

N° d'ordre : 04/2007-M/G.M

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPLAIRE
MINISTERE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE TECHNOLOGIE
« HOUARI BOUMEDIEN »
FACULTE DE GENIE MECANIQUE ET GENIE DES PROCEDES



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER :

EN: *Génie Mécanique*

Spécialité : *Processus de Transport dans les Milieux Poreux*

Par : **GUERROUDJ Nawel**

Sujet

Analyse de l'effet de la forme de blocs poreux
insérés dans un canal en vue de l'amélioration
des échanges convectifs

Soutenu le 01/07/2007, devant le Jury composé de :

M^{me} K. BOUHADEF
M^{elle} H. KAHALERRAS
Mr R. KIBBOUA
Mr Y. OULD -AMER

Professeur, USTHB
Maître de Conférences, USTHB
Maître de Conférences, USTHB
Maître de Conférences, USTHB

Présidente
Directrice de thèse
Examinateur
Examinateur

Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux de la Faculté de Génie Mécanique et Génie de Procédés de l'USTHB sous la direction de M^{elle} **H. Kahalerras**.

Je tiens à exprimer ma gratitude à ma directrice de thèse M^{elle} **H. Kahalerras**. Je la remercie pour sa disponibilité, son aide, ses précieux conseils et ses orientations durant toute la durée de ce travail.

Je remercie M^{me} **K. Bouhade**f pour m'avoir fait l'honneur de présider ce Jury, ainsi que M. **R. Kibboua** et M. **Y. Ould Amer** pour avoir examiné attentivement ce mémoire.

J'adresse aussi mes remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à:

- *Ma très chère mère qui a été toujours derrière mes exploits*
- *Ma très chère grande mère Dehbia*
- *Mes très chères sœurs Ferial et Samia*
- *Ma grande sœur Lilia, son mari Mohamed et l'adorable nièce Lyna*
- *Mon mari Madjid et ma belle famille*

Résumé

Le présent travail est une étude numérique sur l'analyse de l'effet de la forme de blocs poreux chauffés localement et placés dans un canal en vue de l'amélioration des échanges convectifs. L'écoulement dans les zones poreuses est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer et le système d'équations obtenu avec les conditions aux limites associées est résolu par la méthode des volumes finis.

Les effets de certains paramètres tels que la forme des blocs poreux en allant de la forme rectangulaire vers la forme triangulaire, leurs épaisseurs, la perméabilité du milieu poreux et le rapport des conductivités thermiques sont analysés. Les résultats révèlent essentiellement, que la forme des blocs peut modifier considérablement, selon le nombre de Darcy, la structure de l'écoulement dans le canal et peut conduire à une amélioration du transfert de chaleur pour des valeurs optimales de ces paramètres.

Abstract

A numerical investigation is carried out to analyse the effect of porous blocks shape on heat transfer enhancement. These blocks are mounted on the partially heated lower plate of a two-dimensional parallel-plate channel. The flow in the porous regions is described by the Darcy-Brinkman-Forchheimer model and the governing equations with the appropriate boundary conditions are solved by the finite volume method.

The effects of several parameters such as the porous blocks shape going from the rectangular shape to the triangular shape, their thickness, the permeability of the porous medium and the thermal conductivity ratio are analysed. The results reveal essentially, that the shape of the blocks may alter substantially the flow structure in the channel depending on the Darcy number and may enhance the heat transfer for optimal values of these parameters.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------------	---

CHAPITRE -I-

GENERALITES SUR LES MILIEUX POREUX

Introduction.....	2
I.1 Définition d'un milieu poreux.....	2
I.2 Notion de Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R).....	3
I.3 Propriétés structurales et thermo-physiques d'un milieu poreux.....	4
I.3.1 Porosité.....	4
I.3.2 Perméabilité.....	5
I.3.3 Tortuosité.....	6
I.3.4 Surface spécifique.....	7
I.3.5 Conductivité thermique effective.....	7
I.3.6 Viscosité dynamique effective.....	9
I.4 Modèles d'écoulement dans les milieux poreux	10
I.4.1 Modèle de Darcy (1856).....	10
I.4.2 Modèle de Darcy-Forchheimer (1901).....	11
I.4.3 Modèle de Darcy-Brinkman (1947).....	13
I.4.4 Modèle général ou modèle de Darcy -Brinkman-Forchheimer.....	13
I.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux	14
Conclusion.....	15

CHAPITRE -II-

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction	16
II.1 Travaux utilisant des blocs poreux rectangulaires.....	16
II.2 Travaux utilisant des blocs de différentes formes.....	21
Conclusion.....	24

**CHAPITRE -III-
FORMULATION MATHÉMATIQUE**

Introduction.....	25
III-1 Domaine physique.....	25
III-2 Equations gouvernantes.....	26
III-2-1 Hypothèses simplificatrices.....	26
III-2-2 Equation de continuité.....	26
III-2-3 Equation de conservation de quantité de mouvement.....	26
III-2-4 Equation d'énergie.....	27
III-3 Conditions aux limites.....	28
III.3.1 Conditions aux limites dynamiques.....	28
III.3.2 Condition aux limite thermiques.....	29
III-4 Analyse adimensionnelle.....	29
III.4.1 Grandeurs adimensionnelles.....	29
III.4.2 Equations adimensionnelles.....	30
III.4.3 Conditions aux limites adimensionnelles.....	31
III-5 Coefficient de frottement.....	32
III-6 Température moyenne.....	32
III-7 Nombre de Nusselt.....	33
Conclusion.....	34

**CHAPITRE -VI-
MODELISATION NUMERIQUE**

Introduction.....	35
IV-1 Maillage	35
IV-2 Discrétisation des équations gouvernantes	36
VI.2.1 Discrétisation des équations de conservation.....	37
VI.2.2 Linéarisation du terme source.....	42
VI.2.3 Evaluation des vitesses et des propriétés thermo-physiques aux interfaces.....	43
VI.2.4 Discrétisation des équations de quantité de mouvement.....	45
VI.2.5 Algorithme SIMPLE.....	49
IV-3 Méthode de Résolution.....	49
IV-4 Méthode de relaxation	51
IV-5 Critère de convergence	52
Conclusion.....	52

CHAPITRE -V- RESULTATS ET INTERPRETATIONS

Introduction.....	53
V.1 Sensibilité du maillage.....	53
V.2	
Validation.....	54
V.3 Résultats et interprétations.....	56
Première partie: blocs poreux à volume variable.....	57
1 Analyse dynamique.....	57
1.1 Effet du nombre de Darcy.....	57
1.2 Effet de l'épaisseur du milieu poreux.....	60
1.3 Effet de la forme des blocs poreux.....	63
1.4 Effet du nombre de Reynolds.....	65
2 Analyse du thermique.....	68
2.1 Effet du nombre de Darcy.....	68
2.2 Effet de l'épaisseur du milieu poreux.....	73
2.3 Effet de la forme des blocs poreux.....	77
2.4 Effet du nombre de Reynolds.....	83
2.5 Effet du rapport des conductivités thermiques.....	85
Deuxième partie: blocs poreux à volume constant.....	90
1 Epaisseur des blocs variable.....	90
2 Largeur des blocs variable.....	95
V.4 Etude comparative.....	97
Conclusion.....	100

CONCLUSION GENERALE

Nomenclature

A	Constante empirique
A_s	Surface spécifique
C_p	Capacité calorifique (J/kg K)
C_F	Coefficient d'inertie ou coefficient d'Ergun
Da	Nombre de Darcy
D_h	Diamètre hydraulique (m)
F	Coefficient de Forcheimer
f	Coefficient de frottement
g	Gravité (m/s^2)
h	Coefficient d'échange convectif (W/m^2K)
h_p	Épaisseur du bloc poreux (m)
H	Hauteur du canal (m)
H_p	Épaisseur adimensionnelle (h_p / H)
k	Conductivité thermique ($W/m K$)
K	Perméabilité (m^2)
l	Longueur du canal (m)
l_e	Longueur à l'entrée du canal (m)
l_s	Longueur après le dernier bloc (m)
N	Nombre de blocs placés dans le canal
Nu	Nombre de Nusselt local
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen
Nu_g	Nombre de Nusselt global
p	Pression (Pa)
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl
q	Densité de flux de chaleur (W/m^2)
Re	Nombre de Reynolds
R_c	Rapport des conductivités thermiques (<i>poreux-fluide</i>)
R_μ	Rapport des viscosités (<i>poreux-fluide</i>)
s	Espacement entre deux blocs successives (m)
S	Terme source
S_p	Coefficient dans l'expression du terme source linéarisée
S_c	Partie constante du terme source linéarisée
T	Température ($^{\circ}C$)
t	Temps (s)
u	Vitesse axiale (m/s)
U	Vitesse axiale adimensionnelle (u/u_e)
u_D	Vitesse Darcienne
v	Vitesse transversale (m/s)
V	Vitesse transversale adimensionnelle (v/u_e)
w_p	Largeur du bloc poreux (m)
W_p	Largeur du bloc poreux adimensionnelle (w_p/H)
x	Coordonnée axiale (m)
X	Coordonnée axiale adimensionnelle (x/H)
y	Coordonnée transversale (m)
Y	Coordonnée transversale adimensionnelle (y/H)

Notations grecques

α	Diffusivité thermique (m^2/s)
Δ	Ecart
m	Viscosité dynamique ($\text{kg}/\text{m s}$)
r	Masse volumique (kg/m^3)
q	Température adimensionnelle
Φ	Variable dépendante
Γ	Coefficient de diffusion
ξ	Erreur infinitésimale
e	Porosité
τ	Tortuosité
g	Angle des blocs ($^\circ$)
n	Viscosité cinématique (m^2/s)

Indices

E, e	Est, entrée
e	Effectif, équivalent ou entrée
f	Fluide
g	Global
i	Incrémementation axiale
j	Incrémementation transversale
m	Moyenne
N, n	Nord
nb	Nœuds voisins
p	Poreux, paroi
P	Nœud principal
O, o	Ouest
Y	Direction transversale
S, s	Sud, solide ou indice de sortie
T	Total
W, w	West

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Valeurs de porosités de quelques matériaux.....	5
Tableau I. 2 : Valeurs de la perméabilité de quelques matériaux.....	6
Tableau I. 3 : Modèles de viscosité effective.....	10
Tableau IV.1 : Différents termes des équations de conservation dans la région du fluide.	38
Tableau IV.2 : Différents termes des équations de conservation dans la région poreuse...	38
Tableau IV.3 : Différents schémas d'interpolation utilisé.....	42
Tableau IV.4 : Expressions des termes sources linéarisés pour les différentes équations dans la région poreuse.....	43
Tableau V.1 : Sensibilité du maillage.....	53

Liste des figures

Figure I. 1 : Milieux poreux consolidés.....	2
Figure I. 2 : Milieu poreux non consolidé.....	3
Figure I. 3 : Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R).....	4
Figure I. 4 : Schéma explicatif de la notion de tortuosité.....	7
Figure I. 5 : Modèle série de la conductivité thermique effective.....	8
Figure I. 6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective.....	8
Figure III.1 : Domaine physique étudié.....	25
Figure IV.1 : Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle.....	35
Figure IV.2 : Maillage appliqué à notre domaine d'étude	36
Figure IV.3 : Volume de contrôle représentatif.....	39
Figure IV.4 : Volume de contrôle représentatif.....	43
Figure IV.5 : Position de l'interface.....	44
Figure IV.6 : Représentation d'un maillage décalé.....	45
Figure IV.7 : Volume de contrôle lié à U.....	45
Figure IV.8 : Volume de contrôle lié à V.....	46
Figure IV.9 : Volume de contrôle lié à P.....	48
Figure V.1 : Evolution de la température à la paroi le long du canal : $Da = 10^{-3}$, $Re = 250$, $R_c = 1$	54
Figure V.2 : Evolution du nombre de Nusselt moyen pour chaque bloc en fonction du nombre de Darcy : $Re = 100$, $R_c = 1$	54
Figure V.3 : Evolution de la température moyenne du fluide le long du canal: $Re = 500$, $R_c = 100$	55
Figure V.4 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy : (a) : $Da = 10^{-3}$; (b) : $Da = 10^{-5}$	56
Figure V.5 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme rectangulaire($\gamma = 90^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$	58
Figure V.6 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme trapézoïdale ($\gamma = 71.5^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$	58
Figure V.7 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme triangulaire ($\gamma = 50.6^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$	59
Figure V.8 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Darcy pour les différentes formes : $Re = 300$	60

Figure V.9 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme rectangulaire, $Re=300$ et $Da=10^{-5}$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p=0.6$; (c) $H_p=0.8$	61
Figure V.10 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme trapézoïdale, $Re=300$ et $Da=10^{-5}$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p=0.6$; (c) $H_p=0.8$	61
Figure V.11 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme triangulaire, $Da=10^{-5}$ et $Re=300$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p=0.6$; (c) $H_p=0.8$	62
Figure V.12 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec l'épaisseur des blocs : $Re=300$	62
Figure V.13 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs pour, $Re=300$, $H_p=0.6$ et $Da=10^{-4}$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=71.5^\circ$; (c) $\gamma=56.3^\circ$; (d) : $\gamma=50.2^\circ$	63
Figure V.14 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs pour $Re=300$, $H_p=0.6$ et $Da=10^{-6}$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=71.5^\circ$; (c) $\gamma=56.3^\circ$; (d) : $\gamma=50.2^\circ$	64
Figure V.15 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs pour différents nombres de Darcy : $Re=300$ et $H_p=0.8$	64
Figure V.16 : Lignes de courant pour différents nombres de Reynolds dans le cas de la forme rectangulaire ($\gamma=90^\circ$), $Da=10^{-4}$ et $H_p=0.6$: (a) $Re=100$; (b) $Re=300$; (c) $Re=1000$	65
Figure V.17 : Lignes de courant pour différents nombre de Reynolds dans le cas de la forme trapézoïdale ($\gamma=63.4^\circ$), $Da=10^{-4}$ et $H_p=0.6$: (a) $Re=100$; (b) $Re=300$; (c) $Re=1000$	66
Figure V.18 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme triangulaire ($\gamma=50.2^\circ$), $Da=10^{-4}$ et $H_p=0.6$: (a) $Re=100$; (b) $Re=300$; (c) $Re=1000$	66
Figure V.19 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Reynolds : $H_p=0.6$, $Re=300$, $Da=10^{-2}$	67
Figure V.20 : Evolution du nombre de Nusselt local avec le nombre de Darcy pour $R_c=1$, $Re=300$ et $H_p=0.8$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=96.4^\circ$; (c) $\gamma=58^\circ$	69
Figure V.21 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme rectangulaire : $R_c=1$, $Re=300$	71
Figure V.22 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme trapézoïdale : $R_c=1$, $Re=300$	72
Figure V.23 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme triangulaire : $R_c=1$, $Re=300$	73

Figure V.24 : Evolution du nombre de Nusselt local avec l'épaisseur des blocs pour $Da=10^{-5}$, $R_c=1$ et $Re=300$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=96.4^\circ$; (c) $\gamma=58^\circ$	74
Figure V.25 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme rectangulaire : $R_c=1$, $Re=300$	75
Figure V.26 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme trapézoïdale : $R_c=1$, $Re=300$	76
Figure V.27 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme triangulaire : $R_c=1$, $Re=300$	77
Figure V.28 : Evolution du nombre de Nusselt local avec la forme des blocs poreux pour $R_c=1$ et $H_p=0.2$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$	78
Figure V.29 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=0.2$: $R_c=1$, $Re=300$	80
Figure V.30 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la formes des blocs pour $H_p=0.4$: $R_c=1$, $Re=300$	81
Figure V.31 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=0.8$: $R_c=1$, $Re=300$	82
Figure V.32 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=1$: $R_c=1$, $Re=300$	83
Figure V.33 : Evolution du nombre de Nusselt local avec l'épaisseur des blocs pour $Da=10^{-3}$, $R_c=1$ et $H_p=0.6$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=63.4^\circ$; (c) $\gamma=50.2^\circ$	84
Figure V.34 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds : $H_p=0.6$, $Da=10^{-2}$, $R_c=1$	85
Figure V.35 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=0.2$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-6}$	87
Figure V.36 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=0.4$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-6}$	88
Figure V.37 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=1$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-6}$	89
Figure V.38 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re=300$ et $Da=10^{-4}$: (a) $H_p=0.4$; (b) $H_p=0.5$; (c) $H_p=0.8$	91
Figure V.39 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re=300$ et $Da=10^{-6}$: (a) $H_p=0.4$; (b) $H_p=0.5$; (c) $H_p=0.8$	91
Figure V.40 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs pour différents nombres de Darcy : $Re=300$	92

Figure V.41 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=1$ et $H_{p\max}=0.8$	93
Figure V.42 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=100$ et $H_{p\max}=0.8$	94
Figure V.43 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=1$ et $H_p=0.6$	95
Figure V.44 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=100$ et $H_p=0.6$	96
Figure V.45 : Evolution du rapport des nombres de Nusselt moyens avec la forme du bloc poreux, $Re=14630$, $H_p=0.22$: étude [23].....	98
Figure V.46 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds, PF5 : étude [23].....	99
Figure V.47 : Evolution de la chute de pression dans la veine d'essai avec le nombre de Reynolds, PF5 : étude [23].....	99

Introduction générale

Les milieux poreux interviennent dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels, tels que le génie thermique, les échangeurs de chaleur, les cartes électroniques...

L'utilisation des milieux poreux dans les systèmes thermiques est un facteur important dans l'industrie et cela en vue de l'amélioration du transfert thermiques avec cependant une augmentation des chutes de pression.

Plusieurs études, ont été réalisés sur l'utilisation des blocs poreux de forme rectangulaire, mais très peu ont essayé de voir l'effet de la forme sur les champs dynamiques et thermiques.

L'absence d'étude sur ce cas nous a motivé à entreprendre ce présent travail qui est une analyse numérique sur l'effet de la forme de blocs poreux chauffés localement et placés dans un canal en vue de l'amélioration des échanges convectifs.

Notre étude porte essentiellement sur la mise en évidence de l'influence des paramètres adimensionnels (le nombre de Darcy, le nombre de Reynolds et le rapport des conductivités thermiques), ainsi que la forme des blocs poreux en allant de la forme rectangulaire vers la forme triangulaire, leurs épaisseurs.

Ce manuscrit est structuré comme suit :

Le premier chapitre est consacré à la présentation de notions générales sur les milieux poreux.

Une synthèse bibliographique des travaux antérieurs effectués dans le même contexte que la présente étude est présentée dans le deuxième chapitre.

La formulation mathématique du problème physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les équations de conservation mises sous forme adimensionnelle sont développées dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre est présenté la méthode numérique choisie pour la résolution des équations de conservation.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation et la discussion des résultats obtenus.

Enfin, vient une conclusion générale englobent l'essentiel de ce qui a été fait et obtenu dans le cadre du présent travail

Chapitre -I-

Généralités sur les milieux poreux

Introduction

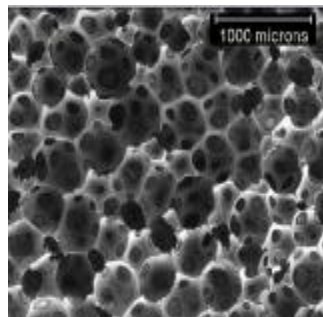
Dans ce chapitre nous allons donner quelques définitions des différentes propriétés structurales et thermo-physiques relatives aux milieux poreux ainsi que les différents modèles utilisés pour décrire l'écoulement au sein de ces milieux.

I.1 Définition d'un milieu poreux

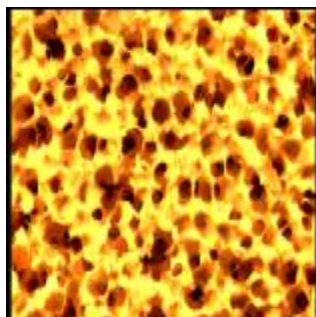
Par milieu poreux on entend un matériau consistant en une matrice solide avec des vides (pores). Les pores peuvent communiquer entre eux, comme il existe des pores sans issues (isolés).

Un milieu poreux se présente généralement sous les deux formes suivantes :

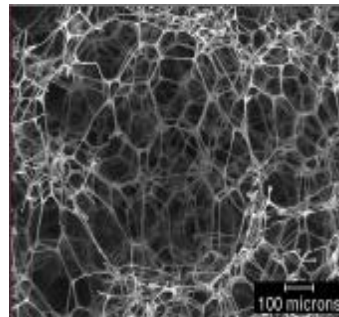
- § Milieu poreux consolidé, dans lequel la phase solide est formée de grains cimentés (roches calcaires, les grés, le bois, la céramique, etc.), figure I.1 [1].
- § Milieu poreux non consolidé, dans lequel la phase solide est formée de grains non soudés entre eux (gravier, sable, billes, etc...), figure I.2 [1].



Une mousse de polyuréthane

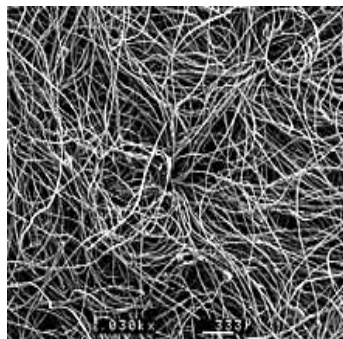


Une mousse de cuivre



Une mousse de mélanine

Figure I. 1 : Milieux poreux consolidés.



Fibres métalliques

Figure I. 2 : Milieu poreux non consolidé.

I.2 Notion de Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)

Lorsqu'on s'intéresse à l'étude des phénomènes physiques dans les milieux poreux, deux échelles s'imposent pour leur analyse:

- § L'échelle du pore ou des fissures (microscopique) à l'intérieur de laquelle les grandeurs (vitesse, pression,...) locales ou microscopiques peuvent largement varier à cause de l'irrégularité de la disposition et de la taille des pores.
- § L'échelle du milieu poreux ou macroscopique caractéristique de variations significatives de ces mêmes grandeurs définies en moyenne sur un certain volume du milieu poreux.

L'approche la plus simple de moyennage utilisée est l'approche du volume élémentaire représentatif (V.E.R). Dans cette approche la variable macroscopique est définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif suffisamment large. Cette opération donne la valeur de cette moyenne appropriée au milieu du V.E.R. Il est supposé que cette valeur soit indépendante de la taille du V.E.R. et définie comme suit :

- Ø Suffisamment grande pour renfermer un grand nombre de pores nécessaires à la définition d'une propriété moyenne globale, de manière à s'assurer que les fluctuations d'un pore à un autre se traduisent par des effets négligeables.
- Ø Suffisamment petit par rapport à la longueur caractéristique de la matrice solide.

Autrement dit on peut considérer, par la suite, que le milieu poreux est un ensemble de V.E.R. Cette conceptualisation introduite par **J. Bear** permet de raisonner en terme de milieu continu équivalent. La figure I.3 illustre un volume élémentaire représentatif à travers un domaine d'écoulement.

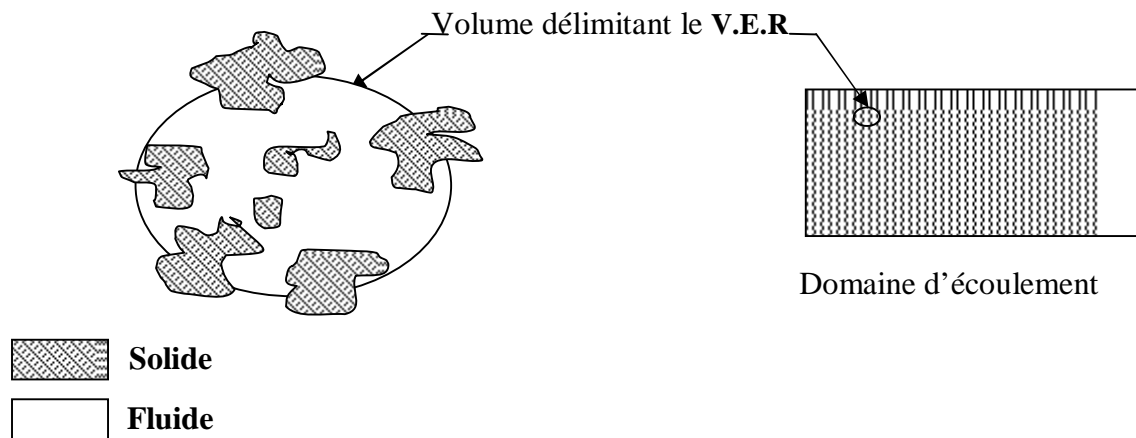


Figure I. 3 : Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R).

I.3 Propriétés structurales et thermo-physiques d'un milieu poreux

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux. Nous pouvons citer :

I.3.1/ Porosité (e) :

C'est la fraction du volume du système qui n'est pas occupée par la phase solide.

Elle est définie comme suit :

$$e = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \quad (I.1)$$

Avec :

V_{pore} : Volume des pores (m^3)

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse (m^3)

Cette grandeur ne donne aucune information sur les dimensions et la distribution des pores. Un pore peut être connecté à d'autres pores (pores interconnectés), comme il peut être isolé. On définit alors :

§ La porosité totale (ϵ_T) comme étant la fraction du volume de tous les pores (interconnectés et non connectés).

§ La porosité effective (e_e) comme étant la fraction du volume des pores accessibles.

Pour les milieux poreux non consolidés, la porosité effective et la porosité totale sont égales, alors que dans les milieux poreux consolidés la différence entre les deux

porosités peut être significative. Dans le tableau I.1 sont rapportées les porosités moyennes de certains matériaux mesurées par **Scheidegger (1974)**.

Matériau	Porosité
Grés	0.038-0.38
Calcaire	0.04-0.10
Sable	0.37-0.50
Brique	0.12-0.34
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Poudre de silicate	0.37-0.49
Grains de silice	0.65
Charbon	0.02-0.12
Cuir	0.56-0.59
Terre	0.43-0.54
Fibre de verre	0.88-0.93
Poudre de cuivre compactée	0.98
Béton	0.02-0.07

Tableau I.1 : Valeurs de porosités de quelques matériaux [2].

I.3.2/ Perméabilité (K) :

Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce dernier.

Selon la loi de Darcy, la perméabilité est la mesure de la conductance de l'écoulement d'une matrice poreuse, c'est-à-dire :

$$K = \frac{-m \cdot u_D}{(dP/dx)} \quad (I.2)$$

Avec :

m : Viscosité dynamique du fluide (kg/m.s)

u_D : Vitesse Darcienne (m/s)

dP/dx : Gradient de pression (Pa/m)

L'unité de la perméabilité est le m^2 , mais elle est souvent exprimée en Darcy :

$$1 \text{ Darcy} = 9.87 \times 10^{-13} \text{ m}^2$$

Le tableau I. 2 résume les valeurs de la perméabilité de quelques matériaux:

Matériau	Perméabilité (m^2)
Grès	$5 \times 10^{-16} - 3 \times 10^{-12}$
Brique	$4.8 \times 10^{-14} - 2.2 \times 10^{-13}$
Cuir	$9.5 \times 10^{-14} - 1.2 \times 10^{-13}$
Ardoise noire en poudre	$4.9 \times 10^{-14} - 1.2 \times 10^{-13}$
Poudre de silicate	$1.3 \times 10^{-14} - 5.1 \times 10^{-14}$
Poudre de cuivre compactée	$3.3 \times 10^{-10} - 1.5 \times 10^{-9}$
Terre	$2.9 \times 10^{-13} - 1.4 \times 10^{-11}$
Fibre de verre	$2.4 \times 10^{-11} - 5.1 \times 10^{-11}$
Sable	$2 \times 10^{-11} - 1.8 \times 10^{-10}$

Tableau I. 2 : Valeurs de la perméabilité de quelques matériaux [3].

I.3.3/ Tortuosité (τ) :

Dans un milieu poreux formé d'un empilement de grains solides, la vitesse réelle locale du fluide n'est pas tout à fait parallèle à la direction moyenne de l'écoulement du fait de la présence des obstacles constitués par la phase solide. Le fluide contourne les différentes particules s'opposant à son passage. Le trajet suivi par un filet fluide est $L_m > L$ où L est la longueur du milieu poreux comme indiqué sur la figure I.4. On appelle tortuosité le rapport entre la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide et la longueur de l'échantillon, elle s'exprime comme suit :

$$t = \frac{L_m}{L} \quad (I.3)$$

Elle est utilisée comme facteur de correction du gradient de pression.

$$\Delta P_{\text{modifié}} = \frac{\Delta P}{t} \quad (I.4)$$

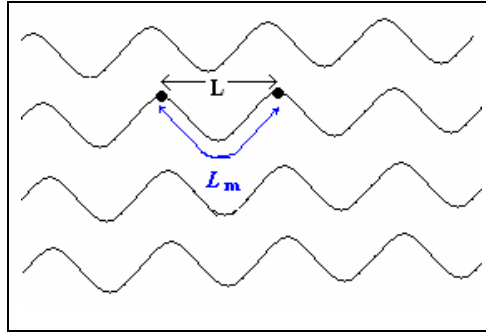


Figure I. 4 : Schéma explicatif de la notion de tortuosité.

I.3.4/ Surface spécifique (A_s) :

La surface spécifique est définie comme l'aire totale apportée à l'unité de volume, soit :

$$A_s = \frac{\text{Aire totale des vides}}{\text{volume total du milieu}} \quad (\text{I.5})$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif de différents milieux poreux de volume total V .

I.3.5/ Conductivité thermique effective (k_e) :

Vu la complexité de la structure géométrique des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective k_e . En effet, les phases solide et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent $k_{solide} > k_{fluide}$).

Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide k_s et fluide k_f .

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivités thermiques effectives qui peuvent être appliqués aux cas pratiques de transfert dans les milieux poreux. Les modèles existants sont plutôt des modèles approchés construits pour des géométries simples en utilisant des hypothèses simplificatrices et en se basant sur des données expérimentales. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles, basées sur l'analogie électrique.

§ Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu poreux est alors égale à la somme des résistances thermiques de chacune des phases. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{1}{k_e} = \frac{e}{k_f} + \frac{1-e}{k_s} \quad (I.5)$$

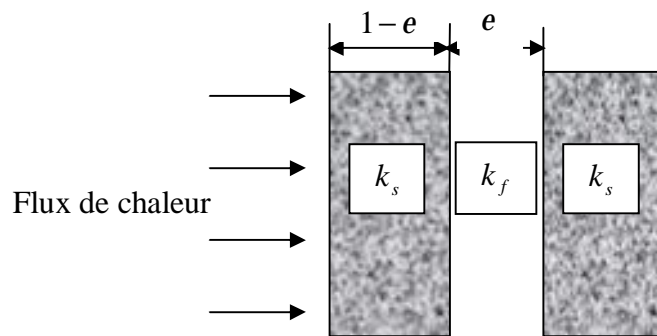


Figure I. 5 : Modèle série de la conductivité thermique effective.

§ Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités phasiques pondérées par le taux d'occupation dans l'espace. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$k_e = e \cdot k_f + (1-e) \cdot k_s \quad (I.6)$$

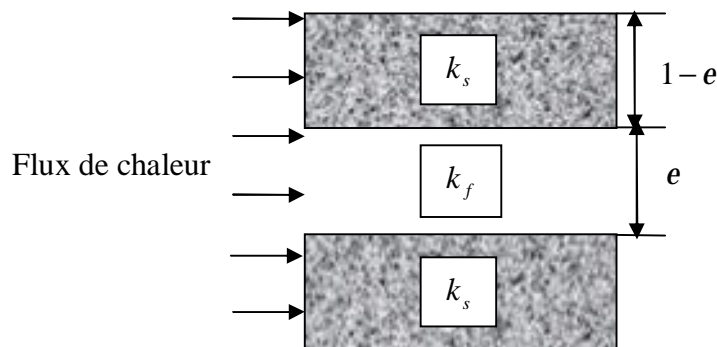


Figure I. 6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective.

De nombreux modèles pour le calcul de la conductivité thermique effective ont été proposés dans la littérature. Nous présentons dans ce qui suit l'un des modèles le plus fréquemment employé. Il s'agit du modèle de **Zehner et Schlunder (1970)** qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{k_e}{k_f} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-e}} + \frac{2\sqrt{1-e}}{(1-(k_s/k_f)B)} \left[\frac{1-(k_s/k_f)B}{(1-(k_s/k_f)B)^2} \operatorname{Ln} \frac{1}{(k_s/k_f)B} - \frac{B+1}{2} - \frac{B-1}{1-(k_s/k_f)B} \right]$$

Avec :

$$B = a \left(\frac{1-e}{e} \right)^{10/9}$$

a : Dépend de forme des particules solides :

- § Particules sphériques : $a = 1.25$
- § Cylindres creux ou pleins : $a = 2.5$
- § Particules quelconques : $a = 1.4$

I.3.6/ Viscosité dynamique effective (m_e) :

Elle a été introduite par **Brinkman (1947-1948)** dans le but de trouver une expression pour la perméabilité. Il a considéré aussi que la viscosité effective est égale à la viscosité du fluide considéré, tandis que Lundgren (1972) a donné des justifications à l'équation de Brinkman et a trouvé de plus que le rapport entre la viscosité dynamique et celle du fluide n'est pas toujours supérieur à l'unité. Il a montré aussi que la viscosité effective dépend de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux considéré.

La notion de viscosité effective a été aussi utilisée pour exprimer les conditions aux limites à l'interface fluide/poreux (cas des conduites partiellement poreuses).

Le tableau I.3 résume quelques corrélations trouvées dans la littérature.

