

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène
Faculté de Physique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

EN : PHYSIQUE

Spécialité : Sciences Nucléaires

Par Mr : DEBABI Mohammed

Sujet :

**Etude de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ aux énergies stellaires
dans le cadre de la théorie de la Matrice-R**

Soutenu publiquement le 23/06/2010, devant le jury composé de :

Me. Z. MELLIANI	Professeur (USTHB)	Président
Mr. S. OUICHAOUI	Professeur (USTHB)	Directeur de thèse
Mr. M. RAMDHANE	Professeur (U.Constantine)	Examineur
Mme. A. BELHOUT	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur
Mr. C. BENCHOUK	Maître de Conférences (USTHB)	Examineur

*Louange et merci à mon Dieu
le tout puissant
de m'avoir aidé en me donnant la force
pour mener à terme ce travail.
Sans sa miséricorde et sa bénédiction
rien ne serait fait.*

Dédicaces

Je dédie ce travail :

À mes parents à qui je dois tout

À mes grands parents

À mon frère et mes soeurs

À la mémoire de mon oncle Djamel qui par sa disparition nous a laissé un grand vide, lui qui tenait tant à être du rendez-vous, que Dieu lui accorde sa miséricorde.

À toute la famille DEBABI petits et grands

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du groupe de recherche “Sciences Nucléaires et Interaction Rayonnement Matière” de la Faculté de Physique de l’Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène (USTHB) à Alger.

Je remercie tout d’abord mon directeur de thèse, Monsieur le Professeur Saâd Ouichaoui et lui exprime ma reconnaissance pour avoir eu confiance en moi, et répondre à mes questions, m’avoir accueilli dans son groupe de recherche, et surtout pour avoir dirigé ce travail. Je lui exprime toute ma gratitude pour ses conseils.

Je remercie très vivement Madame Amel Belhout, maître de conférences à l’USTHB, d’avoir suivi ce travail avec intérêt, et pour les nombreuses discussions enrichissantes que j’ai eues avec elle, de m’avoir stimulé tout au long de ce travail et pour avoir accepté d’être membre du jury. Je lui suis très profondément reconnaissant.

Je tiens à remercier d’une façon particulière Monsieur Mourad Fouka, attaché de recherche au CRRAG, qui m’a mis dans le bain des analyses matrice R, et qui m’a éclairci le chemin tout au long de mon travail, et au prix d’un temps précieux et d’incomparable efforts. Qu’il trouve ici le témoignage de ma reconnaissance et de mon amitié.

Je remercie vivement Mademoiselle Zohra Meliani, Professeur à l’USTHB, dont je garde un très bon souvenir comme enseignante, pour s’être intéressée à mon travail et m’avoir fait l’honneur de présider le Jury.

J’exprime tous mes remerciements à Monsieur Mourade Ramdhane, Professeur à l’Université de Constantine et Monsieur Chafik Benchouk, maître de conférence à l’USTHB, pour l’honneur qu’ils m’ont fait en participant au jury de thèse et pour l’intérêt dont ils me témoignent en lisant mon travail.

Mes remerciements vont aussi à mes proches et à mes amis, chacun par son nom, pour m’avoir encouragé et soutenu, d’une manière ou d’une autre.

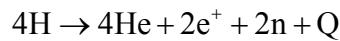
Table des matières

Introduction et motivations	1
Chapitre 1 : Réactions Nucléaires aux énergies stellaires	4
1.1 Introduction	4
1.2 Effet de la barrière coulombienne	5
1.3 Facteur astrophysique $S(E)$ et facteur $R(E)$	8
1.4 Le taux de réaction thermonucléaire	10
1.5 Expressions analytiques du taux de réaction	13
1.5.1 Taux de réaction non résonnant	14
1.5.2 Taux de réaction résonnant	15
a- Résonance étroite et isolée	15
b- Résonance large	16
1.6 Effet d'écran électronique	17
Chapitre 2 : Formalisme de la Matrice R	20
2.1 Modèles théoriques et mécanismes de réaction	20
2.2 Résonances du noyau composé	21
2.3 Formalisme de La Matrice R	23
2.3.1 Principe	23
a- Région intérieure	24
b- Région extérieure	24
2.3.2 Pénétrabilités coulombiennes et facteur de déplacement de niveau	26
2.3.3 Matrice R	29
2.3.4 Matrice de collision U	30
2.3.5 Relation entre la matrice U et la matrice R	31
2.3.6 Approximation à un niveau	32
2.3.7 Section efficace différentielle	33
2.3.8 Section efficace totale	34
2.3.9 Résumé de calcul matrice R	34

Chapitre 3 : Mesures antérieures des données de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$	36
3.1 Introduction	36
3.2 Travaux de Schardt et al. [Sch52]	37
3.3 Travaux de Zysikind et al. [Zys79]	39
3.4 Travaux de Redder et al. [Red82]	42
3.5 Travaux de La Cognata et al. [Lac07]	46
Chapitre 4 : Analyse en Matrice R de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$, résultats et discussions	53
4.1 Introduction	53
4.2 Caractéristiques des états excités du noyau composé ^{16}O	54
4.2.1 Conservation du spin et de la parité J^π des niveaux	54
4.2.2 Schéma de niveau du ^{16}O	55
4.3 Procédures d'ajustement	57
4.4 Ajustement du facteur astrophysique	58
4.4.1 Méthode d'ajustement et d'optimisation	58
4.4.2 Ajustement et résultats	60
4.5 Ajustement du facteur astrophysique et des distributions angulaires	64
4.5.1 Méthode d'ajustement et d'optimisation	64
4.5.2 Ajustement et résultats	65
4.6 Le facteur $S(0)$ extrapolé	73
4.7 Comparaison et discussion	73
4.8 Effet d'écran électronique	76
4.9 Calcul du taux de réaction	78
Conclusion générale	82
Annexe A : Combustion stellaire de l'hydrogène	84
A.1 La chaîne proton-proton	85
A.2 Cycles CNO	86
Annexe B : Méthode du Cheval de Troie	87
Bibliographie	89

Introduction et motivations

Au cours de la combustion stellaire de l'Hydrogène, cet élément est converti en Hélium suivant plusieurs cycles de réactions de fusion thermonucléaires conduisant au processus global :

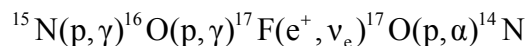


avec libération d'une quantité d'énergie de 26.73 MeV par cycle (bilan d'énergie, Q). Dans les étoiles de 2^{ème} génération de masses supérieures à celle du Soleil ($M_{\odot} \approx 2.10^{30}$ kg), les réactions nucléaires sous-coulombiennes impliquées dans les cycles CNO détruisent ou produisent différents isotopes des éléments catalyseurs Carbone, Azote et Oxygène.

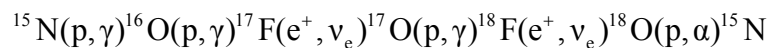
Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ qui ferme le 1^{ère} cycle CN :



sa compétition avec la capture radiative $^{15}\text{N}(p, \gamma)^{16}\text{O}$ détermine l'importance relative des cycles CN et NO et la nucléosynthèse des isotopes de C, N et O. La perte de catalyseur CN à travers cette dernière réaction suit la séquence :



ou la séquence :



complétant le tri-cycle CNO, dans lequel le taux de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ joue un rôle de première importance. D'autre part, le taux de cette réaction influence très fortement la nucléosynthèse de ^{19}F dans les étoiles géantes rouges et celles de la phase AGB (Asymptotic Giant Branch stars) d'évolution stellaire où son abondance serait beaucoup plus élevée que dans le système solaire, selon des calculs récents des modèles stellaires [Lac06]. Comme on peut le voir (cf. Annexe A), cette réaction consomme des protons et des noyaux de ^{15}N , les empêchant d'alimenter la chaîne de production de ^{19}F dans ces sites. Son taux introduit une

incertitude d'au moins 8% sur l'abondance de ^{19}F à la surface des étoiles géantes [Lug04], supposées responsables de la nucléosynthèse de cet élément dans la Voie Lactée. Une détermination la plus précise possible de ce taux de réaction aux énergies d'intérêt astrophysique apparaît donc nécessaire pour effectuer un calcul fiable des abondances des éléments précédents dans divers sites stellaires. Ceci requiert la connaissance précise des sections efficaces expérimentales de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ aux énergies des protons les plus faibles possibles au voisinage de la fenêtre de Gamow centrée à $E \sim 8\text{ keV}$ (dans le référentiel du centre de masse). A défaut de pouvoir effectuer des mesures directes dans cette région d'énergie compte tenu de la faiblesse des sections efficaces de réaction, l'on procède, en général, à l'extrapolation vers ces énergies, sous-tendue par une théorie adaptée des réactions nucléaires, des valeurs de $\sigma(E)$ mesurées à des énergies plus élevées accessibles à l'expérimentateur, en termes du facteur astrophysique défini (voir Chapitre 1) par $S(E) = \sigma(E)E \exp(+2\pi\eta)$.

La réaction de fusion $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ a été étudiée expérimentalement par plusieurs groupes d'auteurs qui ont rapporté des données de section efficace totale (converties en facteur astrophysique) [Sch52], [Zys79], [Red82], [Lac07] et/ou de distributions angulaires $W(E, \theta)$ [Red82] dans la région des basses énergies des protons incidents. Parmi ces groupes, les trois premiers procédèrent à des mesures directes des fonctions d'excitation pour des énergies de protons dans le référentiel du laboratoire aussi faibles que $E_p = 78\text{ keV}$ [Red82], tandis que le dernier groupe [Lac07] utilisa récemment la méthode indirecte du "Cheval de Troie (THM)" (Voir Annexe B) appliquée à la réaction $^2\text{H}(^{15}\text{N}, \alpha)^{12}\text{C}n$ à $E_{lab}(^{15}\text{N}) = 60\text{ MeV}$ pour extraire la section efficace $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ des noyaux nus aux basses énergies d'intérêt astrophysique. Les données mesurées par les différents groupes d'auteurs ont été interprétées en faisant appel aux mécanismes de réaction du noyau composé (ici ^{16}O) et de l'interaction directe, en décrivant les sections efficaces et les distributions angulaires expérimentales respectivement par de simples formes de type Breit-Wigner et des développements en polynômes de Legendre, ce qui a conduit à une évaluation insuffisante et imprécise des propriétés quantiques des niveaux nucléaires mis en jeu.

Dans ce travail, nous avons procédé à une compilation et une comparaison de l'ensemble des données expérimentales antérieures de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ disponibles

dans la littérature ainsi qu'à leur analyse par la théorie rigoureuse de la Matrice R, en supposant exclusivement à l'œuvre le mécanisme du noyau composé. En supposant la contribution de plusieurs niveaux du noyau ^{16}O (incluant un niveau sous le seuil de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$), nous avons pu rendre compte de façon très satisfaisante, et simultanément, des différents types de données expérimentales ($S(E)$, $W(E, \theta)$, sections efficaces différentielles) sur un large domaine d'énergie $E < 1.3 \text{ MeV}$ avec les mêmes paramètres de structure des niveaux nucléaires de ^{16}O insuffisamment connus, impliqués dans la réaction. A cet effet, nous avons utilisé un code de calcul élaboré au sein de notre équipe. Une valeur $S(0) = 75 \pm 10 \text{ MeV.b}$ du facteur astrophysique à l'énergie zéro a été déduite et le taux de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ a été calculé, puis comparé aux taux disponibles NACRE [Ang99] et [Cau88].

L'ensemble des résultats obtenus est rapporté dans ce mémoire, qui est structuré de la façon suivante :

- le chapitre 1, consacré à quelques propriétés principales des réactions nucléaires sous-coulombiennes aux énergies stellaires, rapporte des éléments d'astrophysique nucléaire,
- dans le chapitre 2, nous présentons succinctement la théorie de la Matrice-R et l'algorithme du code de calcul utilisé,
- le chapitre 3 résume les principaux travaux expérimentaux antérieurs sur la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ en indiquant les méthodes d'analyses et interprétations des différents groupes d'auteurs,
- enfin, le chapitre 4 traite de notre propre analyse des données expérimentales $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ et rapporte l'ensemble de nos résultats et leur discussion avant notre conclusion générale sur le présent travail.

Chapitre 1

Réactions nucléaires aux énergies stellaires

1.1 Introduction

Les réactions nucléaires de fusion jouent un rôle important dans la compréhension de l'origine et la composition de l'univers. Elles interviennent aussi bien dans la nucléosynthèse primordiale (formation d'éléments légers d , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ lors du Big-Bang) que dans la nucléosynthèse stellaire (génération d'énergie et formation de tous les éléments chimiques dans les étoiles). Plusieurs travaux de référence ont été publiés à partir de 1930 comme, par exemple, l'article de Hans Bethe [Bet38] expliquant la luminosité stellaire. À la fin des années cinquante est apparu le célèbre article de Margaret et Geoffrey Burbidge, William Fowler et Fred Hoyle [B²FH57] fournissant une explication complète et détaillée des nucléosynthèses selon différents processus de fusion thermonucléaire. Ces processus produisent une grande quantité d'énergie au cœur des étoiles donnant naissance à des forces de pression qui contrebalancent l'effet de la gravitation et sont aussi responsables de la synthèse des éléments chimiques entrant dans la composition de la plupart des sites astrophysiques. La détermination du taux de réaction constitue l'objectif principal de l'astrophysicien nucléaire. Cette quantité fondamentale relie les paramètres de l'interaction nucléaire à l'échelle subatomique (vitesse des particules nucléaires, section efficace de réaction,...) à ceux de l'astrophysique à l'échelle de l'univers (température, densité...). Si le rôle crucial des réactions nucléaires d'intérêt astrophysique a donc été reconnu il y a relativement longtemps, les valeurs des sections efficaces associées sont généralement très incertaines, très difficiles et parmi les plus petites mesurées au laboratoire ($\sigma < \text{nb}$). Ceci est dû principalement à la faible valeur des énergies des projectiles impliqués dans ces réactions

et aux très faibles pénétrabilités de la barrière coulombienne. Par conséquent, il apparaît nécessaire d'extrapoler aux très basses énergies (énergies stellaires inférieures à quelques dizaines de keV) les sections efficaces expérimentales dont la mesure est possible à plus haute énergie. Cette opération est très délicate, parfois très difficile, ce qui nécessite l'utilisation de théories appropriées des réactions nucléaires. Un problème supplémentaire pouvant introduire de grandes incertitudes sur les valeurs extrapolées des sections efficaces et des taux de réaction est l'écrantage électronique des noyaux mis en jeu, qui se traduit par un fort accroissement des sections efficaces de réaction aux très basses énergies (de l'ordre des énergies de liaison des électrons dans les atomes) puisque les cibles utilisées dans les mesures de laboratoire sont généralement sous forme atomique ou moléculaire. Dans la suite de ce chapitre, nous donnons un aperçu des difficultés rencontrées dans l'étude des réactions nucléaires aux énergies astrophysiques ainsi que les éléments principaux d'astrophysique nucléaire.

1.2 Effet de la barrière coulombienne

Les réactions nucléaires de fusion induites par des protons ou des particules α aux énergies stellaires sur des noyaux légers ($A \leq 30$) responsables de la combustion hydrostatique de l'hydrogène et de l'hélium dans les étoiles sont sous-coulombiennes. Les projectiles étant des ions positifs (absence du nuage électronique), l'interaction fait donc intervenir la force de répulsion électrostatique entre ces ions et les noyaux constituant la cible. L'énergie potentielle coulombienne associée à cette répulsion représentée sur la figure 1.1, a pour expression :

$$E_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (1.1)$$

où ($Z_1 e$, $Z_2 e$) sont les charges respectives des deux noyaux éloignés d'une distance r , et e est la charge de l'électron. Elle présente un maximum, appelé barrière coulombienne, notée B_C , au point de contact entre les deux noyaux ou rayon d'interaction nucléaire, soit :

$$R_N = a_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (1.2)$$

Dans cette dernière relation, A_1 et A_2 sont les nombres de masse respectifs des deux noyaux, et a_0 est un paramètre de rayon de valeur comprise entre 1.4 fm et 1.7 fm pour les systèmes légers. Pour des valeurs de r inférieures au rayon nucléaire, R_N , la force nucléaire (attractive

et de courte portée) entre en jeu et induit une réaction nucléaire de fusion. Aux énergies stellaires, l'énergie cinétique des particules incidentes est souvent très inférieure à la barrière coulombienne. Par exemple, pour la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ étudiée, impliquée dans le cycle CNO froid, et pour des températures typiques de l'ordre de $T_6 = 30^1$, l'énergie thermique correspondant au maximum de la distribution de Maxwell-Boltzmann des projectiles est $kT = 8.62 \times 10^{-8} T_6 = 2.58 \text{ keV}$. Elle est largement inférieure à la barrière coulombienne, B_C , qui est de l'ordre de 2 MeV. Du point de vue de la physique classique, il est donc impossible qu'un projectile d'énergie E (dans le centre de masse) $< B_C$ puisse pénétrer cette barrière au-delà du point tournant classique, R_C (voir Fig.1.1), car il est repoussé en sens inverse dans la région I. Or, pour pouvoir engendrer une réaction nucléaire, les particules chargées incidentes doivent franchir la barrière coulombienne au point R_C .

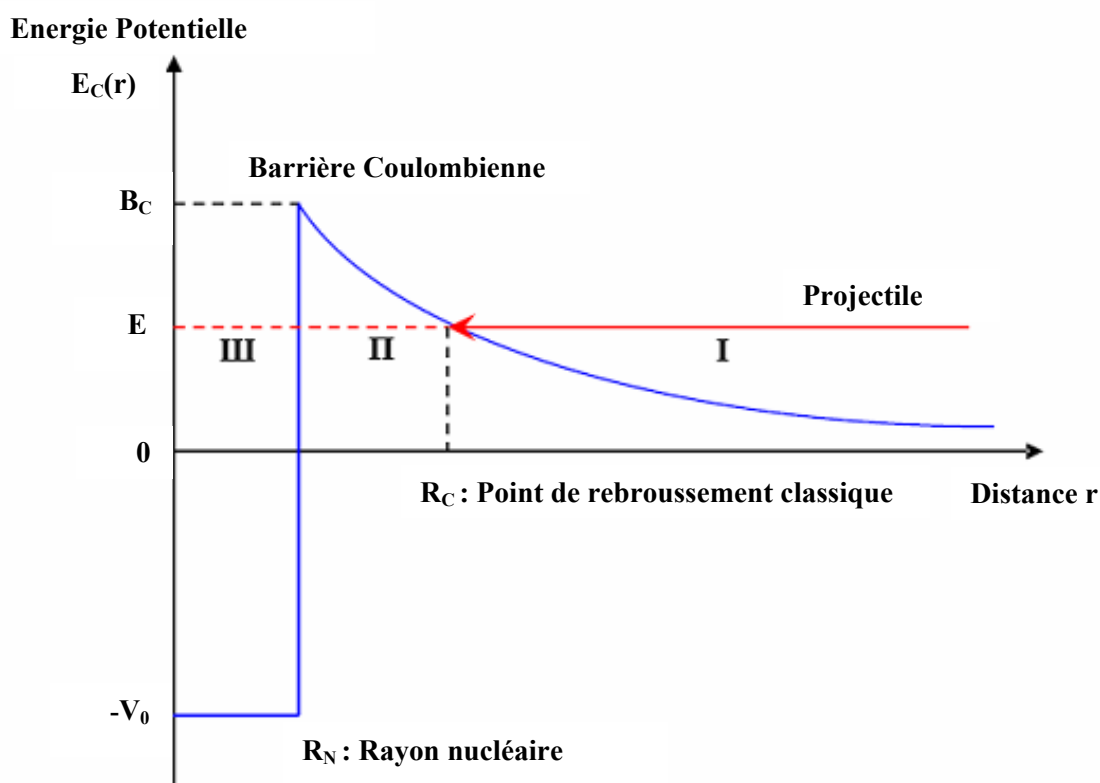


Fig.1.1 : Représentation schématique d'un projectile incident d'énergie E traversant par effet tunnel la barrière coulombienne de profondeur V_0 .

¹ En astrophysique, la notation $T_n = x$ correspond à une température $T = x \times 10^n \text{ K}$.

Cela n'est possible que par effet tunnel quantique de pénétration d'une barrière de potentiel. En fait, il existe une probabilité faible mais finie pour que les projectiles d'énergies $E < B_C$ pénètrent la barrière coulombienne, donnée par le facteur de transmission (appelé aussi pénétrabilité) défini par [Rol88] :

$$P_\ell = \frac{|\psi(R_N)|^2}{|\psi(R_C)|^2} \quad (1.3)$$

où $\psi(R_N)$ et $\psi(R_C)$ sont, respectivement, les fonctions d'onde du projectile au rayon nucléaire et au point tournant classique. En mécanique quantique, le carré du module de la fonction d'onde, $|\psi(r)|^2$, représente la probabilité de trouver la particule à la position r . L'on peut dire alors que la probabilité P_ℓ est le rapport des probabilités de présence de la particule entre la région III et la région I sur la figure 1.1. Le calcul détaillé des pénétrabilités nécessite donc la détermination de la fonction d'onde, $\psi(r)$, évaluée par la résolution de l'équation de Schrödinger radiale dans le cas d'un potentiel coulombien. Il en résulte la relation exacte suivante du facteur de pénétration de la barrière coulombienne :

$$P_\ell(E) = \frac{\rho}{F_\ell^2 + G_\ell^2} \quad (1.4)$$

où F_ℓ^2 et G_ℓ^2 sont, respectivement, les fonctions de Coulomb régulière et irrégulière [Abr65] et $\rho = kR_N$ avec k désignant le nombre d'onde donné par :

$$k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar} \quad (1.5)$$

μ étant la masse réduite du système projectile-noyau cible.

Le facteur de pénétration de B_C dépend donc très fortement de l'énergie incidente E , du rayon d'interaction, R_N , et du moment angulaire orbital, ℓ , associé à l'onde partielle impliquée dans la réaction nucléaire. Noter que ℓ apparaît dans le terme de barrière potentielle centrifuge ($\propto \ell(\ell + 1)$) de l'équation d'onde radiale et que la pénétrabilité diminue très rapidement avec l'augmentation de ℓ . Les ondes entrantes susceptibles de produire la réaction sont donc celles qui correspondent aux moments angulaires orbitaux les plus faibles, en particulier $\ell = 0$ (ondes s).

1.3 Facteur astrophysique $S(E)$ et facteur $R(E)$

Aux basses énergies ($E \ll B_C$ ou $R_C \gg R_N$) d'intérêt pour l'astrophysique nucléaire dominées par la contribution des ondes s ($\ell = 0$), la dépendance en énergie de la probabilité de pénétration à travers la barrière coulombienne est donnée avec une bonne approximation par le facteur de Gamow :

$$P_0 \approx \exp(-2\pi\eta) \quad (1.6)$$

où η est le paramètre de Sommerfeld, défini par :

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} = 0.158 Z_1 Z_2 \left(\frac{\mu}{E} \right)^{1/2} \quad (1.7)$$

avec E exprimée en MeV et μ en uma, v étant la vitesse relative des noyaux dans la voie d'entrée. Le facteur de pénétration de B_C intervient dans l'expression de la section efficace et sa dépendance en énergie est essentiellement déterminée par la relation (1.6) reflétant la décroissance très rapide des sections efficaces lorsque l'énergie diminue [Des00], soit :

$$\sigma(E) \propto \exp(-2\pi\eta) \quad (1.8)$$

D'autre part, la section efficace est proportionnelle au facteur géométrique, $\pi\lambda^2$, λ étant la longueur d'onde de De Broglie dans la voie d'entrée de la réaction considérée, et donc inversement proportionnelle à l'énergie E :

$$\sigma(E) \propto \lambda^2 \propto \frac{1}{E} \quad (1.9)$$

Dès lors, on peut écrire la section efficace sous la forme suivante :

$$\sigma(E) = S(E) \frac{1}{E} \exp(-2\pi\eta) \quad (1.10)$$

définissant le facteur astrophysique $S(E)$ qui représente la partie purement nucléaire de la section efficace dépendant faiblement de l'énergie, les termes (1.8) et (1.9) représentant la partie non nucléaire de σ fortement dépendante de E . Pour des réactions non résonnantes, le facteur $S(E)$ varie très lentement avec l'énergie. Lorsque la contribution d'autres ondes partielles ($\ell > 0$) est non négligeable, la dépendance en énergie du facteur astrophysique est plus importante. Dans ce cas, la mise en évidence de la nature de l'onde dans l'expression de

$\sigma(E)$ est très utile. Pour cela et pour réduire d'avantage la dépendance en énergie de $S(E)$, H. Beaufeuille et al. [Bea99] ont défini une nouvelle quantité, le facteur $R(E)$:

$$R(E) = \frac{\sigma(E)}{\pi \hat{\lambda}^2 P_\ell(E)} \quad (1.11)$$

La relation entre les facteurs $S(E)$ et $R(E)$ est obtenue en portant (1.11) dans (1.10) :

$$S(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu} R(E) \frac{P_\ell(E)}{e^{-2\pi\eta}} \quad (1.12)$$

Nous remarquons que la différence entre les facteurs $S(E)$ et $R(E)$ réside essentiellement dans le rapport du facteur de pénétration pour un moment angulaire orbital ℓ donné au facteur de Gamow, $e^{-2\pi\eta}$, correspondant à $\ell = 0$. Ce rapport, $P_\ell(E)/e^{-2\pi\eta}$, est donc une estimation de la contribution des ondes partielles de moments angulaires différents $\ell \neq 0$.

Un des résultats importants de ce rapport obtenu par C. Rolfs et al. [Rol88] via le calcul exact des pénétrabilités en passant par la résolution de l'équation de Schrödinger est donné par l'expression approchée :

$$\frac{P_\ell(E)}{e^{-2\pi\eta}} = \exp \left[-2\ell(\ell+1) \left(\frac{\hbar^2}{2\mu Z_1 Z_2 e^2 R_N} \right)^{1/2} \right] \quad (1.13)$$

où μ est en *uma* et R_N en fermi.

D'autre part, pour des énergies très inférieures à la barrière coulombienne ($E \ll B_C$), le calcul approché par la méthode WKB (Wenzel, Kramers, Brillouin) [Abr65, Abr72] et dans lequel l'équation de Schrödinger est résolue par l'intermédiaire d'un développement en puissances de \hbar , a été rapporté dans les travaux précédents [Bou93, Bou98] menés dans notre équipe. Il conduit aux expressions suivantes des pénétrabilités relatives aux ondes s et p :

$$\frac{P_0(E)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_1^2(x)} \left\{ 1 - \left[\frac{R_N}{2Z_1 Z_2 e^2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\mu R_N^3}{2Z_1 Z_2 e^2 \hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\} \quad (1.14)$$

et

$$\frac{P_1(E)}{e^{-2\pi\eta}} = \frac{\pi}{4K_3^2(x)} \left\{ 1 + \left[\frac{2\hbar^2}{\mu Z_1^2 Z_2^2 e^4} - \frac{R_N}{2Z_1 Z_2 e^2} - \frac{4}{3} \left(\frac{\mu R_N^3}{2Z_1 Z_2 e^2 \hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\} \quad (1.15)$$

avec :

$$x = 2(2\eta\rho)^{1/2} \quad (1.16)$$

et K_1 et K_3 désignant les fonctions de Bessel modifiées d'ordres 1 et 3, respectivement.

Par conséquent, un traitement rigoureux de la dépendance en énergie des sections efficaces à partir du calcul des pénétrabilités et de la contribution des ondes partielles est nécessaire pour calculer les facteurs $S(E)$ et $R(E)$ qui constituent les outils physiques appropriés permettant l'extrapolation des valeurs des sections efficaces aux très basses énergies.

1.4 Le taux de réaction thermonucléaire

La modélisation des divers scénarios stellaires et l'étude de l'évolution des étoiles, nécessitent la connaissance du nombre moyen de réactions nucléaires se produisant par unité de volume et par unité de temps, appelé taux de réaction thermonucléaire. Cette quantité doit son importance au fait que les réactions thermonucléaires sont responsables de la production de l'énergie et la synthèse des éléments (nucléosynthèse) dans les sites stellaires et dans le milieu interstellaire. Par conséquent, l'évaluation du taux de réaction en fonction de la température stellaire, T , fait l'objet de toute étude des réactions nucléaires dans ce domaine d'énergie.

Considérons une réaction nucléaire de type $X(a,b)Y$ se produisant dans un gaz stellaire constitué de N_a particules par cm^3 de l'élément a et N_x particules par cm^3 de l'élément X. En supposant que les particules X sont au repos et que leur vitesse relative est v , le taux de réaction r est le produit du flux des particules incidentes $N_a v$ et la surface effective de réaction $\sigma(v)N_x$ soit :

$$r = N_a N_x v \sigma(v) \quad (1.17)$$

En fait, à l'intérieur du site stellaire, toutes les réactions ne se font pas à la même vitesse relative. Dans ce cas, nous devons tenir compte de la distribution des vitesses v , de densité de probabilité $\phi(v)$. Le taux de réaction global s'écrit alors :

$$r = N_a N_x \int_0^{\infty} v \sigma(v) \phi(v) dv \quad (1.18)$$

et est généralement noté :

$$r = N_a N_x \langle \sigma v \rangle \quad (1.19)$$

avec :

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^{\infty} v \sigma(v) \phi(v) dv \quad (1.20)$$

donnant la valeur moyenne du produit de la vitesse et de la section efficace pondéré par la distribution $\phi(v)$ des vitesses des noyaux mis en jeu. Cette dernière satisfait à la condition de normalisation suivante :

$$\int_0^{\infty} \phi(v) dv = 1 \quad (1.21)$$

Considérons les sites où les gaz sont non relativistes, non dégénérés et à l'équilibre thermodynamique : la pression gravitationnelle est équilibrée par la pression thermique due à la fusion nucléaire. Dans ce cas, la distribution des vitesses relative, $\phi(v)$, suit une distribution du type de Maxwell-Boltzmann qui a la forme bien connue :

$$\phi(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT} \right) \quad (1.22)$$

où $\mu = \frac{m_a m_x}{m_a + m_x}$ (avec m_a, m_x les masses des noyaux a et X), k est la constante de

Boltzmann et T la température du gaz stellaire.

