitue le but du prochain chapitre.

Chapitre 2

Moment d'inertie

2.1 Introduction

Le moment d'inertie nucléaire joue un rôle très important dans la description des noyaux en rotation. Étant sensible à la déformation, sa mesure fournit indirectement des informations précieuses et utiles sur la forme des noyaux. Cette observable a fait l'objet, depuis ces dernières décennies, de plusieurs travaux et différents modèles tels que le modèle du flux irrotationnel, rotationnel et le modèle de cranking furent élaborés afin de l'évaluer [3]. Malheureusement, les études réalisées dans le cadre de ces modèles, ont montré qu'il existe un écart important entre les prédictions théoriques et les valeurs expérimentales correspondantes. Plusieurs contributions ont eu pour objectif de réduire cet écart et cela dans le but de pouvoir faire de meilleures prédictions des moments d'inertie des noyaux pour lesquels les valeurs expérimentales n'existent pas. Rappelons brièvement, dans ce qui suit, ces différents modèles.

Dans le modèle du flux irrotationnel [121], le noyau est assimilé à une goutte liquide incompressible dont le mouvement est identique à celui d'une onde se propageant sur la surface nucléaire, la déformation occasionnée dans ce cas est superficielle. En effet, l'interaction entre les particules est considérée extrêmement forte ce qui implique que toute l'excitation donnée au système est immédiatement distribuée entre de nombreux

nucléons. Les résultats théoriques donnés dans le cadre de ce modèle sont environ cinq fois plus faibles que les résultats expérimentaux correspondants [3].

Dans le modèle du flux rotationnel, le mouvement du noyau est assimilé à celui d'un corps rigide en rotation. Tout se passe comme si les particules étaient fixées au système de référence intrinsèque. Là encore, il existe une nette différence entre les prévisions théoriques et les valeurs expérimentales correspondantes : Ces dernières sont environ trois fois plus faibles que les valeurs théoriques [121]. Ceci est dû au fait que les états des particules indépendantes constituent une mauvaise approximation des états excités pour lesquels les interactions résiduelles, et en particulier l'interaction d'appariement nucléon-nucléon, ne sont pas négligeables.

Le modèle du cranking d'Inglis [4], quant à lui suppose que les nucléons ne suivent pas de manière rigide le mouvement global de rotation. Dans cette approche, le noyau est considéré comme un amas de corpuscules se déplaçant indépendamment les uns des autres dans un champ moyen et l'effet de la rotation de l'ensemble est traité comme une perturbation du système. En d'autres termes, les vitesses collectives du noyau sont très faibles comparées aux vitesses intrinsèques des constituants. Cette hypothèse appelée approximation adiabatique a permis de justifier le découplage entre le mouvement des particules indépendantes dans le champ moyen et les modes collectifs du noyau. Par conséquent, le moment d'inertie ne dépend que de la fonction d'onde intrinsèque des nucléons. Les résultats obtenus dans le cadre de ce modèle sont deux à trois fois plus grands que les valeurs expérimentales correspondantes. Ceci a été interprété par Bohr et Mottelson comme dû à la non prise en compte des corrélations résiduelles dont la composante la plus importante est celle due aux corrélations d'appariement [117]. C'est ainsi que des améliorations ont été apportées à ce modèle de base en introduisant ce type de corrélations essentiellement d'appariement entre particules identiques. En faisant l'hypothèse que les nucléons occupent des états renversés l'un de l'autre par rapport au sens du temps et interagissent fortement entre eux, Belyaev [5] a établi l'expression du moment d'inertie dans le cadre de l'approximation *BCS*. Les prédictions théoriques,

faites depuis, reproduisent l’allure générale du moment d’inertie pour plusieurs noyaux des terres rares et des actinides. Malheureusement, les valeurs théoriques ont été excessivement réduites par la théorie *BCS* et les valeurs des moments d’inertie obtenues dans cette approche pour ces mêmes noyaux pris dans leur état fondamental sont inférieures de 10 à 40% [1, 2, 8, 48] aux valeurs expérimentales correspondantes. Brack et al. [8] ont montré que même l’utilisation d’une force d’appariement qui dépend de la densité de niveaux près de la surface de Fermi dans le cadre d’un modèle réaliste comme celui de Woods-Saxon pourrait ne pas réduire cet écart.

Plusieurs travaux ont pris en considération les corrélations d’appariement entre particules identiques dans le calcul du moment d’inertie. Citons à titre d’exemple, le travail de N. H. Allal et M. Fellah [89, 90] qui ont attribué cet écart au défaut majeur que connaît l’approximation *BCS* qui est la non conservation du nombre de particules qui se répercute sur les valeurs du moment d’inertie de l’état fondamental établies dans le cadre de la méthode de cranking. Ils proposent donc la projection dans l’espace nombre de particules comme méthode permettant de corriger ce défaut et d’améliorer par conséquent les valeurs théoriques du moment d’inertie calculées pour un large nombre de noyaux pair-pairs déformés des actinides et des terres rares. De leur côté, J. Y. Zeng et al. [91–93], par la résolution exacte de l’hamiltonien du cranked shell model (*CSM*) et en utilisant la méthode de conservation du nombre de particules (*PNC*) ont conclu que les valeurs calculées du moment d’inertie pour un large nombre de noyaux déformés pair-pairs des terres rares reproduisaient de manière satisfaisante les valeurs expérimentales correspondantes. Cependant, M. Hasegawa et S. Tazaki [94] en résolvant de manière exacte l’hamiltonien de cranking en utilisant les énergies et états propres donnés par la méthode de Richardson pour le noyau déformé Dysprosium ^{160}Dy arrivent à toute autre conclusion que celle de Allal et Fellah [89] et J. Y. Zeng et al. [91–93]. Leur étude a montré que les valeurs théoriques du moment d’inertie sont difficilement améliorées et que l’écart existant entre ces dernières et les valeurs expérimentales correspondantes ne pouvait être attribué aux fluctuations du nombre de particules que connaît la théorie

BCS. Ils suggérèrent que cette dernière demeure une assez bonne approximation pour le calcul du moment d’inertie et qu’il serait plutôt intéressant de rechercher et d’inclure dans l’approche théorique des corrélations résiduelles qui n’ont pas été jusque-là prises en compte.

Dans cette perspective, plusieurs tentatives ont été faites afin d’établir et d’évaluer le moment d’inertie nucléaire en présence des corrélations d’appariement np en plus de celles entre particules identiques. C’est ainsi que D. Mokhtari et al. [57–60] ont pris en compte l’appariement isovectoriel et ont établi de manière explicite l’expression du moment d’inertie pour des noyaux pair-pairs déformés riches en protons de la région des terres rares. Contrairement à leur approche où l’effet des corrélations d’appariement np est important pour les noyaux à $N - Z < 4$ [43], Meftunoğlu et al. [99] ont eu une toute autre démarche et se sont intéressés aux noyaux lourds et de masses intermédiaires tels que $N > Z$. Ils proposèrent un type spécial de l’appariement np de telle sorte que les équations du gap de l’approximation *BCS* ainsi que la transformation de Bogoliubov-Valatin restent inchangées. En effet, dans leur travail, les paramètres du gap sont uniquement renormalisés et l’expression du moment d’inertie reste formellement similaire à celle obtenue par l’approche *BCS* [1, 2, 48, 115]. Ceci leur a permis de montrer que les valeurs du moment d’inertie de l’état fondamental pour quelques noyaux pair-pairs déformés des actinides [100] et des terres rares [101] approchaient considérablement les valeurs expérimentales correspondantes.

Cependant, comme on l’a déjà fait remarquer, en raison du progrès important réalisé dans la sensibilité des détecteurs ces dernières années, plusieurs travaux ont traité les noyaux à $N \simeq Z$ riches en protons en rotation. De plus, la disponibilité des faisceaux radioactifs a rendu possible l’étude des noyaux de masse intermédiaire dont le nombre de masse A est compris entre 70 et 80. C’est ainsi que le moment d’inertie dynamique a été évalué dans le cas de l’appariement isovectoriel en utilisant un modèle exactement soluble aussi bien par la méthode *HFB* [102] que celle de cranked shell model (*CSM*) [103]. De leur côté, A. V. Afanasjef et S. Frauendorf [45] se sont intéressés aux bandes rotationnelles

des noyaux pair-pairs à $N \simeq Z$ et ayant un nombre de masse A tel que $68 \leq A \leq 80$. Leur étude s'est faite dans le cadre de l'appariement isovectoriel moyennant la méthode cranked Nilsson-Strutinsky (*CNS*), cranked relativistic mean field (*CRMF*) et la théorie cranked relativistic Hartree-Bogoliubov (*CRHB*) [104]. D'autres études ont pris en considération aussi bien l'appariement isovectoriel que l'appariement isoscalaire dans l'étude des noyaux en rotation [46]. C'est ainsi que A. L. Goodman [47] a utilisé l'approche Hartree-Fock-Bogoliubov (*HFB*) pour étudier l'influence de ce type de corrélations sur les bandes rotationnelles du noyau ^{80}Zr . De leur côté, Satula et Wyss [54] ont utilisé la méthode de projection Lipkin-Nogami (*LN*) pour établir des prédictions sur le moment d'inertie dynamique pour les bandes superdéformées du noyau ^{88}Ru . Tous ces travaux ont suggéré que les propriétés des bandes rotationnelles telles que les lignes yrast, le backbending [47], upbending, etc. des noyaux étudiés sont affectées par la prise en compte des corrélations d'appariement np dans le cas isovectoriel et (ou) dans le cas isoscalaire.

Les études sus-citées [45–47, 54, 57–60, 89–94, 99–104] ont été réalisées sans prise en compte de l'effet de la température. Or, les récents travaux expérimentaux, établis dans le cadre de la fission nucléaire, ont fourni de nouvelles informations sur les propriétés des noyaux chauds en rotation formés lors des réactions de fusion des ions lourds. En effet, le noyau chaud résultant ainsi produit à des énergies d'excitation et moments angulaires élevés peut se désintégrer à travers l'émission de particules légères ou de rayonnements gamma lors de son processus de refroidissement. L'analyse et l'étude de ces chemins de décroissance des noyaux chauds en rotation permettent la compréhension de quelques unes de leurs propriétés comme celles sous les conditions extrêmes de haut spin. Elle permet également d'étudier les fluctuations nucléaires de forme, la désexcitation des fragments de fission chauds en rotation, etc.

Dans les calculs théoriques, l'effet de la température et de la rotation sur les propriétés nucléaires peut être obtenu en utilisant des approches comme celles de *HF*, *HFB* ou la théorie relativiste du champ moyen, etc. Même si l'effet de la rotation sur le processus de fission est bien connu, la prise en compte de ce dernier en plus de celui de la température

qui n'est pas de moindre importance a été peu traité [122]. En outre, le développement qu'a connu ces dernières années les techniques de calculs n'a toujours pas permis de rendre ces approches théoriques moins difficiles et lourdes à exécuter. C'est ainsi que peu de travaux ont pris en considération simultanément l'effet de la température et de la rotation dans la détermination des propriétés statistiques nucléaires telles que celles des barrières de fission, les paramètres de la densité de niveaux de l'état fondamental et de la barrière de fission, les moments d'inertie effectifs [7, 8, 122–124], etc. Récemment, K. Bencheikh et al. [98], ont développé une approche semi-classique à température finie pour un système de fermions en rotation qui serait appropriée à l'étude des barrières de fission en fonction de la température et de la vitesse angulaire.

Dans la théorie de la fission, le moment d'inertie effectif $\mathfrak{I}_{eff}$ [3, 115] est d'un intérêt particulier car il détermine l'anisotropie de la distribution angulaire des fragments de fission à des excitations élevées ou modérées au point de selle [7]. En effet, l'anisotropie observée peut être liée à une direction privilégiée des moments angulaires des noyaux fissionnants [3, 115]. L'étude expérimentale de cette grandeur est très importante en raison du fait qu'elle soit probablement la manière la plus directe pour étudier la forme du noyau au sommet de la barrière de fission [7]. Rappelons que le moment d'inertie effectif est donné par $\mathfrak{I}_{eff} = \mathfrak{I}_{\parallel} \mathfrak{I}_{\perp} / (\mathfrak{I}_{\perp} - \mathfrak{I}_{\parallel})$ où $\mathfrak{I}_{\parallel}$ et $\mathfrak{I}_{\perp}$ sont respectivement les moments d'inertie autour des axes parallèle et perpendiculaire à l'axe de symétrie nucléaire (axe de fission) [7, 8, 115, 123, 124]. R. Vandenbosch [123] a réalisé des calculs microscopiques des anisotropies des fragments de fission pour les noyaux exhibant une double barrière. Pour cela, il a étudié la dépendance de $\mathfrak{I}_{\parallel}$ par rapport à la déformation et à l'énergie d'excitation tout en prenant en considération les effets d'appariement entre particules identiques. Ceci lui a permis d'illustrer entre autre l'importance qu'a ce type de corrélation sur le moment d'inertie [123]. Dernièrement, le moment d'inertie effectif du noyau composé est calculé pour plusieurs systèmes de réaction de fission induits par des nucléons, des particules légères, et des ions lourds. En effet, S. Soheyli [124] s'est basé sur la comparaison entre les données expérimentales des distributions angulaires de fragments

de fission et les prévisions de l'approche statistique standard au point de selle. Rappelons que d'autres expériences ont eu pour but de déterminer les limites de la stabilité d'un noyau en mesurant l'anisotropie angulaire des noyaux fortement excités produits dans les réactions nucléaires avec les particules α et les ions lourds (Les références se trouvant dans [7]).

L'évaluation des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire a fait l'objet de plusieurs contributions depuis plusieurs décennies. Ces grandeurs ont été calculées aussi bien pour les noyaux dont le mode de décroissance est la fission que pour ceux riches en protons qui décroissent par désintégration β . C'est ainsi que Brack et al. [7] ont étudié les moments d'inertie parallèle et perpendiculaire en fonction de la déformation pour un système de particules identiques dans le cadre du formalisme *BCS* à température finie (*FTBCS*) en prenant en considération les effets de la structure en couche. Les énergies des niveaux individuels utilisées sont celles du potentiel déformé de Nilsson et de Woods-Saxon. Les moments d'inertie ont été étudiés en fonction de la déformation pour des valeurs données de la température. De même, ces mêmes grandeurs ont été évaluées à température finie pour les formes les plus intéressantes telles que celles du fondamental, le deuxième minimum et les deux barrières de fission. Cette étude a montré l'existence de deux températures critiques, l'une correspond à la disparition des effets de couche et l'autre à celle des corrélations d'appariement entre particules identiques.

Dans une autre étude, Brack et al. [8] ont évalué les moments d'inertie parallèle et perpendiculaire dans le cadre du modèle de cranking en utilisant les énergies du champ moyen déformé de Woods-Saxon [8] pour les états fondamentaux et isomériques des noyaux pair-pairs déformés ayant un nombre de masse A tel que $208 \leq A \leq 266$ allant de la région du plomb (*Pb*) aux actinides dans le cadre du même formalisme (*FTBCS*). Dans ce travail, c'est d'abord le moment d'inertie perpendiculaire à température nulle de l'état fondamental et isomérique qui a été évalué pour ce large nombre de noyaux. Une comparaison des résultats obtenus avec les données expérimentales disponibles a montré que l'accord était satisfaisant. Ensuite, ce sont les effets de la température et

de la déformation qui ont été étudiés simultanément. Il a été montré que le choix de la constante d'appariement était crucial pour les valeurs des moments d'inertie et que la valeur du corps rigide est approchée dans la limite des hautes températures et des grandes déformations. Concernant les effets de couche, ces derniers persistent même au-delà de la disparition de l'appariement.

D'autres travaux se sont intéressés à l'évaluation de ces mêmes grandeurs ($\mathfrak{I}_\perp$ et $\mathfrak{I}_\parallel$) à température finie pour un système de particules identiques en étudiant l'effet de la déformation. En effet, dernièrement, Allal et al. [95] ont établi de manière explicite les expressions des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire à température finie en conservant strictement le nombre de particules par la méthode de projection après variation (*PAV*). Leurs expressions généralisent bien celles déjà établies à température nulle [89]. Les variations des moments d'inertie projetés des états fondamentaux et isomériques ont été étudiées aussi bien en fonction de la température que de la déformation pour quelques noyaux pair-pairs actinides tels que $226 < A < 256$ en utilisant les énergies et états propres du champ moyen déformé de Woods-Saxon. À l'issue de cette étude, il a été conclu que d'une part contrairement au moment d'inertie perpendiculaire, le moment d'inertie parallèle n'était pas affecté de manière significative par la méthode de projection et d'autre part que les fluctuations du nombre de particules varient non seulement en fonction de la température mais également en fonction de la déformation pour une température donnée. Les résultats obtenus par cette étude rejoignent ceux établis par Y. Alhassid et al. [96]. En effet, ces derniers ont établi, à l'aide de la méthode de projection nombre de parité, les expressions des moments d'inertie à température finie pour les noyaux pair-pairs et pair-impairs de la région du fer en utilisant les énergies du champ moyen déformé de Woods-Saxon. Ceci a été réalisé dans le cadre de la méthode shell model Monte Carlo (*SMMC*) en utilisant l'approximation du chemin statique (*SPA*) qui donne des résultats exacts à température élevée. De leur côté, K. Kaneko et A. Schiller [97], ont étudié la rotation nucléaire pour les noyaux déformés en prenant en considération les fluctuations quantiques et thermiques et cela en utilisant à la fois l'approximation

des phases aléatoires (*RPA*) et celle du chemin statique (*SPA*) dans le cadre du modèle déformé de Woods-Saxon. En effet, il a été déjà bien établi que les fluctuations de petites amplitudes autour du chemin statique apportent des corrections à la fonction de partition similaires à celles qu’amène l’approximation des phases aléatoires (*RPA*) [21] autour du champ moyen. Les résultats obtenus pour les moments d’inertie à température finie par ces deux approches (*SPA + RPA*) [22] pour le noyau ^{56}Fe rejoignent ceux donnés par Y. Alhassid et al. [96].

Comme on l’a déjà mentionné précédemment, le moment d’inertie est une grandeur directement liée à la forme nucléaire. Or, la forme d’un noyau est considérablement liée à sa température. Lorsque cette dernière augmente, le noyau subit des transitions de forme. Les récentes études sur les dipôles de résonance géante (*GDR*) ont fourni l’évidence des transitions et des fluctuations thermiques de forme. Dans ce contexte, A. L. Goodman [18] s’est intéressé à la relation qui existe entre les corrélations d’appariement entre particules identiques et les transitions de forme pour le noyau ^{148}Sm chaud en rotation. Les équations utilisées dans son étude sont celles données par l’approche cranking-Hartree-Fock-Bogoliubov à température finie (*FTHFB*). Il a utilisé dans son étude, l’expression du moment d’inertie donnée par la formule de cranking par Belyaev dans l’approche *HFB* [125] pour expliquer le diagramme de phase température-moment angulaire et le comparer à celui de la température-vitesse angulaire. Dernièrement, M. Aggarwal et I. Mazumdar [105] ont étudié l’évolution des formes et des déformations nucléaires de l’état fondamental et des états excités sous l’influence de la température et de la rotation pour quelques isotopes du noyau tellure *Te*.

Rappelons que la variation du moment d’inertie en fonction de la vitesse de rotation a été largement étudiée et divers phénomènes ont été traités. Citons à titre d’exemple B. K. Agrawal et A. Ansari [126] qui ont étudié cette variation pour des valeurs données de la température en utilisant l’hamiltonien de cranking avec une rotation autour de l’axe (*Ox*) et l’approximation du chemin statique (*SPA*). Ceci leur a permis d’étudier le phénomène du upbending dans le noyau chaud déformé ^{64}Zn .

Dans tous ces travaux [7, 8, 18, 21, 24, 95–97, 105, 126] qui traitent de l'appariement à température finie, les moments d'inertie des noyaux chauds en rotation ont été calculés en considérant les corrélations d'appariement entre particules identiques. En effet, peu de travaux traitent des noyaux chauds en rotation en présence des corrélations d'appariement de type isovectoriel ou isoscalaire, d'où le but principal de la présente étude.

Dans ce qui suit, les expressions formelles des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire dans le cas isovectoriel pour les noyaux chauds pair-pairs déformés seront établies dans le cadre de l'approximation de cranking d'Inglis en utilisant le formalisme des intégrales de chemin et la théorie des perturbations quantiques [79, 84–88]. Notre intérêt se portera par la suite aux différentes formes que prennent ces expressions dans le cadre de différentes limites et particulièrement en l'absence d'appariement np à température finie ensuite à température nulle. Comme notre attention se porte sur les noyaux riches en protons (à $N \simeq Z$) pour lesquels l'effet de l'appariement np est au moins d'égale importance que celui entre particules identiques (pp , nn) [43], nous n'avons vu aucune utilité pour le calcul du moment d'inertie effectif. À notre sens, c'est dans la théorie de la fission nucléaire qu'il a beaucoup plus de signification. En effet, les noyaux riches en protons sont des noyaux plutôt émetteurs de protons que des noyaux fissionnants. Ils ont d'autres modes de décroissance tels que la désintégration β .

2.2 Moments d'inertie avec prise en compte de l'appariement isovectoriel à température finie par la méthode de cranking d'Inglis

Le modèle de cranking a été introduit par Inglis en 1954 [4] dans le but de donner une description semi classique de la rotation nucléaire. L'idée fondamentale est que si l'on désigne par ω la vitesse angulaire de rotation du système de coordonnées autour d'un axe fixe dans l'espace, généralement l'axe (Ox), l'axe de symétrie (Oz) lui étant perpen-

diculaire, alors les nucléons, qui sont considérés comme des particules indépendantes, se mouvant dans un potentiel moyen qui tourne avec le repère, suivent ainsi adiabatiquement le noyau dans son mouvement collectif. Inglis, montra que si la vitesse du mouvement collectif du puits nucléaire est beaucoup plus petite que les vitesses du mouvement intrinsèque de ses constituants, alors l'effet de la rotation sur l'état fondamental peut être obtenu par l'utilisation de la théorie des perturbations au premier ordre [127]. Le résultat est la bien connue formule du moment d'inertie de cranking [1-3, 48]. Signalons, que cette formule a été généralisée par la suite par A. L. Goodman aux spins élevés et pour un vecteur vitesse angulaire $\vec{\omega}$ quelconque [127].

Dans ce qui suit, on propose d'établir de manière explicite les expressions des moments d'inertie dans le cadre de l'approximation de cranking, en tenant compte de l'effet des corrélations d'appariement isovectoriel à température finie.

Dans le cadre du modèle de cranking [1-3, 48, 57, 95], l'hamiltonien d'un système en rotation autour d'un axe Oi ($i = x, z$) est donné par :

$$H_{\omega} = \mathcal{H} - \hbar\omega J_i \quad ; \quad i = x, z \quad (2.1)$$

ω représente la vitesse de rotation et J_i est la projection sur l'axe (Oi) du moment angulaire total $\vec{J}$. $\mathcal{H}$ est l'hamiltonien du système donné par l'expression (1.1).

Dans le cas où l'on suppose que la rotation se fait autour d'un axe (Ox) perpendiculaire à l'axe de symétrie (Oz), on a :

$$H_{\omega} = \mathcal{H} - \hbar\omega J_x \quad (2.2)$$

L'hamiltonien auxiliaire H'_{ω} n'est autre que :

$$H'_{\omega} = H' - \hbar\omega J_x \quad (2.3)$$

où H' est donné par l'expression (1.10).

Etant donné que la vitesse de rotation est supposée faible, le terme $(-\hbar\omega J_x)$ sera traité comme terme perturbatif par rapport à l'hamiltonien H' .

L'expression usuelle de l'énergie dans le cadre du modèle de cranking d'Inglis peut être généralisée afin d'inclure aussi bien les effets de la température que ceux des corrélations d'appariement isovectoriel [76]. En effet, dans l'ensemble grand canonique, l'énergie d'un système nucléaire chaud en rotation en équilibre thermodynamique est donnée au point de selle par [76, 78, 80–82, 95] :

$$E_\omega = - \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} ; \quad t = n, p \quad (2.4)$$

La grande fonction partition Z est définie par :

$$Z = Tr [\exp(-\beta H'_\omega)] = Z_0 \langle S(\beta) \rangle_0 \quad (2.5)$$

où l'on a tenu compte du fait que :

$$Z_0 = Tr [\exp(-\beta H')] \quad \text{et} \quad S(\beta) = \exp(\beta H') \exp(-\beta H'_\omega) \quad (2.6)$$

L'énergie du système prend alors la forme suivante :

$$E_\omega = - \left(\frac{\partial \ln Z_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} - \left(\frac{\partial \ln \langle S(\beta) \rangle_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} ; \quad t = n, p \quad (2.7)$$

qui n'est autre que :

$$E_\omega = E_0 - \left(\frac{\partial \ln \langle S(\beta) \rangle_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} = E_0 - \frac{\left(\frac{\partial \langle S(\beta) \rangle_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte}}{\langle S(\beta) \rangle_0} ; \quad t = n, p \quad (2.8)$$

où l'on a noté par :

$$E_0 = - \left(\frac{\partial \ln Z_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} ; \quad t = n, p \quad \text{et} \quad \langle S(\beta) \rangle_0 = \frac{Tr [\exp(-\beta H') S(\beta)]}{Tr \exp(-\beta H')} \quad (2.9)$$

En suivant les mêmes étapes de calcul données dans le *chapitre 1* (de l'équation (1.17) à (1.32), on aboutit aisément à l'expression suivante de l'opérateur $S(\beta)$:

$$S(\beta) = T_\tau \left\{ \exp(\hbar\omega \int_0^\beta J_x(\chi) d\chi) \right\} \quad (2.10)$$

où T_τ désigne le produit chronologique dont la propriété est donnée par l'expression (1.28) et $J_x(\chi)$ est le transformé d'Heisenberg de l'opérateur J_x donné par :

$$J_x(\chi) = e^{\chi H'} J_x e^{-\chi H'} \quad (2.11)$$

La vitesse de rotation ω étant faible, on s'arrête au terme d'ordre 2 dans le développement en série de puissances de ω de l'opérateur $S(\beta)$ donné par l'expression (1.22), on obtient alors :

$$S(\beta) = \mathbf{1} + \hbar\omega \int_0^\beta J_x(\chi_1) d\chi_1 + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta J_x(\chi_1) d\chi_1 \int_0^{\chi_1} J_x(\chi_2) d\chi_2 \quad (2.12)$$

La dérivée par rapport à β de $S(\beta)$ est donnée par :

$$\left(\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} = \hbar\omega J_x(\beta) + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta J_x(\beta) J_x(\chi) d\chi \quad (2.13)$$

Considérons, à présent, les moyennes des expressions (2.12) et (2.13) prises dans l'ensemble décrit par l'hamiltonien H' :

$$\langle S(\beta) \rangle_0 = \mathbf{1} + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta d\chi_1 \int_0^{\chi_1} \langle J_x(\chi_1) J_x(\chi_2) \rangle_0 d\chi_2 \quad (2.14)$$

et

$$\left(\frac{\partial \langle S(\beta) \rangle_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} = \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta \langle J_x(\beta) J_x(\chi) \rangle_0 d\chi \quad (2.15)$$

où l'on a tenu compte du fait que les éléments de matrice diagonaux de l'opérateur J_x sont nuls [25, 121].

