

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne démocratique et populaire

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENE

Faculté d'Electronique et Informatique



THESE

présentée pour l'obtention du diplôme **DE DOCTORAT D'ETAT**

En : ELECTRONIQUE

Spécialité : Electronique appliquée

Par : TELLACHE Mohamed

Thème

**Analyse, modélisation et caractérisation des circuits micro-ondes :
Application aux discontinuités et antennes planaires**

Soutenue le 17/12/2008 devant le jury composé de :

Mr ATTARI Mokhtar	Professeur	F.E.I, USTHB	Président
Mr Haraoubia Brahim	Professeur	F.E.I, USTHB	Directeur de thèse
Mr Haddad Boualem	Professeur	F.E.I, USTHB	Examineur
Mr Guessoum Abderrezak	Professeur	Univ. de Blida	Examineur
Mr Bouttout Farid	Maître de Conférence	Univ. de M'Sila	Examineur
Mr Oussaid Rachid	Maître de Conférence	F.E.I, USTHB	Examineur
Mr Baudrand Henri	Professeur	Univ.de Toulouse	Invité

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été mené au sein de l'équipe micro-onde du laboratoire d'Instrumentation de la Faculté d'Electronique et d'Informatique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène en collaboration avec le laboratoire de micro-onde de l'ENSEEIH de l'Institut National Polytechnique de Toulouse sous la direction de Monsieur HARAUBIA Brahim Professeur à la FEI de l'USTHB.

Un grand merci plus particulier au Professeur Haraoubia Brahim, mon Directeur de Thèse, dont la disponibilité et l'humeur n'ont jamais été entamées par la charge de travail sans cesse croissante dans sa Direction. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude d'avoir assuré l'encadrement de cette thèse et pour m'avoir prodigué d'utiles suggestions lors de la rédaction de ce manuscrit. Ses conseils et sa grande expérience m'ont été d'un grand apport. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour m'avoir donné la chance de présenter cette thèse et pour l'esprit scientifique qu'il a essayé de m'inculquer.

Toute ma reconnaissance va à Monsieur le professeur E-merite Henri Baudrand de L'ENSEEIH de Toulouse qui m'a accueilli au sein de son équipe de micro-ondes et qui a manifesté un intérêt particulier pour le thème de mes travaux de recherche et qui m'a fréquemment conseillé et orienté dans mes travaux de thèse.

Que Monsieur le Professeur ATTARI Mokhtar soit assuré de ma profonde gratitude et mes plus sincères remerciements pour l'honneur qu'il me fait de bien vouloir présider le jury de Thèse.

Je remercie très chaleureusement Monsieur HADDAD Boualem, Professeur à la Faculté d'Electronique et d'Informatique de l'USTHB, pour avoir bien voulu me faire l'honneur d'être dans le jury d'examen. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

Je tiens à exprimer ma gratitude et vifs remerciements à Monsieur OUSSAID Rachid, Maître de Conférence à la Faculté d'Electronique et d'Informatique de l'USTHB, qui a bien voulu s'intéresser à mon travail et accepter de participer au jury d'examen. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

J'exprime mes sincères remerciements à Mr GUESSOUM Abderrezak, Professeur à l'Université de Blida et à Mr BOUTTOUT Farid, Maître de conférences à l'Université Mohamed Boudiaf de M'Sila d'avoir accepté de participer au jury de thèse. Qu'ils soient assurés de mes respectueuses considérations.

Je suis particulièrement heureux d'avoir eu pour juges de ce travail des personnes d'horizons extrêmement variés, reflets de la richesse du sujet sur lequel j'ai eu la chance de travailler.

Ce travail n'aurait jamais vu le jour sans l'aide de Dieu et puis sans les nombreuses collaborations dont il est le fruit.

Enfin je remercie tous mes nombreux collègues enseignants de la faculté d'électronique et d'informatique pour leur aide amicale et leurs soutiens permanents.

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumédiène
Faculté d'Electronique et d'Informatique
Laboratoire d'Instrumentation

Thèse présentée par
Mohamed TELLACHE

Analyse, modélisation et caractérisation des circuits micro-ondes :
Application aux discontinuités et antennes planaires *

Résumé

Les circuits planaires sont caractérisés par leurs grandes capacités d'intégration des composants électroniques. La modélisation globale du circuit nécessite le développement de méthodes numériques pour la mise en place de logiciels de simulation. Dans le travail présenté, un formalisme souple et synthétique est utilisé dans le but de simplifier les études des problèmes électromagnétiques relatifs aux circuits modélisés.

Dans une première étape, une formulation intégrale a été utilisée pour la caractérisation et la modélisation des circuits planaires micro-ondes. Cette approche permet de définir une procédure performante et précise pour calculer les caractéristiques des circuits. Différents concepts entrant dans la bonne maîtrise de la simulation numérique comme la convergence, la précision et l'efficacité des fonctions d'essai, sont présentés. Le problème de la source numérique introduite dans les équations est analysé par différentes méthodes. Le développement d'un algorithme rapide permettant la caractérisation des discontinuités planaires est présenté. La détermination des paramètres de diffraction se fait à travers l'utilisation des fonctions de Green dyadiques et la détermination d'une base de fonctions d'essai localisées en rooftop. L'originalité du travail, consiste à introduire des sources d'excitation en forme de triangle permettant d'obtenir une meilleure description dans la base de fonctions d'essai en rooftop et à développer un quadripôle de couplage dont le rôle est fondamental dans la résolution du problème. Une comparaison des résultats obtenus à travers le calcul des paramètres de diffraction avec la littérature a montré une bonne concordance de nos valeurs. Une réduction du temps de calcul a été obtenue par l'application de la 2D-FFT à notre système matriciel.

Dans une deuxième étape, nous présentons la modélisation de circuits planaires aux hautes fréquences par une méthode itérative originale basée sur le concept d'onde. Le travail, consiste au développement d'un logiciel de simulation basé sur la mise en œuvre de la méthode itérative pour la modélisation de circuits micro ondes. Le processus de concept d'ondes (WCIP : Wave Concept Iteratif Process) a été développé en premier comme instrument pour l'étude des guides d'ondes et de la dispersion des circuits planaires. La méthode WCIP est basée sur la détermination de la relation récurrente entre les ondes incidentes et réfléchies, en respectant les conditions de continuité dans le domaine spatial, c'est-à-dire au niveau de chaque interface plane. Le résultat est approché progressivement par des itérations successives jusqu'à la convergence. Cette technique évite les phénomènes indésirables des opérateurs non bornés rencontrés dans le formalisme des fonctions de Green. La relation entre le courant et le champ est obtenue en utilisant les opérateurs d'impédance, est transposée à une relation entre ondes. Cette méthode a été appliquée depuis plus d'une décade à plusieurs types de circuits intégrés radiofréquence (RFIC:Radio Frequency Integreated Circuits) et à des problèmes de diffraction. La puissance de la méthode a été en premier vérifiée dans l'analyse d'un simple circuit planaire par Akatimagool and Wane .

En effet, il est important d'examiner avec prudence l'impact respectif du nombre d'itérations et la précision d'échantillonnage 2D (pixellisation) sur le résultat de quelques structures sensibles. En plus, un gain important en temps d'exécution est obtenu par l'utilisation de l'algorithme de la 2D FFT. Enfin la méthode a été appliquée à la caractérisation et la modélisation de différents circuits planaires micro-ondes. Les résultats expérimentaux ont été comparés avec ceux obtenus par la méthode des moments et celle des différences finis dans le domaine temporel. A noter que la méthode itérative et la méthode des moments utilisent des sources planaires (horizontale) et des murs métalliques, alors que la méthode FDTD utilise des sources verticales et des murs absorbants. Ce point est à considérer dans les comparaisons entre les deux méthodes. Un parfait accord entre la simulation et la mesure a été obtenu.

*** Thèse de Doctorat d'Etat en Electronique**

Directeur de Thèse : Mr Brahim Haraoubia, Professeur à l'USTHB

SOMMAIRE

Table des Matières.....	i
Listes des Figures.....	v
Listes des Tableaux.....	viii

Introduction Générale.....1

Chapitre I GENERALITES SUR LES LIGNES PLANAIRES DE TRANSMISSION

I.1 Introduction.....5

I.2 Les différentes lignes planaires.....6

I.2.1. Lignes en mode TEM.....7

I.2.2 Lignes en mode Quasi TEM.....7

I.2.3 Lignes en Mode Hybride.....11

I.3 Etude de la ligne microruban.....13

I.3.1 Formules d'analyse13

I.3.2 Les pertes dans la microbande 14

I.4 Etude de la ligne coplanaire.....15

I.4.1 Définition15

I.4.2 Formules d'analyse16

I.4.3 Influence de l'épaisseur t du conducteur17

I.4.4 Les pertes17

I.5 Classification des lignes planaires.....18

I.6 Le choix des éléments constitutifs d'une ligne planaire..... 20

I.4.1 Le substrat20

I.4.2 Le conducteur.....21

I.7 Discontinuités dans les lignes planaires.....22

I.8 Contraintes de réalisation en technologie.....24

I.9 Conclusion.....25

Chapitre II FORMALISME DES OPERATOIRES

II.1 Introduction	27
II.2. Définitions.....	27
II.2.1. Définition d'une norme	28
II.2.2. Définition d'une forme préhilbertienne.....	28
II.2.3. Définition d'un espace complet	29
II.2.4. Espace de Hilbert des champs électromagnétiques	29
II.2.5. Base d'Hilbert	29
II.2.7. Définition d'une base duale.....	32
II.3. Les opérateurs mathématiques.....	32
II.3.1. Définition d'un Opérateur.....	32
II.3.2. L'Opérateur linéaire	33
II.3.3. L'opérateur adjoint et auto adjoint	33
II.3.4. L'opérateur inverse \hat{L}^{-1}	34
II.3.5. L'opérateur unitaire	34
II.3.6. L'Opérateur projecteur	34
II.3.7. Représentation matricielle d'un opérateur	35
II.3.8. Représentation spectrale de l'opérateur	35
II.4. Utilisation du formalisme en Electromagnétisme	
II.4.1 Rappel, Concept de Fonction d'essai généralisée.....	36
II.4.1.1 Analogie entre les relations de continuité des champs	36
et les lois de circuits	
II.4.1.2. Conditions de fermeture.....	38
II.4.1.3 Fonction d'essai généralisée.....	39
II.4.1.4 Schéma équivalent général.....	40
II.4.2 Cas des problèmes inhomogènes.....	41
II.4.2.1 Généralité	41
II.4.2.2 Sources localisées.....	41
II.4.2.3 Schémas équivalents	43
II.4.2.4 Equations intégrales.....	45
II.4.2.5 Résolution et calcul d'impédance.....	46
II.4.2.6 Impédance localisée.....	49
II.5 Conclusion.....	50

CHAPITRE III ANALYSE DES DISCONTINUITES PAR UNE METHODE INTEGRALE

III.1. Introduction.....	52
---------------------------------	-----------

III.2 Formulation du problème.....	49
III.2.1 Fonctions de Green dyadiques	55
III.2.2 Discrétisation par des éléments de type Roof top.....	56
III.2.3 Méthode de Galerkin.....	59
III.3 Application de la 2D-FFT.....	61
III.4 Etude de la convergence.....	64
III.4.1 Convergence en fonction du nombre de fonctions d'essai et des modes.....	64
III.4.2 Influence de la forme de la source sur la convergence de l'impédance.....	65
III.5 Introduction des sources c'excitation en forme de triangle.....	65
III.5.1 Convergence selon la dimension de la source en triangle.....	66
III.5.2 Les effets de blindage.....	67
III.6 Développement du quadripole de couplage.....	68
III.7 Calcul de la constante de propagation.....	69
III.8 Applications.....	72
III.9 Conclusion.....	77
CHAPITRE IV MISE EN EQUATIONS ET DEVELOPPEMENT DE LA METHODE ITERATIVE	
IV.1 Introduction.....	78
IV.2 Bases théoriques.....	79
IV.2.1 Le concept d'onde	80
IV.2.2 Processus itératif	82
IV.2.3 Détermination de l'opérateur de réflexion	83
IV.2.4 Détermination de l'opérateur de diffraction et les conditions aux limites.....	86
IV.2.5 Généralisation des conditions aux limites.....	90
IV.3 La transformée de Fourier en Mode (FMT).....	98
IV.3.1. Détermination de l'opérateur de transition \hat{P}	101
IV.4 Fonctionnement du processus itératif	105
IV.5 Convergence de la méthode.....	108
IV.6. Conclusion	109

CHAPITRE V APPLICATION DE LA METHODE ITERATIVE

V.1 Introduction.....	110
V.2 Ligne microruban court-circuitée.....	110
V.2.1 Description de la structure.....	110
V.2.2 Etude de la densité de courant et de champ électrique	112
V.2.3 Etude de la convergence	114
V.2.4 Etude des paramètres « S »	115
V.3. Antenne patch avec encoches en technologie microruban.....	116
V.3.1 Description de la structure.....	116
V.3.2 Etude de la densité de courant et de champ électrique	117
V.3.3 Etude de la convergence	119
V.3.4 Etude des paramètres « S »	120
V.4 Antenne patch en technologie coplanaire	120
V.4.1 Description de la structure.....	120
V.4.2 Etude de la densité de courant et de champ électrique.....	122
V.4.3 Etude de la convergence	123
V.4.4 Etude des paramètres S	124
V.5.Coupleur directif quart d'onde.....	124
V.5.1 Description de la structure.....	124
V.5.2 Etude de la convergence du coupleur directif	125
V.5.3 Etude de la densité de courant	126
V.5.4 Etude des paramètres S.....	127
V.6 Conclusion.....	128
CONCLUSION GENERALE.....	130
BIBLIOGRAPHIE.....	132
ANNEXE A.....	138
ANNEXE B.....	154
ANNEXE C.....	161
ANNEXE D.....	168
CONTRIBUTION DE L'AUTEUR.....	175

Liste des Figures

Fig. 1.1	Lignes de transmission planaires	6
Fig. 1.2	Ligne triplaque	7
Fig. 1.3	Ligne micro ruban	7
Fig. 1.4	Structure de la ligne microbande inversée	9
Fig. 1.5	La ligne coplanaire	9
Fig. 1.6	Distribution des champs de la ligne microbande inversée blindée	10
Fig.1.7	Ligne microruban suspendu	10
Fig. 1.8	La ligne à fente	11
Fig. 1.9	La ligne à ailette	12
Fig. 1.10	Les différentes structures de la ligne à ailettes	13
Fig. 1.11	Ligne coplanaire	16
Fig. 1.12	Section droite de la microbande	21
Fig. 1.13	Section droite de la microbande	21
Fig. 1.14	Ligne en technologie microruban	24
Fig. 1.15	Ligne en technologie coplanaire	24
Fig. 2.1	Représentation de la continuité du champ électrique E à la traversée d'une surface	37
Fig. 2.2	Représentation de la continuité du champ magnétique H	37
Fig. 2.3	Conditions de fermeture	38
Fig. 2.4	Schémas équivalents (a) la densité de courant comme grandeur (b) le champ électrique comme grandeur d'essai	40
Fig. 2.5	Les différents domaines d'un circuit planaire : D_i , D_m et D_s	40
Fig. 2.6	Représentation des différentes sources : (a) Source de courant électrique. (b) de champ électrique	41
Fig. 2.7	Domaine de définition de la source	48
Fig. 2.8	Le circuit planaire partagé en plusieurs domaines	49
Fig. 3.1a	Discontinuité de type « Gap »	54
Fig. 3.1b	Discontinuité de type « Coude »	54
Fig. 3.2a	Roof-Top: Fonction triangle	57
Fig. 3.2b	Roof-Top: Fonction rectangle	57
Fig. 3.3	Discretisation de la surface du ruban conducteur	58
Fig. 3.4	Convergence en fonction du nombre de fonctions d'essai	65
Fig. 3.5a	Source échelon	66
Fig. 3.5b	Source triangle	66
Fig. 3.6	Convergence de l'impédance en fonction du nombre de fonctions d'essai pour différentes largeurs de la source	67
Fig. 3.7	Schéma équivalent du quadripôle de couplage	69
Fig. 3.8	Ligne microruban	70
Fig. 3.9	Coupure microruban	72
Fig. 3.10a	Evolution du module du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap	73

Fig. 3.10b	Evolution de la phase du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap	73
Fig. 3.10c	Evolution du module du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap	74
Fig. 3.10d	Evolution de la phase du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap	74
Fig. 3.11	Ligne microruban Coudée	75
Fig. 3.12a	Evolution du module du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude	75
Fig. 3.12b	Evolution de la phase du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude	76
Fig. 3.12c	Evolution du module du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude	76
Fig. 3.12d	Evolution de la phase du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude	77
Fig. 4.1	Schéma d'identification des éléments de composition d'un circuit planaire	79
Fig. 4.2	Schéma des vecteurs champs sur le domaine Ω	81
Fig. 4.3	Schématisation du processus itératif	83
Fig. 4.4	Schéma général d'un circuit planaire dans son boîtier	85
Fig. 4.5	Interface contenant un circuit planaire	87
Fig. 4.6	Schématisation générale de l'excitation dans un circuit planaire	92
Fig. 4.7	Circuit électrique équivalent a une source d'excitation unilatérale dans le milieu (1)	93
Fig. 4.8	Circuit électrique équivalent à une source d'excitation unilatérale dans le milieu (2)	94
Fig. 4.9	Circuit électrique équivalent à une source d'excitation bilatérale	95
Fig. 4.10	Guides rectangulaires à parois (a) électriques,(b) magnétiques	99
Fig. 4.11	Schéma de principe de la FMT	105
Fig.4.12	Entrée-sortie de la FMT	106
Fig.4.13	Les entrées-sorties dans le domaine modal	106
Fig.4.14	Entrée-sortie de la FMT ⁻¹	107
Fig.4.15	Les entrées-sorties dans le domaine spatial	108
Fig.5.1	Ligne microruban court-circuitée	111
Fig.5.2a	Ligne microruban court-circuitée discrétisée en pixels	111
Fig.5.2b	Ligne microruban en 3D	112
Fig.5.3	Module du courant à 10 GHz dans une ligne microruban court-circuitée	113
Fig.5.4	Module du champ électrique à 10 GHz d'une ligne microruban court-circuitée	113
Fig.5.5a	Convergence du module de l'admittance Y en fonction du nombre d'itérations (sans lissage)	114
Fig.5.5b	Convergence du module de l'admittance Y en fonction du nombre d'itérations (avec lissage)	115
Fig.5.6	Module des paramètres S par rapport à la fréquence microruban court-circuitée	116

Fig.5.7	Antenne patch avec encoches	117
Fig.5.8	Antenne patch avec encoches discrétisée en pixels	117
Fig.5.9	Module du courant à 1.32 GHz dans une antenne patch en encoches	118
Fig.5.10	Module du champ électrique à 1.32 GHz dans une antenne patch en encoches	118
Fig.5.11a	Convergence du module des admittances Y en fonction du nombre d'itération (sans lissage)	119
Fig.5.11b	Convergence du module des admittances Y en fonction du nombre d'itération (avec lissage)	119
Fig.5.12	Module des paramètres S par rapport à la fréquence d'une antenne patch en encoches	120
Fig.5.13	Antenne patch coplanaire	121
Fig.5.14	Antenne patch discrétisée en pixels	121
Fig.5.15	Module du courant à 10 GHz dans une antenne patch coplanaire	122
Fig.5.16	Module du champ électrique à 10 GHz dans une antenne patch coplanaire	122
Fig.5.17a	Convergence du module des admittances Y en fonction de nombre d'itération (sans lissage)	123
Fig.5.17b	Convergence du module des admittances Y en fonction de nombre d'itération (avec lissage)	123
Fig.5.18	Module des paramètres S_{11} par rapport à la fréquence d'une antenne patch	124
Fig.5.19	Coupleur directif quart d'onde	125
Fig.5.20a	La convergence de l'admittance vue par la source 1 (sans lissage)	125
Fig.5.20b	La convergence de l'admittance vue par la source 1 (avec lissage)	126
Fig.5.21	La densité de courant du coupleur excité par une source unilatérale au 1 ^{er} accès	126
Fig.5.22	le paramètre S_{11} en fonction de la fréquence	127
Fig.5.23	le paramètre S_{21} en fonction de la fréquence	127
Fig.5.24	les paramètres S_{13} et S_{14} en fonction de la fréquence	128

Liste des Tableaux

Tableau 1.1	Avantages et Inconvénients de la ligne Microruban	8
Tableau 1.2	Caractéristiques des différentes structures de transmission planaire	19
Tableau 1.3	Caractéristiques de quelques diélectriques	20
Tableau 1.4	Caractéristiques de quelques conducteurs	22
Tableau 1.5	Principales discontinuités planaires et leurs schémas équivalents	23
Tableau 2.1	Représentation de la grandeur d'essai dans les différents domaines	40
Tableau 2.2	Source dans leur domaine de définition et ailleurs	49
Tableau 2.3	Les différents configurations possibles	44
Tableau 2.4	Equations intégrales	45
Tableau 2.5	Expressions des systèmes d'équations et des impédances vues de la source.	47
Tableau 2.6	Schéma équivalent avec une impédance localisée	50
	Correspondance entre les éléments de la matrice de l'opérateur de	97
Tableau 4.1	diffraction \hat{S} dans le domaine de la source et les différents types de sources.	
Tableau 4.2	Expression des modes propres des guides	100
Tableau 4.3	Expression de modes propres des murs périodiques	102

INTRODUCTION GENERALE

Le développement des circuits micro ondes connaît un essor considérable ces dernières années. La maîtrise des techniques de fabrication des circuits monolithiques a permis l'intégration à grande échelle des composants micro ondes. En conséquence, les circuits ont atteint un haut degré de miniaturisation. Les applications aussi bien civiles que militaires, découlant de ces progrès sont nombreuses : exemple des systèmes de télécommunications, de communications mobiles et de téléguidage.....

Avant l'ultime phase de la fabrication des circuits, il y a l'étape de la conception. Il s'agit de disposer d'un outil de modélisation fiable, d'où un grand intérêt manifesté par les industriels au développement de logiciels de modélisation rigoureux afin de réduire les coûts de conception.

Les simulateurs existants sur le marché deviennent rapidement inefficaces avec l'arrivée de nouvelles structures complexes.

Les méthodes rigoureuses utilisées pour la modélisation des circuits micro-ondes sont en général informatiquement lourdes à mettre en œuvre. Pour faire face à l'évolution des circuits micro ondes, de nouvelles méthodes sont apparues et d'autres méthodes plus classiques ont été réajustées pour ces structures. En d'autres termes, des techniques ont été introduites dans ces dernières afin de les rendre plus efficaces. D'un côté, la progression fulgurante des capacités des calculateurs a permis, dans une certaine mesure, de compenser les temps de calculs importants des méthodes traditionnelles telles que la FDTD (différences finies dans le domaine temporel) et les éléments finis. Mais d'un autre côté, la complexité des circuits augmentant sans cesse, il est nécessaire de développer de nouvelles approches, toujours avec le même souci, celui d'optimiser les coûts de conception.

Les méthodes numériques largement utilisées dans ce but, sont les éléments finis, mode matching (raccordement modal), la FDTD et la formulation Intégrale. Il n'y a pas une méthode qui s'adapte à tous les problèmes rencontrés dans la conception de circuit micro ondes. Il est nécessaire que le choix soit guidé par les moyens de calcul dont on dispose et la précision que l'on souhaite obtenir.

Cependant, la formulation intégrale combinée à la méthode des moments, plus précisément la procédure de Galerkin, est un outil précis et flexible pour la modélisation de circuits, s'adaptant particulièrement bien aux circuits planaires.

Dans la formulation intégrale, l'introduction d'un terme d'excitation permet de ne traiter que des problèmes inhomogènes (problèmes se réduisant à la résolution de systèmes d'équations inhomogènes) qui s'offrent l'avantage d'être résolus directement, contrairement à des problèmes homogènes (problèmes se réduisant à la résolution de systèmes d'équations homogènes).

D'autre part, nous pouvons distinguer deux approches dans le traitement des équations intégrales par la méthode des moments. La première est de prendre des fonctions d'essai définies sur des éléments de surfaces (ex : fonctions de type roof top), et la deuxième consiste à prendre des fonctions d'essais étendues définies dans tout le domaine. L'efficacité de la méthode intégrale repose en grande partie par le choix des fonctions d'essai. Un choix judicieux doit être fait afin d'optimiser les temps de calcul. L'approche utilisant des fonctions d'essai de type roof top a été utilisée avec succès pour la caractérisation d'un certain nombre de discontinuités. De nombreux travaux ont été consacrés aux fonctions de types roof tops.

L'inconvénient d'une telle approche est de générer des matrices de dimensions importantes. L'approche utilisant des fonctions d'essai étendues est intéressante car elle ne nécessite que des matrices de faibles dimensions. Dans le cas où les domaines sont de formes simples (structures rectangulaires) ces dernières sont analytiques, il suffira de prendre les modes d'un guide rectangulaire. Dans les autres cas, où les domaines sont de formes complexes, il faut déterminer une base de fonctions d'essai adéquate. Une telle base n'est efficace que si, d'une part elle est calculée rapidement, et d'autre part elle permet la modélisation d'un certain nombre de discontinuités sans avoir à développer un calcul spécifique pour chaque structure.

Dans une première étape de notre travail, une formulation intégrale a été utilisée pour la caractérisation de discontinuités en circuits planaires. Le développement d'un algorithme rapide permettant la caractérisation des discontinuités planaires est présenté. La détermination des paramètres de diffraction se fait à travers l'utilisation des fonctions de Green dyadiques, la détermination d'une base de fonctions d'essai localisées en Roof-tops et l'introduction des sources d'excitation en forme de triangle assurant une convergence rapide.

Une comparaison des résultats obtenus (Calcul et tracé des modules et phases de S_{11} et S_{12} pour une ligne microruban coudée et une coupure microruban) avec la littérature a montré une bonne concordance de nos valeurs. Une réduction rigoureuse du temps de calcul a été obtenue par l'application de la 2D-FFT à notre système matriciel. Notons que la présente approche a été appliquée avec succès à plusieurs structures planaires.

Dans une deuxième partie de notre travail, nous avons abordé une méthode récente et efficace : la méthode itérative WCIP (Wave Concept Iterative Procedure). Elle a été développée comme instrument pour l'étude des guides d'ondes et la dispersion des circuits planaires et permet aussi le développement des logiciels de simulation qui aident à modéliser globalement le circuit. Cette méthode simple à implémenter, fiable en terme de convergence a la possibilité de traiter des problèmes avec un grand nombre de paramètres indéfinies (la FFT est écrite sans le stockage en mémoire de sa matrice), permet d'éviter le choix délicat des fonctions d'essai qui sont souvent utilisés dans les méthodes intégrales. Notons son application pour la modélisation des antennes planaires micro ondes, aux métamatériaux, aux circuits intégrés sur substrats (Substrats Integrated Circuits), et aux circuits à grands nombres de couches comportant un grand nombre de paramètres.

La méthode itérative est basée sur le concept d'onde. Elle est fondée sur la détermination de relation de récurrences entre les ondes incidentes et les ondes réfléchies et qui respectent les conditions de limites et de continuités dans le domaine spatial. Le résultat est progressivement approché par itérations successives jusqu'à obtenir la convergence. La méthode a été appliquée à la caractérisation et la modélisation d'une antenne patch avec encoches en technologie microruban, d'une antenne patch coplanaire et d'un coupleur directif quart d'onde. Les résultats obtenus à travers le calcul et le tracé des paramètres des coefficients de diffraction sont très satisfaisants en comparaison avec ceux publiés dans la littérature. Les résultats présentés montrent l'efficacité de la méthode avec comme avantage l'utilisation de faibles ressources de calcul et l'obtention d'une haute résolution spatiale.

Le présent travail est organisé en cinq chapitres. Des annexes ont été rajoutés afin d'alléger la lecture de ce manuscrit. Dans le **chapitre I**, nous commencerons par donner des généralités relatives aux circuits planaires, avec un aperçu sur les contraintes de réalisation en technologie MMIC

Le deuxième **chapitre II** aborde l'outil mathématique utilisé, à savoir le formalisme des opérateurs mathématiques. Tout d'abord, nous rappelons quelques notions fondamentales sur l'espace de Hilbert et le formalisme appliqués à l'électromagnétisme. Nous présenterons le formalisme et les conventions que nous adapterons tout au long de ce manuscrit. Ce formalisme a pour objet de traduire l'écriture du problème aux limites en électromagnétisme, sous une forme souple et synthétique.

Dans le **chapitre III**, nous présentons l'application de la méthode intégrale pour la modélisation et la caractérisation de différents types de discontinuités communément rencontrés dans la conception des circuits. Ceci nous permettra de mettre en avant un certain nombre de paramètres qui interviennent dans le traitement numérique des équations :

- la notion de convergence,
- la source,
- les effets du blindage des circuits...

Le chapitre IV est consacré à l'étude et à la mise en équation de la méthode itérative, basée sur le concept d'onde. Cette méthode récente, à la fois originale et rapide, adopte une démarche d'analyse globale du circuit. Les bases théoriques nécessaires à la compréhension sont présentées à savoir le concept d'onde, les opérateurs de réflexion et de diffraction, et les sources planaires. La FMT (Fast Modal Transform) est également brièvement décrite.

Une méthode ne peut être validée que suite à des applications et des expérimentations. C'est l'objet du chapitre V. Dans ce cadre plusieurs applications ont été étudiées et présentées. On cite :

- l'analyse de la ligne microruban court-circuitée
- la modélisation et la caractérisation d'une antenne patch avec encoches en technologie planaire
- la modélisation et la caractérisation d'une antenne patch coplanaire
- l'étude d'un coupleur directif quart d'onde

I.1 INTRODUCTION

Les structures de transmission usuelles utilisées aux fréquences radio sont caractérisées par des dimensions transversales nettement plus petites que les longueurs d'onde. De ce fait, une analyse complète et satisfaisante de ces structures peut se faire par le biais des courants et des tensions de ligne dans un même plan de section droite où le mode de propagation dans de telles structures est le mode TEM. Parmi ces lignes de transmission, nous citons :

- Les lignes bifilaires rarement utilisées aux fréquences radio. N'étant pas protégées, elles dissipent de l'énergie et présentent une faible immunité aux bruits. Autrement dit, elles sont facilement perturbées par des objets rapprochés.
- Les lignes coaxiales sont utilisées pour des transmissions larges bandes du fait de l'absence de dispersion. Cependant, avec la montée en fréquence, l'élévation des pertes par rayonnement et par absorption du diélectrique, limite l'utilisation de ces lignes aux fréquences basses du domaine micro-ondes. En pratique, on réalise des câbles coaxiaux jusqu'à 15 GHz de très bonne qualité. Au-delà de cette fréquence seuil, ces câbles sont remplacés par d'autres structures appelées guides d'ondes.
- Les guides d'ondes sont des structures de guidage par réflexions successives sur des parois métalliques. Ils sont caractérisés par leurs faibles pertes. En dépit de leur structure encombrante, ceux-ci continuent à être utilisés dans :
 - Les transmissions à grande puissance.
 - Les systèmes à longueurs d'onde millimétriques.

Dans le but de réduire l'encombrement des circuits électroniques et d'atteindre des fréquences de travail très élevées avec de faibles pertes, de nouvelles structures ont été élaborées appelées lignes planaires appelés également circuits intégrés micro-ondes (CIM).

Ces lignes sont toutes constituées de rubans conducteurs déposés sur l'une ou les deux faces d'un substrat de permittivité ϵ_r et de perméabilité μ_r . Mais, du fait de l'inhomogénéité du milieu de propagation (air substrat), la propagation des ondes électromagnétiques dans de telles lignes s'effectue à la fois dans le diélectrique et dans l'air. Par conséquent, le mode dominant dans ces structures est le mode hybride et la répartition des lignes de champs dépend essentiellement:

- De la largeur des rubans conducteurs.
- Des caractéristiques électriques et magnétiques du substrat (à savoir sa permittivité diélectrique, ..) et de son épaisseur h .

Or, du point de vue modélisation, les deux milieux sont remplacés par un milieu unique fictif caractérisé par une constante diélectrique ϵ_{eff} .

La figure 1.1 montre une vue en perspective de quelques lignes planaires :

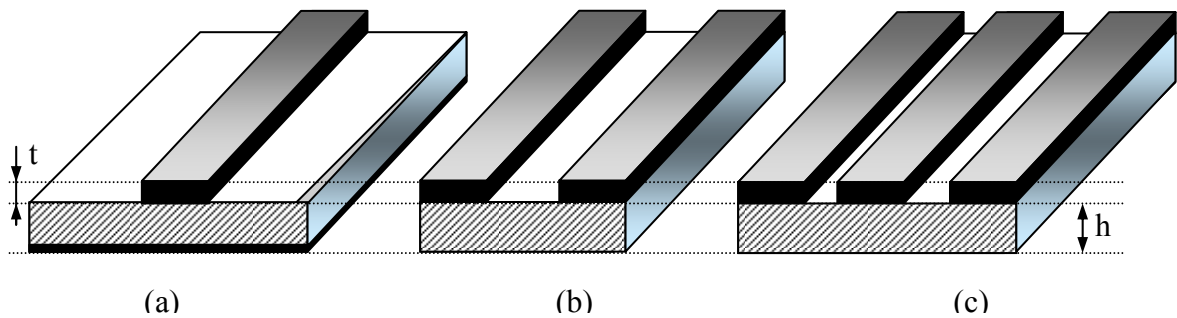


Figure 1.1 Lignes de transmission planaires

- | | | |
|------------------------|---|----------------|
| (a)- Ligne micro ruban | } | Mode quasi-TEM |
| (c)- Ligne coplanaire | | |
| (b)- Ligne à fente | | Mode non TEM |

I.2 LES DIFFERENTES LIGNES PLANAIRES

Il existe plusieurs types de structures planaires. On peut adopter une classification de ces structures en considérant le fonctionnement de la ligne en question selon le mode de propagation. On peut à priori considérer cinq catégories de modes :

- **Mode TEM** (Transverse Electrique et Magnétique): les deux composantes longitudinales sont nulles ($E_z = 0$ et $H_z = 0$).
- **Mode Quasi-TEM** : E_z et H_z sont de faibles amplitudes et peuvent être négligées.
- **Mode TE** (Transverse Electrique): où $E_z = 0$ et $H_z \neq 0$.
- **Mode TM** (Transverse Magnétique): où $H_z = 0$ et $E_z \neq 0$.
- **Mode Hybride**: où $E_z \neq 0$ et $H_z \neq 0$, aucune des six composantes du champ électromagnétique n'est négligée .

I.2.1. LIGNES EN MODE TEM

La ligne triplaque

La ligne triplaque (figure 1.2) a été développée par BARRETT et BARNES en 1951 [1]. Cette ligne a la particularité d'avoir un milieu de propagation homogène.

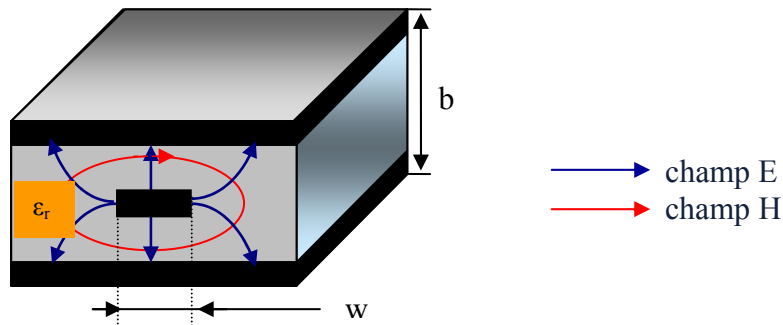


Figure 1.2 Ligne triplaque

Le mode qui se propage à travers la ligne triplaque est le mode TEM pure. La configuration des lignes de champs électrique et magnétique est bien définie.

I.2.2 LIGNES EN MODE QUASI TEM

a. La ligne microruban

La ligne microruban (microstrip) a été conçue en 1952 par GRIEG et ENGELMAN [1-3] est l'une des structures planaires les plus connues. Celle-ci (figure 1.3a) est constituée d'un substrat diélectrique métallisé de part et d'autre par deux conducteurs. L'un faisant office d'un plan de masse et l'autre d'un ruban conducteur d'épaisseur t et de largeur w .

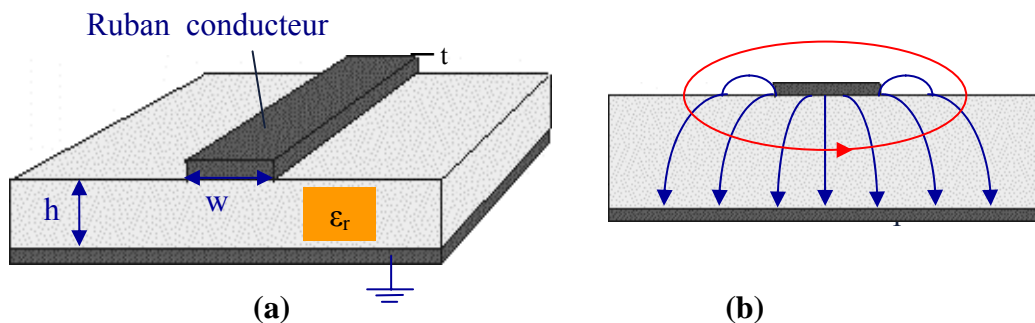


Figure 1.3 Ligne micro ruban

Les paramètres qui caractérisent cette ligne sont :

- L'épaisseur "h" du substrat,
- La largeur "w" du conducteur supérieur (ruban),
- L'épaisseur "t" du ruban généralement très petite par rapport à celle du substrat,
- La permittivité relative ϵ_r du substrat.

La ligne microruban présente un certain nombre d'avantages et d'inconvénients résumés par le tableau suivant :

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> ▶ le conducteur supérieur peut être déposée directement sur le substrat (opération peu coûteuse) ▶ les éléments actifs peuvent être fixés très facilement sur cette structure ▶ les composants intégrés dans une fonction électronique employant la structure microruban sont aisément accessibles 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ les pertes (ohmiques, diélectriques et par rayonnement) dans ce genre de structures deviennent importantes lorsque les fréquences d'utilisations deviennent élevées ▶ les composantes longitudinales E_z et H_z ne peuvent être négligeables comparées aux composantes transversales E_x, E_y, H_x et H_y, le mode de propagation n'est donc pas un mode TEM pur.

Tableau 1.1. Avantages et Inconvénients de la ligne microruban

b- La ligne microruban inversée

La ligne microruban inversée (inverted microstrip) inventé par ITOH en 1976 [1], [5] est une seconde version de ligne microruban. Contrairement à la ligne microruban conventionnelle où le ruban conducteur et le plan de masse sont placés de part et d'autre du substrat, le plan de masse de la ligne microruban inversée est séparé du ruban conducteur par une couche d'air et fixé au substrat par des entretoises (figure 1.4).

Dans la ligne microruban inversée, une grande partie des champs électriques et magnétiques, se trouve confinée dans l'air. De ce fait, les longueurs d'onde dans cette ligne sont plus importantes par rapport à celles se propageant dans une ligne microruban conventionnelle. En outre, pour une impédance caractéristique donnée, la largeur de cette ligne est plus importante comparée à celle de la microruban conventionnelle, ce qui allège les

contraintes de fabrication, et cela permet de faire fonctionner cette ligne à des fréquences nettement plus élevées par rapport à celles de la microruban [4].

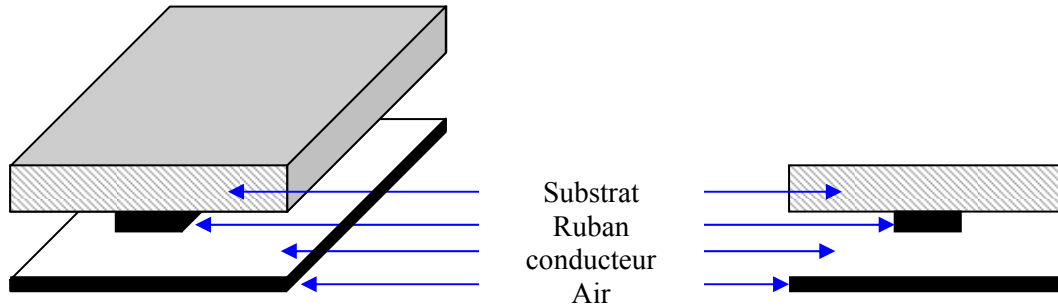


Figure 1.4 Structure de la ligne microbande inversée

c. La ligne coplanaire

La ligne coplanaire est l'une des lignes à fentes proposée en 1969 par WEN [1],[8]. La métallisation se trouve uniquement sur un seul côté du substrat. Elle est constituée d'un ruban conducteur central qui transporte le signal entouré de part et d'autre d'un plan de masse de même largeur (figure 1.5). Cette ligne se prête bien à la mise en place d'éléments localisés en séries et/ou en parallèles, et à la réalisation de stubs séries

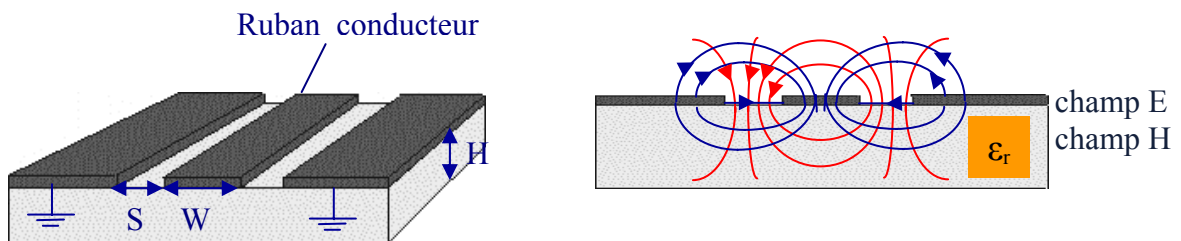


Figure 1.5 La ligne coplanaire

Les champs électriques sont perturbés par l'interface air diélectrique et s'étendent de part et d'autre des rubans conducteurs.

Aux fréquences élevées (longueurs d'ondes millimétriques), le mode de propagation dans ces structures devient hybride à cause de l'apparition des composantes longitudinales des champs électromagnétiques.

Remarque : On peut citer d'autres structures planaires qui fonctionnent en mode Quasi-TEM :
 - la ligne microbande inversée piégée
 - la ligne microruban suspendue.

c- La ligne microbande inversée piégée :

C'est une ligne microbande inversée enfermée dans une enceinte métallique pour éviter les pertes par rayonnement, Son impédance caractéristique varie entre 30Ω et 140Ω et sa fréquence de travail peut aller au-dessus de 95 GHz (figure 1.6).

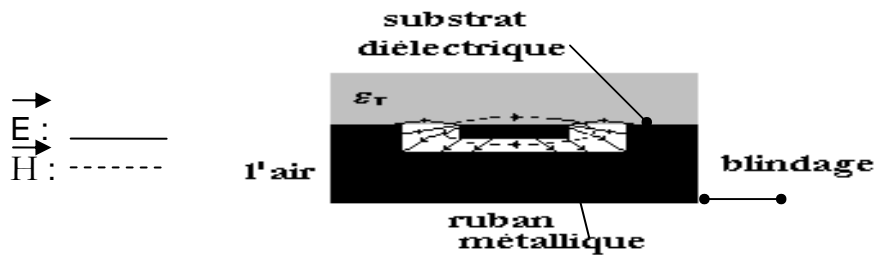


Figure 1.6. Distribution des champs dans la Ligne microbande inversée blindée

d-La ligne microruban suspendue

La ligne microruban suspendu (suspended microstrip) inventée par ITOH [1] représente la première version modifiée de la ligne microruban, contient une couche d'air intercalé entre le plan de masse et le substrat de la ligne (figure 1.7).

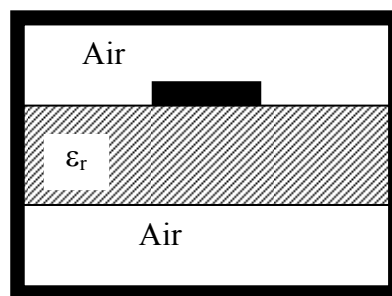


Fig. 1.7 Ligne microruban suspendue

L'épaisseur de cette couche d'air est généralement très faible. De plus elle doit être uniforme pour toute la surface de la ligne. De ce fait les tolérances sur le boîtier sont très critiques, par contre la configuration de cette ligne permet de réaliser des rubans plus

larges comparés au microruban. Ceci a un effet direct sur la précision de la réalisation du circuit gravé sur le substrat.

I.2.3 LIGNES EN MODES HYBRIDES

a. La ligne à fente

La ligne à fente (slotline) a été proposée pour la première fois en 1968 par S.B.COHN [1],[4]. Elle est constituée de deux rubans conducteurs déposés sur une seule face du substrat. Comme son nom l'indique, les deux rubans sont espacés laissant ainsi une rainure (fente) étroite au milieu de la structure. (figure 1.8).

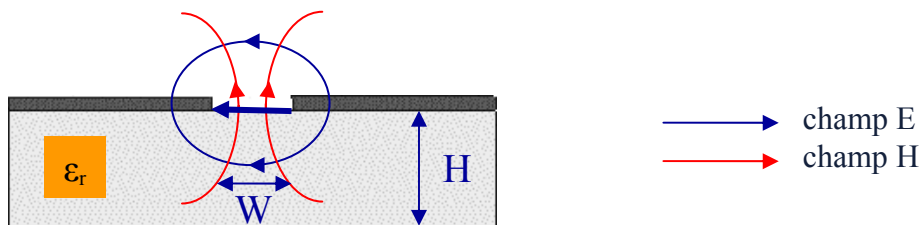


Figure 1.8 La ligne à fente

La ligne à fente est surtout utilisée dans les circuits intégrés micro-onde nécessitant des lignes à haute impédance (car il est difficile d'obtenir des impédances caractéristiques inférieures à 60Ω pour les lignes à fente), et pour l'insertion d'éléments parallèles.

La propagation n'est pas du type TEM mais plus proche du type TE, une analyse quasi-statique n'est donc pas possible.

Cette ligne est caractérisée par :

- Une impédance caractéristique élevée ($Z_c > 60 \Omega$).
- Un faible facteur de qualité

Il est à signaler que du fait de l'aspect hybride de ce mode de propagation dominant, seule une analyse basée sur les méthodes numériques de modélisation peut convenir pour caractériser la propagation dans cette ligne.

b. La ligne à ailettes

La ligne à ailettes unilatérale n'est autre qu'une ligne à fente insérée dans un guide d'ondes rectangulaire (figure 1.9). Elle a été conçue en 1972 Par MEIER [1],[4-5]. Depuis, de nombreuses applications ont été étudiées autour de cette structure qui présente une multitude d'avantages :

- La compatibilité avec d'autres dispositifs (transistors, filtres, etc....)
- Le domaine d'utilisation en fréquence s'étale de 30 à 100 GHz.
- Les pertes présentées par cette structure sont faibles (3 fois moins que la ligne microbande qui utilise un même type de substrat).
- La réalisation de ce type de ligne est aisée.

Les structures à ailettes utilisent fréquemment le RT-DUROID comme substrat ($\epsilon_r=2.22$). La ligne à ailettes a été étudiée en utilisant diverses méthodes approchées de modélisation pour calculer les caractéristiques de dispersion. Les paramètres étudiés sont l'impédance caractéristique, la constante diélectrique effective et la longueur d'onde guidée.

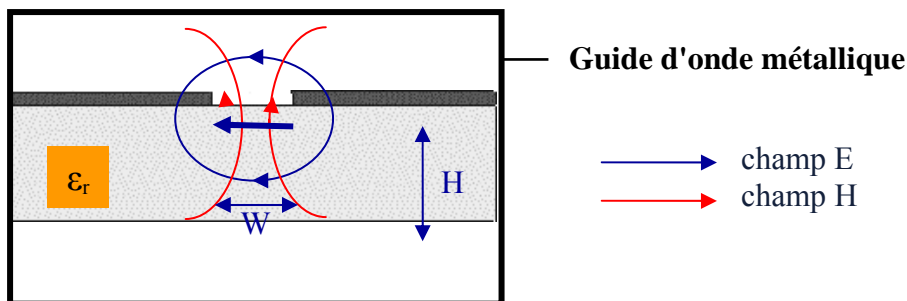


Figure 1.9 La ligne à ailettes

Deux autres types de la ligne à ailettes ont été proposés, l'une dite bilatérale (figure 1.10b) à cause des rubans conducteurs imprimés sur les deux cotés du substrat. L'autre est dite antipodale (figure 1.10c) à cause de sa structure contenant deux rubans conducteurs placés chacun sur un coté du substrat. La structure dite antipodale permet la réalisation de lignes avec une très faible impédance.

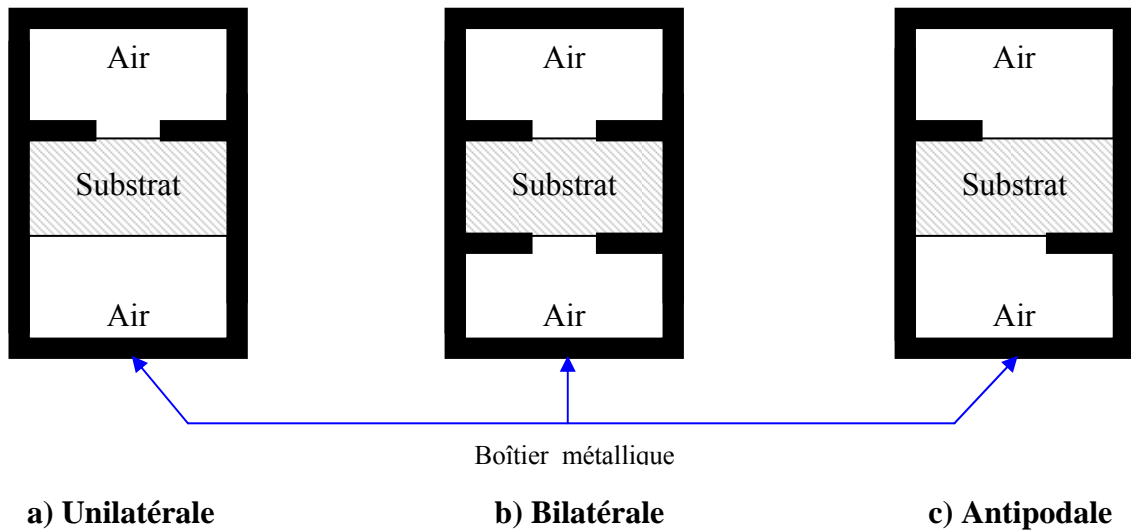


Figure 1.10 Les différentes structures de la ligne à ailettes

I.3 ETUDE DE LIGNE MICRORUBAN

I.3.1 Formules d'analyse

Des relations analytiques approchées ont été proposées par HAMMERSTAD et par SCHNEIDER [6]. Ces relations donnent respectivement les expressions de définition de la permittivité effective " ϵ_{eff} " et de l'impédance caractéristique " Z_c " en fonction du rapport normalisé " w/h ".

Permittivité effective :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\left(1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{h} \right)^2 \right] \quad \text{si } \frac{w}{h} \leq 1 \end{array} \right. \quad (I.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} \quad \text{si } \frac{w}{h} \geq 1 \end{array} \right. \quad (I.2)$$

Impédance caractéristique :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \left[\ln \left(\frac{8h}{w} + 0.25 \frac{w}{h} \right) \right] \quad \text{si } \frac{w}{h} \leq 1 \end{array} \right. \quad (I.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_c = \frac{120 \pi}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \left[\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right) \right]^{-1} \quad \text{si } \frac{w}{h} \geq 1 \end{array} \right. \quad (I.4)$$

L'erreur relative maximale qui est commise lorsqu'on applique ces relations est de 1%

D'autres paramètres caractéristiques comme la vitesse de phase " v_p ", la longueur d'onde de la ligne " λ_g " et la constante de phase " β ", sont définies à l'aide des relations suivantes :

$$v_p = \frac{C}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{I.5})$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} \quad (\text{I.6})$$

Avec :

- c : désigne la vitesse de la lumière dans le vide.
- λ_0 : est la longueur d'onde dans le vide.
- λ_g : est la longueur d'onde dans le guide.
- L et C : désignent respectivement l'inductance série et la capacité shunt par unité de longueur de la ligne.

1.3.2 Les pertes dans la microbande

La ligne microbande présente des pertes :

- pertes par effets joule
- pertes diélectriques
- pertes par rayonnement

a. Les pertes par effet Joule

Ces pertes sont dues à l'échauffement du ruban conducteur. Ces pertes peuvent être calculées au moyen de la relation proposée par HAMMERSTAD et BEKKADAL [6].

$$\alpha_c = 0.072 \left(\sqrt{f} / w Z_c \right) \lambda_g \quad \text{en dB/unité de longueur.} \quad (\text{I.7})$$

avec:

- ρ : désigne la résistivité du conducteur (Ωm).
- α_c : désigne le coefficient d'affaiblissement dans le conducteur.
- f : est la fréquence de travail en Ghz.
- Z_c : est l'impédance caractéristique de la ligne.
- w : est la largeur du ruban conducteur.

b. Les pertes diélectriques

Tout diélectrique ne peut être un isolant parfait. De ce fait il existe une résistance d'isolement de valeur limitée matérialisant ainsi les pertes en énergie du diélectrique. HAMMERSTAD et BEKKADAL [6] ont défini l'expression du coefficient d'affaiblissement diélectrique α_d qui s'écrit comme suit :

$$\alpha_d = 27.3 \frac{\epsilon_r (\epsilon_{\text{eff}} - 1) \tan \delta}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} (\epsilon_r - 1) \lambda_0} \text{ en dB/ unité de longueur.} \quad (\text{I.8})$$

- $\tan \delta$: est la tangente de l'angle de perte du le substrat
- λ_0 : est la longueur d'onde dans le vide.

c. Les pertes par rayonnement

Les pertes par rayonnement sont dues d'une part à l'apparition des modes d'ordre supérieurs et d'autre part aux discontinuités.

HAMMERSTAD [5] a montré que ces pertes sont proportionnelles à $\frac{(h.f)^2}{\sqrt{\epsilon_r}}$ pour une ligne de 50Ω .

La fréquence limite correspondant à un rayonnement de 1% de la puissance à l'extrémité d'une ligne ouverte est donnée par:

$$f_m : f_m \approx 2.14 \frac{(\epsilon_r)^{1/4}}{h(\text{mm})} (\text{GHz}) \quad (\text{I.9})$$

Pour atténuer les pertes par rayonnement, on doit blinder le circuit.