Modèle	corrélation	Limites de validité
Einstein	$\frac{m_e}{m} = 1 + 2.5 e$	Cas de sphères : $\varepsilon \rightarrow 0$
Fand	$\frac{m_e}{m} = \exp\left(\frac{2.5 e + 2.7 e^2}{1 - 0.609 e}\right)$	Cas de doublets de sphères en collision
Frankel et Akrivos	$\frac{m_e}{m} = C \cdot \left[1 - \left(\frac{1 - e}{(1 - e)_{\max}}\right)^{1/3}\right]^{-1}$ $C = \frac{9}{8}$ pour $(1 - e) \rightarrow (1 - e)_{\max}$	Suspension concentrée seulement
Mooney	$\frac{m_e}{m} = \exp\left[\frac{2.5(1 - e)}{1 - K(1 - e)}\right]$	$0.75 < K < 1.5$
Happel	$\frac{m_e}{m} = \exp(4.58 e)$	Modèle théorique pour des particules sphériques $\varepsilon \leq 0.3$

Tableau I. 3 : Modèles de viscosité effective.

I.4 Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

Pour décrire l'écoulement dans les milieux poreux différents modèles ont été élaborés. Le premier modèle a été établi par **H. Darcy (1856)** et depuis, plusieurs autres modèles ont été proposés pour tenir compte de certains effets négligés par ce dernier.

I.4.1 Modèle de Darcy (1856) :

Darcy a montré, pour un écoulement unidimensionnel conduit par gravité à travers un milieu poreux non consolidé dont les particules sont à peu près de mêmes dimensions, que le gradient de pression est lié à la vitesse par la relation suivante:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{m}{K} u_D \quad (I.7)$$

Avec :

dP/dx : Gradient de pression (Pa/m)

K : Perméabilité (m^2)

μ : Viscosité dynamique du fluide ($kg / m \cdot s$)

u_D : Vitesse de filtration obtenue à partir de la mesure du débit (m/s)

Il est important de noter que le modèle de Darcy devient inadéquat dans certaines situations d'écoulement et de transfert de chaleur. En effet, quand la vitesse de filtration augmente, on note une déviation qui est due aux effets combinés de l'inertie (à cause de la présence des obstacles solides) et de la viscosité. Ces deux effets forment la résistance à l'écoulement.

Pour tenir compte de tous ces effets, d'autres modèles ont été proposés et utilisés.

I.4.2 Modèle de Darcy -Forchheimer (1901) :

La loi de Darcy n'est valable que pour des écoulements à faibles vitesses caractérisées par un nombre de Reynolds, basé sur le diamètre moyen des particules, ayant une valeur entre 0 et 1. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire, et elle doit être alors corrigée par un terme inertiel non linéaire du second degré qui tient compte des effets inertiels microscopiques.

Forchheimer (1901) fut le premier à proposer une relation non linéaire du second ordre pour les écoulements à grande vitesse :

$$\frac{\mathbf{r}}{\nabla p} = -A\mathbf{V} - B|\mathbf{V}| \mathbf{V} \quad (I.8)$$

Où A et B sont des constantes et le terme $B|\mathbf{V}| \mathbf{V}$ est introduit pour tenir compte des effets inertiels qui deviennent négligeables à faible vitesse par rapport aux effets visqueux.

Depuis, plusieurs équations non linéaires basées sur des résultats expérimentaux ont été proposées avec différentes expressions pour A et B dépendant de la porosité, du diamètre moyen des particules solides et de la viscosité du fluide.

Selon Joseph, Nield et Papanicolaou (1982), la modification à apporter à l'équation de Darcy est la suivante:

$$\frac{\mathbf{r}}{\nabla p} = -\frac{m}{K}\mathbf{V} - \frac{C_F}{\sqrt{K}}r_f|\mathbf{V}| \mathbf{V} \quad (I.9)$$

Avec :

C_F : Constante adimensionnelle (coefficient inertiel ou coefficient d'Ergun)

ρ_f : Masse volumique du fluide

§ Ergun a proposé d'utiliser :

$$C_F = \frac{1.75 (1 - e)}{e^3 d_p} \quad (\text{I.10})$$

§ Joseph, Nield et Papanicolaou (1982) ont utilisé :

$$C_F = \frac{e F}{\sqrt{K}} \quad (\text{I.11})$$

Où F est le coefficient de Forchheimer.

§ **Ward (1964)** a pensé que C_F peut être une constante universelle avec une valeur approximative de 0.55, mais plus tard il a trouvé que C_F dépendait de la nature du milieu poreux et peut être inférieur à 0.1 dans le cas des mousses métalliques fibreuses.

§ **Beavers, Sparrow et Rodenz (1973)** ont montré que les frontières solides (parois) peuvent avoir un effet considérable sur la valeur de C_F et ils ont trouvé que leurs données s'ajustent bien par l'expression :

$$F = 0.55 \left(1 - 5.5 \frac{d_s}{D_e} \right) \quad (\text{I.12})$$

Avec:

d_s : Diamètre de leurs sphères

D_e : Diamètre équivalent de leur lit poreux

L'expression du diamètre équivalent est la suivante :

$$D_e = \frac{2Wh}{(W + h)} \quad (\text{I.13})$$

Avec:

W: Longueur du lit poreux

h : Hauteur du lit poreux

I.4.3 Modèle de Darcy-Brinkman (1947) :

Dans l'effort d'obtenir une expression pour la perméabilité (K) dans un empilement de particules sphériques, Brinkman (1947) a abouti à l'équation suivante :

$$\mathbf{\nabla} p = -\frac{m}{K} \mathbf{V} + m_e \nabla^2 \mathbf{V} \quad (\text{I.14})$$

Une telle équation est la superposition d'un écoulement où les effets visqueux sont dominants.

m_e : représente la viscosité dynamique effective. $m_e = m$ dans le modèle de Brinkman mais en réalité, elles sont approximativement égales.

$m_e \nabla^2 \mathbf{V}$: terme de Brinkman qui représente les forces visqueuses causées par les forces de cisaillement macroscopiques le long des frontières solides. Il est très significatif dans les régions près des parois solides.

I.4.4 Modèle général ou modèle de Darcy- Brinkman- Forchheimer :

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant (effets inertiels et de parois), on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et de Forchheimer. Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de **Darcy-Brinkman-Forchheimer**.

L'équation vectorielle de conservation de quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{r}{e^2} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + m_e \nabla^2 \mathbf{V} - \frac{m}{K} \mathbf{V} - r \frac{F}{\sqrt{K}} |\mathbf{V}| \mathbf{V} + r \mathbf{F}_v \quad (\text{I.15})$$

Avec :

\mathbf{V} : Quantité moyennée à travers un volume élémentaire

$\frac{r}{e^2} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right)$: Forces macroscopiques d'inertie

$-\nabla p$: Gradient de pression

$m_e \nabla^2 \mathbf{V}$: Terme de Brinkman ou contrainte visqueuses macroscopique (effet de paroi)

$-\frac{\mu}{K} \mathbf{r} \cdot \nabla$: Contrainte de viscosité microscopiques ou terme de Darcy

$r \frac{Fe}{\sqrt{K}} \left| \frac{\mathbf{r}}{V} \right| \frac{\mathbf{r}}{V}$: Forces inertielles microscopiques ou terme d'inertie d'Ergun

$r \mathbf{F}_v$: Forces de volume

I.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux

La description du transfert de chaleur dans les milieux poreux par l'approche macroscopique peut présenter une différence par rapport au transfert réel. De ce fait, la notion d'équilibre local est introduite. Cette dernière a été largement étudiée.

§ Carbonell et Whitaker (1984) ont posé des conditions d'équilibre thermique sur la mesure du temps et de la longueur.

§ Bennacerallah (1994) et Kaviany (1995) ont étudié la condition d'équilibre et ont trouvé qu'elle est satisfaite en régime instationnaire.

§ Chang et al. (1990) ont trouvé que l'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase et dans un volume élémentaire représentatif. Elle se présente sous la forme suivante :

$$(rC_p)_e \frac{\partial T}{\partial t} + (rC_p)_f \frac{\mathbf{r}}{V} \cdot \nabla T = k_e \nabla^2 T \quad (\text{I.16})$$

Avec :

$$(rC_p)_e = e(rC_p)_f + (1-e)(rC_p)_s$$

Où :

ρ : masse volumique du fluide considéré (kg /m³)

$(C_p)_e$: capacité calorifique effective (kCal/kg °C)

$(C_p)_f$: capacité calorifique du fluide (kCal/kg °C)

ε : porosité du milieu poreux

k_e : conductivité thermique effective (kCal/h m °C)

N.B : Cette équation décrivant le transfert de chaleur dans un milieu poreux a été obtenue en supposant les hypothèses suivantes :

Ø Les termes de dissipation visqueuse sont négligeables (hypothèse justifiée si la vitesse de filtration reste relativement faible et si les fluides saturants ne sont pas trop visqueux).

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents paramètres appropriés et pertinents dans l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur dans les milieux poreux. Le chapitre qui suit sera consacré à une étude bibliographique afin de situer notre travail.

Chapitre –II-

Recherche bibliographique

Introduction

L'amélioration du transfert de chaleur dans les systèmes thermiques tels que les échangeurs de chaleur, les cartes électroniques est devenue un facteur important dans l'industrie. Pour cela, plusieurs méthodes ont été proposées telles que l'utilisation de surfaces étendues en essayant d'optimiser leur taille, leur emplacement et leur forme. Une autre méthode qui semble être prometteuse est l'utilisation d'un milieu poreux, d'une façon à avoir un bon transfert thermique et des chutes de pression les plus faibles possibles.

Dans la synthèse bibliographique qui va suivre, nous allons tout d'abord aborder les travaux qui ont utilisé des blocs poreux de section rectangulaire et nous présenterons ensuite les études qui ont proposé d'autres formes de blocs.

II.1 Travaux utilisant des blocs poreux rectangulaires

Les travaux qui ont utilisé des blocs poreux de section rectangulaire sont nombreux, on peut citer :

▼ **A. Hadim (1994, [4])** qui a effectué une étude numérique dans un canal bidimensionnel, en régime laminaire, avec des sources de chaleur localisés. Deux configurations ont été étudiées : canal complètement poreux et canal partiellement poreux.

Les résultats obtenus sur le plan dynamique, indiquent que le profil de vitesse, dans le cas sans milieu poreux, évolue d'un profil plat vers un profil parabolique alors que dans le cas d'un canal totalement poreux, il y a diminution de l'épaisseur de la couche limite ce qui décale la partie plate du profil de vitesse vers les parois. Il a été aussi observé que, dans le cas d'un canal partiellement poreux, le profil de vitesse n'atteint jamais la forme parabolique.

Sur le plan thermique, l'étude a démontré que quelle que soit la configuration du canal, le flux de chaleur échangé est pratiquement le même, cependant les chutes de pression sont moins importantes (d'environ 50%) dans le cas où le canal est partiellement poreux.

▼ **P.C. Hung et K. Vafai (1994, [5])** ont étudié numériquement l'amélioration du transfert de chaleur dans un canal muni de blocs poreux de forme rectangulaire, en convection forcée. Dans leur analyse, le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été

adopté pour modéliser l'écoulement dans la région poreuse afin de tenir compte des effets inertiels et visqueux.

Les effets de différents paramètres sur les performances thermiques des blocs poreux, les lignes de courants, des isothermes et le nombre de Nusselt local tels que les nombres de Reynolds, de Darcy, de Prandtl et les paramètres géométriques des blocs poreux (hauteur et espacement entre les blocs) ont été considérés.

Les résultats ont montré qu'une amélioration du transfert thermique peut être obtenue en utilisant des blocs poreux en comparaison au cas de canal lisse. Il a été également constaté qu'un maximum de transfert peut être obtenu pour une structure poreuse optimale.

▼ **H.J. Sung et al. (1995, [6])** ont étudié numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur en convection forcée dans un canal partiellement poreux. Ils ont montré que la hauteur du milieu poreux, le nombre de Darcy et le rapport des conductivités thermiques influencent la structure des champs dynamique et thermique.

Il a été ainsi conclu qu'en augmentant la hauteur du milieu poreux et en diminuant le nombre de Darcy, le débit augmente dans la zone entre le milieu poreux et la paroi solide du canal. Quand le rapport des conductivités thermiques croît, pour une valeur fixe du nombre de Darcy, les performances thermiques dans le canal sont améliorées.

▼ **W.S Fu et al. (1996, [7])** ont effectué une étude sur l'amélioration du transfert de chaleur, en régime laminaire, dans un canal muni d'un bloc poreux. Les paramètres tels la porosité ε , le diamètre des particules D_p , le nombre de Reynolds et la hauteur du bloc poreux H_p sont considérés. La variation de la porosité est prise en considération. Tous les effets non Darcien incluant les effets de channeling, de paroi solide et inertiels sont aussi pris en compte.

L'influence de ces paramètres sur les performances thermiques de la paroi chauffée a été examinée. Les résultats obtenus peuvent être résumés comme suit :

- La performance thermique peut être obtenue par un bloc poreux en cuivre placé dans une région à haute température.
- Un bloc poreux avec une grande porosité, $H_p = 0.5$ et un grand diamètre de particules D_p , peut améliorer le transfert thermique à l'opposé du cas où $H_p = 1$.

▼ **S. Chikh et al. (1997, [8])** ont analysé numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur dans un canal muni de blocs poreux placés sur sa plaque inférieure et chauffés

discrètement. Les effets de certains paramètres tels que le nombre de Darcy, les dimensions et le nombre des blocs ainsi que le rapport des conductivités thermiques sont analysés.

Les résultats ont permis de mettre en évidence que les blocs peuvent modifier considérablement la structure de l'écoulement selon la perméabilité du milieu poreux et peuvent conduire à une amélioration du transfert de chaleur sous certaines conditions opératoires.

▼ **C. Cui et al. (2001, [9])** ont mené une étude expérimentale en convection forcée dans un canal complètement poreux avec des sources de chaleur discrètes localisées sur la paroi supérieure. Les températures le long de la paroi chauffée ont été mesurées pour différentes densités de flux de chaleur (5, 10 et 19.5 W/cm^2) et pour plusieurs nombres de Reynolds (250, 400 et 600). Les résultats ont été présentés en terme de température du fluide à l'intérieur du canal qui a été mesurée à plusieurs points.

Les résultats expérimentaux ont confirmé que le transfert thermique est significatif aux bords d'attaque des plaques chauffantes et à des nombres de Reynolds élevés.

Ils ont conclu que les résultats présentés dans ce travail peuvent être utile à l'étude du transfert thermique dans des canaux poreux de faible perméabilité.

Un modèle analytique a été aussi élaboré en utilisant l'intégrale de Green au niveau des sources discrètes. Les résultats obtenus ont été confrontés à ceux de l'expérimentation et il a été trouvé un bon agrément entre les deux.

▼ **S. Kiwan et al. (2001, [10])** ont introduit une nouvelle méthode pour l'amélioration du transfert de chaleur, en convection naturelle, à partir d'une surface par utilisation d'ailettes poreuses. Ils ont adopté dans leur étude le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour étudier l'écoulement du fluide dans la région poreuse. La méthode des éléments finis a été choisie pour la résolution des équations du système avec des conditions aux limites correspondantes.

Les effets de différents paramètres tels que le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy et le rapport des conductivités thermiques sur le transfert de chaleur ont été considérés.

Ils ont montré qu'une amélioration des performances thermique par utilisation d'ailettes poreuses peut être obtenue aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh Ra et aux grandes valeurs du nombre de Darcy.

Il a été également constaté qu'il existe une limite optimale du rapport des conductivités thermiques au-delà de laquelle il n'y a plus d'amélioration des performances thermiques des ailettes.

▼ **O.N. Sara et al (2001, [11])** ont analysé expérimentalement l'effet d'utilisation de blocs perforés sur les chutes de pression et le transfert de chaleur. L'étude a été menée dans un canal rectangulaire dans lequel des blocs en aluminium ont été placés sur sa paroi inférieure où un chauffage à flux constant a été appliqué le long de cette dernière.

Différents paramètres ont été variés afin de mettre en évidence leur influence sur les champs dynamique (chute de pression) et thermique (nombre de Nusselt moyen) : le nombre de Reynolds Re , l'angle d'inclinaison des trous θ , le rapport d'ouverture des perforations ϕ , le diamètre des trous D ainsi que le nombre de blocs N_b .

Les résultats obtenus ont mis en évidence d'une part, une amélioration du transfert de chaleur avec l'augmentation des paramètres θ , ϕ et D et la diminution de Re . D'autre part, la chute de pression n'est pas affectée par l'angle d'inclinaison des perforations θ , alors qu'elle décroît avec l'augmentation de D , Re et ϕ .

En comparaison avec une surface lisse (non muni de blocs), un gain en énergie jusqu'à 40% est obtenu par utilisation de blocs perforés et une dissipation de chaleur maximale de 20% dans le cas des blocs solides.

A l'issue des résultats obtenus des corrélations ont été développées pour le nombre de Nusselt moyen et le coefficient de frottement.

▼ **D. Angirasa (2002, [12])** a réalisé un travail expérimental pour tester l'efficacité des mousses métalliques (aluminium) comme dissipateurs d'énergie en convection forcée. Les essais ont été effectués dans un canal aérodynamique en plexiglas de section carrée et relié à un ventilateur à vitesse variable. Le bloc fibreux chauffé est placé sur la paroi inférieure du canal où un trou a été réalisé à cet effet.

Les températures de l'air en amont et en aval du bloc ainsi que celle de sa base ont été mesurées par des thermocouples de type T (cuivre-constantan) alors que les vitesses locales du fluide ont été calculées à partir des mesures de pression par des tubes de Pitot reliés à un micromanomètre. Les paramètres qui ont été variés dans cette étude sont la vitesse à l'entrée du canal (entre 2 et 9 m/s), la puissance du chauffage (3.7 et 9.2 w) ainsi que la porosité (0.97 et 0.93) et la structure des blocs.

Les résultats ont montrés d'une part, que les blocs fibreux ayant une grande porosité (au-dessus de 90%) possèdent une faible résistance thermique et par conséquent mènent à un taux de transfert de chaleur assez important et d'autre part, que la dissipation de chaleur par utilisation des blocs fibreux métalliques est plus grande que dans le cas des blocs pleins.

▼ **K.S. Chiem et al. (2004, [13])** ont effectué une simulation numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur, en régimes stationnaire et instationnaire, dans un canal muni de blocs poreux. Le cas du canal partiellement ou complètement poreux en présence de blocs solides chauffés discrètement à flux constant a été traité en utilisant une méthode nommée « characteristics-based matrix implicit finite-volume » avec un maillage structuré.

Pour la modélisation de l'écoulement laminaire dans le canal, les équations de Navier-Stocks ont été utilisées dans la région fluide alors que le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été utilisé dans la région poreuse.

Il a été constaté pour tous les cas étudiés un grand changement de la structure des champs dynamique et thermique à cause de l'insertion du substrat poreux. Les effets des nombres de Reynolds et Darcy sur l'augmentation du transfert thermique et sur les chutes de pression ont été particulièrement traités.

Cette étude a permis de mettre en évidence la formation et la variation dans le temps des zones de recirculation ainsi que l'existence d'une insertion poreuse optimale.

En régime instationnaire, les résultats ont permis de montrer qu'aux grands nombres de Reynolds, l'écoulement dans le canal partiellement poreux présente un aspect cyclique quoique différent de celui observé en canal solide. En ce qui concerne le champ thermique, la température change plus lentement et ne présente pas de variations cycliques sur une longue période temporelle.

Le plus important résultat qui ressort de ce travail est que, pour tous les cas considérés, changer quelques valeurs paramétriques peut avoir des effets significatifs et intéressantes aussi bien sur la structure de l'écoulement que sur les caractéristiques du transfert de chaleur.

▼ **K. Hadjadj (2006, [14])** a mené une étude expérimentale dans une soufflerie subsonique à aspiration. Les blocs poreux utilisés ont été placés sur la paroi inférieure de la veine d'essai et ont été chauffés localement à flux constant. Des mesures de vitesse, de pression et de température ont été effectuées afin d'avoir une idée sur la structure des champs dynamique et thermique en présence de ces milieux.

L'influence de certains paramètres a été considérée tels que la vitesse de l'écoulement, la structure et dimensions des blocs poreux (perméabilité, conductivité thermique et hauteur), l'espacement entre les blocs et leur nombre.

Les résultats obtenus ont permis de conclure que l'utilisation de blocs poreux améliore le transfert thermique par rapport au cas du canal lisse et que cette amélioration est fortement dépendante des propriétés géométriques et thermo physiques de ces blocs.

II.2 Travaux utilisant des blocs de différentes formes

Parmi les études qui se sont intéressées à l'utilisation de blocs (poreux ou solides) de différentes formes pour améliorer le transfert de chaleur, nous pouvons citer :

▼ **E. M. Sparrow et V. B. Grannis (1991, [15])** qui ont fait une double étude expérimentale et numérique pour la détermination des caractéristiques des chutes de pression d'un arrangement d'ailettes en forme de losange dans un échangeur de chaleur. Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale du fluide a été variée entre 20 et 2200, la largeur maximale de l'ailette a été choisie de façon à avoir deux angles au sommet de 45° et 90° .

Les chutes de pression obtenues expérimentalement servent d'élément de comparaison pour la validation des résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis appliquée au régime périodique pleinement établi. Une fois le modèle numérique vérifié, il a été employé pour fournir des résultats pour un large domaine de conditions géométriques.

▼ **W. S. Fu et al. (1996, [16])** ont effectué une étude numérique sur les performances thermiques de blocs poreux de différentes formes frappés par un jet en régime laminaire, et montées sur une région chauffante. La méthode numérique (SIMPLEC) a été adoptée pour résoudre les équations régissantes. Trois différentes formes de blocs poreux (rectangulaire, concave et convexe) ont été étudiées.

Les résultats ont indiqué que le transfert thermique est principalement affecté par la vitesse du fluide s'écoulant près de la région de chauffage.

Il a été conclu aussi que pour les faibles porosités, le transfert de chaleur est le même pour les différentes formes géométriques, mais pour les grandes porosités un meilleur transfert de chaleur est obtenu avec les blocs poreux de forme concave.

▼ **J.Y. Yun et K.S. Lee (1999, [17])** ont effectué une étude sur l'effet de la forme de surfaces interrompues d'un échangeur de chaleur pour son utilisation au conditionnement

d'air domestique. L'étude compare le coefficient d'échange de chaleur et la chute de pression entre le prototype et le modèle. Pour cela, plusieurs formes de surfaces ailettées ont été utilisées. La comparaison des résultats entre le prototype et le modèle avec les différentes surfaces a conduit à une erreur sur le coefficient d'échange de chaleur entre 3 et 4.5% et entre 10 et 23% sur les chutes de pression.

Il a été conclu que toutes les surfaces utilisées présentent des caractéristiques convenables pour les appareils à conditionner de l'air, mais le type SB (ailette avec rainures) et le plus recommandées comme forme optimale.

▼ **G. Tanda (2001, [18])** a élaboré une étude sur le transfert de chaleur et la chute de pression dans un canal rectangulaire muni d'éléments en forme de losange posés suivant deux arrangements : en ligne ou en quinconce. Le coefficient de transfert de chaleur est déterminé à l'aide de la méthode de « Liquid Cristal Thermography ». Les espacements adimensionnels longitudinal et transversal entre les éléments ont été variés de 4 à 8 et 4 à 8.5 respectivement. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique a été varié entre 8000 et 30000.

Une étude comparative de la performance thermique avec le canal sans ailettes a permis de montrer, que les éléments en losange améliorent le transfert de chaleur par un facteur qui peut atteindre 4.4 pour un même débit massique et par un facteur de 1.65 pour une même puissance de pompage.

▼ **B. Kundu (2002 [19])** a réalisé une étude comparative et une analyse de la performance et de l'optimisation de plaques de différentes formes géométriques : rectangulaire, trapézoïdale et rectangulaire avec un changement par pas de l'épaisseur nommé (RPSLT). Ces plaques sont destinées à un capteur solaire.

De cette étude il a conclu que pour un volume constant d'une plaque, l'efficacité maximale est obtenue avec un profil trapézoïdal alors que celle du profil (RPLST) est plus faible que celle du profil rectangulaire.

Le profil trapézoïdal est le meilleur choix pour transférer l'énergie d'un capteur solaire, bien qu'il soit rarement trouvé en pratique à cause de sa difficulté de fabrication.

Le profil (RPLST) est le plus recommandé car il présente une grande performance thermique et moins de difficultés de fabrication.

▼ **O. Leon et al. (2002, [20])** ont pour leur part basé leur étude sur l'influence de la forme géométrique des ailettes de refroidissement sur les chutes de pression et le transfert de chaleur.

Leur objectif a été de réduire au maximum la résistance à l'écoulement sans grande variation de l'énergie transférée. Un logiciel "Computational Fluid Dynamic" (FLUENT) a été utilisé pour les calculs numériques.

L'étude a été faite avec quatre formes géométriques d'ailettes : rectangulaire, aérodynamique, rectangulaire avec une pointe arrondie à l'entrée et rectangulaire avec des pointes arrondies à l'entrée et à la sortie.

Les résultats ont permis de conclure que la forme aérodynamique permet une meilleure diminution de la résistance à l'écoulement sans aucune influence sur le transfert de chaleur pour un $Re = 800$. Pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds ($Re=100$), l'introduction de n'importe quelle forme aérodynamique ne cause pas de changements considérables dans les couches limites car elles sont assez épaisses ce qui rend l'utilisation des formes aérodynamiques inutile.

L'étude a proposé l'ailette avec une pointe arrondie à l'entrée comme une ailette optimale pour les refroidissements en pratique.

▼ **R. S. Matos et al. (2004, [21])** ont mené une étude sur l'optimisation de tubes à ailettes circulaires et elliptiques en convection forcée. L'objectif a été de maximiser la quantité de chaleur dégagée par les ailettes, pour cela le volume et le nombre des tubes ont été fixés.

La première étude a été réalisée afin de comparer le transfert de chaleur dans des tubes de géométrie circulaire et elliptique optimales. Le critère de chute de pression est équivalent dans les deux géométries permettant ainsi la comparaison pour des nombres de Reynolds inférieurs à 200. Ils ont constaté qu'avec l'arrangement optimal elliptique on obtient une augmentation du transfert de chaleur jusqu'à 20% en comparaison à l'arrangement optimal circulaire. Aux grands nombres de Reynolds, la différence de pression entre les arrangements circulaires et elliptiques n'est pas négligeable mais combiné au transfert de chaleur permet de conclure que l'arrangement elliptique est meilleur de 30% par rapport au circulaire.

La deuxième partie de l'étude porte sur l'optimisation de trois degrés de liberté à savoir l'espacement tube-tube, l'espacement ailette-ailette et l'excentricité.

Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'existence d'optimum globaux pour l'espacement tube-tube et l'excentricité. En ce qui concerne l'espacement ailette-ailette, il

est nécessaire de fixer l'espacement entre tube et l'excentricité (respectivement à 0.5 et 1) et l'utilisation d'un modèle numérique général pour les trois degrés de liberté simultanément pour maximiser le transfert de chaleur.

▼ **R. Ricci et S. Montelpar (2006, [22])** ont réalisé une étude expérimentale utilisant la méthode thermographie IR en convection forcée, pour l'évaluation du coefficient de transfert de chaleur d'un fluide de refroidissement avec un arrangement d'ailettes en lignes.

En particulier le travail est concentré sur l'effet de la forme géométrique des ailettes utilisées : circulaire, rectangulaire, triangulaire et losange.

Les résultats trouvés ont montré que toutes les formes examinées ont mené à une augmentation du transfert de chaleur. Ils ont aussi trouvé que les plus grandes valeurs du coefficient d'échange sont obtenues avec la forme triangulaire, même si la forme en losange est une bonne géométrie pour l'échange thermique et la plus simple à réaliser.

Conclusion

Cette recherche bibliographique nous a permis de constater d'une part, que l'utilisation des blocs poreux de section rectangulaire est une technique efficace pour l'amélioration des performances des systèmes thermiques dans le cas où leurs propriétés thermo-physiques sont bien choisies. D'autre part, que la forme des blocs a une influence certaine sur le taux d'amélioration. Cependant, on remarque que la plupart des études qui se sont intéressées à l'effet de la forme ont utilisées des blocs solides. Pour gagner en matière et diminuer les chutes de pression, il apparaît alors préférable d'utiliser des blocs poreux d'où l'intérêt du présent travail qui consiste à l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur se produisant en présence de blocs poreux allant de la forme rectangulaire à la forme triangulaire.

Chapitre -III-

Formulation mathématique

Introduction

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord définir le domaine d'étude, nous poserons ensuite quelques hypothèses simplificatrices afin de mieux aborder la formulation mathématique et nous passerons à la fin à l'adimensionnement des équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées.

III.1 Domaine physique

Le domaine d'étude est constitué de deux plaques horizontales et parallèles de longueur " l " séparées d'une distance " H ". La plaque supérieure est thermiquement isolée alors que sur la plaque inférieure sont placés des blocs poreux de largeur " w_p " d'épaisseur " h_p " et espacés d'une distance " s ".

Des sources de chaleur localisées sont placés sur la plaque inférieure au niveau des blocs comme l'indique la figure III.1a. Le premier bloc a été placé à une distance " l_e " de l'entrée du canal afin d'éviter les effets d'entrée alors que la longueur l_s derrière le dernier bloc a été choisie suffisamment grande de façon à satisfaire la condition d'un écoulement pleinement développé à la sortie du canal, qui a été obtenue par des essais pour un nombre de Reynolds $Re=300$.

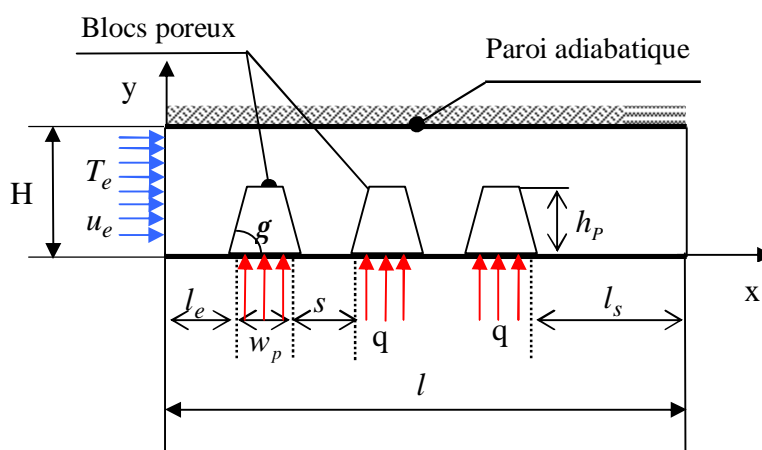


Figure III.1a : Domaine physique étudié.

En ce qui concerne la forme des blocs, elle a été choisie en variant l'angle γ correspondant à l'inclinaison des parois verticales de ces derniers. Cette angle a été défini comme suit :

$\gamma = \arctg [h_p / (w_p - w'_p) / 2]$ où w'_p est la largeur de la paroi horizontale supérieure du bloc qui prend la même valeur que la largeur de la base (w_p) pour une forme rectangulaire et diminue en allant vers la forme triangulaire où $w'_p = 0$. L'angle γ a été ainsi varié entre 20° (forme triangulaire) et 90° (forme rectangulaire).

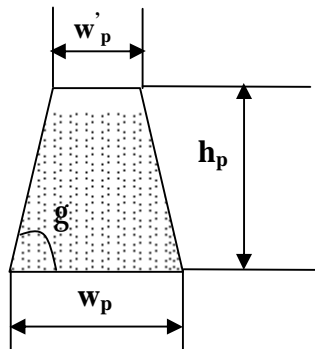


Figure III.1b : Définition de l'angle γ caractérisant la forme des blocs.

III.2 Equations gouvernantes

Le phénomène physique étudié est gouverné par deux types d'équations ; les équations de Navier –Stokes dans la région fluide et l'équation de Darcy-Brinkman - Forchheimer dans la région poreuse.

III.2.1 Hypothèses simplificatrices

Un certain nombre d'hypothèses simplificatrices a été adopté afin de formuler notre problème :

- § Ecoulement bidimensionnel.
- § Régime d'écoulement stationnaire et laminaire.
- § Fluide incompressible et Newtonien.
- § Milieu poreux isotrope, homogène et saturé par un seul fluide, en équilibre thermique local avec la matrice solide.
- § Propriétés thermo physiques du fluide et de la matrice solide constantes.
- § Forces de volume négligeables.
- § Dissipation visqueuse négligeable.
- § Pas de sources internes de chaleur.

III.2.2 Equation de continuité :

Pour les deux milieux (fluide et poreux) l'équation de continuité s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{\nabla} \cdot \mathbf{\dot{V}} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Soit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.2})$$

III.2.3 Equations de conservation de quantité de mouvement :

▼ Région fluide :

L'écoulement dans la région fluide est régi par les équations de Navier Stokes :

$$r \mathbf{\dot{V}} \cdot \nabla \mathbf{\dot{V}} = -\mathbf{\nabla} p + m \nabla^2 \mathbf{\dot{V}} \quad (\text{III.3})$$

- Projection suivant la direction axiale (x) :

$$r \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + m \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.4})$$

- Projection suivant la direction transversale (y) :

$$r \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + m \left(u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.5})$$

▼ Région poreuse :

L'écoulement dans la région poreuse est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer :

$$\frac{r}{e^2} \cdot \mathbf{\dot{V}} \cdot \mathbf{\nabla} \mathbf{\dot{V}} = -\mathbf{\nabla} p + m_e \nabla^2 \mathbf{\dot{V}} - \frac{m}{K} \mathbf{\dot{V}} - \frac{r e F}{\sqrt{K}} |\mathbf{\dot{V}}| \mathbf{\dot{V}} \quad (\text{III.6})$$

Où :

$$|\mathbf{\dot{V}}| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

- Projection suivant la direction axiale (x) :

$$\frac{r}{e^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + m_e \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{m}{K} u - \frac{r F e}{\sqrt{K}} |\mathbf{\dot{V}}| u \quad (\text{III.7})$$

- Projection suivant la direction transversale (y) :

$$\frac{r}{e^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + m_e \left(u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{m}{K} v - \frac{rFe}{\sqrt{K}} \left| \frac{\mathbf{r}}{V} \right| v \quad (\text{III.8})$$

III.2.4 Equation d'énergie :

▼ Région fluide :

L'équation d'énergie dans la région fluide s'écrit après transformation :

$$(r C_p) \dot{V} \dot{\nabla} T = k \nabla^2 T \quad (\text{III.9})$$

Soit :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{rC_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.10})$$

▼ Région poreuse :

La conservation d'énergie dans la région poreuse est régie par l'équation :

$$(r C_p) \dot{V} \dot{\nabla} T = k_e \nabla^2 T \quad (\text{III.11})$$

Soit :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k_e}{rC_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.12})$$

III.3 Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations précédentes régissant le phénomène physique un certain nombre de conditions aux limites.

