

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



**Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat en sciences
en physique
Spécialité : Physique théorique**

par: Lyes DJEBARNI

THÈME

Contribution à l'Etude des Plasmas Non Extensifs

Soutenu publiquement, le 13/12/2018, devant le jury composé de :

Mr	T. H. ZERGUINI	Professeur à l'USTHB	Président
Mr	M. TRIBECHE	Professeur à l'USTHB	Directeur de Thèse
Mr	K. AOUTOU	Maître de Conférences A à l'USTHB	Examineur
Mme	D. BENNACEUR-DOUMAZ	Directeur de recherche au CDTA	Examinatrice
Mme	Y. MEBDOUA-LAHMAR	Directeur de recherche au CDTA	Examinatrice
Mr	M. FOUKA	Maître de recherche A au CRAAG	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumedienne (U.S.T.H.B.) d'Alger.

Je saisis cette occasion pour rendre hommage et témoigner tout le respect que j'éprouve à feu le Professeur **Mouloud Tribeche** – sa personnalité a été très marquante. Il était le père de tous ses étudiants ; attentif à tous nos besoins, intellectuels ou matériels. Il était toujours prêt à nous guider, pour lui, l'équipe de Physique des Plasmas était une grande famille, il se penchait sur les problèmes avec une passion sans limite. Le professeur **Mouloud Tribeche** a tout sacrifié pour sa noble tâche. Il n'a jamais cessé de consacrer tout son temps à la recherche. Je tiens à le remercier d'avoir accepté de diriger ma thèse de doctorat, je lui confère toute ma reconnaissance pour m'avoir soutenu, suivi et éclairé pendant la préparation de cette thèse. Avec le professeur **Tribeche**, tout était à créer et à inventer : la définition du thème du travail à effectuer, la détermination de la méthode et de la procédure ; il n'existait pas d'obstacle en sa présence. Il a beaucoup contribué à développer notre compréhension des résultats. C'était une source d'inspiration. Il éveille en nous la force qui nous permet de dégager les principaux traits et de fournir les éléments nécessaires pour mener à bien un travail scientifique. La multiplicité des charges qui pesait sur lui ne l'a pas empêché de participer à nos travaux de recherches. Je garderai de lui l'image d'un homme humble qui s'est beaucoup investi dans le suivi des travaux et la formation de ses étudiants doctorants tout au long de leurs investigations. La disparition de cet expert en physique des plasmas est une perte immense pour nous.

Je saisis cette occasion pour présenter mes sincères condoléances à sa famille et aux membres du laboratoire de physique théorique, priant Dieu le Tout Puissant d'accorder à notre cher défunt Sa Sainte Miséricorde, de l'accueillir en Son Vaste Paradis et de nous assister ainsi que ses proches et amis pour nous prêter patience et réconfort.

Je remercie vivement le **Professeur T. H. ZERGUINI**, Directeur du laboratoire de Physique Théorique, qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Docteur D. BENNACEUR-DOUMAZ**, Directeur de recherches au CDTA, au **Docteur Y. MEBDOUA-LAHMAR**, Directeur de recherches au CDTA et au **Docteur M. FOUKA**, Maître de recherche A au CRAAG, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie notre cher collègue le **Docteur KAMEL AOUTOU**, Maître de Conférences A pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour son aide précieuse pour la lecture et de la rédaction de ce manuscrit et d'accepter de prendre part au jury de la présente thèse. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Bouzit, Bacha, Younsi, Marriche, Amour, Mebrouk, Ourabah, Boubakour, Ghebache, Mayout, Bentabet, Benzekka, Zerglaine) et à ceux de l'équipe de Physique du Solide avec lesquels nous avons beaucoup interagi. Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à ma mère, mon père, ma femme, mes sœurs, et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	4
1 Introduction à la physique des plasmas	9
1.1 Définition et terminologie	9
1.1.1 Équilibre thermodynamique	9
1.1.2 Longueur de Debye	9
1.1.3 Fonction de distribution des vitesses	10
1.1.4 Fréquence plasma	10
1.1.5 Ondes dans les plasmas	11
1.2 Eléments de la théorie du plasma	11
1.2.1 Le modèle fluide du plasma	11
1.2.2 Équation cinétique	13
1.3 Propriétés des plasmas poussiéreux	15
1.4 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux	16
1.4.1 Solitons	16
1.4.2 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux	17
1.5 Équation de Korteweg- de Vries	18
1.6 Revue des ondes électroniques BGK	21
1.7 Quelques notions sur la statistique non extensive	23
1.7.1 Entropie	24
1.7.2 Statistique non extensive et fonction de distribution des vitesses de Tsallis	25
1.7.3 Applications	28

2	Influence du piégeage des électrons non extensifs sur les solitons acoustiques ioniques	29
2.1	Introduction	29
2.2	Modèle théorique	31
2.3	Pseudo-potentiel et conditions d'existences du solitons: influence du piégeage des électrons non extensifs	34
2.4	Analyse en faible amplitude	35
2.5	Analyse de large amplitude	38
2.6	Équation pré-Schamel de la propagation de l'onde acoustique ionique de faible amplitude en présence d'électrons non extensifs piégés	45
2.7	Conclusion	49
3	Approche dynamique des gaz de l'onde acoustique solitaire	51
3.1	Introduction	51
3.2	Conservation de flux et intégrales premières	52
3.2.1	Intégrale de Bernoulli	53
3.2.2	Application: ondes acoustiques ioniques solitaires	59
3.2.3	Conclusions	60
4	Influence des électrons non extensifs non thermiques sur l'onde acoustique ionique poussiéreuse	62
4.1	Introduction	62
4.2	Equations de Base	64
4.3	Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires à potentiel électrostatique positif	69
4.3.1	Cas $q > 1$	69
4.3.2	cas $q \rightarrow 1$	71
4.3.3	Cas $3/5 < q \leq 1$	74
4.4	Ondes acoustiques ioniques solitaires à potentiel négatif	78
4.4.1	Cas $q > 1$	78
4.5	Analyse en faible amplitudes	83
4.5.1	Cas d'électrons non thermiques ($q \rightarrow 1$)	86
4.5.2	Conclusion	89

5 Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires	91
5.1 Introduction	91
5.2 Fonction de Structure de l'onde acoustique poussiéreuse	92
5.3 Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires dans le cas d'ions froids ($\tau \rightarrow 0$) .	94
5.4 Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires dans le cas d'ions chauds ($\gamma_i = 2$)	95
5.4.1 Cas $q > 1$	95
5.4.2 Cas $3/5 < q < 1$	101
5.5 Cas d'électrons non thermiques et d'ions Maxwelliens ($q = \gamma_i = 1$).	106
5.5.1 Conclusion	113
Conclusion et perspectives	114
Bibliographie	118

Introduction

Généralement, il est admis que 99% de la matière de l'univers visible se trouve à l'état plasma [1], un milieu composé de particules neutres, d'ions et d'électrons. Un plasma se définit donc comme étant un gaz neutre ou totalement ionisé, dont les atomes sont dissociés en ions à charge positive et en électrons à charge négative. Les atmosphères, les nébuleuses et la majeure partie de l'hydrogène interstellaire sont à l'état plasma. Notre planète est elle-même entourée d'un plasma à une distance comprise entre 90 et 500 km de sa surface. Cette couche facilite et rend possible les communications radio et est responsable de l'apparition des aurores boréales et australes. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen et le vent solaire sont autant d'autres exemples de l'abondance du plasma. D'un autre côté, dans notre vie quotidienne, le nombre d'exemples d'états plasma est quelque peu limité et restreint. Nous citerons, à titre d'exemple, les gaz conducteurs à l'intérieur des tubes fluorescents tels les tubes à néon, les propulseurs spatiaux et les plasmas couramment utilisés dans l'industrie, notamment en micro-électronique. Il est utile de noter qu'un gaz ionisé ne se trouve pas forcément à l'état plasma. Un gaz présente toujours un certain degré d'ionisation. Ce n'est qu'au moment où la concentration des particules chargées provoque une charge d'espace capable de limiter le libre parcours moyen des ions et des électrons que les caractéristiques du gaz changent de manière significative. Un plasma se définit comme étant un gaz quasi-neutre composé de particules chargées et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Lorsque les particules chargées se meuvent dans un plasma, des concentrations locales de charges positive et négative sont générées au sein de ce plasma. Ces concentrations, et donc ces charges d'espace, donnent naissance à des champs électriques. En outre, le mouvement des particules chargées génère des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces derniers affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. En fait, toute perturbation affectant la neutralité d'un plasma provoque de forts champs électromagnétiques qui tendent à la restaurer. La façon la plus naturelle d'obtenir un plasma est de chauffer un gaz jusqu'à ce que l'énergie moyenne des particules soit comparable à l'énergie d'ionisation de l'espèce considérée. La définition d'un plasma telle qu'énoncée ci-dessus peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées

communément appelées *poussières*. La présence de ces extra particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe et beaucoup plus difficile à cerner. Un plasma poussiéreux est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs. Au cours de ces dernières années, les plasmas poussiéreux ont suscité un large et profond regain d'intérêt à cause de leur rôle, parfois prépondérant, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, les queues et chevelures des comètes, les anneaux planétaires, les boucles solaires et les nuages moléculaires interstellaires (nébuleuses Orion, Coalsack, Horsehead, Eagle). Ils sont aussi présents dans les dispositifs de laboratoires et les procédés industriels. La lumière zodiacale, la troposphère arctique, la mésosphère polaire, les gaz d'échappement d'une fusée, la flamme d'une chandelle, etc, sont autant d'exemples de plasmas poussiéreux. La présence de grains de poussière d'origine météorique a d'ailleurs été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 50 à 80 km grâce à des mesures directes de sonde. Au vu des nouveaux phénomènes qu'ils introduisent et font intervenir, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie, les grains de poussière massifs et hautement chargés peuvent modifier les propriétés intrinsèques du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors apparaître. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux n'a connu son essor que grâce à la découverte du nouveau mode de l'onde acoustique poussiéreuse, de l'onde acoustique ionique poussiéreuse représentant le mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés. Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. La charge du grain de poussière provient généralement d'un concours de plusieurs processus physiques tels que la collection des électrons et des ions du plasma ambiant, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques,...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la collection des électrons et des ions semble être le mécanisme de charge le plus dominant. Récemment, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce nouveau phénomène peut apporter. Pour cela, un formidable arse-

nal expérimental a été mis sur pied pour l'étude des ondes, des instabilités et du processus de charge dans les plasmas poussiéreux. Par ailleurs, les ondes acoustiques et acoustiques ioniques poussiéreuses ont été intensément étudiées [1]. Le phénomène de variation de la charge du grain modifie considérablement les conditions d'existence et de réalisation de ces deux "nouveaux" modes. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces vingt dernières années traitant soit d'un aspect particulier, soit donnant une vue d'ensemble [2]. L'importance et l'impact d'une telle discipline en rapide évolution réside dans son implication dans les domaines de l'astrophysique et des décharges à basses températures utilisées dans les procédés de traitement et de fabrication industrielle. Le but de notre thèse consiste à revisiter les modes acoustiques non linéaires dans le contexte du formalisme non extensif. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de formation des modes acoustiques solitaires. Ces structures qui peuvent être perçues comme "les modes normaux non linéaires" d'un plasma sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev [3] ou méthode du pseudo potentiel (amplitude arbitraire), à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [4] (amplitude faible mais finie) et à l'approche dynamique des gaz de Mckenzie [5]. L'accent sera alors mis sur l'influence inhérente de la dynamique des électrons non extensifs sur de tels modes.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans différentes parties de cette thèse. Nous décrirons ensuite les plasmas poussiéreux, rapporterons leurs propriétés et insisterons sur les phénomènes qui les caractérisent tels que l'apparition de nouveaux modes qui nous seront utiles dans la suite de cette thèse. Nous terminerons en présentant un bref aperçu sur la mécanique statistique non extensive de Tsallis, à savoir, la description de ses principaux concepts et la description de quelques exemples d'application dans différents domaines de la science.

Le deuxième chapitre constituera une généralisation du phénomène de piégeage des particules (ici des électrons) dans le contexte de la nouvelle statistique de Tsallis. Nous nous inspirerons des célèbres travaux de H. Schamel [6] pour établir une fonction de distribution des électrons piégés non extensifs que nous appliquerons de manière succincte à l'onde acoustique ionique. Grâce à un changement de variables approprié, l'équation Korteweg-de Vries associée est établie. Les solitons étudiés solutions de l'équation (K-dV) sont des structures résultantes d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion du milieu. L'influence de la

non extensivité et de la non thermalité des électrons sur la nature des ondes solitaires ainsi que sur l'énergie transportée est étudiée.

Dans le troisième chapitre de cette thèse, nous donne un traitement unifié des structures solitaires électrostatiques de large amplitude dans les plasmas multi espèces, basé sur l'approche dynamique des gaz proposée par McKenzie [5]. L'interprétation de la dynamique des fluides offre des perspectives beaucoup plus larges, car, les conditions d'existence des solitons électrostatiques reposent sur l'utilisation de la fonction de structure en se basant sur les valeurs limites du potentiel électrostatique, les points caractéristiques comme les points acoustiques de l'espèce et les points de neutralité des charges globales en dehors des conditions initiales non perturbées. Cette approche est basée sur l'utilisation des intégrales de Bernoulli par espèce et une pression globale invariante.

Bien entendu, la plupart des études qui ont été réalisées dans le cadre de la modélisation des ondes acoustiques poussiéreuses ont été limitées au cas d'additivité standard des entropies (la statistique standard, extensive, de Boltzmann et Gibbs). C'est pourquoi, nous proposerons au cours du quatrième chapitre d'étendre l'investigation sur les propriétés non linéaires des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses au cas nonextensif en faisant appel au modèle de la dynamique des gaz et à la mécanique statistique non extensive. Rappelons que cette dernière, basée sur l'écart de la mesure d'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS), a été identifiée pour la première fois par Renyi [7] et proposée bien plus tard par Tsallis [8], en prolongeant l'additivité standard des entropies au cas non extensif non linéaire caractérisée par un paramètre particulier, appelé *indice entropique* q , qui désigne le degré de non extensivité du système considéré. Nous mettrons alors l'accent sur les modifications introduites par les effets non extensifs sur les propriétés de l'onde acoustique ionique poussiéreuse. Pour ce faire, nous supposerons un plasma composé d'électrons non extensifs nonthermiques, d'ions positifs et de grain de poussière négatifs. Nous introduirons alors les équations fluides et l'approche de la dynamique des gaz en se basant sur la méthode de Bernoulli pour décrire la fonction de structure. L'évolution des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses que peut propager notre modèle de plasma est basée sur l'analyse de la fonction de structure en tenant compte des points caractéristiques du potentiel électrostatique. Nous prescrirons les fonctions de distribution et déduirons les densités des particules. Nous verrons que notre modèle de plasma admet la propagation d'ondes acoustiques ioniques poussiéreuses et que ces dernières sont sensiblement affectées par les effets non extensifs est non thermiques.

Le cinquième chapitre sera consacré à l'étude de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire dans le cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques et non extensifs. Autrement dit, on se propose de revisiter le modèle de Verheest et al [9] dans le contexte non extensif de Tsallis. En particulier, on s'intéressera aux effets simultanés de la non extensivité et de la non thermalité des particules sur la nature de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma à trois composantes. Pour cela, nous allons travailler avec une nouvelle fonction de distribution des électrons dont une proportion est non thermique [10]. Celle-ci nous permettra d'établir la densité des électrons non thermiques et non extensifs. Nous verrons que ce modèle de plasma peut admettre l'existence de structures poussiéreuses acoustiques solitaires.

Le manuscrit se terminera par une conclusion et une brève présentation de nos perspectives.

1

Introduction à la physique des plasmas

1.1 Définition et terminologie

1.1.1 Équilibre thermodynamique

Un plasma est en état d'équilibre thermodynamique lorsque les électrons et les ions sont décrits par la même distribution Maxwellienne et caractérisée par les mêmes paramètres. Dans ce cas, le milieu est en équilibre avec son environnement rayonnant et absorbe l'énergie avec le même taux. Son spectre de radiation est alors similaire à celui du corps noir. Il arrive parfois que les ions et les électrons ne soient pas à la même température et sont donc hors équilibre thermodynamique avec leur environnement.

1.1.2 Longueur de Debye

De manière générale, le potentiel électrostatique créé par une particule chargée et isolée est donné par :

$$\Phi = q/r \tag{1.1}$$

Dans un plasma, la situation est différente car une charge test q attire les charges de signe opposé qui tentent d'écranter le potentiel qu'elle crée au sein du plasma et qui est donné par [1] :

$$\Phi = \frac{q}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \tag{1.2}$$

où λ_D est appelé *longueur de Debye*. Pour un plasma à deux composantes (électrons et protons), cette longueur de Debye vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B T}{4\pi n e^2}} = 4.9 \sqrt{\frac{T}{n}}, \quad (1.3)$$

n représente la densité électronique ou ionique exprimée en cm^{-3} , T est la température en degré Kelvin, k_B la constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-16} \text{ ergs/K}$) et e est la charge de l'électron. Notons qu'il est de tradition en physique des plasmas d'exprimer la température en unité d'énergie et de faire donc abstraction de la constante k_B . La longueur de Debye mesure en effet le rayon de la sphère d'influence de la charge test dans le plasma.

1.1.3 Fonction de distribution des vitesses

Considérons un ensemble de particules dont la distribution des vitesses est décrite par $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$. La quantité $f d\mathbf{v} d\mathbf{r}$ représente le nombre de particules dont le vecteur vitesse et le vecteur position sont compris, respectivement, entre \mathbf{v} et $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ et \mathbf{r} et $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$. La densité des particules (ou nombre de particules par unité de volume) est alors donnée par :

$$n(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) d\mathbf{v} \quad (1.4)$$

D'après le théorème H de Boltzmann, sous l'action de collisions binaires, la distribution des vitesses la plus probable à laquelle doit obéir un gaz idéal est la distribution de Maxwell définie par [1] :

$$n f(\mathbf{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_B T} \quad (1.5)$$

où m est la masse de la particule considérée (électron ou ion) et T sa température cinétique. Bien que la distribution de Maxwell soit difficile à réaliser dans les plasmas de laboratoire à cause des interactions entre particules et de l'interaction plasma-paroi, il est parfois plus simple de supposer que le plasma est décrit approximativement par une distribution des vitesses Maxwellienne. Sinon, on sera amenés à procéder à l'intégration numérique d'équations cinétiques de type Vlasov, de Boltzmann ou de Fokker-Planck souvent très complexes.

1.1.4 Fréquence plasma

A cause de la nature des forces de longue portée qui s'exercent entre les particules chargées du plasma, ces dernières se comportent comme un système d'oscillateurs couplés avec une fréquence caractéristique appelée *fréquence plasma* ω_p est définie par :

$$\omega_p = 2\pi f_p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{1/2} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.6)$$

1.1.5 Ondes dans les plasmas

Le plasma peut être le siège de propagation d'un grand nombre d'ondes, linéaires ou non linéaires. L'aspect linéaire provient d'un certain nombre d'approximations faites dans le cas d'ondes de faible amplitude. Ces ondes peuvent être soit de nature électrostatique ou électromagnétique. Leurs fréquences dépendent des particules chargées auxquelles ces oscillations sont associées. On parlera d'ondes de haute fréquence par rapport aux fréquences plasma dans le cas des électrons et de basse fréquence dans le cas des ions.

1.2 Eléments de la théorie du plasma

1.2.1 Le modèle fluide du plasma

Une simple description de la majeure partie des phénomènes observés dans les plasmas peut être obtenue grâce au modèle dit *fluide*. Dans ce modèle, le caractère individuel des particules ainsi que la nature microscopique des processus sont occultés. Ne subsistent alors que les grandeurs macroscopiques (vitesse moyenne, densité de particules, flux de particules...) obtenues à partir des moments de la fonction de distribution des vitesses (la densité est le moment d'ordre zéro, la vitesse moyenne est un moment d'ordre un etc). Les particules d'une même espèce, les électrons par exemple sont alors supposés se déplacer avec la même vitesse fluide qui est leur vitesse moyenne et avoir la même densité numérique. Ce modèle reste valable aussi longtemps que le nombre de particules mises en jeu est important. Cependant, il ne peut décrire certains processus microscopiques tel que le phénomène d'amortissement Landau qui dépend des détails de la fonction de distribution des vitesses. Nous allons dans ce qui suit rappeler de manière succincte les équations de base du modèle fluide.

Equation de continuité

La conservation de la matière exige que le nombre total de particules N contenues dans un volume V ne change que s'il y a un flux net de particules traversant la surface S qui entoure ce volume. Cette conservation se traduit par l'équation dite de *continuité* suivante :

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad (1.7)$$

où $n_s = N_s/V_s$ et u_s le vecteur vitesse moyenne de l'espèce de particules considérée.

Équation du mouvement d'un fluide

L'équation du mouvement d'une particule de masse m_s et de charge électrique q_s , soumise à l'action d'un champ électrique \mathbf{E} et d'un champ magnétique \mathbf{B} , est donnée par_s :

$$m_s \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = q_s (\mathbf{E} + \mathbf{v}_s \times \mathbf{B}) \quad (1.8)$$

L'équation du mouvement d'un élément fluide est alors donnée par :

$$n_s m_s \left[\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + (\mathbf{u}_s \cdot \nabla) \mathbf{u}_s \right] = n_s q_s (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) \quad (1.9)$$

Pour rendre compte du caractère fluide de l'équation du mouvement, il est de coutume de calculer la force par unité de volume. Notons que dans l'équation du mouvement précédente, nous pouvons toujours tenir compte de l'action d'autres forces telle que les forces due à un gradient de pression, le poids de l'élément fluide, la force ponderomotrice...etc.

Équation d'état

Les équations de continuité et du mouvement font partie d'une hiérarchie infinie, par ce que le terme d'ordre inférieur fait intervenir un terme d'ordre supérieur. Un tel modèle admet un système d'équations fini quand on impose une relation de fermeture. Pour cela, on peut utiliser l'équation d'état thermodynamique qui relie la densité numérique n_s et la pression p_s définie par :

$$p_s = C_s n_s^{\gamma_s} \quad (1.10)$$

où C_s est une constante et $\gamma_s = C_{ps}/C_{vs}$ le rapport des chaleurs spécifiques. Dans le cas où le plasma peut être assimilé à un gaz parfait, nous avons

$$p_s = n_s k_B T$$

Equations de Maxwell

Un plasma contient des charges dont les mouvements induisent des courants et des champs électromagnétiques. Il est donc tout à fait naturel que le modèle fluide soit couplé aux équations de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad (1.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.14)$$

où ρ et \mathbf{j} représentent, respectivement, les densités de charges et de courant. La première équation est l'une des équations les plus importantes de la physique des plasmas. Elle peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi\rho \quad (1.15)$$

mieux connue sous le nom d'équation de Poisson, où φ est le potentiel électrostatique et $\rho = \sum_s n_s q_s$ la charge par unité de volume.

1.2.2 Équation cinétique

La base de la théorie de la physique des plasmas est la théorie cinétique. Dans cette théorie, on définit une fonction $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ telle que $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} d\mathbf{v}$ représente le nombre probable de particules d'une espèce donnée dans le volume élémentaire $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$, autour du point (r, v) dans l'espace des phases, à l'instant t , où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ est le vecteur position et $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ le vecteur vitesse. La densité numérique ou nombre de particules par unité de volume d'une espèce donnée est alors définie par :

$$n_s(\mathbf{r}, t) = \int f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.16)$$

Dans l'espace des phases, l'équation fondamentale qui régit l'évolution de la fonction f_s est l'équation de Boltzmann donnée par :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_s + \frac{\mathbf{F}}{m_s} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_s = \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_c \quad (1.17)$$

où \mathbf{F} représente la résultante de toutes les forces qui s'exercent sur la particule d'espèce s , $\left(\frac{\partial f_s}{\partial t}\right)_c$ est le terme de collision et

$$\begin{aligned}\nabla_{\mathbf{r}} &= \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z} \\ \nabla_{\mathbf{v}} &= \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial v_x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial v_y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial v_z}\end{aligned}\quad (1.18)$$

En réalité, l'équation de Boltzmann n'est autre que la dérivée totale $\frac{df(\mathbf{r},\mathbf{v},t)}{dt}$ par rapport à t de la fonction de distribution f_s . Cette dérivée totale peut être perçue comme le taux de changement vu dans un repère se déplaçant avec les particules, la différence est que nous devons maintenant considérer des particules se déplaçant dans un espace (\mathbf{r}, \mathbf{v}) à six dimensions. Notons au passage qu'en présence de collisions entre particules chargées et particules neutres, le terme collisionnel $(\partial f/\partial t)_c$, peut être approché par :

$$\left(\frac{\partial f_s}{\partial t}\right)_c = \frac{f_n - f_s}{\tau}\quad (1.19)$$

Où τ est appelé *terme de collision de Krook*, avec τ le temps de relaxation et f_n la fonction de distribution à l'état d'équilibre. En absence de collisions, l'équation de Boltzmann se réduit à l'équation dite de *Vlasov*. Dans un plasma suffisamment chaud, les collisions peuvent être négligées. Si, en outre, la force \mathbf{F} est purement électromagnétique, l'équation précédente (2.17) se réduit à

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_s + \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_s = 0\quad (1.20)$$

Dans l'approximation électrostatique, la force \mathbf{F} qui s'exerce sur une particule de charge q_s est donnée par :

$$\mathbf{F} = -q_s \nabla \phi\quad (1.21)$$

où ϕ est le potentiel moyen donné par :

$$-\nabla^2 \phi = \sum_s q_s \int f_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}\quad (1.22)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description qui consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant de particules. Dans le cas inverse, le potentiel individuel de chaque particule devra être considéré (cas d'un problème à plusieurs corps). Le caractère non linéaire du troisième terme de l'équation de Vlasov (1.20) est manifeste. Il fait intervenir la force électrostatique, elle même fonction de f_s . La manière avec laquelle cette non linéarité procède peut être

en notant que la distribution des particules est tributaire du potentiel du champ moyen. Cependant, ce dernier est déterminé par la distribution des particules du plasma. Cet effet « feed-back » va redistribuer les particules du plasma jusqu'à ce qu'une distribution (qui n'évolue pas au cours du temps) soit atteinte. La distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann est un exemple d'état stationnaire par excellence. Les ondes non linéaires à l'image des ondes périodiques (trains d'ondes) est un exemple courant d'état stationnaire avec des distributions de densité de charge non uniformes.

1.3 Propriétés des plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux est un gaz complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions et une composante additionnelle de grains de poussière électriquement chargés et extrêmement massifs. Cette mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D , et la distance moyenne inter-granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_\alpha d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par [11] :

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2}$$

où

$$\lambda_{De,i} = \left(\frac{T_{e,i}}{4n_{e0,i}e^2} \right)^{1/2}$$

représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Dei} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} > n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas, nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charges multiples dans un plasma à plusieurs espèces. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme :

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0}$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain.

1.4 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux

L'étude des oscillations non linéaires en physique des plasmas revêt un aspect important car elle nous permet de comprendre la nature de l'interaction non linéaire entre les différents champs, propres et/ou appliqués, et les constituants du plasma. Dans la nature, les plasmas astrophysiques et la magnétosphère terrestre englobent une grande variété de phénomènes d'ondes non linéaires. Ces différentes structures d'ondes non linéaires mises en évidence grâce à des observations satellitaires sont les solitons, les doubles-couches, les ondes de choc, les tourbillons (vortex), etc.

1.4.1 Solitons

Les solitons représentent l'un des aspects les plus importants des phénomènes non linéaires dans la recherche en physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation étonnante de la nature résultant d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion. Les solitons sont des ondes capables de se déplacer sur de très grandes distances en conservant leurs formes initiales. C'est l'ingénieur écossais John Scott-Russell, en 1834, qui a observé pour la première fois les solitons [12]. Il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement produisait une vague fascinante qui continuait à se propager en aval du canal, sans déformation. Plusieurs expériences ont été réalisées par la suite (expérience de Henry Bazin en 1863 sur la création des solitons [13]). A cette époque, les théories fondées sur des approches linéarisées montraient que le soliton ne pouvait pas exister. La première interprétation mathématique et théorique a été faite par D.J Korteweg et G. de Vries, en 1895, en proposant une équation connue par la suite sous le nom d'équation de Korteweg-de Vries (K-dV). L'étude de cette dernière a permis de comprendre les idées fondamentales de la notion de soliton. Gardner et Morikawa [20] ont redécouvert que l'équation de type K-dV peut être également utilisée pour l'étude des ondes magnétohydrodynamiques non linéaires se propageant perpendiculairement à un champ magnétique

externe. Depuis, les ondes acoustiques solitaires non linéaires ont été intensément étudiées dans le domaine de la physique des plasmas.

1.4.2 Modes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux

Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois la charge élémentaire. Sa présence dans le plasma peut altérer et modifier les modes normaux habituels de ce dernier et/ou donner naissance à de nouveaux modes. On se limitera aux deux modes acoustiques qui ont fait l'objet d'une intense investigation : le mode acoustique poussiéreux (DA), un mode identifié au début des années 90 [14] et le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA), mode acoustique ionique habituel modifié par la présence dans le plasma de grains de poussière. La relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été obtenue à l'aide du modèle fluide que D'Angelo a introduit au début des années 90 [15]. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} et f_{pi} la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion.

Onde acoustique poussiéreuse (DA)

Les ondes acoustiques poussiéreuses ont été théoriquement prédites par Rao et al en 1990 [16], et mises en évidence expérimentalement par Barkan et al. en 1995 [17], leurs fréquences sont de l'ordre de 10 à 20 Hz . La vitesse de phase ($v_p = \omega/k$) de l'onde acoustique poussiéreuse est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des ions et des électrons; $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}, V_{ti}$, où $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$ représente la vitesse thermique de l'espèce $j = i, e, d$ (ions, électrons et grains de poussière). Dans ces plasmas, les électrons et les ions sont considérés être en équilibre thermodynamique, où ils obéissent à la distribution de Maxwell-Boltzmann, tandis que les grains de poussière chargés négativement sont considérés comme fluides. Ces derniers fournissent l'inertie tandis que la force de rappel est assurée par la pression électronique et ionique. La relation de dispersion est alors donnée par :

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d) T_i / T_e} \right]^{1/2} = C_{DA},$$

l'expression C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse, ω la fréquence de l'onde, $T_{j=i,e,d}$ représente la température des électrons, des ions et des grains de poussière, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, Z_d la charge du grain de poussière.

Onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA)

Le mouvement collectif des ions et des électrons se voit perturbé par la présence des grains de poussière de charge négative dans le plasma. Ceci fait que le mode acoustique ionique s'en trouve modifié. Shukla et Silin [18] sont les premiers à prédire le mode acoustique ionique poussiéreux, prenant en considération la dynamique des grains de poussière et leur influence. Ces ondes ont une fréquence bien supérieure aux fréquences ioniques et poussiéreuses, et aussi bien inférieure à la fréquence propre électronique avec $kV_{ti}, kV_{tD} \ll \omega \ll kV_{te}$. Considérons cette échelle temporelle. Les électrons suivent une distribution de Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. La relation de dispersion est alors donnée par :

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - Z_d \varepsilon)} \right]^{1/2} = C_{SD},$$

C_{SD} est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains ε augmente. Barkan et al. [17]. Ont mené une série d'expériences dans le but d'étudier la propagation et l'amortissement des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses. Ils ont alors trouvé que la vitesse de phase de ces dernières augmente avec la concentration relative des grains de poussière. Les valeurs des fréquences mesurées varient de 3 à 5 kHz .

1.5 Équation de Korteweg- de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (KdV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [19] :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.23)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b des constantes réelles non nulles et U une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide etc). L'équation (1.23) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif $U \partial U / \partial \xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U / \partial \xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.23) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [20] établirent une

équation analogue à partir d'un modèle hydro- magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que (1.23) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [4]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [21] montrèrent que (1.23) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.23) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.24)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial \xi$ de l'équation (1.24) provient du terme non linéaire convectif $v_i \cdot \nabla v_i$ de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si le terme dispersif $\partial^3 U/\partial \xi^3$ est omis dans l'équation (1.24), alors l'équation $\partial U/\partial \tau + U\partial U/\partial \xi = 0$ admettra comme solution :

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.25)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.24) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.24). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.24) peut être deux fois intégrée pour obtenir:

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.26)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow \infty$ ont été utilisées. L'équation (1.26) peut alors être intégrée pour donner :

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{c/2}(\xi - c\tau) \right] \quad (1.27)$$

Dans l'équation (1.27), la hauteur et la largeur du pulse sont proportionnelles à c et $c^{-1/2}$ respectivement. De nombreuses études numériques [22] de l'équation (1.24) indiquent que

les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.27) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1$, $3c_2$... etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.24) a été réalisée par Ikezi et al. [23], [24]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg-de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie [25] et l'effet des grandes amplitudes [26]. Un soliton résulte de l'équilibre de deux effets : la non linéarité et la dispersion [27]. La non linéarité en couplant différents modes (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) donne naissance à d'autres modes d'ordre supérieur $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$. Ce processus donne lieu au phénomène bien connu de la déformation de l'onde (wave steepening) : le bord d'attaque de l'onde se déforme à mesure que la perturbation se déplace. Au cas où elle ne serait pas stoppée par un quelconque autre phénomène physique, cette déformation donne lieu au déferlement de l'onde : en une position x donnée, l'amplitude de l'onde prend différentes valeurs, une situation qui est non physique. La dispersion est justement l'un des phénomènes qui préviennent le déferlement et l'empêchent de se produire. Considérons deux modes normaux quelconques du plasma, (ω_1, k_1) , (ω_2, k_2) . Ces deux modes, par définition, satisfont la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) = 0$. A cause de la dispersion, l'onde de battement (the beat wave) $(\omega_1 + \omega_2, k_1 + k_2)$ peut ne pas satisfaire la relation de dispersion $D(\omega_{1,2}, K_{1,2}) \neq 0$ et donc ne constituera pas un mode normal du système. Le couplage non linéaire à des ordres supérieurs est alors stoppé. La non linéarité et la dispersion sont donc les ingrédients nécessaires pour l'obtention de solutions solitaires dans le cas d'une onde non linéaire. Cependant, quoique la plupart des ondes dans les plasmas présentent de la dispersion et que le plasma lui-même se comporte comme un milieu non linéaire, seul un nombre restreint d'ondes est connu pour admettre des solutions en soliton. Les ondes acoustiques ioniques exhibent de telles solutions localisées et ont été largement investies tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'ailleurs, la redécouverte de l'équation de Korteweg- de Vries pour ce type d'onde dans les plasmas a été l'un des résultats les plus marquants [28].

1.6 Revue des ondes électroniques BGK

Les structures cohérentes non linéaires de nature électrostatique sont omniprésentes dans la magnétosphère terrestre et dans l'espace interplanétaire. De nombreuses observations spatiales révèlent l'existence de potentiels électrostatiques solitaires associés à des pulses bipolaires de champ électrique se propageant dans la direction du champ magnétique. En égard à leurs vitesses et à leurs polarités, deux classes de structures bipolaires peuvent être distinguées pour la composante parallèle au champ magnétique du champ électrique. Des champs électriques dont la polarité commence par la partie négative vers la partie positive, et qui se déplacent à une vitesse comparable à la vitesse thermique des électrons. Ces champs électriques sont associés à des potentiels électrostatiques solitaires compressifs ou positifs produisant un dépeuplement des électrons ou trous électroniques [29]. La deuxième classe de champs électriques présente une polarité allant de la partie positive vers la partie négative. Ces champs électriques se déplacent à une vitesse comparable à la vitesse thermique des ions et sont associés à des potentiels électrostatiques solitaires raréfactifs ou négatifs provoquant un dépeuplement ionique ou des trous ioniques [30]. Ces trous ont été identifiés expérimentalement dans les plasmas de laboratoire par Saeki [31] et Pécseli [32] et observés par des satellites dans les régions aurorales, dans la partie supérieure de l'ionosphère et la partie inférieure de la magnétosphère [29], [33]. Les raréfactions associées aux électrons et aux ions trouvent leur interprétation à travers les modes de Bernstein-Green-Kruskal (B.G.K), qui sont des solutions stationnaires du système Vlasov-Poisson. Les fonctions de distribution des particules présentent alors dans l'espace des phases des structures de type vortex traduisant leur piégeage par un potentiel électrostatique solitaire. L'un des inconvénients majeurs de la méthode B.G.K réside dans le fait qu'elle prévoit des fonctions de distribution négatives. D'autres approches ont été élaborées, par exemple, la méthode de Shamel [34] qui anticipe sur la forme de la fonction de distribution des particules piégées et libres. Dans cette approche, les particules piégées traduisent l'écart du plasma de son équilibre thermodynamique Maxwellien. Une telle approche a été largement sollicitée pour expliquer les pulses bipolaires du champ électrique, ainsi que les vides (voids) associés à certaines espèces de plasma. En 1957, Bernstein, Green et Kruskal [35] ont résolu le problème unidimensionnel des ondes électrostatiques électroniques non linéaires et stationnaires dans un plasma non collisionnel. Des solutions générales ont alors été établies. Celles-ci prennent en compte le phénomène de piégeage des particules dans les puits de l'onde électrostatique. Dans le repère de l'onde, toutes les quantités sont indépendantes du temps. Pour des raisons

de simplicité, la densité des ions a été supposée uniforme étant donné le fait que le rapport de masse entre les électrons et les ions empêche ces derniers de contribuer de manière significative à la dynamique des électrons. Dans le cas des électrons, l'équation de Vlasov prend la forme suivante :

$$v \frac{\partial f(v, x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f(v, x)}{\partial v} = 0 \quad (1.28)$$

où f désigne la fonction de distribution électronique. La distance x , la vitesse v et le potentiel ϕ sont respectivement normalisés par l'énergie thermique des électrons T_e , la longueur de Debye électronique $\lambda_{De} = (T_e/4n_{e0}e^2)^{1/2}$, la vitesse thermique des électrons $v_t = (2T_e/m)^{1/2}$. En terme d'énergie w , la solution générale de l'équation (1.28) peut être écrite sous la forme [36] :

$$f(v, x) = f(w) = f(w = v^2 - \phi) \quad (1.29)$$

Lorsque le potentiel ϕ est positif, deux populations électroniques peuvent alors coexister : des électrons avec une énergie totale $w > 0$, appelés *électrons passants* (nous utiliserons également le mot *libres*) et des électrons avec une énergie totale $w < 0$, appelés *électrons piégés*. Ces derniers exécutent des aller-retour à l'intérieur du potentiel électronique. La vitesse des particules passantes, constante à l'extérieur du potentiel, augmente à mesure que ϕ augmente. La fonction de distribution électronique $f(w)$ peut alors être réécrite sous la forme d'une somme d'une distribution électronique piégée $f_{tr}(w < 0)$ et d'une distribution électronique passante $f_p(w > 0)$:

$$f(w) = f_{tr}(w \leq 0) + f_p(w > 0) \quad (1.30)$$

Compte tenu de ce qui précède, l'équation de Poisson est alors donnée par :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_{tr} + n_p - 1 \quad (1.31)$$

où

$$n_{tr} = \int_{-\sqrt{\phi}}^{+\sqrt{\phi}} f_{tr}(x, v_x) dv \quad (1.32)$$

et

$$n_p = \int_{-\infty}^{-\sqrt{\phi}} f_p(x, v_x) dv + \int_{\sqrt{\phi}}^{+\infty} f_p(x, v_x) dv \quad (1.33)$$

représentent respectivement la densité des électrons piégés et celle des électrons libres. En utilisant les expressions intégrales précédentes, et en transformant les variables d'intégration

de la vitesse en variables de l'énergie, l'équation de Poisson (1.31) devient :

$$\int_{-\phi}^0 dw \frac{f_{tr}(w)}{2\sqrt{w+\phi}} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \int_0^\infty dw \frac{f_p(w)}{2\sqrt{w+\phi}} + 1 \quad (1.34)$$

L'équation intégrale précédente peut être résolue pour trouver f_{tr} à condition que ϕ et f_p soient connus. Dans ce cas, la solution sera donnée par :

$$f_{tr}(w) = \frac{2}{\pi} \int_0^{-w} \frac{dn_{tr}(\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{\sqrt{-w-\phi}} \quad (1.35)$$

et dans laquelle n_{tr} et n_p ont été remplacées par leurs expressions dans les membres de droite et de gauche de l'équation (1.34).

1.7 Quelques notions sur la statistique non extensive

On sait que malgré son grand succès, la mécanique statistique de Boltzmann-Gibbs n'est pas réellement universelle. Une classe des ensembles physiques impliquant des interactions à longue portée ou des structures multi-fractales peuvent à peine être traitées dans le cadre de la mécanique statistique traditionnelle. Une généralisation non extensive récente de la théorie de Boltzmann-Gibbs (BG), désignée sous le nom de *mécanique statistique non extensive*, permet d'analyser de tels systèmes. Ce renouveau dans les bases de la mécanique statistique a été lancé par la proposition de Renyi puis Tsallis d'une entropie non extensive en 1988 [7]-[8]. Plus tard, il s'est avéré qu'une thermodynamique généralisée confirmée peut être construite sur la base de l'entropie de Tsallis, et depuis, nous avons été témoins d'une profusion des recherches à ce sujet. La mécanique statistique non extensive est un domaine qui évolue rapidement, même au niveau fondamental. Cependant, quelques structures remarquables et une variété d'applications intéressantes ont déjà fait leur apparition. Par conséquent, il semble tout à fait opportun de rappeler brièvement ces développements. Que pouvons-nous dire au sujet de la mécanique statistique de BG et de la thermodynamique standard ? De nombreux physiciens pensent que ces deux formalismes reliés ensemble sont éternels, omniprésents et universels. Après la grande réussite des applications de la thermodynamique standard, et après le rattachement de Boltzmann de l'entropie macroscopique de Clausius à la théorie des probabilités, la statistique de BG est considérée comme étant l'un des piliers de la science moderne. Avant d'entrer dans le formalisme thermodynamique statistique non extensif, mentionnons certaines anomalies thermodynamiques. Il est de nos jours bien connu qu'il existe une variété de systèmes physiques pour lesquels la statistique de BG ne peut être appliquée (ferromagnétisme, turbulence bidimensionnelle d'un plasma

d'électrons, thermalisation anormale de phonon-électron, neutrinos solaires, vitesses particulières des galaxies, etc.). Certains de ces exemples semblent être hors du domaine de validité du formalisme standard, d'autres sont considérés comme des exemples de controverse.

