

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
U.S.T.H.B.

Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En: Génie des Procédés

Spécialité : Génie des Procédés Industriels

Par : Ahlem BOUDIAF

THEME

***Convection mixte entre deux plans parallèles
munis de blocs chauffants fixés sur la paroi
supérieure***

Soutenu le ٠٣/٠٧/٢٠١٢, devant la commission d'examen

Mme F. BENTAHAR
Mr Y.K. BENKAHLA
Mme H. KAHALERRAS
D.AMEZIANI
Mr R. NEBBALI

Professeur à l'USTHB
Maître de Conférences A à l'USTHB
Professeur à l'USTHB
Maître de Conférences A à l'USTHB
Maître de Conférences A à l'USTHB

Présidente
Directeur de mémoire
Examinatrice
Examinateur
Invité

Remerciements

J'ai mené ce travail de recherche au sein du laboratoire de simulation numérique des écoulements de la faculté de Génie mécanique et de Génie des procédés

Mes remerciements les plus sincères s'adressent à tous ceux qui, de près ou de loin, directement ou indirectement, par leur compétence, leur aide ou leur amitié, ont contribué à mener cette étude à bien.

Je voudrais tout d'abord remercier Monsieur **Y.K.BENKAHLA** pour avoir accepté de diriger ce mémoire, pour m'avoir accordé sa confiance, son soutien et son amitié dans le contexte de ce travail

Je suis profondément reconnaissante à Madame **F.BENTAHAR**, professeur à la faculté de Génie des Procédés, pour avoir accepté la présidence du jury.

Je remercie vivement les membres du jury : Madame **H.KAHALERRAS**, professeur à la faculté de Génie Mécanique et Monsieur **D.AMEZIANI**, Maitre de conférences à la faculté de Génie Mécanique, pour avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leurs temps à la lecture de ce mémoire.

Je remercie également Monsieur **R.NEBBALI**, Maitre de conférences à la faculté de Génie Mécanique, d'avoir accepté mon invitation à participer au jury de ce mémoire.

Je tiens aussi à témoigner ma gratitude envers Monsieur **A.BOUTRA**, Doctorant à la faculté de Génie des Procédés, pour son aide précieuse et sa disponibilité permanente à mon égard. Son enthousiasme et son ingéniosité sont particulièrement motivants.

Ma gratitude s'adresse également à Madame **N.LABSI**, Chargé de cours à la faculté de Génie des Procédés, pour son aide et ses conseils, Monsieur **M.MELLAL**, , Chargé de cours à la faculté de Génie des Procédés, Madame **H.ABCHICHE** et Madame **N.SAHRAOUI** pour leurs conseils.

Je remercie enfin mon amie et collègue du laboratoire, Mademoiselle **F.DANANE** pour son soutien et son aide durant ces années.

Sommaire

Introduction générale	1	
Chapitre I : Synthèse bibliographique		
Introduction	3	
Synthèse bibliographique	3	
I.1 Ecoulement en mode de convection forcée	3	
I.2 Ecoulement en mode de convection mixte	5	
I.3 Sources de chaleur en présence de milieu poreux	9	
I.4 Ecoulement des liquides en présence de sources	10	
I.5 Ecoulement des liquides non newtonien	11	
Conclusion	13	
Chapitre II : Formulation mathématique		
Introduction	14	
II.1 Géométrie du problème	14	
II.2 Mise en équations du problème	15	
II.3 Ecriture Adimensionnelle des équation	17	
II.4 Conditions aux limites	18	
II.5 Présentation de l'équation générale du transport	19	
Conclusion	20	
Chapitre III : Modélisation numérique		
Introduction	21	
III.1 Principe de la méthode des volumes finis.	21	
III.2 Discrétisation des équations mathématiques	22	
III.3 Schémas d'interpolation		24
III.4 Traitement du terme source	24	
III.5 Application aux équations considérées dans ce travail	25	
III.5.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X	25	
III.5.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y	26	
III.5.3 Discrétisation de l'équation de l'énergie	27	
III.6 Résolution du système d'équation	28	
III.7 Méthode de résolution	29	
III.8 Technique de la zone inactive	32	
III.9 Critère de convergence	32	
Conclusion	33	
Chapitre IV : Résultats et discussion		

Introduction	34
IV.1. Présentation des résultats	34
IV.2. Validation du code de calcul	35
a) 1 ^{re} test de validation	35
b) 2 ^{ème} test de validation	36
c) 3 ^{ème} test de validation	37
IV.3. Sensibilité des résultats au maillage	38
IV.4. Effet du nombre de Reynolds	39
IV.4.1. Champs hydrodynamique	39
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	39
• Cas du fluide newtonien (n=1)	40
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	40
IV.4.2. Champs thermique	41
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	41
• Cas du fluide newtonien (n=1)	42
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	43
IV.5. Effet de la hauteur des obstacles	44
IV.5.1. Champs hydrodynamique	44
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	44
• Cas du fluide newtonien (n=1)	46
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	48
IV.5.2. Champs thermique	50
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	50
• Cas du fluide newtonien (n=1)	52
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	53
IV.6. Effet de la distance de séparation des deux obstacles	54
IV.6.1. Champs hydrodynamique	54
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	54
• Cas du fluide newtonien (n=1)	54
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	55
IV.6.2. Champs thermique	56
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	56
• Cas du fluide newtonien (n=1)	57
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	57
IV.7. Effet de la fonction de dissipation visqueuse	58
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	58
• Cas du fluide newtonien (n=1)	59
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	59
IV.8. Effet du rapport de conductivité	60
• Cas du fluide rhéofluidifiant (n=0.5)	60
• Cas du fluide newtonien (n=1)	61
• Cas du fluide rhéoépaississant (n=1.5)	63
IV.9. Effet du nombre de Richardson	64
IV.9.1. Champs hydrodynamique	64
IV.9.2. Champs thermique	67
IV.10. Effet de la distance de séparation	68
IV.9.1. Champs hydrodynamique	68
IV.9.2. Champs thermique	70