III.3.1 Conditions aux limites dynamiques :

- Conditions à l'entrée :

$$x = 0; 0 < y < H; u(0, y) = u_e; v(0, y) = 0$$

- Conditions d'adhérence à la paroi inférieure :

$$0 < x < l; y = 0; u(x, 0) = 0; v(x, 0) = 0$$

- Conditions d'adhérence à la paroi supérieure :

$$0 < x < l; y = H; u(x, H) = 0; v(x, H) = 0$$

- Conditions à la sortie (établissement) :

$$x = l ; 0 < y < H ; \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad ; \quad v = 0$$

- Conditions à l'interface fluide – poreux:

- Egalité des vitesses :

$$u_f = u_p \quad ; \quad v_f = v_p$$

- Egalité des contraintes horizontales :

$$\mu \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_f = \mu_e \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_p$$

$$\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_f = \mu_e \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_p$$

- Egalité des contraintes verticales :

$$\mu \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_f = \mu_e \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_p$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_f = \mu_e \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_p$$

III.3.2 Conditions aux limites thermiques :

- Condition à l'entrée :

$$x = 0 \quad ; \quad 0 < y < H \quad ; \quad T(0, y) = T_e$$

- Conditions à la paroi inférieure :

$$0 < x < l \quad ; \quad y = 0 \quad ; \quad \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q}{k_e} & \rightarrow \text{zones chauffées} \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Condition à la paroi supérieure (adiabatique) :

$$0 < x < l \quad ; \quad y = H \quad ; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

- Condition à la sortie :

$$x = l \quad ; \quad 0 < y < H \quad ; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- Conditions à l'interface fluide – poreux :

- Egalité des températures :

$$T_f = T_p$$

- Egalité des densités de flux de chaleur :

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_f = k_e \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_p ; k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_f = k_e \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_p$$

III.4 Analyse adimensionnelle

III.4.1 Grandeurs adimensionnelles :

En général, l' adimensionnement est une méthode qui permet de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques, ainsi nous introduisons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$V = \frac{v}{u_e} ; U = \frac{u}{u_e}$$

$$Y = \frac{y}{H} ; X = \frac{x}{H}$$

$$R_m = \frac{m_e}{m} ; R_c = \frac{k_e}{k} ; q = \frac{T - T_e}{q \left(\frac{H}{k} \right)} ; P = \frac{p}{r u_e^2}$$

Pour faire apparaître les groupement suivants :

$$Re = \frac{u_e H}{\nu} ; D_a = \frac{K}{H^2} ; P_r = \frac{m C_p}{k}$$

III.4.2 Equations adimensionnelles :

III.4.2.1 Equation de continuité :

Dans le milieu fluide et le milieu poreux l'équation de continuité adimensionnelle s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III.13})$$

III.4.2.2 Equation de conservation de quantité de mouvement :

▼ Région fluide :

- Suivant la direction axiale (X) :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.14})$$

- Suivant la direction transversale (Y) :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.15})$$

▼ Région poreuse :

- Suivant la direction axiale (X) :

$$\frac{1}{e^2} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_m}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re} D_a} U - \frac{C}{\sqrt{D_a}} |V| U \quad (\text{III.16})$$

- Suivant la direction transversale (Y) :

$$\frac{1}{e^2} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_m}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\text{Re} D_a} V - \frac{C}{\sqrt{D_a}} |V| V \quad (\text{III.17})$$

Avec : $C = Fe$

III.4.2.3 Equation d'énergie adimensionnelle :

▼ Région fluide :

$$U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} P_r} \left(\frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.18})$$

▼ Région poreuse :

$$U \frac{\partial q}{\partial X} + V \frac{\partial q}{\partial Y} = \frac{R_c}{\text{Re} P_r} \left(\frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.19})$$

III.4.3 Conditions aux limites adimensionnelles :

III.4.3.1 Conditions aux limites dynamiques :

- Conditions à l'entrée :

$$X = 0; 0 < Y < H; U(0, Y) = 1; V(0, Y) = 0$$

- Conditions d'adhérence à la paroi inférieure :

$$0 < X < L; Y = 0; U(X, 0) = 0; V(X, 0) = 0$$

- Conditions d'adhérence à la paroi supérieure :

$$0 < X < L ; Y = 1 ; U(X,1) = 0 ; V(X,1) = 0$$

- Conditions à la sortie :

$$X = L ; 0 < Y < 1 ; \frac{\partial U}{\partial X} = 0 ; V = 0$$

- Conditions à l'interface fluide – poreux:

- Egalité des vitesses :

$$U_f = U_p ; V_f = V_p$$

- Egalité des contraintes horizontales :

$$\frac{\partial V}{\partial Y} \Big|_f = R_\mu \frac{\partial V}{\partial Y} \Big|_p$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \Big|_f = R_\mu \left(\frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \Big|_p$$

- Egalité des contraintes verticales :

$$\frac{\partial U}{\partial X} \Big|_f = R_\mu \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_p$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \Big|_f = R_\mu \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \Big|_p$$

III.4.3.2 Conditions aux limites thermiques :

- Conditions à l'entrée :

$$X = 0 ; 0 < Y < 1 ; q(0,Y) = 0$$

- Conditions à la paroi inférieure :

$$0 < X < L ; Y = 0 ; \begin{cases} \frac{\partial q}{\partial Y} = -\frac{1}{R_c} & \rightarrow \text{zones chauffées} \\ \frac{\partial q}{\partial Y} = 0 & \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Condition à la paroi supérieure :

$$0 < X < L ; Y = 1 ; \frac{\partial q}{\partial Y} = 0$$

- Condition à la sortie :

$$X = L ; 0 < Y < 1 ; \frac{\partial q}{\partial X} = 0$$

- Conditions à l'interface fluide – poreux :

- Egalité des températures :

$$q_f = q_p$$

- Egalité des densités de flux de chaleur :

$$\frac{\partial q}{\partial X}\Big|_f = R_c \frac{\partial q}{\partial X}\Big|_p ; \frac{\partial q}{\partial Y}\Big|_f = R_c \frac{\partial q}{\partial Y}\Big|_p$$

III.5 Coefficient de frottement

L'expression du coefficient de frottement local est donné par :

$$f = \left(-\frac{d\bar{p}}{dx} \right) \frac{D_H}{2r\bar{u}^2} \quad (\text{III.20})$$

Avec :

\bar{p} : Pression moyenne suivant une section donnée.

\bar{u} : Vitesse moyenne suivant une section donnée.

D_H : Diamètre hydraulique ($D_H = 2H$).

Après adimensionnement on obtient :

$$f = \left(-\frac{d\bar{P}}{dX} \right) \frac{1}{\bar{U}^2} \quad (\text{III.21})$$

Le coefficient de frottement moyen est calculé comme suit :

$$f_m = \frac{1}{L} \int_0^L f dX \quad (\text{III.22})$$

III.6 Température moyenne

L'expression de la température moyenne suivant une section est donnée par :

$$T_m = \frac{\int_0^H |u| T dy}{\int_0^H |u| dy} \quad (\text{III.23})$$

Après adimensionnement, nous obtenons :

$$q_m = \frac{\int_0^1 |U| q dY}{\int_0^1 |U| dY} \quad (\text{III.24})$$

III.7 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est essentiellement utilisé pour traduire les échanges de chaleur ayant lieu entre une paroi et un fluide. On définit le nombre de Nusselt local par :

$$Nu = \frac{h H}{k} \quad (\text{III.25})$$

Où h est le coefficient d'échange convectif donné par :

$$h = \frac{q}{T_p - T_m}$$

Soit:

$$Nu = \frac{qH/k}{T_p - T_m} \quad (\text{III.26})$$

Après adimensionnement, nous obtenons :

$$Nu = \frac{1}{q_p - q_m} \quad (\text{III.27})$$

Le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc est calculé comme suit :

$$Nu_{mi} = \frac{1}{W_p} \int_{X_i}^{X_i+W_p} Nu dX \quad (\text{III.28})$$

Où X_i est la position du bloc i par rapport à l'entrée du canal.

Le nombre de Nusselt global est définie par :

$$Nu_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=N_b} Nu_{mi}}{N_b} \quad (\text{III.29})$$

Où N_b est le nombre de blocs placés dans le canal.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons explicité les équations gouvernantes du phénomène physique, avec les conditions aux limites ainsi que leur mise sous forme adimensionnelle. Après avoir posé les expressions du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt, nous allons passer à la modélisation numérique au prochain chapitre.

Chapitre -IV-

Modélisation numérique

Introduction

Toutes les équations différentielles établies précédemment doivent être résolues, soit par une méthode directe (méthode analytique) quand ceci est possible, soit par une méthode numérique. Vu la complexité d'intégrer les équations gouvernantes dans les milieux poreux, la méthode des volumes finis présentée par **Patankar (1980) [23]**, sera utilisée dans notre travail.

La procédure repose globalement sur trois étapes:

- ✓ Maillage du domaine.
- ✓ Discrétisation des équations gouvernantes.
- ✓ Résolution du système obtenu.

IV.1 Maillage

Dans cette étape nous subdivisons le domaine d'étude en un ensemble de volumes élémentaires appelés volumes de contrôle, comme indiqué sur la figure IV.1.

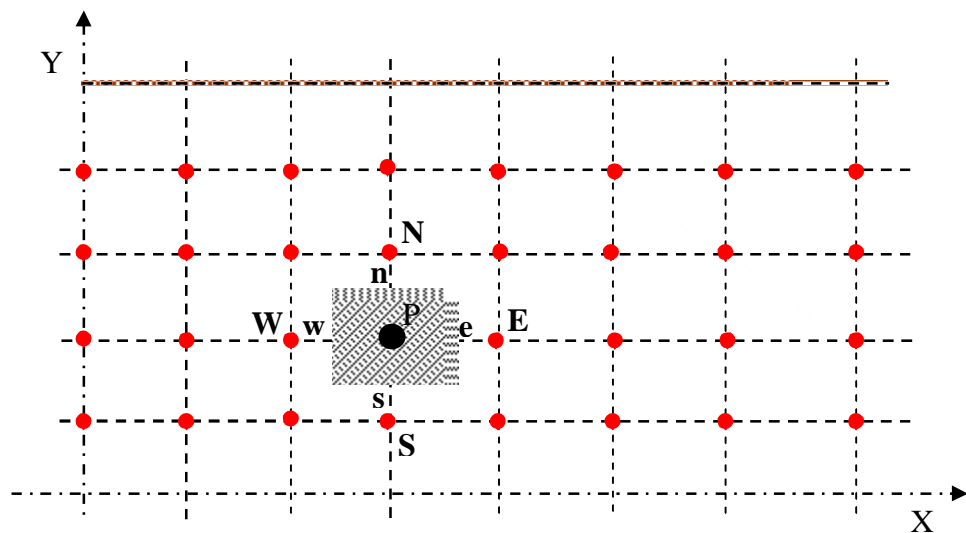


Figure IV.1 : Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle.

Il existe plusieurs types de maillage dont le plus utilisé est le maillage uniforme, suivant la direction axiale et la direction transversale nous avons appliqué un maillage non uniforme, consistant à la division du domaine d'étude en plusieurs zones et dans chacune d'elle on applique un maillage uniforme.

Pour cela, trois zones ont été considérées dans la direction axiale :

- Une zone constituant l'entrée et la sortie du canal.
- Une zone contenant les blocs poreux où un maillage très raffiné a été appliqué afin de bien limiter les interfaces fluide - poreux.
- Une zone en amont du premier bloc et en aval du dernier bloc, où un maillage moins serré que le précédent a été adopté.

A titre d'exemple la figure IV.2 représente un exemple du maillage appliqué où $\Delta X_1 > \Delta X_2 > \Delta X_3$.

Avec : $\Delta X_1 = 0.5$, $\Delta X_2 = 0.08$ et $\Delta X_3 = 0.02$.

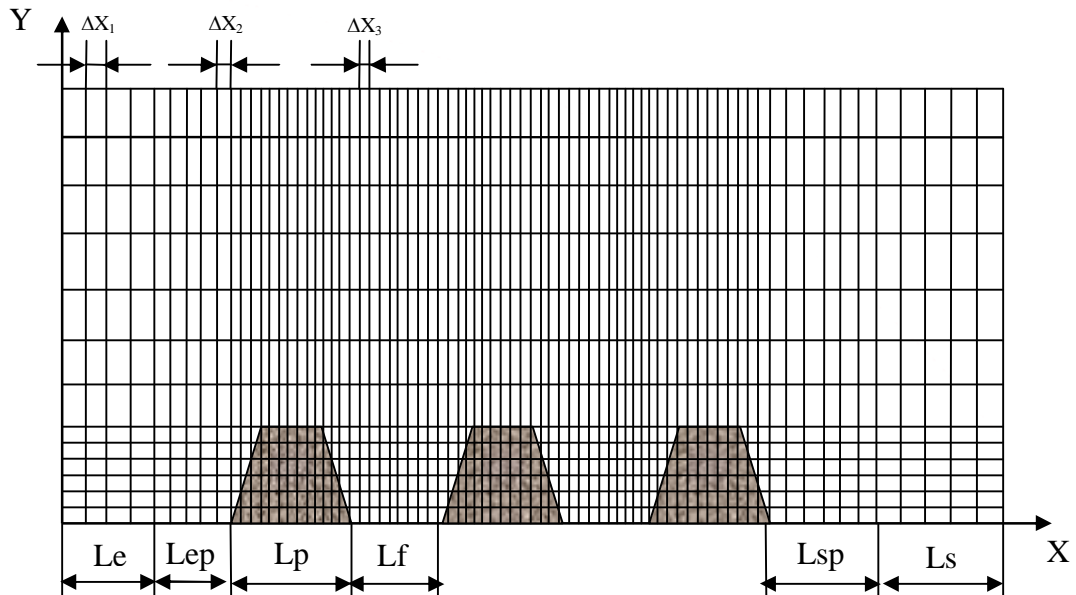


Figure IV.2 : Maillage appliqué à notre domaine d'étude.

IV.2 Discrétisation des équations gouvernantes

On peut exprimer toutes les équations gouvernantes établies dans le chapitre précédent (continuité, mouvement, énergie) par l'équation différentielle généralisée qui à la forme suivante :

$$\dot{\nabla}(r\dot{U}\Phi) = \dot{\nabla}(\Gamma\dot{U}\Phi) + S \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

$\dot{\nabla}(r\dot{U}\Phi)$: Terme convectif

$\dot{\nabla}(\Gamma\dot{U}\Phi)$: Terme de diffusif

Φ : Variable dépendante généralisée (vitesse, température, concentration)

S : Terme source

Γ : Coefficient de diffusion

IV.2.1 Discrétisation des équations de conservation :

Les équations de conservation peuvent être mises sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial X_i}(U_i f) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\Gamma \frac{\partial f}{\partial X_i} \right) + S \quad (\text{IV.2})$$

En introduisant l'équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial X_i}(U_i) = 0 \quad (\text{IV.3})$$

l'équation gouvernante sera simplifier comme suit :

$$U_i \frac{\partial f}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\Gamma \frac{\partial f}{\partial X_i} \right) + S \quad (\text{IV.4})$$

l'équation différentielle peut s'écrire aussi de la manière suivante :

$$\frac{\partial(J_x)}{\partial X} + \frac{\partial(J_y)}{\partial Y} = S \quad (\text{IV.5})$$

Avec:

J_x : Flux dans la direction axiale X

J_y : Flux dans la direction transversale Y

$$J_x = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]$$

$$J_y = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]$$

Après avoir mis toutes les équations de conservation sous la forme de l'équation (IV.5) on reporte les différents termes pour les deux régions dans les tableaux IV.1 et IV.2.

EQUATION	Φ	Γ	S
CONTINUITÉ	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
MOUVEMENT (Y)	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y}$
ENERGIE	θ	$\frac{1}{Re Pr}$	0

Tableau IV.1 : Différents termes des équations de conservation dans la région du fluide.

EQUATION	Φ	Γ	S
CONTINUITÉ	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$\frac{R_m e^2}{Re}$	$\left[-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{Da Re} - \frac{C}{\sqrt{Da}} \left \frac{\mathbf{r}}{V} \right U \right] e^2$
MOUVEMENT (Y)	V	$\frac{R_m e^2}{Re}$	$\left[-\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{V}{Da Re} - \frac{C}{\sqrt{Da}} \left \frac{\mathbf{r}}{V} \right V \right] e^2$
ENERGIE	θ	$\frac{R_c}{Re Pr}$	0

Tableau IV.2 : Différents termes des équations de conservation dans la région poreuse.

Intégrons l'équation (IV.5) sur un volume de contrôle (figure IV.3) :

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial(J_Y)}{\partial Y} dY dX + \int_s^e \int_w^n \frac{\partial(J_X)}{\partial X} dX dY = \int_w^e \int_s^n S dY dX \quad (\text{IV.6})$$

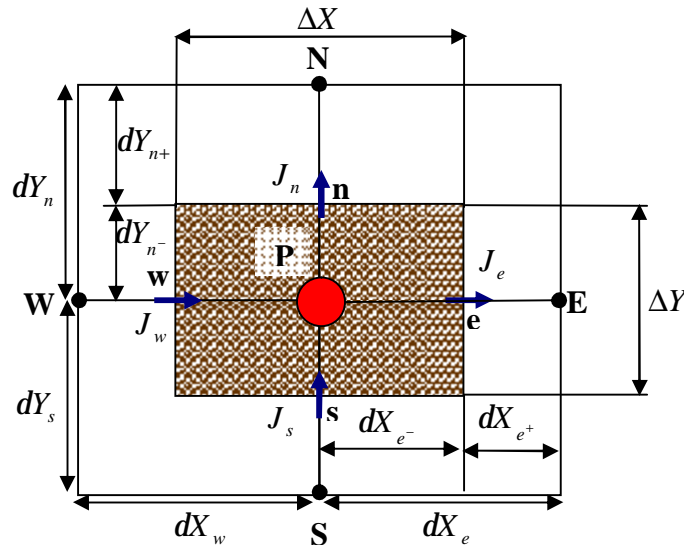


Figure IV.3 : Volume de contrôle représentatif.

On obtient :

$$\int_w^e (J_n - J_s) dX + \int_s^n (J_e - J_w) dY = \bar{S} \Delta X \Delta Y \quad (\text{IV.7})$$

Soit :

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = \bar{S} \Delta X \Delta Y \quad (\text{IV.8})$$

Avec :

$$J_e = \int_s^n (J_X)_e dY = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y$$

$$J_w = \int_s^n (J_X)_w dY = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n dX = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X$$

$$J_s = \int_w^e (J_Y)_s dX = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X$$

Après linéarisation du terme source, l'équation (IV.8) devient :

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = (S_C + S_P f_P) \Delta X \Delta Y \quad (\text{IV.9})$$

On intègre aussi l'équation de continuité sur le même volume de contrôle, on aura :

$$\int_s^e \int_w^n \frac{\partial(U)}{\partial X} dX dY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial(V)}{\partial Y} dY dX = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Soit:

$$[U_e - U_w] \Delta Y + [V_n - V_s] \Delta X = 0 \quad (\text{IV.11})$$

l'équation (IV.11) devient :

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

$$F_e = U_e \Delta Y$$

$$F_w = U_w \Delta Y$$

$$F_n = V_n \Delta X$$

$$F_s = V_s \Delta X$$

Multiplions l'équation (IV.12) par Φ_p , on aura :

$$F_e \Phi_p - F_w \Phi_p + F_n \Phi_p - F_s \Phi_p = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Soustrayons l'équation (IV-9) et (IV-13), nous obtenons :

$$[(J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p)] + [(J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p)] = (S_C + S_P \Phi_p) \Delta X \Delta Y \quad (\text{IV.14})$$

En utilisant les expressions de **Patankar (1980), [23]** :

$$J_e - F_e \Phi_p = a_e (\Phi_p - \Phi_E)$$

$$J_w - F_w \Phi_p = a_w (\Phi_w - \Phi_p)$$

$$J_n - F_n \Phi_p = a_n (\Phi_p - \Phi_N)$$

$$J_s - F_s \Phi_p = a_s (\Phi_s - \Phi_p)$$

On obtient l'équation discrétisée qui s'écrit comme suit :

$$a_p \Phi_p = a_e \Phi_E + a_w \Phi_w + a_n \Phi_N + a_s \Phi_s + b \quad (\text{IV.15})$$

Avec :

$$a_e = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]$$

$$a_w = D_w A(|P_w|) + [F_w, 0]$$

$$a_n = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0]$$

$$a_s = D_s A(|P_s|) + [F_s, 0]$$

$$b = S_c \Delta X \Delta Y$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s - S_p \Delta X \Delta Y$$

Le symbole $[a, b]$ représente le maximum entre a et b et $A(|P_i|)$ la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

Avec :

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{dX_e} \quad F_e = (rU)_e \Delta Y \quad P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{dX_w} \quad F_w = (rU)_w \Delta Y \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{dY_n} \quad F_n = (rV)_n \Delta X \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{dY_s} \quad F_s = (rV)_s \Delta X \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

D_i , F_i et P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation (IV.15) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_p \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (\text{IV.16})$$

Où « nb » désigne les nœuds voisins au nœud principal « P ».

Dans la littérature, plusieurs expressions existent pour la fonction d'interpolation utilisée pour l'évaluation de la variable dépendante Φ à une interface du volume de contrôle. Quelques schémas sont récapitulés dans le tableau IV.3 :

Schéma	$A(P)$
Différence centrée (Central)	$1 - 0.5 P $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$[0, (1 - 0.5 P)]$
Loi de puissance (Power-Law)	$[0, (1 - 0.1 P)^5]$
Exponentiel (Exact)	$\frac{ P }{\exp P - 1}$

Tableau IV.3 : Différents schémas d'interpolation utilisé

Ø Dans notre travail nous avons utilisé le schéma Power -Law.

IV.2.2 Linéarisation du terme source :

Afin de rendre les équations algébriques linéaires, le terme source S de l'équation (IV.2) est linéarisé sous la forme :

$$\bar{S} = S_C + S_p \Phi_p \quad (\text{IV.17})$$

Avec $S_p \leq 0$.

Par la méthode de la tangente, on peut écrire :

$$\bar{S} = \bar{S}^* + \left(\frac{d\bar{S}}{d\Phi} \right)^* (\Phi_p - \Phi_p^*) \quad (\text{IV.18})$$

Après développement de l'équation (IV.18), nous obtenons :

$$S_c = \bar{S}^* - \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \Phi} \right)^* \Phi_p^*$$

$$S_p = \left(\frac{d\bar{S}}{d\Phi} \right)^*$$

Où \bar{S}^* et Φ_p^* sont les valeurs de \bar{S} et Φ_p à l'itération précédente.

Le tableau IV.4 résume les valeurs de S_c et S_p pour nos différentes équations de conservation dans la région poreuse.

EQUATION	Φ	S_c	S_p
CONTINUITÉ	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$\frac{CU^{*3}e^2}{\sqrt{Da} \mathbf{V}^* }$	$-\frac{e^2}{\text{Re} Da} - \frac{Ce^2}{\sqrt{Da}} \left(\frac{\mathbf{r}^*}{ \mathbf{V}^* } + \frac{U^{*2}}{ \mathbf{V}^* } \right)$
MOUVEMENT (Y)	V	$\frac{CV^{*3}e^2}{\sqrt{Da} \mathbf{V}^* }$	$-\frac{e^2}{\text{Re} Da} - \frac{Ce^2}{\sqrt{Da}} \left(\frac{\mathbf{r}^*}{ \mathbf{V}^* } + \frac{V^{*2}}{ \mathbf{V}^* } \right)$
ENERGIE	q	0	0

Tableau IV.4 : Expressions des termes sources linéarisés pour les différentes équations dans la région poreuse.

IV.2.3 Evaluation des propriétés thermo physiques aux interfaces :

IV.2.3.1 Coefficient de diffusion :

Pour assurer une continuité des flux aux interfaces (figure IV.4), il est nécessaire d'évaluer le coefficient de diffusion par une moyenne harmonique (**Patankar (1980) [23]**).

On le définit comme suit :

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P \Gamma_E}{f_e \Gamma_P + (1 - f_e) \Gamma_E}$$

IV.2.3.2 Conductivité thermique :

L'évaluation de la conductivité thermique aux interfaces s'effectue par une moyenne harmonique (figure IV.4, **Patankar (1980) [23]**). Elle est définie comme suit :

$$k_e = \frac{k_P k_E}{f_e k_P + (1 - f_e) k_E}$$

Avec :

$$f_e = \frac{dX_{e^+}}{dX_e}$$

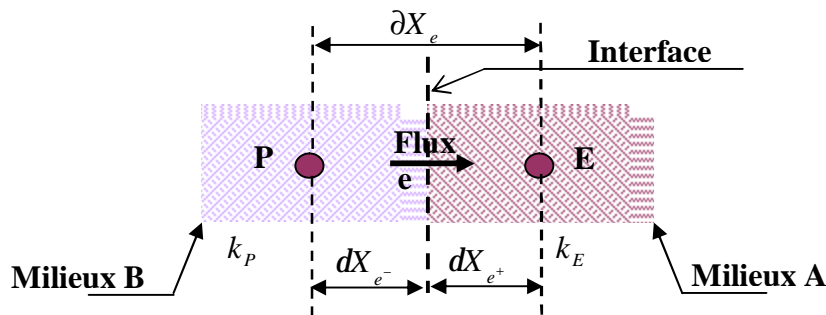


Figure IV.4 : Position de l'interface.

IV.2.4 Discrétisation des équations de quantité de mouvement :

L'étude du champ dynamique, qui fait intervenir toutes les composantes de la vitesse (u, v) est délicate. La première difficulté se situe dans le champ de pression qui est inconnu et l'apparition du gradient de pression comme terme source dans les équations de quantité de mouvement, alors que la seconde difficulté est la localisation de toutes les variables au même point.

Le remède est d'utiliser un maillage décalé comme proposé par **Patankar [23]**. Il s'agit d'évaluer le champ de vitesse aux interfaces des volumes de contrôle alors que les autres variables, y compris la pression, sont évaluées aux nœuds principaux comme il apparaît sur les figures IV. 5 à IV.7.

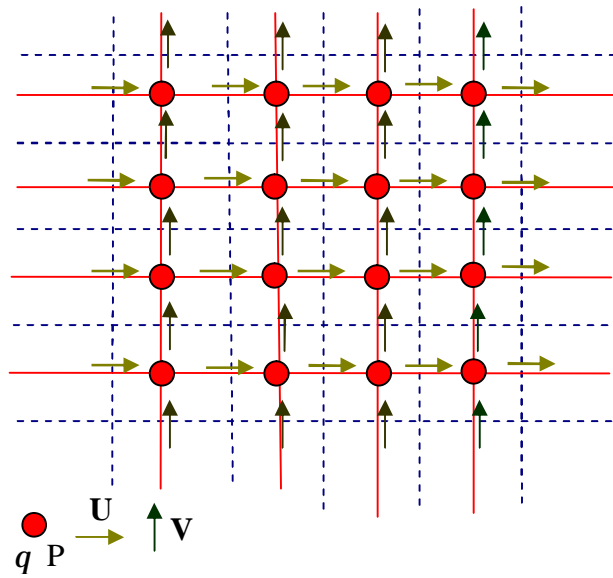


Figure IV.5 : Représentation d'un maillage décalé.

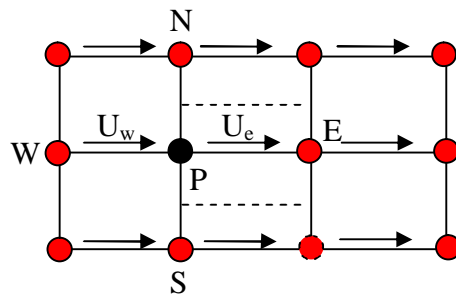


Figure IV.6 : Volume de contrôle lié à U.

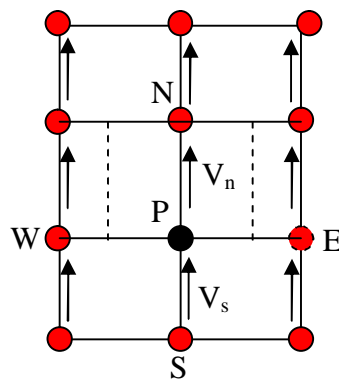


Figure IV.7 : Volume de contrôle lié à V.

Intégrons l'équation de quantité de mouvement suivant les directions X et Y, nous obtenons:

$$\begin{cases} a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \\ a_n V_n = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (IV.19)$$

Avec :

A_e, A_n : Les surfaces sur lesquelles agissent les forces de pression

$(P_P - P_E), (P_P - P_N)$: Les forces de pression agissant sur les deux faces verticale et horizontal respectivement

Le champ de vitesse ne satisfait l'équation de continuité que si la pression est correcte, pour cela il faut faire un choix initial P^* auquel correspond la solution U^* et V^* . Nous obtenons:

$$\begin{cases} a_e U_e^* = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \\ a_n V_n^* = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n \end{cases} \quad (IV.20)$$

▼ Correction de la vitesse et de la pression :

La pression estimée P^* est corrigée de façon que les vitesses obtenues U^* et V^* s'approchent progressivement des valeurs qui satisfassent l'équation de continuité.

Soit P', U' et V' les corrections de pression et des composante de vitesse. Les champs de pression et de vitesse corrigés s'écrivent alors comme suit:

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned}$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} a_e U_e &= \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \\ a_e U_e^* &= \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \end{aligned}$$

Faisons la soustraction entre les deux équations précédentes, on obtient :

$$a_e U_e' = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}' + (P_P' - P_E') A_e \quad (IV.21)$$

Introduisons une des hypothèses simplificatrices introduites par **Patankar ((1980), [23])**

qui est que le terme $\left(\sum_{nb} a_{nb} U'_{nb} \right)$ est négligeable. Cela a pour but de construire une matrice tridiagonale pour l'équation de correction de pression. On aboutit alors à :

$$a_e U'_e = (P'_P - P'_E) A_e \quad (\text{IV.22})$$

D'ou :

$$U'_e = (P'_P - P'_E) d_e \quad (\text{IV.23})$$

Avec :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

On écrira donc :

$$U_e = U_e^* + (P'_P - P'_E) d_e \quad (\text{IV.24})$$

De la même manière, on peut écrire :

$$V_n = V_n^* + (P'_P - P'_N) d_n \quad (\text{IV.25})$$

Avec :

$$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

▼ Equation de correction de la pression :

L'équation de continuité est un moyen d'ajustement de P, qui s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial X}(U) + \frac{\partial}{\partial y}(V) = 0 \quad (\text{IV.26})$$

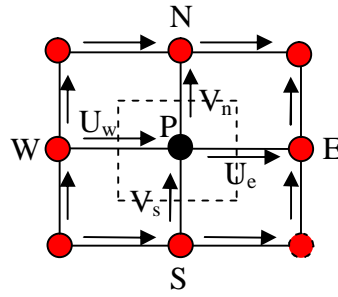


Figure IV.8 : Volume de contrôle lié à P.

Intégrons sur un volume de contrôle autour de P (figure IV.8), on obtient :

$$[U_e - U_w] \Delta Y + [V_n - V_s] \Delta X = 0 \quad (\text{IV.27})$$

Substituons les vitesses par : $U = U^* + U'$ et $V = V^* + V'$

Où: $U_i = U_i^* + (P'_P - P'_I) d_i$

On obtient l'équation de correction de pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{IV.28})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta Y$$

$$a_W = d_w \Delta Y$$

$$a_N = d_n \Delta X$$

$$a_S = d_s \Delta X$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence.

IV.2.5 Algorithme SIMPLE :

Pour résoudre les équations de conservation l'algorithme **SIMPLE** (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) a été utilisé. Il consiste à corriger itérativement la pression et les composantes de la vitesse jusqu'à ce que l'équation de continuité soit vérifiée. Ces différentes étapes peuvent se résumer comme suit :

1. Choix du champ de pression P^*
2. Résolution des équations du mouvement discrétisées pour obtenir les vitesses U^* et V^*
3. Résolution de l'équation de correction de pression pour obtenir P'
4. Correction de la pression ($P = P^* + P'$)
5. Correction des vitesses ($U = U^* + U'$; $V = V^* + V'$)
6. Si le critère de convergence est satisfait, aller à l'étape 7, sinon prendre P comme nouvelle valeur de P^* ($P^* = P$) et retourner à l'étape 2
7. Résolution de l'équation discrétisée de l'énergie

IV.3 Méthode de Résolution

Pour la résolution des équations algébriques, il existe deux méthodes :

✓ **Méthode directe** : On peut citer l'Algorithme de Thomas qui est non applicable aux cas bidimensionnels (système non tridiagonal), et non approprié pour les systèmes non linéaires.

✓ **Méthode itérative**: Convient mieux aux systèmes non linéaires, on peut citer la méthode de Gauss-Seidel (point par point).