1.7.1 Entropie

L'information détaillée sur le système mécanique microscopique est donnée par l'entropie. C'est par le biais de cette fonction que le raccordement de la thermodynamique aux lois macroscopiques sera établi. L'entropie est déterminée par un type spécifié (ou la géométrie) de l'occupation de l'espace des phases (l'espace de Hilbert ou l'espace analogue). La géométrie de cette structure dépend non seulement de la dynamique microscopique à laquelle le système obéit, mais également aux conditions initiales auxquels le système est placé à $t = 0$. En terme familier, nous pouvons réaliser la détermination microscopique de la dynamique du système, tandis que les conditions initiales déterminent la région dans laquelle elle peut se réaliser. Ce point de vue est conforme à la perspective d'Einstein sur la mécanique statistique classique, et particulièrement avec sa critique [73], [38] du célèbre principe de l'entropie de Boltzmann

$$S = k_B \log W \quad (1.36)$$

Où W représente le nombre d'états microscopiques accessibles, et k_B est la constante de Boltzmann, cependant, le problème est que, jusqu'ici, il n'y a aucune façon systématique pour déterminer de façon unique la fonction de l'entropie. On s'attend à ce que l'optimisation (maximisation) de cette entropie soit réalisée sous des contraintes physiquement appropriées, qui fournissent la distribution correcte de probabilité pour les états microscopiques de l'état stationnaire macroscopique du système. Boltzmann, puis Gibbs, ont proposé la forme célèbre de la base de la mécanique statistique standard. Cette forme (dans sa version discrète) est exprimée par la formule de Shannon

$$S_{BG} = -k_B \sum_{i=1}^w p_i \ln p_i \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.37)$$

Quand les états microscopiques sont équiprobables (c.-à-d., $p_i = 1/W, \forall i$), l'entropie (1.37) prend son maximum représenté par l'équation.(1.36). La forme donnée en (1.37) a été utilisée avec succès. La généralisation de la statistique de BG inspirée par les multi-fractales a été

donnée par Tsallis [8] sous la forme suivante

$$S_q = \frac{1 - \sum_{i=1}^w p_i^q}{q-1} \quad (q \in R) \quad (1.38)$$

Avec $p_i^q = p_i e^{(q-1) \ln p_i} \sim p_i [1 + (q-1) \ln p_i]$. Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi $k = 1$. On vérifie que dans la limite $q \rightarrow 1$, S_q se réduit à S_{BG} . La forme de l'entropie S_q (1.38) est non négative et prend un extremum quand les états microscopiques sont équiprobables ($p_i = 1/W, \forall i$), donnée par

$$S_q = \frac{W^{1-q} - 1}{1-q} \quad (1.39)$$

où $W^{1-q} = \sum_{i=1}^w p_i^q$. S_q prend son maximum pour $q > 0$ et son minimum pour $q < 0$. Si A et B sont deux systèmes indépendants, alors la probabilité pour que A et B soient dans le même état microscopique est $p_{ij}^{A+B} = p_i^A p_j^B$ ($\forall i, j$), impliquant que l'entropie correspondante vérifie l'égalité suivante [40]

$$S_q(A+B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B) \quad (1.40)$$

L'entropie S_q est dite *sub-extensive* pour $q > 1$ et *super-extensive* pour $q < 1$ et se réduit à S_{BG} dans la limite $q \rightarrow 1$.

1.7.2 Statistique non extensive et fonction de distribution des vitesses de Tsallis

La détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique repose sur le fait que le système est en contact avec un thermostat, à savoir l'ensemble canonique et la considération des contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.41)$$

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U \quad (1.42)$$

où E_i est l'énergie de l'état i que peut occuper le système, U est l'énergie interne du système possédant une valeur fixe et finie. Ainsi, l'optimisation de l'entropie (S_{BG}) est donnée par :

$$S_{BG} = k_B \sum p_i \ln p_i \quad (1.43)$$

conduit à l'expression de la distribution la plus probable

$$p_i = e^{-\beta \varepsilon_i} / Z_{BG} \quad (1.44)$$

$$Z_{BG} = \sum_l^w e^{-\beta \varepsilon_l} \quad (1.45)$$

Dans la statistique non extensive, la détermination de la distribution la plus probable du système repose [41]-[45] sur une nouvelle définition de l'énergie interne du système qui dépend du paramètre non extensif q

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U_q \quad (1.46)$$

où E_i est l'énergie de l'état i du système et U_q son énergie interne. Par contre, la contrainte (1.41) reste inchangée. Dans le but d'optimiser l'entropie

$$S_q = \frac{1 - \sum_{i=1}^w p_i^q}{q-1} \quad (q \in R) \quad (1.47)$$

on introduit les facteurs de Lagrange α et β et la fonction

$$\phi_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha \sum_{i=1}^w p_i - \alpha \beta \sum_{i=1}^w p_i E_i \quad (1.48)$$

Cette fonction possède un extremum déterminé à partir de $\partial \phi_q / \partial p_i = 0, \forall i$. On obtient alors

$$p_i = \frac{[1 - \beta(q-1)E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.49)$$

avec

$$Z_q = \sum_{l=1}^w [1 - \beta(q-1)E_l]^{1/(q-1)} \quad (1.50)$$

Ainsi, la fonction de distribution stationnaire (méta-équilibre) est la fonction q -exponentielle (e_q^x). Cependant, la contrainte (1.41) n'est pas adéquate pour des situations anormales telles que la symétrie de Lévy (la super diffusion).

Dans la théorie cinétique des gaz, la distribution la plus probable est remplacée par une fonction de distribution des vitesses. Dans sa version la plus classique, cette fonction est celle de Maxwell-Boltzmann qui caractérise l'équilibre thermodynamique. La détermination de cette distribution repose sur le fait que les trois composantes de la vitesse ne sont pas corrélées. Cependant, cette propriété n'est pas vérifiée dans les systèmes dotés d'interactions à longue portée comme le cas d'un plasma. Afin d'établir l'expression de la fonction de

distribution des vitesses en tenant compte des corrélations entre les différentes composantes, on utilise le formalisme non extensif. Pour simplifier le problème, considérons le cas à deux dimensions

$$F(\sqrt{v_x^2 + v_y^2})d^2v = e_q(f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y))dv_x dv_y \quad (1.51)$$

où

$$e_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/(q-1)} \quad (1.52)$$

$$\ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.53)$$

On vérifie aisément que $e_q(\ln_q(f)) = \ln_q(e_q f) = f$ et $\frac{d}{dx} \ln_q(f) = f^{-q} \frac{df}{dx}$. En dérivant $\ln_q(F)$ par rapport à v_x , nous obtenons

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial v_x} = \frac{\partial(e_q(f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)))}{v_x} \quad (1.54)$$

ou de façon équivalente,

$$\frac{v_x F'(\chi)}{\chi F^q(\chi)} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x)\} \quad (1.55)$$

avec $\chi = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. En introduisant la notation abrégée suivante

$$\Phi(\chi) = \frac{1}{\chi} \frac{F'(\chi)}{F^q(\chi)} \quad (1.56)$$

Nous réécrivons l'équation (1.55) comme suit

$$\Phi(\chi) = \frac{1}{v_x} \{f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x)\} = \frac{1}{v_y} \{f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)\} \quad (1.57)$$

On peut choisir $\Phi(\chi) = -m\gamma$, où m représente la masse de la particule et γ une constante arbitraire. Bien entendu, l'introduction de m à cet endroit est dictée uniquement par la connaissance de la limite Maxwellienne. En utilisant la transformation suivante (1.53)

$$f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) = \ln_{q^*} f(v_x) \quad (1.58)$$

où $q^* = 2 - q$, nous avons

$$\ln_{q^*} f(v_x) = -\frac{m\gamma}{2} v_x^2 + \ln_{q^*} A \quad (1.59)$$

En faisant agir la q - exponentielle des deux côtés de l'équation (1.59), il s'ensuit que

$$f(v_x) = [1 + (1 - q^*)(-\frac{m\gamma}{2} v_x^2 + \ln_{q^*} A)]^{1/(1-q^*)} \quad (1.60)$$

En définissant le paramètre β comme suit

$$\beta = \frac{\gamma}{1 + (1 - q^*) \ln_{q^*} A} = \frac{\gamma}{A^{1-q^*}} \quad (1.61)$$

nous obtenons l'expression générale de la fonction de distribution des vitesses très utilisée en physique des plasmas

$$f(v_x) = A_q \left[1 - (q - 1) \frac{\beta m v_x^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (1.62)$$

où A_q est la constante de normalisation donnée par

$$A_q = \left(\frac{1 + q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m(q-1)}{2\pi kT}}, \quad q > 1 \quad (1.63)$$

1.7.3 Applications

Nous présentons une liste non exhaustive des applications ou des connexions à la mécanique statistique non extensive qui ont été étudiées dans la littérature. Chaque cas mérite, cependant, une analyse séparée. En astrophysique et dans la cosmologie, les connexions ont été établies avec les modèles polytropiques et d'autres modèles des systèmes autogravitants [46], [47]. En physique des hautes énergies, des connexions ont été établies avec la distribution des impulsions transversales dans les jets des hadrons produits par annihilation des paires électron-positron avec de fortes collisions des noyaux [48]-[50]. En chimie, la loi d'Arrhenius a été généralisée à la diffusion anormale [51]-[52]. Pour clore ce chapitre, notons que plusieurs questions restent jusqu'à présent sans réponse et font actuellement l'objet d'une intense investigation [53]-[54].

2

Influence du piégeage des électrons non extensifs sur les solitons acoustiques ioniques

2.1 Introduction

Le piégeage des particules [55]-[59] est un phénomène commun aussi bien dans les plasmas d'espace que dans ceux des laboratoires. Le piégeage veut dire qu'une partie des particules du plasma est confinée dans une région finie de l'espace des phases. C'est un phénomène non linéaire qu'on ne peut, par conséquent, décrire au moyen de la théorie linéaire. Le concept de la théorie linéaire des ondes repose sur la description de Landau [60] ou de van Kampen [61] basée sur la théorie de Vlasov. Cette description devient complètement inapplicable pour décrire la propagation des modes en présence de particules résonantes avec des vitesses proches des vitesses de phase de l'onde. La présence de telles particules non isothermiques peut modifier de manière significative les caractéristiques de propagation d'une onde. La première méthode analytique de construction des structures d'équilibre en présence de particules piégées a été donnée par Bernstein, Green et Kruskal (BGK) [35]. Plus tard, et pour lever les difficultés de la méthode BGK, Schamel a développé une méthode différente de construction de solutions d'équilibre, appelée *méthode du pseudo-potentiel* [26], [34], [62]-[64]. Les travaux de Schamel ont alors imprimé un grand essor à la théorie des trous ou vortex dans l'espace des phases. Plus récemment, certains travaux théoriques se sont intéressés à l'influence du piégeage non-Maxwellien sur différents types de processus linéaires et non linéaires dans les plasmas [65]-[68]. Motivés par leurs résultats

et conclusions, on se propose dans le présent chapitre d'étudier l'influence du piégeage des électrons décrits par la statistique de Tsallis [8] sur le mode acoustique ionique. Rappelons que cette dernière a été étudiée en physique des plasmas [69]-[78]. Nous nous inspirerons de la méthode de Schamel [26], [34], [64], pour construire des fonctions de distribution des vitesses, solutions de l'équation de Vlasov. Cette méthode est basée sur l'utilisation des constantes de mouvement et permet d'obtenir le potentiel self-consistent en résolvant l'équation de Poisson. Des travaux théoriques sur l'effet du piégeage des particules sur les ondes électrostatiques ont été proposées. Mamun et al [79] ont étudié les effets non linéaires des distributions de type vortex des ions nonthermiques sur les ondes acoustiques poussiéreuses se propageant dans un plasma poussiéreux non magnétisé. Mushtaq [80] a étudié la propagation des ondes acoustiques ioniques dans un plasma d'électron-ion magnétisé en incorporant les effets des électrons piégés. Alinejad [81] a étudié les ondes acoustiques solitaires poussiéreuses d'amplitude arbitraire dans un plasma poussiéreux dont la distribution des ions présente un sommet plat. Plus récemment, Schamel [82] a démontré que les ondes électrostatiques sont influencés par la non-linéarité du piégeage dans les cas de large et faible amplitude. Ceci implique que les descriptions basées sur le traitement linéaire des équations de Vlasov pour décrire des ondes dans un plasma ne peuvent tenir compte du phénomène du piégeage des particules. Des fonctions de distribution des vitesses qui tiennent compte des particules piégées sont plus adéquates pour décrire la propagation et l'interaction onde-particule. Ceci permet d'élargir le spectre des ondes qui doivent leur existence à la présence des particules piégées.

Des questions sont de nos jours d'une importance capitale que se soit sur le plan théorique qu'expérimental sur l'effet du phénomène non linéaire du piégeage des particules sur l'intensité et les vitesses de phase et de groupe des structures cohérentes se propageant dans un plasma non- Maxwellien.

Dans ce chapitre, on se propose d'étudier l'influence du piégeage des électrons non extensifs sur les ondes acoustiques ioniques solitaires [83]. Nous décrivons la fonction de distribution des vitesses de type *Schamel* pour les électrons non extensifs piégés. Dans le repère de l'onde, nous allons montrer que la propagation de l'onde acoustique ionique est traitée sur la base d'une équation de conservation de l'énergie totale d'une pseudo- particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $d(\Phi)/d\xi$ oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$ appelé *potentiel de Sagdeev*. L'influence des paramètres de la non extensivité et du piégeage des électrons sur la vitesse de phase linéaire de l'onde, ainsi que sur les grandeurs intrinsèques du soliton seront montrées. La détermination de la forme analytique des structures soli-

taires d'amplitude arbitraire à partir de l'équation de conservation est impossible à cause la forme complexe du pseudo-potentiel, alors, nous opterons pour l'intégration numérique pour différentes valeurs du paramètre non extensif q et du piégeage β . L'influence des ses derniers sur les structures solitaires d'amplitudes arbitraires sera montrée. Nous présenterons une équation de propagation du potentiel électrostatique qui gouverne la dynamique des solitons acoustiques ioniques d'amplitude faible mais finie. Cette équation de propagation appelée *Korteweg-de Vries* prévoit l'existence, en régime stationnaire de solitons de faibles amplitudes mais finie dépendant des paramètres de la non extensivité et du piégeage.

2.2 Modèle théorique

Nous allons nous intéresser aux ondes acoustiques ioniques solitaires d'amplitude arbitraire se propageant dans un plasma non collisionnel et non magnétisé comprenant des ions fluides et des électrons piégés non extensifs. Ces derniers sont décrits par la fonction de distribution de type-Schamel suivante [84] :

$$f_e = f_{ef} + f_{et} \quad (2.1)$$

f_{ef} et f_{et} sont les fonctions de distribution des vitesses des électrons libres et piégés respectivement données par :

$$f_{ef}(v) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v^2}{2T_{ef}} - \frac{e\phi}{T_{ef}} \right] \right\}^{1/(q-1)} \quad \text{pour } |v| > \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.2)$$

$$f_{et}(v) = C_q \left\{ 1 - \beta(q-1) \left[\frac{m_e v^2}{2T_{ef}} - \frac{e\phi}{T_{ef}} \right] \right\}^{1/(q-1)} \quad \text{pour } |v| \leq \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.3)$$

où C_q est la constante de normalisation donnée par :

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \left(\frac{1+q}{2}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e}} & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

β est un paramètre déterminant le nombre d'électrons piégés et est défini comme étant le rapport de la température des électrons libres T_{ef} sur celle des électrons piégés T_{et} , i.e., $|\beta| = T_{ef}/T_{et}$, ϕ est le potentiel électrostatique. Dans ce qui suit, les électrons et les ions sont représentés par l'indice j ($j = e$ pour les électrons, $j = i$ pour les ions), $q_j = \mp e$ sont les charges électriques, T_j les températures et m_j les masses. Rappelons que le paramètre q représente le degré de la non extensivité, pour $q < -1$, la fonction de distribution (2.1) est non normalisable. Notons que les températures (T_{ef} ou T_{et}) dans les Eqs. (2.2) – (2.3)

sont les températures cinétiques que les électrons (libres ou piégés) auraient en l'absence des effets nonextensifs ($q \rightarrow 1$). Le deuxième moment de la fonction de distribution des électrons donne la vitesse thermique modifiée à partir de laquelle on peut obtenir une q -température effective [85]. Dans le cas limite extensif ($q \rightarrow 1$), la fonction de distribution (2.1) se réduit à la distribution de Schamel. Notons qu'en fonction du signe (positif ou négatif) de β et de la valeur de q ($q > 1$ ou $-1 < q < 1$), la fonction de distribution (2.1) exhibe des coupures thermiques qui, lorsqu'elles existent, sont résumées comme suit

a- Pour $\beta > 0$ et $q > 1$, (2.2) et (2.3) exhibent des coupures thermiques données, respectivement, par :

$$v_{\max 1} = \sqrt{\frac{2T_{ef}}{m_e(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.5)$$

$$v_{\max 2} = \sqrt{\frac{2T_{ef}}{m_e\beta(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.6)$$

b- Pour $\beta < 0$ et $q > 1$, (2.2) exhibe une coupure thermique donnée par :

$$v_{\max 1} = \sqrt{\frac{2T_{ef}}{m_e(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.7)$$

c- Pour $\beta < 0$ et $-1 < q < 1$, (2.3) exhibe une coupure thermique donnée par :

$$v_{\max 2} = \sqrt{\frac{2T_{ef}}{m_e\beta(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}} \quad (2.8)$$

Dans ce qui suit, nous considérerons le cas $\beta > 0$. En intégrant $f_e(v)$ sur tout l'espace des vitesses, nous avons :

$$n_e(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v) dv = \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{-\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{ef} dv + \int_{-\sqrt{2e\phi/m_e}}^{\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{et} dv + \int_{\sqrt{2e\phi/m_e}}^{+\infty} f_{ef} dv, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max 1}}^{-\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{ef} dv + \int_{-\sqrt{2e\phi/m_e}}^{\sqrt{2e\phi/m_e}} f_{et} dv + \int_{\sqrt{2e\phi/m_e}}^{+v_{\max 1}} f_{ef} dv, & \text{pour } q > 1 \end{cases}$$

En réorganisant les différents termes, nous obtenons après calcul algébrique, les expressions de la densité numérique adimensionnelles des électrons :

$$N_e = n_e/n_{e0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})} \left\{ {}_2F_1 \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{1-q} - \frac{3}{2}; \frac{1}{1-q} + \frac{1}{2}; 1 - (1-q)\Phi \right] \right. \quad (2.10)$$

$$\left. + \frac{2\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \sqrt{(1-q)\Phi} {}_2F_1 \left[\frac{1}{1-q}, 1; \frac{3}{2}; \beta(1-q)\Phi \right] \right\}$$

pour $-1 < q < 1$, et

$$\begin{aligned}
 N_e = n_e/n_{e0} = & \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{1-q} + 1)}{\Gamma(\frac{1}{1-q})\Gamma(\frac{1}{1-q} + 2)} (1 + \Phi(q-1))^{-1/2} \right. \\
 & {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{1-q} + 1; \frac{1}{1-q} + 2; \frac{1}{1 + (q-1)\Phi} \right] \\
 & \left. + \frac{2\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{1-q})} (1+q)\sqrt{(1-q)\Phi} {}_2F_1 \left[\frac{1}{1-q}, 1; \frac{3}{2}; \beta(1-q)\Phi \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

pour $q > 1$, $\Phi = e\phi/T_{ef}$ est le potentiel électrostatique adimensionnel. Γ est la fonction gamma standard, donnée par :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \text{Re}(z) > 0 \tag{2.12}$$

et

$${}_2F_1(a, b; c; z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-tz)^{-a} dt, \quad \text{Re}(c) > \text{Re}(b) > 0 \tag{2.13}$$

représente la fonction hypergéométrique de Gauss [86] et Re la partie réelle du nombre complexe. Notons que pour $q > 1$ et $\beta > 0$, $|v_{\max 2}|$ se trouve en dehors de la zone de piègeage $|v| \leq \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}$ et, en tant que tel, n'est pas requise dans le calcul de (2.9). Nous rappelons qu'en employant la distribution kappa, Mace et Hellberg [87] et Hellberg et Mace [88] ont présenté une nouvelle fonction de dispersion de plasma proportionnelle à la fonction hypergéométrique de Gauss.

La dynamique de la propagation des ondes acoustiques ioniques est alors gouvernée par les équations fluides adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \tag{2.16}$$

La vitesse fluide V_i et la densité numérique N_i des ions sont normalisées par $C_i = (T_{ef}/m_i)^{1/2}$ et n_{i0} , respectivement. Les variables temporelles T et d'espace X sont en unités de $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ (ω_{pi} est pulsation ionique) et de la longueur de Debye électronique $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$, respectivement. Dans le but d'étudier les ondes solitaires indépendantes du

temps et d'amplitude arbitraire, nous supposons que toutes les variables dans les équations (2.14)-(2.16) dépendent seulement d'une seule variable $\xi = X - MT$ (ξ est normalisée par λ_{De} et $M =$ vitesse de l'onde solitaire / C_i). Moyennant les conditions aux limites appropriées suivantes $\Phi \rightarrow 0$, $V_i \rightarrow 0$, et $N_i \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$, les équations (2.14) et (2.15) peuvent être intégrées pour donner l'expression de la densité des ions :

$$N_i = \left(1 - \frac{2\Phi}{M^2}\right)^{-1/2} \quad (2.17)$$

2.3 Pseudo-potentiel et conditions d'existences du solitons: influence du piégeage des électrons non extensifs

Examinons maintenant de manière succincte les effets du piégeage des électrons non extensifs sur les ondes acoustiques ioniques solitaires d'amplitude arbitraire. En substituant les expressions de N_e et N_i à partir de (2.10-2.11) et (2.17) dans l'équation de Poisson (2.16), et en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Phi/d\xi$, puis, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées $\Phi \rightarrow 0$ et $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$, nous obtenons la quadrature :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.18)$$

Où $V(\Phi)$ est le potentiel de Sagdeev [3] donné par :

$$V(\Phi) = \left\{ -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{1-q})}{(\frac{1}{2} + \frac{3(q-1)}{4})\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})} {}_2F_1 \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{1-q} - \frac{3}{2}, \frac{1}{1-q} - \frac{1}{2}; 1 + (q-1)\Phi \right] \right. \\ \left. - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \Phi^{3/2} {}_2F_1 \left[\frac{1}{1-q}, 1, \frac{5}{2}; -\beta(q-1)\Phi \right] \right. \\ \left. - M^2 \left(\sqrt{1 - \frac{2\Phi}{M^2}} - 1 \right) + \frac{3.55}{(3q-1)\sqrt{\pi}} \right\} \quad (2.19)$$

pour $-1 < q < 1$, et

$$\begin{aligned}
 V(\Phi) = & -\frac{\sqrt{1+(q-1)\Phi}\Gamma(\frac{1+q}{2(q-1)})(q+1)}{\sqrt{\pi}q(q-1)} \left\{ {}_2F_1 \left[-\frac{1}{2}; \frac{q}{q-1}, \frac{2q-1}{q-1}; \frac{1}{1+(q-1)\Phi} \right] \right. \\
 & -\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})(q+1)\sqrt{q-1}}{\Gamma(\frac{1}{1-q})} \Phi^{3/2} {}_2F_1 \left[\frac{1}{q-1}; 1, \frac{5}{2}; -\beta(q-1)\Phi \right] \\
 & \left. -M^2 \left(\sqrt{1 - \frac{2\Phi}{M^2}} - 1 \right) + \frac{\Gamma(\frac{1+q}{2(q-1)})(q+1)}{\sqrt{\pi}q(q-1)} {}_2F_1 \left[-\frac{1}{2}; \frac{q}{q-1}, \frac{2q-1}{q-1}; 1 \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

pour $q > 1$.

Les expressions (2.10), (2.11), (2.19) et (2.20) se réduisent à la forme standard déjà trouvée par Schamel [34] pour les limites appropriées en q et β . L'équation (2.18) peut être perçue comme étant une énergie totale d'une pseudo-particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $d(\Phi)/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$. Avant de passer à l'intégration numérique, il est instructif de discuter les conditions dans lesquelles l'équation (2.18) mène, par l'analyse du potentiel de Sagdeev (2.19)-(2.20), aux solutions solitaires. Il est évident, de l'équation (2.19) et (2.20), que $V(\Phi) = 0$ et $dV(\Phi)/d\Phi = 0$ à $\Phi = 0$. La solution en onde solitaire existe si (i) $V(\Phi) = dV(\Phi)/d\Phi = 0$ et $d^2V(\Phi)/d\Phi^2 < 0$ à $\Phi = 0$; (ii) admet un extremum (maximum ou minimum) non nul noté Φ_m tel que $V(\Phi_m) = 0$. Cela signifie que la quasi-particule d'énergie totale nulle sera réfléchiée à la position $\Phi = \Phi_m$; (iii) $V(\Phi) < 0$ lorsque Φ varie de 0 à Φ_m alors $V(\Phi)$ a la forme d'un puits de potentiel.

2.4 Analyse en faible amplitude

Dans la limite de faible amplitude, la densité des électrons (2.10) (pour $-1 < q < +1$) peut être développée en série de puissance de Φ comme suit :

$$\begin{aligned}
 N_e(\Phi) = & 1 + \frac{1+q}{2}\Phi + \frac{4(\beta-1)(1-q)^{1/2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} \Phi^{3/2} + \\
 & \frac{(1+q)(3-q)}{8}\Phi^2 + \frac{8(\beta^2-1)(2-q)(1-q)^{1/2}\Gamma(\frac{1}{1-q})}{15\sqrt{\pi}} \Phi^{5/2} \\
 & + \frac{(1+q)(q-3)(3q-15)}{8}\Phi^3 + O(\Phi^{7/2})
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

dans le cas limite $q \rightarrow 1$ l'Eq. (2.21) prend la forme connue de la densité électronique de Schamel [34]

$$N_e(\phi) = 1 + \Phi - \frac{4(1-\beta)}{3\sqrt{\pi}}\Phi^{3/2} + \frac{\phi^2}{2} + \frac{8(\beta^2-1)}{15\sqrt{\pi}}\Phi^{5/2} + \frac{\Phi^3}{6} + O(\Phi^{7/2}) \tag{2.22}$$

Cette densité est obtenue en utilisant la limite suivante

$$\lim_{q \rightarrow 1} (1-q)^{1/2} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} = 1 \quad (2.23)$$

Le développement par rapport au potentiel Φ de la densité (2.21) nous permet de réduire l'expression du pseudo-potentiel (2.19) à la forme suivante :

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & \frac{1}{2} \left[\frac{1}{M^2} - \frac{1+q}{2} \right] \Phi^2 \\ & - \frac{4(\beta-1)(1-q)^{1/2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{5}{2} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} \Phi^{5/2} + \frac{1}{3} \left[\frac{3}{2M^4} - \frac{(1+q)(3-q)}{8} \right] \Phi^3 \\ & - \frac{16(\beta^2-1)(2-q)(1-q)^{1/2}}{105\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} \Phi^{7/2} + \frac{1}{4} \left[\frac{5}{2M^6} - \frac{(1+q)(q-3)(3q-5)}{48} \right] \Phi^4 + O(\Phi^{9/2}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

L'expression simplifiée du potentiel de Sagdeev (2.24) est réécrite sous la forme :

$$V(\Phi) = A(q)\Phi^2 + B(\beta, q)\Phi^{5/2} \quad (2.25)$$

où

$$A(q) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{M^2} - \frac{1+q}{2} \right] \quad (2.26)$$

et

$$B(\beta, q) = \frac{8(1-\beta)}{15\sqrt{\pi}} Q(q) \quad (2.27)$$

avec

$$Q(q) = (1-q)^{1/2} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} \quad (2.28)$$

Notons que la limite suivante permet de retrouver l'expression de Schamel [34]

$$\lim_{q \rightarrow 1} Q(q) = 1 \quad (2.29)$$

La valeur minimale du nombre Mach M est obtenue en résolvant l'équation non linéaire $V(\Phi_m) = 0$, on obtient donc :

$$A(q) + B(\beta, q)\sqrt{\Phi_m} = 0 \quad (2.30)$$

M peut alors être écrit comme suit :

$$M = \sqrt{\frac{2}{q+1}} \left[1 + \frac{2}{q+1} B(\beta, q)\sqrt{\Phi_m} \right] \quad (2.31)$$

Cette expression est une première approximation de la dépendance de la vitesse de phase en fonction des paramètres. M se simplifie dans la limite Maxwellienne pour $q \rightarrow 1$ à l'expression bien connue (voir Eq. (32a) de [34] ou Eq. (18) de [26])

$$M = \left[1 + B(\beta, 1) \sqrt{\Phi_m} \right] = \left[1 + \frac{8(1-\beta)}{15\pi} \sqrt{\Phi_m} \right] \quad (2.32)$$

La dépendance de M en fonction de β et Φ_m est identique dans les équations 2.31 et 2.32. Par conséquent, la vitesse de phase augmente avec l'augmentation d'amplitude Φ_m et du dépeuplement des particules piégées, à savoir linéairement avec $(1-\beta)\sqrt{\Phi_m}$.

En mesurant la vitesse de phase des ondes acoustiques ioniques solitaires, particulièrement dans le cas de faible amplitude, on peut se renseigner par l'intermédiaire de l'équation (2.31) sur la vitesse efficace $\sqrt{2/(1+q)}$ et le coefficient du piégeage $B(\beta, q)$, en mesurant cette quantité macroscopique, on peut obtenir des informations sur les conditions microscopiques sous-jacentes, qui sont expérimentalement beaucoup plus difficiles à obtenir. Une démarche similaire a été proposée par Goldman et al. [89] dans le cas des ondes solitaires associées au vide électronique dans l'espace, leur vitesse permet de tirer des informations sur la fonction de distribution des vitesses de type kappa (il est intéressant de noter que l'expression du piégeage obtenue par Goldman et al. est incomplète).

La figure 1-a montre pour $\beta = 0, 1$, l'augmentation de M en fonction de Φ_m pour trois valeurs de $q = 0, 5$, $q = 0, 8$ et $q = 0, 95$. Nous remarquons que quand $q \rightarrow 1$, la variation de M se rapproche de celle obtenue par Schamel (Eq. 2.32). A titre d'exemple, quand $\Phi_m \rightarrow 0$, $M = \sqrt{\frac{2}{1+0.5}} \simeq 1.15$ est plus grand que $M = \sqrt{\frac{2}{1+0.95}} \simeq 1.01$. Dans le cas $\beta = 0, 1$, on constate que lorsque q diminue de 0,95 à 0,5, M est décalé vers des valeurs supérieures. Par conséquent, l'effet d'une augmentation du caractère nonextensif des électrons induit un changement du seuil des valeurs maximales de M pour lequel il y a rupture du soliton ([34], Fig 4.). Par conséquent, nous prévoyons un changement drastique des valeurs permises de M lorsque la nonextensivité des électrons augmente dans l'intervalle $-1 < q < 1$. La figure 1-b montre la dépendance de M en q pour $\Phi_m = 0, 01$ et une fonction de distribution des électrons piégés à sommet plat $\beta = 0$. On voit que les valeurs de M augmentent avec la diminution des valeurs de q . La figure 1-c montre la variation de la vitesse de phase linéaire de l'onde acoustique C_a normalisée à C_i en fonction de q . Notons que cette vitesse (normalisée à C_i) est donnée par

$$C_a = \sqrt{\frac{2}{q+1}}$$

Cette dernière peut être déterminée à partir de $V''(\Phi = 0) = 0$ de l'équation (2.24). Nous remarquons que C_a augmente avec l'augmentation de la non extensivité des électrons. Cela

nous amène à penser que la figure 1-b ($\beta = 0$, $\Phi_m = 0.01$) peut refléter en partie le changement associé à la vitesse réelle acoustique comme on peut le voir depuis le graphe (figure 1-d) de $M/C_a = \left[1 + \frac{2}{1+q}B(\beta, q)\sqrt{\Phi_m}\right]$ comme une fonction de q .

Afin d'obtenir l'expression du soliton associé à l'onde acoustique ionique, l'expression de A obtenue à partir de l'équation (2.30) est injectée dans l'équation (2.25), ce qui nous permet d'aboutir à l'expression suivante du potentiel de Sagdeev

$$V(\Phi) = -B(\beta, q)\Phi^2 \left(\sqrt{\Phi_m} - \sqrt{\Phi} \right) \quad (2.33)$$

Cette expression est injectée dans l'équation de quadrature (2.18), ce qui nous permet d'obtenir l'expression

$$\Phi(\xi) = \Phi_m \operatorname{sech}^4(\xi/\Delta) \quad (2.34)$$

où Φ_m est l'amplitude du soliton de largeur Δ donnée par

$$\Delta = 4 \left[2B(\beta, q)\sqrt{\Phi_m} \right]^{-1/2} \quad (2.35)$$

Comme $\Delta > 0$, ceci implique que $B(\beta, q) > 0$, par conséquent, une surpopulation des électrons non extensifs piégés $\beta > 1$ est exclue. La figure 2 représente la variation de la largeur du soliton en fonction du paramètre non extensif q pour une valeur donnée de l'amplitude $\Phi_m = 0,01$ et pour un paramètre de piégeage donné $\beta = 0$. Cette dépendance montre que la structure se rétrécit quand la non extensivité diminue ($q \rightarrow 1$). A partir des figures 1 et 2 et des équations (2.32) et (2.35), nous constatons que la dépendance globale des quantités principales du soliton, le nombre de M et la largeur Δ deviennent plus petites avec l'augmentation de q dans l'intervalle $-1 < q \leq 1$. Les expressions du potentiel électrostatique et de sa largeur montrent de nouveau et d'une manière simple la dépendance connue entre Φ_m et β . Ces dépendances se réduisent respectivement aux équations (39) et (40) de Schamel [34], pour la limite $q \rightarrow 1$.

2.5 Analyse de large amplitude

Compte tenu de la forme complexe du pseudo-potentiel (2.19), la détermination de la forme analytique des structures solitaires d'amplitude arbitraire de l'équation différentielle non linéaire (2.18) est impossible. Pour se faire, nous avons intégré numériquement cette équation différentielle pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Notons que l'équation (2.18) peut être résolue soit en la considérant comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Compte tenu du fait que la solution qui nous

intéresse est dans le domaine d'intégration, nous avons opté de résoudre cette équation différentielle par une méthode numérique propre aux valeurs initiales avec $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = (d\Phi(\xi)/d(\xi))(\xi = 0) = 10^{-10}$. Nos tentatives de trouver des solutions analytiques dans le domaine des paramètres qui soutiennent l'existence de solitons se sont avérées une tâche ardue, puisque les fonctions hypergéométriques de Gauss qui apparaissent dans le potentiel de Sagdeev sont intraitables. La figure 3 montre la variation spatiale du potentiel électrostatique Φ associé à l'onde acoustique ionique pour différentes valeurs du paramètre non extensif des électrons $q = 0,4$ (trait plein), $0,6$ (tirets) et $0,8$ (ligne pointillée), les paramètres suivants $\beta = 0,02$ et $M = 1,9$ ont été choisis. Le potentiel électrostatique exhibe une structure solitaire localisée dans l'espace comme l'atteste la forme en puits du pseudo-potentiel associé (figure 4). Les résultats révèlent que les modes spatiaux de l'onde acoustique ionique solitaire sont considérablement modifiés par l'effet de la non extensivité des électrons. On peut voir que quand q diminue en s'éloignant de $q = 1$, l'amplitude du soliton diminue et sa largeur augmente. Ceci peut être attribué au fait que les électrons qui évoluent loin de leur piègeage Maxwellian sont localement expulsés (figure 5) et sont poussés hors de la région de la localisation du soliton. De manière générale, l'équilibre entre la force d'inertie, la force électrique et la force de pression mettra en place les conditions pour l'existence de l'onde acoustique ionique. Les électrons non extensifs sont une source de modification de la force de rappel, et ainsi sur le profil du soliton. Notons que nos résultats peuvent être affectés de façon importante si l'on considère que M/C_a est fixé, plutôt que de fixer M . L'accélération et l'élargissement avec l'écart de la non extensivité de sa valeur d'équilibre peuvent peut-être vrai seulement en termes de la normalisation de vitesse du son C_i . Si la vitesse est normalisée par la vitesse du son réel, alors la situation peut être différente.

A l'opposée des figures 3 et 4, la figure 6 (pour $q > 1$) et pour $M = 1,3$, $\beta = 1,5$, l'amplitude du soliton augmente tandis que sa largeur se rétrécit quand q augmente. Notons que pour $q > 1$, nous avons examiné les effets des changements dans la forme et les caractéristiques de la fonction de distribution lorsque les valeurs de q sont proches de la frontière à $q = 1$. En gardant le paramètre de la non extensivité q à une valeur constante, on analyse l'effet du paramètre de piègeage β sur les ondes acoustiques ioniques solitaires "IASW". La figure 7 indique que le piègeage et la nature non extensive peuvent agir simultanément et influencer l'état des particules piégées d'un plasma non-collisionnel instable aux deux-courants. Il peut être utile de noter qu'une analyse numérique a été effectuée sur une large gamme de valeurs $q < 0$ et $\beta > 0$. On a constaté que notre modèle de plasma ne

supporte pas les structures solitaires localisées. Les structures obtenues dans notre modèle de plasma sont des potentiels solitaires positifs. Ceci s'explique par le fait que dans notre cas, correspond à une constante de normalisation $K = 0$ de la référence [34]. Si l'on permet formellement à K d'être non nul, alors, on peut trouver aussi une onde solitaire de polarité négative, par analogie au vide électronique.

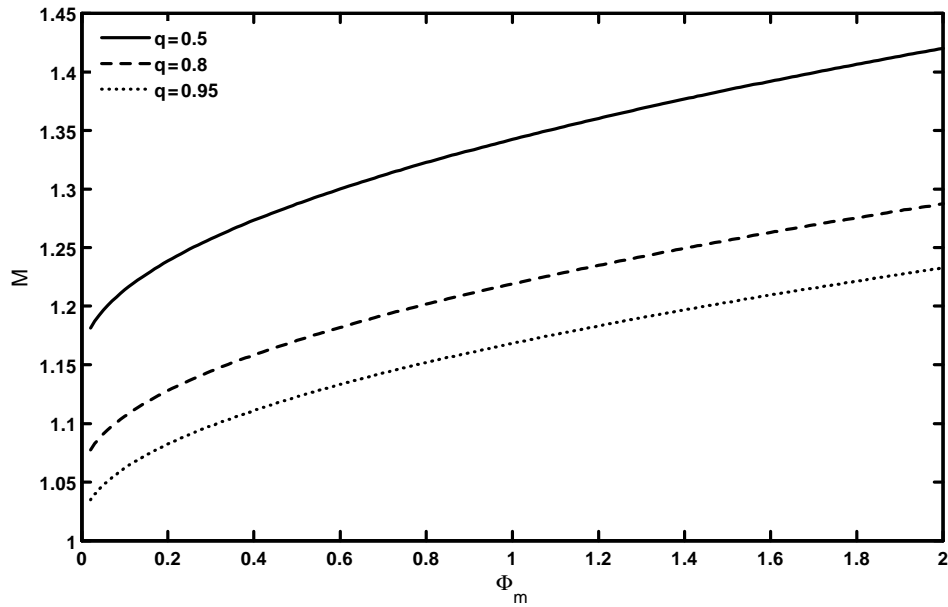


Figure 1-a: Profil spatial du nombre de Mach M en fonction du Φ_m pour deux valeurs différentes du paramètre électronique non extensif $q = 0.5$, $q = 0.8$ et 0.95 , avec $\beta = 0.1$.

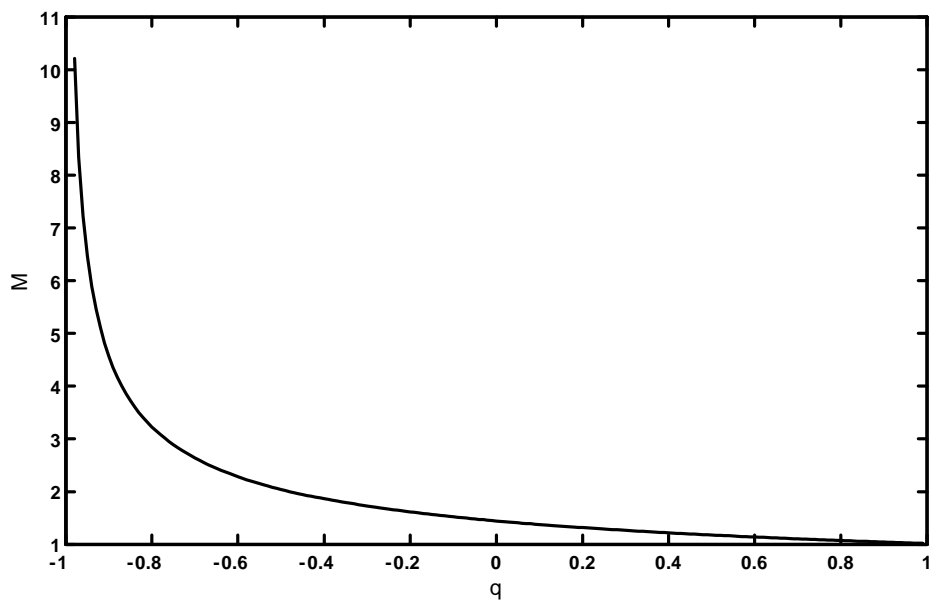


Figure 1-b: Profil spatial de nombre de Mach M on fonction du q pour $\Phi_m = 0.01$ et la distribution àsommet plat des électrons piégée ($\beta = 0$).