Conclusion générale	۷۳
Références bibliographiques	۷۵
Annexes	۷۷

Liste des Figures

Fig. I.1 :	Géométrie considérée par les auteurs de la référence [1]	3
Fig. I.2 :	Géométrie considérée dans la référence [2]	4
Fig. I.3 :	Géométrie considérée dans la référence [4]	4
Fig. I.4 :	Profil de vitesse d'après la référence [6]	5
Fig. I.5 :	Géométrie considérée dans la référence [10]	6
Fig. I.6 :	Géométrie considérée dans la référence [11]	7
Fig. I.7 :	Géométrie considérée dans la référence [16]	8
Fig. I.8 :	Géométrie considérée dans la référence [18]	9
Fig. I.9 :	Géométrie considérée dans la référence [19]	10
Fig. I.10 :	Géométrie considérée dans la référence [24]	10
Fig. I.11 :	Géométrie considérée dans la référence [31]	12
Fig. II.1 :	Géométrie du problème physique traité	14
Fig. III.1 :	Volume de contrôle typique	22
Fig. III.2 :	Discrétisation de la configuration	22
Fig. IV.1 :	Schématisation des faces et des dimensions des deux obstacles	24
Fig. IV.2 :	Géométrie du problème considéré par YOUNG et VAFAI	25
Fig. IV.3 :	Comparaison entre les valeurs du nombre de Nusselt Young et al [32] et les nôtres.	25
Fig. IV.4 :	Géométrie du problème considéré par HABCHI et ACHARYA	26
Fig. IV.5 :	Validation du code du calcul par comparaison avec les résultats de HABCHI et ACHARYA [6] et concernant le profil de vitesse longitudinale. $X = 1, 2$; $Re = 10^5$	26
Fig. IV.6 :	Géométrie du problème considéré par R. NEBBALI et al	27
Fig. IV.7 :	Comparaison entre les profils de vitesse longitudinale obtenus par R. Nebbali et al [31] et les nôtres. $X = 0, 1$; $Da = 10^{-7}$	27
Fig. IV.8 :	Nombre de Nusselt local relevé sur la face horizontale B'C' du premier obstacle, pour différentes tailles de maillage	28
Fig. IV.9 :	Maillage non uniforme utilisé suivant la direction longitudinale	29
Fig. IV.10 :	Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant.	29

$(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$, $Ri = 1,0$. (a) : $Re = 100$; (b) :
 $Re = 200$ et (c) : $Re = 400$

Fig. IV.11.	Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$, $Ri = 1,0$. (a) : $Re = 100$; (b) : $Re = 200$ et (c) : $Re = 400$	40
Fig. IV.12.	Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$, $Ri = 1,0$. (a) : $Re = 100$; (b) : $Re = 200$ et (c) : $Re = 400$	41
Fig. IV.13.	Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$; $Ri = 1,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	42
Fig. IV.14.	Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1$; $Ri = 1,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	43
Fig. IV.15.	Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$; $Ri = 1,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	43
Fig. IV.16.	Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant. (a) : $h_1 = h_2$; (b) : $h_1 = (h_2/2)$ (c) : $h_1 = 2 h_2$. $n = 1,0$	40
Fig. IV.17.	Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle correspondant aux positions (a) $X = 1,490$; (b) $X = 2,006$ (c) $X = 3,210$. $n = 1,0$	46
Fig. IV.18.	Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant. (a) : $h_1 = h_2$; (b) : $h_1 = (h_2/2)$ (c) : $h_1 = 2 h_2$. $n = 1$	47
Fig. IV.19.	Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle correspondant aux positions (a') $X = 1,490$; (b') $X = 2,006$ (c') $X = 3,210$. $n = 1$	48
Fig. IV.20.	Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant. (a) : $h_1 = h_2$; (b) : $h_1 = (h_2/2)$ (c) : $h_1 = 2 h_2$. $n = 1,0$	49
Fig. IV.21.	Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle correspondant aux positions (a') $X = 1,490$; (b') $X = 2,006$ (c') $X = 3,210$. $n = 1,0$	50
Fig. IV.22.	Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local. $Re = 100$; $k_s/k_f = 1,0$; $n = 1,0$	51
Fig. IV.23.	Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local. $Re = 100$; $k_s/k_f = 1,0$; $n = 1$	52
Fig. IV.24.	Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local. $Re = 100$; $k_s/k_f = 1,0$; $n = 1,0$	53

Fig. IV.20.	Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant. $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 0,0$	04
Fig. IV.21.	Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant. $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 1$	00
Fig. IV.22.	Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant. $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 1,0$	06
Fig. IV.23.	Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	06
Fig. IV.24.	Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	07
Fig. IV.25.	Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	07
Fig. IV.26.	Effet de la dissipation visqueuse sur le Nombre de Nusselt pour $n = 0,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	08
Fig. IV.27.	Effet de la dissipation visqueuse sur le Nombre de Nusselt pour $n = 1$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	09
Fig. IV.28.	Effet de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt pour $n = 1,0$ (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	09
Fig. IV.29.	Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 0,0$. (a) : $K = 1$. (b) $K = 10$. (c) : $K = 0,1$. (d) : $K = 100$	10
Fig. IV.30.	Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité $Re = 100$; $n = 0,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	11
Fig. IV.31.	Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 1$. (a) : $K = 1$. (b) : $K = 10$. (c) : $K = 0,1$. (d) : $K = 100$	12
Fig. IV.32.	Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité, $Re = 100$; $n = 1$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	12
Fig. IV.33.	Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 1,0$. (a) : $K = 1$. (b) : $K = 10$. (c) : $K = 0,1$. (d) : $K = 100$	13
Fig. IV.34.	Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité, $Re = 100$; $n = 1,0$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	14
Fig. IV.35.	Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 0,0$. (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 40$. (c) : $Ri = 100$	10
Fig. IV.36.	Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 1$. (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 40$. (c) : $Ri = 100$	16
Fig. IV.37.	Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 1,0$. (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 40$. (c) : $Ri = 100$	16

Fig. IV. 43.	Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1, 2$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	67
Fig. IV. 44.	Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	67
Fig. IV. 45.	Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1, 2$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	68
Fig. IV. 46.	Effet de l'espacement entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 100$; $K = 10$; $n = 1, 2$. (a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$	69
Fig. IV. 47.	Effet de l'espacement entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 100$; $K = 10$; $n = 1$. (a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$	69
Fig. IV. 48.	Effet de l'espacement entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 100$; $K = 10$; $n = 1, 2$. (a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$	70
Fig. IV. 49.	Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1, 2$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	71
Fig. IV. 50.	Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	71
Fig. IV. 51.	Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1, 2$. (a) : 1 ^{er} obstacle. (b) : 2 ^{ème} obstacle	71

NOMENCLATURE

Br	Nombre de Brinkman
C	Hauteur adimensionnelle du bloc
C_p	chaleur spécifique du fluide
H	Hauteur adimensionnelle de la conduite
k	Coefficient de consistance
K	Rapport de conductivité thermique
l	Espacement entre l'entrée et le premier obstacle
L	Longueur adimensionnelle de la conduite
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
P^*	Pression statique adimensionnelle du fluide
q	Densité de flux surfacique, W/m^2
Q	Densité de flux de chaleur, W/m^2
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
Ri	Nombre de Richardson
S	Espace entre les deux blocs
Sc	Partie constante du terme source linéarisé
Sp	Coefficient de ϕ_p dans l'expression du terme source linéarisé
T	Température
T_r	Température de référence
U	Vitesse moyenne, m/s
U	Vitesse longitudinale adimensionnelle
V_x	Vitesse longitudinale, m/s
V_y	Vitesse transversale, m/s
V	Vitesse transversale adimensionnelle
W	Longueur adimensionnelle du bloc
x	Coordonnée longitudinale, m
y	Coordonnée transversale, m
X	Coordonnée longitudinale adimensionnelle
Y	Coordonnée transversale adimensionnelle