En injectant cette forme de la distribution dans la relation (1.20) et en multipliant par le nombre d'Avogadro N_A , nous obtenons l'expression de la quantité $N_A \langle \sigma v \rangle$, qui représente la grandeur capitale en l'astrophysique nucléaire, indispensable dans les applications astrophysiques, et que l'on appelle le taux de réaction par paire de particules, donnée par :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = 4\pi N_A \left(\frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 \sigma(v) \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT} \right) dv \quad (1.23)$$

En terme de l'énergie cinétique disponible dans le système du centre de masse, définie par

$E = \frac{1}{2} \mu v^2$, l'expression précédente s'exprime en $\text{cm}^3 \text{s}^{-1} (\text{mole})^{-1}$ et s'écrit :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} E \sigma(E) \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \quad (1.24)$$

L'expression de $\sigma(E)$ utilisée pour le calcul de l'intégrale (1.24) est celle donnée par la relation (1.10). Le taux de réaction par paire de particules prend alors la forme suivante :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{N_A}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} S(E) \exp\left(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{\sqrt{E}}\right) dE \quad (1.25)$$

où la quantité, b , est définie à travers la relation (1.7) par :

$$b = 0.989 Z_1 Z_2 \mu^{1/2} \quad (\text{MeV})^{1/2} \quad (1.26)$$

Le comportement de l'intégrand dans l'éq. (1.25) est largement dominé par la fonction exponentielle dont la forme est représentée sur la figure (1.2). Elle est donnée par le produit de deux termes : le premier, $e^{-E/kT}$, est une fonction fortement décroissante avec E qui représente la distribution des particules constituant le gaz stellaire alors que le second terme, $e^{-b/\sqrt{E}}$, est une fonction croissante avec E qui décrit l'évolution de la probabilité de pénétration de la barrière coulombienne par effet tunnel. Le résultat de ce produit a la forme d'une courbe en cloche légèrement asymétrique que l'on appelle le pic de Gamow qui peut être approximativement assimilé à une gaussienne centrée autour de l'énergie E_0 donnée par la relation suivante :

$$E_0 = \left(\frac{bkT}{2} \right)^{2/3} = 0.122 (Z_1^2 Z_2^2 \mu T_9^2)^{1/3} \quad (\text{MeV}) \quad (1.27)$$

et dont la largeur à mi-hauteur est donnée par :

$$\Delta = 4 \left(\frac{E_0 kT}{3} \right)^{1/2} = 0.2368 (Z_1^2 Z_2^2 \mu T_9^5)^{1/6} \quad (\text{MeV}) \quad (1.28)$$

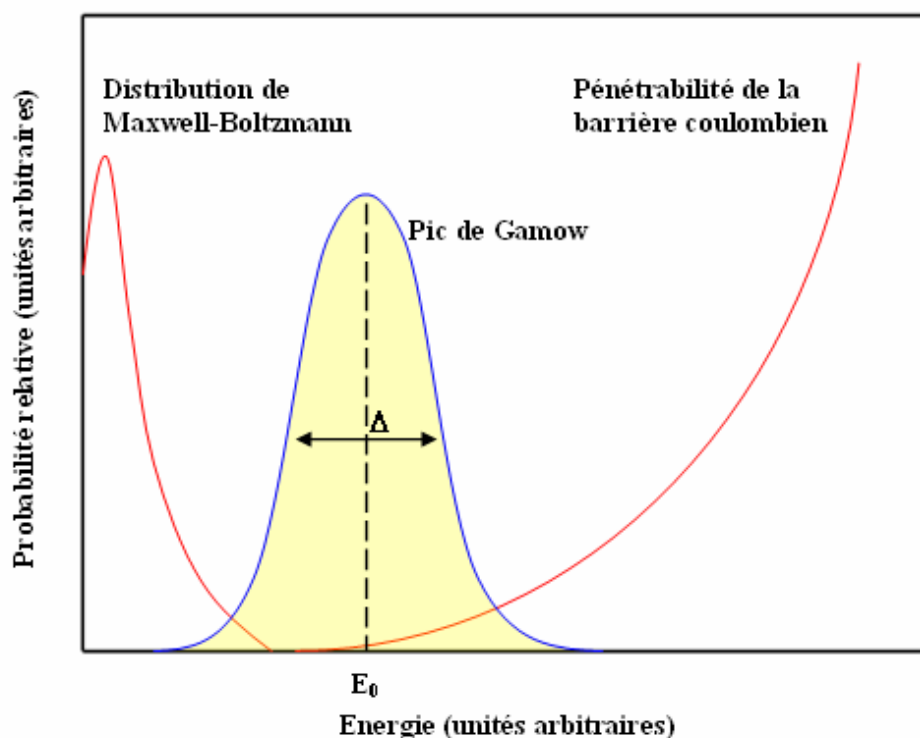


Fig.1.2 : Représentation du pic de Gamow, centrée à l'énergie E_0 et de largeur Δ .

L'on peut bien voir que les particules qui contribuent aux réactions nucléaires utiles sont celles de la queue haute énergie de la distribution de Maxwell-Boltzmann, cela est dû à l'effet de la barrière coulombienne déplaçant l'énergie d'interaction vers les hautes énergies.

Les valeurs $E_0 \pm \Delta/2$ délimitent la fenêtre de Gamow qui correspond à l'intervalle d'énergie pour lequel la probabilité de production de la réaction thermonucléaire est importante. C'est à ces énergies qu'il faut donc rechercher à connaître la section efficace de réaction avec précision et calculer le taux de réaction.

1.5 Expressions analytiques du taux de réaction

Pour des raisons pratiques, le taux de réaction par paire de particules, $N_A \langle \sigma v \rangle$, utilisé dans les codes stellaires est généralement présenté sous la forme d'expressions analytiques approchées qui tiennent compte de l'allure du facteur astrophysique $S(E)$ en fonction de l'énergie reflétant ainsi le mécanisme de réaction nucléaire mis en jeu. Le calcul du taux de réaction dépend donc du type de mécanisme réactionnel qui peut être soit résonnant, soit non-résonnant. Nous présentons ci-dessous les expressions de $N_A \langle \sigma v \rangle$ retenues pour ces deux cas.

1.5.1 Taux de réaction non résonnant

Dans ce cas, le facteur astrophysique $S(E)$ varie lentement avec l'énergie, ce qui permet d'effectuer des approximations assez précises pour évaluer l'intégrale (1.25). Une bonne approximation du terme exponentiel de l'intégrand est donnée par [Rol88] :

$$\exp\left(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{\sqrt{E}}\right) \approx I_{\max} \exp\left(-\left(\frac{E-E_0}{\Delta/2}\right)^2\right) \quad (1.29)$$

avec :

$$I_{\max} = \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \quad (1.30)$$

E_0 et Δ sont définis dans (1.27) et (1.28), respectivement, et I_{\max} est la valeur maximale de la fonction exponentielle (Eq. (1.29)) à l'énergie E_0 .

Ainsi, dans ce cas et dans le domaine de la fenêtre de Gamow, on peut supposer que $S(E) \approx S(E_0) = C^{te}$ et le faire sortir de l'intégrale. L'équation du taux de réaction s'écrit alors :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2} \frac{\Delta}{(kT)^{3/2}} I_{\max} S(E_0) \quad (1.31)$$

Il arrive que dans certains cas, le facteur astrophysique ne peut pas être considéré comme constant dans la fenêtre de Gamow même s'il varie lentement avec l'énergie. Ce qui nécessite une approche plus analytique pour paramétrer le taux de réaction. Le facteur astrophysique est dans ce cas développé en série de Taylor autour de E_0 :

$$S(E) = S(0) + \dot{S}(0)E + \frac{1}{2}\ddot{S}(0)E^2 + \dots \quad (1.32)$$

En utilisant l'approximation (1.29), le taux de réaction peut alors se mettre sous la forme [Fow67] :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2} \frac{\Delta}{(kT)^{3/2}} I_{\max} S_{eff}(E_0) \quad (1.33)$$

avec S_{eff} est défini par :

$$S_{eff}(E_0) = S(0) \left[1 + \frac{5}{36} \frac{kT}{E_0} + \frac{\dot{S}(0)}{S(0)} \left(E_0 + \frac{35}{36} kT \right) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{S}(0)}{S(0)} \left(E_0^2 + \frac{89}{36} E_0 kT \right) \right] \quad (1.34)$$

Il est intéressant d'examiner la dépendance de $N_A \langle \sigma v \rangle$ en fonction de la température. Pour cela, il est plus commode d'exprimer le taux de réaction comme suit [Lan80] :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = C_1 T^{-2/3} \exp(-C_2 T^{-1/3}) \sum_n C_n T^{n/3} \quad (1.35)$$

où C_1 , C_2 et C_n sont des constantes.

1.5.2 Taux de réaction résonnant

En présence d'une résonance, la section efficace peut varier de plusieurs ordres de grandeur sur un court intervalle d'énergie, ce qui se manifeste par la forme d'un pic dans la représentation de la section efficace en fonction de E . La contribution d'une résonance au taux de réaction peut être importante même si elle se trouve en dehors de la fenêtre de Gamow. Dans ce cas, la section efficace au voisinage de l'énergie de résonance, E_R , peut être décrite par une fonction de Breit-Wigner à un niveau, soit explicitement :

$$\sigma_{BW}(E) = \pi \hat{\kappa}^2 g(J) \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2 / 4} \quad (1.36)$$

où Γ_a et Γ_b sont les largeurs partielles des voies d'entrée et de sortie, respectivement, $\Gamma = \sum_{voies} \Gamma_i$ est la largeur totale donnée par la somme des largeurs partielles pour toutes les voies de réaction accessibles et $g(J)$ un facteur statistique de spin défini par la relation :

$$g(J) = \frac{2J+1}{(2I_a+1)(2I_X+1)} \quad (1.37)$$

Ici, (I_a, I_X) sont les spins intrinsèques des noyaux incident et cible, respectivement, et J est le moment angulaire total ou spin du niveau nucléaire résonnant. L'expression du taux des réactions résonnantes dépend des largeurs des résonances.

a- Résonance étroite et isolée

Une résonance est dite étroite et isolée si elle vérifie les deux conditions suivantes : $\Gamma \ll E_R$ et $\Gamma \ll D$ (D est l'espacement moyen entre les niveaux résonnants). Dans ces conditions, la distribution de Maxwell-Boltzmann varie très peu dans la région de la résonance (voir figure 1.3). Le terme $E \exp(-E/kT)$ dans l'équation (1.24) peut alors être

considéré comme constant et sa valeur sera calculée à l'énergie de résonance, E_R . Par conséquent l'expression du taux de réaction devient :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = N_A \left(\frac{2\pi}{\mu kT} \right)^{2/3} \hbar^2 g(J) \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma} \exp\left(-\frac{E_R}{kT}\right) \quad (1.38)$$

Le produit $(2J+1) \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma}$ est appelé la "force de résonance", notée généralement $w(J)$. Dans un domaine étroit autour de l'énergie de résonance, les largeurs partielles et totale ne présentent pas de variation significative avec l'énergie et peuvent être considérées comme constantes, ce qui permet de réduire l'expression précédente à :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = C_8 T_9^{-3/2} \exp\left(-\frac{C_9}{T_9}\right) \quad (1.39)$$

où C_8 et C_9 sont des constantes dépendant des deux quantités accessibles à l'expérimentateur : l'énergie de résonance et la force de résonance.

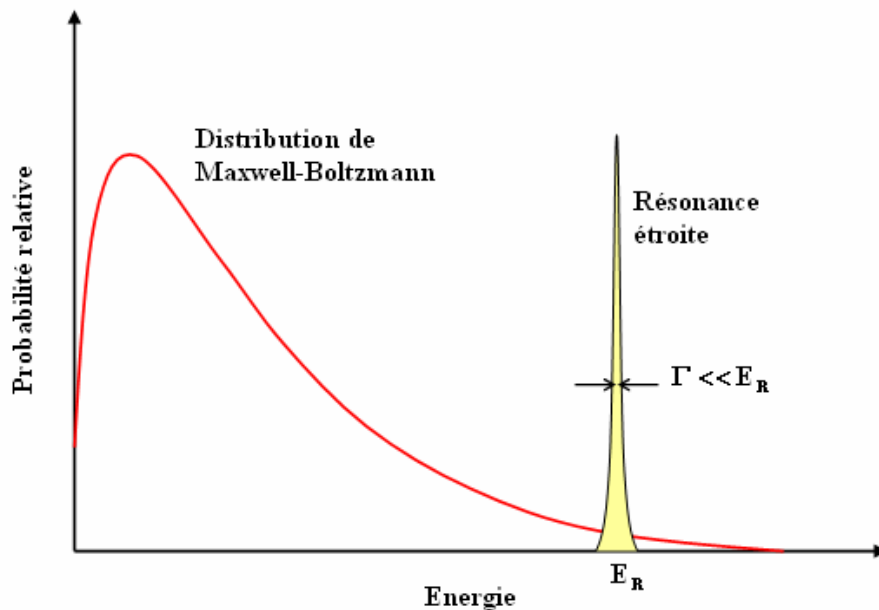


Fig.1.3 : Contribution de la distribution de Maxwell-Boltzmann sur une résonance étroite.

b- Résonance large

Si une résonance vérifie la condition, $\Gamma / E_R \geq 10\%$, elle est considérée comme une résonance large. La section efficace correspondante s'étend sur une gamme d'énergie plus étendue que dans le cas d'une résonance étroite [Rol88]. Dans ce cas, la section efficace sous

la forme de Breit et Wigner doit tenir compte de la variation en énergie des largeurs partielles et totale :

$$\sigma(E) = \sigma_R \frac{E_R}{E} \frac{\Gamma_a^l(E)\Gamma_b^{l'}(E)}{\Gamma_a^l(E_R)\Gamma_b^{l'}(E_R)} \frac{[\Gamma(E_R)/2]^2}{(E-E_R)^2 + [\Gamma(E)/2]^2} \quad (1.40)$$

où σ_R et les $\Gamma_i^l(E_R)$ sont, respectivement, la section efficace et les largeurs partielles à l'énergie de résonance, E_R . Les largeurs partielles et la largeur totale dépendent explicitement de l'énergie à travers la pénétrabilité coulombienne P_ℓ suivant la relation :

$$\Gamma_i^l(E) = 2P_\ell(E, R_N)\theta_{i\ell}^2 \quad (1.41)$$

où θ_ℓ est appelée largeur réduite, qui contient toute l'information sur la structure nucléaire. La contribution d'une résonance large ne peut donc pas être exprimée par une formule simple du type (1.39), elle nécessite une analyse plus détaillée des propriétés de la résonance et il est souvent plus pratique de calculer numériquement le taux de réaction.

1.6 Effet d'écran électronique

Dans les expériences effectuées au laboratoire, le projectile est un ion chargé positivement mais le noyau cible est sous forme atomique ou moléculaire. Le nuage électronique d'un atome cible joue un rôle d'écran qui masque la charge positive de son noyau à l'ion incident et réduit donc la répulsion coulombienne (voir figure 1.4). Ce phénomène, appelé effet d'écran électronique, est pris en compte comme suit à travers l'introduction d'un terme perturbateur dans le potentiel coulombien ordinaire :

$$V_C(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - U_e \quad (1.42)$$

où U_e est dénommé potentiel d'écran électronique. Cependant, dans les définitions précédentes de la section efficace et des facteurs $S(E)$ et $R(E)$, les réactions nucléaires sont décrites en supposant que l'interaction se fait entre des noyaux nus dépourvus de leurs cortèges électroniques où la répulsion coulombienne est caractérisée par un potentiel coulombien s'étendant jusqu'à l'infini. Cette situation est vraie pour des énergies suffisamment élevées, mais elle est totalement fautive aux très basses énergies où l'effet

d'écran électronique devient important. Pour cela, les sections efficaces pour des noyaux écrantés mesurées au laboratoire, σ_{SC} (*SC* pour "screened nuclei"), doivent être corrigées de l'effet d'écran électronique pour obtenir les sections efficaces correspondant aux noyaux nus, σ_{BN} (*BN* pour "bare nuclei") caractérisant les réactions thermonucléaires se produisant dans les sites stellaires. Le projectile ne ressent la force coulombienne répulsive que lorsqu'il pénètre au-delà du rayon atomique, R_a (pour $r \leq R_a$), ce qui conduit à un potentiel qui tend vers zéro à l'extérieur ($r > R_a$) [Ass87]. Ainsi, dans une approximation simple, l'effet d'écran électronique sur la hauteur de la barrière coulombienne est égal au rapport du rayon atomique et du rayon nucléaire, $R_n / R_a \approx 10^{-5}$. La pénétration d'un noyau cible par un projectile d'énergie E à travers un potentiel coulombienne écranté est équivalente à la pénétration d'un noyau nu par un projectile d'énergie $E' = E + U_e$. L'écrantage électronique induit une augmentation de la pénétrabilité de la barrière coulombienne (qui est donc réduite) et conduit à des valeurs plus grandes de la section efficace de réaction. Le facteur d'accroissement correspondant, $f(E)$, dit facteur d'écran électronique, est défini par :

$$f(E) = \frac{\sigma_{SC}(E)}{\sigma_{BN}(E)} = \frac{\sigma_{BN}(E + U_e)}{\sigma_{BN}(E)} \quad (1.43)$$

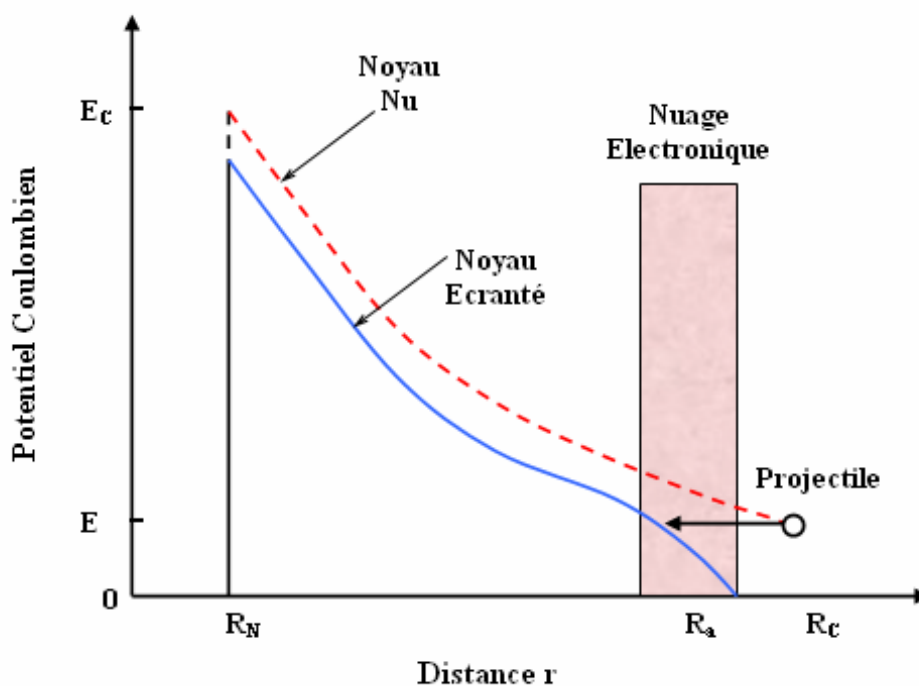


Fig.1.4 : Effet d'écran électronique sur le potentiel coulombien d'un noyau nu.

Pour les systèmes atomiques légers, l'énergie potentielle d'écran, U_e , varie de quelques dizaines à quelques centaines d'eV; l'on peut dire alors que $U_e \ll E$ même aux énergies stellaires. Si on se met dans le cas de l'hypothèse précédente qui considère que le facteur astrophysique peut être approximé par une constante dans le domaine d'énergie $[E, E + U_e]$, l'équation (1.43) se réécrit alors, d'après la formule (1.10) :

$$f(E) = \exp\left(\pi\eta(E)\frac{U_e}{E}\right) \quad (1.44)$$

En général, l'effet d'écran électronique est négligeable pour des rapports d'énergie $E/U_e \geq 1000$ pour lesquels les sections efficaces mesurées peuvent être assimilées aux sections efficaces pour des noyaux nus. Par contre, pour $E/U_e \leq 100$, cet effet devient significatif et ne peut être ignoré. Ainsi, l'étude de l'effet d'écran électronique doit être impérativement accomplie pour interpréter et extrapoler convenablement les sections efficaces expérimentales aux énergies stellaires.

Chapitre 2

Formalisme de la Matrice R

2.1 Modèles théoriques et mécanismes de réaction

Nous avons vu précédemment que les réactions nucléaires d'intérêt astrophysique induites par des particules chargées se produisent à des énergies très inférieures à la barrière coulombienne ($E \ll B_c$), où les sections efficaces sont très faibles et très difficiles, voir impossibles à mesurer au laboratoire en l'état actuel des performances des dispositifs de détection. Par conséquent, les valeurs de ces quantités, et celles des taux de réaction, dans la fenêtre de Gamow sont très incertaines, ce qui constitue la difficulté principale en astrophysique nucléaire. Par contre, pour de nombreuses réactions, les sections efficaces ont été mesurées à des énergies plus élevées, accessibles à l'expérimentateur. Pour évaluer ces données aux énergies stellaires, l'on procède généralement à leur extrapolation en utilisant un modèle ou une théorie bien adaptée des réactions nucléaires, en vue de réduire au mieux les incertitudes affectant les sections efficaces. Deux catégories de modèles théoriques sont utilisés [Des03] : (i) ceux basés sur l'interaction nucléaire directe comme le modèle de potentiel ou la théorie des ondes distordues de Born (DWBA pour Distorted Waves Born Approximation) permettant de calculer les sections efficaces à partir des fonctions d'onde du système, ce qui nécessite la connaissance des paramètres du modèle optique; (ii) ceux supposant la formation du noyau composé constitué de l'ensemble des nucléons des noyaux partenaires en interaction forte, caractérisé par une longue durée de vie (par rapport au temps mis par un nucléon pour traverser un noyau, $t \sim 10^{-21}$ s) suite à l'établissement d'un équilibre thermodynamique. Deux étapes indépendantes caractérisent ce mécanisme de réaction, qui sont la formation du noyau composé, suivie de sa désexcitation suivant différentes voies de

réaction (par émission de particules ou de rayonnement électromagnétique γ). Le formalisme théorique le plus indiqué pour décrire les réactions nucléaires résonnantes impliquant des projectiles d'énergies ($E_{cm} = E$) de l'ordre du MeV et de faibles densités de niveaux du noyau composé aux énergies d'excitation modérées est celui de la Matrice R, développé par Lane et Thomas [Lan58] dont nous donnons les principaux éléments dans ce chapitre. Aux énergies (E_{cm}, E_{ex}) plus élevées, correspondant à de grandes densités de niveaux excités du noyau composé dans la région du continuum, les sections efficaces sont décrites par le modèle statistique de Hauser-Feshbach.

2.2 Résonances du noyau composé

Les réactions nucléaires procédant par noyau composé sont décrites par un processus en deux étapes indépendantes successives. Pour la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ étudiée dans ce travail, ce mécanisme se fait selon le schéma suivant :

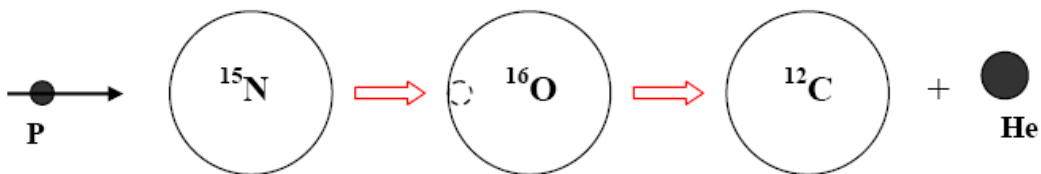


Fig.2.1 : Représentation schématique du mécanisme de noyau composé dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$.

Ainsi, la section efficace totale pour une voie de réaction donnée impliquant la formation du noyau composé ^{16}O à partir de la voie d'entrée $p + ^{15}\text{N}$ avec une énergie incidente E dans le centre de masse et sa désexcitation à partir d'un état d'énergie d'excitation E_{ex} , s'écrit sous la forme (hypothèse de Bohr) :

$$\sigma_{p,^{15}\text{N}} = \sigma_{p,^{16}\text{O}}(E) \times P(E_{ex}) \quad (2.1)$$

Ici, $\sigma_{p,^{16}\text{O}}(E_{cm})$ est la section efficace de formation du noyau composé ^{16}O et $P(E_{ex})$ désigne la probabilité partielle de décroissance de ce noyau dans une voie de sortie (p, α, γ) énergétiquement ouverte. Pour la voie de sortie, $\alpha + ^{12}\text{C}$, cette dernière quantité est donnée

simplement par le rapport de la largeur partielle Γ_α à la largeur totale Γ du niveau atteint dans ^{16}O , soit :

$$P_\alpha(E_{ex}) = \frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma} \quad (2.2)$$

La largeur totale, Γ , du niveau composé et son temps de vie, τ , sont reliés par la relation d'incertitude $\Gamma \times \tau \geq \hbar$ (\hbar désignant la constante de Planck), et l'énergie d'excitation E_{ex} du niveau peut être déterminée, compte tenu de la conservation de l'énergie, à partir de l'expression :

$$E_{ex} = E + Q \quad (2.3)$$

où Q est le bilan d'énergie de la réaction. La figure 2.2 indique la formation de l'état composé à l'énergie d'excitation E_{ex} correspondant à une résonance à l'énergie $E = E_R$ dans la fonction d'excitation, $\sigma = f(E)$. La présence de résonances caractéristiques du noyau composé permet l'analyse des données expérimentales de section efficace sur la base des hypothèses de ce mécanisme de réaction privilégié aux énergies stellaires.

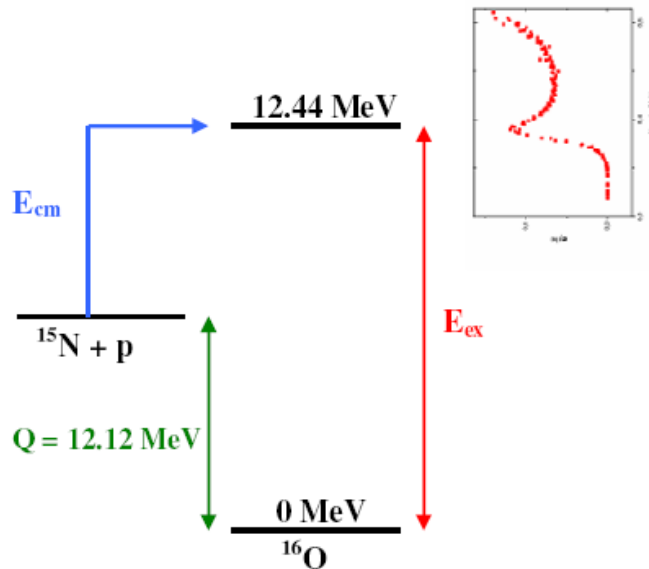


Fig.2.2 : Schéma synoptique de la formation du noyau composé ^{16}O à partir de la voie d'entrée $^{15}\text{N} + \text{p}$. A droite est représentée la fonction d'excitation (section efficace de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ en fonction de l'énergie incidente).

Les hypothèses à la base du formalisme de la Matrice R sont les suivantes :

- Seules les réactions binaires sont considérées à la fois dans la voie d'entrée et les voies de sortie. Ceci exclut les processus de fragmentation à plus de deux corps.
- Les interactions nucléaires sont décrites par la mécanique quantique non relativiste (énergies cinétiques des nucléons dans le noyau négligeables devant leurs énergies aux repos).
- On ne tient pas compte des processus de création ou d'annihilation, ce qui exclut la considération des désexcitations du noyau composé par émission des photons γ .

2.3 Formalisme de La Matrice R

2.3.1 Principe

Le formalisme de la matrice R a été proposé pour la première fois par Wigner et Eisenbud [Wig47]. C'est un formalisme rigoureux applicable essentiellement aux réactions nucléaires résonnantes. Il consiste à calculer de façon systématique les sections efficaces différentielles et totales pour plusieurs niveaux liés ou de diffusion du noyau composé. La théorie de la matrice R est donc un outil de calcul utilisé tant par les théoriciens que par les expérimentateurs pour rendre compte des données mesurées en considérant les caractéristiques des niveaux résonnants comme des paramètres ajustables. Notons que cette théorie est particulièrement utilisée en physique nucléaire, mais qu'elle est aussi appliquée en physique atomique et en chimie quantique.

Dans ce formalisme, l'espace de configuration est divisé arbitrairement en deux régions : une région intérieure (noyau composé) où tous les nucléons sont en interaction forte, et une région extérieure, dite région des voies (voir Figure 2.3). Une voie de réaction donnée, notée par la lettre α , contient une paire de noyaux, $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, résultant de la fragmentation du noyau composé supposés suffisamment éloignés l'un de l'autre pour n'interagir que par la force coulombienne. La surface séparant les deux régions est donnée par la somme des surfaces des voies, i.e., $S = \sum_c S_c$, avec c désignant l'ensemble des nombres quantiques caractérisant une voie de réaction donnée (voir plus loin). Le rayon du noyau composé est assimilé au rayon de voie $a_\alpha = a_{\alpha_1} + a_{\alpha_2} = a_0(A_{\alpha_1}^{1/3} + A_{\alpha_2}^{1/3})$ en terme des nombres de masses des deux noyaux émis

Dans les deux régions, la fonction d'onde totale du système est solution de l'équation de Schrödinger générale :

$$H\psi = E\psi \quad (2.4)$$

où la partie nucléaire du potentiel d'interaction dans l'Hamiltonien H est de type Saxon-Woods.

a- Région intérieure ($r < a$)

Elle est délimitée par le volume V dont les dimensions sont de l'ordre de la portée des forces nucléaires. Dans cette région, pour chaque niveau du noyau composé étiqueté par λ , l'équation d'onde s'écrit sous la forme :

$$HX_\lambda = E_\lambda X_\lambda \quad (2.5)$$

où les X_λ sont des fonctions propres formelles correspondant aux énergies propres caractéristiques, E_λ , et la fonction d'onde totale est développée en série :

$$\psi_{\text{int}} = \sum_{\lambda} C_{\lambda} X_{\lambda} \quad (2.6)$$

dont les coefficients C_{λ} dépendent de l'énergie E .

b- Région extérieure ($r > a$)

Comme indiqué plus haut, le noyau composé se fragmente dans cette région en une paire de noyaux soumis essentiellement à la force coulombienne. La fonction d'onde totale du système dans cette région s'écrit sous la forme :

$$\psi_{\text{ext}} = \sum_c u_c \varphi_c \quad (2.7)$$

pour l'ensemble des voies c . Ici, u_c est la fonction d'onde radiale dans la voie c , solution de l'équation d'onde radiale :

$$\frac{d^2 u_c}{d\rho^2}(\rho) - \left(\frac{2\eta_c}{\rho} + \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} - 1 \right) u_c(\rho) = 0 \quad (2.8)$$

avec $\rho = kr$ et k le nombre d'onde donné par :

$$k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar} \quad (2.9)$$

Dans l'équation (2.7), φ_c représente la fonction d'onde de spin satisfaisant à la condition d'orthogonalité sur la surface nucléaire S et définie par la relation :

$$\varphi_c = \frac{1}{r_c} (i^\ell Y_{m_\ell}^\ell) \psi_{sm_s} \quad (2.10)$$

en termes des harmoniques sphériques $Y_{m_\ell}^\ell$ et de ψ_{sm_s} , la fonction d'onde de spin de la paire de noyaux α . Comme déjà signalé, l'indice de voie c désigne l'ensemble des nombres quantiques qui décrivent le mouvement relatif et les mouvements internes de la paire de noyaux dans une voie donnée, soit $c = \{\alpha, \ell, m_\ell, s, m_s\}$ ou $\{\alpha, \ell, s, J, M_J\}$ avec :

- L'indice α désignant la paire de noyaux α_1 et α_2 ,
- ℓ , le moment angulaire orbital de projection m_ℓ sur l'axe de quantification,
- s , le spin de voie de projection m_s , obtenu par le couplage des spins intrinsèques I_1 et I_2 des deux noyaux α_1 et α_2 respectivement, soit $s = I_1 + I_2$,
- $J = \ell + s$, le moment angulaire total ou spin nucléaire de projection M_J .