Dans notre étude on va utiliser la méthode ligne par ligne, qui consiste à combiner entre la méthode directe (**TDMA** : **Tri-Diagonal Matrix Algorithme**) dans une direction et la méthode itérative (Gauss-Seidel) dans l'autre direction.

La forme générale de l'équation algébrique est :

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (\text{IV.29})$$

Après utilisation de la méthode ligne par ligne l'équation (IV.29) va s'écrire comme suit :

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1}^* + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1}^* + b_{i,j} \quad (\text{IV.30})$$

Où l'indice (*) indique la valeur de la variable Φ à l'itération précédente.

On aura :

$$A_{i,j} \Phi_{i,j} = B_{i,j} \Phi_{i+1,j} + C_{i,j} \Phi_{i-1,j} + D_{i,j} \quad (\text{IV.31})$$

Avec :

$$A_{i,j} = a_{i,j}$$

$$B_{i,j} = a_{Ei,j}$$

$$C_{i,j} = a_{Wi,j}$$

$$D_{i,j} = a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + b_{i,j}$$

On forme une formule de récurrence telle que :

$$\Phi_{i,j} = P_{i,j} \Phi_{i+1,j} + Q_{i,j} \quad (\text{IV.32})$$

On peut aussi écrire :

$$\Phi_{i-1,j} = P_{i-1,j} \Phi_{i,j} + Q_{i-1,j} \quad (\text{IV.33})$$

L'équation (IV.30) devient :

$$A_{i,j} \Phi_{i,j} = B_{i,j} \Phi_{i+1,j} + C_{i,j} (P_{i-1,j} \Phi_{i,j} + Q_{i-1,j}) + D_{i,j} \quad (\text{IV.34})$$

On obtient :

$$\Phi_{i,j} = \left(\frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \right) \Phi_{i+1,j} + \left(\frac{C_{i,j} \Phi_{i-1,j} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \right) \quad (\text{IV.35})$$

D'où :

$$P_{i,j} = \frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \quad \text{et} \quad Q_{i,j} = \frac{C_{i,j} \Phi_{i-1,j} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \quad (\text{IV.36})$$

L'Algorithme TDMA est le suivant:

➤ Calculer de $P_{1,j}$ et $Q_{1,j}$ par la condition imposée à la frontière d'indice $i=1$, avec.

$$P_{1,j} = \frac{B_{1,j}}{A_{1,j}} \quad \text{et} \quad Q_{1,j} = \frac{D_{1,j}}{A_{1,j}}$$

➤ Calculer $P_{i,j}$ et $Q_{i,j}$ par la relation (IV.36)

➤ Calculer $Q_{n,j}$ par la condition à la frontière $i=n$

➤ Utiliser l'équation (IV.35) pour le Calcul de $\Phi_{i,j}$ de $i= n-1$ à $i=1$

IV.4 Méthode de relaxation

Souvent avec des méthodes itératives et la présence de non linéarités, on veut accélérer ou ralentir les variations des variables au cours des itérations.

La sous-relaxation est utilisée pour éviter la divergence des problèmes fortement non linéaires.

Toutes les équations de conservation sont écrites après discrétisation sous la forme générale suivante :

$$a_p \Phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (\text{IV.37})$$

En introduisant la variable Φ_p^* , correspondant à la valeur de Φ_p à l'itération précédente, on peut écrire :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b}{a_p} - \Phi_p^* \right] \quad (\text{IV.38})$$

La sous relaxation consiste à introduire un facteur a_f pour amortir le changement survenu à Φ_p pendant une itération. L'équation (IV.38) devient :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + a_f \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b}{a_p} - \Phi_p^* \right] \quad (\text{IV.39})$$

Æ Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et la convergence lente. Mais plus ils sont élevés, plus la sous relaxation est faible avec des risques d'instabilités et divergence du processus itératif.

Æ Il n'existe pas de règles générales pour choisir le facteur de sous relaxation optimal, cela dépend de plusieurs paramètres : la nature du problème, le nombre de noeuds, le pas du maillage et la méthode itérative utilisée.

Æ Le facteur a_f peut prendre des valeurs différentes d'une itération à une autre.

IV.5 Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes Φ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Pour notre cas, nous avons utilisé un critère qui porte sur le maximum des erreurs relative sur Φ et qui s'écrit pour chaque variable :

$$\max \left| \frac{\Phi_{(i,j)} - \Phi_{(i,j)}^*}{\Phi_{(i,j)}^*} \right| \leq 10^{-5}$$

Ainsi que pour le terme $|b| \leq 10^{-6}$.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la procédure numérique choisie pour la détermination des champs dynamique et thermique. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE pour la résolution des équations algébriques obtenues. Ce code de calcul sera validé, et les résultats obtenus seront présentés et discutés dans le prochain chapitre.

Chapitre -V-

Résultats et interprétations

Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter et discuter les principaux résultats auxquels on a abouti. Avant leur exploitation, une étude de sensibilité du maillage et une validation du code de calcul pour la confirmation avec les résultats de la littérature ont été réalisés. Les champs dynamique (lignes de courant et coefficient de frottement) et thermique (nombres de Nusselt locaux et moyens) seront analysés en faisant varier certains paramètres pertinents tels que les nombres de Reynolds et de Darcy, l'épaisseur et la forme des blocs poreux ainsi que le rapport des conductivités thermiques.

V.1 Sensibilité du maillage

Dans toute résolution numérique, la précision des résultats qui seront obtenus dépendra du maillage utilisé. Pour trouver le nombre de nœuds adéquat $N_x \times N_y$ (N_x suivant la direction axiale et N_y suivant la direction transversale), nous avons effectué des essais dans le cas où la forme des blocs poreux est triangulaire. Les principaux résultats obtenus sont résumés dans le tableau V.1 :

$N_x \times N_y$	240×50	320×50	400×60	480×60	480×70	480×80
f_m	0.214	0.222	0.221	0.214	0.213	0.212
Err (%)	-	3.73	1.35	2.28	0.46	0.47
Nu_g	9.73	9.42	9.46	9.51	9.42	9.37
Err (%)	-	3.18	0.42	0.52	0.94	0.53

$$Re = 300, R_c=100, W_p= 1, S= 1, H_p = 0.6, Da = 10^{-6}$$

Tableau V.1 : Sensibilité du maillage.

D'après le tableau V.1, on constate que l'erreur relative maximale ne dépasse pas 1% sur les calculs du coefficient de frottement moyen et le nombre de Nusselt global entre les maillages 480×70 et 480×80 .

En tenant compte du temps de convergence du programme de calcul, on a opté pour un nombre de nœuds 480×70 , qui donne un bon compromis entre le temps d'exécution et la précision des calculs.

V.2 Validation

Avant l'utilisation du code de calcul ce dernier a été validé avec certains travaux existants. C'est ainsi que nous avons comparé nos résultats avec les données des études numériques présentées par Hadim [4] et Chikh et al. [8] dans un canal muni de blocs poreux de forme rectangulaire.

- Dans le cas de l'étude de Hadim [4], nous avons considéré le cas partiellement poreux avec quatre (04) blocs, une épaisseur $H_p = 1$, un coefficient inertiel $C=0.1$ et une porosité $\varepsilon = 0.97$. Les résultats sont illustrés sur les figures V.1 et V.2.

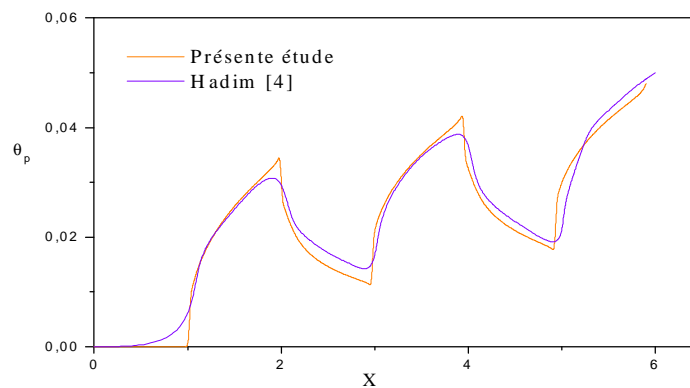


Figure V.1: Evolution de la température à la paroi le long du canal : $Da = 10^{-3}$, $Re = 250$, $R_c = 1$.

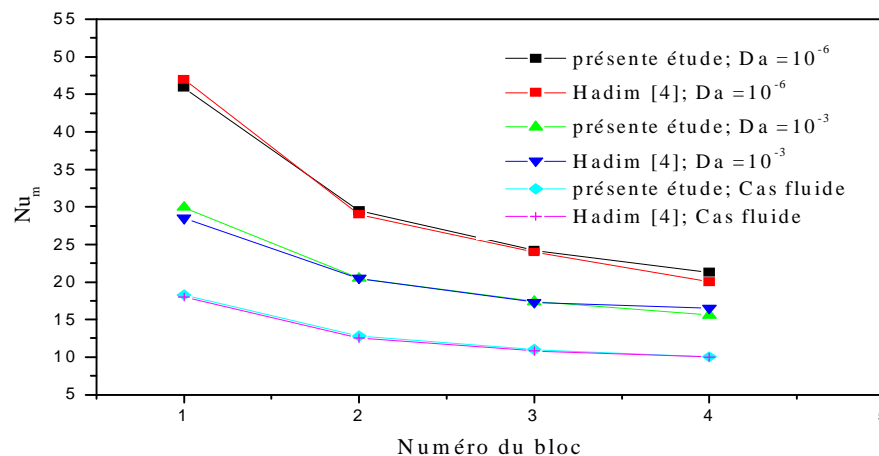


Figure V.2 : Evolution du nombre de Nusselt moyen pour chaque bloc en fonction du nombre de Darcy : $Re = 100$, $R_c = 1$.

- Pour simuler l'étude faite par Chikh et al. [8], nous avons considéré le cas de trois (03) blocs, une épaisseur des blocs $H_p = 0.25$, une porosité $\varepsilon = 1$. Les résultats sont représentés sur les figures V.3 et V.4. Il apparaît d'après la figure V.4 que les valeurs des lignes de courant obtenues dans l'étude de Chikh et al. [8] sont deux fois plus grandes que les nôtres ceci est dû au fait que dans l'adimensionnement de leurs équations ils ont utilisé le diamètre hydraulique ($D_h = 2H$) alors que nous avons utilisé, comme longueur caractéristique, la distance H entre les deux plaques horizontales.

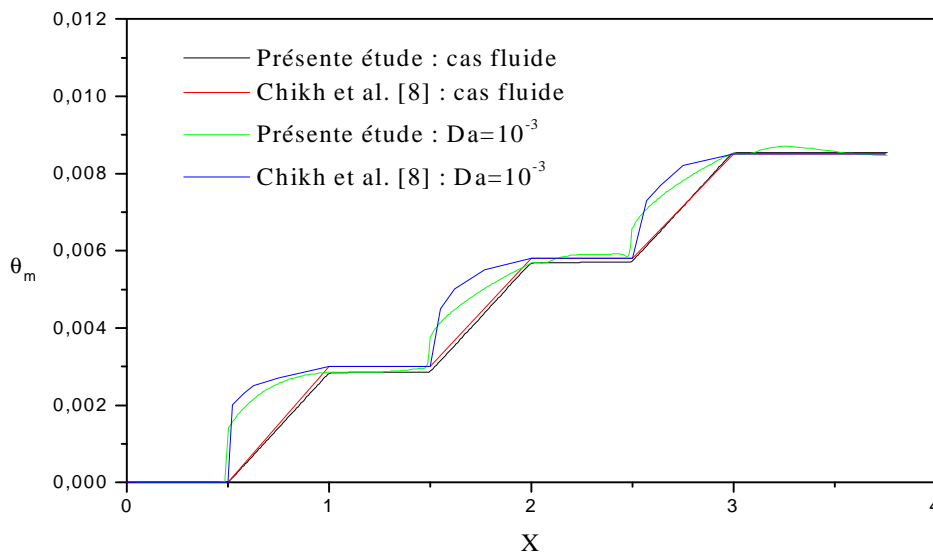
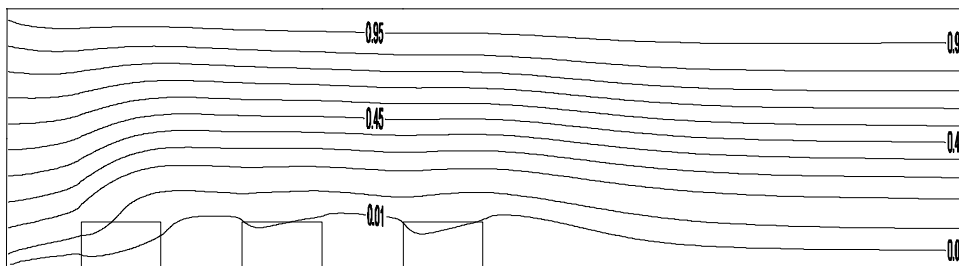
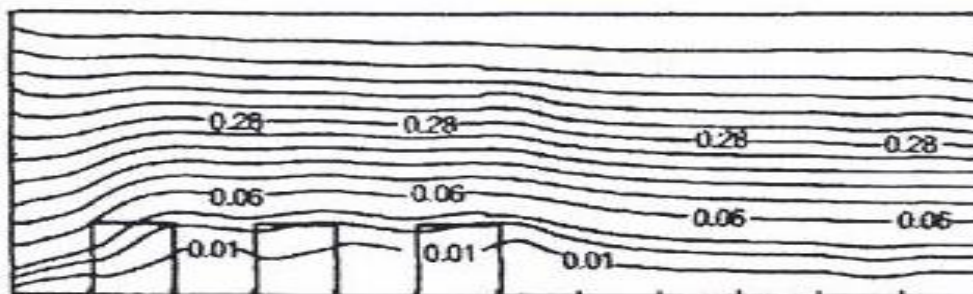


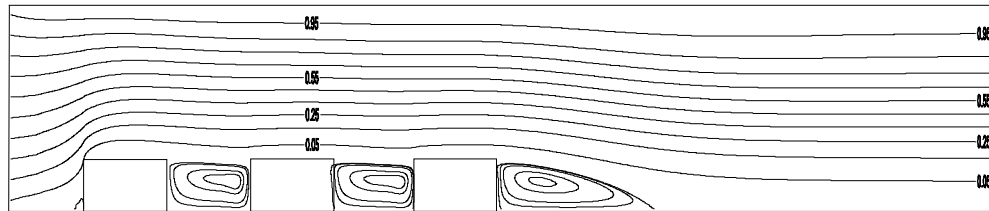
Figure V.3 : Evolution de la température moyenne du fluide le long du canal:
 $Re = 500, R_c = 100$.



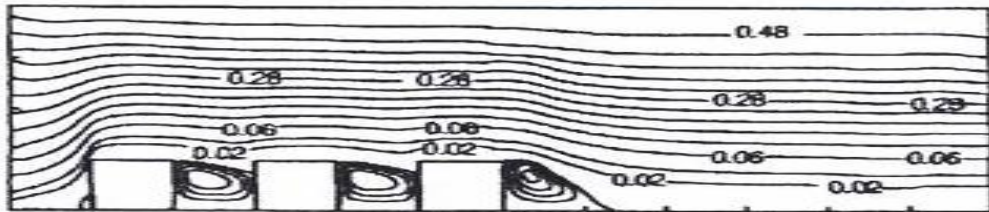
(a) : Présente étude



(a) : Chikh et al. [8]



(b) : Présente étude



(c) : Chikh et al. [8]

Figure V.4 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy :
(a) : $Da = 10^{-3}$; (b) : $Da = 10^{-5}$.

Les résultats obtenus par le code de calcul utilisé et ceux des études [4] et [8] montrent des faibles écarts, ce qui est une bonne justification de la fiabilité du code de calcul adopté à la présente étude.

V. 3 Résultats et interprétations

Vu le nombre important de paramètres intervenant dans le présent travail, certains ont été variés alors que d'autres ont été maintenus fixes. Le premier bloc poreux est placé à une distance $L_c = 3$ de l'entrée du canal alors que la longueur derrière le dernier bloc est $L_s = 15$ (choisie après plusieurs essais de façon à avoir un écoulement établi à la sortie), l'espacement entre les blocs poreux est pris égale à 1 ($S = 1$) et le nombre de blocs est trois (03). Le fluide de travail est l'air ($Pr = 0.7$), le coefficient inertiel et la porosité sont fixés à 0.1 et 0.97 respectivement (en se basant sur l'étude de Hadim [4]).

L'intérêt a été porté sur les effets de la forme des blocs allant de la forme rectangulaire à la forme triangulaire ($20^\circ < \gamma \leq 90^\circ$), du nombre de Darcy ($10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$), le nombre de Reynolds ($100 \leq Re \leq 1000$), l'épaisseur des blocs poreux ($0 \leq H_p \leq 1$), leur largeur ($0.5 \leq W_p \leq 1$) et le rapport des conductivités thermiques ($1 \leq R_c \leq 100$).

Afin de mieux estimer l'effet de la forme des blocs poreux deux cas ont été considérés : cas à volume variable et cas à volume constant. Dans la première situation la forme des blocs a été variée en conservant les mêmes épaisseur et largeur tout en variant le volume. Dans la deuxième situation le volume a été conservé en variant soit l'épaisseur soit la largeur des blocs.

Première partie : blocs poreux à volume variable

1. Analyse dynamique

Nous allons étudier dans cette partie la structure du champ dynamique en analysant les lignes de courant et les coefficients de frottement.

1.1 Effet du nombre de Darcy :

Sur les figures V.5 à V.7 nous avons représenté les lignes de courant pour une épaisseur $H_p = 0.8$, différentes formes de blocs et différentes perméabilités.

Pour les différentes formes considérées, on remarque qu'aux grands nombres de Darcy ($Da = 10^{-1}$), le fluide pénètre sans grandes difficultés dans les blocs poreux et les lignes de courant sont très peu distordues. A des plus faibles perméabilités (par exemple $Da = 10^{-3}$) et à cause de l'augmentation de la résistance à l'écoulement, les lignes de courants sont plus déformées. Pour des valeurs du nombres de Darcy proches de $Da = 10^{-6}$, les blocs poreux se comportent presque comme des blocs solides, l'écoulement du fluide se trouve freiné d'où l'apparition de zones de recirculation entre les blocs poreux et en aval du dernier bloc. L'écoulement principal est alors dévié vers la partie supérieure du canal où règne une plus grande pression. Ces zones occupent la quasi-totalité de l'épaisseur des blocs poreux ainsi que l'espace entre deux blocs successifs : leur largeur augmente en allant vers la forme triangulaire.

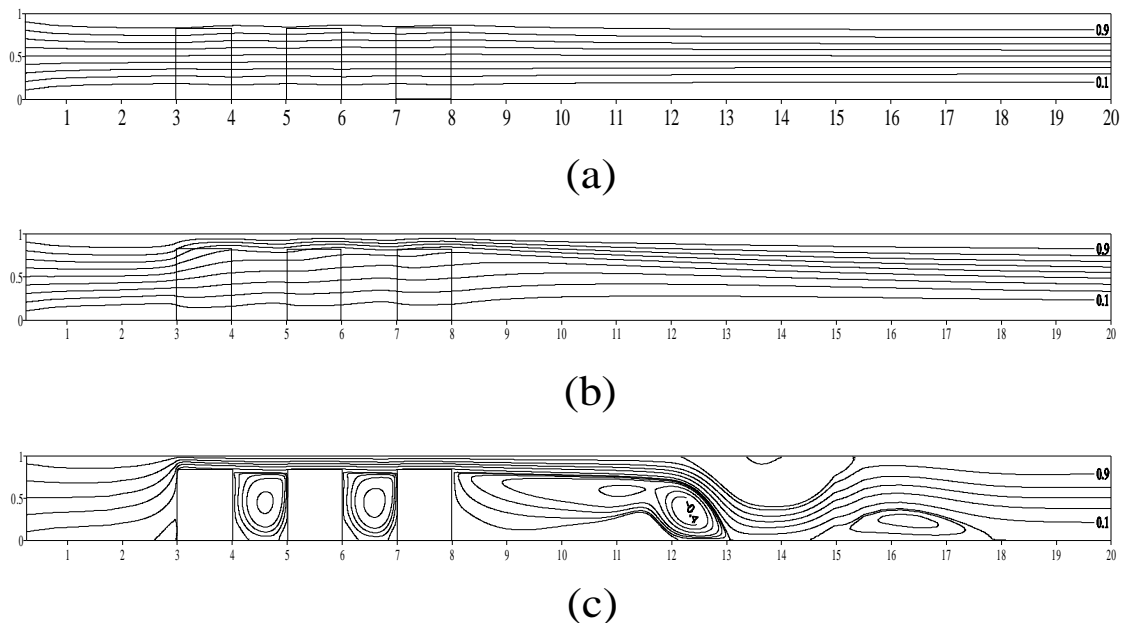
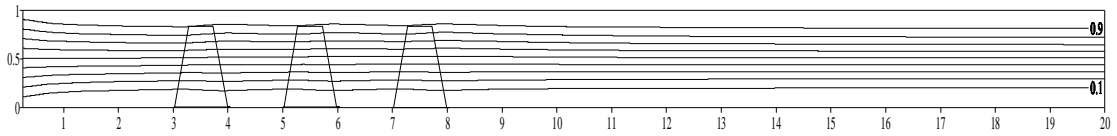
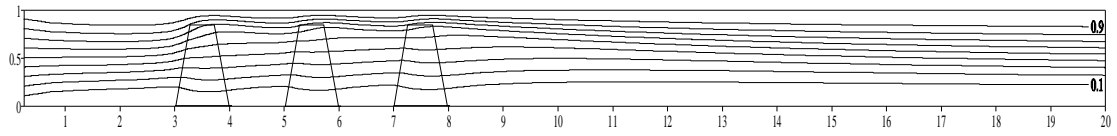


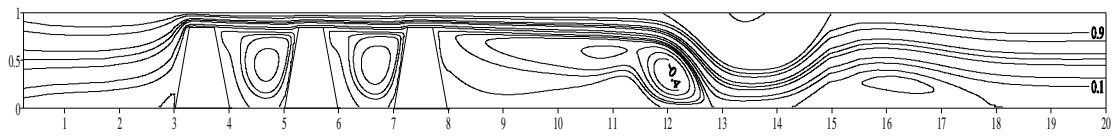
Figure V.5 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme rectangulaire ($\gamma = 90^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$.



(a)

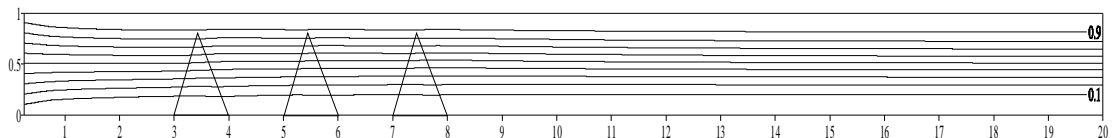


(b)

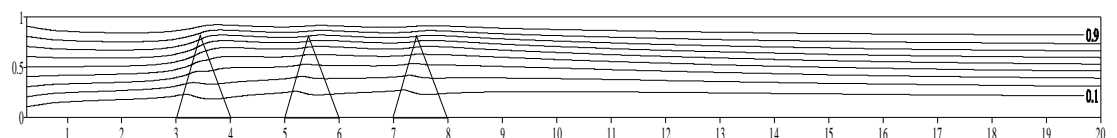


(c)

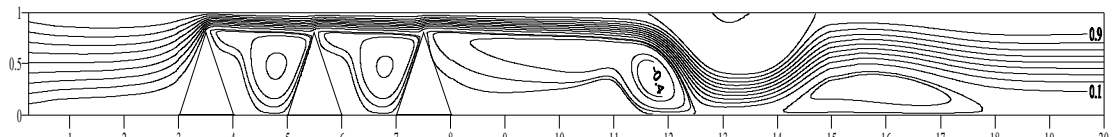
Figure V.6 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme trapézoïdale ($\gamma = 71.5^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$.



(a)



(b)



(c)

Figure V.7 : Lignes de courant pour différents nombres de Darcy dans le cas de la forme triangulaire ($\gamma = 50.6^\circ$), $Re = 300$ et $H_p = 0.8$: (a) $Da = 10^{-1}$; (b) $Da = 10^{-3}$; (c) $Da = 10^{-6}$.

Comme l'introduction d'un substrat poreux conduit à une résistance supplémentaire à l'écoulement, nous nous sommes alors intéressés à l'effet des propriétés de ce matériau sur les chutes de pression engendrées et qui sont traduites par le coefficient de frottement f . La figure V.8 représente l'évolution de ce paramètre avec le nombre de Darcy pour différentes formes et deux épaisseurs des blocs.

Il apparaît que les chutes de pression diminuent en allant vers la forme triangulaire à cause de la diminution de la résistance à l'écoulement suite à la réduction du volume des blocs poreux. L'augmentation de la perméabilité du milieu poreux, conduit à une diminution du coefficient de frottement moyen qui tend vers la valeur du cas fluide aux grands Da .

Aux faibles épaisseurs des blocs ($H_p = 0.2$), la chute de pression reste pratiquement constante tant que le nombre de Darcy est inférieur à une valeur autour de $Da = 10^{-4}$. Ceci peut être expliqué par le fait qu'à ces valeurs de Da et pour cette faible épaisseur, le fluide s'écoule principalement au dessus des blocs et ainsi la variation de la perméabilité n'affecte pas la chute de pression.

Pour des plus grandes épaisseurs ($H_p = 0.8$), le coefficient de frottement moyen est plus grand et sa diminution avec le nombre de Darcy est plus importante.

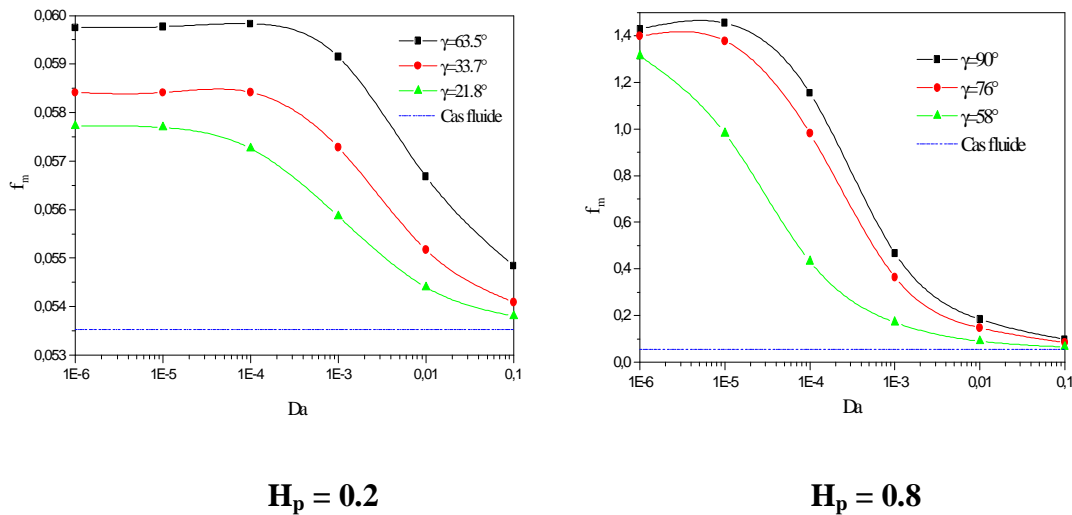


Figure V.8 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Darcy pour les différentes formes : $Re=300$.

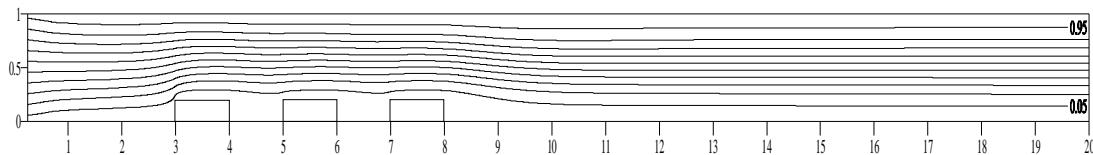
1.2 Effet de l'épaisseur des blocs poreux :

L'épaisseur des blocs poreux influe aussi sur la structure de l'écoulement quelle que soit la forme considérée, comme il apparaît sur les figures V.9 à V.11.

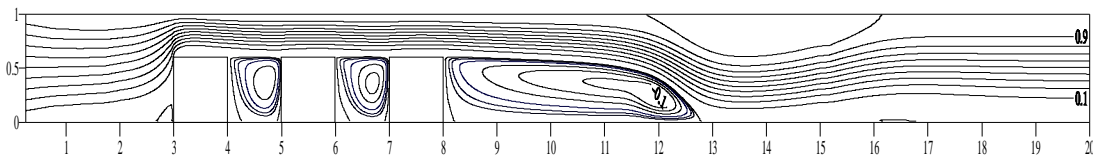
Aux faibles épaisseurs ($H_p = 0.2$), et à cause du nombre de Darcy considéré ($Da=10^5$), le fluide passe au dessus des blocs poreux entraînant une perturbation de l'écoulement donnant des lignes de courant distordues. En augmentant l'épaisseur des blocs ($H_p=0.6$), il y a apparition de zones de recirculation en amont de chaque bloc qui occupent la quasi-totalité de l'espace entre ces derniers.

Pour une épaisseur $H_p=0.8$, ces zones tourbillonnaires sont poussées de plus en plus vers l'amont de chaque bloc avec réduction de leur taille qui devient plus apparente en allant vers la forme triangulaire.

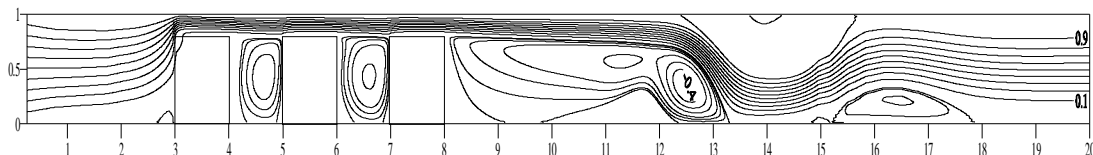
En ce qui concerne le grand tourbillon apparaissant derrière le dernier bloc, sa taille augmente avec l'accroissement de l'épaisseur avec un détachement du dernier bloc pour $H_p= 0.8$. Ce déplacement devient plus apparent pour la forme triangulaire.



(a)

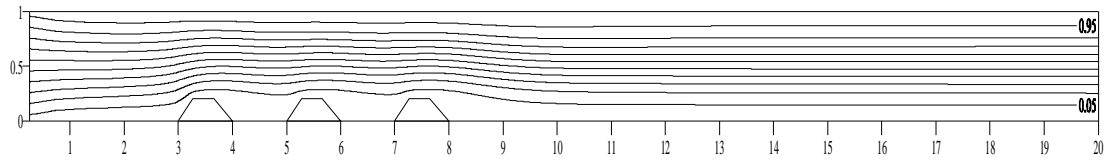


(b)

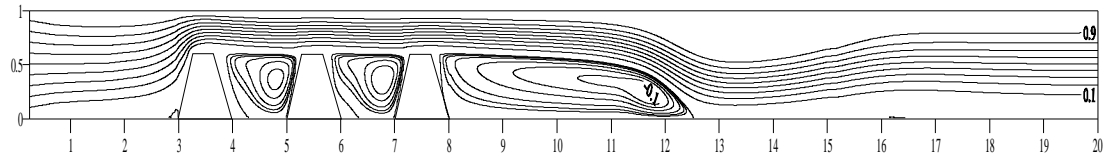


(c)

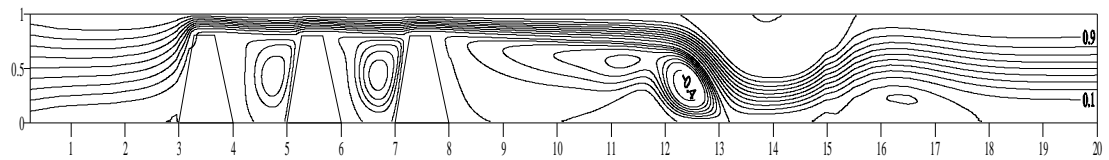
Figure V.9 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme rectangulaire, $Re= 300$ et $Da = 10^5$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p =0.6$; (c) $H_p =0.8$.



(a)

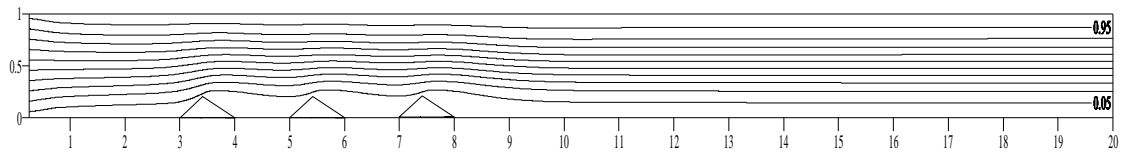


(b)

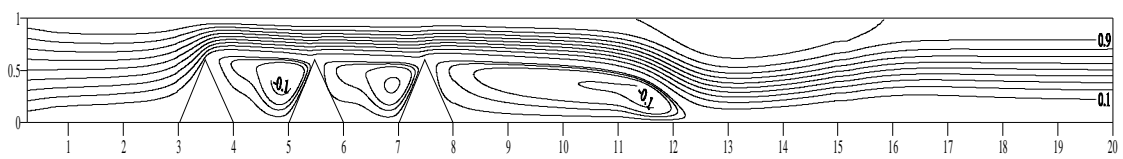


(c)

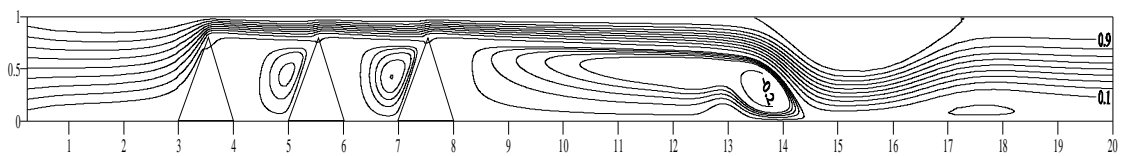
Figure V.10 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme trapézoïdale, $Re=300$ et $Da = 10^{-5}$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p =0.6$; (c) $H_p =0.8$.