I.4 ETUDE DE LIGNE COPLANAIRE

1.4.1 Définition

La ligne coplanaire (coplanar line) proposé par WEN en 1969 [1-4] et une version très intéressante de la ligne à fente, elle comporte deux fentes et le ruban conducteur est entouré de part et d'autre part de plan de masse sur une seule face de substrat (voir figure 1.11).

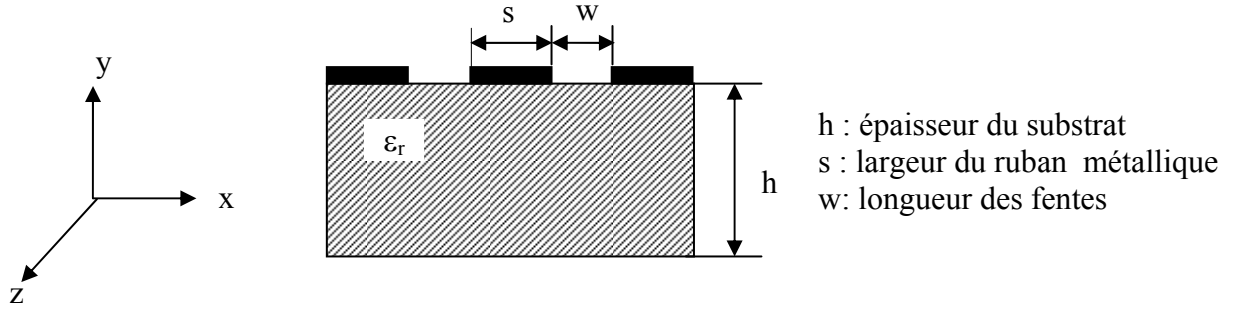


Figure 1.11 : Ligne coplanaire

Contrairement à la ligne à fente, le mode dominant de la ligne coplanaire est quasi-TEM aux fréquences micro-ondes. Cependant, aux ondes millimétriques, les champs deviennent non-TEM du fait que les composantes longitudinales sont non négligeables.

1.4.2 Formules d’analyse

Les résultats donnés par WEN [1-4] en utilisant l’approche quasi-statique avec une épaisseur de diélectrique infinie, ont été modifiés ultérieurement pour tenir compte d’une épaisseur finie h plus réaliste. Les expressions de l’impédance caractéristique Z_c et de la permittivité effective relative ϵ_{re} sont ainsi donnés, pour une épaisseur du métal supposée négligeable ($t \approx 0$).

$$Z_c = \frac{30 \pi K'(k)}{\sqrt{\epsilon_{re}} K(k)} \quad \text{avec} \quad k = \frac{S}{S + 2W} \tag{I.10}$$

Où K représente une intégrale elliptique complète de première espèce et K' son complémentaire.

La permittivité effective relative est égale à :

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left\{ \tan \left[0.775 \ln \left(\frac{h}{w} \right) + 1.75 \right] + \frac{kw}{h} [0.04 - 0.7k + 0.01(1 - 0.1\epsilon_r)(0.25 + k)] \right\} \tag{I.11}$$

La précision de cette expression, obtenue à partir d’interpolation de résultats numériques, est de 1.5%. pour : $\epsilon_r \geq 9$, $\frac{h}{w} \geq 1$ et $0 \leq k \leq 0.7$

1.4.3 Influence de l'épaisseur t du conducteur

Les formules précédentes supposaient que l'épaisseur t du conducteur était négligeable ($t \cong 0$). En fait, dans la pratique, il n'en est rien. Cette épaisseur modifie les formules précédentes.

Définissons [5] :

$$\begin{cases} S_e = S + \Delta \\ w_e = w - \Delta \end{cases} \quad \text{où} \quad \Delta = (1.25 \frac{t}{\pi}) [1 + \ln(4\pi \frac{S}{t})]$$

l'impédance caractéristique Z_c et la permittivité effective relative $\epsilon_{re,t}$ deviennent [5]:

$$Z_c = \frac{30\pi K'(k_e)}{\sqrt{\epsilon_{re,t}} K(k_e)} \quad (I-12)$$

$$\epsilon_{re,t} = \epsilon_{re} - \frac{0.7(\epsilon_{re} - 1)t/w}{\frac{K'(k)}{K(k)} + 0.7t/w} \quad \text{avec} \quad k_e = \frac{S_e}{S_e + 2w_e} \approx k + (1 - k^2) \frac{\Delta}{2w}$$

1.4.4 Les pertes

Les expressions des constantes d'affaiblissement (en dB/m) a_c dans le conducteur et a_d dans le diélectrique, en utilisant l'approximation quasi TEM, sont égales à [5]:

$$a_c = 4.88 \cdot 10^{-4} R_s \epsilon_{re} Z_c \frac{p'}{w\pi\pi} \left(1 + \frac{S}{w}\right) \cdot \frac{\frac{1.25}{\pi} \ln\left(\frac{4\pi S}{t}\right) + 1 + \frac{1.25t}{\pi S}}{\left\{2 + \frac{S}{w} - \frac{1.25t}{\pi w} [1 + \ln\left(\frac{4\pi S}{t}\right)]\right\}^2}$$

$$\text{avec} \quad P' = \frac{k}{(1 - k')(k')^{3/2}} \left(\frac{K(k)}{K'(k)}\right)^2 \quad \text{pour} \quad 0 \leq k \leq 0.707 \quad (I-13)$$

$$\text{et} \quad P' = \frac{1}{(1 - k)\sqrt{k}} \quad \text{pour} \quad 0.707 \leq k \leq 1$$

$$a_d = 27.3 \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_{re} - 1}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \frac{\tan \delta}{\lambda_0}$$

L'expression pour ϵ_{re} est celle qui a été donnée dans le cas $t \approx 0$.

Remarque :

Le terme quasi-TEM signifie qu'une grande partie de l'énergie est transmise le long de la ligne avec une distribution des champs qui ressemble au mode TEM. Plusieurs lignes ont cette caractéristique au moins sur un intervalle de fréquences précis ($f < 10$ GHz pour la ligne microbande).

A des fréquences plus ou moins élevées (selon la structure considérée), le mode de propagation quasi-TEM devient hybride à cause des composantes longitudinales des champs non négligeables. Cependant, aux fréquences élevées, ces structures sont plus dissipatives et comportent des difficultés quant à leur propagation.

En pratique, l'utilisation de structures ouvertes est plus souple du point de vue de leur intégration, car on peut adjoindre sur leur surface des composants actifs et/ou passifs.

I.5 CLASSIFICATION DES LIGNES PLANAIRES :

Après avoir défini les différentes lignes planaires, le choix de la structure appropriée pour une application donnée dépend de plusieurs facteurs tels que :

- Le type de circuit ou de sous-système.
- Sa fréquence de fonctionnement.
- Son impédance caractéristique : cette grandeur dépend de la largeur des rubans conducteurs mis en jeu dans la structure considérée. Par conséquent, chaque structure est caractérisée par un domaine d'impédances caractéristiques dont les bornes sont fixées par les contraintes de fabrication.
- Son facteur de qualité, etc...

Le tableau récapitulatif suivant nous permet de comparer les performances des différentes structures planaires que nous venons de citer.

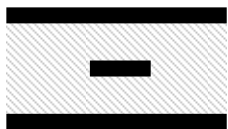
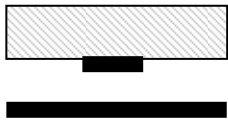

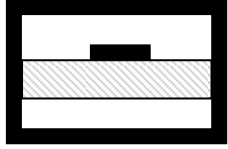


Caractéristiques Ligne	Mode de propagation	Domaine d'impédances (Ω)	Facteur de qualité (Q)	Pertes par rayonnement	dispersion	Structure
Triplaque	TEM	20-120	Elevée (500)	Nulles	Nulle	
Microbande inversée	Quasi-TEM	25-130	Elevée	Faibles	Faible	
Microbande	Quasi-TEM	20-100	Moyenne (250)	Faibles	Faible	
Microbande suspendue	Quasi-TEM	40-150	Elevée	Faibles	Faible	
Ligne coplanaire	Quasi-TEM	40-150	Faible	Moyennes	Moyenne	
Ligne à fente	hybride	50-200	Faible (100)	Elevées	Grande	

Tableau 1.2 Caractéristiques des différentes structures de transmission planaires

I.6 LE CHOIX DES ELEMENTS CONSTITUTIFS D'UNE LIGNE PLANAIRE

I.6.1 Le substrat

Le choix du substrat conditionne généralement le type d'application que l'utilisateur peut concevoir avec la technologie micro-ondes. Par exemple, pour la réalisation de lignes planaires hyperfréquences, il faut chercher à minimiser les pertes par rayonnement et choisir en conséquence un substrat tel que l'énergie électromagnétique reste concentrée dans le diélectrique. De ce fait, il faut utiliser des substrats à constante diélectrique élevée (comme l'alumine $8.2 < \epsilon_r < 10.2$).

Dans le tableau suivant sont représentées les caractéristiques de quelques diélectriques :

Caractéristiques Matériaux	Constante diélectrique Approchée	Tang (ϵ)	Conductivité thermique en (W/cm/°C)	Force diélectrique E_M en (Kv/cm)
Air	1	$\cong 0$	0.00024	30
Alumine pur à 96 %	9.4	0.001	0.28	$4 \cdot 10^3$
Alumine pur à 99.5 %	9.8	0.0001	0.3	$4 \cdot 10^3$
Saphir	(9.4 - 11.6)	0.0001	0.4	$4 \cdot 10^3$
Quartz	3.8	0.0001	0.01	10^4
Oxyde de béryllium (BeO)	6.6	0.0001	2.5	-
Arséniure de gallium (AsGa)	12.9	0.0016	0.46	350
Silicium (Si)	11.9	0.015	1.45	300
Téflon/fibre de verre tissée	2.17 à 2.55	0.0019	0.0015	-
Téflon/fibre de verre non tissée	2.20 à 2.33	0.0019	0.0012	-

Tableau 1.3 Caractéristiques de quelques diélectriques

De plus, pour une constante diélectrique donnée, le substrat doit satisfaire d'autres conditions telles que :

- Faibles pertes.
- Stabilité de la constante de propagation.
- Forte conductivité thermique pour faciliter l'évacuation de la chaleur produite par les composants actifs, etc...

Ces conditions sont indispensables pour assurer un bon fonctionnement des circuits micro-ondes. Par contre, le substrat le mieux approprié pour la conception des antennes micro-ondes est celui possédant une faible constante diélectrique.

Notion de permittivité effective

Dans le but d'exploiter les relations classiquement utilisées pour l'étude des lignes homogènes, la structure hétérogène à étudier est remplacée par une ligne équivalente de mêmes dimensions, mais plongée dans un seul milieu homogène de permittivité effective " ϵ_{eff} " (figures 1.12 et 1.13).

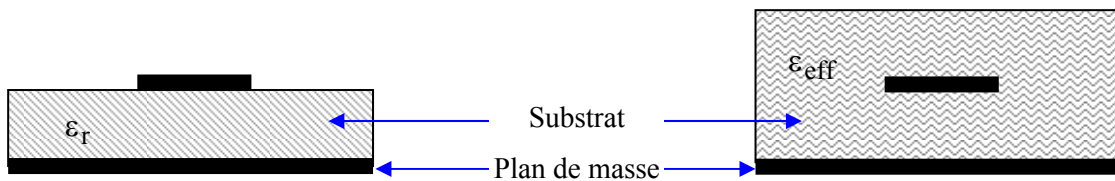


Figure 1.12

Section droite de la microbande

Figure I.13

Section droite de la microbande équivalente

Avec:

ϵ_r : désigne la permittivité relative du substrat.

ϵ_{eff} : désigne la permittivité relative du substrat de la ligne équivalente appelée permittivité effective.

1.6.2 Le conducteur

Les métaux utilisés pour la réalisation des rubans conducteurs sont divers. Le choix du matériau approprié dépend de plusieurs critères tels que la conductivité et la résistivité.

Le tableau suivant représente les propriétés de quelques matériaux :

Caractéristiques Matériaux	Résistivité ($\Omega m / 10^8$) à 20 ⁰ c	Conductivité ($10^6 / \Omega m$) à 20 ⁰ c
Aluminium	2.62	38.16
Cuivre	1.72	58.13
Chrome	2.60	38.46
Or	2.44	40.98
Argent	1.62	61.73

Tableau 1.4 Caractéristiques de quelques conducteurs

1-7 DISCONTINUITES DANS LES LIGNES PLANAIRES

On désigne par discontinuité d'une ligne micro-ligne toute modification locale de la géométrie ou des paramètres électriques (permittivité ou perméabilité) qui détruit la symétrie de translation de la structure de guidage. Il en résulte une modification de la solution du problème de propagation car le mode fondamentale de la structure de guidage ne vérifie plus les conditions aux limites on voisinage de la discontinuité, apparaissent alors des modes d'ordre supérieur propagés ou rayonnés qui, superposés aux ondes du mode fondamental incidentes, réfléchies et éventuellement transmises répondent aux nouvelles conditions, aux limites.

Les micro- lignes sont généralement employées dans des circuits hybrides ou intégrés dans les quels on rencontre usuellement deux principaux types de discontinuités :

- Des discontinuités indésirables mais inévitables dues aux dimensions limitées du substrat (coudes par exemple) on a des transitions entre structures de guidage (transition coaxial- microruban, pour ne citer que la plus courante).
- Des discontinuités introduites volontairement pour obtenir un effet particulier sur la propagation (effet capacitif dû à l'élargissement d'un tronçon de ligne micro- ruban).

Il importe alors de modéliser ces discontinuités (indésirables ou volontairement introduites) pour pouvoir prévoir le comportement global du circuit.

Le tableau 1-5 donne les principales discontinuités et leurs schémas équivalents dans le cadre de l'approximation quasi-TEM .

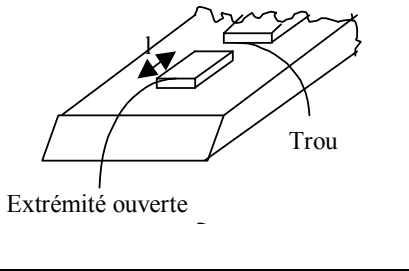
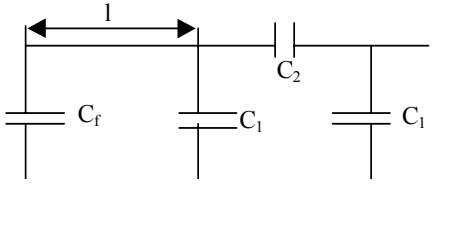
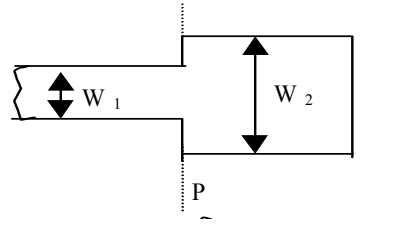
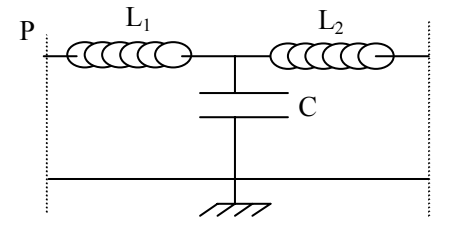
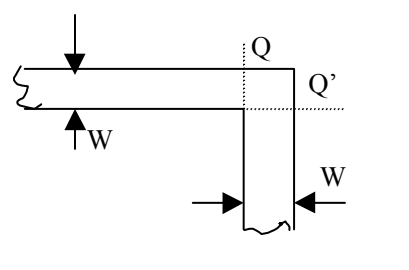
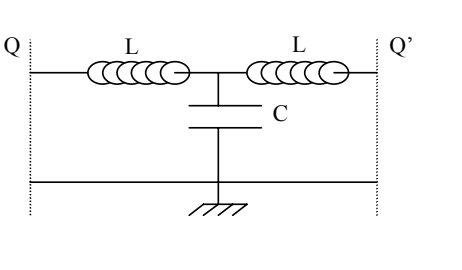
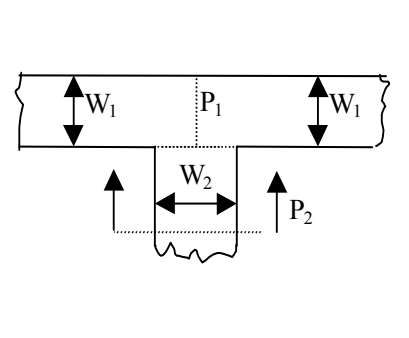
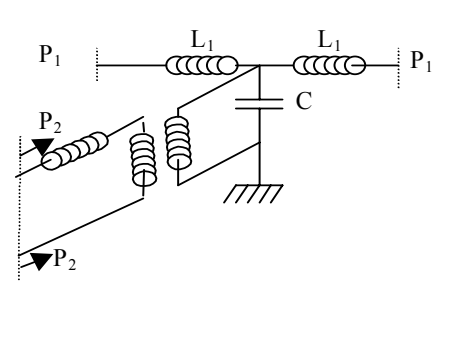
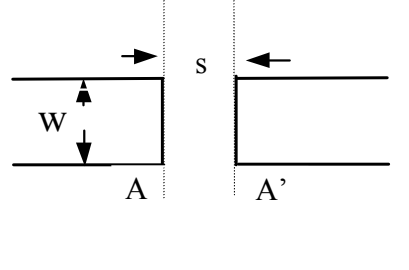
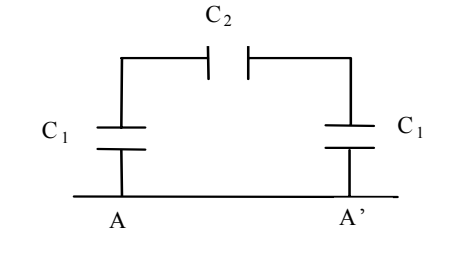
Type de discontinuité	Structure géométrique	Schéma équivalent
Circuit ouvert		
Saut D'impédance		
Coude		
Jonction T		
Gap		

Tableau. 1. 5 : Principales discontinuités planaires et leurs schémas équivalents

I.8 CONTRAINTES DE REALISATION EN TECHNOLOGIE

Les principales technologies de circuits planaires sont les technologies MIC (Microwave Integrated Circuits) et MMIC (Monolithic Microwave Integrated Circuits) [7]. Dans l'approche MIC ou hybride, seuls les éléments passifs (lignes, filtres, coupleurs, etc...) sont directement intégrables. Les composants ou fonctions actives sont ensuite reportés par des techniques de collage et de câblage.

Dans l'approche monolithique MMIC, on intègre simultanément des structures actives et passives par des procédés de couches minces. Par ailleurs, il n'y a pas de possibilité de réglage du circuit après fabrication. Traditionnellement, les structures passives de couplage ont été réalisées en technologie MIC, mais toutefois, la technologie MMIC permet une meilleure intégration et une meilleure reproductibilité des performances.

De ce fait, de nombreux travaux de recherche ont été menés pour permettre la réalisation des structures de couplage en MMIC. Il est intéressant de comparer ces deux technologies en termes de performances et de contraintes de réalisation.

Nous nous intéresserons aussi, à la technologie micro ruban (microstrip) (figure 1.14) qui est de loin la plus utilisée dans les circuits actuels. Bénéficiant en outre d'une plus faible dispersion, l'utilisation de la technologie coplanaire tend à se développer pour les circuits MMIC à haute fréquence.

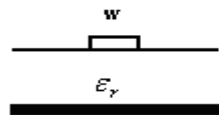


Figure 1.14 Ligne en technologie micro ruban

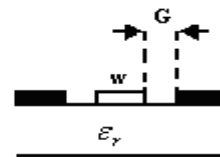


Figure 1.15 Ligne en technologie coplanaire

De manière générale, la technologie MMIC impose d'avantage de contraintes que la technologie MIC. Tout d'abord, la technologie MIC permet le choix adapté du substrat à utiliser, ce qui n'est pas le cas en technologie MMIC.

Les caractéristiques d'un substrat MMIC en Arsenic de Gallium (AsGa) sont typiquement les suivantes : la hauteur du substrat est faible (de l'ordre de 100 μ m ou 4mm) alors que la permittivité électrique est forte (ϵ_r , voisin de 12.8). Par ailleurs, les pertes des

lignes sont assez importantes. De plus, le coût de fabrication d'un circuit MMIC est directement proportionnel à la surface qu'il occupe.

L'intégration des structures de couplage devra donc nécessairement être très compacte. Sur cet aspect, la technologie MMIC présente quelques avantages par rapport à la technologie hybride :

- La plupart des filières MMIC permettent la réalisation de trous métallisés reliés à la masse à travers le substrat (via-hole) ainsi que l'utilisation de ponts à air (air-bridge) pour réaliser des interconnexions sans avoir recours à un fil de liaison (bond-wire) qui introduit une très forte inductance parasite dont la valeur est soumise à une très forte dispersion.
- La précision de gravure est meilleure, ce qui permet de réaliser des dimensions plus faibles.
- Les dispersions de fabrication sont plus faibles, ce qui permet une meilleure reproductibilité des performances.
- La technologie MMIC permet de limiter le nombre d'interconnexions à réaliser entre les circuits, ce qui limite les effets parasites associés. Cela donne un avantage décisif aux circuits MMIC pour les applications aux fréquences millimétriques où les éléments parasites ont une influence déterminante sur les performances du circuit planaire.
- Du fait des contraintes sur le substrat pour la réalisation de structures passives de couplage, il est difficile d'obtenir des performances (largeur de bande de fonctionnement, faibles pertes) aussi bonnes en technologie MMIC en comparaison avec les meilleures réalisations en technologie hybride. Néanmoins, la technologie MMIC permet une meilleure intégration et une meilleure reproductibilité des performances ce qui la rend très attrayante pour la réalisation des circuits planaires.

I.8 CONCLUSION

Les circuits planaires se situent pratiquement dans un univers à deux dimensions. Leurs fabrications font appel à des procédés photolithographiques, faciles à reproduire en

grande série une fois le prototype développé est mis au point. Leurs dimensions peuvent être considérablement réduites par l'emploi de substrat à haute permittivité.

L'implantation d'éléments à constantes localisées notamment de semi-conducteurs est facile dans un circuit planaire ce qui lui donne un rôle de support. Les éléments sont souvent connectés en séries sur une ligne microruban, en parallèle sur les lignes à fente et coplanaire. Une telle opération est beaucoup plus difficile en guide d'ondes où il faut disposer de pièces spécialement conçues pour connecter les éléments semi-conducteurs à insérer.

On peut réaliser des fonctions électroniques tel que les coupleurs, résonateurs, filtres ...etc. , en jouant sur la structure de la géométrie des lignes.

Les principales contraintes d'utilisations des lignes planaires sont dues d'une part à leur faible tenue en puissance et d'autre part aux discontinuités qui produisent des réflexions difficiles à supprimer.

Pour tirer le meilleur parti possible des techniques planaires il faudrait idéalement réaliser l'assemblage complet du dispositif hyperfréquence sur un substrat unique. Les pertes relativement importantes des lignes planaires ne sont pas particulièrement gênantes : ces lignes ne sont en effet jamais employées pour la transmission à distance d'un signal, fonction qui est toujours remplie en hyperfréquence par des guides d'ondes et lignes coaxiales.

Dans les dispositifs hyperfréquences « classiques », le plus souvent en guide d'ondes, des ajustements de dernière minute sont possibles : On peut réduire une désadaptation en introduisant un tronçon de ligne. Lorsque les propriétés d'un élément varient fortement avec la fréquence, comme c'est le cas pour les filtres, on doit le plus souvent « accorder » l'élément pour obtenir les performances spécifiées. En revanche, les circuits utilisant les lignes planaires résultent d'une longue chaîne de fabrication. Si le circuit obtenu ne satisfait pas aux exigences, toute la procédure doit être revue et répétée, donc on a guère de possibilité de modification, de sorte que la réalisation devrait être correcte dès le premier essai. Il faut donc décrire précisément les composants, ce qui requiert une analyse théorique très poussée. Les performances prédites devraient coïncider avec les valeurs mesurées.

II.1 INTRODUCTION

Pour traiter les problèmes d'électromagnétisme qui nous intéressent, nous avons été appelé à introduire un certain formalisme. Ce formalisme s'inspire de nombreux travaux réalisés ces dernières années au Laboratoire d'Electronique de l'ENSEEIH [13-18].

L'objectif d'un tel formalisme est de permettre l'écriture, sous une forme claire et synthétique, des problèmes aux limites en électromagnétisme rencontrés dans la modélisation des circuits micro ondes. En effet, l'idée est de traduire les relations de continuité des champs par des relations courant - tension des circuits classiques. Ainsi, le traitement d'un problème de discontinuité consistera à construire une représentation en schéma équivalent. L'idée n'est pas nouvelle, plusieurs auteurs [19– 22] ont proposé des schémas circuits dans des cas particuliers de problèmes. Cependant il n'y a pas eu de généralisation.

Le but de développement de ce formalisme est bien évidemment de le généraliser à tout type de problèmes d'électromagnétisme. Ainsi, l'introduction du concept de "fonction d'essai généralisée" a permis la formulation des équations intégrales et du problème aux limites sous une forme plus souple à manipuler [13].

Jusqu'à présent, les problèmes traités étaient des problèmes de type homogène, des schémas équivalents ont été proposés dans ces cas. De même, les structures à pertes ont pu être traitées par l'introduction dans les schémas équivalents d'une impédance de surface (cas de la ligne microruban) ou d'un quadripôle (cas de la ligne coplanaire) [16 - 17].

Dans le cas qui nous intéresse, nous allons étendre ce formalisme aux problèmes inhomogènes et aux impédances localisées. Nous présenterons, tout d'abord, un rappel sur les principes fondamentaux qui régissent la construction d'un schéma équivalent à partir de l'écriture du problème aux limites et des relations de continuité que doit vérifier le champ électromagnétique. Puis, nous étendrons ce formalisme à l'analyse de structures excitées par une source et aux impédances localisées.

II.2. DEFINITIONS

Le formalisme des opérateurs est un outil mathématique qui permet de simplifier la formulation des problèmes électromagnétiques, et cela malgré la complexité du domaine des hyperfréquences. Ce formalisme opère dans un espace normé appelé «espace de Hilbert », qui a été développé pour les besoins de l'analyse fonctionnelle. Celle-ci requiert des espaces dont

la structure algébrique est celle des espaces vectoriels, et dont les éléments sont des fonctions d'une certaine variable, continues dans un domaine \mathbf{ID} appartenant au corps \mathbf{IK} , celui-ci désigne par \mathbf{IR} ou \mathbf{C} (respectivement corps des nombres réels et des nombres complexes).

On définit le produit scalaire :

$$(\vec{f}(r), \vec{g}(r)) = \iiint_{\mathbf{ID}} \vec{f}(r)^{*t} \vec{g}(r) dr^3 \quad (\text{II.1})$$

t : désigne le transposé, et le symbole "*" désigne le complexe conjugué.

Nous supposons que le domaine d'intégration \mathbf{ID} représente un volume.

$\vec{f}(r)$ et $\vec{g}(r)$: désignent deux fonctions vectorielles appelées fonction coordonnée.

II.2.1. Définition d'une norme

On appelle espace normé tout espace vectoriel noté \mathbf{IE} muni d'une norme vérifiant les conditions suivantes [9 - 10] :

- ❖ $\forall x \in \mathbf{IE} \quad N(x) \geq 0$
- ❖ $\forall x \in \mathbf{IE}, \forall \lambda \in \mathbf{IE} \quad N(\lambda x) = |\lambda| \cdot N(x)$ (II.2)
- ❖ $\forall x, y \in \mathbf{IE} \quad N(x + y) \leq N(x) + N(y)$
- ❖ $N(x) = 0 \Rightarrow x = 0$

Nous pouvons alors définir une norme associée à ce produit scalaire définie par la relation:

$$\|\vec{f}\| = \sqrt{(\vec{f}, \vec{f})} = \left\{ \iiint_{\mathbf{ID}} |f|^2 dr^3 \right\}^{1/2} \quad (\text{II.3})$$

Remarques

- La valeur absolue dans \mathbf{IR} et le module dans \mathbf{C} sont des normes.
- Le couple (\mathbf{IE}, N) ou $(\mathbf{IE}, \|\cdot\|)$ est appelé « espace normé ».

II.2.2. Définition d'une forme préhilbertienne

On appelle espace préhilbertien tout espace vectoriel muni d'une norme associée à un

produit scalaire tel que [10] :

$$\|x\| = \sqrt{U(x,x)} = \sqrt{\langle x,x \rangle} \quad , x \in IE \quad (II.4)$$

U : désigne le produit scalaire représenté par le symbole $\langle \quad \rangle$

Notons quelques propriétés fondamentales du produit scalaire utilisé dans l'espace d'Hilbert:

1. $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{K}, \forall x, x', x'', y, y', y'' \in IE :$

$$U(\alpha x' + \beta x'', y) = \alpha U(x', y) + \beta U(x'', y) \quad (II.5)$$

$$U(x, \alpha y' + \beta y'') = \alpha^* U(x, y') + \beta^* U(x, y'') \quad \text{où « * » signifie le conjugué.}$$

2. $\forall x, y \in IE \quad U(x, y) = U(y, x)^*$

II.2.3. Définition d'un espace complet

On appelle espace d'Hilbert, tout espace préhilbertien complet. L'espace L^2 (espace des fonctions carrées sommables) est complet si toute suite U_n de L^2 converge au sens de Cauchy, alors il existe une fonction U dans L^2 telle que U_n converge vers U.

Remarque

La suite U_n converge au sens de Cauchy signifie que \forall le réel $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout m et tout n supérieurs à N, $|f_m - f_n| < \varepsilon$ [10].

II.2.4. Espace de Hilbert des champs électromagnétiques

L'énergie électromagnétique contenue dans un certain volume (V) de l'espace, s'exprime en fonction de l'intégrale sur ce volume du carré du module du champ électromagnétique. Or, l'énergie étant une quantité finie, il s'ensuit que ces champs appartiennent également à l'espace L^2 . Ce dernier est un espace de Hilbert vérifiant les trois principales propriétés suivantes [10] :

1. Toute combinaison linéaire des éléments de l'espace L^2 appartient également à L^2 :

$$\forall \vec{f}_1, \vec{f}_2 \in L^2 \text{ Alors } \forall \alpha, \beta \in \mathbb{K} \Rightarrow (\alpha \vec{f}_1 + \beta \vec{f}_2) \in L^2 \text{ (Notions de convexité).}$$

2. Toute suite f_n de L^2 converge au sens de Cauchy.

3. L'espace L^2 est muni d'un produit scalaire $\forall \vec{f}_1, \vec{f}_2 \in L^2 : (\vec{f}_1, \vec{f}_2) = \iiint_{ID} \vec{f}_1(\mathbf{r})^* \vec{f}_2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}^3$

ID : intervalle ouvert du domaine d'étude.

Ainsi nous définissons une norme dans L^2 associée à ce produit scalaire à l'aide de la relation (II-3) qu'on réécrit comme suit pour des raisons de clarté.

$$\forall f \in L^2 \Rightarrow \|\vec{f}\| = \sqrt{(\vec{f}, \vec{f})} = \left[\iiint_{ID} |f|^2 d\mathbf{r}^3 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (II.6)$$

Notation

- ❖ Le symbole $| \rangle$ désigne un "ket", c'est un vecteur colonne de l'espace de Hilbert selon la notation de Dirac.
- ❖ Le symbole $\langle |$ désigne un "bra", c'est un vecteur ligne conjugué qui correspond à une analyse fonctionnelle linéaire et continue.
- ❖ La construction de ces deux mots (bra et ket) signifie en anglais crochet ou parenthèse que nous notons \langle, \rangle ou $\langle | | \rangle$.

En électromagnétique le champ E peut être décrit par son ket $|E\rangle$. On associe à tout couple kets $|f\rangle$ et $|g\rangle$ un nombre complexe qui représente leur produit scalaire [10] et qui est défini par:

$$(|f\rangle, |g\rangle) = \iiint_{ID} \vec{f}(r)^* \vec{g}(r) dr^3 \quad (II.7)$$

$f(r)$ et $g(r)$ sont des éléments de L^2 désignant les champs en un point $M(r)$ de l'espace associé aux kets $|f\rangle$ et $|g\rangle$. (**ID** est le domaine de travail).

Notons quelques propriétés fondamentales du produit scalaire [10] :

- ❖ $\langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle^*$ (Anti-commutativité)
- ❖ $\langle f, \alpha g_1 + \beta g_2 \rangle = \alpha \langle f, g_1 \rangle + \beta \langle f, g_2 \rangle$ (Linéarité)

$$\forall \langle \alpha f_1 + \beta f_2, g \rangle = \alpha^* \langle f_1, g \rangle + \beta^* \langle f_2, g \rangle \quad (\text{Anti-linéarité}) \quad (\text{II.8})$$

$$\forall \langle f, f \rangle \text{ Est un réel et positif : } \| \vec{f} \| = \sqrt{\langle f, f \rangle}$$

– deux kets $| f \rangle$ et $| g \rangle$ Sont orthogonaux si et seulement si $\langle f, g \rangle = 0$.

II.2.5. Base d'Hilbert

On appelle base d'un espace vectoriel complexe de dimension finie n , les familles (U_1, U_2, \dots, U_n) de n vecteurs linéairement indépendants.

Il est possible de décomposer tout vecteur de l'espace de Hilbert \mathbf{IE} sur une base, de façon unique, comme une combinaison linéaire des éléments (ou vecteurs) de cette dernière.

Soit $|g_n\rangle_{n=1,\infty}$ une suite infinie d'éléments constituant la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1,\infty}$ complète et discrète de l'espace de Hilbert \mathbf{IE} de dimension infinie, alors il est possible de décomposer un vecteur $|g\rangle$ sur cette base tel que :

$$|g\rangle = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n |g_n\rangle \quad (\text{II.9})$$

où a_n désigne les composantes de $|g\rangle$ sur les $|g_n\rangle_{n=1,\infty}$

Il en résulte d'après le théorème suivant qui dit que tout espace de Hilbert \mathbf{IE} possède une base orthonormée dénombrable, la démonstration repose sur l'axiome de ZORN [10].

Remarques

1- La base $\{|g_n\rangle\}_{n=1,\infty}$ est dite orthogonale si $\langle g_m, g_n \rangle = 0$ avec $m \neq n$ et $(m, n) \in \{1, 2, \dots\}$.

2- La base $\{|g_n\rangle\}_{n=1,\infty}$ est dite normée si quelque soit un vecteur $|g_n\rangle$ appartenant à la base

$$\{|g_n\rangle\}_{n=1,\infty} \text{ de } \mathbf{IE} \text{ alors } \|g_n\| = \sqrt{\langle g_n, g_n \rangle} = 1$$

Si de plus la base est orthonormée, alors nous pouvons écrire dans ce cas:

$$\langle g_m, g_n \rangle = \delta_{mn} \quad \text{avec : } \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

II.2.7. Définition d'une base duale

Soit le vecteur $|g\rangle$ de l'espace de Hilbert dont la décomposition est : $|g\rangle = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n |g_n\rangle$ telle qu'il existe un « ket » $|f_n\rangle$ dans \mathbf{IE} et $a_n = \langle f_n, g \rangle, \forall a_{n=1, \infty}$, où $a_{n=1, \infty}$ sont les composantes du vecteur $|g\rangle$ dans la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \infty}$.

Si cette dernière est complète on aura :

$$|g\rangle = \sum_{n=1}^{+\infty} \langle f_n, g \rangle |g_n\rangle \quad \forall |g\rangle \in \mathbf{IE} \quad \text{et} \quad \langle f_m, g_n \rangle = \delta_{mn} \quad (\text{II.11})$$

On dit alors que la base $\{|f_n\rangle\}_{n=1, \infty}$ constitue la base duale (ou réciproque) de la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \infty}$.

Nous avons aussi :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \langle f_n, g \rangle |g_n\rangle = \sum_{n=1}^{+\infty} |g_n\rangle \langle f_n, g \rangle \quad (\text{II.12})$$

D'où l'écriture [12] :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} |g_n\rangle \langle f_n, | = \hat{\mathbf{I}} \quad (\text{opérateur identique}). \quad (\text{II.13})$$

C'est la relation de fermeture dans \mathbf{IE} vérifiée par une base complète, de façon à ce que la projection de tout vecteur $|g\rangle$ de \mathbf{IE} sur cette base et sa reconstitution redonne le vecteur $|g\rangle$.

Dans la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \infty}$, le ket $|g\rangle$ est représenté par l'ensemble de ses composantes c'est à dire l'ensemble des $a_{n=1, \infty} = \langle f_n, g \rangle$.

II.3. LES OPERATEURS MATHÉMATIQUES

II.3.1. Définition d'un Opérateur

Il s'agit essentiellement des applications linéaires, dont les ensembles de départ et d'arrivée sont des espaces normés en général, et de Hilbert en particulier.

Soient \mathbf{IE} et \mathbf{IK} ($\mathbf{IK} = \mathbf{IR}$ ou \mathbf{C}). Nous désignons par le terme « opérateur » toute application linéaire de \mathbf{IE} dans \mathbf{IE} telle que :

$$\hat{L} : \mathbf{IE} \rightarrow \mathbf{IE} \quad \text{avec} \quad : \quad \hat{L} \text{ opérateur.}$$

$$|f\rangle \rightarrow \hat{L}|f\rangle = |g\rangle$$

On constate que les opérateurs agissent essentiellement sur les vecteurs. Ils permettent de faire des transformations sur ces derniers.

II.3.2. L'Opérateur linéaire

Un opérateur \hat{L} de \mathbf{IE} dans \mathbf{IE} est linéaire si :

$$\forall (|f_1, f_2\rangle) \in \mathbf{IE}^2 \quad \text{et} \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbf{C}$$

Alors

$$\hat{L}(\alpha|f_1\rangle + \beta|f_2\rangle) = \alpha\hat{L}(|f_1\rangle) + \beta\hat{L}(|f_2\rangle) \tag{II.14}$$

Il s'agit donc d'une transformation qui agit de \mathbf{IE} sur lui-même. Ainsi tous les opérateurs mis en jeu dans le cadre de notre étude sont linéaires.

II.3.3. L'opérateur adjoint et auto adjoint

D'après la notation de Dirac chaque vecteur ket $|g\rangle \in \mathbf{IE}$ est associé à un vecteur bra $\langle g|$ tel que $:|g\rangle = \langle g|^+$ où «+» désigne transposé et conjugué.

D'autre part un opérateur \hat{L} agit sur le vecteur $|g\rangle$ de \mathbf{IE} tel que $\hat{L} = f|g\rangle$, on a alors $|g\rangle = \langle g|^+ = (\hat{L}|f\rangle)^+ = |f\rangle^+ \hat{L}^+ = \langle f|\hat{L}^+ = \langle g|$. On définit l'opérateur \hat{L}^+ comme l'opérateur adjoint de \hat{L} . Il agit sur le vecteur de \mathbf{IE} comme suit :

$$\forall (\vec{f}_1, \vec{f}_2) \in \mathbf{IE}^2 \Rightarrow \langle f_1, \hat{L}f_2 \rangle = \langle \hat{L}^+f_1, f_2 \rangle \tag{II.15}$$

Remarque

Si l'opérateur \hat{L} est confondu avec son adjoint ($\hat{L} = \hat{L}^+$) alors \hat{L} est appelé opérateur auto adjoint ou Hermitien.

II.3.4. L'opérateur inverse \hat{L}^{-1}

Comme $\hat{L} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} |f_m\rangle \langle L_{mn} | g_n$ donc $\hat{L}^{-1} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} |f_m\rangle \langle L_{mn}^{-1} | g_n$ (II.16)

II.3.5. L'opérateur unitaire

Un opérateur est dit unitaire si $\hat{L}^+ \cdot \hat{L} = \hat{I}$, c'est-à-dire $\hat{L}^+ = \hat{L}^{-1}$. (II.17)

$\langle g, g \rangle = \langle f, f \rangle \Leftrightarrow \|f\| = \|g\|$ (L'opérateur unitaire préserve la norme).

II.3.6. L'Opérateur projecteur

Si on considère l'élément $|g_i\rangle$ constituant la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \dots, \infty}$ qui est une base orthonormée de IE et de dimension infinie, un vecteur de IE se décompose sur cette base tel que :

$$|g\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} a_i |g_i\rangle, \quad i \in \{1, 2, \dots\},$$

avec $a_i = \langle f_i, g \rangle$, la composante de $|g\rangle$ dans la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \dots, \infty}$ où $|f_i\rangle$ est l'élément de la base duale $\{|f_n\rangle\}_{n=1, \dots, \infty}$ de $\{|g_n\rangle\}_{n=1, \dots, \infty}$.

d'où l'écriture suivante :

$$|g\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} \langle f_i, g \rangle |g_i\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} |g_i\rangle \langle f_i | g \rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} \hat{P}_i |g\rangle ; \text{ en posant } \hat{P} = |g_i\rangle \langle f_i | \quad (II.18)$$

\hat{P}_i est l'opérateur projecteur et son application sur un vecteur $|g\rangle$ donne la projection de ce dernier sur l'un de ses éléments $|g_i\rangle$ constituant la base de IE, tel que :

$$\hat{P}_i |g\rangle = (|g_i\rangle \langle f_i |) |g\rangle = \langle f_i, g \rangle |g_i\rangle = a_i |g_i\rangle_i \quad (II.19)$$

On a : $\sum_{i=1}^{+\infty} \hat{P}_i |g\rangle = |g\rangle$, d'où la relation $\sum_{i=1}^{+\infty} \hat{P}_i = \hat{I}$ (la relation de fermeture).

II.3.7. Représentation matricielle d'un opérateur

On représente l'opérateur \hat{L} par une matrice $[L]$ d'éléments (L_{ij}) , i et j étant respectivement le rang de la ligne et le rang de la colonne.

En appliquant l'opérateur \hat{L} sur le vecteur $|g\rangle = \sum_{j=1}^{+\infty} a_j |g_j\rangle$ dans la base $\{|g_n\rangle\}_{n=1..+\infty}$, dont la base dual est $\{|f_n\rangle\}_{n=1..+\infty}$ on aura :

$$\hat{L}|g\rangle = \sum_{j=1}^{+\infty} a_j \hat{L}|g_j\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} \left\{ \sum_{j=1}^{+\infty} a_j (L_{ij}) \right\} |g_i\rangle$$

$$\text{Car : } |g_j\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{J}^{\text{me}} \text{ ligne et } \|g_i\| = 1 \tag{II.20a}$$

$$\text{D'où : } \hat{L}|g_j\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} (L_{ij}) |g_i\rangle \tag{II.20b}$$

En utilisant la base duale on aura :

$$|g\rangle = \sum_{j=1}^{+\infty} a_j |g_j\rangle = \left\{ \sum_{j=1}^{+\infty} |g_j\rangle \langle f_j| \right\} |g\rangle = \hat{I}|g\rangle \Rightarrow \hat{I} = \sum_{i=1}^{+\infty} |g_i\rangle \langle f_i| \tag{II.21}$$

$$\text{D'où : } \hat{L}|g_j\rangle = \hat{I} \hat{L}|g_j\rangle = \sum_{i=1}^{+\infty} \langle f_i, \hat{L}g_j \rangle |g_i\rangle$$

D'après la relation II 20b et par identification, on aura :

$$(L_{ij}) = \langle f_i, \hat{L}g_j \rangle \tag{II.22}$$

La matrice de terme général (L_{ij}) , est la représentation matricielle de l'opérateur \hat{L} .

II.3.8. Représentation spectrale de l'opérateur

λ est appelé valeur propre de \hat{L} si l'équation $\hat{L}|h\rangle = \lambda|h\rangle$ admet des solutions non nulles, avec $\lambda \in C$.

L'ensemble des valeurs propres $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ de \hat{L} s'appelle spectre de l'opérateur \hat{L} .

On note S_λ l'ensemble $S_\lambda = \{ |h\rangle \in \text{IE} / \hat{L}|h\rangle = \lambda|h\rangle \}$ de ces solutions est le sous-espace propre associé à λ .

Soit $\{ |h\rangle_{i=1,n} \}$ l'ensemble des vecteurs propres de \hat{L} .

Sachant que $\sum_{i=1}^n |h_i\rangle\langle h_i| = \hat{I}$.

$$\text{Alors : } \hat{L} = \hat{I} \cdot \hat{L} \cdot \hat{I} = \sum_{i=1}^n |h_i\rangle\langle h_i| \hat{L} \sum_{j=1}^n |h_j\rangle\langle h_j| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |h_i\rangle\langle h_i| \lambda_j |h_j\rangle\langle h_j| \quad (\text{II.23})$$

$$\text{Avec : } \langle h_i, h_j \rangle = \delta_{ij} \text{ et } \hat{L} |h_j\rangle = \lambda_j |h_j\rangle,$$

$$\text{d'où } \hat{L} = \sum_{j=1}^n |h_j\rangle \lambda_j \langle h_j| \quad (\text{II.24a})$$

Cette écriture est dite représentation spectrale de l'opérateur L .

L'opérateur \hat{L}^{-1} est exprimé par la relation suivante :

$$\hat{L}^{-1} = \sum_{j=1}^n |h_j\rangle \frac{1}{\lambda_j} \langle h_j|. \quad (\text{II.24b})$$

II.4. UTILISATION DU FORMALISME EN ELECTROMAGNETISME :

II.4.1 Rappel, Concept de Fonction d'essai généralisée

II.4.1.1 Analogie entre les relations de continuité des champs et les lois de circuits

Généralement, l'analyse d'une discontinuité par une formulation intégrale se résume à l'écriture des conditions aux limites sur des surfaces. Ceci se traduit par l'écriture de la continuité des composantes tangentielles du champ électrique et des conditions de passage à la traversée d'une surface des composantes tangentielles du champ magnétique. Afin de mettre en évidence l'analogie entre le champ électromagnétique et les grandeurs courant-tension d'un schéma électrique,

considérons la surface (S) de la figure 2.1.

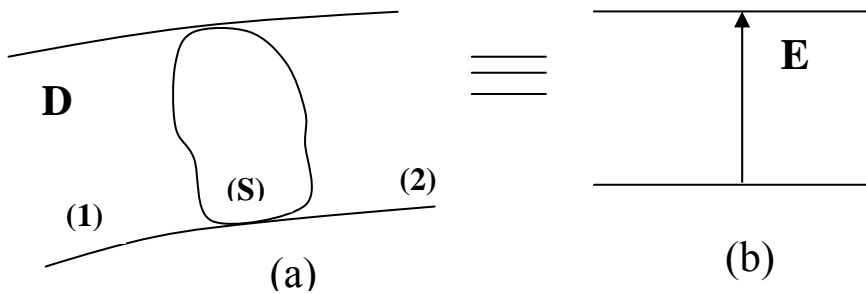


Figure. 2.1 Représentation de la continuité champ électrique E à la traversée d'une surface (S) [5].

La surface (S) divise le domaine D en deux sous domaines: milieu 1 et milieu 2 (figure 2.1a). Soient E , E_1 et E_2 les champs électriques tangentiels. Les indices 1 et 2 se réfèrent respectivement au milieu 1 et au milieu 2.

Nous pouvons écrire la relation suivante :

$$E = E_1 = E_2 \tag{II.25}$$

La relation (II.25) peut se traduire par la loi de Kirchoff pour les tensions (Fig. 2.1 (b)).

Soient maintenant, H , H_1 et H_2 , les champs magnétiques tangentiels et n_1 et n_2 les normales à la surface (S) orientées respectivement vers les milieux 1 et 2 (figure 2.2 (a)).

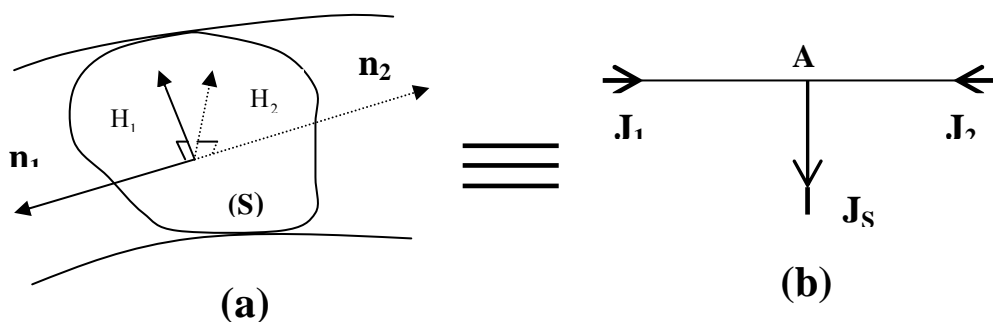


Figure 2.2 Représentation de la continuité du champ magnétique H

Les conditions aux limites vérifiées par le champ magnétique à la traversée d'une surface (S) peuvent être traduites par la relation suivante:

$$\begin{aligned} \vec{J}_S \wedge \vec{n}_2 &= \vec{H}_{2T} - \vec{H}_{1T} \\ \vec{J}_S &= \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 - \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_1 = \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 + \vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1 = \vec{J}_2 + \vec{J}_1 \\ n_1 \times H_1 + n_2 \times H_2 &= J_s \end{aligned} \tag{II.26}$$

J_s est la densité de courant superficielle qui existe sur (S).

H_1 et H_2 sont des champs magnétiques tangentiels

. Posons $J_1 = n_1 \times H_1$ et $J_2 = n_2 \times H_2$

A partir de l'équation (II.26) nous pouvons écrire la relation suivante:

$$J_1 + J_2 = J_s \tag{II.27}$$

La relation (II.27) est représentative des courants au nœud A du circuit de la Figure 2.2 (b))

II.4.1.2. Conditions de fermeture

Le but est d'écrire le problème aux limites sous forme d'un schéma équivalent. Il faut pour cela connaître l'opérateur qui lie les deux grandeurs J et E . En effet, il est possible de déterminer un opérateur impédance Z (ou admittance \hat{Y}) exprimé dans une base modale que ce soit dans le cas de circuits blindés ou rayonnants [20].

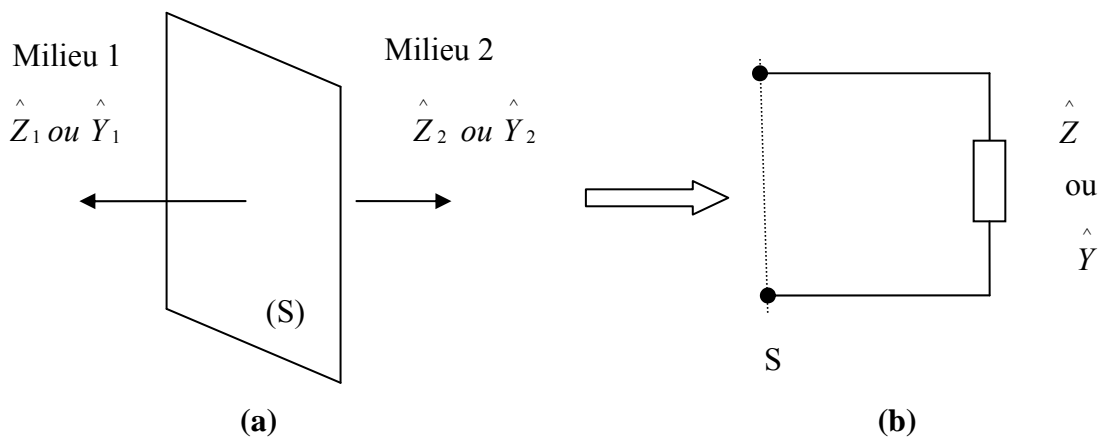


Figure 2.3 Conditions de fermeture

Cet opérateur peut s'exprimer en fonction des opérateurs impédances ou admittances, vus de part et d'autre du plan de discontinuité (S), Z_1 et Z_2 (ou \hat{Y}_1 et \hat{Y}_2) (figure. 2.3 (a)). En effet, nous pouvons définir un opérateur unique Z (ou \hat{Y}) comprenant Z_1 et Z_2 (ou \hat{Y}_1 et \hat{Y}_2) permettant de lier E et J . Il sera représenté dans le schéma équivalent comme une impédance fermée sur la surface (S) (figure 2.3 (b)). Par conséquent, cette relation entre E et J se traduit par la loi d'Ohm dans le formalisme des circuits :

$$\hat{Z}.J = E \quad (\text{II.28})$$

II.4.1.3 Fonction d'essai généralisée

Le problème consiste à résoudre l'équation de la forme (II.28). La résolution est en général atteinte par l'application de la méthode des moments [23-26]. Pour cela, il y a lieu de choisir l'une des deux quantités (E ou J) et de l'exprimer dans une base de fonctions d'essai:

$$J_e = \sum_p x_p g_p \quad \text{ou} \quad E_e = \sum_p x_p g_p \quad (\text{II.29})$$

x_p est le coefficient de la fonction d'essai g_p , et J et E sont indicés "e" quand ils sont pris comme grandeur d'essai.

En élément de circuit la grandeur exprimée dans une base de fonctions d'essai apparaîtra comme une source ajustable [13]. Ce ne sont pas des sources réelles (ou "actives"). La grandeur inconnue sera déterminée par vérification des conditions aux limites, c'est à dire par la résolution du problème.

Les fonctions d'essai doivent vérifier les conditions aux limites :

$$\begin{cases} E = 0 & \text{sur le métal} & (a) \\ J = 0 & \text{sur l'isolant} & (b) \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Compte tenu de la dualité des conditions aux limites, nous pouvons traduire la grandeur d'essai dans les deux milieux métal et isolant en actionnant un interrupteur. Le tableau ci-dessous résume les différents états de la grandeur d'essai selon le domaine:

Fonction d'essai	représentation	métal	isolant
Courant électrique J_e			
Champ électrique E_e			

Tableau 2.1 Représentation de la grandeur d'essai dans les différents domaines

La grandeur d'essai est non nulle dans son domaine de définition et nulle ailleurs. Au niveau du tableau 2.1 nous avons, J_e représentée sur le métal par un court-circuit ($E = 0$, interrupteur fermé) et sur l'isolant par un circuit ouvert ($J_e = 0$, interrupteur ouvert). E_e est représenté par un circuit ouvert sur l'isolant ($J = 0$, interrupteur ouvert) et par un court-circuit sur le métal ($E_e = 0$, interrupteur fermé).

II.4.1.4 Schéma équivalent général

D'après les règles établies précédemment, le problème à traiter peut être représenté dans sa forme générale par les deux figures 2.4 (a) et 2.4 (b) selon la grandeur d'essai choisie.