Symboles grecs

α_ϕ	Facteur de sous relaxation
β	Coefficient de dilatation thermique
D	Coefficient de diffusion
ϕ	Variable dépendante
ϵ	Fonction de dissipation visqueuse
λ	Constante utilisée dans l'équation de l'énergie
μ	Viscosité dynamique du fluide, Pa s
θ	Température adimensionnelle
ρ	Masse volumique du fluide, kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement Pa

τ_w Contrainte de cisaillement à la paroi Pa
 τ_{ij} Contrainte visqueuse

Indices

e entrée
f fluide
s solide

Exposant

n indice d'écoulement

Introduction générale

La convection est un des principaux mécanismes de transfert thermique se produisant dans les échangeurs de chaleur, composants électroniques ou réacteur nucléaire. C'est un mode de transport de l'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu (liquide ou gaz).

Dans le but d'accroître l'échange de chaleur par convection pour une configuration donnée, on a souvent recours à modifier la géométrie du système afin de créer un mouvement secondaire ainsi qu'un mélangeage très important du milieu fluide. Durant ces dernières années, plusieurs géométries ont été développées, parmi elles, les obstacles collés sur la surface d'échange qui perturberont périodiquement les couches limites hydrodynamiques et thermiques. Par conséquent, l'utilisation de ces obstacles améliore le transfert de chaleur et entraîne des chutes considérables de pression dans l'écoulement. Le développement de ces géométries nécessite une bonne maîtrise des phénomènes physiques qui a donné naissance à certaines techniques expérimentales mais aussi, qui a permis d'améliorer les stratégies de modélisation des écoulements.

La littérature a révélé que l'utilisation de ces obstacles améliore d'une manière significative le transfert thermique lors de l'écoulement des fluides newtoniens. Par contre, leur utilisation dans le cas des fluides non newtoniens n'a pas encore été entreprise par les chercheurs. A cet effet, la présente étude portera sur l'analyse des caractéristiques hydrodynamique et thermique lors du chauffage d'un fluide non newtonien, obéissant au modèle rhéologique d'Ostwald-De Waele, par le biais de ces sources génératrices de chaleur.

Le fluide en question, circule entre deux plans parallèles. Ces derniers sont munis de deux obstacles placés sur la paroi supérieure. Les deux plans sont supposés adiabatiques et les deux obstacles sont considérés comme étant des sources génératrices de chaleur. Cette étude est constituée de quatre parties :

La première partie portera sur le recensement des travaux comparables traitant de l'écoulement des fluides newtoniens dans des géométries contenant des sources de chaleur qu'elles soient solides ou poreuses. Des généralités sur la rhéologie des fluides non newtoniens, en particulier le fluide obéissant au modèle d'Ostwald - De Waele, et une synthèse bibliographique portant sur leur écoulement dans différentes géométries, seront également présentées dans cette partie.

La deuxième partie sera consacrée à la mise en équations mathématiques du problème physique considéré. En effet, dans cette partie seront exposées les différentes équations régissant l'écoulement, à savoir : l'équation de continuité, les équations de l'impulsion et l'équation de l'énergie en y adjoignant la loi rhéologique décrivant le comportement du fluide en question. La résolution de ces équations ne sera complète que par la prise en compte des conditions aux limites.

La modélisation numérique des équations de transport établies dans la partie précédente fera l'objet de la troisième partie. Cette dernière exposera aussi la méthode

numérique utilisée pour la discrétisation des équations générales de conservation ainsi que la méthode de résolution.

La quatrième et dernière partie sera consacrée à la présentation des différents résultats obtenus lors de la simulation numérique en utilisant le code de calcul développé et adapté à la configuration choisie. Cette partie sera entamée par la validation de ce code et ce, en comparant nos résultats avec ceux de la littérature. Cette validation sera suivie d'une étude portant sur l'influence du maillage. Une étude paramétrique sera entreprise par la suite. Elle concerne l'effet de plusieurs paramètres sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement, à savoir : le nombre de Reynolds, le rapport de conductivité thermique ainsi que la variabilité des dimensions des deux obstacles et de la distance qui les sépare. L'effet de la dissipation visqueuse sera également mis en évidence. Cette étude paramétrique sera effectuée en considérant le transfert thermique en mode de convection forcée pure puis en mode de convection mixte.

Les étapes de la présente étude ainsi que les principaux résultats obtenus seront résumés dans une conclusion générale.

Chapitre I : Synthèse bibliographique

Introduction

De nombreux procédés industriels, en particulier ceux relatifs à l'industrie agro-alimentaire, chimique, pétrochimique et pharmaceutique font subir chauffage et/ou refroidissement aux fluides mis en jeu. Ces fluides présentent très souvent un comportement non newtonien. Si les mécanismes de la convection thermique semblent actuellement être maîtrisés dans le cas des fluides newtoniens, peu de travaux en revanche ont porté sur la convection des fluides non newtoniens dans des géométries complexes.

Synthèse bibliographique

L'utilisation des obstacles solides dans les échangeurs de chaleur ou pour le cas des composants électroniques révèle une grande importance pour l'amélioration de la production ou de l'élimination de la chaleur. Ne pas maîtriser l'évacuation de la chaleur dans ces cas revient à fabriquer des échangeurs ou des modules n'offrant pas toutes les garanties de bon fonctionnement et de fiabilité.

Dans cette perspective, nombreux, sont les travaux effectués par les chercheurs et les scientifiques concernant la convection sous ses trois formes, qu'ils soient numériques ou expérimentaux. Parmi ces travaux, citons :

I.1. Ecoulement en mode de convection forcée

Une étude numérique sur le refroidissement, par convection forcée, d'un ensemble de sources de chaleur montées sur la paroi inférieure d'un canal a été menée par Young et al [1].

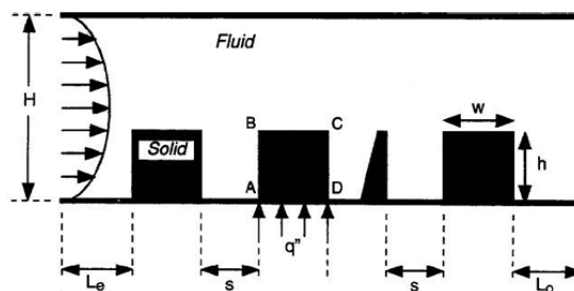


Fig. I.1 : Géométrie considérée par les auteurs de la référence [1].