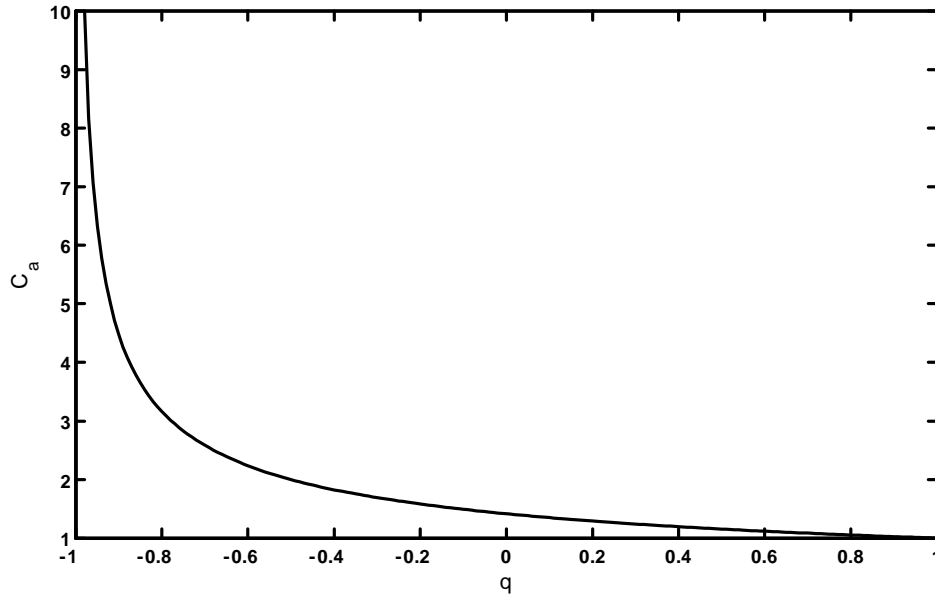


Figure 1-c: Profil spatial de la vitesse du son réel normalisée C_a en fonction du q .

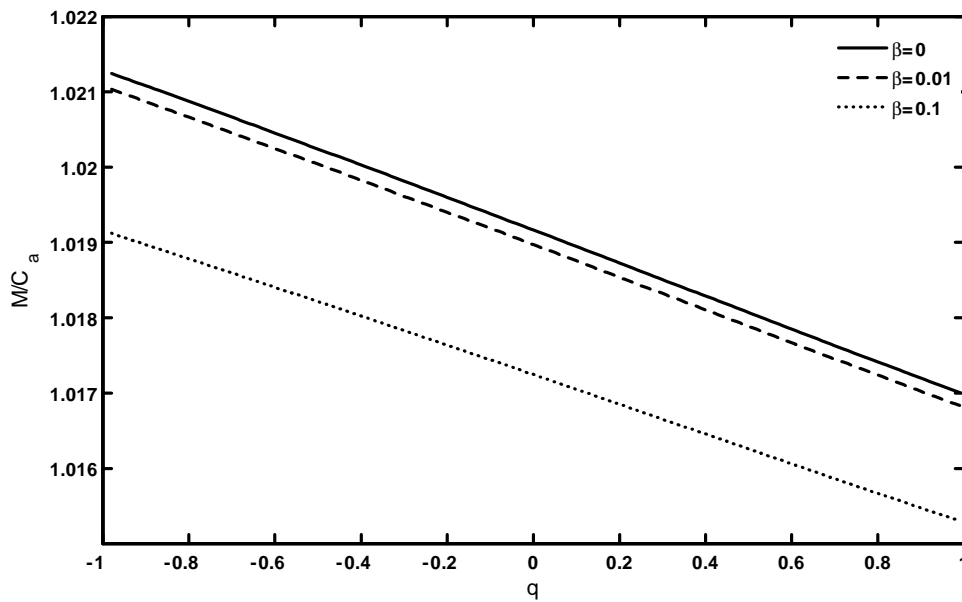


Figure 1-d: Profil spatial de M/C_a en fonction du q pour $\Phi_m = 0.01$ et la distribution surmontée à plat des électrons piégés ($\beta = 0$).

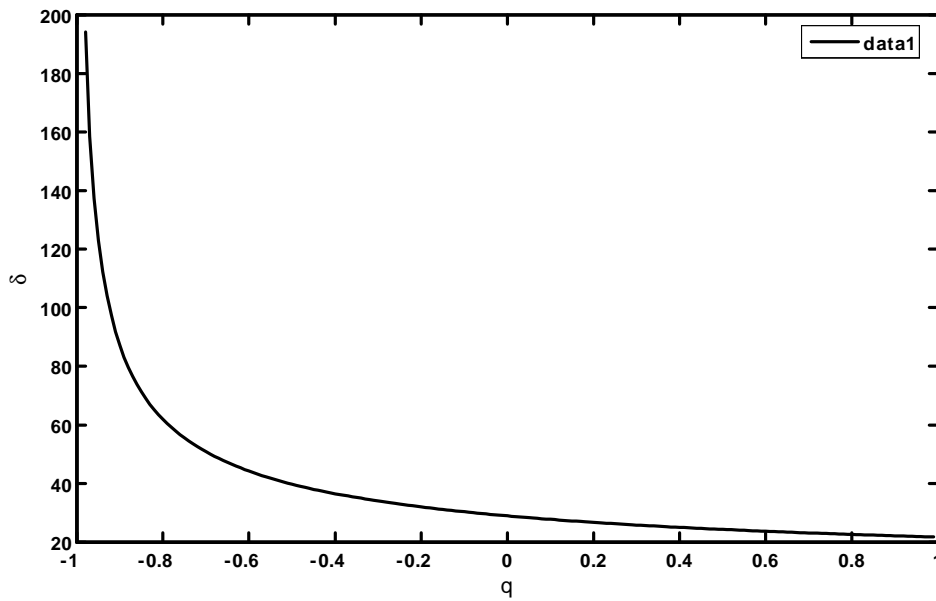


Figure 2: Le q -dépendance de la largeur de la structure potentielle pour une amplitude donnée $\Phi_m = 0,01$, et pour un paramètre de piégeage donné $\beta = 0$.

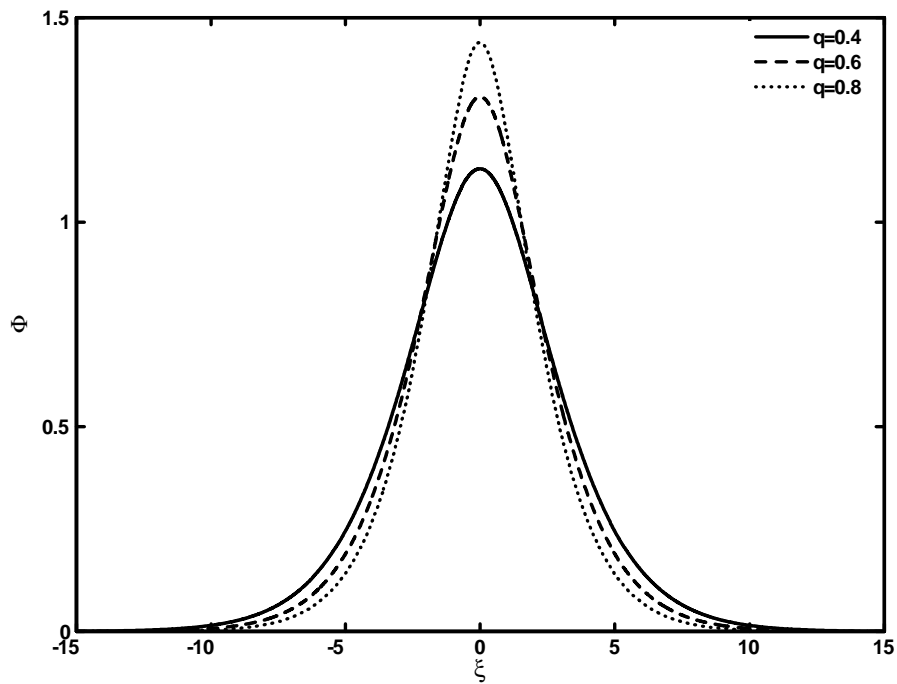


Figure 3: Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique ionique pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\beta = 0.02$ et $M = 1.9$.

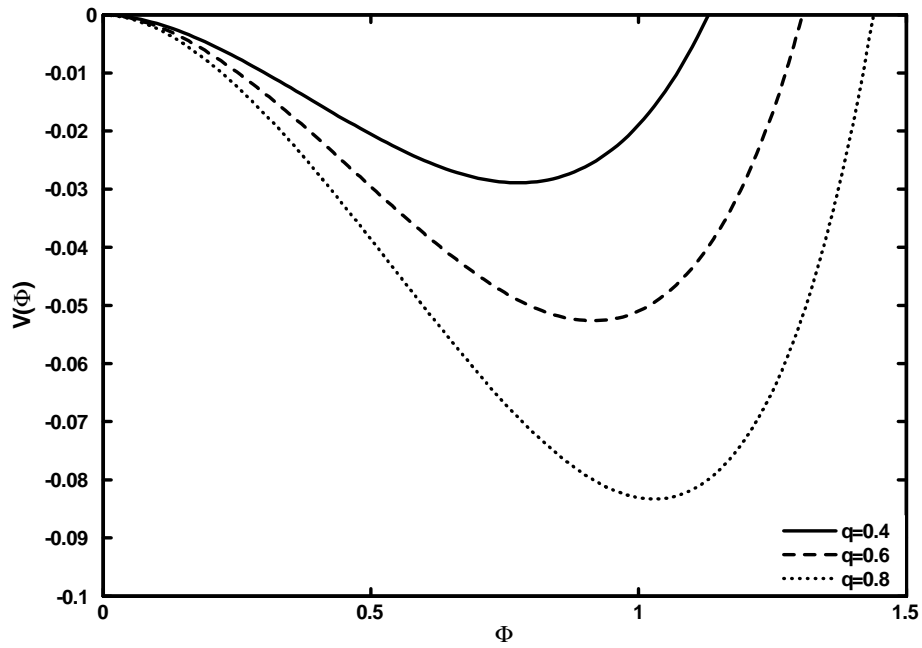


Figure 4: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 3 pour différentes valeurs du paramètre non extensif q .

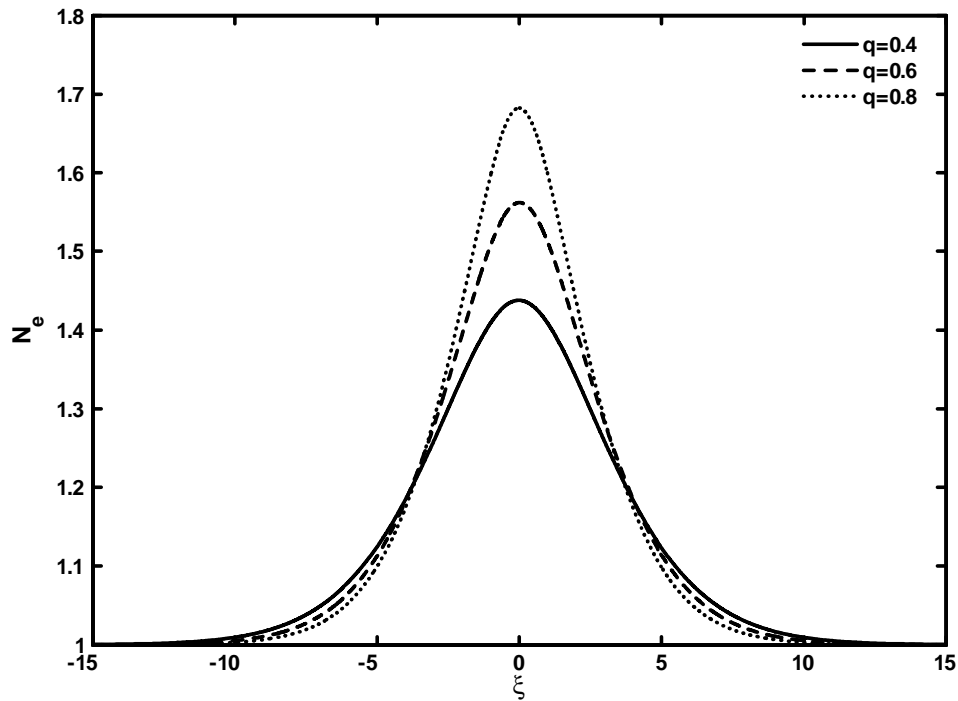


Figure 5: Profil spatial de la densité des électrons pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\beta = 0.02$ et $M = 1.9$.

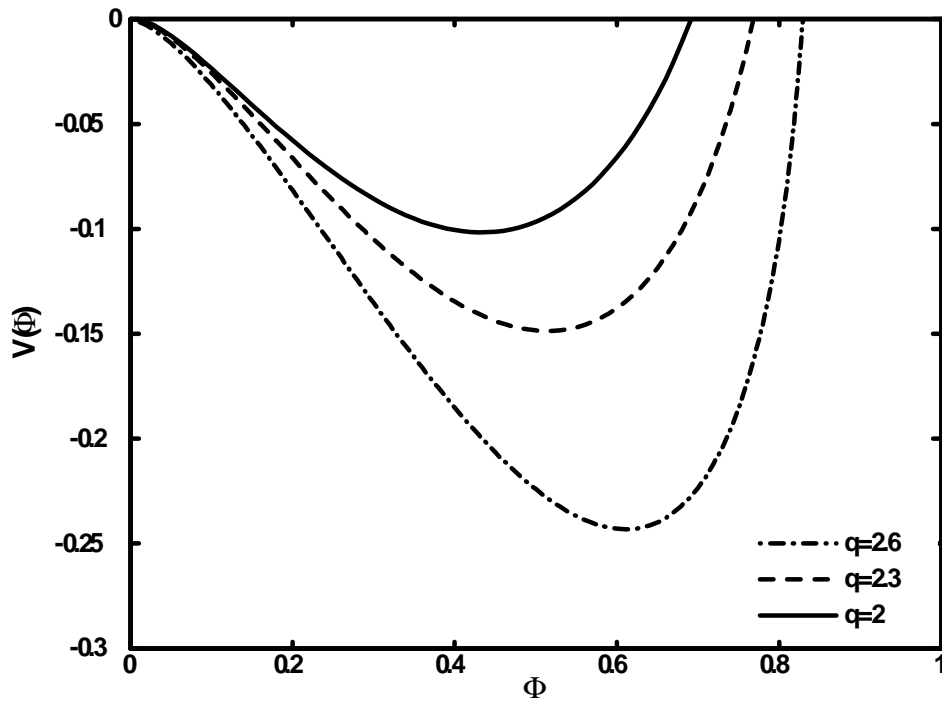


Figure 6: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q > 1$ avec $\beta = 1.5$.

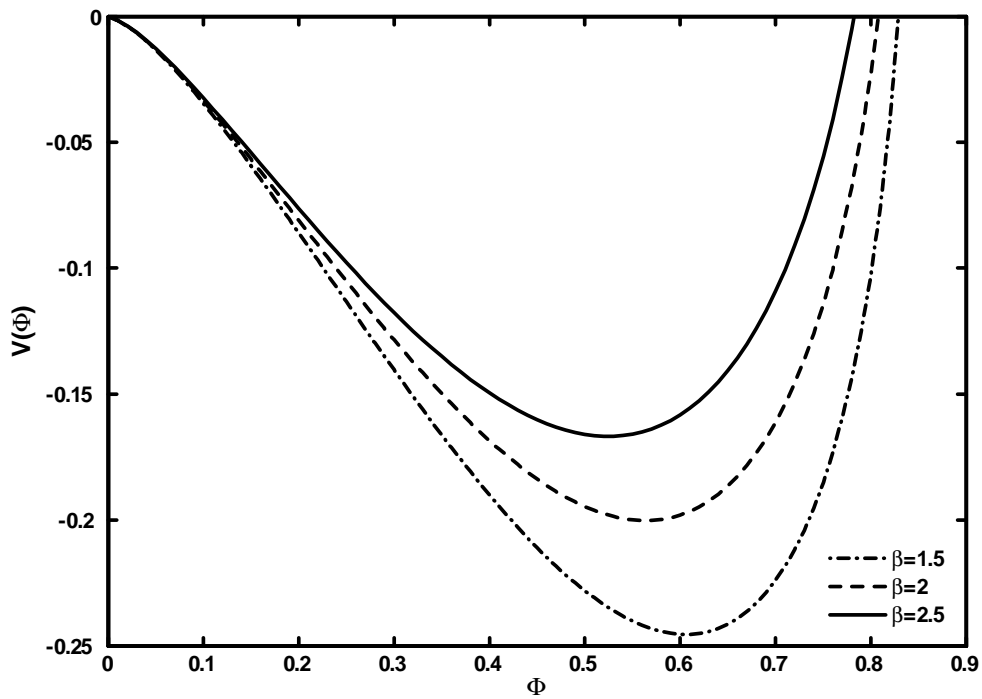


Figure 7: Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ en fonction de Φ pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $q > 1$.

2.6 Équation pré-Schamel de la propagation de l'onde acoustique ionique de faible amplitude en présence d'électrons non extensifs piégés

Nous nous intéressons maintenant à la dynamique des solitons acoustiques ioniques d'amplitude faible mais finie. Pour se faire, nous utiliserons la technique de la perturbation réductive de Schamel [26], [84] afin d'élaborer une théorie faiblement non linéaire sur la propagation du potentiel électrostatique associé à l'onde, avec l'introduction des nouvelles variables $\zeta = \varepsilon^{1/4}(X - v_0 T)$, $\tau = \varepsilon^{3/4}T$ et le développement des variables dynamiques en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Phi = \varepsilon\Phi^{(1)} + \varepsilon^{3/2}\Phi^{(2)} + \dots \quad (2.36)$$

$$V_i = \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^{3/2}V_i^{(2)} + \dots \quad (2.37)$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^{3/2}N_i^{(2)} + \dots \quad (2.38)$$

A partir des équations (2.14)-(2.16) et (2.21), nous obtenons, à l'ordre le plus petit en ε les expressions $N_i^{(1)} = V_i^{(1)}/v_0$, $V_i^{(1)} = \Phi^{(1)}/v_0$, $N_i^{(1)} = \Phi^{(1)}/v_0^2$ avec $v_0^2 = \frac{2}{q+1}$. A l'ordre plus élevé en ε , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_0 \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^2} + N_i^{(2)} - \frac{q+1}{2}\Phi^{(2)} - \frac{4(\beta-1)(1-q)^{1/2}}{\sqrt{3}\pi} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} (\Phi^{(1)})^{3/2} = 0 \quad (2.41)$$

En combinant les équations (2.39) - (2.41), nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + \alpha_1 \sqrt{\Phi^{(1)}} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + \alpha_2 \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.42)$$

où

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= v_0^3 \frac{(1-\beta)(1-q)^{1/2}}{\pi} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2}v_0^3 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{q+1}\right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Dans la limite où $q \rightarrow 1$, l'équation (2.42) se réduit à l'équation obtenue par Schamel [26]

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{(1-\beta)}{\pi} \sqrt{\Phi^{(1)}} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (2.44)$$

La solution stationnaire et localisée de l'équation (2.42) est obtenue par la transformation des variables d'espace ζ et du temps τ en une seule variable $\eta = \zeta - u_0\tau$ et l'utilisation des conditions aux limites appropriées, $\Phi^{(1)} \rightarrow 0$, $d\Phi^{(1)} / d\eta \rightarrow 0$, $d^2\Phi^{(1)} / d\eta^2 \rightarrow 0$ quand $\eta \rightarrow \pm\infty$. Ainsi, nous obtenons

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m \operatorname{sech}^4 \left(\frac{\eta}{\Delta} \right) \quad (2.45)$$

où l'amplitude Φ_m et la largeur Δ du soliton sont données, respectivement, par

$$\Phi_m = \left(\frac{15u_0}{8\alpha_1} \right)^2 = \left[\frac{15\sqrt{\pi}u_0}{8(1-\beta)} \sqrt{\frac{(q+1)^3}{8(1-q)} \frac{\Gamma(\frac{1+q}{2-2q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q})}} \right]^2 \quad (2.46)$$

$$\Delta = \left(\frac{16\alpha_2}{u_0} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{8}{u_0} \left(\frac{2}{(q+1)} \right)^{3/2}} \quad (2.47)$$

L'équation (2.45) indique que des solitons de faibles amplitudes mais finies de l'onde acoustique ionique peuvent exister. La figure 8 montre la dépendance de Φ_m en fonction du paramètre de la non extensivité q pour différents valeurs du paramètre de piégeage $\beta = 0, 1, 0, 2$, et $0, 3$. Quand q augmente (dans l'intervalle $-1 < q < 1$), l'amplitude Φ_m du soliton augmente aussi, il est évident que le caractère non extensif des électrons piégés devient moins important. Une augmentation du paramètre du piégeage β fournit qualitativement le même résultat, mais avec un changement clair d'amplitude de Φ_m vers des valeurs supérieures. La largeur de l'onde ionique solitaire se rétrécit avec l'augmentation des valeurs de q (figure 9). Comme prévu dans (2.46) et (2.47) et contrairement à Φ_m , l'effet du piégeage n'a pas d'influence sur la largeur du soliton.

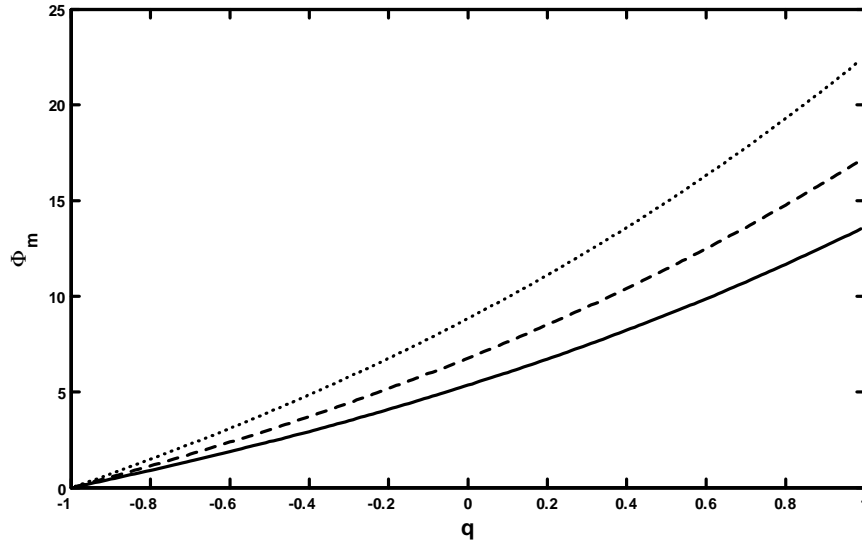


Figure 8: Variations de Φ_m en fonction du paramètre de la nonextensivité q pour différentes valeurs de paramètres de piégeage $\beta = 0.1$ (trait plein), 0.2 (tirets), et 0.3 (pointillés), avec $u_0 = 1$.

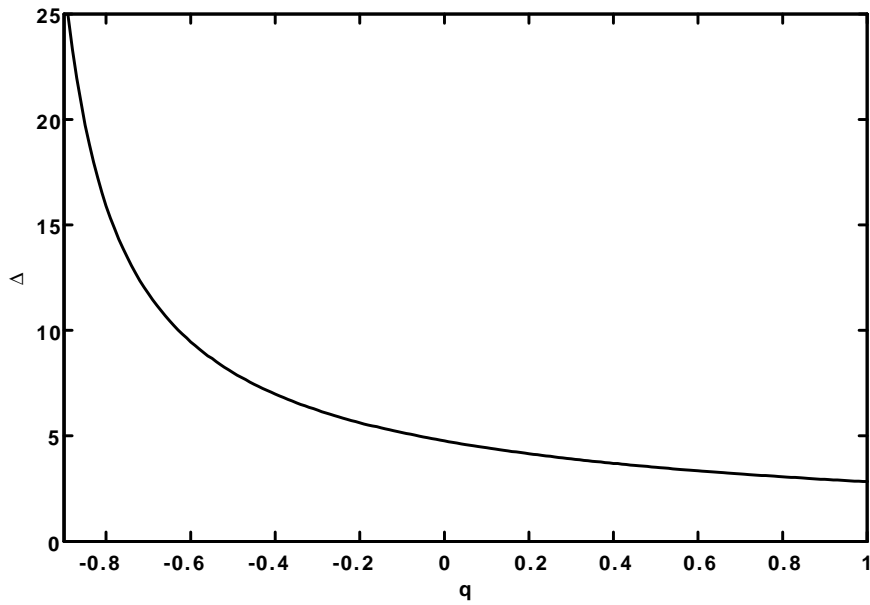


Figure 9: Le q -dépendance de la largeur de la structure solitaire pour $u_0 = 1$.

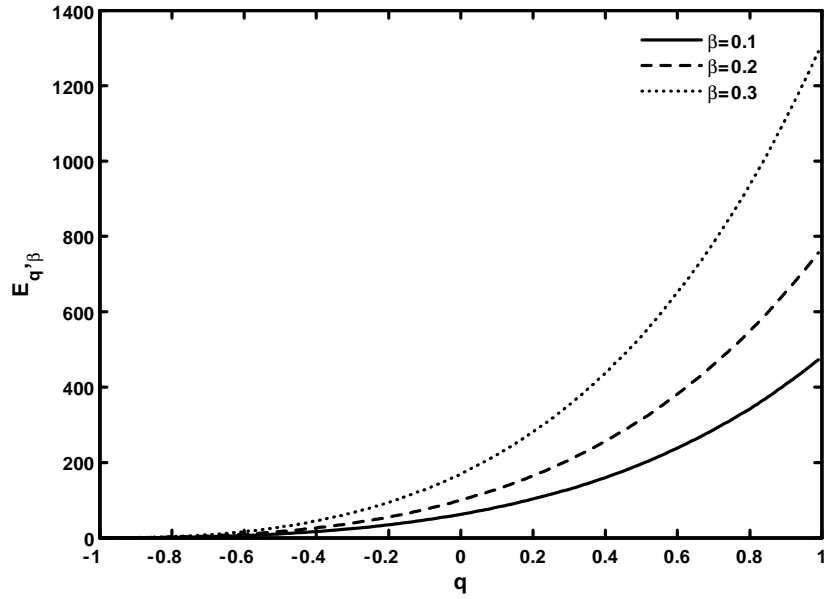


Figure 10: Variations de l'énergie du soliton en fonction du paramètre non extensif q , pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β avec $u_0 = 1$.

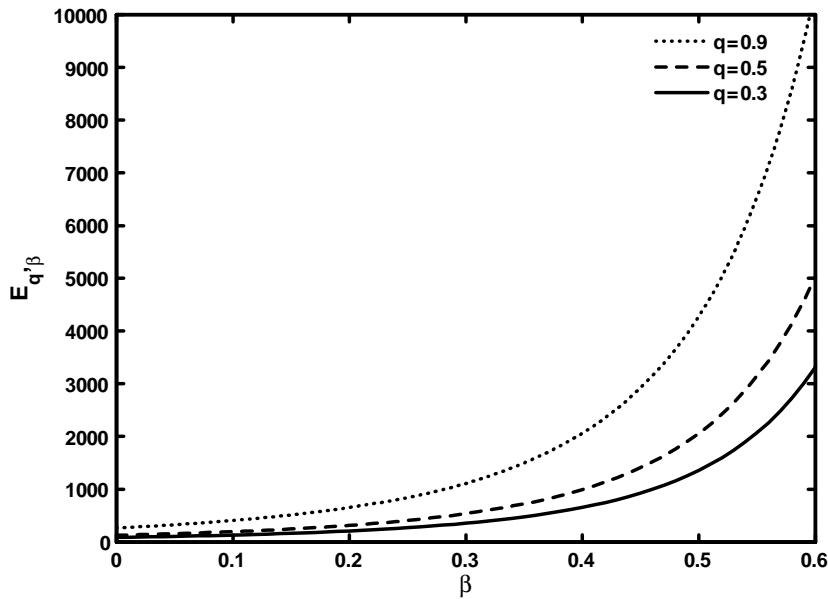


Figure 11: Variations de l'énergie du soliton en fonction du paramètre de piégeage β , pour différentes valeurs de paramètre non extensif q avec $u_0 = 1$.

Il se trouve que les grandeurs principales (amplitude et largeur) de la structure solitaire sont considérablement affectées par l'effet de la non extensivité [78]. Cela nous amène à revoir la possibilité que la non extensivité électronique peut affecter d'une façon considérable l'énergie transportée par l'onde acoustique ionique solitaire (IA). Rappelons que les solitons

en interaction peuvent se diviser, fusionner et échanger des énergies pendant la collision. L'énergie du soliton peut être exprimée par le terme du premier ordre de vitesse perturbée $V_i^{(1)} = \Phi^{(1)}/v_0 = \frac{\Phi_m}{v_0} \sec h^4(\eta/\Delta) = V_m \sec h^4(\eta/\Delta) = V_i(\eta)$ [90], [91], alors, l'énergie du soliton est

$$E_{q,\beta} = \int_{-\infty}^{+\infty} V_i^2(\eta) d\eta = \frac{32\Delta}{35} \left(\frac{\Phi_m}{v_0} \right)^2 \quad (2.48)$$

La figure 10 montre la dépendance de l'énergie $E_{q,\beta}$ en fonction du paramètre de la non extensivité q et pour différentes valeurs du paramètre de piégeage β . Nous remarquons que l'énergie $E_{q,\beta}$ augmente quand les électrons évoluent vers leur état de piégeage Maxwellien ($q \rightarrow 1$). Il se trouve que la nonextensivité électronique peut provoquer un épuisement de l'énergie du soliton. Une augmentation de β , déterminant l'efficacité du piégeage des électrons, donne qualitativement les mêmes résultats, mais avec un décalage de $E_{q,\beta}$ vers des valeurs supérieures; une tendance qui est évidente d'après les résultats représentés sur la figure 11.

2.7 Conclusion

Pour conclure, nous avons étudié la propagation des ondes acoustiques ioniques solitaires en présence des électrons non extensifs piégés. En s'inspirant de la théorie de Schamel, nous avons proposé une fonction de distribution des vitesses contenant des informations physiques sur les électrons piégés et non extensifs. Nos résultats indiquent l'existence des structures acoustiques ioniques localisées dans un plasma qui sont en bon accord avec les résultats expérimentaux rapportés par Tran et Means [92]. Dans les limites de faible amplitude, et pour $-1 < q \leq 1$, la résolution de la relation de dispersion non linéaire obtenue montre la dépendance non linéaire de la vitesse de phase en fonction des paramètres du piégeage et de la non extensivité des électrons. Nous avons montré que la vitesse de phase augmente avec l'augmentation de la non extensivité des électrons. Pour des valeurs de l'amplitude et du piégeage fixes, la structure solitaire se rétrécit à mesure que la non extensivité des électrons diminue. La structure solitaire du potentiel par conséquent s'accélère et s'élargit pendant que la non extensivité des électrons devient plus importante. Notons que l'on peut facilement prolonger nos résultats à $\beta < 0$ pour mener à un calcul similaire pour le piégeage d'ions non extensifs. L'étude de la dépendance de tous les paramètres de la fonction $M(q, \Phi_m, \beta)$ donnerait une limite supérieure pour Φ_m et donc pour M , au-delà de laquelle aucune onde solitaire ne peut exister. Cette limite supérieure est liée à la notion de rupture de l'onde [34], mais cette analyse est au-delà de la portée du présent manuscrit. Néanmoins,

il serait intéressant de connaître la dépendance de Φ_m pour certains valeurs de q pour un β donné et de les comparer avec le cas $q = 1$ de la relation de dispersion non linéaire de l'expression 23 de la référence [34] qui est exploitée dans la figure 4 de la même référence. Les deux limites supérieures pour le cas où $q = 1$ sont $M_{\max} = 1,59$ (3, 1) et $\Phi_{m, \max} = 1,26$ (4, 8) pour $\beta = 1(0)$. Les valeurs des mêmes paramètres à savoir $\Phi_{m, \max}$ et M_{\max} pour $q > 1$ seront traités en perspectives, vu la complexité des calculs. En outre, nous avons déterminé l'équation d'évolution du potentiel électrostatique de l'onde acoustique ionique solitaire (IASWs) dans la limite d'amplitude faible mais finie, où les grandeurs principales (amplitude et largeur) sont considérablement affectées par les effets de la non extensivité des électrons. Nous avons constaté que la non extensivité peut causer l'épuisement de l'énergie du soliton. Une augmentation du paramètre de piégeage des électrons mène à un décalage net vers des valeurs plus élevées de l'énergie du soliton. Nos résultats sont appropriés pour les plasmas qui incluent le piégeage des particules [93]. Ce dernier est commun non seulement dans les plasmas d'espace, mais également dans les plasmas de laboratoire. Tsai et al. [94] traitaient les ondes acoustiques poussiéreuses de large amplitude se propageant dans un plasma poussiéreux à basse pression. Les caractéristiques uniques du plasmas poussiéreux en comparaison avec notre plasma ordinaire composé d'électron et d'ion sont l'existence d'une fréquence ultra-faible pour la propagation des ondes acoustiques, où les grains de poussière sont fortement chargés électriquement, ou la fluctuation de la charge électrique provient de l'accumulation des courants sur les surfaces des grains. Bien qu'il soit difficile d'établir une comparaison raisonnable entre et le présent travail, nous pensons que la flexibilité fournie par l'approche non extensive permettrait de réduire les écarts quantitatifs entre la théorie et l'expérience.

3

Approche dynamique des gaz de l'onde acoustique solitaire

3.1 Introduction

Le travail pionnier de Sagdeev [3] sur la propagation de l'onde acoustique ionique a établi une équation de conservation d'énergie analogue à celle d'un oscillateur et il a montré que l'onde acoustique ionique peut se propager sous forme de soliton si le nombre de Mach vérifiée la condition $1 < M < 1,58$ (M est la vitesse du soliton normalisée à la vitesse acoustique ionique). Plusieurs modèles qui tiennent compte de l'effet de la température des ions, des équations d'état des espèces, de la présence de deux espèces ioniques, et de l'effet de l'inertie des électrons ont été introduits afin de rapprocher le modèle de Sagdeev de l'expérience. Cependant, les modèles introduits connaissent de plus en plus des complexités algébriques et rendent l'analyse plus difficile, voire impossible. D'autres points de vue ont fait le jour, à l'instar de l'approche dynamique des gaz [95]-[96] introduite par McKenzie [97]-[101]. Cette approche repose sur la réduction de l'équation du mouvement pour donner lieu à une équation de type Bernoulli. Cette dernière nous permet de choisir la branche physique reliant la densité au potentiel électrostatique moyennant des conditions posées au départ, ainsi que l'équation de Poisson sera transformée soit en terme d'équation différentielle par rapport à la vitesse ou par rapport à la densité, encore une fois l'équation différentielle sera de type Bernoulli [102]-[105]. Dans ce chapitre, nous proposerons un traitement basé sur l'approche dynamique des gaz proposé par McKenzie et al. [97], [100]-[101], [106] sur les structures électrostatiques non linéaires se propageant dans des plasmas à multi-espèces. Cette approche offre une analyse bien meilleure et plus claire des différentes contraintes sur l'existence des solitons électrostatiques.

3.2 Conservation de flux et intégrales premières

L'approche dynamique des gaz décrits par des équations fluides [97], [106] s'appuie sur le fait que les ondes non linéaires sont décrites dans un référentiel dans lequel elles apparaissent stationnaires ($\partial/\partial t = 0$), contrairement à l'approche de Sagdeev, où les ondes non linéaires sont vues dans un repère d'inertie (de laboratoire). Cette méthode emploie plusieurs intégrales premières pour contraindre le domaine d'existence des ondes solitaires pour un régime de valeurs des paramètres qui satisfont leurs existences. L'ensemble des équations décrivant les modes électrostatiques se propageant dans un plasma spécifique sont, par espèce, l'équation de continuité et l'équation de moment

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial(n_j v_j)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{1}{n_j m_j} \frac{\partial p_j}{\partial x} = -\frac{q_j}{m_j} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.2)$$

Le système précédent est complété par l'équation de Poisson,

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\sum_j n_j q_j \quad (3.3)$$

n_j , v_j et p_j sont la densité, la vitesse fluide et la pression, respectivement de chaque espèce j des particules de charge électrique q_j et de masse m_j . ϕ est le potentiel électrostatique. Dans le repère de l'onde, il n'y a aucune variation temporelle des structures non linéaires [et qui sont stationnaires]. L'intégration de l'équation de continuité exprime la conservation du flux de masse [9]

$$n_j m_j v_j = n_{j0} m_j v_{j0} \quad (3.4)$$

l'indice 0 représente l'état non perturbé de l'espèce j ayant une vitesse d'écoulement v_{j0} . Dans le repère inertiel, où le plasma non perturbé est au repos, la structure solitaire a une vitesse $-v_{j0}$ [99], tandis que dans le référentiel qui se déplace avec l'onde solitaire, l'espèce non perturbée loin du centre de l'onde à une vitesse v_{j0} . L'expression (3.4) montre que si $v_j \rightarrow 0$ ou $+\infty$ la densité $n_j \rightarrow +\infty$ ou 0, respectivement, correspondant à une compression infinie ou à une raréfaction totale de l'espèce. La pression est supposée être polytrophe de la forme $p_j \propto n_j^{\gamma_j} \propto v_j^{-\gamma_j}$ avec γ_j est l'indice polytrophe vérifiant la condition $\gamma_j > 1$ [9], [98]-[99]. Dans le cas particulier d'un plasma isotherme ($\gamma_j = 1$) l'expression modifiée de la pression peut être incluse par la suite.

3.2.1 Intégrale de Bernoulli

L'indice γ_j est supposé $\gamma_j \neq 1$ alors la pression de l'espèce j est $p_j \propto v_j^{-\gamma_j}$. Cette proportionnalité vient de l'équation (3.4). L'équation du mouvement (3.2) devient alors [97]-[99]

$$v_j \left(1 - \frac{v_{j0}^{\gamma_j+1}}{v_j^{\gamma_j+1} M_j^2} \right) \frac{dv_j}{dx} = \frac{q_j}{m_j} E \quad (3.5)$$

E et M_j sont le champ électrique et le nombre de Mach de chaque espèce définis par :

$$E = -d\phi/dx \quad M_j = \frac{v_{j0}}{c_{tj}} \quad c_{tj}^2 \equiv \frac{1}{m_j} \frac{dp_j}{dn_j} \Big|_{n_j=n_{j0}} = \frac{\gamma_j p_{j0}}{n_{j0} m_j} \quad (3.6)$$

c_{tj} est la vitesse thermique de l'espèce. On peut également définir une température effective T_j à travers $c_{tj}^2 = k_B T_j / m_j$, tel que $\gamma_j p_{j0} = k_B T_j n_{j0}$, k_B est la constant de Boltzmann. L'espèce considérée se comporte comme un gaz parfait de pression $p_j = n_j k_B T_j$. Dans la description dynamique du fluide, les points soniques, sont définis par :

$$\frac{v_{js}}{v_{j0}} = \frac{1}{M_j^{2/(\gamma_j+1)}} \quad (3.7)$$

cette expression correspond à la valeur où la vitesse d'écoulement locale de l'espèce atteint sa valeur acoustique locale $(\gamma_j p_j / n_j m_j)^{1/2}$. Par conséquent (3.4) indique que ces points soniques jouent un rôle essentiel en limitant l'amplitude de l'onde, en diminuant l'énergie de l'écoulement ($dv_j/dx \rightarrow \pm\infty$) avant qu'un point d'équilibre possible puisse être atteint à partir des valeurs initiales $v_j = v_{j0}$. Après intégration de l'équation du mouvement (3.5) et en tenant compte de l'équation (3.4) on obtient [97]-[101], [106] :

$$\frac{1}{2} m_j (v_j^2 - v_{j0}^2) + \frac{\gamma_j}{\gamma_j - 1} \left(\frac{p_j}{n_j} - \frac{p_{j0}}{n_{j0}} \right) + q_j \phi = 0 \quad (3.8)$$

pour $\gamma_j > 1$. Dans ces deux expressions, le premier terme se rapporte à la variation de l'énergie cinétique, tandis que le deuxième terme donne la variation de l'enthalpie. A partir des deux équations précédentes, les deux premiers termes représentent les intégrales de type Bernoulli pour chaque espèce [97]-[101], [106] et sont données par :

$$\varepsilon_j = \frac{1}{2} (v_j^2 - v_{j0}^2) + \frac{c_{tj}^2}{\gamma_j - 1} \left(\frac{v_{j0}^{\gamma_j-1}}{v_j^{\gamma_j-1}} - 1 \right) = -\frac{q_j}{m_j} \phi \quad (3.9)$$

pour $\gamma_j > 1$ et

$$\varepsilon_j = \frac{1}{2} (v_j^2 - v_{j0}^2) - c_{tj}^2 \ln \left(\frac{v_j}{v_{j0}} \right) \quad (3.10)$$

pour $\gamma_j = 1$. En conséquence, à partir des équations (3.9) et (3.10) et tenant compte de l'équations (3.8), tous les $m_j \varepsilon_j / q_j$ sont égaux, les vitesses des différentes espèces v_j et le potentiel électrostatique ϕ , peuvent être éliminés en fonction seulement d'un de ces derniers, au moins numériquement, et toutes ces relations sont strictement monotones. En raison de la relation de la neutralité des charges électriques à l'équilibre, nous avons à partir de l'équation (3.9) la relation

$$\sum_j n_{j0} m_j \varepsilon_j = 0 \quad (3.11)$$

un résultat que nous trouverons utile ci-après. Nous calculons maintenant

$$\frac{d\varepsilon_j}{dv_j} = v_j \left(1 - \frac{v_{j0}^{\gamma_j+1}}{v_j^{\gamma_j+1} M_j^2} \right) \quad (3.12)$$

cette expression de la dérivée première est nulle au point sonique v_{js} donnée par l'équation (3.7) et pour lequel ε_j atteint une valeur négative minimale et qui est nulle pour $v_j = v_{j0}$ et sa dérivée est alors donnée par :

$$\left. \frac{d\varepsilon_j}{dv_j} \right|_{v_j=v_{j0}} = v_{j0} \left(1 - \frac{1}{M_j^2} \right) \quad (3.13)$$

ainsi au point initial, ε_j a une pente positive si le flux des particules est supersonique ($M_j > 1$) et est négative pour les écoulements subsoniques ($M_j < 1$) (figure 12).