Compte tenu de (2.14) et (2.15), l'énergie du système chaud en rotation s'écrit alors sous la forme suivante :

$$E_\omega = E_0 - \frac{\hbar^2 \omega^2 \int_0^\beta \langle J_x(\beta) J_x(\chi) \rangle_0 d\chi}{1 + \hbar^2 \omega^2 \int_0^\beta d\chi_1 \int_0^{\tau_1} \langle J_x(\chi_1) J_x(\chi_2) \rangle_0 d\chi_2} \quad (2.16)$$

En ne gardant que les termes d'ordres inférieurs ou égaux à 2 en ω , cette dernière expression de l'énergie du système se réduit à :

$$E_\omega \simeq E_0 - \hbar^2 \omega^2 \int_0^\beta \langle J_x(\beta) J_x(\chi) \rangle_0 d\chi \quad (2.17)$$

Dans l'approximation de cranking, le moment d'inertie à température finie [95, 96] est défini comme étant le coefficient du terme quadratique dans le développement en puissances, par rapport à la vitesse de rotation angulaire ω , de l'énergie totale du noyau (i. e. $E_\omega = E_0 - \frac{1}{2} \mathfrak{I} \omega^2$). Par conséquent, le moment d'inertie d'un noyau en rotation autour de l'axe (Ox) perpendiculaire à l'axe de symétrie (Oz), appelé moment d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{I}_\perp^{np}$ est donné par :

$$\mathfrak{I}_\perp^{np}(T) = 2\hbar^2 \int_0^\beta \langle J_x(\beta) J_x(\chi) \rangle_0 d\chi \quad (2.18)$$

Dans le cas d'une rotation autour de l'axe (Oz), on procède de la même manière et on obtient :

$$S(\beta) = 1 + \hbar\omega \int_0^\beta J_z(\chi_1) d\chi_1 + \hbar^2 \omega^2 \int_0^\beta J_z(\chi_1) d\chi_1 \int_0^{\chi_1} J_z(\chi_2) d\chi_2 \quad (2.19)$$

et

$$\left(\frac{\partial S(\beta)}{\partial \beta} \right)_{\beta \lambda_t = cte} = \hbar\omega J_z(\beta) + \hbar^2 \omega^2 \int_0^\beta J_z(\beta) J_z(\chi) d\chi \quad (2.20)$$

Les moyennes des expressions (2.19) et (2.20) prises dans l'ensemble décrit par l'hamil-

tonien H' ont pour expressions :

$$\langle S(\beta) \rangle_0 = \mathbf{1} + \hbar\omega \int_0^\beta \langle J_z(\chi_1) \rangle_0 d\chi_1 + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta d\chi_1 \int_0^{\tau_1} \langle J_z(\chi_1) J_z(\chi_2) \rangle_0 d\chi_2 \quad (2.21)$$

et

$$\left(\frac{\partial \langle S(\beta) \rangle_0}{\partial \beta} \right)_{\beta\lambda_t=cte} = \hbar\omega \langle J_z(\beta) \rangle_0 + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta \langle J_z(\beta) J_z(\chi) \rangle_0 d\chi \quad (2.22)$$

Compte tenu de ces deux dernières équations, l'énergie du système chaud en rotation autour de l'axe (Oz) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$E_\omega = E_0 - \frac{\hbar\omega \langle J_z(\beta) \rangle_0 + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta \langle J_z(\beta) J_z(\chi) \rangle_0 d\chi}{\mathbf{1} + \hbar\omega \int_0^\beta \langle J_z(\chi_1) \rangle_0 d\chi_1 + \hbar^2\omega^2 \int_0^\beta d\chi_1 \int_0^{\tau_1} \langle J_z(\chi_1) J_z(\chi_2) \rangle_0 d\chi_2} \quad (2.23)$$

Le moment d'inertie étant le coefficient du terme $\frac{\omega^2}{2}$ dans l'expression de l'énergie du système (2.23), il est donc donné par :

$$\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T) = 2\hbar^2 \left[\int_0^\beta \langle J_z(\beta) J_z(\chi) \rangle_0 d\chi - \langle J_z(\beta) \rangle_0 \int_0^\beta \langle J_z(\chi) \rangle_0 d\chi \right] \quad (2.24)$$

où l'on a désigné par $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$, le moment d'inertie parallèle.

Notre but à présent est de calculer explicitement les moments d'inertie perpendiculaire et parallèle [79, 84–88] pour un système chaud en rotation avec prise en compte de l'appariement np en plus de l'appariement entre particules identiques.

2.3 Moment d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ à température finie

L'opérateur J_x étant un opérateur à un corps, il s'écrit dans le formalisme de la seconde quantification et du spin isotopique sous la forme :

$$J_x = \sum_{\nu\mu tt'} \langle \nu t | J_x | \mu t' \rangle a_{\nu t}^{\dagger} a_{\mu t'} \quad (2.25)$$

où les $\langle \nu t | J_x | \mu t' \rangle$ sont les éléments de matrice de l'opérateur moment angulaire J_x qui ne connecte que les états de même nature protons et neutrons simultanément, i. e. $\langle \nu t | J_x | \mu t' \rangle = 0$ lorsque $t \neq t'$. J_x s'écrit donc sous la forme suivante :

$$J_x = \sum_{\nu\mu, t=n,p} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle a_{\nu t}^{\dagger} a_{\mu t} \quad (2.26)$$

Le transformé d'Heisenberg de J_x est donné par :

$$J_x(\kappa) = \sum_{\nu\mu, t=n,p} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle e^{\kappa H'} a_{\nu t}^{\dagger} a_{\mu t} e^{-\kappa H'}; \quad \kappa = \beta, \chi \quad (2.27)$$

Or,

$$e^{\kappa H'} a_{\nu t}^{\dagger} a_{\mu t} e^{-\kappa H'} = e^{\kappa H'} a_{\nu t}^{\dagger} e^{-\kappa H'} e^{\kappa H'} a_{\mu t} e^{-\kappa H'} = \bar{a}_{\nu t}(\kappa) a_{\mu t}(\kappa) \quad (2.28)$$

où l'on a noté par :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = e^{\kappa H'} a_{\nu t}^{\dagger} e^{-\kappa H'} \quad \text{et} \quad a_{\mu t}(\kappa) = e^{\kappa H'} a_{\mu t} e^{-\kappa H'} \quad (2.29)$$

On obtient donc :

$$J_x(\kappa) = \sum_{\substack{\nu\mu \\ t=n,p}} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \bar{a}_{\nu t}(\kappa) a_{\mu t}(\kappa); \quad \kappa = \beta, \chi \quad (2.30)$$

d'où

$$\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T) = 2\hbar^2 \sum_{\nu\mu, \nu'\mu', tt'} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \langle \nu' t' | J_x | \mu' t' \rangle \int_0^\beta \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle_0 d\chi \quad (2.31)$$

Le calcul du moment d'inertie perpendiculaire revient donc au calcul de valeurs moyennes dans l'ensemble statistique du produit de quatre opérateurs suivi d'un calcul d'intégrale. Dans le but d'alléger les notations, on omettra d'écrire l'indice 0 dans l'écriture des valeurs moyennes d'un opérateur quelconque $\mathcal{O}$, i. e. $\langle \mathcal{O} \rangle$ sous entend $\langle \mathcal{O} \rangle_0$.

Appliquons le théorème de Wick pour calculer la moyenne qui apparaît dans l'expression précédente, nous avons :

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle &= \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t}(\beta) \rangle \langle \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle \\ &\quad - \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle \langle a_{\mu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle \\ &\quad + \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle \langle a_{\mu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle \end{aligned} \quad (2.32)$$

Or, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t} e^{\kappa H'} \alpha_{\nu\tau}^\dagger e^{-\kappa H'} - v_{\nu\tau t} e^{\kappa H'} \alpha_{\tilde{\nu}\tau} e^{-\kappa H'}) \\ a_{\nu t}(\kappa) = \sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t} e^{\kappa H'} \alpha_{\nu\tau} e^{-\kappa H'} - v_{\nu\tau t} e^{\kappa H'} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}^\dagger e^{-\kappa H'}) \end{array} \right. ; \quad \kappa = \beta, \chi \quad (2.33)$$

qui n'est autre que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \sum_{\tau=1,2} (u_{\nu\tau t} \bar{\alpha}_{\nu\tau}(\kappa) - v_{\nu\tau t} \alpha_{\tilde{\nu}\tau}(\kappa)) \\ a_{\nu t}(\kappa) = \sum_{\tau=1,2} (-v_{\nu\tau t} \bar{\alpha}_{\tilde{\nu}\tau}(\kappa) + u_{\nu\tau t} \alpha_{\nu\tau}(\kappa)) \end{array} \right. \quad \kappa = \beta, \chi \quad (2.34)$$

où l'on a utilisé le fait que :

$$\bar{\alpha}_{\nu\tau}(\kappa) = \exp(\kappa E_{\nu\tau}) \alpha_{\nu\tau}^\dagger \quad \text{et} \quad \alpha_{\nu\tau}(\kappa) = \exp(-\kappa E_{\nu\tau}) \alpha_{\nu\tau} \quad (2.35)$$

et

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \exp(\kappa E_{\nu t}) a_{\nu t}^\dagger \quad \text{et} \quad a_{\nu t}(\kappa) = \exp(-\kappa E_{\nu t}) a_{\nu t} \quad (2.36)$$

L'expression (2.36) a été explicitée dans l'annexe A.

Les termes $\langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t}(\beta) \rangle$ et $\langle \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle$ qui apparaissent dans l'expression (2.32) ont une contribution nulle car ils donnent lieu à des éléments de matrice diagonaux de l'opérateur moment angulaire J_x , qui sont nuls.

Les autres valeurs moyennes qui apparaissent dans cette expression (2.32) s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle &= - \sum_{\tau \tau'} \left[u_{\nu \tau t} v_{\nu' \tau' t'} \exp(\beta E_{\nu \tau} - \chi E_{\nu' \tau'}) \langle \alpha_{\nu \tau}^\dagger \alpha_{\nu' \tau'} \rangle \right. \\ &\quad \left. + v_{\nu \tau t} u_{\nu' \tau' t'} \exp(\chi E_{\nu' \tau'} - \beta E_{\nu \tau}) \langle \alpha_{\nu \tau} \alpha_{\nu' \tau'}^\dagger \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \langle a_{\mu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle &= - \sum_{\tau \tau'} \left[u_{\mu \tau t} v_{\mu' \tau' t'} \exp(-\beta E_{\mu \tau} + \chi E_{\mu' \tau'}) \langle \alpha_{\mu \tau} \alpha_{\mu' \tau'}^\dagger \rangle \right. \\ &\quad \left. + v_{\mu \tau t} u_{\mu' \tau' t'} \exp(\beta E_{\mu \tau} - \chi E_{\mu' \tau'}) \langle \alpha_{\mu \tau}^\dagger \alpha_{\mu' \tau'} \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau \tau'} \left[u_{\nu \tau t} u_{\mu' \tau' t'} \exp(\beta E_{\nu \tau} - \chi E_{\mu' \tau'}) \langle \alpha_{\nu \tau}^\dagger \alpha_{\mu' \tau'} \rangle \right. \\ &\quad \left. + v_{\nu \tau t} v_{\mu' \tau' t'} \exp(-\beta E_{\nu \tau} + \chi E_{\mu' \tau'}) \langle \alpha_{\nu \tau} \alpha_{\mu' \tau'}^\dagger \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \langle a_{\mu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau \tau'} \left[u_{\mu \tau t} u_{\nu' \tau' t'} \exp(-\beta E_{\mu \tau} + \chi E_{\nu' \tau'}) \langle \alpha_{\mu \tau} \alpha_{\nu' \tau'}^\dagger \rangle \right. \\ &\quad \left. + v_{\mu \tau t} v_{\nu' \tau' t'} \exp(\beta E_{\mu \tau} - \chi E_{\nu' \tau'}) \langle \alpha_{\mu \tau}^\dagger \alpha_{\nu' \tau'} \rangle \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

Sachant que :

$$\langle \alpha_{\nu \tau}^\dagger \alpha_{\mu \tau'} \rangle = \eta_{\nu \tau} \delta_{\nu \mu} \delta_{\tau \tau'} \quad \text{et} \quad \langle \alpha_{\nu \tau} \alpha_{\mu \tau'}^\dagger \rangle = \delta_{\nu \mu} \delta_{\tau \tau'} (1 - \eta_{\nu \tau}) \quad (2.41)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle &= - \sum_{\tau} \delta_{\tilde{\nu}\nu'} \{ -u_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} \eta_{\nu\tau} \exp E_{\nu\tau} (\beta - \chi) \\ &\quad + v_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} (1 - \eta_{\nu\tau}) \exp E_{\nu\tau} (\chi - \beta) \} \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \langle a_{\mu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle &= - \sum_{\tau} \delta_{\tilde{\mu}\mu'} \{ -u_{\mu\tau t} v_{\mu\tau t'} (1 - \eta_{\mu\tau}) \exp E_{\mu\tau} (\chi - \beta) \\ &\quad + v_{\mu\tau t} u_{\mu\tau t'} \eta_{\mu\tau} \exp E_{\mu\tau} (\beta - \chi) \} \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu' t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau} \delta_{\nu\mu'} \{ u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} \eta_{\nu\tau} \exp E_{\nu\tau} (\beta - \chi) \\ &\quad + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} (1 - \eta_{\nu\tau}) \exp E_{\nu\tau} (\chi - \beta) \} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \langle a_{\mu t}(\beta) \bar{a}_{\nu' t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau} \delta_{\nu'\mu} \{ u_{\mu\tau t} u_{\mu\tau t'} (1 - \eta_{\mu\tau}) \exp E_{\mu\tau} (\chi - \beta) \\ &\quad + v_{\mu\tau t} v_{\mu\tau t'} \eta_{\mu\tau} \exp E_{\mu\tau} (\beta - \chi) \} \end{aligned} \quad (2.45)$$

où l'on a tenu compte du fait que :

$$\eta_{\nu\tau} = \eta_{\tilde{\nu}\tau} = \frac{1}{1 + \exp(\beta E_{\nu\tau})} \quad (2.46)$$

L'opérateur J_x étant impair par renversement par rapport au sens du temps, il vérifie la relation :

$$\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle = - \langle \tilde{\mu} t | J_x | \tilde{\nu} t \rangle \quad (2.47)$$

Cette propriété conduit à l'expression suivante de $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T) &= 2\hbar^2 \sum_{\tau\tau'} \sum_{\nu\mu, t t'} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \langle \mu t' | J_x | \nu t' \rangle \\ &\quad \int_0^{\beta} d\chi \left[[u_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau' t} v_{\mu\tau' t'} + u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau' t} u_{\mu\tau' t'}] (\exp(E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}) (\beta - \chi)) \eta_{\nu\tau} (1 - \eta_{\mu\tau'}) \right. \\ &\quad + [-u_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t} u_{\mu\tau' t'} + u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t} v_{\mu\tau' t'}] (\exp(E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}) (\beta - \chi)) \eta_{\nu\tau} \eta_{\mu\tau'} \\ &\quad + [-v_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau' t} v_{\mu\tau' t'} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau' t} u_{\mu\tau' t'}] (\exp(E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}) (\chi - \beta)) (1 - \eta_{\nu\tau}) (1 - \eta_{\mu\tau'}) \\ &\quad \left. + [v_{\nu\tau t} u_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t} u_{\mu\tau' t'} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t} v_{\mu\tau' t'}] (\exp(E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}) (\chi - \beta)) (1 - \eta_{\nu\tau}) \eta_{\mu\tau'} \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

Or, en utilisant les propriétés suivantes :

$$\eta_{\nu\tau} \exp(\beta E_{\nu\tau}) = (1 - \eta_{\nu\tau}) \quad \text{et} \quad (1 - \eta_{\nu\tau}) \exp(-\beta E_{\nu\tau}) = \eta_{\nu\tau} \quad (2.49)$$

et

$$\begin{aligned} \eta_{\nu\tau} (1 - \eta_{\mu\tau'}) \int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}) (\beta - \chi) &= (1 - \eta_{\nu\tau}) \eta_{\mu\tau'} \int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}) (\chi - \beta) \\ &= \frac{(\eta_{\mu\tau'} - \eta_{\nu\tau})}{E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}} \end{aligned} \quad (2.50)$$

ainsi que :

$$\begin{aligned} \eta_{\nu\tau} \eta_{\mu\tau'} \int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}) (\beta - \chi) &= (1 - \eta_{\nu\tau}) (1 - \eta_{\mu\tau'}) \int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}) (\chi - \beta) \\ &= \frac{(1 - \eta_{\nu\tau} - \eta_{\mu\tau'})}{E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}} \end{aligned} \quad (2.51)$$

on aboutit à l'expression suivante de $\mathfrak{S}_\perp^{np}(T)$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_\perp^{np}(T) &= 2\hbar^2 \sum_{\tau\tau'} \sum_{\nu\mu, tt'} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \langle \mu t' | J_x | \nu t' \rangle \\ &\quad [(u_{\nu\tau t} u_{\mu\tau' t} + v_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t}) (v_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t'} + u_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau' t'})] \frac{(\eta_{\mu\tau'} - \eta_{\nu\tau})}{(E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'})} \\ &\quad + [(u_{\mu\tau' t} v_{\nu\tau t} - u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t}) (u_{\mu\tau' t'} v_{\nu\tau t'} - u_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau' t'})] \frac{(1 - \eta_{\nu\tau} - \eta_{\mu\tau'})}{(E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'})} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \eta_{\mu\tau'} - \eta_{\nu\tau} = \frac{1}{2} \left[th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\mu\tau'}}{2} \right) \right] \\ 1 - \eta_{\nu\tau} - \eta_{\mu\tau'} = \frac{1}{2} \left[th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) + th \left(\frac{\beta E_{\mu\tau'}}{2} \right) \right] \end{cases} \quad (2.53)$$

L'expression du moment d'inertie perpendiculaire, où l'on a tenu compte de l'effet de la température et de l'appariement np en plus de l'appariement entre particules identiques,

est donnée finalement par :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T) = & \hbar^2 \sum_{\nu\mu\tau\tau'tt'} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \langle \mu t' | J_x | \nu t' \rangle \\ & \left\{ [u_{\mu\tau't} v_{\nu\tau t} - u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau't}] [u_{\mu\tau't'} v_{\nu\tau t'} - u_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau't'}] \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) + th \left(\frac{\beta E_{\mu\tau'}}{2} \right)}{E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'}} \right) \right. \\ & \left. + [u_{\nu\tau t} u_{\mu\tau't} + v_{\nu\tau t} v_{\mu\tau't}] [u_{\nu\tau t'} u_{\mu\tau't'} + v_{\nu\tau t'} v_{\mu\tau't'}] \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\mu\tau'}}{2} \right)}{E_{\nu\tau} - E_{\mu\tau'}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.4 Moment d'inertie parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$ à température finie

Nous adoptons la même approche pour calculer le moment d'inertie parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$. L'expression (2.24) n'est autre que :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T) = & 2\hbar^2 \sum_{\nu\mu\tau\tau'} \Omega_{\nu t} \Omega_{\mu t'} \left\{ - \int_0^{\beta} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\mu t'}(\chi) \rangle \langle a_{\nu t}(\beta) a_{\mu t'}(\chi) \rangle d\chi \right. \\ & \left. + \int_0^{\beta} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t'}(\chi) \rangle \langle a_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\mu t'}(\chi) \rangle d\chi \right\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

où l'on a noté par :

$$\Omega_{\nu t} = \langle \nu t | J_z | \nu t \rangle \quad (2.56)$$

Le calcul des différentes valeurs moyennes qui apparaissent dans (2.55) conduit à :

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\mu t'}(\chi) \rangle = & \sum_{\tau_1\tau_3} \delta_{\tau_1\tau_3} \delta_{\tilde{\nu}\mu} [u_{\nu\tau_1 t} v_{\nu\tau_1 t'} \eta_{\nu\tau_1} \exp E_{\nu\tau_1} (\beta - \chi) \\ & - v_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_1 t'} (1 - \eta_{\nu\tau_1}) \exp E_{\nu\tau_1} (\chi - \beta)] \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned}
\langle a_{\nu t}(\beta) a_{\mu t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau_2 \tau_4} \delta_{\mu \tilde{\nu}} \delta_{\tau_2 \tau_4} \left[u_{\nu \tau_2 t} v_{\nu \tau_2 t'} (1 - \eta_{\nu \tau_2}) \exp E_{\nu \tau_2} (\chi - \beta) \right. \\
&\quad \left. - v_{\nu \tau_2 t} u_{\nu \tau_2 t'} \eta_{\nu \tau_2} \exp E_{\nu \tau_2} (\beta - \chi) \right]
\end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
\langle \bar{a}_{\nu t}(\beta) a_{\mu t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau_1 \tau_4} \delta_{\tau_1 \tau_4} \delta_{\nu \mu} \left[u_{\nu \tau_1 t} u_{\nu \tau_1 t'} \eta_{\nu \tau_1} \exp E_{\nu \tau_1} (\beta - \chi) \right. \\
&\quad \left. + v_{\nu \tau_1 t} v_{\nu \tau_1 t'} (1 - \eta_{\nu \tau_1}) \exp E_{\nu \tau_1} (\chi - \beta) \right]
\end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\begin{aligned}
\langle a_{\nu t}(\beta) \bar{a}_{\mu t'}(\chi) \rangle &= \sum_{\tau_2 \tau_3} \delta_{\nu \mu} \delta_{\tau_2 \tau_3} \left[v_{\nu \tau_2 t} v_{\nu \tau_2 t'} \eta_{\nu \tau_2} \exp E_{\nu \tau_2} (\beta - \chi) \right. \\
&\quad \left. + u_{\nu \tau_2 t} u_{\nu \tau_2 t'} (1 - \eta_{\nu \tau_2}) \exp E_{\nu \tau_2} (\chi - \beta) \right]
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Sachant que J_z est un opérateur impair par renversement par rapport au sens du temps :

$$\langle \tilde{\nu} t | J_z | \tilde{\nu} t \rangle = -\Omega_{\nu t} \tag{2.61}$$

et tenant compte des relations suivantes :

$$\begin{aligned}
\int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2}) (\beta - \chi) &= \frac{1}{(E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2})} (\exp \beta (E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2}) - 1) \\
\int_0^\beta d\chi \exp(E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2}) (\chi - \beta) &= \frac{1}{(E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2})} (1 - \exp -\beta (E_{\nu \tau_1} \pm E_{\nu \tau_2}))
\end{aligned} \tag{2.62}$$

ainsi que celles données par les expressions (2.53) et (2.49), nous obtenons aisément l'expression suivante du moment d'inertie parallèle dans le cas isovectoriel à température

finie :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T) = & \hbar^2 \sum_{\nu\tau\tau'tt'} \Omega_{\nu t} \Omega_{\nu t'} \\ & \left\{ (u_{\nu\tau t} v_{\nu\tau' t} - u_{\nu\tau' t} v_{\nu\tau t}) (u_{\nu\tau t'} v_{\nu\tau' t'} - u_{\nu\tau' t'} v_{\nu\tau t'}) \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) + th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2} \right)}{E_{\nu\tau} + E_{\nu\tau'}} \right) \right. \\ & \left. + (u_{\nu\tau t} u_{\nu\tau' t} + v_{\nu\tau t} v_{\nu\tau' t}) (u_{\nu\tau t'} u_{\nu\tau' t'} + v_{\nu\tau t'} v_{\nu\tau' t'}) \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right)}{E_{\nu\tau'} - E_{\nu\tau}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.63)$$

2.5 Moments d'inertie en l'absence d'appariement np

Dans cette limite, et dans le but d'évaluer le moment d'inertie perpendiculaire en l'absence d'appariement np , il faut d'abord évaluer l'expression des différents coefficients $u_{\nu\tau t}$ et $v_{\nu\tau t}$ qui apparaissent dans les expressions des moments d'inertie perpendiculaire et parallèle dans le cas où $\Delta_{np} = 0$.

Nous avons déjà fait remarquer dans le chapitre précédent, qu'en l'absence d'appariement np , les énergies des quasi-particules de type τ se réduisent à celles des particules identiques protons et neutrons (i. e. $E_{\nu 1} = E_{\nu p}$ et $E_{\nu 2} = E_{\nu n}$). En ce qui concerne $u_{\nu\tau t}^2$ et $v_{\nu\tau t}^2$, ils deviennent pour $\tau = 1$:

$$\left. \begin{matrix} v_{\nu 1 p}^2 \\ u_{\nu 1 p}^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\varepsilon_{\nu p} - \lambda_p}{\sqrt{(\varepsilon_{\nu p} - \lambda_p)^2 + \Delta_{pp}^2}} \right] \quad \text{et} \quad u_{\nu 1 n}^2 = v_{\nu 1 n}^2 = 0 \quad (2.64)$$

et pour $\tau = 2$, on a :

$$\left. \begin{matrix} v_{\nu 2 n}^2 \\ u_{\nu 2 n}^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\varepsilon_{\nu n} - \lambda_n}{\sqrt{(\varepsilon_{\nu n} - \lambda_n)^2 + \Delta_{nn}^2}} \right] \quad \text{et} \quad u_{\nu 2 p}^2 = v_{\nu 2 p}^2 = 0 \quad (2.65)$$

$u_{\nu 1 p}^2$ et $v_{\nu 1 p}^2$ ne sont autres que les amplitudes de probabilité de la théorie $FTBCS$ usuelle

pour un système de protons. De même, $u_{2n\nu}^2$ et $v_{\nu 2n}^2$ sont celles relatives un système de neutrons [1, 2, 48].