L'objectif principal de leur travail était d'étudier l'effet des variations de la hauteur, de la largeur et de la conductivité thermique de la source et aussi l'influence du nombre de Reynolds sur le comportement hydrodynamique et thermique. Les résultats montrent que la forme et la nature du matériau utilisé, pour la source de chaleur, ont des effets considérables sur les caractéristiques de l'écoulement et ceux du transfert thermique.

Korichi et Oufer [3] ont étudié numériquement le transfert de chaleur convectif, entre un fluide et trois obstacles, montés sur les deux parois d'un canal rectangulaire : deux obstacles placés sur la paroi inférieure et le dernier sur la paroi supérieure. Ils ont montré que la transition de l'écoulement de l'état stationnaire à l'état instationnaire s'effectue à de faibles valeurs du nombre de Reynolds quand un obstacle est placé sur la paroi supérieure.

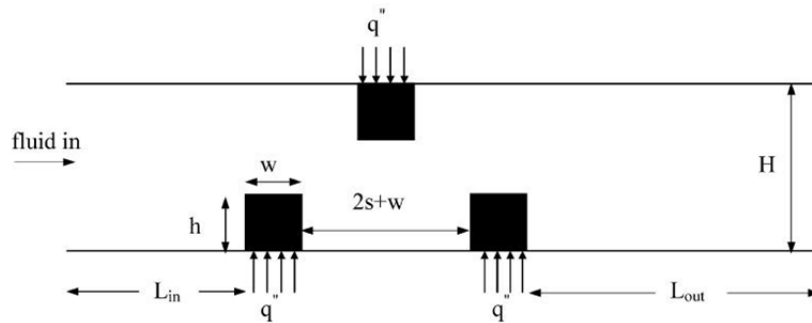


Fig. I.3 : Géométrie considérée dans la référence [3].

Ils ont aussi constaté qu'avec l'augmentation du nombre de Reynolds, la chaleur dégagée par les obstacles augmente sensiblement avec une évacuation maximale au niveau des coins des obstacles. Par ailleurs, ils ont observé que la différence de température entre les trois obstacles diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

Kim et al [4] ont effectué une investigation sur l'écoulement pulsatif et les caractéristiques du transfert thermique qui l'accompagnent, en présence de deux blocs chauffés. A l'entrée du canal, une vitesse longitudinale $U_i = U \cdot [1 + A \sin(\omega\tau)]$ est imposée ainsi qu'une température uniforme T_c . Les résultats obtenus indiquent que la recirculation des écoulements derrière les blocs situés en aval et entre les blocs est affectée substantiellement par le nombre de Strouhal ($St = f H/U$) et par l'espace entre les blocs.

Une simulation numérique de la convection forcée entre deux plans parallèles, munis d'un seul obstacle placé sur la paroi inférieure, a été entreprise par Yang et al [5].

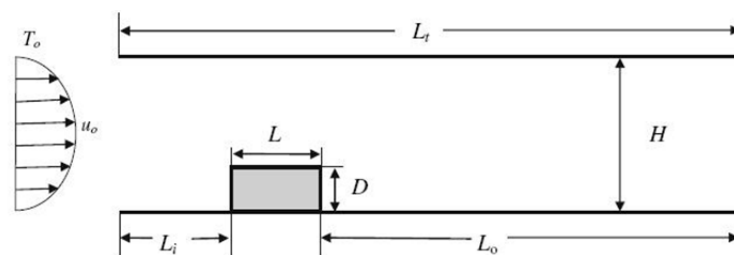


Fig. I.4 : Géométrie considérée dans la référence [5].

Les deux plans sont adiabatiques et l'obstacle est à une température constante. Les effets du nombre de Reynolds, du rapport de conductivité thermique et de la dimension du bloc ont été étudiés. Ils ont trouvé que le rapport de forme optimal de l'obstacle, correspondant au taux du transfert thermique maximal, augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, mais diminue avec l'augmentation rapport de conductivité thermique.

Bazylak et al. [6] ont fait une analyse numérique estimative du transfert thermique généré par un ensemble de sources, disposées sur la paroi inférieure d'une enceinte horizontale. Ils ont trouvé que les taux optimums de transfert thermique et le début de

l'instabilité thermique dépend de la longueur et de l'espacement des sources entre elles et du rapport d'aspect de l'enceinte. La transition du régime conductif au régime convectif est caractérisée par une gamme de valeurs du nombre de Rayleigh; et cette dernière diminue en augmentant la longueur de la source. En outre, pour de petites longueurs de la source de chaleur la structure de la cellule de Rayleigh-Bénard se transforme en de petites cellules larges, caractéristiques d'un important transfert thermique à la suite duquel, une bifurcation caractérisée par l'existence d'instabilités dans le système physique est obtenue.

I.2. Ecoulement en mode de convection mixte

Habchi et Acharya [6] ont fait une étude numérique de la convection mixte de l'air s'écoulant dans un canal vertical, contenant un obstacle placé sur l'une de ses parois supposée chauffée, alors que l'autre est considérée comme étant adiabatique ou chauffée (les deux cas ont été étudiés). Les résultats montrent qu'aux faibles nombres de Richardson, le maximum de la vitesse se trouve au voisinage de la paroi adiabatique, alors qu'aux grandes valeurs du nombre de Richardson, ce maximum se déplace vers la paroi chaude. Une cellule de recirculation apparaît en amont de l'obstacle, où les variations de la température sont faibles.

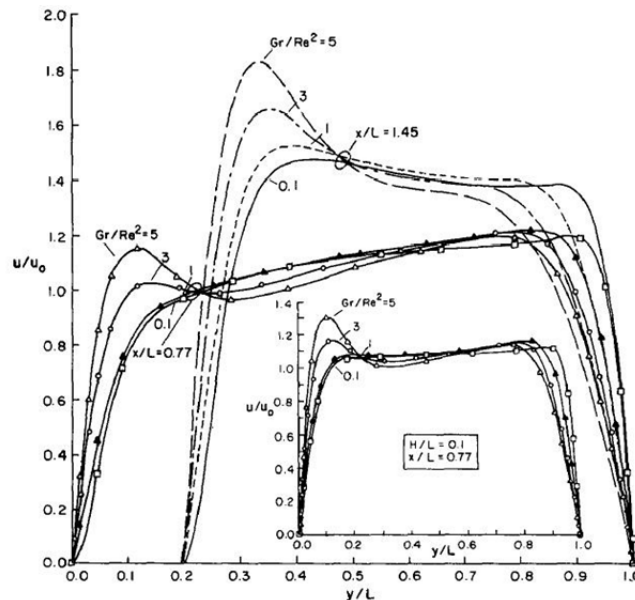


Fig. I.4 : Profil de vitesse d'après la référence [6].