(a)

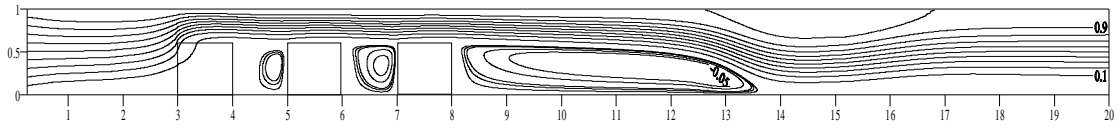


(b)

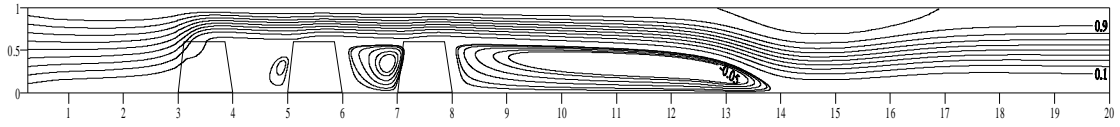


(c)

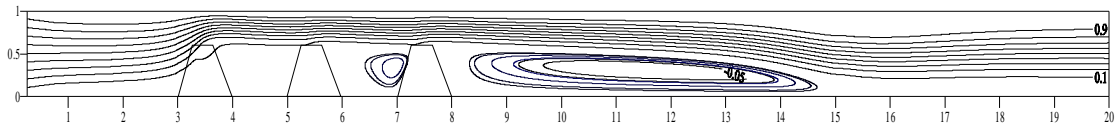
Figure V.11 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme triangulaire, $Da = 10^{-5}$ et $Re=300$: (a) $H_p=0.2$; (b) $H_p =0.6$; (c) $H_p =0.8$.



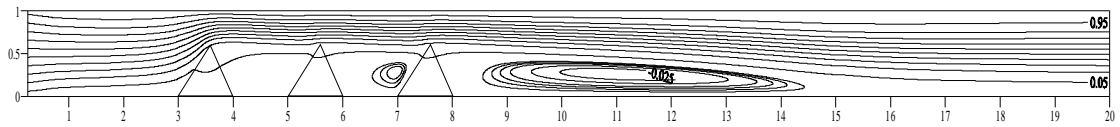
(a)



(b)

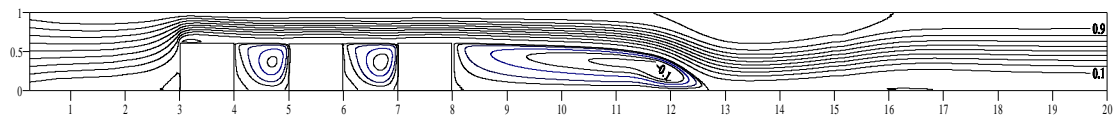


(c)

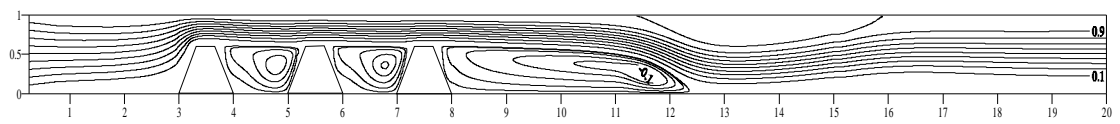


(d)

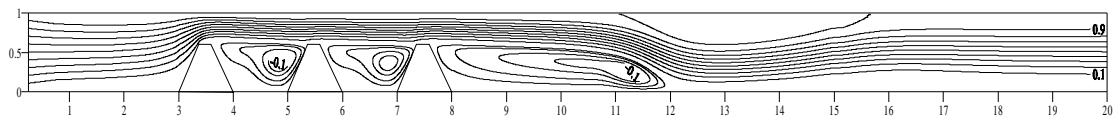
Figure V.13 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re=300$, $H_p=0.6$ et $Da=10^{-4}$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=71.5^\circ$; (c) $\gamma=56.3^\circ$; (d) : $\gamma=50.2^\circ$.



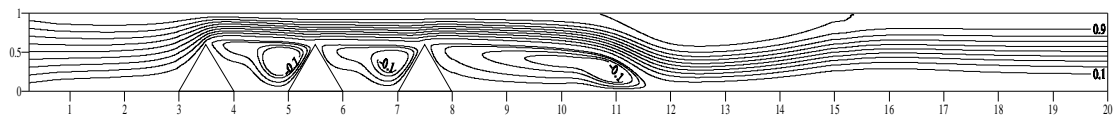
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure V.14 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re=300$, $H_p=0.6$ et $Da=10^{-6}$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=71.5^\circ$; (c) $\gamma=56.3^\circ$; (d) : $\gamma=50.2^\circ$.

La variation du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs poreux est illustrée sur la figure V.15. L'examen de cette figure permet de conclure que la réduction du volume des blocs poreux, en allant de la forme rectangulaire à la forme triangulaire, réduit la résistance à l'écoulement et conduit ainsi à une diminution des chutes de pression.

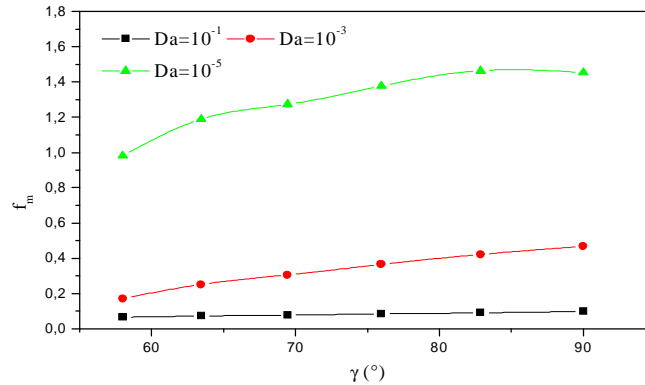


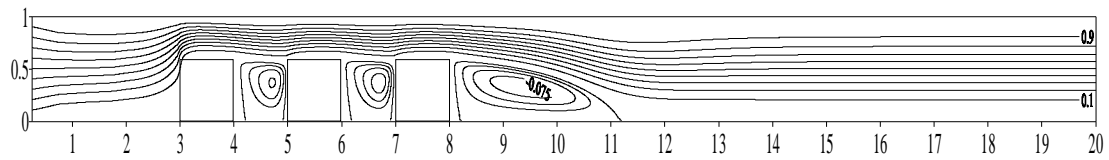
Figure V.15 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs pour différents nombres de Darcy : $Re= 300$ et $H_p= 0.8$.

1.4 Effet du nombre de Reynolds :

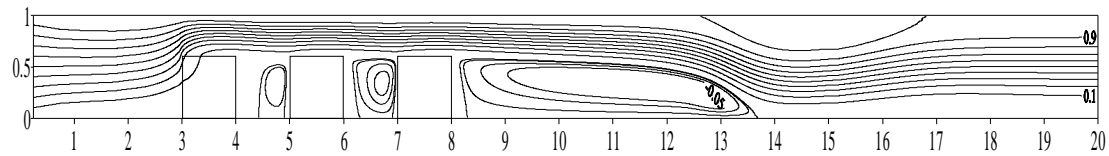
Sur les figures V.16 à V.18 nous avons représenté les lignes de courant pour une épaisseur $H_p= 0.6$, une perméabilité modérée ($Da= 10^{-4}$), différentes formes des blocs et différents nombres de Reynolds.

Aux faibles valeurs du nombre de Reynolds ($Re= 100$), il y a apparition de zones de recirculation entre les blocs et une zone tourbillonnaire en aval du dernier bloc qui s'étend sur une faible longueur. A $Re =300$, la taille de ces zones diminue à cause de la pénétration d'une certaine quantité du fluide dans les blocs suite à l'augmentation de la vitesse de l'écoulement. On observe aussi l'augmentation de l'étendue de la zone tourbillonnaire en aval du dernier bloc qui est probablement le résultat d'un écoulement plus perturbé.

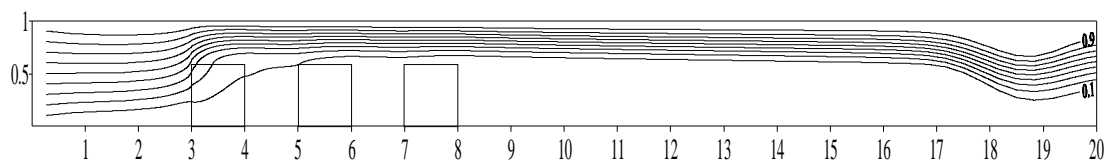
A $Re =1000$, le fluide arrive à traverser les blocs poreux avec l'augmentation de l'étendue de la zone de recirculation en aval du dernier bloc qui atteint la sortie du canal indiquant un non établissement de l'écoulement. Il faudra alors dans ce cas choisir une longueur L_s plus grande.



(a)

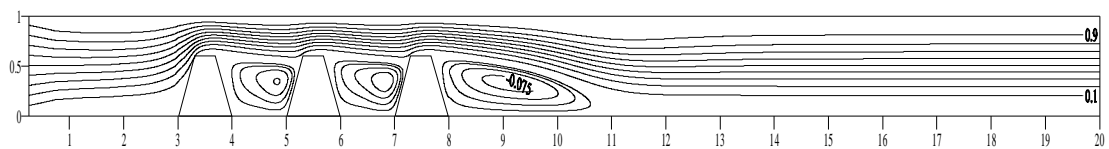


(b)

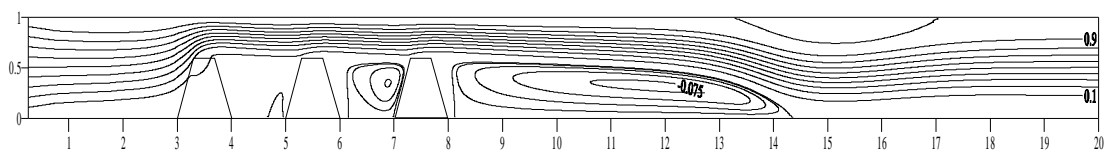


(c)

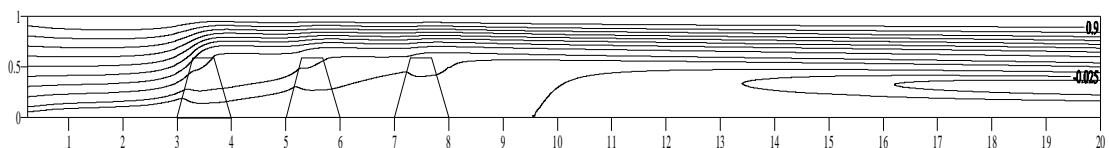
Figure V.16 : Lignes de courant pour différents nombres de Reynolds dans le cas de la forme rectangulaire ($\gamma = 90^\circ$), $Da = 10^{-4}$ et $H_p = 0.6$: (a) $Re = 100$; (b) $Re = 300$; (c) $Re = 1000$.



(a)

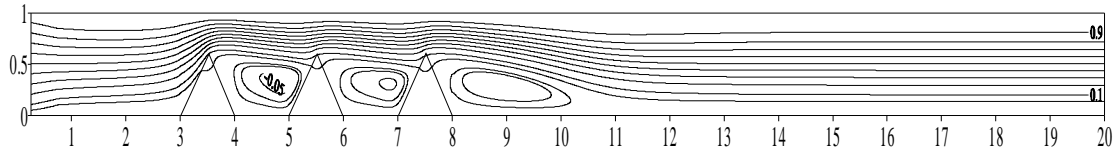


(b)

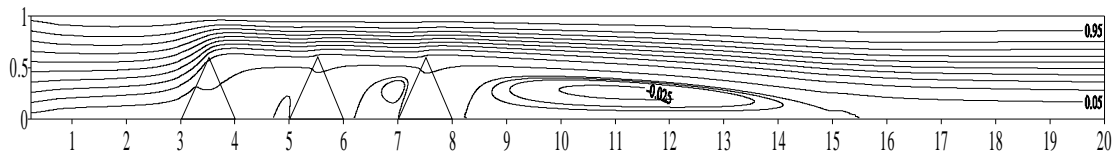


(c)

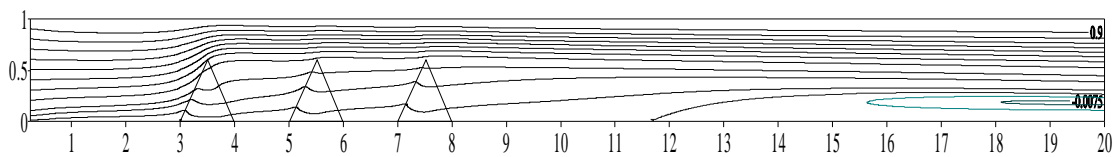
Figure V.17 : Lignes de courant pour différents nombre de Reynolds dans le cas de la forme trapézoïdale ($\gamma = 63.4^\circ$), $Da = 10^{-4}$ et $H_p = 0.6$: (a) $Re = 100$; (b) $Re = 300$; (c) $Re = 1000$.



(a)



(b)



(c)

Figure V.18 : Lignes de courant pour différentes épaisseurs des blocs dans le cas de la forme triangulaire ($\gamma = 50.2^\circ$), $Da = 10^{-4}$ et $H_p = 0.6$: (a) $Re = 100$; (b) $Re = 300$; (c) $Re = 1000$.

La figure V.19 met en évidence l'effet du nombre de Reynolds sur la valeur du coefficient de frottement moyen. On remarque une diminution des chutes de pression avec l'augmentation du nombre de Reynolds. En effet, à grand Re l'écoulement arrive à vaincre les obstacles rencontrés lors de sa circulation dans les blocs poreux entraînant ainsi une réduction de la valeur du coefficient de frottement.

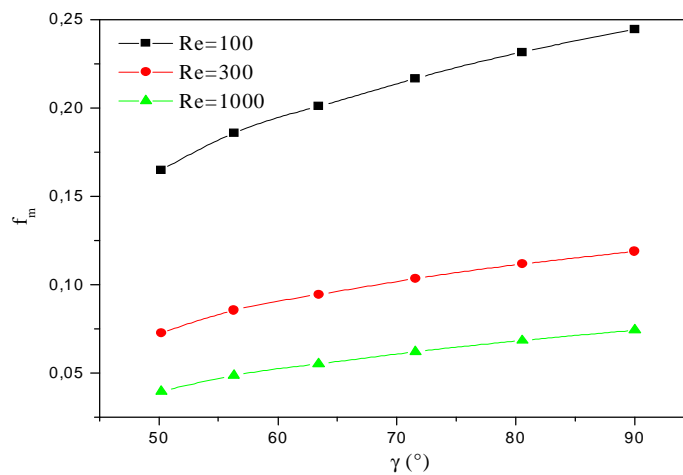


Figure V.19 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Reynolds : $H_p = 0.6$, $Re = 300$, $Da = 10^{-2}$.

2. Analyse thermique

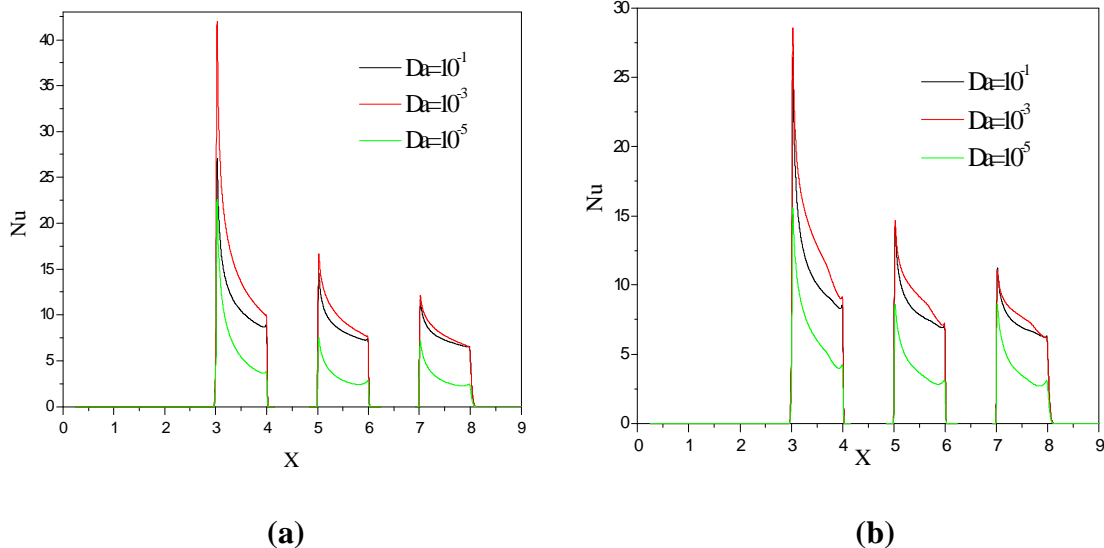
Dans cette partie nous allons étudier la structure du champ thermique en analysant les effets du nombre de Darcy, du nombre de Reynolds, de l'épaisseur et la forme des blocs poreux ainsi que le rapport des conductivités thermiques sur la distribution du nombre de Nusselt local et l'évolutions du nombre de Nusselt moyen.

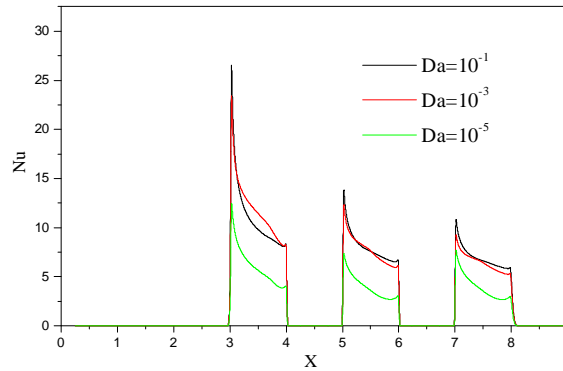
2.1 Effet du nombre de Darcy :

La figure V.20 représente l'allure du nombre de Nusselt local pour une épaisseur des blocs poreux H_p égale à 0.8 et différents nombres de Darcy.

On remarque d'une part, que la diminution de la perméabilité du milieu poreux conduit à un freinage de l'écoulement qui engendre une diminution du taux d'échange de chaleur. En effet, au niveau du bord d'attaque du premier bloc la valeur du Nu décroît de 74% en passant de $Da = 10^{-1}$ à $Da = 10^{-5}$.

D'autre part, on observe au niveau de chaque bloc une diminution de Nu en allant vers le bord aval à cause de l'accroissement de l'épaisseur de la couche limite thermique. La même allure est retrouvée au niveau des autres blocs avec cependant des valeurs du nombre de Nusselt local plus faible à cause de l'échauffement du fluide engendrant des écarts de température entre la paroi chaude et le fluide de plus en plus faibles.





(c)

Figure V.20 : Evolution du nombre de Nusselt local avec le nombre de Darcy pour $R_c=1$, $Re=300$ et $H_p=0.8$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=96.4^\circ$; (c) $\gamma=58^\circ$.

La variation du nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc avec le nombre de Darcy pour différentes épaisseurs et formes est représentée sur les figures V.21 à V.23.

Globalement, il apparaît une évolution similaire quelle que soit la forme géométrique des blocs. Pour cela, analysons le cas de la figure V.21 correspondant à la forme rectangulaire et examinons plus particulièrement la variation au niveau du premier bloc. Selon la valeur de H_p , trois comportements différents apparaissent :

- Pour des épaisseurs des blocs inférieures à 0.6, Nu_m croît avec la perméabilité pour tendre aux grands Darcy vers la valeur du cas fluide. Aux faibles perméabilités jusqu'à approximativement $Da \approx 6 \times 10^{-5}$, l'accroissement de H_p conduit à une diminution du transfert de chaleur. Ceci est probablement dû à l'accroissement de la résistance à l'écoulement par la présence du milieu poreux qui fait que l'écoulement se fait principalement dans la région non poreuse au dessus des blocs, ce qui empêche le fluide de venir en contact avec les zones chauffées de la paroi du canal et d'échanger par conséquent de la chaleur par convection avec ces dernières.

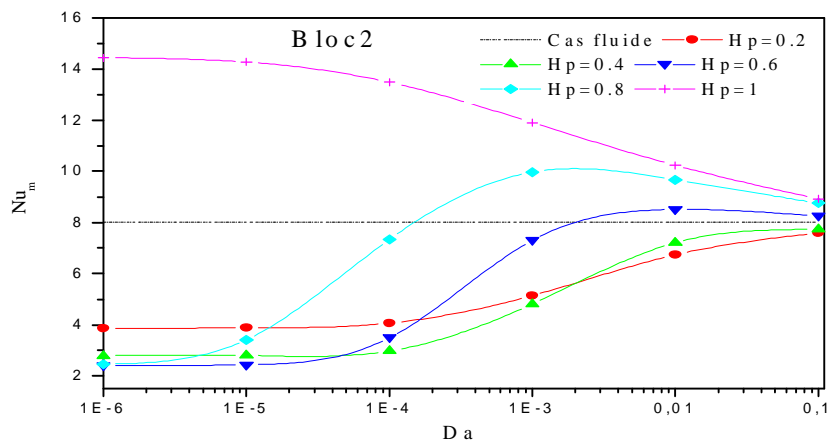
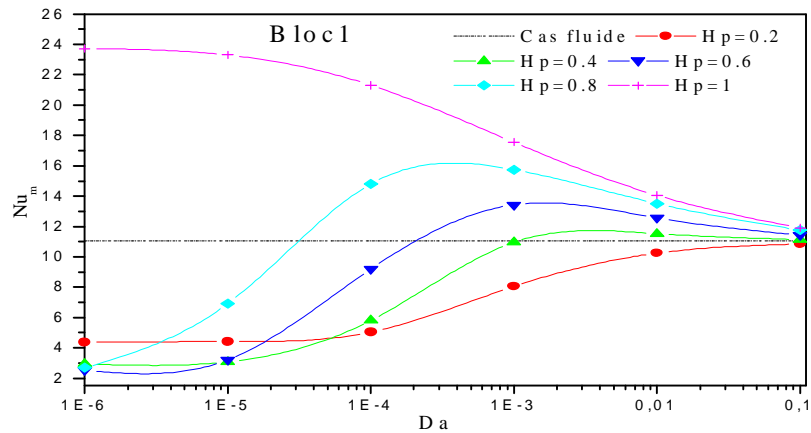
- Le deuxième comportement est celui observé pour des épaisseurs allant de 0.6 à 0.8. Dans ce cas le nombre de Nusselt moyen augmente avec la perméabilité du milieu poreux, atteint son maximum à une valeur optimale de Da , dépendant de H_p ($Da=10^{-3}$ à $H_p=0.6$ et $Da=3 \times 10^{-4}$ à $H_p=0.8$), et décroît ensuite.

Pour des épaisseurs $H_p \leq 0.8$, une amélioration de transfert de chaleur par rapport au cas fluide n'est obtenue qu'à partir d'une valeur critique de la perméabilité qui augmente avec la diminution de H_p (à $H_p=0.8$, $Da_{cr} = 2 \times 10^{-5}$, à $H_p=0.6$, $Da_{cr} = 2 \times 10^{-4}$, à $H_p=0.4$, $Da_{cr} = 10^{-3}$ alors qu'à $H_p=0.2$, $Da_{cr} > 10^{-1}$).

Lorsque le bloc poreux occupe toute la hauteur du canal ($H_p = 1$), une amélioration du transfert de chaleur est obtenue quelle que soit la perméabilité, quoiqu'elle diminue avec l'accroissement de Da . Ce comportement peut s'expliquer par le fait qu'aux faibles perméabilités, des gradients de vitesse importants se produisent près de la paroi du canal, ce qui résulte en des importants effets convectifs conduisant ainsi à un accroissement du transfert de chaleur. L'augmentation du nombre de Darcy réduit les gradients de vitesse à la paroi et donc une diminution de l'échange thermique.

Le même comportement est observé au niveau du deuxième et troisième bloc avec cependant des plus faibles valeurs de Nu_m et la disparition de la valeur optimale de Da , à $H_p = 0.6$, conduisant à un maximum de transfert de chaleur.

L'analyse faite précédemment reste valable en changeant la forme des blocs poreux avec toutefois un nouveau comportement qui apparaît à $H_p = 1$ pour la forme triangulaire : le Nu_m augmente avec la perméabilité jusqu'à une valeur maximale atteinte à un Darcy optimal ($Da \approx 10^{-4}$ pour le premier bloc, $Da \approx 10^{-3}$ pour les deuxième et troisième bloc) et diminue ensuite pour tendre vers la valeur obtenue dans le cas non poreux aux grands Da .



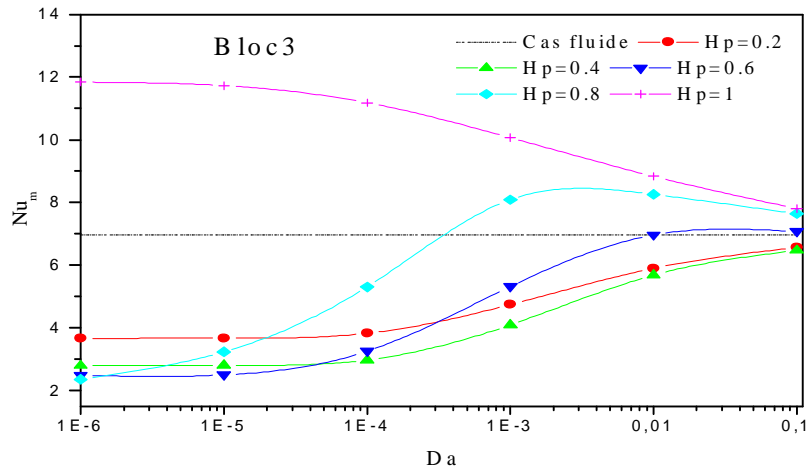
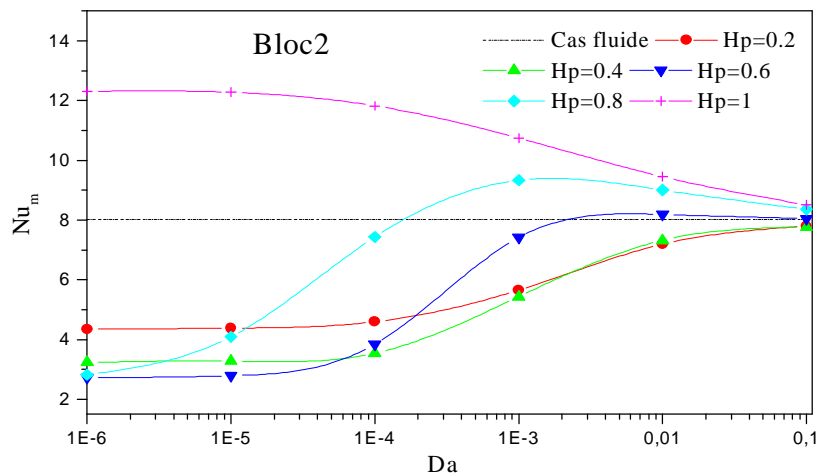
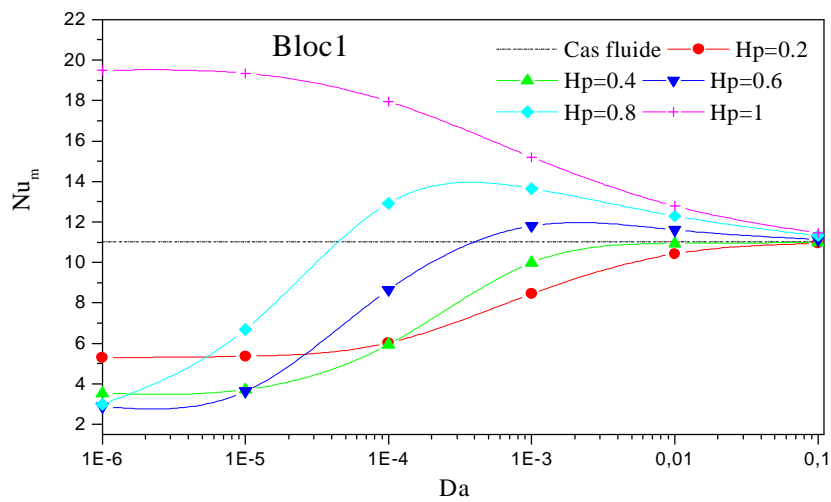


Figure V.21 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme rectangulaire : $R_c=1$, $Re=300$.



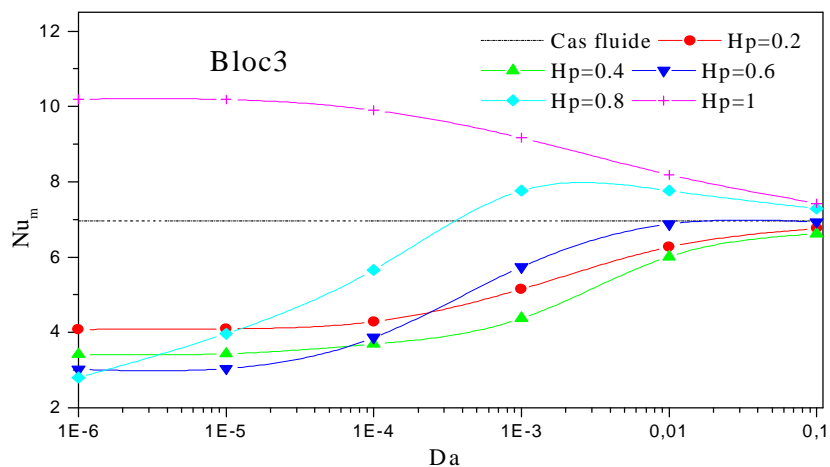
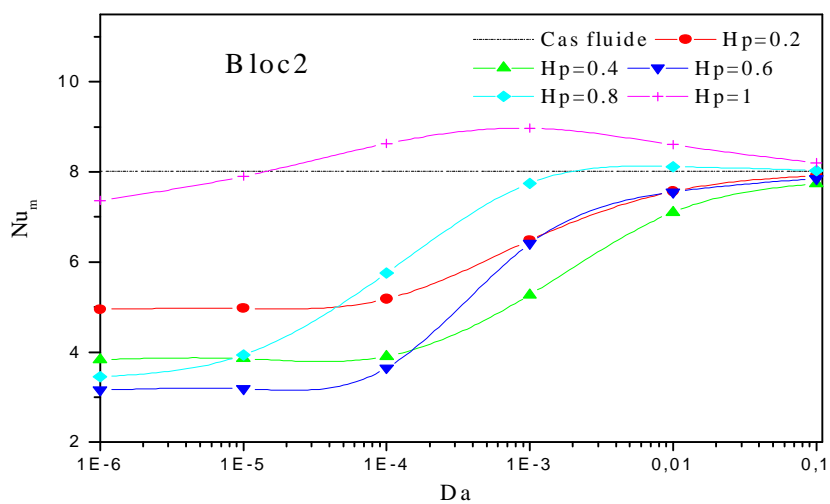
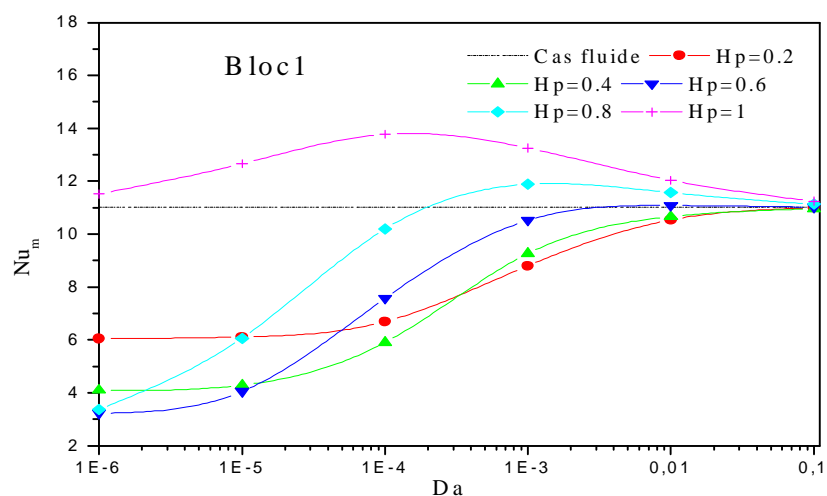


Figure V.22 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme trapézoïdale : $R_c=1$, $Re=300$.