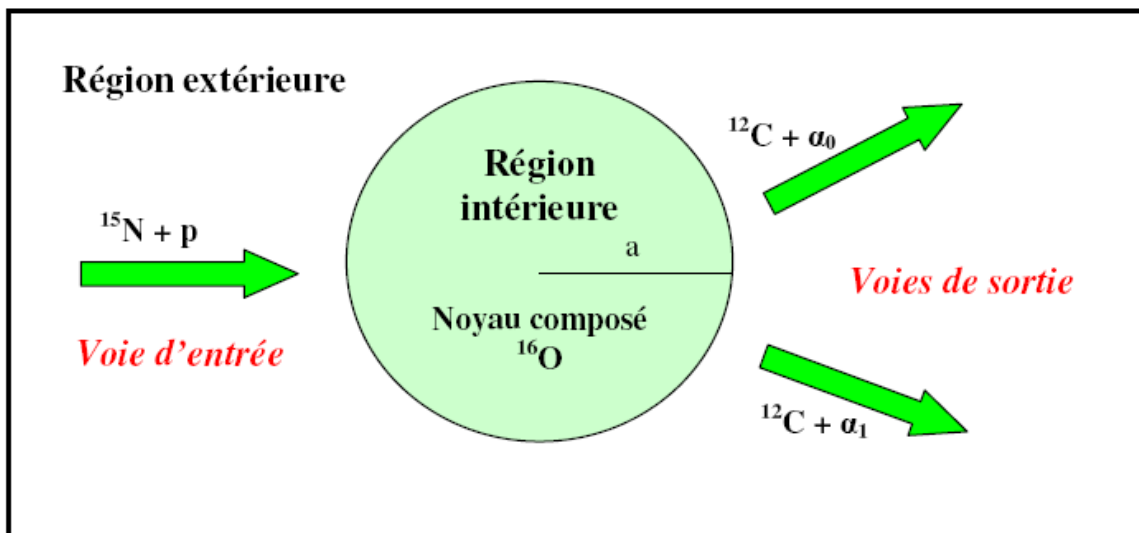


Fig.2.3 : Représentation schématique de l'espace de configuration dans le modèle de la matrice R pour la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$.

2.3.2 Pénétrabilités coulombiennes et facteur de déplacement de niveau

L'équation (2.8) a deux solutions linéairement indépendantes, représentant les ondes entrantes, I (pour incoming waves), et les ondes sortantes, O (pour outgoing waves), définies par :

$$I_c = (G_c - iF_c) \exp(i\omega_c) \quad (2.11)$$

$$O_c = (G_c + iF_c) \exp(-i\omega_c) \quad (2.12)$$

telles que :

$$I_c = O_c^* \quad (2.13)$$

où F_c et G_c sont, respectivement, les fonctions de Coulomb régulière et irrégulière dont les comportements asymptotiques sont :

$$F_c \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} \sin(\rho - \eta \ln 2\rho - \frac{1}{2} \ell \pi + \sigma_c) \quad (2.14)$$

$$G_c \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} \cos(\rho - \eta \ln 2\rho - \frac{1}{2} \ell \pi + \sigma_c) \quad (2.15)$$

D'autre part, ces fonctions vérifient la relation du Wronskian :

$$F_c' G_c - F_c G_c' = 1 \quad (2.16)$$

où le prime signifie $\rho \frac{\partial}{\partial \rho}$.

Le déphasage σ_c est donné en termes de la fonction Γ par la relation :

$$\sigma_c = \arg[\Gamma(\ell + 1 + i\eta)] \quad (2.17)$$

et relié au déphasage coulombien :

$$\omega_c = \sum_{n=1}^{\ell} \arctg\left(\frac{\eta_c}{n}\right) \quad (2.18)$$

par :

$$\sigma_c = \omega_c + \sigma_0 \quad (2.19)$$

avec :

$$e^{i\sigma_0} = \Gamma(1 + i\eta) / \Gamma(1 - i\eta) \quad (2.20)$$

On définit la matrice diagonale dans l'espace des voies :

$$\begin{cases} L_c = \rho_c \frac{O_c'}{O_c} = S_c + iP_c \\ L_c^* = \rho_c \frac{O_c'^*}{O_c^*} = S_c - iP_c \end{cases} \quad (2.21)$$

où S_c et P_c sont les facteurs déplacement (de niveau nucléaire) et pénétration de la barrière coulombienne donnés, respectivement en utilisant les Eqs. (2.11) ou (2.12), par :

$$S_c = \rho_c \frac{F_c F_c' + G_c G_c'}{F_c^2 + G_c^2} \quad (2.22)$$

$$P_c = \frac{\rho_c}{F_c^2 + G_c^2} \quad (2.23)$$

Comme indiqué au chapitre 1, à basse énergie ($\rho = kr \ll 1$), l'expression (2.23) de P_c se réduit au facteur de Gamow (Eq. (1.6)). Ce facteur de pénétration est donc responsable de la décroissance très rapide des sections efficaces lorsque l'énergie diminue. Aussi, nous avons effectué un calcul exact des pénétrabilités coulombienne pour la voie $p + {}^{15}\text{N}$ au moyen d'un code de calcul élaboré (FCB), utilisant les fonctions de Coulomb F_c et G_c (Eqs. (2.14) et (2.15)). Les variations de P_c en fonction de l'énergie et pour différentes valeurs du moment angulaire orbital, ℓ , sont illustrées sur la figure 2.4 qui montre, en particulier, une forte dépendance en E .

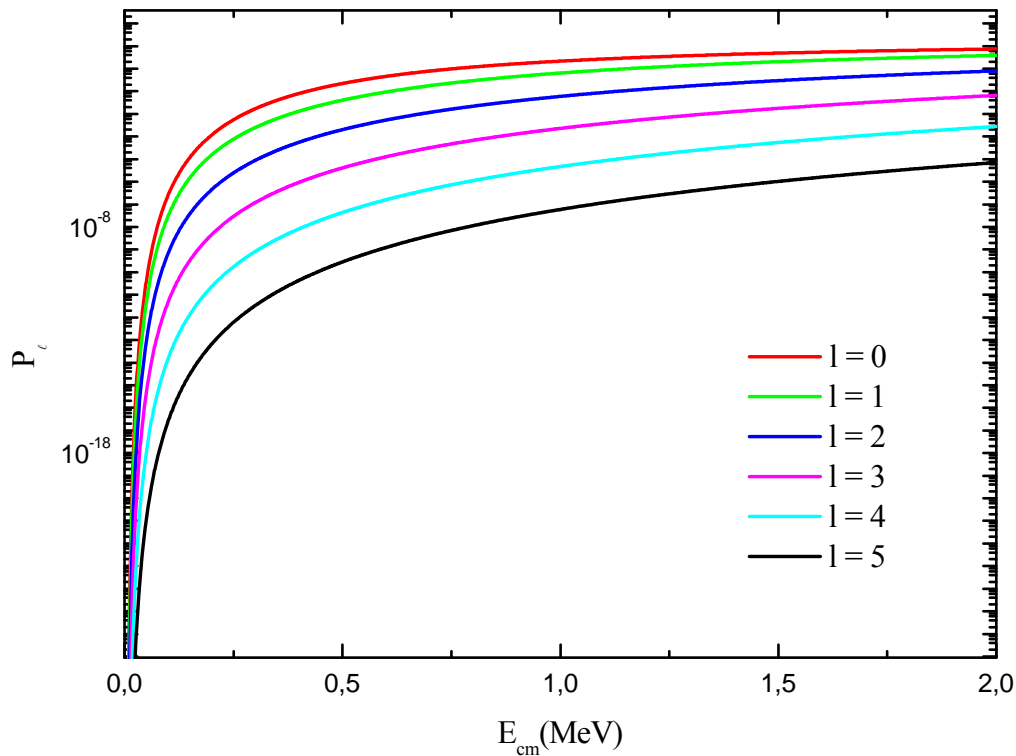


Fig.2.4 : Variation du facteur de pénétration P_c en fonction de l'énergie E et du moment angulaire orbital ℓ pour la voie $p + {}^{15}\text{N}$.

Comme attendu, la pénétration de la barrière coulombienne diminue très rapidement avec l'énergie E à basse énergie, et avec l'augmentation du moment angulaire orbital ℓ en raison de la barrière centrifuge associée ($\propto \ell(\ell+1)$). Ainsi, les ondes partielles $\ell=0$ sont les plus probables et dominent la région des basses énergies. Pour une utilisation pratique dans l'expression des sections efficaces (Eq. (1.10)), la forte dépendance en énergie de la pénétrabilité, P_ℓ , pour une onde partielle donnée, est réduite via la division par le facteur de Gamow, $e^{-2\pi\eta}$. Les résultats obtenus sont rapportés dans la figure 2.5 où l'on remarque que la variation du rapport $P_\ell / e^{-2\pi\eta}$ avec l'énergie est fortement atténuée. En conséquence, à basse énergie, une réaction nucléaire est préférentiellement induite par des ondes partielles de faible moment angulaire orbital, ℓ , en particulier les ondes s.

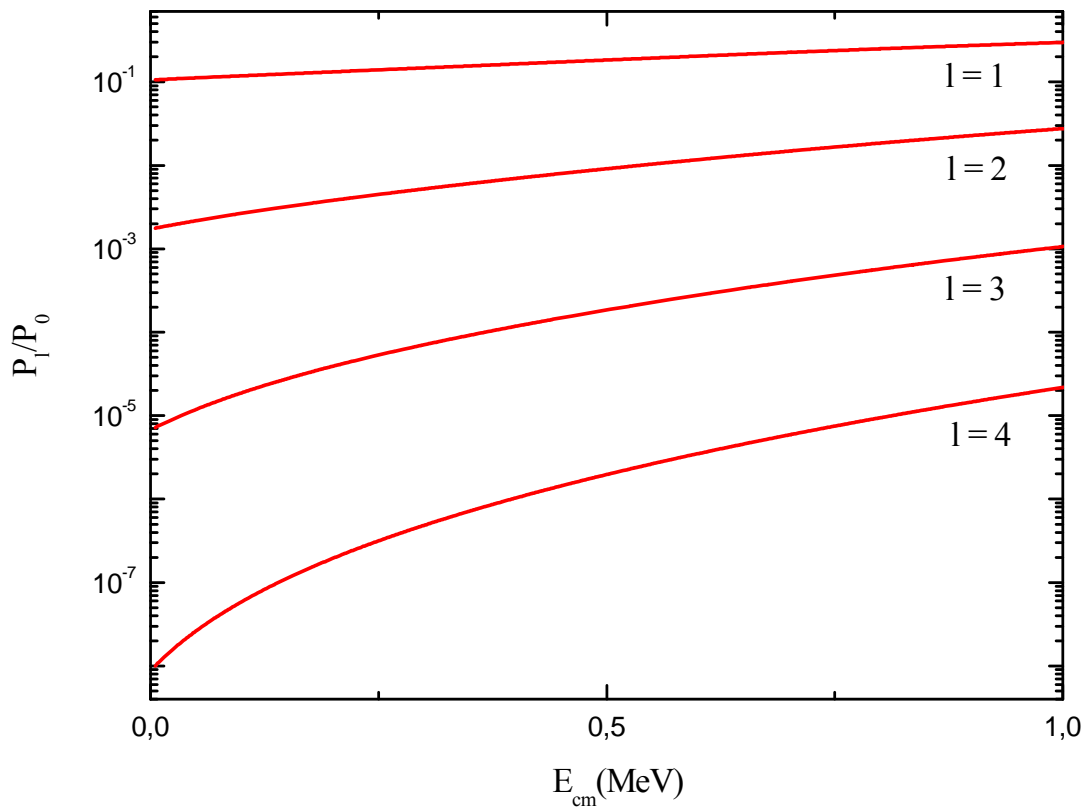


Fig.2.5 : Variation du rapport $P_\ell / e^{-2\pi\eta}$ en fonction de l'énergie E et du moment angulaire orbital ℓ pour la voie $p + {}^{15}\text{N}$.

Le facteur de déplacement, S_ℓ , est relié au déplacement de niveau nucléaire, Δ_λ . Ce dernier correspond au décalage de la position d'une résonance prévue à l'énergie E_R en raison des effets coulombiens (Eq. (2.38)). La variation de ce facteur avec l'énergie et le moment angulaire orbital pour la voie d'entrée dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ a aussi été étudiée au moyen du code FCB. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 2.6. On remarque sur cette figure que S_ℓ diminue avec l'augmentation de ℓ mais varie très faiblement avec E aux basses énergies.

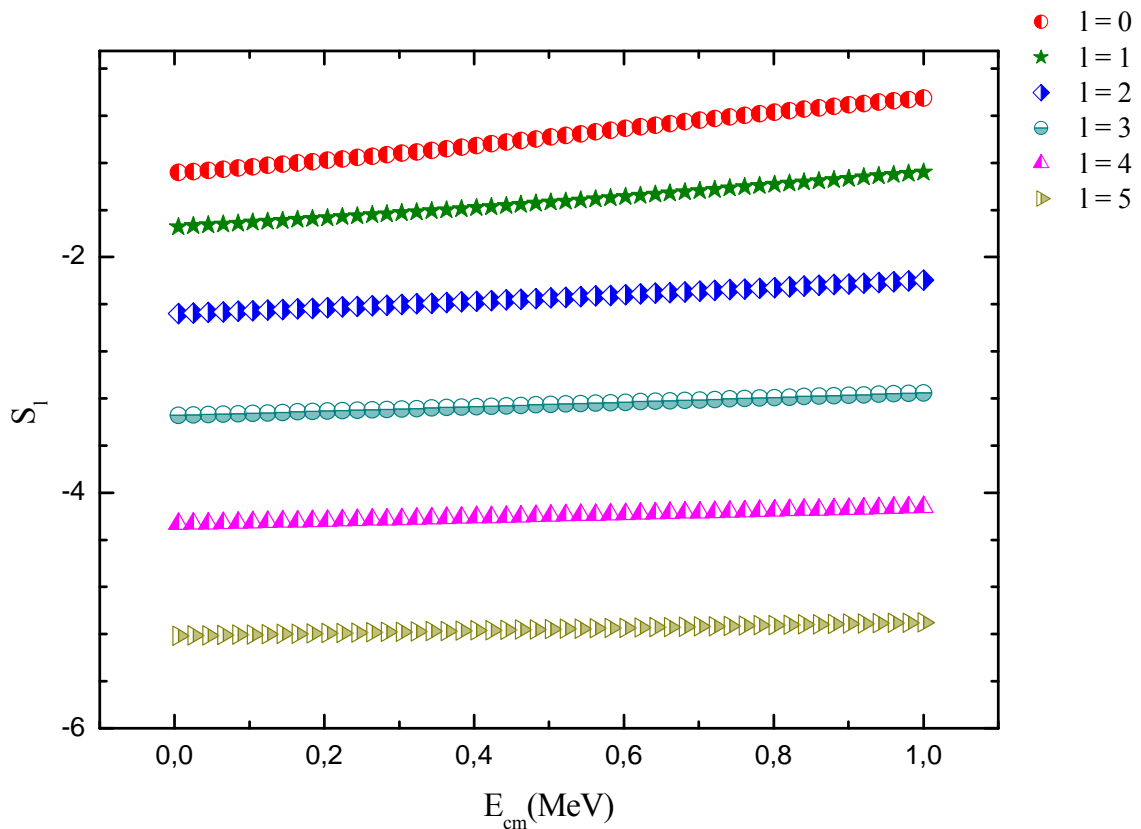


Fig.2.6 : Résultats de calcul du facteur déplacement S_ℓ en fonction de l'énergie et du moment angulaire orbital pour la voie $p+^{15}\text{N}$.

2.3.3 Matrice R

Sur la surface nucléaire, S, la fonction d'onde totale est continue, soit :

$$\psi_{\text{int}}(a) = \psi_{\text{ext}}(a) \quad (2.24)$$

Il en est de même des dérivées logarithmiques des fonctions d'onde des états du noyau composé, X_λ , qui doivent vérifier la condition aux limites :

$$r \frac{dX_\lambda}{dr} = b_c X_\lambda \Big|_{r=a} \quad (2.25)$$

où b_c est le paramètre de raccordement entre les régions intérieure et extérieure.

D'où l'on déduit les coefficients C_λ du développement (2.6) :

$$C_\lambda = (E_\lambda - E)^{-1} \sum_c \gamma_{\lambda c} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} [u'_c - b_c u_c] \quad (2.26)$$

où les

$$\gamma_{\lambda c} = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \int_S X_\lambda^* \varphi_c dS = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} \int_S X_\lambda \varphi_c^* dS \quad (2.27)$$

sont les amplitudes des fonctions X_λ dans la voie c .

En portant (2.26) dans l'éq. (2.24), en multipliant par φ_c^* et en intégrant sur S , on obtient :

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu_c r_c} \right)^{1/2} u_c = \sum_{c'} R_{cc'} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu_{c'} r_{c'}} \right)^{1/2} [u'_{c'} - b_{c'} u_{c'}] \quad (2.28)$$

où les termes :

$$R_{cc'} = \sum_\lambda \frac{\gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda c'}}{E_\lambda - E} \quad (2.29)$$

sont les éléments de la matrice R . Celle-ci est une matrice réelle, non diagonale, reliant la fonction d'onde radiale et sa dérivée sur la surface nucléaire, S . Sa construction fait donc intervenir les amplitudes $\gamma_{\lambda c}$ des fonctions d'onde caractéristiques $X_{\lambda c}$ du noyau composé qui contiennent toute l'information sur la structure des états de celui-ci.

2.3.4 Matrice de collision U

Dans chaque voie c , l'état du système est représenté par la superposition linéaire d'une onde entrante, I_c , et d'une onde sortante, O_c , définies, respectivement, par :

$$I_c = \frac{I_c}{\sqrt{v_c}} \varphi_c \quad (2.30)$$

$$O_c = \frac{O_c}{\sqrt{v_c}} \varphi_c \quad (2.31)$$

Ainsi, la fonction d'onde totale dans la région extérieure s'écrit :

$$\psi_{ext} = \sum_c (x_c I_c + y_c O_c) \quad (2.32)$$

où les x_c et y_c sont les amplitudes respectives des ondes I_c et O_c , reliées par l'élément de matrice $U_{c'c}$ tel que :

$$y_{c'} = -\sum_c U_{c'c} x_c \quad (2.33)$$

soit, en notation matricielle :

$$y = Ux \quad (2.34)$$

où U est la matrice de collision, qui est unitaire et symétrique.

L'expression (2.32) s'écrit alors comme :

$$\psi_{ext} = \sum_c x_c (I_c - \sum_{c'} U_{c'c} O_{c'}) \quad (2.35)$$

2.3.5 Relation entre la matrice U et la matrice R

A l'aide des deux équations (2.28) et (2.35), on établit la relation entre les deux matrices R et U , Soit l'équation (2.36) que l'on développe comme :

$$U = \rho^{1/2} O^{-1} (1 - RL)^{-1} (1 - RL^*) I \rho^{1/2} \quad (2.36)$$

où L est la matrice de voies déjà définie dans l'équation (2.21).

L'inversion de la matrice $(1 - RL)$ est très fastidieuse, car il faut tenir compte de toutes les voies ouvertes et fermées, et de tous les niveaux du noyau composé. Le calcul de la matrice U est très difficile, et ne sera donc possible qu'en faisant quelques approximations. C'est pourquoi Wigner a introduit la matrice A appartenant à l'espace des niveaux, et donné par l'expression :

$$A_{\lambda\lambda'} = \left[(E_\lambda - E) \delta_{\lambda\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'} - i \frac{\Gamma_{\lambda\lambda'}}{2} \right]^{-1} \quad (2.37)$$

les quantités $\Delta_{\lambda\lambda'}$ et $\Gamma_{\lambda\lambda'}$ sont respectivement les éléments des matrices déplacement et largeur partielle, donnés par :

$$\Delta_{\lambda\lambda'} = -\sum_c (S_c - b_c) \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c} \quad (2.38)$$

$$\Gamma_{\lambda\lambda'} = \sum_c 2P_c \gamma_{\lambda c} \gamma_{\lambda' c} \quad (2.39)$$

On définit la largeur partielle du niveau λ dans la voie c par :

$$\Gamma_{\lambda c} = 2P_c \gamma_{\lambda c}^2 \quad (2.40)$$

où $\gamma_{\lambda c}$ est la largeur réduite du niveau λ dans la voie c . elle contient toute l'information concernant la structure du niveau.

La somme de toutes les largeurs réduites sur l'ensemble des voies ne doit pas dépasser la limite de Wigner, définie par :

$$\gamma_w^2 = \sum_c \gamma_{\lambda c}^2 = \frac{3}{2} \frac{\hbar^2}{\mu_c a_c^2} \quad (2.41)$$

la largeur $\Gamma_{\lambda\lambda'}$ a pour expression :

$$\Gamma_{\lambda\lambda'} = \sum_c \Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda' c}^{1/2} \quad (2.42)$$

L'expression de l'élément de la matrice de collision peut s'exprimer par la suite par :

$$U_{cc'} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[\delta_{cc'} + 2i \sum_{\lambda\lambda'} P_c^{1/2} \gamma_{\lambda c} P_{c'}^{1/2} \gamma_{\lambda' c'} A_{\lambda\lambda'} \right] \quad (2.43)$$

En remplaçant les largeurs partielles données par (2.40), on obtient l'expression finale de l'élément de matrice U :

$$U_{cc'} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[\delta_{cc'} + i \sum_{\lambda\lambda'} \Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda' c'}^{1/2} A_{\lambda\lambda'} \right] \quad (2.44)$$

où Ω_c est le déphasage total défini par :

$$\Omega_c = \omega_c - \phi_c \quad (2.45)$$

ϕ_c est la phase potentielle appelée phase de sphère dure qui a pour expression :

$$\phi_c = \text{arctg} \left(\frac{F_c}{G_c} \right) \quad (2.46)$$

L'énergie caractéristique E_λ du niveau λ est liée à l'énergie de résonance E_R , observée expérimentalement, par :

$$(E_\lambda - E_R) \delta_{\lambda\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'}(E_R) = 0 \quad (2.47)$$

2.3.6 Approximation à un niveau

Nous avons utilisé aussi dans ce travail, l'approximation à un niveau de Breit et Wigner pour calculer les éléments de matrice $U_{cc'}$. Dans cette approximation, on prend en

considération la contribution d'un seul niveau, et on néglige la contribution des autres niveaux :

$$U_{cc'} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \left[\delta_{cc'} + i \frac{\Gamma_{\lambda c}^{1/2} \Gamma_{\lambda c'}^{1/2}}{E_\lambda + \Delta_\lambda + E - \frac{i\Gamma_\lambda}{2}} \right] \quad (2.48)$$

qui peut être écrit sous une forme simple mettant en évidence les lois physiques de la diffusion qui a essentiellement pour effet de déphaser les ondes émises par rapport à l'onde incidente. Introduisons le déphasage purement résonnant β défini par :

$$\beta_\lambda = \text{tg}^{-1} \left\{ \frac{E_\lambda - E + \Delta_\lambda}{\Gamma_\lambda} \right\} \quad (2.49)$$

l'équation (2.48) devient :

$$U_{cc'} = e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'})} \delta_{cc'} - 2 \frac{\Gamma_c^{1/2} \Gamma_{c'}^{1/2}}{\Gamma_\lambda} e^{i(\Omega_c + \Omega_{c'} + \beta)} \cos \beta \quad (2.50)$$

La matrice de collision apporte des information sur les caractéristique des états du noyau composé (E_λ , Γ_λ , et Δ_λ). L'énergie caractéristique E_λ est liée à l'énergie de résonance E_R , observée expérimentalement, par la relation :

$$E_\lambda - E_R + \Delta_\lambda(E_R) = 0 \quad (2.51)$$

Le déplacement du niveau Δ_λ , dépend de paramètre de raccordement b_C . Le choix de ces paramètres étant arbitraire, nous avons adopté, pour ce choix et pour un J^π fixé, l'expression :

$$\begin{cases} b_{\alpha\lambda s}^{J^\pi} = \sum_\lambda f_\lambda^{J^\pi} S_{\alpha\lambda s}(E_{R,\lambda}) \\ \sum_\lambda f_\lambda^{J^\pi} = 1 \end{cases} \quad (2.52)$$

avec $f_\lambda^{J^\pi} = \delta_{\lambda,1}$ pour $E_{\lambda,1} = E_{R,1}$.

2.3.7 Section efficace différentielle

Pour des particules non polarisées, la relation entre les sections efficaces différentielles et la matrice de collision, est s'écrit sous la forme suivante [Lan58] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}(\alpha, \alpha') = \frac{1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{ss'm_s m_s'} \left| A_{\alpha's'm_s', \alpha s m_s'} \right|^2 \quad (2.53)$$

où $A_{\alpha's'm_s',asm_s}$, désigne l'amplitude des ondes sortantes du type $\alpha's'm_s'$ associées à l'onde incidente du type asm_s , et s'exprime comme suit :

$$A_{\alpha's'm_s',asm_s} = \frac{\pi^{1/2}}{k_\alpha} \left\{ -C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) \delta_{\alpha's'm_s',asm_s} + i \sum_{JM_J \ell \ell' m_\ell} (2\ell+1)^{1/2} \langle s \ell m_s 0 | JM_J \rangle \langle s' \ell' m_s m_\ell | JM_J \rangle T_{\alpha's'\ell',as\ell}^J Y_{m_\ell}^{\ell'}(\Omega_{\alpha'}) \right\} \quad (2.54)$$

avec :

$$C_{\alpha'}(\theta_{\alpha'}) = \frac{\eta_{\alpha'}}{\sqrt{4\pi} \sin\left(\frac{\theta_{\alpha'}}{2}\right)} \exp \left\{ -2i\eta_{\alpha'} \log \left[\sin\left(\frac{\theta_{\alpha'}}{2}\right) \right] \right\} \quad (2.55)$$

qui représente l'amplitude de diffusion purement coulombienne, et où les éléments de la matrice :

$$T_{\alpha's'\ell',as\ell}^J = e^{2i\omega_{\alpha'\ell'}} \delta_{\alpha's'\ell',as\ell} - U_{\alpha's'\ell',as\ell}^J \quad (2.56)$$

décrivent les contributions de la diffusion potentielle et de réaction.

2.3.8 Section efficace totale

L'expression de la section efficace totale est obtenue en intégrant la section efficace différentielle sur l'angle solide $\Omega_{\alpha'}$, soit :

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha'}}(\alpha', \alpha) d\Omega_{\alpha'} \quad (2.57)$$

en fonction de la matrice T , la section efficace totale s'écrit :

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \pi \tilde{\lambda}^2 \sum_{J s s' \ell \ell'} g_J \left| T_{\alpha's'\ell',as\ell}^J \right|^2 \quad (2.58)$$

où

$$g_J = \frac{2J+1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \quad (2.59)$$

est le facteur statistique de spin.

2.3.9 Résumé de calcul matrice R

Le résumé de calcul matrice-R et l'emplacement de l'ensemble des quantités importantes dans le code sont présentés sur le schéma suivant :

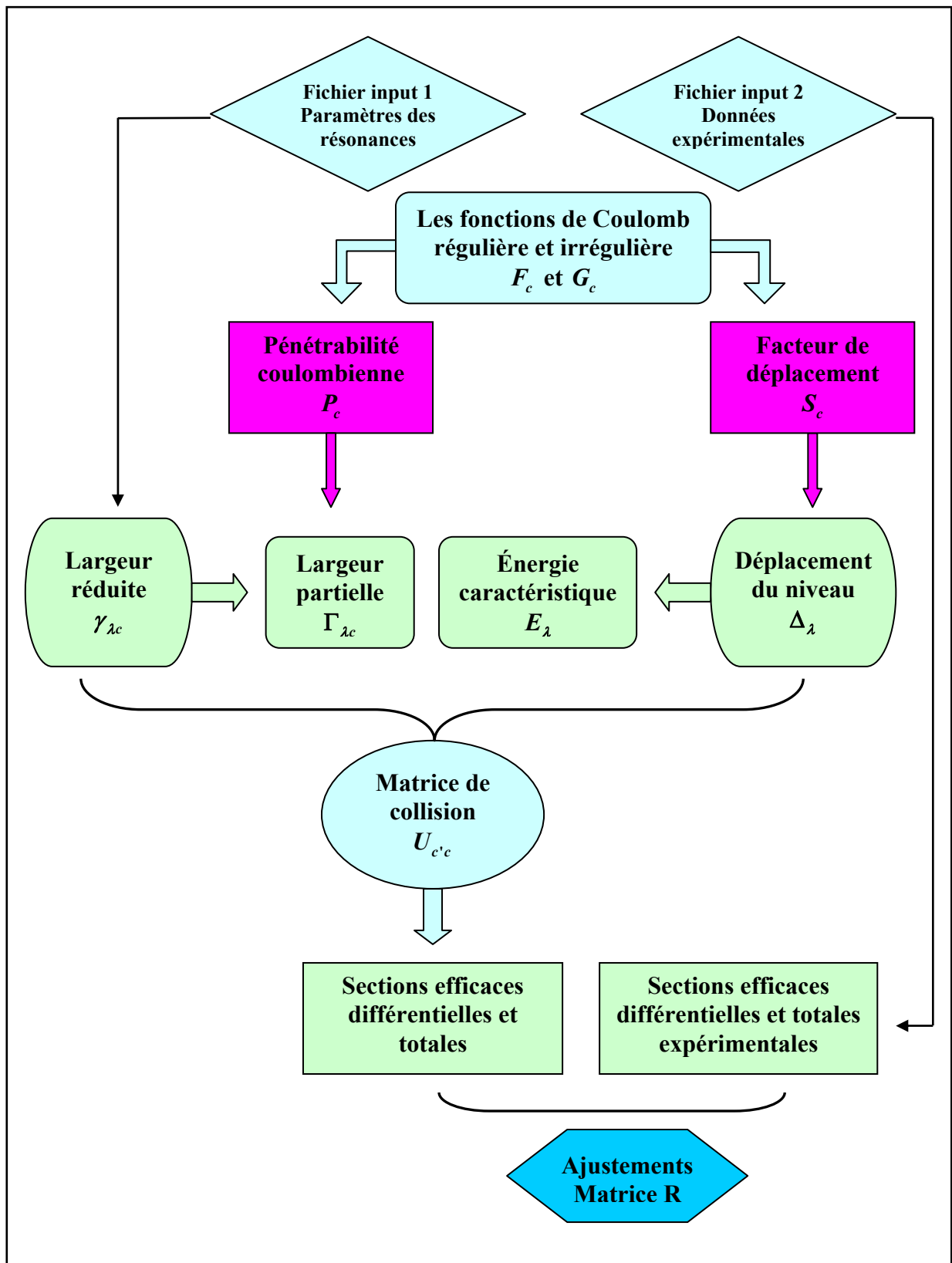


Fig.2.7 : Représentation schématique du résumé de code matrice R.