Les valeurs du nombre de Nusselt moyen augmentent en amont et au niveau de l'obstacle, lorsque le nombre de Richardson diminue, mais diminue en amont de cet obstacle, pour de grands nombres de Rayleigh.

Madhusudhana et Narasimham [7] ont étudié numériquement la convection mixte dans un canal vertical, muni de sources de chaleur placées sur sa paroi gauche. Ils ont proposé des corrélations pour l'estimation de la température maximale ainsi que celle des vitesses dans le canal en fonction du nombre de Reynolds et de Grashof.

Kim et al [8] ont étudié numériquement les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique en mode de convection mixte au sein d'un canal muni de sources de chaleur attachées à une des parois du canal. Les résultats trouvés, qui se traduisent par la détermination du nombre de Nusselt local le long des surfaces des sources, la distribution de la température et la densité de flux de chaleur sur la surface des plaques, indiquent qu'on peut

affirmer que les hypothèses simplificatrices telles que les surfaces adiabatiques ou isothermes ne sont pas appropriées pour simuler le cas du refroidissement des équipements électroniques.

Une étude tridimensionnelle à l'intérieur d'une conduite horizontale rectangulaire, contenant des rangées de sources de chaleur, montées sur la paroi inférieure, a été présentée par Wang et Jaluria [1]. Le fluide considéré lors de cette étude est de l'air, qui entre à faible nombre de Reynolds. Ils ont montré qu'il y a quatre types d'écoulement : l'écoulement en rouleaux longitudinaux et en rouleaux transversaux, l'écoulement en mixture et enfin, l'écoulement chaotique. Les deux premiers types d'écoulements sont obtenus pour un nombre de Reynolds supérieur à 5 et des nombres de Grashof de l'ordre de 10^4 . Tandis que les deux autres types d'écoulement sont obtenus pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds $Re < 5$ et pour des nombres de Grashof élevés.

Hamouche et Bessaih [2] ont traité le cas de la convection mixte laminaire dans un canal contenant deux sources de chaleur identiques.

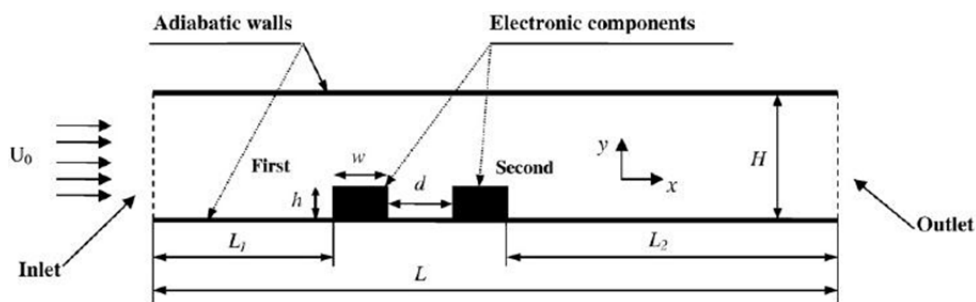


Fig. 1.1 : Géométrie considérée dans la référence [2].

Les effets du nombre de Reynolds, de la distance de séparation, de la hauteur et de la largeur des composants sur la structure des flux et transfert thermique à l'intérieur du canal ont été examinés. Ils ont montré que l'augmentation du nombre de Reynolds et de l'espacement entre les deux obstacles peuvent améliorer considérablement le refroidissement des deux composants. Ils ont aussi constaté que l'augmentation de la distance de séparation, de la hauteur et de la longueur des obstacles améliorent considérablement le taux de dissipation de la chaleur, conduisant à une amélioration du transfert thermique à l'intérieur du canal. Ils ont également montré que le nombre de Nusselt moyen relatif au premier composant est toujours supérieur à celui du second composant.

En fin, Hamouche et Bessaih ont proposé des corrélations pour le calcul du nombre de Nusselt moyen sur les deux obstacles :

- En fonction du nombre de Reynolds :

$$\overline{Nu}_1 = 1,12 Re^{0,13}$$

$$\overline{Nu}_2 = 0,64 Re^{0,12}$$

- En fonction de la distance de séparation entre les deux obstacles :

$$\overline{Nu}_1 = 1,71573 + 0,65618 d - 0,2876 d^2$$

$$\overline{Nu}_2 = 0,8211 + 0,75596 d$$

pour : $0,20 < d < 1$

- En fonction de la hauteur des obstacles :

$$\overline{Nu}_1 = 1,17852 + 3,02631(h/H)$$

$$\overline{Nu}_2 = 0,7296 + 0,68571(h/H) + 2,64(h/H)^2$$

pour $0,1 < (h/H) < 0,3$

- En fonction de la longueur des obstacles :

$$\overline{Nu}_1 = 1,41627 + 1,8119(w/H) - 0,29611(w/H)^2$$

$$\overline{Nu}_2 = 0,86087 + 0,79579(w/H) + 0,10603(w/H)^2$$

Pour $0,1 < (w/H) < 0,2$

Dans le même contexte, Boutina et Bessaïh [11] ont simulé le cas de la convection mixte dans un canal incliné, contenant des sources de chaleur, refroidies par de l'air.

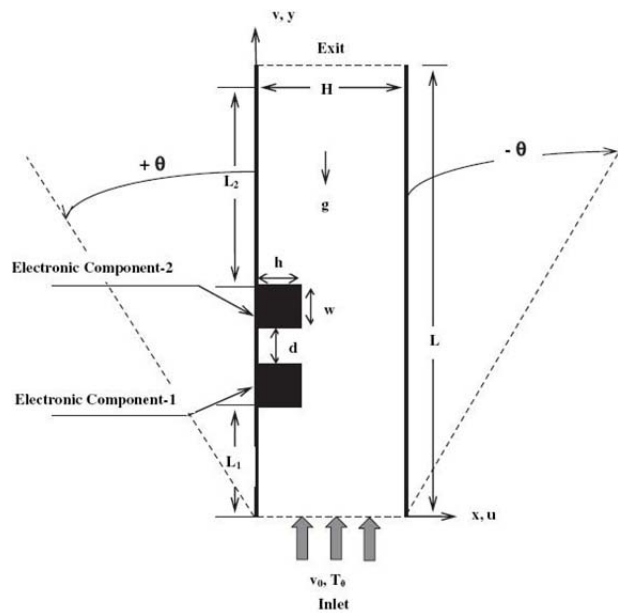


Fig. 1.1 : Géométrie considérée dans la référence [11].

L'effet du nombre de Reynolds, de l'inclinaison du canal et des dimensions des sources ont été étudiés. Il a été trouvé que le maximum taux du transfert thermique est obtenu pour un angle d'inclinaison du canal égal à 45° . Des corrélations du nombre du Nusselt moyen, pour les deux sources de chaleur, ont également été proposées.