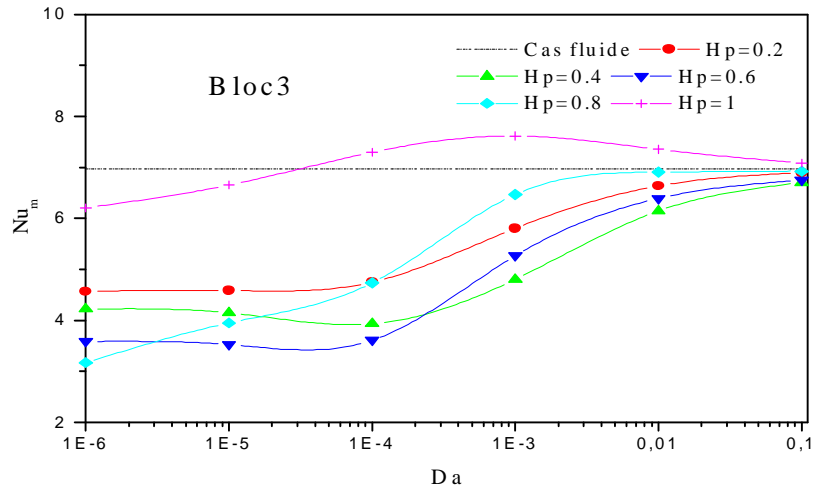
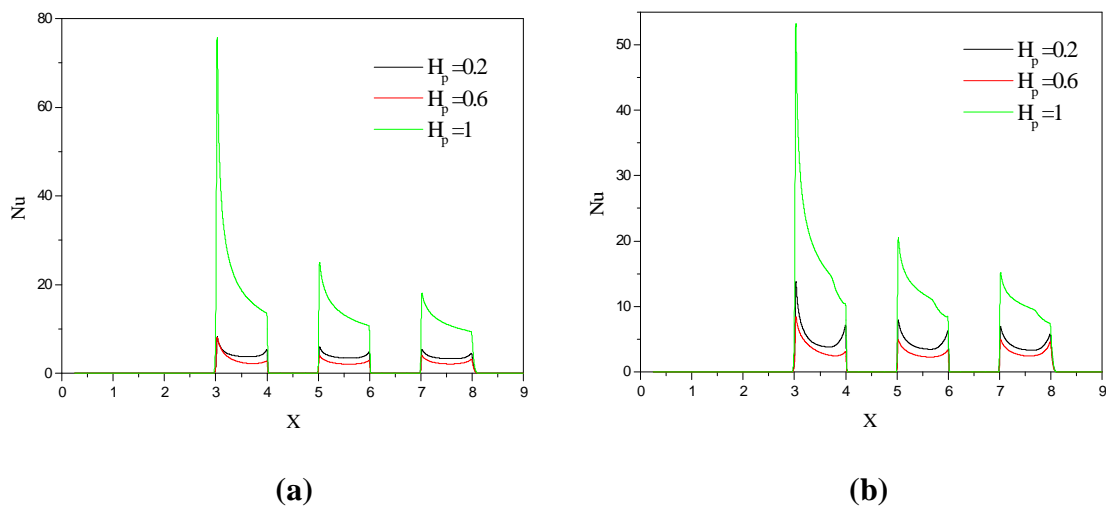
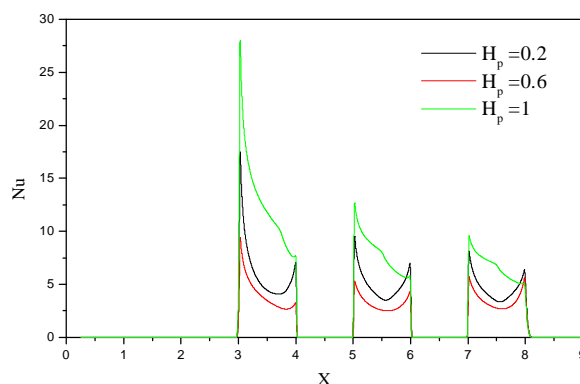


Figure V.23 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Darcy dans le cas de la forme triangulaire : $R_c=1$, $Re=300$.

2.2 Effet de l'épaisseur des blocs poreux :

Sur la figure V.24 nous avons représenté la distribution du nombre de Nusselt local pour différentes épaisseurs des blocs poreux à $Da=10^{-5}$. Tout d'abord, on constate que la même allure est retrouvée quelle que soit l'épaisseur des blocs, ensuite qu'il y a diminution du taux de transfert de chaleur en augmentant H_p suivie d'un accroissement pour des épaisseurs supérieures à 0.6.





(c)

Figure V.24 : Evolution du nombre de Nusselt local avec l'épaisseur des blocs pour $Da=10^{-5}$, $R_c=1$ et $Re=300$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=96.4^\circ$; (c) $\gamma=58^\circ$.

Ce comportement est confirmé par les courbes donnant la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'épaisseur des blocs pour différents nombres de Darcy et formes (figures V.25 à V.27).

D'une manière générale, on observe une diminution du transfert de chaleur avec l'épaisseur, atteint son minimum à une épaisseur critique, dépendant de la perméabilité, au-delà de laquelle le Nu_m augmente, dépasse le cas fluide et atteint son maximum à $H_p=1$.

L'épaisseur critique augmente avec la réduction de la perméabilité : par exemple pour la forme trapézoïdale et pour le premier bloc : $H_{p\ cr}=0.2$ à $Da=10^{-2}$, $H_{p\ cr}=0.3$ à $Da=10^{-4}$ et $H_{p\ cr}=0.75$ à $Da=10^{-6}$.

La valeur de l'épaisseur conduisant à une amélioration du transfert de chaleur par rapport au cas fluide diminue avec l'accroissement de la perméabilité. Pour le même cas cité précédemment nous avons : $H_p=0.9$ à $Da=10^{-6}$, $H_p=0.7$ à $Da=10^{-4}$, $H_p=0.4$ à $Da=10^{-2}$. Un comportement différent est observé pour la forme triangulaire (figure V.27) où on observe pour les deuxième et troisième bloc, que malgré l'augmentation de Nu_m avec H_p au delà de l'épaisseur critique, aucune amélioration par rapport au cas non poreux n'est obtenue aux faibles perméabilités ($Da < 10^{-4}$) même à $H_p=1$.

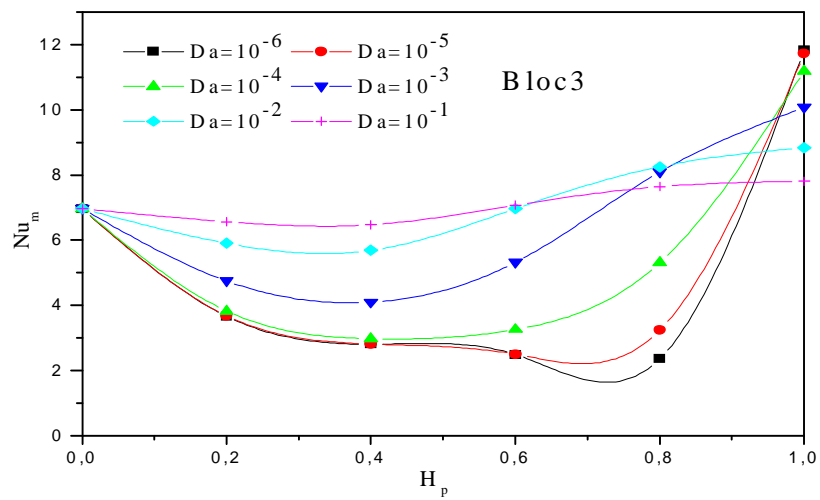
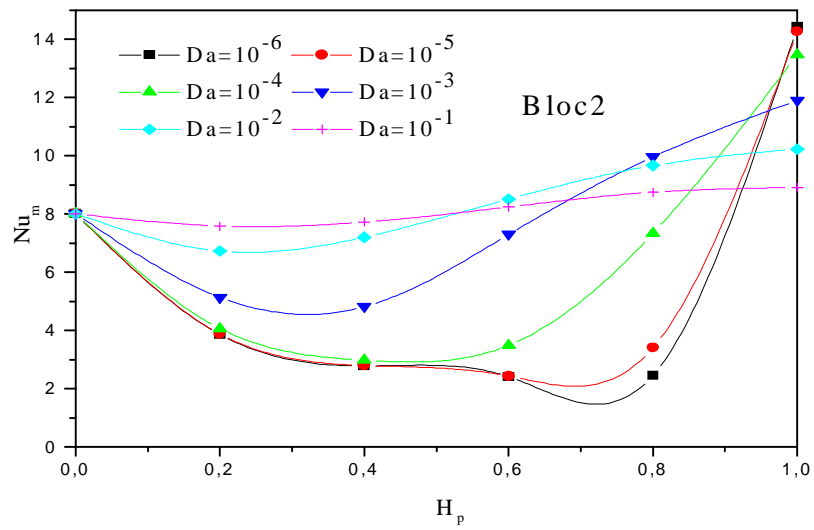
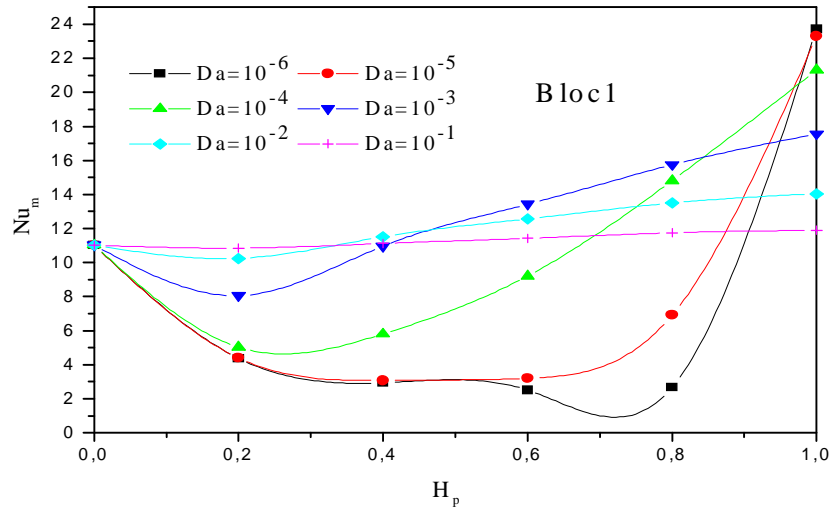


Figure V.25 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme rectangulaire : $R_c=1$, $Re=300$.

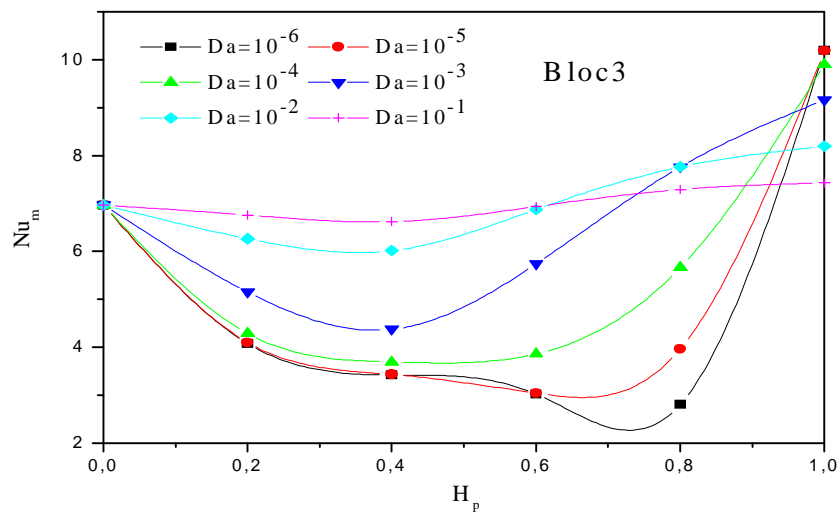
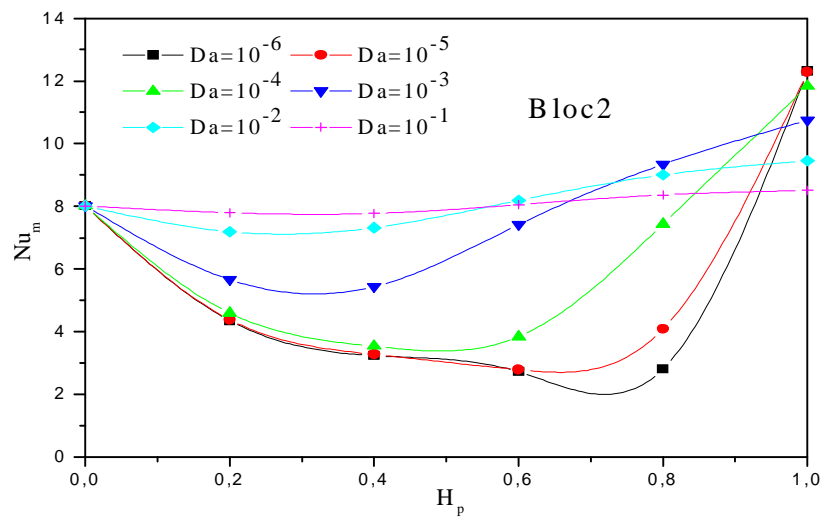
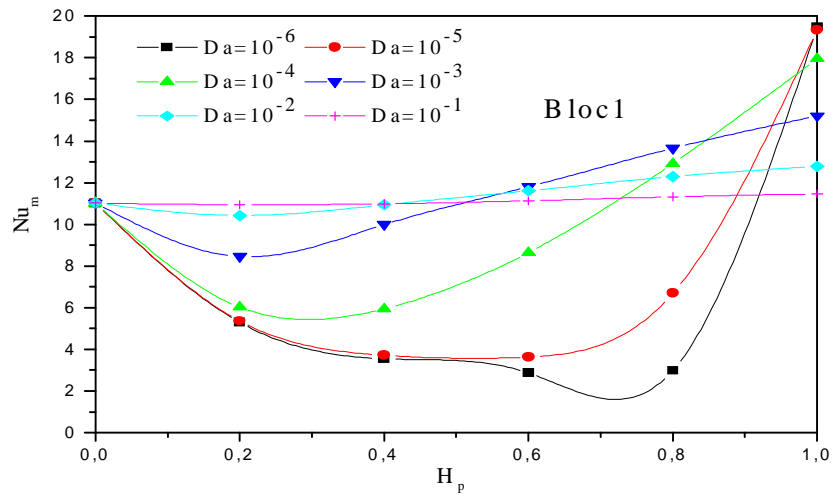


Figure V.26 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme trapézoïdale : $R_c=1$, $Re=300$.

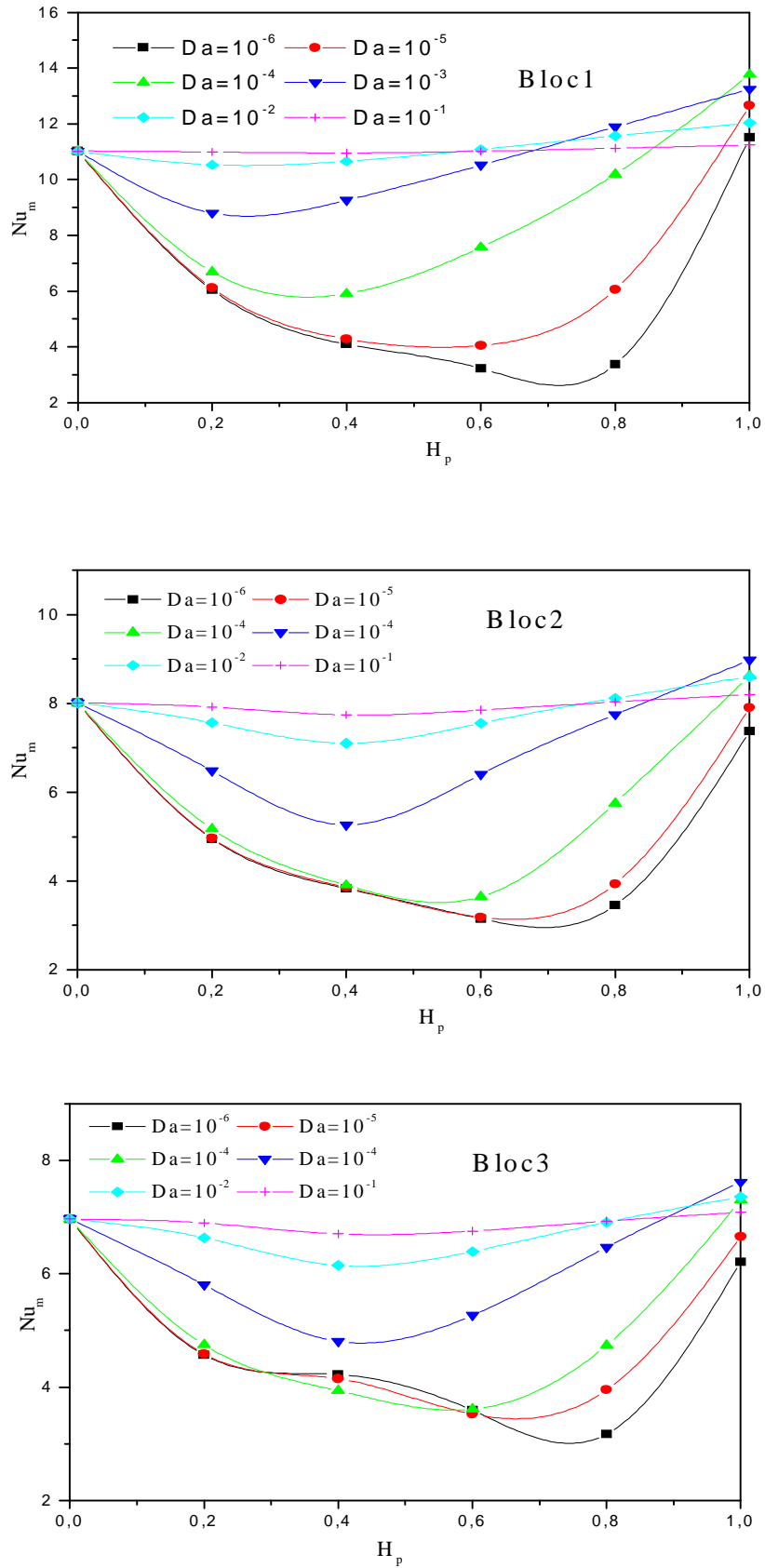


Figure V.27 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec l'épaisseur des blocs dans le cas de la forme triangulaire : $R_c=1$, $Re=300$.

2.3 Effet de forme des blocs poreux :

L'évolution du nombre de Nusselt local avec la forme des blocs poreux est représentée sur la figure V.28. Pour cette valeur de l'épaisseur considérée ($H_p = 0.2$), on remarque que quelle que soit la valeur du nombre de Darcy, le meilleur taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire ($\gamma = 21.8^\circ$) alors que la forme rectangulaire ($\gamma = 90^\circ$) conduit aux plus faibles valeurs du nombre de Nusselt.

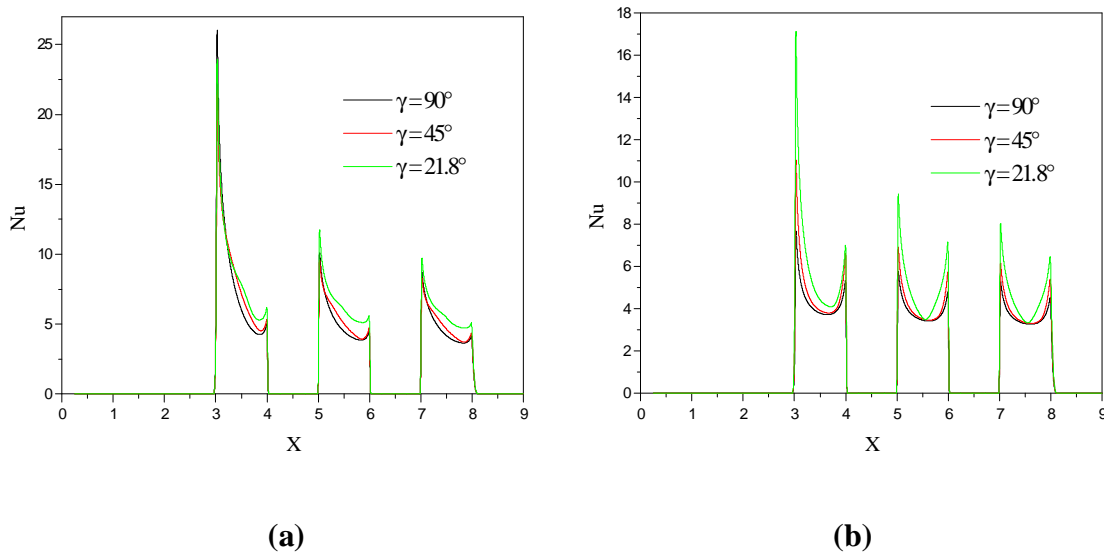


Figure V.28 : Evolution du nombre de Nusselt local avec la forme des blocs poreux pour $R_c=1$ et $H_p=0.2$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

La variation du nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc poreux avec sa forme pour différents nombres de Darcy, épaisseurs et un faible rapport des conductivités thermiques est représentée sur les figures V.29 à V.32.

Pour une faible épaisseur des blocs ($H_p=0.2$), on remarque d'une part que le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc croît avec le nombre de Darcy. D'autre part, le plus grand taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire ($\gamma = 21.8^\circ$) et diminue en allant vers la forme rectangulaire ($\gamma = 90^\circ$). Ce comportement peut s'expliquer comme suit : vu la faible épaisseur des blocs, l'écoulement se fait principalement dans la zone non poreuse et le contact du fluide avec le bloc se fait beaucoup plus au niveau de la surface externe d'où la forme triangulaire est la plus adéquate pour un meilleur contact.

Le taux d'amélioration du Nu_m en allant de la forme triangulaire à la forme rectangulaire dépend du nombre de Darcy. Par exemple pour le premier bloc il est de l'ordre de 12.5% à $Da=10^{-3}$ et de l'ordre de 20% à $Da=10^{-6}$.

En augmentant l'épaisseur des blocs à 0.4, on observe au niveau du premier bloc deux comportements différents. Aux faibles perméabilités ($Da < 10^{-4}$), l'écoulement se faisant dans les régions non poreuses, le fluide est chauffé par contact avec la surface externe du bloc d'où l'intérêt de sa forme est donc le meilleur transfert est obtenu avec la forme triangulaire. Pour des nombres de Darcy tel que $Da > 10^{-4}$, on obtient un inversement de comportement et maintenant la meilleure forme pour le transfert thermique est la forme rectangulaire. Ceci est probablement dû au fait qu'à ces valeurs de perméabilité du milieu poreux, le fluide pénètre le bloc et la surface de contact est alors plus importante puisqu'elle inclut aussi la surface intérieure de ce dernier d'où l'intérêt dans ce cas du volume du bloc poreux. Ainsi le bloc de forme rectangulaire a conduit à un meilleur transfert que celui de forme triangulaire car son volume est le double.

Le cas à $Da = 10^{-4}$ représente un cas particulier pour lequel le taux d'amélioration en allant de la forme triangulaire à la forme rectangulaire est assez faible (de l'ordre de 1%).

En examinant le transfert de chaleur au niveau du deuxième bloc, on observe le même comportement avec cependant le décalage de la perméabilité limite à $Da = 10^{-3}$ pour laquelle le meilleur transfert est retrouvé avec une forme trapézoïdale ($\gamma = 45^\circ$). Au niveau du troisième bloc le comportement observé à $H_p = 0.2$ est retrouvé quelle que soit la valeur du nombre de Darcy.

Pour une épaisseur $H_p = 0.8$, la forme triangulaire n'est plus performante au niveau du premier bloc qu'à $Da = 10^{-6}$. Pour le deuxième bloc et à $Da = 10^{-5}$, la forme la plus performante est la forme trapézoïdale ($\gamma = 57^\circ$). Au niveau du troisième bloc, cette même forme ($\gamma = 57^\circ$) conduit au meilleur taux de transfert de chaleur mais pour $Da = 10^{-5}$ et $Da = 10^{-4}$.

Lorsque les blocs poreux occupent toute la hauteur du canal, et à cause de la pénétration du fluide dans ces derniers quelle que soit la valeur de la perméabilité, on obtient une augmentation du nombre de Nusselt moyen en allant vers la forme rectangulaire et ceci au niveau de chaque bloc.

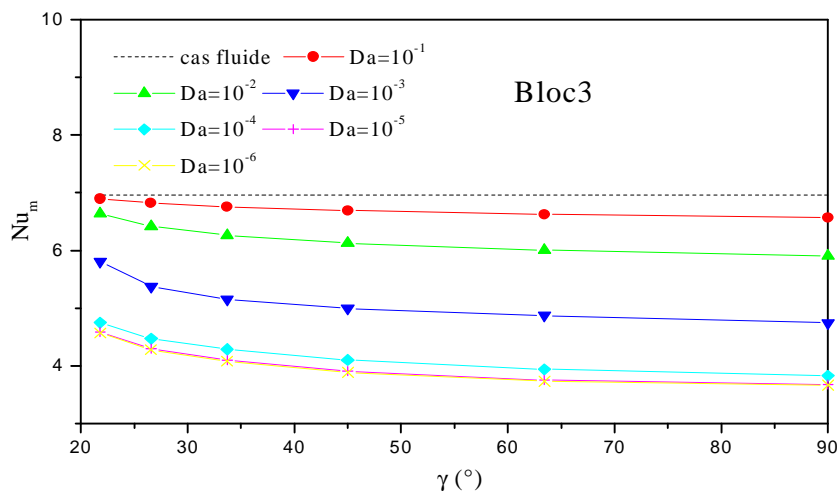
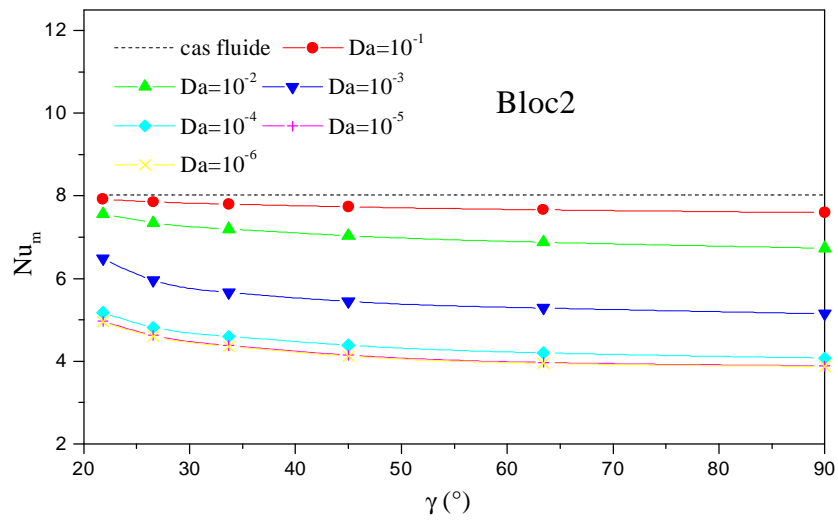
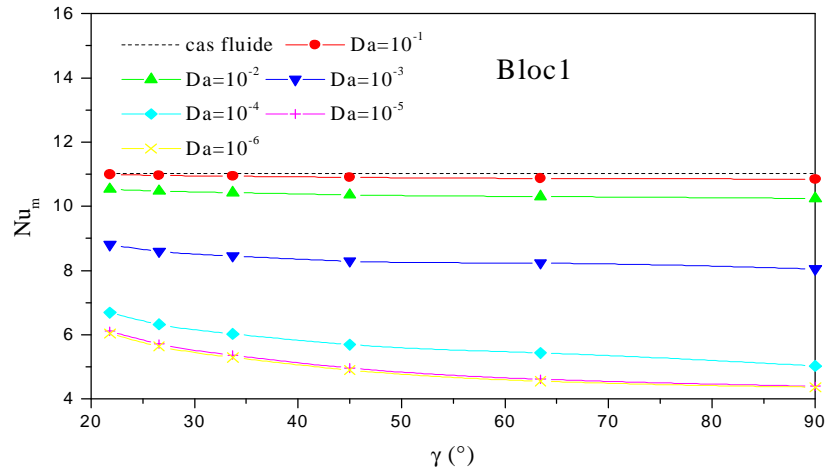


Figure V.29 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=0.2$: $R_c=1$, $Re=300$.

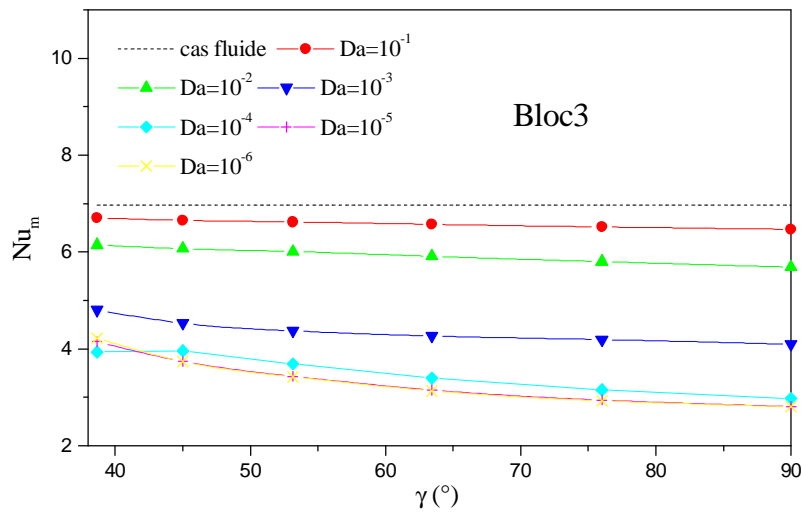
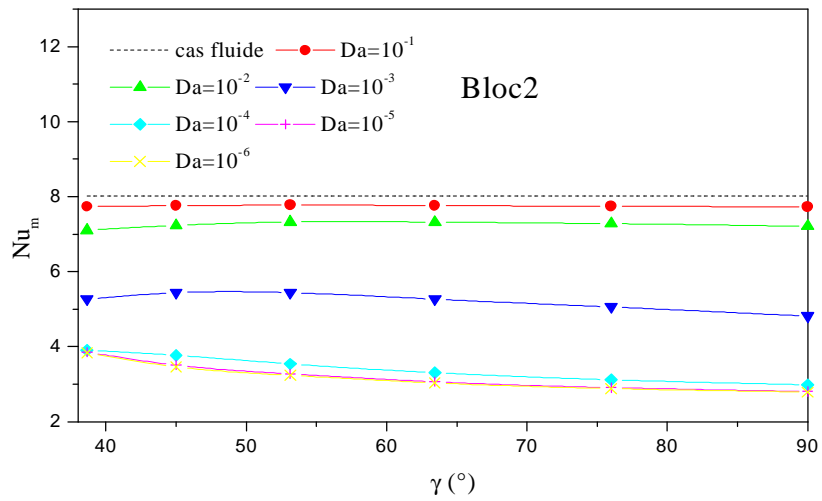
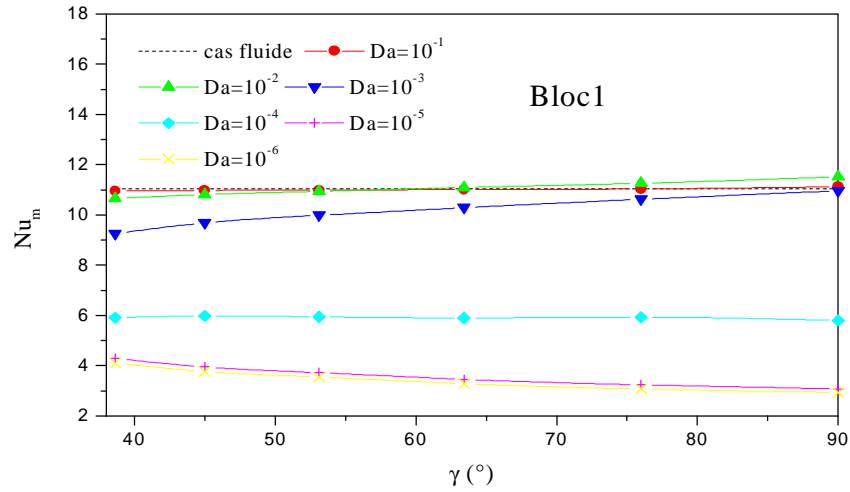


Figure V.30 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la formes des blocs pour $H_p=0.4$: $R_c=1$, $Re=300$.

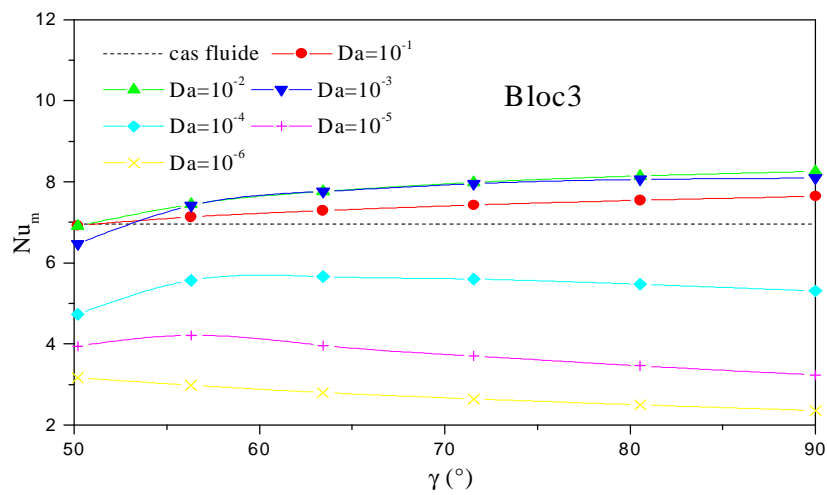
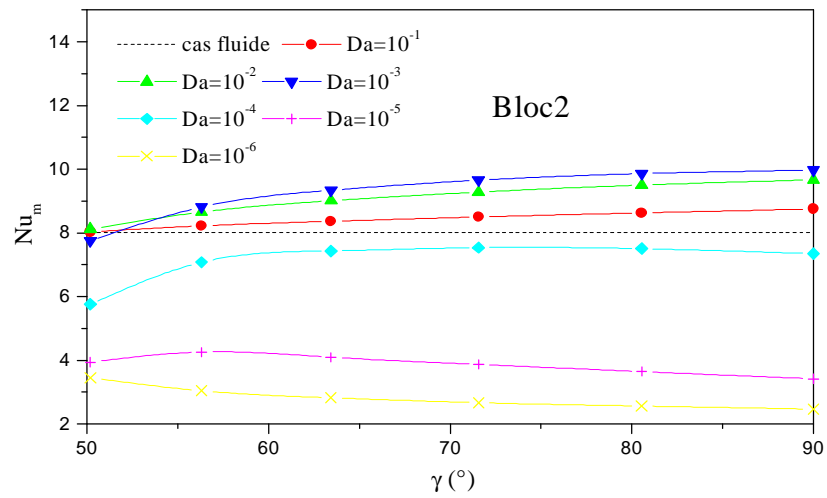
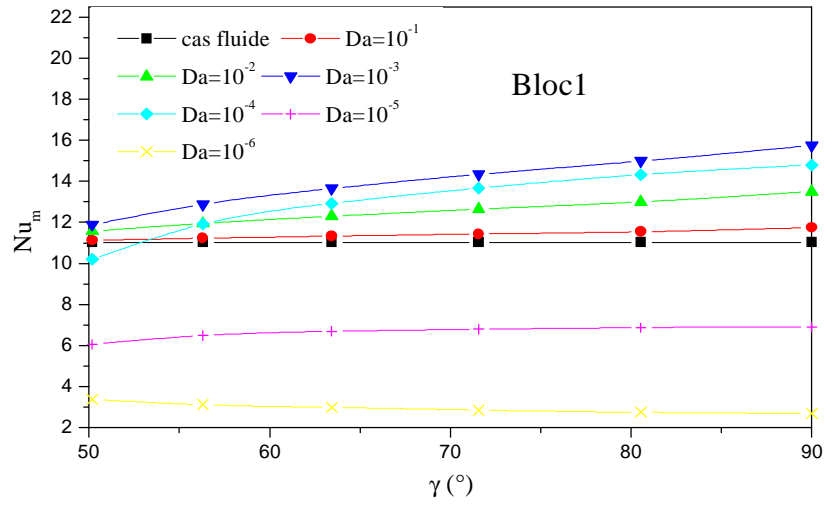


Figure V.31 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=0.8$: $R_c=1$, $Re=300$.