2.5.1 Moment d'inertie perpendiculaire

Il devient en l'absence d'appariement np , i. e. $\Delta_{np} = 0$:

$$\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(\Delta_{np} = 0, T) = \sum_{t=n,p} \mathfrak{S}_{\perp t}^{FTBCS}(T) \quad (2.66)$$

où

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\perp t}^{FTBCS}(T) = & \hbar^2 \sum_{\nu\mu} |\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 \left\{ [u_{\mu t} v_{\nu t} - u_{\nu t} v_{\mu t}]^2 \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right) + th \left(\frac{\beta E_{\mu t}}{2} \right)}{E_{\nu t} + E_{\mu t}} \right) \right. \\ & \left. + [u_{\nu t} u_{\mu t} + v_{\nu t} v_{\mu t}]^2 \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\mu t}}{2} \right)}{E_{\nu t} - E_{\mu t}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.67)$$

On vérifie bien qu'en l'absence d'appariement np , le moment d'inertie perpendiculaire donné par l'expression (2.54) se réduit à celui de la théorie $FTBCS$ ($\mathfrak{S}_{\perp}^{FTBCS}$) usuelle pour un système de particules identiques [7, 8, 95].

Si en plus du fait que $\Delta_{np} = 0$, la température est nulle, i. e. $\beta \rightarrow \infty$, l'expression (2.67) devient :

$$\mathfrak{S}_{\perp}(\Delta_{np} = 0, T = 0) = \sum_{t=n,p} \mathfrak{S}_{\perp t}^{BCS} \quad (2.68)$$

où

$$\mathfrak{S}_{\perp t}^{BCS} = 2\hbar^2 \sum_{\nu\mu>0} |\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 \frac{[u_{\mu t} v_{\nu t} - u_{\nu t} v_{\mu t}]^2}{E_{\nu t} + E_{\mu t}} \quad (2.69)$$

qui n'est autre que l'expression usuelle du moment d'inertie établie dans le cadre du modèle de cranking pour un système de particules identiques [7, 8, 95, 96].

2.5.2 Moment d'inertie parallèle

En ce qui concerne le moment d'inertie parallèle, en l'absence d'appariement np , il devient :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T, \Delta_{np} = 0) &= \hbar^2 \sum_{\nu, \tau=1,2} [\Omega_{\nu p}^2 (u_{\nu\tau p} u_{\nu\tau p} + v_{\nu\tau p} v_{\nu\tau p})^2 + \Omega_{\nu n}^2 (u_{\nu\tau n} u_{\nu\tau n} + v_{\nu\tau n} v_{\nu\tau n})^2] \\ &\times \lim_{\tau \rightarrow \tau'=1,2} \left(\frac{th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2}\right) - th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right)}{E_{\nu\tau'} - E_{\nu\tau}} \right) \end{aligned} \quad (2.70)$$

En utilisant les expressions (2.64) et (2.65) ainsi que l'unitarité de la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T, \Delta_{np} = 0) &= \hbar^2 \sum_{\nu} \left[\Omega_{\nu p}^2 \lim_{\tau \rightarrow \tau'=1} \left(\frac{th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2}\right) - th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right)}{E_{\nu\tau'} - E_{\nu\tau}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \Omega_{\nu n}^2 \lim_{\tau \rightarrow \tau'=2} \left(\frac{th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2}\right) - th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right)}{E_{\nu\tau'} - E_{\nu\tau}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

Le calcul de la limite qui apparaît dans cette dernière expression conduit aisément à :

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau'} \left(\frac{th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2}\right) - th\left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2}\right)}{E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}} \right) = 2 \lim_{\tau \rightarrow \tau'} \left(\frac{\eta_{\nu\tau'} - \eta_{\nu\tau}}{E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}} \right) \quad (2.72)$$

où l'on a tenu compte de l'expression (2.53).

Cependant, on a déjà vu que :

$$\int_0^{\beta} d\chi \exp[(E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}) (\beta - \chi)] = \frac{[\exp[\beta(E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'})] - 1]}{(E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'})} \quad (2.73)$$

et

$$\frac{[\exp [\beta (E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'})] - 1]}{(E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'})} \eta_{\nu\tau} (1 - \eta_{\nu\tau'}) = \frac{(\eta_{\nu\tau'} - \eta_{\nu\tau})}{(E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'})} \quad (2.74)$$

donc

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \rightarrow \tau'} \frac{(\eta_{\nu\tau'} - \eta_{\nu\tau})}{E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}} &= \lim_{\tau \rightarrow \tau'} \eta_{\nu\tau} (1 - \eta_{\nu\tau'}) \int_0^\beta d\chi \exp (E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}) (\chi - \beta) \\ &= (1 - \eta_{\nu\tau}) \eta_{\nu\tau} \beta \end{aligned} \quad (2.75)$$

Aussi,

$$(1 - \eta_{\nu\tau}) \eta_{\nu\tau} = \frac{1}{2(1 + ch(\beta E_{\nu\tau}))} = \frac{1}{4ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right)} \quad (2.76)$$

Finalement, on obtient :

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau'} \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\nu\tau'}}{2} \right)}{E_{\nu\tau} - E_{\nu\tau'}} \right) = \frac{\beta}{2ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu\tau}}{2} \right)} \quad (2.77)$$

Le moment d'inertie parallèle en l'absence d'appariement np devient alors :

$$\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T, \Delta_{np} = 0) = \sum_t \mathfrak{S}_{\parallel t}^{FTBCS}(T) \quad \text{avec} \quad \mathfrak{S}_{\parallel t}^{FTBCS}(T) = \beta \hbar^2 \sum_{\nu} \frac{\Omega_{\nu t}^2}{2ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right)} \quad (2.78)$$

où l'on a considéré que $E_{\nu 1} = E_{\nu p}$ et $E_{\nu 2} = E_{\nu n}$.

Là encore, on vérifie bien qu'en l'absence d'appariement np , le moment d'inertie parallèle se réduit à la somme des moments d'inertie de la théorie $FTBCS$ habituelle $\left(\mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS} \right)$ pour un système de particules identiques [7, 8, 95].

Par ailleurs, en faisant tendre la température vers 0 dans l'expression (2.78), soit $\beta \rightarrow \infty$, on vérifie bien que $\mathfrak{S}_{\parallel} \rightarrow 0$ [7, 8, 18].

2.6 Moments d'inertie avec prise en compte de l'appariement np à température nulle

On vérifie aisément qu'à $T = 0$ (i.e. $\beta \rightarrow \infty$), le moment d'inertie parallèle devient nul. En ce qui concerne le moment d'inertie perpendiculaire, il rejoint celui déjà calculé dans des travaux antérieurs par la méthode de cranking dans le cas isovectoriel sans prise en compte de l'effet de la température [57–59]. En effet, ce calcul a fait l'objet de plusieurs contributions [58, 59] à partir desquelles diverses conclusions ont été tirées. Rappelons son expression, elle est donnée par :

$$\mathfrak{S}_{np} = 2\hbar^2 \sum_{\substack{\nu, \mu \\ \nu \neq \mu \\ t_1, t_2 = p, n}} \frac{\left| \sum_{\substack{t, t' = p, n \\ \tau, \tau' = 1, 2}} K_{\nu\mu}^{t_1 t_2} \gamma_{\nu\tau t_1} \gamma_{\mu\tau' t_2} \langle \nu t | j_x | \mu t' \rangle [u_{\mu\tau' t'} v_{\nu\tau t} - u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t'}] \right|^2}{E_{\nu\mu}^{t_1 t_2} - E_{BCS}} \quad (2.79)$$

où les constantes $K_{\nu\mu}^{t_1 t_2}$, $\gamma_{\nu\tau t_1}$, $\gamma_{\mu\tau' t_2}$ et les coefficients $u_{\nu\tau t}$, $v_{\nu\tau t}$ sont donnés dans les références [57–59]. En ce qui concerne E_{BCS} et $E_{\nu\mu}^{t_1 t_2}$ données dans ces mêmes références, elles représentent respectivement les énergies de l'état fondamental et de l'état excité à deux particules où l'une est bloquée dans l'état $|kt_1\rangle$ et l'autre dans l'état $|\tilde{l}t_2\rangle$ avec $k \neq l$ et $t_1, t_2 = n, p$.

2.7 Moments d'inertie en l'absence totale d'appariement à température finie

Si en plus de $\Delta_{np} = 0$, on a $\Delta_{pp} = \Delta_{nn} = 0$; les coefficients $u_{\nu\tau t}^2$ et $v_{\nu\tau t}^2$ deviennent :

$$\left. \begin{matrix} v_{\nu 1p}^2 \\ u_{\nu 1p}^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \mp \frac{\varepsilon_{\nu p} - \lambda_p}{|\varepsilon_{\nu p} - \lambda_p|} \right\} \quad \text{et} \quad \left. \begin{matrix} v_{\nu 2n}^2 \\ u_{\nu 2n}^2 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \mp \frac{\varepsilon_{\nu n} - \lambda_n}{|\varepsilon_{\nu n} - \lambda_n|} \right\} \quad (2.80)$$

On distingue deux cas, suivant que l'on soit en dessous ou au dessus des niveaux de Fermi respectifs des systèmes protons et neutrons.

En conclusion, lorsqu'on annule les effets d'appariement les coefficients $u_{\nu\tau t}^2$ et $v_{\nu\tau t}^2$ se réduisent à :

$$\begin{cases} v_{\nu 1p}^2 = 1 & u_{\nu 1p}^2 = 0 & \varepsilon_{\nu p} - \lambda_p < 0 \\ v_{\nu 1p}^2 = 0 & u_{\nu 1p}^2 = 1 & \varepsilon_{\nu p} - \lambda_p > 0 \end{cases} \quad (2.81)$$

et

$$\begin{cases} v_{\nu 2n}^2 = 1 & u_{\nu 2n}^2 = 0 & \varepsilon_{\nu n} - \lambda_n < 0 \\ v_{\nu 2n}^2 = 0 & u_{\nu 2n}^2 = 1 & \varepsilon_{\nu n} - \lambda_n > 0 \end{cases} \quad (2.82)$$

2.7.1 Moment d'inertie perpendiculaire

Il devient dans ces conditions :

$$\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T, \Delta_{tt'} = 0) = \sum_{t=n,p} \mathfrak{S}_{\perp t}^{rigide} \quad \text{où} \quad \mathfrak{S}_{\perp t}^{rigide} = \hbar^2 \sum_{\nu\mu} |\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 \left(\frac{th \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right) - th \left(\frac{\beta E_{\mu t}}{2} \right)}{\varepsilon_{\nu t} - \varepsilon_{\mu t}} \right) \quad (2.83)$$

où l'on a noté par :

$$E_{\nu t} = | \varepsilon_{\nu t} - \lambda_t | \quad ; \quad t = n, p \quad (2.84)$$

On vérifie bien qu'en l'absence totale d'appariement et à température finie, le moment d'inertie perpendiculaire établi dans le cadre de notre étude approche sa valeur du corps rigide et se réduit à la somme des moments d'inertie perpendiculaires du corps rigide chaud pour les systèmes proton et neutron.

2.7.2 Moment d'inertie parallèle

En ce qui concerne le moment d'inertie parallèle, il devient en l'absence totale d'appariement :

$$\mathfrak{I}_{\parallel}(T, \Delta_{tt'} = 0) = \sum_{t=n,p} \mathfrak{I}_{\parallel t}^{rigide}(T) \quad \text{où} \quad \mathfrak{I}_{\parallel t}^{rigide}(T) = \beta \hbar^2 \sum_{\nu t} \frac{\Omega_{\nu t}^2}{2ch^2 \left(\frac{\beta E_{\nu t}}{2} \right)} \quad (2.85)$$

où l'on a gardé les mêmes notations.

Là encore, à température finie et pour un système de particules indépendantes, le moment d'inertie parallèle se réduit à la somme des moments d'inertie parallèles du corps rigide chaud des systèmes proton et neutron.

2.7.3 Valeurs expérimentales du moment d'inertie

Notre but à présent est de comparer les résultats théoriques obtenus dans le cadre de la présente étude aux résultats expérimentaux correspondants lorsqu'ils existent. En effet, les valeurs expérimentales à température nulle, lorsqu'elles existent, du moment d'inertie perpendiculaire des états fondamentaux déformés des noyaux pair-pairs sont déduites de l'état 2^+ du spectre expérimental et sont données par [121] :

$$\frac{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}}{\hbar^2} = \frac{6}{(E_2)_{\text{exp}}} \quad (2.86)$$

dans l'hypothèse d'un spectre purement rotationnel, c'est à dire dont les énergies de la bande rotationnelle construite sur l'état intrinsèque obéissent à la forme [49] :

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_{\text{exp}}} J(J+1) \quad (2.87)$$

L'expression (2.87) n'est autre que la loi en $J(J+1)$ du spectre de basses énergies des noyaux donné par [3] :

$$E_J = aJ(J+1) + bJ^2(J+1)^2 + \dots \quad (2.88)$$

où dans le cas d'un modèle purement rotationnel, b est nul et a est égal $\hbar^2/2\mathfrak{I}_{\text{exp}}$ lorsque l'état 2^+ est connu expérimentalement [8, 91].

2.8 Conclusion

Dans le présent chapitre, nous nous sommes intéressés à établir les moments d'inertie perpendiculaire et parallèle avec prise en compte de l'appariement np en plus de l'appariement entre particules identiques dans le cadre de l'approximation de cranking d'Inglis en utilisant le formalisme des intégrales de chemin et la théorie des perturbations quantiques. Les expressions ainsi obtenues des moments d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{I}_{\perp}^{np}$ et parallèle $\mathfrak{I}_{\parallel}^{np}$ ont été calculées dans différents cas de limites :

- En l'absence de l'appariement np , i. e. $\Delta_{np} = 0$, à température finie. Dans cette limite, il a été vérifié que les moments d'inertie $\mathfrak{I}_{\perp}^{np}$ et $\mathfrak{I}_{\parallel}^{np}$ se réduisaient à leurs homologues de la théorie *FTBCS* habituelle pour un système de particules identiques. On a vérifié également que le moment d'inertie perpendiculaire se présente comme la somme des moments d'inertie des systèmes proton et neutron. Il en est de même pour le moment d'inertie parallèle.
- Absence de l'appariement np , i. e. $\Delta_{np} = 0$, à température nulle $T = 0$. Dans ce cas, on a vérifié que le moment d'inertie parallèle est nul et que le moment d'inertie perpendiculaire n'est autre que la somme des moments d'inertie calculés dans la théorie *BCS* usuelle pour un système de particules identiques. Ceci est en accord avec les résultats déjà établis à température nulle pour un système de particules identiques.
- Existence de l'appariement np en plus de l'appariement entre particules identiques

pp et nn à température nulle $T = 0$. Là encore, il a été montré que le moment d'inertie parallèle est nul et que l'expression du moment d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ généralise bien celle calculée dans le cadre de l'appariement isovectoriel sans prise en compte de l'effet de la température.

■ Absence totale de l'appariement, i. e. $\Delta_{pp} = \Delta_{nn} = \Delta_{np} = 0$ à température finie.

Dans ce cas, les moments d'inertie établis dans le cadre du présent travail ne sont autres que les moments d'inertie des corps rigides chauds respectifs.

A ce stade, il serait intéressant de comparer les valeurs théoriques des moments d'inertie $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ et $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$ obtenues dans le cadre de la présente étude aux valeurs expérimentales correspondantes lorsqu'elles existent. Ceci, nous permettra de voir si les prédictions théoriques reproduisent au mieux l'allure générale du moment d'inertie. Par ailleurs, il est important d'évaluer l'apport de l'interaction résiduelle d'appariement np sur le moment d'inertie à température nulle et à température finie en comparant les présents résultats à ceux de la théorie *FTBCS* usuelle pour un système de particules identiques. Ainsi, nous pourrions conclure à la nécessité ou non de la prise en compte de ce type de corrélations dans l'étude des moments d'inertie des noyaux chauds déformés. Si notre approche s'avère concluante, elle donnera des informations précieuses sur les moments d'inertie des noyaux déformés à température nulle et à température finie avec prise en compte de l'appariement isovectoriel. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude numérique des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire dans le cas isovectoriel à température finie. Ceci sera réalisé d'abord dans le cadre du modèle schématique de Richardson [79, 84, 87, 88], ensuite dans le cadre du modèle réaliste de Woods-Saxon [84–86] où l'on considère des noyaux pair-pairs déformés riches en protons à $N - Z = 0, 2, 4$ pour lesquels il est déjà bien établi que l'effet d'appariement np est non négligeable à température nulle [43]. Les résultats numériques obtenus seront discutés et des conclusions peuvent être tirées sur l'influence de l'appariement np à température finie sur les moments d'inertie parallèle et perpendiculaire.

Chapitre 3

Résultats numériques et discussion

Nous nous proposons dans le présent chapitre de calculer numériquement les moments d'inertie parallèle et perpendiculaire obtenus par la méthode du cranking d'Inglis dans le cadre de l'appariement isovectoriel à température finie. Ceci sera réalisé d'abord dans le cadre du modèle schématique de Richardson [113] ensuite dans le cadre du modèle réaliste de Woods-Saxon [114]. Ce dernier sera appliqué aux noyaux pair-pairs riches en protons dans leur état fondamental déformé et pour lesquels $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$. Les résultats obtenus à température nulle et à température finie que se soit dans le cadre du modèle schématique de Richardson ou du modèle réaliste de Woods-Saxon seront comparés à leurs homologues de la théorie *FTBCS* usuelle.

La résolution numérique du système d'équations non linéaires formant les équations du gap s'est faite en utilisant la méthode itérative de Broyden [128]. C'est une méthode de type quasi-Newton dont le principe est d'approximer le jacobien de manière récurrente, pour ne pas avoir besoin de le recalculer à chaque pas. Un de ses inconvénients majeur est sa sensibilité par rapport au choix des valeurs initiales. Si ces dernières sont bien choisies, cette méthode converge vers la solution physique. En ce qui nous concerne, signalons que cette méthode a convergé rapidement lors du traitement des cas schématiques contrairement au cas réaliste où le choix des valeurs initiales était très ardu.

3.1 Étude d'un cas schématique : Modèle de Richardson

Le formalisme précédemment [76] décrit dans le premier chapitre a été testé numériquement d'abord dans le cadre de modèles schématiques tels que le modèle à un niveau [76–78, 80, 83] ou encore le modèle de Richardson [79, 84, 87, 88]. Ce dernier [113] décrit un ensemble de niveaux équidistants doublement dégénérés tels que $|e_{\nu t}\rangle = \nu$, $\forall t = n, p$ et $\nu = 1, \dots, \Omega$; Ω étant le nombre d'orbitales. Dans ce qui suit, nous avons considéré un système tel que : $Z = N = \Omega = 8$. Chaque état $|e_{\nu t}\rangle$ est arbitrairement caractérisé par des valeurs du moment cinétique j_ν et de sa projection m_ν données dans le tableau TAB.3.1 [29]. Ces valeurs ont été utilisées afin d'évaluer les éléments de matrices $\langle \nu t | J_z | \nu t \rangle$ et $\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle$ qui apparaissent respectivement dans les expressions des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire données respectivement par (2.54) et (2.63). La méthodologie adoptée consiste à fixer, à température nulle, les valeurs des paramètres du gap Δ_{pp} et Δ_{nn} et à faire varier Δ_{np} [84, 87, 88].

TAB. 3.1 – Valeurs du moment cinétique et de sa projection pour les différents états dans le cadre du modèle de Richardson pour un système composé de 8 protons et 8 neutrons et un nombre d'orbitales égal à 8.

ν	1	2	3	4	5	6	7	8
j_ν	1/2	1/2	3/2	3/2	1/2	3/2	3/2	5/2
m_ν	1/2	1/2	1/2	3/2	1/2	1/2	3/2	1/2

3.1.1 Paramètres du gap

La présente étude a été réalisée pour trois valeurs de $\Delta_{np}(0)$ telles que $0.3MeV \leq \Delta_{np}(0) \leq 0.5MeV$ choisies arbitrairement. Par ailleurs, les valeurs des constantes d'appariement $G_{tt'}$ ($t, t' = n, p$) ont été choisies de manière à retrouver les valeurs des paramètres du gap $\Delta_{pp}(0) = 1.2MeV$ et $\Delta_{nn}(0) = 1.4MeV$ pris à titre d'exemple.

Dans une première étape, ce sont les variations des paramètres du gap en fonction

de la température T qui ont été étudiées pour les trois valeurs de $\Delta_{np}(0)$ (panneau du haut de la figure Fig. 3-1). Ces variations y sont représentées en traits continus. Nous avons reproduit sur ces mêmes figures leurs analogues de la théorie *FTBCS* pour un système de particules identiques représentées en tirets. Dans cette approche, les valeurs des constantes d'appariement G_{pp} et G_{nn} ont également été choisies de manière à retrouver les valeurs des paramètres du gap $\Delta_{pp}(0) = 1.2MeV$ et $\Delta_{nn}(0) = 1.4MeV$ pris initialement.

Il a été constaté que l'allure de la courbe de $\Delta_{np}(T)$ est similaire à celle de $\Delta_{pp}(T)$ et $\Delta_{nn}(T)$ de la théorie *FTBCS* usuelle où seul l'appariement entre particules identiques est pris en considération [76–78, 80, 83]. En effet, Δ_{np} est constant pour les faibles températures, et décroît ensuite rapidement jusqu'à s'annuler à $T = T_{cnp}$ (T_{cnp} étant la valeur critique de la température).

Quant à Δ_{pp} et Δ_{nn} , leur comportement est totalement modifié par la prise en compte de l'appariement np . En effet, pour les faibles températures et lorsque $T < T_{cnp}$, les paramètres du gap Δ_{pp} et Δ_{nn} ont des valeurs constantes présentant ainsi des plateaux dans la région où Δ_{np} est constant (i. e pour $T < T_{cnp}$) et croissent dans la région où Δ_{np} décroît. Cependant, au-delà de $T = T_{cnp}$ (i. e. $\Delta_{np} = 0$), l'allure des courbes des paramètres du gap est similaire à celle de la théorie *FTBCS* habituelle où l'on note une décroissance progressive de Δ_{pp} et Δ_{nn} jusqu'à leur annulation à $T = T_{cpp}$ et $T = T_{cnn}$. Ces nouvelles températures critiques sont différentes des températures critiques de la théorie *FTBCS* habituelle. En effet, il existe un décalage entre les valeurs des températures critiques proton et neutron T_{cpp} et T_{cnn} du présent modèle et celles de la théorie *FTBCS* usuelle. L'écart est d'autant plus important que la valeur de $\Delta_{np}(0)$ est importante. Cet écart varie de 2%(1%) pour $T_{cpp}(T_{cnn})$ lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.3MeV$ et atteint 5% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.5MeV$ pour les deux températures critiques $T_{cpp}(T_{cnn})$.

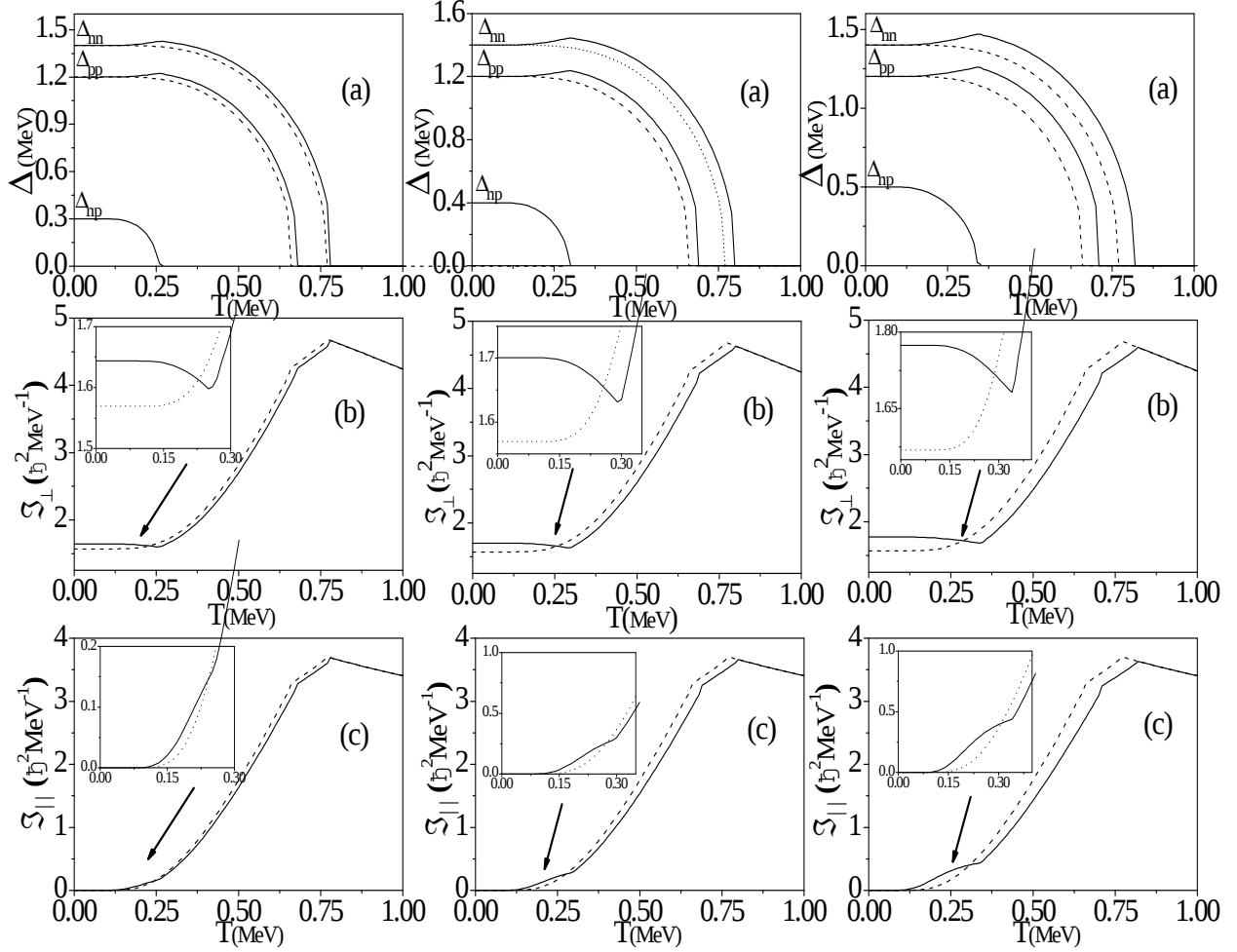


FIG. 3-1 – Variation des différents paramètres du gap (a), du moment d’inertie perpendiculaire (b) et du moment d’inertie parallèle (c) en fonction de la température dans le cas du modèle de Richardson ($N = Z = \Omega = 8$). Le panneau de gauche correspond à $\Delta_{np}(0) = 0.3 \text{ MeV}$, celui du milieu à $\Delta_{np}(0) = 0.4 \text{ MeV}$ et celui de droite à $\Delta_{np}(0) = 0.5 \text{ MeV}$. Les traits continus représentent les résultats du présent modèle et les tirets sont ceux de l’approche *FTBCS* habituelle.