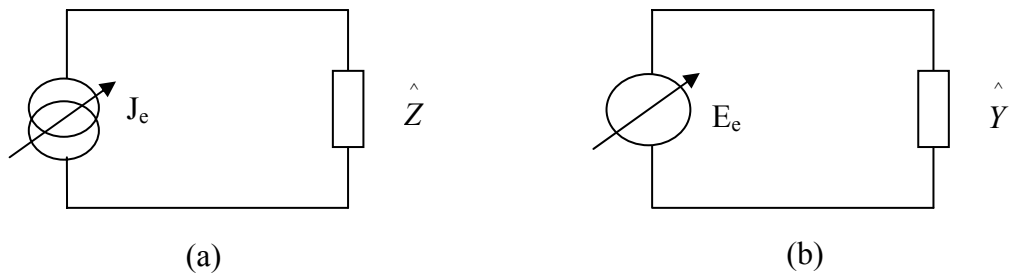


Figure 2.4 Schémas équivalents (a) la densité de courant comme grandeur d'essai
(b) le champ électrique comme grandeur d'essai

Les deux schémas peuvent être pris pour l'analyse d'un circuit. Cependant, en pratique, le choix est fait en tenant compte de la complexité des domaines. Il est en effet judicieux de choisir le domaine de définition des fonctions d'essai le plus simple possible.

Dans ce cadre et pour éviter de surcharger notre travail , nous avons fait un bref rappel sur le formalisme de la représentation en schémas équivalents de problèmes aux limites dans le cas homogène. Pour plus de détail, on peut consulter les références [13-18]. Il est cependant important de signaler que le but à atteindre est d'étendre ce formalisme aux problèmes inhomogènes.

II.4.2 CAS DES PROBLEMES INHOMOGENES:

II.4.2.1 Généralité

La façon la plus naturelle de déterminer l'impédance d'un circuit est de l'exciter par une source. Il s'agira dans notre cas d'insérer dans les équations intégrales un terme d'excitation. La notion de source dans la formulation intégrale d'un problème électromagnétique conduit à définir un modèle mathématique d'excitation. L'avantage d'une telle formulation est de réduire le problème initial à la résolution d'un système inhomogène, contrairement à un problème à valeurs propres qui nécessite un processus itératif de résolution. Dans notre cas, les grandeurs inconnues du problème sont déterminées par simple résolution d'un système inhomogène.

Dans ce chapitre, nous n'aborderons pas la discussion sur le choix de la nature de la source. Nous examinerons les compatibilités entre les deux sources que nous introduirons et les règles qui régissent l'établissement d'un schéma équivalent. Une étude plus détaillée sur les sources sera présentée dans le chapitre III.

II.4.2.2 Sources localisées

Les deux sources que nous utiliserons seront des sources localisées de type magnétique ou électrique. En d'autres termes, le courant électrique J_0 ou le courant magnétique M_0 sera connue dans une très petite région D_s .

Considérons un domaine D du plan, délimité par un contour I représenté sur la figure 2.5.

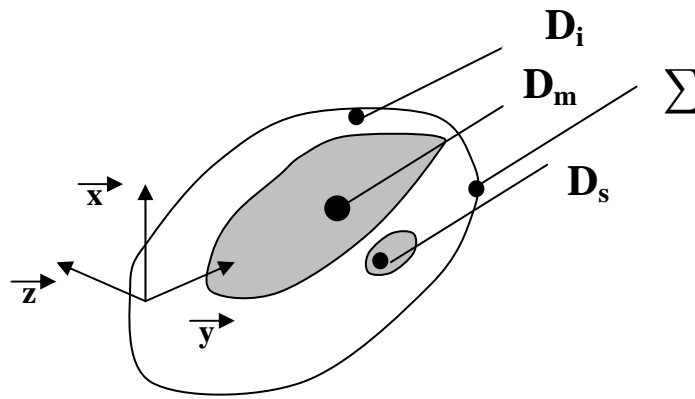


Figure 2.5. Les différents domaines d'un circuit planaire : D_i , D_m et D_s

D_s , D_i et D_m désignent respectivement: le domaine source, le domaine relatif à l'isolant et le domaine relatif au métal. Avec :

$$D_i \cup D_m \cup D_s = D \tag{II.31}$$

Les sources sont définies dans le plan. Ce choix a été fait afin de faciliter l'écriture des conditions aux limites. Dans tous les cas de figures, l'écriture du problème se ramènera toujours à l'écriture de la continuité des composantes tangentielles des champs dans le plan de la discontinuité. D'autre part, nous préférons manipuler E_0 , source de champ électrique au lieu des sources de courants magnétiques. Il est à noter que E_0 est lié à M_0 par la relation :

$$E_0 = n \times M_0.$$

E_0 et J_0 s'exprimeront sous la forme d'une fonction g_0 des composantes tangentielles :

$$G_0 = g_{0y}(y,z) \delta(x) \cdot \hat{y} + g_{0z}(y,z) \cdot \delta(x) \cdot \hat{z} \tag{II.32}$$



Figure 2.6 Représentation des différentes sources ; (a) Source de courant électrique. (b) Source de champ électrique

Comme nous l'avons présenté précédemment, l'établissement du schéma équivalent permettra de résoudre le problème. Cependant nous ne pourrons choisir la source et les fonctions d'essai de façon autonome. En effet, le choix devra se faire de façon judicieuse, c'est à dire qu'il faudra prendre une source se rapprochant du réel et une base de fonctions d'essai entraînant un traitement numérique efficace. D'autre part, nous devons tenir compte des compatibilités avec les relations de continuité imposées par le formalisme des schémas équivalents du passage d'un domaine à l'autre. Ce qui se traduit comme pour le cas de la fonction d'essai généralisée, par une action sur un interrupteur. Le tableau 2.2 présente les différents états de l'interrupteur suivant le domaine considéré :

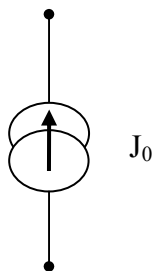
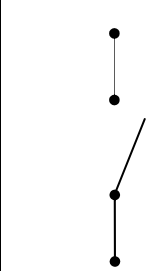
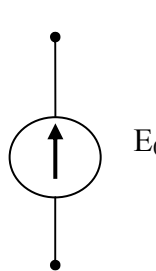
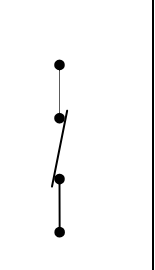
Source de courant électrique		Source de champ électrique	
			
Domaine source	Ailleurs	Domaine source	Ailleurs

Tableau 2.2 Source dans leur domaine de définition et ailleurs

Deux remarques peuvent être faites :

- Une source de courant J_0 peut apparaître dans un schéma équivalent comme une branche en parallèle, sans modifier la représentation du schéma équivalent dans les deux autres domaines D_i et D_m .

- Une source de champ E_0 peut apparaître dans un schéma équivalent comme une branche en série, sans modifier la représentation du schéma équivalent dans les deux autres domaines D_i et D_m .

Ces deux configurations suppriment la présence de la source dans les autres domaines. En effet la suppression de la source permet de retrouver les schémas équivalents dans le cas de problèmes homogènes.

II.4.3 SCHEMAS EQUIVALENTS

Par conséquent, quelle que soit la fonction d'essai choisie, les deux sources peuvent être utilisées conformément aux remarques précédentes. Le tableau 2.3 résume les différentes

configurations et leurs représentations en schémas équivalents :

Fonction d'essai	Schéma équivalent	Source	Métal	Isolant	Domaine de définition de la grandeur d'essai
1) Courant électrique Source courant électrique					D_m
2) Champ électrique Source courant électrique					D_i
3) Courant électrique Source champ électrique					D_m
4) Champ électrique Source champ électrique					D_i

Tableau 2.3 Les différents configurations possibles

Il est à noter que le domaine source D_s est inclus dans un des domaines D_m ou D_i . L'inclusion des domaines doit tenir compte des lois de passage d'un domaine à l'autre. Ainsi une source de courant J_0 ne peut être définie que sur l'isolant, et une source de champ E_0 ne peut être définie que sur le métal.

Ces différentes configurations sont tout à fait utilisables pour l'analyse du circuit. Cependant, certaines de ces configurations sont plus simples à mettre en oeuvre et donc plus efficaces, dans la mesure où elles évitent un certain nombre de calculs.

II.4.4 EQUATIONS INTEGRALES

Nous avons vu qu'à partir des schémas électriques, nous pouvons écrire l'équation intégrale. Il faut pour cela fermer le circuit par l'opérateur impédance Z (ou admittance Y). Les conditions aux limites vont faire apparaître un terme d'excitation. Le système d'équations (II.30) sera donc modifié pour les deux cas suivants :

1) E_0 sur le métal :

$$\begin{cases} E = 0 & \text{sur } D_m \\ E = E_0 & \text{sur } D_s \\ J = n \times [H^+ - H^-] = 0 & \text{sur } D_i \end{cases} \quad (II.34)$$

2) J_0 sur l'isolant :

$$\begin{cases} J = n \times [H^+ - H^-] = 0 & \text{sur } D_i \\ J = J_0 & \text{sur } D_s \\ E = 0 & \text{sur } D_m \end{cases} \quad (II.35)$$

Le vecteur \vec{n} est la normale à la surface H^+ et H^- sont les champs magnétiques de part et d'autre de la surface. Pour les quatre cas présentés par le tableau 2.4. Ce qui nous donne pour chaque cas, l'équation intégrale à résoudre, obtenue par application de la loi des mailles et la loi des nœuds.

Cas	Fonction d'essai	Source	Equation intégrale
1	J_e	J_0	$\hat{Z}.J = \hat{Z}.J_0$
2	E_e	J_0	$\hat{Y}.E_e = J_0$
3	J_e	E_0	$\hat{Z}.J_e = E_0$
4	E_e	E_0	$\hat{Y}.E_e = \hat{Y}.E_0$

Tableau 2.4 Equations intégrales

Remarques

Il est plus judicieux de choisir les schémas où la grandeur d'essai et la source sont définies dans le même domaine. C'est à dire les cas 2 et 3. Pour le cas 2, la grandeur d'essai E_e est non nulle sur l'isolant et la source J_0 est également définie sur l'isolant. On évite ainsi la présence de l'opérateur Z ou \hat{Y} dans le second terme.

Ces équations sont résolues par la méthode des moments [23]-[26] et plus précisément la procédure de Galerkin. Cette dernière est un cas particulier de la méthode de moment où la base des fonctions d'essai et la base des fonctions poids (ou de pondérations) sont les mêmes.

II.4.5 RESOLUTION ET CALCUL DE L'IMPEDANCE

La résolution des équations intégrales est effectuée par application de la méthode de Galerkin, qui les transforme en système d'équations linéaires. Dans le cas de problèmes inhomogènes, nous aurons une équation matricielle de la forme :

$$[A][X] = [B] \quad (\text{II.36})$$

Exemple : Pour le cas n°1 du tableau de la figure 2.10 :

- La densité de courant exprimée dans une base de fonction d'essai g_q :

$$J_e = \sum_q x_q g_q \quad (\text{II.37})$$

- L' équation intégrale:

$$\hat{Z} \cdot J_e = \hat{Z} \cdot J_0 \quad (\text{II.38})$$

Avec: $J_0 = I_0 J_0$, $I_0=1$

- L'application de la méthode de Galerkin :

$$\langle g_p \cdot \hat{Z} \cdot J_e \rangle = \langle g_p \cdot \hat{Z} \cdot J_0 \rangle \quad (\text{II.39})$$

-Les éléments du système matriciel sont donnés par les relations:

$$A_{pq} = \langle g_p \cdot \hat{Z} \cdot g_q \rangle \text{ et } B_p = \langle g_p \cdot \hat{Z} \cdot j_0 \rangle \quad (\text{II.40})$$

Avec le produit scalaire (Annexe A) défini par:

$$\langle f_m \cdot f_n \rangle = \iint_s f_m f_n^* ds = \delta_{mn} \quad (\text{II.41})$$

Et δ_{mn} désigne le Kronecker delta et (*) le complexe conjugué.

La résolution du système défini précédemment permet la détermination des composantes x_q . La densité de courant étant calculée, l'impédance vue de la source peut être déduite [26] :

$$Z_e = \frac{\langle J_0 \cdot E^* \rangle_{D_s}}{\langle J_0 \cdot J_0^* \rangle_{D_s}} \quad (II.42)$$

Dans le cas d'une source de champ, l'admittance d'entrée est donnée par la relation suivante:

$$Y_e = \frac{\langle E_0 \cdot J^* \rangle_{D_s}}{\langle E_0 \cdot E_0^* \rangle_{D_s}} \quad (II.43)$$

Les deux relations (II.42) et (II.43) sont des formes variationnelles.

Pour les autres cas, les systèmes d'équations sont donnés par le tableau ci-après :

Cas	Fonction intégrale	Système d'équation à résoudre	Impédance d'entrée Z_e ou admittance d'entrée Y_e
1	$\hat{Z} \cdot J_e = \hat{Z} \cdot J_0$	$\sum_q \langle g_p \cdot \hat{Z} g_q \rangle \cdot x_q = \langle g_p \cdot \hat{Z} j_0 \rangle \forall p$	$Z_e = \frac{\langle J_0 \cdot E^* \rangle_{D_s}}{\langle J_0 \cdot J_0^* \rangle_{D_s}}$
2	$\hat{Y} \cdot E_e = J_0$	$\sum_q \langle g_p \cdot \hat{Y} g_q \rangle \cdot x_q = \langle g_p \cdot j_0 \rangle \forall p$	$Z_e = \frac{\langle J_0 \cdot E_e^* \rangle_{D_s}}{\langle J_0 \cdot J_0^* \rangle_{D_s}}$
3	$\hat{Y} \cdot J_e = E_0$	$\sum_q \langle g_p \cdot \hat{Z} g_q \rangle \cdot x_q = \langle g_p \cdot e_0 \rangle \forall p$	$Y_e = \frac{\langle E_0 \cdot J_e^* \rangle_{D_s}}{\langle E_0 \cdot E_0^* \rangle_{D_s}}$
4	$\hat{Y} \cdot E_e = \hat{Y} \cdot E_0$	$\hat{Y} \cdot E_e = \hat{Y} \cdot E_0$	$\sum_q \langle g_p \cdot \hat{Y} g_q \rangle \cdot x_q = \langle g_p \cdot \hat{Y} e_0 \rangle \forall p$

Tableau 2.5 Expressions des systèmes d'équations et des impédances vues de la source.

Remarques sur le calcul des impédances réelles vue d'une source localisée

L'impédance vue d'une source localisée n'a de sens que dans le cas du mode TEM. En effet, l'impédance peut être exprimée par le rapport d'une tension par un courant. Considérons le domaine D_s représenté par la figure 2.7.

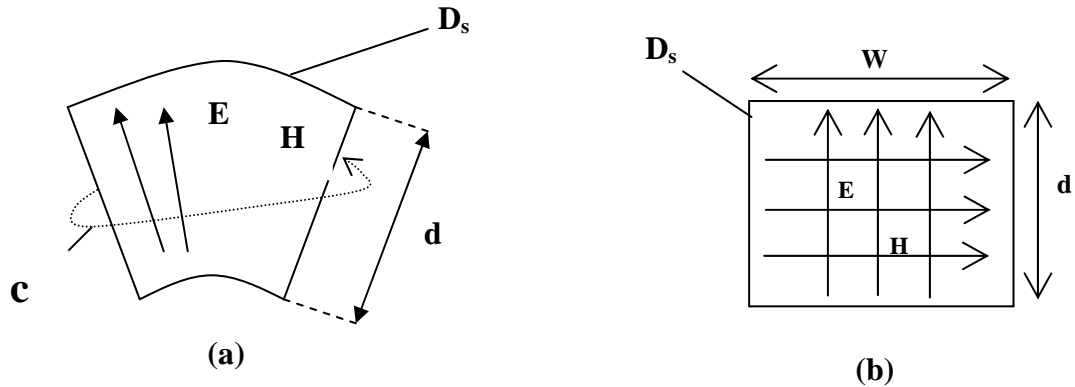


Figure 2.7 Domaine de définition de la source

Dans le cas des figures 2.7a et 2.7b, les lignes de champs sont uniformes.

Ainsi, la tension V et le courant I , peuvent être calculés et par conséquent l'impédance Z_e .

$$V = \int E \cdot dl \quad \text{et} \quad I = \oint_C H \cdot dl \quad (\text{II.44})$$

$$Z_e = \frac{V}{I} \quad (\text{II.45})$$

Pour calculer l'impédance vue d'un mode autre que le mode TEM, Il est préférable de se référer aux relations (II.42) et (II.43). En toute rigueur il faudrait multiplier ces relations par un facteur de forme dû aux dimensions de D_s [15].

Dans notre cas, nous ne prendrons que des domaines rectangulaires ou carrés. Ce facteur de forme ne sera autre que le rapport entre les dimensions de la source (rapport de la longueur sur la largeur du domaine de la source). Nous l'omettrons dans les expressions des impédances. Ceci ne sera pas important dans la mesure où nous montrerons dans un prochain chapitre que l'impédance que nous calculons n'est pas l'impédance vue du mode fondamental.

II.4.6 IMPEDANCE LOCALISEE

Considérons maintenant une impédance localisée, c'est à dire une impédance qui est définie sur un domaine D_z de D (figure2..8).

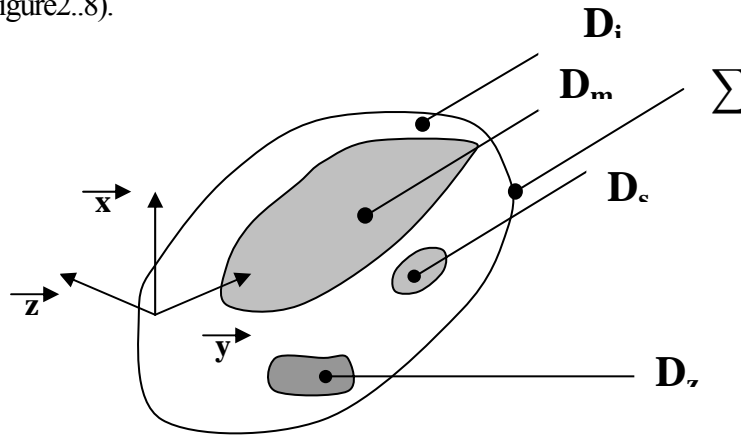


Figure 2.8 Le circuit planaire partagé en plusieurs domaines

$$D_i \cup D_m \cup D_z = D .$$

L'analyse dans ce cas est similaire aux cas précédents. Il s'agit tout d'abord de se donner:

- une base de fonctions d'essai,
- une source et son domaine de définition,
- l'impédance localisée et son domaine de définition.

De nombreuses configurations sont possibles. Mais d'après les règles établies précédemment, il s'agira d'introduire le concept d'impédance localisée tout en satisfaisant les schémas équivalents.

Exemple

Grandeur	Domaine de définition	Expression
Source	D_s sous domaine du métal	E_0
Impédance	D_z sous domaine du métal	$Z(y,z)$
Fonction d'essai	non nulle sur D_m et nulle ailleurs	J_e

Le schéma équivalent correspondant est donné par le tableau 2.6.

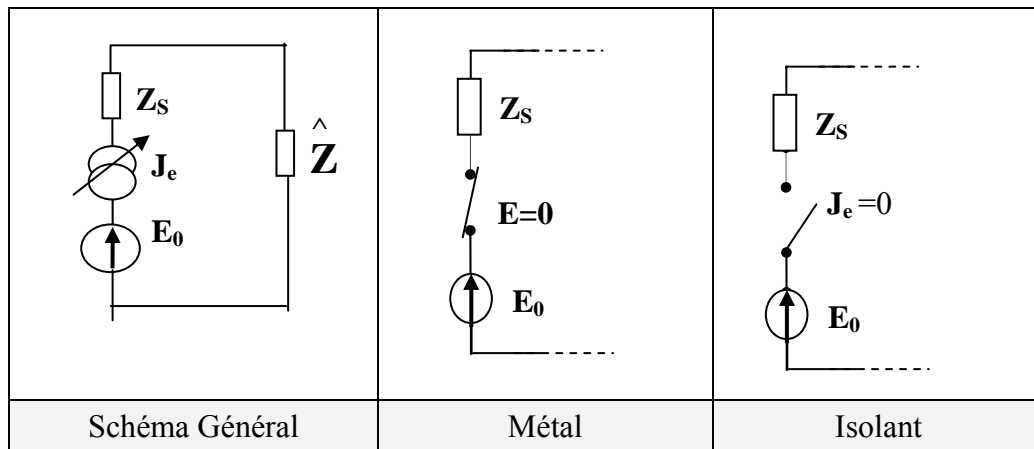


Tableau 2.6 Schéma équivalent avec une impédance localisée

L'équation intégrale obtenue par application de la loi des mailles et la loi des nœuds au circuit représenté par la Figure 2.14 est de la forme ci-après.

$$(\hat{Z} + Z_s) J_e = E_0 \tag{II.46}$$

Ou encore la représentation du système d'équations linéaires:

$$\sum_q \langle g_p \cdot (\hat{Z} + Z_s) g_q \rangle x_q = \langle g_p, e_0 \rangle \forall p \tag{II.47}$$

Nous pouvons remarquer que seul le terme de A_{pq} est modifié dans ce cas par rapport au cas ou il n'y a pas d'impédance de surface localisée.

Dans chaque cas il faudra écrire les équations intégrales et vérifier les compatibilités lors du passage d'un domaine à l'autre.

II.5 CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre un formalisme souple et synthétique permettant de traduire par un schéma équivalent, un grand nombre de problèmes en électromagnétisme

rencontrés dans l'étude de discontinuités. Ce formalisme s'inscrit dans la lignée des travaux réalisés [13]-[18]. Etendu dans le cas de problèmes (circuits planaires) excités, nous avons pu définir les règles de compatibilités entre les différents concepts: fonction d'essai généralisée, sources et impédance localisées.

Ainsi, traduire les conditions aux limites en termes de schémas équivalents offre l'avantage de ramener l'écriture du problème à l'écriture des lois classiques d'un circuit électrique; loi des noeuds et loi des mailles.

En se fixant un cadre et une méthode pour la formulation d'un problème, l'application de discontinuités sera plus aisée. Les règles présentées dans la première partie de notre travail vont être abondamment utilisées tout au long de notre étude.

III.1. INTRODUCTION

Différentes méthodes numériques ont été utilisées dans la caractérisation et la modélisation des structures microondes : les éléments finis, la méthode des différences finis ainsi que la méthode intégrale qui a été retenue car elle s'adapte particulièrement aux circuits planaires [27-37]. Parmi les paramètres modélisés, on trouve les discontinuités qui sont inévitables dans les circuits planaires.

Les différentes approximations faites en régime quasi-statique introduisent des erreurs considérables sur la précision des résultats obtenus dans la caractérisation des discontinuités uniaxiales. La fonction de Green scalaire calculée sur une seule dimension ne recouvre pas tous les potentiels créés par les différentes distributions de charge en surface sur le ruban conducteur. Pour palier à ces problèmes, nous présentons un travail permettant de modéliser les différents types de discontinuités de discontinuités planaires par une méthode intégrale à travers l'utilisation des fonctions de Green dyadiques et la détermination d'une base de fonctions d'essai localisées de type Roof-top, dont l'originalité consiste à introduire des sources d'excitation en forme de triangle permettant d'obtenir une meilleure description dans la base de fonctions d'essai en Roof-top et d'aboutir à une convergence rapide de l'impédance d'entrée pour différentes dimensions de la source. De plus, nous avons introduit un quadripôle de couplage (composé d'une impédance en série Z_s , d'une impédance en parallèle Z_p et d'un transformateur n) permettant de traduire la désadaptation qui existe entre les caractéristiques réelles et les celles calculées.

L'application de la transformée de Fourier Rapide à deux dimensions à notre système matriciel a été effectuée. La matrice des moments a été transformée en une suite de formes simples et l'interface discrétisée uniformément suivant les directions x et y . Par conséquent, une réduction rigoureuse du temps de calcul a été obtenue.

III.2 FORMULATION DU PROBLEME

L'écriture des équations de Maxwell sous forme différentielle est exprimée ci dessous :

$$\begin{aligned}
 \text{Rot}\vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}(\vec{r}, t) \\
 \text{Rot}\vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{J} + \frac{\delta\vec{D}}{\delta t}(\vec{r}, t) \\
 \text{Div}\vec{D}(\vec{r}, t) &= \rho(t) \\
 \text{Div}\vec{B}(\vec{r}, t) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

Avec :

\vec{E} : Vecteur champ électrique	[V/m]
\vec{H} : Vecteur champ magnétique	[A/m]
\vec{B} : Vecteur induction magnétique	[T]
\vec{D} : Vecteur déplacement	[As/m ²]
\vec{J} : Vecteur densité de courant	[A/m]
ρ : densité de charge	[As/m ²]
σ : Conductivité	[S/m]
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ Permittivité complexe	[As/Vm]
$\mu = \mu_r \mu_0$ Perméabilité complexe	[Vs/Am]

A la surface séparant deux milieux différents, les relations de continuité sont données comme suit:

$$\begin{aligned}
 \vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \\
 \vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= \vec{J}_s \\
 \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) &= \rho_s \\
 \vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{III.2}$$

La formulation du problème réside dans la détermination des composantes longitudinales des champs en utilisant l'équation d'HELMHOLTZ dans le domaine spectral :

$$\frac{\delta^2}{\delta^2 y^2} \begin{Bmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{H}_z \end{Bmatrix} - (\alpha_n^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu \epsilon) \begin{Bmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{H}_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{III.3})$$

On considère une discontinuité de type « interruption de ligne (Gap) » et une autre discontinuité de type « Coude » dans une structure planaire blindée (Figure 3.1a et 3.1b)

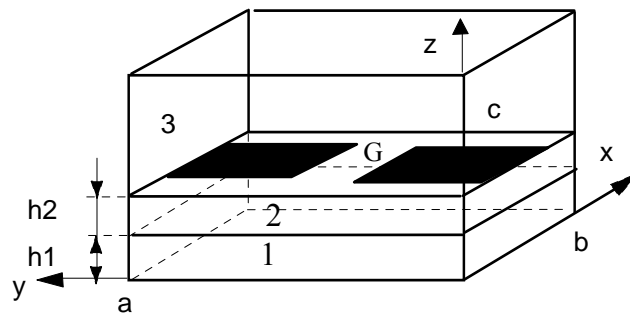


Figure 3.1a : Discontinuité de type « Gap »

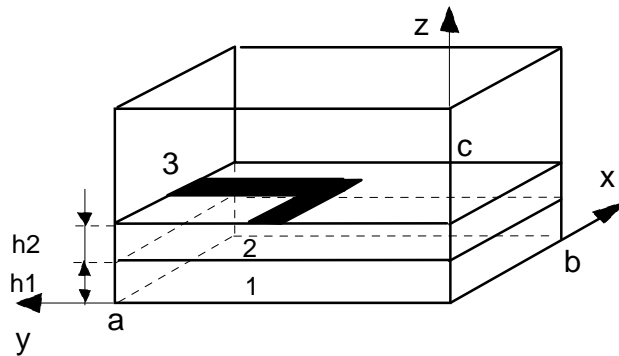


Figure 3.1b : Discontinuité de type « Coude »

Les composantes tangentielle du champ électrique dans le domaine spectral \tilde{E}_x et \tilde{E}_y , exprimées en termes de courant de surface J_x et J_y , sont obtenues [4], [6] à partir de celles issues des trois régions diélectriques (figures 3.1a et 3.1b). Les conditions aux limites étant satisfaites et en tenant compte des conditions de continuité aux interfaces entre régions [36], il vient:

$$E_x = \sum_m \sum_n \tilde{G}_{11} \int J_x(x', y') \cos k_{xm} x' \sin k_{yn} y' dx' dy' \cos k_{xm} x \sin k_{yn} y + \sum_m \sum_n \tilde{G}_{12} \int J_y(x', y') \sin K_{xm} x' \cos K_{yn} y' dx' dy' \cos K_{xm} x \sin K_{yn} y \quad (III.4a)$$

$$E_y = \sum_m \sum_n \tilde{G}_{21} \int J_x(x', y') \cos k_{xm} x' \sin k_{yn} y' dx' dy' \sin k_{xm} x \cos k_{yn} y + \sum_m \sum_n \tilde{G}_{22} \int J_y(x', y') \sin K_{xm} x' \cos K_{yn} y' dx' dy' \sin K_{xm} x \cos K_{yn} y \quad (III.4b)$$

où \tilde{G}_{11} , \tilde{G}_{12} , \tilde{G}_{21} et \tilde{G}_{22} représentent les transformées de Fourier des fonctions de Green dyadiques telles que déterminées par Jansen [36 -37], et (x', y') représente l'emplacement de la source .

III.2.1 Fonctions de Green dyadiques

Les fonctions de Green dyadiques appelées fonctions de Green vectorielles sont utilisées pour résoudre des problèmes multidimensionnels ainsi que des problèmes vectoriels.

Pour notre application les fonctions de Green [36 -37] choisies sont :

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{11} &= F_{mn} XY_{mn} = F_{mn} (K_{xm}^2 X_{mn} + K_{yn}^2 Y_{mn}) \\ \tilde{G}_{12} &= \tilde{G}_{21} = F_{mn} K_{yn} Z_{mn} = F_{mn} K_{xm} K_{yn} Z_{mn} \\ \tilde{G}_{22} &= F_{mn} YX_{mn} = F_{mn} (K_{yn}^2 X_{mn} + K_{xm}^2 Y_{mn}) \end{aligned} \quad (III.5)$$

Avec :

$$F_{mn} = L_{mn} \left(\frac{jw\epsilon_0}{ab} \right) \quad \text{avec : } w = 2\pi f \quad \text{et} \quad \begin{cases} f : \text{la frequence} \\ a : \text{longueur de la ligne} \\ b : \text{largeur de la ligne} \end{cases}$$

$$L_{mn} = \begin{cases} 4 & \text{si } m \text{ et } n > 0 \\ 0 & \text{si } m \text{ et } n = 0 \\ 2 & \text{si } \begin{cases} m \neq 0 \text{ et } n = 0 \\ \text{ou } m = 0 \text{ et } n \neq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Avec : $K_{xm} = m \frac{\pi}{a}$ et $K_{yn} = n \frac{\pi}{b}$: variables de Fourier discrète

$$X_{mn} = \frac{R_{mn}}{(K_{xmn}^2 + K_{ymn}^2)U_{mn}}, \quad Y_{mn} = \frac{S_{mn}}{(K_{xmn}^2 + K_{ymn}^2)V_{mn}},$$

$$Z_{mn} = X_{mn} - Y_{mn}, \quad R_{mn} = \frac{T_{mn1}}{\varepsilon_1} + \frac{T_{mn2}}{\varepsilon_2}, \quad S_{mn} = K_0^2 \left(\frac{T_{mn1}}{K_{zmn1}^2} + \frac{T_{mn2}}{K_{zmn2}^2} \right),$$

$$U_{mn} = 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{T_{mn1} T_{mn2}}{K_{zmn2}^2} + \frac{\varepsilon_3}{T_{mn3}} \left(\frac{T_{mn1}}{\varepsilon_1} + \frac{T_{mn2}}{\varepsilon_2} \right),$$

$$V_{mn} = 1 - \frac{T_{mn1} T_{mn2}}{K_{zmn1}^2} + \frac{K_{zmn3}}{T_{mn3}} \left(\frac{T_{mn1}}{K_{zmn1}^2} + \frac{T_{mn2}}{K_{zmn2}^2} \right)$$

Avec:

$$T_{mn1} = K_{zmn1} \operatorname{tg}(K_{zmn1} H_1)$$

$$T_{mn2} = K_{zmn2} \operatorname{tg}(K_{zmn2} H_2)$$

$$T_{mn3} = K_{zmn3} \operatorname{tg}(K_{zmn3} H_3)$$

Avec:

$$K_{zmn1} = [K_0^2 \varepsilon_1 - (K_{xm}^2 + K_{yn}^2)]^{1/2}$$

$$K_{zmn2} = [K_0^2 \varepsilon_2 - (K_{xm}^2 + K_{yn}^2)]^{1/2}$$

$$K_{zmn3} = [K_0^2 \varepsilon_2 - (K_{xm}^2 + K_{yn}^2)]^{1/2}$$

$$K_0^2 = \frac{W^2}{V^2}$$

III.2.2 Discrétisation par des éléments de type Roof top

Les Roof-tops sont des fonctions rectangulaires bidimensionnelles obtenues à partir du produit d'une fonction triangle (Figure 3.2a) par une fonction rectangle (Figure 3.2b).

Les expressions de définition des fonctions Roof-tops sont :

$$J_{uu}(u, u_k) = \begin{cases} \frac{u - u_k}{\Delta u} + 1 & u_k - \Delta u < u < u_k \\ \frac{u_k - u}{\Delta u} + 1 & u_k < u < u_k + \Delta u \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad u = x \text{ ou } y \quad (\text{III.6a})$$

$u = x \text{ or } y$

$$J_{uv}(v, v_k) = \begin{cases} 1 & v_k - \frac{\Delta v}{2} < v < v_k + \frac{\Delta v}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.6b})$$

$uv = xy \text{ or } yx$

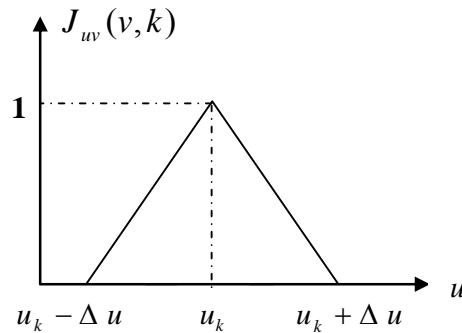


Figure 3.2a : Roof-Top: Fonction triangle

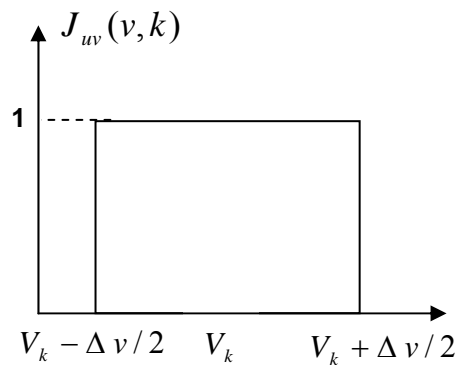


Figure 3.2b: Roof-Top: Fonction rectangle

En discrétisant le ruban conducteur en M cellules de longueur Δx et N cellules de longueur Δy selon respectivement les directions x et y , l'écriture mathématique de définition des roof-tops est exprimée comme suit :

$$J_{sm}(m,n) = R \left[\frac{y - n \frac{\Delta y}{2}}{\Delta y} \right] T \left[\frac{x - m \Delta x}{\Delta x} \right] \bar{e}_x \quad \begin{cases} m = 1, \dots, M \\ n = 1, \dots, N \end{cases} \quad (III.7a)$$

$$J_{sx}(m,n) = R \left[\frac{x - m \frac{\Delta x}{2}}{\Delta x} \right] T \left[\frac{y - n \Delta y}{\Delta y} \right] \bar{e}_y \quad \begin{cases} m = 1, \dots, M \\ n = 1, \dots, N \end{cases} \quad (III.7b)$$

Avec :

$$R(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } |u| \leq \frac{\Delta u}{2} \\ 0 & \text{si } |u| > \frac{\Delta u}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad T(u) = \begin{cases} 1 - \frac{|u|}{\Delta u} & \text{si } |u| \leq \Delta u \\ 0 & \text{si } |u| > \Delta u \end{cases} \quad (III.8)$$

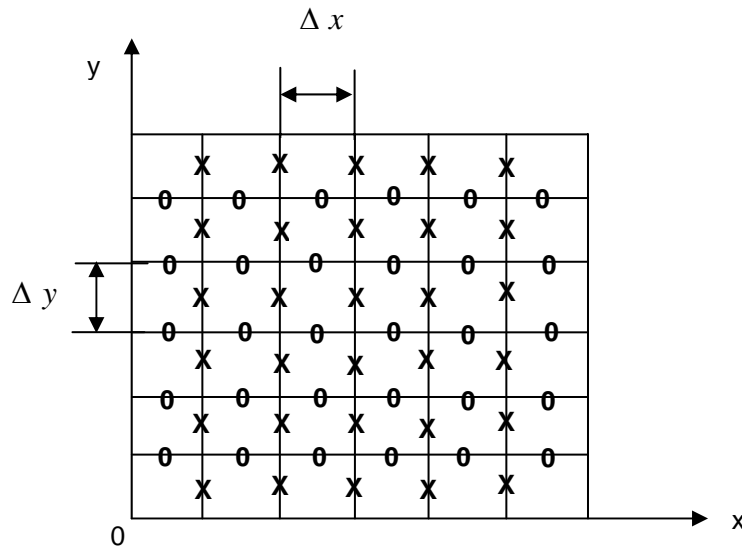


Figure 3.3 : Discrétisation de la surface du ruban conducteur

Dans la figure 3.3, le centre (x_k, y_k) de chaque "Roof-Top" distribué sur l'axe Ox est repéré par un cercle et celui de l'axe Oy par une croix.

III.2.3 Méthode de Galerkin

La partie numérique est effectuée en appliquant la forme de Galerkin de la méthode des moments aux équations fonctionnelles (III.4a et III.4b). Les composantes en x et en y du courant de surface sur le ruban sont exprimées chacune en termes d'une série complète en N_X et N_Y fonctions d'essai :

$$J_{sx}(x, y) = \sum_{k=1}^{N_X} a_{xk} J_{xk}(x, y) \quad J_{sy}(x, y) = \sum_{i=1}^{N_Y} a_{yi} J_{yi}(x, y) \quad (\text{III.9})$$

La distribution totale de densités de courant peut être évaluée approximativement [38] par :

$$J(x, y) = \sum_k a_{xk} J_{xx}(x, x_k) J_{xy}(y, y_k) + \sum_i a_{yi} J_{yx}(x, x_i) J_{yy}(y, y_i) \quad (\text{III.10})$$

D'où, après l'application de la transformée de Fourier :

$$\tilde{J}_u(k_u, k_v) = \tilde{G}_T(\Delta u) \cos(k_u u_k) \tilde{G}_R(\Delta v) \sin(k_v v_k) \quad (\text{III.11})$$

Avec :

$$\tilde{G}_T(\Delta u) = \begin{cases} \frac{2}{\Delta u k_u^2} (1 - \cos(k_u \Delta u)) & \text{si } k_u \neq 0 \\ \Delta u & \text{si } k_u = 0 \end{cases} \quad (\text{III.12a})$$

$$\tilde{G}_R(\Delta v) = \begin{cases} \frac{2}{k_v} \sin(k_v \Delta v / 2) & \text{si } k_v \neq 0 \\ 0 & \text{si } k_v = 0 \end{cases} \quad (\text{III.12b})$$

Dans le domaine spectral les équations (III.4a et III.4b) peuvent être réécrites sous la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{sx} + \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{sy} \\ \tilde{E}_y &= \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{sx} + \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{sy} \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

On porte alors les expressions de J_{sx} et J_{sy} dans le système (III.13) on obtient:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x &= \sum_{k=1}^{N_X} a_{xk} \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xk}(x, y) + \sum_{i=1}^{N_Y} a_{yi} \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{yi}(x, y) \\ \tilde{E}_y &= \sum_{k=1}^{N_X} a_{xk} \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xk}(x, y) + \sum_{i=1}^{N_Y} a_{yi} \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{yi}(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

En appliquant le produit interne, le système devient:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{J}_{xk}, \tilde{E}_x \rangle &= \left\langle \tilde{J}_{xk}, \sum_{k=1}^{N_x} a_{xk} \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xk} \right\rangle + \left\langle \tilde{J}_{xk}, \sum_{i=1}^{N_y} a_{yi} \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{yi} \right\rangle \\ \langle \tilde{J}_{yi}, \tilde{E}_y \rangle &= \left\langle \tilde{J}_{yi}, \sum_{k=1}^{N_x} a_{xk} \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xk} \right\rangle + \left\langle \tilde{J}_{yi}, \sum_{i=1}^{N_y} a_{yi} \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{yi} \right\rangle \end{aligned} \quad (III.15)$$

Finalement, on obtient le système d'équations linéaires suivant:

$$[A][X] = [B] \quad (III.16)$$

où : $[x]$ représente le vecteur contenant les coefficients de la densité de courant J à déterminer à partir de la résolution du système d'équations linéaires.

$[A]$ contient les produits tests et les fonctions de Green dyadiques associées aux conditions aux limites. Les éléments de la matrice $[A]$ peuvent se mettre sous la forme:

$$\begin{aligned} A_{xx}^{ij} &= \sum_m \sum_n \tilde{G}_{mn}^{xx} \cos K_{xm} x_{jx} \sin K_{yn} y_{jx} \cos K_{xm} x_{ix} \sin K_{yn} y_{ix} \\ A_{xy}^{ij} &= \sum_m \sum_n \tilde{G}_{mn}^{xy} \sin K_{xm} x_{jy} \cos K_{yn} y_{jy} \cos K_{xm} x_{ix} \sin K_{yn} y_{ix} \\ A_{yx}^{ij} &= \sum_m \sum_n \tilde{G}_{mn}^{yx} \cos K_{xm} x_{jx} \sin K_{yn} y_{jx} \sin K_{xm} x_{iy} \cos K_{yn} y_{iy} \\ A_{yy}^{ij} &= \sum_m \sum_n \tilde{G}_{mn}^{yy} \sin K_{xm} x_{jy} \cos K_{yn} y_{jy} \sin K_{xm} x_{iy} \cos K_{yn} y_{iy} \end{aligned} \quad (III.17)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{mn}^{xx} &= \tilde{G}_{11} * \tilde{G}_T^2(\Delta x) * \tilde{G}_R^2(\Delta y) \\ \tilde{G}_{mn}^{xy} &= \tilde{G}_{12} * \tilde{G}_T(\Delta y) * \tilde{G}_R(\Delta x) * \tilde{G}_T(\Delta x) * \tilde{G}_R(\Delta y) \\ \tilde{G}_{mn}^{yx} &= \tilde{G}_{21} * \tilde{G}_T(\Delta x) * \tilde{G}_R(\Delta y) * \tilde{G}_T(\Delta y) * \tilde{G}_R(\Delta x) \\ \tilde{G}_{mn}^{yy} &= \tilde{G}_{22} * \tilde{G}_T^2(\Delta y) * \tilde{G}_R^2(\Delta x) \end{aligned} \quad (III.18)$$

Où les \tilde{G}_i représentent les transformées de Fourier des fonctions de Green dyadiques et (\tilde{G}_T, \tilde{G}_R) les transformées de Fourier des fonctions triangles et rectangles des "Roof-tops".

[B] représente le vecteur colonne du produit scalaire des sources en champs et de la fonction test de la nième subdivision.

$$B_{xi} = \iint E_x J_{xi} dx dy \quad (III.19)$$

$$B_{yi} = \iint E_y J_{yi} dx dy$$

Notons que le champ électrique tangential est nul sur le métal sauf là où l'on définit une source d'excitation sur une ou plusieurs cellules dans lesquelles le champ est constant.

III.3 APPLICATION DE LA 2D-FFT

La présente approche utilise deux techniques qui permettent une réduction importante du temps de calcul. La première technique emploie la FFT à deux dimensionse, la seconde permet d'obtenir tous les éléments de la matrice des moments (matrice A)

Dans le but d'employer les procédures de la FFT, la représentation de la matrice des moments doit être transformée en une suite de formes simples. L'interface est discrétisée uniformément dans les directions x et y comme suit [38] :

$$\begin{aligned} x_{ix} &= p_{ix} \Delta x & p_{ix} &= 1, 2, \dots, M-1 \\ x_{iy} &= s_{iy} \Delta y & s_{iy} &= 1, 2, \dots, N \\ x_{ix} &= (p_{ix} + 0,5) \Delta x & p_{ix} &= 0, 1, 2, \dots, M-1 \\ y_{ix} &= (s_{ix} + 0,5) \Delta y & s_{ix} &= 0, 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (III.20)$$

x_{jx}, y_{ix} représentent les coordonnées des crois 'Roof-tops'

x_{iy}, y_{iy} représentent les coordonnées des cercle 'Roof-tops'

Une fois, les équations III.20 déterminées, on aboutit à la matrice des moments symétriques avec $A_{yx} = A_{xy}$. Les éléments de la matrice des moments sont écrites comme suit [38]:

$$\begin{aligned} A_{xx} &= f_{xx}(p_{jx} - p_{ix}, s_{jx} - s_{ix}) - f_{xx}(p_{jx} - p_{ix}, s_{jx} + s_{ix}) \\ &\quad + f_{xx}(p_{jx} - p_{ix}, s_{jx} - s_{ix}) - f_{xx}(p_{jx} - p_{ix}, s_{jx} + s_{ix}) \\ A_{xy} &= f_{xy}(p_{jy} - p_{ix}, s_{jy} - s_{ix}) - f_{xy}(p_{jy} - p_{ix}, s_{jy} + s_{ix}) \\ &\quad + f_{xy}(p_{jy} - p_{ix}, s_{jy} - s_{ix}) - f_{xy}(p_{jy} - p_{ix}, s_{jy} + s_{ix}) \\ A_{yy} &= f_{yy}(p_{jy} - p_{iy}, s_{jy} - s_{iy}) - f_{yy}(p_{jy} - p_{iy}, s_{jy} + s_{iy}) \\ &\quad + f_{yy}(p_{jy} - p_{iy}, s_{jy} - s_{iy}) - f_{yy}(p_{jy} - p_{iy}, s_{jy} + s_{iy}) \end{aligned} \quad (III.21)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 f_{xx}(u, v) &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{xx} \cos \frac{m\pi u}{M} \cos \frac{n\pi v}{N} \\
 f_{xy}(u, v) &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{xy} \sin \frac{m\pi(u+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(v+0,5)}{N} \\
 f_{yy}(u, v) &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{yy} \cos \frac{m\pi u}{M} \cos \frac{n\pi v}{N}
 \end{aligned} \tag{III.22}$$

Les éléments A_{ij} sont obtenus à partir d'une combinaison linéaire des constituants de la FFT.

$$\begin{aligned}
 A_{xx}(u, v) &= f_{xx}(u, v) & u=0,1,2,\dots M & \text{ et } v=0,1,2,\dots N \\
 A_{xy}(u, v) &= f_{xy}(u, v) & u=0,1,2,\dots M & \text{ et } v=0,1,2,\dots N-1 \\
 A_{yy}(u, v) &= f_{yy}(u, v) & u=0,1,2,\dots M & \text{ et } v=0,1,2,\dots N
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

Chacune de ces FFT est décomposée comme suit [38] :

$$\begin{aligned}
 \sum_m \sum_n G_{mn}^{xx} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxee} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
 &+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxeo} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
 &+ (-1)^p \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxoe} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
 &+ (-1)^{(s+p)} \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxoo} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N}
 \end{aligned} \tag{III.24}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_m \sum_n G_{mn}^{xy} \sin \frac{m\pi(p+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(s+0,5)}{N} &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{xyee} \sin \frac{m\pi(p+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(s+0,5)}{N} \\
 &+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xyeo} \sin \frac{m\pi(p+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(s+0,5)}{N} \\
 &+ (-1)^p \sum_m \sum_n G_{mn}^{xyoe} \sin \frac{m\pi(p+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(s+0,5)}{N} \\
 &+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xyoo} \sin \frac{m\pi(p+0,5)}{M} \sin \frac{n\pi(s+0,5)}{N}
 \end{aligned} \tag{III.25}$$

$$\begin{aligned}
\sum_m \sum_n G_{mn}^{xx} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} &= \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxee} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
&+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxeo} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
&+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxoe} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N} \\
&+ (-1)^s \sum_m \sum_n G_{mn}^{xxoo} \cos \frac{m\pi p}{M} \cos \frac{n\pi s}{N}
\end{aligned} \tag{III.26}$$

Avec :

$$G_{mn}^{xxee} = \sum_{i_e} \sum_{j_e} G^{xx}(m + i_e M, n + j_e N)$$

$$G_{mn}^{xxeo} = \sum_{i_e} \sum_{j_o} G^{xx}(m + i_e M, n + j_o N)$$

$$G_{mn}^{xxoe} = \sum_{i_o} \sum_{j_e} G^{xx}(m + i_o M, n + j_e N)$$

$$G_{mn}^{xxoo} = \sum_{i_o} \sum_{j_o} G^{xx}(m + i_o M, n + j_o N)$$

$$G_{mn}^{yyee} = \sum_{i_e} \sum_{j_e} G^{yy}(m + i_e M, n + j_e N)$$

$$G_{mn}^{yyeo} = \sum_{i_e} \sum_{j_o} G^{yy}(m + i_e M, n + j_o N)$$

$$G_{mn}^{yyoe} = \sum_{i_o} \sum_{j_e} G^{yy}(m + i_o M, n + j_e N)$$

$$G_{mn}^{yyoo} = \sum_{i_o} \sum_{j_o} G^{yy}(m + i_o M, n + j_o N)$$

$$G_{mn}^{xyee} = \sum_{i_e} \sum_{j_e} G^{xy}(m + i_e M, n + j_e N) (-1)^{\left(\frac{i_e}{2} + \frac{j_e}{2}\right)}$$

$$G_{mn}^{xyeo} = \sum_{i_e} \sum_{j_o} G^{xy}(m + i_e M, n + j_o N) (-1)^{\left(\frac{i_e}{2} + \frac{j_o}{2}\right)}$$

$$G_{mn}^{xyoe} = \sum_{i_o} \sum_{j_e} G^{xy}(m + i_o M, n + j_e N) (-1)^{\left(\frac{i_o}{2} + \frac{j_e}{2}\right)}$$

$$G_{mn}^{xyoo} = \sum_{i_e} \sum_{j_e} G^{xy} (m + i_0 M, n + j_0 N) (-1)^{\frac{i_0 + j_0}{2}}$$

$$i_e, j_e = 0, 2, 4, \quad \text{et} \quad i_0, j_0 = 1, 3, 5$$

A partir de la, on peut affirmer que la matrice des moments de n'importe quelle géométrie sur l'interface discrétisée peut être construite.

La résolution du système (III.13) permet de déterminer les amplitudes des densités de courant. En imposant une symétrie par un mur électrique et un mur magnétique, on détermine deux impédances Z_{ine} et Z_{imm} , pour respectivement le cas symétrique et le cas antisymétrique L'expression générale de l'impédance d'entrée est [39] :

$$Z_{in} = \left\{ \frac{\langle E_0, J^* \rangle_{D_s}}{\langle E_0, E^* \rangle_{D_s}} \right\}^{-1} \tag{III.27}$$

Puis on détermine la matrice impédance $[Z]$ [39] est définie comme suit :

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{Z_{ine} + Z_{imm}}{2} \quad Z_{12} = Z_{21} = \frac{Z_{ine} - Z_{imm}}{2} \tag{III.28}$$

III.4 ETUDE DE LA CONVERGENCE

III.4.1 Convergence en fonction du nombre de fonctions d'essai et de modes

L'efficacité d'une modélisation est essentiellement liée à la bonne description de la grandeur inconnue. En d'autres termes un bon choix de fonctions d'essai permettra un gain de temps dans le calcul des caractéristiques du circuit. Le nombre de fonctions d'essai nécessaires pour obtenir la convergence représente la dimension matricielle de notre système d'équations à résoudre alors que le nombre de termes de la sommation (m , n) assure la bonne décomposition des fonctions d'essai dans la base des modes de la cavité.

La figure 3.4, nous présente la courbe de convergence de l'impédance en fonction du nombre de fonctions d'essai et du nombre de modes.

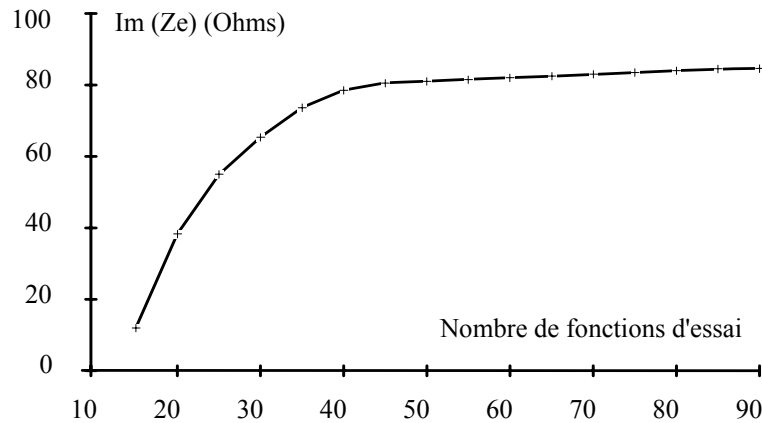


Figure 3.4. Convergence en fonction du nombre de fonctions d'essai

Il est à noter que la convergence est atteinte pour 80 fonctions d'essai en Roof-top et 10000 modes. Notons que plus le nombre de fonctions d'essai utilisé est important, plus grand doit être le nombre de modes afin d'obtenir une matrice qui soit bien conditionnée.

III.4.2 Influence de la forme de la source sur la convergence de l'impédance

Une donnée importante influe sur la convergence des résultats: c'est la nature et la forme de l'excitation utilisée. Le terme B du système matriciel (III.16) sera différent selon l'excitation choisie. B contient la décomposition de la source sur la base de fonctions d'essai. En traçant la valeur de l'impédance pour différentes dimensions de la source en échelon, nous avons remarqué que cette dernière pose des problèmes de convergence. Ceci s'explique par le fait que la source utilisée est mal décrite dans la base des fonctions d'essai en Roof-top. Il est donc nécessaire d'introduire un autre type de source afin d'améliorer les résultats.

L'originalité du travail consiste à introduire une source en forme de triangle; et de démontrer la présence d'un quadripôle de couplage dont le rôle est fondamental dans la résolution du problème.

III.5 INTRODUCTION DE SOURCES D'EXCITATION EN FORME DE TRIANGLE

Différentes formes de sources ont été adoptées dans la littérature pour la modélisation des circuits micro-ondes. Cependant la source échelon est la plus utilisée (voir Figure 3.5a).