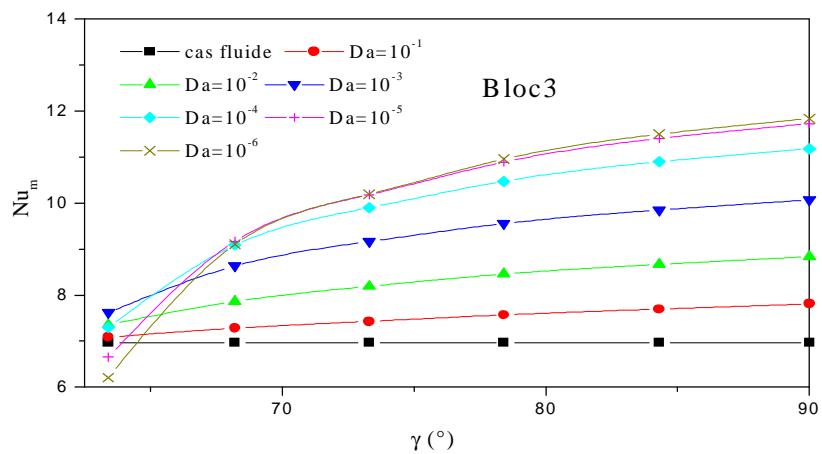
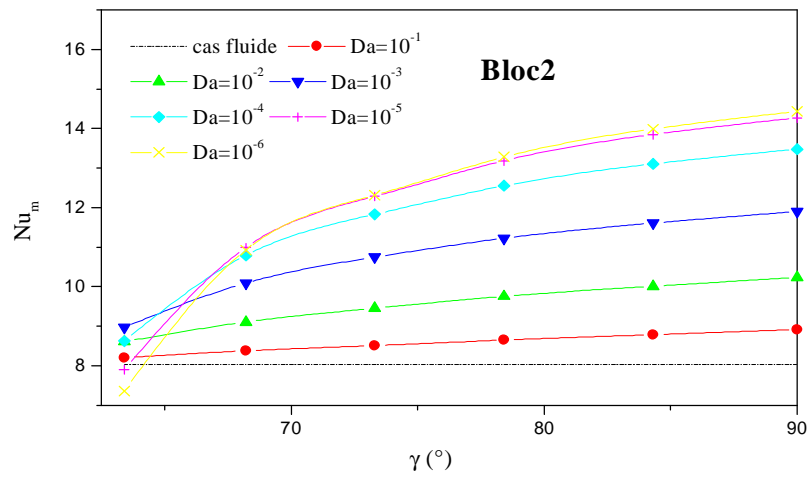
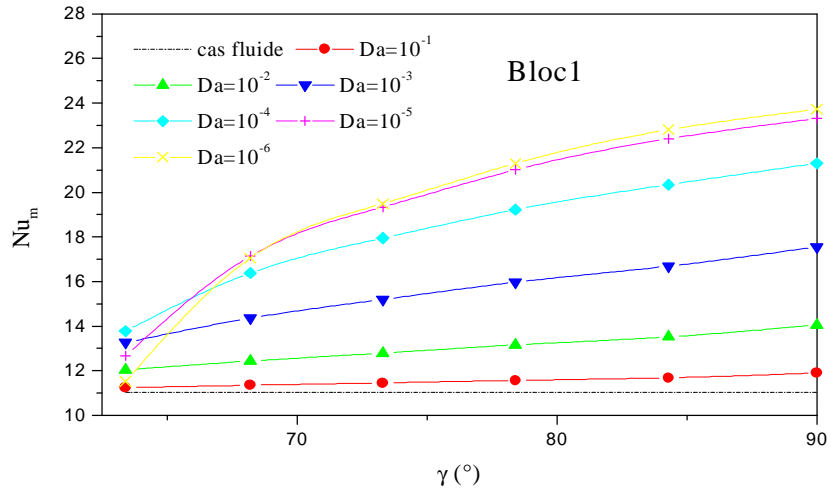


Figure V.32 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs pour $H_p=1$:
 $R_c=1, Re=300$.

2.4 Effet du nombre de Reynolds :

L'effet du nombre de Reynolds sur les valeurs du nombre de Nusselt local est représenté sur la figure V.33. Pour une épaisseur des blocs poreux égale à 0.6 et quelle que soit la forme des blocs, on remarque une augmentation du nombre de Nusselt local avec le nombre de Reynolds. Cet accroissement est de l'ordre de 146% au niveau du bord d'attaque du bloc rectangulaire en passant de $Re=100$ à $Re=1000$ alors qu'il est de 250% pour la forme triangulaire.

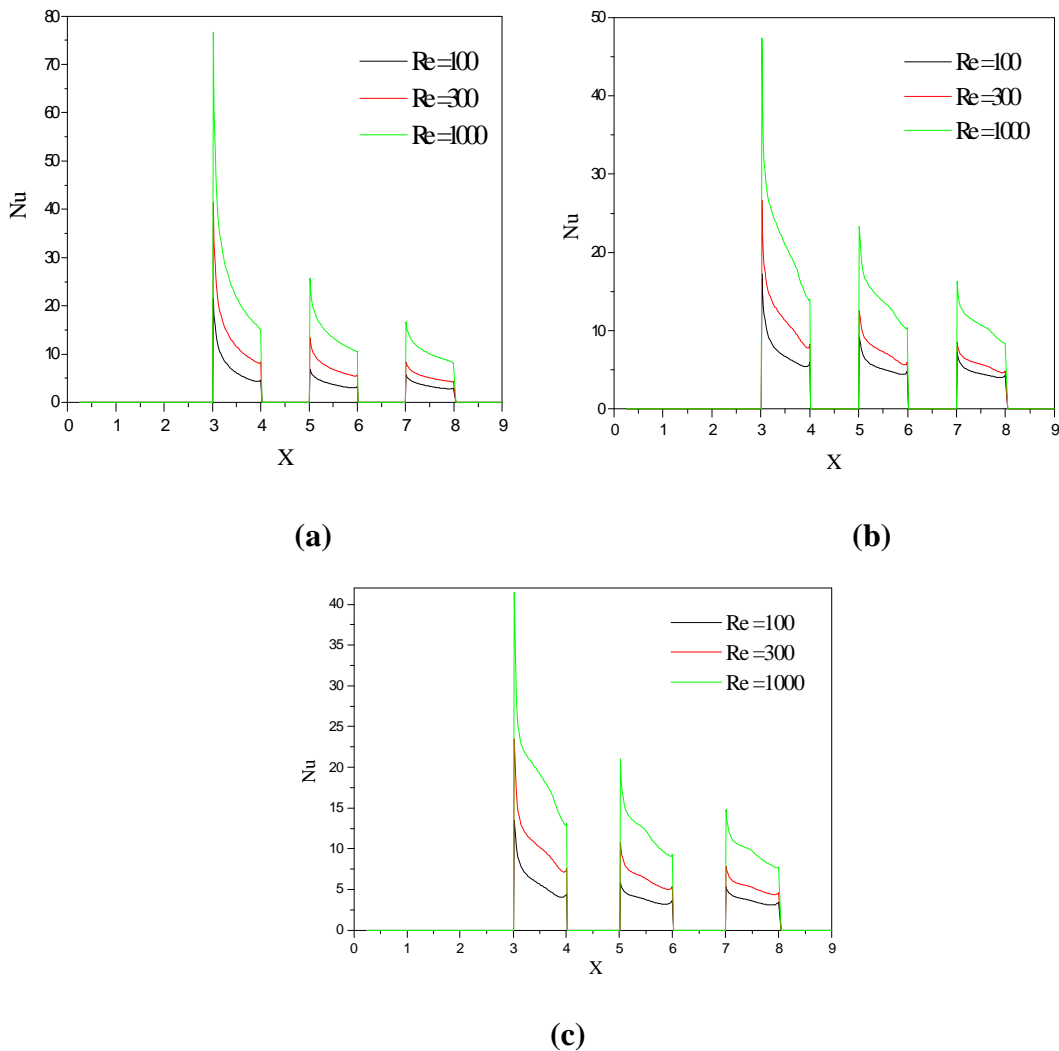


Figure V.33 : Evolution du nombre de Nusselt local avec l'épaisseur des blocs pour $Da=10^{-3}$, $R_c=1$ et $H_p=0.6$: (a) $\gamma=90^\circ$; (b) $\gamma=63.4^\circ$; (c) $\gamma=50.2^\circ$.

L'influence du nombre de Reynolds sur les valeurs du nombre de Nusselt moyen est représentée sur la figure V.34. On constate tout d'abord, pour les différents blocs, une augmentation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'une augmentation de Re est significative d'un débit plus important et donc une quantité de chaleur échangée par convection plus grande. On remarque aussi

que le maximum de transfert convectif est obtenu pour la forme rectangulaire à cause du grand nombre de Darcy considéré.

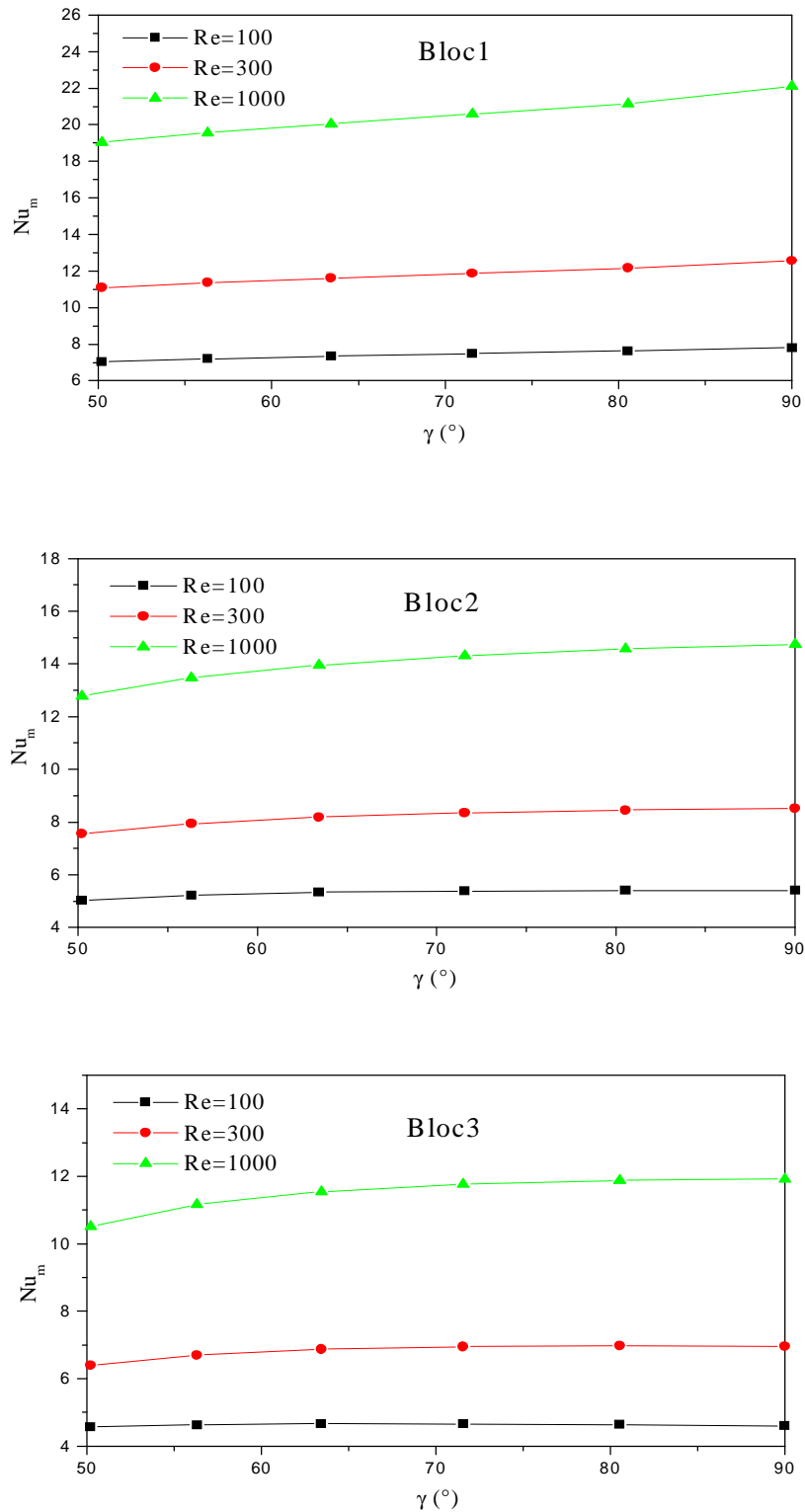


Figure V.34 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds :

$$H_p=0.6, Da= 10^{-2}, R_c=1.$$

2.5 Effet du rapport des conductivités thermiques :

Après avoir examiné l'effet des propriétés physiques et géométriques (nombre de Darcy, nombre de Reynolds, épaisseur et forme des blocs), nous allons voir dans ce qui suit l'influence d'une propriétés thermique, le rapport des conductivités thermiques, sur la structure du champ thermique. L'évolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différentes valeurs de R_c est illustrée sur les figures V.35 à V.37.

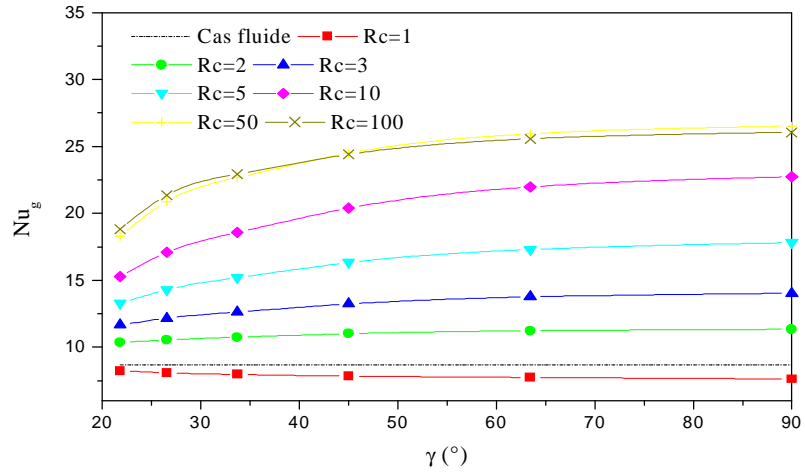
Pour une épaisseur égale à 0.2 et un $Da = 10^{-2}$, on remarque d'une part que le nombre de Nusselt global croît avec le rapport des conductivités thermiques. D'autre part, que le plus grand taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme rectangulaire pour des rapports supérieurs à 1. Ce comportement peut s'expliquer comme suit : en augmentant le rapport des conductivités thermiques la quantité de chaleur transportée par le fluide lors de son passage à travers les blocs est plus importante. Le maximum de transfert de chaleur est alors obtenu avec la forme rectangulaire, à cause de son volume qui est le double de celui de la forme triangulaire. Le cas fluide est dépassé pour toutes les formes pour $R_c > 1$.

A des perméabilités modérées ($Da = 10^{-4}$), le meilleur taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme rectangulaire pour $R_c \geq 3$ et le cas fluide n'est dépassé que pour $R_c \geq 10$. Cependant, cette amélioration n'est obtenue que pour des formes tel que $\gamma > 33.7^\circ$ à $R_c = 10$ et quelle que soit la forme à $R_c = 50$ et $R_c = 100$. Pour $R_c \geq 50$, une très faible augmentation du Nu_g est observée, ceci peut être expliqué par le fait qu'à partir d'un rapport de conductivité thermique égale à 50, le maximum de chaleur que peut transporter le fluide lors de son passage dans les blocs est atteint.

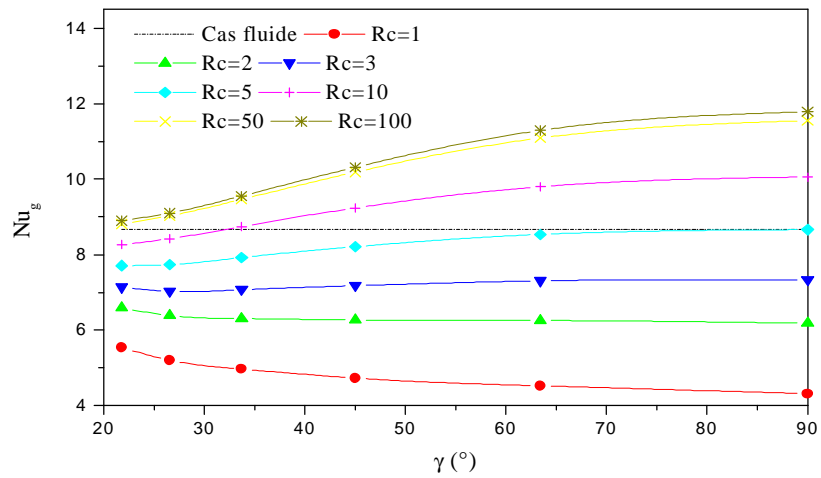
Le même comportement est retrouvé aux faibles nombres de Darcy ($Da = 10^{-6}$) avec cependant, une amélioration par rapport au cas fluide pour les formes tel que $\gamma > 55^\circ$ à $R_c = 10$ et $\gamma > 33.7^\circ$ à $R_c = 50$ et $R_c = 100$. De même la forme rectangulaire devient la plus performante à partir de $R_c > 2$.

L'examen de ces figures, révèle aussi, que quelle que soit la valeur du nombre de Darcy, l'effet de R_c sur Nu_g est plus important pour une forme rectangulaire par rapport à une forme triangulaire (amélioration obtenue entre $R_c = 1$ et $R_c = 100$ à $Da = 10^{-4}$ d'environ 65 % à $\gamma = 21.8^\circ$ alors que pour $\gamma = 90^\circ$ elle est de l'ordre 160 %). Un comportement similaire est retrouvé pour une épaisseur plus grande ($H_p = 0.4$).

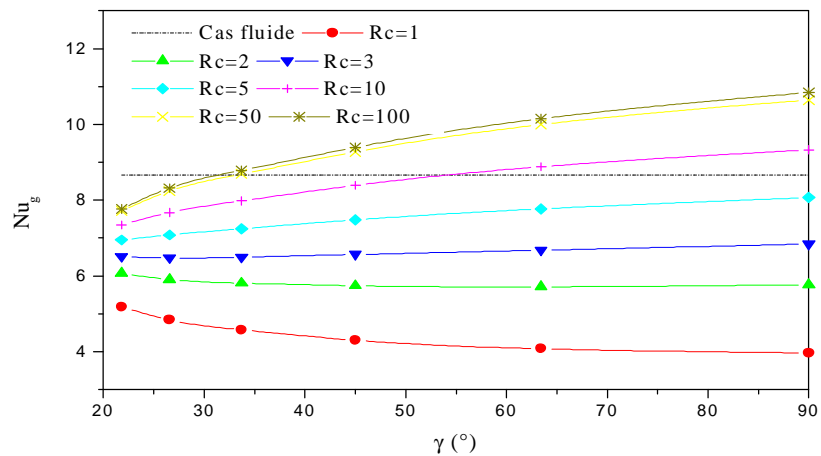
Lorsque les blocs poreux occupent toute la hauteur du canal $H_p = 1$, et à cause de la pénétration du fluide dans les blocs quelle que soit la valeur du nombre de Darcy, on remarque une augmentation du nombre de Nusselt global en allant vers la forme rectangulaire et ceci pour les différents rapports des conductivités thermiques.



(a)

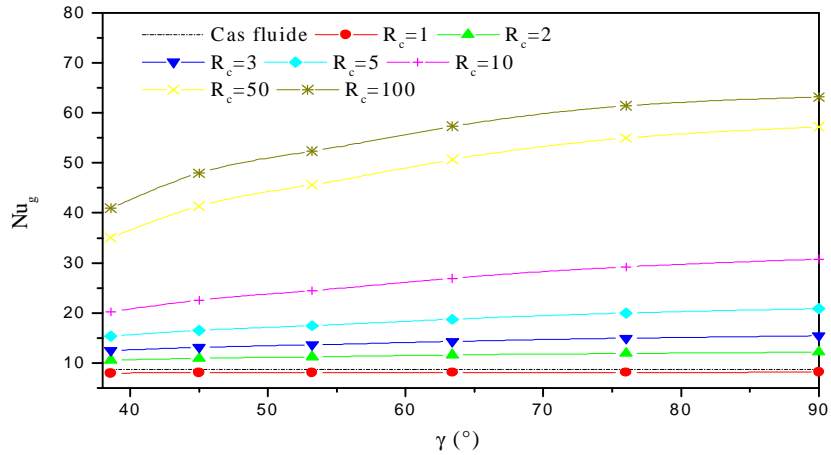


(b)

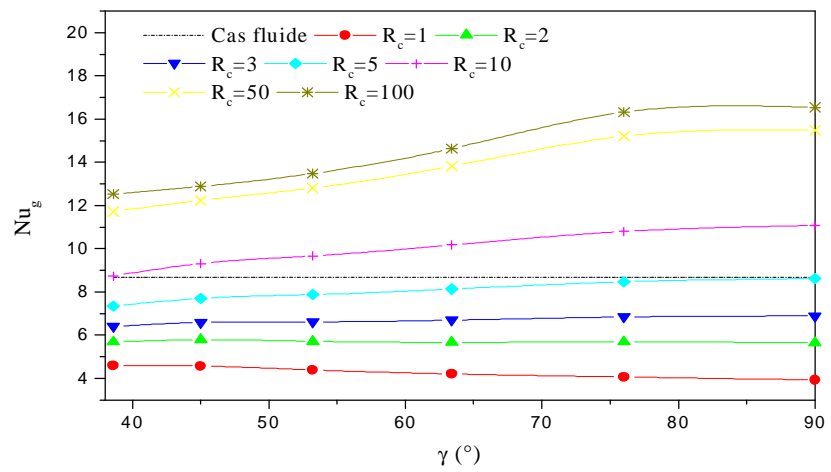


(c)

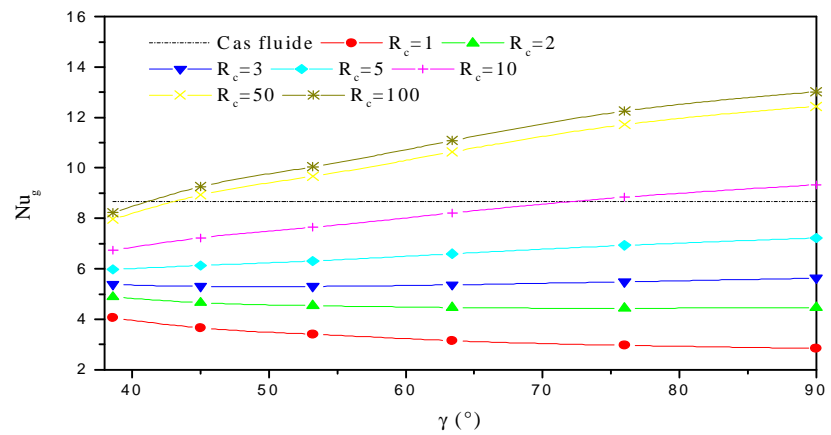
Figure V.35 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=0.2$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-6}$.



(a)

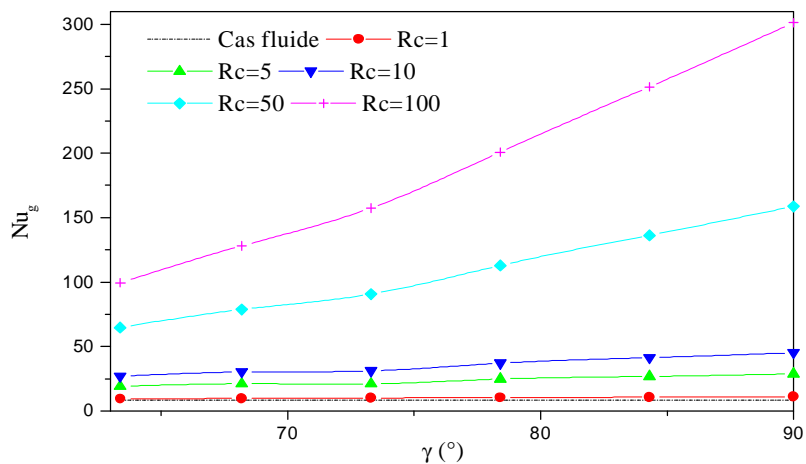


(b)

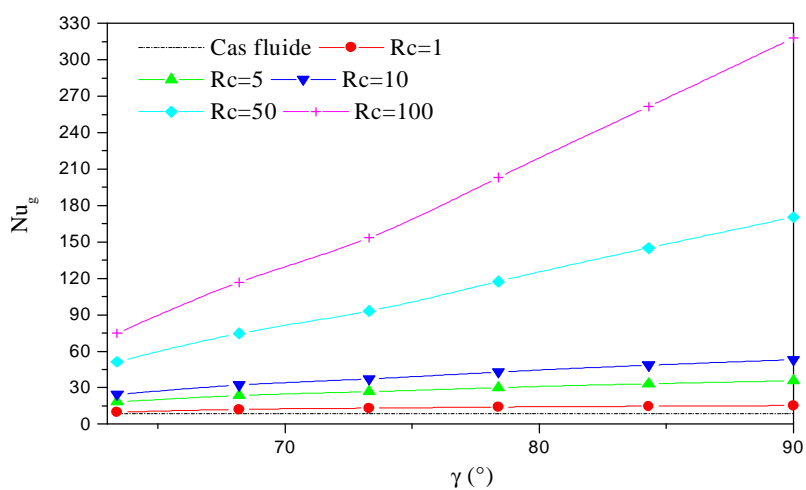


(c)

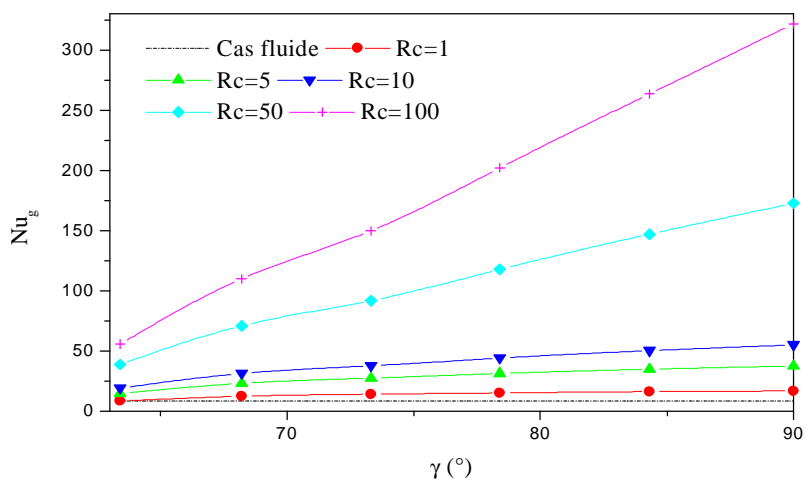
Figure V.36 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=0.4$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^4$; (c) $Da=10^{-6}$.



(a)



(b)



(c)

Figure V.37 : Evolution du nombre de Nusselt global avec la forme des blocs pour différents R_c et $H_p=1$: (a) $Da=10^{-2}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-6}$.

Deuxième partie : blocs poreux à volume constant

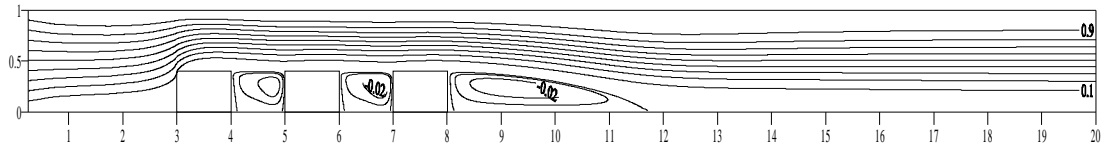
Après avoir fait varier le volume des blocs poreux, nous avons constaté que pour les faibles rapports des conductivités (par exemple $R_c=1$), le meilleur taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire alors que pour des valeurs R_c plus importantes, le maximum de transfert est retrouvé avec la forme rectangulaire. Afin de mieux estimer l'effet de la forme des blocs poreux, nous avons conservé leur volume en faisant varier soit l'épaisseur soit la largeur des blocs.

1. Epaisseur des blocs poreux variable

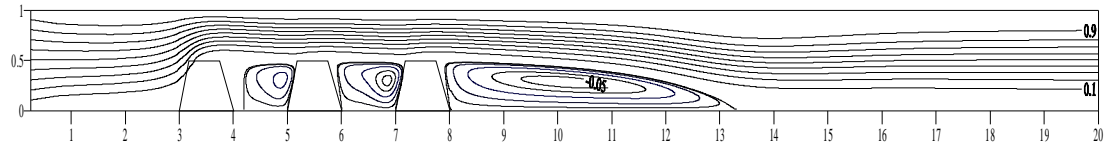
Les figures V.38 et V.39 représentent la structure de l'écoulement dans le canal en faisant varier la forme des blocs et en prenant $H_p = 0.8$ comme épaisseur maximale pour la forme triangulaire.

On remarque que pour une valeur du nombre de Darcy égale à 10^{-4} , il y a apparition de zones de recirculation en amont de chaque bloc poreux qui tendent à augmenter de taille en allant vers la forme trapézoïdale (augmentation de l'épaisseur des blocs). On observe aussi que l'étendue de la zone tourbillonnaire en aval du dernier bloc augmente. En ce qui concerne la forme triangulaire et à une épaisseur $H_p = 0.8$, le fluide arrive à traverser les blocs conduisant ainsi à la disparition des zones de recirculation.

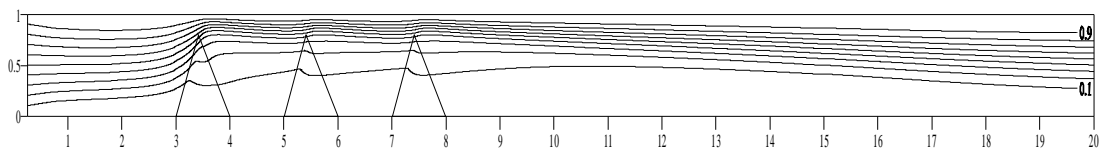
En diminuant le nombre de Darcy ($Da = 10^{-6}$), la taille de zones de recirculation augmente et ces dernières occupent tout l'espace entre deux blocs successifs. L'étendue de la zone tourbillonnaire en aval du dernier bloc augmente en largeur en allant vers la forme triangulaire (c'est-à-dire en augmentant l'épaisseur des blocs).



(a)

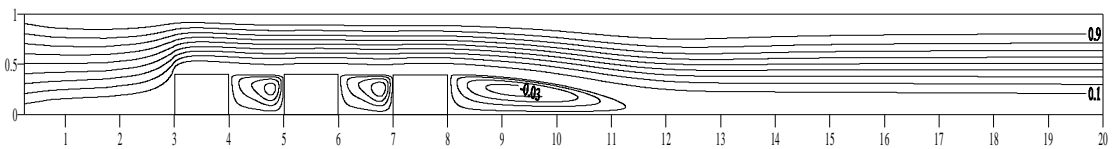


(b)

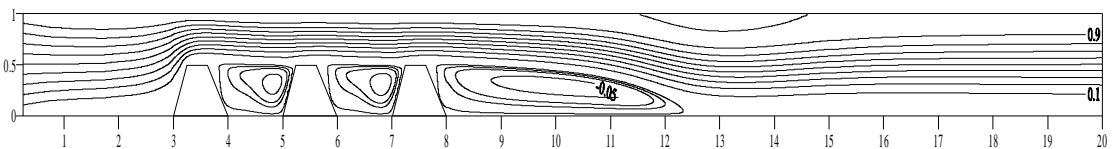


(c)

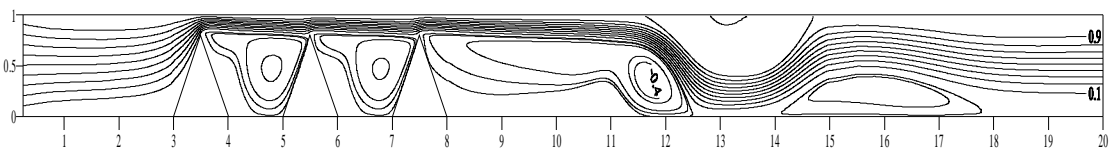
Figure V.38 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re = 300$ et $Da = 10^{-4}$: (a) $H_p = 0.4$; (b) $H_p = 0.5$; (c) $H_p = 0.8$.