3.1.2 Moment d'inertie

Nous avons ensuite étudié la variation des moments d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ (panneau du milieu de la figure Fig. 3-1) et parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$ (panneau du bas de la figure Fig. 3-1) en fonction de la température pour les trois valeurs de $\Delta_{np}(0)$. Ces variations sont représentées en traits continus. Les valeurs déduites de la théorie *FTBCS* usuelle pour ces mêmes grandeurs sont également reproduites sur ces mêmes figures et y sont représentées en tirets.

En ce qui concerne l'allure de $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$, on remarque la présence d'un plateau dans la région où les trois paramètres du gap Δ_{pp} , Δ_{nn} et Δ_{np} sont constants. Par ailleurs, dans la région où Δ_{np} décroît, $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$ décroît également et cela jusqu'à la valeur $T = T_{cnp}$. L'écart relatif entre les prévisions du présent modèle et celles de la théorie *FTBCS* usuelle défini par $|\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T) - \mathfrak{S}_{\perp}^{FTBCS}(T)| / \mathfrak{S}_{\perp}^{FTBCS}(T)$ croît avec la valeur de $\Delta_{np}(0)$. En effet, sa valeur maximale est de 5% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.3MeV$ et aux alentours de 13% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.5MeV$.

Au-delà de $T = T_{cnp}$, l'allure de $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$, change. En effet, il augmente progressivement et son allure ressemble à celle donnée dans le cadre de la théorie *FTBCS* usuelle présentant ainsi deux discontinuités aux points $T = T_{cpp}$ et $T = T_{cnn}$ qui sont respectivement les températures critiques proton et neutron. Cependant, l'écart entre les deux courbes correspondant au présent modèle et à la théorie *FTBCS* reste quasi-constant. En effet, bien qu'en l'absence d'appariement *np*, les équations du gap [76] et l'expression de $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$ [79, 84, 87, 88] se réduisent à leurs homologues de la théorie *FTBCS* habituelle [7, 8, 95], les valeurs des constantes d'appariement sont différentes dans les deux modèles. Notons également que dans cette région, la valeur maximale de l'écart relatif passe de 5% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.3MeV$ à 13% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.5MeV$. Ces valeurs sont comparables à celles calculées précédemment dans le cas des faibles températures.

En l'absence totale des corrélations d'appariement, i. e. $T \geq T_{cnn}$, les deux courbes se confondent en une seule qui correspond au moment d'inertie du corps rigide.

Quant au moment d'inertie parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$, il est nul dans les deux modèles pour les

faibles températures où Δ_{pp} , Δ_{nn} et Δ_{np} sont constants.

Cependant, dans la région où Δ_{np} diminue, $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$ croît en ayant une allure différente de $\mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T)$. Là encore, l'écart entre les deux courbes correspondant à $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$ et $\mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T)$ est d'autant plus important que la valeur de $\Delta_{np}(0)$ est importante. Au-delà de la valeur T_{cnp} , les deux courbes ont le même comportement et évoluent avec un écart pratiquement constant. La valeur maximale que prend l'écart relatif défini par $\left| \mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T) - \mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T) \right| / \mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T)$ est de 7% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.3MeV$ et atteint les 17% lorsque $\Delta_{np}(0) = 0.5MeV$.

Là encore, en l'absence totale d'appariement ($\Delta_{tt'} = 0$; $t, t' = n, p$), les courbes de $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$ et $\mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T)$ se confondent en une seule qui est celle du moment d'inertie du corps rigide.

Finalement, nous avons vérifié qu'en prenant un système tel que $N = Z = \Omega = 10$, pris là encore à titre d'exemple, l'allure des paramètres du gap et des moments d'inertie perpendiculaire et parallèle représentée par la figure Fig. 3-2 rejoint celle décrite précédemment par la figure 3-1. De même, signalons que nous ne nous sommes pas restreint à schématiser uniquement un système ayant un nombre de neutrons égal à celui des protons. C'est ainsi qu'un système possédant un nombre d'orbitales $\Omega = 8$ et formé de 8 neutrons et 6 protons a été étudié à titre d'exemple et est présenté par la figure Fig. 3-3. Là encore, on vérifie bien que les mêmes remarques sont faites concernant les variations des différentes grandeurs considérées jusqu'à présent (i. e. $\Delta_{tt'}(T)$, $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}(T)$ et $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$) et étudiées dans le cadre du modèle schématique de Richardson.

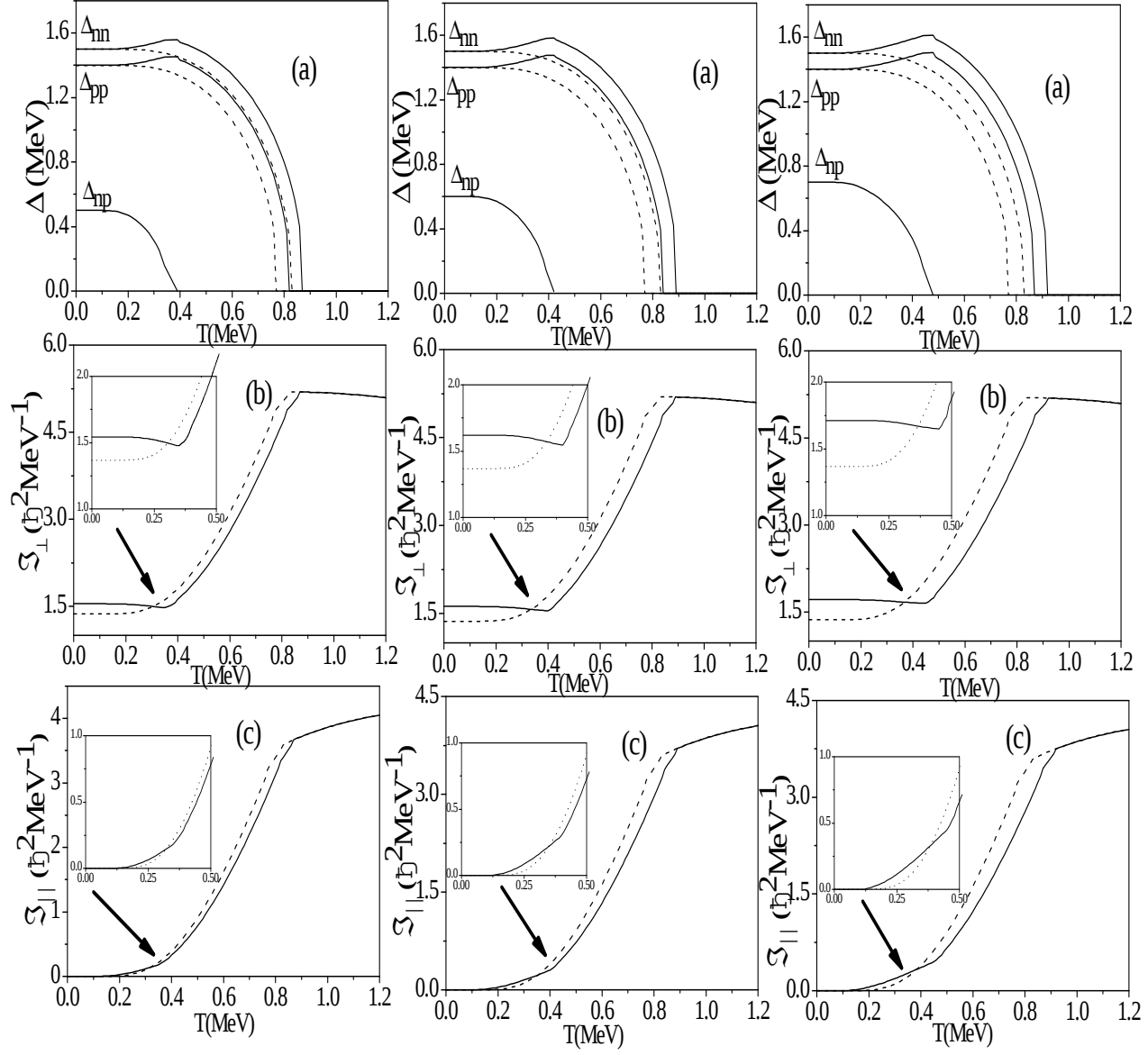


FIG. 3-2 – Même chose que le graphe (3-1) dans le cas du modèle schématique de Richardson pour un système à $N = Z = \Omega = 10$.

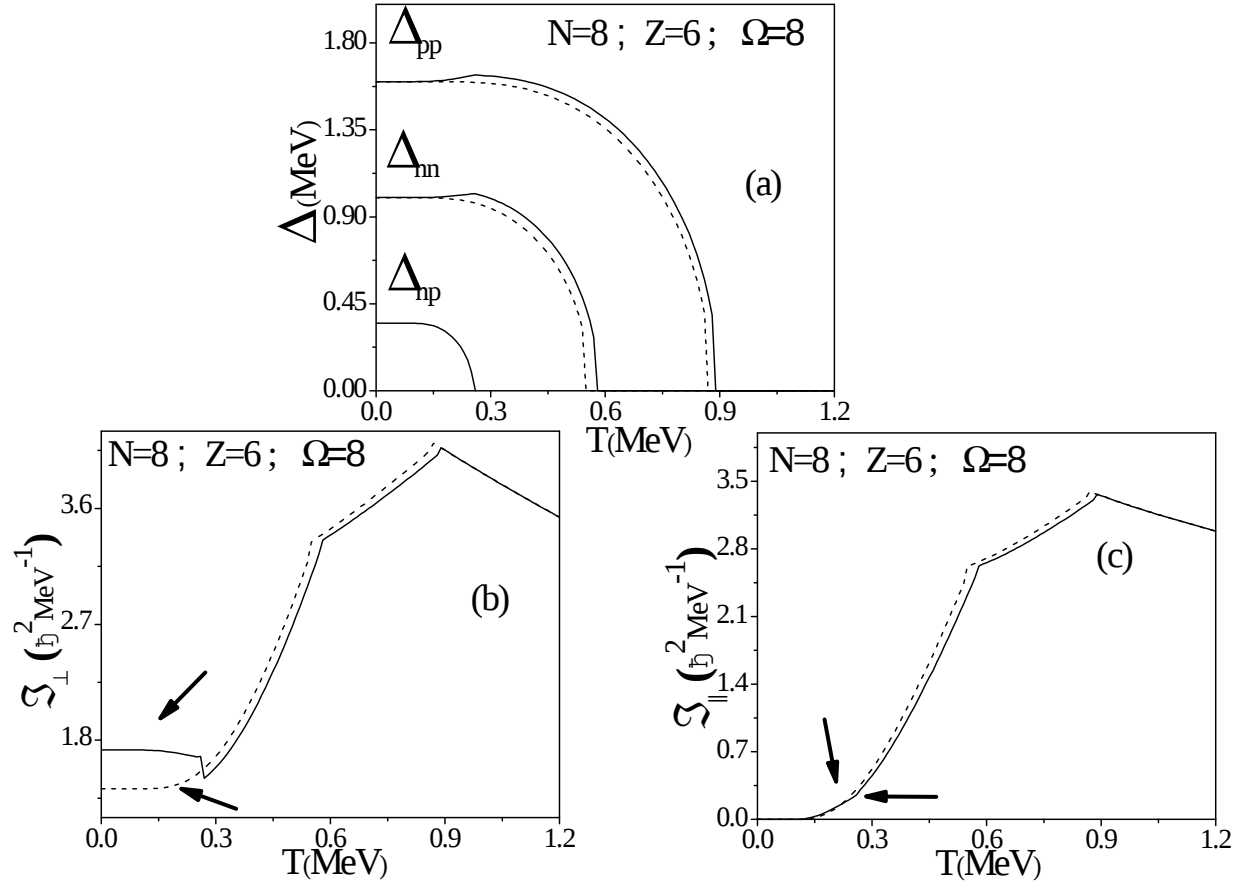


FIG. 3-3 – Même chose que la figure Fig. 3-1 dans le cadre du modèle schématique de Richardson pour un système à $N = 8$, $Z = 6$ et un nombre d'orbitales $\Omega = 8$.

3.1.3 Conclusion

Les moments d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ et parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$ ont été évalués en fonction de la température, dans le cas isovectoriel, dans le cadre du modèle schématique de Richardson. La méthodologie adoptée consistait à fixer, à température nulle, les valeurs des paramètres du gap Δ_{pp} et Δ_{nn} et à faire varier Δ_{np} . Les résultats obtenus ont été comparés à leurs homologues de la théorie *FTBCS* habituelle.

Il a été montré que dans la région où l'appariement *np* existe ($\Delta_{np}(T) \neq 0$), il y a un écart entre les valeurs des moments d'inertie calculées dans le cadre des deux modèles. Cet écart est d'autant plus important que la valeur de $\Delta_{np}(0)$ (et donc la valeur de la température critique T_{cnp} qui correspond à $\Delta_{np} = 0$) est importante. Nous pouvons donc conclure qu'en dessous de T_{cnp} , l'influence de l'appariement *np* sur les moments d'inertie est d'autant plus importante que la valeur de Δ_{np} à température nulle est importante. Notons toutefois que le moment d'inertie parallèle est moins affecté par ce type de corrélations que le moment d'inertie perpendiculaire.

Par ailleurs, dans la région où $T \geq T_{cnp}$, l'écart entre les courbes correspondant aux deux modèles reste quasi-constant. En effet, la prise en compte de l'appariement isovectoriel se traduit par un décalage des températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} par rapport à celle de la théorie *BCS* à température finie (*FTBCS*) usuelle. Ce fait entraîne donc une modification des moments d'inertie par rapport à la théorie *FTBCS* même au-delà de la température critique T_{cnp} .

Notons qu'en l'absence totale d'appariement, i. e. $T \geq T_{cnn}$, les prévisions des deux modèles se confondent et correspondent aux valeurs du moment d'inertie du corps rigide.

En résumé, il a été montré que les corrélations d'appariement isovectoriel jouent un rôle important lors de la détermination des moments d'inertie perpendiculaire et parallèle en fonction de la température. Notons toutefois que s'agissant d'un modèle schématique, il n'existe pas de valeurs expérimentales; il serait donc intéressant d'évaluer l'effet de ce type de corrélation sur les moments d'inertie des noyaux chauds dans le cadre d'un modèle réaliste comme celui de Woods-Saxon [114].

3.2 Étude d'un cas réaliste : Modèle de Woods-Saxon

Après avoir considéré le cas schématique de Richardson [84,87,88], nous nous sommes intéressés par la suite au cas réaliste [77,84–86]. Dans tout ce qui suit, nous allons appliquer la présente théorie à une série de noyaux pair-pairs riches en protons dans leur état fondamental déformé et pour lesquels $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$ [84–86]. Pour ce faire, ce sont les énergies des niveaux individuels du champ moyen déformé de Woods-Saxon [114] supposés indépendants de la température [129] qui seront utilisés. En effet, une des caractéristiques essentielles de ce modèle réaliste est sa dépendance explicite de la forme du noyau [7]. Les paramètres de déformation utilisées sont c et h [130]. Le paramètre c représente l'élongation nucléaire quant à h , il représente l'étranglement du noyau correspondant à la variation de l'épaisseur suivant l'axe perpendiculaire à l'axe (Oz) (ce dernier pris comme axe de symétrie) pour une longueur donnée. Dans tout ce qui suit, les paramètres de déformation de l'état fondamental (c, h) ont été extraits de la référence [131]. Par ailleurs, la dégénérescence totale des niveaux Ω est égale à 455 correspondant à un nombre de couches maximal $N = 12$.

Les cinq équations du gap précédemment établies [76] seront d'abord résolues à température nulle ensuite à température finie. Il est clair qu'à $T = 0$, seul le moment d'inertie perpendiculaire a une valeur non nulle et c'est cette dernière qui sera comparée à la valeur expérimentale du moment d'inertie lorsqu'elle existe [41, 58, 59, 107, 108, 134].

La généralisation de ce travail à température finie nous permettra d'étudier explicitement la variation des moments d'inertie parallèle et perpendiculaire en fonction de la température [84] et en fonction de $(N - Z)$ [85, 86]. Les résultats obtenus à $T = 0$ et $T \neq 0$ seront comparés à leurs homologues de la théorie *FTBCS* usuelle. Finalement, des conclusions seront tirées sur l'importance de prendre en considération les corrélations d'appariement np dans la détermination du moment d'inertie des noyaux pair-pairs à $N \simeq Z$ (riches en protons).

3.2.1 Équations du gap

Rappelons d'abord que nous avons considéré des noyaux pair-pairs riches en protons dans leur état fondamental déformé tels que $30 \leq Z \leq 40$ avec $N - Z = 0, 2, 4$ pour lesquels l'effet des corrélations d'appariement np à température nulle est non négligeable [40, 43, 54, 66].

Les valeurs des constantes d'appariement G_{pp} , G_{nn} et G_{np} ont été déduites directement des valeurs des paramètres du gap Δ_{pp} , Δ_{nn} et Δ_{np} connues à température nulle. Ces derniers sont déterminés à partir des différences de masse pair-impair [132] :

$$\begin{aligned}
\Delta_{pp} &= -\frac{1}{8} [M(Z+2, N) - 4M(Z+1, N) + \\
&\quad 6M(Z, N) - 4M(Z-1, N) + M(Z-2, N)] \\
\Delta_{nn} &= -\frac{1}{8} [M(Z, N+2) - 4M(Z, N+1) + \\
&\quad 6M(Z, N) - 4M(Z, N-1) + M(Z, N-2)] \\
\Delta_{np} &= \frac{1}{4} \{2[M(Z, N+1) + M(Z, N-1) + M(Z-1, N) + M(Z+1, N)] \\
&\quad -4M(Z, N) - [M(Z+1, N+1) + M(Z-1, N+1) + \\
&\quad M(Z+1, N-1) + M(Z-1, N-1)]\}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

où $M(Z, N)$ est la masse expérimentale d'un noyau constitué de Z protons et N neutrons déduite de la table de Möller [133] lorsqu'elle existe. Autrement, elle représente la masse théorique extraite de la même table.

Noyaux pair-pairs à $N = Z$ et $30 \leq Z \leq 40$

Les variations des paramètres du gap en fonction de la température T ont été étudiées pour quelques noyaux choisis à titre d'exemple (TAB 3.2) [84]. En particulier, celles de deux noyaux choisis à titre d'exemple ^{72}Kr et ^{76}Sr qui sont représentées en traits continus dans les figures Fig. 3-4 (a) et Fig. 3-5 (a).

Nous avons reproduit sur ces mêmes figures, comme dans le cadre du modèle schéma-

TAB. 3.2 – Valeurs des constantes d'appariement et des paramètres du gap des systèmes neutrons et protons dans le cas isovectoriel pour les noyaux considérés dans le présent travail.

<i>Noyaux</i>	c	h	Δ_{pp} (<i>MeV</i>)	Δ_{nn} (<i>MeV</i>)	Δ_{np} (<i>MeV</i>)	G_{pp} (<i>MeV</i>)	G_{nn} (<i>MeV</i>)	G_{np} (<i>MeV</i>)
^{60}Zn	1.16	-0.118	1.789	1.767	1.550	0.1389	0.1495	0.1536
^{64}Ge	1.095	0.125	1.807	2.141	1.498	0.1328	0.1461	0.1499
^{68}Se	1.074	0.265	1.552	1.867	0.865	0.1232	0.1364	0.1425
^{72}Kr	0.794	0.243	1.848	1.841	0.802	0.1225	0.1326	0.1416
^{76}Sr	1.209	0.112	1.876	1.972	1.060	0.1216	0.1326	0.1405
^{80}Zr	1.199	0.154	1.561	1.48	0.540	0.1082	0.115	0.1338

tique de Richardson, leurs analogues de la théorie *FTBCS* pour un système de particules identiques représentées en tirets. Dans cette approche, les valeurs des constantes d'appariement G_{pp} et G_{nn} ont également été choisies de manière à retrouver les valeurs des paramètres du gap à température nulle (TAB. 3.3).

TAB. 3.3 – Valeurs des constantes d'appariement et des paramètres du gap des systèmes neutrons et protons dans le cas de la théorie *FTBCS* usuelle pour ces mêmes noyaux.

Noyaux	$\Delta_{pp}(\text{MeV})$	$\Delta_{nn}(\text{MeV})$	$G_p(\text{MeV})$	$G_n(\text{MeV})$
^{60}Zn	1.789	1.767	0.1307	0.1404
^{64}Ge	1.807	2.141	0.1262	0.1396
^{68}Se	1.552	1.867	0.1201	0.1334
^{72}Kr	1.848	1.841	0.1204	0.1303
^{76}Sr	1.876	1.972	0.1180	0.1287
^{80}Zr	1.561	1.48	0.1128	0.1211

Il a été constaté, là encore comme dans le cadre du modèle schématique de Richardson (voir Fig. 3-4 et Fig. 3-5), que l'allure de la courbe $\Delta_{np}(T)$ est similaire à celle de $\Delta_t(t = p, n)$ de la théorie *FTBCS* usuelle où seul l'appariement entre particules identiques est pris en considération. En effet, l'étude a montré que Δ_{np} a une valeur constante pour les faibles températures, ensuite décroît rapidement jusqu'à s'annuler à $T = T_{cnp}$ (T_{cnp} étant la valeur de la température critique) qui vaut 0.15 *MeV* pour le ^{72}Kr et 0.156 *MeV* pour le ^{76}Sr .

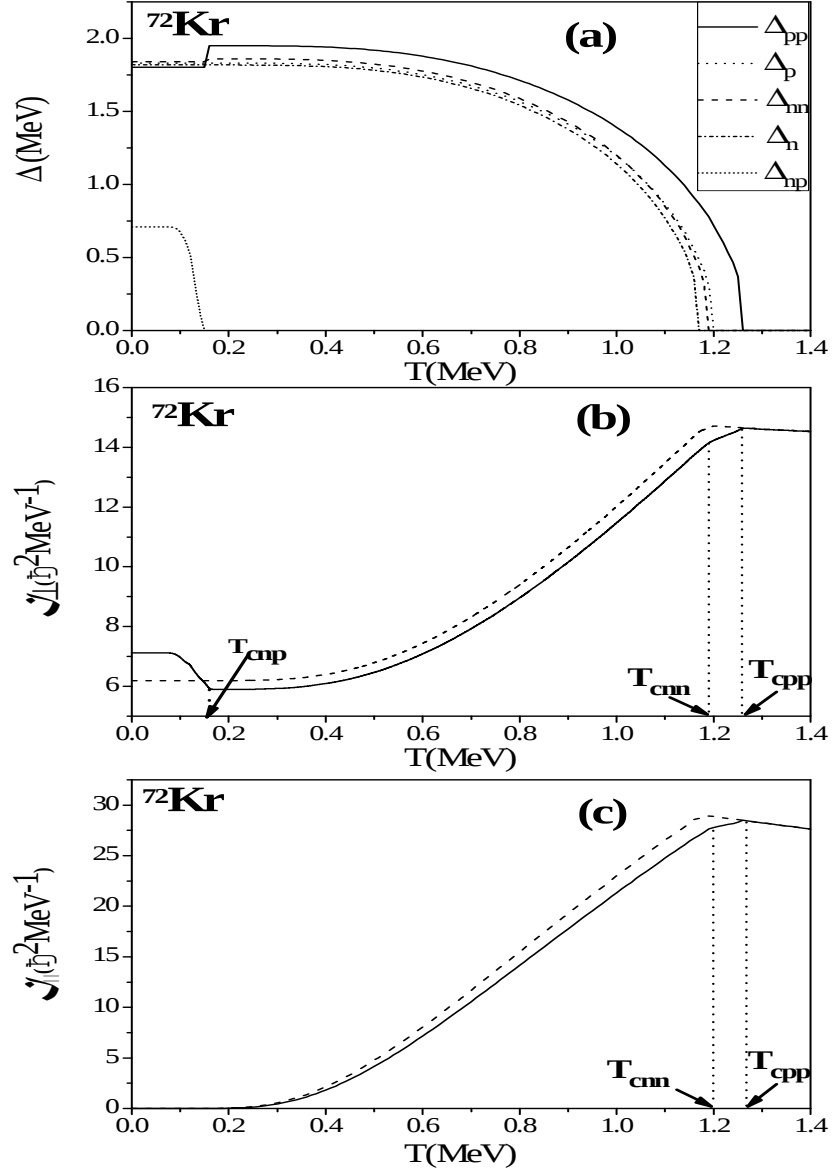


FIG. 3-4 – Variation des différents paramètres du gap (a), moment d’inertie perpendiculaire (b) et moment d’inertie parallèle (c) en fonction de la température pour le noyau ^{72}Kr dans son état fondamental. Les traits continus représentent les résultats du présent modèle et les tirets sont ceux de l’approche *FTBCS* habituelle.