Chapitre 3

Mesures antérieures des données de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$

3.1 Introduction

En raison de son importance en astrophysique nucléaires et de ses propriétés cinématiques, la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ a suscité l'intérêt de plusieurs groupes de recherche et fait l'objet de nombreuses investigations expérimentales. Souvent, ces recherches n'ont pas abouti à une image cohérente des mécanismes de réaction impliqués aux énergies stellaires en bien identifiant celui qui domine la réaction. Ainsi, les sections efficaces totales et différentielles $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ n'ont pas été déterminées avec précision aux énergies stellaires. De plus, la méthode d'analyse et de traitement des données expérimentales adoptés dans les travaux récents et les études les plus anciennes diffèrent considérablement.

Dans ce chapitre, nous rapportons l'ensemble des données expérimentales prises sur la réaction nucléaire $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$, étudiée en recherchant les raisons des incohérences apparentes entre elles. Nous sélectionnerons celles qui nous semblent les plus fiables afin de les utiliser dans notre analyse en matrice R. Nous donnerons également les motivations qui nous ont conduits à entreprendre une telle analyse rigoureuse de ces données ainsi qu'un compte rendu succinct des informations expérimentales correspondantes.

3.2 Travaux de Schardt et al. [Sch52]

Expérience

Dans la référence [Sch52] sont rapportées les données expérimentales de section efficace pour la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ mesurées à un angle $\theta_\alpha = 90^\circ$ pour des énergies proton $E_p = 0.1-0.8$ MeV et à $\theta_\alpha = 137.8^\circ$ pour des énergies proton $E_p = 0.7-1.6$ MeV. Un composé d'azote solide enrichi en l'isotope ^{15}N a été bombardé avec un faisceau de protons mono énergétiques. Ceux-ci ont été fournis par l'accélérateur électrostatique de 1.6 MV de l'Institut technologique de Californie. Un analyseur électrostatique, calibré sur la résonance située à $E_p = 873.5$ keV de la réaction $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$, assurait la connaissance de l'énergie incidente avec une précision meilleure que 0.02%. Un faisceau d'ions H^+ d'énergie comprise entre 400 keV et 1.6 MeV et des faisceaux d'ions H_2^+ et H_3^+ d'énergie variant de 200 keV à 400 keV ont été utilisés.

Résultats et analyses

Ces auteurs ont mesuré les sections efficaces absolues de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ dans le domaine d'énergie des protons allant de 0.1 à 1.6 MeV. Ils ont observé des résonances à $E_p = 0.338, 1.05$ et 1.210 MeV. Les résultats obtenus sont montrés dans la figure 3.1. Les fonctions d'excitation fournissent des informations sur les niveaux du noyau composé, ^{16}O , produit dans la réaction. Les niveaux formés, indiqués clairement par des résonances, couvrent une région d'énergies d'excitation $E_{ex} = 12.1-13.6$ MeV dans ^{16}O . Les distributions angulaires sont supposées isotropes par ces auteurs.

L'extrapolation vers les basses énergies des protons, jusqu'à 30 keV, des données expérimentales a été faite en approchant la queue de la courbe de section efficace par une forme exponentielle, soit :

$$\sigma_\alpha(E) = (110/E) \exp(-6.96E^{-1/2}) \quad (3.1)$$

avec σ_α en barns et E en MeV. La valeur de la section efficace déduite à 30 keV est $\sigma_\alpha = 1.5 \times 10^{-14}$ b.

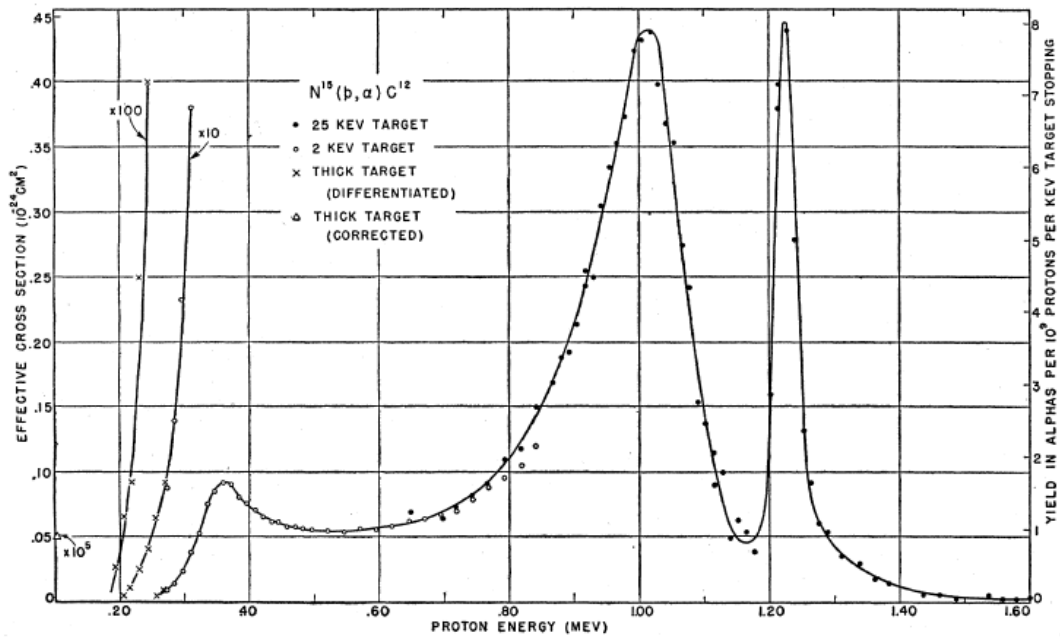


Fig.3.1 : Fonction d'excitation des particules alpha émise dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$. Celles correspondent à l'angle d'observation 90° sont représentées par des cercles pleins, alors que celles représentées par des croix ouvertes correspondent à 137.8° .

L'expression précédente correspond à une bonne description de la section efficace, excepté pour deux faits suivants :

- les amplitudes contribuées à 30 keV par les deux résonances 1^- situées à 0.338 MeV et 1.05 MeV sont comparables.
- l'interférence des deux amplitudes est supposée destructive alors que la valeur donnée par l'équation (3.1) peut-être plus élevée d'un facteur deux.

La figure 3.2 montre les valeurs de section efficace extrapolée par l'équation (3.1).

Energie des résonances (MeV)	Γ_{tot} (keV)	$\sigma(E_R)$ (barns)
0.338	94	0.075
0.429 ± 0.001	0.9	-
0.898 ± 0.001	2.2	-
1.05	~ 150	0.5
1.210 ± 0.003	22.5	0.6

Tab.3.1 : Données des résonances.

Dans l'extrapolation de 1.05 MeV à 0.03 MeV, il est important de considérer l'onde partielle correcte des protons incidents. Cette résonance est due probablement à des ondes partielles s ($\ell=0$). Ces auteurs ont analysé leurs données de la voie α en décrivant les résonances par des formes de Breit-Wigner à un seul niveau, et en prenant en compte les effets d'interférence entre elle. Afin d'obtenir une évaluation minimum de la largeur, la valeur $\Gamma=1.35$ keV a été utilisée. Les résultats obtenus par ces auteurs sont rapportés dans le tableau 3.1.

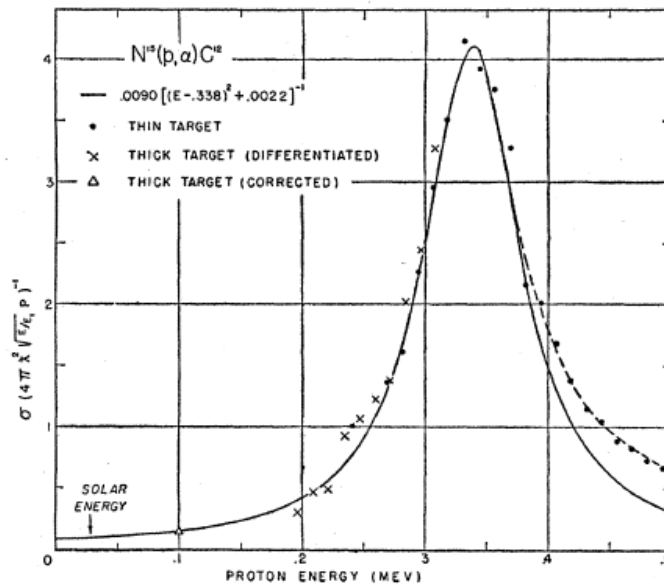


Fig.3.2 : La courbe d'excitation des particules alpha.

3.3 Travaux de Zysikind et al. [Zys79]

Expérience

Ces auteurs ont mesuré la section efficace de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ aux énergies des protons $93\text{ keV} \leq E_p \leq 418\text{ keV}$ en utilisant un détecteur de silicium placé à $\theta_{lab} = 135^\circ$. Ils trouvent des résultats en bon accord avec les données moins précises de la référence [Sch52]. Des cibles solides de Ti^{15}N déposées sur un support de tungstène ont été bombardées avec des faisceaux d'ions H^+ , H_2^+ et H_3^+ de diverses énergies produits par l'accélérateur de 3MV de Caltech avec des intensités de faisceau élevées comprises entre 30 et 40 μA . Ces cibles ont été fabriquées de la façon suivante : une couche de Ti (12 à 15 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$) est évaporée sous vide sur le support de W (d'épaisseur 0.25 mm), puis la couche de Ti est nitratée avec une efficacité de 15% à 20% par chauffage ohmique dans du $^{15}\text{N}_2$.

gazeux sous une pression de 0.05 Torr. L'épaisseur de ces cibles a été déterminée en mesurant la largeur apparente de la résonance à $E_p = 429$ keV de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$; elle était typiquement de 5 keV pour les protons de 429 keV. Les sections efficaces absolues ont été obtenues par normalisation sur le pic connu de 90 mb à $E_p \approx 350$ keV. Le monitoring du dépôt résiduel de carbone [$5-10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ pour une charge de faisceau $Q = 2.5 \times 10^5 \mu\text{C}$, équivalente en protons $\Delta E_p = 3-5$ keV à $E_p = 400$ keV] a été effectué de deux manières : en mesurant les changements de position et de forme du profil de cible à la résonance à 429 keV dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$ et par des mesures fréquentes du rendement hors-résonance à une énergie du faisceau de protons $E_p = 300$ keV.

Résultats et analyses

Les résultats obtenus pour la section efficace différentielle $d\sigma/d\Omega$ sont illustrés sur la figure 3.3. Elles ont ensuite été converties en facteur astrophysique intégré $S(E)$, représenté sur la figure 3.4. L'incertitude totale sur la section efficace provenait de l'erreur sur la mesure du rendement de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha\gamma)^{12}\text{C}$ et de celle affectant la détermination de l'énergie effective (+1.0 keV, 1.5 keV) des protons incidents.

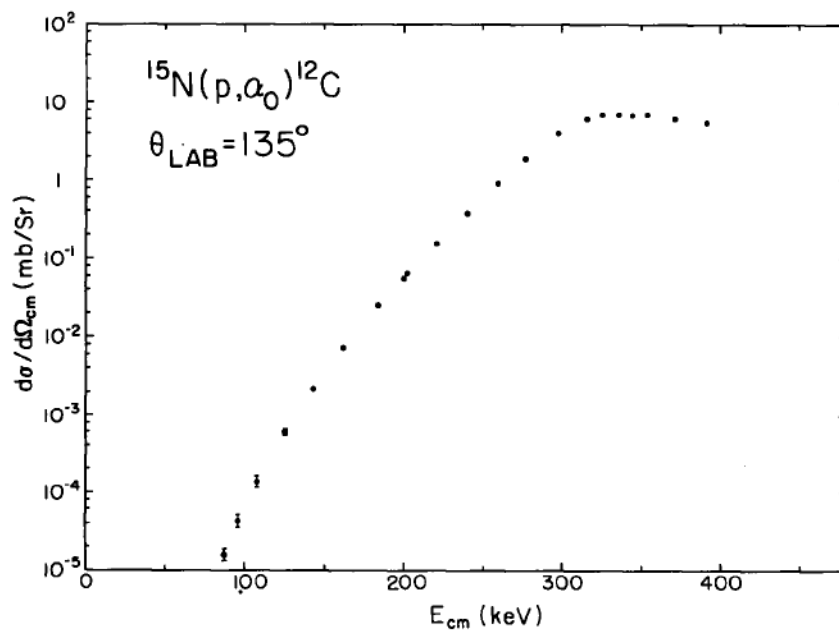


Fig.3.3 : Section efficace différentielle de $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ à $\theta_{lab} = 135^\circ$ en fonction d'énergie dans la gamme $0.087 \text{ keV} \leq E_{cm} \leq 0.39 \text{ keV}$.

Les données expérimentales $S(E)$ de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ ont été comparées à un calcul de type Breit-Wigner à deux niveaux résonnants en considérant les deux résonance $J^\pi = 1^-$ à $E_p = 338$ keV (avec les paramètres $\Gamma_p = 1.1$ keV, $\Gamma_\alpha = 96.9$ keV et $\Gamma = 98$ keV) et à $E_p = 1028$ keV (avec les paramètres $\Gamma_p = 100$ keV, $\Gamma_\alpha = 30$ keV et $\Gamma = 130$ keV). Les courbes en traits tirets au-dessus et au-dessous de la courbe solide dans figure 3.4 correspondent à un calcul similaire à deux niveaux couvrant le domaine d'incertitude sur la largeur totale de la résonance à 338 keV, $\Gamma = 98 \pm 7$ keV. Les résultats de ce calcul étaient trouvés en bon accord avec l'expérience. Ils ont permis de déterminer une valeur du facteur astrophysique à l'énergie zéro, $S(0) = 78 \times 10^3$ keV.b. La région d'énergie en-dessous de 100 keV a été ajustée en utilisant un polynôme du deuxième degré :

$$S(E_{cm}) = S(0) \left[1 + \frac{S'(0)}{S(0)} E_{cm} + \frac{1}{2} \frac{S''(0)}{S(0)} E_{cm}^2 \right] \quad (3.2)$$

où

$$\begin{cases} S'(0)/S(0) = 4.5 \text{ MeV}^{-1} \\ \frac{1}{2} S''(0)/S(0) = 71 \text{ MeV}^{-2} \end{cases} \quad (3.3)$$

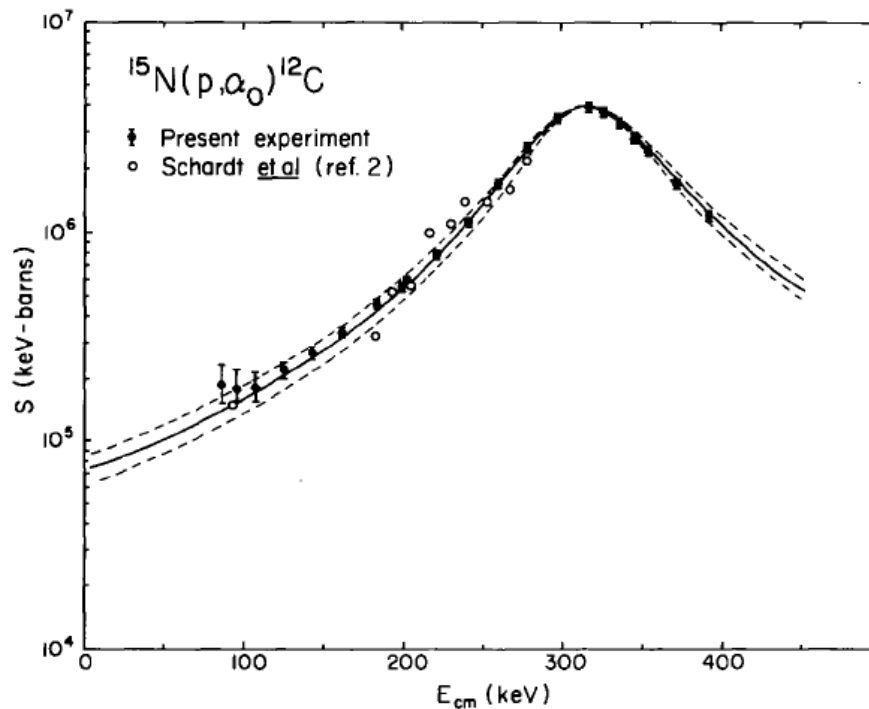


Fig.3.4 : Facteur astrophysique de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ en fonction de l'énergie E_{cm} .

Il y a deux sources principales d'erreur sur ces ajustements analytiques aux données expérimentales : les incertitudes relatives sur les points expérimentaux et les ajustements à ces données par le calcul à deux niveaux correspondants (à partir de la figure 3.4, $S(0) = 7.8 \pm 0.6 \times 10^4 \text{ keV}\cdot\text{b}$), et l'incertitude absolue de $\pm 15\%$ sur la normalisation globale des données de section efficace à $\sigma = 90 \text{ mb}$ au pic de la résonance à 338 keV . Il y a, donc, une incertitude effective totale de $\pm 17\%$ sur les valeurs du facteur astrophysique $S(E_{c.m.})$. Cependant, une telle description simple des données expérimentales seulement en termes de deux niveaux résonnants $J^\pi = 1^-$ qui interfèrent n'est pas complètement conforme aux données de distribution angulaire des particules α mesurées par d'autres auteurs [Heb60]. Ces distributions angulaires peuvent probablement être mieux décrites en termes d'interférences entre les contributions des deux niveaux résonnants 1^- et soit une composante de réaction directe, soit la queue d'une résonance large.

3.4 Travaux de Redder et al. [Red82]

Expérience

Ces auteurs ont mesuré les fonctions d'excitation de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ en utilisant des protons délivrés par l'accélérateur de 360 kV de l'université de Munster dans le domaine d'énergie, $E_p = 80 - 355 \text{ keV}$, et une cible gazeuse d'azote, N_2 . La détection des particules α émises dans la réaction a été effectuée au moyen de cinq ou six détecteurs à barrière de surface de Si couvrant un domaine angulaire étendu, $\theta_{lab} = 22.5^\circ$ à 150° . Ces auteurs ont aussi effectué des mesures préliminaires avec des cibles solides de Ti^{15}N qui ont montré un dépôt important de carbone ainsi qu'une détérioration de la cible (pour des charges de faisceau intenses) réduisant la précision sur les données mesurées, en particulier aux basses énergies des protons ($E_p < 150 \text{ keV}$). Dans le domaine d'énergie $E_p = 355 - 810 \text{ keV}$, les mesures ont été continuées avec l'accélérateur de 1 MV de l'université de Mainz en plaçant des détecteurs solides de Si à des angles $\theta_\alpha = 90^\circ$ et 135° .

La section efficace absolue a été déterminée relativement à celle de la diffusion de Rutherford à $E_p = 0.35 \text{ MeV}$ pour $\theta_{lab} = 22.5^\circ$ à 150° . Les résultats obtenus sont montrés dans la figure 3.5.

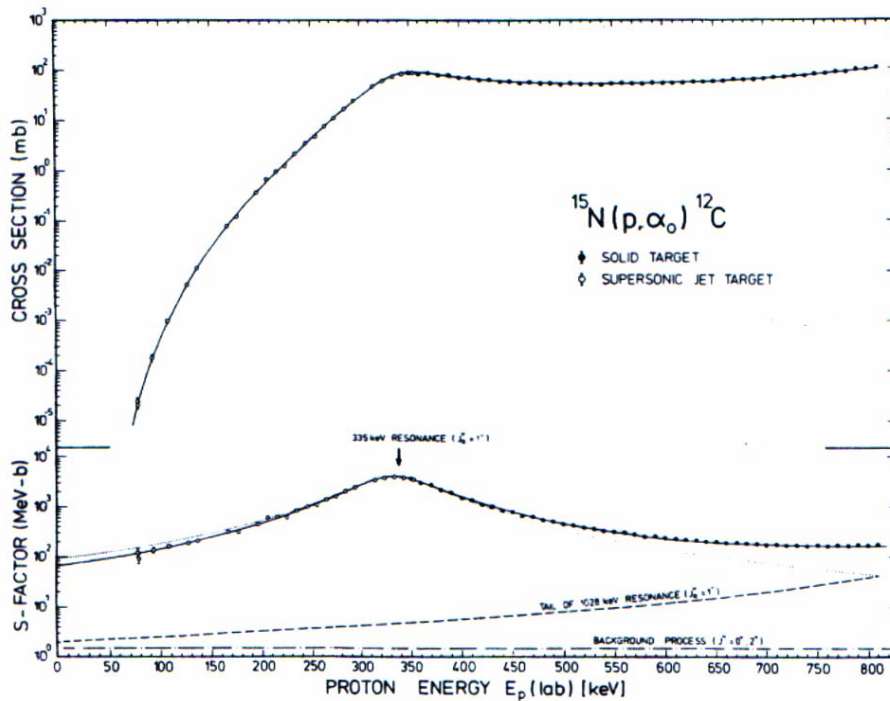


Fig.3.5 : Fonction d'excitation de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ obtenue en utilisant des cibles solides de et un jet supersonique de cible gazeuse.

Aux énergies sous coulombiennes, le rendement de particules α chute rapidement avec la diminution de l'énergie du faisceau, principalement en raison de la barrière coulombien. Par conséquent, une connaissance précise de l'énergie absolue effective du faisceau associée au rendement de particules alpha émises est aussi importante que les mesures de rendement elles-mêmes à basse énergie des protons. Par exemple, une erreur de ± 5 keV à $E_p = 80$ keV induit une erreur supérieure à $\pm 50\%$ sur la section efficace. Dans les mesures à basse énergie à l'accélérateur de Munster, les énergies des protons incidents étaient déterminées avec une incertitude de ± 4 keV. A la plus basse énergie incidente de proton, $E_p(\text{lab}) = 79.7$ keV, et pour une pression d'entrée $p_0 = 1.41$ bar, la perte d'énergie calculée est $\Delta E = 0.2$ keV. A partir de l'épaisseur connue de la cible de jet supersonique gazeux d'azote (3.0 ± 0.1 mm à une pression de 2.3 bar), la perte d'énergie au centre du jet cible a été trouvée égale à 2.3 ± 0.3 keV, d'où la valeur $E_p^{\text{eff}} = 77.2 \pm 0.5$ keV de l'énergie effective du faisceau. Cette énergie représenterait l'énergie effective du faisceau de protons associée au rendement observé des particules α si la section efficace était constante sur toute l'épaisseur de cible ($= 4.6$ keV). Pour un facteur astrophysique $S(E)$ constant sur cette épaisseur de cible

relativement petite, la section efficace chute de 49% sur toute l'épaisseur de cible à cette énergie la plus basse du faisceau de protons. Cette diminution relativement petite dans la section efficace entraîne, à son tour, une augmentation de l'énergie effective des protons de 0.4 keV, conduisant à une valeur de l'énergie effective proton $E_p^{eff} = 77.6 \pm 0.5$ keV. L'incertitude absolue de 0.5 keV à cette plus basse énergie de faisceau correspond à une erreur de $\pm 7\%$ sur la section efficace.

Les mesures des distributions angulaires ont été effectuées avec des cibles solides de Ti^{15}N à six énergies de protons dans le domaine $E_p = 149 - 750$ keV. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 3.6.

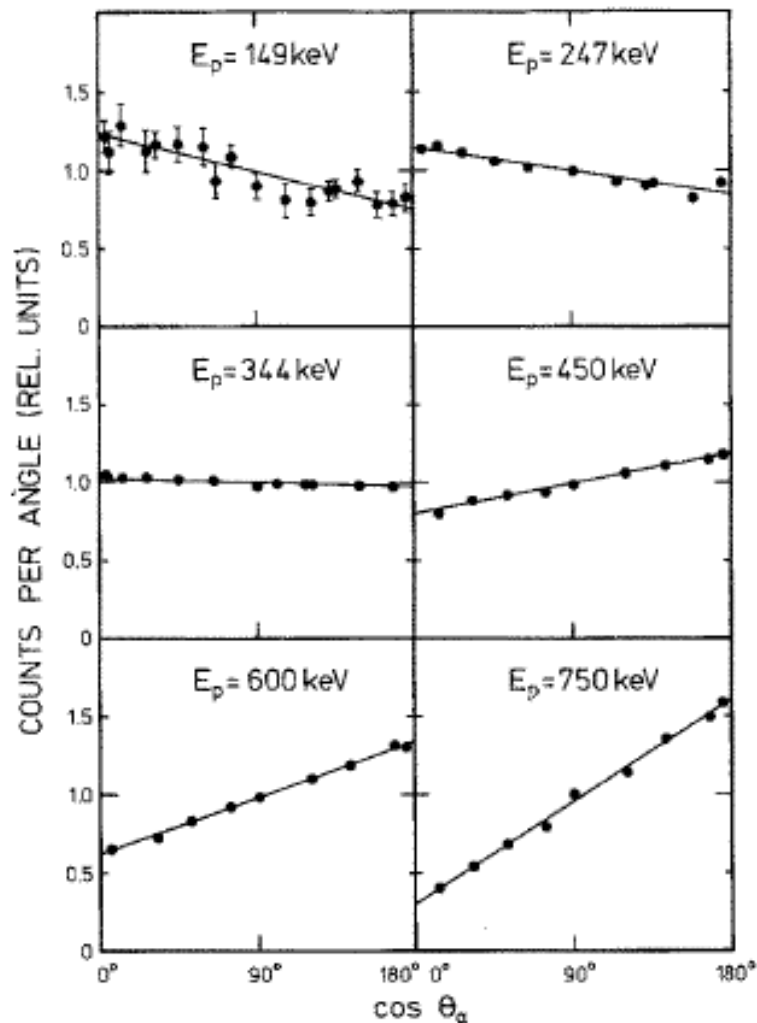


Fig.3.6 : Distributions angulaires expérimentales des particules α de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ à différentes énergies du faisceau de protons.

Près de la résonance large à $E_p = 335$ keV, les distributions angulaires sont isotropes. Loin de cette énergie du faisceau, elles présentent des anisotropies asymétriques croissantes autour de 90° , qui peuvent être décrites par l'expression :

$$W(\theta_\alpha) = 1 + a_1(E_p) \cos \theta_\alpha \quad (3.4)$$

où les coefficients a_1 ont été déduits en fonction de l'énergie de protons, E_p . Les résultats obtenus avec l'installation de cible solide à $E_p \leq 355$ keV sont confirmés par les mesures utilisant la cible gazeuse de jet supersonique. Les coefficients a_1 déduits sont en bon accord avec ceux obtenus avec l'installation de cible solide.

Résultats et analyses

La courbe résultante de facteur astrophysique $S(E)$ (partie inférieure dans figure 3.5) amplifie clairement la présence dominante de la résonance à $E_R = 335 \pm 4$ keV de caractéristiques de spin et parité $J_R^\pi = 1^-$, de largeur totale observée $\Gamma = 103 \pm 4$ keV et de largeurs partielles proton et alpha $\Gamma_p = 0.9 \pm 0.1$ keV et $\Gamma_\alpha = 102 \pm 4$ keV. Le facteur $S(E)$ a été calculé en fonction de l'énergie des protons en prenant une forme de Breit-Wigner à un seul niveau résonnant où la dépendance en énergie des largeurs partielles, Γ_p et Γ_α , et de la largeur totale, Γ , a été prise en considération. Le rendement observé est cependant trouvé plus faible (plus élevé) que prévu à basse énergie (à haute énergie) du côté de la résonance à $E_R = 335$ keV et exige une amplitude d'interférence de mêmes valeurs $J_R^\pi = 1^-$ de la résonance à $E_R = 1.028$ keV (caractérisée par $\Gamma_p = 100$ keV, $\Gamma_\alpha = 30$ keV, $\Gamma = 130$ keV, $\sigma(E_R) = 430$ mb et $S(E_R) = 394$ MeV.b) pour remplir cette condition. Ces calculs peuvent être utilisés pour déterminer le facteur astrophysique à l'énergie zéro, soit $S(0) = 65 \pm 4$ MeV.b. Cette quantité est dominée par la queue basse énergie de la résonance correspondant au niveau 1^- de ^{16}O à $E_{ex} = 12.44$ MeV qui interfère de manière destructive avec le niveau de mêmes spin et parité (1^-) à 13.09 MeV du côté haute énergie (entre les deux résonances) et de manière constructive au-dessous de la résonance. Le niveau résonnant 1^- à 12.44 MeV interfère également de manière constructive avec une contribution non résonnante du côté basse énergie.

Les auteurs ont analysé leurs données expérimentales par un calcul de type Breit et Wigner à deux niveaux résonnants. Ils notent que les distributions angulaires mesurées ne peuvent pas être expliquées seulement en termes de l'interférence entre des résonances de mêmes $J_R^\pi = 1^-$ exigeant une amplitude supplémentaire (avec un léger changement dans le mécanisme de réaction) contribué par une résonance de fond large de caractéristiques $J_R^\pi = 0^+$ ou 2^+ . Ils estiment toutefois que ce mécanisme de fond, n'ayant aucun effet sur la section efficace par intégrée. Cependant, le niveau de ^{16}O de largeur $\Gamma = \Gamma_\alpha = 2.2 \text{ MeV}$, situé à $E_{ex} = 11.26 \text{ MeV}$ ($J^\pi = 0^+$), c'est à dire à 868 keV au-dessous du seuil proton, pourrait fournir ce facteur de fond pour une largeur réduite proton $\theta_p^2 \cong 0.08$. Une détermination expérimentale de la largeur réduite proton, θ_p^2 , pour cet état est donc souhaitable. En cas d'un échec de l'hypothèse ci-dessus, ce facteur de fond peut être expliqué alternativement par un mécanisme de réaction (p, α) directe. Il faut préciser que l'existence d'un tel mécanisme de réaction directe (p, α) aux énergies sous coulombiennes a également été suggérée pour interpréter les données des réactions $^{18}\text{O}(p, \alpha_0)^{15}\text{N}$ [Lor79] et $^{19}\text{F}(p, \alpha_0)^{16}\text{O}$ [Lor78]. Des calculs quantitatifs des effets ci-dessus ainsi qu'une recherche expérimentale d'effets similaires dans d'autres réactions de type (p, α) à basse énergie des protons seraient d'un grand intérêt.