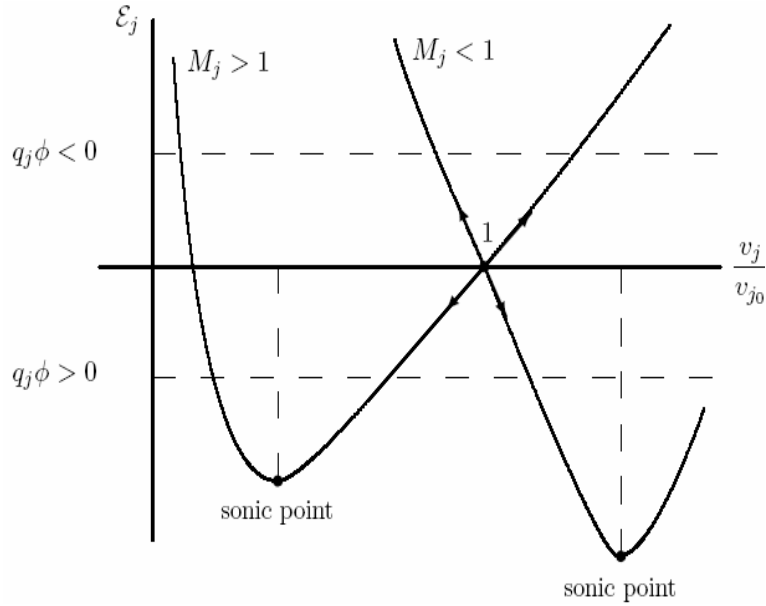


Figure 12: Le comportement de la fonction d'énergie ε_j en fonction du v_j pour les conditions initiales supersoniques ($M_j > 1$) et subsoniques ($M_j < 1$).

Pour le cas $q_j \phi > 0$, nous apprenons à partir de la nature de la relation de Bernoulli que la vitesse v_j des particules décroît de v_{j0} vers le point sonique en suivant la partie gauche de la courbe ε_j si l'écoulement est supersonique ($M_j > 1$). Cette décroissance de la vitesse induit un refroidissement des particules et une compression de leur densité. Alors que pour l'espèce subsonique, sa vitesse croît à partir de v_{j0} vers le point sonique en suivant la partie droite de la courbe de ε_j et deviennent plus chaudes et accompagnées d'une raréfaction de leur densité en raison de la conservation de flux et de masse (3.4). Cette conclusion est inversée dans le cas $q_j \phi < 0$, pour les particules supersoniques, la croissance de leur vitesse conduit à une diminution de la densité et deviennent plus chaudes, tandis que l'espèce subsonique, la diminution de leur vitesse permet la compression de leur densité et sont plus froides. Ceci est illustré schématiquement sur la figure 12. En général, la solution de l'équation (3.9) pour déterminer v_j en fonction de ϕ est une question insignifiante. Seulement le cas adiabatique $\gamma_j = 3$ a été résolu analytiquement parce que l'équation se ramène à une forme bicarrée, mais la forme obtenue est tout à fait compliquée. Cependant, pour l'espèce froide du plasma, on peut simplifier les hypothèses de départ, à savoir que leur enthalpie ($c_{tj} \rightarrow 0$ ou $M_j \rightarrow \infty$) est négligée comparée à leur énergie cinétique, de sorte que l'équation (3.9) donne :

$$\varepsilon_j = \frac{1}{2}(v_j^2 - v_{j0}^2) = -\frac{q_j}{m_j}\phi \quad (3.14)$$

ce qui nous permet d'écrire que

$$v_j = v_{j0} \sqrt{1 - \frac{2q_j \phi}{m_j v_{j0}^2}} \quad (3.15)$$

à partir de l'équation (3.4), l'expression de la densité est donnée par :

$$n_j = \frac{n_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{2q_j \phi}{m_j v_{j0}^2}}} \quad (3.16)$$

Dans ce cas, le point sonique est décalé vers $v_{js} = 0$ et correspond à la limite de la compression infinie $n_j = \infty$, elle est atteinte pour $q_j \phi_{lj} = m_j v_{j0}^2 / 2$. La limite de la raréfaction totale $n_j = 0$ est atteinte pour le $q_j \phi = -\infty$. D'autre part, pour l'espèce très chaude ($c_{tj} \rightarrow \infty$ ou $M_j \rightarrow 0$) l'enthalpie est plus dominante que l'énergie cinétique, l'équation (3.9) est alors réécrite sous la forme :

$$\varepsilon_j = \frac{c_{tj}^2}{\gamma_j - 1} \left(\frac{v_{j0}^{\gamma_j - 1}}{v_j^{\gamma_j - 1}} - 1 \right) = -\frac{q_j}{m_j} \phi \quad (3.17)$$

qui peut être résolue pour :

$$v_j = v_{j0} \left[1 - \frac{(\gamma_j - 1)q_j \phi}{m_j c_{tj}^2} \right]^{-1/(\gamma_j - 1)} \quad (3.18)$$

tenant compte de l'équation (3.9), nous obtenons :

$$n_j = n_{j0} \left[1 - \frac{(\gamma_j - 1)q_j \phi}{m_j c_{tj}^2} \right]^{1/(\gamma_j - 1)} \quad (3.19)$$

avec $\gamma_j > 1$. Le terme très chaud se réfère ici à la vitesse d'agitation thermique élevée c_{tj} plutôt qu'à une température élevée T_j . Une vitesse thermique élevée peut également être obtenue quand la masse $m_j \rightarrow 0$. Le point sonique est maintenant décalé vers $v_{js} \rightarrow \infty$ et correspond à la limite de la raréfaction totale. Cette dernière est atteinte pour $q_j \phi_{Lj} = m_j c_{tj}^2 / (\gamma_j - 1)$ dans le cas $\gamma_j > 1$ et pour $q_j \phi \rightarrow \infty$ dans le cas d'une espèce isothermique $\gamma_j = 1$. L'expression de la densité de l'espèce isothermique est $n_j = n_{j0} \exp(-q_j \phi / k_B T_j)$, appelées *espèces Boltzmanniennes* et par conséquent sont très chaudes. La limite de la compression infinie $v_j = 0$ est atteinte pour $q_j \phi = -\infty$.

Fonction de structure et l'invariance de la pression globale

L'équation de Poisson peut être intégrée une fois après avoir multiplié l'équation (3.3) par $d\phi/dx$, pour obtenir l'équation de conservation d'énergie

$$\frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = \sum_j n_{j0} m_j \mathcal{P}_j \equiv \mathcal{R} \quad (3.20)$$

\mathcal{P}_j est la fonction de pression globale de chaque espèce :

$$\mathcal{P}_j = v_{j0}(v_j - v_{j0}) + \frac{c_{tj}^2}{\gamma_j} \left(\frac{v_{j0}^{\gamma_j}}{v_j^{\gamma_j}} - 1 \right) \quad (3.21)$$

Le premier terme représente la variation de la pression dynamique et le deuxième terme représente la variation de la pression thermique [97]-[101]. En tenant compte des équations (3.4) et de l'équation d'état (1.10), \mathcal{R} de l'équation (3.20) s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{R} = \sum_j (n_j m_j v_j^2 - n_{j0} m_j v_{j0}^2) + \sum_j (p_j - p_{j0}) \quad (3.22)$$

Notons que $-\mathcal{R}$ est le pseudo potentiel de Sagdeev [1], [101], [107]-[108]. En principe, l'équation (3.20) peut être réduite à une équation différentielle du premier ordre, sur la base d'un développement en série de Taylor autour des valeurs d'équilibre de ϕ ou de v_j . Ce qui permet d'obtenir l'expression de la fonction de structure \mathcal{R} en fonction du potentiel ϕ ou de v_j et de résoudre l'équation différentielle du premier ordre [1], [109], [100]-[101], [110]-[111] pour obtenir les formes des structures cohérentes de faibles amplitudes. Dans le cas des espèces très froides, nous avons

$$\mathcal{P}_j = v_{j0}(v_j - v_{j0}) = v_{j0}^2 \left[\sqrt{1 - \frac{2q_j \phi}{m_j v_{j0}^2}} - 1 \right] \quad (3.23)$$

D'autre part, pour les espèces très chaudes on a

$$\mathcal{P}_j = \frac{c_{tj}^2}{\gamma_j} \left(\frac{v_{j0}^{\gamma_j}}{v_j^{\gamma_j}} - 1 \right) = \frac{c_{tj}^2}{\gamma_j} \left(\left[1 - \frac{(\gamma_j - 1)q_j \phi}{m_j c_{tj}^2} \right]^{\gamma_j/(\gamma_j - 1)} - 1 \right) \quad (3.24)$$

Pour un plasma composé en partie des espèces froides et chaudes, la fonction structure \mathcal{R} , devient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} = & \sum_{j=froides} n_{j0} m_j v_{j0}^2 \left[\sqrt{1 - \frac{2q_j \phi}{m_j v_{j0}^2}} - 1 \right] \\ & + \sum_{j=chaudes} p_{j0} \left\{ \left[1 - \frac{(\gamma_j - 1)q_j \phi}{m_j c_{tj}^2} \right]^{-\gamma_j/(\gamma_j - 1)} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

L'analyse du domaine d'existence des structures cohérentes est basée sur la manipulation de l'équation de conservation d'énergie (3.20) [77], [101]. En dérivant par rapport à ξ l'équation (3.20), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} = -\frac{dV(\phi)}{d\phi} = \frac{d\mathcal{R}(\phi)}{d\phi} \quad (3.26)$$

$\mathcal{R}(\phi)$ est réécrite en fonction de ϕ , [1], [100]-[101], [109]-[112]. Le potentiel de Sagdeev $V(\phi) = -\mathcal{R}(\phi)$, est un "quasipotential" ou pseudopotential, avec ϕ la coordonnée et ξ représentant le temps [1], [101], [107]-[108].

Conditions d'existence des ondes solitaires

L'analyse de la fonction de structure (3.25) permet de trouver les régions d'existence des ondes acoustiques solitaires. En particulier, la première contrainte est la convexité sur $\mathcal{R}(\phi)$ à l'origine $\phi = 0$, $\mathcal{R}(\phi = 0) = 0$ et les racines de l'équation $\mathcal{R}(\phi = \phi_m) = 0$ avec $\phi_m \neq 0$ (figure 13). A partir de l'équation de Poisson (3.26), les termes en $d\mathcal{R}(\phi)/d\phi$ représentent les densités de charge des espèces. Ainsi, les zéros de $d\mathcal{R}(\phi)/d\phi$ définissent les valeurs du potentiel électrostatique correspondant aux points du neutralité de charge [101], notés ϕ_{CNP} . Dans le cas $\phi > 0$, les valeurs de ϕ_{CNP} sont $0 < \phi_{CNP} < \phi_m$, correspondant aux maxima locaux de $\mathcal{R}(\phi)$ (figure 13). Dans le cas $\phi < 0$, alors, $\phi_m < \phi_{CNP} < 0$ ($\phi_m < 0$). Le maximum de l'onde solitaire, c'est-à-dire ϕ_m est obtenu par la résolution de l'équation $\mathcal{R}(\phi = \phi_m) = 0$ [101]. Les conditions d'existence des solitons que nous venons d'explicitier peuvent être résumées comme suit: *i* - A l'origine $\phi = 0$, la fonction de structure $\mathcal{R}(\phi = 0)$ vérifie les conditions nécessaires d'une solution en soliton $\mathcal{R}(\phi = 0) = \mathcal{R}'(\phi = 0) = 0$ et $\mathcal{R}''(0) > 0$. Cette dernière condition donne la limite inférieure du nombre de Mach M qui permet à un soliton d'exister [109]. Cette condition s'applique également aux structures en doubles couches. *ii* - La seconde condition est l'existence d'une racine non nulle de l'équation $\mathcal{R}(\phi = \phi_m) = 0$ dans l'intervalle des valeurs admissibles de ϕ . Cette gamme peut être limitée par des points sonores [la disparition d'une densité ou d'une vitesse]. La valeur supérieure de M est obtenue en utilisant la condition $\mathcal{R}(\phi_m) < 0$ pour $|\phi| < |\phi_m| < |\phi_{lj}|$ où ϕ_{lj} est la valeur limite du potentiel électrostatique pour lequel la densité de l'espèce j est définie. Pour les espèces chaudes et froides choisies par la suite, les potentiels limites correspondent à une compression infinie, ou à une raréfaction totale de l'espèce j . La gamme de ϕ pour laquelle les solitons peuvent exister est alors limitée par la contrainte $\mathcal{R}(\phi_{lj}) < 0$. Les conditions sous-jacentes aux contraintes délimitent le domaine d'existence pour les solitons dans un espace de paramètre approprié.

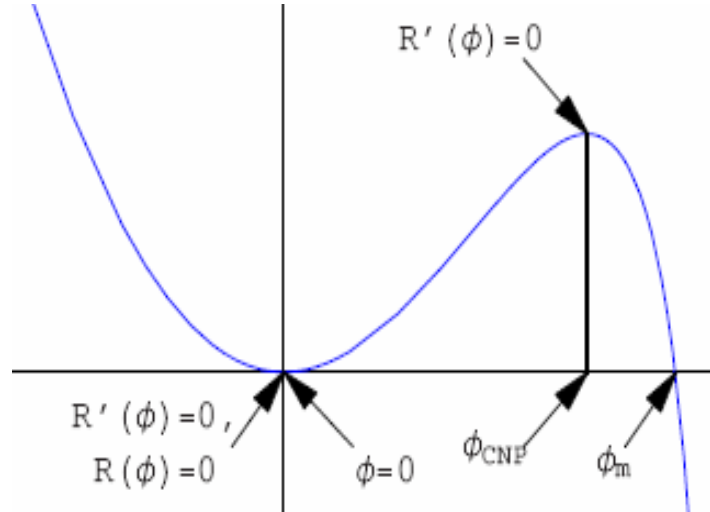


Figure 13: Un diagramme de fonction de structure d'onde typique montrant les potentiels initial et maximal $\phi = 0$ et $\phi = \phi_m$, respectivement, associés à des solitons potentiels positifs. Ici, ϕ_{CNP} désigne le potentiel correspondant au point neutre de charge.

3.2.2 Application: ondes acoustiques ioniques solitaires

L'exemple le plus ancien et le plus typique est celui du mode acoustique ionique se propageant dans un plasma. Dans sa forme la plus simple, la propagation de ce mode est essentiellement soutenu par l'inertie des ions et la pression des électrons (Stix,1992). En utilisant les indices e et i pour désigner les électrons chauds et une seule espèce d'ions froide, respectivement, on écrit la condition d'existence du soliton ($\mathcal{R}''(0) > 0$) sous la forme

$$\frac{\omega_{pe}^2}{c_{te}^2 - V^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{c_{ti}^2 - V^2} > 0 \quad (3.27)$$

avec $\omega_{pj}^2 = n_{j0}q_j^2/\varepsilon_0m_j$, Vu qu'il n'y a pas de vitesse de dérive entre les électrons et les ions de sorte que $v_{e0} = v_{i0} = V$. Si les électrons sont plus chauds que les ions, alors, $c_{ti} < c_{te}$. Dans ce cas, la vitesse V du soliton qui vérifie la condition (3.27) se transforme à l'inégalité suivante

$$c_{ia} < V < c_{te} \quad (3.28)$$

où la vitesse de phase linéaire de l'onde acoustique ionique c_{ia} est définie par

$$c_{ia}^2 = \frac{m_e c_{ti}^2 + m_i c_{te}^2}{m_i + m_e} \quad (3.29)$$

Notons que l'autre régime $V < c_{ti}$ ne peut pas conduire à la formation de solitons. En effet, dans ce régime, les électrons et les ions sont subsoniques, et il ne peut y avoir de point de neutralité de charge en dehors des conditions initiales. Par conséquent, pour

que les ondes solitaires acoustiques ioniques existent, les ions doivent être supersoniques et les électrons subsoniques, comme le montre la condition (3.28). De plus, le flux ionique doit être supersonique (super acoustique). Ceci est illustré par la figure 14. Après s'être assuré que \mathcal{R} a un double zéro au point initial qui est un minimum local, l'existence d'une onde solitaire compressive exige en outre que \mathcal{R} ait encore un zéro avant le point sonique ionique $\mathcal{R}(\phi_m) = 0$. Malheureusement, la dernière condition n'est pas simple à établir analytiquement, et on a besoin de calculs numériques ou des hypothèses simplificatrices, comme celle des ions très froids ($M_i \rightarrow \infty$) et des électrons très chauds ($M_e \rightarrow 0$) [113]-[115].

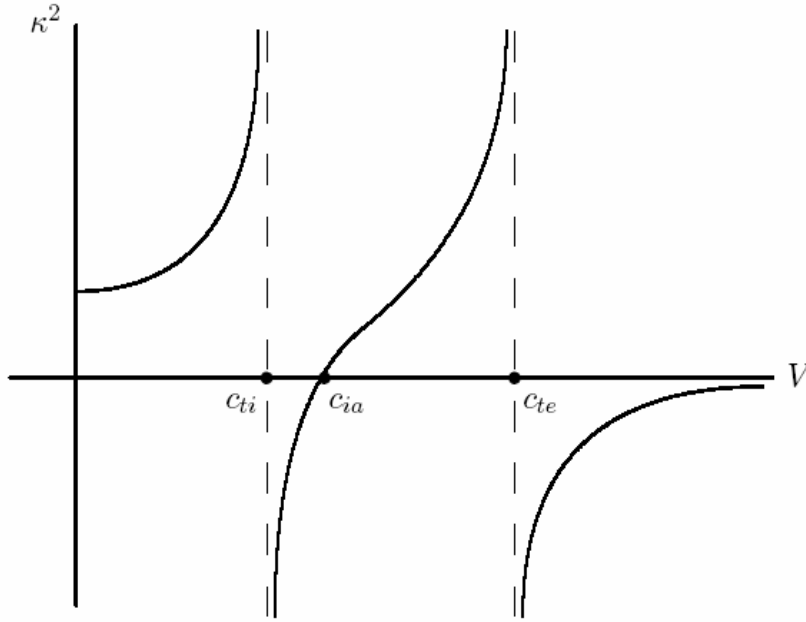


Figure 14: Les ondes linéaires se propagent dans les régions $c_{ti} < V < c_{ia}$ et $c_{te} < V$ alors que les solitons sont possibles dans la gamme $c_{ia} < V < c_{te}$.

3.2.3 Conclusions

Nous avons utilisé une approche basée sur la dynamique des gaz proposée par McKenzie sur l'existence des structures électrostatiques non linéaires solitaires susceptibles de se propager dans un plasma à multi-espèces. Cette approche n'est pas aussi simple que le traitement traditionnel de Sagdeev, mais cependant, elle offre une analyse bien meilleure, à savoir les paramètres limites et les conditions d'existence pour les solitons. En se basant sur les intégrales de Bernoulli par espèce et une pression globale invariante, les points caractéristiques, comme les points soniques propres aux espèces et les points de neutralité des charges en dehors des conditions initiales non perturbées sont le noyau de cette approche. Ces conditions

offrent des restrictions plus physiques sur l'existence des solitons. La première condition pour que les ondes acoustiques solitaires existent est que la deuxième dérivée de la fonction de structure soit positive qui conduit à la limite inférieure du nombre de Mach pour lequel l'onde acoustique solitaire existe. La deuxième condition est de trouver une racine (l'amplitude du soliton) qui annule la fonction de structure avant le point sonique, où le point de compression infinie, ou que le point de la raréfaction totale soit atteint; une condition nécessaire mais malheureusement pas suffisante. La limite supérieure du nombre de Mach pour l'existence du soliton est déterminée par la rencontre d'un point sonique et d'un point de compression infinie, ou une raréfaction totale. L'application de cette approche au mode acoustique ionique montre que cette dernière est toujours compressive; un résultat obtenu sans recours à des hypothèses simplifiées, comme les ions froids ou les électrons de Boltzmann. À la fin de ce chapitre, nous avons souligné que, bien que l'approche dynamique des fluides met en évidence l'importance de la neutralité de la charge électrique et les points soniques dans la délimitation du domaine des valeurs des paramètres dans lequel les solitons peuvent exister, la méthode ne donne pas, à priori, dans le cas général, des indications aidant à déterminer si les espèces se dirigent vers ou s'éloignent de leurs points soniques, sauf dans le cas d'une espèce lourde (mobile) orientée vers son point sonique.

4

Influence des électrons non extensifs non thermiques sur l'onde acoustique ionique poussiéreuse

4.1 Introduction

Les plasmas peuvent entretenir une variété de modes d'oscillations [1]. L'onde acoustique ionique (IAW) - dont les caractéristiques sont la force de rappel due à la pression thermique des électrons et l'inertie des ions - a été largement étudiée. Depuis les travaux pionniers de Sagdeev [3], un vaste corpus de recherches a vu le jour sur la nature des ondes acoustiques ioniques non linéaires qui ont été étudiées aussi bien théoriquement qu'expérimentalement [24], [28]. L'étude théorique des propriétés intrinsèques de l'onde acoustique ionique repose sur l'analyse du pseudo-potentiel de Sagdeev ou sur la théorie des perturbations réductives conduisant à des systèmes dynamiques décrits par des équations non linéaires de type Kortweg-de Vries (KdV), Schrödinger (NLS) [4], [21], etc. La présence des grains de poussière peut affecter de manière significative le comportement du plasma dans lequel ils sont immergés, ainsi que les caractéristiques des modes d'ondes habituels. Parmi ces derniers, les modes acoustiques poussiéreux discutés dans la littérature [2], [109], [116]-[117], l'existence de l'onde acoustique ionique poussiéreuse (DIAW) [18] qui a fait l'objet d'un grand intérêt a été confirmée expérimentalement par Merlino et al. [14]. La fréquence d'oscillation des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses est beaucoup plus grande que la fréquence plasma des grains de poussière. Leur vitesse de phase est aussi plus élevée que la vitesse thermique ionique et celle des grains de poussière. Les solitons électrostatiques sont des structures

non linéaires importantes qui sont fréquemment observés en laboratoire et dans les plasmas naturels. Au cours des dernières années, il y a eu plusieurs études sur le comportement non linéaire des ondes dans les plasmas qui obéissent au modèle de la dynamique des fluides [97], [106], [113]-[114]. Cette approche a été utilisée pour étudier la propagation des solitons en fonction des valeurs des paramètres pour lesquelles les solitons acoustiques ioniques poussiéreux peuvent se produire dans un plasma bi-ion [100], et plus récemment [101], dans un plasma d'électrons à deux températures. Dans ces deux dernières études, l'analyse était limitée à des cas extrêmes, à savoir, dans le premier cas, aux protons et aux ions négatifs extrêmement lourds, dans le second cas, aux électrons extrêmement chauds. Dans ce chapitre, nous appliquerons l'approche dynamique des gaz fluides au problème des domaines d'existence des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires [118]-[119] dans les plasmas poussiéreux. Par ailleurs, nous explorerons les régimes pour lesquels les solitons ont été ignorés ou discutés de façon incomplète, étant donné que les hypothèses simplifiées étaient introduites trop tôt. Les modes acoustiques ioniques poussiéreux modifiés dans les plasmas poussiéreux sont souvent appelés *les modes acoustiques ioniques poussiéreux* dans la littérature [18]. Nos résultats sont présentés dans l'espace du paramètre $f = n_{e0}/n_{i0}$ (où n_{e0} est la densité à l'équilibre des électrons et n_{i0} est la densité à l'équilibre des ions positifs ou des protons). La vitesse de la structure solitaire (exprimée par une normalisation appropriée liée aux nombres de Mach de l'onde acoustique ionique poussiéreuse). Dans le cas de solitons de potentiel électrostatique négatif, une valeur critique de ce potentiel électrostatique joue un rôle important pour laquelle la densité des électrons disparaît, où la composante de grains de poussière négative devient infiniment compressée. Alors que pour les solitons de potentiel électrostatique positif, un rôle similaire est joué dans les limitations de la densité de la composante ionique. La condition suffisante pour l'existence des ondes solitaires s'obtient à partir des solutions de l'équation de structure d'ondes pour ces potentiels limitants [120]. L'accent sera mis sur l'effet de la variation de la charge électrique des grains de poussière sur les traitements linéaires et non linéaires de la propagation de ces ondes. Cette description dépend du modèle [2], [120]. On se propose de généraliser le travail de Verheest et al [9], en le revisitant dans le cadre théorique de la statistique non extensive de Tsallis [8]. Cette distribution hybride, appelée *distribution Tribeche-Tsallis-Cairns* (TTC) [121]. La fonction de distribution TTC a été utilisée avec un certain succès dans la modélisation de divers processus non-linéaires dans les plasmas [10], [122]-[125], et prévoyait un meilleur ajustement des observations spatiales en raison de la flexibilité du paramètre non extensif q . Le but de la présente étude est d'étudier l'influence des électrons non thermiques non

extensifs sur la propagation des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires dans un plasma poussiéreux. Nous nous concentrons sur l'influence du couple des paramètres non thermiques α et non extensifs q sur la nature des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires, ainsi que sur leur domaine d'existence. La fonction de distribution TTC [126] est quelque peu restreinte dans son applicabilité, car les limites des gammes des valeurs de q et de α considérées dans l'étude de l'existence des solitons sont $q > 3/5$ et $\alpha_{\max} = (2q - 1)/4$ [127].

4.2 Equations de Base

Soit un plasma non collisionnel et non magnétisé composé d'électrons non thermiques non extensifs, d'ions fluides et de grains de poussière fluides. Les électrons non thermiques non extensifs sont décrits par la fonction de distribution des vitesses Tribeche-Tsallis-Cairns (TTC) [121]

$$f_e(q, \alpha) = C_{q,\alpha} \left(1 + \alpha \frac{v_x^4}{v_{te}^4} \right) \left(1 - (q-1) \frac{v_x^2}{2v_{te}^2} \right)^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.1)$$

où $C_{q,\alpha}$ représente la constante de normalisation donnée par :

$$C_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})(1-q)^{\frac{5}{2}}}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]} & \text{pour } 3/5 < q < 1 \\ n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q}+\frac{3}{2})(q-1)^{\frac{5}{2}} (\frac{1}{1-q}+\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}+\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}+1) [3\alpha + (\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]} & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

α représente le taux des électrons non thermiques présents dans le plasma, q représente le paramètre de non extensivité des électrons. $v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ est la vitesse d'agitation thermique des électrons de température T_e et de masse m_e , Γ représente la fonction gamma. Notons que la fonction de distribution (4.1) est non normalisable pour $q < -1$. Pour la limite $q \rightarrow 1$, la fonction de distribution (4.1) se réduit à la fonction de distribution de Cairns pour les électrons non thermiques [128]. Notons que cette fonction exhibe un terme de "coupure", sur les valeurs de la vitesse des électrons non extensifs qui est $|v| \leq v_{\max} = \sqrt{2/(q-1)}v_{te}$. Intégrons la fonction de distribution (4.1) sur l'espace des vitesses correspondant, ce qui fait que l'expression de la densité est :

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } q > 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } -1 < q < 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

Après calcul algébrique, la densité des électrons non thermiques et non extensifs est donnée par :

$$N_e(\phi) = \left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{q+1}{2(q-1)}} \left(1 + A \left(\frac{e\phi}{T_e}\right) + B \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right) \quad (4.4)$$

où

$$A = \frac{-16\alpha q}{3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha}$$

$$B = \frac{16\alpha q(2q-1)}{3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha}$$

Notons que dans la limite $q \rightarrow 1$, l'expression de la densité (4.4) est réduite à l'expression de la densité de Cairns suivante [128] :

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left(1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \frac{e\phi}{T_e} + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right) \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (4.5)$$

Cependant, en absence d'électrons non thermiques $\alpha \rightarrow 0$, la densité des électrons non extensifs de Tsallis est retrouvée et est donnée par [121] :

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Les valeurs du couple (q, α) qui sont valables pour la suite de notre étude sont déterminées en tenant compte de la valeur moyenne de l'énergie cinétique qui est toujours positive. Nous avons alors :

$$\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f_e(v_x) dv_x = \frac{2(35q^2 - 46q + 60\alpha + 15)}{(7q-5)(12\alpha + (5q-3)(3q-1))} \frac{n_{e0} T_e}{m_e}$$

ce qui permet de délimiter les valeurs du paramètre non extensif dans l'intervalle :

$$\frac{3}{5} < q < 1$$

Nous prenons aussi en considération le fait que la distribution TTC ne développe pas des bosses "Wings" [127], par ce que dans le cas contraire, l'onde devient instable.

$$\frac{df}{dv_x} > 0$$

ce qui conduit à la limite supérieure de α

$$\alpha < \alpha_{\max} = (2q-1)/4$$

Dans le cas de la distribution de Cairns (Verheest et Pillay [129]), cette condition se réduit à l'inégalité $\alpha < 1/4$. De plus, pour $q < 1$, et en se basant sur la condition que la densité doit

toujours être positive, Williams et al [127] ont montré que le domaine de la non extensivité est en accord avec la condition ci-dessus, $3/5 < q < 1$. Ceci nous permet d'avoir une idée sur les valeurs du couple (q, α) acceptables physiquement pour l'étude de la formation des solitons.

Afin d'exprimer les termes de pression dans l'équation (3.22), nous faisons des hypothèses simplifiées aux équations (3.9) et (3.21). Dans le régime acoustique ionique, les électrons sont subsoniques, les ions et les grains de poussière sont supersoniques, correspondant à la condition sur la vitesse de l'onde V vérifiant la condition $c_{td} < c_{ti} \ll V \ll c_{te}$, [99]-[101] [106]. Dans ce cas, pour les ions et les grains de poussière, le terme d'énergie cinétique domine sur le terme d'enthalpie dans l'équation (3.9), et la pression dynamique domine la pression thermique dans l'équation (3.21). Utilisant l'indice e pour désigner les électrons non thermiques et non extensifs, l'indice i pour désigner les ions de charge électrique positive, et l'indice d pour les particules poussiéreuses massives de charge électrique négative, la fonction de structure pour les solitons acoustiques ioniques (3.25) devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\phi) = p_{e0} & \frac{2 \left[1 + (q-1) \frac{e\phi}{m_e c_{te}^2} \right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} \left[\left(1 + A \frac{e\phi}{m_e c_{te}^2} + B \left(\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2} \right)^2 \right)^2 \right. \\ & - \frac{2(A + 2B \frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}) (1 + (q-1) \frac{e\phi}{m_e c_{te}^2})}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1) \frac{e\phi}{m_e c_{te}^2})^2}{(5q-3)(7q-5)} \\ & \left. - 2 \left(\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right) \right] \\ & + n_{i0} m_i V^2 \left[\sqrt{1 - \frac{2e\phi}{m_i V^2}} - 1 \right] + n_{d0} m_d V^2 \left[\sqrt{1 + \frac{2Z_d e\phi}{m_d V^2}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$Z_d = -q_d/e$ est le nombre d'électrons localisés sur la surface du grain. Nous réécrivons \mathcal{R} (4.7) sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\begin{aligned} R(\Phi) = \frac{2f}{M_{ie}^2} & \frac{\left[1 + (q-1) M_{ie}^2 \Phi \right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} \left[\left(1 + A M_{ie}^2 \Phi + B M_{ie}^4 \Phi^2 \right)^2 \right. \\ & - \frac{2(A + 2B M_{ie}^2 \Phi) (1 + (q-1) M_{ie}^2 \Phi)}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1) M_{ie}^2 \Phi)^2}{(5q-3)(7q-5)} \left. \right] \\ & - \frac{2f}{M_{ie}^2} \left(\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right) \\ & + \left[\sqrt{1 - 2\Phi} - 1 \right] + \frac{1-f}{Z} \left[\sqrt{1 + 2Z\Phi} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

où $R = \mathcal{R}/n_{i0} m_i V^2$, $\Phi = e\phi/m_i V^2$ est le potentiel électrostatique normalisé, $M_{ie}^2 = M_e^2 m_i / m_e$ est le carré du nombre de Mach ion-électron. C'est l'analogue du carré du nombre

de Mach de l'onde acoustique ionique dans un plasma d'électrons-ions et $Z = Z_d m_i / m_d \ll 1$. Nous notons que dans un plasma poussiéreux, la vitesse acoustique ionique est affectée par l'appauvrissement des électrons, la vitesse de phase linéaire de l'onde acoustique ionique est $c_{ia}^2 = (c_{ie}^2 m_e / m_i) [1 + (1-f)Z] / f$. Par conséquent, le nombre de Mach acoustique ionique est donnée par $M_{ia}^2 = M_{ie}^2 f / [1 + (1-f)Z]$. Par la suite, nous développons la racine carrée du dernier terme contenant $2Z\Phi$ au premier ordre en tenant compte de la condition $Z|\Phi| \ll 1$, nous avons alors :

$$\begin{aligned}
 R(\Phi) = & \frac{2f}{M_{ie}^2} \frac{[1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} [(1 + AM_{ie}^2\Phi + BM_{ie}^4\Phi^2) \\
 & - \frac{2(A + 2BM_{ie}^2\Phi)(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)}{(5q-3)} \\
 & + \frac{8B(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)^2}{(5q-3)(7q-5)}] \\
 & - \frac{2f}{M_{ie}^2} \left[\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right] + [\sqrt{1 - 2\Phi} - 1] + (1-f)\Phi
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

La première et la seconde dérivée de R par rapport à Φ sont données par :

$$\begin{aligned}
 \frac{dR}{d\Phi} = & 2f \frac{[1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}}{(3q-1)} [(1 + AM_{ie}^2\Phi + BM_{ie}^4\Phi^2) \\
 & - \frac{2(A + 2BM_{ie}^2\Phi)(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)^2}{(5q-3)(7q-5)}] \\
 & + 2f \frac{[1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}}{M_{ie}^2(3q-1)} [(AM_{ie}^2 + 2ABM_{ie}^4\Phi^2) \\
 & - \frac{4BM_{ie}^2(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)}{(5q-3)} + \frac{2(A + 2BM_{ie}^2\Phi)((q-1)M_{ie}^2)}{(5q-3)} \\
 & + \frac{16B(1 + (q-1)M_{ie}^2\Phi)^2((q-1)M_{ie}^2)}{(5q-3)(7q-5)}] - \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 2\Phi}} \right] + (1-f)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 R}{d\Phi^2} = & 2f \frac{[1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi]^{\frac{1}{q-1}-\frac{1}{2}} (q-1)^2 (\frac{1}{1-q} + \frac{3}{2})(\frac{1}{1-q} + \frac{1}{2})}{(3q-1)(1-f)} [(1 + AM_{ie}^2 \Phi + BM_{ie}^4 \Phi^2) \\
 & - \frac{2(A + 2BM_{ie}^2 \Phi)(1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi)}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi)^2}{(5q-3)(7q-5)}] \\
 & + 2f \frac{[1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi]^{\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2}} (q-1)(\frac{1}{1-q} + \frac{3}{2})}{(3q-1)(1-f)} [2(AM_{ie}^2 \Phi + 2BM_{ie}^4 \Phi^2) \\
 & - \frac{8BM_{ie}^2(1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi)}{(5q-3)} - \frac{4(A + 2BM_{ie}^2 \Phi)((q-1)M_{ie}^2)}{(5q-3)} \\
 & + \frac{16B(1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi)^2((q-1)M_{ie}^2)}{(5q-3)(7q-5)}] \\
 & + \frac{2f [1 + (q-1)M_{ie}^2 \Phi]^{\frac{1}{(q-1)}+\frac{3}{2}}}{(1-f)(3q-1)M_{ie}^2} \left(2M_{ie}^4 B - \frac{8M_{ie}^4 B(q-1)}{5q-3} \right) - (1-2\Phi)^{-\frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

La condition d'existence du soliton ($\left. \frac{d^2 R}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=0} > 0$) s'exprime par l'inégalité

$$\left. \frac{d^2 R}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=0} = f M_{ie}^2 \left[\frac{2A + q + 1}{2} \right] - 1 > 0 \quad (4.11)$$

qui donne

$$M_{ie}^2 > M_s^2 = \frac{1}{f \left[\frac{2A+q+1}{2} \right]} \quad (4.12)$$

M_s la valeur minimale du nombre de Mach requis pour la formation du soliton [9]. La condition (4.12) est équivalente à un écoulement ionique super acoustique. Nous remarquons que M_s est indépendant de Z , même dans la limite $Z \rightarrow 0$. Il s'ensuit que $M_{ia}^2 \rightarrow f M_{ie}^2$. D'après ce qui précède, il est clair que l'équation (4.12) est dépendante de la valeur de q , et par conséquent, ce résultat reste valable également pour $q = 1$ [9]. En outre, on constate que la condition (4.12) est une modification du critère de Bohm [1], [2] par la non extensivité et la non thermalité des électrons pour la formation de structures solitaires dans notre modèle de plasma. En l'absence de grains de poussière, $f = 1$, d'électrons non thermiques $\alpha = 0$ et d'électrons non extensifs $q = 1$, la condition (4.12) se réduit à $M_{ie} > 1$, équivalent au critère habituel de Bohm pour un modèle simple de plasma d'électrons-ions [1]. La limite supérieure du nombre de Mach M_{ie} sera déterminée quand la densité d'une espèce j contenue dans $R'(\phi)$ s'annule ou tend vers l'infini, ce qui correspond à une raréfaction, ou à une compression totale de cette espèce au potentiel limite ϕ_{Lj} . Cela coïncide avec le point du potentiel électrostatique pour lequel la courbe de $R(\phi)$ tend vers le point ϕ_{Lj} . Cette contrainte sur M_{ie} est alors donnée par $R(\phi_{Lj}) < 0$.

4.3 Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires à potentiel électrostatique positif

4.3.1 Cas $q > 1$

Nous allons d'abord discuter la possibilité d'existence d'électrons non thermiques avec la fonction de distribution des vitesses TTC dans le cas $q > 1$. La fonction de distribution TTC prévoit une coupure sur la vitesse qui doit être très petite devant la vitesse d'agitation thermique, et donc ne couvre pas la région des électrons non thermiques. La fonction de distribution des vitesses TTC (Eq. 4.1) est alors inconsistante avec la formation des électrons non thermiques et la formation d'électrons énergétiques de vitesses élevées. Pour se faire, nous considérons le cas $\alpha = 0$, où la densité des électrons se réduit à celle de la densité des électrons non extensifs $(1 + (q - 1)\phi)^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}$. Nous allons maintenant discuter la possibilité d'existence d'ondes acoustiques ioniques solitaires à potentiel électrostatique positif. Nous remarquons qu'à partir des équations (3.4) et (3.18), et pour $\Phi = 1/2$, la densité des ions tend vers l'infini correspondant à une compression totale et la vitesse tend vers 0. La densité des électrons est toujours définie pour le même point Φ . La fonction de structure R décroît vers $R(\Phi = 1/2)$ avant l'asymptote $\Phi = 1/2$ signifiant que $dR/d\Phi$ est négatif. Notons que R a une valeur finie au point $\Phi = \Phi_{Li} = 1/2$ parce que la racine n'est pas dans le dénominateur. En outre, $dR/d\Phi$ a un zéro en $\Phi = 0$ (la neutralité des charges électriques à l'état d'équilibre), et passe par ce point avec une pente positive (condition d'existence de soliton), de sorte qu'il y a un maximum local et un seul pour lequel $dR/d\Phi = 0$ au point $\Phi = \Phi_{CNP}$ dans l'intervalle ouvert $\Phi \in]0, 1/2[$ qui correspond à un maximum local pour R . En ce point limite $\Phi_{Li} = 1/2$, nous avons $2\Phi_{Li}Z = Z \ll 1$, alors, l'utilisation de la fonction de structure simplifiée (4.9) est valable. Par conséquent, R a une racine double, la première se trouve en $\Phi = 0$ et l'autre se trouve dans l'intervalle $]0, 1/2[$. Alors, le soliton compressif ou à potentiel positif de l'onde acoustique ionique existe si $R(\Phi = \Phi_{Li} = 1/2) < 0$, où la condition :

$$\frac{2}{M_{ie}^2(3q-1)} \left[\left[1 + \frac{(q-1)M_{ie}^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} - 1 \right] < \frac{(1+f)}{2f} \quad (4.13)$$

Cette condition exprime la limite supérieure sur le nombre de Mach M_{ie} pour lequel le soliton existe avant que l'onde atteigne le "wave breaking". Dans le cas d'un plasma à deux composantes (électrons-ions), alors, $f = 1$, on retrouve la condition de la référence [101]. Les figures 15 et 16 montrent qu'à mesure que q tend vers 1 (les électrons tendent vers leur équilibre Maxwellien), M_{c1} qui est la limite supérieure de M augmente et est décalée vers

4.3. Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires à potentiel électrostatique positif

des valeurs supérieures. Mais à mesure que f augmente, les valeurs de M_{c1} sont décalées vers des valeurs inférieures. Comme il est montré par le figure 12, les solitons à potentiel électrostatique positif induisent une compression dans la densité des ions et des électrons, accompagnés d'une raréfaction dans la densité des grains de poussière. En l'absence des grains de poussière, ces solitons sont compressifs et les densités des deux espèces sont tout le temps compressifs. Cependant, dès qu'il y a présence d'une troisième espèce négative, de telles caractéristiques des solitons deviennent plus complexes.