(a)



(b)



(c)

Figure V.39 : Lignes de courant pour différentes formes des blocs à $Re = 300$ et $Da = 10^{-6}$: (a) $H_p = 0.4$; (b) $H_p = 0.5$; (c) $H_p = 0.8$.

La variation du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs poreux est représentée sur la figure V.40. On remarque d'une part, un accroissement du coefficient de frottement moyen avec la diminution du nombre de Darcy, et d'autre part, que la réduction de l'épaisseur (en allant de la forme triangulaire vers la forme rectangulaire) réduit la résistance à l'écoulement et conduit ainsi à une diminution des chutes de pression.

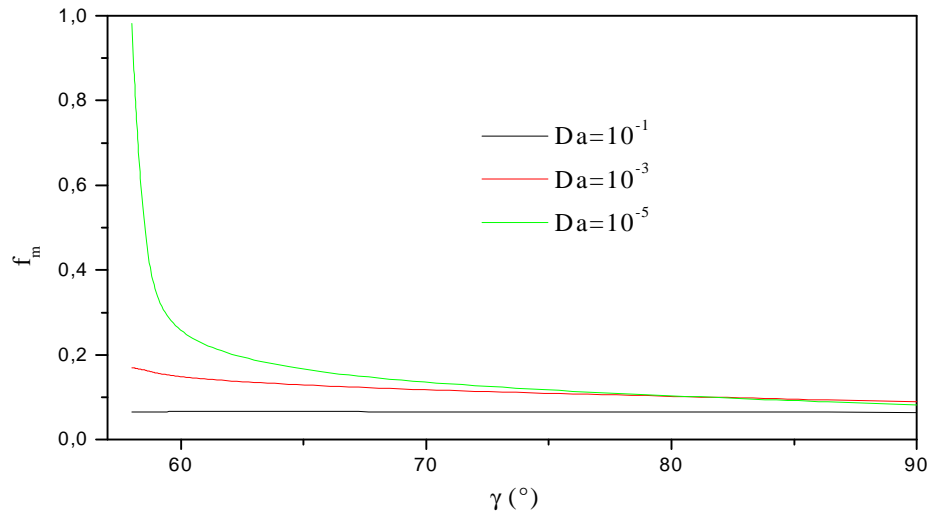


Figure V.40 : Evolution du coefficient de frottement moyen avec la forme des blocs pour différents nombres de Darcy : $Re = 300$.

L'évolution du nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc poreux en fonction de sa forme pour différents nombres de Darcy et rapports des conductivités thermiques est représentée sur les figures V.41 et V.42 respectivement.

Pour un faible rapport des conductivités thermiques ($R_c=1$), on remarque d'une part que le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc croît avec le nombre de Darcy. D'autre part, le maximum de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire possédant la plus grande épaisseur ($H_p = 0,8$) et diminue en allant vers la forme rectangulaire où H_p est réduite de moitié.

En augmentant le rapport des conductivités thermiques à 100, la forme triangulaire reste la plus performante au niveau du premier bloc quelle que soit la valeur de la perméabilité, alors qu'au niveau du deuxième et troisième bloc, un optimum apparaît pour la forme trapézoïdale et ceci aux grandes perméabilités.

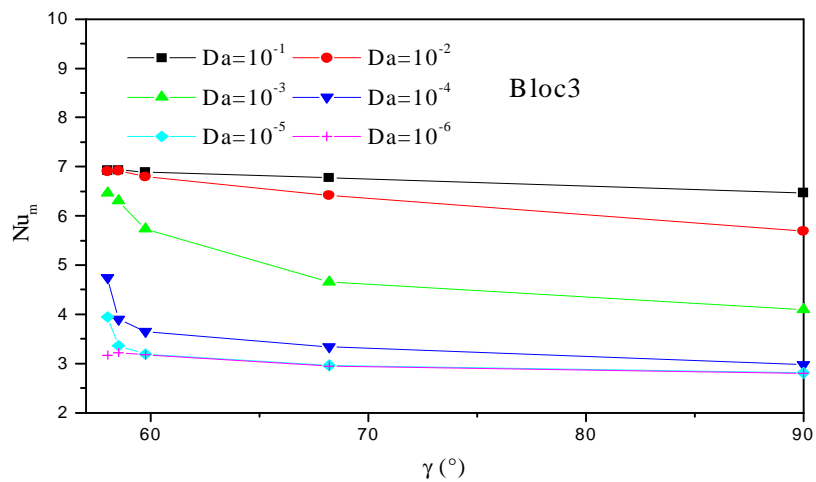
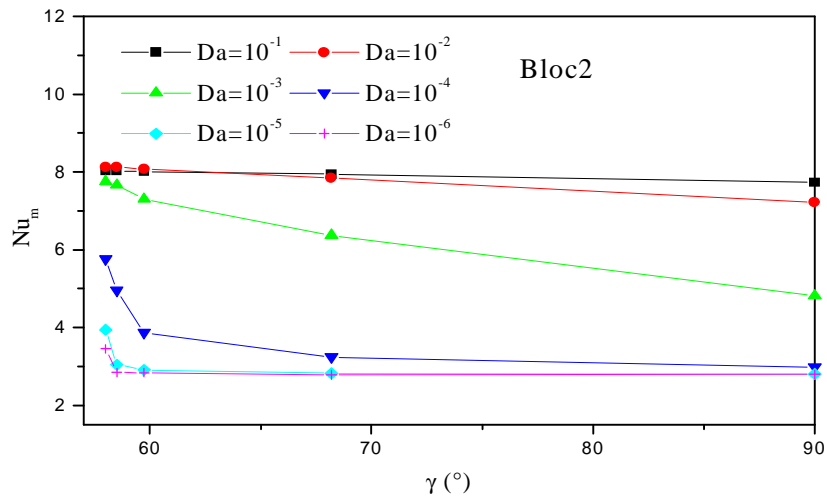
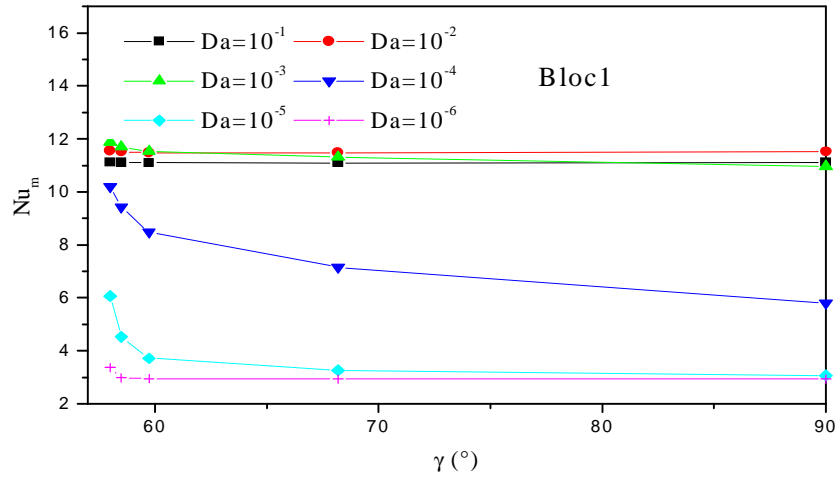


Figure V.41 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=1$ et $H_{p\max}=0.8$.

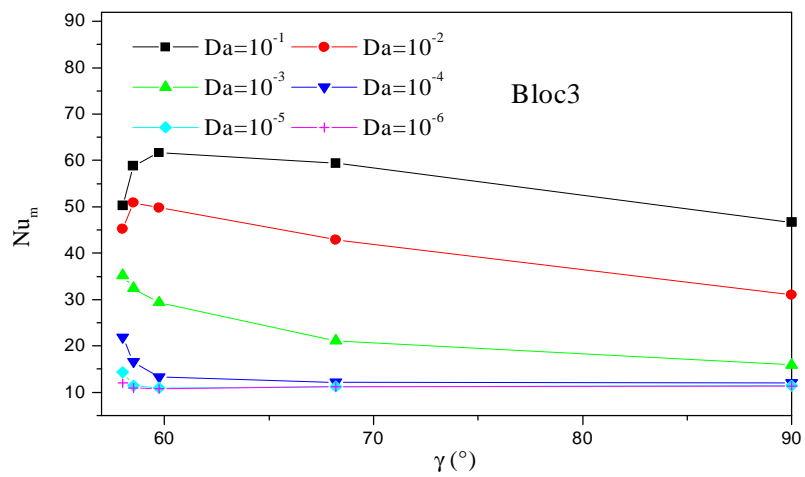
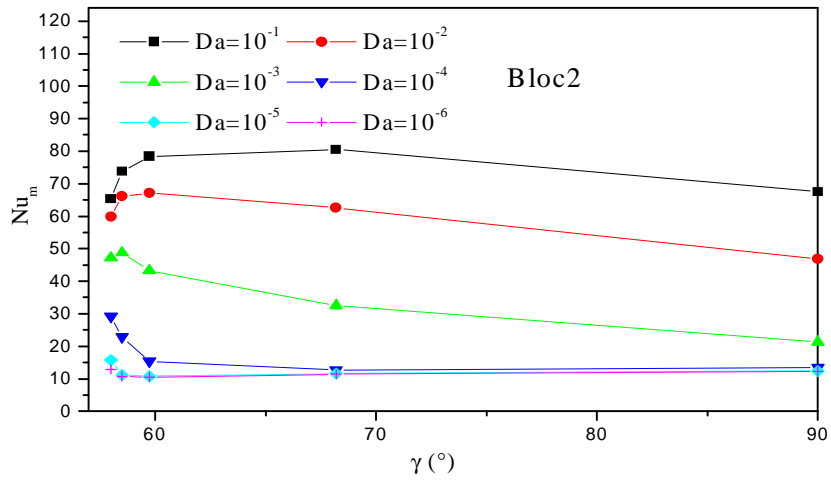
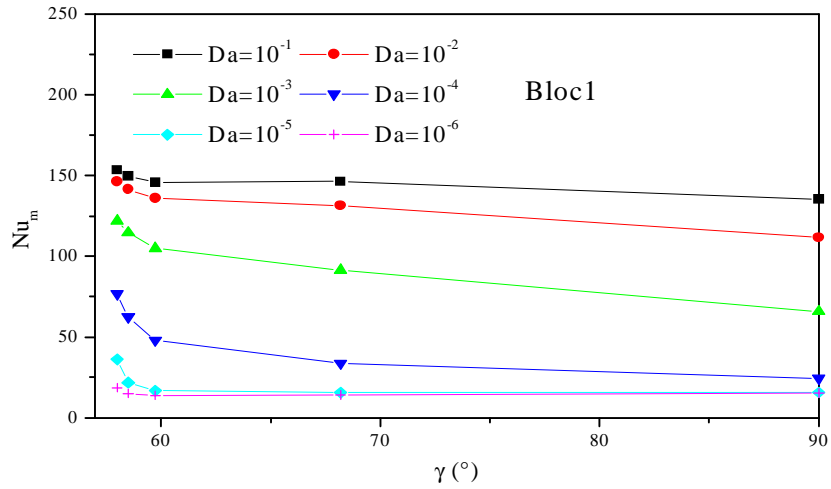


Figure V.42 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=100$ et $H_{p\max}=0.8$.

2. Largeur des blocs poreux variable

A volume constant, la largeur des blocs semble avoir une grande influence sur le transfert de chaleur. En effet, les figures V.43 et V.44 montrent qu'une augmentation conséquente du transfert de chaleur est obtenue avec les blocs de forme rectangulaire mais possédant une faible largeur ($W_p = 0.5$) et ceci en comparaison à la forme triangulaire où $W_p = 1$. Ce comportement est retrouvé aussi bien aux faibles rapports des conductivités thermiques ($R_c = 1$) qu'aux grandes valeurs de R_c ($R_c = 100$).

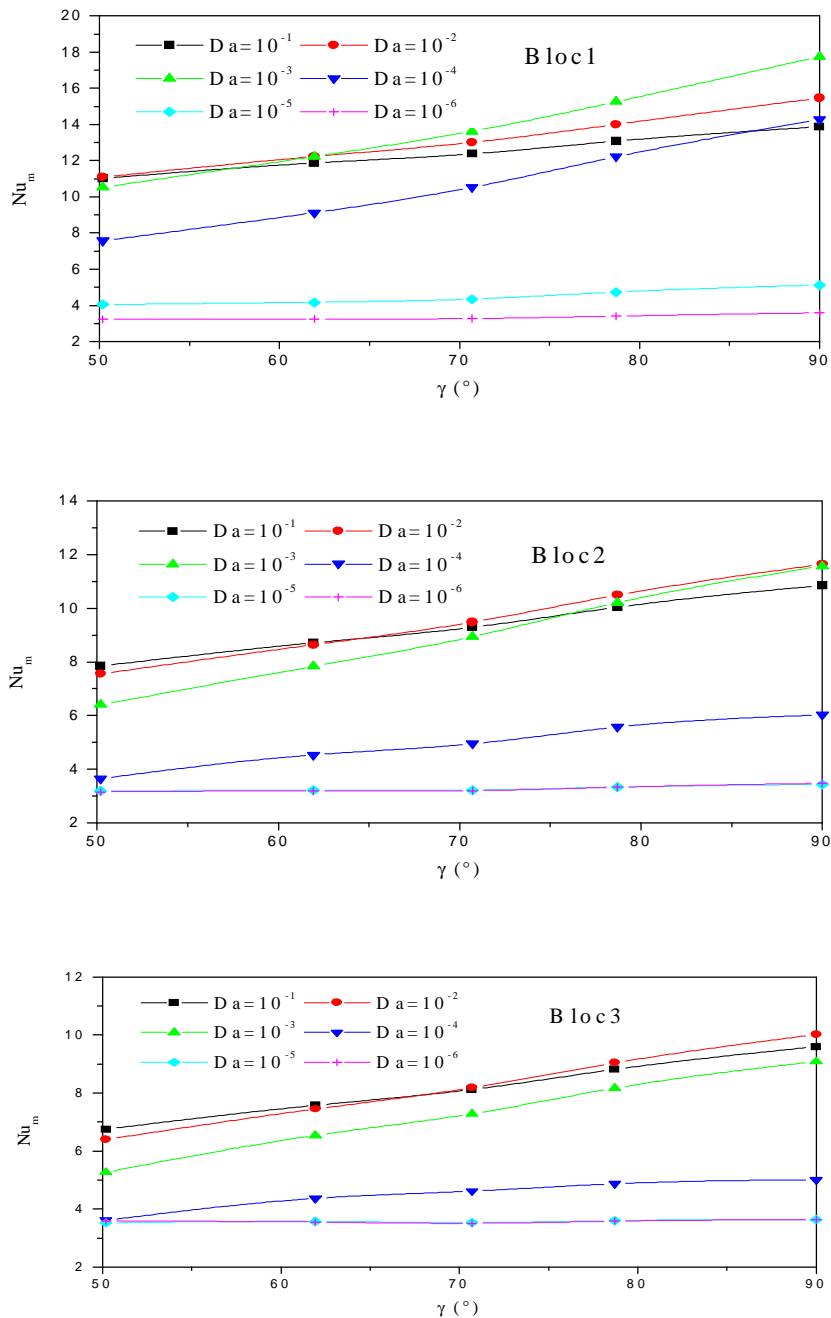


Figure V.43 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=1$ et $H_p = 0.6$.

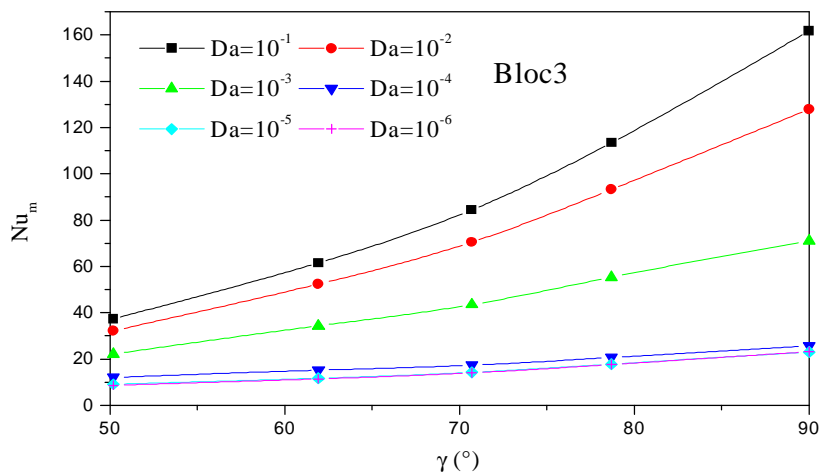
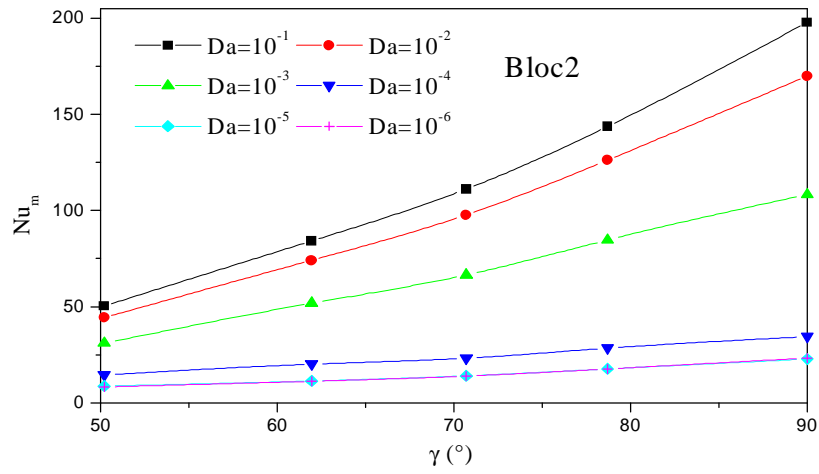
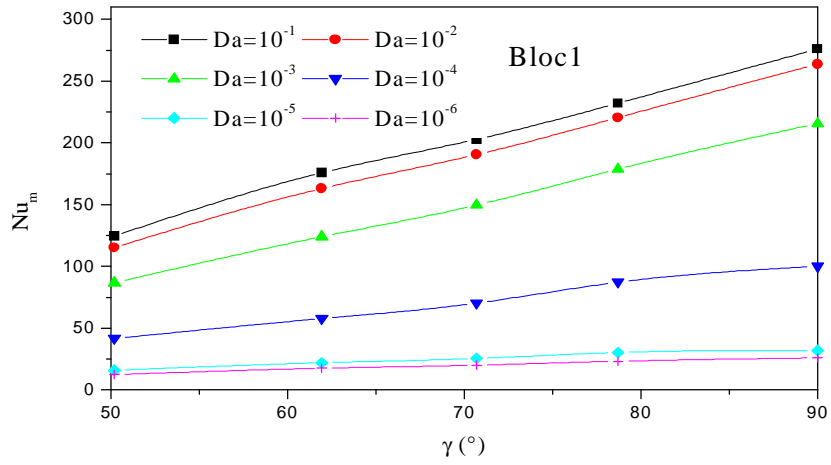


Figure V.44 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec la forme des blocs : $Re=300$, $R_c=100$ et $H_p=0.6$.

V.4 Etude comparative

Dans ce qui suit nous allons comparer qualitativement, nos résultats avec ceux d'une étude expérimentale similaire effectuée au sein du Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux par Allet et Saïdani [24].

- Description de l'expérience :

Dans ce travail il s'agissait d'étudier expérimentalement l'effet de la forme d'un bloc poreux en aluminium, chauffé à flux constant et placé sur la paroi inférieure de la veine d'essai d'une soufflerie subsonique sur le transfert convectif.

Le bloc poreux est obtenu en effectuant des perforations cylindriques dans toutes les directions. Ainsi trois types de blocs ont été traités: PF5 correspondant à un diamètre des trous de 5mm, PF3 pour lequel les trous ont un diamètre de 3mm et PF3-5 constitué d'un mélange de trous de 5mm et 3mm de diamètre.

Plusieurs formes de blocs ont été considérés allant de la forme rectangulaire ($\alpha = 0^\circ$) à la forme triangulaire ($\alpha = 22.5^\circ$). La correspondance entre l'angle de bloc γ considéré dans notre étude et celui pris en compte dans ce travail expérimental est : $\gamma = 90^\circ - \alpha$.

Les expériences ont été effectuées pour une large gamme de nombre de Reynolds se situant dans le régime turbulent. Deux situations ont été envisagées:

1) Cas à volume variable pour lequel l'épaisseur du bloc a été maintenue fixe

($H_p = \frac{h_p}{H} = 0.22$ où $h_p = 5\text{cm}$ est l'épaisseur du bloc et $H = 23\text{cm}$ la hauteur du canal)

et la forme a été variée en diminuant chaque fois le volume du bloc pour atteindre finalement la forme triangulaire.

La figure V.45 représente l'évolution du rapport des nombres de Nusselt moyens (nombre de Nusselt moyen en présence du bloc poreux / nombre de Nusselt moyen du canal lisse) avec la forme des blocs pour les différents types de blocs considérés. Il apparaît d'après cette figure qu'il est possible de trouver une forme optimale, autre que la forme rectangulaire, menant au plus grand taux de transfert de chaleur. Dans ce cas la forme trapézoïdale à $\alpha \approx 10^\circ$ ($\gamma = 80^\circ$) semble être la plus performante ce qui serait intéressant puisqu'on aura d'une part, un gain en matériau et d'autre part, moins de chutes de pression en comparaison à la forme rectangulaire.

Ce résultat est qualitativement similaire aux résultats obtenus en régime laminaire dans la présente étude et représentés à titre d'exemple sur les figures V.29 et V.35b où la meilleure forme pour $R_c \leq 3$ est la forme triangulaire.

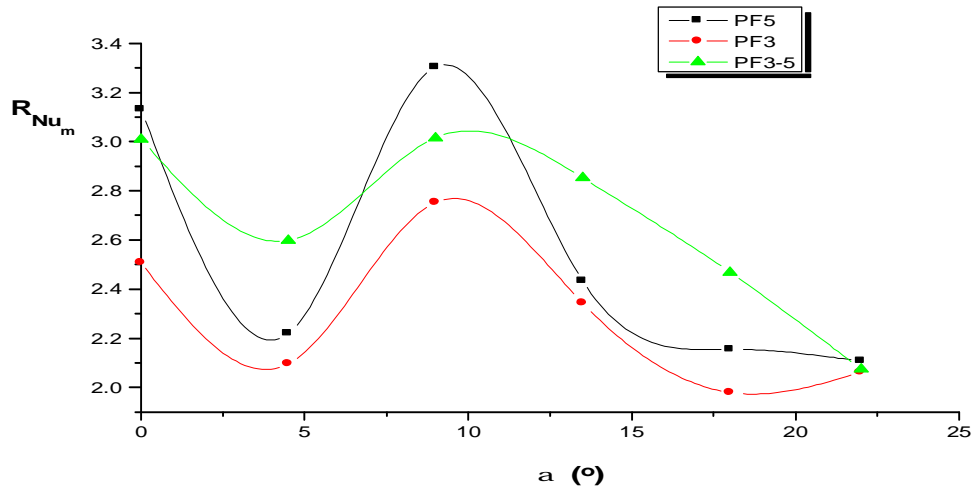


Figure V.45 : Evolution du rapport des nombres de Nusselt moyens avec la forme du bloc poreux, $Re= 14630$, $H_p= 0.22$: étude [24].

2) Cas à volume constant pour lequel le volume a été maintenu constant en allant d'une forme à une autre en variant son épaisseur. La plus grande épaisseur correspond à la forme triangulaire ($h_p= 5\text{cm}$) alors que la plus faible correspond à la forme rectangulaire ($h_p= 2.5\text{cm}$).

Les résultats concernant l'évolution du nombre de Nusselt moyen et la chute de pression avec le nombre de Reynolds sont illustrés sur les figures V.46 et V.47 respectivement. Il apparaît tout d'abord, que le plus grand taux de transfert de chaleur est obtenu cette fois-ci avec la forme triangulaire quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds. Cependant, cette forme conduit aux plus grandes chutes de pression dans la veine d'essai à cause de l'épaisseur du bloc qui est la plus importante dans ce cas.

Des résultats similaires ont été aussi retrouvés dans la présente étude (voir figures V.41, V.42).

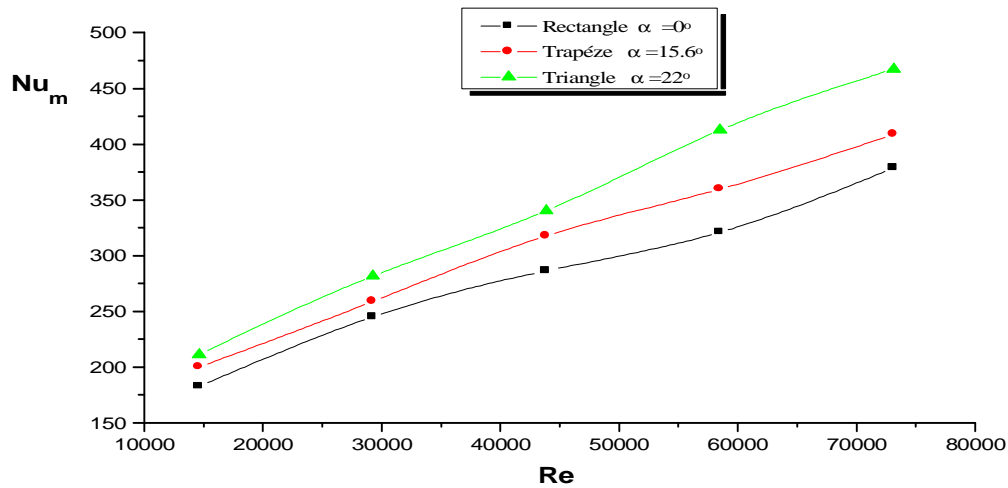


Figure V.46 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Reynolds, PF5: étude [24].

Cette ressemblance, quoique qualitative, entre les résultats numériques de cette étude en régime laminaire et celui du travail expérimental, en régime turbulent vient d'une part, valider les résultats obtenus et d'autre part, confirmer qu'il est possible de trouver des formes optimales conduisant à une amélioration du transfert de chaleur, gain en matière et chutes de pression modérées.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté et discuté des différents résultats obtenus. Plusieurs paramètres (physiques, géométriques et thermique) relatifs au milieu poreux, à l'écoulement et au transfert de chaleur ont été introduits afin d'étudier leur influence sur la structure des champs dynamique et thermique. Il a été mis en évidence que l'épaisseur et la forme des blocs poreux, le nombre de Darcy, le nombre de Reynolds et le rapport des conductivités thermiques sont des paramètres pertinents dans l'amélioration du transfert de chaleur.

Conclusion générale

Le présent travail est une modélisation numérique de la convection forcée dans un canal muni de blocs poreux de différentes formes en vue de l'amélioration des échanges convectifs. L'écoulement dans les régions poreuses a été décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forcheimer en utilisant des hypothèses simplificatrices, et le système d'équations obtenu avec les conditions aux limites associées a été résolu par la méthode des volumes finis. Après élaboration du code de calcul, basé sur l'algorithme SIMPLE, nous avons procédé à sa validation par une comparaison avec des travaux antérieurs. Les résultats obtenus ont été exploités en mettant en évidence l'influence de plusieurs paramètres physiques, géométriques et thermique (nombre de Darcy, nombre de Reynolds, forme, largeur et épaisseur des blocs poreux et rapport des conductivités thermiques) sur la structure des champs dynamique et thermique.

Les principaux résultats obtenus peuvent se résumer comme suit:

- ▼ Sur le plan dynamique : à des perméabilités modérées, il y a apparition de zones de recirculation en amont de chaque blocs poreux qui tendent à diminuer de taille et même disparaître en allant vers la forme triangulaire. Aux faibles nombres de Darcy, la taille de ces zones de recirculation augmente et elles occupent tout l'espace entre deux blocs successifs. L'étendue de la zone tourbillonnaire en aval du dernier bloc est réduite en largeur avec cependant une épaisseur plus grande.

- ▼ Sur le plan thermique :
 - Dans le cas de volume variable, le meilleur taux de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire à des faibles épaisseurs des blocs poreux, cela est dû au fait que l'écoulement se fait principalement dans la zone non poreuse et le contact du fluide est beaucoup plus au niveau de la surface externe. Cependant, l'accroissement de H_p a permis de montrer que la forme rectangulaire est la plus performante essentiellement aux grandes perméabilités
 - L'examen de l'effet du rapport des conductivités thermiques, révèle que quelle que soit la valeur du nombre de Darcy, l'effet de R_c sur Nu_g est plus important sur la forme rectangulaire qui devient, pour des valeurs de ce rapport supérieures à l'unité, la forme optimale.

- A volume constant, en faisant varier l'épaisseur des blocs, le maximum de transfert de chaleur est obtenu avec la forme triangulaire. Cette forme reste performante en augmentant le rapport des conductivités thermiques. Cependant, en faisant varier la largeur des blocs la forme rectangulaire est alors celle qui conduit au plus grand taux de transfert de chaleur quelle que soit les valeurs de Da et H_p .

Pour conclure, on peut dire que pour obtenir une bonne amélioration du transfert de chaleur, il faudra faire un choix judicieux en combinant les effets de la forme, de l'épaisseur et la perméabilités des blocs poreux ainsi que le rapport des conductivités thermiques.

REERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Site Internet: WWW.Heat Transfer.TORONTO.UC.COM
- [2] E. Scheidegger, "The physics of flow through porous media", University of Toronto Press, 3rd Edition (1974).
- [3] Dullien, "Porous Media, fluid transport and pore structure", Academic Press, 2nd Edition (1992).
- [4] A. Hadim, "Forced convection in a porous channel with localised heat sources", J. Heat Transfer, 118 (1994), 465-472.
- [5] P.C. Huang and K. Vafai, "Analysis of forced convection enhancement in a channel using porous blocks", J. Thermophysics and Heat Transfer, 8 (1994), No. 3, 563-573.
- [6] H.J. Sung, S.Y. Kim and J.M. Hyun, "Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium", Int. J. Heat and Fluid Flow, 16 (1995), 527-535.
- [7] W.S. Fu, H.C. Huang and W.Y. Liou, "Thermal enhancement in laminar channel flow with a porous block", Int. J. Heat Mass Transfer, 39 (1996), No. 10, 2165-175.
- [8] S. Chikh, A. Boumediene, K. Bouhadeef and G. Lauriat, "Analysis of fluid flow and heat transfer in a channel with intermittent heated porous blocks", Heat Mass Transfer, 33 (1998), 405-413.
- [9] C. Cui, X.Y. Huang and C.Y. Liu, "Forced convection in a porous channel with discrete heat sources", ASME J. Heat Transfer, 123 (2001), 404-407.
- [10] S. Kiwan and M.A. Al-Nimr, "Using porous fins for heat transfer enhancement", ASME J. Heat Transfer, 123 (2001), 790-795.
- [11] O.N. Sara, T. Pekdimir, S. Yapici and M. Yilmaz, "Heat transfer enhancement in a channel flow with perforated rectangular blocks", Int. J. Heat and Fluid Flow, 22 (2001), 509-518.
- [12] D. Angirasa, "Experimental investigation of convective heat transfer augmentation with metallic fibrous materials", Int. J. Heat Transfer, 45 (2002), 919-922.
- [13] K.S. Chiem and Y. Zhao, "Numerical study of steady/unsteady flow and heat transfer in porous media using a characteristics-based matrix-free implicit FV method on unstructured grids", Int. J. Heat and Fluid Flow, 25 (2004), 1015-1033.
- [14] K. Hadjadj, "Analyse expérimentale du transfert de chaleur par convection dans un canal muni des blocs poreux", Mémoire de Magister (2006), FGM & GP.

- [15] E.M. Sparrow and V.B. Grannis, "Pressure drop characteristics of heat exchangers consisting of arrays of diamond-shaped pin fins", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34 (1991), No. 3, 509-600.
- [16] W.S. Fu and H.C. Huang, "Thermal performances of different shape porous blocks under impinging jet", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 40 (1996), No. 10, 2261-2272.
- [17] J.Y. Yun and K.S. Lee, "Investigation of heat transfer characteristics on various kinds of fin-and-tube heat exchangers with interrupted surfaces", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 31 (1999), 1264-1274.
- [18] G. Tanda, "Heat transfer and pressure drop in a rectangular channel with diamond-shaped elements", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 44 (2001), 3529-3541.
- [19] B. Kundu, "Performance analysis and optimization of absorber plates of different geometry for a flat-plate solar collector: a comparative study", *Applied Thermal Engineering*, 22 (2002), 999-1012.
- [20] O. Leon, G.D. Mey and E. Dick, "Study of the optimal layout of cooling in forced convection cooling", *Microelectronics Reliability*, 42 (2002), 1101-1111.
- [21] R.S. Matos, J.V.C. Varges, T.A. Laursen and A. Bejan, "Optimally staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 47 (2004), 1347-1359.
- [22] R. Ricci and S. Montelpare, "An experimental IR thermographic method for the evaluation of the heat transfer coefficient of liquid-cooled short pin fins arranged in line", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30 (2006), 381-391.
- [23] S. V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Mc Graw Hill, New York (1980).
- [24] M. Allet et M. Saidani, "Etude expérimentale du transfert convectif dans un canal muni d'un bloc poreux : Effet de la forme du bloc", *Mémoire d'Ingénieur d'Etat* (2006), FGM & GP