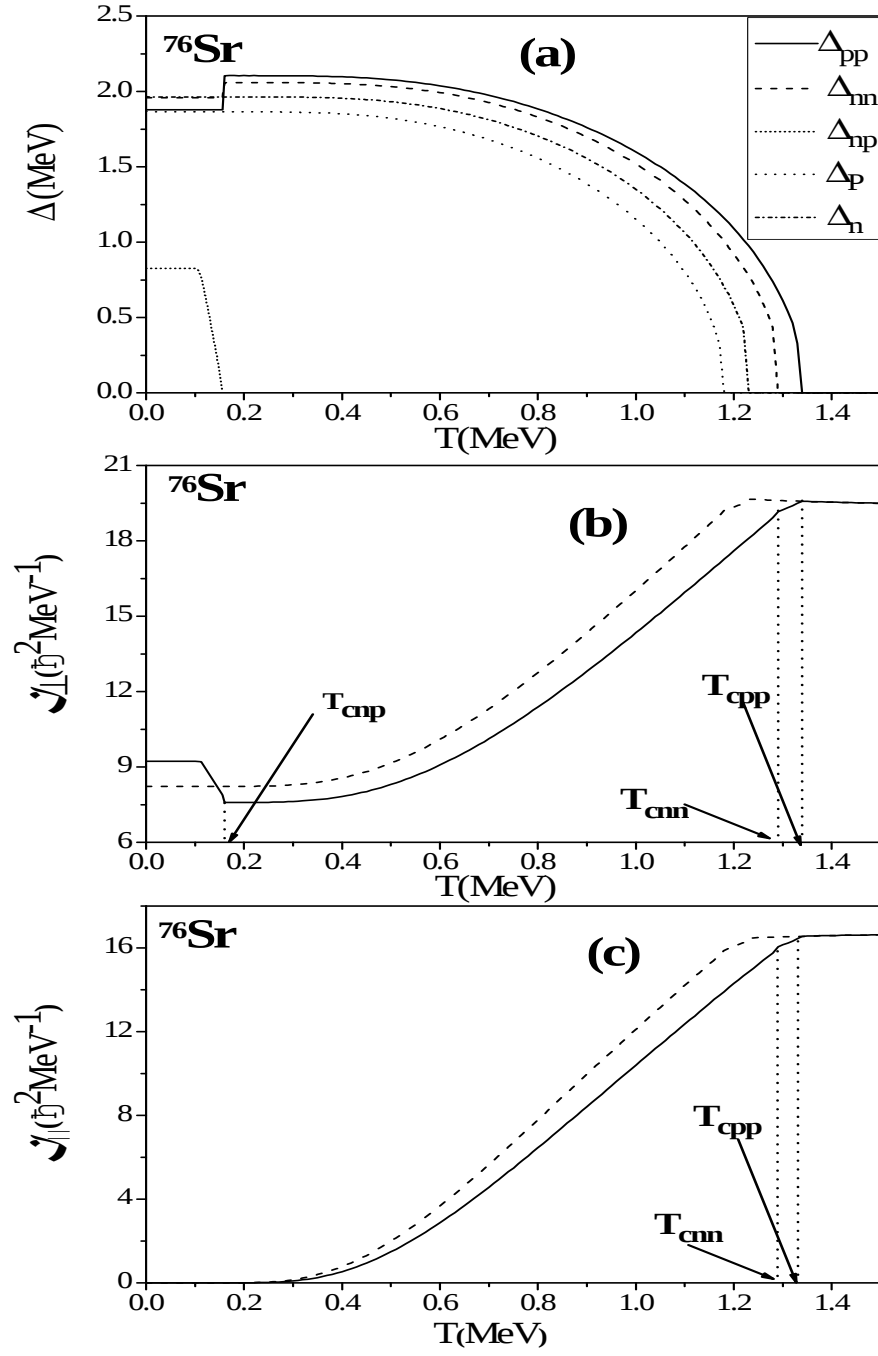


FIG. 3-5 – Même chose que la Fig. 3-4 pour le noyau ^{76}Sr .

Quant à Δ_{pp} et Δ_{nn} , leur comportement est totalement modifié par la prise en compte de l'appariement np rejoignant ainsi les résultats du modèle schématique de Richardson. En effet, pour les faibles températures et lorsque $T < T_{cnp}$, les paramètres du gap Δ_{pp} et Δ_{nn} ont des valeurs constantes présentant ainsi des plateaux dans la région où Δ_{np} est constant. Cependant, dans le cadre du présent modèle et contrairement au modèle schématique de Richardson, la transition de phase qui se fait lorsque $\Delta_{np} = 0$ (i.e. $T = T_{cnp}$) est clairement plus abrupte et plus raide. Cette transition pourrait être plus lisse et donc moins abrupte si on inclut, comme dans le cadre de l'appariement entre particules identiques [21,37], les fluctuations quantiques qui ont été négligées dans le cadre de notre étude dans le calcul de la fonction de partition [76]. De même, l'élimination des fluctuations du nombre de particules en utilisant une méthode de projection dans l'espace nombre de particules [23] pourrait éventuellement rendre cette transition moins raide.

Par ailleurs, au-delà de $T = T_{cnp}$, l'allure des courbes des paramètres du gap est similaire à celle de la théorie *FTBCS* habituelle où l'on note une décroissance progressive de Δ_{pp} et Δ_{nn} jusqu'à leur annulation à T_{cpp} et T_{cnn} respectivement. Ces nouvelles températures critiques des systèmes proton et neutron sont différentes des températures critiques de la théorie *FTBCS* habituelle. En effet, il existe un décalage entre les valeurs des températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} du présent modèle et celles de la théorie *FTBCS* usuelle. Cet écart vaut 6% (2%) pour T_{cpp} (T_{cnn}) pour le noyau ^{72}Kr et 16% (6%) pour T_{cpp} (T_{cnn}) pour le noyau ^{76}Sr .

Nous avons étendu notre étude sur l'ensemble des noyaux ^{60}Zn , ^{64}Ge , ^{68}Se et ^{80}Zr , l'aspect général des figures Fig. 3-6 (a) et Fig. 3-7 (a) montrent que les mêmes conclusions peuvent être tirées concernant l'allure des paramètres du gap de l'ensemble des noyaux étudiés. Nous vérifions aisément que les températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} obtenues par le présent modèle (Fig. 3-8 (a)) sont plus importantes que celles obtenues dans le cadre de l'approche *FTBCS* usuelle (Fig. 3-8 (b)). En ce qui concerne les températures critiques T_{cnp} , elles varient entre $0.114MeV$ pour le noyau ^{80}Zr à $0.21MeV$ pour le noyau ^{68}Se (Fig. 3-8 (a)).

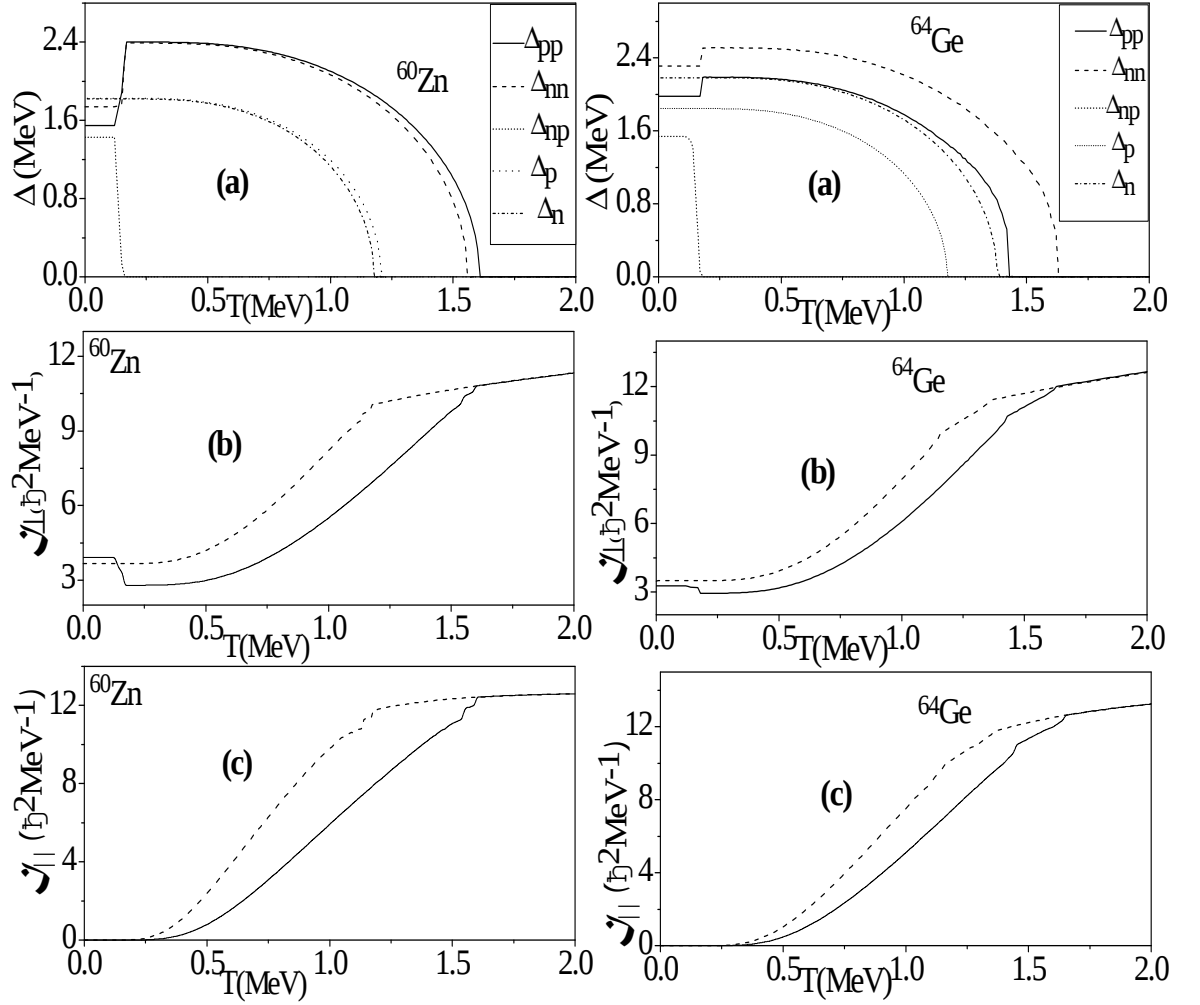


FIG. 3-6 – Variation des différents paramètres du gap (a), moment d’inertie perpendiculaire (b) et moment d’inertie parallèle (c) en fonction de la température pour les noyaux ^{60}Zn , ^{64}Ge dans leur état fondamental. Les traits continus représentent les résultats du présent modèle et les tirets sont ceux de l’approche *FTBCS* habituelle.

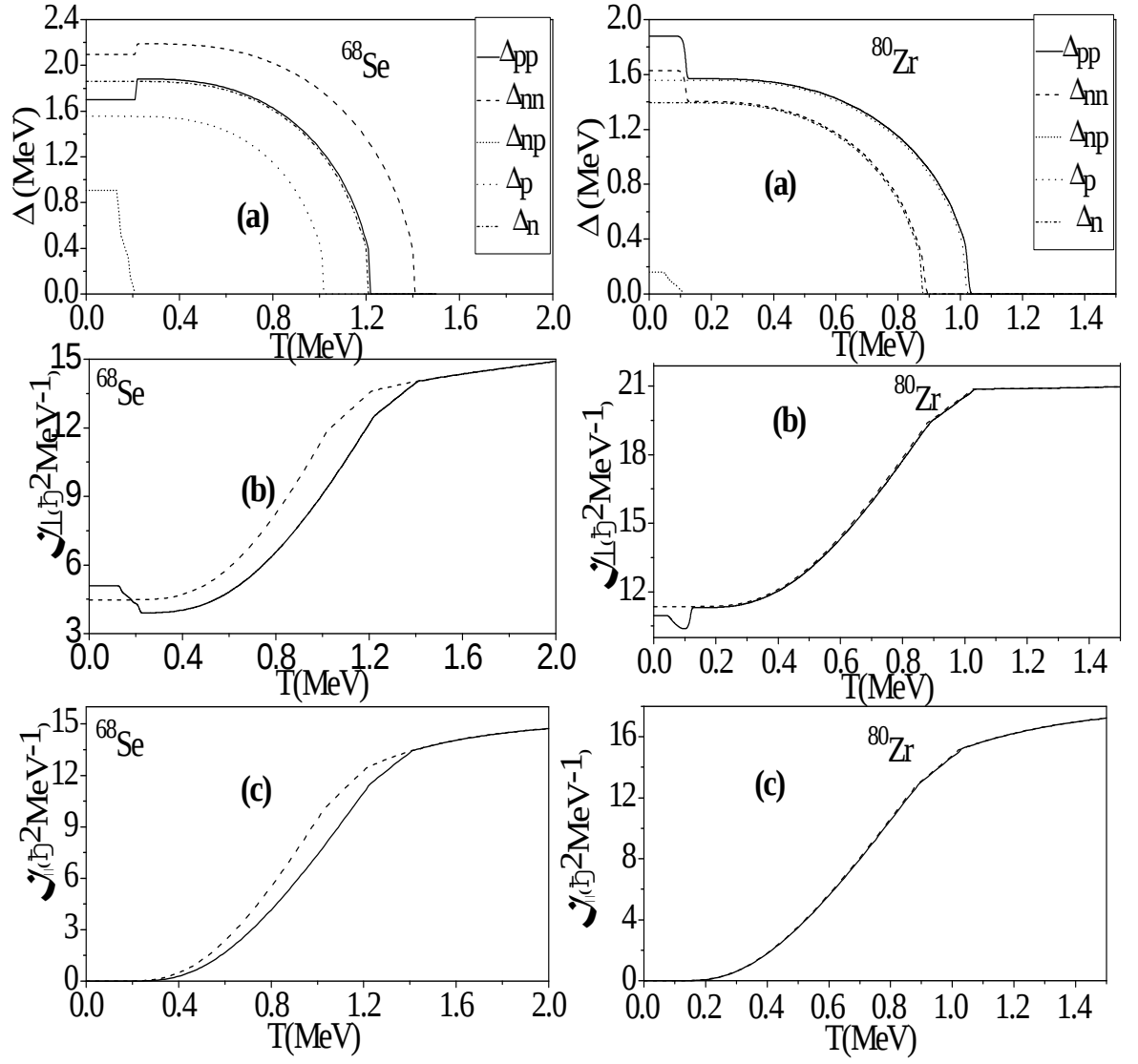


FIG. 3-7 – Même chose que la Fig. 3-6 pour les noyaux ^{68}Se et ^{80}Zr .

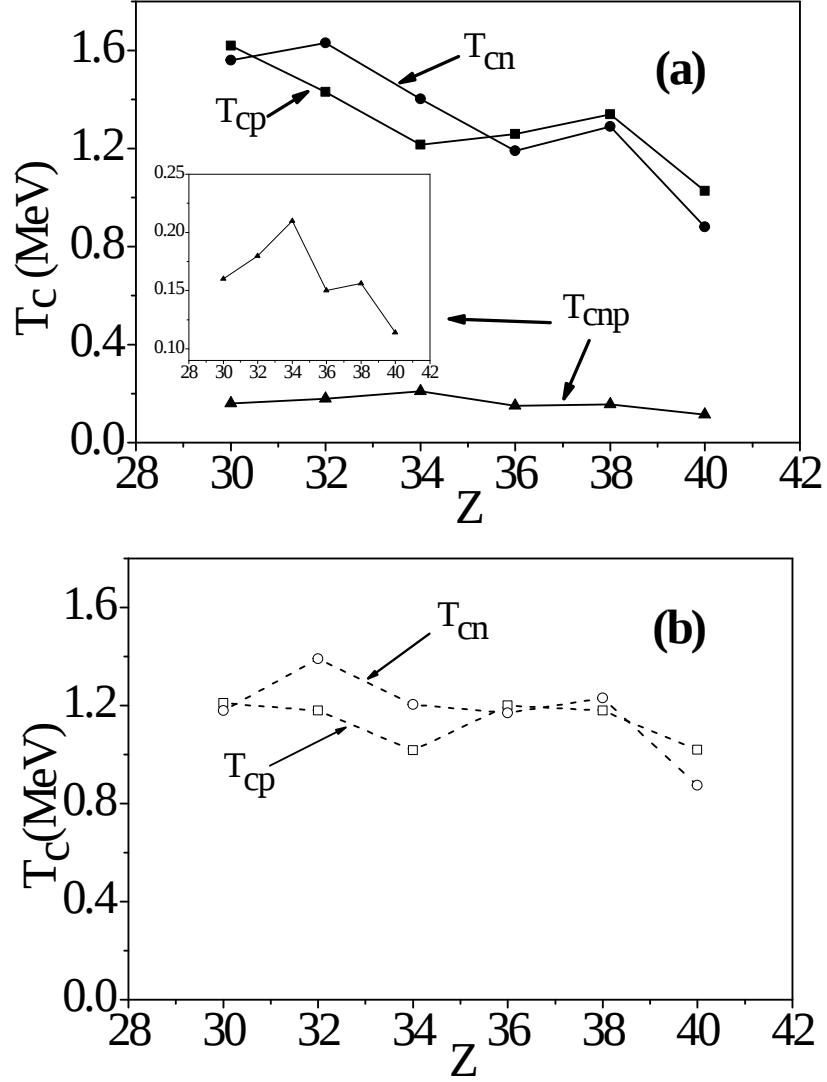


FIG. 3-8 – Variation des températures critiques en fonction de Z pour les noyaux à $N = Z$ et $30 \leq Z \leq 40$ dans le cadre du modèle de Woods-Saxon, avec (a) et sans (b) prise en compte de l'appariement np respectivement.

Noyaux pair-pairs à $N - Z = 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$

Dans le but de compléter le présent travail, nous nous sommes intéressés par la suite à l'étude des nucléides tels que $N - Z = 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$ [86]. Pour cela, nous avons adopté la même méthode que celle décrite dans le paragraphe 1. 2. 1. Les constantes d'appariement et les demi-largeurs du gap connues à températures nulle [131] correspondant aux différents noyaux dans le cas isovectoriel et la théorie *FTBCS* habituelle sont données dans les tableaux TAB. 3.4 et TAB. 3.5 respectivement.

TAB. 3.4 – Valeurs des constantes d'appariement et des paramètres du gap des systèmes neutrons et protons dans le cas isovectoriel pour les noyaux à $N=Z=30-40$ et $N-Z=2, 4$.

Noyaux	c	h	Δ_{pp} (MeV)	Δ_{nn} (MeV)	Δ_{np} (MeV)	G_{pp} (MeV)	G_{nn} (MeV)	G_{np} (MeV)
^{62}Zn	1.123	0.0138	1.4050	1.6250	0.5550	0.1294	0.1356	0.1474
^{64}Zn	1.100	0.103	1.4300	1.6987	0.5200	0.1294	0.1326	0.1499
^{66}Ge	1.086	0.181	1.5087	1.8612	0.8175	0.1259	0.1356	0.1471
^{68}Ge	0.832	0.189	1.6012	1.8825	0.6300	0.1263	0.1318	0.1482
^{70}Se	0.816	0.198	1.5937	1.7387	0.4025	0.1219	0.1296	0.1426
^{72}Se	0.824	0.259	1.7912	1.8800	0.7000	0.1252	0.1274	0.1457
^{74}Kr	1.209	0.0844	1.5662	1.4387	0.4550	0.1175	0.1258	0.1385
^{76}Kr	1.202	0.102	1.7387	1.5712	0.5200	0.1200	0.1234	0.1400
^{78}Sr	1.204	0.126	1.8125	1.6712	0.5950	0.1192	0.1246	0.1370
^{80}Sr	1.034	$-0.854E-02$	1.5725	1.3475	0.2000	0.1118	0.1157	0.1344
^{82}Zr	1.034	$-0.854E-02$	0.9300	1.1762	-0.9375	0.1105	0.1178	0.1210

Étant donné que notre but principal est d'étudier la variation des moments d'inertie perpendiculaire et parallèle en fonction de la température, nous nous sommes intéressés donc aux noyaux dont les valeurs des paramètres de déformation de l'état fondamental sont non sphériques et c'est bien la raison pour laquelle le noyau ^{86}Zr n'a pas été étudié [131].

Les variations des différents paramètres du gap en fonction de la température T ont été reportées sur les panneaux (a) des figures Fig. 3-9 à Fig. 3-14. On constate à l'issue de cette étude qu'on peut tirer les mêmes remarques et faire les mêmes conclusions concernant la variation de ces paramètres que celles déjà faites précédemment dans le cas des noyaux à $N = Z$.

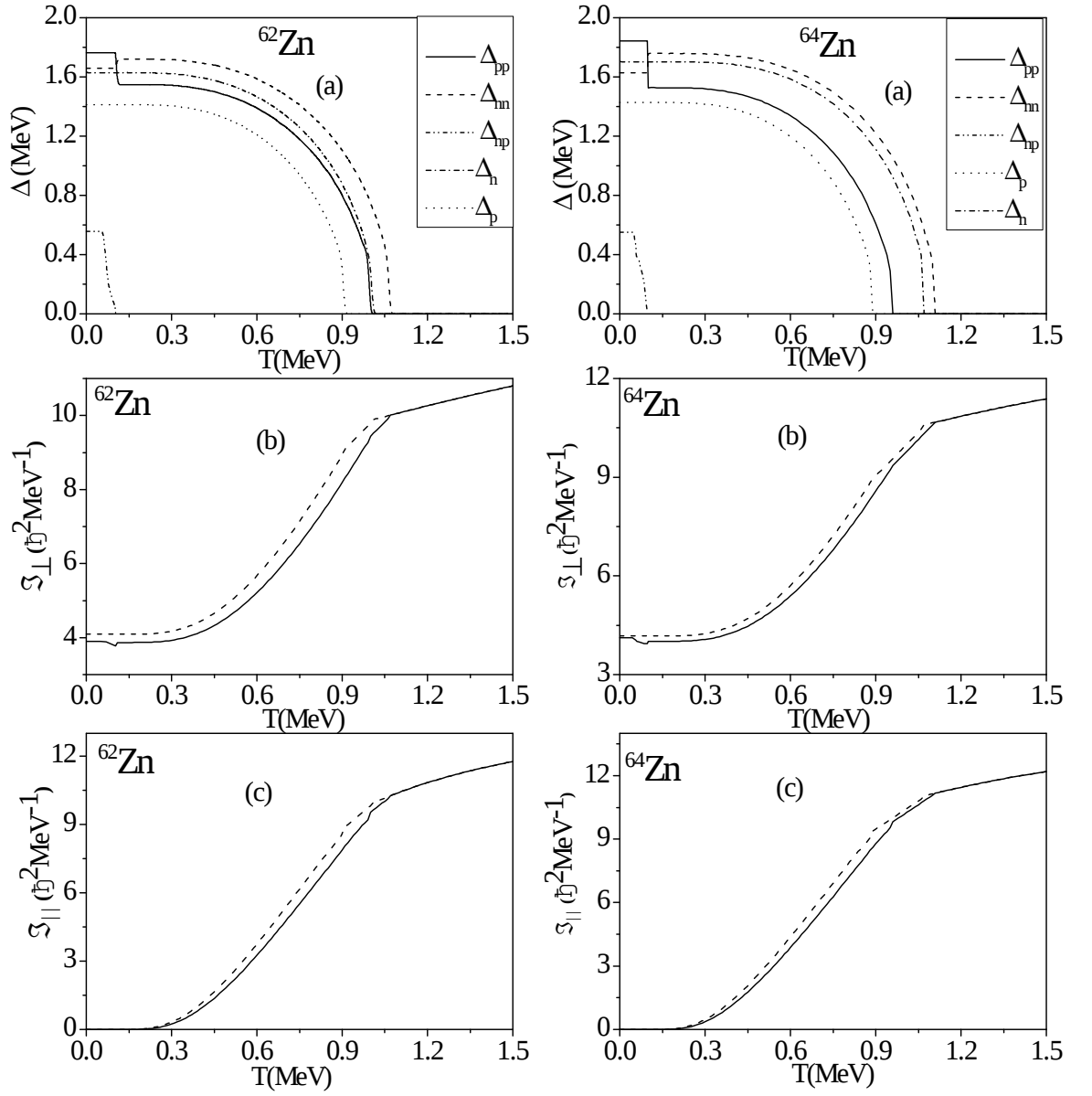


FIG. 3-9 – Variation des différents paramètres du gap (a), moment d’inertie perpendiculaire (b) et moment d’inertie parallèle (c) en fonction de la température pour les noyaux ^{62}Zn , ^{64}Zn dans leur état fondamental. Les traits continus représentent les résultats du présent modèle et les tirets sont ceux de l’approche FTBCS habituelle.

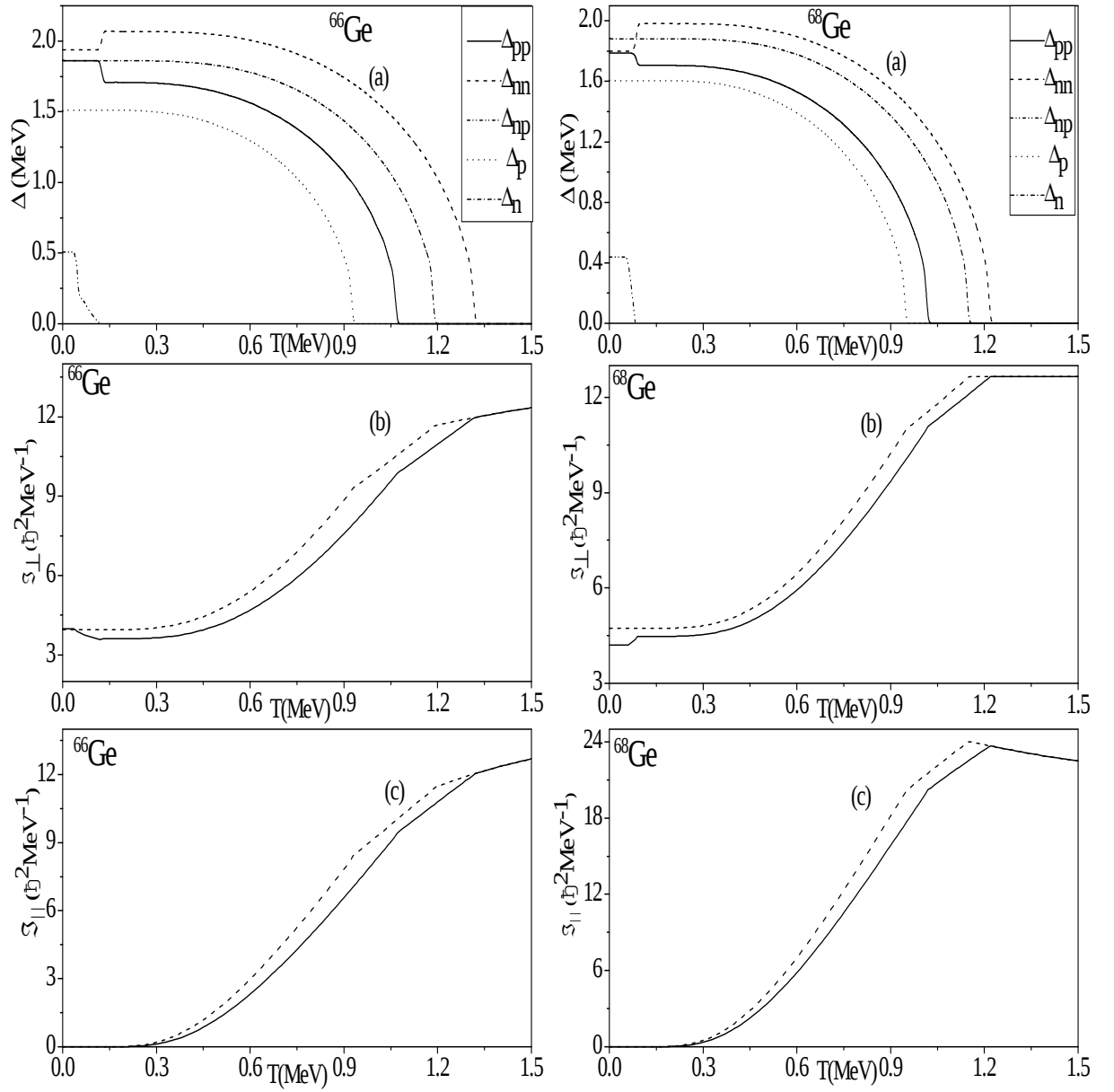


FIG. 3-10 – Même chose que la Fig. 3-9 pour les noyaux ^{66}Ge , ^{68}Ge .