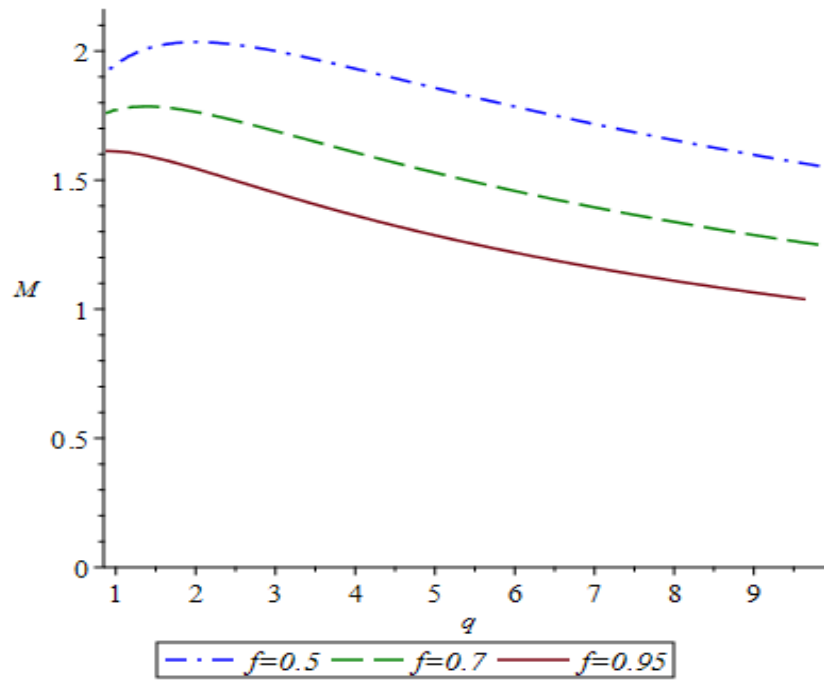


Figure 15: Variations de la limite maximale M_{c1} du nombre de Mach en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de la fraction électronique f .

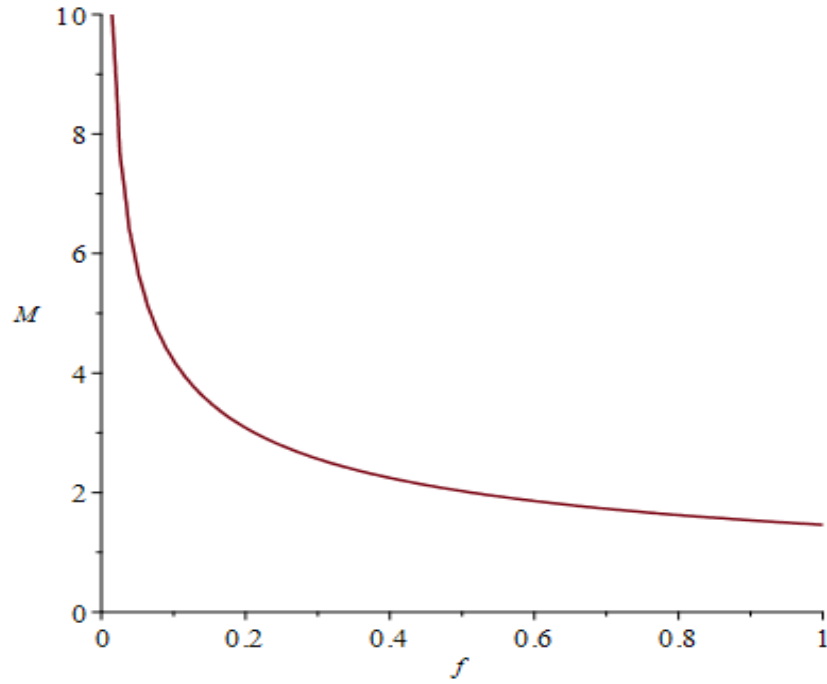


Figure 16: Variations de la limite maximale M_{c1} du nombre de Mach en fonction du paramètre f .

4.3.2 cas $q \rightarrow 1$

Dans le cas où $q \rightarrow 1$, l'expression de la densité des électrons (4.4) est réduite à l'expression de la densité de Cairns [128] $n_e(\Phi) = \left(1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha}\Phi + \frac{4\alpha}{1+3\alpha}\Phi^2\right) \exp \Phi$. Par conséquent, la fonction de structure R (4.9) se simplifie comme suit [130]

$$R = \frac{f}{M_{ie}^2} \frac{\exp(M_{ie}^2 \Phi)(-12\alpha M_{ie}^2 \Phi + 4M_{ie}^4 \alpha \Phi^2 + 1 + 15\alpha) - (15\alpha + 1)}{(1 + 3\alpha)} + \left[\sqrt{1 - 2\Phi} - 1\right] + (1 - f)\Phi \quad (4.14)$$

Dans l'intervalle $0 < \Phi < \frac{1}{2}$, le comportement des ions reste inchangé. Le soliton à potentiel positif existe si $R(\Phi_{Li} = 1/2) < 0$, où

$$\frac{1}{M_{ie}^2} \frac{\exp\left(\frac{M_{ie}^2}{2}\right)(-6\alpha M_{ie}^2 + M_{ie}^4 \alpha + 1 + 15\alpha) - (15\alpha + 1)}{(1 + 3\alpha)} + \frac{(1 - f)}{2f} < 0 \quad (4.15)$$

Rappelons que la limite inférieure pour l'existence du soliton dans le cas $q = 1$ est

$$M_{ie}^2 > \frac{1}{f \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\alpha+1}}} \quad (4.16)$$

Cette condition est obtenue à partir de la condition (4.12) en remplaçant q par 1 (cette même condition obtenue par [130] pour $f = 1$). La figure 17 montre les valeurs de f et

4.3. Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires à potentiel électrostatique positif

de M pour lesquelles la condition (4.15) est vérifiée pour $\alpha = 0.02$. La figure 18 montre qu'à mesure que f diminue, la zone d'existence du soliton se rétrécit et les valeurs de M sont décalées vers des valeurs supérieures. Les figures 19 et 20 montrent les variations de la fonction structure $R(\Phi)$ (Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$) en fonction de Φ , l'amplitude du soliton augmente à mesure que le nombre de Mach M_{ie} et la fraction f augmentent jusqu'à ce qu'une valeur limite de Φ est atteinte, et qui correspond à la valeur limite $\Phi_{Li} = 1/2$ point de compression infinie des ions.

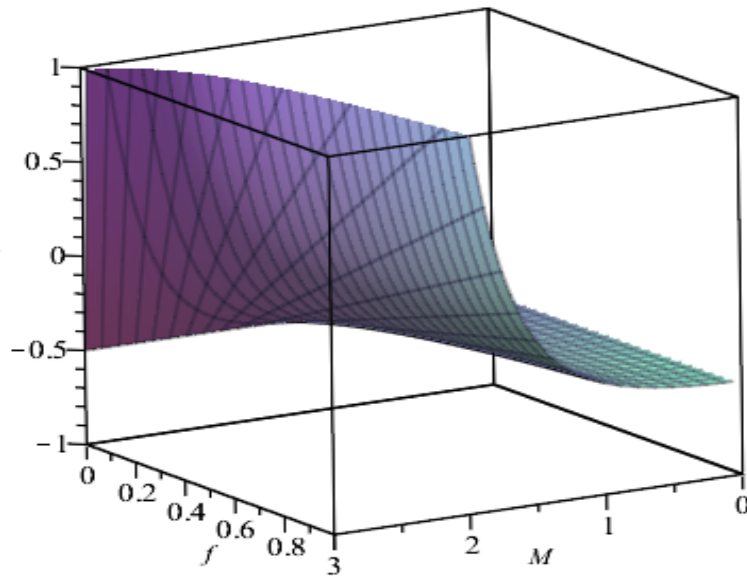


Figure 17: Le domaine de validité de la condition d'existence des ondes acoustiques ioniques solitaires progressives.

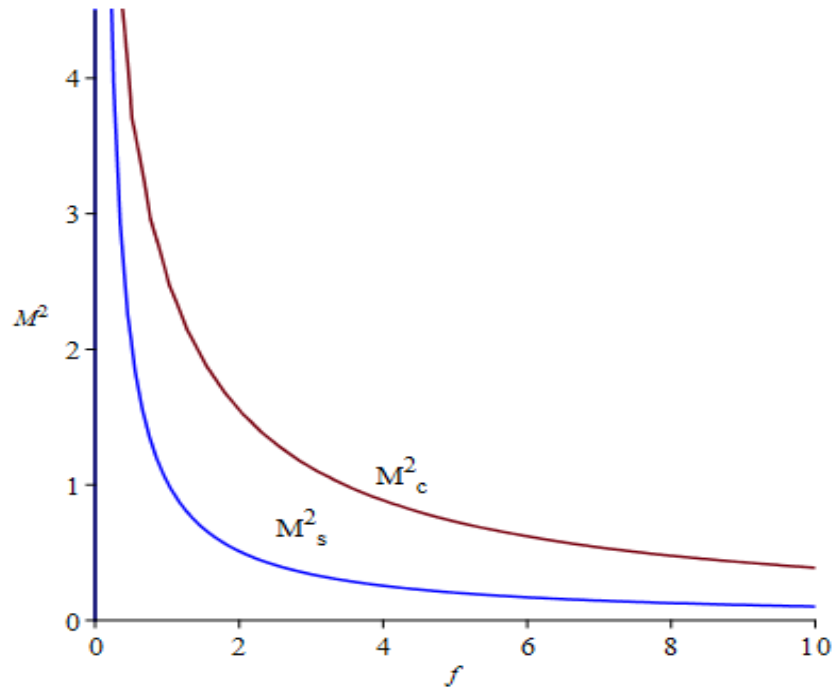


Figure 18: Comparaison entre les valeurs possibles de M_s et M_c indiquant le domaine de l'existence de notre structure solitaire, on prend $\alpha = 0.02$.

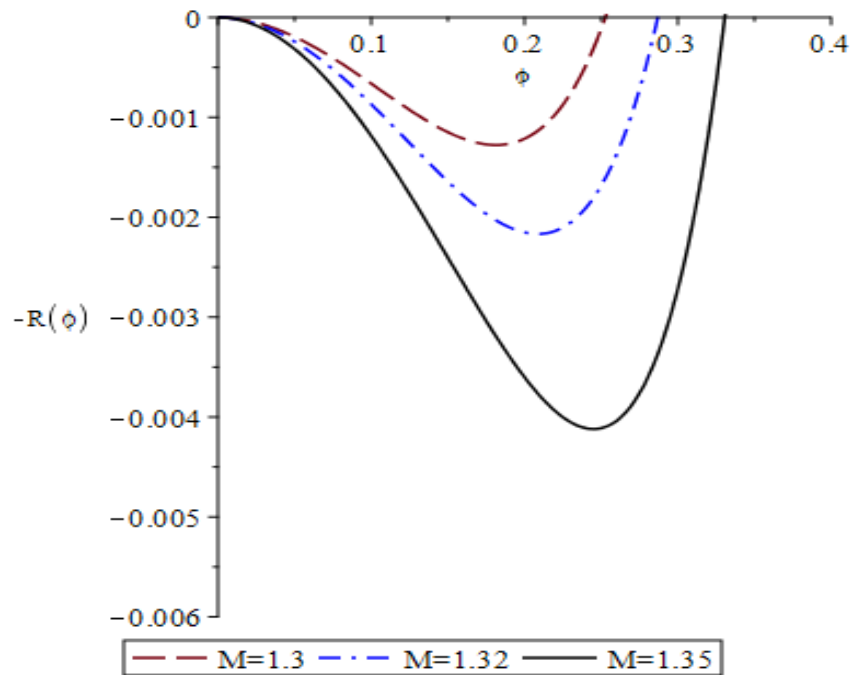


Figure 19: Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ pour différentes valeurs du M_{ie} avec $f = 0.75$ et $\alpha = 0.02$.

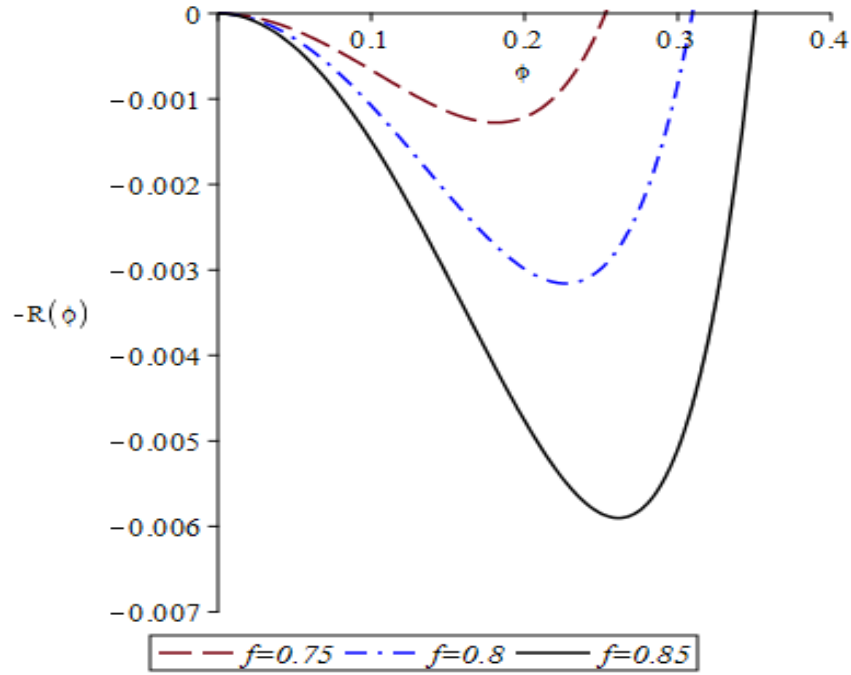


Figure 20: Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ pour différentes valeurs du f avec $M_{ie} = 1.3$ et $\alpha = 0.02$.

4.3.3 Cas $3/5 < q \leq 1$

Dans ce cas, les limites supérieures du potentiel électrostatique sont fournies à partir des densités des ions et des électrons non thermiques non extensifs. Nous avons le cas $\Phi_{Le} \rightarrow 1/(M_{ie}^2(1-q))$, les électrons deviennent infiniment raréfactifs et le cas $\Phi_{Li} \rightarrow 1/2$, les ions deviennent infiniment compressifs. Après, on doit déterminer quel est le potentiel limitant qui joue un rôle devant l'autre et atteint par le premier par R . Pour se faire, nous considérons leur rapport $\Phi_{Le}/\Phi_{Li} = 2/\{M_{ie}^2(1-q)\}$ avec $q \neq 1$ [9]. Alors, M_{ie}^2 , vérifie, deux conditions : si $M_{ie}^2 < 2/(1-q)$, alors, $\Phi_{Le} > \Phi_{Li}$, donc Φ_{Li} est la première limite atteinte par R qui correspond à une compression infinie des ions, Dans le cas inverse, $M_{ie}^2 > 2/(1-q)$, alors, $\Phi_{Le} < \Phi_{Li}$, donc Φ_{Le} est la première limite atteinte par R qui correspond à une raréfaction totale des électrons non thermiques non extensifs. Pour le premier cas, on a

$R(\Phi_{Li} = 1/2) < 0$, alors, nous avons

$$\begin{aligned} & \frac{2f}{M_{ie}^2} \frac{\left[1 + \frac{(q-1)M_{ie}^2}{4}\right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} \left[\left(1 + \frac{AM_{ie}^2}{2} + \frac{BM_{ie}^2}{4}\right) \right. \\ & \left. - \frac{2\left(A + \frac{BM_{ie}^2}{2}\right)\left(1 + (q-1)\frac{M_{ie}^2}{2}\right)}{(5q-3)} + \frac{8B\left(1 + (q-1)\frac{M_{ie}^2}{2}\right)^2}{(5q-3)(7q-5)} \right] \\ & - \frac{2f}{M_{ie}^2} \left[\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right] < \frac{(1+f)}{2} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Pour le deuxième cas, on a $R(\Phi_{Le} = 1/M_{ie}^2(1-q)) < 0$, d'après l'équation (4.9) on aboutit à la condition suivante

$$\begin{aligned} & -\frac{Cf}{M_{ie}^2} + \left[\sqrt{1 + \frac{2}{M_{ie}^2(q-1)}} - 1 \right] + \frac{(f-1)}{M_{ie}^2(q-1)} < 0, \\ & \text{avec } C = 2 \left[\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

A partir de laquelle, nous obtenons la condition

$$M_{ie}^2 < M_{c2}^2 = -\frac{(1 + (-1 + (q-1)C)f)^2}{2(-1 + (q-1)C)f(q-1)} \quad (4.19)$$

Les valeurs du nombre de Mach admissibles, pour lequel la structure solitaire de l'onde acoustique existe sont délimitées par les conditions (4.12) et (4.17) et 4.19. La valeur de M de la condition (4.12) doit être inférieure à M_{ie} , ce qui donne la condition suivante $(1-q)/(2A+q+1) < f$ et à partir du fait que $M_{ie} < M_{c2}$, nous obtenons la condition $f < 1/(Cq-C-1)$, il n'y'a aucun soliton pour $f > 1/(Cq-C-1)$. Les solitons compressifs se trouvent dans une région limitée par la condition (4.12) et par la condition (4.17) dans le cas $M_{ie}^2 < 2/(1-q)$, et par (4.19) pour $f < 1/(Cq-C-1)$. La condition d'existence du soliton est séparée par la droite horizontale $M_{ie}^2 = 2/(1-q)$ qui désigne l'espèce dont la densité présente une singularité au point Φ_{Lj} . Par exemple, la figure 21 montre la variation de M_s , M_{c1} et M_{c2} en fonction de f pour les valeurs de $q = 0.8$ et $\alpha = 0.01$. Dans la région $M_{ie}^2 < 2/(1-q)$, seuls les solitons créés par les ions peuvent exister. Dans le cas où $M_{ie}^2 > 2/(1-q)$, les solitons ne peuvent exister car leurs conditions d'existence n'est pas respectée. Les figures 22, 23 et 24 montrent la variation du pseudo potentiel de Sagdeev $V(\Phi) = -R(\Phi)$ en fonction de Φ pour différentes valeurs de f , M et q respectivement. Nous avons constaté une augmentation de l'amplitude avec l'augmentation de f , M et q . En l'occurrence, nous avons constaté une coexistence des solitons compressifs et raréfactifs, ce qui nous a motivé à faire une étude similaire dans la prochaine section.

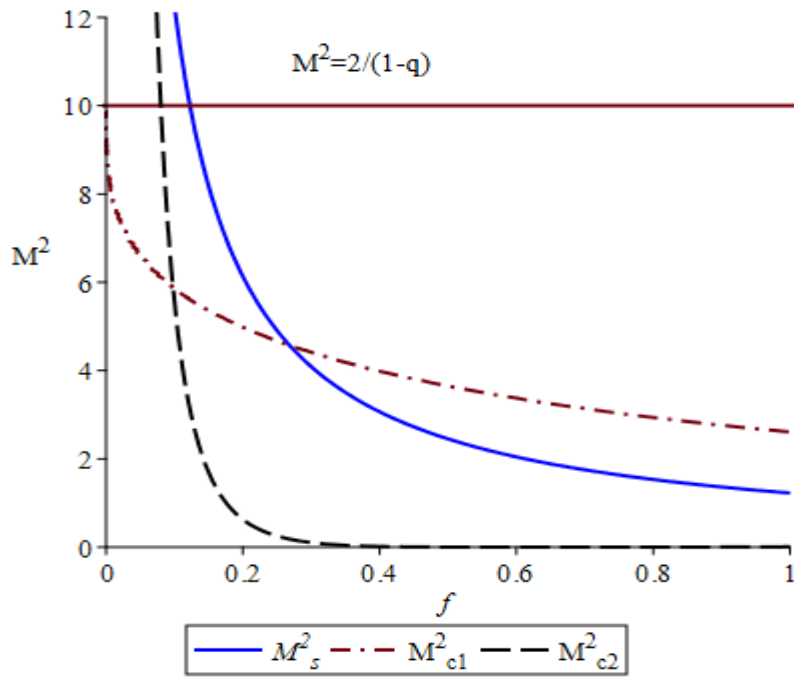


Figure 21: Domaine d'existence des ondes solitaires acoustiques ioniques poussiéreuses en fonction de f et M_{id}^2 , pour $\alpha = 0.01, q = 0.8$.

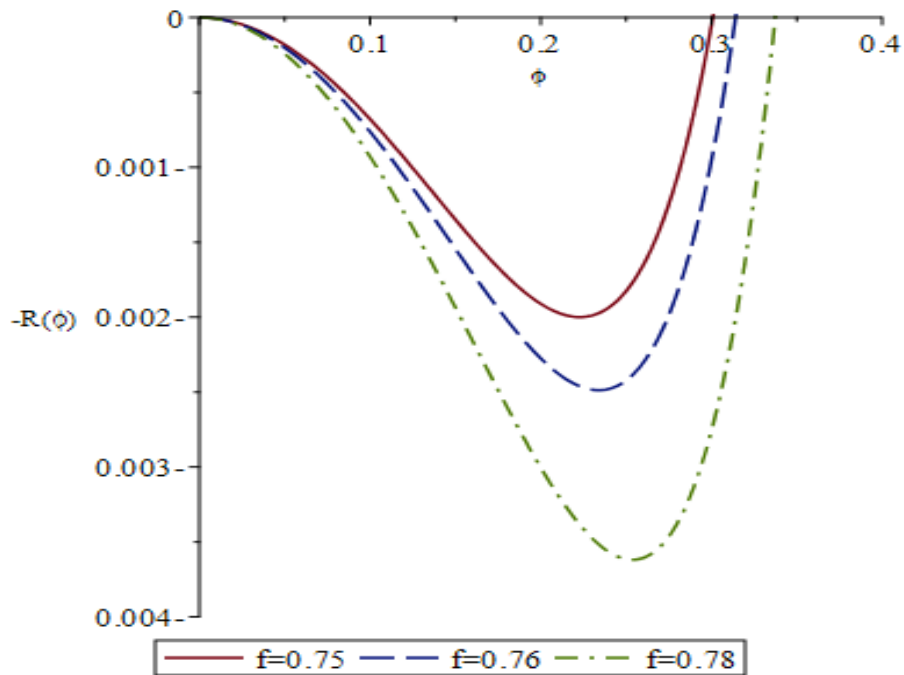


Figure 22: Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ pour différentes valeurs du f , où $\alpha = 0.01, M = 1.42$ et $q = 0.75$.

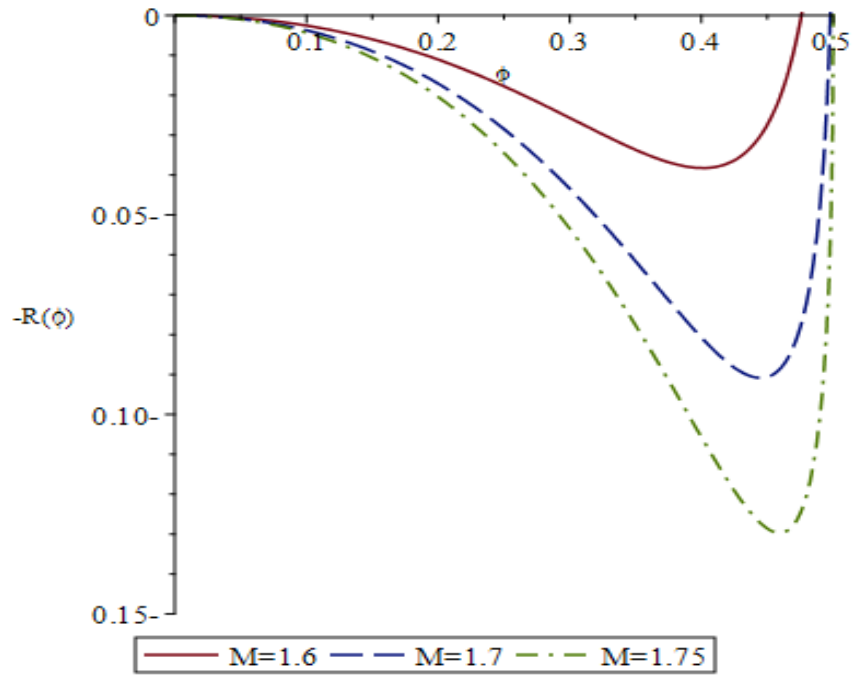


Figure 23: Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ pour différentes valeurs du nombre de Mach M_{ie} , avec $\alpha = 0.01$, $q = 0.75$, et $f = 0.75$.

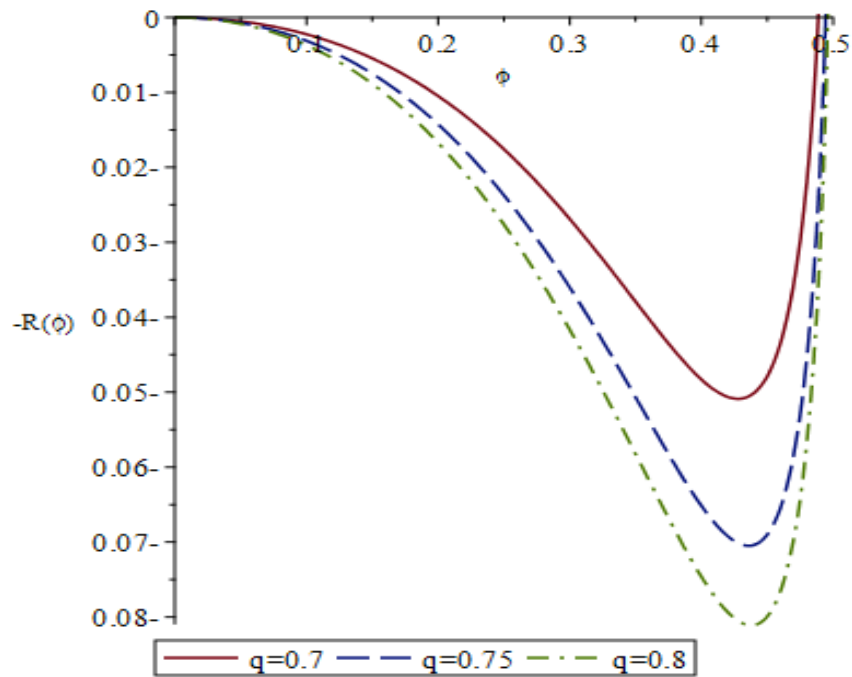


Figure 24: Potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\alpha = 0.01$, $M = 1.7$ et $f = 0.7$.

4.4 Ondes acoustiques ioniques solitaires à potentiel négatif

4.4.1 Cas $q > 1$

Dans la région $q > 1$, on a $\Phi > \Phi_{Le} = -\frac{1}{(q-1)M_{ie}^2}$, Φ_{Le} est le potentiel limite pour lequel la densité des électrons disparaît $n_e = 0$ ou raréfaction totale. Pour que le soliton à potentiel négatif ou raréfactif existe, il faut que $R(\Phi_{Le}) < 0$, alors

$$-\frac{f}{M_{ie}^2} \left[\frac{2}{(3q-1)} \right] + \left[\sqrt{1 - 2\Phi_{Le}} - 1 \right] + (1-f)\Phi_{Le} < 0 \quad (4.20)$$

Celle-ci peut être réécrite sous la forme

$$\sqrt{1 + \frac{2}{(q-1)M_{ie}^2}} < 1 + \frac{f}{M_{ie}^2} \left[\frac{2}{(3q-1)} \right] + \frac{(1-f)}{(q-1)M_{ie}^2} \quad (4.21)$$

où

$$\sqrt{1 + \frac{2}{(q-1)M_{ie}^2}} < 1 + \frac{Cf}{M_{ie}^2} + \frac{(1-f)}{(q-1)M_{ie}^2}$$

nous obtenons finalement la condition suivante

$$\frac{2}{f(q+1)} < M_{ie}^2 < \frac{((q-1)Cf + 1 - f)^2}{2(1-q)((q-1)C - 1)f} \quad (4.22)$$

avec $C = 2/(3q-1)$ et $\frac{2}{f(q+1)} = M_s^2$. Nous avons utilisé le fait que $2Z \ll (q-1)M_{ie}^2$ ce qui nous permis d'employer la forme simplifiée de R (4.9). En outre, pour que la condition (4.22) soit satisfaite, il faut que f vérifie la condition [101]

$$f_{\text{lim}1} \leq f \leq f_{\text{lim}2} \quad (4.23)$$

$$f_{\text{lim}1} = \frac{3q-1-2\sqrt{3q^2-4q+1}}{(q+1)} \quad (4.24)$$

$$f_{\text{lim}2} = \frac{3q-1+2\sqrt{3q^2-4q+1}}{(q+1)}, \quad (4.25)$$

pour $q > 1$, $f_{\text{lim}1}$ n'est pas physique, car elle dépasse la valeur 1. Par contre, $f_{\text{lim}2}$ est physique pour $1 \leq q \leq 3$ comme cela est montré dans la figure 27. Les rapports de densité critique $f_{\text{lim}1,2}$ peuvent être également obtenues à partir de l'équation K-dV

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + G\Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (4.26)$$

Le premier terme décrit l'évolution temporelle, le deuxième terme décrit la non-linéarité et le troisième terme la dispersion des ondes acoustiques solitaires. Ici G et B sont des constantes,

impliquant le rapport de la densité d'équilibre. Le signe de G permet de distinguer le signe du soliton en plus $G = 0$ permet de conduire à la valeur critique de f qui est $f_{\text{lim}1}$. Nous notons qu'une autre valeur limite alternative du potentiel peut se produire $\Phi = \Phi_{Ld} = -1/2Z$ en ce point ; les grains de poussière deviennent infiniment comprimés. Cependant, en raison de la petitesse de Z et à condition que q n'est pas proche de 1, il suit qu'une raréfaction totale des électrons est toujours atteinte avant la limite Φ_{Ld} . Comme le montre la figure 12, les solitons à potentiel négatif montrent une raréfaction des électrons et une compression des ions et des grains de poussière. Les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires raréfactives ne peuvent pas exister en l'absence d'un troisième espèce de charge électrique négative.

Nous sommes maintenant en mesure de localiser les régions de l'espace des paramètres (M_{ie}, f) pour lequel les deux types de solitons peuvent coexister. Les différentes régions sont représentées sur les figures 25 et 26. Dans la région définie par $M_{ie} < M_{c1}$ et $M_s < M_{ie} < M_{c2}$ avec M_{c1} (Eq. (4.22)) est la valeur maximale du nombre de Mach pour lequel les solitons raréfactifs existent (figures 28-a et 28-b) et M_{c2} (Eq. (4.13)) est la valeur maximale du nombre de Mach pour l'existence des solitons compressifs. Notez que dans la région où $M_s < M_{c1}$ et $M_{c2} < M_s$ il y a seulement des solitons raréfactifs. Dans la zone $M_s < M_{c2}$ et $M_{c2} < M_{c1}$, nous avons une coexistence des solitons compressifs et raréfactifs. Pour $M_{c1} < M_{c2}$, il n'y a que les solitons compressifs qui existent. Le pseudo potentiel de Sagdeev, $-R(\Phi)$, pour un ensemble de valeurs de paramètres dans la région de coexistence, est représenté sur la figure 28-c qui montre l'existence de deux racines indiquant l'existence de deux solitons raréfactifs et compressifs. Dans la figure 27, nous montrons les variations de f_c , avec q donnée par les équations (4.25) et (4.24).

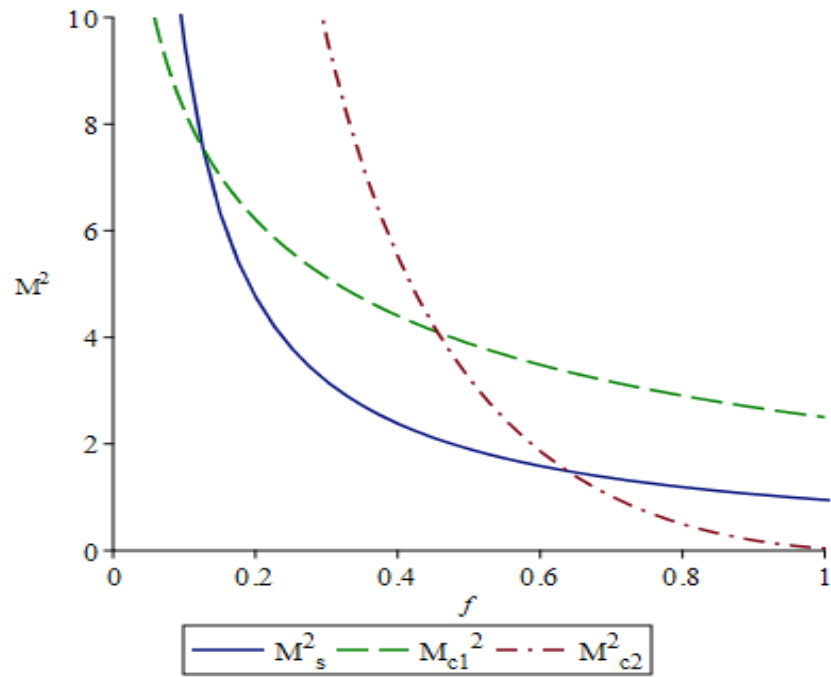


Figure 25: L'espace des paramètres (M_{ie}, f) dans lequel à la fois les solitons compressifs et raréactifs peuvent coexister avec $q = 1.1$.

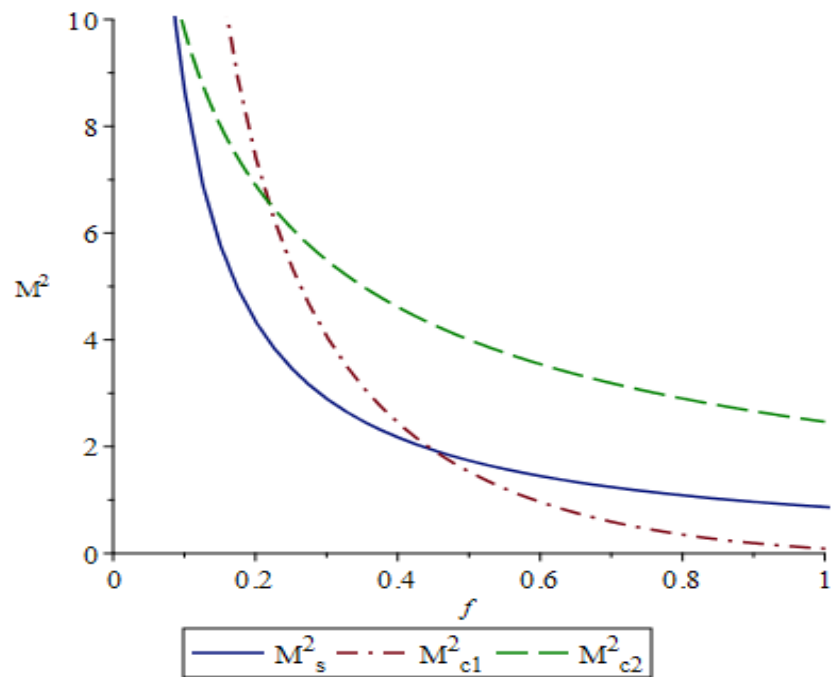


Figure 26: L'espace des paramètres (M_{ie}, f) dans lequel les solitons compressifs et raréactifs peuvent exister, avec $q = 1.3$, les deux solitons peuvent coexister.

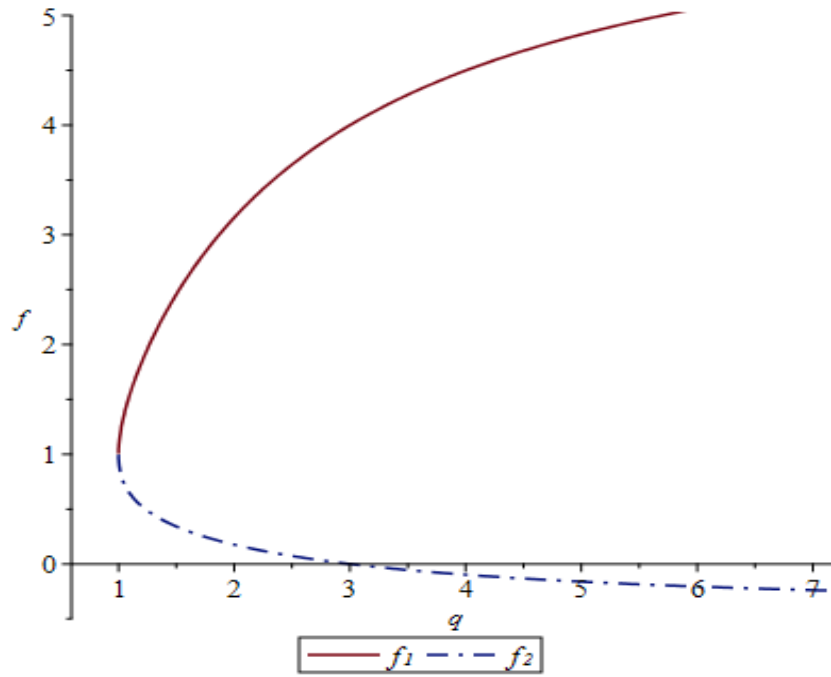


Figure 27: Variations de la fraction de densité critique f_c .

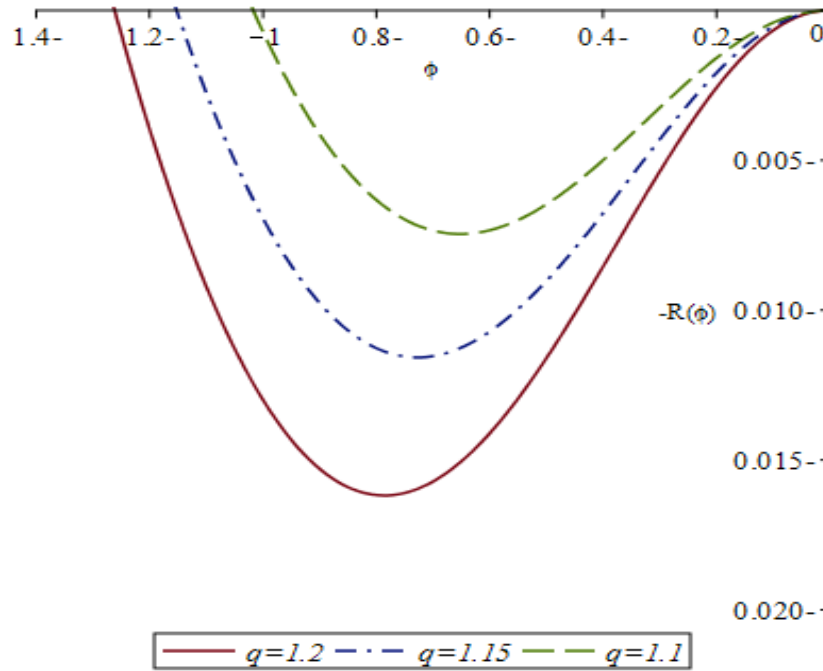


Figure 28-a: Potentiel de Sagdeev pour $M = 1.6$ et $f = 0.4$, montrant la racines de soliton raréfactifs.

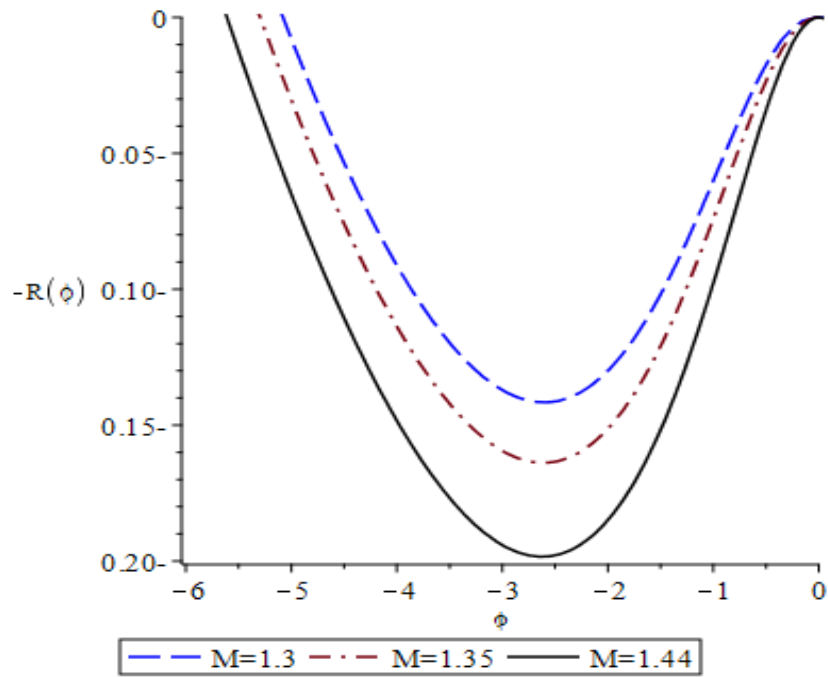


Figure 28-b: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach M_{ie} avec $q = 1.1$ et $f = 0.85$.

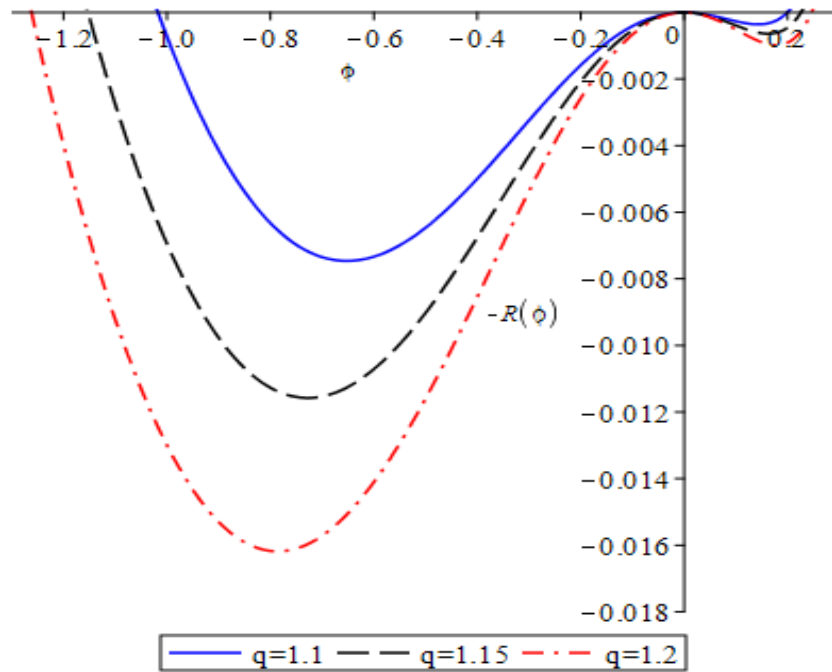


Figure 28-c: Potentiel de Sagdeev pour $M = 1.6$ et $f = 0.4$, montrant à la fois des racines de solitons raréfactifs et compressifs.