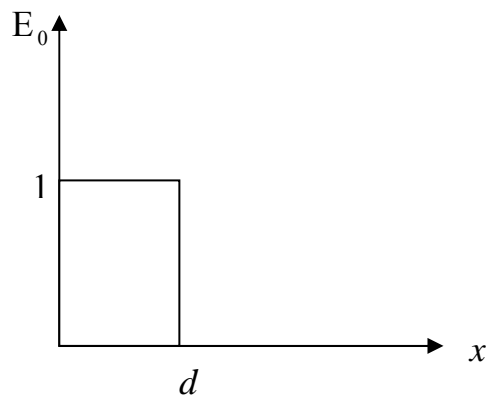


Figure 3.5a. Source échelon

Avec E_0 représente l'amplitude de la source en champ électrique et d la largeur de discrétisation de la source

Dans notre cas, nous avons utilisé une source de forme de triangle, de telle sorte que la variation de E_0 décroît linéairement et est nulle à $x = d$ (voir figure 3.5b).

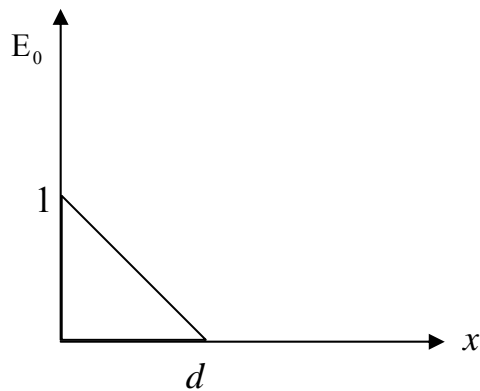


Figure 3.5b Source triangle

III.5.1 Convergence selon la dimension de la source en triangle

En traçant pour différentes dimensions de la source la valeur de l'impédance, nous avons remarqué que plus la dimension est importante, plus les résultats convergent rapidement.

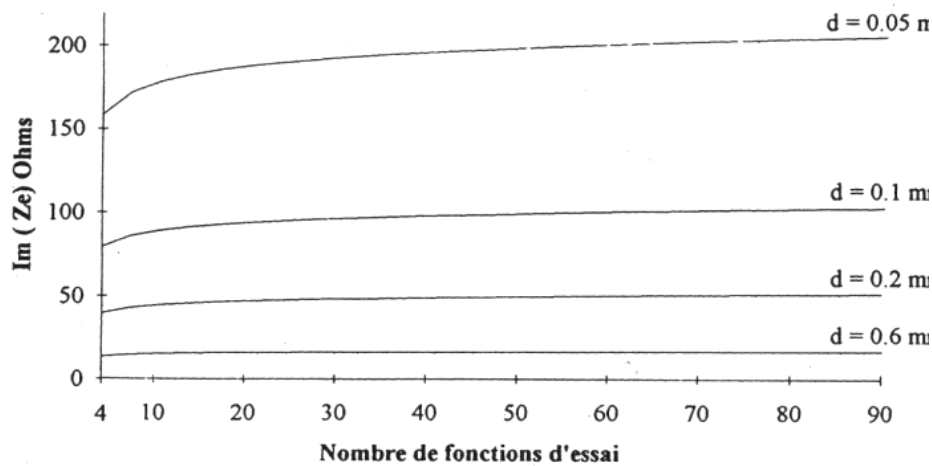


Figure 3.6. Convergence de l'impédance en fonction du nombre de fonctions d'essai pour différentes largeurs de la source

Notons qu'avec l'utilisation de k source triangle, une meilleure description dans la base des fonctions d'essai en Roof-top a été obtenue. Le phénomène de rebondissement du à la variation brutale de la source en Echelon est supprimé. Le terme source dans la résolution du problème converge en $\frac{1}{n^2}$ alors que dans le cas de la source en échelon, il diverge en $\frac{1}{n}$

La variation de l'impédance pour différentes dimensions de la source permet de conclure que plus la dimension de la source, est grande, plus la variation de l'impédance présente des distorsions. Par conséquent il s'agit de caractériser les effets entraînés par de telles sources afin de pouvoir modéliser le circuit.

III.5.2 Les effets de blindage

Nous avons abordé le problème de blindage qui entraîne l'apparition d'un mode d'ordre supérieur propagatif. Il n'y a pas de solution pour l'éliminer, à part de réduire les dimensions de la structure afin d'opérer à des fréquences élevées. Pour cela, nous avons choisi une longueur de la ligne de l'ordre de la longueur d'onde et des dimensions w/b de l'ordre de $1/10$ pour réduire considérablement la dimension matricielle du système et le nombre de termes de la sommation.

III.6 DEVELOPPEMENT DU QUADRIPOLE DE COUPLAGE

Dans le but de valider la formule de l'impédance d'entrée vue de la source, une ligne microruban court-circuitée est étudiée. En assimilant celle-ci à une ligne soumise au régime du mode fondamental, il est possible de comparer les valeurs numériques obtenues par la formule (III.27) avec celle donnée par la formule théorique suivante:

$$Z_{in} = jZ_C \tan \beta L \quad (III.29)$$

Z_C est l'impédance caractéristique de la ligne, β la constante de propagation du mode fondamental et L la longueur de la ligne court-circuitée.

Un calcul numérique rapide montre que les valeurs obtenues à l'aide des équations (III.27) et (III.29) ne sont pas comparables. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'introduire entre la source et le circuit étudié un quadripôle de couplage qui permet de corriger les valeurs obtenues suite au calcul numériques.

Toutes ces impédances Z_{in} en relation avec les longueurs L_i sont corrigées en introduisant un quadripôle de couplage. Cette approche, proposée par S. Pujol [39] est traduite par une relation homographique reliant l'impédance z_2 vue par le mode fondamental et l'impédance vue par la source :

$$Z_{in} = A + \frac{B}{CZ_2 + 1} \quad (III.30)$$

Où A , B et C sont trois paramètres dépendant de la source considérée. Ils sont déterminés par la mesure de Z_{in} pour trois longueurs L_1 , L_2 et L_3 d'une ligne microruban court-circuitée. Ces valeurs sont comparées à $z_2 = j \tan \beta L$. Les longueurs retenues ($3\lambda_g/2$, $5\lambda_g/4$ et $11\lambda_g/8$). Elles permettent de ramener des valeurs simples de l'impédance z_2 vue de la ligne à un court-circuit, un circuit ouvert et une impédance simple ($-j$). En considérant le schéma équivalent du quadripôle de couplage (Figure 3.7), nous notons que A , B et C sont fonctions de Z_p , Z_s et n .

La relation (III.30) peut être traduite par un circuit comportant une impédance en parallèle (Z_p) une impédance en série (Z_s) et un transformateur n .

Les paramètres A, B et C sont fonctions de : Z_p, Z_s et n :

$$A = Z_s, \quad B = \frac{-Z_s^2}{Z_s + Z_p} \quad \text{et} \quad C = \frac{n^2}{Z_s + Z_p}$$

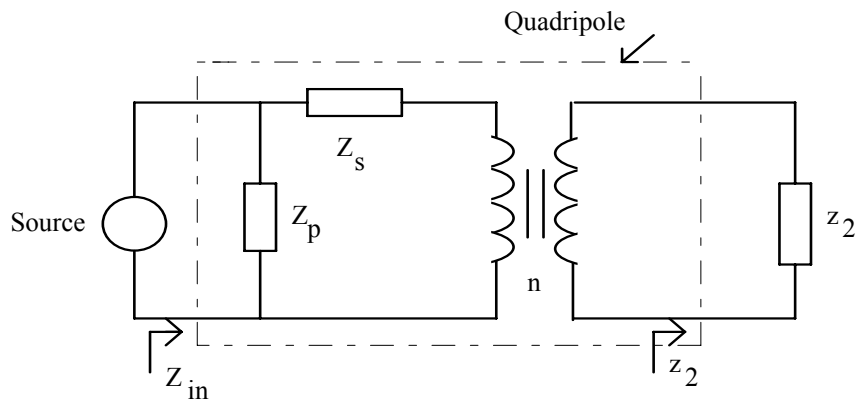


Figure 3.7 :Schéma équivalent du quadripôle de couplage

L'algorithme utilisé suit les étapes chronologiques suivantes:

- Pré-Calcul de la valeur de la constante de propagation β du mode fondamental
- Calcul des valeurs numériques de Z_{in} :

$$\begin{array}{lll} Z_{in1} & \text{pour} & L_1 = 3\lambda_g/2 \\ Z_{in2} & \text{pour} & L_1 = 5\lambda_g/4 \\ Z_{in3} & \text{pour} & L_1 = 11\lambda_g/8 \end{array}$$

- Éléments de la relation homographique :

$$A = Z_{in2}$$

$$B = Z_{in1} - Z_{in2}$$

$$C = \frac{B}{Z_{in3} - A} - 1$$

- Calcul des éléments du quadripôle de couplage

III.7 CALCUL DE LA CONSTANTE DE PROPAGATION

Le calcul est basé sur la vérification des conditions aux limites concernant le champ électromagnétique sur le plan du métal intérieur. Le traitement numérique est effectué en utilisant la méthode de Galerkin. La structure étudiée est une ligne microruban en contact à chaque extrémité avec le boîtier métallique.

Le système à résoudre est de la forme $[A]x = 0$ ou $[A]$ représente la matrice des moments de dimension $(nx) \times (nx)$. La résolution du système $[A]x = 0$ passe par la vérification de la condition $\text{Det}[A] = 0$ pour éviter la solution triviale $[x] = 0$. La condition $\text{Det}[A] = 0$ est une condition de résonance de la ligne microruban. Elle va nous permettre de trouver la valeur de β .

1. Description de la méthode:

Nous disposons de deux paramètres principaux: la fréquence de travail et la longueur a du résonateur. En fixant l'un, nous faisons varier l'autre jusqu'à obtenir $\text{Det}[A] = 0$. Lorsque la solution est obtenue pour une fréquence donnée, la longueur a correspondra à un multiple de $\frac{\lambda_g}{2}$; λ_g étant la longueur d'onde guidée d'un mode.

Nous avons mis en œuvre un programme pour calculer les valeurs de β pour une ligne microruban en contact à chaque extrémité avec le boîtier métallique pour différentes fréquences. Ces valeurs sont utilisées pour le calcul des différentes impédances d'entrée et des éléments du quadripôle de couplage.

Exemple de calcul du quadripôle de couplage pour une ligne court-circuitée

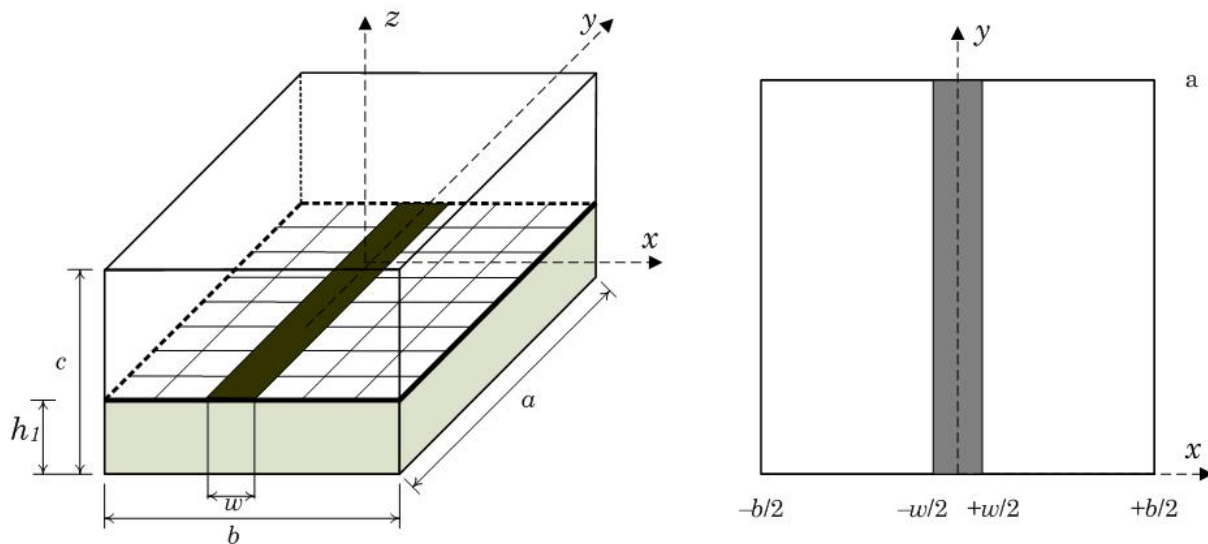


Figure 3.8. Ligne microruban court-circuitée

Dimensions en mm : $a = 1$; $b = 2.5$; $c = 6.985$; $h_1 = 0.635$; $w/h_1 = 1$; $\epsilon_r = 9.7$

Les valeurs des éléments du quadripôle de couplage pour une fréquence de 20 GHz sont:

$$Z_p = 152.459j (\Omega) ; Z_s = -0.0039j (\Omega) \text{ et } n^2 = 58.407$$

Une étude nous a permis de montrer que quelle que soit la fréquence, Z_s reste très faible. Par conséquent, une seule impédance en parallèle est suffisante pour modéliser la discontinuité source-circuit.

ALGORITHME GENERAL

L'algorithme comprend les étapes suivantes:

- 1- Formulation du problème dans le domaine spectral
- 2- Calcul des éléments de la matrice [A]
 - a- Calcul des fonctions de Green dyadiques
 - b- Calcul des fonctions de surface de type Roof-top
 - c- Appel à la procédure de discrétisation
 - d- Appel à la procédure pour le calcul des produits des fonctions test et des fonctions de Green dyadiques associées aux conditions aux limites.
- 3- Calcul des éléments du vecteur colonne [B]
- 4- Résolution du système d'équations $[A] x = [B]$
- 5- Calcul des différentes densités de courant et la densité de courant totale
- 6- Détermination de l'impédance ou de l'admittance d'entrée
- 7- Etude de la convergence et introduction de la source en forme de triangle
- 8- Calcul de la constante de propagation du mode fondamental pour chaque fréquence dans une ligne microruban
- 9- Développement du quadripôle de couplage (Détermination des éléments et du schéma équivalent du quadripôle de couplage pour une ligne microruban court-circuitée)
- 10- Calcul de la matrice impédance
- 11- Détermination des paramètres de diffraction

III.8 APPLICATIONS

III.8.1 Caractérisation (Détermination des paramètres S) de la discontinuité de la coupure microruban 'Gap'

Une fois le quadripôle de couplage déterminé, la matrice impédance corrigée peut être obtenue par (III.28). On aboutit ensuite à la déduction puis des paramètres S.

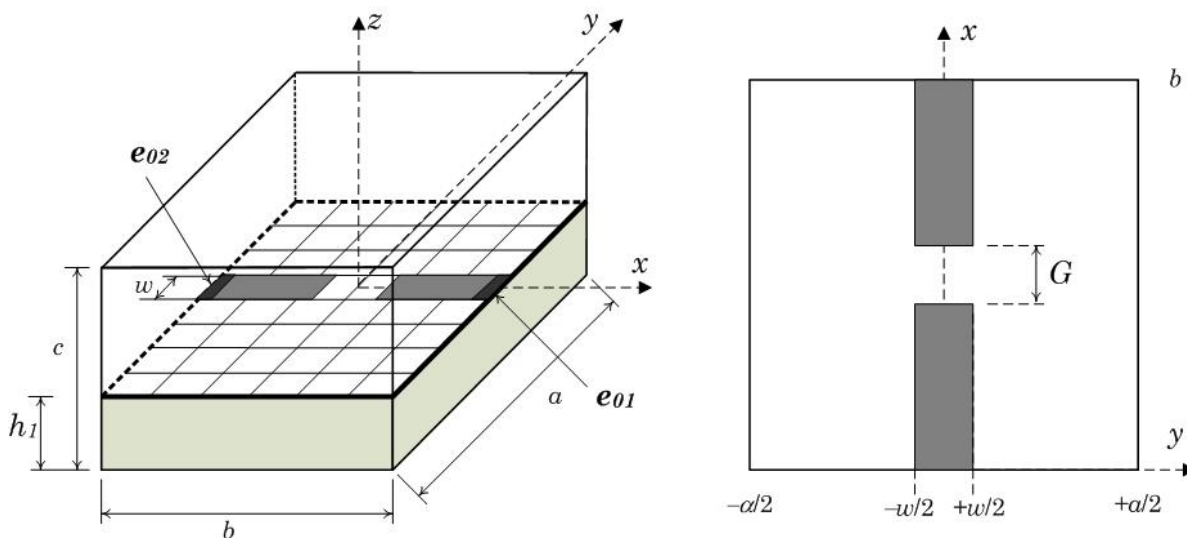


Figure 3.9. Coupure microruban

Dimension en mm : $a = c = 6.35$; $b = 1$; $h_1 = 0.635$; $w/h_1 = 1$; $G = 0.381$

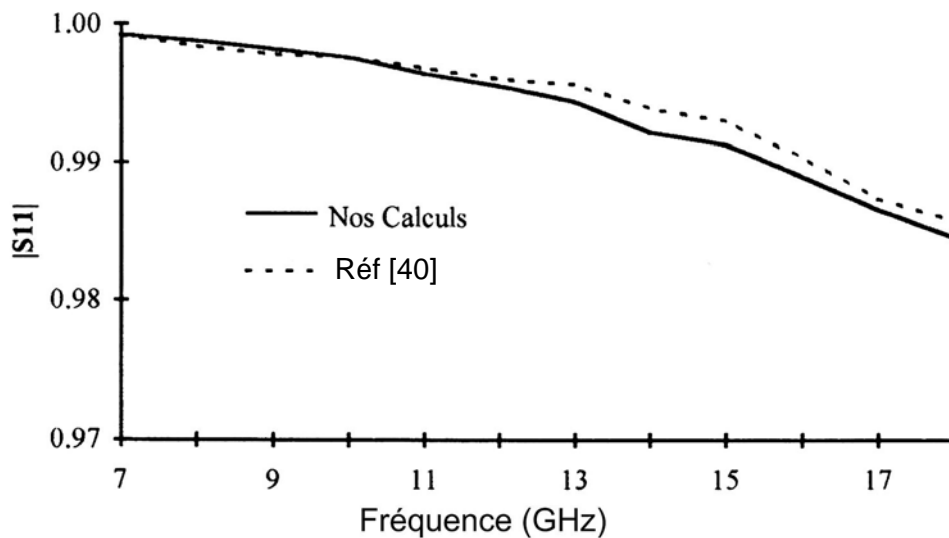


Figure 3.10a. Evolution du module du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap

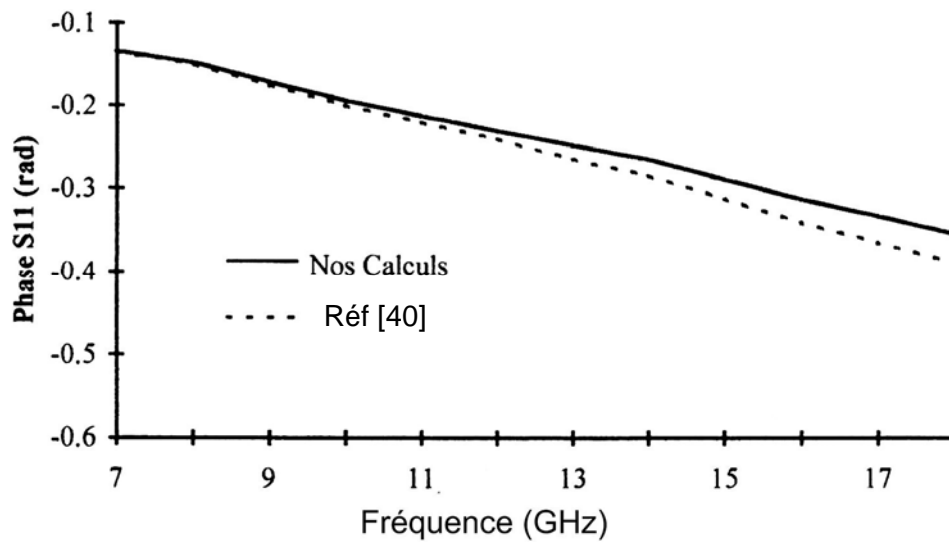


Figure 3.10b. Evolution de la phase du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap

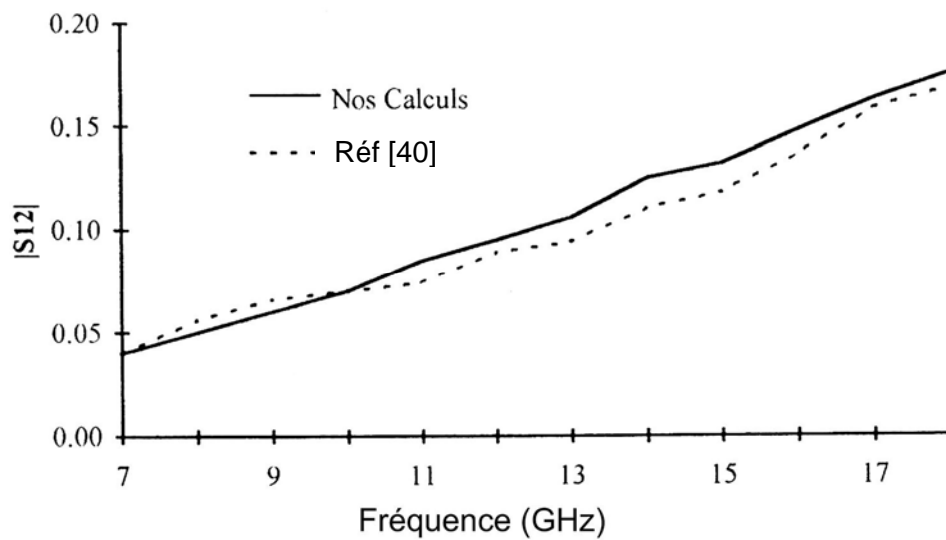


Figure 3.10c. Evolution du module du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap

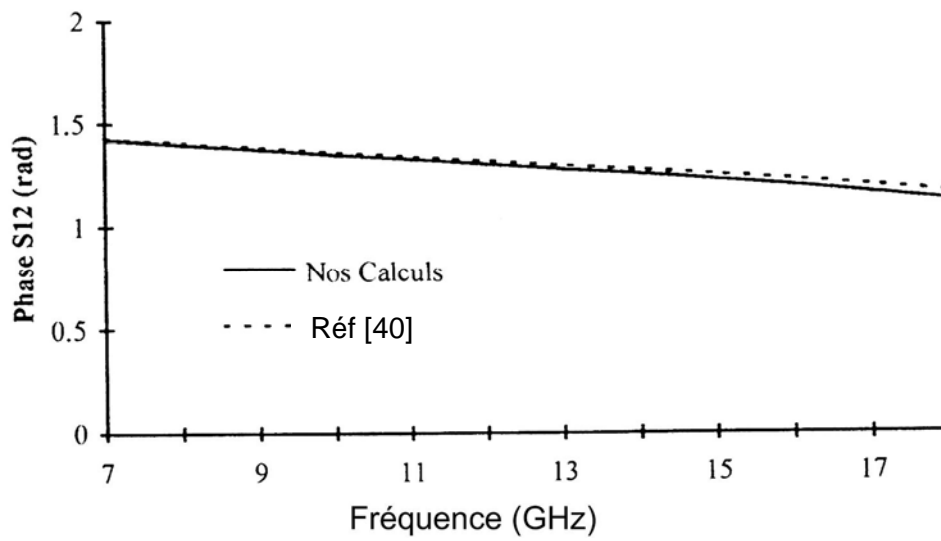


Figure 3.10d. Evolution de la phase du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Gap

III.8.2 Caractérisation (Détermination des paramètres S) de la discontinuité de la microruban coudée 'Coude'

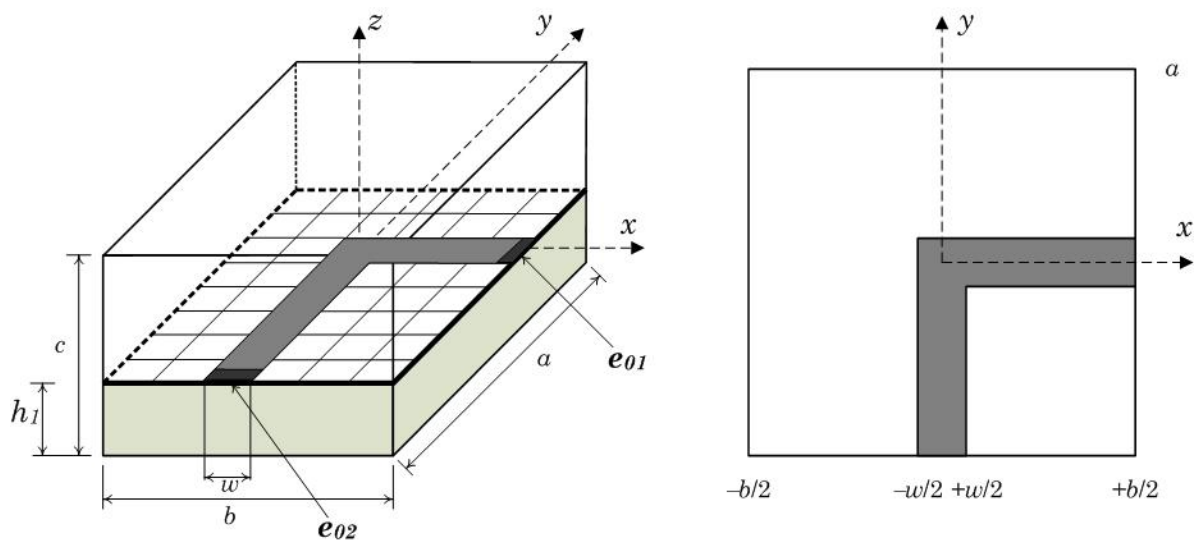


Figure 3.11. Ligne microruban Coudée
 Dimension en mm : $a = b = 12.7$; $c = 3.18$; $h_1 = 0.635$; $w/h_1 = 1$

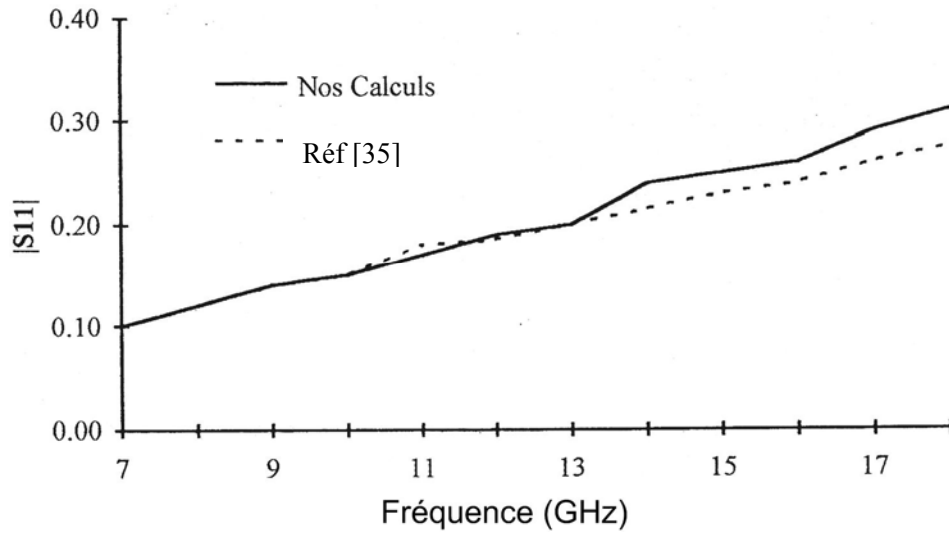


Figure 3.12a. Evolution du module du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude

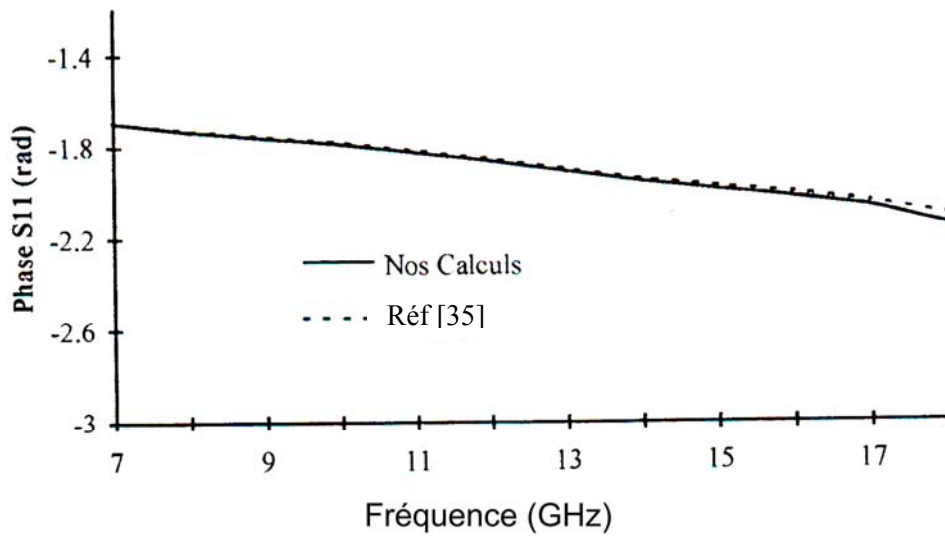


Figure 3.12b. Evolution de la phase du paramètre S_{11} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude

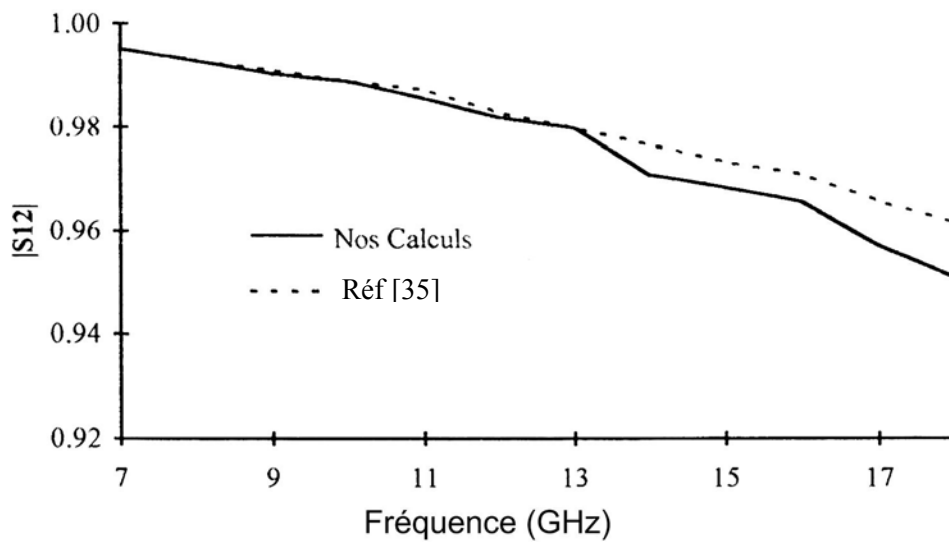


Figure 3.12c. Evolution du module du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude

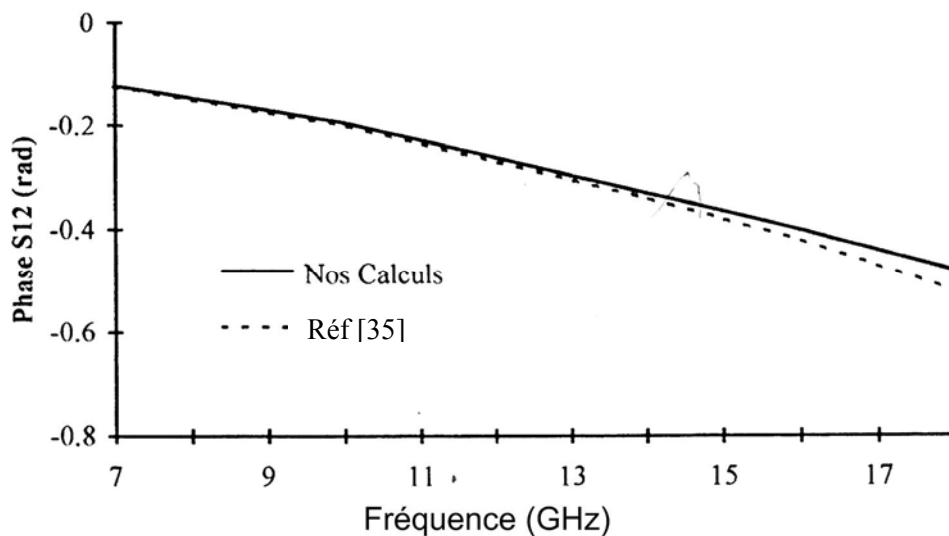


Figure 3.12d. Evolution de la phase du paramètre S_{12} en fonction de la fréquence pour le cas du Coude

Une comparaison des résultats obtenus pour les deux discontinuités Gap (figure 3.9) et Coude (Figure 3.11) avec ceux donnés par [35] et [40] montre une bonne concordance de nos valeurs et ce en considérant 80 fonctions d'essai (Figures 3.10a ; 3.10b; 3.12a et 3.12b). Cependant cette concordance peut être plus accentuée avec une augmentation du nombre de fonctions d'essai.

III.9 CONCLUSIONS

Dans cette première approche, l'analyse de discontinuités planaires (gap et coude) a été effectuée par la méthode d'approche dans le domaine spectral utilisant des fonctions d'essai en Roof-top. Un choix judicieux de sources et l'introduction d'un quadripôle de couplage a permis d'obtenir des paramètres de diffraction (module et argument) en accord avec ceux de la littérature

Le travail effectué jusque là pour la caractérisation et la modélisation des circuits microondes en particulier les deux discontinuités planaires symétriques " la coupure microruban et la ligne microruban coudée" donne des résultats satisfaisants. Un algorithme a été développé autour d'une méthode intégrale qui utilise une base de fonctions d'essai Roof-top dont l'originalité consiste en l'introduction de sources d'excitation en forme de triangle et d'un quadripôle de couplage. La mise en oeuvre de cet algorithme nous a permis la détermination des paramètres S. Une comparaison des résultats obtenus avec la littérature a montré une bonne concordance de nos valeurs et ce en considérant 80 fonctions d'essai et 10000 modes. Une réduction importante du temps de calcul a été obtenue par l'application de la FFT à deux dimensions. Cette étude doit être étendue à d'autres types de lignes de transmission planaires. Notons qu'une approche générale a été mise au point, ce qui nous permet le traitement de différentes structures y compris le cas non symétrique. La méthode consiste à déterminer le système matriciel à partir du schéma équivalent, puis d'effectuer les projections de modes sur la base des fonctions d'essai. Le développement d'autres fonctions d'essai est à envisager pour l'obtention d'une plus grande précision.

IV.1 INTRODUCTION

Nombreuses, sont les méthodes numériques qui ont été développés pour modéliser les composantes hyperfréquences et nombre de publications scientifiques y sont consacrés dans la littérature à savoir les méthodes intégrales et différentielles. Face à la complexité et au développement des composantes hyperfréquences, ces méthodes numériques ont été réajustées pour la mise en œuvre d'une approche itérative.

Dans le cadre présent, une méthode itérative fondée sur le concept d'onde va être présentée. Cette méthode itérative dont les grandes lignes ont été dévoilées à la communauté scientifique par H.Baudrand [41], permet la résolution de problèmes électromagnétiques divers. Elle est proche des méthodes spectrales « S.I.T. » (Spectrale Iterative Technique) [42-53] développées par Bojarski [52], Ko et Mittra [53]. Elle a été également explorée dans un premier temps par M.Azizi [54-56] puis R.S.N'gongo [57-58]. Elle découle directement des formulations intégrales. Le concept d'onde y est introduit pour traduire les conditions aux limites et les relations de continuité sur les différentes régions de l'interface. Le principe de cette méthode est de mettre en relation les ondes incidentes et les ondes réfléchies dans les milieux autour de la discontinuité en exprimant la réflexion dans le domaine modal et la diffraction dans le domaine spatial. Pour passer rapidement d'un domaine à l'autre, le processus itératif utilise la FMT (Fast Modal Transform) composée en partie par la FFT (transformée de Fourier rapide)

La transformée de Fourier rapide en mode est une fonction qui permet de définir les amplitudes des modes TE et TM susceptible de se propager à la périphérie de l'interface de discontinuité. Elle résulte de la projection des composantes transverses des champs électromagnétiques sur les bases de décomposition modales. En effet, toute fonction linéaire ou non linéaire résulte d'une décomposition en série de Fourier de telle sorte que la fonction ainsi reconstituée est définie dans une base de décomposition choisie. Dans les problèmes électromagnétiques, la base doit satisfaire aux conditions aux limites sur les murs bordant la structure à analyser. L'élaboration de la FMT se fera en considérant les murs latéraux avec la contribution FFT. Notons que dans notre étude, la FFT est également exprimée en fonction des murs latéraux. Ces murs ont pour intérêt d'éviter les rayonnements parasites extérieurs qui pourraient affecter le bon fonctionnement de notre structure.

On définit dans un premier temps, le concept d'onde ainsi que le processus de fonctionnement de la méthode itérative. On présentera dans une seconde étape les opérateurs de réflexion et de diffraction. Dans un troisième temps, on donnera les expressions des sources planaires, créées pour les besoins de la simulation. On développera en final les aspects liés à la transformation modale rapide (FMT) qui est l'élément de cohésion de l'ensemble des facteurs cités.

IV.2 BASES THEORIQUES

La méthode itérative qu'on se propose de développer est une méthode de modélisation dédiée aux structures résonnantes. Elle est basée sur le concept d'ondes transverses. Nous allons donner dans ce chapitre les expressions qui régissent la mise en œuvre de cette méthode et expliquer brièvement son fonctionnement et son utilisation.

Pour comprendre la formulation théorique de la méthode itérative, nous considérerons le schéma de la Figure 4.1. Ce schéma représente un circuit planaire actif plaqué sur une lame de diélectrique et enfermé dans un boîtier.

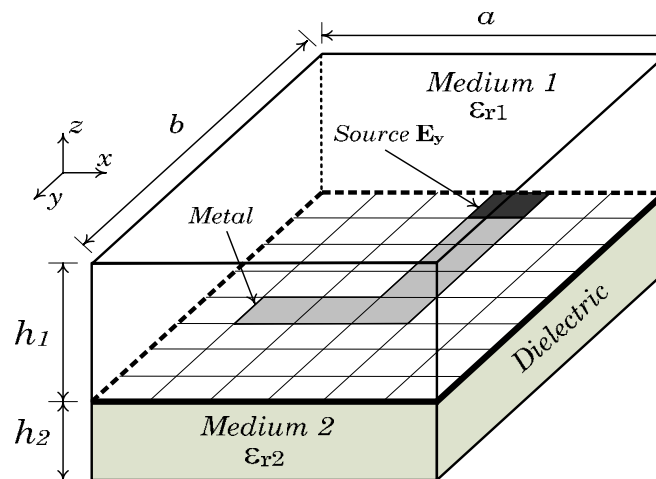


Figure 4.1 : Schéma d'identification des éléments de composition d'un circuit planaire

Le circuit planaire est généralement composé d'une source active également planaire reliée au circuit passif planaire à une faible épaisseur de métallisation. Ces deux éléments sont déposés sur une couche de diélectrique, nommé substrat, de constante diélectrique relative ϵ_{r2} .

Le circuit planaire se trouve donc «pris en sandwich » entre la couche de substrat et le milieu environnant correspondant en général au milieu supérieur qui est dans la plupart des cas de l'air. L'air a une constante diélectrique relative ϵ_{r1} très voisine de un. Le circuit planaire est enfermé dans un boîtier considéré comme infiniment épais pour l'isoler des perturbations électromagnétiques extérieures. Ce boîtier peut-être soit métallique (murs électriques) soit plastique ou d'un milieu différent du substrat (murs magnétiques).

IV.2.1 Le concept d'onde

Une onde est, selon la définition classique que l'on peut trouver dans une encyclopédie, « une déformation qui se propage sur toute la surface d'une nappe d'eau par exemple et qui est caractérisée par une succession de bosses et de creux » [59]. En physique, on définit plutôt une onde par une perturbation, électromagnétique ou non, qui se produit localement dans un milieu élastique et qui se propage dans une direction donnée. Les ondes électromagnétiques ont des composantes transversales, c'est à dire appartenant au plan perpendiculaire à leur direction de propagation. Les vecteurs champs électriques \vec{E} et/ou magnétiques \vec{H} , dont les vibrations caractérisent en général l'onde, constituent ces composantes transversales.

A la suite de ces définitions, il est logique de considérer l'onde comme une combinaison du champ électrique et du champ magnétique. Considérons le domaine fermé Ω de forme quelconque, représenté sur la figure 4.2, sur laquelle s'appuie la surface S contenant les champs \vec{E} et \vec{H} . Ce domaine limitant le milieu i borne le domaine de définition du champ électromagnétique. S a pour normale au point P le vecteur \vec{n} orienté arbitrairement vers l'intérieur du domaine. En fonction du signe de ce vecteur, nous aurons affaire à des ondes incidentes que nous noterons A_i ou à des ondes réfléchies notées B_i .

Sachant que l'indice i représente le milieu de définition de l'onde, ces ondes sont déterminées de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\vec{A}_i &= \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}} \left[\vec{E}_i + Z_{0i} (\vec{H}_i \wedge \vec{z}_i) \right] \\ \vec{B}_i &= \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}} \left[\vec{E}_i - Z_{0i} (\vec{H}_i \wedge \vec{z}_i) \right]\end{aligned}\tag{IV.1}$$

avec Z_{0i} l'impédance d'onde du milieu i et \vec{z}_i l'axe de propagation de l'onde portée par la normale \vec{n} dirigée vers le milieu i .

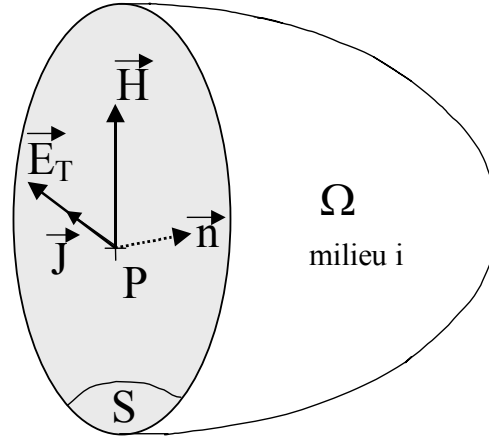


Figure 4.2: Schéma des vecteurs champs sur le domaine Ω

Pour simplifier l'écriture et dans un souci de clarification, la densité de courant superficielle du milieu i est introduite. Ce vecteur (noté \vec{J}_i), est de même nature que le champ magnétique et est défini par la relation suivante :

$$\vec{J}_i = \vec{H}_i \wedge \vec{z}_i \quad (\text{IV.2})$$

Il sera souvent utilisé à la place du champ magnétique car il présente deux avantages :

- C'est un vrai vecteur, alors que le champ magnétique est un pseudo-vecteur.
- Dans un guide en mode TE ou TM, il est colinéaire au champ électrique.

L'équation de définition des ondes (IV.1) devient alors :

$$\vec{A}_i = \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}} [\vec{E}_i + Z_{0i} \vec{J}_i] \quad (\text{IV.3a})$$

$$\vec{B}_i = \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}} [\vec{E}_i - Z_{0i} \vec{J}_i] \quad (\text{IV.3b})$$

On peut obtenir, en combinant les équations précédentes, une définition du champ électrique et de la densité de courant en fonction des ondes incidentes et réfléchies A_i et B_i .

$$\vec{E}_i = \sqrt{Z_{0i}} [\vec{A}_i + \vec{B}_i] \tag{IV.3c}$$

$$\vec{J}_i = \frac{1}{\sqrt{Z_{0i}}} [\vec{A}_i - \vec{B}_i] \tag{IV.3d}$$

IV.2.2 Processus itératif

Le concept d'onde étant défini, nous allons expliciter les relations qui relient les ondes incidentes et les ondes réfléchies.

Le principe d'un procédé itératif se trouve dans la répétition des équations qui le constituent jusqu'à l'obtention de la solution au problème posé. Pour cela, il est obligatoire que toutes les équations soient reliées entre elles et que le résultat de la dernière équation soit une donnée d'entrée de la première.

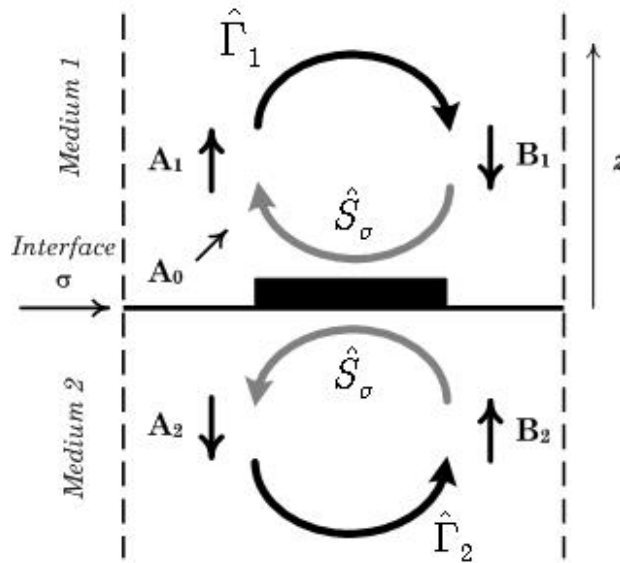


Figure 4.3 : Schématisation du processus itératif

Dans notre cas (figure 4.3), le processus est simplifié au maximum car il ne contient que deux équations principales qui relient directement les ondes incidentes et les ondes réfléchies.

Ces équations sont :

$$\vec{A} = \hat{S} \vec{B} + \vec{A}_0 \quad (\text{IV.4})$$

$$\vec{B} = \hat{\Gamma} \vec{A} \quad (\text{IV.5})$$

où \hat{S} est un opérateur de diffraction au niveau de l'interface diélectrique liant les ondes incidentes aux ondes réfléchies dans le domaine spatial.

$\hat{\Gamma}$ est un opérateur de réflexion liant les ondes réfléchies aux ondes incidentes dans le domaine spectral.

Le circuit étant isolé de l'extérieur par l'intermédiaire du boîtier, seules les ondes incidentes dues à la source plane existent. Ces ondes sont représentées par le vecteur \vec{A}_{0i} qui est défini de la manière suivante pour le milieu i :

$$\vec{A}_{0i} = \frac{\vec{E}_0}{\sqrt{Z_{0i}}} \quad (\text{IV.6})$$

où \vec{E}_0 est le champ électrique total qui est produit par la source d'excitation.

Les ondes incidentes se réfléchissent dans un premier temps sur le capot du boîtier par l'intermédiaire de l'opérateur de réflexion puis vont se diffracter sur l'interface diélectrique pour redonner des ondes incidentes qui alimenteront à nouveau le processus itératif à l'itération suivante (figure 4.3). Cette diffraction est modélisée mathématiquement grâce à l'opérateur \hat{S} qui traduit les phénomènes physiques à l'interface.

Le processus itératif fait donc successivement l'aller retour entre le domaine spatial et le domaine spectral. Pour passer d'un domaine à l'autre, nous utilisons la FMT (Fast Modal Transform) et son inverse. La FMT est une transformée de Fourier modifiée par sa pondération en modes et qui permet de passer du domaine spatial au domaine fréquentiel.

IV.2.3 Détermination de l'opérateur de réflexion $\hat{\Gamma}$

L'opérateur de réflexion qui est exprimé dans le milieu modal est une des causes principales de l'utilisation de ce domaine. En effet, $\hat{\Gamma}$ assure le lien entre les ondes diffractées par la surface de discontinuités A_i et les ondes réfléchies par le capot supérieur et inférieur B_i .

Notons aussi que $\hat{\Gamma}$ possède une propriété particulière qui lui permet d'être utilisé facilement dans le domaine modal. Du fait de la linéarité de la relation existante entre les champs et les ondes, $\hat{\Gamma}$ est diagonal sur la base des modes dans ce domaine.

L'opérateur de réflexion s'exprime sous la forme :

$$\hat{\Gamma} = \frac{1 - Z_{0i} \hat{Y}}{1 + Z_{0i} \hat{Y}} \quad (\text{IV.7a})$$

où Z_{0i} est l'impédance intrinsèque du milieu i et \hat{Y} l'opérateur admittance ramené dans le plan de l'interface diélectrique. $\hat{\Gamma}$ peut également s'exprimer en fonction de ces valeurs propres :

$$\hat{\Gamma} = \sum_{m,n} |f_{mn}^{\text{TE}}\rangle \Gamma_{mn}^{\text{TE}} \langle f_{mn}^{\text{TE}}| + \sum_{m,n} |f_{mn}^{\text{TM}}\rangle \Gamma_{mn}^{\text{TM}} \langle f_{mn}^{\text{TM}}| \quad (\text{IV.7b})$$

Il est, au même titre que \hat{Y} , un opérateur de projection sur les fonctions de la base des modes $|f_{mn}^{\alpha}\rangle$ tel que :

$$\hat{Y} = \sum_{m,n} |f_{mn}^{\alpha}\rangle Y_{mn}^{\alpha} \langle f_{mn}^{\alpha}| \quad (\text{IV.8})$$

avec Y_{mn}^{α} l'admittance de terminaisons ramenée au plan interfaccique.

α est un indice générique notifiant que la variable indicée est dépendante de la nature du mode (TE : transverse électrique ou TM : transverse magnétique).

L'équation IV-7a devient alors :

$$\text{Pour les modes TE :} \quad \Gamma_{mn}^{\text{TE}} = \frac{1 - Z_{0i} Y_{mn}^{\text{TE}}}{1 + Z_{0i} Y_{mn}^{\text{TE}}} \quad (\text{IV.9a})$$

$$\text{Pour les modes TM :} \quad \Gamma_{mn}^{\text{TM}} = \frac{1 - Z_{0i} Y_{mn}^{\text{TM}}}{1 + Z_{0i} Y_{mn}^{\text{TM}}} \quad (\text{IV.9b})$$

L'admittance Y_{mn}^{α} dépend de la hauteur h_i avec $i=1,2$ lié au milieu considéré (figure 4.4).

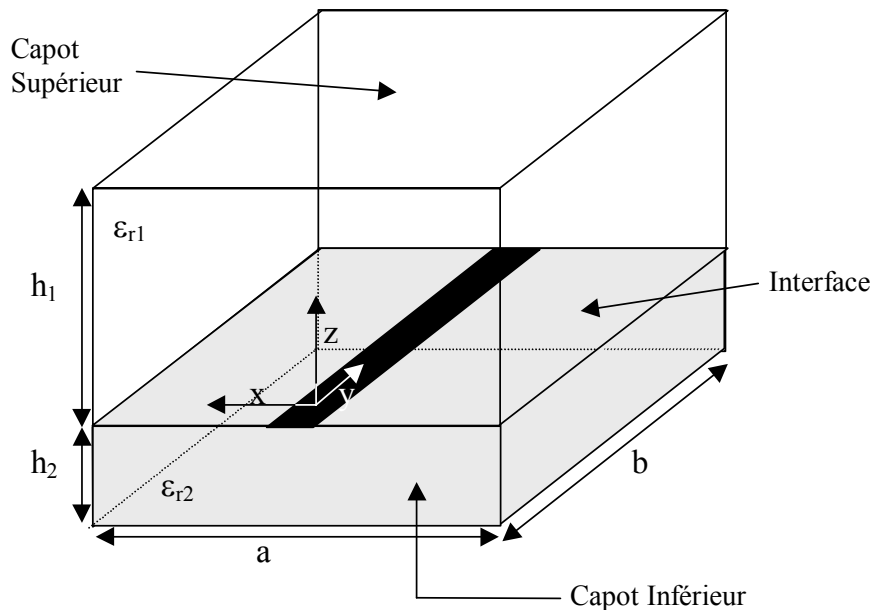


Figure 4.4: Schéma général d'un circuit planaire dans son boîtier

Avec le capot supérieur ou inférieur, on aura : $Y_{mn}^\alpha = Y_{mn}^\alpha(\epsilon_r) * \coth(\gamma_{mn} h_i)$ (IV.10a)

Sans capot (espace libre/guide infini) : $Y_{mn}^\alpha = Y_{mn}^\alpha(\epsilon_r)$ (IV.10b)

Si on se trouve en circuit ouvert : $Y_{mn}^\alpha = Y_{mn}^\alpha(\epsilon_r) * \th(\gamma_{mn} h_i)$ (IV.10c)

$Y_{mn}^\alpha(\epsilon_r)$ est l'admittance du mode $|f_{mn}\rangle$ et dépend de la constante diélectrique relative ϵ_r du milieu considéré. Cette admittance s'exprime pour chaque mode (m,n) de la manière suivante :

Pour les modes TE : $Y_{mn}^{TE}(\epsilon_r) = \frac{\gamma_{mn}}{j\omega\mu_0}$ (IV.11a)

Pour les modes TM : $Y_{mn}^{TM}(\epsilon_r) = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{\gamma_{mn}}$ (IV.11b)

ϵ_0 et μ_0 sont respectivement la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du vide. Dans la suite de ce manuscrit, nous considérerons que la perméabilité magnétique μ sera toujours égale à μ_0 car les éléments que nous utiliserons, ont tous une perméabilité magnétique relative μ_r très voisine de 1. ω est la pulsation et γ_{mn} est la constante de propagation dans le milieu i considéré.

γ_{mn} est exprimée à l'aide de la relation :

$$\left(\gamma_{mn}^2\right) = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2(\epsilon_r)_i \quad (\text{IV.12})$$

où a et b sont les dimensions du boîtier (figure 4.4) et k_0 est le nombre d'onde dans le vide :

$$k_0^2 = \omega\mu_0\epsilon_0 \quad (\text{IV.13})$$

Remarquons que la constante de propagation γ_{mn} est très importante car elle décide de la propagation ou de la non propagation d'une onde via le terme $e^{-\gamma z}$ qui intervient dans l'équation d'Helmoltz (ou équation de propagation des ondes). Si $\gamma_{mn}^2 \geq 0$ alors γ_{mn} est réel et l'onde est évanescence, c'est à dire que l'énergie qu'elle contient va rester localisée autour de la discontinuité qui lui a donné naissance. Dans le cas contraire, γ_{mn} est imaginaire pur et l'onde devient propagative. L'énergie qu'elle transporte va se propager dans le guide d'onde jusqu'à la prochaine discontinuité qu'elle rencontrera.