Dogan et al. [12] ont étudié expérimentalement le transfert thermique par mode de convection mixte, dans un canal horizontal muni de sources de chaleur, placées sur ces deux parois chauffées à flux constant. Ils ont trouvé que la température des parois inférieure et supérieure augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof. Ils ont montré aussi que la température moyenne de la paroi supérieure est plus grande que celle de la paroi inférieure pour un aspect géométrique $AR = 2$.

Premachandran et Balaji [13] ont étudié numériquement la convection mixte dans un canal horizontal, contenant quatre sources de chaleur, montées sur la paroi inférieure. Les surfaces externes des parois du canal sont supposées être adiabatiques. L'objectif principal de leur travail a été d'étudier l'effet des forces de poussée (en d'autres termes, les force de flottabilité). Ils ont montré que la température diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ils ont aussi observé que l'augmentation du nombre de Grashof provoque une diminution linéaire de la température, sous l'effet du terme de flottabilité.

L'étude de l'inclinaison de deux plans parallèles, en présence d'un obstacle, a été entreprise par Yang et al [14]. Les résultats ont montré que le rapport de forme optimal augmente avec l'angle d'inclinaison pour un nombre de Richardson égal à 1, alors que pour $Ri < 1$, l'inclinaison n'a aucune influence.

Zeitoun et Ali [15] ont imaginé une configuration dans laquelle de l'air s'écoule dans une conduite contenant des obstacles à sections carrées et rectangulaires, de différentes dimensions. Les résultats font observer que l'augmentation du nombre de Rayleigh réduit l'épaisseur de la couche limite thermique sur la surface inférieure ainsi que sur la surface verticale du canal bien que, sur la face supérieure, et au milieu de celle-ci, l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre un faible effet sur la couche limite thermique.

Wu et al. [16] ont étudié numériquement et en régime stationnaire, l'effet d'une plaque oblique placée au-dessus de blocks chauffés placées dans un canal horizontal, sur l'amélioration des performances thermiques en mode de convection mixte.

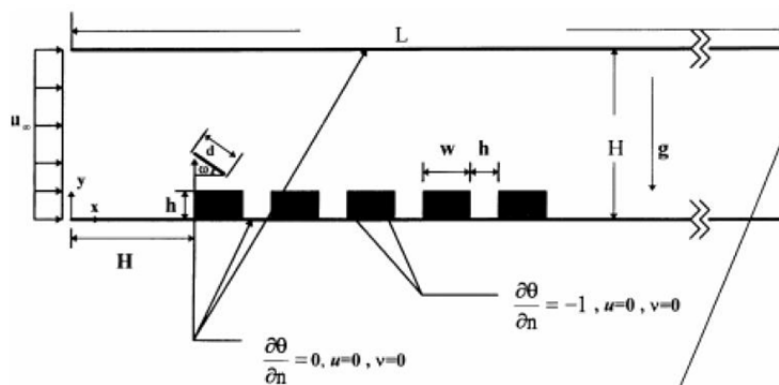


Fig. 1.6 : Géométrie considérée dans la référence [16].

Cette plaque est installée pour modifier l'écoulement à l'intérieur du canal, en produisant un tourbillon. Les résultats indiquent que l'installation d'une plaque oblique et l'association de l'effet de flottabilité au tourbillon ont une influence profonde sur l'amélioration des caractéristiques du transfert thermique et sur l'instabilité du champ d'écoulement.

1.5. Sources de chaleur en présence de milieu poreux

L'utilisation des sources chaleur avec un milieu poreux a intéressée beaucoup de chercheurs. Citons entre-autres :

Sung et al [14] qui ont analysé la convection forcée dans un canal muni d'un bloc poreux de hauteur variable. Deux configurations géométriques ont été considérées. Dans la première, le bloc est placé sur la paroi inférieure alors que dans la seconde, il est mis sur la paroi supérieure. Les effets de la perméabilité et de la hauteur du bloc poreux ainsi que ceux du rapport des conductivités thermiques et du nombre de Reynolds, sur les champs dynamique et thermique ont été étudiés. Les auteurs ont montré que l'augmentation du rapport des conductivités améliore le transfert thermique. Par ailleurs, ils ont conclu qu'un compromis entre amélioration du transfert de chaleur et perte de charge additionnelle est nécessaire pour juger de l'efficacité de cette technique.

Guerroudj et Kahalerras [15] ont étudié numériquement le transfert thermique en mode de convection mixte dans un canal horizontal muni de plusieurs blocs poreux de différentes formes placés sur la paroi inférieure du canal.

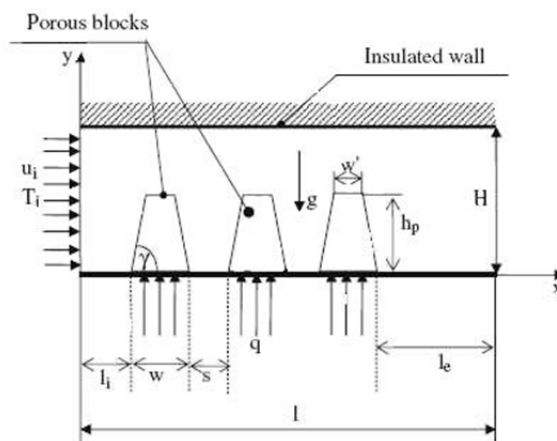


Fig. I.15 : Géométrie considérée dans la référence [15].

Ils ont trouvé que la forme des blocs peut changer sensiblement les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique. Ils ont aussi montré que les choix judicieux des paramètres de contrôle peuvent mener à un taux de transfert thermique plus élevé avec cependant une augmentation modérée de chute de pression.

L'intérêt de l'utilisation des milieux poreux pour le refroidissement des composants électroniques a été également exploré par Ould Amer et al [16]. A cet effet, ils ont considéré dans leur étude des blocs solides générateur de la chaleur, entre lesquels un substrat poreux est inséré.

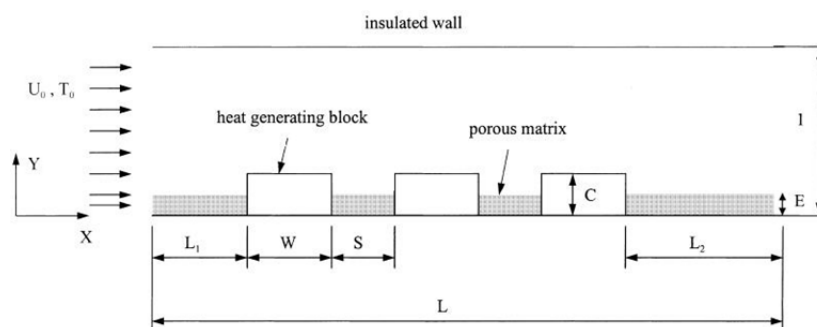


Fig. I.16 : Géométrie considérée dans la référence [16].