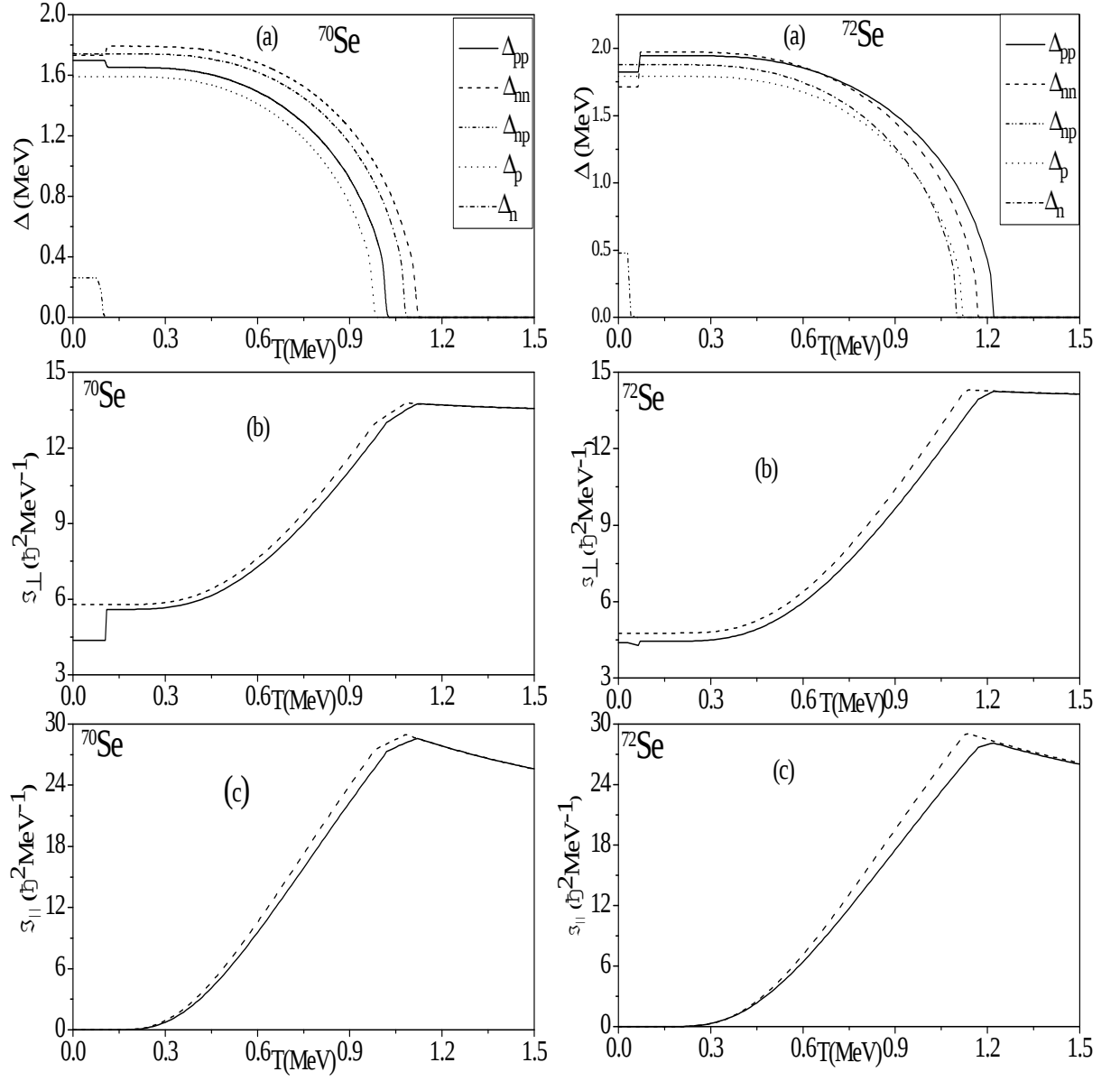


FIG. 3-11 – Même chose que la Fig. 3-9 pour les noyaux ^{70}Se , ^{72}Se .

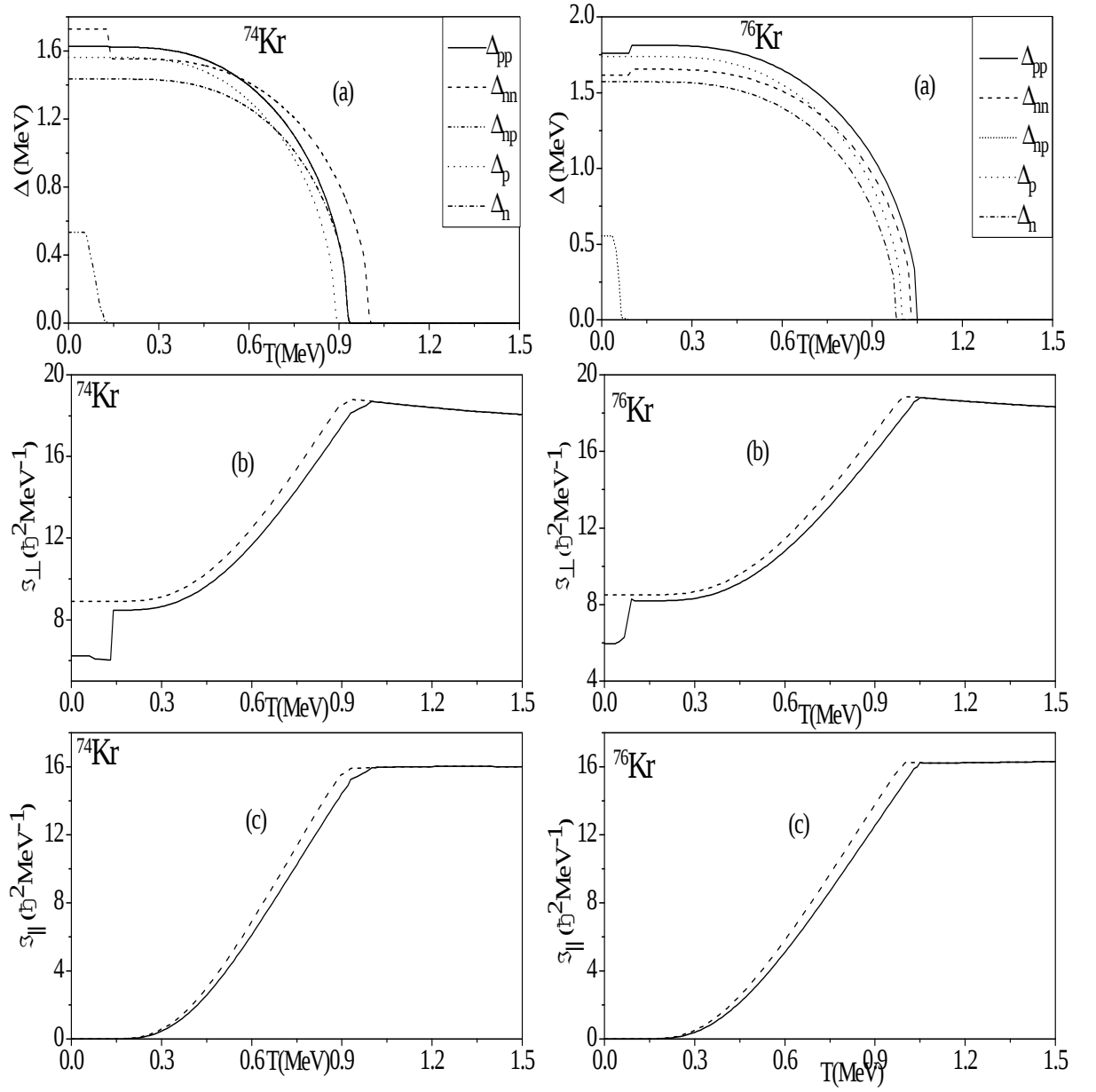


FIG. 3-12 – Même chose que la Fig. 3-9 pour les noyaux ^{74}Kr , ^{76}Kr .

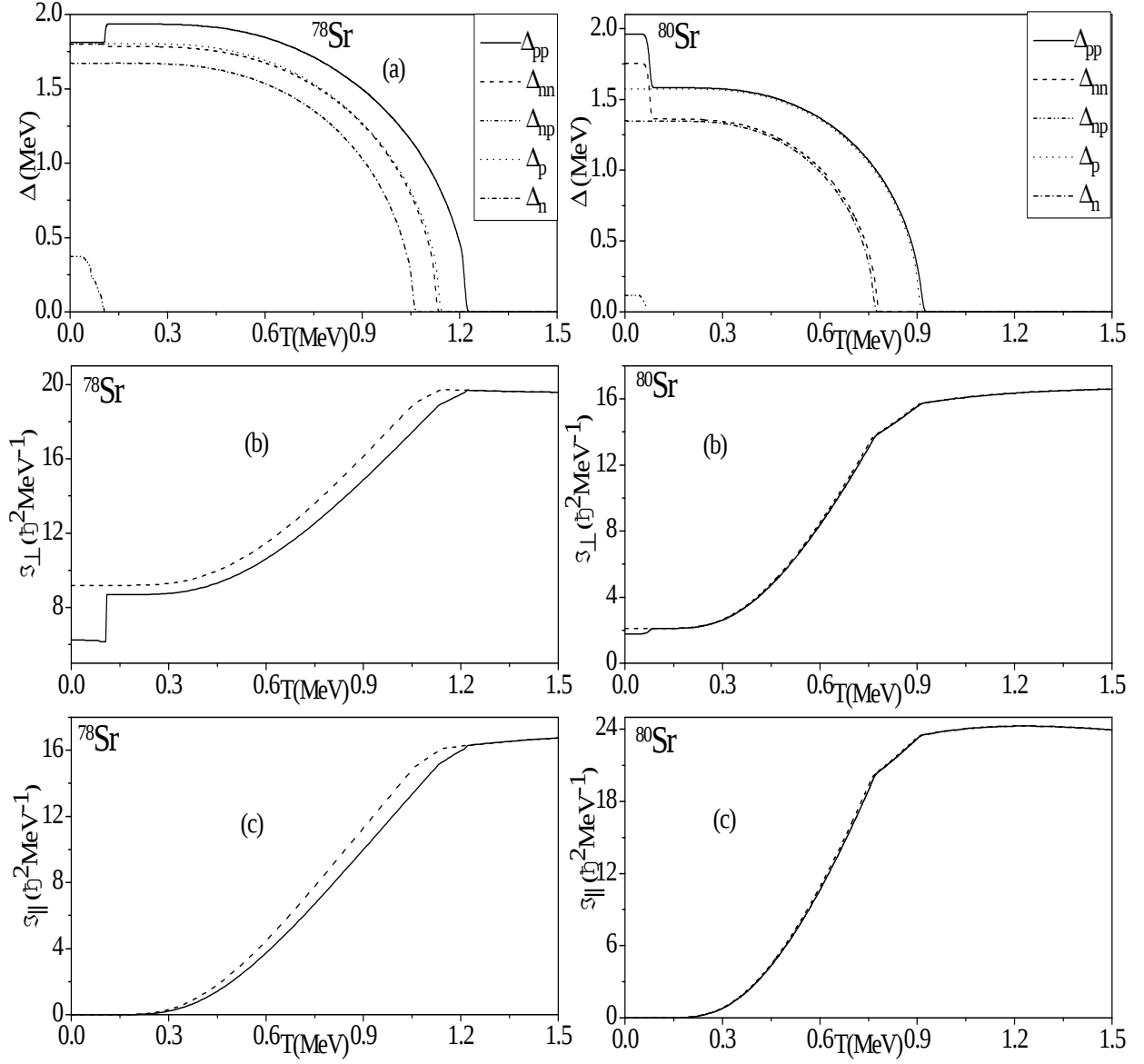


FIG. 3-13 – Même chose que la Fig. 3-9 pour les noyaux ^{78}Sr , ^{80}Sr .

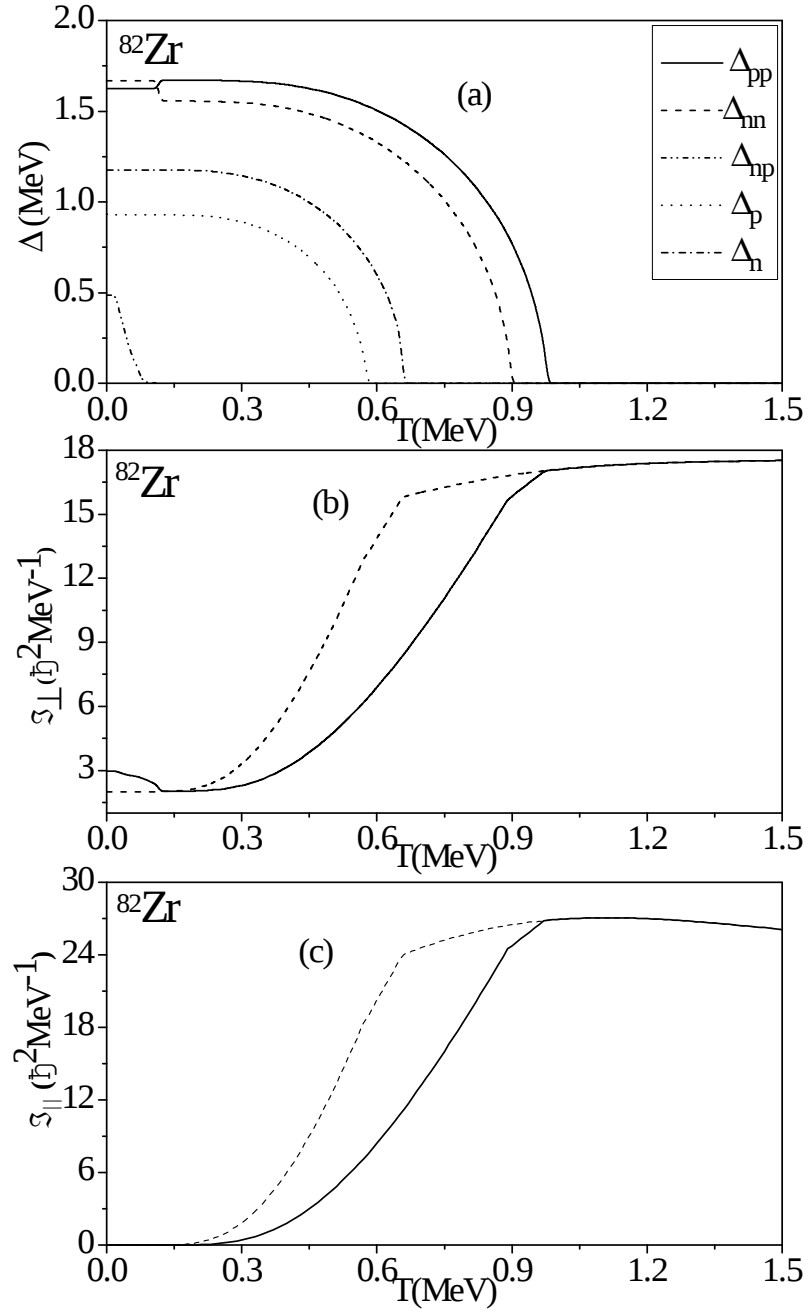


FIG. 3-14 – Même chose que la Fig. 3-9 pour le noyau ^{82}Zr .

TAB. 3.5 – Valeurs des constantes d'appariement et des paramètres du gap des systèmes neutrons et protons dans le cas de la théorie FTBCS usuelle pour ces mêmes noyaux.

Noyaux	$\Delta_{pp}(MeV)$	$\Delta_{nn}(MeV)$	$G_{pp}(MeV)$	$G_{nn}(MeV)$
^{62}Zn	1.4050	1.6250	0.1279	0.1345
^{64}Zn	1.4300	1.6987	0.1284	0.1320
^{66}Ge	1.5087	1.8612	0.1236	0.1336
^{68}Ge	1.6012	1.8825	0.1251	0.1307
^{70}Se	1.5937	1.7387	0.1213	0.1291
^{72}Se	1.7912	1.8800	0.1237	0.1264
^{74}Kr	1.5662	1.4387	0.1167	0.1247
^{76}Kr	1.7387	1.5712	0.1192	0.1225
^{78}Sr	1.8125	1.6712	0.1181	0.1234
^{80}Sr	1.5725	1.3475	0.1117	0.1155
^{82}Zr	0.9300	1.1762	0.1017	0.1121

Par ailleurs, ce sont les variations des températures critiques T_{cnp} des différents éléments en fonction de $(N - Z)$ qui ont été reportées sur la figure Fig. 3-15. Cette dernière montre que pour chaque élément étudié (pour un Z donné), la température critique T_{cnp} est d'autant plus faible que la valeur de $(N - Z)$ est importante. Prenons à titre d'exemple l'élément Se , les températures critiques T_{cnp} varient entre $0.21MeV$ pour l'isotope ^{68}Se à $0.065MeV$ pour le noyau ^{72}Se , sa valeur est abaissée donc de 14.5%. Rappelons que les travaux déjà réalisés en l'absence de température ont bien établi que Δ_{np} décroît en fonction de $(N - Z)$ et l'appariement np disparaît lorsque $(N - Z) > 8$ [43, 56]. En outre, la présente étude montre qu'à température finie plus l'écart $(N - Z)$ est important plus les températures critiques T_{cnp} des isotopes sont faibles et par conséquent l'effet de l'appariement np tend à disparaître.

Finalement, en ce qui concerne les nouvelles températures critiques des systèmes proton et neutron, là encore nous vérifions que celles obtenues par le présent modèle sont plus importantes que celles obtenues dans le cadre de l'approche *FTBCS* usuelle. Pour illustrer ce résultat, nous avons représenté sur la figure Fig. 3-16 les différentes températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} pour les isotopes du Zn et Ge choisis à titre d'exemple.

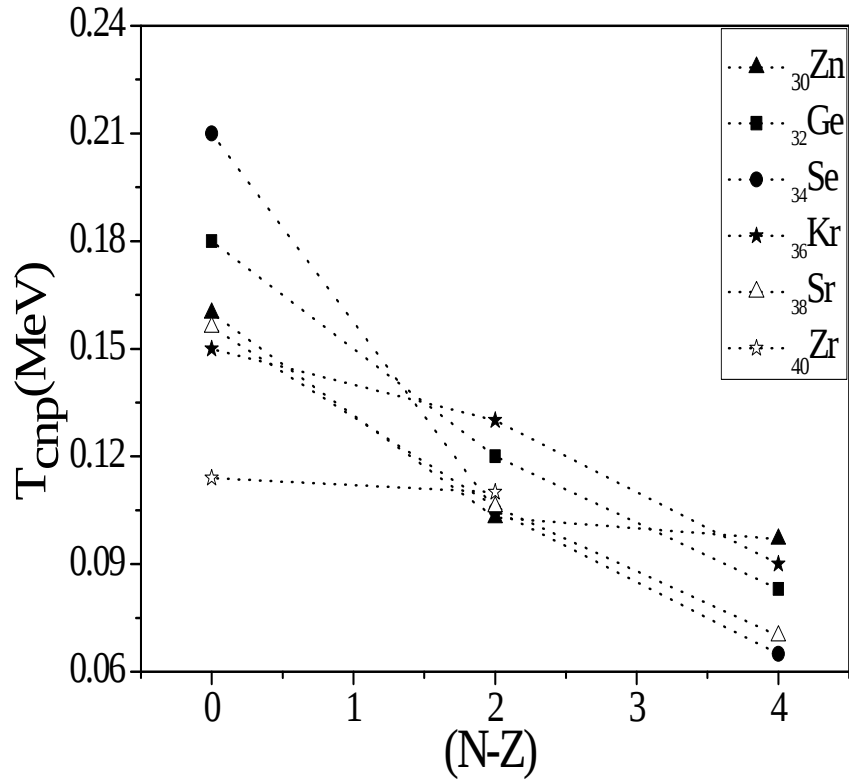


FIG. 3-15 – Variation de la température critique T_{cnp} en fonction de $(N - Z)$ pour les noyaux riches en proton tels que $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$.

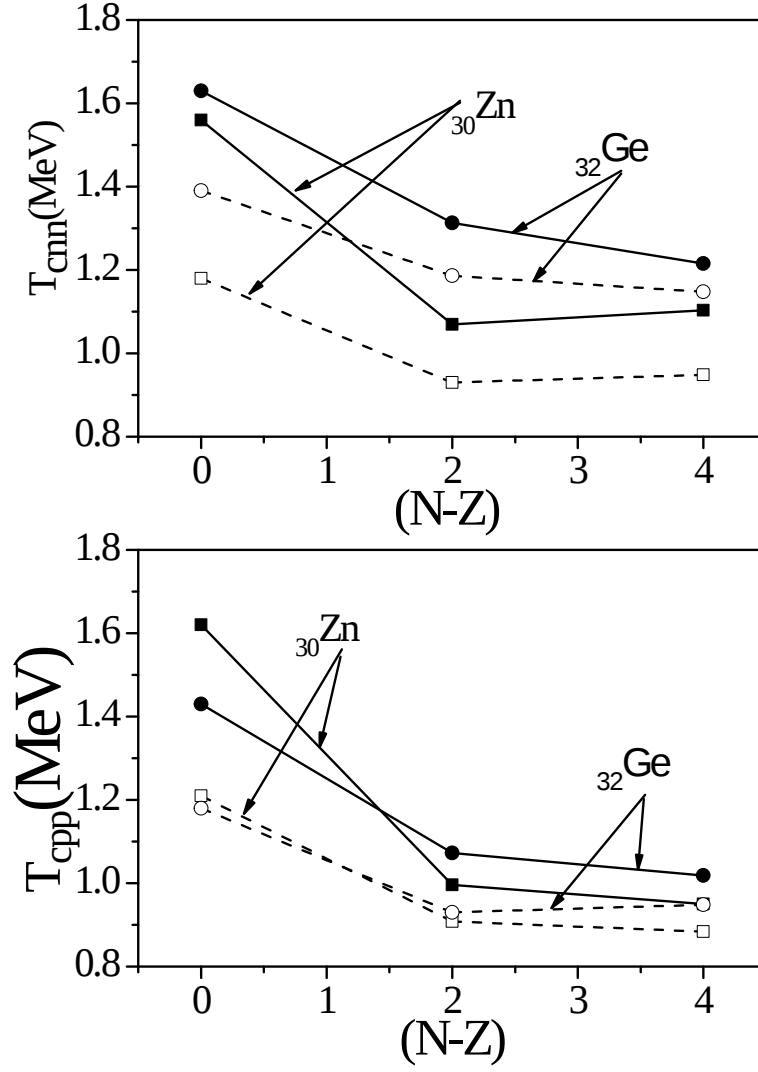


FIG. 3-16 – Variation des températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} en fonction de $(N - Z)$, avec $(-\blacksquare-)$, $(-\bullet-)$ et sans $(--\square--)$, $(--\circ--)$ prise en compte de l'appariement np pour les éléments Zn et Ge respectivement.

3.2.2 Moments d'inertie

Moment d'inertie à température nulle des noyaux pair-pairs riches en protons à $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$

Notre but à présent est d'étudier l'effet de l'appariement np sur le moment d'inertie des noyaux pair-pairs riches en protons à $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$. Le présent modèle a été testé d'abord à température nulle pour les noyaux à $N = Z$ pour lesquels les valeurs expérimentales des moments d'inertie sont connues [58, 59, 134]. Ces noyaux ont été considérés dans leur état fondamental déformé. Les résultats obtenus, à $T = 0$, sont représentés sur la figure Fig. 3-17 (a) en fonction du nombre de protons Z . Les valeurs expérimentales correspondantes sont aussi représentées sur la même figure. Ces dernières sont déduites de l'état 2^+ du spectre expérimental des références [41, 107, 108, 134].

Cette étude a montré que l'apport de l'appariement np par rapport à la théorie $FTBCS$ à température nulle est non négligeable. En effet, l'écart relatif défini par $|\mathfrak{S}_{\perp}^{np} - \mathfrak{S}_{FTBCS}| / \mathfrak{S}_{FTBCS}$ varie entre 3.48% pour le noyau ^{80}Zr à 15.15% pour le noyau ^{72}Kr . En moyenne et sur l'ensemble des noyaux étudiés, cet écart vaut 9.56%. Nous pouvons donc conclure qu'à température nulle, l'inclusion de l'appariement np modifie les valeurs du moment d'inertie obtenues par l'approche $FTBCS$.

D'autre part, les résultats du présent travail, à température nulle, sont différents mais comparables à leurs homologues de la Réf. [59]. Cette différence est en effet due au choix de l'intensité d'appariement $G_{tt'}(t, t' = n, p)$. Dans cette référence, c'est l'effet de l'appariement np qui a été étudié sur le moment d'inertie $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ [57] obtenu dans le cadre isovectoriel par l'approche de cranking et les valeurs des constantes d'appariement $G_{tt'}(t, t' = n, p)$ ont été déduites des valeurs des paramètres du gap supposés égaux (i. e. $\Delta_{pp} = \Delta_{nn} = \Delta_{np}$) [51]. Rappelons que dans le cadre du présent travail, les paramètres du gap $\Delta_{tt'}(t, t' = p, n)$ sont donnés par l'expression (3.1) où les masses sont expérimentales ou théoriques selon que la masse expérimentale existe ou pas. Par conséquent, les trois paramètres du gap ne sont pas forcément égaux. L'étude comparative à température

nulle a montré qu'en présence de l'appariement np l'écart relatif des valeurs du moment d'inertie par rapport à l'expérience défini par $|\mathfrak{S}_{th} - \mathfrak{S}_{exp}| / \mathfrak{S}_{exp}$ (où $\mathfrak{S}_{th}$ représente $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ ou $\mathfrak{S}_{FTBCS}$) vaut 28.60% pour les résultats obtenus dans le cadre du présent travail et 30.62% pour ceux de la Réf. [59]. Or, à température nulle et en l'absence de l'appariement np , cet écart est de 23.15% pour nos résultats et 43.87% pour ceux de la Réf. [59]. Nous pouvons conclure donc que le présent modèle à température nulle améliore considérablement les valeurs théoriques des moments d'inertie des noyaux étudiés.