IV.2.4 Détermination de l'opérateur de diffraction \hat{S}

L'opérateur de diffraction \hat{S} est défini dans le domaine spatial. Il traduit les conditions aux limites et les relations de continuité des champs tangentiels au niveau de l'interface diélectrique. L'opérateur de diffraction est intimement lié à ce qui se passe au niveau de l'interface et particulièrement à la structure géométrique du circuit.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 4.5, un circuit planaire est généralement composé de trois domaines particuliers qui n'ont pas les mêmes conditions aux limites et de continuité. L'opérateur de diffraction \hat{S} est la somme résultante de la résolution des conditions aux limites et de continuité des différents domaines composants l'interface. Cet opérateur doit assurer la continuité physique des champs (ou des ondes) de part et d'autre de l'interface qui sépare les deux milieux diélectriques.

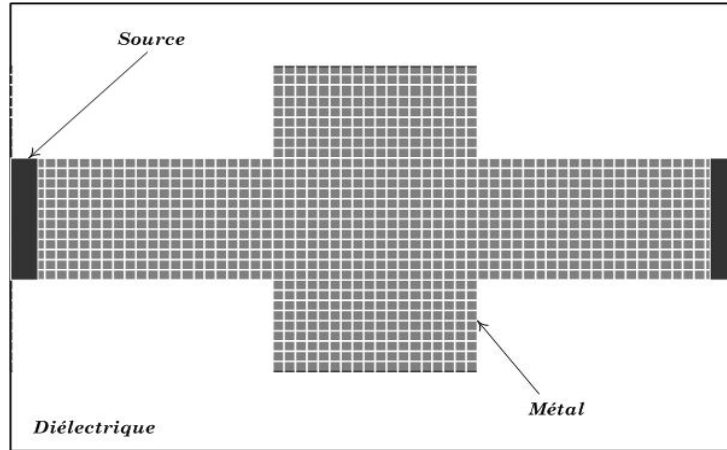


Figure 4.5 : Interface contenant un circuit planaire

Les conditions aux limites s'écrivent avec le concept d'onde :

- Sur la partie métallique :

$$\text{Champ électrique tangentiel } \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{A} = -\vec{B} \Rightarrow \vec{S} = -1 \quad (\text{IV.14})$$

- Sur la partie isolante :

$$\text{Champ magnétique tangentiel } \vec{H} = 0 \Rightarrow \vec{J} = 0 \Rightarrow \vec{A} = \vec{B} \Rightarrow \vec{S} = 1 \quad (\text{IV.15})$$

Des relations (IV.14) et (IV.15), \hat{S} peut s'écrire sous la forme générale suivante

$$\hat{S} = \vec{H}_i - \vec{H}_m \quad (\text{IV.16})$$

IV.2.4.1 Expression de \hat{S} dans Le domaine métallique H_M

Il est formé par une couche infiniment mince de dépôt métallique. Le métal en question est supposé à cette étape avoir une conductivité σ infinie (cas idéal). Il représente les éléments passifs du circuit (self, résistance, capacité ...).

H_M est la fonction indicatrice, représentative du milieu métallique, qui permet de n'appliquer une équation que sur ce domaine précis, tout en excluant les autres domaines, et qui se définit comme un échelon de Heaviside :

$$H_M = \begin{cases} 1 & \text{sur le métal} \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

Sur cette partie de l'interface le champ électrique tangentiel \vec{E}_T s'annule dans chacun des milieux i :

$$\text{Sur } H_M: \quad E_1 = E_2 = 0 \quad (\text{IV.18a})$$

En terme d'onde :

$$E_1 = E_2 = 0 \Rightarrow \sqrt{Z_{01}}(A_1 + B_1) = \sqrt{Z_{02}}(A_2 + B_2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{A}_1 = -\vec{B}_1 \\ \vec{A}_2 = -\vec{B}_2 \end{cases} \quad (\text{IV.18b})$$

Ce qui nous donne en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_M & 0 \\ 0 & -H_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18c})$$

C'est à dire que les ondes sont totalement réfléchies par le métal et que rien n'est transmis à travers cette partie de l'interface.

H_m étant l'échelon de Heaviside défini en (IV.17).

L'opérateur de diffraction \hat{S} qui relie les ondes réfléchies aux ondes incidentes sur H_M est tiré directement de l'équation (IV.18c) tel que :

$$\text{Sur } H_M \quad \hat{S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.18d})$$

Remarquons que tous les vecteurs $\vec{E}_T, \vec{H}_T, \vec{J}, \vec{A}, \vec{B}$ sont des vecteurs formés de deux composantes : l'une selon l'axe des x et l'autre selon l'axe des y (figure 4.4). De plus, ces vecteurs dépendent du milieu dans lequel ils sont calculés. L'indice 1 ou 2 de la variable signale dans quel milieu est valable l'équation. L'indice i signale qu'on est en présence d'une équation valable quel que soit le milieu.

IV.2.4.2 Expression de \hat{S} dans Le domaine diélectrique H_i

C'est le domaine formé par la soustraction des autres domaines à l'ensemble de l'interface. Ce sont, en fait, les morceaux du substrat que peut « voir » l'onde réfléchie B. Ce milieu est nommé H_i et il est formé uniquement par des éléments isolants. H_i est la fonction indicatrice de ce milieu tel que :

$$H_i = \begin{cases} 1 & \text{sur le diélectrique} \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases} \quad (\text{IV.19})$$

Sur ce domaine les conditions aux limites et de continuité des champs tangentiels imposent, cette fois ci, l'annulation de la densité totale de courant et l'égalité des champs électriques tangentiels de chaque coté de l'interface :

$$\text{Sur } H_I : \quad \begin{cases} J_1 + J_2 = 0 \\ E_1 = E_2 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.20a})$$

En terme d'onde :

$$\text{Sur } H_I : \quad \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{Z_{01}}}(A_1 - B_1) + \frac{1}{\sqrt{Z_{02}}}(A_2 - B_2) = 0 \\ \sqrt{Z_{01}}(A_1 + B_1) = \sqrt{Z_{02}}(A_2 + B_2) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{IV.20b})$$

Si les milieux de part et d'autre de l'interface ont la même constante diélectrique ϵ_i , les ondes sont entièrement transmises de part et d'autre du domaine diélectrique de l'interface. Mais dans la plupart des cas, cette condition n'est pas satisfaite. Il faut alors résoudre le système d'équation IV.20b pour pouvoir connaître la part des ondes transmises à travers ce domaine et la part des ondes réfléchies. La résolution de ce système dans les deux domaines nous permet d'obtenir les relations directes IV.20c et IV.20d qui relient sur le domaine diélectrique les ondes incidentes et les ondes réfléchies :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{01}}} & \frac{1}{\sqrt{Z_{02}}} \\ \sqrt{Z_{01}} & -\sqrt{Z_{02}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{Z_{01}}} & \frac{1}{\sqrt{Z_{02}}} \\ -\sqrt{Z_{01}} & \sqrt{Z_{02}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20c})$$

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-N^2}{1+N^2} H_i & \frac{2N}{1+N^2} H_i \\ \frac{2N}{1+N^2} H_i & -\frac{1-N^2}{1+N^2} H_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20d})$$

où A_1 et A_2 sont respectivement les ondes incidentes dans les milieux 1 et 2, et B_1 et B_2 sont les ondes réfléchies. N est le rapport entre les racines carrés des impédances d'ondes relatives aux milieux bordant l'interface, tel que :

$$N = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \quad (\text{IV.21})$$

L'opérateur de diffraction \hat{S} qui relie les ondes incidentes aux ondes réfléchies sur H_i est lu directement à partir de l'équation IV.20d tel que:

$$\text{Sur } H_I: \quad \hat{S} = \begin{bmatrix} \frac{1-N^2}{1+N^2} & \frac{2N}{1+N^2} \\ \frac{2N}{1+N^2} & -\frac{1-N^2}{1+N^2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22})$$

IV.2.4.3 Expression de \hat{S} dans Le domaine source : H_S

Ce domaine est formé par tous les éléments actifs pouvant être une source et/ou par tout les éléments qui viendront au final se brancher directement sur le circuit en y apportant de l'énergie. H_S est la fonction indicatrice, représentative du milieu source. Elle est définie de la même façon que les fonctions indicatrices des autres milieux :

$$H_S = \begin{cases} 1 & \text{sur les sources} \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

Nous noterons, pour l'instant, que les ondes incidentes et réfléchies sont reliées par des éléments inconnus (χ, κ, ξ, ζ) que nous déterminerons plus loin et qui sont multipliés par la fonction indicatrice du milieu. De plus, apparaissent les éléments propres à l'excitation dans chaque milieu : A_{01} et A_{02} .

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi H_S & \kappa H_S \\ \xi H_S & \zeta H_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{01} H_S \\ A_{02} H_S \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

L'opérateur de diffraction sur ce domaine s'écrit donc de la façon suivante :

$$\text{Sur } H_S: \quad \hat{S} = \begin{bmatrix} \chi & \kappa \\ \xi & \zeta \end{bmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

IV.2.4.4 Généralisation des conditions aux limites

Dans ce paragraphe, nous établirons une relation globale des conditions aux limites et de continuité sur l'interface. Cette relation est, en fait, tout simplement, la somme des conditions à l'interface établies précédemment pour chacun des domaines (métallique, diélectrique et source). Chacun des domaines étant pointé par sa fonction indicatrice,

exclusive des autres domaines, l'interface est finalement la somme de chacun des domaines la composant. On peut ainsi écrire :

$$H_M + H_I + H_S = 1 \quad \text{sur le circuit entier} \quad (\text{IV.26})$$

On sait que :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \end{bmatrix} = [\hat{S}] \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{01} H_S \\ A_{02} H_S \end{bmatrix} \quad (\text{IV.27})$$

On peut donc en déduire l'opérateur global de diffraction au niveau de l'interface, par rapport aux fonctions indicatrices de chaque domaine :

$$[\hat{S}_i] = \begin{bmatrix} \frac{1-N^2}{1+N^2} H_i - H_M + \chi H_S & \frac{2N}{1+N^2} H_i + \kappa H_S \\ \frac{2N}{1+N^2} H_i + \xi H_S & -\frac{1-N^2}{1+N^2} H_i - H_M + \zeta H_S \end{bmatrix} \quad (\text{IV.28})$$

Cet opérateur associé à l'excitation relie entre elles, les ondes incidentes et les ondes réfléchies qui utilisent le processus itératif. Il est en fait la somme des équations (IV.18c), (IV.22) et (IV.25).

VI.2.5 Etudes des différentes sources d'excitation

Lors de la création de la méthode itérative, trois types de sources différentes ont été prévus pour exciter les circuits passifs planaires qu'on aurait à simuler. Chaque sorte de source a également été prévue pour fonctionner avec l'une ou l'autre des deux polarisations possibles (x et y). Nous considérons dans le cas qui nous intéresse que la source n'émet de l'énergie qu'à travers la surface $S_s = a_s b_s$ qu'elle occupe (figure 4.6) et que cette énergie arrive sans aucune perte, comme si elle était canalisée dans un guide d'onde à mur magnétique parfait. Cette « source » interne prend son énergie d'une source de puissance, externe et idéale de potentiel V_0 et d'impédance interne Z_g . L'expression de la puissance fournie par cette source n'est rien d'autre que le flux du vecteur de Poynting à travers la surface sur laquelle elle est définie [20]. De la figure 4.6 nous pouvons déduire facilement les éléments qui caractérisent notre source :

Son champ électrique d'excitation :
$$E_0 = \frac{V_0}{a_s} \tag{IV.29}$$

Son impédance interne :
$$Z_0 = \frac{b_s}{a_s} Z_g \tag{IV.30}$$

où le rapport b_s/a_s est appelé facteur de forme de la source d'excitation du circuit. Cette source, considérée comme planaire, est située à l'interface entre deux milieux diélectriques. Elle peut donc émettre dans les deux milieux : elle sera alors bilatérale, ou dans un seul milieu et sera unilatérale. Dans ce dernier cas, elle peut émettre soit dans le milieu supérieur (situé au dessus de l'interface), soit dans le milieu inférieur.

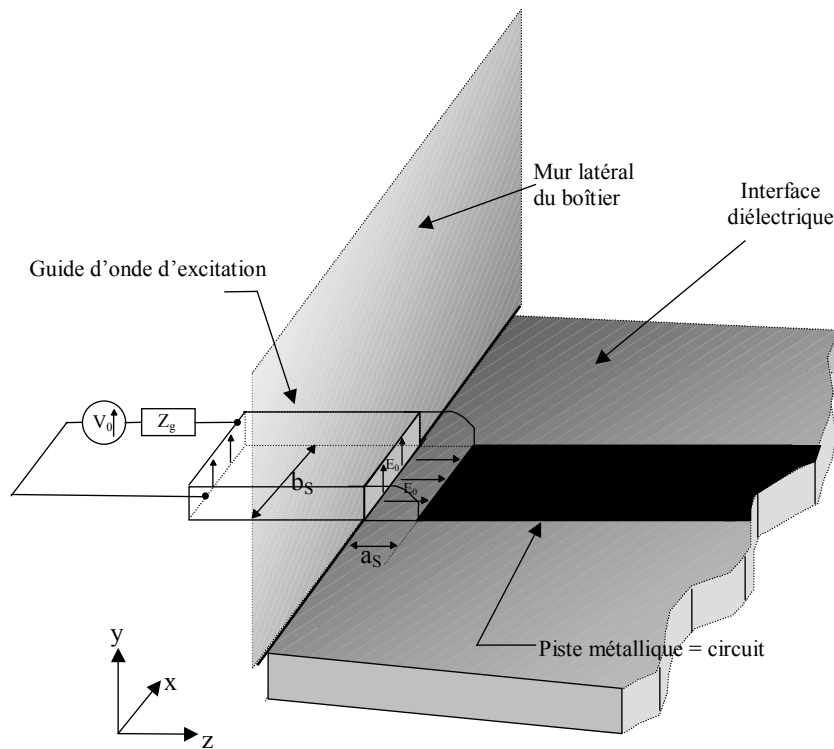


Figure 4.6: Schématisation générale de l'excitation dans un circuit planaire

Le schéma de la figure 4.6 représente, en fait, le cas d'une source unilatérale inférieure polarisée suivant Oy et située au bord de l'interface. La source se situe souvent au bord, à côté du boîtier, car il est plus facile de l'alimenter ainsi lors de la réalisation du circuit, mais rien n'interdit de placer la source ailleurs sur l'interface, par exemple au centre pour une antenne.

Les sources, qu'elles soient unilatérales ou bilatérales peuvent être représentées par un circuit électrique équivalent (voir figures 4.7, 4.8 et 4.9) duquel on peut tirer un certain nombre d'équations permettant de décrire l'excitation à travers la source.

Il existe deux types de sources d'excitation : unilatérale et bilatérale c'est suivant que la source excite des ondes dans un seul milieu ou dans les deux milieux diélectriques situées de part et d'autre de la surface de discontinuité, ces sources seront polarisées suivant l'axe \vec{x} ou suivant l'axe \vec{y} .

IV.2.5.1 Cas d'une source d'excitation unilatérale

a- Excitation dans le milieu supérieur (milieu 1)

Soit une source d'excitation planaire orientée vers le milieu 1 (air). Cette source de tension génère des ondes dans ce milieu, tandis que dans le milieu 2 (diélectrique), la surface occupée par celle-ci est remplacée par une lame métallique parfaitement conductrice. L'effet d'écran de la source dans le milieu non excité interrompt la continuité des champs électromagnétiques à la traversée de l'interface diélectrique sur le domaine de la source. Ce type de configuration est illustré électriquement par le schéma de la Figure 4.7.

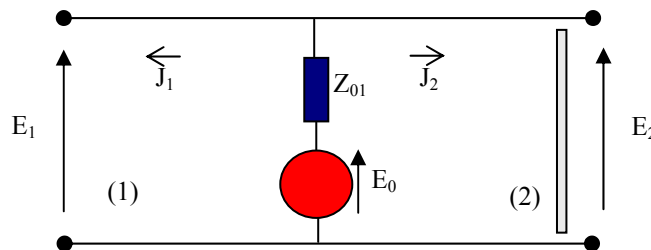


Figure 4.7: Circuit électrique équivalent a une source d'excitation unilatérale dans le milieu (1)

Dans ce cas le système s'écrit comme suit :

$$\text{En milieu (1) (milieu supérieur) : } E_1 = E_0 - Z_0(J_1 + J_2) \quad (\text{IV.31})$$

$$\text{En milieu (2) (milieu inférieur): } E_2 = 0 = \sqrt{Z_{02}}(A_2 + B_2) \quad (\text{IV.32})$$

où E_i est le champ électrique dans le milieu i , Z_{0i} l'impédance intrinsèque du milieu i et J_i la densité de courant dans le milieu i . E_0 est le champ électrique produit par la source et Z_0 son impédance interne. En remplaçant E_1 , J_1 et J_2 par leurs expressions respectives en ondes

(équations IV.3c et IV.3d) dans l'équation IV.31 et en développant l'équation IV.32, nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \sqrt{Z_{01}}(A_1 + B_1) = E_0 - Z_0 \left(\frac{A_1 - B_1}{\sqrt{Z_{01}}} + \frac{A_2 - B_2}{\sqrt{Z_{02}}} \right) & \text{(IV.33)} \\ A_2 = -B_2 & \text{(IV.34)} \end{cases}$$

Par combinaisons linéaires des équations (IV-33 et IV-34) avec l'équation (IV.4), nous obtenons une relation liant les ondes incidentes et réfléchies de chaque milieu en fonction des grandeurs électriques de la source, tout en respectant les conditions aux limites et de continuité sur la source:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{n_1 + 1} \begin{bmatrix} n_1 - 1 & \frac{2Z_0}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}} \\ 0 & -(n_1 + 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{n_1 + 1} \begin{bmatrix} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{01}}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{(IV.35)}$$

avec : $n_1 = \frac{Z_0}{Z_{01}}$

b- Excitation dans le milieu inférieur (milieu 2)

Lorsque la source est orientée vers le milieu2, on peut établir le schéma équivalent donnée à la figure 4.8.

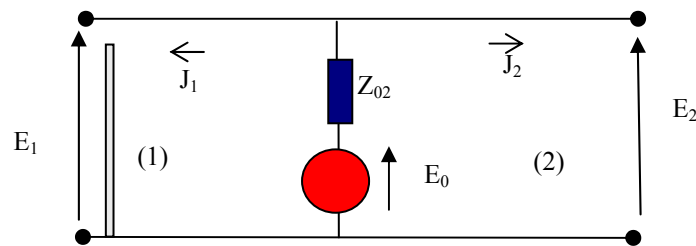


Figure 4.8 : Circuit électrique équivalent à une source d'excitation unilatérale dans le milieu (2)

Dans ce cas le système s'écrit comme suit :

En milieu (1) (milieu supérieur) : $E_1 = 0 = \sqrt{Z_{01}}(A_2 + B_2)$ (IV-36)

En milieu (2) (milieu inférieur) : $E_2 = E_0 - Z_{02}(J_1 + J_2)$ (IV.37)

Nous procédons de la même manière que dans le paragraphe précédent, en obtient les relations (pour une excitation unilatérale du milieu inférieur) suivantes :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{n_2 + 1} \begin{bmatrix} -(n_2 + 1) & 0 \\ \frac{2Z_0}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}} & n_2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{n_2 + 1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E_0}{\sqrt{Z_{02}}} \end{bmatrix} \quad (IV.38)$$

avec $n_2 = \frac{Z_0}{Z_{02}}$

IV.2.5.2 Cas d'une source d'excitation bilatérale

La source bilatérale planaire est une source qui génère des ondes de part et d'autre de la surface de discontinuité Ω de telle sorte que les champs électriques transverses ainsi créent soit identiques. Cette source excite les ondes incidentes dans les deux milieux (c'est-à-dire que la source n'est court-circuitée dans aucune direction). Cette configuration peut être modélisée par le circuit électrique équivalent de la figure 4.9

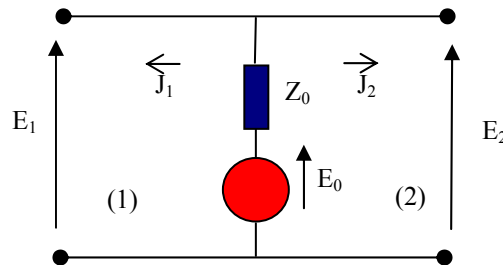


Figure 4.9: Circuit électrique équivalent à une source d'excitation bilatérale

Ecrivons le système d'équations conformément au circuit équivalent de la figure 4.9 en se basant sur la loi d'ohm :

Dans le milieu 1(milieu supérieur) : $E_1 = E_0 - Z_0(J_1 + J_2)$ (VI.39a)

Dans le milieu 2 (milieu inférieur) : $E_2 = E_0 - Z_0(J_1 + J_2)$ (VI.39b)

En remplaçant les éléments E_i et J_i par leurs expressions respectives dans les deux milieux et en combinant ces deux équations. Les équations (IV.39a) et (IV.39b) se traduisent en terme d'onde par :

$$\begin{cases} \sqrt{Z_{01}}(A_1 + B_1) = E_0 - Z_0 \left(\frac{A_1 - B_1}{\sqrt{Z_{01}}} + \frac{A_2 - B_2}{\sqrt{Z_{02}}} \right) \end{cases} \quad (IV.40)$$

$$\begin{cases} \sqrt{Z_{02}}(A_2 + B_2) = E_0 - Z_0 \left(\frac{A_1 - B_1}{\sqrt{Z_{01}}} + \frac{A_2 - B_2}{\sqrt{Z_{02}}} \right) \end{cases} \quad (IV.41)$$

Ces deux dernières équations peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{01}}} - \sqrt{Z_{01}} & \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{02}}} \\ \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{01}}} & \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{02}}} - \sqrt{Z_{02}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{01}}} - \sqrt{Z_{01}} & \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{02}}} \\ \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{01}}} & \frac{-Z_0}{\sqrt{Z_{02}}} - \sqrt{Z_{02}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} E_0 \quad (IV.42)$$

Qui peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = \frac{E_0}{\sqrt{Z_{01}}} - n_1(A_1 - B_1) - n_{12}(A_2 - B_2) \end{cases} \quad (IV.43a)$$

$$\begin{cases} A_2 + B_2 = \frac{E_0}{\sqrt{Z_{02}}} - n_2(A_2 - B_2) - n_{12}(A_1 - B_1) \end{cases} \quad (IV.43b)$$

avec $n_{12} = \frac{Z_0}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}$

Suite à différentes combinaisons linéaires successives entre les équations IV.43a et IV.43b, nous pouvons déduire l'expression des ondes A_i par rapport aux ondes B_i et aux autres paramètres systémiques :

Pour une excitation bilatérale :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2} H_s & \frac{2n_{12}}{1+n_1+n_2} H_s \\ \frac{2n_{12}}{1+n_1+n_2} H_s & \frac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2} H_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{1+n_1+n_2} \begin{bmatrix} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{01}}} H_s \\ \frac{E_0}{\sqrt{Z_{02}}} H_s \end{bmatrix} \quad (IV.44)$$

En comparant les équations IV.35, IV.38 ou IV.44 à l'équation IV.24, on peut facilement identifier les différents éléments qui composent cette dernière équation.

Les inconnues (χ , κ , ξ , ζ , A_{01} et A_{02}) de l'équation IV.24 dépendent intimement du type de source que l'on utilise. Le tableau 4.1 résume la valeur de ces éléments en fonction de la forme d'excitation choisie :

	Source Bilatérale	Source unilatérale Milieu supérieur	Source unilatérale Milieu inférieur
$\chi =$	$\frac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2}$	$\frac{n_1-1}{n_1+1}$	-1
$\kappa =$	$\frac{2n_{12}}{1+n_1+n_2}$	$\frac{2n_{12}}{n_1+1}$	0
$\xi =$	$\frac{2n_{12}}{1+n_1+n_2}$	0	$\frac{2n_{12}}{n_2+1}$
$\zeta =$	$\frac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2}$	-1	$\frac{n_2-1}{n_2+1}$
$A_{01} =$	$\frac{1}{1+n_1+n_2} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{01}}}$	$\frac{1}{n_1+1} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{01}}}$	0
$A_{02} =$	$\frac{1}{1+n_1+n_2} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{02}}}$	0	$\frac{1}{n_2+1} \frac{E_0}{\sqrt{Z_{02}}}$

Tableau 4.1: Correspondance entre les éléments de la matrice de l'opérateur de diffraction \hat{S} dans le domaine de la source et les différents types de sources.

Dans le tableau 4-10, aucune indication n'a été faite au sujet de la polarisation des sources. En fait, les deux polarisations coexistent, mais la source n'est polarisée que dans une seule direction à la fois. Donc, si la source est polarisée selon Ox, les éléments du tableau précédent concerneront les ondes A_{0i} , A_i et B_i suivant l'axe Ox alors que les éléments correspondant à l'axe Oy seront nuls et vice versa.

IV.2.7 Impédance vue de la source

L'impédance du circuit vue de la source est une impédance surfacique nommée Z_{in} (respectivement une admittance Y_{in}). Cette impédance est généralement déterminée grâce à

l'expression variationnelle suivante :

$$\frac{1}{Z_{in}} = Y_{in} = \frac{\langle E_0 | J \rangle}{\langle E_0 | E_0 \rangle} \quad (IV.45)$$

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} \quad (IV.46)$$

où $\langle E | J \rangle$ est un produit scalaire entre E et J tel que sur la surface S de définition de E et J:

$$\langle E | J \rangle = \int_S E^* J dS \quad (IV.47)$$

où le signe « * » signifie conjugué de la fonction complexe considérée.

Dans notre cas l'impédance surfacique vue de la source peut s'exprimer facilement comme étant le rapport, des sommes de chaque élément sur le domaine total de la source, du champ électrique et de la somme des densités de courant tel que :

$$Z_{in} = \frac{\int_{H_s} E}{\int_{H_s} (J_1 + J_2)} \quad (IV.48)$$

IV.3 LA TRANSFORMEE DE FOURIER EN MODE (FMT).

La F.M.T. est la Fast Modal Transform (ou transformée rapide en modes). Ce sigle a été inventé pour simplifier l'écriture dans les publications en langue anglaise. Il s'agit en fait de l'utilisation de la F.F.T. (Fast Fourier Transform) mais modifiée pour l'application aux modes de boîtier. Cette transformée est basée sur la formule de Fourier qui utilise des exponentielles mais tient compte de la géométrie de la structure et particulièrement de la nature des parois latérales du boîtier. L'exponentielle est alors remplacée, par un sinus ou un cosinus, en fonction de la nature des parois et de celle du mode mn. L'exponentielle est également précédée d'un coefficient tenant compte du mode et de la position des parois par rapport à une origine fixée.

Dans le cas d'un circuit enfermé dans un boîtier, nous considérons que le boîtier fait office de guide d'onde. Ce boîtier peut être une réalité physique (boîte en laiton, en cuivre ou en toutes sortes de matières plastiques plus ou moins perméables aux ondes) ou une simple

vue de l'esprit (air ambiant, vide, gaz de toutes sortes, bois etc. ...) pour la mise en équation mathématique du problème. On distinguera les métaux, considérés comme des conducteurs parfaits, qui forment des murs électriques et les autres éléments dits isolants qui forment les murs magnétiques.

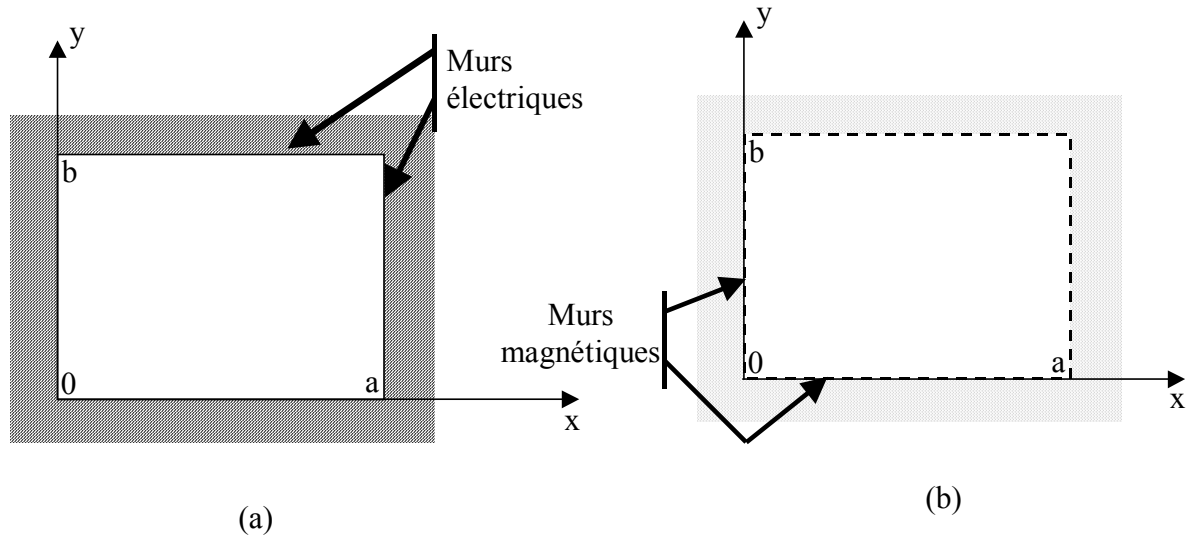


Figure 4.10 : guides rectangulaires à parois (a) électriques,(b) magnétiques

En considérant, les guides rectangulaires de la figure 4.10, nous pouvons distinguer quatre cas pour la définition de la FMT (tableau 4.2). Cette FMT permet de passer d'une écriture dans le domaine spatial en (x, y) à une écriture dans le domaine modal en (m,n) et vice-versa :

$$\vec{\Phi}(m, n) \xleftrightarrow{\text{FMT}} \vec{\Phi}(x, y) \tag{IV.49}$$

avec $\vec{\Phi}(x, y)$ un vecteur défini dans le domaine spatial et $\vec{\Phi}(m, n)$ sa transformée dans le domaine spectral. Cette transformation est donnée par :

$$\vec{\Phi}(x, y) = \sum_m \sum_n a_{mn}^{\text{TE}}(x, y) \cdot \vec{f}_{mn}^{\text{TE}}(x, y) + \sum_m \sum_n a_{mn}^{\text{TM}}(x, y) \cdot \vec{f}_{mn}^{\text{TM}}(x, y) \tag{IV.50}$$

où les a_{mn}^α sont les coefficients de développement dans la base $\left\{ \vec{f}_{mn}^\alpha \right\}$. Nous pouvons déduire ces coefficients grâce à l'expression suivante où ils s'expriment en terme de combinaisons de transformées de Fourier:

$$a_{mn}^\alpha = \left\langle \vec{f}_{mn}^\alpha(x, y) \middle| \vec{\Phi}(x, y) \right\rangle \tag{IV.51}$$

où α signifie TE ou TM en fonction de la nature du mode.

Dans le tableau 4.2 , on présente les quatre cas différents induits et déduits de ces formules.

	Modes TE	Modes TM
Guides à murs électriques (cf. figure 11 a)	$\begin{cases} \vec{f}_{mn\ x}^{TE}(x, y) = -\frac{n}{b} C_{mn} \cos i_{mn}(x, y) \\ \vec{f}_{mn\ y}^{TE}(x, y) = \frac{m}{a} C_{mn} \text{sico}_{mn}(x, y) \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{f}_{mn\ x}^{TM}(x, y) = \frac{m}{a} C_{mn} \cos i_{mn}(x, y) \\ \vec{f}_{mn\ y}^{TM}(x, y) = \frac{n}{b} C_{mn} \text{sico}_{mn}(x, y) \end{cases}$
Guides à murs magnétiques (cf. figure 11 b)	$\begin{cases} \vec{f}_{mn\ x}^{TE}(x, y) = -\frac{n}{b} C_{mn} \text{sico}_{mn}(x, y) \\ \vec{f}_{mn\ y}^{TE}(x, y) = \frac{m}{a} C_{mn} \cos i_{mn}(x, y) \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{f}_{mn\ x}^{TM}(x, y) = \frac{m}{a} C_{mn} \text{sico}_{mn}(x, y) \\ \vec{f}_{mn\ y}^{TM}(x, y) = \frac{n}{b} C_{mn} \cos i_{mn}(x, y) \end{cases}$

Tableau 4.2: Expression des modes propres des guides.

Dans ce tableau, quelques éléments sont inconnus. Ils ont été posés pour simplifier l'écriture des formules précédentes.

Leurs expressions sont :

$$\text{sico}_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{IV.52})$$

$$\cos i_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{IV.53})$$

$$C_{mn} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \quad (\text{IV.54})$$

$$\tau_{mn} = \begin{cases} 2 & \text{Si } m \text{ et } n \neq 0 \\ 1 & \text{Si } m \text{ ou } n = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.55})$$

L'interface étant divisée en pixels, nous pouvons procéder à l'échantillonnage des variables de la manière suivante :

$$\frac{x}{a} \leftrightarrow \frac{i}{N_{01}} \quad \text{et} \quad \frac{y}{b} \leftrightarrow \frac{j}{N_{02}} \quad (\text{IV.56})$$

où N_{01} est le nombre total de pixels suivant l'axe (Ox) et N_{02} est le nombre total de pixels suivant (Oy) et i, j les indices de numérotation du pixel. Cette numérisation entraîne implicitement quelques changements dans la FMT comme le passage d'une double intégration à une double somme correspondant au passage d'une interface continue à une

interface discrétisée. L'utilisation de la FMT et donc de la FFT (type Cooley-Tukey) et de son algorithme du «papillon» requiert un nombre de pixels (ou d'échantillons) égal à 2^n avec n un entier naturel. Le nombre d'opérations demandé par la FFT est considérablement réduit par rapport à celles que requiert la D.F.T. (Discrete Fourier Transform) originelle. Il est égal à $n \log_2 n$ multiplications complexes au lieu de n^2 multiplications complexes et $n(n-1)$ additions complexes.

La FMT permet de définir l'amplitude des modes TE et TM dans le domaine spectral. Elle permet un passage rapide entre le domaine spatial et le domaine spectral mais nous oblige à discrétiser la surface du circuit en pixels (multiple de 2^n).

La FMT, utilisée lors du processus itératif pour le passage des ondes du domaine spatial au domaine spectral implique également l'utilisation de sa réciproque (la FMT^{-1}), permettant dans les mêmes conditions le passage des ondes du domaine spectral au domaine spatial. Cette réciproque contient évidemment celle de la FFT (la FFT^{-1}), mais également des termes propres aux ondes qui sont en étroit rapport avec ceux déjà usités par la FMT (tableau 4.2 et équations IV.54 et IV.55).

Détermination de l'opérateur de transition \hat{P}

Dans le domaine spatial, les composantes du vecteur champs électrique peuvent être définies analytiquement sur deux bases distinctes, soit :

1. En fonction des amplitudes des champs dans la base cartésienne :

$$|E_x(x, y)\rangle = \sum_{m,n} E_{mnx} |e^{-j\beta_{mx}.x} . e^{-j\beta_{ny}.y}\rangle \quad (IV.57)$$

$$|E_y(x, y)\rangle = \sum_{m,n} E_{mny} |e^{-j\beta_{mx}.x} . e^{-j\beta_{ny}.y}\rangle \quad (IV.58)$$

2. En fonction des amplitudes des modes (TE et TM) sur la base modale :

$$|E_x(x, y)\rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} |f_{mnx}^{TE}\rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} |f_{mnx}^{TM}\rangle \quad (IV.59)$$

$$|E_y(x, y)\rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} |f_{mny}^{TE}\rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} |f_{mny}^{TM}\rangle \quad (IV.60)$$

Le tableau ci-dessous présente les expressions de \vec{f}_{mn}^{TE} et \vec{f}_{mn}^{TM} qui sont explicitées en Annexe B.

Mode TE
$\vec{f}_{mnx}^{TE} = \frac{n/b}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} * \frac{1}{\sqrt{ab}} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y}$ $\vec{f}_{mny}^{TE} = \frac{-m/a}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} * \frac{1}{\sqrt{ab}} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y}$
Mode TM
$\vec{f}_{mnx}^{TM} = \frac{m/a}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} * \frac{1}{\sqrt{ab}} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y}$ $\vec{f}_{mny}^{TE} = \frac{n/b}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} * \frac{1}{\sqrt{ab}} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y}$

Tableau 4.3 : Expression de modes propres des murs périodiques

Avec : $\beta_{mn} = \frac{m\pi}{a}$ et $\beta_{ny} = \frac{n\pi}{b}$

Le but est de trouver une relation qui permet d'exprimer les amplitudes des modes en fonction des coefficients de Fourier du vecteur E et donc de trouver un opérateur de passage \hat{p} qui permet de passer d'un domaine spatiale à un domaine modale.

Étape I : Projection des expressions (IV.57) et (IV.58) sur la base modale

$$\langle \vec{f}_{mnx}^{TE} | E_x(x, y) \rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} \cdot \langle f_{mnx}^{TE} | f_{mnx}^{TE} \rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} \cdot \langle f_{mnx}^{TE} | f_{mnx}^{TE} \rangle \tag{IV.61}$$

$$\langle \vec{f}_{mny}^{TE} | E_y(x, y) \rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} \cdot \langle f_{mny}^{TE} | f_{mny}^{TE} \rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} \cdot \langle f_{mny}^{TE} | f_{mny}^{TE} \rangle \tag{IV.62}$$

Etape 2 : Remplacement des composantes du vecteur E par leurs expressions respectives (IV.3a), (IV.3b), les deux dernières équations peuvent être réécrites sous la forme suivante:

$$\sum_{m,n} E_{mnx} \left\langle \mathbf{f}_{mnx}^{TE} \left| e^{-j\beta_{xn} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{my} \cdot y} \right. \right\rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} \cdot \left\langle \mathbf{f}_{mnx}^{TE} \left| \mathbf{f}_{mnx}^{TE} \right. \right\rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} \cdot \left\langle \mathbf{f}_{mnx}^{TE} \left| \mathbf{f}_{mnx}^{TE} \right. \right\rangle \quad (IV.63)$$

$$\sum_{m,n} E_{mny} \left\langle \mathbf{f}_{mny}^{TE} \left| e^{-j\beta_{xn} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{my} \cdot y} \right. \right\rangle = \sum_{m,n} B_{mn}^{TE} \cdot \left\langle \mathbf{f}_{mny}^{TE} \left| \mathbf{f}_{mny}^{TE} \right. \right\rangle + \sum_{m,n} B_{mn}^{TM} \cdot \left\langle \mathbf{f}_{mny}^{TE} \left| \mathbf{f}_{mny}^{TE} \right. \right\rangle \quad (IV.64)$$

Etape 3: Calcul des différents produits scalaires de équations (IV.63 et IV.64)

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE} \left| \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE*} \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE} dS = \frac{n^2}{b^2} k_{mn}^2 \quad (IV.65)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE} \left| \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE*} \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE} dS = \frac{m^2}{a^2} k_{mn}^2 \quad (IV.66)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE} \left| \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TM} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE*} \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TM} dS = \frac{mn}{ab} k_{mn}^2 \quad (IV.67)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE} \left| \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TM} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE*} \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TM} dS = \frac{mn}{ab} k_{mn}^2 \quad (IV.68)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE} \left| e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mnx}^{TE*} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} e^{-j\beta_{ny} \cdot y} dS = \frac{n}{b} k_{mn} \quad (IV.69)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE} \left| e^{-j\beta_{mx} \cdot x} \cdot e^{-j\beta_{ny} \cdot y} \right. \right\rangle = \iint_s \tilde{\mathbf{f}}_{mny}^{TE*} e^{-j\beta_{mx} \cdot x} e^{-j\beta_{ny} \cdot y} dS = \frac{-m}{a} k_{mn} \quad (IV.70)$$

$$\text{Avec: } k_{mn} = \frac{1}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}}$$

Etape 4: Réécriture des équations (IV.61) et (IV.62) après avoir fait des combinaisons linéaires afin de définir les coefficients de Fourier du vecteur E en fonction des amplitudes de

modes et des différents paramètres géométriques :

$$\begin{cases} E_{mnx} = \frac{n}{b} k_{mn} B_{mn}^{TE} + \frac{m}{a} k_{mn} B_{mn}^{TM} \\ E_{mny} = -\frac{m}{a} k_{mn} B_{mn}^{TE} + \frac{n}{b} k_{mn} B_{mn}^{TM} \end{cases} \quad (IV.71)$$

Soient $K_{mnx} = \frac{m}{a} k_{mn}$ et $k_{mny} = \frac{n}{b} k_{mn}$: constantes de normalisation

En écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} E_{mnx} \\ E_{mny} \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} B_{mn}^{TE} \\ B_{mn}^{TM} \end{bmatrix} \quad (IV.72)$$

avec :

$$\hat{P}^{-1} = \begin{bmatrix} K_{mny} & K_{mnx} \\ -K_{mnx} & K_{mny} \end{bmatrix} \quad (IV.73)$$

\hat{P}^{-1} : L'opérateur de passage du domaine modale vers domaine spatial.

$$\text{Remarquons que } \langle f_{mnx}^\alpha | f_{mnx}^\alpha \rangle + \langle f_{mny}^\alpha | f_{mny}^\alpha \rangle = K_{mnx}^2 + K_{mny}^2 = 1 = \text{Det}(\hat{P}^{-1}) \quad (IV.74)$$

où α : indice de modes TE ou TM.

Le passage d'un domaine à un autre est effectué par une simple rotation d'angle θ . Pour le passage inverse, il suffit d'une rotation d'un angle $-\theta$, ce qui se traduit par un simple changement de signe dans la relation IV.73.

La relation matricielle qui lie les coefficients de Fourier aux amplitudes de modes est donnée par:

$$\begin{bmatrix} B_{mn}^{TE} \\ B_{mn}^{TM} \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} E_{mnx} \\ E_{mny} \end{bmatrix} \quad (IV.75)$$

avec :

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} K_{mny} & -K_{mnx} \\ K_{mnx} & K_{mny} \end{bmatrix} \quad (IV.76)$$

Où \hat{P} : L'opérateur de passage du domaine spatial vers domaine modale.

Schéma récapitulatif de la FMT

La figure 4.11 donne le principe fondamentale de la Transformée de Fourier Rapide en Modes direct et inverse. Le théorème de Parseval est appliqué dans chaque étape.

$$\begin{array}{c}
 \text{FMT} \\
 \text{Domaine Spatial} \quad \text{Domaine Modal} \\
 \vec{E} \rightarrow \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \end{Bmatrix} \xrightarrow{2DFFT} \begin{Bmatrix} E_{xmn} \\ E_{ymn} \end{Bmatrix} \rightarrow [\hat{P}] \rightarrow \begin{Bmatrix} B_{mn}^{TE} \\ B_{mn}^{TM} \end{Bmatrix}
 \end{array} \quad (IV.77)$$

$$\begin{array}{c}
 \text{FMT}^{-1} \\
 \text{Spatial domain} \quad \text{Modal domain} \\
 \vec{E} \leftarrow \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \end{Bmatrix} \xleftarrow{2DFFT^{-1}} \begin{Bmatrix} E_{xmn} \\ E_{ymn} \end{Bmatrix} \leftarrow [\hat{P}^{-1}] \leftarrow \begin{Bmatrix} B_{mn}^{TE} \\ B_{mn}^{TM} \end{Bmatrix}
 \end{array} \quad (IV.78)$$

Figure 4.11. Schéma de principe de la FMT

IV.4 FONCTIONNEMENT DU PROCESSUS ITERATIF

Supposons qu'on a une source d'excitation bilatérale polarisée suivant l'axe des x émettant des ondes de part et d'autres de la surface de discontinuité diélectrique Ω . A l'instant initial ($k=0$), nous considérons qu'il n'y a pas d'ondes incidentes dans les régions i, ce qui se traduit par $A_1^{(0)} = A_2^{(0)} = 0$, seules existent les ondes incidentes produites par la source d'excitation définies dans la figure 4.3.

Pour comprendre le fonctionnement du processus itératif, plaçons-nous dans l'itération k où $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ sont les ondes incidentes et réfléchies à cette itération.

Soient $a_{mn}^{\alpha(k)}$, $b_{mn}^{\alpha(k)}$ les composantes respectives spectrales des ondes $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ et $a_{mn}^{(k)}$, $b_{mn}^{(k)}$ les composantes respectives spatiales des ondes $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ à l'itération k (l'indice α c'est juste pour indiquer qu'on ait dans le domaine modal).

La démarche itérative se fait en les quatre étapes suivantes :

Etape 1 : La première étape consiste à effectuer la transformée de Fourier rapide en mode directe (FMT) sur les ondes incidentes $A^{(k)}$.



Figure 4.12 Entrée-sortie de la FMT

Les composantes spatiales et modales sont exprimées par la relation suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{1mn}^{TM(k)} \\ a_{1mn}^{TM(k)} \\ a_{2mn}^{TE(k)} \\ a_{2mn}^{TE(k)} \end{bmatrix}}_{a_{mn}^{(k)}} = \begin{bmatrix} K_{mny} & -K_{mnx} & 0 & 0 \\ K_{mnx} & K_{mny} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{mny} & -K_{mnx} \\ 0 & 0 & K_{mnx} & K_{mny} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1mn}^x(k) \\ a_{1mn}^y(k) \\ a_{2mn}^x(k) \\ a_{2mn}^y(k) \end{bmatrix}}_{a_{mn}^{(k)}} \quad (IV.79)$$

Etape 2 : Les FMT sont appliquées aux ondes $A^{(k)}$. Elles seront réfléchies sur la partie supérieure et la partie inférieure du boîtier pour donner naissance à de nouvelles ondes incidentes $A^{(k)}$ orientées vers la surface de discontinuité Ω .

Cette opération se fait par l'intermédiaire de l'opérateur Γ . La figure 4.3 nous montre que les composantes des ondes $B^{(k+1)}$ sont déterminées à partir d'une simple multiplication des composantes des ondes $A^{(k)}$ par Γ_{mn} : valeurs propres de l'opérateur Γ .

Il est à noter que les ondes $A^{(k)}$ sont composées par les ondes $A_1^{(k)}$ et $A_2^{(k)}$ et que les ondes $B^{(k)}$ sont composées par $B_1^{(k)}$ et $B_2^{(k)}$.

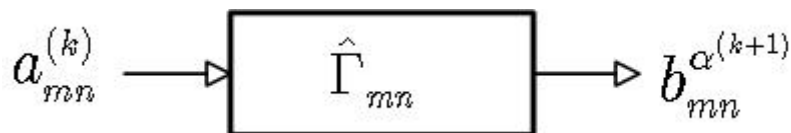


Figure 4.13 Les entrées-sorties dans le domaine modal

Les composantes des ondes incidentes et réfléchies dans le domaine spectral sont données par la relation suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_{1mn}^{TE(k+1)} \\ b_{1mn}^{TM(k+1)} \\ b_{2mn}^{TE(k+1)} \\ b_{2mn}^{TM(k+1)} \end{bmatrix}}_{b_{mn}^{\alpha(k+1)}} = \begin{bmatrix} \Gamma_{mn}^{TE.1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{mn}^{TM.1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{mn}^{TE.2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_{mn}^{TM.2} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1mn}^{TE(k)} \\ a_{1mn}^{TM(k)} \\ a_{2mn}^{TE(k)} \\ a_{2mn}^{TM(k)} \end{bmatrix}}_{a_{mn}^{\alpha(k)}} \quad (IV.80)$$

Etape 3 : Cette étape, nous effectuons l'opération inverse de l'étape 1 :



Figure 4.14 Entrée-sortie de la FMT⁻¹

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_{1mn}^{x(k+1)} \\ b_{1mn}^{y(k+1)} \\ b_{2mn}^{x(k+1)} \\ b_{2mn}^{x(k+1)} \end{bmatrix}}_{b_{mn}^{\alpha(k+1)}} = \begin{bmatrix} K_{mny} & K_{mnx} & 0 & 0 \\ -K_{mnx} & K_{mny} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{mny} & K_{mnx} \\ 0 & 0 & -K_{mnx} & K_{mny} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} b_{1mn}^{TE(k+1)} \\ b_{1mn}^{TM(k+1)} \\ b_{2mn}^{TE(k+1)} \\ b_{2mn}^{TM(k+1)} \end{bmatrix}}_{b_{mn}^{(k+1)}} \quad (IV.82)$$

Etape 4 : A ce stade, les ondes $A^{(k+1)}$ sont bien exprimées dans le domaine spatial. Elles se diffractent sur Ω et génèrent les vecteurs d'ondes dont ses composantes sont déterminées comme suit:

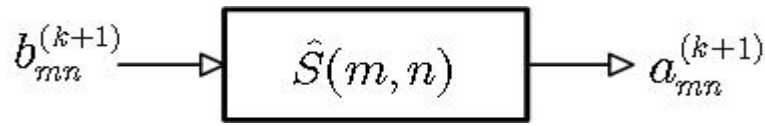


Figure 4.15 Les entrées-sorties dans le domaine spatial

Où $\hat{S}(m, n)$ est l'opérateur de diffraction sur le pixel (m, n) .

Les composantes des ondes incidentes et réfléchies dans le domaine spatial sont exprimées à l'aide de la relation suivante:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{1mn}^{x(k+1)} \\ a_{1mn}^{y(k+1)} \\ a_{2mn}^{x(k+1)} \\ a_{2mn}^{y(k+1)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_{mn}^{(k+1)}} = \begin{bmatrix} S_{11}^x(m, n) & 0 & S_{12}^x(m, n) & 0 \\ 0 & S_{22}^x(m, n) & 0 & S_{21}^x(m, n) \\ S_{12}^y(m, n) & 0 & S_{11}^y(m, n) & 0 \\ 0 & S_{21}^y(m, n) & 0 & S_{22}^y(m, n) \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} b_{1mn}^{x(k+1)} \\ b_{1mn}^{y(k+1)} \\ b_{2mn}^{x(k+1)} \\ b_{2mn}^{y(k+1)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{mn}^{(k+1)}} + \underbrace{\begin{bmatrix} a_{1mn}^{x(0)} \\ a_{1mn}^{y(0)} \\ a_{2mn}^{x(0)} \\ a_{2mn}^{y(0)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_{mn}^{(0)}} \quad (IV.83)$$

Les différents paramètres constituant $\hat{S}(m, n)$ sont des combinaisons linéaires de $H_m(m, n)$, $H_i(m, n)$ et $H_s(m, n)$ qui sont les fonctions de Heaviside sur chaque pixel (m, n) . Ces étapes se répètent autant de fois et à chaque itération. On doit déterminer les champs électromagnétiques et l'admittance (ou impédance) vue par la source. Le processus itératif est arrêté lorsque la convergence de l'admittance (ou impédance) vue par la source est atteinte.

IV.5 Convergence de la méthode

Pour qu'un dispositif électrique (hyperfréquence, R.F, basse fréquence ou autres) soit exploitable, il faut que celui-ci présente un état stable au cours de son utilisation.

Ainsi grâce à l'étude de convergence de l'admittance (impédance) vue par la source d'excitation Y_{in} (ou Z_{in}), nous pouvons déterminer ce point à partir duquel la stabilité électrique est obtenue. Ce point doit être choisi de telle sorte que la convergence soit toujours assurée indépendamment de la fréquence d'utilisation.

IV.6. Conclusion

Dans cette partie, nous avons examiné le fonctionnement de la méthode itérative basée sur le concept d'ondes en traitant son processus de fonctionnement et son principe à travers plusieurs étapes :

- Expliciter les différentes sources d'excitation.
- Déterminer les opérateurs de réflexions et de diffractions, ainsi que les conditions aux limites imposées par la surface du circuit.
- Formuler la FMT et de la FMT inverse.
- Examiner la convergence du processus itératif.
- Mettre au point l'algorithme de la formulation itérative en ondes.

Le concept d'onde portée utilisé dans la méthode itérative a été présenté et le processus itératif qui la compose a été exprimé. Les opérateurs de réflexion et de diffraction nécessaires à son fonctionnement, ainsi que les conditions aux limites imposées par la surface du circuit ont été formulées. Les sources pouvant être utilisées pour les simulations et le calcul des impédances ont été clairement explicitées. Les formules de la F.M.T. qui relient les différentes phases du processus itératif, ont été énoncées. Mais la formulation de cette F.M.T. contient intrinsèquement des facteurs limitants et préjudiciables aux développements de la méthode itérative. Le chapitre qui va suivre nous permettra de comprendre comment ce problème a été résolu en partie.

V.1 INTRODUCTION

Les circuits planaires sont caractérisés par l'augmentation de leur capacité et de l'intégration de plus en plus importante des éléments électroniques. Ce phénomène induit un développement des logiciels de simulation spécifiques permettant de modéliser globalement la fonction au circuit à travers l'utilisation des méthodes numériques. Dans le cas qui nous intéresse la méthode utilisée est la méthode itérative basée sur le concept d'onde. Elle est fondée sur la détermination des relations de récurrences entre les ondes incidentes et les ondes réfléchies qui respectent les conditions de limites et de continuités dans le domaine spatial. Le résultat est progressivement approché par itérations successives jusqu'à obtenir la convergence.

Dans le but de montrer que la méthode itérative fonctionne correctement, il nous a paru utile d'illustrer la théorie exposée précédemment par une application basique. Elle concerne le calcul des paramètres impédances, admittances et de diffraction d'un circuit planaire bien connu : une ligne microruban court-circuitée.

Par la suite, La méthode sera étendue pour être appliquée à la modélisation et à la caractérisation d'une antenne patches avec encoches en technologie microruban , d'une antenne patch coplanaire et d'un coupleur directif quart d'onde [61-76]. Les résultats obtenus à travers le calcul et le tracé des paramètres de diffraction sont satisfaisants en comparaison avec ceux publiés par ailleurs. En plus de la compatibilité des résultats qu'elle offre, la méthode que nous présentons a comme avantage de ne nécessiter que de faibles ressources de calcul (en comparaison avec les autres méthodes) et permet d'obtenir une haute résolution spatiale.

V.2 LIGNE MICRORUBAN COURT-CIRCUITEE

V.2.1 Description de la structure

La figure 5.1 représente le schéma de la ligne microruban court-circuitée.