Les auteurs ont considéré le cas de la convection forcée dans un canal à parois parallèles. Les équations qui régissent la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie ont été résolues à l'aide de la méthode des volumes finis.

L'aspect thermique a été étudié par l'analyse du nombre de Nusselt local sur les faces des blocs et du nombre de Nusselt moyen pour une large gamme de perméabilité et de rapport de conductivité thermique. Ils ont montré que l'insertion du milieu poreux peut améliorer le transfert thermique sur les faces verticales des blocks. En revanche, sur la face horizontale, ils ont constaté une diminution du nombre de Nusselt.

I.4. Ecoulement des liquides en présence de sources

Un certain nombre d'études expérimentales ont été menées sur la convection naturelle au sein d'enceintes, munies sources de chaleurs discrètes et remplies de liquides [20] et [21]. Quelques études numériques ont également été simulées. Sathe et al [22] ont considéré le cas d'un substrat où est placée une source génératrice de chaleur, l'ensemble étant immergé dans une cavité remplie d'eau. Wroblewski et al [23] ont étudié l'écoulement et le transfert thermique au sein d'un liquide contenu dans une enceinte cubique et ce en mode de convection naturelle.

Joshi et Haukenes [24] ont étudié la convection naturelle due à une source de chaleur rectangulaire encastrée dans un substrat, le tout noyé dans une enceinte carrée remplie de liquide.

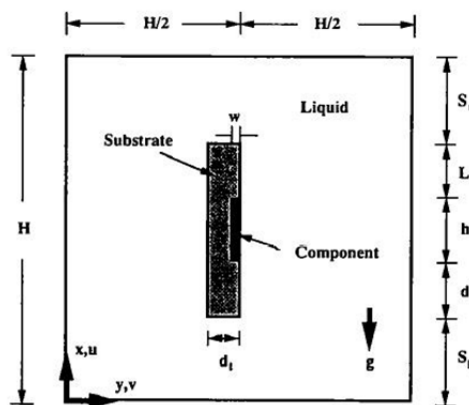


Fig. I.10 : Géométrie considérée dans la référence [24].

La convection naturelle dans les liquides s'amorce à de basses températures en comparaison avec le cas où le substrat (contenant la source de chaleur) est noyé dans de l'air. Une faible réduction de la température maximale est observée quand le rapport de conductivité thermique entre le substrat avec le fluide d'une part et la source de chaleur avec le fluide d'autre part augmentent au-delà de 10 et de 20 respectivement.

I.5. Ecoulement des liquides non newtonien

L'écoulement des fluides newtoniens est le cas le plus simple que l'on puisse rencontrer dans les différentes configurations étudiées. En effet, dans ce cas, les contraintes visqueuses ne s'opposent qu'aux *déformations* du fluide. Le tenseur des contraintes visqueuses et le taux de déformation, qui s'obtient en symétrisant le tenseur des gradients de vitesse, sont alors reliés par une loi linéaire. La pente de la droite alors obtenue, en traçant le rhéogramme, est la viscosité dynamique du fluide. Tous les fluides homogènes pour lesquels la dissipation

d'énergie est due aux collisions d'espèces moléculaires, relativement petites, ont un comportement newtonien (les gaz, les liquides usuels et les solutions de molécules de faible poids moléculaire).

La majorité des fluides présentent toutefois des comportements qui s'écartent du modèle newtonien. Ce sont les fluides dits, non newtoniens, qui font appel à l'utilisation de modèles rhéologiques plus complexes pour décrire leur comportement lors de l'écoulement. Parmi ces modèles d'écoulement, nous nous intéressons exclusivement, dans ce qui suit, au modèle d'Ostwald-De Waele ou modèle de loi de puissance, qui est le plus communément utilisé :

$$\tau = k \dot{\gamma}^n$$

Dans ce modèle, k est appelée la consistance du fluide. L'écart de l'exposant n (ou indice d'écoulement) à l'unité ($0 < n \leq 1$) traduit la non perfection visqueuse du fluide considéré. En fonction de la valeur de l'indice d'écoulement, on parlera de fluide pseudoplastique ou rhéofluidifiant ($n < 1$) ou de fluide dilatant ou rhéoépaississant ($n > 1$).

$\dot{\gamma}$ Est la vitesse de cisaillement.

Parmi les fluides présentant un comportement pseudoplastique, on compte les suspensions de particules asymétriques, les ciments, les colles, certaines peintures, etc.

Les fluides dilatants présentent quant à eux, contrairement aux fluides pseudoplastiques, une viscosité apparente qui croît avec le taux de cisaillement. Cette catégorie de fluides est beaucoup plus rare que les fluides pseudoplastiques. Elle se rencontre essentiellement pour des suspensions à forte teneur en matière solide (concentrations volumiques supérieures à 50%). Ce type de comportement peut avoir pour origine une transition ordre-désordre entre les particules constitutives du fluide. Pour les plus faibles taux de cisaillement, les particules sont plus ou moins alignées alors que pour les plus fortes valeurs du taux de cisaillement, elles sont dispersées aléatoirement, ce qui induit une viscosité apparente qui augmente lorsque le désordre s'installe au sein du fluide [10].

L'utilisation des fluides non newtoniens dans différentes géométries est une voie qui est toujours en exploration en vue d'améliorer l'efficacité énergétique de ces procédés. Dans ce qui suit, nous allons donner un aperçu d'un certain nombre de travaux entrepris dans cette direction. Plusieurs études du transfert thermique ont été menées dans le but de déterminer la structure des champs dynamique et thermique pour les fluides non newtoniens.

Cotta et al [11] ont étudié l'écoulement d'un fluide non newtonien obéissant au modèle d'Ostwald dans les conduites cylindriques (à section droite circulaire) et entre deux plans parallèles maintenus à une température pariétale uniforme. Les résultats pour le nombre de Nusselt et la température moyenne du fluide pour les deux géométries ont été tabulés.

D'autre part, l'utilisation des fluides non newtoniens pour l'amélioration du transfert thermique a été suggérée par plusieurs chercheurs tels que Hartnett et Kostic [12] et Shin et Cho [13].

Une étude numérique sur l'écoulement d'un fluide non newtonien dans un canal poreux en mode de convection forcée a été abordée par Chen et Hadim [14]. Une analyse hydrodynamique ainsi que thermique a été faite pour une température et une densité de flux de chaleur imposé à la paroi. Les résultats ont révélé que la diminution de l'indice

d'écoulement conduit à l'augmentation de la vitesse au voisinage de la paroi. Cependant, ses effets s'atténuent graduellement lorsque le nombre de Darcy diminue jusqu'à ce que le régime darcien soit atteint. Dans ce cas, l'effet de l'indice d'écoulement devient négligeable. Lorsque l'indice d'écoulement diminue l'épaisseur de la couche limite thermique diminue de façon significative seulement dans le cas du régime darcien.