4.5 Analyse en faible amplitudes

Un développement en séries par rapport à Φ de la fonction de structure R peut aider à retrouver des expressions analytiques de la gamme des valeurs possibles du nombre de Mach et de pouvoir déterminer les valeurs critiques du rapport de densité f , et par conséquent, ces valeurs donnent au moins un aperçu sur les contraintes de l'existence et la coexistence des solitons. Puisque $3/5 < q < 1$, nous allons étudier les deux conditions, à savoir $\Phi_{Le} > \Phi_{Li}$ où $M_{ie}^2 < 2/(1-q)$ et $\Phi_{Le} < \Phi_{Li}$ où $M_{ie}^2 > 2/(1-q)$. Le développement en série de puissance en Φ de la fonction de structure (4.9) est

$$R(\Phi) = \frac{1}{6} \left(-\frac{q^2}{4} + \left(A + \frac{1}{2} \right) q + A + 2B + \frac{3}{4} \right) f \Phi^3 M_{ie}^4 + \frac{1}{2} (2A + q + 1) f \Phi^2 M_{ie}^2 - \frac{1}{2} (\Phi + 1) \Phi^2 \quad (4.27)$$

Afin d'avoir un soliton compressif, nous utilisons la condition $R(\Phi_{Li} = 1/2) < 0$, nous obtenons alors

$$k M_{ie}^4 f + \lambda M_{ie}^2 f - 3 < 0 \quad (4.28)$$

avec

$$k = \frac{1}{3} \left(-\frac{q^2}{4} + \left(A + \frac{1}{2} \right) q + A + 2B + \frac{3}{4} \right), \quad \lambda = (2A + q + 1)$$

Le nombre Mach M_{ie} vérifie la condition

$$M_{ie}^2 < \frac{1 - \lambda f + \sqrt{\lambda^2 f^2 + 16k f}}{2k f} \quad (4.29)$$

En plus de la condition du minimum en $\Phi = 0$, la condition d'existence devient

$$\frac{1}{\lambda f} < M_{ie}^2 < \frac{1 - \lambda f + \sqrt{\lambda^2 f^2 + 16k f}}{2k f} \quad (4.30)$$

Les conditions suivantes doivent être satisfaites, à savoir

$$\frac{2}{1-q} - \frac{1}{\lambda f} > 0 \quad (4.31)$$

et

$$\frac{1 - \lambda f + \sqrt{\lambda^2 f^2 + 16k f}}{2k f} - \frac{2}{1-q} > 0 \quad (4.32)$$

Par conséquent, pour que ce type de solitons puisse exister, f doit vérifier la condition suivante

$$(1-q)/2\lambda < f < \frac{4}{k((2/(1-q) + \lambda/2)^2 - \frac{\lambda^2}{4k^2})} \quad (4.33)$$

Dans le cas des électrons Maxwelliens ($q = 1$ et $\alpha = 0$), on a

$$\frac{1}{f} < M_{ie}^2 < 3 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{f}} - 1 \right)$$

et la densité électronique partielle se trouve dans l'intervalle

$$0.055 < f < 1 \quad (4.34)$$

Ceci prouve que les solitons acoustiques ioniques (compressifs) ne peuvent pas exister dans les plasmas poussiéreux où la fraction d'électrons libres par rapport aux ions libres est inférieure à 5%. Dans l'autre cas, $\Phi_{Le} < \Phi_{Li}$ où $M_{ie}^2 > 2/(1 - q)$. La condition pour que le soliton compressif existe est $R(\Phi_{Le} = 1/(1 - q)M_{ie}^2) < 0$. Nous obtenons alors

$$\frac{1}{\lambda f} < M_{ie}^2 < M_{c2}^2 = \frac{1}{24} \frac{((6q - 7)f - 12(q - 1)^2)^2}{(6q - 7)(q - 1)^3 f} \quad (4.35)$$

Compte tenu des conditions

$$\frac{1 - \lambda f + \sqrt{\lambda^2 f^2 + 16kf}}{2kf} - \frac{1}{\lambda f} > 0 \quad (4.36)$$

et

$$\frac{1}{24} \frac{((6q - 7)f - 12(q - 1)^2)^2}{(6q - 7)(q - 1)^3 f} - \frac{1}{\lambda f} > 0 \quad (4.37)$$

nous obtenons

$$\frac{k}{3\lambda^2} < f < \sqrt{\frac{24(6q - 7)(q - 1)^3 + 12\lambda(q - 1)^2}{\lambda(7 - 6q)^2}} \quad (4.38)$$

Les domaines d'existence des solitons acoustiques ioniques poussiéreux à potentiel positif ont été tracés dans les figures 29-a et 29-b, dans l'espace des paramètres de f et M_{ie} . Les solitons à potentiel positif existent dans la région donnée par les conditions (4.30-4.35). Il est à remarquer que quand q augmente, la région des solitons compressifs créée par la limite électronique se rétrécit et on a donc juste les solitons créés par la limite ionique. Seule la limite ionique joue un rôle dans la détermination de l'existence de solitons, puisque $q > 3/5$ donc $M_{ie \min}^2 > 5$ (électronique).

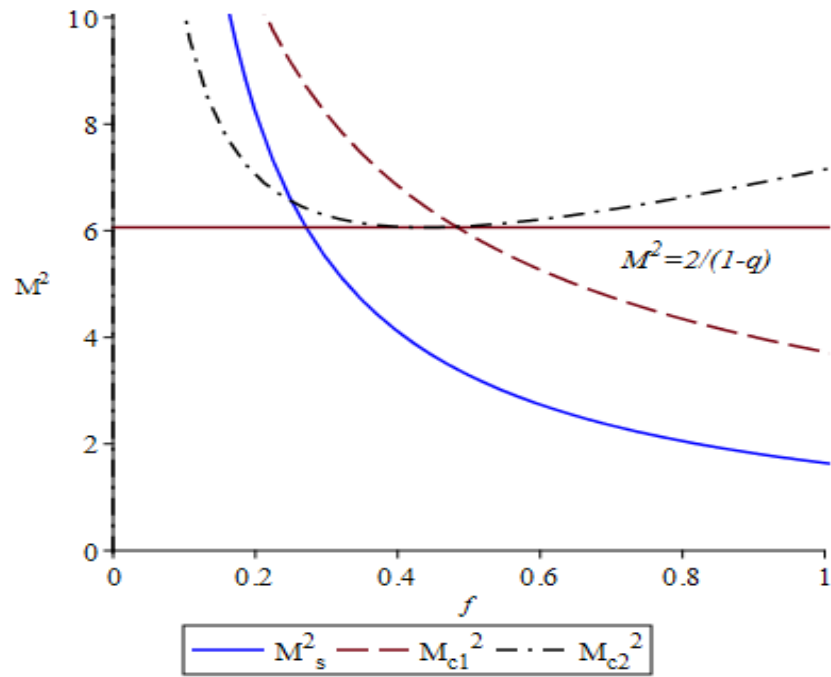


Figure 29-a: Domaine d'existence des ondes acoustiques ioniques solitaires compressives correspondant à $\alpha = 0.01$, $q = 0.67$.

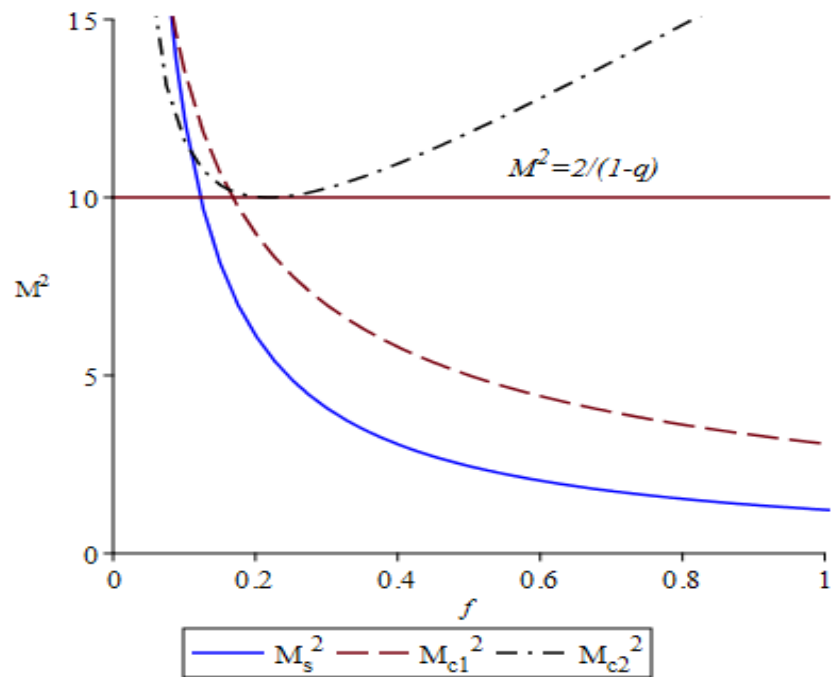


Figure 29-b: Domaine d'existence des solitons ioniques acoustiques à potentiels positifs correspondant à $\alpha = 0.01$, $q = 0.9$.

4.5.1 Cas d'électrons non thermiques ($q \rightarrow 1$)

Quand l'espèce des électrons contient une population d'électrons non thermiques caractérisés par le paramètre α , la limite suivante doit être prise en compte, à savoir

$$\lim_{q \rightarrow 1} [1 + (q - 1)M_{ie}^2 \Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} = \exp(M_{ie}^2 \Phi)$$

La fonction structure s'écrit sous la forme

$$R = \frac{f \exp(M_{ie}^2 \Phi) (-12\alpha M_{ie}^2 \Phi + 4M_{ie}^4 \alpha \Phi^2 + 1 + 15\alpha) - (15\alpha + 1)}{M_{ie}^2 (1 + 3\alpha)} \quad (4.39)$$

$$+ \sqrt{1 - 2\Phi} - 1 + \frac{1 - f}{Z} \left[\sqrt{1 + 2\Phi Z} - 1 \right]$$

En tenant compte du fait que $Z\Phi \ll 1$, le développement en série de puissance de la dernière racine carrée jusqu'au premier ordre par rapport au paramètre Z . Pour les solitons acoustiques ioniques compressifs, la limite maximale de M_{ie} provient de la condition $R(\frac{1}{2}) < 0$ et qui s'écrit ici comme

$$\frac{f \exp(M_{ie}^2/2) \{M_{ie}^4 \alpha - 6\alpha M^2 + 15\alpha + 1\} - (15\alpha + 1)}{M_{ie}^2 (1 + 3\alpha)} < \frac{1 + f}{2} \quad (4.40)$$

qui se réduit à la forme suivante pour $\alpha = 0$

$$\frac{\exp(M_{ie}^2/2) - 1}{M_{ie}^2} < \frac{1 + f}{2f} \quad (4.41)$$

Pour $\alpha = 0$, les solitons à potentiel positif existent dans le cas où M_{ie} vérifie les conditions (4.12) et (4.41). Par contre, si $\alpha \neq 0$, les solitons compressifs se forment si M_{ie} vérifie les conditions (4.12) et (4.40) comme le montre la figure 30 où les courbes de (M_s^2, M_{c1}^2) et M_{c2}^2 en fonction de f sont indiquées. La limite supérieure M_{c1}^2 provient de la condition (4.40). Notez que pour $f = 1$ et $\alpha = 0$, l'équation (4.40) implique que les nombres de Mach existe dans la gamme $1 < M_{ie} < 1.5852$, ce qui est conforme aux résultats bien connus pour les solitons acoustiques ioniques dans le plasma conventionnel à deux espèces [1], [101], [107]-[108].

Pour les solitons raréfactifs, une nouvelle limite du potentiel électrostatique $\Phi_{Ld} = -1/2Z$ est prise en compte qui est associé à la compression infinie de la densité des grains de poussières. La condition le régissant est donnée par $\Phi_{Ld} = -1/2Z$, alors, la fonction structure vérifie la condition suivante $R(\Phi_{Ld} = -1/2Z) < 0$, qui s'exprime sous la forme

$$\frac{f \exp(-\frac{M_{ie}^2}{2Z}) \left(\frac{6\alpha M_{ie}^2}{Z} + \frac{M_{ie}^4 \alpha}{Z^2} + 1 + 15\alpha \right) - (15\alpha + 1)}{M_{ie}^2 (1 + 3\alpha)} + \sqrt{1 + \frac{1}{Z}} - 1 - \frac{1 - f}{Z} < 0 \quad (4.42)$$

et pour $\alpha = 0$ on a

$$\frac{f}{M_{ie}^2} \left[\exp\left(-\frac{M_{ie}^2}{2Z}\right) - 1 \right] + \sqrt{1 + \frac{1}{Z}} - 1 - \frac{1-f}{Z} < 0 \quad (4.43)$$

Pour $Z \ll 1$, nous avons $\sqrt{1 + 1/Z} \simeq 1/\sqrt{Z} \ll \sqrt{Z}$ nous voyons que la contribution dominante dans (4.43) vient du terme $1/\sqrt{Z} - (1-f)/Z$ est par conséquent la condition (4.43) est satisfaite si $\sqrt{Z} < 1 - f$, pour l'équation (4.42) on ne peut illustrer une telle condition. Les figures 31 et 32 montrent une coexistence des solitons compressifs et raréfactifs pour lequel les amplitudes augmentent avec l'augmentation des valeurs du nombre de Mach M_{ie} et de f .

Pour les solitons à potentiel électrostatique négatif, une condition analytique de leurs existences est impossible. Par contre, une analyse graphique permet de montrer l'existence de points neutres $\Phi = \Phi_{CNP}$ pour lequel la quasi neutralité des charges électrique est vérifiée comme montré dans la figure 33. $R'(\Phi = 0)$ peut avoir une racine loin de l'origine $\Phi = 0$ (et donc un soliton raréfactif existe). A partir de la condition $R'(\Phi_{CNP}) > 0$, on peut délimiter l'ensemble des paramètres pour l'existence du soliton à potentiel négatif [118]-[119].

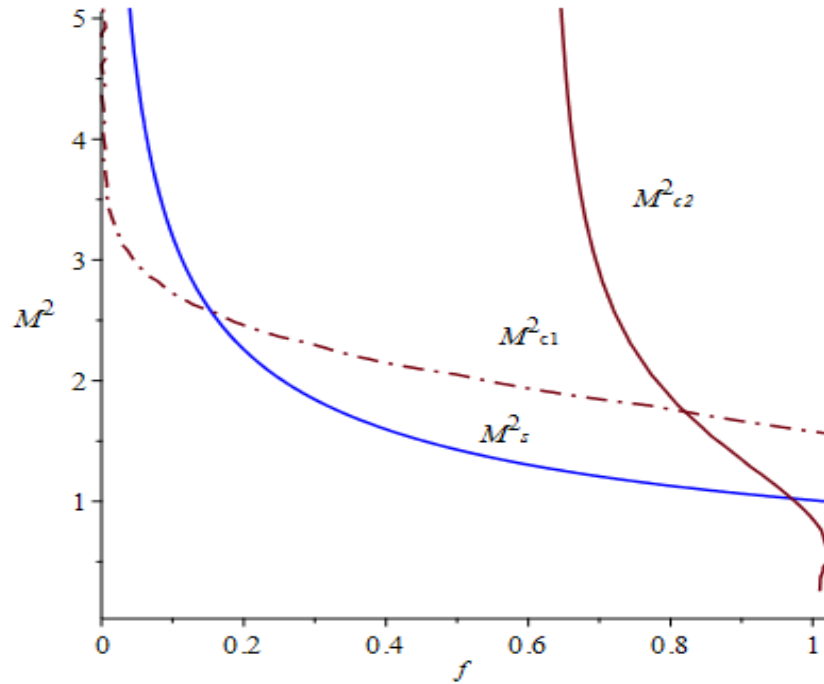


Figure 30: L'espace des paramètres (M_{ie} , f) avec $\alpha = 0.01$ et $z = 0.6$ dans lequel les deux types des ondes solitaires compressifs et raréfactifs peuvent exister.

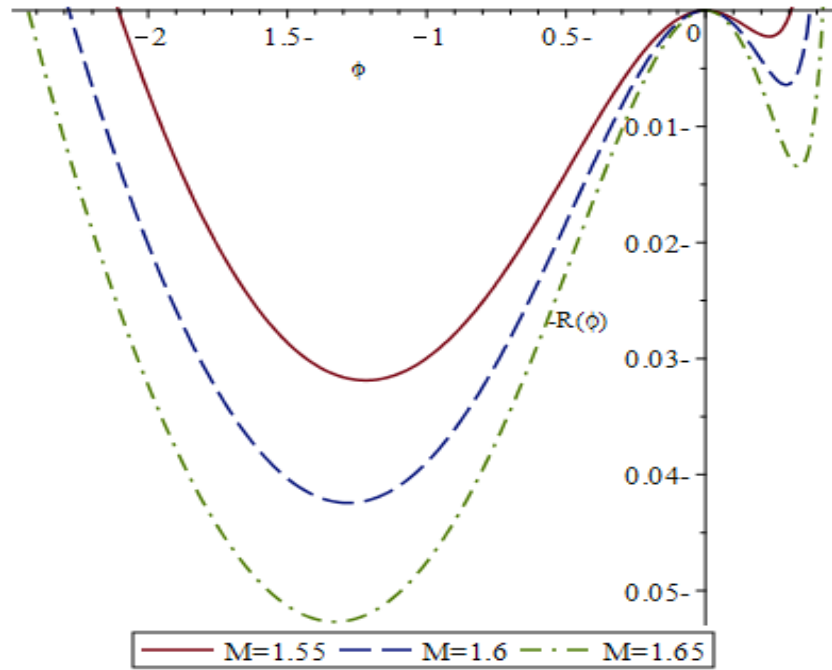


Figure 31: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach M_{ie} , avec $\alpha = 0.01$, $f = 0.55$ et $z = 0.001$.

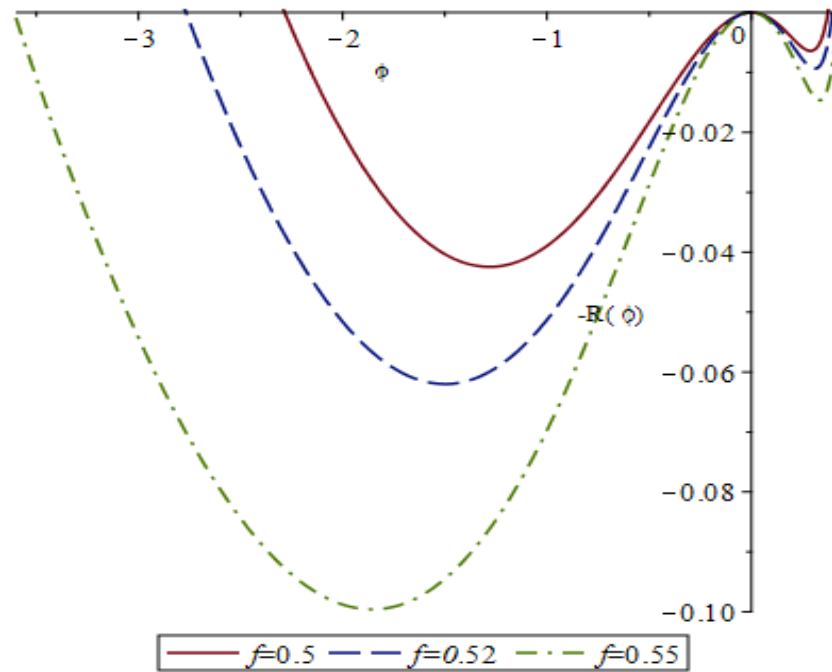


Figure 32: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du paramètre f , avec $\alpha = 0.01$, $M = 1.6$ et $z = 0.001$.

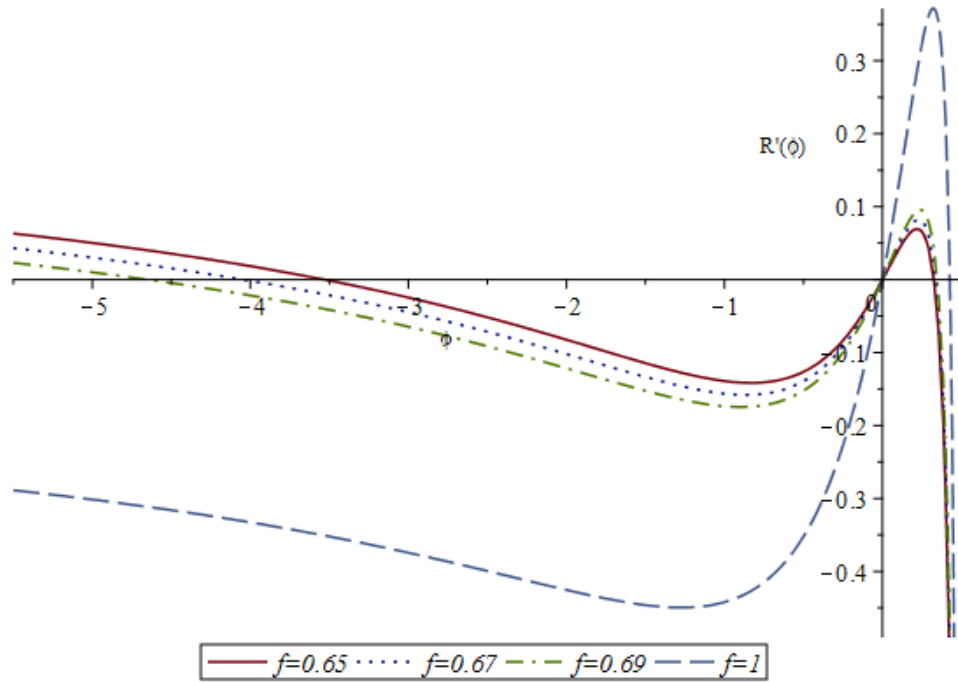


Figure 33: Graphe de $R'(\Phi)$ pour $M = 1.5$, $\alpha = 0.01$ et $z = 0.001$. Le graphe montre que $R'(\Phi)$ a une racine à l'origine pour $\Phi = 0$, et un autres pour tous $|\Phi_m| > |\Phi| > 0$.

4.5.2 Conclusion

Nous concluons que l'onde acoustique ionique poussiéreuse solitaire peut exister sous deux formes compressive et raréfactive. Dans le cas de notre plasma, le paramètre non extenssif q peut changer la nature des structures solitaires en introduisant de nouvelles limites sur le potentiel électrostatique. On constate que pour $q > 1$, la limite inférieure du nombre de Mach permise est plus grande que sa limite permise dans le cas Boltzmannien, permettant donc la possibilité de l'existence des solitons acoustiques ioniques super acoustiques. Le caractère non extensif des électrons devient important, l'amplitude du soliton diminue tandis que sa largeur augmente. L'analyse de la dynamique des gaz nous a permis d'utiliser les points limites du potentiel électrostatiques, où nous avons remarqué que quand le paramètre de la non extensivité q diminue et f augmente, seule la limitation électronique joue un rôle dans la détermination de l'existence des solitons. Dans le cas $3/5 < q < 1$, on trouve une coexistence des structures solitaires compressives et raréfactives. Les conditions d'existence des solitons compressifs sont données par les deux points limites du potentiel électrostatique de la densité des électrons et des ions. Les solitons à potentiel électrostatique négatif ont été déterminés numériquement. On a trouvé que les deux types de solitons peuvent être localisés dans l'espace des paramètres f et M_{ie} séparées par la ligne $M_{ie}^2 = 2/(1 - q)$ qui

modifie l'espèce qui limite l'existence du soliton. Pour $M_{ie}^2 > 2/(1 - q)$, seuls les solitons créés par les électrons peuvent exister. Pour $M_{ie}^2 < 2/(1 - q)$, les solitons à potentiel électrostatique positif sont générés par la compression totale des ions. Dans la région $q < 1$, il est à remarquer que quand q augmente, la région du soliton créée par la limite électronique se retrécit. Par conséquent, seule la limite ionique joue un rôle dans la détermination de l'existence des solitons.

5

Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires

5.1 Introduction

Les grains de poussière sont des espèces extrêmement massives comparés aux ions présents dans le plasma, typiquement $10^6 - 10^{12}$ fois la masse des ions, et leurs tailles varient du nanomètre au millimètre. Ils peuvent être chargés négativement ou positivement, en fonction de l'environnement de plasma, avec des charges généralement dans la gamme $10^2 e - 10^4 e$, où e est la charge de l'électron [2], [98], [131]-[133]. Les plasmas poussiéreux existent naturellement dans certains milieux de l'espace et environnements astrophysiques tels que les anneaux planétaires, astéroïdes [2], [98], [134] zones, queues cométaires [2], [134]-[136] milieux interstellaires et nuages circumstellaires [2], [138], ainsi que dans la mésosphère de la Terre et dans les couches les plus basses de l'ionosphère. [2], [132], [133], [137]-[142]. Les plasmas poussiéreux à plusieurs composantes sont aussi présents. En effet, ces plasmas peuvent se manifester dans plusieurs procédés tels que les plasmas dans les réacteurs, les techniques de traitement par plasma, la gravure par plasma, les systèmes de fours à plasma, échappements de fusées et des dispositifs à plasma de fusion tels que les tokamaks et stellarators [2], [133], [140]. Bien que les grains de poussière soient chargés positivement ou négativement, les études ont été en grande partie limitées aux grains de poussière chargés négativement [16]-[17], [109], [143]-[145] et peu de travaux impliquent les grains de poussière positifs [137], [146]-[148]. Cependant, les processus élémentaires qui conduisent à la variation de la charge électrique des grains de poussière sont assez complexes et dépendent principalement de l'environnement autour des grains de poussière [2]. Dans l'espace, la collecte d'électrons et d'ions plasma par les grains de poussière et la photoionisation [132] sont

les processus de charge les plus courants. Les particules de poussière peuvent acquérir des charges positives appréciables par émission thermo-ionique [116], émission de photoélectrons due au rayonnement UV incident, émission d'électrons secondaires due à des collisions avec des ions énergétiques et des électrons ou absorption des ions du plasma [2], [116], [139], [149].

5.2 Fonction de Structure de l'onde acoustique poussiéreuse

Dans ce chapitre, le plasma que l'on se propose d'étudier est non collisionnel, non magnétisé et constitué de trois espèces de particules, des électrons, ions positifs et des grains de poussières négatifs de densités, respectives, n_e , n_i et n_d . Tous les grains sont supposés être de forme sphérique, de masse m_d et ayant la même charge $q_d = -eZ_d$, où Z_d représente le nombre de charges du grain. Puisque nous avons donné une discussion plutôt détaillée pour les domaines d'existence des solitons acoustiques ioniques poussiéreux dans les plasmas poussiéreux contenant des électrons non thermiques non extensifs, nous pouvons être plus succincts en faisant face aux solitons acoustiques poussiéreux. Dans ce cas, les ions et les électrons doivent être subsoniques et les grains de poussière supersoniques, correspondant à la condition d'ordre suivante $c_{td} \ll V \ll c_{ti} < c_{te}$, et donc la fonction de structure (3.25) devient

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\phi) = p_{e0} & \frac{\left[1 + (q-1)\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}\right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} \left[1 + A\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2} + B\left(\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}\right)^2\right]^2 \\ & - \frac{2\left(A + 2B\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}\right)\left(1 + (q-1)\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}\right)}{(5q-3)} + \frac{8B\left(1 + (q-1)\frac{e\phi}{m_e c_{te}^2}\right)^2}{(5q-3)(7q-5)} \\ & - \frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} + p_{i0} \left\{ \left[1 - \frac{(\gamma_i - 1)e\phi}{m_i c_{ti}^2}\right]^{\gamma_i/(\gamma_i-1)} - 1 \right\} \\ & + n_{d0} m_d V^2 \left\{ \sqrt{1 + \frac{2Z_d e\phi}{m_d V^2}} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

En adoptant la normalisation suivante $\Phi = Z_d e / m_d V^2$ est le potentiel électrostatique normalisé, $M_{ed}^2 = M_e^2 m_d / m_e Z_d$ et $M_{id} = M_i^2 m_d / m_i Z_d$ sont les carrés des nombres de Mach acoustiques électronique-poussiéreuse et ionique-poussiéreuse, respectivement. D'autres symboles comme f conservent leur expression. Nous réécrivons la fonction de structure non dimensionnelle sous la forme $R = \mathcal{R} / n_{d0} m_d V^2$, nous avons alors

$$\begin{aligned}
 R(\Phi) = & \frac{2f}{(1-f)M_{ed}^2} \frac{[1 + (q-1)M_{ed}^2\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} [1 + AM_{ed}^2\Phi + BM_{ed}^4\Phi^2] \quad (5.2) \\
 & - \frac{2(A + 2BM_{ed}^2\Phi)(1 + (q-1)M_{ed}^2\Phi)}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1)M_{ed}^2\Phi)^2}{(5q-3)(7q-5)} \\
 & - \frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \Big] \\
 & + \frac{1}{\gamma_i(1-f)M_{id}^2} \left\{ [1 - (\gamma_i - 1)M_{id}^2\Phi]^{\gamma_i/(\gamma_i-1)} - 1 \right\} + \left\{ \sqrt{1 + 2\Phi} - 1 \right\}
 \end{aligned}$$

La condition d'existence du soliton $\left(\frac{d^2R}{d\Phi^2} \Big|_{\Phi=0} > 0 \right)$ est donnée par

$$\frac{\left(\frac{2A+q+1}{2} \right) f M_{ed}^2 + M_{id}^2}{1-f} > 1 \quad (5.3)$$

avec $A = -\frac{16\alpha q}{(5q-3)(3q-1)+12\alpha}$. Pour discuter cette condition (5.3), notons que $M_{ed}^2 = M_{id}^2\tau$ avec $\tau = T_i/T_e$, les températures des électrons et des ions sont définies par $T_e = m_e c_{te}/k_B$ et $T_i = m_i c_{ti}/k_B$ respectivement, ici k_B représente la constante de Boltzmann. Par conséquent, la condition d'existence du soliton (5.3) devient :

$$M_{id}^2 = M_{sd}^2 > \frac{1-f}{1 + \left(\frac{2A+q+1}{2} \right) f\tau} = \frac{\lambda(1-f)}{\lambda + \tau f} \quad (5.4)$$

où M_{sd}^2 est la limite inférieure de M_{id}^2 . Étant donné que T_i est souvent beaucoup plus petit que T_e , nous utiliserons parfois l'approximation $\tau \ll 1$ pour la simplicité analytique. La condition (5.4) d'existence du soliton s'applique à toutes les valeurs de γ_i , y compris le cas isotherme; c'est-à-dire, $\gamma_i = 1$. Comme d'habitude, la limite supérieure de M_{id}^2 peut être trouvée en considérant les potentiels électrostatiques limites Φ_{Lj} dans l'expression pour $R(\Phi)$, où les espèces sont soit infiniment comprimées ($n_j \rightarrow \infty$), ou infiniment raréfiées ($n_j \rightarrow 0$). Pour τ suffisamment petit, la limite inférieure M_{sd}^2 est essentiellement $1-f$. Il y a deux cas pour les limites possibles Φ_{Lj} , pour le potentiel positif, nous avons

$$\Phi_{Li} = \frac{1}{(\gamma_i - 1)M_{id}^2} \text{ pour } \gamma_i > 1 \text{ et } \Phi_{Le} = -\frac{1}{(q-1)M_{id}^2\tau} \text{ pour } 3/5 < q < 1 \quad (5.5)$$

et deux pour le potentiel négatif, associé soit aux électrons ou aux grains de poussière,

$$\Phi_{Le} = -\frac{1}{(q-1)M_{id}^2\tau}, \quad \Phi_{Ld} = -1/2 \text{ pour } q > 1 \quad (5.6)$$

5.3 Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires dans le cas d'ions froids ($\tau \rightarrow 0$)

En général, les ions sont plus froids que les électrons $T_i \ll T_e$, nous allons pour la simplicité de l'analyse considérer d'abord ce régime, et donc utiliser l'approximation $\tau \ll 1$ pour déterminer les conditions d'existence des structures solitaires associées aux ondes acoustiques poussiéreuses. La fonction de structure $R(\Phi)$ est donnée par

$$R = \frac{M_{id}^2 \tau (2A + q + 1) f \Phi^2}{1 - f} \frac{\Phi^2}{4} + \frac{f}{1 - f} \Phi \quad (5.7)$$

$$+ \frac{1}{\gamma_i (1 - f) M_{id}^2} \left\{ [1 - (\gamma_i - 1) M_{id}^2 \Phi]^{\gamma_i / (\gamma_i - 1)} - 1 \right\} + \left\{ \sqrt{1 + 2\Phi} - 1 \right\}$$

Les ondes acoustiques poussiéreuses solitaires compressives existent si la condition suivante est satisfaite

$$R(\Phi_{Li}) = \frac{c\tau\gamma_i f + \gamma_i(\gamma_i - 1)f - (\gamma_i - 1)^2}{(M_{id}^2 \gamma_i (\gamma_i - 1)^2 (1 - f))} + \sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma_i - 1) M_{id}^2}} - 1 < 0 \quad (5.8)$$

avec $c = 2A + q + 1$. Ce qui conduit à la limite supérieure sur le nombre de Mach suivant

$$M_{id}^2 = M_{c1}^2 < -\frac{1}{4} \frac{(-2 + 2(f - 1)\gamma_i^2 + (cf\tau - 2f + 4)\gamma_i)^2}{\gamma_i(\gamma_i - 1)^2(f - 1)(-2 + (cf\tau + 2)\gamma)}$$

$$\text{pour } \tau \rightarrow 0, \text{ on a } M_{id}^2 < \frac{1}{2} \frac{[(f - 1)\gamma_i + 1]^2}{\gamma_i(\gamma_i - 1)(1 - f)} < 1 - f \quad (5.10)$$

La dernière inégalité est valable pour tout $\gamma_i > 1$ et $0 < f < 1$. Cependant, $(1 - f)$ devrait être un minimum pour M_{id}^2 et non pas un maximum comme indiqué par la condition du soliton (5.4) pour $\tau \ll 1$. Par conséquent, les solitons acoustiques poussiéreux à potentiel électrostatique positif n'existent pas pour $\tau \ll 1$, comme indiqué dans la figure 34. Les valeurs de M_{sd} pour l'existence des ondes solitaires à potentiel électrostatique positif, données par l'équation (5.10), sont comprises dans l'intervalle ($f > 1$), indépendamment des valeurs γ_i et pour $3/5 < q < 1$.

Pour les solitons à potentiel négatif, l'image est inversée, c'est-à-dire que la compression opère dans les ions et les grains de poussière, alors que les électrons sont raréfiés. Pour les électrons caractérisés par $q > 1$, l'emplacement relatif de Φ_{Le} par rapport Φ_{Ld} sera déterminé pour laquelle des deux espèces négatives atteint d'abord ses limites. Les deux potentiels limites étant négatifs, nous calculons leur rapport $\Phi_{Le}/\Phi_{Ld} = 2/(q - 1)M_{id}^2\tau$, pour τ petit. Ce rapport devient grand, et par conséquent, c'est les grains de poussière qui donnent l'existence et déterminent le caractère de l'onde acoustique solitaire poussiéreuse.

La condition pour l'existence de ce type de soliton est $R(-1/2) < 0$, qui s'écrit explicitement sous la forme

$$\frac{M_{id}^2 \tau (2q + 1) f}{1 - f} - \frac{1}{2} \frac{f}{1 - f} + \frac{1}{\gamma_i (1 - f) M_{id}^2} \left\{ \left[1 + \frac{(\gamma_i - 1) M_{id}^2}{2} \right]^{\gamma_i / (\gamma_i - 1)} - 1 \right\} < 1$$

Une valeur spéciale ou analytique de la limite supérieure de M_{id}^2 peut être obtenue en remplaçant γ_i par 2, la limite supérieure est

$$M_{id}^2 = M_{c2}^2 < \frac{4(1 - f)}{1 + 8(q + 1)f\tau} \text{ pour } \gamma_i = 2 \quad (5.11)$$

Dans la limite $\tau \rightarrow 0$, la limite supérieure est $M^2 < 4(1 - f)$. L'augmentation des valeurs du paramètre non extensif à partir de ($q > 1$) diminue la limite supérieure M_{c2}^2 .

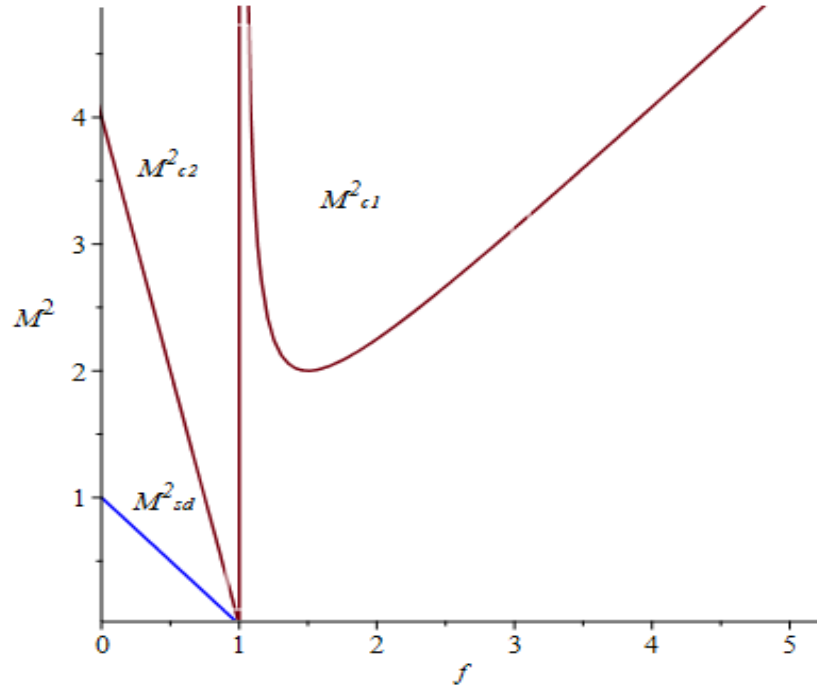


Figure 34: Domaine d'existence des ondes acoustiques poussiéreuses compressives et raréfactives dans l'espace des paramètres de f et M_{id} pour l'approximation $\tau \rightarrow 0$.