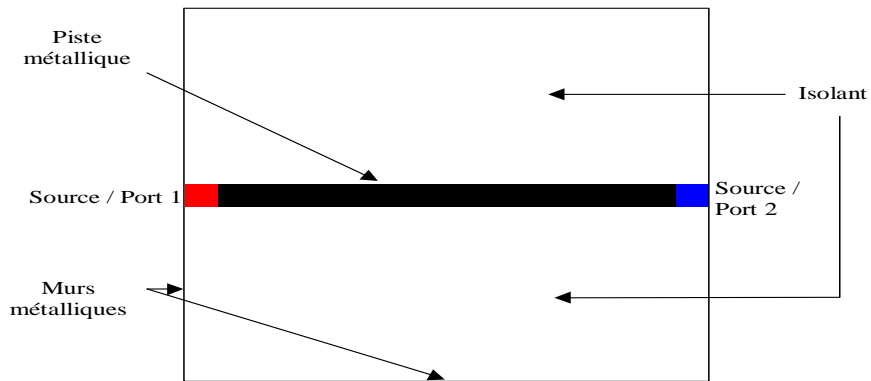


Figure 5.1 Ligne microruban court-circuitée

La structure est discrétisée en pixels comme le montre la figure 5.2a (64x64pixels) pour pouvoir obtenir une bonne précision sur la forme du courant.

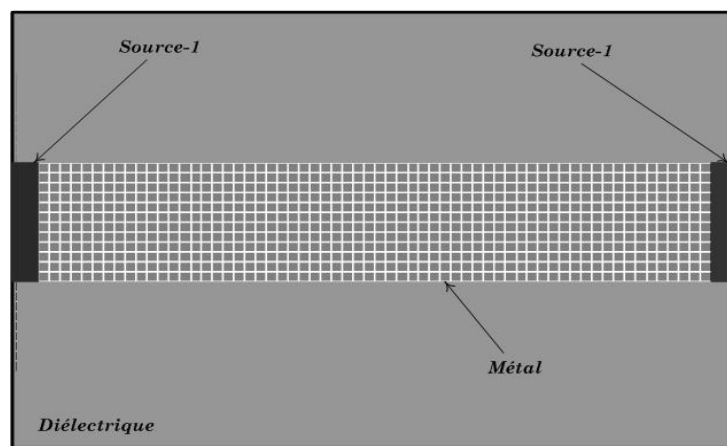


Figure 5.2a Ligne microruban court-circuitée discrétisée en pixels

La ligne est considérée comme court-circuitée car elle est enfermée dans un boîtier métallique qui la borde à ces deux extrémités.

Les dimensions de ce dernier sont $a = b = 8$ mm. La hauteur totale entre les deux capots est de 10.08 mm décomposée en deux milieux distincts d'épaisseur $h_1 = 10$ mm et $h_2 = 80$ μm . L'interface du circuit est cernée par l'air qui compose le milieu 1 et le substrat (milieu 2) de permittivité diélectrique relative $\epsilon_r = 10$ du. La largeur w de la ligne est de 1 mm.

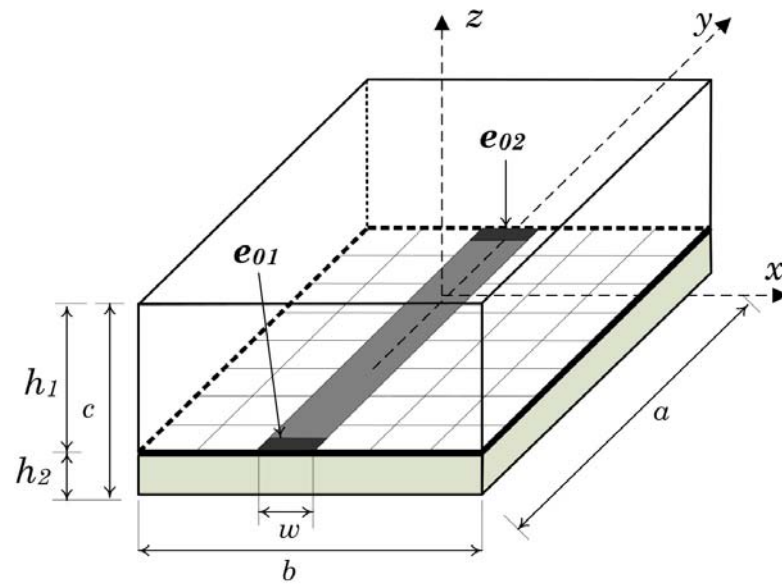


Figure 5.2b Ligne microruban en 3D

Les sources choisies sont carrées afin de ne pas faire intervenir inutilement le facteur de forme. Elles sont polarisées selon l'axe Oy correspondant à la longueur de la ligne. La source excitatrice est bilatérale et son impédance interne Z_0 est considérée comme étant la mise en parallèle des impédances d'ondes caractéristique des deux milieux dans lesquelles elle débite, c'est à dire que :

$$Z_0 = Z_{01} // Z_{02} = \frac{Z_{01} Z_{02}}{Z_{01} + Z_{02}} = 90.57 \text{ Ohm} \quad (\text{V.1})$$

V.2.2 Etude de la densité de courant et du champ électrique

On peut voir respectivement sur les figures 5.3 et 5.4 la forme du courant et du champ obtenu à la convergence pour la fréquence de 10 GHz. Ces grandeurs, décomposées selon les deux axes, sont représentées en module.

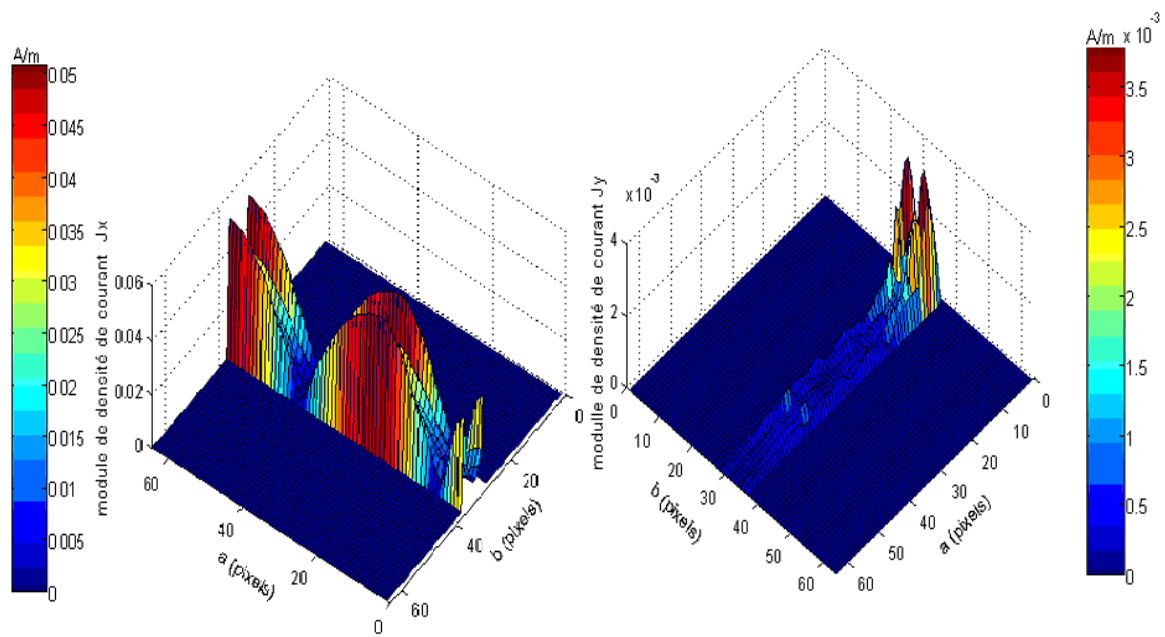


Figure 5.3 Module du courant à 10 GHz dans une ligne microruban court-circuitée

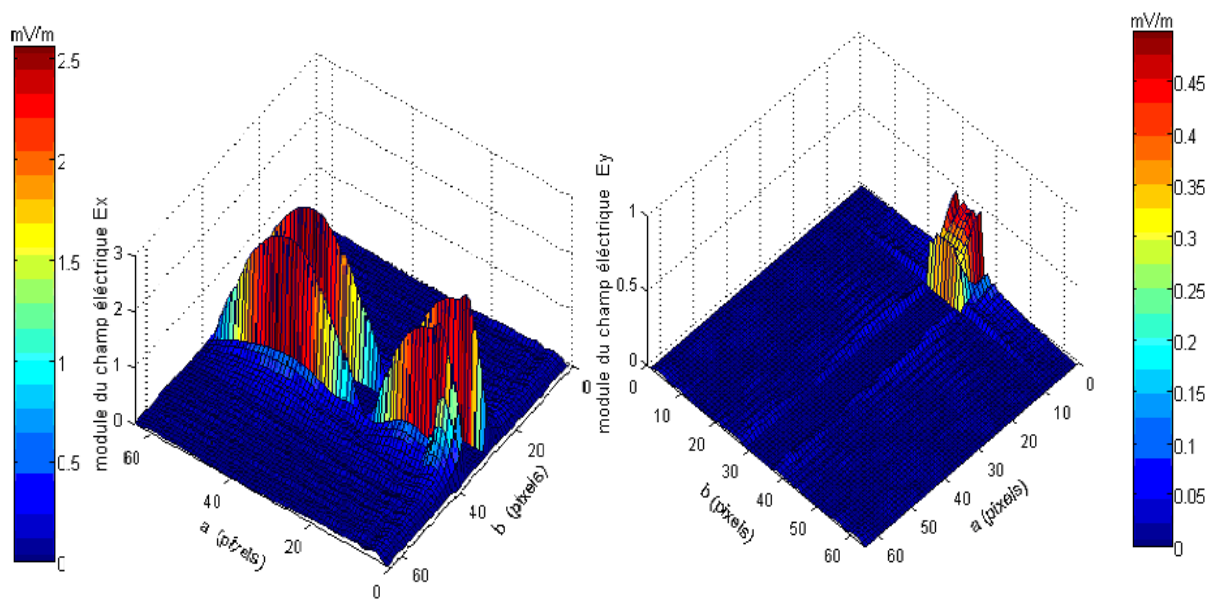


Figure 5.4 Module du champ électrique à 10 GHz d'une ligne microruban court-circuitée

On peut facilement voir sur les graphiques (figure 5.3), qui sont à la même échelle, que la majorité du courant circulant dans la ligne reste polarisée dans le même sens que la source tant qu'il n'y a pas de discontinuité rencontrée.

On peut également constater que les conditions aux limites et de continuité édictées précédemment sont fidèlement respectées. Ces informations sont vérifiées et confirmées par les modules des champs de la figure 5.4.

Une analyse comparative des figures 5.3 et 5.4 montre l'existence d'un nœud de courant qui correspond à un maximum de champ et vice versa. Cette dernière constatation est conforme à ce que l'on pouvait attendre, ainsi que le fait que la polarisation majoritaire du champ est perpendiculaire à celle du courant. $|E_y|$ n'existe quasiment que sur la source, du moins tant qu'il n'y a pas de discontinuité transversale à la ligne.

V.2.3 Etude de la convergence

Pour être certain que la méthode ait atteint la convergence, une étude a été menée à la fréquence de 10 GHz. Le résultat présenté sur la figure 5.5b montre une rapide convergence de l'admittance Y (en partie réelle et partie imaginaire) en fonction du nombre d'itération. En observant la fig. 5.5b (lissage de la courbe représentant l'évolution de l'admittance), on établit le nombre minimum d'itérations nécessaires à l'obtention du résultat final. Dans notre cas, la convergence est atteinte autour de 160 itérations.

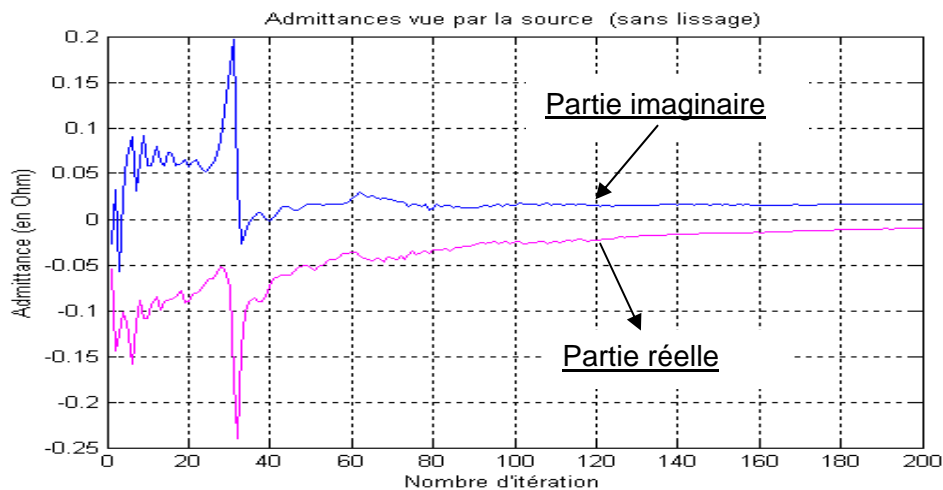


Figure 5.5a Convergence du module de l'admittance Y en fonction du nombre d'itérations (sans lissage)

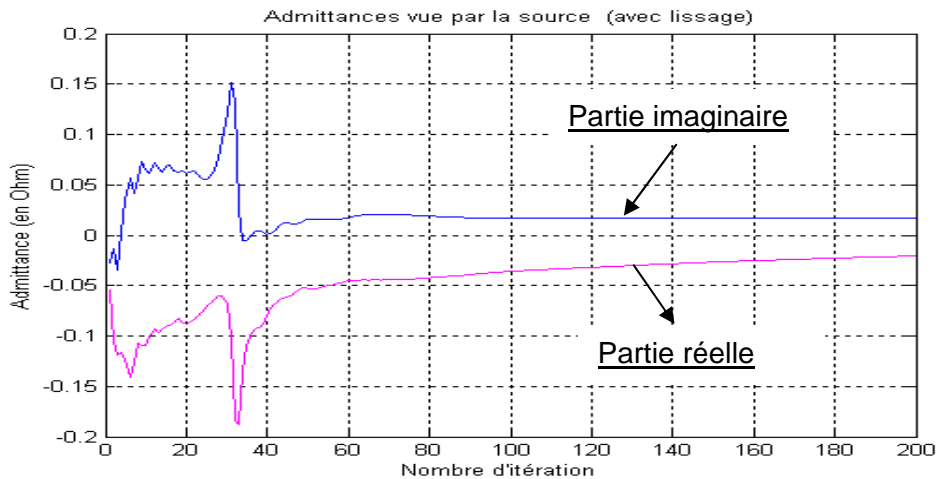


Figure 5.5b Convergence du module de l'admittance Y en fonction du nombre d'itérations (avec lissage)

On remarque aussi que la partie réelle de l'admittance de notre structure vue par la source converge vers une valeur proche de zéro, ce qui explique qu'on a une bonne convergence.

V.2.4 Etude des paramètres « S »

L'évolution du module des paramètres de diffraction en fonction de la fréquence est schématisée à la figure 5.6. Dans ce cadre, on constate que la ligne conduit l'énergie jusqu'au moins 20 GHz. On peut également s'apercevoir qu'il y a conservation de l'énergie. En effet, les changements dus aux pertes n'ont pas été pris en compte lors de la simulation.

Les résultats que nous obtenons (voir figure 5.6) à l'aide de la méthode itérative sont en parfaite cohérence avec ceux publiés par ailleurs [62].

Après avoir montré l'efficacité de la méthode itérative à travers son application pour le cas de la ligne microruban court-circuitée où nous avons explicité les phénomènes rencontrés et interprété les résultats obtenus, nous allons aborder maintenant le traitement de trois autres applications :

- Antenne patch avec encoche en technologie microruban
- Antenne patch en technologie coplanaire
- Coupleur directif quart d'onde

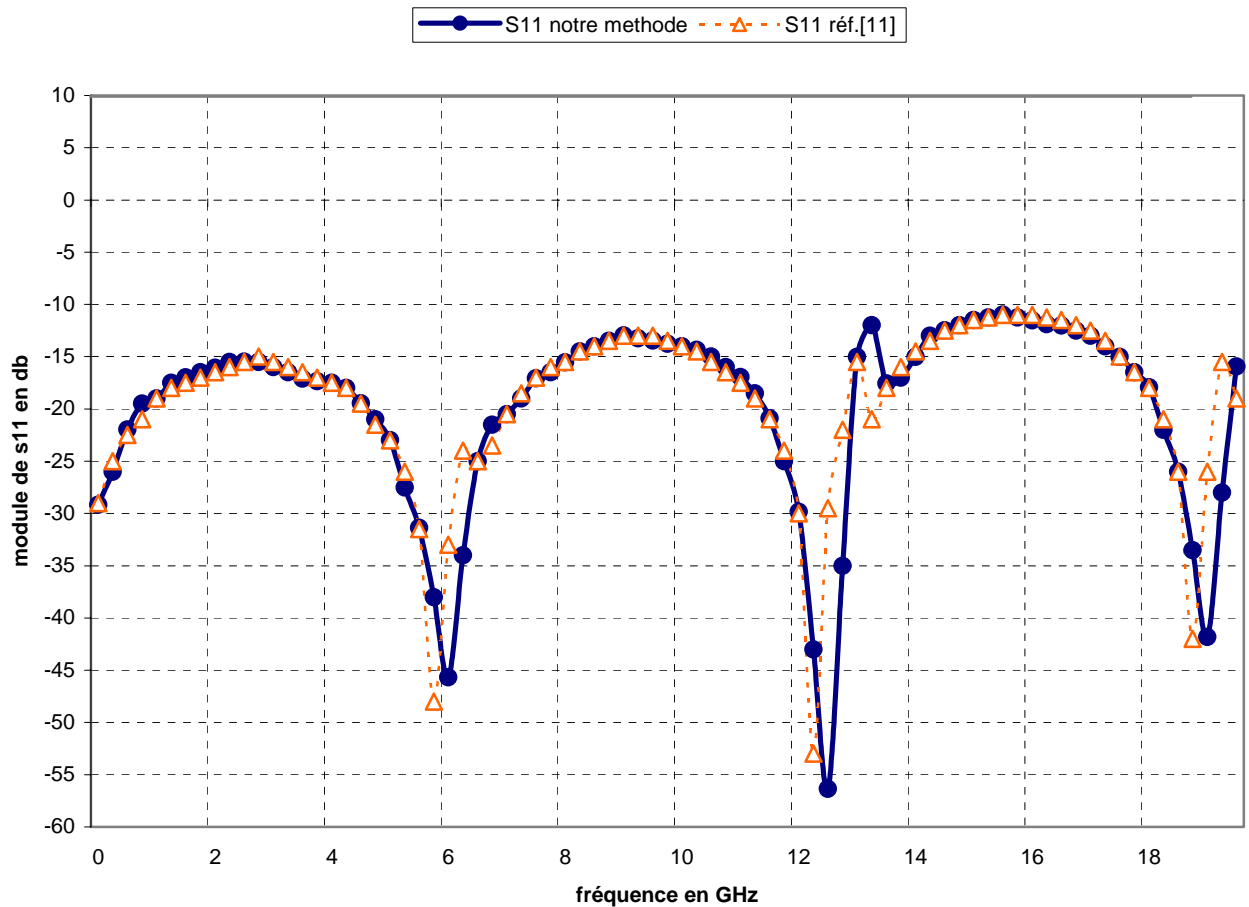


Figure 5.6 : Module des paramètres S par rapport à la fréquence microruban court-circuitée

V.3. ANTENNE PATCH AVEC ENCOCHE EN TECHNOLOGIE MICRORUBAN

V.3.1 Description de la structure

Il s'agit d'une antenne patch (figure 5.7) qui possède une fréquence de résonance à 1.32 GHz. Elle est constituée d'une ligne d'amenée pénétrant dans le patch et protégée par des encoches lui permettant de présenter à son extrémité une impédance caractéristique de 50Ω . Les dimensions de l'antenne sont indiquées comme suit:

$$a = b = 152\text{mm}, w = 4.75\text{mm}, S = 4.75\text{mm}$$

$$L_{fed} = 75.9\text{mm}, L = 5.9\text{mm}, W = 90.25\text{mm}, Y_0 = 19\text{mm}$$

$$h(\text{thickness of substrat}) = 0.5\text{mm}, \varepsilon_r = 2.3$$

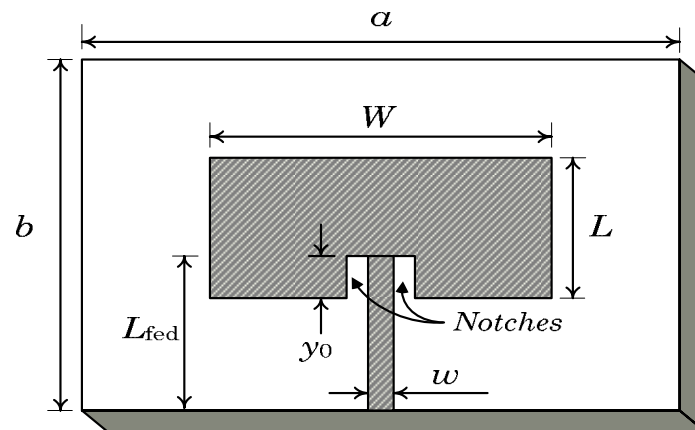


Figure 5.7 Antenne patch avec encoches

La structure est simulée grâce à une grille formée de 64x64 pixels comme la montre la figure :

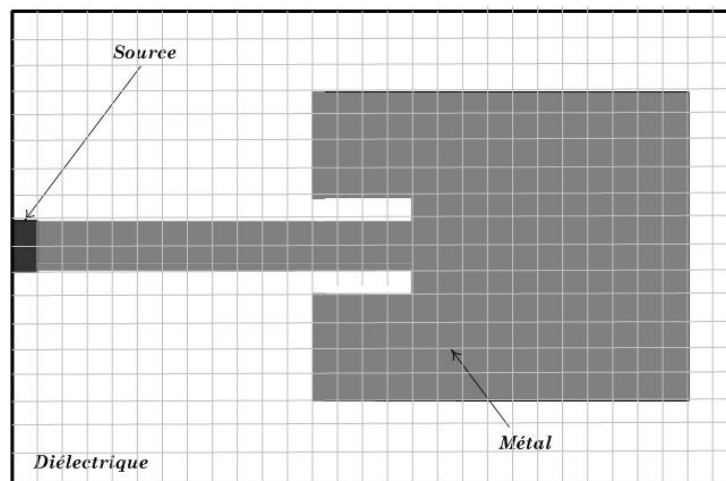


Figure 5.8 Antenne patch avec encoches discrétisée en pixels

V.3.2 Etude de la densité de courant et de champ électrique

On peut voir respectivement sur les figures 5.9 et 5.10 la forme des courbes du courant et du champ obtenu à la fréquence 1.32 GHz. Ces grandeurs, décomposées selon les deux axes, sont représentées en module.

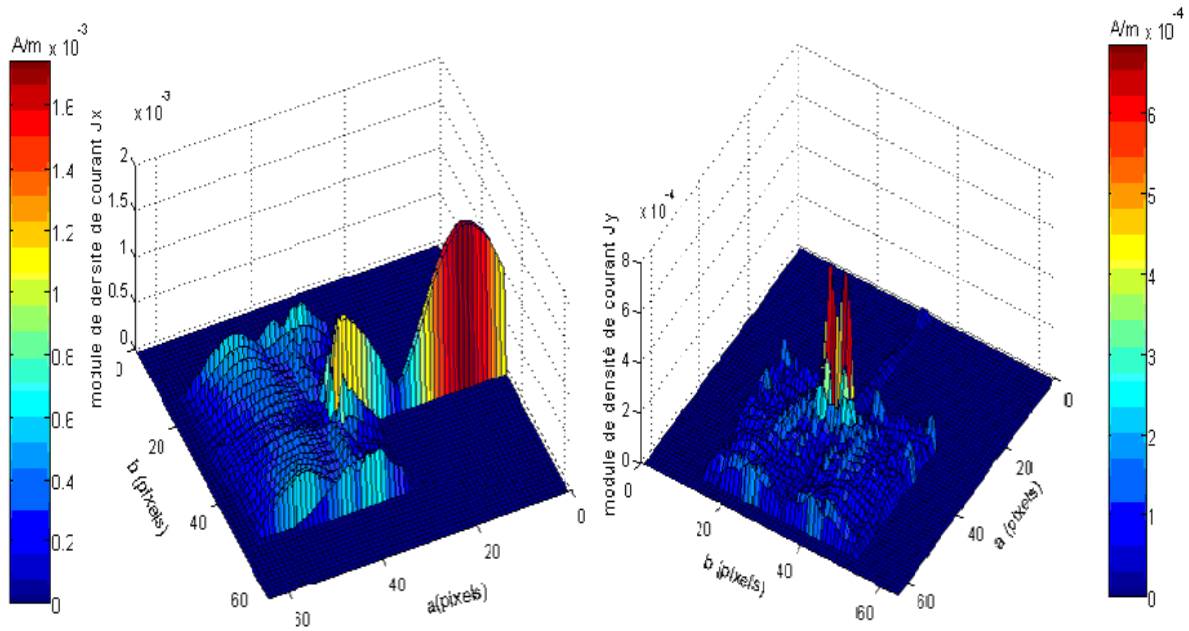


Figure 5.9 Module du courant à 1.32 GHz dans une antenne patch en encoches

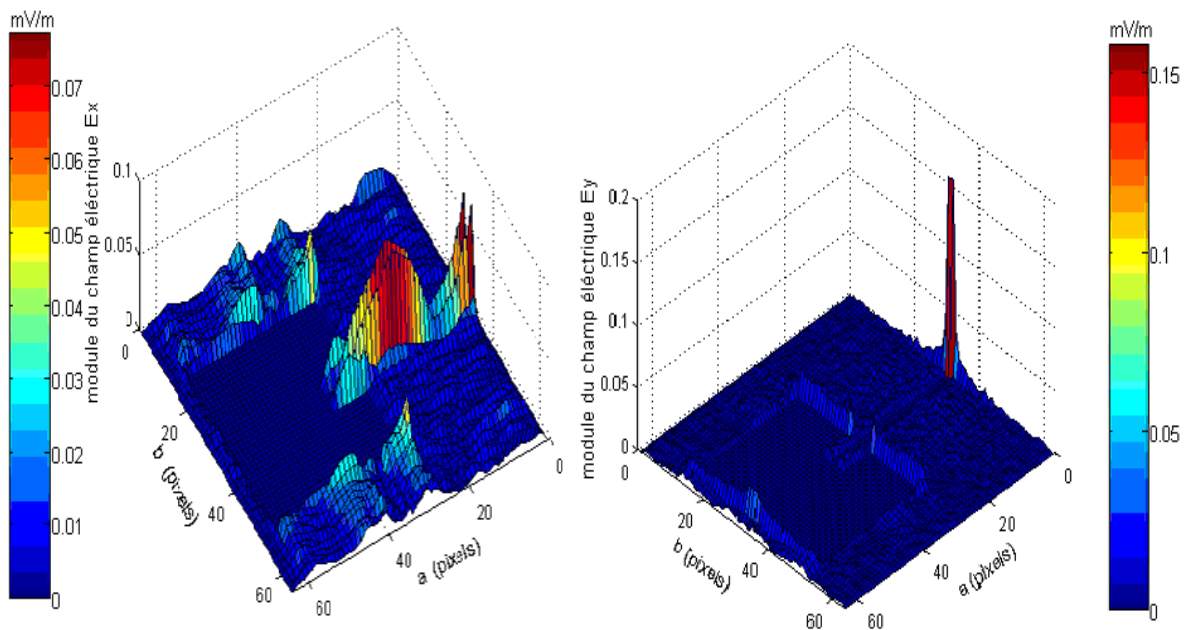


Figure 5.10 Module du champ électrique à 1.32 GHz dans une antenne patch en encoches

Les conditions aux limites et de continuités édictées précédemment sont fidèlement respectées. Ce qui nous amène à confirmer le bon accord de nos résultats avec la théorie développée.

En comparant les figures 5.9 et 5.10, on s'aperçoit qu'un nœud de courant correspond à un maximum de champ et vice versa. $|E_y|$ n'existe quasiment que sur la source, du moins tant qu'il n'y a pas de discontinuité transversale à la ligne.

V.3.3 Etude de la convergence

L'analyse de la figure 5.11, nous permet d'établir le nombre minimum d'itérations nécessaires à l'obtention du résultat final. Dans notre cas, la convergence est atteinte autour de 250 itérations.

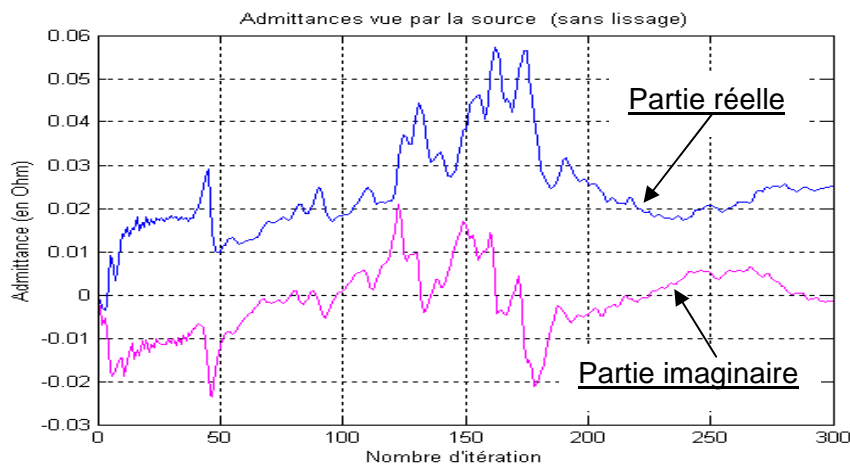


Figure 5.11a Convergence du module des admittances Y en fonction du nombre d'itération (sans lissage)

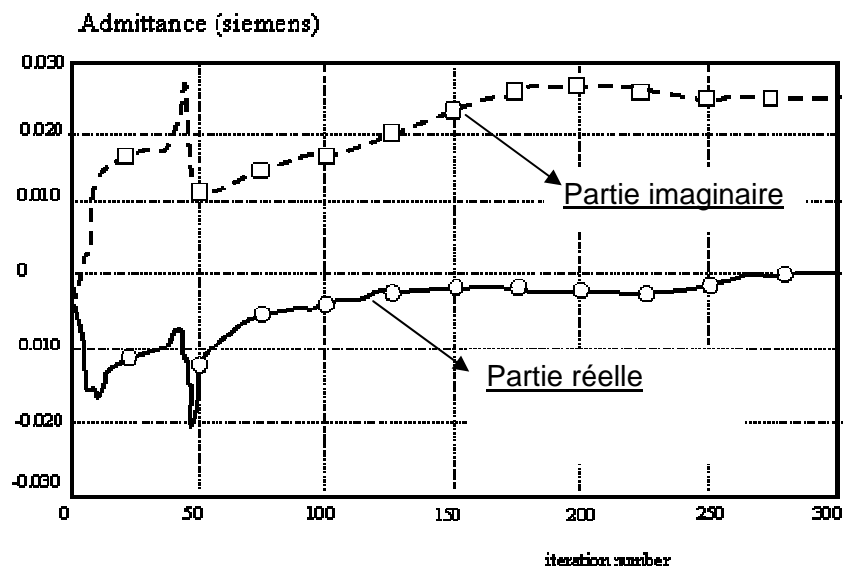


Figure 5.11b Convergence du module des admittances Y en fonction du nombre d'itération (avec lissage)

On remarque aussi que la partie réelle de l'admittance du patch vue par la source converge vers la valeur 0 synonyme de bonne convergence.

V.3.4 Etude des paramètres « S » d'une antenne patch en technologie microruban :

Pour visualiser l'allure des paramètres **S** de l'antenne patch en fonction de la fréquence, le programme a été itéré **300 fois**. Les résultats obtenus sont représentés par le graphe de la figure 5.12.

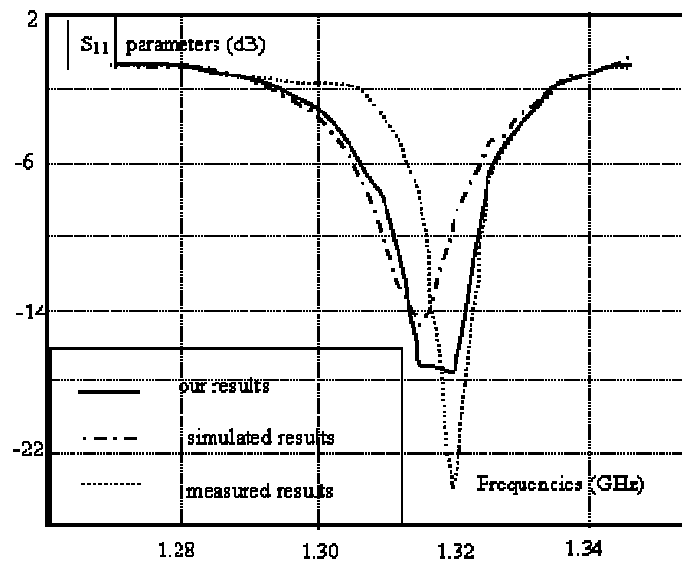


Figure 5.12 Module des paramètres S par rapport à la fréquence d'une antenne patch en encoches

Le but est d'obtenir une fréquence de résonance égale à 1.32 GHz. On remarque que les résultats obtenus sont très proche de cette fréquence (valeur obtenue : 1.318 GHz). Ils sont meilleurs que les résultats publiés dans la référence [76]. Il est évident, que dans cette application, la méthode itérative donne des résultats précis et qui méritent une grande attention.

V.4 ANTENNE PATCH EN TECHNOLOGIE COPLANAIRE

Nous allons aborder une autre structure représentée à la figure 5.13, il s'agit d'une antenne patch conçue en technologie coplanaire [71] , [76].

V.4.1 Description de la structure

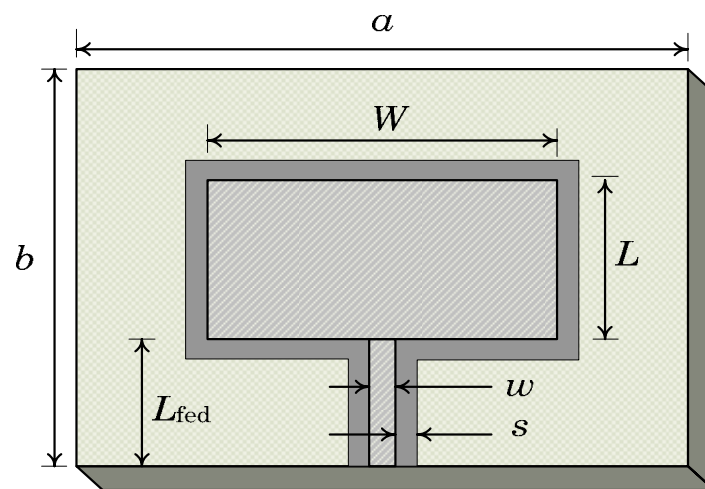


Figure 5.13 Antenne patch coplanaire

Les dimensions et les paramètres de l'antenne sont données comme suit:

$$a = b = 64\text{mm}, w = 1.6\text{mm}, S = 1.0\text{mm}, s = 1.0\text{mm}$$

$$L_{\text{fed}} = 171\text{mm}, L = 9.55\text{mm}, W = 31\text{mm}, \epsilon_r = 2.17$$

$$h(\text{thickness of substrat}) = 0.508\text{mm}, Z_c = 50\Omega, f = 10\text{Ghz}$$

La structure est simulée grâce à une grille formée de 64x64 pixels comme la montre la figure 5.14.

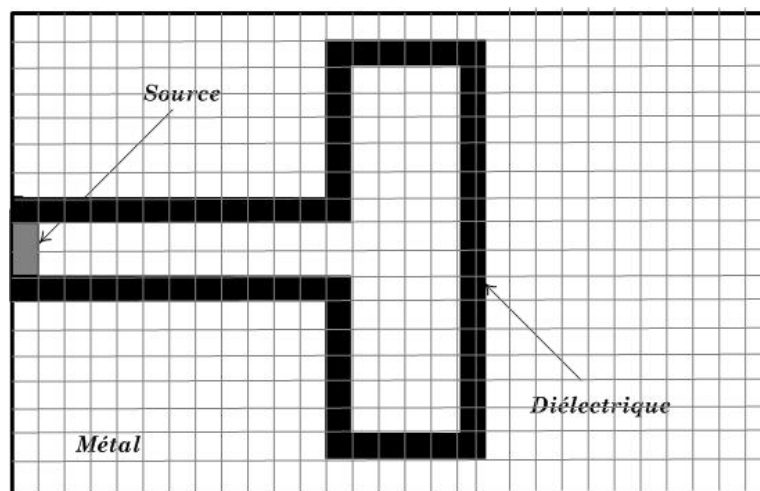


Figure 5.14 Antenne patch discrétisée en pixels

V.4.2 Etude de la densité de courant et de champ électrique

Les formes du courant et du champ obtenu à la fréquence 10 GHz sont représentés respectueusement en module et selon les deux axes ox et oy par les figures 5.15 et 5.16.

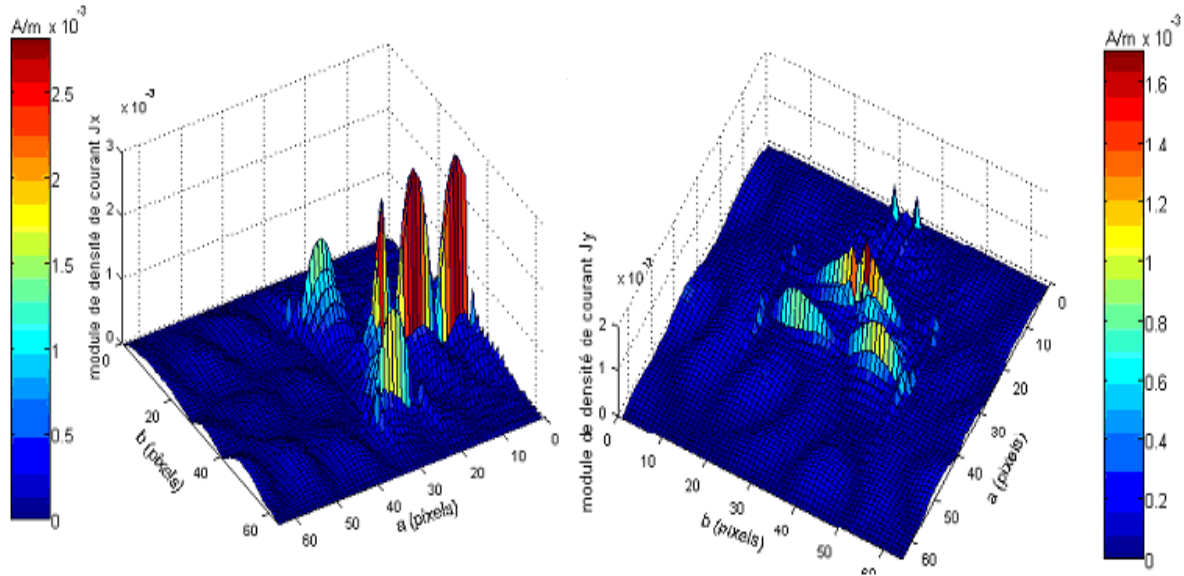


Figure 5.15 Module du courant à 10 GHz dans une antenne patch

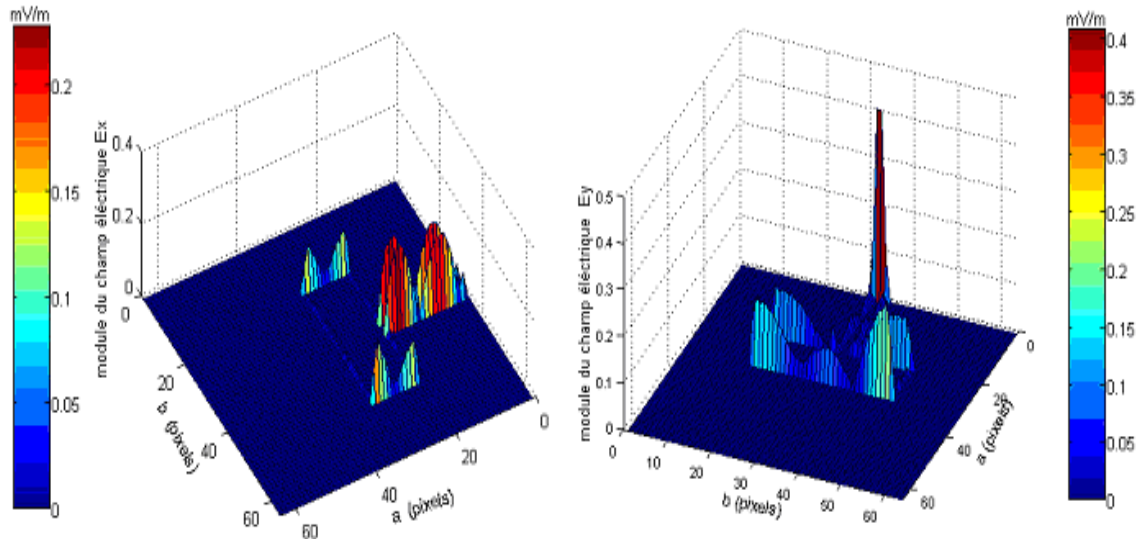


Figure 5.16 Module du champ électrique à 10 GHz dans une antenne patch

On peut constater que les conditions aux limites et de continuités sont fidèlement respectées. L'analyse des différentes figures montre qu'un nœud de courant correspond à un maximum de champ et vice versa et $|Ey|$ n'existe quasiment que sur la source.

V.4.3 Etude de la convergence

L'étude de la figure 5.17 qui représente l'évolution de l'admittance Y vue par la source en fonction de nombre d'itération à la fréquence 10 GHz montre que la convergence est atteinte au bout de la 200^{ème} itération. Toute augmentation de nombre d'itération au-delà de cette valeur agira seulement sur l'augmentation du temps de calcul sans apporter pour autant une amélioration significative de la précision.

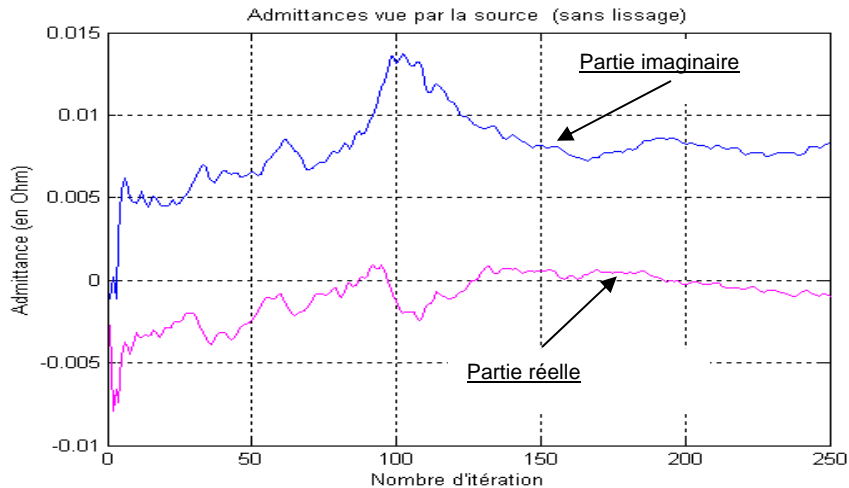


Figure 5.17a Convergence du module des admittances Y en fonction de nombre d'itération (sans lissage)

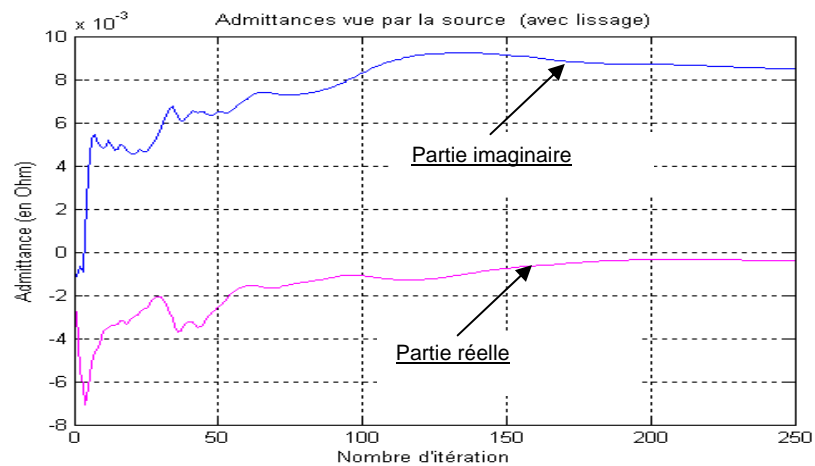


Figure 5.17b Convergence du module des admittances Y en fonction de nombre d'itération (avec lissage)

La partie réelle de l'admittance Y de la structure vue par la source converge vers une valeur proche de zéro, synonyme d'une bonne convergence.

V.4.4 Etude des paramètres S de l'antenne patch en technologie coplanaire :

Afin d'être sûr que la convergence est atteinte, le nombre d'itérations choisi est égal à 250 fois. L'évolution des paramètres S_{11} est représenté à la figure 5.18.

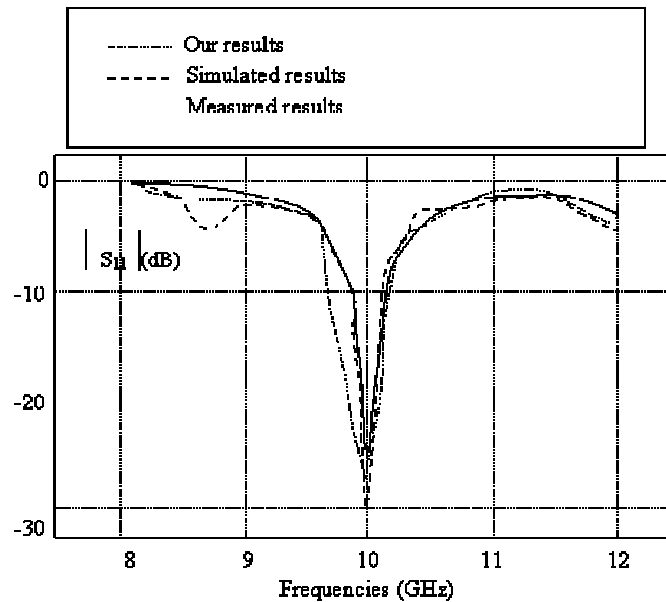


Figure 5.18 Module des paramètres S_{11} par rapport à la fréquence d'une antenne patch

L'analyse du graphique qui représente l'évolution du paramètre S_{11} montre deux caractéristiques :

- 1- La fréquence de résonance est de 10 Ghz.
- 2- La bonne concordance entre les résultats obtenus et ceux publiés par ailleurs [76] ainsi que les résultats obtenus par la mesure.

Ce qui nous permet de déduire que la méthode que nous avons présentée est bien adaptée à l'étude des circuits coplanaires telle que l'application que nous avons présenté.

V.5. COUPLEUR DIRECTIF QUART D'ONDE

V.5.1 Description de la structure

Suite aux études qui ont été abordées, nous présentons une autre application, qui concerne cette fois le coupleur directif quart d'onde [6-7] dont le schéma est représenté à la figure 5.19.

Les dimensions relatives à ce coupleur sont :

$$a = b = 25984\text{mm}, (m \times n) = (64 \times 64)\text{pixels}$$

$$L_1 = 24.\Delta x, w_1 = 6.\Delta y, \epsilon_{r1} = 1, h_1 = 0, L_2 = 18.\Delta x$$

$$w_2 = 10.\Delta y, \epsilon_{r2} = 2.2, h_2 = 0.794\text{mm}, w_3 = 6.\Delta x$$

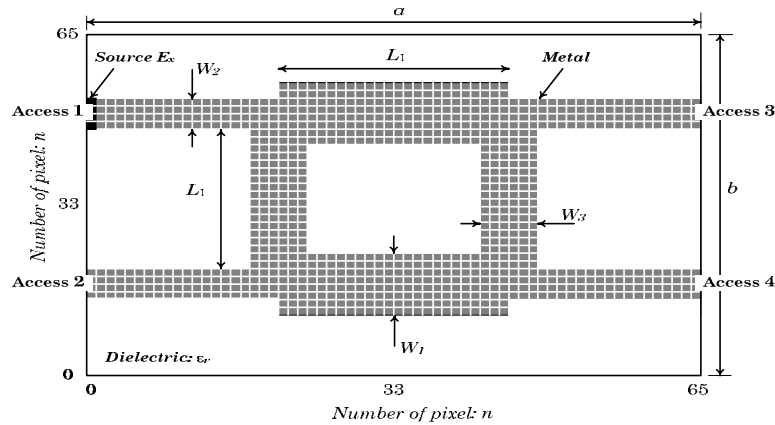


Figure 5.19 : Coupleur directif quart d'onde

V.5.2. Etude de la convergence du coupleur directif

Les courbes de la figure 5.20a et 5.20b représentent l'évolution de l'admittance Y vue des quatre points d'accès du coupleur directif en fonction du nombre d'itérations.

Cas présent : accès 1.

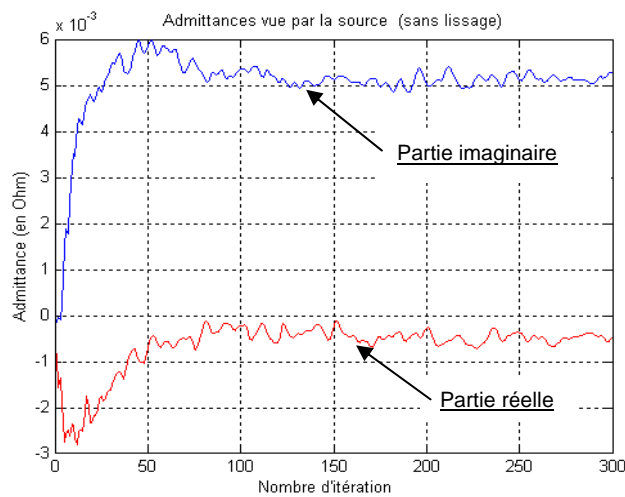


Figure 5.20a La convergence de l'admittance vue par la source 1 (sans lissage)

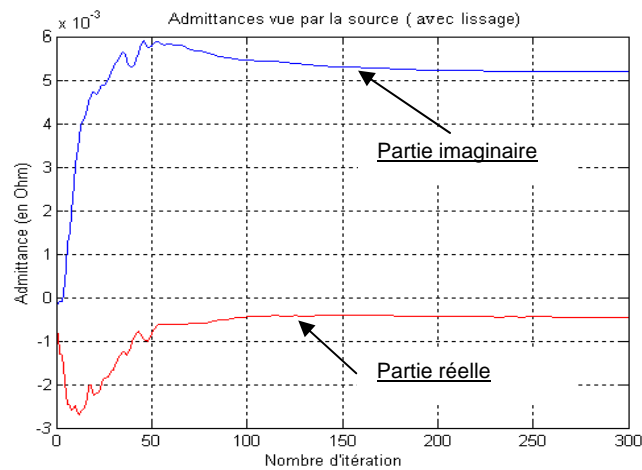


Figure 5.20b : La convergence de l'admittance vue par la source 1 (avec lissage)

La convergence de l'admittance Y vue successivement par les quatre accès du coupleur quart d'onde est la même pour une fréquence donnée : $F=5\text{GHz}$, à cause de la symétrie de la structure. L'analyse des courbes de convergence (avec ou sans lissage), montre qu'il ne suffit que de 200 itérations pour que la convergence soit atteinte. La partie réelle de l'admittance du coupleur vue par la source converge vers une valeur proche de zéro. Ceci indique que la convergence est atteinte.

V.5.3 Etude de la densité de courant

Pour obtenir la densité de courant (figure 5.21) au niveau du coupleur directif suite à l'application d'une source au niveau 1, le nombre d'itérations qui a été effectué est égale à 300. Ceci dans la perspective de s'assurer d'une bonne convergence. La fréquence d'utilisation est de 5 GHz.

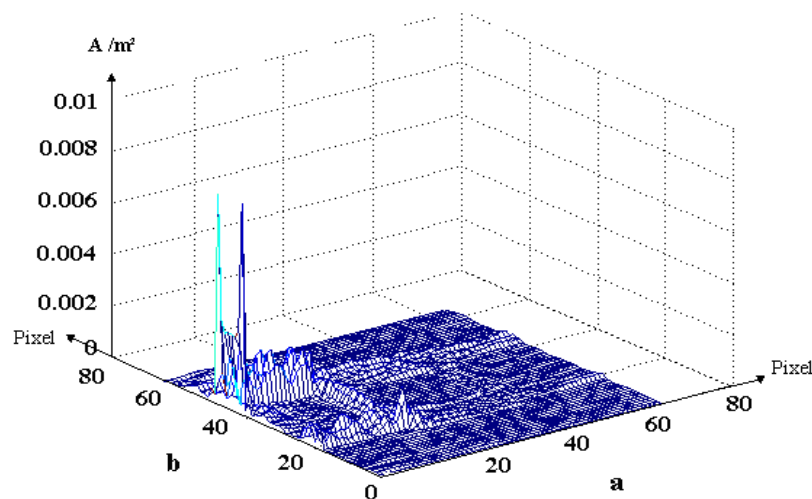


Figure 5.21 : La densité de courant du coupleur excité par une source unilatérale au 1^{er} accès

L'analyse de la représentation de la figure 5.21 montre que le module de la densité de courant est maximum au niveau de la source d'excitation, presque nul sur les accès 3 et 4 du coupleur et nul sur le diélectrique. Le résultat sera similaire si l'excitation (ou l'application de la source) est effectuée au niveau de l'un des trois accès (2,3 ou 4) du coupleur en raison de la symétrie de la structure.

V.5.4 Etude des paramètres S du coupleur directif

Pour visualiser l'allure des paramètres S_{ij} du coupleur directif en fonction de la fréquence, le programme a été itéré 300 fois. Ceci toujours pour avoir les certitudes d'une bonne convergence. Les résultats obtenus sont représentés par les graphes des figures 5.22, 5.23 et 5.24.