En seconde étape, nous avons complété et enrichi l'étude précédente et celle des Réf. [58, 59] en calculant le moment d'inertie à température nulle des noyaux pair-pairs riches en protons tels que $N - Z = 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$. De même, ces noyaux ont été considérés dans leur état fondamental déformé et les constantes d'appariement $G_{tt'}(t, t' = n, p)$ ont été déduites directement des valeurs des paramètres du gap Δ_{pp} , Δ_{nn} et Δ_{np} connues à température nulle. Ces dernières sont déterminées à partir des différences de masse pair-impair [132]. Encore une fois, les masses qui sont considérées sont les masses expérimentales lorsqu'elles existent sinon, elles représentent les masses théoriques [133]. De plus, comme notre objectif est de calculer le moment d'inertie, nous n'avons donc étudié que les noyaux dont on connaît les valeurs des paramètres de déformation de l'état fondamental et qui sont principalement non sphériques [131]. Les valeurs des moments d'inertie $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ et $\mathfrak{S}_{FTBCS}$ ont été calculées et reportées dans le tableau TAB. 3.6. Là encore, on vérifie aisément que l'inclusion de l'appariement np modifie clairement les valeurs données dans le cadre de la théorie $FTBCS$ usuelle. En effet, l'écart relatif varie d'un noyau à un autre et vaut en moyenne 15.57%.

Il est intéressant à présent de comparer les présents résultats avec les valeurs expérimentales correspondantes lorsqu'elles existent, et cela afin de pouvoir estimer l'apport des corrélations d'appariement np sur le moment d'inertie à température nulle. Dans cette optique, la figure Fig. 3-18 représente la variation du moment d'inertie en fonction du nombre de protons Z avec et sans prise en compte de l'appariement np . Les panneaux (a) et (b) représentent les résultats correspondants à $(N - Z) = 2$ et $(N - Z) = 4$ res-

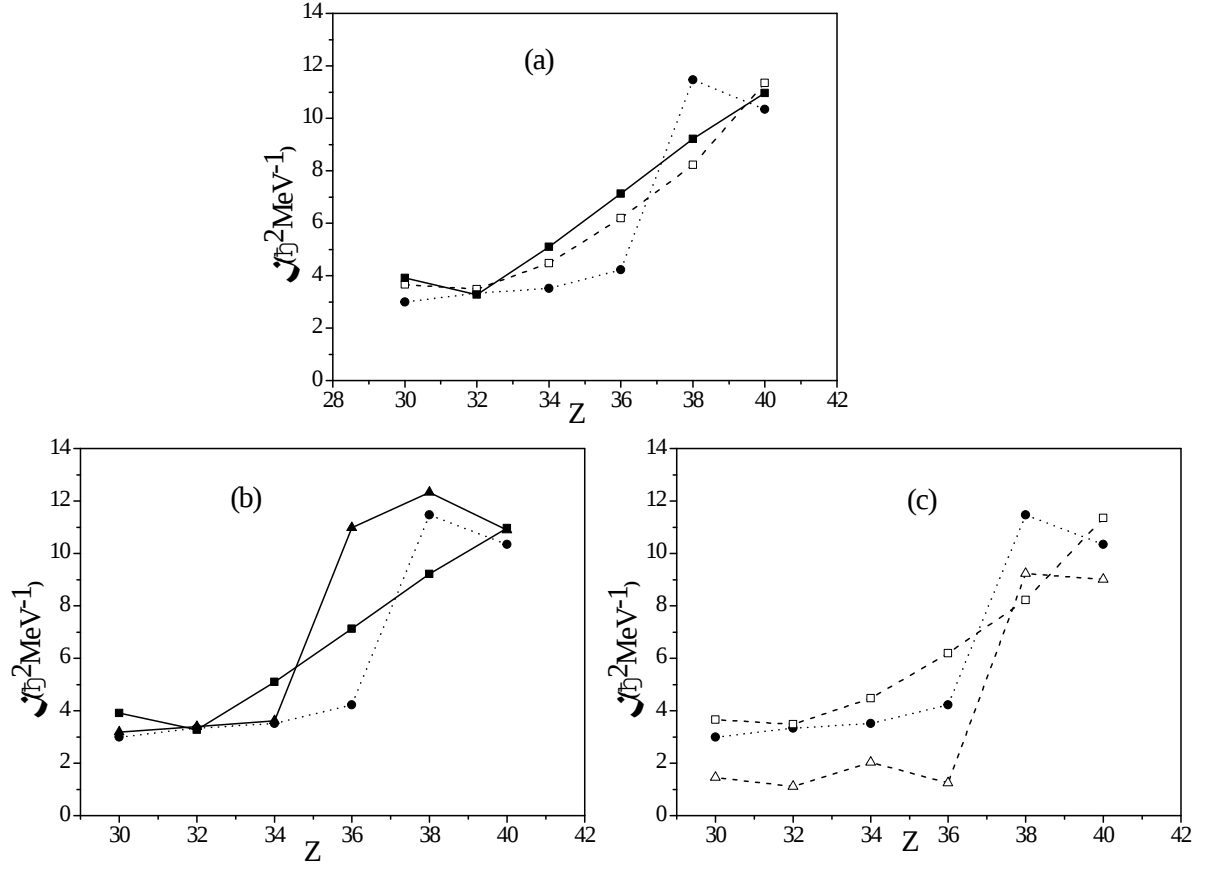


FIG. 3-17 – Variation du moment d’inertie obtenu à $T = 0$ en fonction du nombre de proton Z , pour les noyaux à $N = Z$ et $30 \leq Z \leq 40$ dans leur état fondamental, avec (—■—) et sans (—□—) prise en compte de l’appariement np . Les valeurs expérimentales sont représentées par (—●—). Les (—▲—) et (—△—) représentent respectivement les valeurs du moment d’inertie, avec et sans prise en compte de l’appariement np , pour ces mêmes noyaux prises de la référence [58, 59].

TAB. 3.6 – Moment d’inertie à température nulle des noyaux pair-pairs riches en protons dans leur état fondamental, évalué sans (colonne 2) et avec (colonne 3) prise en compte de l’appariement np . La dernière colonne correspond à l’écart relatif.

Noyaux	$\mathfrak{I}_{FTBCS}(\hbar^2 MeV^{-1})$	$\mathfrak{I}_{\perp}^{np}(\hbar^2 MeV^{-1})$	$\frac{\mathfrak{I}_{\perp}^{np} - \mathfrak{I}_{FTBCS}}{\mathfrak{I}_{FTBCS}}$	%
^{60}Zn	3.66	3.91	6.80	
^{62}Zn	4.09	3.90	4.78	
^{64}Zn	4.17	4.12	1.14	
^{64}Ge	3.48	3.27	5.96	
^{66}Ge	3.96	3.98	0.71	
^{68}Ge	4.73	4.20	11.23	
^{68}Se	4.47	5.10	13.93	
^{70}Se	5.78	4.36	24.52	
^{72}Se	4.76	4.39	7.68	
^{72}Kr	6.19	7.12	15.15	
^{74}Kr	8.91	6.23	30.06	
^{76}Kr	8.51	5.95	30.09	
^{76}Sr	8.23	9.21	12.03	
^{78}Sr	9.19	6.25	32	
^{80}Sr	2.12	1.76	16.60	
^{80}Zr	11.35	10.96	3.48	
^{82}Zr	2.00	2.97	48.5	

pectivement. Les valeurs expérimentales correspondantes sont aussi représentées sur la même figure. Là encore, elles ont été déduites de l’état 2^+ du spectre expérimental de la Réf. [134]. L’étude comparative montre que l’appariement np améliore considérablement les valeurs du moment d’inertie pour ces noyaux. En effet, l’écart relatif moyen entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales correspondantes (i. e. $|\mathfrak{I}_{th} - \mathfrak{I}_{exp}|/\mathfrak{I}_{exp}$ où $\mathfrak{I}_{th}$ représente $\mathfrak{I}_{\perp}^{np}$ ou $\mathfrak{I}_{FTBCS}$) pour les noyaux à $(N - Z) = 2$ vaut 27.11% et 37.73% avec et sans prise en compte de l’appariement np respectivement. De même, pour les noyaux à $(N - Z) = 4$, cet écart est de 39.57% et 45.56% avec et sans prise en compte de l’appariement np respectivement. Il est donc nécessaire de prendre en considération ce type de corrélations dans l’évaluation du moment d’inertie des noyaux riches en protons considérés dans le présent travail.

Finalement, compte tenu de la qualité de l’ensemble des résultats théoriques regrou-

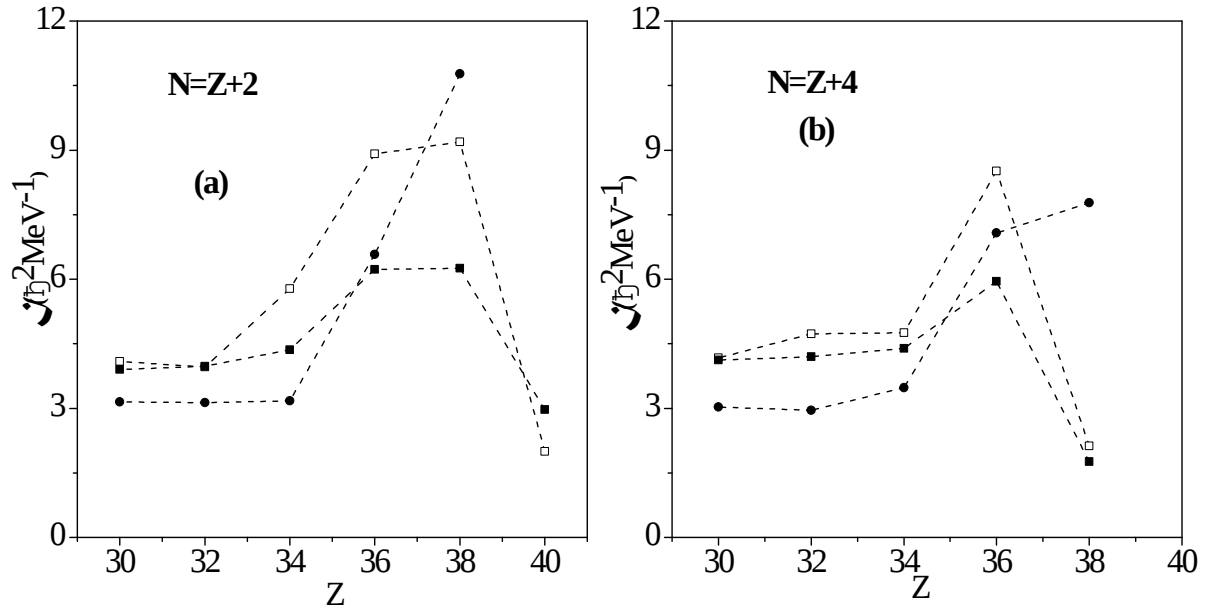


FIG. 3-18 – Variation du moment d’inertie de l’état fondamental des noyaux pair-pairs à $30 \leq Z \leq 40$ en fonction du nombre de proton Z à température nulle, avec (—■—) et sans (—□—) prise en compte de l’appariement np respectivement. Les valeurs expérimentales sont représentées par (—●—).

pés dans la figure Fig. 3-19 pour les noyaux étudiés et dont les données expérimentales sont disponibles, il nous est permis d’escompter que pour les noyaux dont les valeurs expérimentales ne sont pas disponibles tel que le noyau ^{82}Zr , les valeurs théoriques trouvées constituent de bonnes prédictions expérimentales.

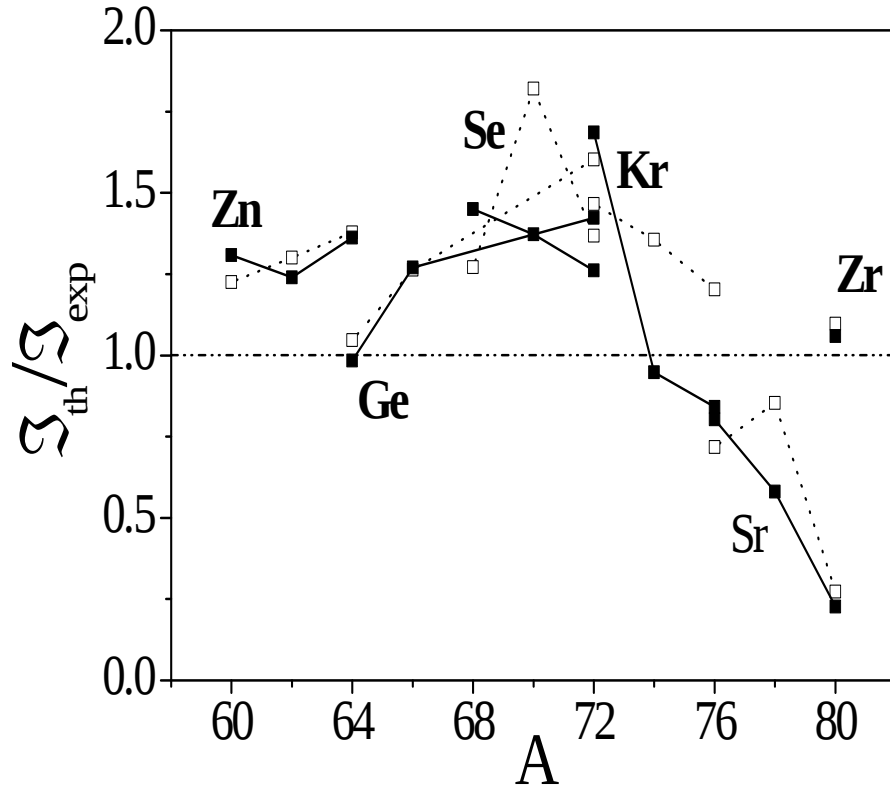


FIG. 3-19 – Comparaison entre les valeurs théoriques du moment d'inertie obtenues à température nulle et les valeurs expérimentales correspondantes des noyaux pair-pairs riches en protons à $30 < Z < 40$ dans leur état fondamental. Les points (—■—) et (.....□.....) représentent les résultats obtenus avec et sans prise en compte de l'appariement np respectivement.

Moments d'inertie à température finie pour les noyaux pair-pairs riches en protons à $N - Z = 0, 2, 4$ et $30 \leq Z \leq 40$

L'allure générale de la variation du moment d'inertie perpendiculaire $\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$ en fonction de la température montre qu'il existe un plateau dans la région où Δ_{np} est constant (i. e. $0 \leq T \leq T_{cnp}$) suivi d'un changement brusque au voisinage de la température critique T_{cnp} qui n'est autre qu'une conséquence de la diminution abrupte de Δ_{np} . Ce comportement est observé pour l'ensemble des noyaux étudiés et est représenté sur les panneaux (b) des figures Fig. 3-4 à Fig. 3-7 ainsi que les figures Fig. 3-9 à Fig. 3-14.

Lorsque $T > T_{cnp}$, les courbes données par le présent modèle et par la théorie *FTBCS* usuelle ont la même allure et présentent un décalage quasi-constant. Ce fait a été discuté précédemment dans le cadre du modèle schématique de Richardson. La valeur maximale de l'écart relatif entre les valeurs du moment d'inertie perpendiculaire données dans le cadre du présent modèle et celui de l'approche *FTBCS* usuelle (i.e. $|\mathfrak{S}_{\perp}^{np} - \mathfrak{S}_{\perp}^{FTBCS}| / \mathfrak{S}_{\perp}^{FTBCS}$) varie d'un noyau à un autre. Les résultats obtenus sont représentés dans la deuxième colonne du tableau TAB. 3. 7. En moyenne, et sur l'ensemble des noyaux étudiés l'écart relatif vaut 13.25%.

Là encore et comme dans le cadre du modèle schématique de Richardson on vérifie bien qu'en l'absence totale de l'appariement, i. e. $\Delta_{pp} = \Delta_{nn} = 0$, les deux courbes se confondent en une seule qui est celle du moment d'inertie du corps rigide.

En ce qui concerne le moment d'inertie parallèle $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$, sa variation en fonction de la température est donnée par les panneaux (c) des figures Fig. 3-5 à Fig. 3-7 ainsi que les figures Fig. 3-9 à Fig. 3-14. On remarque à l'issue de cette étude que l'effet de l'appariement *np* n'est pas visible dans la région où $0 \leq T \leq T_{cnp}$ pour l'ensemble des noyaux étudiés. En effet, le moment d'inertie parallèle est nul dans cette région et donc il n'y a aucune différence entre les prévisions du présent modèle et celles de la théorie *FTBCS* usuelle. Ceci est dû aux faibles valeurs des températures critiques T_{cnp} (Fig. 3-8). Cette situation est comparable au cas précédemment étudié $\Delta_{np}(0) = 0.3 \text{ MeV}$ dans le cadre du modèle schématique de Richardson.

Lorsque $T > T_{cnp}$, l'allure du moment d'inertie parallèle donnée dans le cadre des deux modèles est la même. Cependant, il a été observé comme dans le cas du moment d'inertie perpendiculaire, un décalage entre les deux courbes dû au décalage des températures critiques discuté précédemment. Afin d'évaluer l'apport de l'appariement np sur le moment d'inertie parallèle, nous avons calculé l'écart relatif défini par $\left| \mathfrak{S}_{\parallel}^{np} - \mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS} \right| / \mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}$ là où l'écart entre les deux courbes $\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}(T)$ et $\mathfrak{S}_{\parallel}^{FTBCS}(T)$ est maximal. L'étude a montré que l'écart relatif entre les valeurs du moment d'inertie parallèle obtenues dans le cadre du présent modèle et celui de l'approche $FTBCS$ usuelle diffère d'un noyau à un autre. Là encore, il a été calculé pour chaque noyau étudié et a été représenté dans la 3ème colonne du tableau TAB. 3.7. Notons, qu'en moyenne, il vaut 15.26% pour l'ensemble des noyaux considérés.

Cela va de soi que lorsque $\Delta_{pp} = \Delta_{nn} = 0$, les deux courbes se confondent en une seule qui est celle du moment d'inertie du corps rigide.

TAB. 3.7 – Ecart relatifs entre les valeurs des moments d’inertie perpendiculaire (2ème colonne) et parallèle (3ème colonne) des noyaux pair-pairs riches en protons dans leur état fondamental calculés à température finie dans le cadre du présent modèle et de l’approche FTBCS usuelle.

Noyaux	$\left \frac{\mathfrak{I}_{\perp}^{np} - \mathfrak{I}_{\perp}^{FTBCS}}{\mathfrak{I}_{\perp}^{FTBCS}} \right \%$	$\left \frac{\mathfrak{I}_{\parallel}^{np} - \mathfrak{I}_{\parallel}^{FTBCS}}{\mathfrak{I}_{\parallel}^{FTBCS}} \right \%$
^{60}Zn	33.72	38.84
^{62}Zn	8.56	9.53
^{64}Zn	5.84	8.21
^{64}Ge	25.77	28.76
^{66}Ge	14.60	16.38
^{68}Ge	8.60	12.38
^{68}Se	20.96	22.06
^{70}Se	4.72	6.68
^{72}Se	9.98	12.58
^{72}Kr	5.91	6.53
^{74}Kr	6.67	8.50
^{76}Kr	6.16	8.47
^{76}Sr	10.77	12.45
^{78}Sr	7.94	9.88
^{80}Sr	1.91	2.16
^{80}Zr	0.87	1.60
^{82}Zr	52.21	54.44

3.3 Conclusion

Les moments d’inertie parallèle et perpendiculaire dans le cas isovectoriel établis dans le cadre de l’approximation de cranking ont été calculés numériquement en fonction de la température pour les noyaux pair-pairs déformés à $N - Z = 0, 2, 4$. Les énergies utilisées sont celles des particules indépendantes du champ moyen déformé de Woods-Saxon. Les résultats obtenus ont été comparés à leurs homologues de la théorie *FTBCS* usuelle.

Concernant les paramètres du gap, comme dans le cadre du modèle schématique de Richardson, l’allure de la courbe $\Delta_{np}(T)$ est similaire à celle de $\Delta_t(t = p, n)$ de la théorie *FTBCS*. Concernant $\Delta_{pp}(T)$ et $\Delta_{nn}(T)$, leur comportement est totalement modifié par la prise en compte de l’appariement *np* rejoignant ainsi les résultats du modèle

schématique de Richardson. Nous vérifions aisément que les températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} obtenues par le présent modèle pour l'ensemble des noyaux étudiés sont plus importantes que celles obtenues dans le cadre de l'approche *FTBCS* usuelle. Il a été montré également que pour chaque élément étudié (pour un Z donné), la température critique T_{cnp} est d'autant plus faible que la valeur de $(N - Z)$ est importante.

En ce qui concerne les moments d'inertie, le présent modèle a été testé d'abord à température nulle pour ces mêmes noyaux pour lesquels les valeurs des moments d'inertie expérimentales sont connues. Il a été montré que l'inclusion de l'appariement np modifie clairement les valeurs données dans le cadre de la théorie *FTBCS* usuelle. De plus, les résultats à température nulle du présent modèle et ceux de la théorie *FTBCS* comparés aux résultats expérimentaux correspondants montrent qu'il est nécessaire de prendre en considération ce type de corrélations dans l'évaluation du moment d'inertie de ces noyaux.

Par ailleurs, à température finie, concernant le moment d'inertie perpendiculaire dans la région où $0 \leq T \leq T_{cnp}$, l'effet des corrélations d'appariement np mène en moyenne à un écart relatif maximal de l'ordre de 15.57% pour l'ensemble des noyaux étudiés. Dans la région où $T \geq T_{cnp}$, en dépit du fait que $\Delta_{np} = 0$, il existe un écart entre les valeurs du présent modèle et celles de la théorie *FTBCS* habituelle dû au décalage des températures critiques. Dans cette région, la valeur maximale de l'écart relative est de l'ordre de 13.25%, en moyenne, pour l'ensemble des noyaux étudiés.

Quant au moment d'inertie parallèle, il a été montré que dans la région où $0 \leq T \leq T_{cnp}$, il n'y a pas de différence entre les résultats du présent modèle et ceux de l'approche *FTBCS* usuelle. Ceci est dû au fait que dans cette région et pour l'ensemble des noyaux étudiés, le moment d'inertie parallèle est nul. En effet, les valeurs des températures critiques T_{cnp} sont faibles et donc l'effet des corrélations d'appariement np sur $\mathfrak{S}_{\parallel}$ n'est pas visible. Au-delà de T_{cnp} , i. e. $T \geq T_{cnp}$, comme on l'a déjà discuté pour le moment d'inertie perpendiculaire, même si $\Delta_{np} = 0$, l'effet des corrélations d'appariement np conduit à un décalage entre la courbe de $\mathfrak{S}_{\parallel}$ donnée dans la présente approche et celle de la théorie *FTBCS* usuelle. La valeur maximale de l'écart relatif est en moyenne de l'ordre

de 15.26% pour l'ensemble des noyaux étudiés.

En résumé, l'effet des corrélations d'appariement isovectoriel à température finie sur les moments d'inertie perpendiculaire et parallèle est non négligeable. Ce type de corrélations devrait être pris en considération dans l'étude des noyaux chauds en rotations riches en protons à $N \simeq Z$.

Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans le présent travail à l'étude de l'effet des corrélations d'appariement isovectoriel à température finie sur les moments d'inertie des systèmes pour lesquels le nombre de protons est voisin de celui des neutrons ($N \simeq Z$).

Pour cela, nous avons d'abord écrit la grande fonction partition du système en utilisant le formalisme des intégrales de chemin où l'interaction résiduelle d'appariement a été remplacée par l'interaction d'une particule avec un champ externe moyennant la transformation de Hubbard-Stratonovitch. La grande fonction partition Z obtenue a la forme d'une intégrale fonctionnelle. Un traitement exact de cette dernière prendrait en principe en considération tous les chemins complexes d'intégration possibles dépendants d'un temps imaginaire τ qui dans notre étude représente l'inverse de la température. Cependant, la complexité de cette démarche nous a amené à utiliser l'approximation du chemin statique dans laquelle ces champs complexes ont été considérés comme étant indépendants de τ . Afin d'évaluer la grande fonction partition qui par conséquent a la forme d'une intégrale triple ordinaire, l'hamiltonien du système en interaction avec le champ externe complexe indépendant du temps a été diagonalisé. Les valeurs propres trouvées représentent les énergies des quasi-particules et les vecteurs propres correspondants définissent la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin. La prise en compte de la contribution maximale de la grande fonction partition Z au point de selle a permis d'établir trois des cinq équations du gap. En ce qui concerne les deux autres équations du gap, elles ont été obtenues en utilisant la conservation en moyenne du nombre de particules pour les deux types de nucléons. Il a été évidemment vérifié que les équations

du gap dans le cadre de l'appariement isovectoriel à température finie généralisent bien celles obtenues dans le cadre des théories *FTBCS* et *BCS* usuelles pour un système de particules identiques. Nous avons fait remarquer également, que ces équations généralisent aussi celles déjà établies dans le cadre de l'appariement isovectoriel où l'effet de la température n'a pas été pris en considération.

Notre intérêt s'est porté par la suite à établir explicitement, dans le cas de l'appariement isovectoriel, les expressions des moments d'inertie perpendiculaire ($\mathfrak{S}_{\perp}^{np}$) et parallèle ($\mathfrak{S}_{\parallel}^{np}$) à température finie dans le cadre de l'approximation de cranking d'Inglis en utilisant le formalisme des intégrales de chemin et dans le cadre de la théorie des perturbations quantiques. Il a été montré que le calcul de ces grandeurs revient au calcul de valeurs moyennes dans l'ensemble grand canonique suivi d'un calcul d'intégrale. Pour ce faire, c'est d'abord le transformé d'Heisenberg de l'opérateur moment angulaire qui a été exprimé en fonction des transformés d'Heisenberg des opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules en appliquant la transformation généralisée inverse de Bogoliubov-Valatin établie dans le premier chapitre. L'expression finale du moment d'inertie perpendiculaire (respectivement parallèle) a été obtenue en utilisant la propriété d'impairité par rapport au renversement du sens du temps de l'opérateur moment angulaire. Là encore, il a été vérifié que les expressions obtenues pour les moments d'inertie généralisent bien celles déjà établies dans les théories *FTBCS* et *BCS* habituelles pour un système de particules identiques ainsi que celle obtenue dans le cadre de l'appariement isovectoriel sans prise en compte de l'effet de la température.