5.4 Ondes acoustiques poussiéreuses solitaires dans le cas d'ions chauds ($\gamma_i = 2$)

5.4.1 Cas $q > 1$

Pour des raisons de tractabilité analytique, nous considérons le cas particulier $\gamma_i = 2$ et sans approximations sur le paramètre τ et réécrivant la fonction de structure (5.2) avec la

densité des électrons de Tsallis ($q > 1$).

$$R(\Phi) = \frac{2f}{(1-f)(3q-1)M_{ed}^2} \left\{ [1 + (q-1)M_{ed}^2\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} - 1 \right\} \quad (5.12)$$

$$+ \frac{1}{2(1-f)M_{id}^2} \left\{ [1 - M_{id}^2\Phi]^2 - 1 \right\} + \left\{ \sqrt{1 + 2\Phi} - 1 \right\}$$

La condition d'existence des ondes solitaires à potentiel électrostatique positif est donnée par la valeur limite $\Phi_{Li} = 1/M_{id}^2$. En ce point, nous avons une compression totale des ions, où nous avons utilisé $M_{ed}^2 = \tau M_{id}^2$. La condition nécessaire pour que ces solitons existent est alors donnée par $R(\Phi_{Li}) < 0$ qui mène à

$$\sqrt{1 + \frac{2}{M_{id}^2}} - 1 < \frac{(3q-1)\tau - 4f \left\{ [1 + (q-1)\tau]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} - 1 \right\}}{2(1-f)(3q-1)\tau M_{id}^2} \quad (5.13)$$

avec $f < 1$ et $\tau > 0$, à partir de la condition (5.13), nous avons

$$M_{id}^2 < M_{c1}^2 = \quad (5.14)$$

$$\frac{1 - f^2(1 + (q-1)\tau)^{\frac{3q-1}{q-1}} - 2(-\frac{3\tau q}{8} + \frac{\tau}{8} + f(1 + (q-1)\tau)^{\frac{3q-1}{2q-2}} - \frac{1}{2})(\frac{3\tau q}{4} + f - \frac{\tau}{4})}{3\tau \frac{3}{2}(\frac{1}{2} - f)q + (\frac{f}{2} - \frac{1}{4}) + f((1 + (q-1)\tau)^{\frac{3q-1}{2q-2}} - 1)(f-1)(q - \frac{1}{3})}$$

Par conséquent, les solitons à potentiel électrostatique positif pour le cas $q \neq 1$. Si le nombre de Mach M_{id} vérifie la condition

$$M_{sd}^2 < M_{id}^2 < M_{c1}^2 \quad (5.15)$$

M_{sd}^2 provient de la condition (5.4). Les figures 35, 36 et 37 montrent que $M_{c1} < M_{sd}$. Ceci est en contradiction avec la condition (5.15), et par conséquent, les solitons à potentiel positif n'existent pas. Cependant, pour le potentiel négatif, si on a $(\Phi_{Ld}/\Phi_{Le}) > 1$, avec $\Phi_{Le} = -1/(q-1)M_{id}^2\tau$ et $\Phi_{Ld} = -1/2$, alors, $M_{id}^2 > 2/(q-1)\tau$, la limite de raréfaction totale des électrons est atteinte en premier par rapport à celle des grains de poussière. Alors, la condition d'existence du soliton à potentiel électrostatique négatif est satisfaite si $R(\Phi_{Le}) < 0$, ce qui donne

$$R(\Phi_{Le}) = \frac{-2f}{(1-f)(3q-1)\tau M_{id}^2} + \frac{1}{2(1-f)M_{id}^2} \left\{ \left(1 + \frac{1}{(q-1)\tau} \right)^2 - 1 \right\} \quad (5.16)$$

$$+ \sqrt{1 - \frac{2}{(q-1)M_{id}^2\tau}} - 1 < 0$$

à partir duquel, nous obtenons

$$\frac{1-f}{1 + (\frac{q+1}{2})f\tau} < M_{id}^2 < M_{c2}^2 = \frac{1}{2} \frac{s^2 t (q-1)}{st(q-1) + 1} \quad (5.17)$$

$$\text{avec } s = \frac{1}{2} \frac{\tau(3q-1)((1 + \frac{1}{(q-1)\tau})^2 - 1) - 4f}{\tau(3q-1)(1-f)}$$

Cependant, si le rapport $(\Phi_{Ld}/\Phi_{Le}) < 1$, alors, $M_{id}^2 < \frac{2}{(q-1)\tau}$ donc Φ_{Ld} est atteinte en premier, et les grains de poussière se trouvent complètement comprimés, les solitons à potentiel électrostatique négatif se produisent si $R(\Phi_{Ld}) < 0$, qui donne la condition suivante

$$\frac{1}{2(1-f)M_{id}^2} \left\{ \left[1 + \frac{M_{id}^2}{2} \right]^2 - 1 \right\} < 1 - \frac{2f}{(1-f)(3q-1)\tau M_{id}^2} \quad (5.18)$$

$$\left\{ \left(1 - \frac{(q-1)\tau M_{id}^2}{2} \right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} - 1 \right\}$$

La valeur inférieure de M_{id} est donnée par (5.4) et la valeur supérieure est donnée par (5.17) et (5.18). Les figures 35, 36 et 37 montrent les variations de M_{c1} , M_{sd} , M_{c3} et $M^2 = 2/(q-1)/\tau$ en fonction de f pour différentes valeurs de q et τ . Nous constatons que si $M^2 > 2/(q-1)/\tau$, les valeurs du nombre de Mach admissibles sont $2/(q-1)/\tau < M_{id} < M_{c2}$ conduisant à une limite sur la fraction des densités n_{e0}/n_{i0} . Si $M^2 < 2/(q-1)/\tau$, les valeurs du nombre de Mach admissibles sont $M_{sd} < M_{id} < M_{c3}$. Notons que la droite horizontale $M_{id}^2 = 2/(q-1)\tau$ est la barrière de l'espèce qui limite l'existence du soliton raréfactif. Il est clair que quand $(q-1)\tau$ augmente, seule la limite électronique qui régit l'existence des ondes acoustique poussiéreuses raréfactives et la limite des grains de poussière devient importante dans le cas opposé. Notons que cette étude est une généralisation du modèle proposé par Verheest et al. [9]. Il convient de noter que, bien que le modèle admette des valeurs de $\tau > 1$, c'est-à-dire $T_i > T_e$, cette gamme de τ est rarement atteinte dans les expériences, dans la plupart des études de plasma d'espace et de laboratoire, $T_i \leq T_e$ [149]. Les figures 38-39-40 montrent la variation du pseudo-potentiel $-R(\Phi)$ en fonction du potentiel électrostatique Φ . Ces figures montrent que les solitons compressifs n'existent pas, et que seuls les solitons raréfactifs existent. L'amplitude du soliton augmente en fonction de l'augmentation des valeurs de f (figure 38). L'augmentation des valeurs de τ induit une augmentation de l'amplitude du soliton (figure 39). L'écart par rapport à l'équilibre thermodynamique des électrons permet la propagation de solitons d'amplitude assez élevée (figure 40).

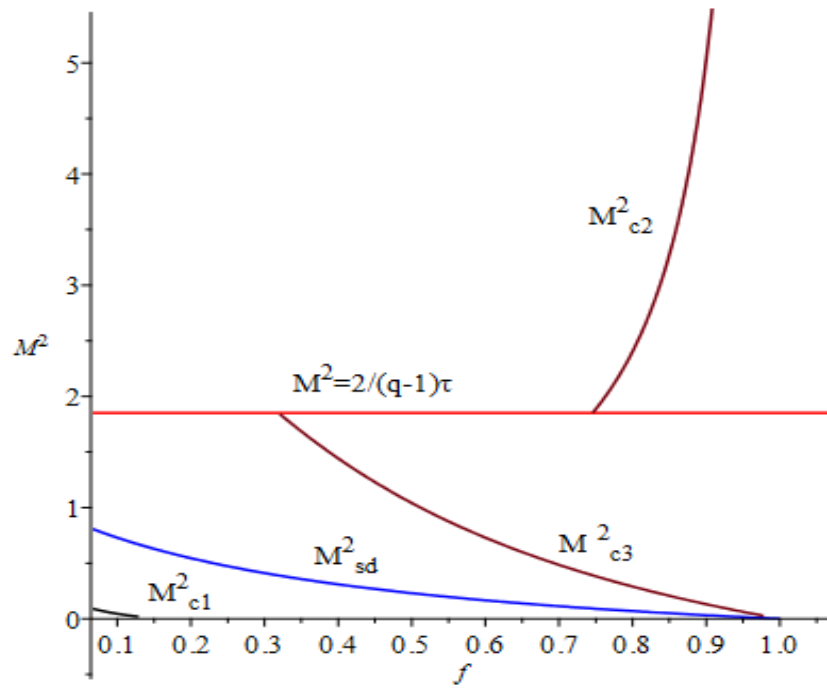


Figure 35: L'espace des paramètres (M_{id}, f) avec $q = 1.6$, et $\tau = 1.8$, dans lequel seuls les solitons raréfactifs peuvent exister.

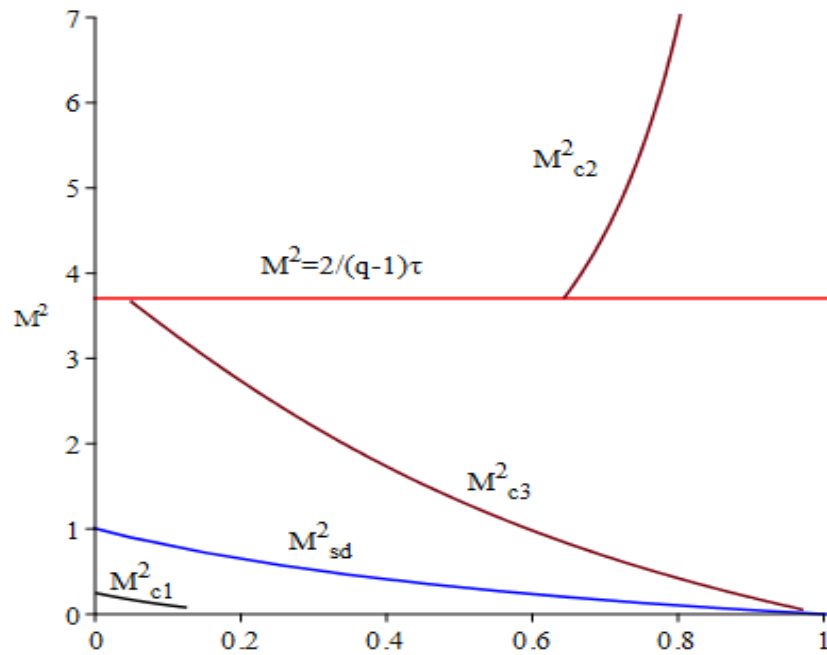


Figure 36: Similaire à la figure 35, mais pour $\tau = 0.9$ et $q = 1.6$. Comme τ et q augmentent, la condition de limite des grains de poussière domine de plus en plus.

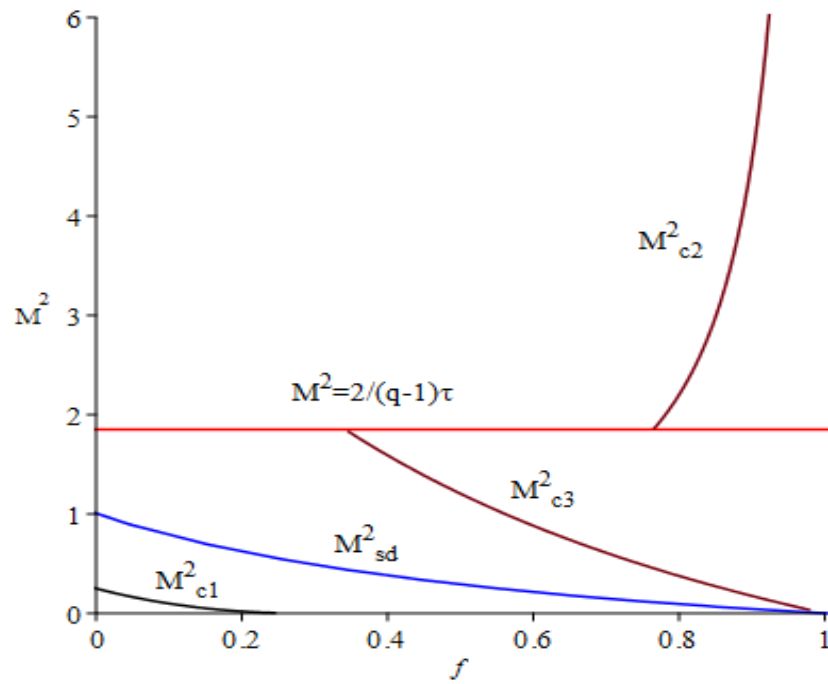


Figure 37: Similaire à la figure 35 et 36, mais pour $q = 2.2$ et $\tau = 0.9$.

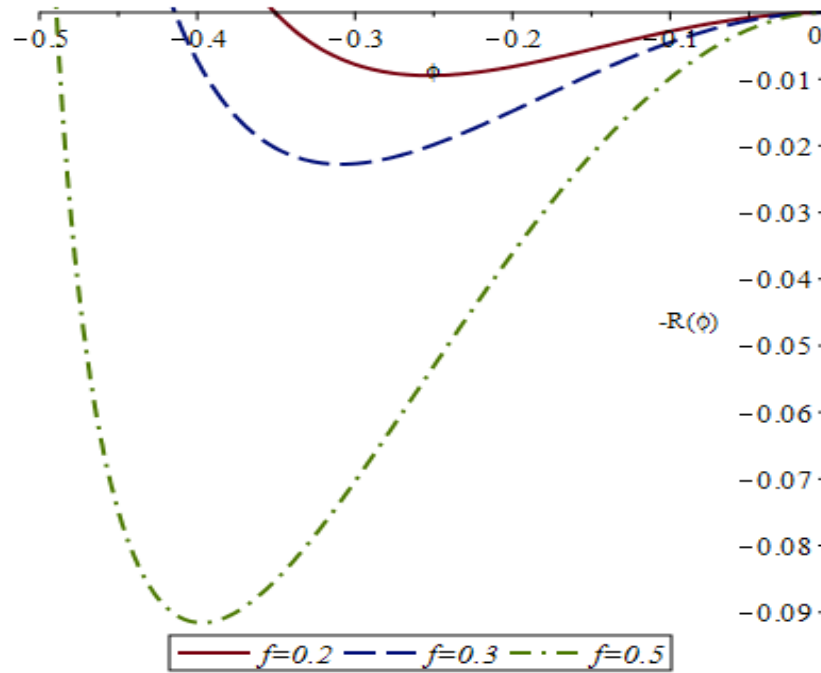


Figure 38: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du paramètre f , avec $q = 1.25$, $\tau = 0.5$ et $M = 1.1$.

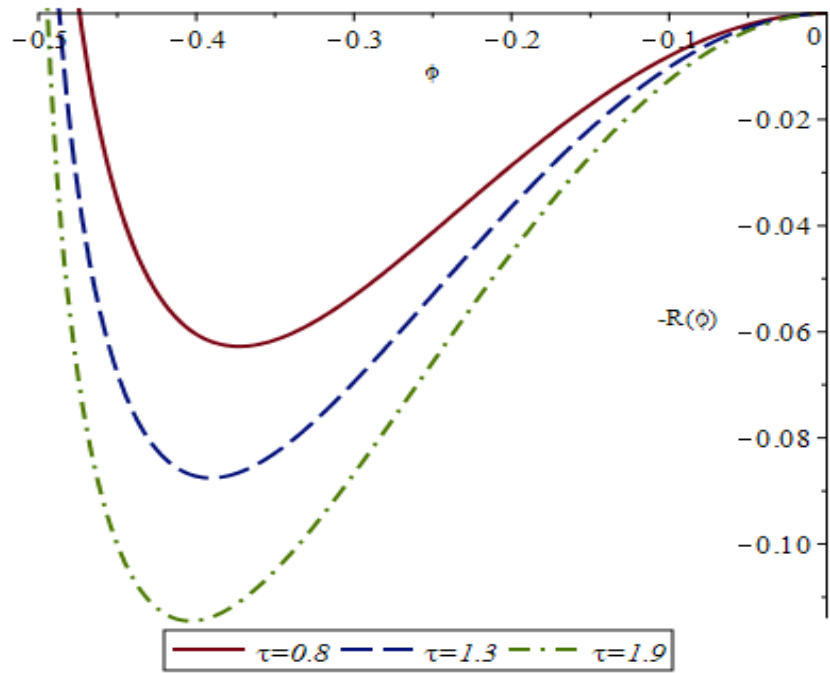


Figure 39: Potentiel de Sagdeev en fonction du τ , pour $f = 0.4$, $q = 1.25$ et $M = 1.1$.

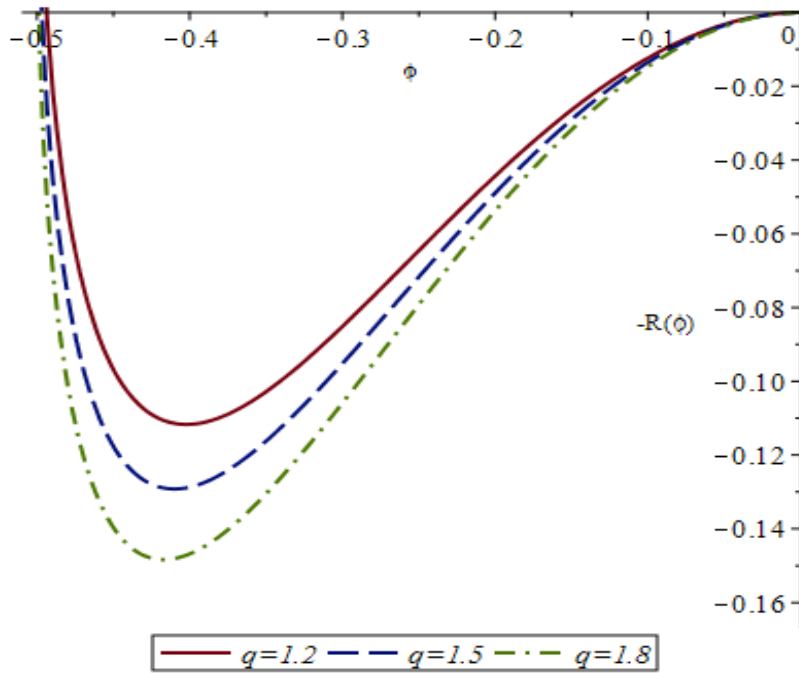


Figure 40: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du paramètre de la non extensivité q avec $f = 0.4$, $\tau = 1.9$, et $M = 1.1$.

5.4.2 Cas $3/5 < q < 1$

Potentiel positif

Nous allons à présent discuter les conditions physiques pour lesquelles les ondes solitaires poussiéreuses à potentiel positif. Pour un plasma avec des électrons non extensifs non thermiques régis par la distribution TTC (4.4), où l'on a deux limites sur le potentiel électrostatique et pour lesquelles les densités des particules correspondent à une compression totale des ions pour $\Phi_{Li} = 1/M_{id}^2$ et d'une raréfaction totale des électrons au point $\Phi_{Le} = -1/((q-1)M_{id}^2\tau)$. Dans le cas où $(\Phi_{Li}/\Phi_{Le}) > 1$ on a $(1-q)\tau > 1$, Φ_{Le} est atteint en premier d'abord et les solitons se produisent si

$$R(\Phi_{Le}) = \frac{Cf}{(1-f)M_{id}^2} + \frac{E}{(1-f)M_{id}^2} + \left\{ \sqrt{1 - \frac{2}{(q-1)M_{id}^2\tau}} - 1 \right\} < 0 \quad (5.19)$$

$$C = -2 \left[\frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{\tau(3q-1)(5q-3)} \right], \quad E = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{(q-1)\tau} \right)^2 - \frac{2}{(q-1)\tau} \right\}$$

Ce qui nous permet d'obtenir la limite supérieure de M_{id} donnée par

$$M_{id}^2 = M_{c1}^2 < \frac{\tau(Cf + E)^2(1-q)}{2((1-f)(1+C(q-1)\tau)f - 1 + E(q-1)\tau)} \quad (5.20)$$

La condition (5.20) donne la limite maximale du nombre de Mach M_{id} pour que les ondes acoustiques poussiéreuses compressives puissent exister. De même, au point Φ_{Li} , nous avons la limite ionique ($n_i \rightarrow \infty$). Pour que les solitons existent, il faut que $R(\Phi_{Li} = 1/M_{id}^2) < 0$, où $(1-q)\tau < 1$. En remplaçant Φ_{Li} dans (5.2), on a la condition suivante

$$R(\Phi_{Li} = 1/M_{id}^2) = \frac{2f}{(1-f)\tau M_{id}^2} \left[\frac{[1 + (q-1)\tau]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} (1 + A\tau + B\tau^2) \right. \quad (5.21)$$

$$\left. - \frac{2(A + 2B\tau)(1 + (q-1)\tau)}{(5q-3)} + \frac{8B(1 + (q-1)\tau)^2}{(5q-3)(7q-5)} \right. \\ \left. - \frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \right] - \frac{1}{2(1-f)M_{id}^2} + \sqrt{1 + \frac{2}{M_{id}^2}} - 1 < 0$$

Les figures 41-42 montrent les régimes d'existence des ondes acoustiques poussiéreuses (DA) solitaires dans l'espace des paramètres de f , M_{id}^2 , (M_{c1}^2 et M_{c2}^2) pour $\gamma_i = 2$. Il est clair que les ondes acoustiques solitaires poussiéreuses compressives n'existent pas dans notre modèle de plasma parce que $M_{sd} > M_{c1}$ et $M_{sd} > M_{c2}$. De même, la limite sur la densité électronique donne la condition suivante sur la valeur minimale de τ qui est $\tau > 2.5$ pour $q = 3/5$. Or, cette gamme de τ peut ne pas être atteinte réellement, puisque dans la plupart des études sur les plasmas d'espace et de laboratoire, nous avons $T_i \leq T_e$ [149].

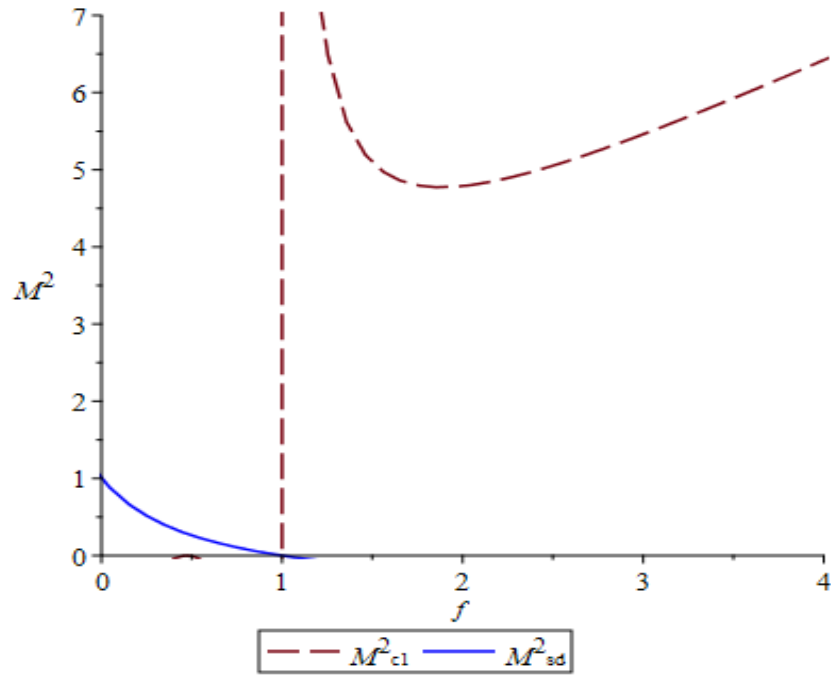


Figure 41: Domaine d'existence des ondes acoustiques poussiéreuses dans l'espace des paramètres de f et M_{id} pour $\alpha = 0.01$, $q = 0.67$ et $\tau = 3$.

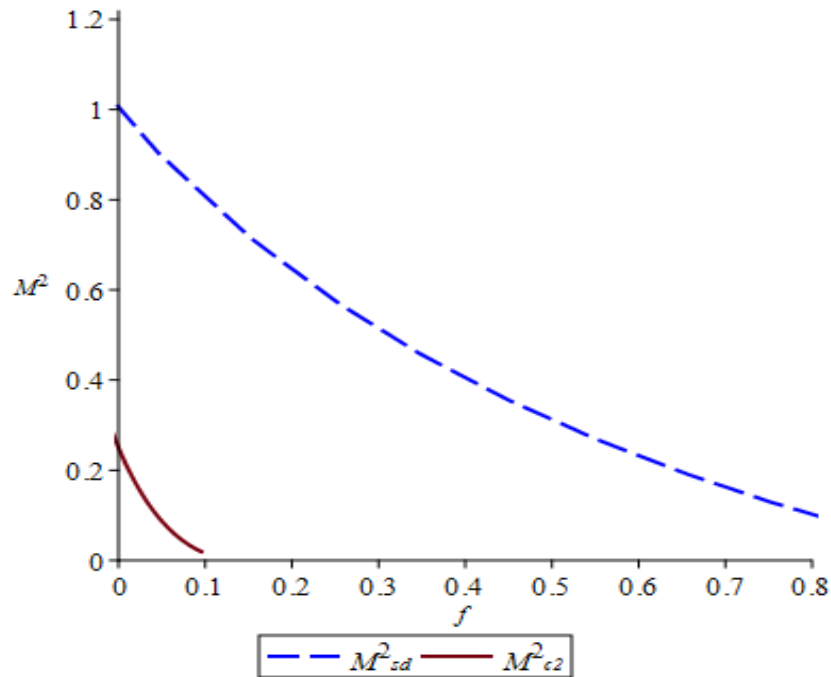


Figure 42: Domaine d'existence des ondes acoustiques poussiéreuses dans l'espace des paramètres de f et M_{id} pour $\tau = 2$, $q = 0.67$ et $\alpha = 0.01$.

Potentiel négatif

Dans le cas où $\Phi < 0$, la valeur limite de Φ est fournie par la densité des grains de poussière en $\Phi_{Ld} = -1/2$. La condition nécessaire pour les solitons à potentiel négatif est alors donnée par $R(\Phi_{Ld} = -1/2) < 0$ qui mène à la condition

$$\begin{aligned}
 R(-1/2) = & \frac{2f}{(1-f)\tau M_{id}^2} \frac{\left[1 - \frac{(q-1)\tau M_{id}^2}{2}\right]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}}}{(3q-1)} \left[1 - \frac{A\tau M_{id}^2}{2} + \frac{B\tau^2 M_{id}^4}{4}\right] \quad (5.22) \\
 & - \frac{2(A - B\tau M_{id}^2)(1 - \frac{(q-1)\tau M_{id}^2}{2})}{(5q-3)} + \frac{8B(1 - \frac{(q-1)\tau M_{id}^2}{2})^2}{(5q-3)(7q-5)} \\
 & - \frac{(5q-3) - 2A + \frac{8B}{(7q-5)}}{(3q-1)(5q-3)} \left. + \frac{1}{2(1-f)M_{id}^2} \left\{ \left[1 + \frac{M_{id}^2}{2}\right]^2 - 1 \right\} - 1 < 0 \right.
 \end{aligned}$$

Les domaines d'existence des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires raréfactives sont donnés par les régions de validité de l'inégalité (5.22) qui sont montrées sur les figures 43 et 44. La région d'existence des solitons diminue en fonction de l'augmentation du paramètre non extensif q vers 1, et de l'augmentation des valeurs de τ . L'augmentation de la fraction des électrons f (ou la diminution de densité des ions) réduit la zone d'existence de l'onde acoustique poussiéreuse comme illustré dans les figures 43-44. Les électrons non extensifs non thermiques dans notre modèle de plasma affectent de manière significative les caractéristiques de ces solitons. Il est montré sur les graphes (figures 45, 46 et 47) du pseudo potentiel de Sagdeev $-R(\Phi)$ que quand M_{id} , q et f se rapprochent de leurs valeurs maximales, le point de la neutralité de charge Φ_{CNP} se décale vers le point de la limite de compression infinie de la densité des grains de poussière jusqu'à la disparition de la forme en puits du pseudo potentiel. Le soliton est alors accompagné d'une augmentation de son amplitude et d'une diminution de sa largeur.

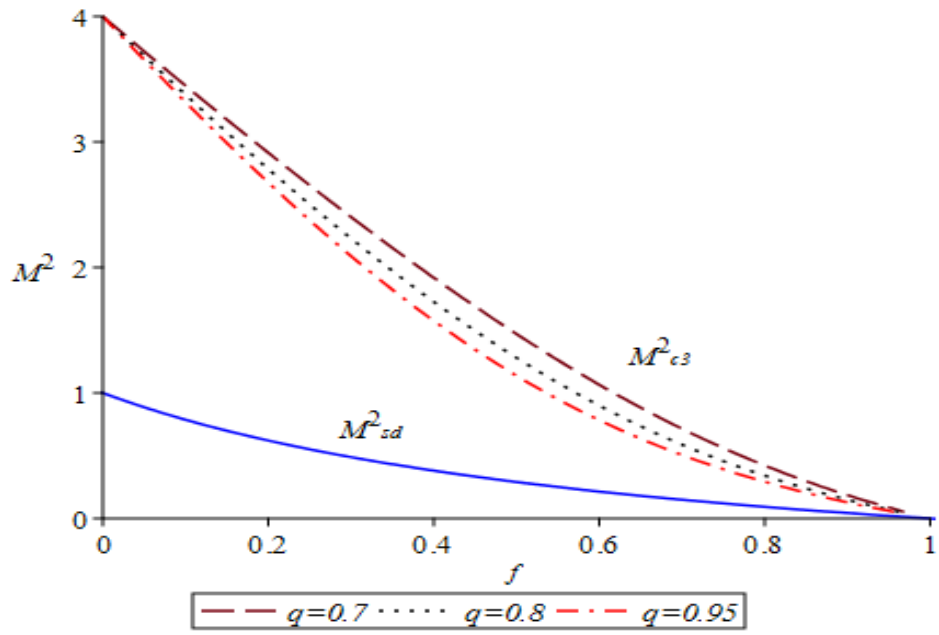


Figure 43: Comparaison entre les valeurs possibles de M_{sd} et M_{c3} indiquant le domaine de l'existence de notre structure solitaire, on prend $\alpha = 0.03, \tau = 3$ et $3/5 < q < 1$.

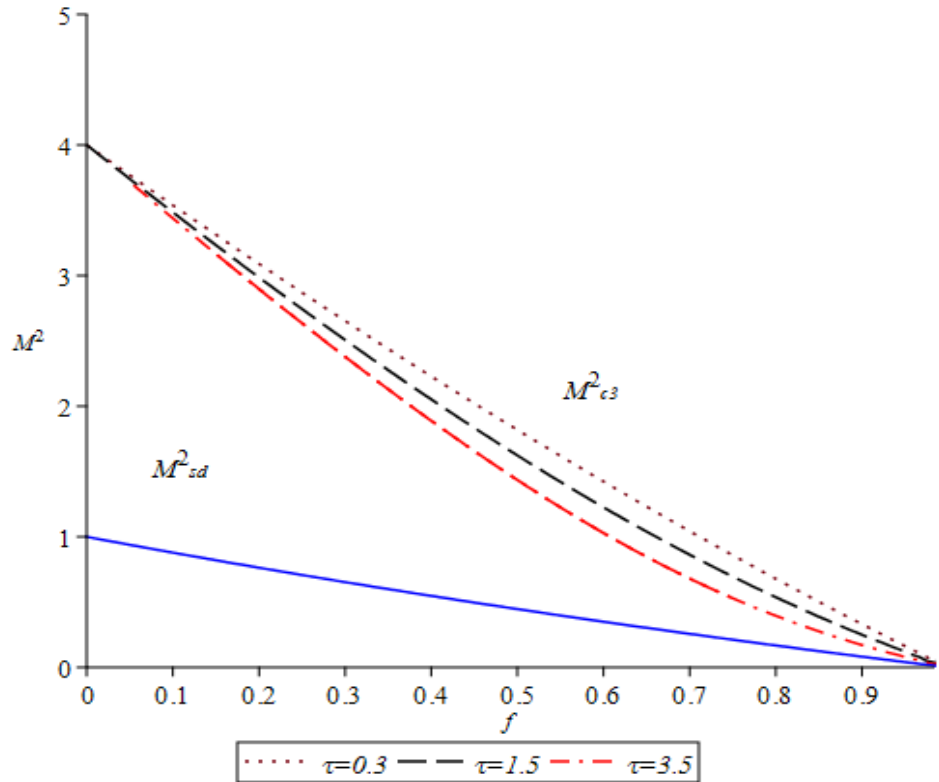


Figure 44: Comparaison entre les valeurs possibles de M_{sd} et M_{c3} indiquant le domaine de l'existence de notre structure solitaire, on prend $\alpha = 0.03$ et $q = 0.7$.

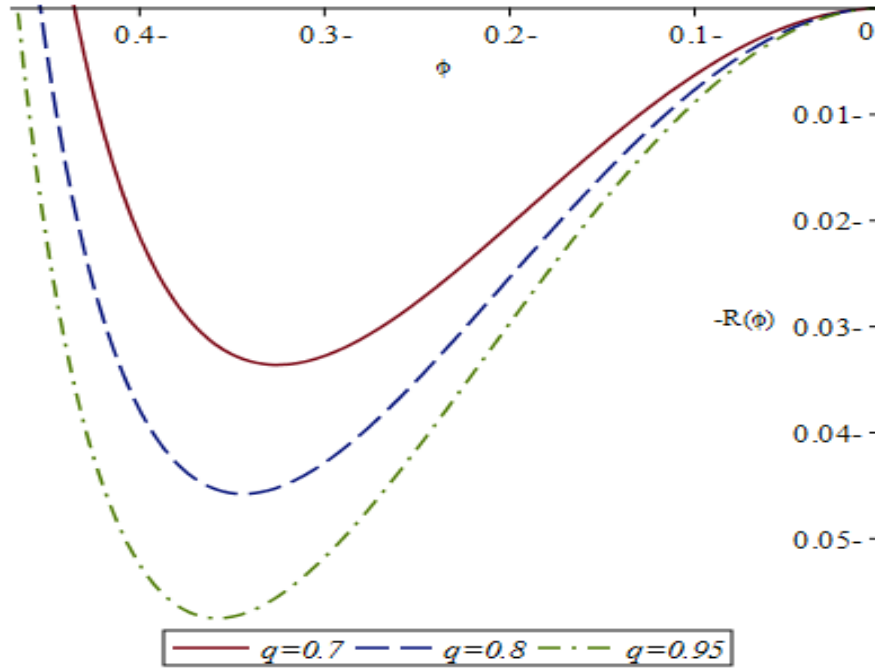


Figure 45: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $f = 0.3$, $\tau = 3$, $M = 1.1$ et $\alpha = 0.03$.

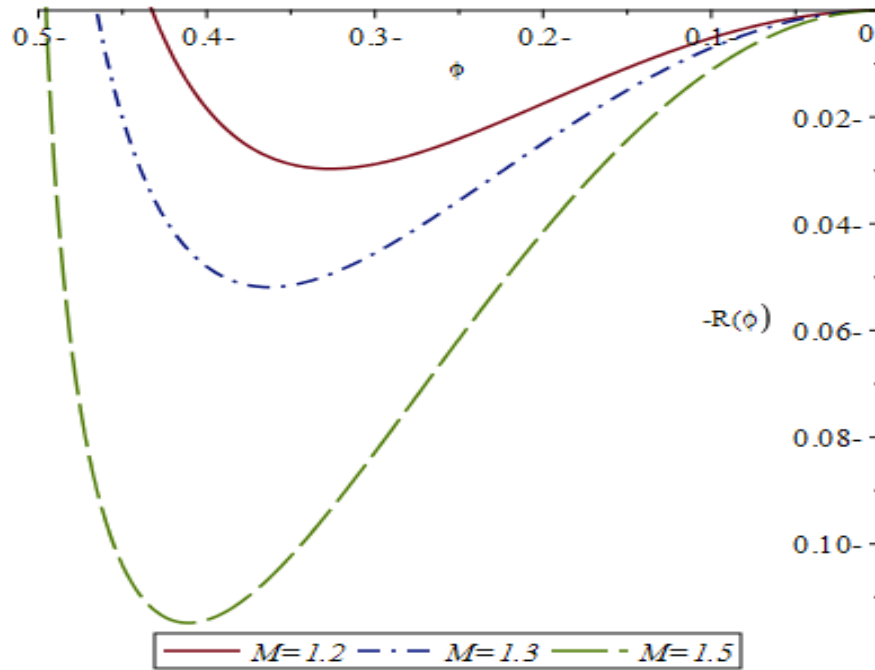


Figure 46: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach M_{id} , avec $f = 0.3$, $q = 0.7$, $\tau = 0.3$ et $\alpha = 0.03$.

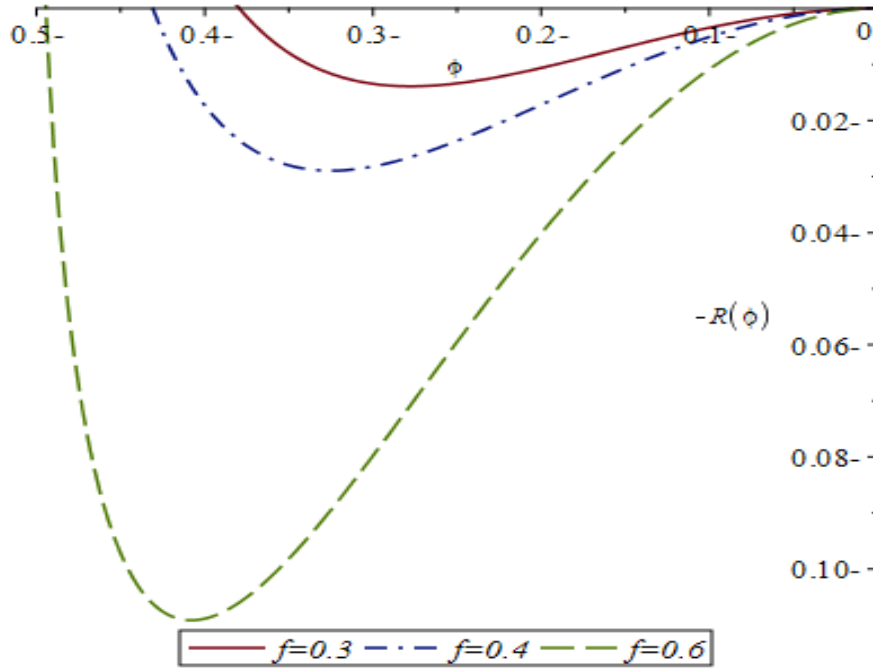


Figure 47: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs de la fraction électronique f pour $M_{id} = 1.1$, $q = 0.7$, $\tau = 0.3$ et $\alpha = 0.03$.

5.5 Cas d'électrons non thermiques et d'ions Maxwelliens ($q = \gamma_i = 1$).

Quand les électrons sont non thermiques et les ions sont isothermes, la fonction de structure R (5.2) est réécrite sous la forme

$$R(\Phi) = \frac{f}{(1-f)M_{id}^2\tau} \frac{\exp(M_{ie}^2\Phi)(-12\alpha M_{ie}^2\Phi + 1 + 15\alpha + 4M_{ie}^4\alpha\Phi^2)}{(1+3\alpha)} \quad (5.23)$$

$$\frac{f}{(f-1)M_{id}^2\tau} \frac{(15\alpha+1)}{(1+3\alpha)} + \sqrt{1+2\Phi} - 1 + \frac{1}{(1-f)M_{id}^2} [\exp(-M_{id}^2\Phi) - 1]$$

Nous devons considérer seulement des ondes acoustiques poussiéreuses solitaires raréfactives pour l'instant, pour lesquels les grains de poussière fournissent la limite du potentiel électrostatique, nous avons alors

$$R(\Phi_{Ld} = -1/2) = \frac{f \exp(-M_{id}^2\tau/2) \{M_{id}^4\tau^2\alpha - 6\alpha M^2\tau + 15\alpha + 1\}}{\tau (1+3\alpha)} \quad (5.24)$$

$$-\frac{f(15\alpha+1)}{\tau(1+3\alpha)} + \exp\left(\frac{M_{id}^2}{2}\right) - 1 < (1-f)M_{id}^2$$

Il peut être vérifié que (5.24) pour $\alpha = 0$ correspond aux résultats antérieurs pour les solitons raréfactifs [150]. Pour $T_i \ll T_e$ qui est le cas des plasmas de laboratoire [143], cela implique que $M_{ie}^2 = M_{id}^2 \tau \ll 1$. Les exponentielles de la condition (5.24) peuvent être approximées en série de puissance, ce qui nous permet d'écrire la condition suivante

$$M_{id}^2 = M_{c1}^2 < \frac{-4f + 12\alpha + 4 + 84\alpha f}{(47\alpha + 1)f\tau + (3\alpha + 1)} \quad (5.25)$$

C'est la limite supérieure du nombre de Mach M_{id} pour laquelle les ondes acoustiques poussiéreuses solitaires raréfactives peuvent exister. La condition (5.24) est illustrée dans les figures 48-a, 48-b et 48-c montrant que l'augmentation de τ fait rétrécir le domaine d'existence des ondes solitaires acoustiques poussiéreuses raréfactives et pour de larges valeurs de τ , les solitons disparaissent si f dépasse une certaine valeur critique qui est le point d'intersection des courbes de M_{sd}^2 et de M_{c1}^2 (figure 48-c), et si τ dépasse une valeur critique comme illustré dans la figure 48-d. Les amplitudes des solitons raréfactives augmentent en fonction de l'augmentation de f et de M comme montré dans les figures 49 et 50. Ces amplitudes ne dépassant jamais la valeur limite $\Phi = -1/2$.

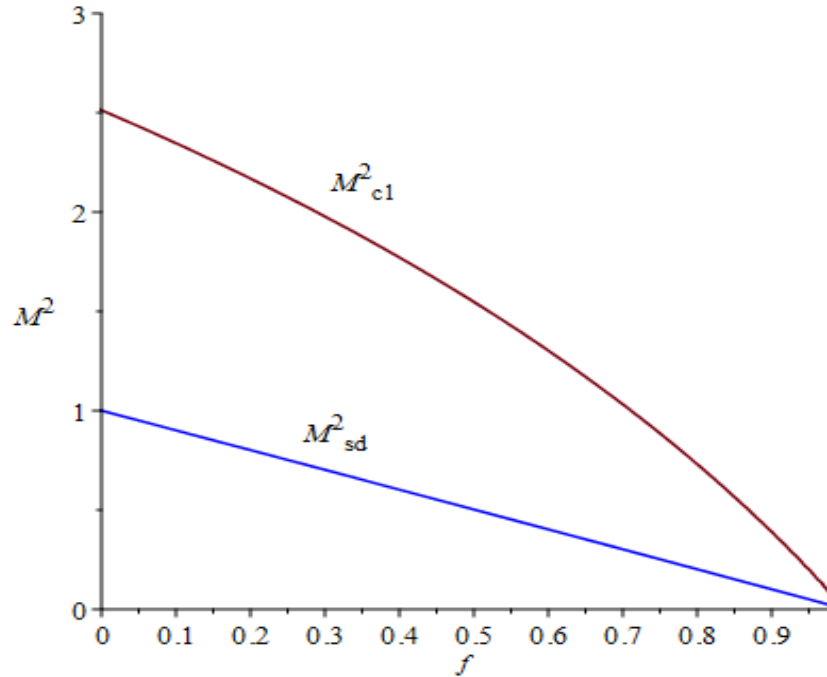


Figure 48-a: Variations de la limite maximale M_{c1} du nombre de Mach en fonction de f avec $\alpha = 0.2$ et $\tau = 0.02$.

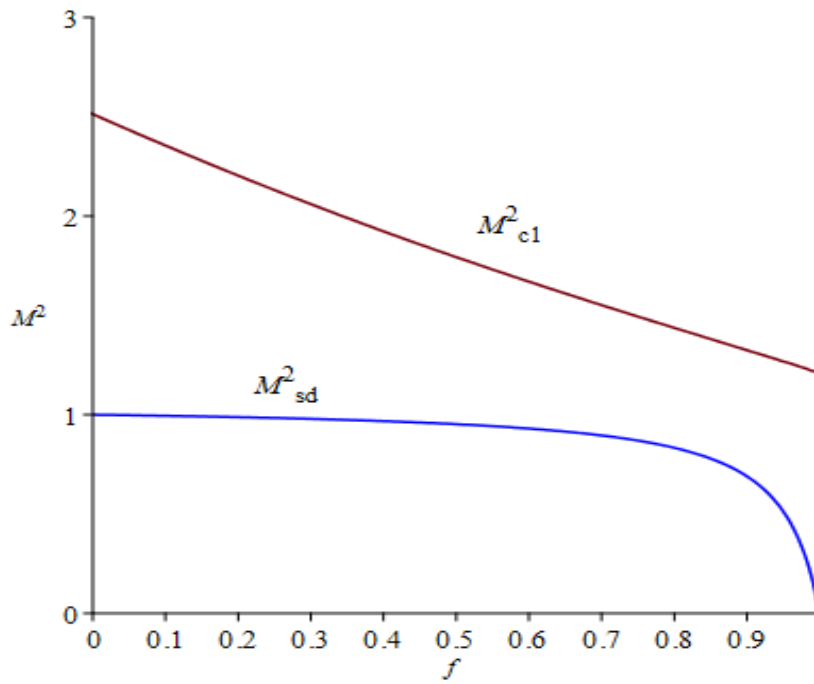


Figure 48-b: Variations de la limite maximale M_{c1} du nombre de Mach en fonction de f avec $\alpha = 0.2$ et $\tau = 1.9$.