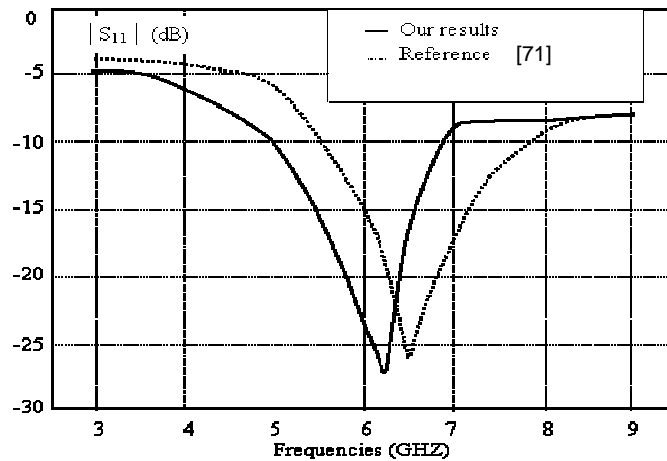


Figure 5.22 : le paramètre S_{11} en fonction de la fréquence

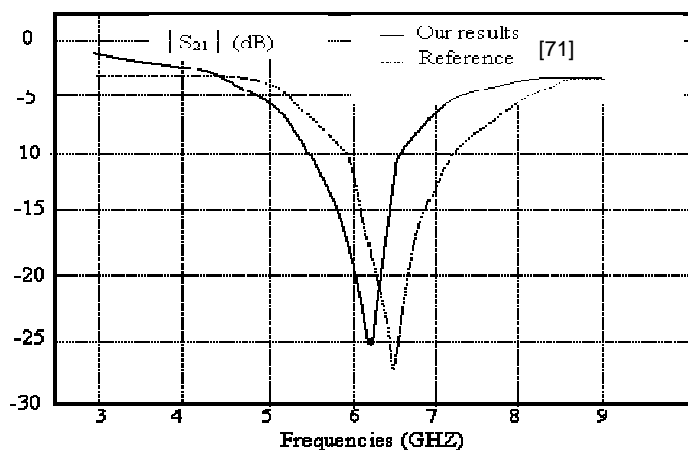


Figure 5.23 le paramètre S_{21} en fonction de la fréquence

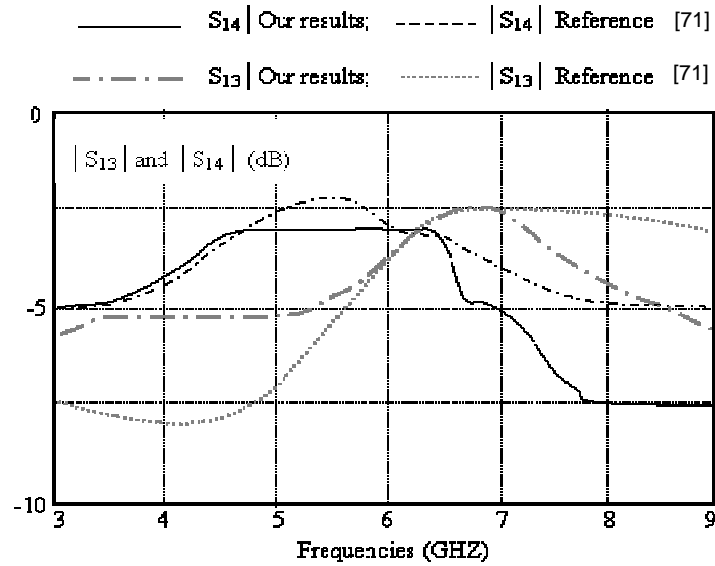


Figure 5.24 les paramètres S_{13} et S_{14} en fonction de la fréquence

La valeur minimum du module du paramètre de transmission S_{21} est observée à la fréquence de résonance (6.25 GHz) elle est de -32 dB.

A la fréquence de résonance (6.25 GHz) les paramètres d'isolation et de couplage respectivement S_{13} et S_{14} ont le même module -3dB.

Le coefficient S_{11} est très faible à la fréquence de résonance de 6.25 GHz, le coupleur est adapté à cette fréquence. Le coefficient S_{21} est presque nul à la fréquence de résonance de 6.25 GHz, la voie 2 est bien la voie isolée. Les coefficients S_{13} et S_{14} ont le même module à la fréquence de résonance de 6.25GHz. La puissance injectée dans la voie (1) est divisée en deux puissances identiques vers la voie directe (3) et la voie couplée (4)

V.6 CONCLUSION

La méthode WCIP (méthode itérative) utilisant le concept d'onde a été appliqué avec succès à l'analyse et la caractérisation des circuits micro-ondes, et particulièrement à la modélisation des antennes patch planaires. Son principe et ses propriétés ont été décrit afin de montrer sa flexibilité vis-à-vis d'autres techniques. La contribution de la FFT permet un traitement rapide et évite le choix délicat des fonctions qui sont souvent utilisés dans les méthodes intégrales. En effet, la WCIP est vue comme étant une méthode simple à implémenter, fiable en terme de convergence et a la possibilité de traiter des problèmes avec un grand nombre de paramètres (la FFT est écrite sans le stockage en mémoire de sa matrice).

Les résultats obtenus suite à l'utilisation de la méthode itérative (WCIP) pour la modélisation de deux antennes patch en technologie microruban et coplanaire et pour un coupleur directive quart d'onde montrent une bonne similarité avec les travaux d'autres auteurs publiés par ailleurs. Cette méthode a prouvé son efficacité dans la modélisation des structures planaires. Son extension à des problèmes de forme quelconque sont en voie d'être étudié. Les perspectives de cette méthode et son application à des métamatériaux, aux circuits intégrés sur substrat et aux circuits multicouches sont à envisager avec optimisme.

CONCLUSION GENERALE

Les méthodes de modélisation des circuits micro-ondes sont très variées. L'évolution du degré d'intégration des circuits micro-ondes induit nécessairement une évolution dans les méthodes numériques de modélisation. Dans cette perspective, nous avons été appelé d'abord à présenter l'outil mathématique pour la formulation des problèmes électromagnétiques. A cet effet, nous avons présenté le formalisme des opérateurs pour traduire les problèmes aux limites en électromagnétisme à l'aide de schéma équivalents.

Pour l'étude et l'analyse des discontinuités, nous avons utilisé une méthode intégrale. Dans ce cadre, les problèmes liés à la convergence ont été abordés. La convergence dépend bien évidemment d'un certain nombre de paramètres tels que :

- Le nombre de fonction d'essais
- Le nombre de modes
- La dimension de la source
- Les problèmes de blindages

Des fonctions d'essai de type « Roof Tops » ont été employées dans l'optique de la modélisation de discontinuités. Ce choix est lié à l'adaptation de ce genre de fonctions d'essai pour l'étude et la conception de ce type de structures.

Les circuits « discontinuités » qui ont été étudiés concernent plus particulièrement :

- La coupure microruban (Gap),
- La ligne microruban coudée

Pour les besoins de modélisation et de simulation un algorithme a été mis au point autour de la méthode intégrale. Les fonctions d'essai sont de type « Roof-Tops ». L'originalité du travail consiste en l'introduction de sources d'excitation en forme de triangle et d'un quadripôle de couplage. L'objectif est la détermination des paramètres caractéristiques de la discontinuité. Le paramètre S_{11} a été mis en évidence. La comparaison de nos résultats avec ceux publiés par ailleurs suite, soit à des modélisations par d'autres méthodes ou, suite à des mesures montre une bonne similarité. Ce qui peut nous autoriser à valider la méthodologie que nous avons développé pour l'étude de circuits plans symétrique. Rajouté à cet aspect de validation de la procédure, nous pouvons relever l'efficacité de notre méthodologie par une réduction très

appréciable du temps de calcul. Les résultats que nous avons obtenus nous encouragent à étendre cette étude d'autres types de lignes de transmission planaires. De plus une approche générale a été mise au point pour permettre le traitement d'autres structures plus complexes tel que le cas non symétrique.

Le développement des circuits microondes et leur complexité sont tels, qu'il est impératif de réajuster à tout moment les méthodes intégrale ou différentielle pour arriver à une représentation la plus proche du comportement de ces circuits. De ce constat il y a eu la mise en œuvre de la méthode itérative basée sur le concept d'onde (WCIP). La méthode itérative a été appliquée aux circuits planaires microondes et a été étendue ensuite à la modélisation des antennes.

Son principe et ses propriétés ont été décrits afin de montrer sa flexibilité vis-à-vis d'autres techniques. L'introduction de la transformée de Fourier rapide a contribué à réduire le temps de calcul et à éviter le choix délicat des fonctions d'essai qui sont habituellement utilisés dans les méthodes intégrales. La méthode itérative (WCIP) nous semble être une méthode simple à implémenter et fiable en terme de convergence. Elle offre aussi la possibilité de traiter des problèmes régis par un grand nombre de paramètres.

Parmi les applications que nous avons étudié en utilisant la méthode itérative basée sur le concept d'onde (Wave Concept Iterative Procedure), on cite :

- La modélisation d'une antenne patch en technologie microruban
- La modélisation d'une antenne patch en technologie coplanaire
- L'étude d'un coupleur directif quart d'onde.

Les résultats obtenus avec la méthode itérative montrent une très bonne concordance avec ceux publiés par ailleurs. Ce qui nous permet de conclure que cette méthode s'adapte bien pour l'étude des structures planaires.

Par ailleurs, plusieurs développements prolongeant ce travail ont déjà été initiés. Ils concernent :

- l'accélération de la convergence de la méthode itérative,
- L'élargissement du champ d'application de cette méthode pour la modélisation des antennes planaires micro-ondes, des métamatériaux, des circuits intégrés sur substrats et des circuits multicouches,
- L'application de la méthode itérative aux structures de formes quelconques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : **M.Helier et C.Pichot**, "Structures de Guidage pour Circuits Micro-ondes millimétriques", *Technique de l'ingénieur*, volume E₄, 1989.
- [2] **Brian C, Wadell**, "Transmission line design handbook", *Artech House*, 1991.
- [3] : **R.Badoual**, "Les Micro-ondes, Circuits-Microrubans-Fibres", *Edition Masson*, Paris, 1984.
- [4] : **T.C.Edwards**, "Conception des Circuits Micro-ondes", *Edition Masson*, Paris, 1984.
- [5] : **B.Bhat, S.K.Koul, K.Shiban and Bharathi**, "Analysis, Design and Application of Finline", *Edition Artech House, Norwood*, 1987.
- [6] : **Gardiol**, "Hyperfréquences", *Edition Dunod*, 1987.
- [7] : **T. Hirota, A. Minakawa, M. Muraguchi**, "Reduced-Size Branch-Line and Rat-Race Hybrids for Uniplanar MMIC's". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 38, No. 3, pp. 270-275, Mar. 1990.
- [8] **K .C .Gupta, R.Garg and I. J. Bahl**, "Computer Aided Design of Microwave", *Edition Artech House Inc, Norwood*, 1987.
- [9] **P. A. M. Dirac**, "The Principles of Quantum Mechanics", *Clarendon Press, Oxford*, 1947.
- [10] **M. Hazi**, « Introduction aux Espaces Normés », *2^{ème} Année d'Université et des Grandes Ecoles Scientifiques, Office des publications Universitaires*, Alger, Juillet 94
- [11] **B. Friedman**, « Principles and Techniques of Applied Mathematics », *John Wiley*, 1956
- [12] **H.Aubert**, "Etude des Discontinuités Uniaxiales dans les Lignes de Transmission Planaires", *Thèse de Doctorat, ENSEEIHT, INP, Toulouse*, Janvier 1993.
- [13] **H. Baudrand, H. Aubert, D. Bajon and F.Bouzidi**, « Systematic Procedure of Integral Formulation from Consistent Equivalent Networks Involving Generalized Trial Quantities. Part I: *IEEE MTT*
- [14] **H. Baudrand**, "Representation by Equivalent Circuit of the Integral Methods in Microwave Passive elements", *Eumc, Budapest*, Sept.1990
- [15] **H. Baudrand**, "Méthodes Numériques en Propagation", *ENSEEIHT, INP-Toulouse*, 1985.
- [16] **F. Bouzidi, H. Aubert, D. Bajon, H. Baudrand and V. Fouad Hanna**, "Equivalent Circuit Representation of Lossy Coplanar Waveguides", *Annales des Télécommunications*, Tome 47 N° 11-12, pp. 551-554, Nov-Dec, 1992

- [17] **F. Bouzidi**, Contribution à l'Etude des Pertes et Transitions en Ligne Coplanaire », *Thèse de Doctorat*, ENSAE-Toulouse, 1994
- [18] **H. Aubert**, « Etude des Discontinuités Uniaxiales dans les Lignes de Transmission Planaires », *Thèse de Doctorat*, INP-Toulouse, 1993
- [19] **R. F. Harrington and J. R. Mautz**, “ A Generalized Network Formulation for Aperture Problems” , *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, pp. 870-873, Nov. 1976
- [20] **T. Itoh**, “ Spectral Domain Immitance Approach for Dispersion Characteristics of Generalized Printed Transmission Lines”, *IEEE. Trans on Microwave Theory and Tech*, Vol MTT-28, pp 733-736, July 1980
- [21] **R. Sorrentino**, “ Numerical Techniques for Planar and Quasi-Millimeter-Wave Passive Components “, *Annales des Télécommunication*, Vol. 43, N° 7-8, pp. 392-404, 1988
- [22] **T. Itoh**, Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Components, *John Wiley and Sons*, 1989
- [23] **R. F. Harrington**, “Matrix Methods for Field Problems “, *Proc. IEEE*, Vol.55, N°2, Feb. 1967, pp. 136-149
- [24] **M. M. Ney**, “ Method of Moments as Applied to Electromagnetic Problems’ , *IEEE Trans on Microwave Theory and Tech*, Vol-MTT-28, pp. 972-980
- [25] **R. F. Harrington**, “Field Computation by Moment Method”, *Mac Milan*, 1968
- [26] **R. F. Harrington**, “Time Harmonic Electromagnetic Field”, *Mac Graw Hill*, 1961
- [27] **Rautio (J.C), Harrington (R.F.)**. “An electromagnetic time harmonic analysis of shielded microstrip circuits”. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.* (1987), 35, n° 8, pp. 726-730.
- [28] **Harrington (R.F.)**. “Time harmonic electromagnetic fields”, *Mc Graw Hill* , 1961.
- [29] **Wong (M.F.), Picon (O.), Fouad Hanna (V.)** « Résolution par éléments finis d'arête des équations de Maxwell dans les problèmes de jonctions et cavités microondes ». *J. Phys. III* , pp. 2083-2099, 1992.
- [30] **Wong (M.F.)**. « Méthode des éléments finis mixtes 3D appliquée à la caractérisation des composants passifs microondes et millimétriques ». *Thèse de Doctorat*, Université Paris 7 1993.
- [31] **Drissi (M.), Fouad Hanna (V.), Lepeltier (P.), Citerne (J.)**. « Analyse de discontinuités rayonnantes sur ligne microruban au moyen d'équations intégrales ». *Ann. Télécommunic.*, 43, n°5-6, pp. 246-250, 1988.
- [32] **Hill (A.), Tripathi (V.K.)**. “An efficient algorithm for the three-dimentional analysis of passive microstrip components and discontinuities for microwave and millimeter-wave integrated circuits”. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 39, n°1, pp. 83-91, 1991.

- [33] **Altman (S.)**. "Contribution à l'étude des circuits planaires par une méthode intégrale ». *Thèse de Doctorat*, INP Toulouse, 1994.
- [34] **Jackson (R.W.), Pozar (D.M.)**. « Full wave analysis of microstrip open-end and gap discontinuity". *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 36, n° 10, pp. 1036-1042, 1985.
- [35] **Kirschning (M.) et Al.** "Measurement and Computer aided modeling of Microstrip Discontinuities by a Improved resonator Method". *IEEE MTT-Symp. Dig.*, pp. 495-497, 1983.
- [36] **Jansen (R.H.)**. "Hybrid mode analyze of end effects of planar microwave and millimeter wave transmission lines". *Proc. Inst Elec. Eng.*, 128, pt.H, n°2, pp. 77-86, 1981.
- [37] **Jansen (R.H.)**. "The spectral domain approach for microwave integrated circuits", *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 35, pp. 1043-1056, 1985.
- [38] **Rautio (J.C.)**. "A time harmonic electromagnetic analysis of shielded microstrip circuits." *Ph.D. Thesis*, Syracuse University, 1986.
- [39] **Pujol (S.)**. « Contribution à l'étude de circuits planaires micro-ondes par une méthode intégrale en utilisant différents types de fonctions d'essai ». *Thèse de Doctorat*, INP Toulouse, 1992.
- [40] **Hill (A.)**. "Quasi-TEM and full wave numerical methods for the characterisation of microstrip discontinuities". *Ph.D. Thesis*, Oregon State University, 1989.
- [41] : **R.S.N'Gongo et H.Baudrand**, « Modélisation des antennes actives planaires de forme arbitraire par une méthode itérative », *Workshop IEEE-MTT-Ed*, La Rochelle, Mai 1998
- [42] : **P.M.Van den Berg and R.E.Kleinman**, « The conjugate gradient spectral itérative technique for planar structures. », *IEEE Trans. Antennas Prop.*, vol. 36, n°10, pp.1418-1423, October 1988.
- [43] : **T.K. Sarkar**, « On a class of finite step iterative methods (conjugate directions) for the solution of an operator equation arising in electromagnetic. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. 33, pp.1058-1066, October 1985.
- [44] : **R.Kastner, E.Heyman and A.Sabban**, « Spectral domain iterative analysis of single and double-layered microstrip antennas using the conjugate gradient algorithm. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. 36, n°9, pp.1204-1212, September 1988.
- [45] : **P.M.Van den Berg**, « Spectral Iterative computational techniques in scattering based upon the integrated square error criterion. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. AP-32, pp.1063-1071, October 1984
- [46] : **P.M.Van den Berg and W.J.Ghijssen**, « A spectral iterative technique with Gram-Schmidt orthogonalization . », *Short paper, Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, n°4, April 1988, pp.769-772.

- [47] : **C.Tsao and R.Mitra**, « A spectral-iteration approach for analyzing scattering from frequency selective surfaces. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. 30, pp. 303-308, March 1982.
- [48] : **R.Kastner and R.Mitra**, « A spectral-iteration technique for analyzing a corrugated-surface twist polarizer for scanning reflector antennas. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. 30, pp. 673-676, March 1983.
- [49] : **R.Kastner and R.Mitra**, « A spectral-iteration technique for analyzing scattering from arbitrary bodies, Part I : cylindrical scattered with E-wave incidence. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. AP.31, pp.499-506, 1983
- [50] : **R.Kastner and R.Mitra**, « A spectral-iteration technique for analyzing scattering from arbitrary bodies, Part II : conducting cylinders with H-wave incidence. », *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol. AP.31, pp.435-537, 1983
- [51] : **R.E.Hodges and Y.Rahmat-Samii**, “ An iterative current-based hybrid method for complex structures.”, *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol.45, n°4, pp. 265-275, Feb 1997.
- [52] : **N.N.Bojarski**, “ The k-space formulation of the scattering problem in the time domain.” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol.72, pp. 570-584, Aug 1982.
- [53] : **W.L.Ko and R.Mitra**, “ A new approach based on a combination of integral equation and asymptotic techniques for solving electromagnetic scattering problems”, *IEEE Trans Antennas Prop.*, vol AP-25, pp.187-197, Mars 1977
- [54] : **M.Azizi, H.Baudrand**, “ A new iterative method for scattering problems.”, *European Microwave Conf., Proc.*, vol. 1, pp. 255-258, 1995.
- [55] : **M.Azizi, M.Boussouis, H.Aubert and H.Baudrand**, “A three dimensional analysis of planar discontinuities by an iterative method.”, *Microwave and optic. Tech.Letters* , 20 dec. 1996, Conf., Proc., vol.1, pp. 255-258.
- [56] : **M.Azizi**, “Contribution à la résolution des problèmes de diffraction dans les dispositifs micro-ondes par une méthode itérative. » , *Thèse de doctorat INPT* 1997.
- [57] : **R.S.N’Gongo**, « Modélisation électromagnétique des circuits planaires. Application à l’influence du boîtier. » *Thèse de doctorat* de l’INPT, 1999.
- [58] : **R.S.N’gongo et H.Baudrand**, « A new approach for microstrip active antennas using modal FFT algorithm », *IEEE AP.S.*, pp. 608-615, Orlando 1999.
- [59] : Dictionnaire encyclopédique QUILLET édition 1988, volume VII page 4736.
- [60] : **F.Baudrand**, « Contribution à l’étude d’antennes fentes annulaires actives », *Thèse de doctorat* de l’INPT, Février 1997,

- [61] **R.S. N'gongo and H. Baudrand**, "Application of wave concept iterative procedure in planar circuit," *Recent Res. Devel. Microwave theory & Tech.*, Vol.1, pp. 187-197, 1999.
- [62] **R. Garcia**, *Contribution à l'Etude des Circuits Planaires par une Méthode Itérative Basée sur le Concept d'Ondes*, Thèse de doctorat, ENSEEIHT Toulouse, 2001.
- [63] **F. Surre, L. Cohen, H. Baudrand, P. Gamand**, "New Approaches for Multi-Scale circuit Analysis", *EUMC 2001*, Londre (G.R), September 2001
- [64] **H. Baudrand**, *Introduction au calcul des circuits microsondes*, CEPADUES Ed., ENSEEIHT, Toulouse, 1994.
- [65] **Christopoulos, C.**: 'The transmission line modeling method: TLM', *IEEE Press*, Piscataway, NJ, 1995
- [66] **Russer, P., and Bader, B.**: 'The alternating transmission line matrix (ATLM) scheme'. *IEEE MTT-S Proc. Int. Microw. Symp.*, Orlando, FL, 1995, pp. 19–22; 16-20 May 1995.
- [67] **Taflove, A., and Hagness, S.**: *Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method*, Artech House, Norwood, 2000.
- [68] **Baudrand, H., and Bajon, D.**: 'Equivalent circuit representation for integral formulation of electromagnetic problems', *Int. J. Numer., Model. Electron. Netw. Devices Fields*, , 15, pp. 23–57, January 2002.
- [69] **Akatimagool, S., Bajon, D., and Baudrand, H.**: 'Analysis of multilayer integrated inductors with wave concept iterative procedure (WCIP)'. *IEEE MTT-S Proc. Int. Microw. Symp. Dig.*, May 2001, Vol. 3, pp. 1941–1944, May 2001.
- [70] **Wane, S., Bajon, D., and Baudrand, H.**: 'Fullwave analysis of stacked structures including inhomogeneous layers. Hybrid Integral-Differential Approach in Terms of Waves'. *Proc. New Trends and Concepts in Microwave Theory and Techniques Conf.*, , pp. 131–166, February 2003.
- [71] **M. David , M. A. Sheen , D. Mohamed and J. Au Kong**, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuit," *IEEE Trans on microwave theory and techniques*, vol 38, n° 7, pp.849-856, July.1990.
- [72] **Keith R. Carver and James W. Mink**, "Microstrip Antennas Technology," *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol.29, No. 1, January 1981.
- [73] **Arun K. Bhattacharyya**, "Long rectangular patch antenna with a single feed," *IEEE Transaction on antennas propagation*, Vol.38, No 7, July 1990.

- [74] **Davic M. Pozar**, “Microstrip Antennas,” *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, VOL. 80, N°1, January 1992.
- [75] **W.J. Tseng et S.J. Chung** , “Analysis and Application of a Two-port Aperture-coupled Microstrip Antenna,” *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, Vol 46, pp.530-535, Mai 1998.
- [76] **K. Li, C. H. Cheng, T. Matsui, and M. Izutsu**, “Simulation and experimental study on coplanar patch and array antennas,” *IEEE Microwave Confernce*, 2000 Asia-Pacific, 2000.
- [77] : **S.A.Meade et C.J Railton**, « Efficient Implementation of the spectral domain Methode Including pre-calculated corner basis functions », Center for communication research, Faculty of Engineering, University of Bristol,U.K.
- [78] : **A.Khodja**, « optimisation des fonctions d’essai dans la modélisation de la ligne à ailettes unilatérale par la méthode de résonance transverse », Thèse de magistère USTHB 1997
- [79] **T. Itoh and R.Mitra**, “Spectral-domain approach for calculating the dispersion Characteristics of Microstrip lines”, *IEEE Trans., Microwave Theory and Techniques* Vol.MTT-21, pp. 496-499, July 1973.

A.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude des méthodes de modélisation des lignes de transmission planaire. Ces méthodes sont adaptées à la programmation sur PC et permettent en même temps de calculer les paramètres et les grandeurs qui caractérisent les structures. Parmi ces méthodes, on cite la méthode des moments, la méthode de résonance transverse et la méthode spectrale.

A.2 METHODE DES MOMENTS

A.2.1 Définition

Cette méthode est basée sur l'utilisation de l'opérateur mathématique linéaire et permet la transformation des équations électromagnétiques en un système inhomogène qui s'écrit sous la forme suivante [64] :

$$\hat{L} F = g \quad (\text{A.1})$$

- \hat{L} : l'opérateur linéaire
- F : fonction inconnue
- \vec{g} : fonction donnée

A.2.2 Principe de la méthode :

Pour résoudre l'équation (A.1), on fait appel au développement de la fonction F dans une base de fonction d'essai. La fonction F est exprimée dans cette base comme suit :

$$F = \sum_{j=1}^{\infty} a_j f_j \quad (\text{A.2})$$

(f_j) est une fonction complète

Généralement, la somme est tronquée à l'ordre N pour que l'équation (A.2) puisse être résolue numériquement

$$F = \sum_{j=1}^N a_j f_j \quad (\text{A.3})$$

On remplace l'expression de F de l'équation (A.2) dans l'équation (A.1), on obtient :

$$\hat{L} \sum_{j=1}^{\infty} a_j f_j = g \quad (\text{A.4})$$

Pour résoudre l'équation (A.4), nous la décomposant par une base de fonctions test (w_i).

On obtient l'équation suivante :

$$\sum_{j=1}^{\infty} a_j \langle w_i, \hat{L}f_j \rangle = \langle w_i, g \rangle \quad (\text{A.5})$$

Qui peut être mise sous la forme matricielle :

$$[L_{ij}] \cdot [a_j] = [w_i] \quad (\text{A.6})$$

avec :

$$[L_{ij}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, \hat{L}f_1 \rangle & \langle w_1, \hat{L}f_2 \rangle & \dots & \langle w_1, \hat{L}f_j \rangle \\ \langle w_2, \hat{L}f_1 \rangle & \langle w_2, \hat{L}f_2 \rangle & \dots & \langle w_2, \hat{L}f_j \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_i, \hat{L}f_1 \rangle & \langle w_i, \hat{L}f_2 \rangle & \dots & \langle w_i, \hat{L}f_j \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$a_j = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_j \end{bmatrix}, \quad w_i = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_i, g \rangle \end{bmatrix}$$

L'équation (A.6) est un système d'équations linéaires de la forme :

$$A X = B \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$A_{ij} = \langle w_i, \hat{L}f_j \rangle$$

$$B_i = \langle w_i, g \rangle$$

La résolution de l'équation (A.6) permet la détermination des coefficients inconnus x_j

A.2.3 Choix des fonctions de base et d'essai

Le problème de cette méthode est le choix rigoureux des fonctions de base, car toute base incomplète qui ne vérifie pas les conditions aux limites engendre une mauvaise convergence et conduit à des résultats erronés [77-78].

Ce choix de fonctions doit avoir comme objectif :

- Simplifier le calcul des éléments de la matrice finale ;
- Minimiser l'erreur sur la solution obtenue ;
- Réduire l'espace mémoire occupé et le temps nécessaire à l'approximation de la fonction f .

A.3 METHODE DE RESONANCE TRANSVERSE

A.3.1 Définition

La méthode de résonance transverse (MRT) est une méthode dite intégrale. Son utilisation est destinée à la résolution des problèmes de propagation dans les structures de transmissions. Son efficacité est dans la caractérisation du phénomène de dispersion en propagation hybride dans les structures planaires hétérogènes (air plus substrat) qui présentent des discontinuités dues à un changement brusque du milieu diélectrique ou à la présence d'obstacles métalliques. Son application nous conduit à un système d'équation homogène de la forme : $S.X = 0$; avec S une matrice de dispersion et X un vecteur. La condition de résonance pour ce système permet de déterminer les grandeurs caractéristiques des modes de propagation imposés par la ligne de transmission [78].

A.3.2 Principe de la méthode

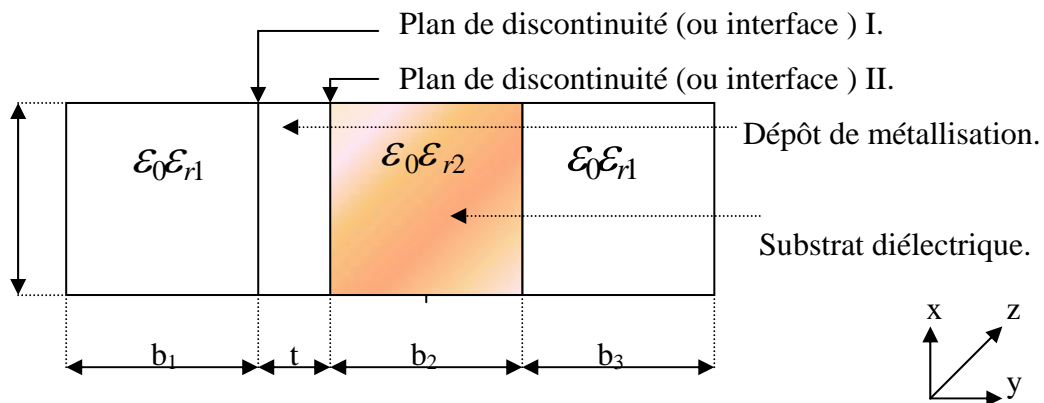


Figure A.1 : « Section droite de la structure guidante »

Le schéma ci dessus représente une section droite d'une structure planaire blindée qui a les propriétés suivantes :

la structure est uniforme selon l'axe de propagation.

- L'épaisseur de dépôt de métallisation est fini.

Le substrat diélectrique est isotrope et sans pertes.

La propagation des champs électromagnétiques se fait selon la direction \vec{o}_y (direction transverse au lieu de la direction longitudinale). On supposera que la section droite xoy de la structure comme étant des lignes de transmission mise en cascade et des admittances mise en parallèle au niveau du raccordement de ces lignes[3]. Les interfaces sont représentées par des sources au plan de discontinuités I et II.

A partir de là, on tire une équation intégrale en fonction des champs inconnus (au interface) et on applique les conditions des continuités des champs tangentiels au interface I et II du plan transversal. Finalement avec l'utilisation de la méthode de GALERKIN (cas particulier de la méthode des moments), on aura un système d'équation homogène pour rechercher les constantes de phase ou les fréquences de coupure de tous les modes qui peuvent se propager en introduisant la condition de déterminant nul.

A.3.2.1 Schéma équivalent à la section droite de la structure

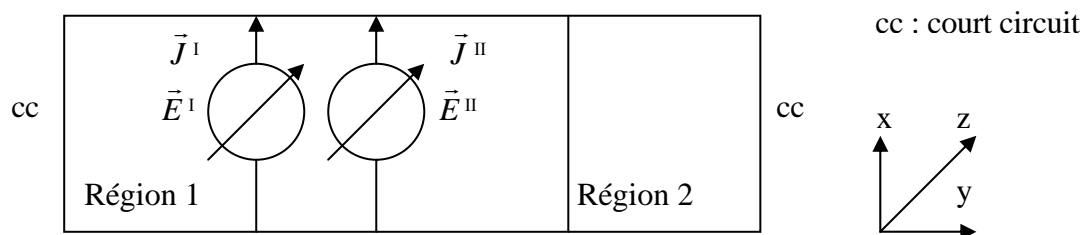


Figure A.2 : « Schéma équivalent à la section droite de la structure planaire »

Le schéma équivalent représenté par la figure ci-dessus est construit par une lecture directe de la configuration d'une section droite (xoy) de la structure. Les termes "sources" représentent respectivement les champs électriques transverses inconnus E^I et E^{II} au niveau des interfaces I et II.

La relation qui lie les densités de courant superficiel J^I et J^{II} au champs magnétique est la suivante :

$$\vec{J}^i = \vec{H} \wedge \vec{Y} \quad \text{Avec } i = I \text{ ou } II \text{ et } \vec{J}^i \text{ est un vecteur placé dans le plan transverse.}$$

Par analogie aux relations tensions courant et à partir du schéma équivalent on traite les relations de continuité des champs. La condition de résonance du schéma équivalent a été mise en évidence par la présence des termes sources non nuls sur les plans de discontinuités.

A.3.2.2 Les relations de continuité aux interfaces I et II

Les deux conditions aux limites sur les interfaces I et II sont :

Le champ électrique transverse est nul sur le métal de l'interface considérée.

La densité de courant superficielle est nulle ailleurs que sur le métal de l'interface.

Pour vérifier ces conditions aux limites on utilise les opérateurs qui sont :

$$\text{Opérateur de projection sur le métal} \quad \hat{H}_m^i = \begin{cases} \hat{I} & \text{sur le métal de l'interface} \\ \hat{O} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\text{Opérateur de projection sur l'isolant} \quad \hat{H}_i^i = \hat{I} - \hat{H}_m^i = \begin{cases} \hat{O} = & \text{sur le métal de l'interface} \\ \hat{I} = & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \hat{I} & \text{opérateur identique} \\ \hat{O} & \text{opérateur nul} \end{cases} \quad \text{et } i = I \text{ ou } II$$

Alors en termes d'opérateurs les conditions aux limites seront :

$$\hat{H}_m^I \vec{E}^I = \vec{0} \quad (\text{A.6})$$

$$\hat{H}_m^{II} \vec{E}^{II} = \vec{0} \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{H}_i^I \vec{J}^I = \vec{0} \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{H}_i^{II} \vec{J}^{II} = \vec{0} \quad (\text{A.9})$$

Pour exprimer les relations (III.8) et (III.9) en fonction des sources \vec{E}^I et \vec{E}^{II} , on considère les surfaces des plans de discontinuités I et II comme étant des admittances de surfaces représentées par des opérateurs admittances qui sont respectivement \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} .

Maintenant, on suppose que le dépôt de métallisation est équivalent à une rançon de lignes caractérisées par son opérateur admittance \hat{Y}_{quadr}^1 , on aura donc les relations suivantes [78] :

$$\begin{cases} \vec{J}^I = (\hat{Y}_{11} + \hat{Y}^I) \cdot \vec{E}^I + \hat{Y}_{12} \cdot \vec{E}^{II} \\ \vec{J}^{II} = \hat{Y}_{21} \cdot \vec{E}^I + (\hat{Y}_{22} + \hat{Y}^{II}) \cdot \vec{E}^{II} \end{cases} \quad (A.10)$$

avec

$$\hat{Y}_{quadr} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} \end{bmatrix}, \hat{Y}_{11}, \hat{Y}_{12}, \hat{Y}_{21}, \hat{Y}_{22} \text{ les opérateurs associés à l'épaisseur}$$

du dépôt de métallisation.

\hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} : Opérateur d'admittance associé au court circuit ramené dans

les plan de discontinuités I et II. D'ou la forme matricielle du système I :

$$\begin{bmatrix} \vec{J}^I \\ \vec{J}^{II} \end{bmatrix} = [\hat{Y}] \begin{bmatrix} \vec{E}^I \\ \vec{E}^{II} \end{bmatrix} \quad (A.11)$$

$$\text{Avec} \quad [\hat{Y}] = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} + \hat{Y}^I & \hat{Y}_{12} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} + \hat{Y}^{II} \end{bmatrix}^2 \quad (A.12)$$

Les conditions de continuité données auparavant sous la forme matricielle :

$$[\hat{H}_m] \begin{bmatrix} \vec{E}^I \\ \vec{E}^{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \quad (A.13)$$

$$\text{et} \quad [\hat{H}_i] \begin{bmatrix} \vec{J}^I \\ \vec{J}^{II} \end{bmatrix} = [\hat{H}_i] [\hat{Y}] \begin{bmatrix} \vec{E}^I \\ \vec{E}^{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{bmatrix} \quad (A.14)$$

$$[\hat{H}_m] = \begin{bmatrix} \hat{H}_m^I & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{H}_m^{II} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\hat{H}_i] = \begin{bmatrix} \hat{H}_i^I & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{H}_i^{II} \end{bmatrix}$$

¹ \hat{Y}_{quadr} Représente la matrice du quadripôle équivalent à la longueur du tronçon de ligne.

² \hat{Y} Étant l'opérateur admittance de la ligne de transmission.

A.3.2.3 Représentation matricielle de l'opérateur admittance \hat{Y}

Pour avoir une représentation matricielle de l'opérateur admittance \hat{Y} il faut calculer les opérateurs admittances associés au dépôt de métallisation qui sont $\hat{Y}_{11}, \hat{Y}_{12}, \hat{Y}_{21}$ et \hat{Y}_{22} ainsi que \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} associés au court circuit ramené dans les plans de discontinuité I et II.

a. Expression des opérateurs \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} :

Cela est lié au choix judicieux de la base de décomposition du champ électromagnétique au niveau des plans de discontinuités. Cette base doit être orthonormée, complète et vérifie les conditions aux limites imposées au champ électrique transverse. Ce choix est fait pour ne pas avoir un risque d'introduire des solutions parasites et une mauvaise convergence.

Par la suite on doit trouver l'expression de l'opérateur transverse \hat{L} associé aux vecteurs propres constituant la base citée au dessus et les équations d'évolutions d'un mode pour qu'on tire les valeurs propres $\lambda_n (n=1, \infty)$ associés aux vecteurs $g_n (n=1, \infty)$ pour les deux modes TE_n et TM_n de l'opérateur.

Enfin pour déterminer les admittances de mode d'un guide d'onde de longueur finie sur les plans de discontinuité I et II on aura besoin de la formule " des admittances ramenées " [10]. Par la suite les expressions des opérateurs \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} aux niveaux des raccordements I et II de la ligne de transmission seront faciles à déduire.

La figure ci dessous représente le schéma de la ligne pour un mode donné :

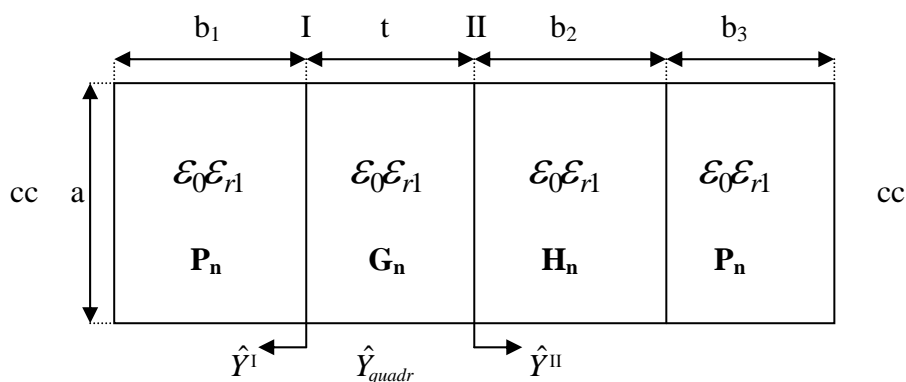


Figure A.3 : « Schéma équivalent à la ligne pour un mode donné »

Le tableau suivant donne les expressions de \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} pour les modes d'ordre n [3] :

Mode	\hat{Y}_n^I	\hat{Y}_n^{II}
TE _n	$\frac{-j p_n \coth\left(p_n b_1\right)}{\mu_0 \omega}$	$\frac{-j H_n \left[P_n \coth\left(P_n b_3\right) + H_n \operatorname{th}\left(H_n b_2\right) \right]}{\mu_0 \omega \left[H_n + P_n \coth\left(P_n b_3\right) \operatorname{th}\left(H_n b_2\right) \right]}$
TM _n	$\frac{j \omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \coth\left(P_n b_1\right)}{p_n}$	$\frac{j \omega \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{r1} H_n \coth\left(P_n b_3\right) + \varepsilon_{r2} P_n \operatorname{th}\left(H_n b_2\right) \right]}{H_n \left[\varepsilon_{r2} P_n + \varepsilon_{r1} H_n \coth\left(P_n b_3\right) \operatorname{th}\left(H_n b_2\right) \right]}$

Tableau A.1 : « Les expressions de \hat{Y}^I et \hat{Y}^{II} pour les modes d'ordre n »

Avec :

$$\begin{cases} P_n^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \beta^2 - \beta_0^2 \varepsilon_{r1}^2 \\ H_n^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \beta^2 - \beta_0^2 \varepsilon_{r2}^2 \end{cases} \quad \text{et : } \beta_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$$

P_n : C'est la constante de propagation fictive dans le milieu de constante diélectrique ε_{r1} , suivant l'axe (oy)

H_n : C'est la constante de propagation fictive dans le substrat de constantes diélectriques ε_{r2} , suivant l'axe (or)

β : C'est la constante de propagation réelle suivant l'axe (oz)

b. Expression des opérateurs admittances au niveau de la région métallique

L'épaisseur "t" du dépôt de métallisation entre les deux interfaces I et II sera supposé équivalent à une longueur de ligne diélectrique isotrope, homogène et sans pertes représentent par un quadripôle caractérisé par sa matrice $Y_{5,}$, , et la constante G, (constante de propagation).

avec :

$$[Y_{nquadr}] = \begin{bmatrix} Y_{n11} & Y_{n12} \\ Y_{n12} & Y_{n11} \end{bmatrix}$$

G_n : La constante de propagation dépend de la structure de transmission planaire considérée. On obtient comme expression [3] :

Mode	Y_{n11}	Y_{n12}
TE_n	$\frac{-jG_n \coth(G_n t)}{\omega\mu_0}$	$\frac{jG_n}{\omega\mu_0 \operatorname{sh}(G_n t)}$
TM_n	$\frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1} \coth(G_n t)}{G_n}$	$\frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}{G_n \operatorname{sh}(G_n t)}$

Tableau A.2 : « Expression des opérateurs admittances au niveau de la région métallique »

c. Expression matricielle des opérateurs admittances

La superposition linéaire de l'opérateur de projection construira la représentation matricielle des opérateurs admittances. [78]

Soient :

$\{\vec{f}_n\}_{(n=0,\infty)}$: La base orthonormée définie dans les milieux diélectriques de la structure

$\{\vec{g}_n\}_{(n=0,\infty)}$: La base orthonormée définie au niveau de l'épaisseur du dépôt de métallisation

\hat{H}_n et \hat{H}'_n représentent les opérateurs de projection sur les vecteurs des deux bases précédentes respectivement.

Expressions des opérateurs admittances :

$$\hat{Y}^I = \left[\sum_{n=0}^{\infty} Y_n^I \hat{H}_n \right]^{(e+h)} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} |f_n\rangle Y_n^I \langle f_n| \right]^{(e+h)} \quad (\text{A.15})$$

$$\hat{Y}^{II} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \hat{Y}_n^{II} \hat{H}_n \right]^{(e+h)} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} |f_n\rangle \hat{Y}_n^{II} \langle f_n| \right]^{(e+h)} \quad (\text{A.16})$$

$$\hat{Y}_{11} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \hat{Y}_{n11} \hat{H}_n \right]^{(e+h)} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle \hat{Y}_{n11} \langle g_n| \right]^{(e+h)} \quad (\text{A.17})$$

$$\hat{Y}_{12} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \hat{Y}_{n12} \hat{H}_n \right]^{(e+h)} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle \hat{Y}_{n12} \langle g_n| \right]^{(e+h)} \quad (\text{A.18})$$

Les deux indices “e” et “h” représentent respectivement le mode TM_n , et TE_n et (e+h) désigne la somme des termes de ces deux modes.

Enfin l'opérateur admittance Y aura comme écriture matricielle et cela d'après les formules :

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{\infty} |f_n\rangle Y_n^I \langle f_n| + \sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle Y_{n11} \langle g_n| & \sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle Y_{n12} \langle g_n| \\ \sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle Y_{n12} \langle g_n| & \sum_{n=0}^{\infty} |f_n\rangle Y_n^{II} \langle f_n| + \sum_{n=0}^{\infty} |g_n\rangle Y_{n11} \langle g_n| \end{bmatrix}$$

A.3.3 Application de la méthode de GALERKIN :

Comme cité précédemment, la méthode de GALERKIN est un cas particulier de la méthode des moments. Cette dernière utilise des fonctions de tests équivalentes aux fonctions d'essai. Son application nous ramène à un système matriciel homogène de la forme $S.X = 0$; avec : S système d'équations caractérisant le circuit, X étant le vecteur colonne qui contient les coefficients nécessaires pour la détermination des champs électriques transverses au niveau des interfaces de discontinuité I et II.

Avec l'annulation du déterminant de la matrice S on aura les solutions non triviales. Par la suite on passe à la résolution du système d'équations homogènes on obtient les paramètres nécessaires qui pondèrent les *fonctions* d'essai.

Enfin nous pouvons déterminer les expressions des champs électriques transverses au niveau des interfaces I et II (deux plans de discontinuité).

A.4 METHODE D'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRALE

La méthode d'approche dans le domaine spectrale (M.A.D.S) s'est distinguée parmi tant d'autres méthodes comme un outil efficace et puissant pour l'étude des circuits planaires micro-ondes. Cette méthode permet de résoudre les équations de Maxwell en faisant usage de la transformée de Fourier qui simplifie les problèmes complexes rencontrés dans le domaine spatial et les rend plus maniables dans le domaine spectral et ce en exprimant les composantes du champ EM sous forme de spectre discret ou continu selon que l'on étudie des structures blindées ou ouvertes respectivement.

Introduite dans la littérature en 1973 par Itoh et Mittra [79] pour la ligne microruban, la méthode spectrale n'a cessé depuis de se développer et de se perfectionner et permet aujourd'hui d'analyser un grand nombre de structures planaires comportant un nombre arbitraire de couches isotropes ou anisotropes et un ou plusieurs plans de métallisations.

Cette analyse est relativement complexe et comporte plusieurs étapes:

1. Représentation des composantes des champs en termes de potentiels scalaires de type E et H.
2. Application des conditions de continuité aux interfaces et des conditions aux limites imposées à la structure.
3. Détermination de l'équation caractéristique pour la constante de propagation de la ligne. Pour y aboutir, est utilisée, la méthode de Galerkin dans le domaine spectral.
4. Résolution de l'équation caractéristique et calcul du diagramme de dispersion ($\omega-\beta$) de la structure.

Ainsi, à partir des équations de Maxwell, on commence par exprimer le champ électromagnétique dans chaque couche diélectrique prise une par une, sous forme de séries discrètes de Fourier, en décomposant le mode hybride en une paire de modes TE et TM.

On appliquera ensuite les conditions aux limites sur les parois ainsi que les conditions de continuité sur toutes les interfaces, hormis sur l'interface métallisée, sous forme de relations récurrentes. On aboutit alors à une relation matricielle qui relie dans le domaine de Fourier (selon ox), les composantes tangentielles du champ électrique (E_x, E_z) aux densités de courant J_x et J_z sur le plan de métallisation. Cette relation fait apparaître la fonction de Green dyadique et s'écrit de la façon suivante:

$$\begin{vmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{E}_x \end{vmatrix} = [G(\alpha_n, \beta)] \begin{vmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_z \end{vmatrix} \quad (1) \quad \text{où} \quad G(\alpha_n, \beta) = \begin{vmatrix} G_{11}(\alpha_n, \beta) & G_{12}(\alpha_n, \beta) \\ G_{21}(\alpha_n, \beta) & G_{22}(\alpha_n, \beta) \end{vmatrix}$$

L'indice \sim désigne la TF.

La matrice de Green est de dimension 2×2 . Ses éléments peuvent être exprimés analytiquement. Les inconnues dans la relation (1) sont E_z , E_x , J_x et J_z .

La méthode de Galerkin (cas particulier de la méthode des moments) est ensuite appliquée pour déterminer les valeurs de E et J.

On écrit tout d'abord les conditions aux limites sur l'interface métallisée:

$$\begin{cases} \vec{E} \wedge \vec{n} = 0 & \text{sur les conducteurs} \\ \vec{J} = 0 & \text{dans l'espace complémentaire} \end{cases} \quad (A19)$$

\vec{n} étant la normale à la surface de séparation diélectrique-air. Les composantes du courant électrique sont ensuite développées sur une base appropriée constituée par une série de

fonctions J_{xq} et J_{zp} , nulles en dehors des métallisations:

$$J_x = \sum_q a_q J_{xq} \quad \text{et} \quad J_z = \sum_p b_p J_{zp}. \quad (\text{A.20})$$

Le choix des fonctions de base J_{xq} et J_{zp} permet d'assurer que la condition (2) soit satisfaite. Il reste à calculer les valeurs de a_q et b_p . Pour cela, on utilise la méthode de Galerkin. On exprime J_x et J_z dans le domaine spectral et on substitue ces valeurs dans la relation (1). Ce qui permet d'exprimer $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_z)$ en fonction de a_q et b_p .

Les produits scalaires $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_z)$ par les fonctions tests \tilde{J}_{x_p} et \tilde{J}_{z_q} (choisies égales aux fonctions de base) doivent être tous nuls par application des conditions aux limites (2). Pratiquement, on effectue autant de produits scalaires qu'il y a de termes a_q et b_p à déterminer. On arrive alors après application du théorème de Parseval, à un système d'équations linéaires homogènes comportant autant d'équations que d'inconnues. Le déterminant de ce système doit s'annuler pour obtenir une solution non triviale.

On peut alors calculer:

- La solution en γ , exposant linéique de propagation, à fréquence f fixée.
- La solution en f , à γ fixé ou bien la fréquence de coupure pour $\gamma=0$

A.4.1 Résolution par la méthode de Galerkin

Le système à résoudre comprend quatre inconnues : \tilde{J}_x , \tilde{J}_z , \tilde{E}_x , \tilde{E}_z . La grandeur recherchée à ce stade est la constante de phase β dont la connaissance permettrait la détermination de toutes les autres grandeurs. La détermination de β ne peut se faire que numériquement, car la taille de la matrice considérée ne permet pas d'obtenir la solution de façon aisée par des calculs analytiques. Pour y arriver, nous utiliserons la méthode des moments, et plus spécifiquement la méthode de Galerkin. L'application de cette méthode passe par un choix particulier des fonctions de base qui doivent respecter certaines contraintes physiques.

Il s'agira pour notre cas de décomposer les courants sur les rubans sous forme de séries tronquées appelées aussi fonctions de base:

$$\begin{cases} E_x(x, y = y_m) = \sum_{q=1}^K a_q J_{xq}(x) \\ E_z(x, y = y_m) = \sum_{p=1}^P b_p J_{zp}(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{E}_x(\alpha_n, y = y_m) = \sum_{q=1}^K a_q \tilde{J}_{xq}(\alpha_n) \\ \tilde{E}_z(\alpha_n, y = y_m) = \sum_{p=1}^P b_p \tilde{J}_{zp}(\alpha_n) \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

J_{xq} et J_{zp} sont des fonctions de base choisies égales aux fonctions tests dans le cadre de la technique de Galerkin. Ces fonctions sont de support réduit à la largeur des rubans, le courant électrique tangentiel étant nul en dehors ; a_q et b_p sont des suites de coefficients scalaires complexes inconnues à déterminer. En substituant (4) dans (1), il vient:

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^M G_{xx}(\alpha_n, \beta) a_q \tilde{J}_{xq}(\alpha_n) + \sum_{p=1}^K G_{xz}(\alpha_n, \beta) b_p \tilde{J}_{zp}(\alpha_n) = \tilde{J}_x(\alpha_n) \\ \sum_{q=1}^M G_{zx}(\alpha_n, \beta) a_q \tilde{J}_{xq}(\alpha_n) + \sum_{p=1}^K G_{zz}(\alpha_n, \beta) b_p \tilde{J}_{zp}(\alpha_n) = \tilde{J}_z(\alpha_n) \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Ce système projeté est homogène car les courants et les champs sont des supports disjoints dans le domaine spatial. Il y a évidemment plusieurs projections possibles suivant le choix de la fonction sur laquelle on effectue la projection, et on peut éventuellement combiner les projections sur différentes fonctions au sein d'un même système homogène. La projection suivant J_{xq} et J_{zp} donne :

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^R G_{xx} a_q \tilde{J}_{xq} \tilde{J}_{xq}^* + \sum_{p=1}^K G_{xz} b_p \tilde{J}_{zp} \tilde{J}_{xq}^* = \langle \tilde{J}_x, \tilde{J}_{xq} \rangle = 0 \\ \sum_{q=1}^R G_{zx} a_q \tilde{J}_{xq} \tilde{J}_{zp}^* + \sum_{p=1}^K G_{zz} b_p \tilde{J}_{zp} \tilde{J}_{zp}^* = \langle \tilde{J}_z, \tilde{J}_{zp} \rangle = 0 \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

$$p = 1, 2, \dots, K \quad , \quad q = 1, 2, \dots, R$$

avec $\langle \tilde{J}_x, \tilde{\Phi}_{xq} \rangle = \sum_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_x \tilde{J}_{xq}^*$ et $\langle \tilde{J}_z, \tilde{\Phi}_{zp} \rangle = \sum_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_z \tilde{J}_{zp}^*$

Ces produits scalaires sont nuls en raison de la complémentarité des conditions aux limites dans les différentes régions d'étude (ruban et fentes).

Le système obtenu à ce stade est un système algébrique de (K+R) équations homogènes en fonction des (K+R) coefficients inconnues a_q et b_p . Il peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} [C_{xx}(\omega, \beta)] & [C_{xz}(\omega, \beta)] \\ [C_{zx}(\omega, \beta)] & [C_{zz}(\omega, \beta)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [a_q] \\ [b_p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \text{avec } C_{xx}(\beta) &= \sum_{n=1}^M Y_{xx} \tilde{J}_{xq} \tilde{J}_{xq}^* & C_{xz}(\beta) &= \sum_{n=1}^M Y_{xz} \tilde{J}_{zp} \tilde{J}_{xq}^* \\ C_{zx}(\beta) &= \sum_{n=1}^M Y_{zx} \tilde{J}_{xq} \tilde{J}_{zp}^* & C_{zz}(\beta) &= \sum_{n=1}^M Y_{zz} \tilde{J}_{zp} \tilde{J}_{zp}^* \end{aligned}$$

avec M le nombre de termes de Fourier.

Les solutions non triviales du système d'équations homogènes (7) fournissent à une fréquence donnée f , les constantes de propagation des modes guidés par la structure. Ceci va nous permettre de tracer le diagramme de dispersion. Les solutions non triviales sont obtenues en annulant le déterminant de la matrice $[C(\omega, \beta)]$:

$$\text{Det} \left(\begin{bmatrix} [C_{xx}(\omega, \beta)] & [C_{xz}(\omega, \beta)] \\ [C_{zx}(\omega, \beta)] & [C_{zz}(\omega, \beta)] \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (\text{A.26})$$

L'équation (A.26) représente l'équation caractéristique du système. Sa résolution permet de calculer, à une fréquence donnée, la constante de phase β .