3.5 Travaux de La Cognata et al. [Lac07]

Expérience

Ces auteurs ont utilisé la méthode indirecte, dite du "cheval de troie", consistant à étudier la réaction $^2\text{H}(^{15}\text{N}, \alpha^{12}\text{C})\text{n}$ où une cible de deutérium, ^2H , est bombardée par un faisceau d'ions lourds, ^{15}N , produisant trois corps dans la voie de sortie (α , ^{12}C et n, ce dernier étant "spectateur" dans la réaction) (voir Annexe B). Ceci permet de s'affranchir de l'effet de la barrière coulombienne qui réduit de façon drastique la section efficace de la réaction à deux corps $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ (cf. 1.2). L'expérience a été effectuée au 'Texas A&M University Cyclotron Institute'. Le cyclotron super conducteur K500 fournissait un faisceau d'ions ^{15}N de 60 MeV avec une taille de tache sur la cible de 1 mm et des intensités de courant allant jusqu'à 5 nA, dirigé sur une cible épaisse de CD_2 de $150 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ d'épaisseur.

Une installation expérimentale simple a été employée : un télescope noté A composé d'une chambre d'ionisation et d'un détecteur de silicium sensible à la position (PSD) pour discriminer les noyaux de carbone, et un couple de détecteurs PSD (notés B, C) placé du côté opposé par rapport à la direction du faisceau incident de ^{15}N . Deux types d'événements étaient enregistrés : des coïncidences entre A et B ou entre A et C. L'alignement des trois détecteurs a été vérifié par un système optique. Le tableau 3.2 montre les angles dans le laboratoire pour tous les détecteurs en coïncidence. La chambre d'ionisation était remplie de 60 mb de butane et fermée des deux côtés par des fenêtres de Mylar de 1.5 μm d'épaisseur.

Détecteurs	θ_0 (deg)	$\Delta\theta$ (deg)	$\Delta\Omega$ (msr)	d (mm)	s (mm)	$\delta\theta$ (deg)
ΔE -A	-15.3	-	-	164	50	-
PSD-A	-15.3	11.9	8.7	240	0.492	0.2
PSD-B	12.7	13.5	11.2	211	0.984	0.3
PSD-C	32.7	18.0	20.0	158	0.984	0.4

Tab.3.2 : Angle central laboratoire (θ_0), domaine angulaire exploré ($\Delta\theta$), angle solide sous-tendu ($\Delta\Omega$), distance cible-détecteur (d), épaisseur (s) et résolution angulaire intrinsèque ($\delta\theta$) pour chaque détecteur.

Résultats et analyses

Des résultats préliminaires ont été obtenus dans une première expérience en 2006 [Lac06] en utilisant une configuration simple de détecteurs. Puis, une nouvelle recherche a été menée sur la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$, étudiée aussi par la méthode indirecte TH via le processus $^2\text{H}(^{15}\text{N},\alpha^{12}\text{C})n$ pour extraire le facteur astrophysique $S(E)$ avec une meilleure précision. La réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ procède dans la région d'énergie astrophysique appropriée par l'état de caractéristiques $J^\pi = 1^-$ du noyau composé intermédiaire ^{16}O situé à $E_{ex} = 12.44$ MeV, associé à la résonance à $E_{cm} = 312$ keV dans la fonction d'excitation de $^{15}\text{N}-p$. Pour extraire le facteur astrophysique dans la première expérience [Lac06], les auteurs ont utilisé l'approximation d'onde plane pour les diffusions des états initial et final des noyaux du processus TH. Dans la seconde prise des données en 2007, les mêmes auteurs appliquant une nouvelle approche théorique d'analyse matrice R d'une réaction binaire résonnante dite "HOES" (Half-off-energy-shell) [Muk07, Typ03].

Les distributions angulaires indirectes de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ pour cinq énergies différentes ont été calculées et comparées aux données directes de [Red82]. Les domaines angulaires couverts dans le Centre de Masse étaient $\theta_{cm} = 80^\circ - 120^\circ$ et $\theta_{cm} = 120^\circ - 160^\circ$ pour les détecteurs en coïncidences A-C et A-B, respectivement. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 3.8.

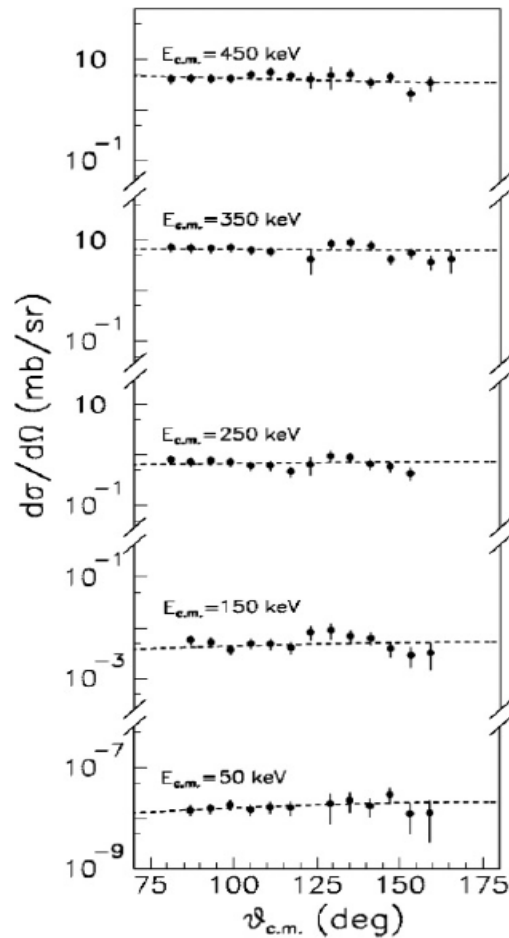


Fig.3.8 : Distributions angulaires indirectes de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ (points solides) pour différentes énergies relatives E_{cm} de ^{15}N comparées aux données directes (lignes tirées, [Red82]).

La section efficace binaire indirecte est intégrée sur toute la gamme angulaire θ_{cm} et multipliée par la fonction de pénétration de la barrière coulombienne. Les ondes partielles $\ell = 0$ dominantes dans la voie d'entrée de la réaction binaire $^{15}\text{N} + p$, et un rayon de voie donné par la somme des rayons des deux noyaux en interaction ont été supposés. La normalisation au comportement direct $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ a été effectuée dans la région résonnante

entre $E_{cm} = 200$ et 400 keV. Les résonances dans les processus TH et direct ont été ajustées en utilisant des formes de Breit-Wigner. La section efficace binaire finale obtenue pour les événements en coïncidences est montrée dans la figure 3.9.

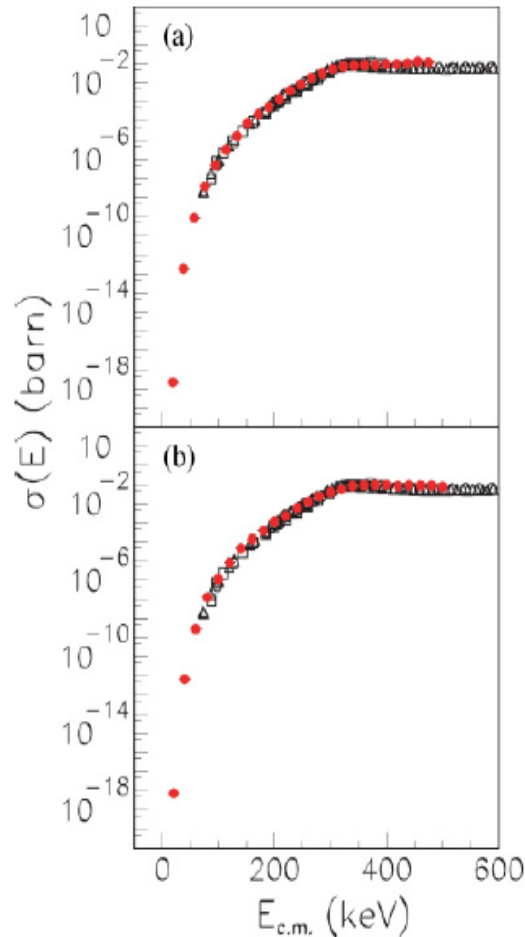


Fig.3.9 : Comparaison entre la fonction d'excitation indirecte pour la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ (points solides en couleur) et les données directes des références [Sch52], [Zys79] et [Red82] (symboles ouverts); (a) données des détecteurs A-B en coïncidence, (b) section efficace binaire de la coïncidence A-C.

En combinant les deux types de données mesurées en coïncidences et en les moyennant, les auteurs déduisent une courbe représentant au mieux le facteur astrophysique $S(E)$, rapportée sur la figure 3.10 où sont aussi montrées des données directes $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$. Leur ajustement de ces données a été effectuées en supposant une forme fonctionnelle d'un polynôme de second ordre plus une fonction de type Breit-Wigner sur le domaine d'énergie exploré :

$$S(E) = a_0 + a_1 E + a_2 E^2 + \frac{W}{(E - E_R)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (3.5)$$

avec a_i ($i=0,1,2$) et W sont des paramètres ajustables. Les meilleurs paramètres adaptés sont rapportés dans le tableau 3.3. La courbe reproduit le facteur astrophysique indirect de THM et montré dans la figure 3.10 par la ligne rouge.

a_0 (MeV.b)	a_1 (MeV.b/MeV)	a_2 (MeV.b/MeV ²)	Γ (MeV)	W (MeV ³ .b)	χ^2 / N
-55 ± 10	-459 ± 140	1928 ± 260	0.118 ± 0.005	11.7 ± 0.3	0.1

Tab.3.3 : Paramètre des ajustements de $S(E)$ par l'équation 3.5, où le niveau 1^- d'énergie de résonance 312 keV à été utilisé.

La valeur du facteur astrophysique à l'énergie zéro trouvée dans ce premier ajustement est $S(0) = 62 \text{ MeV.b}$.

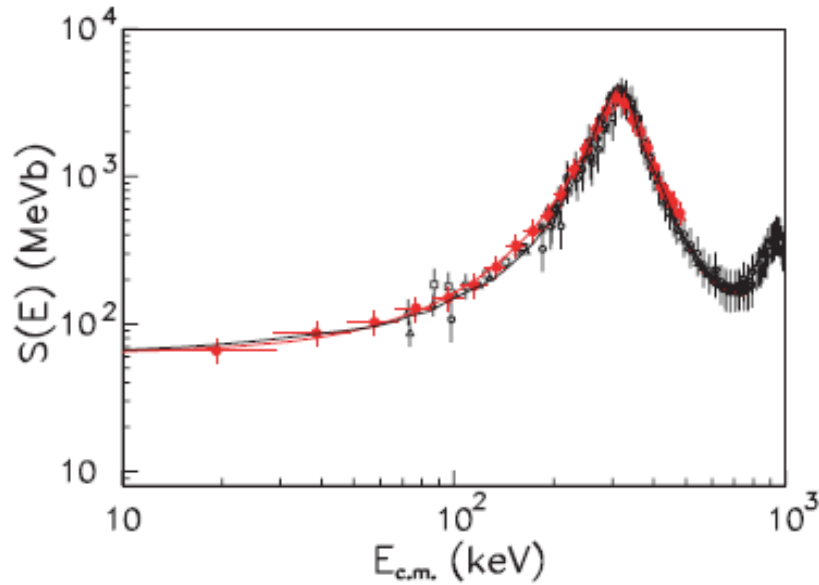


Fig.3.10 : Ajustements du facteur astrophysique de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha_0)^{12}\text{C}$ en fonction de l'énergie.

Dans une deuxième analyse La Cognata et al. [Lac07] ont ajusté leur facteur S de THM pour $E_{cm} = 19 - 516 \text{ keV}$ en utilisant l'approche matrice R (HOES). En supposant une

interférence destructive entre les deux niveaux 1^- du noyau composé ^{16}O situés à $E_{ex} = 12.44$ MeV et 13.09 MeV. Le meilleur ajustement des données du facteur astrophysique de THM obtenu par ces auteurs est représenté sur la figure 3.11, et correspond aux paramètres suivants de ces deux niveaux 1^- considérés : $E_{R1} = 312$ keV, $\Gamma_{p(1)} = 1.1$ keV, $\Gamma_{\alpha(1)} = 93.4$ keV, $E_{R2} = 962.4$ keV, $\Gamma_{p(2)} = 95.31$ keV, et $\Gamma_{\alpha(2)} = 45$ keV. Les valeurs calculées du facteur astrophysique $S(0)$ sont 63.0 MeV.b pour $r_0 = 4.5$ fm, 65.0 MeV.b pour $r_0 = 5.0$ fm, et 68.0 MeV.b pour $r_0 = 5.5$ fm, avec des incertitudes de l'ordre 10 MeV.b.

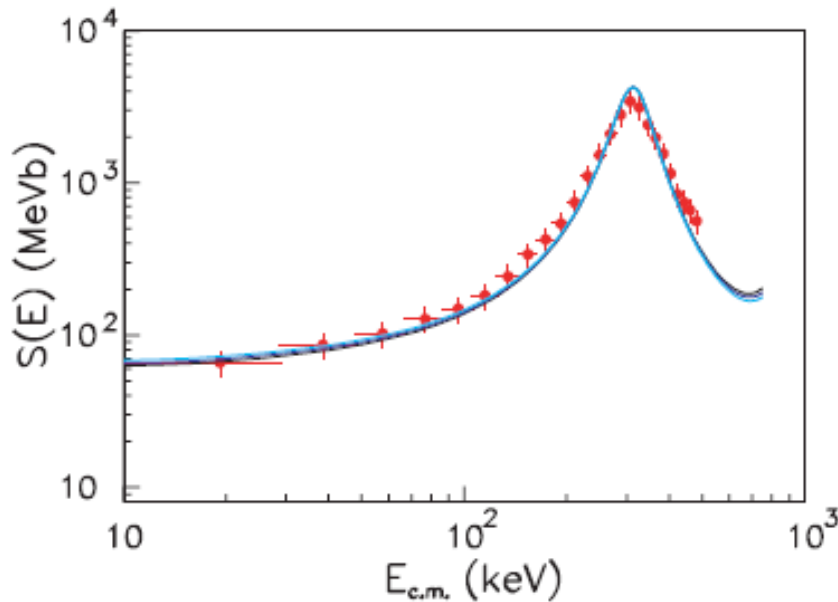


Fig.3.11 : Ajustement de facteur astrophysique de THM de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ avec l'approche matrice R (HOES), pour un certain nombre de rayons d'interaction : 4.5 fm (noir), 5.0 fm (bleu), et 5.5 fm (bleu-clair).

La figure 3.12 montre l'ensemble des données expérimentales de [Sch52], [Zys79], [Red82], et [Lac07] pour la section efficace ainsi que le facteur S de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$. Dans la suite de ce travail, nous remplaçons l'écriture $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$ par $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ car nous ne disposons pas des données expérimentales de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_1)^{12}\text{C}$. De plus, Rolfs et Rodney [Rol74] ont montré que la contribution de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_1)^{12}\text{C}$, aux énergies stellaires, est négligeable devant celle de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha_0)^{12}\text{C}$.

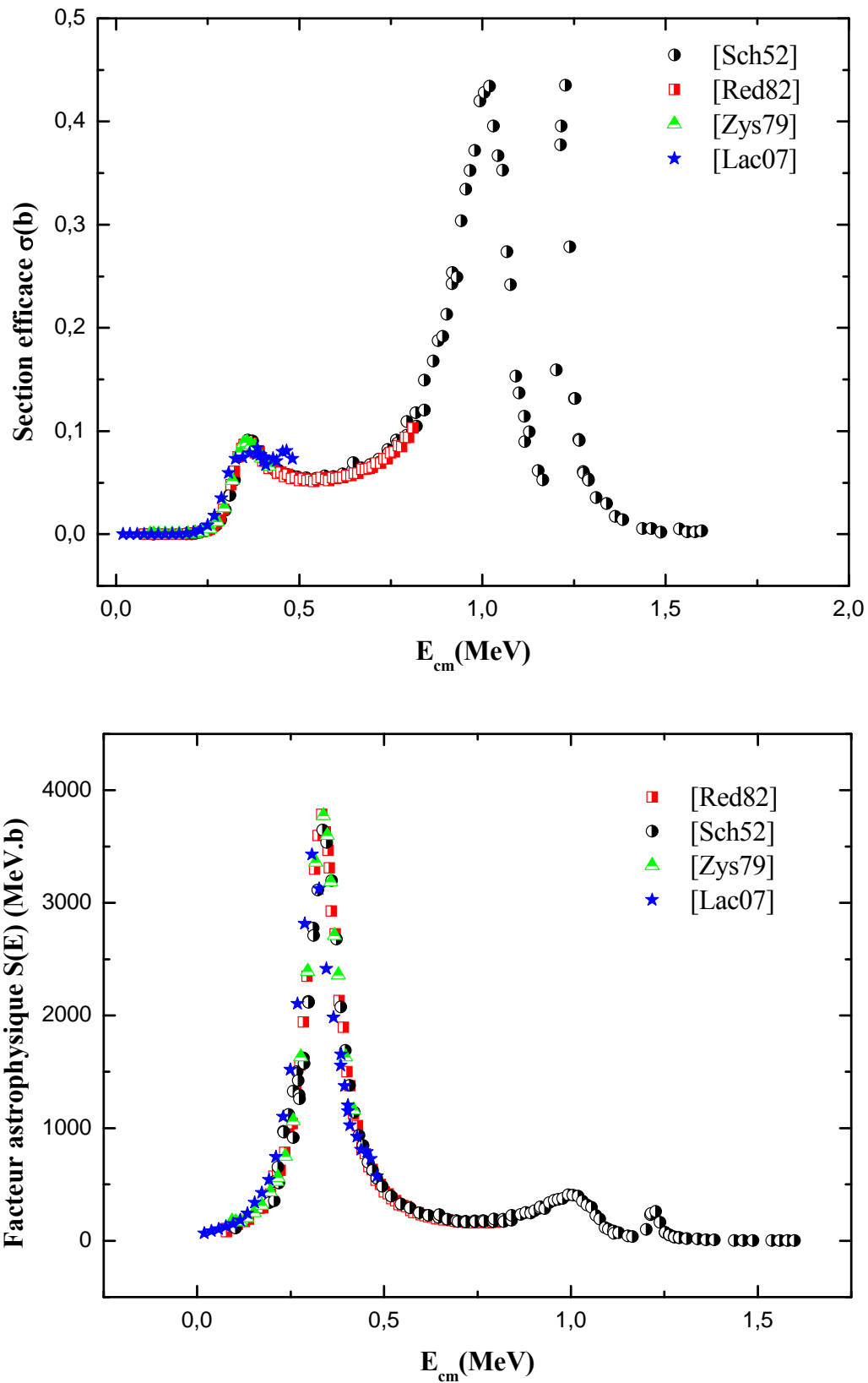


Fig.3.12 : Section efficace et facteur astrophysique pour la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$. Les données expérimentales sont issues des références [Sch52, Zys79, Red82, Lac07].

Chapitre 4

Analyse en Matrice R de la réaction

$$^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C},$$

résultats et discussions

4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'interprétation des résultats de notre analyse en matrice R des données de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ dans le domaine des énergies d'intérêt astrophysique. Le mécanisme d'interaction est essentiellement celui procédant par la formation du noyau composé, l'interaction directe est moins probable et n'est pas considérée dans cette étude. Nous présentons, suite à notre analyse, les ajustements simultanés de la section efficace totale en terme du facteur astrophysique, $S(E)$, et des distributions angulaires, $W(E, \theta)$, évaluant ainsi les propriétés de plusieurs niveaux du noyau ^{16}O impliqués dans la réaction. Ceci permet d'extrapoler les données expérimentales aux très basses énergies et de déduire la valeur du facteur $S(E)$ à l'énergie zéro et dont l'utilité principale est la détermination du taux de cette réaction aux énergies stellaires.

Par ailleurs, la section efficace de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ a été mesurée par différents groupes de chercheurs mais les données n'ont pas été analysées dans le cadre de la théorie de la matrice R. Les résultats de notre analyse présentent l'avantage d'émaner d'un ajustement en matrice R qui présente en général un bon test des théories nucléaires.

4.2 Caractéristiques des états excités du noyau composé ^{16}O

4.2.1 Conservation du spin et de la parité J^π des niveaux

La fusion d'un proton et d'un noyau ^{15}N conduit à la formation d'un noyau composé ^{16}O . Ce dernier étant formé à des états excités, il se désexcite rapidement vers une des voies permises par les lois de conservation du moment cinétique total et de la parité (cf. 2.2).

Pour qu'un état composé du noyau ^{16}O de spin J et de parité π puisse être formé par la voie d'entrée $p+^{15}\text{N}$ et se désexciter via la voie de sortie $\alpha+^{12}\text{C}$, les lois de conservation du moment cinétique total et de la parité traduites par les relations suivantes doivent être satisfaites :

$$\vec{s} + \vec{\ell} = \vec{J} = \vec{s}' + \vec{\ell}' \quad (4.1)$$

$$\pi_p \pi_{^{15}\text{N}} (-1)^{\ell} = \pi_J = \pi_\alpha \pi_{^{12}\text{C}} (-1)^{\ell'} \quad (4.2)$$

où $\vec{s} = \vec{I}_p + \vec{I}^{15\text{N}}$ et $\vec{s}' = \vec{I}_\alpha + \vec{I}^{12\text{C}}$ sont les spins respectifs des voies d'entrée et de sortie, $\vec{\ell}$ et $\vec{\ell}'$ sont les moment angulaires orbitaux associés respectivement aux voies d'entrée et de sortie. I_x et π_x sont le spin et la parité de la particule x rapportés dans le tableau 4.1 ci-dessus :

Particule	p	^{15}N	α	^{12}C	$^{12}\text{C}^*$
I^π	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$	0^+	0^+	2^+

Tab.4.1 : Spins et parités des particules impliquées dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$.

Les valeurs du spin s d'une voie $x+y$ sont données par l'inégalité :

$$|I_x - I_y| \leq s \leq I_x + I_y \quad (4.3)$$

Ainsi, pour les voies d'entrée et de sortie, ces valeurs sont rapportées dans le tableau 4.2 ci-dessous.

Les voies de réactions	s
$p + ^{15}\text{N}$	$0^-, 1^-$
$\alpha_0 + ^{12}\text{C}$	0^+
$\alpha_1 + ^{12}\text{C}^*$	2^+

Tab.4.2 : Spins et parités des systèmes de particules impliqués dans notre analyse.

Comme mentionné dans les chapitres précédents, aux basses énergies ($0 \leq E \leq 1.3 \text{ MeV}$), les réactions nucléaires font intervenir principalement les ondes de faibles moments angulaires. Par conséquent, seules les valeurs de ℓ et ℓ' inférieures à 2 ont été considérées dans l'analyse. L'utilisation de ces valeurs et des valeurs des spins des voies dans l'éq. 4.1 nous permet de déduire les caractéristiques J^π des niveaux résonants du noyau composé ^{16}O (voir les tableaux 4.3 A et B) qui peuvent être observés dans la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$.

$s \backslash \ell$	0	1	2
0 ⁻	0 ⁻	1 ⁺	2 ⁻
1 ⁻	1 ⁻	0 ⁺ , 1 ⁺ , 2 ⁺	1 ⁻ , 2 ⁻ , 3 ⁻

 A : Voie d'entrée $p + ^{15}\text{N}$.

$s \backslash \ell'$	0	1	2
0 ⁺ (voie α_0)	0 ⁺	1 ⁻	2 ⁺
2 ⁺ (voie α_1)	2 ⁺	1 ⁻ , 2 ⁻ , 3 ⁻	0 ⁺ , 1 ⁺ , 2 ⁺ , 3 ⁺ , 4 ⁺

 B : Voie de sortie $\alpha + ^{12}\text{C}$.

Tab.4.3 : Les valeurs de J^π du noyau ^{16}O résultant des combinaisons entre moments angulaires et spins (eq. 4.1).

4.2.2 Schéma de niveau du ^{16}O

Le schéma des niveaux d'énergies du noyau composé ^{16}O pour la gamme d'énergie étudiée est représenté sur la figure 4.1. Chaque niveau est caractérisé par son spin et sa parité J^π ainsi que par son énergie d'excitation E_{ex} (MeV) reliée à l'énergie de résonance E_R (Eq. (2.3)) à travers la relation :

$$E_{ex} = E_R + Q \quad (4.4)$$

La valeur du bilan d'énergie Q est égale à 12.1276 MeV. Le tableau 4.4 présente les propriétés des états excités du noyau ^{16}O telles que rapportées dans la compilation de Tilley [Til93]. Dans le cas des réactions entamées par la fusion $p + ^{15}\text{N}$ et aux énergies des protons

$E_p \leq 1.3 \text{ MeV}$, les seules voies énergiquement ouvertes sont les voies p , α et γ . Dans ce travail, la dernière voie (décroissance γ) n'est prise en considération car sa contribution est négligeable ($\Gamma_\gamma \sim \text{eV}$) et son traitement nécessite un formalisme spécifique aux transitions électromagnétiques.

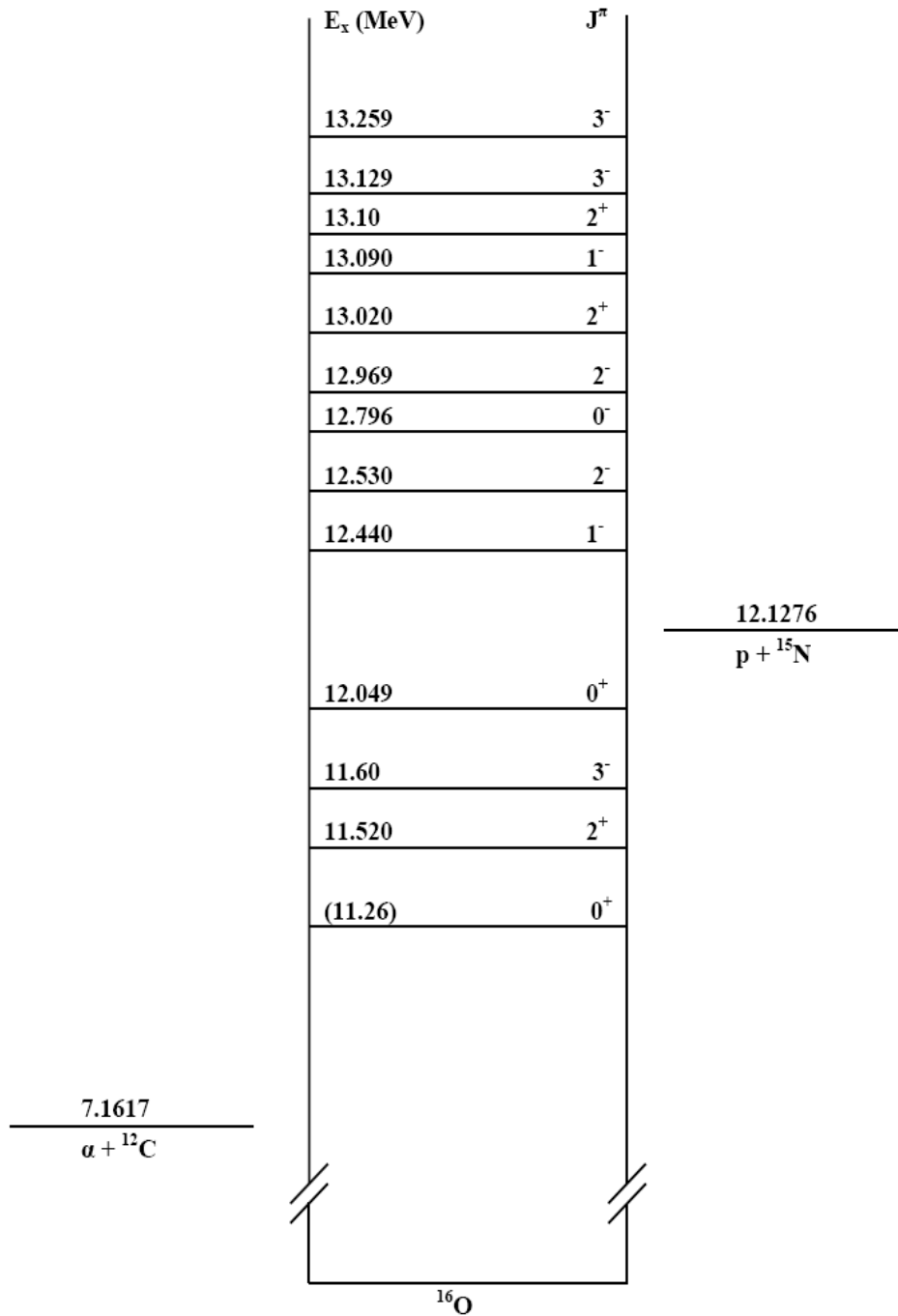


Fig.4.1 : Schéma des niveaux du noyau composé ^{16}O rapportés de la référence [Til93].

E_{ex} (MeV \pm keV)	J^π	Γ_{cm} ou τ_{cm} (keV)	Désexcitation
10.957 \pm 1	0 ⁻	$\tau_{cm} = 8 \pm 5$ fsec	-
11.080 \pm 3	3 ⁺	$\Gamma < 12$	γ
11.0967 \pm 1.6	4 ⁺	0.28 \pm 0.05	γ, α
(11.26)	(0 ⁺)	(2500)	(α)
11.520 \pm 4	2 ⁺	71 \pm 3	γ, α
11.60 \pm 20	3 ⁻	800 \pm 100	α
12.049 \pm 2	0 ⁺	1.5 \pm 0.5	γ, α
12.440 \pm 2	1 ⁻	91 \pm 6	γ, p, α
12.530 \pm 1	2 ⁻	(97 \pm 10) $\times 10^{-3}$	γ, p, α
12.796 \pm 4	0 ⁻	10 \pm 4	p
12.9689 \pm 0.4	2 ⁻	1.34 \pm 0.04	γ, p, α
13.020 \pm 10	2 ⁺	150 \pm 10	γ, p, α
13.090 \pm 8	1 ⁻	130 \pm 5	γ, p, α
13.129 \pm 10	3 ⁻	110 \pm 30	γ, p, α
13.259 \pm 2	3 ⁻	21 \pm 1	γ, p, α
13.664 \pm 3	1 ⁺	64 \pm 3	γ, p, α
13.869 \pm 20	4 ⁺	89 \pm 2	p, α

Tab.4.4 : Niveaux d'énergies de ^{16}O [Til93]. Les valeurs les moins certains sont mises entre parenthèse.