À l'issue de ce travail, l'étude numérique a été effectuée d'abord dans le cadre du modèle schématique de Richardson où il a été question de fixer, à température nulle, les valeurs des paramètres du gap $\Delta_{pp}(0)$ et $\Delta_{nn}(0)$ et à faire varier $\Delta_{np}(0)$. Les résultats obtenus ont été comparés à leurs homologues de la théorie *FTBCS* habituelle. Il a été constaté que l'allure de la courbe de $\Delta_{np}(T)$ est similaire à celle de $\Delta_{pp}(T)$ et $\Delta_{nn}(T)$ de la théorie *FTBCS* usuelle où seul l'appariement entre particules identiques est pris en considération. Quant à Δ_{pp} et Δ_{nn} , leur comportement est totalement modifié par la

prise en compte de l'appariement np . Il a également été montré que la prise en compte de l'appariement isovectoriel se traduit par un décalage des températures critiques T_{cpp} et T_{cnn} par rapport à celles de la théorie $FTBCS$ usuelle. Ce fait entraîne une modification des moments d'inertie par rapport à la théorie $FTBCS$ même au-delà de la température critique T_{cnp} . En dessous de cette dernière, l'influence de l'appariement np sur les moments d'inertie est d'autant plus importante que la valeur de Δ_{np} à température nulle est importante. Notons toutefois que le moment d'inertie parallèle est moins affecté par ce type de corrélations que le moment d'inertie perpendiculaire.

Nous avons considéré finalement des cas réalistes, à l'aide du modèle de Woods-Saxon, en étudiant les noyaux riches en protons pair-pairs déformés à $30 \leq Z \leq 40$ et $N - Z = 0, 2, 4$ pour lesquels les valeurs des paramètres du gap à température nulle sont connus. Là encore, les résultats obtenus ont été comparés à leurs homologues de la théorie $FTBCS$ habituelle. L'étude a montré que l'évolution des différents paramètres du gap en fonction de la température globalement est similaire à celle déjà décrite dans le cadre du modèle schématique de Richardson. En ce qui concerne les nouvelles températures critiques des systèmes protons et neutrons, là encore nous vérifions que celles obtenues par le présent modèle sont plus importantes que celles obtenues dans le cadre de l'approche $FTBCS$ usuelle. Il a été montré également, qu'à température finie, plus l'écart $(N - Z)$ est important plus les températures critiques T_{cnp} des isotopes sont faibles et par conséquent l'effet de l'appariement np tend à disparaître. Concernant les moments d'inertie, il a été montré qu'à température nulle, l'apport de l'appariement np par rapport à la théorie $FTBCS$ est non négligeable. L'étude à température finie révèle que dans la région où $0 \leq T \leq T_{cnp}$, l'effet de l'appariement np sur le moment d'inertie parallèle n'est pas visible pour l'ensemble des noyaux étudiés. Par contre, pour le moment d'inertie perpendiculaire, il existe un plateau dans la région où Δ_{np} est constant suivi d'un changement brusque au voisinage de la température critique T_{cnp} . Lorsque $T > T_{cnp}$, les courbes de variation du moment d'inertie perpendiculaire (respectivement parallèle) données par le présent modèle et par la théorie $FTBCS$ usuelle ont la même allure et présentent un décalage

quasi-constant. Ce fait a été discuté précédemment dans le cadre du modèle schématique de Richardson. Rappelons, finalement, qu'en l'absence totale d'appariement, les deux courbes du présent modèle et celle de la théorie *FTBCS* du moment d'inertie parallèle (respectivement perpendiculaire) se confondent en une seule qui est celle du moment d'inertie du corps rigide.

En conclusion, les résultats obtenus dans la présente étude ont mis en valeur l'importance qu'ont les corrélations d'appariement de type isovectoriel dans l'évaluation d'observables physiques telles que les moments d'inertie, d'où la nécessité de les prendre en considération dans l'étude des noyaux chauds riches en protons déformés. Signalons enfin, que l'approche théorique proposée dans le présent travail s'est faite par le biais de différentes approximations comme la commutativité des opérateurs permettant l'utilisation de la transformation d'Hubbard-Stratonovich. De même, l'approximation du chemin statique qui ne prend pas en considération la contribution des chemins voisins au chemin statique dont l'inclusion pourrait être importante. Une autre approximation qui a été utilisée dans le but d'obtenir les équations du gap c'est celle au point de selle qui consiste à donner la contribution dominante à la grande fonction partition Z . En résumé, il est évident que passer outre ces différentes approximations, qui sont certes justifiées, pourrait améliorer la qualité des présents résultats.

Annexe A

Calcul de $\bar{a}_{\nu t}(\kappa)$

Dans la représentation particules, l'hamiltonien H' est donné par :

$$H' = \sum_{j,t'=n,p} E_{jt'} a_{jt'}^\dagger a_{jt'} \quad (\text{A.1})$$

Nous avons à calculer :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = e^{\kappa H'} a_{\nu t}^\dagger e^{-\kappa H'} \quad (\text{A.2})$$

qui n'est autre que :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \left[\prod_{j,t'=n,p} \exp(\kappa E_{jt'} a_{jt'}^\dagger a_{jt'}) \right] a_{\nu t}^\dagger \left[\prod_{l,t''=n,p} \exp(-\kappa E_{lt''} a_{lt''}^\dagger a_{lt''}) \right] \quad (\text{A.3})$$

qui devient :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \left[\prod_{jt' \neq \nu t} \exp(\kappa E_{jt'} \eta_{jt'}) \prod_{lt'' \neq \nu t} \exp(-\kappa E_{lt''} \eta_{lt''}) \right] \exp(\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) a_{\nu t}^\dagger \exp(-\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) \quad (\text{A.4})$$

où l'on a noté par :

$$\eta_{jt'} = a_{jt'}^\dagger a_{jt'} \quad (\text{A.5})$$

Compte tenu du fait que j et j' sont des indices muets, l'expression (A.4) prend donc la forme suivante :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \exp(\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) a_{\nu t}^{\dagger} \exp(-\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) \quad (\text{A.6})$$

Or,

$$\begin{aligned} \exp(\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) &= 1 + \kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t} + \frac{1}{2!} (\kappa E_{\nu t})^2 \eta_{\nu t}^2 + \frac{1}{3!} (\kappa E_{\nu t})^3 \eta_{\nu t}^3 + \dots \\ &= 1 + \left[\kappa E_{\nu t} + \frac{1}{2!} (\kappa E_{\nu t})^2 + \frac{1}{3!} (\kappa E_{\nu t})^3 + \dots \right] \eta_{\nu t} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

où l'on a tenu compte du fait que :

$$(\eta_{\nu t})^k = \eta_{\nu t} \quad \text{quel que soit l'entier } k \quad (\text{A.8})$$

L'expression (A.7) se met donc sous la forme :

$$\begin{aligned} \exp(\kappa E_{\nu t} \eta_{\nu t}) &= 1 + \left[-1 + 1 + \kappa E_{\nu t} + \frac{1}{2!} (\kappa E_{\nu t})^2 + \frac{1}{3!} (\kappa E_{\nu t})^3 + \dots \right] \eta_{\nu t} \\ &= 1 + [\exp(\kappa E_{\nu t}) - 1] \eta_{\nu t} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

d'où :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = (1 + [\exp(\kappa E_{\nu t}) - 1] \eta_{\nu t}) a_{\nu t}^{\dagger} (1 + [\exp(-\kappa E_{\nu t}) - 1] \eta_{\nu t}) \quad (\text{A.10})$$

Cependant, nous avons :

$$a_{\nu t}^{\dagger} [\exp(-\kappa E_{\nu t}) - 1] \eta_{\nu t} = 0 \quad (\text{A.11})$$

L'expression (A.10) devient alors :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = (1 + [\exp(\kappa E_{\nu t}) - 1] \eta_{\nu t}) a_{\nu t}^{\dagger} \quad (\text{A.12})$$

Or,

$$\eta_{\nu t} a_{\nu t}^{\dagger} = a_{\nu t}^{\dagger} \quad (\text{A.13})$$

ce qui mène au résultat final suivant :

$$\bar{a}_{\nu t}(\kappa) = \exp(\kappa E_{\nu t}) a_{\nu t}^{\dagger} \quad (\text{A.14})$$

En ce qui concerne l'opérateur $a_{\nu t}(\kappa)$, on obtient facilement l'expression suivante :

$$a_{\nu t}(\kappa) = e^{\kappa H'} a_{\nu t} e^{-\kappa H'} = \exp(-\kappa E_{\nu t}) a_{\nu t} \quad (\text{A.15})$$

Il est aisé de voir qu'en suivant les mêmes étapes de calcul et en travaillant dans la représentation quasi-particules, on obtient les expressions suivantes de $\bar{\alpha}_{\nu\tau}(\kappa)$ et $\alpha_{\nu\tau}(\kappa)$ données par :

$$\bar{\alpha}_{\nu\tau}(\kappa) = \exp(\kappa E_{\nu\tau}) \alpha_{\nu\tau}^{\dagger} \quad \text{et} \quad \alpha_{\nu\tau}(\kappa) = \exp(-\kappa E_{\nu\tau}) \alpha_{\nu\tau} \quad (\text{A.16})$$

Bibliographie

- [1] P. Ring and P. Schuk, *The Nuclear Many Body Problem* (Springer, Berlin Heidelberg, 2000).
- [2] S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, *Shapes and Shells in Nuclear Structure* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [3] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure, Vol. 2 : Nuclear Deformations* (World Scientific, Singapore, 1998).
- [4] D. R. Inglis, *Phys. Rev.* **96**, 1059 (1954) ; **97**, 701 (1955).
- [5] S. T. Belyaev, *Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vid. Selsk.* **31**, 11 (1959).
- [6] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [7] M. Brack, J. Damgaard, A. S. Jensen, H. C. Pauli, V. M. Strutinsky and C. Y. Wong, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 320 (1972).
- [8] M. Brack, T. Ledergerber, H. C. Pauli and A. S. Jensen, *Nucl. Phys. A* **234**, 185 (1974).
- [9] V. Zelevinsky and A. Volya, *Phys. Atom. Nucl.* **66**, 1781 (2003).
- [10] S. Kerrouchi, N. H. Allal, M. Fellah and M. Douici, *Int. J. Mod. Phys. E* **19**, 1383 (2010).
- [11] S. Kerrouchi, D. Mokhtari, N. H. Allal and M. Fellah, *Int. J. Mod. Phys. E* **18**, 141 (2009).
- [12] M. Sano and S. Yamasaki, *Prog. Theor. Phys.* **29**, 397 (1963).

- [13] L. G. Moretto, *Nucl. Phys. A* **185**, 145 (1972).
- [14] L. G. Moretto, *Phys. Lett.* **35 B**, 379 (1971).
- [15] N. Quang Hung and N. D. Dang, *Phys. Rev. C* **84**, 054324 (2011).
- [16] P. Decowski, W. Grochulski, A. Marcinkowski, K. Siwek and Z. Wilhelmi, *Nucl. Phys. A* **110**, 129 (1968).
- [17] A. L. Goodman, *Nucl. Phys. A* **352**, 30 (1981); *Phys. Rev. C* **29**, 1887 (1984).
- [18] A. L. Goodman, *Phys. Rev. C* **48**, 2679 (1993).
- [19] E. Khan, N. Van Giai and N. Sandulescu, *Nucl. Phys. A* **789**, 94 (2007).
- [20] N. Sandulescu, O. Civitarese and R. J. Liotta, *Phys. Rev. C* **67**, 044317 (2000).
- [21] G. Puddu, *Phys. Rev. B* **45**, 9882 (1992); *Phys. Rev. C* **44**, 905 (1991); *C* **47**, 1067 (1993).
- [22] R. Rossignoli, A. Plastino and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **37**, 314 (1988).
- [23] Z. Kargar, *Phys. Rev. C* **75**, 064319 (2007).
- [24] H. Attias and Y. Alhassid, *Nucl. Phys. A* **625**, 565 (1997).
- [25] L. Ait gougam, *Thèse de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 10/1998-M/PH.
- [26] F. Boudali, *Mémoire de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 19/2008-M/PH.
- [27] F. Boudali, I. Ami, M. Fellah and N. H. Allal, *Alg. Rev. Nuc. Sci.* **8**, 23 (2010).
- [28] M. Marinus, H. G. Miller, R. M. Quick, F. Solms and D. M. van der Walt, *Phys. Rev. C* **48**, 1713 (1993).
- [29] M. Fellah, T. F. Hammann and D. E. Medjadi, *Phys. Rev. C* **8**, 1585 (1973).
- [30] M. Fellah and T. Hammann, *Nuovo Cimento. A* **30**, 239 (1975).
- [31] M. K. Bensmaia, *Mémoire de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 05/2011-M/PH.
- [32] A. Haddouche, *Mémoire de Magister*, USTHB, 21/2010-M/PH.
- [33] V. Yu. Ponomarev and I. Vdovin, *Phys. Rev. C* **72**, 034309 (2005); *C* **74**, 059802 (2006).

- [34] N. D. Dang and A. Arima, *Phys. Rev. C* **74**, 059801 (2006); N. D. Dang, *Nucl. Phys. A* **784**, 147 (2007).
- [35] N. D. Dang and A. Arima, *Phys. Rev. C* **68**, 044303 (2003); N. D. Dang, N. Q. Hung, arXiv : 0806. 1795v1 [nucl-th] (2008); N. Q. Hung and N. D. Dang, *Phys. Rev. C* **84**, 054324 (2011).
- [36] H. Kadi, *Mémoire de Magister*, Faculté de Physique, USTHB,26 /2012-M/PH.
- [37] N. D. Dang, *Phys. Rev. C* **76**, 064320 (2007).
- [38] G. Fletcher, *Am. J. Phys.* **58**, 50 (1990).
- [39] J. Hubbard, *Phys. Rev. Lett.* **3**, 77 (1959); R. L. Stratonovich, *Sov. Phys. Dokl.* **2**, 416 (1958).
- [40] J. Engel, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Lett. B* **389**, 211 (1996).
- [41] J. B. Stocker et al., *Phys. Rev. C.* **79**, 015803 (2009).
- [42] M. Hasegawa, K. Kaneko, T. Mizusaki and Y. Sun, *Phys.Lett.B*, **656**, 51 (2007).
- [43] O. Civitarese and M. Reboiro, *Phys. Rev. C* **56**, 1179 (1997); O. Civitarese, M. Reboiro and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **56**, 1840 (1997).
- [44] W. Satula and R. Wyss, *Acta Phys. Pol. B* **32**, 2457 (2001).
- [45] A. V. Afanasjev and S. Frauendorf, *Phys. Rev. C* **71**, 064318 (2005).
- [46] K. Kaneko and J. Zhang, *Phys. Rev. C* **57**, 1732 (1998).
- [47] A. L. Goodman, *Phys. Rev. C* **63** , 044325 (2001).
- [48] W. Greiner and J. A. Maruhn, *Nuclear Models* (Springer, Berlin Heidelberg, 1996).
- [49] L. Valentin, *Physique subatomique-Noyaux et particules, II. Développement* (OPU, Alger, 1987).
- [50] A. M. Lane *Nuclear Theory* (W. A. Benjamin, New York, 1964).
- [51] A. Goswami, *Nucl. Phys.* **60**, 228 (1964).
- [52] A. Goswami and L. S. Kisslinger, *Phys. Rev Lett.* **140**, B26 (1965); H. T. Chen and A. Goswami, *Nucl. Phys.* **88**, 208 (1966); A. L. Goodman, G. L. Struble and

- A. Goswami, *Phys. Lett.* **26 B**, 260 (1968). A. A. Raduta, L. Pacearescu, V. Baran, P. Sarriguren and E. Moya de Guerra, *Nucl. Phys. A* **675**, 503 (2000).
- [53] K. Kaneko and M. Hasegawa, *Phys. Rev. C* **60** (1999) 024301.
- [54] W. Satula and R. Wyss, *Nucl. Phys. A* **676**, 120 (2000).
- [55] D. Mokhtari, N. H. Allal and M. Fellah, *Alg. Rev. Nuc. Sci.* **4**, 79 (2002).
- [56] D. Mokhtari, N. H. Allal and M. Fellah, *Acta Phys. Hung. A : Heavy. Ion. Phys.* **19**, 187 (2004).
- [57] I. Ami, *Mémoire de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 35/2005-M/PH.
- [58] D. Mokhtari, I. Ami, M. Fellah and N. H. Allal, in *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology*, April 22-27, 2007, Nice, France, ed. O. Bersillon, F. Gunsing, E. Bauge, R. Jacqmin, and S. Leray, p159 (EDP Sciences, 2008).
- [59] D. Mokhtari, I. Ami, M. Fellah and N. H. Allal, *Int. J. Mod. Phys. E* **17**, 655 (2008).
- [60] D. Mokhtari, *Thèse de Doctorat*, Faculté de Physique, USTHB, 04/2010-D/PH.
- [61] A. L. Goodman, *Nucl. Phys. A* **186**, 475 (1972).
- [62] W. Satula and R. Wyss, *Phys. Lett. B* **393**, 1 (1997).
- [63] J. Engel, S. Pittel, M. Stoitsov, P. Vogel and J. Dukelsky, *Phys. Rev. C* **55**, 1781 (1997).
- [64] A. L. Goodman, *Phys. Rev. C* **60**, 014311 (1999).
- [65] S. G. Frauendorf and J. A. Sheikh, *Nucl. Phys. A* **645**, 509 (1999).
- [66] A. Petrovici, K. W. Schmid and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **647**, 197 (1999).
- [67] R. R. Chasman, *Phys. Lett. B* **553**, 204 (2003); *B* **577**, 47 (2003); *B* **524**, 81 (2002).
- [68] E. Perlińska, S. G. Rohoziński, J. Dobaczewski and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. C* **69**, 014316 (2004).

- [69] N. H. Allal, M. Fellah, M. R. Oudih and N. Benhamouda, *Eur. Phys. J. A* **27**, s01, 301 (2006).
- [70] N. Sandulescu, B. Errea and J. Dukelsky, *Phys. Rev. C* **80**, 044335 (2009).
- [71] M. Douici, S. Kerrouchi, N. H. Allal and M. Fellah, *Alg. Rev. Nuc. Sci.* **8**, 1 (2010).
- [72] K.Langanke, D. J. Dean, S. E. Koonin and P. B. Radha, *Nucl. Phys. A* **613**, 253 (1997).
- [73] G. Martínez-Pinedo, K. Langanke and P. Vogel, *Nucl. Phys. A* **651**, 379 (1999).
- [74] K. Kaneko and M. Hasegawa, *Phys. Rev. C* **72**, 031302 (R) (2005).
- [75] J. A. Sheikh, R. Palit and S. Frauendorf, *Phys. Rev. C* **72**, 041301 (R) (2005).
- [76] M. Fellah, N. H. Allal, M. Belabbas, M. R. Oudih and N. Benhamouda, *Phys. Rev. C* **76**, 047306 (2007).
- [77] N. Benhamouda, I. Ami, M. Belabbas, N. H. Allal, M. Fellah et M.R. Oudih, dans le proceeding de la *Troisième Conférence Nationale sur les Rayonnements et leurs Applications*, CNRA, 26-28 Mai 2009, USTHB, Bab-Ezzouar, Algérie, p 26.
- [78] M. Belabbas, I. Ami, N. Benhamouda, M. Fellah and N. H. Allal, *European Nuclear Physics Conference 2009*, Bochum, Germany, March 2009.
- [79] I. Ami, M. Belabbas, N. Benhamouda, M. Fellah and N. H. Allal, *European Nuclear Physics Conference 2009*, Bochum, Germany, March 2009.
- [80] M. Belabbas, M. Fellah, N. H. Allal, N. Benhamouda, I. Ami and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys. E* **19**, 1973 (2010).
- [81] M. Belabbas, M. Fellah, N. H. Allal and I. Ami, *Conference in Advanced many-body and statistical methods in mesoscopic systems*, Constanta, Romania, June 27-July 2, 2011.
- [82] M. Belabbas, M. Fellah, N. H. Allal and I. Ami, *J. Phys. : Conf. Ser.* **338**, 012021 (2012).
- [83] M. Belabbas, *Thèse de doctorat*, Faculté de Physique, USTHB, 02 /2011-D/PH.

- [84] I. Ami, M. Fellah, N. H. Allal, N. Benhamouda, M. Belabbas and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys. E* **20**, 1947 (2011).
- [85] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda, N. H. Allal and M. Belabbas, *J. Phys. : Conf. Ser.* **338**, 012019 (2012).
- [86] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda, N. H. Allal and M. Belabbas, *Conference in Advanced many-body and statistical methods in mesoscopic systems*, Constanta, Romania, June 27-July 2, 2011.
- [87] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda et N.H.Allal, *à paraître dans la Rev. Alg. Phys.*
- [88] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda et N.H.Allal, *Dixième Congrès National de la physique et de ses Applications, CNPA 2010*, 24-26 Octobre 2010, Ouargla, Algérie.
- [89] N. H. Allal and M. Fellah, *Phys. Rev. C* **43**, 2648 (1991).
- [90] N. H. Allal, *Thèse de Doctorat Es Sciences Physiques*, Faculté de Physique, US-THB, 03/94-E/PH.
- [91] J. Y. Zeng, T. H. Jin and Z. J. Zhao, *Phys. Rev. C* **50**, 1388 (1994).
- [92] J. Y. Zeng, Y. A. Lei, T. H. Jin and Z. J. Zhao, *Phys. Rev. C* **50**, 746 (1994).
- [93] S. X. Liu, J. Y. Zeng and L. Yu, *Nucl. Phys. A* **735**, 77 (2004).
- [94] M. Hasegawa and S. Tazaki, *Phys. Rev. C* **47**, 188 (1993).
- [95] N. H. Allal, M. Fellah, N. Benhamouda and M. R. Oudih, *Phys. Rev. C* **77**, 054310 (2008).
- [96] Y. Alhassid, G. F. Bertsch, L. Fang and S. Liu, *Phys. Rev. C* **72**, 064326 (2005);
Y. Alhassid, J. Zingman and S. Levit, *Nucl. Phys. A* **469**, 205 (1987).
- [97] K. Kaneko and A. Schiller, *Phys. Rev. C* **75**, 044304 (2007); *C* **76**, 064306 (2007).
- [98] K. Bencheikh, J. Bartel and P. Quentin, *Nucl. Phys. A* **764**, 79 (2006).
- [99] E. Meftunoğlu et al., *J. Phy. G : Nucl. Part. Phys.* **24**, 107 (1998).
- [100] M. Gerceklioğlu and A. E. Calik, *Acta Phys. Slo.* **55**, 197 (2005).
- [101] A. E. Calik, C. Deniz and M Gercelioglu, *Pramana-J. Phys.* **73**, 847(2009).

- [102] J. A. Sheikh and R. Wyss, *Phys. Rev. C* **62**, 051302R (2001).
- [103] N. S. Kelsall et al. , *Phys. Rev. C* **64**, 024309 (2001).
- [104] A. V. Afanasjev, J. König, P. Ring, L. M. Robledo and J. L. Egido, *Phys. Rev. C* **62**, 054306 (2000).
- [105] M. Aggarwal and I. Mazumdar, *Phys. Rev. C* **80**, 024332 (2009).
- [106] M. Thoennessen, *Rep. Part. Nucl. Phys.* **64**, 1187 (2004).
- [107] S. M. Fischer, C. J. Lister and D. P. Balamuth, *Phys. Rev. C* **67**, 064318 (2003).
- [108] S. M. Fischer et al. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 132501 (2001), **84**, 4064 (2000).
- [109] M. Hasegawa, K. Kaneko and T. Mizusaki, *Phys.Rev. C* **70**, 031301 (2004).
- [110] P. Sarriguren, *Phys. Lett. B* **680**, 438 (2009).
- [111] J. N. De, X. Vinãs, S. K. Patra and M. Centelles, *Phys. Rev. C* **64**, 057306 (2001).
- [112] J. Besprosvany and S. Levit, *Phys. Lett. B.* **217**, 1 (1989).
- [113] R. W. Richardson and N. Sherman, *Nucl. Phys.* **52**, 253 (1964).
- [114] R. D. Woods and D. S. Saxon, *Phys. Rev.* **95**, 577 (1954).
- [115] R. Vandenbosch and J. R. Huizenga, *Nuclear Fission* (Academic Press INC, Londres, 1973).
- [116] R. Bengtsson, J. Dudek, W. Nazarewicz and P. Olanders, *Phys. Scripta* **39**, 196 (1989).
- [117] A. Bohr, B. R. Mottelson and D. Pines, *Phys. Rev.* **110**, 936 (1958).
- [118] A. Lagoutine, *Eléments de Statistique Quantique*, (OPU, Alger, 1985).
- [119] C. Ngô et H. Ngô, *Physique statistique à l'équilibre et hors d'équilibre*, (Masson, Paris, 1995).
- [120] C. Scouarnec, "Algèbre Spectrale, Tome1" (Publisud, Toulouse, 1987).
- [121] H. Athimene, *Thèse de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 1981-M/PH.
- [122] E. G. Ryabov and G. D. Adeev, *Phys. of. Atom. Nucl.* **68**, 1525 (2005).

- [123] R. Vandenbosch, *Phys. Rev. C* **7**, 2092 (1973).
- [124] S. Soheyli, *Phys. Rev. C* **84**, 0044609 (2011).
- [125] A. S. Sitdikov, A. S. Nikitin and A. A. Khamzin, *Phys. of. Atom. Nucl.* **71**, 244 (2008).
- [126] B. K. Agrawal and A. Ansari, *Phys. Rev. C* **46**, 2319 (1992); *C.* **50**, 509 (1994).
- [127] A. L. Goodman, *Phys. Rev. C* **45**, 1649 (1992).
- [128] C. T. Kelley, *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*, (SIAM, Philadelphia 1995); Jorge Nocedal and Stephen J. Wright, *Numerical Optimization*, (Springer. Series in Operations Research, 1999).
- [129] M. Brack and P. Quentin, *Nucl. Phys. A* **361**, 35 (1981).
- [130] N. H. Allal and M. Fellah, *Phys. Rev. C* **50**, 1404 (1994).
- [131] F. Hammache, *Mémoire de Magister*, Faculté de Physique, USTHB, 18/2010-M/PH.
- [132] F. Simkovic, Ch. C. Moustakidis, L. Pacearescu and A. Faessler, *Phys. Rev. C* **68**, 054319 (2003).
- [133] P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **59**, 185 (1995).
- [134] R. B. Firestone and V. S. Shirley, *Table of isotopes* (John and Wiley & Sons, New York,1999).