A.4 CONCLUSION

La méthode des moments et la méthode de résonance transverse présentent l'avantage d'être facile à programmer sur micro-ordinateur, mais leur inconvénient majeur réside dans la difficulté de choisir les fonctions tests et de base qui ne sont régies par aucune règle générale, ce qui nous a conduit à l'étude et l'application de la méthode itérative abordée dans les chapitres IV et V.

- [1] : **H .Baudrand**, « Introduction au calcul de circuit micros ondes », ENSEEIHT ,1994.
- [2] : **S.A.Meade et C.J Railton**, « Efficient Implementation of the spectral domain Methode Including pre-calculated corner basis functions », Center for communication research, Faculty of Engineering, University of Bristol,U.K.
- [3] : **A.Khodja**, « optimisation des fonctions d’essai dans la modélisation de la ligne à ailettes unilatérale par la méthode de résonance transverse », Thèse de magistère. USTHB 1997
- [4] T. Itoh and R.Mitra, “Spectral-domain approach for calculating the dispersion Characteristics of Microstrip lines”, *IEEE Trans., Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-21, pp. 496-499, July 1973.

METHODE DE DETERMINATION DES EXPRESSIONS DES CHAMPS TRANSVERSES DES MODES TE ET TM POUR UN GUIDE A MURS PERIODIQUES

BI ETUDE PRELIMINAIRE :

Les plans transverses sont toujours perpendiculaires à la direction de propagation. Les dépendances transversales et longitudinales des champs électromagnétiques sont de ce fait indépendantes ce qui permet de séparer l'opérateur différentiel ∇ en une partie transversale et en une partie longitudinale :

En coordonnées cartésiennes, l'opérateur différentiel s'écrit :

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_t + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{B.1})$$

où

$$\vec{\nabla}_t = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{B.2})$$

Et tout vecteur peut aussi être séparé par :

$$\vec{X} = \vec{X}_t + \vec{e}_z X_z \quad (\text{B.3})$$

La séparation des équations de maxwell en composantes transversales et longitudinales se fait comme suit :

$$\text{Div } \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla}_t \vec{E}_t + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \text{v/m}^2 \quad (\text{B.4})$$

$$\text{Div } \vec{H} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla}_t \vec{H}_t + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (\text{B.5})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \Rightarrow \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t + \vec{e}_z \times \left(\frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} - \vec{\nabla}_t E_z \right) = -j\omega\mu\vec{H}_t - j\omega\mu H_z \vec{e}_z \quad \text{v/m}^2 \quad (\text{B.6})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = (j\omega\varepsilon + \sigma)\vec{E} \Rightarrow \nabla_t \times \vec{H}_t + \vec{e}_z \times \left(\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} - \vec{\nabla}_t H_z \right) = (j\omega\varepsilon + \sigma)\vec{E}_t + (j\omega\varepsilon + \sigma)E_z \vec{e}_z \quad \text{A/m}^2 \quad (\text{B.7})$$

Regroupons, alors, les parties transversales et les parties longitudinales ; ce qui donne par identification :

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t = -j\omega\mu H_z \vec{e}_z \quad (\text{B.8})$$

$$\vec{\nabla}_t \times \vec{H}_t = (j\omega\varepsilon + \sigma) E_z \vec{e}_z \quad (\text{B.9})$$

$$\vec{\nabla}_t E_z - \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu \vec{e}_z \times \vec{H}_t \quad (\text{B.10})$$

$$\vec{\nabla}_t H_z - \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = (j\omega\varepsilon + \sigma) \vec{e}_z \times \vec{E}_t \quad (\text{B.11})$$

Mode TE ($E_z = 0; H_z \neq 0$)

Mode TM ($H_z = 0; E_z \neq 0$) :

Un mode TE : transverse électrique (resp. TM : transverse magnétique), est défini par $E_z = 0$ (resp. $H_z = 0$).

Pour que le mode TE (resp. TM) puisse se propager, on détermine une relation différentielle dépendant de H_z (resp. E_z), et dont les solutions sont satisfaites aux conditions aux limites aux bords du guide.

Pour le mode TE on a :

$$(\text{B.11}) \Rightarrow \nabla_t^2 H_z - \frac{\partial \vec{\nabla}_t \cdot \vec{H}_t}{\partial z} = (j\omega\varepsilon + \sigma) \vec{\nabla}_t \cdot (\vec{e}_z \times \vec{E}_t) \quad (\text{B.12})$$

D'après (B.5), la relation (B.12) devient :

$$\nabla_t^2 H_z + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -(j\omega\varepsilon + \sigma) \vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t \quad (\text{B.13})$$

Et d'après (B.8),

$$\nabla_t^2 H_z + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -(j\omega\varepsilon + \sigma) \vec{e}_z \cdot \vec{\nabla}_t \times \vec{E}_t = j\omega\mu (j\omega\varepsilon + \sigma) H_z \quad (\text{B.14})$$

Soit $k^2 = -j\omega\mu (j\omega\varepsilon + \sigma) H_z$, k est le nombre d'onde

La relation différentielle en H_z s'écrit d'après la relation (B.14) :

$$\underbrace{\nabla_t^2 H_z}_{\text{transv.}} + \underbrace{\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2}}_{\text{longit.}} + k^2 H_z = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (\text{B.15})$$

Pour le mode TM, on aura de même la relation différentielle en E_z :

$$\underbrace{\nabla_t^2 E_z}_{\text{transv.}} + \underbrace{\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}}_{\text{longit.}} + k^2 E_z = 0 \quad \text{V/m}^3 \quad (\text{B.16})$$

Pour qu'il existe une relation de ces équations, il faut que le système (B.17) soit vérifié :

$$\begin{cases} \nabla_t^2 X_z + \rho^2 X_z = 0 & (1) \quad \text{A/m}^3 \\ \frac{\partial^2 X_z}{\partial z^2} - \gamma^2 X_z = 0 & (2) \quad \text{A/m}^3 \\ \rho^2 - \gamma^2 = k^2 & (3) \quad 1/\text{m}^2 \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

où X désigne E ou H

Les équations du système (B.17) représentent respectivement :

(1) est l'équation de Helmholtz vectorielle

(2) est l'équation d'onde longitudinale et

(3) est l'équation de dispersion qui définit le nombre d'onde transverse ρ et qui n'admet de solution en présence des conditions aux limites aux bords du guide, que pour certaines valeurs de ρ qui sont les valeurs propres du problème, correspondant aux modes de propagation dans le guide.

En se basant sur les relations (B.8) et (B.9), nous déduisons que :

➤ Pour le mode TE ($E_z = 0$) : $\nabla_t \times H_t = 0$;

le champ magnétique transverse dérive d'un potentiel soit :

$$H_t = -\nabla_t \psi \quad (\text{B.18.a})$$

Ce potentiel ψ doit satisfaire à l'équation d'Helmholtz $\nabla_t^2 \psi + \rho^2 \psi = 0$

➤ Pour le mode TM ($H_z = 0$) : $\nabla_t \times E_t = 0$; donc il existe un potentiel ϕ tel que :

$$H_t = -\nabla_t \phi \quad (\text{B.18.b})$$

Ce potentiel ϕ doit satisfaire à l'équation d'Helmholtz $\nabla_t^2 \phi + \rho^2 \phi = 0$

Résolution de l'équation d'Helmholtz :

$$\nabla_t^2 \theta + \rho^2 \theta = 0 \quad (\theta = \phi \text{ ou } \psi) \quad (\text{B.19})$$

En faisant usage à la méthode de séparation de variable, nous pouvons écrire :

$$\theta(x, y) = X(x) Y(y)$$

D'où l'équation d'Helmholtz devient :

$$\underbrace{\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2}}_{\text{en fonction de } x} + \underbrace{\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2}}_{\text{en fonction de } y} + \rho^2 = 0 \quad (\text{B.20})$$

Pour qu'il existe une solution non triviale, il faut avoir :

$$\begin{cases} \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \text{cte} \\ \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = \text{cte} \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

Le système (B.21) peut être réécrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{d^2 X}{dx^2} + u^2 X = 0 & (1) \\ \frac{d^2 Y}{dy^2} + v^2 Y = 0 & (2) \\ u^2 + v^2 = \rho^2 & (3) \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

Ou u, v sont deux constantes.

L'équation différentielle (1) du système (B.22) a pour solution : $X = Ae^{-j|u|x}$ (avec A : constante),

l'équation différentielle (2) du même système a pour solution : $Y = Be^{-j|v|y}$ (avec B : constante).

Par la suite la solution générale sera :

$$\underline{\theta} = A_{mn} e^{-j|u|x} e^{-j|v|y} \quad (\text{B.23})$$

Afin de déterminer u et v , nous établissons les conditions aux limites dans le cas des murs périodiques de largeur a et de hauteur b . En effet, la solution est notamment périodique sur les murs :

Pour $x=a$: $|u|a = 2m\pi$; m entier positif.

$$\Rightarrow |u| = \frac{2m\pi}{a} = \beta_{xm} \quad (\text{B.24})$$

Pour $y=b$: $|v|b = 2n\pi$; n entier positif.

$$\Rightarrow |v| = \frac{2n\pi}{b} = \beta_{yn} \quad (\text{B.25})$$

L'équation (3) du système (B.22) s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \rho_{mn}^2 &= u^2 + v^2 = \beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2 \\ \Rightarrow \rho_{mn} &= \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2} \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

En injectant (B.24) et (B.25) dans (B.23), la solution générale s'écrit :

$$\theta_{mn} = A_{mn} e^{-j\beta_{xm} x} e^{-j\beta_{yn} y} \quad (\text{B.27})$$

où A_{mn} est une constante appelée constante de normalisation qu'on va déterminer son expression ci-après.

Détermination de l'expression de la constante de normalisation :

Soit A un vecteur transverse définit par : $A = \theta^* \nabla_t \theta$

En appliquant ∇_t à A , on aura : $\nabla_t A = \nabla_t \theta^* \cdot \nabla_t \theta + \theta^* \nabla_t^2 \theta$ (B.28)

De l'équation de Helmholtz donnée par la relation (B.19), l'expression (B.28) devient :

$$\nabla_t A = |\nabla_t \theta|^2 - \rho^2 |\theta|^2 \quad (\text{B.29})$$

D'après le théorème de la divergence on a :

$$\begin{aligned} \int_s \nabla A dA &= \oint_c A \cdot n dl && (\text{dA étant un élément de surface}) \\ \Rightarrow \int_s |\nabla_t \theta|^2 dA - \rho^2 \int_s |\theta|^2 dA &= \underbrace{\oint_c \theta^* \cdot \nabla_t \theta \cdot n dl}_{=0} && \Rightarrow \rho^2 = \frac{\int_s |\nabla_t \theta|^2 dA}{\int_s |\theta|^2 dA} \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Pour la normalisation des fonctions E_T et H_T , il faut que la puissance transmise sur la ligne soit équivalente à la puissance transportée dans le guide, ce qui se traduit en équation par :

$$\int_s |E_T|^2 dA = \int_s |H_T|^2 dA = \int_s |\nabla_t \theta|^2 dA = 1 \quad (\text{B.31})$$

D'autre part, en basant sur (B.27) on aura :

$$\int_s |\theta_{mn}|^2 dA = \int_0^b \int_0^a |A_{mn}|^2 dA = ab |A_{mn}|^2 \quad (\text{B.32})$$

A partir des relations (B.30), (B.31) et (B.32), on tire l'expression de la constante de normalisation qui sera comme suit :

$$|A_{mn}| = \frac{1}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}} \quad (\text{B.33})$$

Détermination des champs transverse TE et TM dans le cas des murs périodiques :

La constante de normalisation choisie dans notre cas, et vérifiant la relation (B.33) est donnée par:

$$A_{mn} = \frac{-j}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}}$$

Mode TM :

A partir de la relation (B.18-b), nous pouvons déduire les champs électriques et magnétiques transverse pour le mode TM ; en effet : $E_t = -\nabla_t \phi$ elle se traduit, en faisant usage à (B.27), par :

$$E_t = -A_{mn} \left[e_x \left(-j\beta_{xm} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{ym}y} \right) + e_y \left(-j\beta_{ym} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{ym}y} \right) \right] \quad (\text{B.34})$$

Ce qui nous permet d'identifier les composantes du champ électrique transverse E_x et E_y comme suit :

$$\begin{cases} E_x^{TM} = \frac{\beta_{xm}}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{ym}y} \\ E_y^{TM} = \frac{\beta_{ym}}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{ym}y} \end{cases} \quad (\text{B.35})$$

Et pour notifier les composantes du champ magnétique transverse, il suffit d'écrire $H_T = e_z \times E_T$ et par la suite on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_x^{TM} = \frac{\beta_{yn}}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{yn}y} \\ H_y^{TM} = \frac{\beta_{xm}}{\sqrt{ab} \sqrt{\beta_{xm}^2 + \beta_{yn}^2}} e^{-j\beta_{xm}x} e^{-j\beta_{yn}y} \end{array} \right. \quad (B.36)$$

Mode TE :

A partir de la relation (B.18-a), nous pouvons de même, déduire les composantes des champs électriques et magnétiques transverses pour le mode TE ; ce qui nous donne enfin les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_X^{TE} = E_X^{TM} \\ H_Y^{TE} = E_Y^{TM} \\ E_X^{TE} = -H_X^{TM} \\ H_Y^{TE} = -H_Y^{TM} \end{array} \right. \quad (B.37)$$

Remarque :

Les égalités écrites dans le système (B.37) ne sont que des simples affectations des expressions données par relations aux systèmes (B.35) et (B.36).

C.1 INTRODUCTION

Le développement de la méthode itérative présentée dans le chapitre IV, nous a permis de mettre au point un outil de modélisation réalisé en langage MATLAB (Version 6.1), permettant l'étude du comportement des lignes planaires par la méthode itérative. En premier lieu et pour mieux comprendre le fonctionnement de la méthode, nous avons étudié la ligne microruban. Puis en deuxième lieu, nous avons étudié le comportement d'une antenne « Patch » dans les deux technologies microruban et coplanaire. Afin de valider nos résultats, nous avons procédé à la comparaison avec ceux publiés dans la littérature scientifique.

C.2 DESCRIPTION DU PROGRAMME

Avant d'entamer la description du programme, il est nécessaire de donner un aperçu sur l'initialisation du traitement numérique.

C.2.1 Discrétisation du domaine d'étude (plan du circuit)

Le plan du circuit à étudier est discrétisé en un maillage d'éléments (pixels) dont le nombre obéit à une loi de variation issue des conditions d'utilisation de la FFT [8] illustrée par la formule suivante :

$$n = m = 2^k, \quad k = 2, 4, \dots$$

n : nombre de pixels suivant la longueur du circuit (l'axe x).

m : nombre de pixels suivant la largeur du circuit (l'axe y).

La structure doit donc comporter un nombre bien déterminé de pixels m et n (4, 8, 16, 32, 64, ...). Ainsi le choix des paramètres de l'interface (circuit) se fait de sorte que l'écart entre les valeurs physiques (réelles) de la structure (dimensions) et les valeurs dessinées (correspondance en pixels) soit le minimum possible et vérifie sa symétrie.

L'étude de la structure par la méthode itérative se réduit alors au traitement de chaque pixel.

C.2.2 Programme de base

C'est un programme qui comporte deux volets. Le premier consiste à tracer notre structure, le deuxième permet l'étude électromagnétique.

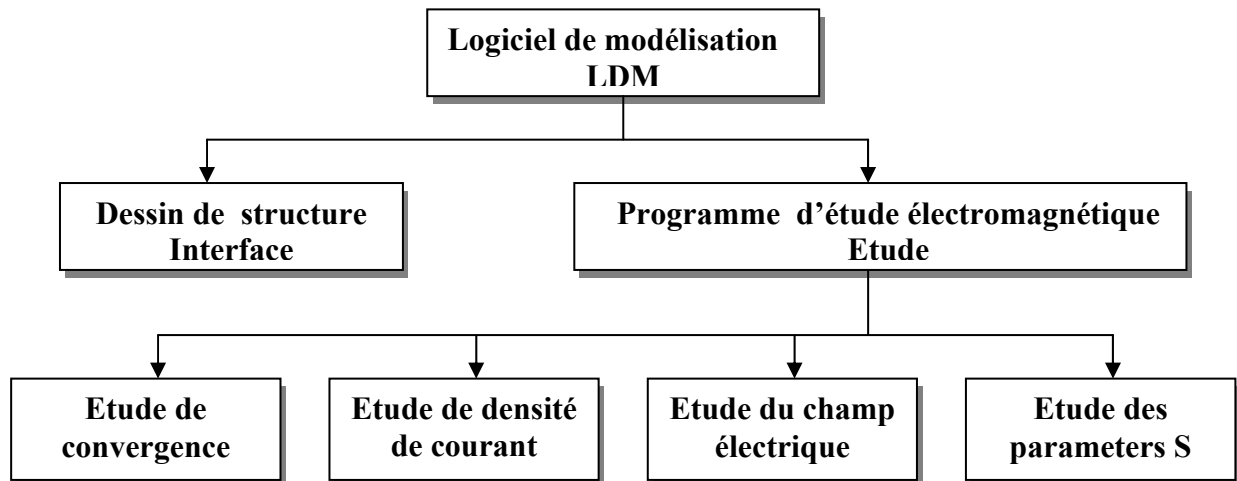


Figure C1: «Organigramme général du programme »

C.2.2.1. Programme de dessin :

Le schéma suivant donne l'ordre chronologique des principaux sous-programmes utilisés pour le dessin de la structure.

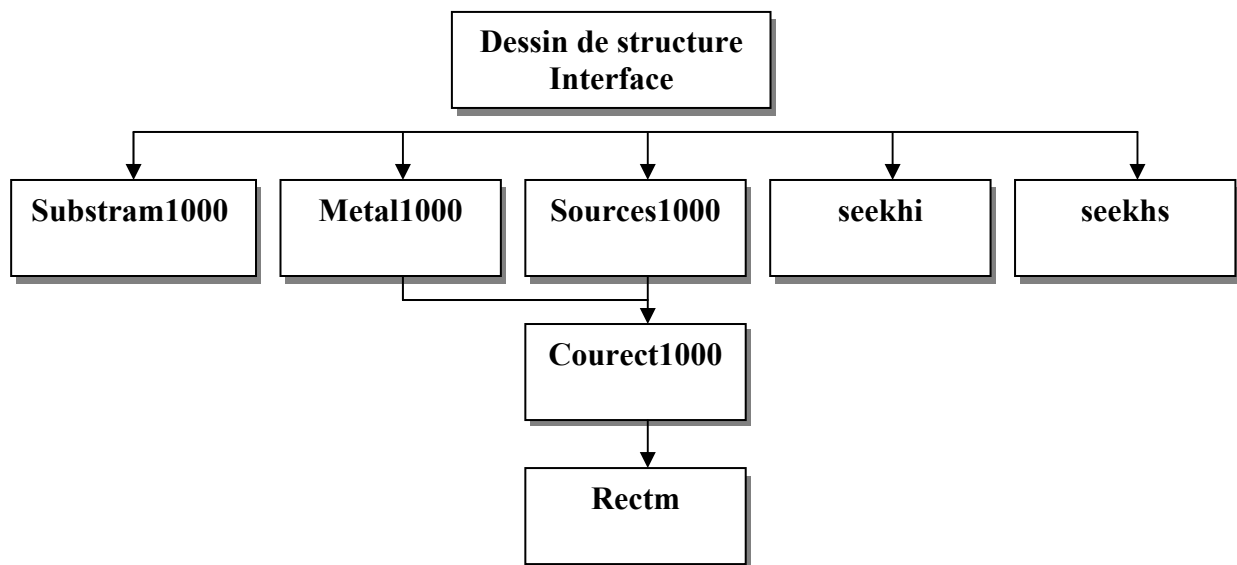


Figure C.2: « Organigramme du dessin des structures »

C.2.2.2. Différentes fonctions du programme dessin :

- **Substram1000** : permet de définir la nature du support de dessin (diélectrique).

- **Métal1000**: permet de définir le domaine de métal (dépôt métallique) si la nature du support est un diélectrique (choisie à partir de la fonction Substram).
- **Sources1000** : permet de définir le domaine source (une ou plusieurs)
- **Seekhi** : cette fonction permet de définir les matrices des domaines métalliques et diélectriques constituant la structure.
- **Seekhs** : cette fonction permet de définir les matrices du sous domaine source constituant la structure.
- **Courect** : permet de définir la forme des pixels avant le dessin des domaines.
- **Rectm** : définir et dessiner les différents domaines rectangulaires.

C.2.2.3 Programme d'étude électromagnétique :

Les principaux sous programmes utilisés pour étudier une structure sont présentés en ordre chronologique suivant l'organigramme ci-dessus :

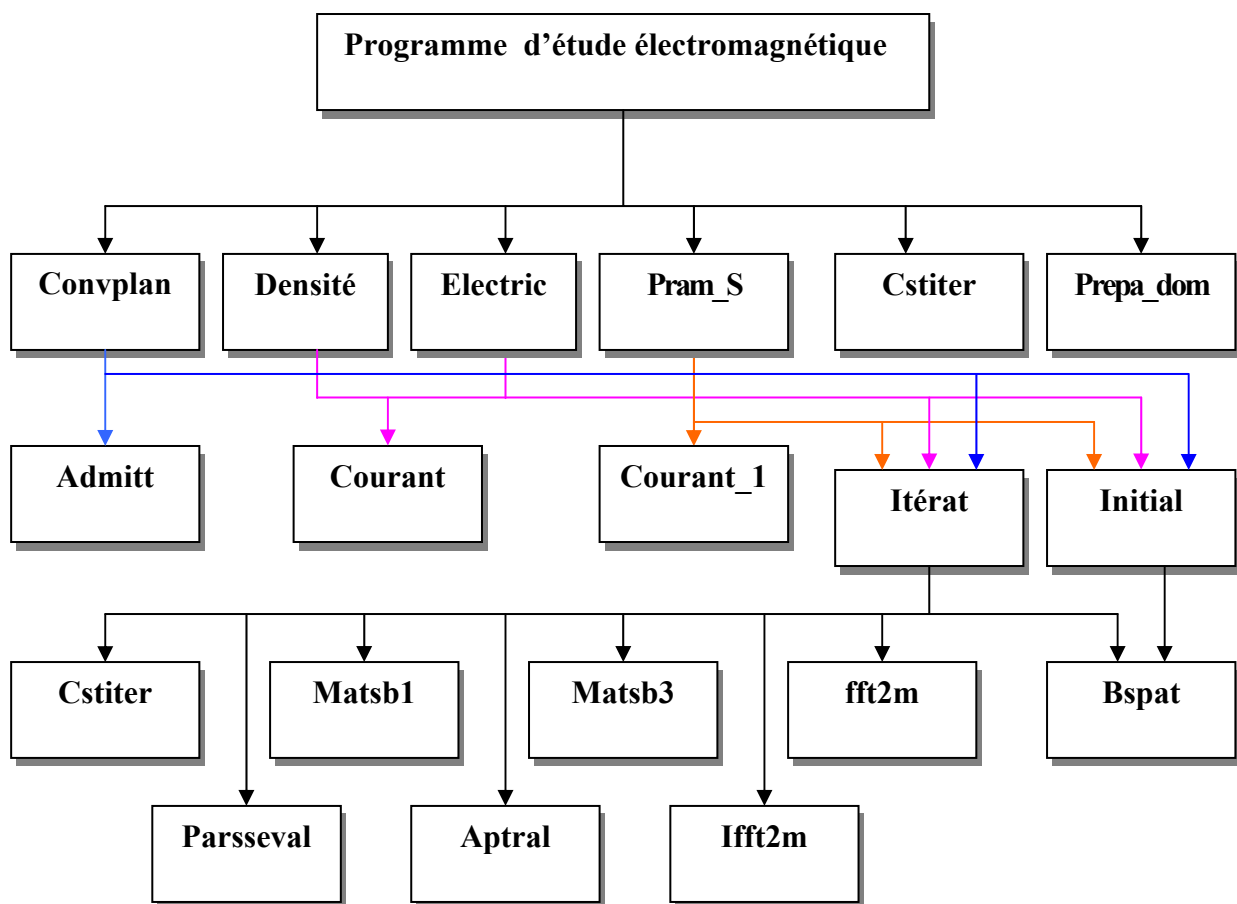


Figure.C.3 « Organigramme d'étude des structures »

C.2.2.4. Présentation des différentes fonctions du programme d'étude électromagnétique

- **Etude** : permet l'appel des fonctions requises pour l'étude choisie par l'utilisateur à l'aide d'une boîte de dialogue contenant un menu.
- **Cstiter** : elle restitue les différents paramètres et constantes nécessaires au déroulement du processus itératif.
- **Prépa_dom** : effectue la préparation des différents domaines (métal et source) ainsi que l'application du principe de superposition pour l'étude des structures excitées par plusieurs sources.
- **Param_S** : permet le calcul des paramètres S.
- **Electric** : permet le calcul du champ électrique pour chacun des pixels.
- **Densité** : permet de calculer la densité de courant.
- **Convplan** : permet l'étude de la convergence de l'admittance vue par la source.
- **Initial** : initialisation des différents paramètres du processus itératif (initialisation des ondes).
- **Itérat** : effectue le processus itératif (calcul des ondes incidentes et réfléchies pour chaque itération).
- **Courant_1** : permet le calcul de la densité de courant et de l'admittance pour une seule itération
- **Courant** : permet le calcul de la densité de courant et du champ électrique pour une seule itération.
- **Admitt** : permet le calcul de l'admittance vue par la source.
- **Bspat** : permet de définir les ondes réfléchies dans le domaine spatial.
- **Fft2m** : permet de calculer la transformée de Fourier à partir des amplitudes de modes.
- **Matsb3** : permet de calculer les coefficients de réflexion boîtier pour les deux modes (TE et TM) pour une excitation unilatérale.
- **Ifft2m** : permet de calculer la transformée inverse de Fourier à partir des amplitudes des modes

- **Matsb1** : permet de calculer les coefficients de réflexion boîtier pour les deux modes (TE et TM) pour une excitation bilatérale.
- **Asptral** : elle définit les ondes **A** dans le domaine spectral.
- **Perseval** : sert d'outil mathématique pour calculer la transformée de Fourier.

C.2.3 Programme élaboré

Le programme élaboré permet d'effectuer les opérations suivantes :

- Dessin et sauvegarde de structure quelconque.
- Etude de la convergence de Y .
- Etude de la densité de courant.
- Etude du champ électrique.
- Etude des paramètres « S ».

Ce programme permet aussi de sauvegarder et de consulter différentes études déjà réalisées.

C.3 APPLICATION DE LA METHODE ITERATIVE POUR L'ETUDE DES STRUCTURES PLANAIRES

C.3.1 Les différentes étapes du programme

Les différentes étapes de ce programme sont les suivantes :

1. Lecture des paramètres physiques et électriques de la ligne de transmission planaire à analyser.
2. Appel du programme principal qui gère différents sous programmes dans le but de dessiner le circuit, définir les sources et initialiser les ondes pour démarrer le processus itératif.
3. Détermination de la convergence, calcul de la densité de courant, du champ électrique et des paramètres S .
4. Affichage des résultats.

C.3.2 Définition des paramètres

Pour analyser la structure planaire, on définit les paramètres suivants :

m, n : nombre de pixels respectivement selon x et y.

a, b : dimensions du circuit respectivement selon x et y.

h_1, h_2 : distance discontinuité-boitier respectivement dans les milieux (1) et(2).

ϵ_0, μ_0 : permittivité électrique et perméabilité magnétique du vide.

$\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$: permittivité relative respectivement des milieux (1) et (2).

μ_{r1}, μ_{r2} : perméabilité relative respectivement des milieux (1) et (2).

h_i, h_m, h_s : matrice du domaine isolant, métal et source.

f : fréquence de travail.

Kit : nombre d'itérations.

Γ_i : coefficient de réflexion sur le boitier dans le milieu (1).

Γ_Ω : coefficient de réflexion sur le plan de discontinuité Ω .

Z_{oi} : impédance du milieu (i).

ns : nombre total de sources.

C.3.3 Organigramme global de la méthode itérative

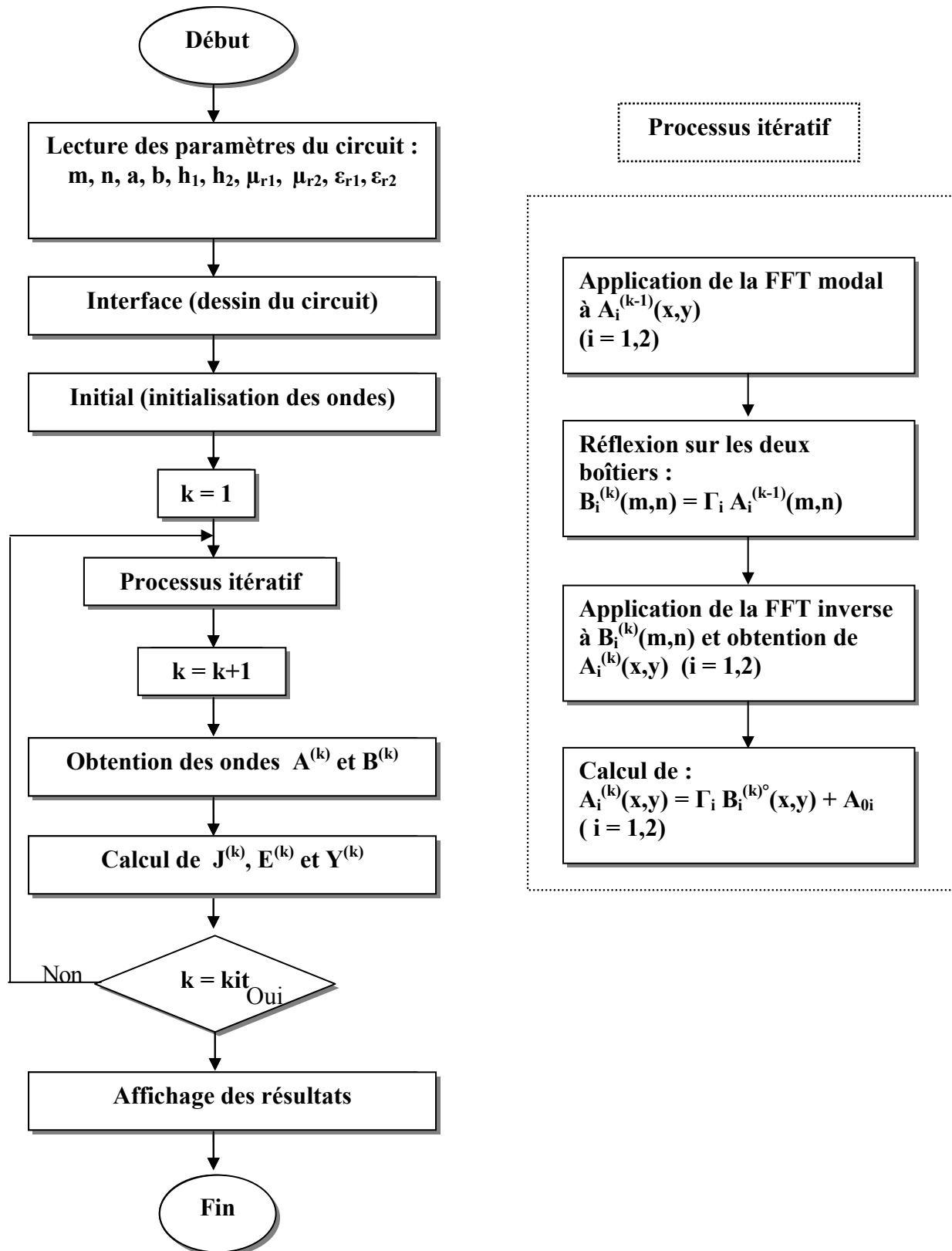


Figure V.5 : « Organigramme de la Méthode Itérative »

D.1. INTRODUCTION :

Le travail que nous présentons dans ce chapitre traite l'application de la méthode itérative pour la modélisation d'un coupleur directif planaire. Cette méthode fait usage de la transformée de Fourier qui permet de ramener les équations complexes rencontrées dans le domaine spatial à des formes simples et plus maniables dans le domaine spectral.

Ainsi, un programme de modélisation élaboré en MATLAB (**version 6.1**) a été développé permettant d'étudier la convergence de l'admittance, la densité de courant et les paramètres **S**.

Nos résultats, présentés sous forme de courbes seront ensuite comparés à ceux trouvés dans la littérature [5] pour valider la méthode mise en œuvre, comme ils seront comparés avec les résultats que nous avons obtenus par les formules quasi-statique de **Wheeler**.

D.2 CONCEPTION DU PROGRAMME DE COUPLEUR HYBRIDE QUART D'ONDE $\lambda/4$:

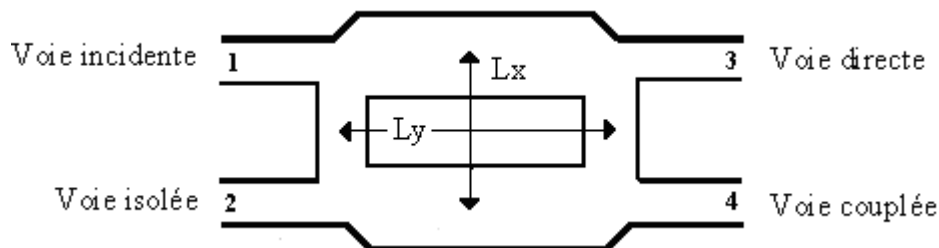


Figure D.1 : Coupleur hybride avec ses quatre accès

Le coupleur micro-ruban constitué par deux lignes parallèles de largeur W_1 , de distances $\lambda/4$ (L_y) reliées par des tronçons de lignes de longueur $\lambda/4$ (L_x), de largeur W_2 , est excité par une source unilatérale polarisée en **x** dans la voie (1). Pour modéliser ce circuit qui est imprimé sur 0.794mm (h_2) de Duroïd de permittivité **2.2** ($\epsilon_{r,2}$), un maillage de 64×64 pixels est usité (fig.VI.2). Les pixels utilisés sont carrés et mesurent 0.406mm de côté. La simulation a été effectuée en considérant les conditions géométriques et de simulation suivantes :

a. Contraintes de simulation :

Murs latéraux : Electrique

Excitation unilatérale dans le milieu 2.

Nombre d'itérations (kit) : 300

Fréquence initiale (finit) : 3 Ghz

Fréquence finale (ffinal) : 9 Ghz

Pas de fréquence (pasf) : 0.25 Ghz

Sans capot (dcap \approx 0).

b. Caractéristiques géométriques :

$a = 25.984$ mm, $b = 25.98$ mm

$(m \times n) = (64 \times 64)$ pixels.

$L_1 = 24 \Delta x$, $L_2 = 18 \Delta y$

$w_1 = 6 \Delta y$, $w_2 = 10 \Delta y$, $w_3 = 6 \Delta x$. (avec $\Delta x = \Delta y = 0.406$ mm)

$\epsilon_{r2} = 2.2$, $\epsilon_{r1} = 1$.

$h_1 \approx 0$, $h_2 = 0.794$ mm.

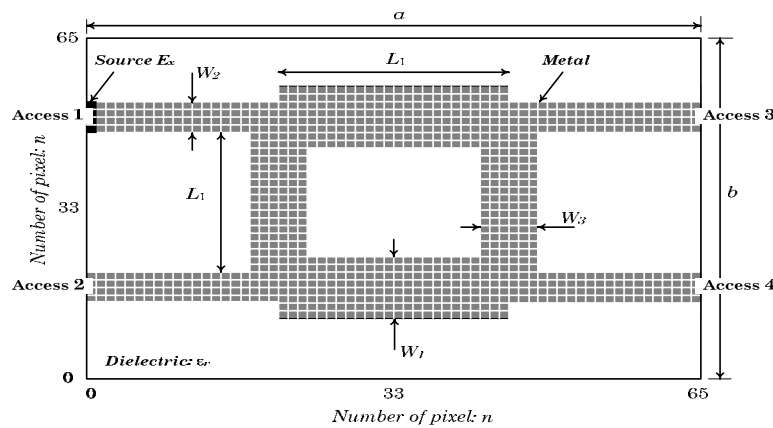


Figure D.2 : Coupleur hybride quart d'onde

D.2.1 Définition des paramètres de la structure:

a, b : dimensions du circuit respectivement selon x et y .

m, n : nombre de pixels respectivement selon x et y .

ϵ_0, μ_0 : permittivité électrique et perméabilité magnétique du vide

$\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$: permittivité relative respectivement des milieux (1) et (2).

μ_{r1}, μ_{r2} : perméabilité relative respectivement des milieux (1) et (2).

h_1, h_2 : distances discontinuité boîtier respectivement dans le milieu (1) et (2).

H_s, H_i, H_m : matrices des domaines source, isolant et métal.

F : fréquence du travail.

Z_{0i} : Impédance du milieu (i).

n_s : nombre total de sources.

(X_s, Y_s) : coordonnées de la source de l'interface.

(S_x, S_y) : amplitudes de la source selon la polarisation en x ou en y.

D.2.2 Programme de base :

C'est un programme qui comporte deux volets. Le premier consiste à tracer notre structure, le deuxième permet l'étude électromagnétique.

D.2.2.1 Programme de dessin :

Le schéma suivant donne l'ordre chronologique des principaux sous-programmes utilisés pour le dessin de la structure.

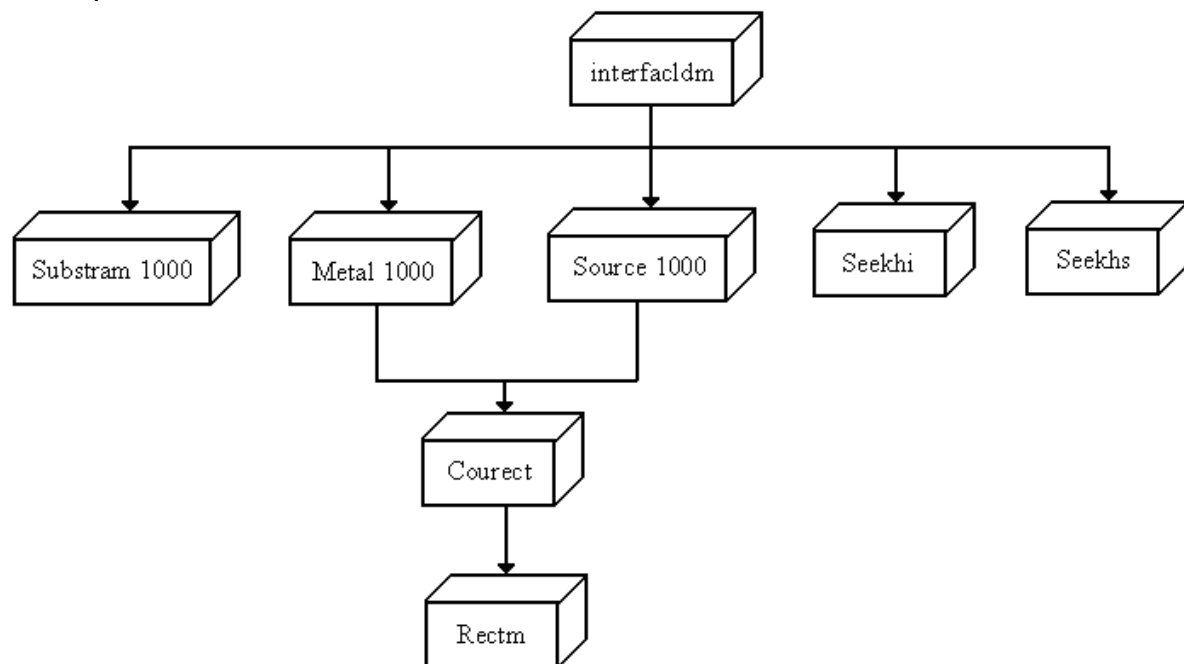


Figure D.3 : Schéma du dessin de la structure

D.2.2.2 Différentes fonctions du programme dessin :

Interfacldm : permet à l'utilisateur de faire rentrer les différents paramètres physiques de la structure (dimensions $a \times b$ et maillage).

Substram 1000 : elle définit la nature du substrat (diélectrique ou métal).

Métal 1000 : permet de définir le domaine du métal (dépôt métallique).

- Source1000** : permet la définition du (des) domaine(s) source(s).
- Seekhi** : permet la restitution des matrices correspondant aux domaines métalliques (h_m), et diélectrique (h_i) de la structure.
- Seekhs** : permet la définition de la matrice du sous domaine source constituant la structure.
- Courect** : permet de faire entrer les coordonnées des parties métallique ou source.
- Rectm** : permet de dessiner les différents domaines rectangulaires.

D.2.2.3 Programme d'étude électromagnétique :

Le schéma suivant donne l'ordre chronologique des principaux sous-programmes utilisés pour étudier la convergence de l'admittance, la densité de courant et les paramètres « S » :

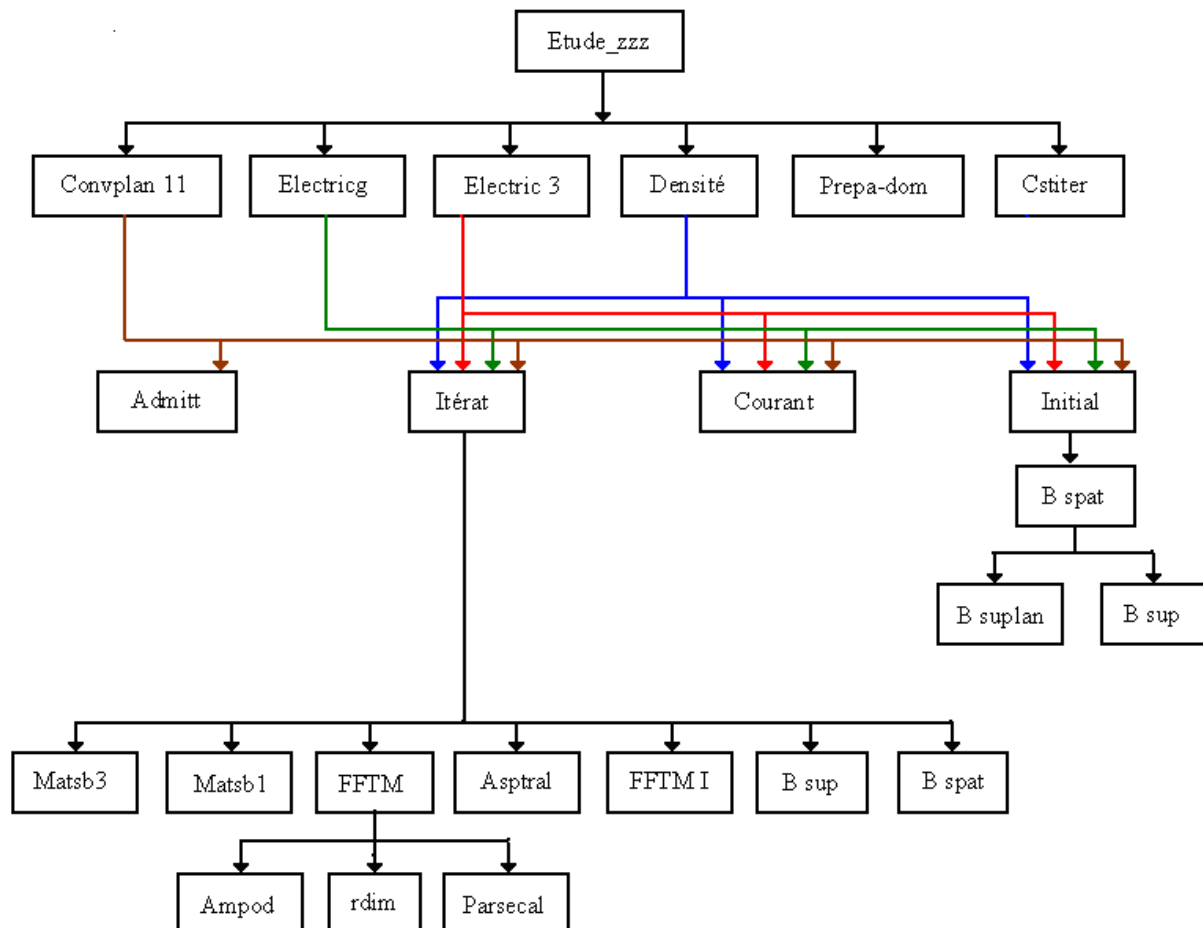


Figure D.4 : Schéma d'étude électromagnétique des structures planaires.

D.2.2.4 Présentation des différentes fonctions du programme d'étude électromagnétique :

Etude_zzz : permet l'appel des fonctions requises pour l'étude choisie par l'utilisateur à l'aide d'une boîte de dialogue contenant un menu.

Cstiter : elle restitue les différents paramètres et constantes nécessaires au déroulement du processus itératif.

Prépa_dom : effectue la préparation des différents domaines (métal et source) ainsi que l'application du principe de superposition pour l'étude des structures excitées par plusieurs sources.

Densité : permet le calcul de la densité de courant.

Electricg : permet le calcul du champ électrique pour chacun des pixels.

Electric 3 : permet le calcul des paramètres S.

Convplan11 : permet l'étude de la convergence de l'admittance vue par la source.

Itérat : effectue le processus itératif (calcul des ondes incidentes et réfléchies pour chaque itération).

Courant : permet le calcul de la densité de courant pour une seule itération.

Initial : initialisation des différents paramètres du processus itératif (initialisation des ondes).

Admitt : permet le calcul de l'admittance vue par la source.

B spat : permet de définir les ondes réfléchies dans le domaine spatial.

B suplan : permet de définir les ondes, d'ordre supérieur, réfléchies dans le domaine spatial et les modes qui réfléchissent sur le domaine source.

B sup : permet de définir les ondes, d'ordre supérieur, réfléchies dans le domaine spatial.

Matsb3 : permet de calculer les coefficients de réflexion boîtier pour les deux modes (TE et TM) pour une excitation unilatérale.

Matsb1 : permet de calculer les coefficients de réflexion boîtier pour les deux modes (TE et TM) pour une excitation bilatérale.

Fftm : permet de calculer la transformée de Fourier à partir des amplitudes de modes.

Aspral : elle définit les ondes A dans le domaine spectral.

Fftm I : permet de calculer la transformée inverse de Fourier à partir des amplitudes de modes.

Ampod : elle est utilisée pour la représentation modale.

Rdim : permet de faire la mise à dimension des différentes grandeurs d'entrée.

Perseval : sert d'outil mathématique pour calculer la transformée de Fourier.

D.2.3 LES ORGANIGRAMMES:

D.2.3.2 Organigramme de calcul des paramètres «S» en fonction de la fréquence :

Dans ce qui suit, nous présentons les différents blocs intervenant dans le calcul des paramètres S :

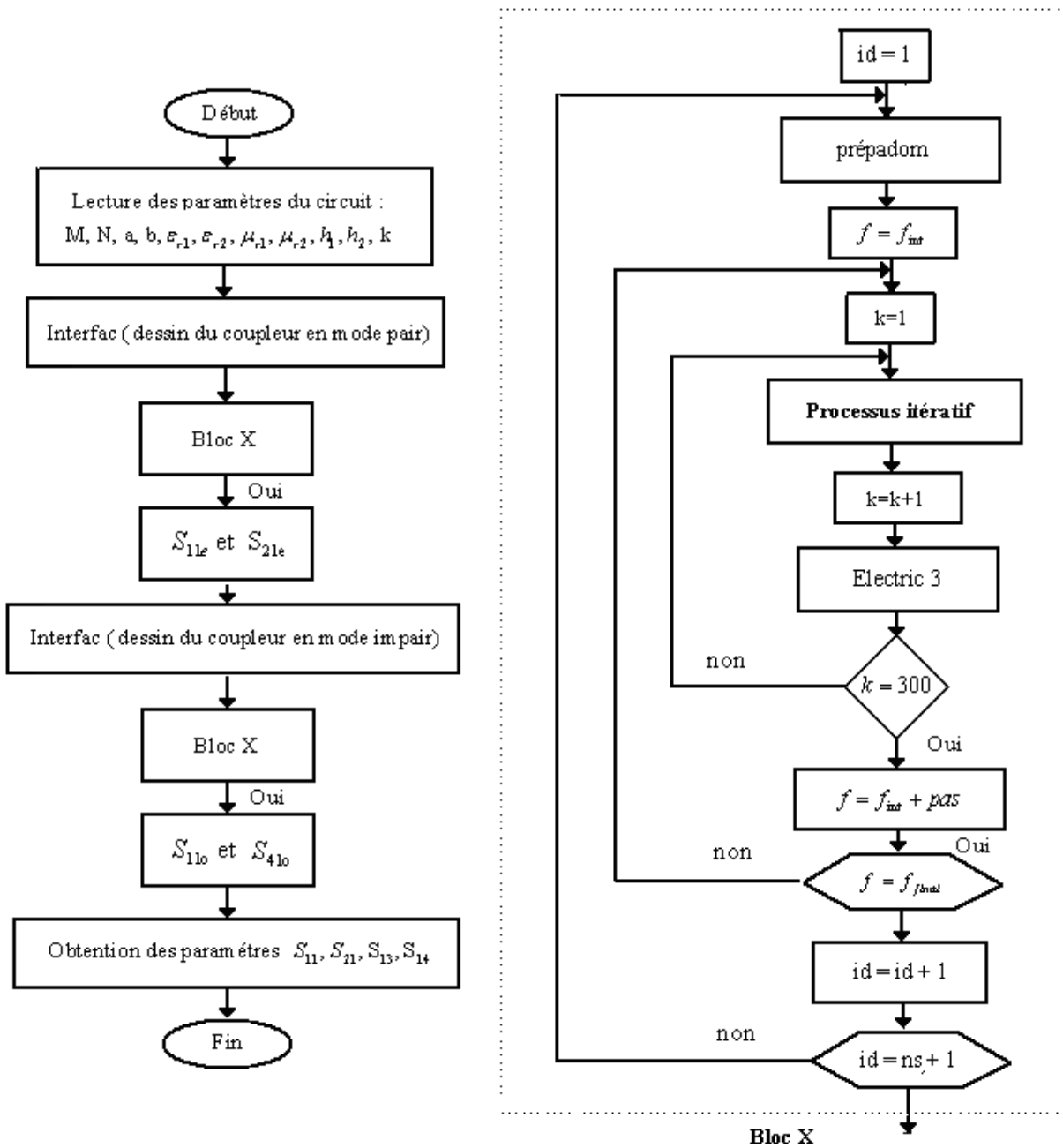


Figure D.6 : Organigramme de calcul des paramètres S en fonction de la fréquence

D.2.3.3 Organigramme du programme de calcul des paramètres S à l'aide des formules de Wheeler :

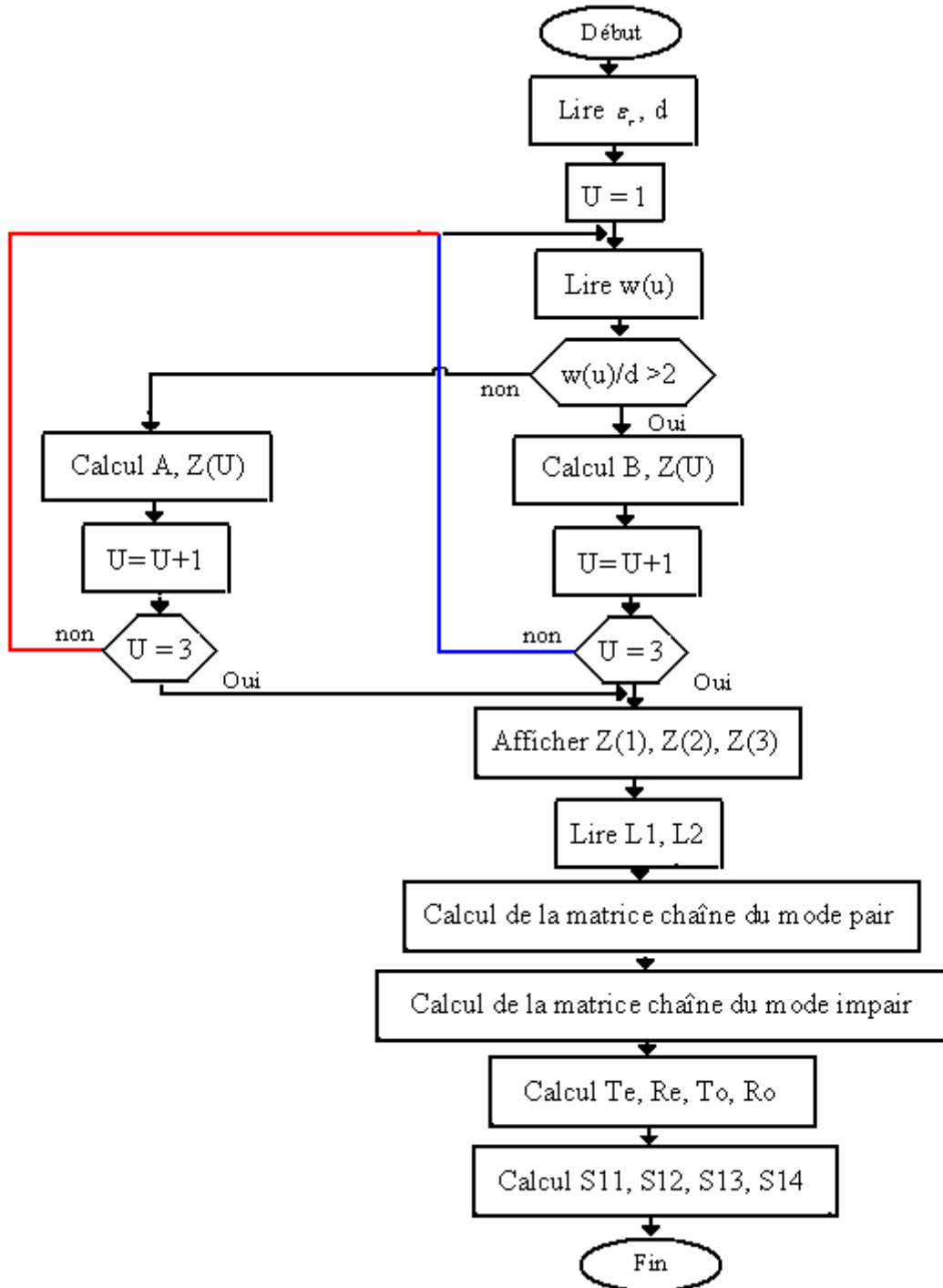


Figure D.7 : Organigramme de calcul des paramètres S à l'aide des formules de Wheeler