4.3 Procédures d'ajustement

L'analyse de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ aux énergies d'intérêt astrophysique a été effectuée dans le cadre du mécanisme réactionnel du noyau composé avec formation de résonances. Le formalisme de la matrice-R de Lane et Thomas [Lan58] basé sur la paramétrisation des résonances a été utilisé dans le calcul de la section efficace. Un code de calcul correspondant, élaboré au sein de notre laboratoire par M. Fouka [Fou04] a été mis à profit.

Chaque résonance est caractérisée par un ensemble de grandeurs physiques qui, dans une analyse, peuvent être considérés comme des paramètres ajustables (libres) si leurs valeurs sont inconnues. Les paramètres libres utilisés pour cette analyse sont :

1. Le spin et la parité J^π des niveaux incertains,
2. l'énergie de résonance E_R ,
3. la largeur totale $\Gamma_{\lambda,tot}$,
4. les couples (ℓ, s) des voies,
5. les rayons de voies en termes de $r_{0\alpha}$,
6. les largeurs partielles $\Gamma_{c,\ell,s}$ des niveaux qui peuvent être exprimées en terme de :
 - l'amplitude de la largeur réduite $\gamma_{\lambda c}$,
 - le rapport $\theta_{\lambda c} = \frac{\gamma_{\lambda c}}{\gamma_{wc}}$ et
 - le rapport d'embranchement $\frac{\Gamma_{\lambda c}}{\Gamma_{\lambda,tot}}$.
7. les coefficients multiplicatifs de phase $F_{\alpha\ell}$ indépendants de l'énergie, définis par :

$$\varphi'_{\alpha\ell} = F_{\alpha\ell} \times \varphi_{\alpha\ell} \quad (4.5)$$

où $\varphi_{\alpha\ell}$ est la phase potentielle assimilée généralement à celle de la sphère dure; $\varphi'_{\alpha\ell}$ est appelée la phase modifiée. Cela représente un grand nombre de paramètres libres et rend l'analyse plus souple en particulier pour les distributions angulaires.

4.4 Ajustement du facteur astrophysique

4.4.1 Méthode d'ajustement et d'optimisation

La recherche des meilleures valeurs pour les différents paramètres repose sur la minimisation de la quantité statistique :

$$\chi_i^2(S) = \sum_{k=1}^{k=n} w_{ik} \left(\frac{S_{i,k}^{th} - S_{i,k}^{exp}}{\Delta S_{i,k}^{exp}} \right)^2 \quad (4.6)$$

Dans cette écriture, $S_{i,k}^{th}$ et $S_{i,k}^{exp}$ sont respectivement, le facteur S théorique et expérimental évalué à l'énergie $E_{i,k}$ alors que $\Delta S_{i,k}^{exp}$ est l'erreur expérimentale attachée au facteur S . Les indices i et k sont respectivement, l'indice de voie et l'indice de l'énergie, $w_{i,k}$ étant le poids tenant compte de la distribution des points expérimentaux et définit comme suit :

$$\begin{cases} w_{i,k} = |E_{i,k+1} - E_{i,k-1}| \times N_i & \text{pour } k = 2, \dots, n-1 \\ w_{i,1} = w_{i,2} & \text{pour } k = 1 \\ w_{i,n} = w_{i,n-1} & \text{pour } k = n \end{cases} \quad (4.7)$$

où n est le nombre de points des données expérimentales, et N_i est un facteur de normalisation choisi de sorte à ce que :

$$\sum_k w_{i,k} = 1 \quad (4.8)$$

Dans notre cas, le facteur S théorique est calculé dans le cadre du formalisme de la matrice R. Pour ajuster l'ensemble des paramètres variables, nous devons minimiser une fonction $\chi_{tot}^2(S)$ pour toutes les voies de réaction considérées simultanément. Cette fonction est définie par la sommation sur les fonctions $\chi_i^2(S)$ relatives aux voies individuelles, soit :

$$\chi_{tot}^2(S) = \sum_i \chi_i^2(S) \quad (4.9)$$

Nous pouvons aussi ajuster les paramètres de façon similaire en terme du facteur $R(E)$ (voir chapitre 1 pour la définition). La recherche des valeurs optimums des paramètres des niveaux se réduisent finalement à un problème d'optimisation d'une fonction mathématique. Si la forme analytique de cette fonction n'est pas simple, nous pouvons recourir aux méthodes numériques d'optimisation. Le code que nous utilisons, présente trois méthodes numériques : la méthode du gradient, la méthode de partage en pas égaux et la méthode de Newton. Nous avons choisi la méthode du partage en pas égaux qui, malgré ses limites, est facile à mettre en œuvre, efficace et plus fiable. Elle consiste à partager un domaine approximatif d'un vecteur de paramètres P_i considéré $[P_i^{Min}, P_i^{Max}]$ en N_i intervalles à pas égaux, définis par :

$$h_i = \frac{1}{N_i} (P_i^{Max} - P_i^{Min}) \quad (4.10)$$

en effectuant un balayage du paramètre P_i , nous obtenons :

$$P_i(k_i) = P_i^{Min} + h_i \times k_i \quad (4.11)$$

où $k_i = 1, N_i$, pour $i = 1, n$ où n est le nombre des paramètres à ajuster.

Une itération complète d'un vecteur d'indices (k_1, k_2, \dots, k_n) a un indice iT égal à :

$$iT = k_n + (k_{n-1} - 1)N_n + (k_{n-2} - 1)N_n N_{n-1} + \dots + (k_1 - 1)N_n N_{n-1} \times \dots \times N_2 \quad (4.12)$$

Un calcul de la fonction χ^2 est effectué pour chaque iT , et nous aurons donc N_{tot} itérations qui équivalent au produit des nombres d'itérations pour chaque paramètre :

$$N_{tot} = N_1 \times N_2 \times \dots \times N_n \quad (4.13)$$

L'itération correspondant à $\chi_{Min}^2(S)$ donne un paramètre P_i unique qui satisfait à un écart réduit entre les points expérimentaux et le calcul théorique. De la sorte, nous pouvons ajuster tous les paramètres libres. Cependant, le nombre de ces paramètres est limité à 4. Au-delà, la procédure devient lente et perd sa validité, ceci fait le seul inconvénient de cette méthode.

4.4.2 Ajustement et résultats

Les paramètres des niveaux du noyau composé ^{16}O pris de la compilation de Tilley [Til93] sont fixés préalablement. Ces paramètres sont enregistrés dans un fichier de données associé au programme principal du code matrice-R. Dans une première étape, les paramètres de niveaux indépendants des voies de réaction $(E_R, \Gamma_{\lambda,tot}, J^\pi)$ ont été maintenus fixes alors que les largeurs partielles $\Gamma_{c,\ell,s}$ et leurs signes (associés aux amplitudes des largeurs réduites), ont été ajustés de sorte à minimiser l'écart entre les points expérimentaux et les courbes calculées des sections efficaces.

Vu le nombre élevé de combinaisons possibles des valeurs de certains paramètres, les conditions suivantes ont été adoptées :

- Les largeurs partielles ont été prises sous forme des rapports d'embranchement pour

$$\text{limiter le domaine de leurs valeurs (i.e., } \frac{\sum \Gamma_{cs\ell}}{\Gamma_{tot}} = 1).$$

- Les signes de ces rapports prennent une importance toute particulière et doivent être convenablement choisis. En effet, des ambiguïtés de signes de ces quantités subsistent parfois et l'on doit vérifier la compatibilité des ces signes entre les différentes voies. Par conséquent, toutes les combinaisons possibles de ces rapports et de leurs signes

seront examinées pour déterminer les largeurs partielles dans les différentes voies de réaction.

- L'importance relative des différents rapports d'embranchement doit être évaluée pour ne retenir, en première approximation, que quelques valeurs substantielles correspondant à de faibles valeurs de ℓ .
- Nécessité d'évaluer les phases potentielles permettant de rendre compte du fond continu des fonctions d'excitation. Aux basses énergies, ces phases sont habituellement approchées par des phases de sphère dure, en considérant le noyau comme une sphère uniformément chargée, de rayon fixé, R_c .

L'allure des données expérimentales du facteur astrophysique de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ dans le domaine d'énergie $E_p \leq 1.3$ MeV (voir figure 3.12) montre clairement la contribution de trois résonances d'énergies approximatives $E_R = 134, 963$ et 1147 keV qui devraient correspondre aux deux niveaux 1^- et au niveau 3^- d'énergies d'excitation 12.44 MeV, 13.09 MeV et 13.26 MeV du noyau composé ^{16}O . Dans un premier temps, nous avons calculé le facteur astrophysique et nous l'avons ajusté aux données expérimentales en considérant ces trois niveaux, et en tenant compte de la forte interférence entre les deux premiers niveaux de mêmes spins et parités.

Le meilleur ajustement est obtenu pour la valeur du $\chi_{tot}^2(S) = 0.05$, et les courbes calculées correspondantes sont illustrés sur les figures 4.2 et 4.3. Les paramètres des voies et des niveaux correspondant sont rapportés dans les tableaux 4.5, 4.6. Ces paramètres permettent une reproduction satisfaisante des données expérimentales exprimées en terme du facteur astrophysique $S(E)$ et du facteur $R(E)$. La contribution individuelle de chaque niveau et de l'interférence entre les deux niveaux 1^- sont aussi indiqués sur la figure 4.4.

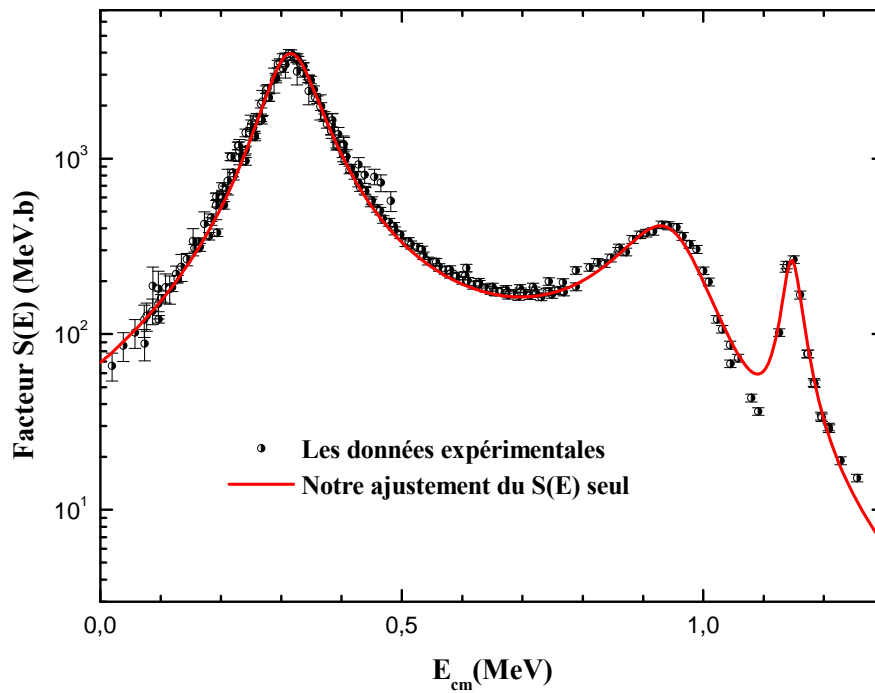


Fig.4.2 : Notre ajustement en matrice R des données expérimentales du facteur astrophysique $S(E)$ [Sch52, Zys79, Red82, Lac07] en prenant en considération les deux résonances 1^- et la résonance 3^- d'énergies $E_R = 134, 963$ et 1147 keV (voir tableau 4.5 et 4.6), respectivement.

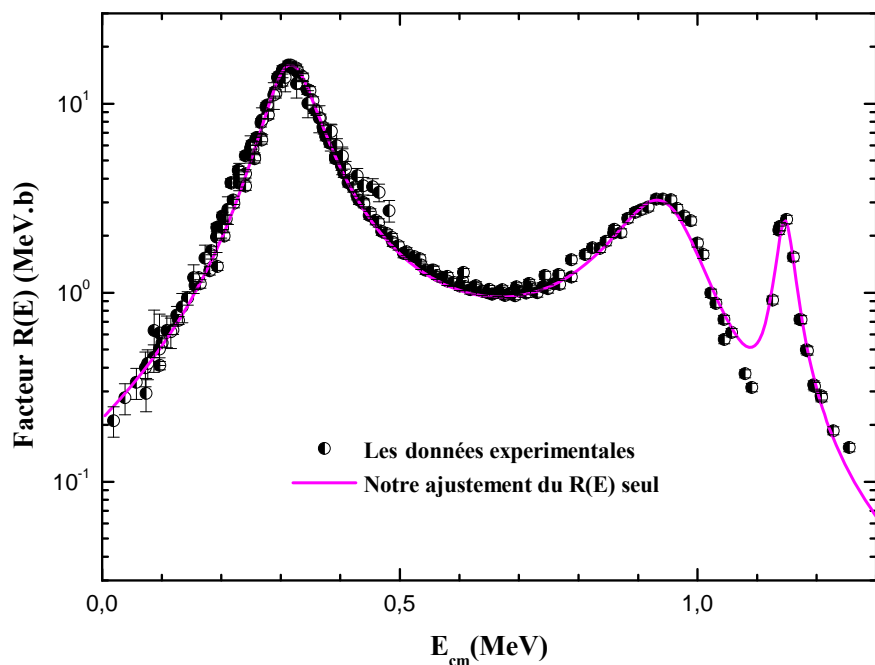


Fig.4.3 : Notre ajustement en matrice R des données expérimentales du facteur $R(E)$ [Sch52, Zys79, Red82, Lac07] en prenant en considération les deux résonances 1^- et la résonance 3^- d'énergies $E_R = 134, 963$ et 1147 keV (voir tableau 4.5 et 4.6), respectivement.

J^π	E_{ex} (MeV)	E_R (MeV)	E_λ (MeV)	Γ_{tot} (keV)
1^-	12.442	0.315	5.669E-01	116.382
1^-	13.091	0.958	2.881	271.442
3^-	13.262	1.147	1.147	47.003

Tab.4.5 : Les énergies et largeurs totales des niveaux de ^{16}O correspondant au meilleur ajustement à 3 niveaux.

E_{ex}	J^π	Voie	ℓ	s	b_c	θ^2	$\Gamma_{\lambda c} / \Gamma_{tot}$	$\gamma_{\lambda c}$
12.442	1^-	P	0	1	-1.112	1.119E-01	1.191E-02	5.612E-01
		α_0	1	0	-1.787	2.849E-02	9.880E-01	1.421E-01
		α_1	1	2	-3.885E-01	1.848E-02	6.120E-05	1.146E-01
13.091	1^-	P	0	1	-7.094E-01	1.194E-01	4.795E-01	5.799E-01
		α_0	1	0	-3.099	-2.240E-02	-3.806E-01	-1.260E-01
		α_1	1	2	-5.609	7.026E-01	1.398E-01	7.057E-01
13.262	3^-	P	2	1	-2.147	2.799E-01	3.579E-01	8.877E-01
		α_0	3	0	-9.517E-01	4.085E-03	2.644E-01	5.382E-02
		α_1	1	2	-2.304	1.501E-01	3.777E-01	3.262E-01

Tab.4.6 : Autres paramètres des états de ^{16}O relatifs aux voies de réaction et déduits de notre analyse à 3 niveaux. Toutes les valeurs sont exprimées dans le système du centre de masse.

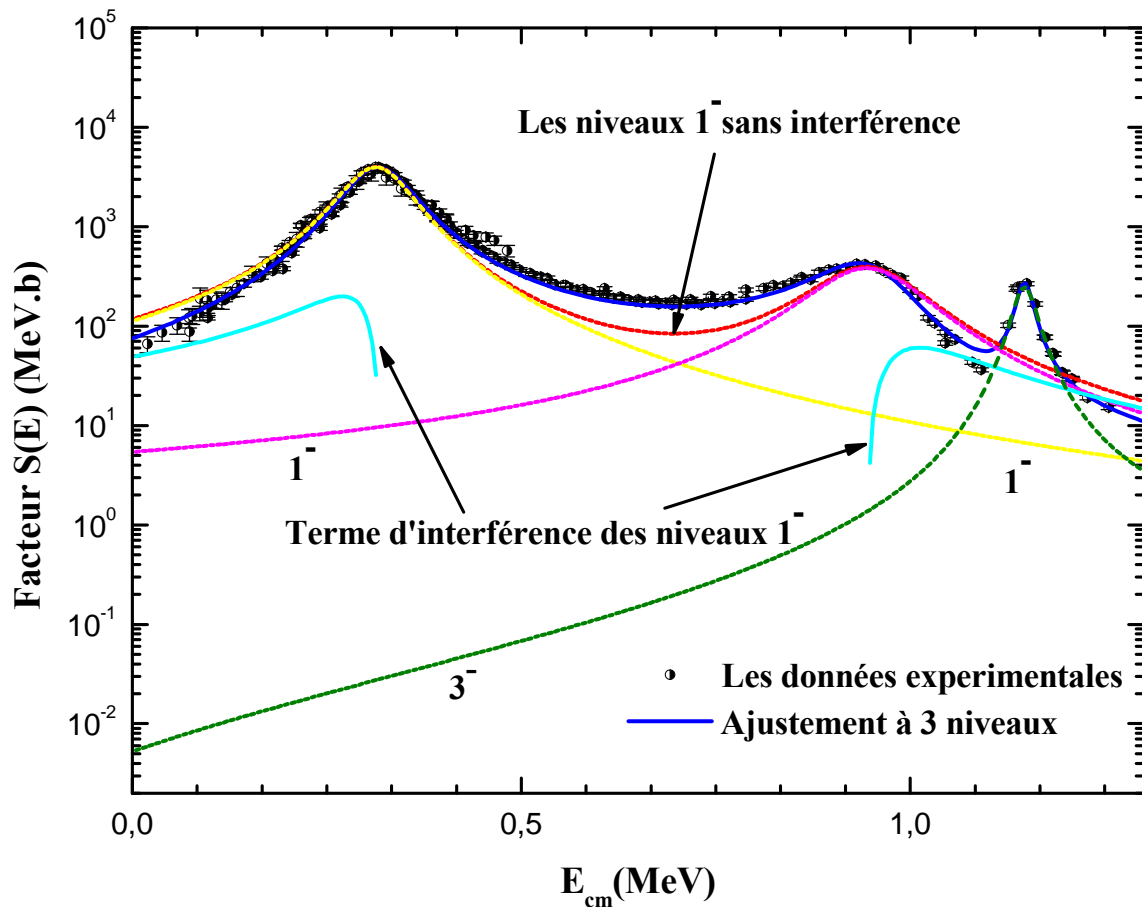


Fig.4.4 : Même ajustement que la figure 4.2 avec indication de la contribution de chaque niveau individuel et l'interférence entre les deux niveaux 1^- .

4.5 Ajustement du facteur astrophysique et des distributions angulaires

4.5.1 Méthode d'ajustement et d'optimisation

Après avoir obtenu un ajustement satisfaisant des données expérimentales de $S(E)$, nous avons décidé d'inclure les données relatives aux distributions angulaires $W(E,\theta)$ (sections efficaces différentielles $d\sigma/d\Omega$) de la réaction. En effet, la procédure d'ajustement des distributions angulaires à basse énergie est très sensible au nombre de niveaux nucléaires pris en considération ainsi qu'à leurs propriétés quantiques. Elle permet le perfectionnement de l'ajustement du facteur astrophysique et de son extrapolation et conduit à des valeurs réelles des paramètres des niveaux nucléaires de ^{16}O . Les données expérimentales des

sections efficaces différentielles que nous avons utilisées sont celles mesurées par Redder et al. [Red82]. Finalement, l'ajustement a été effectué suivant la procédure suivante :

- Nous avons démarré l'ajustement avec comme valeurs initiales des paramètres de niveaux de ^{16}O celles obtenues dans l'analyse précédente du facteur astrophysique, $S(E)$, ç.à.d. les valeurs des tableaux 4.5 et 4.6.

- Nous avons recherché les facteurs multiplicatifs des phases de la sphère dure, F_{al} , et leurs signes (le facteur astrophysique étant indépendant des phases) en minimisant, comme précédemment, la fonction $\chi_{tot}^2(W)$ associée aux distributions angulaires, soit :

$$\chi_{tot}^2(W) = \sum_i \sum_{i,k} \left(\frac{W_{th}(E_j, \theta_k) - W_{exp}(E_j, \theta_k)}{\Delta W_{exp}(E_j, \theta_k)} \right)^2 \quad (4.14)$$

où $i = \alpha_0$, i et k sont, respectivement, les indices de voie, d'énergie et d'angle expérimentaux.

- Les paramètres de niveaux ont été réajustés en optimisant la fonction $\chi_{tot}^2(S, W)$ totale définie par la relation suivante :

$$\chi_{tot}^2(S, W) = \chi_{tot}^2(S) + \chi_{tot}^2(W) \quad (4.15)$$

4.5.2 Ajustement et résultats

Les courbes théoriques de distributions angulaires $W(E, \theta)$ obtenues sont représentées sur la figure 4.5. Elles sont, en général, en désaccord avec les données des distributions angulaires qui présente une très forte anisotropie ($\chi_{tot}^2(S, W) = 2.4$). En effet, comme montré sur la figure 4.5, seules les données à l'énergie $E_p = 344$ keV semblent partiellement décrites par l'hypothèse des trois niveaux résonnants de ^{16}O .

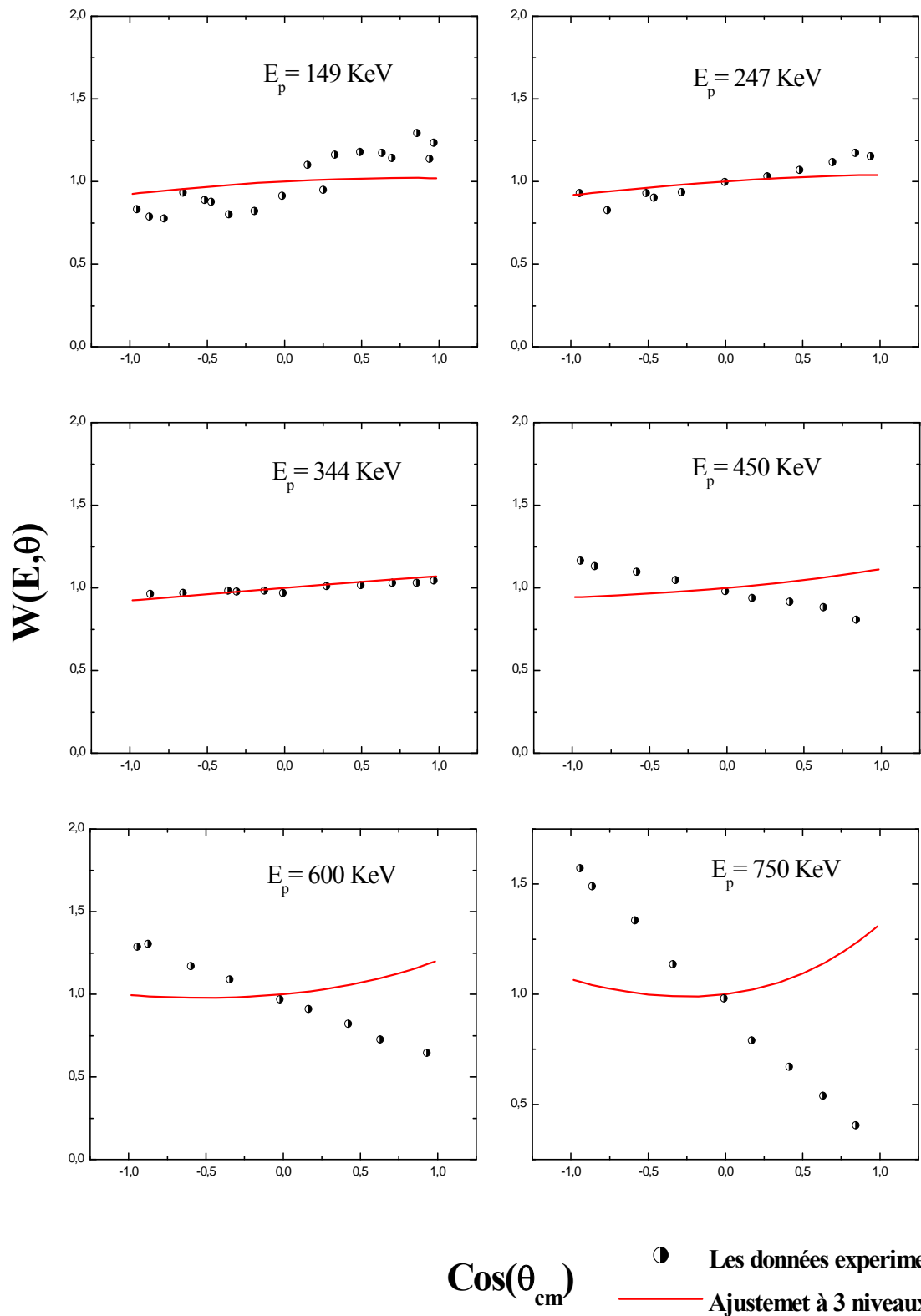


Fig.4.5 : Notre ajustement des distributions angulaires $W(E, \theta)$ donné par [Red82] (les énergies et angle sont dans le cm), obtenu en considérant les deux résonances 1^- et la résonance 3^- d'énergies $E_R = 134, 963$ et 1147 keV, respectivement.

Pour tenter d'améliorer la reproduction de ces distributions angulaires tout en gardant un ajustement satisfaisant du facteur astrophysique aux basses énergies, il est indispensable d'introduire une ou plusieurs résonances susceptibles de contribuer à la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$. L'identification de cette ou ces résonances a constitué la difficulté principale de notre travail, dans lequel nous avons à déterminer le nombre de résonances et leurs caractéristiques nucléaires. Ces résonances correspondraient à des niveaux de ^{16}O vérifiant les conditions suivantes :

- Le niveau doit être caractérisé par une énergie d'excitation voisine du seuil de réaction ou alors par une grande largeur : ces deux conditions assurent une importante contribution du niveau à la partie basse énergie de la section efficace totale.
- Les distributions angulaires de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ présente une très forte anisotropie qui ne peut être interprété qu'en faisant intervenir un important terme d'interférence entre deux niveaux de parités opposées. La parité du niveau le plus proche du seuil correspondant à $E_R = 315$ keV étant négative, la parité du niveau avec lequel il est supposé interférer devrait forcément être positive.
- Les ondes partielles formant le niveau de fond doivent être de faibles valeurs de moment angulaire ℓ . Cette condition réduit considérablement le nombre de possibilités vu qu'elle impose au niveau d'avoir un spin et parité $J^\pi = 0^+, 1^+$ ou 2^+ (voir tableau 4.3).

À la lumière de ces indications, nous avons recherché dans le schéma de niveaux du noyau composé ^{16}O [Til93] (voir figure 4.1) et notre attention fut attirée par le niveau large 0^+ d'énergie d'excitation $E_{ex} = 11.26$ MeV situé sous le seuil de la réaction et dont le spin, la parité et la largeur étant des grandeurs incertaines. Si ce niveau prenait part à la réaction, il correspondrait à une résonance d'énergie négative, $E_R = -867$ keV. Il constitue un bon candidat à notre étude car c'est le niveau le plus proche du seuil (un écart en énergie de seulement 0.867 MeV le sépare du bilan de réaction), et sa grande largeur $\Gamma_{c.m}$, autour de 2.5 MeV, permet aisément à sa queue de haute énergie de s'étendre au-delà du seuil de réaction. Les autres états de spin-parité $J^\pi = 0^+$ ou 2^+ indiqués sur le schéma de niveaux de

^{16}O ne peuvent pas correspondre à celui que nous cherchons vu le grand écart séparant leurs énergies d'excitation du seuil de réaction, et leurs largeurs relativement faibles. Mais cela n'empêche pas de vérifier que ces niveaux ne présentent aucune contribution ou effet sur les sections efficaces totale et différentielle.

La considération du niveau 0^+ a amélioré considérablement les données du facteur $S(E)$ aux très basses énergies ainsi que celles des distributions angulaires aux énergies $E_p = 149$ et 247 keV. Par contre, un désaccord entre les courbes de $W(E,\theta)$ calculées aux énergies $E_p = 450, 600$ et 750 keV et les distributions angulaires expérimentales persiste encore.

Ceci nous a donc amenés à entreprendre une réanalyse de l'ensemble des données en supposant la contribution d'un second niveau de ^{16}O dans la région de la deuxième résonance situerait entre 0.5 MeV et 1 MeV, pour mieux reproduire les distributions angulaires expérimentales. Dans la compilation de Tilley nous avons trouvé le niveau 2^+ ($E_R = 1050$ keV), pour lequel très peu d'information sur ces caractéristiques est disponible, excepté le produit de largeurs partielles, $\Gamma_p \Gamma_\alpha = 500$ keV. Nous avons introduit ce niveau et en utilisant les étapes précédentes, nous avons obtenu un ajustement des données expérimentales qui s'avère très satisfaisant, et reproduire de façon fiable l'ensemble des données expérimentales disponibles ($\chi_{tot}^2(S,W) = 1.13$). Les résultats correspondant à ce deuxième ajustement sont rapportés respectivement sur les figures 4.6, 4.7 pour le facteur astrophysique et le facteur R , et sur la figure 4.8 pour $W(E,\theta)$. La contribution individuelle de ces deux niveaux au facteur astrophysique a été illustrée dans la figure 4.9.

La contribution du niveau supplémentaire 2^+ dont l'énergie de résonance est voisine de 900 keV est masquée par celle du niveau 1^- d'énergie de résonance $E_R = 963$ keV. Non seulement la contribution de ce niveau améliore considérablement l'ajustement des données expérimentales mais sa forte interférence avec le niveau 1^- permet d'interpréter et de reproduire l'asymétrie avant-arrière autour de 90° des distributions angulaires. Enfin, il faut signaler que la recherche des combinaisons adéquates des signes des amplitudes de largeurs réduites $\gamma_{\lambda c}$ et les facteurs multiplicatifs des phases, F_{cl} , constitue une étape décisive pour l'établissement final des caractéristiques des niveaux considérées.