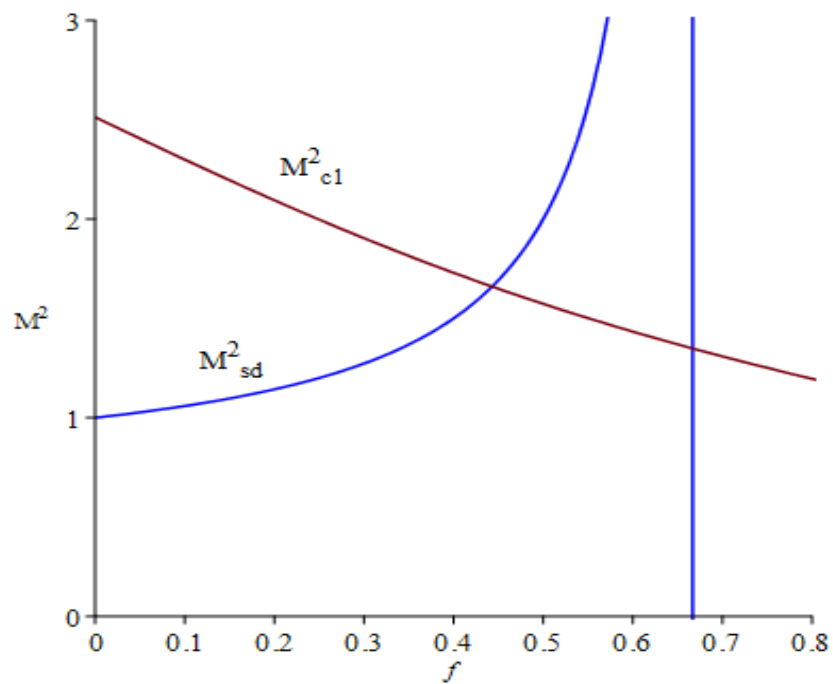


Figure 48-c: Variations de la limite maximale M_{c1} du nombre de Mach en fonction de f avec $\alpha = 0.2$ et $\tau = 3$.

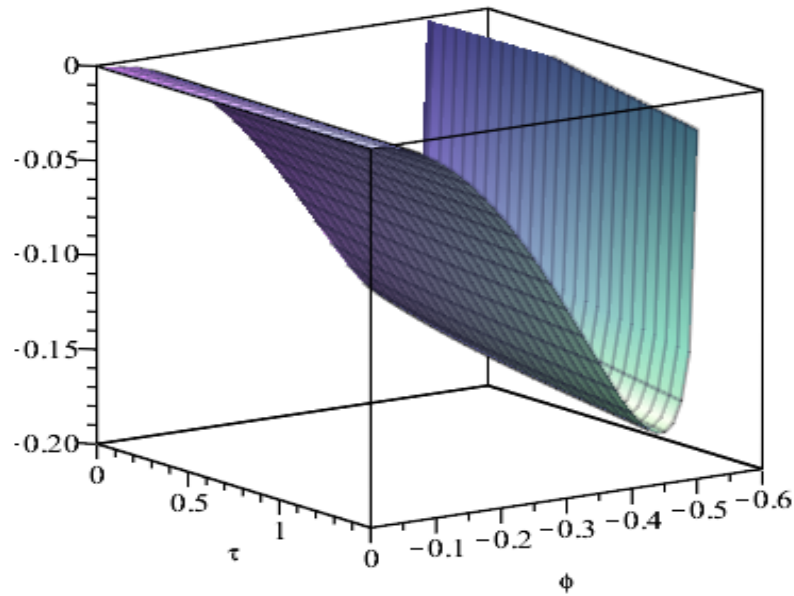


Figure 48-d: Potentiel de Sagdeev en fonction de Φ et τ pour $\alpha = 0.3$, $M = 1.32$ et $f = 0.4$.

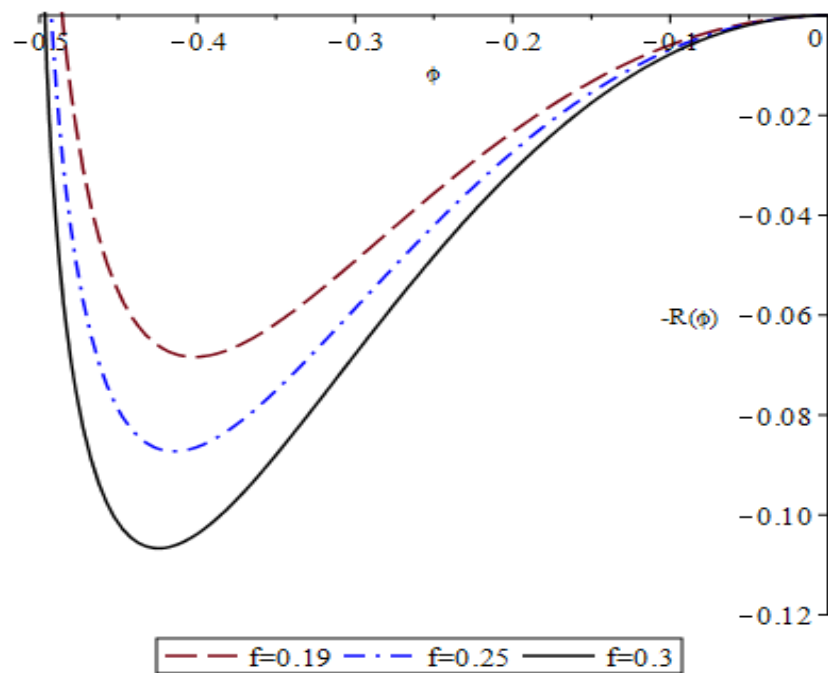


Figure 49: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du paramètre f , avec $\alpha = 0.3$, $M = 1.32$ et $\tau = 0.09$.

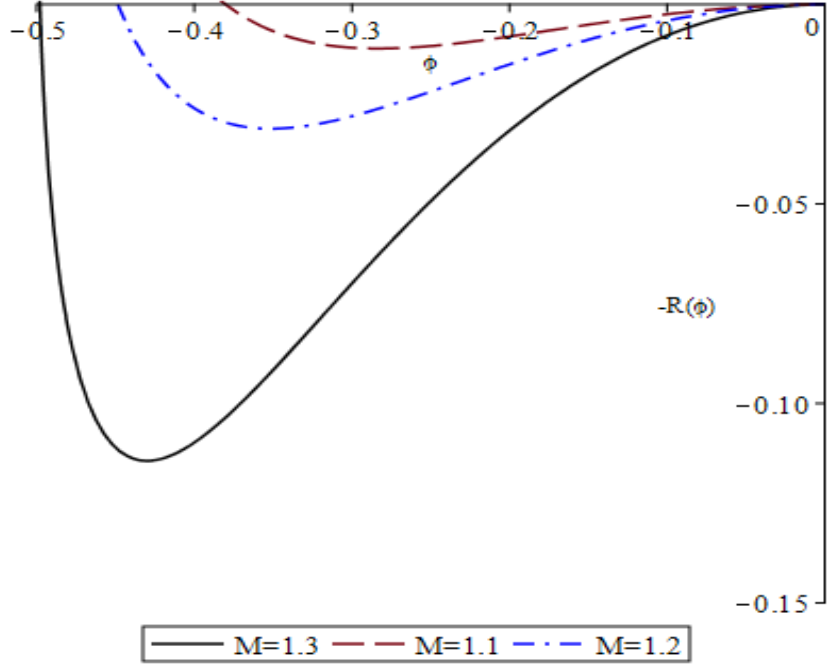


Figure 50: Potentiel de Sagdeev pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\alpha = 0.2$, $\tau = 0.2$ et $f = 0.2$.

Dans le cas des ondes solitaires acoustiques poussiéreuses compressives ($\Phi \geq 0$), nous passons à nouveau à la considération des points de neutralité des charges. À présent, en dérivant la fonction structure R (Eq. 5.23), Φ_{CNP} doit satisfaire $R'(\Phi = \Phi_{CNP}) = 0$, c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
 & f \frac{(M_{id}^2 \tau \exp(M_{id}^2 \tau \Phi_{CNP})) (4M_{id}^2 \tau \Phi_{CNP}^2 \alpha - 12M_{id}^2 \tau \Phi_{CNP} \alpha + 15\alpha + 1)}{M_{id}^2 \tau (1-f)(1+3\alpha)} \\
 & + f \frac{\exp(M_{id}^2 \tau \Phi_{CNP}) (8M_{id}^4 \tau^2 \Phi_{CNP} \alpha - 12M_{id}^2 \tau \alpha)}{M_{id}^2 \tau (1-f)(1+3\alpha)} - \frac{\exp(-M_{id}^2 \Phi_{CNP})}{(1-f)} \\
 & + (1 + 2\Phi_{CNP})^{-1/2} = 0
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

Considérons d'abord la limite $\tau \rightarrow 0$

$$\frac{f}{\exp(-M_{id}^2 \tau \Phi_{CNP})} = \frac{(1+3\alpha)}{(15\alpha+1)} \left(\exp(-M_{id}^2 \Phi_{CNP}) + \frac{f-1}{(1+2\Phi_{CNP})^{1/2}} \right) \tag{5.27}$$

Bien que les ions ont une température finie (les contributions thermiques à ε_i et \mathcal{P}_i dominent les contributions inertielles), nous supposons qu'ils sont suffisamment plus froids que les électrons $T_i \ll T_e$. Cela implique que la valeur de M_{id}^2 pour $\Phi = \Phi_{CNP}$ est donnée par

$$M_{id}^2 = -\frac{1}{2} \frac{\ln \left(\frac{(1+f\sqrt{1+2\Phi}-f)^2}{1+2\Phi} \right)}{\Phi} \tag{5.28}$$

En utilisant la condition du soliton (5.4) pour $\tau \rightarrow 0$ avec l'équation (5.27), on est conduit à la condition

$$G(\alpha, f, \Phi) \equiv -\frac{1}{2} \ln \left(\frac{(1 + f\sqrt{1 + 2\Phi} - f)^2}{1 + 2\Phi} \right) - (1 - f)\Phi > 0 \quad (5.29)$$

pour un point de neutralité de charge. Cependant, on voit immédiatement que $dG(\Phi)/d\Phi < 0$ pour tout $\Phi > 0$ et $0 < f < 1$, et $G(\alpha, f, \Phi)$ est décroissante à partir de $G(\alpha, f, \Phi = 0)$, et donc en contradiction avec la condition d'existence du soliton compressif, comme cela est montré dans la figure 51, l'équation (5.29) n'est donc plus valable. Cela signifie qu'un point de neutralité de charge ne peut être atteint en présence d'ions relativement froids. Nous n'avons pas été en mesure d'obtenir une preuve analytique générale que les points de neutralité de charge n'existent pas pour $\tau \neq 0$. Nous avons, cependant, obtenu un ensemble de résultats numériques qui pointent fortement dans cette direction. Ces résultats sont en accord avec le cas $\tau = 0$. Dans la figure 52, nous avons tracé les modules des sommes des densités des charges positive et négative (noté $|N_j Z_j|$, $j = i, e, d$) en fonction de Φ , pour des valeurs typiques de f , τ et α . Nous voyons que la densité de charge ionique ne peut pas correspondre à la somme des densités de charge des grains de poussière et des électrons. L'effet est encore plus marqué lorsque M_{id}^2 est augmenté de la valeur minimale admissible, c'est-à-dire $M_{id} = 0,95$. La somme des densités des charges électroniques et des grains de poussière décroît rapidement, tandis que la charge positive ionique augmente, et les deux termes ne s'équilibrent pas. Nous avons constaté que les ondes acoustiques poussiéreuses compressives solitaires ne peuvent pas exister dans un plasma constitué de grains de poussière de charge négative, d'ions et d'électrons isothermiques.

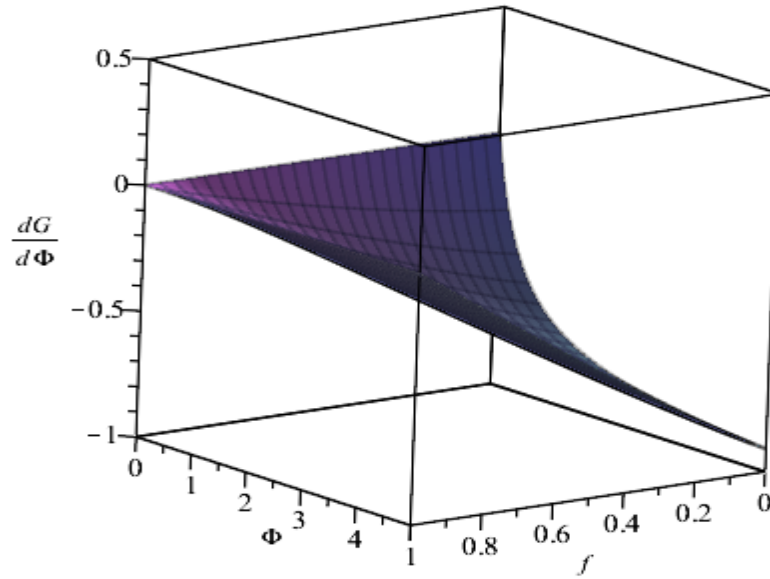


Figure 51: Variations de la condition d'existence des solitons progressifs ($M_{id}^2 - M_{sd}^2 > 0$) en fonction de Φ .

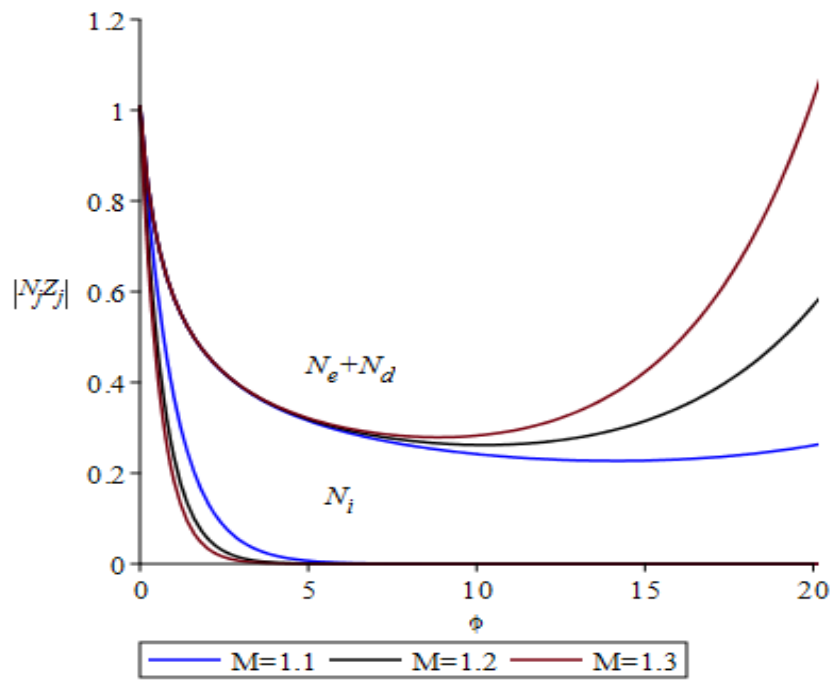


Figure 52: Somme des densités des charges pour les espèces négatives $N_e + N_d$, et les espèces positives N_i . La condition du soliton est donnée par $M_{sd}^2 = 0,95$, avec $\tau = 0.09$, $\alpha = 0.20$ et $f = 0.01$.

5.5.1 Conclusion

Guidé par les contraintes du modèle de la dynamique des gaz sur l'existence des structures solitaires électrostatiques, nous avons étudié les ondes solitaires acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux. Des solitons à potentiel négatif ont été montrés. Nous avons donné une discussion détaillée de l'origine des limitations du potentiel électrostatique dans l'espace des paramètres. Les ondes solitaires acoustiques poussiéreuses raréfactives pouvant se propager en fonction de certaines valeurs de f , au delà d'une certaine valeur de f , ces structures solitaires ne peuvent plus exister. En effet, ce type d'ondes peuvent exister même pour $f = 0$, en présence de deux espèces (ions et grains de poussières) uniquement. La présence de la troisième espèce (d'électrons non extensifs et non thermiques) affecte de manière drastique les caractéristiques de ces solitons, les points de la neutralité de la charge Φ_{CNP} se décalent vers les points de la limite de compression infinie de la densité des grains de poussière, ou vers la limite pour laquelle la densité électronique se comprime indéfiniment, jusqu'à ce que Φ_{CNP} atteigne un de ces deux points. La forme du pseudo-potentiel se déforme alors et augmente en largeur et en profondeur. Aucune onde solitaire acoustique poussiéreuse compressive n'a été trouvée. Ce qui est confirmé aussi par l'étude de Tribeche et *al.* [121]. Dans les deux cas où $0.66 < q < 1$ et $q > 1$, il a été trouvé que seules les ondes raréfactives pouvaient exister. Effectivement, nous avons vérifié ceci pour une large gamme de valeurs des paramètres de notre plasma. Il a été trouvé que pour ces structures, la compression s'opère dans les ions et les grains de poussière, alors que les électrons sont raréfiés. Notre analyse confirme ce résultat, même pour des ions et électrons non-Boltzmanniens, où dans ce dernier cas, nous avons découvert que la densité électronique, peut aussi être un facteur limitant pour le domaine d'existence de tels solitons. Pour le cas des électrons et des ions Boltzmanniens, seule la compression infinie des grains de poussière limite les amplitudes des solitons et les nombres de Mach correspondants.

Conclusion et perspectives

Pour conclure, nous avons revisité les modes acoustiques habituels non linéaires dans le cadre du nouveau formalisme non extensif de Tsallis. Ce dernier consiste en une généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS). Cette généralisation a été rendue nécessaire par le fait qu'il est maintenant admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dont les interactions sont de longue portée. A ce propos, nous avons analysé les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses et les ondes acoustiques poussiéreuses. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas, et adopté des approches analytiques et numériques. On a aussi travaillé avec l'approche dynamique des gas proposée par McKenzie. Nous avons insisté, dans la majeure partie de notre thèse, sur l'existence et la formation de structures localisées associées à certains modèles de plasma dans le contexte du formalisme non extensif de Tsallis. A cette étape, une étude numérique a pris le relais, où nous avons exploité nos résultats en essayant de décrire au mieux l'influence des différents paramètres caractérisant le plasma sur les ondes et les différentes structures qui peuvent exister dans le plasma. Nous avons aussi généralisé le concept de piégeage des électrons et proposé une nouvelle fonction de distribution des vitesses. Nos résultats révèlent que la non extensivité peut affecter de manière notable le mode acoustique ionique poussiéreux et le mode acoustique poussiéreux.

Le premier chapitre de cette thèse a d'abord porté sur la définition des concepts de base du plasma habituel à deux composantes. Nous avons alors introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques, et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur la notion du soliton, les modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux, et l'équation de Korteweg- de Vries (K-dV). Nous avons terminé ce chapitre en présentant un bref aperçu sur la mécanique statistique non extensive, à savoir, la description de ses principaux concepts et l'énumération de ses applications dans différents domaines de la science.

Le second chapitre de cette thèse a été réservé à l'étude de l'influence des électrons non extensifs piégés sur la dynamique des ondes solitaires acoustiques ioniques. En raison de la non extensivité des électrons, un intervalle de haute énergie apparaît dans la fonction de distribution. Cette gamme de haute énergie décrit des électrons très énergétiques qui peuvent être modélisés par la fonction de distribution des vitesses q - non extensive déterminée à partir de la théorie de statistique de Tsallis. A cause du phénomène de piégeage des particules, une partie des électrons piégés peut être représentée par la fonction de distribution de Tsallis. Rappelons qu'il est communément admis que les plasmas fortement excités au moyen de faisceaux de particules, à défaut d'évoluer vers des états turbulents, évoluent le plus souvent vers des états cohérents avec piégeage de particules. Nos résultats ont alors révélé que dans un tel plasma, des structures solitaires peuvent exister. Leurs propriétés intrinsèques (amplitude, largeur et vitesse de propagation) dépendent fortement du paramètre de piégeage ou du nombre de particules piégées. Cependant, leur stabilité est loin d'être aisée à prouver ou à établir. Pour cela, il aurait fallu résoudre le problème dépendant du temps, considérer une perturbation initiale et étudier la dynamique de la structure solitaire qui en résulte. Même si la structure est stable à une dimension, il n'est pas évident qu'elle le reste à deux ou à trois dimensions. Le champ électrique de l'onde solitaire perturbe profondément la région de localisation du soliton. Le paramètre libre β dans la fonction de distribution a permis d'étudier à la fois les structures plateau ($\beta = 0$) et les structures trou ($\beta < 0$) dans l'espace de phase. Nous avons alors démontré que le potentiel électrostatique peut être décrit par des équations classiques de type Korteweg-de Vries. Celles ci admettent des solutions à comportement solitaire et localisé. Dans un plasma non extensif pur, l'énergie transportée par le soliton a tendance à diminuer avec l'augmentation de la non extensivité du plasma, atteignant un certain minimum local, et commence à augmenter.

Le chapitre 3 donne un traitement des structures solitaires électrostatiques de large amplitude dans les plasmas multi espèces, basé sur l'approche dynamique des gaz de McKenzie. On ne prétend pas que cela soit plus simple que le traitement traditionnel de Sagdeev, ni donner des résultats fondamentalement différents, mais l'interprétation dynamique des gaz offre cependant des perspectives beaucoup plus claires sur les facteurs limitants et les conditions d'existence des solitons électrostatiques. Cette approche est basée sur l'utilisation avantageuse des intégrales de Bernoulli par espèce et une pression globale invariante, en se concentrant sur des points caractéristiques comme les points soniques de l'espèce et les points de neutralité des charges en dehors des conditions initiales non perturbées. La première condition pour que les ondes solitaires existent est que les ondes linéaires soient évanescentes.

Cela conduit à une limite inférieure du nombre de Mach. La deuxième condition vient de trouver une racine ou amplitude du soliton de la fonction de structure avant qu'un point sonique, ou un point de compression infinie ou de raréfaction totale soit atteint. Ces limites conduisent à la valeur supérieure du nombre de Mach.

Au chapitre 4, nous avons étudié comment la présence d'une troisième espèce influence l'existence des ondes solitaires acoustiques ioniques. Nous avons étudié ces modes dans un plasma poussiéreux. Les grains de poussière sont très massifs et supposés très froids. Nous avons étudié l'effet de la non thermalité des électrons non extensifs sur la propagation de l'onde acoustique ionique poussiéreuse associée à un plasma à trois composantes. Nous avons noté que la limite inférieure M_{min} est décalée vers des valeurs plus élevées pour de grandes valeurs du paramètre non extensif q et diminue à mesure que le caractère non thermique du plasma devient important. D'un autre côté, l'investigation numérique a révélé que notre modèle de plasma admet la coexistence de structures ioniques acoustiques solitaires raréfactives et compressives associées, respectivement, à des densités électroniques raréfactives et compressives. Les solitons raréfactifs, comparativement aux solitons compressifs, semblent être les plus affectés par les effets non extensifs et une légère augmentation du paramètre non extensif peut détruire cette coexistence laissant seulement les solitons acoustiques raréfactifs.

Nous nous sommes tournés vers le domaine des ondes acoustiques solitaires poussiéreuses dans les plasmas poussiéreux dans le chapitre 5. Ici, les solitons du potentiel négatif ont traditionnellement été trouvés dans un plasma poussiéreux avec des grains de poussière négatifs, pour ces structures, la compression est dans les ions et les grains de poussière, alors que les électrons sont raréfiés. Notre analyse confirme que dans le cas des ondes acoustiques solitaires poussiéreuses, les grains de poussière de charge négative implique l'existence de solitons à potentiel négatif seulement [9], [121]. Même pour des ions et des électrons suivant une distribution non-Boltzmannienne, où dans ce dernier cas, nous avons découvert que la densité électronique peut aussi être un facteur limitant pour le domaine d'existence de tels solitons par l'effet de la non extensivité. On peut aussi utiliser le diagramme d'énergie de Bernoulli pour explorer l'inexistence de solitons négatifs. Enfin, les domaines d'existence des solitons obtenus pour ce modèle de plasma poussiéreux peuvent servir de base pour la conception et l'analyse d'expérience en laboratoire impliquant des ondes acoustiques non ioniques et des ondes acoustiques de poussière dans un plasma avec des grains de poussière de charges positives et des plasmas naturels tels que la mésosphère de la Terre [138]. En perspective, nous proposerons d'inclure les grains de poussière de charge électrique positive dans l'étude des solitons acoustiques poussiéreux. Dans notre étude, nous avons ignoré les

contributions inertielles des espèces subsoniques et l'effet des termes thermiques des espèces supersoniques. Nous avons également considéré que toutes les espèces étaient stationnaires dans le repère inertiel. Nous proposons d'inclure tous ces effets dans nos prochaines études.

Bibliographie

- [1] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics (Plenum Press, New York, 1974).
- [2] P. K. Shukla et A. A. Mamun, Introduction to Dusty Plasma Physics IOP, London, (2002).
- [3] R.Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M.A. Leontovich, vol. 4, 23 (Consultants Bureau, New York, 1966).
- [4] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. 17, 996 (1966).
- [5] J. F. McKenzie, J. Plasma Phys. 69, 199 2002 .
- [6] SCHAMEL, H. 1971 Plasma Phys. 13, 491.
- [7] A. Renyi, Acta Math. Hungarai 6, 285 (1995).
- [8] C. Tsallis, J. Stat. Phy. 52, 479 (1988).
- [9] F. Verheest, T. Cattaert et M. A. Hellberg, Phys. Plasmas 12, 082308 (2005).
- [10] A. Merriche et M. Tribeche, Physica A 421, 463 (2015).
- [11] P. K. Shukla, Phys. Plasmas 1, 1362 (1994).
- [12] John Scott Russell. Report on waves. Report of the fourteenth meeting of the British Association for the Advancement of Science, York, September 1844, page 311, 1845.
- [13] M. Remoissenet, Ondes et catastrophes: Du soliton au tsunami (Books on Demand, 2008).
- [14] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, Phys. Plasmas 5, 1607 (1998).
- [15] N. D'Angelo, Planet. Space Sci. 38, 1143 (1990).

-
- [16] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* 38, 543 (1990).
- [17] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* 2, 3563 (1995).
- [18] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* 45, 508 (1992).
- [19] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory*, 15 (Academicpress, NewYork, 1972).
- [20] C. S. Gardner et G. K. Morikawa, *Similarity in the asymptotic behavior of collision free hydromagnetic waves and water waves* (1960). New York University, Courant Institute Math. Sci. Res. Rep. NYO-9082.
- [21] C. H. Su et C. S. Gardner, *J. Math. Phys.* 10, 536 (1969).
- [22] N. J. Zabusky et M.D. Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* 15, 240 (1965).
- [23] H. Ikezi, R. J. Taylor et R. D. Baker, *Phys. Rev. Lett.* 25, 11 (1970).
- [24] H. Ikezi, *Phys. Fluids* 16, 1668 (1973).
- [25] Y. Kato, M. Tajiri et T. Taniuti, *Phys. Fluids* 15, 865 (1972).
- [26] H. Schamel, *J. Plasma Phys.* 9, 377 (1973).
- [27] M. Q. Tran, *Phys. Scr.* 20, 317 (1979).
- [28] Y. H. Ichikawa, *Phys. Scr.* 20, 296 (1979).
- [29] Ergun RE, C.W.Carlson, J.P. McFadden, F.S. Mozer et G.T. Delory, *Geophys.Res.Lett.*, 25, 2025 (1998a)
- [30] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Boström, B. Holback, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla. *Geophys. Res. Lett.* 21, 1827 (1994).
- [31] K. Saeki, P. Michelsen, H. L. Pecseli et J. J. Rasmussen. *Phys. Rev. Lett.* 42, 501 (1979).
- [32] H. L. Pécseli, R. J. Armstrong et J. Trulsen. *Phys. Lett. A.* 81, 386 (1981).
- [33] A. I. Eriksson, B. Holback, P. O. Dovner, R. Boström, G. Holmgren, M. André, L. Eliasson et P. M. Kintner. *Geophys. Res. Lett.* 21, 1843 (1994).

- [34] H. Schamel. *Plasma Phys.* 14, 905 (1972).
- [35] I. B. Bernstein, J. M. Greene et M. D. Kruskal, *Phys. Rev.* 108, 546 (1957).
- [36] L. J. Chen et G. K. Parks, *Nonlinear Processes in Geophysics* 9, 11(2002).
- [37] E. G. D. Cohen, *Physica A* 305, 19 (2002).
- [38] A. Einstein, *Annalen der Physik* 33, 1275 (1910), Oxford University Press, (1982).
- [39] C. Tsallis, C. P. W. Lamberti et D. Prato, *Physica A* 295, 158 (2001).
- [40] S. Abe et A. K. Rajagopal, *Physica A* 289, 157 (2001).
- [41] P. A. Alemany et D. H. Zanette, *Phys. Rev. E* 49, R956 (1994).
- [42] M. O. Caceres et C. E. Budde, *Phys. Rev. Lett.* 77, 2589 (1996).
- [43] D. Prato et C. Tsallis, *Phys. Rev. E* 60, 2398 (1999).
- [44] C. Tsallis, S V. F. Levy, A. M. C. de Souza et R. Maynard, *Phys. Rev. Lett.* 75, 3589 (1995).
- [45] C. Tsallis, R. S. Mendes et A. R. Plastino, *Physica A* 261, 534 (1998).
- [46] A.R. Plastino et A. Plastino, *Stellar polytropes and Tsallis' entropy*, *Phys. Lett. A* 174, 384 (1993).
- [47] A. Taruya et M. Sakagami, *Gravothermal catastrophe and Tsallis' generalized entropy of self-gravitating systems III. Quasi-equilibrium structure using normalized q-values*, *Physica A* 322, 285 (2003).
- [48] E. Fermi, *Angular distribution of the pions produced in high energy nuclear collisions*, *Phys. Rev.* 81, 683 (1951).
- [49] R. Hagedorn, *Statistical thermodynamics of strong interactions at high energy*, *Suppl. Nuovo Cimento* 3, 147 (1965).
- [50] C. Beck, *Non-extensive statistical mechanics and particle spectra in elementary interactions*, *Physica A* 286, 164 (2000).
- [51] E.K. Lenzi, C. Anteneodo et L. Borland, *Escape time in anomalous diffusive media*, *Phys. Rev. E* 63, 051109 (2001).

-
- [52] G.A. Tsekouras, A. Provata et C. Tsallis, Nonextensivity of the cyclic lattice Lotka Volterra model, *Phys. Rev. E* 69, 016120 (2004).
- [53] L. G. Moyano, F. Baldovin et C. Tsallis. "Zeroth Principle of Thermodynamics in Aging Quasi-stationary States" (<http://lanl.arXiv.org/abs/cond-mat/0305070>).
- [54] C. Tsallis, "Comment on 'A Critique of g-Entropy for Thermal Statistics by M. Nauenberg.'" (<http://lanl.arXiv.org/abs/cond-mat/0304696>).
- [55] H.L. Berk et K.V. Roberts, *Phys. Fluids* 10, 1595 (1967).
- [56] R.L. Morse et C.W. Nielson, *Phys. Rev. Lett.* 23, 1087 (1969).
- [57] A.V. Gurevich, *Sov. Phys. JETP* 26, 575 (1968).
- [58] H.L. Berk, C.E. Nielsen et K.V. Roberts, *Phys. Fluids* 13, 980 (1970).
- [59] M. Kako, T. Taniuti et T. Watanabe, *J. Phys. Soc. Jpn.* 31, 1820 (1971).
- [60] L. D. Landau, *J. Phys. (Moscow)* 10, 25 (1946).
- [61] N. G. Van Kampen, *Physica* 21, 949 (1955).
- [62] H. Schamel, *J. Plasma Phys.* 13, 139 (1975).
- [63] H. Schamel, *Phys. Plasmas* 7, 4831 (2000).
- [64] H. Schamel, *Phys. Rep.* 140, 161 (1986).
- [65] A. Mushtaq et H.A. Shah, *Phys. Plasmas* 13, 012303 (2006).
- [66] N. Rubab, G. Murtaza et A. Mushtaq, *Phys. Plasmas* 13, 112104 (2006).
- [67] H. Abbasi et H.H. Pajouh, *Phys. Plasmas* 14, 012307 (2007).
- [68] K. Aoutou, M. Tribeche et T.H. Zerguini, *Phys. Plasmas* 16, 083701 (2009).
- [69] J.A.S. Lima, R. Silva, Jr et J. Santos, *Phys. Rev. E* 61, 3260 (2000).
- [70] J. Du, *Phys. Lett. A* 329, 262 (2004).
- [71] F. Valentini, *Phys. Plasmas* 12, 072106 (2005).
- [72] L. Liyan et J. Du, *Physica A* 387, 4821 (2008).

-
- [73] Z. Liu, L. Liu et J. Du, *Phys. Plasmas* 16, 072111 (2009).
- [74] Z. Liu et J. Du, *Phys. Plasmas* 16, 123707 (2009).
- [75] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* 17, 042114 (2010).
- [76] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* 17, 063702 (2010).
- [77] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas* 17, 124502 (2010).
- [78] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* 331, 181 (2011).
- [79] A.A. Mamun, R.A. Cairns et P.K. Shukla, *Phys. Plasmas* 3, 2610 (1996).
- [80] A. Mushtaq, *J. Phys. A: Math. Theor.* 43, 315501 (2010).
- [81] H. Alinejad, *Phys. Lett. A* 375, 1005 (2011).
- [82] H. Schamel, *Phys. Plasmas* 19, 020501 (2012).
- [83] M. Tribeche, L. Djebarni et H. Schamel, *Phys. Lett. A* 376, 3164 (2012).
- [84] **L. Djebarni, L.A. Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* 350, 541-545 (2014).**
- [85] Y. Liu, S.Q. Liu et B. Dai, *Phys. Plasmas* 18, 092309 (2011).
- [86] M. Abramowitz et I.A. Stegun (Eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, tenth ed., National Bureau of Standards, Gaithersburg, (1972).
- [87] R.L. Mace et M.A. Hellberg, *Phys. Plasmas* 2, 2098 (1995).
- [88] M.A. Hellberg et R.L. Mace, *Phys. Plasmas* 9, 1495 (2002).
- [89] M.V. Goldman, D.L. Newman et A. Mangeney, *Phys. Rev. Lett.* 99, 145002 (2007).
- [90] K. Ko et H.H. Kuehl, *Phys. Rev. Lett.* 40, 233 (1978).
- [91] K. Ko et H.H. Kuehl, *Phys. Fluids* 23, 31 (1980).
- [92] M.Q. Tran et R.W. Means, *Phys. Lett. A* 59, 128 (1976).
- [93] Ourabah, K. et Tribeche, M.: *Int. J. Mod. Phys. B* 27, 1350181 (2013)
- [94] C.-Y. Tsai, L.-W. Teng, C.-T. Liao et I. Lin, *AIP Conf. Proc.* 1041, 45 (2008).

-
- [95] A. E. Dubinov et I. D. Dubinova, *J. Plasma Phys.* 5, 715 (2005).
- [96] I. D. Dubinova, *Vopr: Atom. Nauki Tekh., Ser. Teor. Prikl. Fiz.* 3, 18 (2005).
- [97] F. Verheest, T. Cattaert, G. S. Lakhina et S. V. Singh, *J. Plasma Phys.* 70, 237 (2004).
- [98] M. Rosenberg et D. A. Mendis, in *The Physics of Dusty Plasmas*, edited by P. K. Shukla, D. A. Mendis, and V. W. Chow World Scientific, Singapore, 223 (1996).
- [99] T. Cattaert, F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* 12, 042901 (2005).
- [100] J. F. McKenzie, F. Verheest, T. B. Doyle et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* 11, 1762 (2004).
- [101] J. F. McKenzie, T. B. Doyle, M. A. Hellberg et F. Verheest, *J. Plasma Phys.* 71, 163 (2005).
- [102] C. R. Johnston et M. Epstein, *Phys. Plasma* 3, 906 (2000).
- [103] M. Ya. Ivanov, *Fiz. Plazrny.* 2, 384 (1982).
- [104] M. Ya. Ivanov, *Fiz. Plazmy.* 3, 607 (1982).
- [105] A. E. Dubinov, *Fiz. Plazmy.* 3, 239 (2007).
- [106] J. F. McKenzie, *Phys. Plasmas* 9, 800 (2002).
- [107] D. G. Swanson, *Plasma Waves*, 2nd ed. Academic, London, 354–355 (2003).
- [108] N. A. Krall et A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* McGraw-Hill, New York, 110–114 (1973).
- [109] M. A. Hellberg, F. Verheest et T. Cattaert, *J. Phys. A* 39, 3137 (2006).
- [110] R. L. Mace, J. F. McKenzie et G. M. Webb, *Phys. Plasmas* 14, 012310 (2007).
- [111] P. H. Sakanaka et I. Spassovska, *Braz. J. Phys.* 33, 158 (2003).
- [112] P. H. Sakanaka et P. Shukla, *Phys. Scr.* T84, 181 (2000).
- [113] J. F. McKenzie, *J. Plasma Phys.* 67, 353 (2002).
- [114] J. F. McKenzie et T. B. Doyle, *New J. Phys.* 5, 26 (2003)

-
- [115] S. Baboolal, R. Bharuthram et M. A. Hellberg, *J. Plasma Phys.* 44, 1-23 (1990).
- [116] P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* 61, 7249 (2000).
- [117] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Plasma Phys. Controlled Fusion* 39, A421 (1997).
- [118] R. Bharuthram et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* 40, 973 (1992).
- [119] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *New J. Phys.* 5, 17 (2003).
- [120] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* Kluwer Academic, Dordrecht, (2000).
- [121] M. Tribeche, R. Amour et P.K. Shukla, *Phys. Rev. E* 85, 037401 (2012).
- [122] R. Amour, M. Tribeche et P.K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* 338, 287 (2011).
- [123] M. Benzekka et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* 338, 63 (2011).
- [124] M. Benzekka et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* 20, 083702 (2013).
- [125] O. Bouzit, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* 21, 062101 (2014).
- [126] Yue-Yue Wang, Ji-Tao Li, Chao-Qing Dai, Xin-Fen Chen et Jie-Fang Zhang, *Phys. Lett. A* 377, 2097 (2013).
- [127] G. Williams, I. Kourakis, F. Verheest et M.A. Hellberg, *Phys. Rev. E* 88, 023103 (2013).
- [128] F. Verheest et S. R. Pillay, *Nonlin. Processes Geophys.* 15, 551 (2008).
- [129] F. Verheest et S. R. Pillay, *Phys. Plasmas* 15, 013703 (2008).
- [130] F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* 17, 102312 (2010).
- [131] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *Plasma Phys. Controlled Fusion* 47, A1 (2005).
- [132] F. Verheest, *Plasma Phys. Controlled Fusion* 41, A445 (1999).
- [133] P. K. Shukla, in *The Physics of Dusty Plasmas*, edited by P. K. Shukla, D. A. Mendis, et V. W. Chow (World Scientific, Singapore, 107 (1996).
- [134] F. Postberg, S. Kempf, R. Srama, S. F. Green, J. K. Hillier, N. McBride et E. Grün, *Icarus* 183, 122 (2006).

-
- [135] N. Thomas et H. U. Keller, *Astron. Astrophys.* 249, 258 (1991).
- [136] J. A. M. McDonnell, J. C. Zarnecki, R. E. Olearczyk, S. C. Chakaveh, G. S. A. Pankiewicz, S. T. Evans, B. Lovell, F. Hoyle et S. Durrani, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* 323, 381 (1987).
- [137] A. A. Samarian, O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, V. E. Fortov, B. W. James et O. F. Petrov, *Phys. Rev. E* 64, 056407 (2001).
- [138] O. Havnes, J. Troim, T. Blix, W. Mortensèn, L. I. Næsheim, E. Thrane et T. Tonnesen, *J. Geophys. Res.* 101, 10839, DOI: 10.1029/96JA00003 (1996).
- [139] L. J. Gelinias, K. A. Lynch, M. C. Kelley, S. Collins, S. Baker, Q. Zhou et J. S. Friedman, *Geophys. Res. Lett.* 25, 4047, DOI: 10.1029/1998GL900089 (1998).
- [140] P. K. Shukla, *Plasma Phys. Controlled Fusion* 42, B213 (2000).
- [141] O. Havnes, *AIP Conf. Proc.* 649, 13 (2002).
- [142] M. Horányi, *AIP Conf. Proc.* 649, 22 (2002).
- [143] N. D'Angelo, *J. Phys. D* 28, 1009 (1995).
- [144] C. Thompson, A. Barkan, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Plasmas* 4, 2331 (1997).
- [145] J. E. Howard, M. Horányi et G. R. Stewart, *Phys. Rev. Lett.* 83, 3993 (1999).
- [146] M. S. Benilov et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* 63, 016410 (2000).
- [147] M. S. Benilov et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* 8, 3879 2001 ; *Phys. Scr.* T98, 95 (2002).
- [148] R. Bharuthram, M. Djebli et S. R. Pillay, *J. Plasma Phys.* 72, 35 (2006).
- [149] N. D'Angelo, *J. Phys. D* 37, 860 (2004).
- [150] A. A. Mamun, *Astrophys. Space Sci.* 268, 443 (1999).