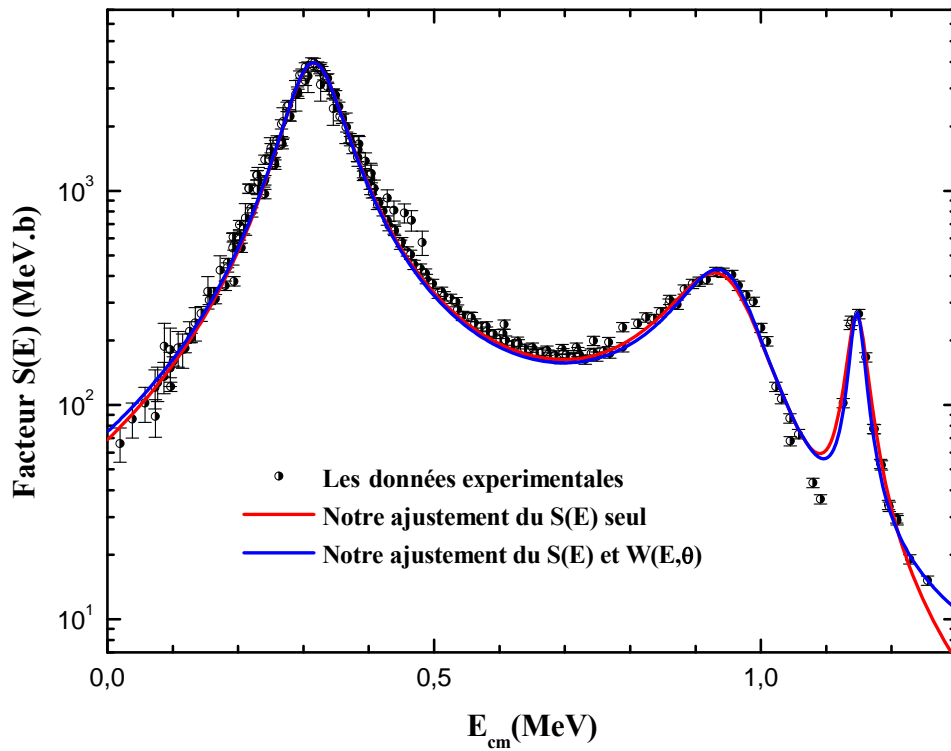


Fig.4.6 : Notre ajustement en matrice R du facteur astrophysique $S(E)$ de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ avec l'hypothèse des 5 niveaux.

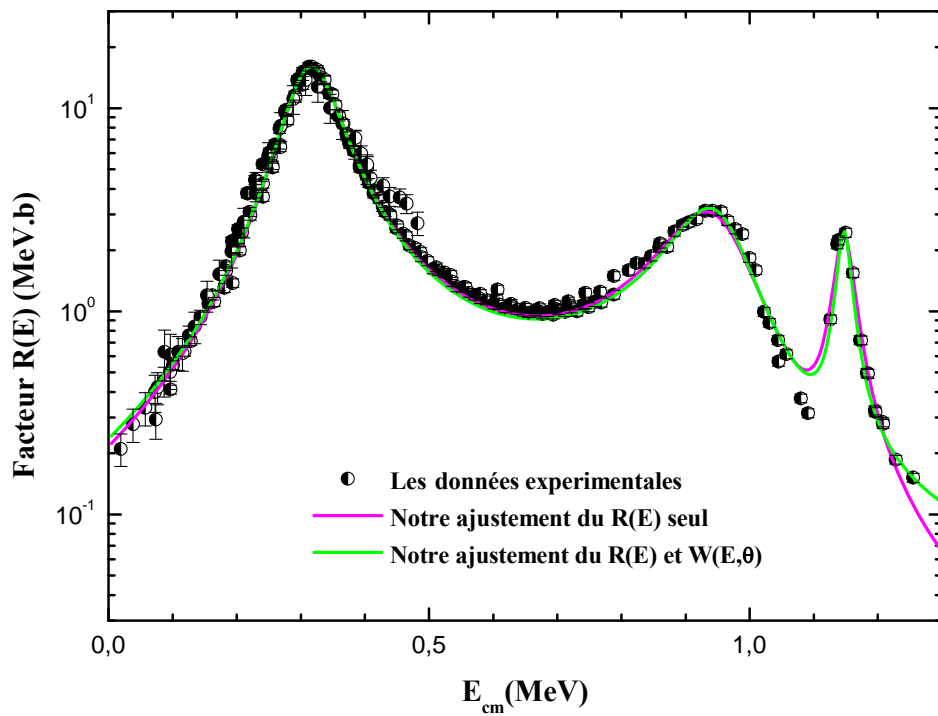


Fig.4.7 : Notre ajustement en matrice R du facteur $R(E)$ de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ avec l'hypothèse des 5 niveaux.

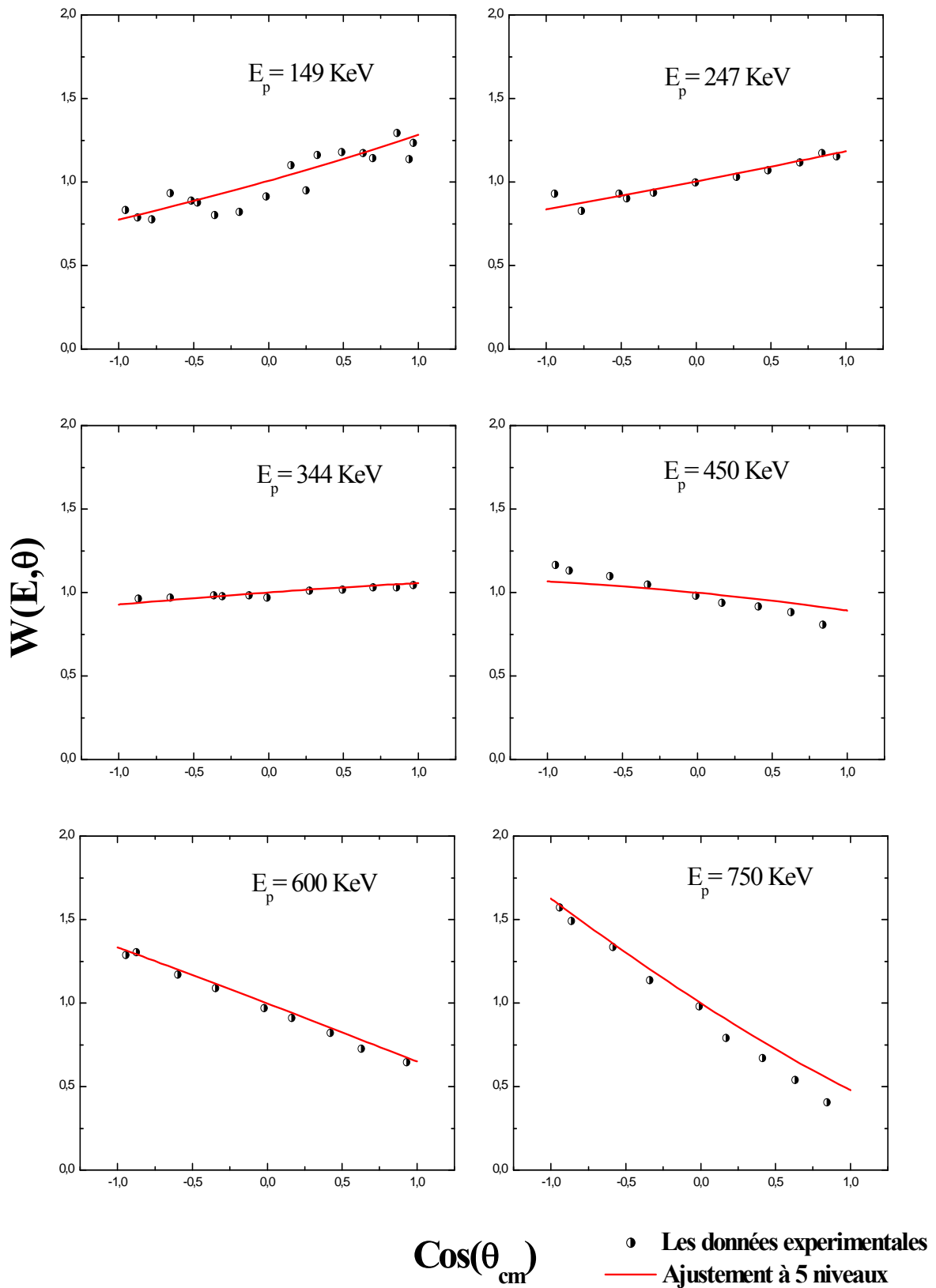


Fig.4.8 : Notre ajustement des distributions angulaires $W(E, \theta)$, de la réaction $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$, avec l'hypothèse des 5 niveaux.

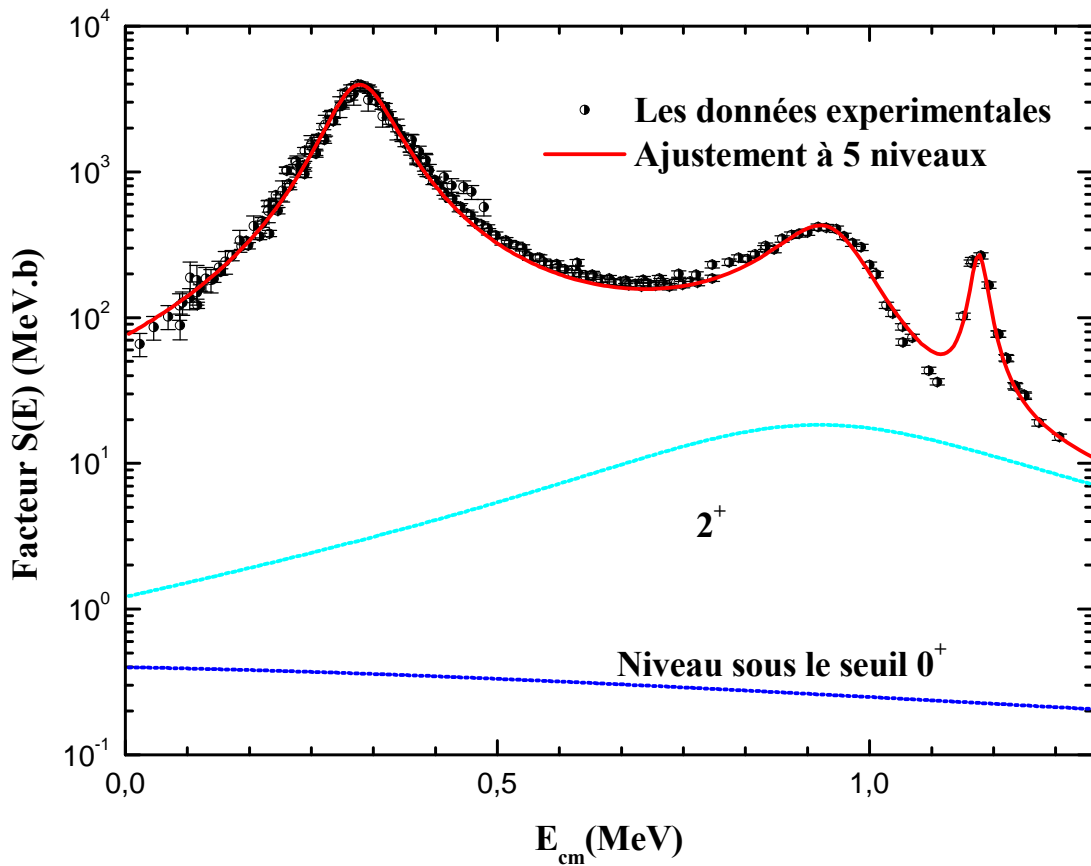


Fig.4.9 : Notre ajustement en matrice R du facteur $S(E)$ avec l'hypothèse des 5 niveaux, où la contribution du niveau sous le seuil 0^+ et de celle du niveau 2^+ sont indiquées.

Les paramètres des niveaux du noyau ^{16}O déduits de notre analyse à 5 niveaux et qui correspond à nos meilleurs ajustements des données expérimentales sont rapportés dans les tableaux suivants :

Voie de réaction	r_{0c} (fm)	F_{c1}	F_{c2}	F_{c3}	F_{c4}	F_{c5}
$p + ^{15}\text{N}$	1.4	-0.9	1	0.9	1	1
$\alpha_0 + ^{12}\text{C}$	1.4	-0.01	-0.9	1	0.9	1
$\alpha_1 + ^{12}\text{C}^*$	1.4	1	1	1	1	1

Tab.4.7 : Les facteurs multiplicatifs des phases et les rayons de voies obtenus dans notre analyse.

J^π	E_{ex} (MeV)	E_R (MeV)	E_λ (MeV)	Γ_{tot} (MeV)
0^+	11.260	-8.676E-01	-8.676E-01	2.895
1^-	12.442	3.150E-01	5.669E-01	1.164E-01
1^-	13.091	9.580E-01	2.464	2.178E-01
2^+	13.1	9.590E-01	9.590E-01	7.297E-01
3^-	13.262	1.147	1.147	3.200E-02

Tab.4.8 : Les énergies et les largeurs au centre de masse déduit de notre analyse à 5 niveaux.

E_{ex}	J^π	Voie	ℓ	s	b_c	θ^2	$\Gamma_{\lambda c} / \Gamma_{tot}$	$\gamma_{\lambda c}$
11.26	0^+	p	1	1	-2.179	1.000E-02	-	1.678E-01
		α_0	0	0	-4.311E-01	8.999E-01	1	7.988E-01
		α_1	2	2	-4.327	1.000E-01	-	2.662E-01
12.44	1^-	p	0	1	-1.112	1.119E-001	1.191E-02	5.612E-01
		α_0	1	0	-1.787	2.849E-02	9.880E-01	1.421E-01
		α_1	1	2	-3.885E-01	1.848E-02	6.120E-05	1.146E-01
13.09	1^-	p	0	1	-7.094E-01	9.638E-02	4.824E-01	5.209E-01
		α_0	1	0	-3.099	-1.805E-02	-3.823E-01	-1.131E-01
		α_1	1	2	-5.609	5.453E-01	1.353E-01	6.217E-01
13.10	2^+	p	1	1	-1.302	1.300E-02	5.626E-03	1.913E-01
		α_0	2	0	-5.442E-01	1.800E-01	9.648E-01	3.572E-01
		α_1	0	2	-2.147	2.105E-01	2.960E-02	3.863E-01
13.26	3^-	p	2	1	-2.147	1.906E-01	3.579E-01	7.325E-01
		α_0	3	0	-9.517E-01	-2.784E-03	-2.644E-01	-4.441E-02
		α_1	1	2	-2.304	1.022E-01	3.777E-01	2.692E-01

Tab.4.9 : Ensemble des caractéristiques des niveaux de ^{16}O déduits de notre analyse à 5 niveaux.

4.6 Le facteur $S(0)$ extrapolé

Nos meilleurs ajustements obtenus donc avec l'hypothèse de cinq niveaux nous ont permis de rendre compte de façon satisfaisante de l'ensemble des données expérimentales et d'extraire de nouvelles informations de structure nucléaire sur les niveaux du noyau composé ^{16}O impliqués dans la réaction. Nous avons utilisé ces paramètres pour extraire la valeur du facteur astrophysique à l'énergie zéro, $S(0)$. La valeur extrapolée obtenue est rapportée dans le tableau 4.10 où elle est comparée à celles déduites des principales analyses antérieures.

Références	$S(0)$ (MeV.b)
[Sch52]	64
[Zys79]	78 ± 6
[Red82]	65 ± 4
[Lac07]	62 ± 10^a $(63-68) \pm 10^b$
[Bar08]	80^c 60^d
[Lac09]	73 ± 5^c 70.0 ± 13.5^d
Ce travail	75 ± 10

Tab.4.10 : Valeurs du facteur astrophysique extrapolé à l'énergie zéro de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ (et les erreurs correspondantes) déduite de notre analyse et comparée à celles obtenues dans des travaux antérieurs. (a) ajustement polynomiale, (b) ajustement matricielle. (c) ajustement des données directs. (d) ajustement des données indirects.

Nous constatons que dans le domaine des barres d'erreurs notre valeur de $S(0)$ est en bon accord avec les valeurs précédentes [Zys79, Sch52, Red82] obtenues à partir des mesures directes de la section efficace et celle déduite récemment à partir d'une mesure indirecte [Lac07]. La valeur extrapolée à l'énergie zéro trouvée par Redder et al. [Red82], $S(0) = 65 \text{ MeV.b}$, est celle adoptée par Angulo et al. [Ang99] dans la compilation NACRE.

4.7 Comparaison et discussion

Les paramètres nucléaires des niveaux de ^{16}O impliqués dans la réaction et déduits dans notre analyse sont rapportés dans le tableau 4.11 ci-dessous et comparés aux résultats des principaux travaux antérieurs.

Références	J^π	E_R (MeV)	Γ_{tot} (keV)	Γ_p / Γ_{tot}	$\Gamma_{\alpha_0} / \Gamma_{tot}$	$\Gamma_{\alpha_1} / \Gamma_{tot}$
[Til93]	0^+	0.813	2500	-	-	-
[Sch52]		-	-	-	-	-
[Zys79]		-	-	-	-	-
[Red82]		0.813	2061	-	-	-
[Lac07]		-	-	-	-	-
Ce travail		-0.813	2895	-	1	-
[Til93]	1^-	0.314	103.07	8.182E-03	0.927	2.273E-04
[Sch52]		0.317	88.078	-	-	-
[Zys79]		0.317	91.826	1.122E-02	9.888E-01	-
[Red82]		0.314	96.511	8.738E-03	9.903E-01	-
[Lac07]		0.312	118	9.322E-03	7.915E-01	-
Ce travail		0.315	116.4	1.191E-02	9.880E-01	6.120E-05
[Til93]	1^-	0.963	131.18	0.714	0.286	-
[Sch52]		0.984	140.55	-	-	-
[Zys79]		0.963	121.81	7.693E-01	2.308E-01	-
[Red82]		0.963	121.81	7.692E-01	2.308E-01	-
[Lac07]		0.962	-	-	-	-
Ce travail		0.958	217.8	4.824E-01	-3.823E-01	1.353E-01
[Til93]	2^+	0.984	-	-	-	-
[Sch52]		-	-	-	-	-
[Zys79]		-	-	-	-	-
[Red82]		-	-	-	-	-
[Lac07]		-	-	-	-	-
Ce travail		0.959	729.7	5.626E-03	9.648E-01	2.960E-02
[Til93]	3^-	1.134	21.083	0.182	-	0.364
[Sch52]		1.134	21.083	-	-	-
[Zys79]		-	-	-	-	-
[Red82]		-	-	-	-	-
[Lac07]		-	-	-	-	-
Ce travail		1.147	32	3.579E-01	-2.644E-01	3.777E-01

Tab.4.11 : Comparaison des paramètres des niveaux de ^{16}O déduits dans notre analyse à ceux de la littérature.

La comparaison de nos résultats à ceux de la littérature montre quelques différences dues essentiellement aux différences entre les méthodes d'analyses. En effet, Schard et al. [Sch52] ont reproduit leurs données en décrivant la résonance 1^- située à 0.338 MeV avec un terme du type Breit-Wigner à un seul niveau (voir chapitre 2). Ils ont signalé la présence d'une interférence destructive avec la résonance 1^- à $E_R = 0.963$ MeV mais sans la considérer dans les calculs. Leur extrapolation à basse énergie a été effectuée en utilisant une expression exponentielle dans le domaine d'énergie allant de 0.03 MeV à 1.05 MeV. Les données expérimentales relatives à la section efficace totale mesurées dans les travaux de Zyskind et al. [Zys79] et Redder et al. [Red82] dans les intervalles d'énergie $93 \text{ keV} \leq E_p \leq 418 \text{ keV}$ et $77.6 \text{ keV} \leq E_p \leq 810 \text{ keV}$ respectivement, ont été analysées en considérant les deux premières résonances 1^- et dont les contributions ont été reproduites en utilisant un terme du type Breit-Wigner à deux niveaux. Devant l'incapacité de reproduire l'allure des distributions angulaires, Redder et al. [Red82] ont supposé l'existence d'une résonance de fond large de caractéristiques $J_R^\pi = 0^+$ ou 2^+ dont la contribution a été simulée par un terme constant. Dans le travail le plus récent effectué par La Cognata et al. [Lac07], la section efficace totale a été mesurée au moyen d'une méthode indirecte (Méthode du Cheval de Troie) pour $E_{cm} = 19.2 - 576 \text{ keV}$ puis ajustée en deux manières : l'une en supposant une forme fonctionnelle d'un polynôme de second ordre plus un terme du type Breit-Wigner et l'autre en utilisant l'approche HOES de matrice R [Muk07]. Ils ont considéré uniquement le premier niveau 1^- dans la première méthode et les deux niveaux 1^- dans la deuxième. Récemment Barker [Bar08] présentent de nouveaux ajustements matrice R des données directes de Zyskind et al. [Zys79] et Redder et al. [Red82]. Il a utilisé deux ensembles de données de la référence [Bar04], une qui inclut tout les point et l'autre englobe uniquement les données à basse énergie. Il a également ajusté les données récentes issues de la mesure indirecte via la THM [Lac07]. Dans leur travail le plus récent, La Cognata et al. [Lac09] ont effectué un nouveau ajustement matrice R des données directes et indirectes de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$. L'ajustement de ces dernières prend convenablement en considération la résolution de l'énergie résiduelle des données.

Aucun des travaux précédents ne comporte une analyse matrice R ou une autre analyse simultanée du facteur astrophysique et des distributions angulaires aux basses énergies. Notre étude est donc la première qui englobe une telle analyse étendue sur toute la gamme d'énergie

inférieure à 1 MeV . Notre extrapolation est, par conséquent, basée sur une approche théorique plus fondée et plus réaliste et permet donc une meilleure prédiction du facteur astrophysique à l'énergie zéro et des caractéristiques nucléaires des niveaux contribuant à la réaction. Les résultats du tableau 4.11 sont commentés ci-dessous :

- ✓ L'inclusion du niveau sous le seuil 0^+ dans notre analyse contribue grâce à son moment angulaire $\ell=1$ à l'obtention d'ajustements satisfaisants des données des distributions angulaires $W(E,\theta)$, et nous permet de confirmer le spin et parité de ce niveau proposés de façon incertaine dans la référence [Til93]. La largeur ($\Gamma_{c.m.} = 2.895$ MeV) que nous obtenons pour ce niveau est considérablement plus élevée que celle rapportée dans cette dernière référence.
- ✓ La résonance à $E_R = 315$ keV est très large, ces caractéristiques ne sont pas trop influencées par la méthode adoptée dans l'analyse des données et sont par conséquent peu différents de ceux trouvés précédemment.
- ✓ Les caractéristiques de la résonance à $E_R = 958$ keV, en particulier les largeurs totales et partielles, déduites dans les travaux antérieurs sont très différentes de celles obtenues avec le deuxième ajustement. Cela est dû à l'effet du niveau 2^+ introduit dans le cadre de nos hypothèses de travail et dont les caractéristiques étaient totalement inconnues.
- ✓ La dernière résonance qui correspond au niveau 3^- situé à $E_R = 1.147$ MeV a une très faible contribution au facteur astrophysique et aux distributions angulaires, ce fait est dû à son moment angulaire élevé ($\ell = 2$) et sa très faible largeur ($\Gamma_{c.m.} = 32$ keV).

4.8 Effet d'écran électronique

Nous avons montré au chapitre 1, que le facteur d'accroissement de la section efficace d'une réaction nucléaire peut être approximé par l'expression :

$$f(E) = \exp\left(\pi\eta(E)\frac{U_e}{E}\right) \quad (4.16)$$

D'après cette expression, le facteur d'écran électronique $f(E)$ augmente quand l'énergie diminue. Pour évaluer ce facteur et extraire le potentiel d'écran U_e correspondant, nous

devons vérifier d'abord dans quel domaine d'énergie l'effet d'écran est important pour cette réaction. Par conséquent, nous avons effectué le calcul du $f(E)$ aux énergies (centre de masse) $E_{cm} < 100$ keV en utilisant comme potentiel d'écran les valeurs déduites à partir des modèles théoriques les plus utilisés [Lin68, Ass87 et Ben 89]. Les résultats de ce calcul sont représentés sur la figure 4.10.

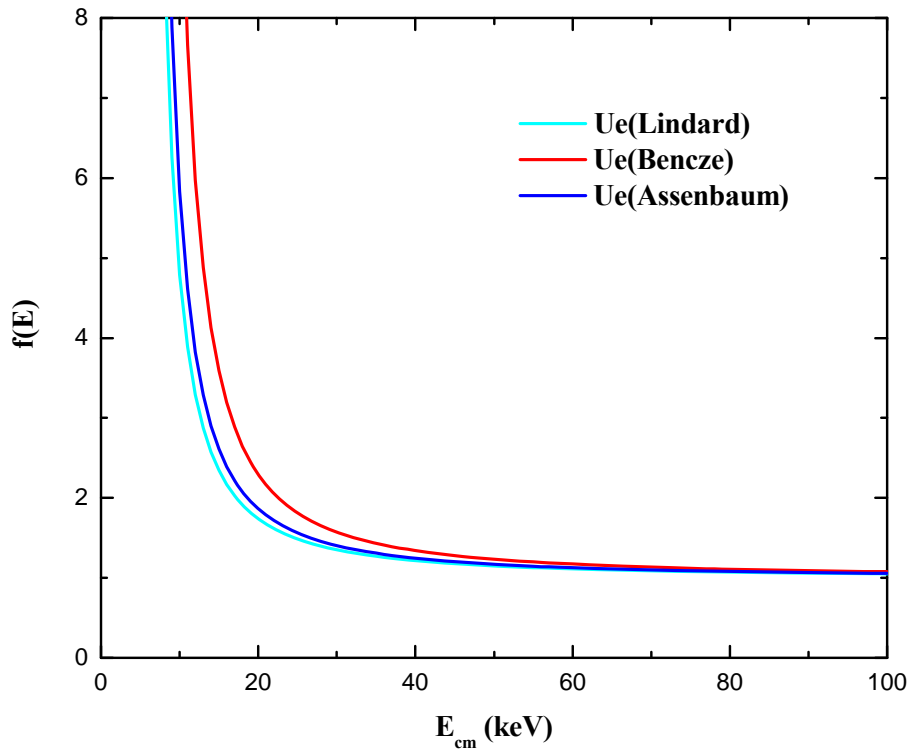


Fig.4.10 : Facteur d'écran électronique de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ déduit à partir des modèles théoriques de [Lin68, Ass87 et Ben89], aux énergies $E_{cm} < 100$ keV .

D'après la figure précédente, dans le domaine d'énergie $E_{cm} \leq 40$ keV l'effet d'écran électronique est significatif et montre un fort accroissement. Au-delà de 40 keV, cet effet d'écran est négligeable et le facteur $f(E)$ est proche de l'unité. Comme les mesures directes de la section efficace de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ ont été effectuées à partir de l'énergie $E_{\min} = 72.71$ keV, l'effet d'écran électronique est quasi-inexistant pour cette réaction (voir tableau 4.12).

Modèles théoriques	U_e (eV)	$f(E_{\min})$
[Lin68]	463.871	1.08
[Ass87]	522.282	1.09
[Ben89]	695.806	1.12

Tab.4.12 : Les valeurs de $f(E)$ à l'énergie minimale des mesures directes, $E_{\min} = 72.71$ keV, et pour différent modèles théoriques.

4.9 Calcul du taux de réaction

Finalement, nous avons calculé le taux de réaction $N_A \langle \sigma v \rangle$ dans les domaines des températures stellaires $0.005 \text{ K} \leq T_9 \leq 2 \text{ K}$, caractérisant les étoiles de la deuxième génération appartenant au cycles CNO. Ce calcul est effectué en injectant d'abord les valeurs des températures dans le fichier input associé au programme principal qui effectue un calcul numérique du taux de réaction. A cet effet, nous avons utilisé l'expression 1.25 que nous avons réécrit sous la façon suivante [Fou04] :

$$N_A \langle \sigma v \rangle = \left[\frac{8}{\pi \mu} \right]^{1/2} \frac{N_A}{(k_B T)^{3/2}} E_0 S(E_0) N(T) \int_0^{\infty} f(x, T) \Phi(x, T) dx \quad (4.17)$$

avec

$$\Phi(x, T) = N(T) \exp\left(-\frac{\alpha_T}{\sqrt{x}} - \beta_T x\right) \quad (4.18)$$

où $N(T)$ est un facteur de normalisation exprimé par :

$$N(T) = \left[\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha_T}{\sqrt{x}} - \beta_T x\right) dx \right]^{-1} \quad (4.19)$$

où $\alpha_T = b / \sqrt{E_0} = \sqrt{E_G / E_0}$, $\beta_T = E_0 / K_B T$ et $x = E / E_0$, E_0 est l'énergie effective correspondant à l'énergie du pic de Gamow, E_G est l'énergie de Gamow égale à b^2 , et $f(x, T)$ s'écrit comme suit :

$$f(x, T) = \frac{S(xE_0)}{S(E_0)} = 1 + \delta(x, T) \quad (4.20)$$

La figure 4.11 représente la variation de notre taux de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ en fonction de la température T_9 et comparé aux résultats rapportés dans les compilations de NACRE [Ang99] et Caughlan et al. [Cau88].

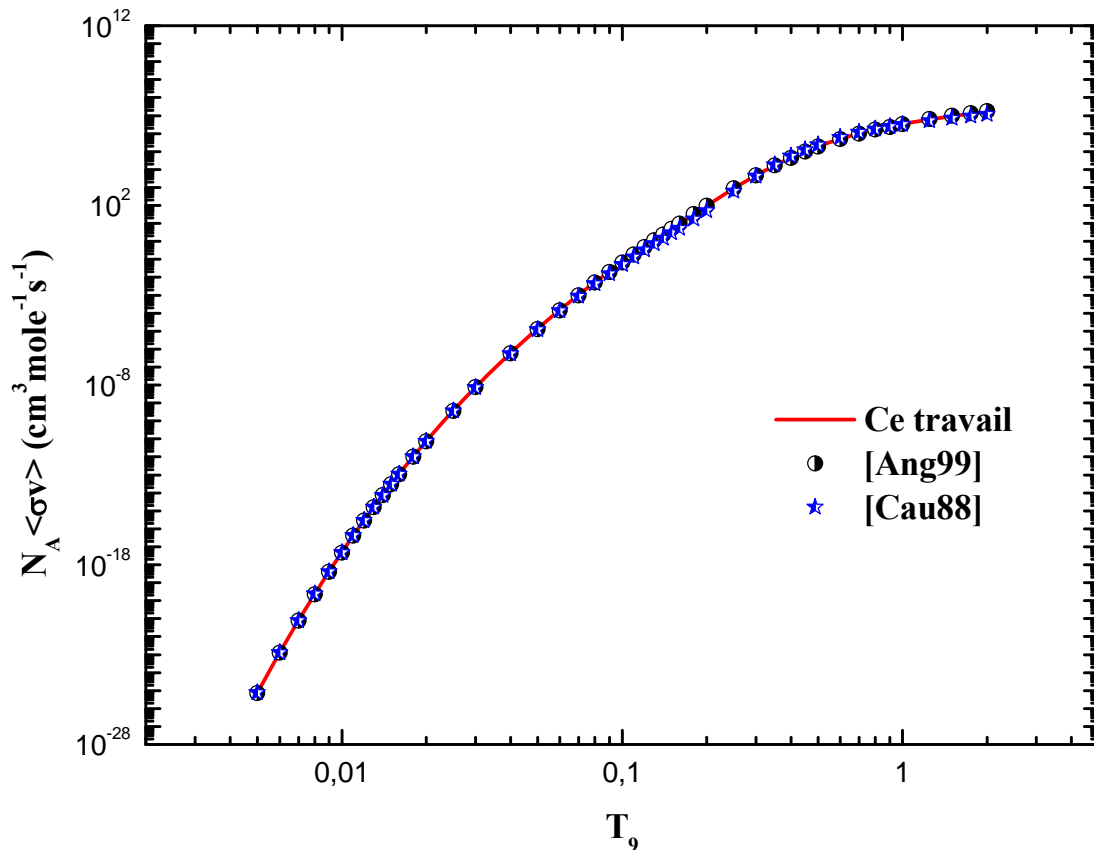


Fig.4.11 : Taux de la réaction $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ calculé dans notre travail (courbe solide), comparé à celui de la compilation NACRE [Ang99] (cercles) et [Cau88] (étoiles).

La figure 4.12 montre les rapports des taux de réaction calculés dans la compilation NACRE ($N_A \langle \sigma v \rangle_{[NACRE]}$) et Caughlan et al. [Cau88] ($N_A \langle \sigma v \rangle_{[CAU88]}$) à celui calculé dans ce travail ($N_A \langle \sigma v \rangle_{[Ce\ travail]}$), dans le domaine de températures $0.005\text{ K} \leq T_9 \leq 2\text{ K}$ correspondant au domaine d'énergie $0.43\text{ keV} < k_B T < 0.18\text{ MeV}$.

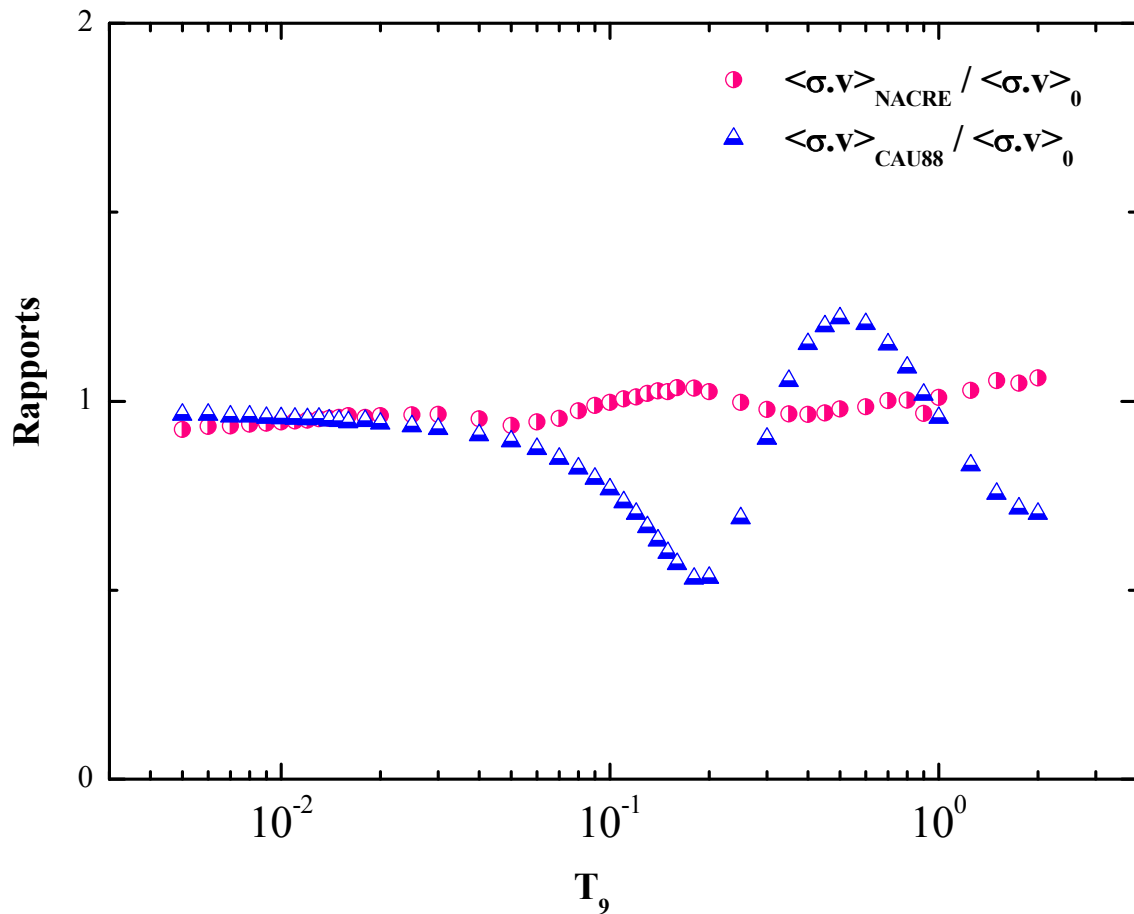


Fig.4.12 : L'évolution en fonction de la température stellaire T_9 des rapports des taux de réaction calculés dans les références [Cau88] et [Ang99] à celui calculé à partir de notre travail $\langle \sigma v \rangle_0$.

A partir des résultats représentés sur la figure 4.12 nous pouvons distinguer trois domaines de température :

- Dans les domaines des températures stellaires $0.005 \text{ K} \leq T_9 \leq 0.06 \text{ K}$ qui correspond au domaine des énergies stellaires, nous observons en moyenne, un bon accord avec les taux calculés par NACRE [Ang99] et Caughlan et al. [Cau88]. Cet accord est dû au fait que notre extrapolation des sections efficaces à basse énergie est en bon accord avec celle de [Red82] adopté par NACRE [Ang99], ce qui explique le rapport égal à 1 pour ces températures. Ceci est aussi lié au fait que le facteur $S(E)$ dans cette région est dominé par la résonance 1^- à $E_R = 315 \text{ keV}$, l'effet du niveau de fond (niveau sous le seuil) étant négligeable.

- Pour des températures $T_9 \geq 0.06$ K nos résultats présentent des fluctuations autour de l'unité par rapport au taux de NACRE [Ang99] et montrent quelques discordances avec ceux de Caughlan et al. [Cau88]. Ce désaccord est dû au fait que ces auteurs ont utilisé d'anciennes données expérimentales du facteur astrophysique et estiment le taux de cette réaction via une simple approximation analytique sans élucider le mécanisme d'interaction comme cela est fait dans ce travail via une analyse en matrice-R, où les données les plus récentes et les caractéristiques les plus précises des résonances ont été considérées. Le taux de réaction de NACRE [Ang99] est calculé en utilisant une interpolation linéaire des données expérimentales [Sch52, Zys79, Red82] qui englobent la contribution des résonances jusqu'à $E_R = 2.798$ MeV .
- En outre, dans la zone de température $T_9 \geq 0.9$ K, la limite supérieure de l'intégrale (4.15) dépasse notre domaine d'analyse des données expérimentale ($E_{\max} = 1.3$ MeV), ce qui conduit à un calcul non valide que nous n'avons pas présenté.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons étudié la réaction de fusion thermonucléaire $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$, importante dans le cycle CNO de combustion de l'hydrogène dans les étoiles de 2^{ème} génération, aux énergies sous-coulombiennes d'intérêt astrophysique, $E < 1 \text{ MeV}$. Le mécanisme de réaction par noyau composé étant manifeste dans la section efficace de cette réaction qui présente plusieurs résonances à basse énergie, nous avons analysé l'ensemble des données expérimentales correspondantes disponibles (facteur astrophysique, $S(E)$, distributions angulaires, $W(E, \theta)$) par la théorie de la matrice R en utilisant un code de calcul développé par notre équipe. Ce qui nous a permis d'extrapoler de façon très fiable le facteur astrophysique à l'énergie zéro et de calculer le taux de réaction.

Nous avons d'abord ajusté le facteur astrophysique $S(E)$ en prenant en considération trois niveaux résonnants du noyau composé ^{16}O : les deux niveaux de spin et parité $J^\pi = 1^-$ situés à $E_{ex} = 12.44 \text{ MeV}$ et $E_{ex} = 13.09 \text{ MeV}$, et le niveau 3^- situé à $E_{ex} = 13.26 \text{ MeV}$ correspondant, respectivement, aux résonances à $E_R = 134 \text{ keV}$, 963 keV et 1147 keV . Les deux premiers niveaux de mêmes caractéristiques J^π présentent une très forte interférence, qui a permis de reproduire correctement l'allure expérimentale de la fonction $S(E)$. Les distributions angulaires expérimentales $W(E, \theta)$ rapportées par Redder et al. [Red82] ont également été analysées simultanément. Ceci nous a conduits à un ajustement satisfaisant des données du facteur astrophysique $S(E)$ mais pas des distributions angulaires, insuffisamment décrites par les trois niveaux résonnants précédents. Dans une étape suivante, nous avons considéré, en plus des trois niveaux précédents, un autre niveau de ^{16}O situé sous le seuil de la voie $p + ^{15}\text{N}$ ($E_{seuil} = 12.12 \text{ MeV}$). Cette recherche nous a conduits au choix d'un niveau large ($\Gamma_{cm} = 2.5 \text{ MeV}$) de caractéristiques 0^+ , situé à $E_{ex} = 11.26 \text{ MeV}$ et qui améliore sensiblement l'ajustement des données de $W(E, \theta)$ à basse énergie jusqu'à 350 keV . Pour décrire la forte anisotropie de ces données, nous avons dû ensuite introduire le niveau 2^+ de

^{16}O situé à $E_{ex} = 13.1 \text{ MeV}$ (résonance à $E_R = 959 \text{ keV}$). Cette dernière hypothèse nous a finalement permis d'obtenir les meilleurs ajustements, à la fois, des données de la section efficace totale (facteurs $S(E)$ ou $R(E)$) et de distribution angulaire $W(E, \theta)$. Ainsi, nous avons extrait et rapporté (voir chap.4) de nouvelles informations sur la structure des niveaux du noyau composé ^{16}O impliqués dans la réaction étudiée.

Cette méthode d'extrapolation des données expérimentales basée exclusivement sur l'hypothèse du mécanisme de réaction par noyau composé nous a permis d'extraire une valeur du facteur astrophysique à l'énergie zéro, $S(0) = 75 \pm 10 \text{ MeV.b}$. Ce résultat est en bon accord global avec les valeurs déduites dans les travaux antérieurs [Zys79, Sch52, Red82, Lac07, Bar08, Lac09].

En outre, le taux de réaction, $N_A \langle \sigma v \rangle$, a été calculé dans le domaine de températures stellaires, $0.005 \text{ K} \leq T_9 \leq 2 \text{ K}$. Nos valeurs du taux de réaction sont en bon accord avec celles de la compilation NACRE [Ang99] dans le domaine de températures, $T_9 \leq 0.06 \text{ K}$, mais elles en diffèrent sensiblement au-delà de la limite $T_9 = 0.06 \text{ K}$. Enfin, la comparaison de nos valeurs de $N_A \langle \sigma v \rangle$ avec le calcul analytique de Caughlan et al. [Cau88] montre clairement que ce dernier calcul du taux de réaction est complètement inadapté. Noter que la connaissance précise du taux $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ est cruciale pour une évaluation fiable de l'abondance stellaire de ^{12}C et pour comprendre la nucléosynthèse de ^{19}F dans les géantes rouges.

Annexe A

Combustion stellaire de l'hydrogène

Lors de la contraction gravitationnelle du nuage stellaire, la température en son centre augmente. Lorsqu'elle devient suffisamment élevée, la 1^{ère} réaction de fusion de l'hydrogène démarre :



Cette réaction annonce le début de la phase la plus longue dans la vie d'une étoile, celle de la combustion de l'hydrogène, transformé en hélium dans le cœur de l'étoile avec un fort dégagement d'énergie nucléaire. Les étoiles dans cette phase correspondant à la séquence principale du diagramme de Hertzsprung-Russel vivent entièrement sur leurs réserves d'hydrogène. La transformation de H en He s'effectue selon deux séries de réactions thermonucléaires différentes : la chaîne proton-proton et les cycles CNO. L'importance de la contribution de ces séries dépend de la masse, de la température, de la densité et de la composition initiale de l'étoile concernée. La température interne d'une étoile et sa masse sont directement reliées, et la chaîne proton-proton est largement prédominante jusqu'à environ 1 masse solaire. Pour une étoile de masse supérieure à 1,3 la masse solaire, ce sont les cycles CNO qui fournissent la plus grande part de l'énergie stellaire (voir figure A.1).

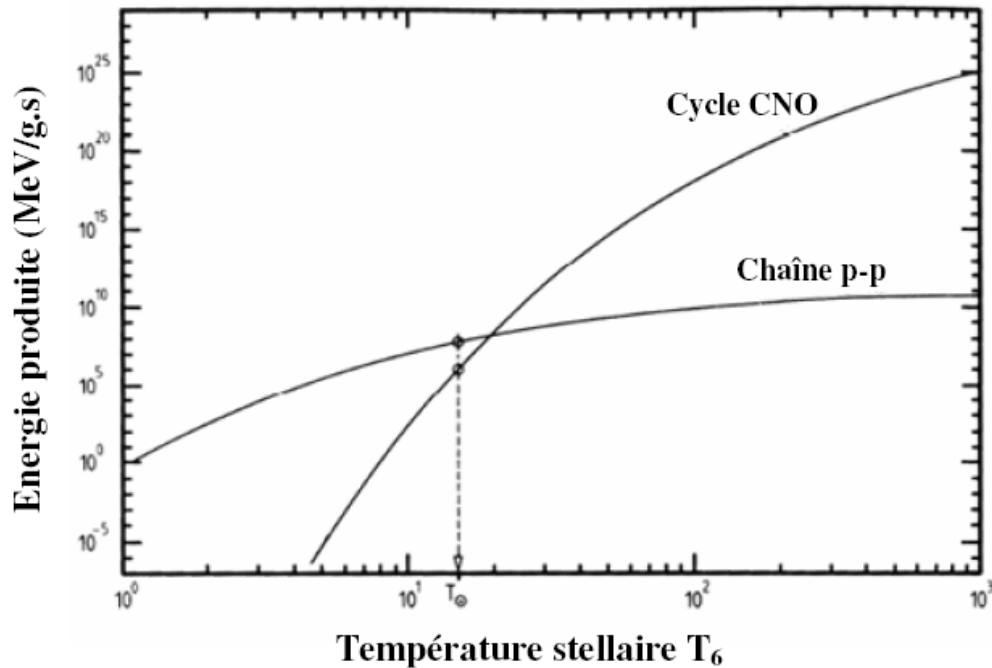


Fig.A.1 : Compétition entre la chaîne p-p et les cycles CNO en fonction de température.

A.1 La chaîne proton-proton

La chaîne proton-proton est le processus principal de combustion stellaire de l'hydrogène dans les étoiles de masse inférieure ou égale à la masse solaire. La réaction (A.1) est l'étape première de cette séquence de réactions consistant en trois chaînes de production de l'hélium (dites chaînes PPI, PPII et PPIII : voir figure A.2) produisant, chacune, la même quantité d'énergie de 26.73 MeV donnée par le bilan de réaction nucléaire, Q . Le résultat net de cette combustion est la formation d'un noyau d'hélium avec émission de deux positrons et deux neutrinos électroniques à partir de quatre protons, soit :



Pendant que se déroule la combustion de l'hydrogène par l'intermédiaire de la chaîne PPI, l'hélium peut agir comme catalyseur et accélérer sa formation par l'intermédiaire des chaînes PPII et PPIII [Luc75].

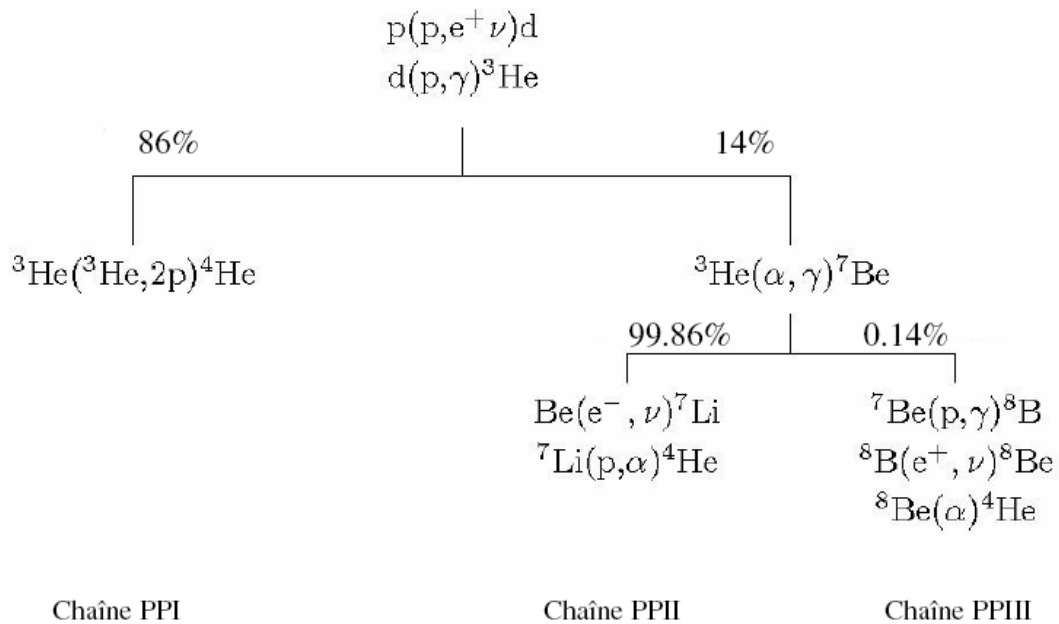


Fig.A.2 : Les chaînes proton-proton avec les probabilités de chaque branche.

A.2 Cycles CNO

Pour des étoiles de deuxième génération déjà enrichies en métaux, la combustion de l'hydrogène peut utiliser les noyaux plus lourds initialement présents comme catalyseurs. Il s'agit des célèbres cycles CNO dans lesquels le carbone, l'azote et l'oxygène jouent le rôle de catalyseurs (Figure A.3). La barrière coulombienne entre un proton et un noyau de carbone ($E_C = 1.87 \text{ MeV}$) est nettement plus élevée que la barrière entre deux protons ($E_C = 0.51 \text{ MeV}$). Pour cette raison, le cycle CNO n'apporte une contribution significative à la production d'énergie stellaire qu'à partir d'une température critique ($T_6 > 20$). Le taux de production d'énergie du cycle CNO augmente bien plus vite avec la température que celui de la chaîne p-p. Une étoile de composition solaire de plus de 1,3 masses solaires produit la plus grande partie de son énergie via le cycle CNO.

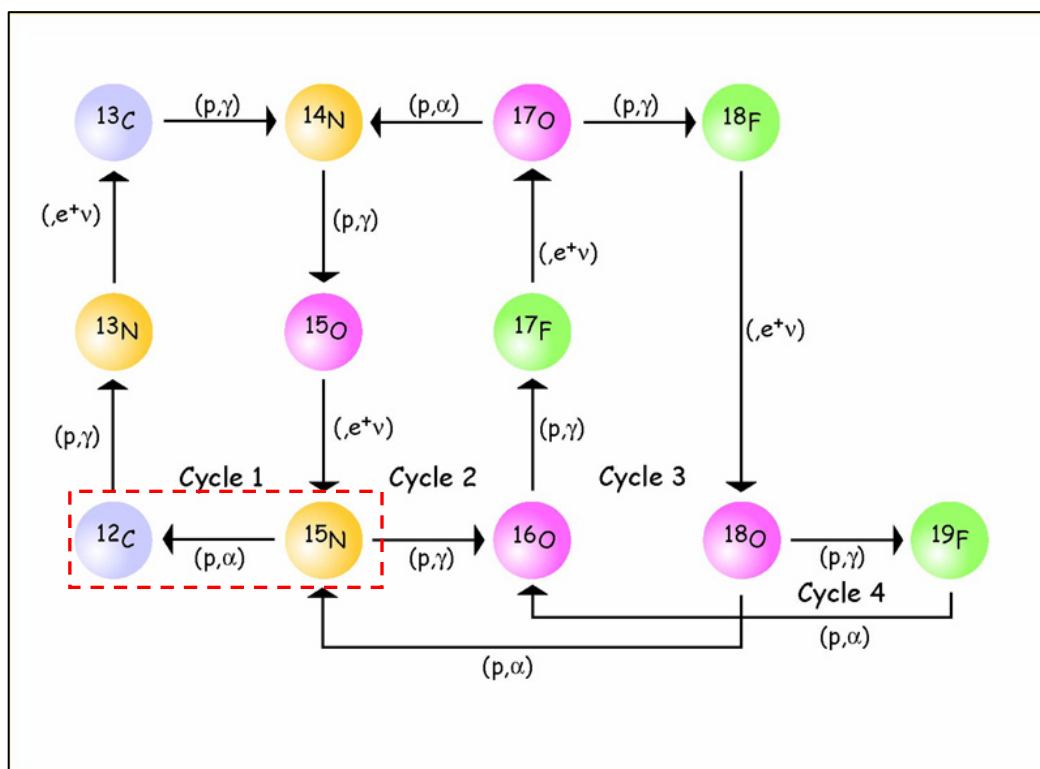


Fig.A.3 : Les cycles CNO. La réaction étudiée ici est sélectionnée par l'encadré rouge.

Annexe B

Méthode du Cheval de Troie

Le nom “Cheval de Troie” (en anglais Trojan Horse) provient d’une légende narrée dans l’Iliade (de l’écrivain Homère) à propos du siège de la ville de Troie par les Grecs. La légende veut que les Grecs, n’arrivant pas à pénétrer dans les fortifications de la ville, aient l’idée de donner en cadeau un énorme cheval de bois en offrande à la ville en abandonnant le siège. Les troyens (peuple de la ville de Troie), apprécièrent cette offrande à priori inoffensive et la ramenèrent dans les murs de la ville. Cependant le cheval était rempli de soldats cachés qui s’empressèrent d’en sortir à la tombée de la nuit, alors que la ville entière était endormie, pour ouvrir les portes de la cité et en donner l’accès au reste de l’armée.

En astrophysique nucléaire la méthode du Cheval de Troie (THM) [Spi04, Lac07] est une manière possible d’éviter l’extrapolation des données à partir d’énergies beaucoup plus élevées que la fenêtre de Gamow. Cette dernière est une méthode indirecte qui tient compte de l’extraction de la section efficace du noyau nu d’une réaction à deux corps d’intérêt astrophysique,



à partir de l’équation de trois corps :



où la particule s , couplée à x forme le noyau $a = s + x$ qui joue le rôle de spectateur. Le but est d’obtenir, à partir de la section efficace de coïncidence mesurée, des informations sur la section efficace de la réaction $A(x, c)C$. L’intérêt de la méthode est d’introduire la particule x dans la zone d’interaction via le noyau a , à une énergie supérieure à la barrière coulombienne, donc avec une section efficace très supérieure à celle de la réaction (3.3) que l’on cherche à

étudier. Si l'énergie du projectile A est plus haute que la barrière coulombienne dans la voie $A + a$, alors la réaction (3.3) peut être induite à l'intérieur du champ d'interaction nucléaire. L'autre avantage de cette méthode est qu'elle n'est pas sensible aux effets d'écrantage électronique pour lesquels les mesures directes doivent être corrigées. Ainsi elle peut donc être utilisée comme outil pour comprendre les effets d'écrantage. Par conséquent, la barrière coulombienne et l'effet d'électron électronique sont négligeables et une mesure de la section efficace aux très basses énergies est possible.

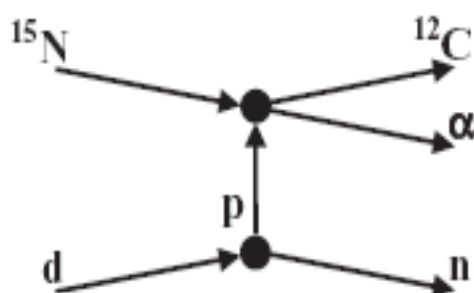


Fig.C : Diagramme représentant le processus $^2\text{H}(^{15}\text{N}, \alpha^{12}\text{C})\text{n}$; le neutron s'échappant est considéré comme spectateur du processus, tandis que le proton transféré agit seulement avec le noyau ^{15}N .

La réaction (3.4) peut être décrite par un diagramme de Feynman représenté sur la figure C. Dans cette figure, la réaction $^2\text{H}(^{15}\text{N}, \alpha^{12}\text{C})\text{n}$ est montrée où le deuteron $a = d$ est le noyau de Cheval de Troie, le neutron $s = n$ est le spectateur et le proton $x = p$ est la particule virtuelle transférée. L'amplitude du diagramme de pole décrivant que la réaction de TH (3.4) se compose de deux facteurs : l'amplitude de la virtuelle breakup $a \rightarrow s + x$, c.-à-d. $d \rightarrow n + p$ dans notre cas et l'amplitude de la réaction binaire (3.3) qui est appropriée à l'astrophysique, c.-à-d., $^{15}\text{N}(p, \alpha)^{12}\text{C}$ dans notre cas. La validité de la méthode de Cheval de Troie n'est pas encore totalement établie et son champ d'application est encore très limité. Si elle continue de s'avérer convaincante, elle constituera un axe de développement pour les années à venir.

Bibliographie

- [Abr65] M. Abramovitz, I.A Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, Inc., NewYork, 1965, pp.538, 542.
- [Abr72] M. Abramowitz, Handbook of mathematical tables (Dover, New york) (1972).
- [Ang99] C. Angulo, M. Arnould, et M. Rayet, Nuclear Physics A, 656, 1999.
- [Ass87] H. J. Assenbaum, K. Langanke et C. Rolfs, Z. Phys. A237 (1987) 461.
- [Bar08] F. C. Barker, Phys.Rev. C 78, 044611 (2008).
- [Bea99] H. Beaumevielle, A.Bouchemha, Y.Boudouma, A.Boughrara, S. Ouichaoui, U.Tsan. C.R.Acad. Sci. Paris, t.327, série IIb, p.251-258, 1999.
- [Bet38] H.A. Bethe, C.L. Critchfield, Phys. Rev. 54 (1938) 248.
- [Ben89] G. Bencze. Nuclear. Physics. A492, 459 (1989).
- [B²FH57] E.M. Burbidge, G.R. Burbidge, W.A. Fowler, F. Hoyle, Rev. Mod. Phys. 29. (1957) 547.
- [Bou93] A. Bouchemha, thèse de Magister, USTHB (1993).
- [Boug98] A. Boughrara, thèse de Magister, USTHB (1998).
- [Cau88] G. R. Caughlan, W. A. Fowler, At. Data Nuclear. Data Tablels, 238, 40, 1988.
- [Des00] P. Descouvemont, Ecole internatinal Joliot-Curie, 2000.
- [Des03] P. Descouvemont, et T. Rauscher, arXiv:astro-ph/0402668 v1 27 Feb 2004.
- [Fou04] M. Fouka, thèse de Magister, USTHB (2004).
- [Fow67] W. A. Fowler, G. R. Caughlan, et B. A. Zimmerman. Annu. Rev. Astron. Astrophys, 5, 525, 1967.

- [Heb60] D. F. Hebbard. Nuclear Physics, 15:289-315, 1960.
- [Lac06] M. La Cognata, S. Romano, C. Spitaleri, R. Tribble, L. Trache, S. Cherubini, C. Fu, L. Lamia, A. Mukhamedzhanov, R.G. Pizzone, C. Rolfs, G. Tabacaru, and A. Tumino, Eur. Phys. J. A 27, s01, 249-254 (2006).
- [Lac07] M. La Cognata, S. Romano, C. Spitaleri, S. Cherubini, V. Crucill`a, M. Gulino, L. Lamia, R. G. Pizzone, and A. Tumino, Phys. Rev C 76, 065804 (2007).
- [Lac09] M. La Cognata, V. Z. Goldberg, A. M. Mukhamedzhanov, C. Spitaleri, and R. E. Tribble, Phys.Rev. C 80, 012801(R) (2009).
- [Lan58] A. N. Lane et R. G. Thomas, Rev. Mod. Phys 30 (1958) 257.
- [Lan80] K. R. Lang. Astrophysical Formulae. Springer Verlag, 1980.
- [Lin68] J. Lindhard, V. Nielsen et M. Schar. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 36 (1968) no. 10.
- [Lor78] H. Lorenz-Wirzba : Thesis, University of Munster (1978).
- [Lor79] H. Lorenz-Worzba, P. Schmalbrock, H. P. Trautvetter, M. Wiescher, C. Rolfs, Nuclear Physics, A313, 346 (1979).
- [Luc75] Luc Valentin, Physique subatomique: noyaux et particules, tome I. office des publications universitaires 1988.
- [Lug04] M. Lugaro, C. Ugalde, A. I. Karakas, J Gorres, M. Wiescher, J. C. Lattanzio, R. C. Cannon, Astrophysical Journal, 615:934-946, 2004.
- [Muk07] A. M. Mukhamedzhanov, L. D. Blokhintsev, B. F. Irgaziev, A. S. Kadyrov, M. La Cognata, C. Spitaleri and R. E. Tribble, arXiv:0708.0658v1 [nucl-th] 5 Aug 2007.
- [Red82] A. Redder, H. W. Becker, H. Lorenz-Wirzba, C. Rolfs, P. Schmalbrock, and H. P. Trautvetter. Z. Phys, A - Atoms and Nuclei 305, 325-333 (1982).

- [Rol74] C. Rolfs and W. S. Rodney. Nuclear Physics A, 235-450, 1974.
- [Rol88] C. Rolfs, W.S. Rodney, Cauldrons in the cosmos (University of Chicago Press) 1988.
- [Sch52] A. Schardt, W. Fowler, and C. C. Lauritsen. Phys. Rev. 86,527, 1952.
- [Spi04] C. Spitaleri, L. Lamia, A. Tumino, R. G. Pizzone, S. Cherubini, A. Del Zoppo, P. Figuera, M. La Cognata, A. Musumarra, M. G. Pellegriti, A. Rinollo, C. Rolfs, S. Romano, and S. Tudisco, Phys. Rev. C 63, 055806 (2004).
- [Til93] D. R. Tilley, H.R. Weller, C.M. Cheves, Energy Levels of Light Nuclei A=16, Nuclear Physics A, 1, 564, 1993.
- [Typ03] S. Typela and G. Baur, Annals of Physics 305(2003) 228–265.
- [Wig47] E.P. Wigner, L. Eisenbud, Phys. Rev. 72 (1947) 29.
- [Zys79] J. L. Zyskind and P. D. Parker. Nuclear Physics A, 320:404, 1979.