Brewster et al. [30] ont étudié le transfert thermique par mode de convection mixte lors de l'écoulement laminaire d'un fluide obéissant au modèle rhéologique d'Ostwald-De Waele entre deux plaques parallèles verticales et adiabatiques. Les équations de la couche limite ont été résolues par le biais d'une technique numérique basée sur la méthode des différences finies et ce, dans le but d'examiner les reconstructions de l'écoulement en présence de sources (volumétriques) de chaleur non-uniformes. Les auteurs ont montré que l'utilisation de fluides pseudoplastiques, de la géométrie ainsi que de l'utilisation de débits appropriés peuvent efficacement empêcher les reconstructions de l'écoulement. Celles-ci sont dues aux effets de la présence des courants secondaires, occasionnés par la convection mixte ainsi qu'au mélangeage généré par la non-uniformité des profils de vitesse. Ils ont également montré que l'augmentation de la concentration du polymère fait accroître la viscosité apparente du fluide et, par conséquent, diminuer les effets de poussée ainsi que ceux de la dispersion de la vitesse. Cette étude est très importante pour la connaissance de la distribution des champs thermique et hydrodynamique, résultant de l'écoulement dans les systèmes électrophorèses continus.

Enfin, Nebbali et Bouhaded [31] ont traité numériquement l'écoulement d'un fluide newtonien évoluant entre deux plans parallèles, présentant un bloc poreux rattaché aux deux plans (Fig. I.11). L'influence des nombres de Darcy, de Reynolds, de l'indice d'écoulement et du rapport de conductivité thermique a été examinée.

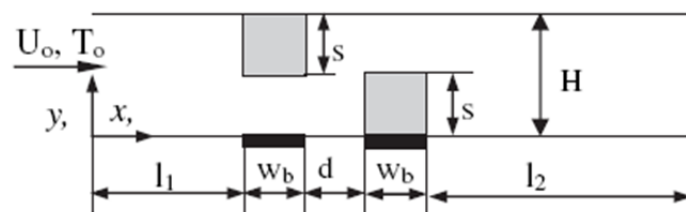


Fig. I.11 : Géométrie considérée dans la référence [31].

Ces auteurs ont trouvé que les fluides pseudoplastiques génèrent un transfert thermique plus important en comparaison avec les cas newtoniens et dilatants. En outre, la présence de blocs poreux entraînent une augmentation significative de la chute de pression qui se trouve être plus importante pour les fluides dilatants.

Dans ce chapitre, une synthèse bibliographique portant sur les principales études théoriques, expérimentales et numériques a été présentée. En outre, un bref aperçu sur les fluides obéissant au modèle d'Ostwald-De Waele (ou modèle de loi de puissance) est présenté. L'accent a été mis sur le transfert thermique en modes de convection forcée, naturelle et mixte au sein de fluides s'écoulant entre deux plans parallèles, sur lesquels sont greffés des obstacles chauffants. Le cas de l'obstacle solide et poreux baigné par des fluides non newtoniens a également été pris en compte.

Le chapitre qui suit, sera consacré à la formulation mathématique du problème considéré dans la présente étude.

Chapitre II : Formulation Mathématique du problème physique

Introduction

Ce chapitre est consacré à la mise en équations du problème que nous avons choisi d'étudier. Pour cela, nous définirons notre domaine d'étude et nous adopterons certaines hypothèses simplificatrices dont le but est de diminuer le degré de difficulté des équations générales : l'équation de continuité, les équations de la quantité de mouvement et celle de l'énergie. Ces dernières seront données sous leur forme générale dimensionnelle puis adimensionnelle auxquelles nous adjoindrons les conditions aux limites.

II.1. Géométrie du problème

La géométrie du problème considéré consiste en l'écoulement d'un fluide dans l'entrefer de deux plans parallèles et horizontaux de longueur L , et distants l'un de l'autre d'une hauteur H . Deux sources de chaleur, de longueur w , de hauteur c et espacées d'une distance s , sont placées sur la paroi du plan supérieur (Figure II.1). On notera x la direction longitudinale de l'écoulement et y la coordonnées transversale. La largeur du canal (le long de l'axe Oz , orthogonal au plan de la figure) étant très grande devant la longueur, on considérera par conséquent l'écoulement comme bidimensionnel et bidirectionnel c'est-à-dire dans le plan xOy . Le fluide choisi est non newtonien, obéissant au modèle d'Ostwald dont les propriétés physiques seront supposées constantes et uniformes.

La figure (II.1) schématise le domaine physique de notre étude. A l'entrée du canal, l'écoulement sera supposé pleinement développé. En d'autres termes, le profil de vitesse à y sera considéré comme étant parabolique et correspondant à celui du régime établi. Le premier bloc (ou obstacle) se situe à une distance $l = \gamma H$ de l'entrée ($x = 0$).

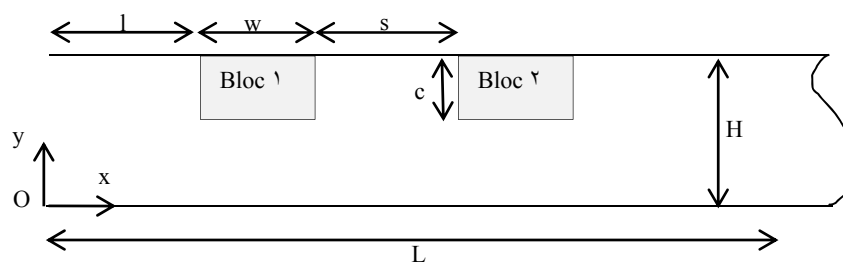


Fig. II.1° Géométrie du problème physique traité.

Avant de procéder à la mise en équation de notre problème, quelques hypothèses ont été retenues :

1. L'écoulement sera considéré comme étant laminaire et le régime hydrodynamique et thermique stationnaires ;
2. La largeur des plans étant très grande devant la longueur, l'écoulement pourra être supposé comme étant bidimensionnel et plan ;

- ζ. La production de la chaleur dans les obstacles est constante et uniforme ;
- ξ. Le fluide utilisé est non newtonien obéissant au modèle rhéologique d'Ostwald-De Waele (modèle de puissance), telle que la relation entre le tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} et celui des gradients de vitesse symétrisé, que l'on appelle tenseur des taux de déformations e_{ij} , est la suivante :

$$\tau_{ij} = 2k e_{ij}^n = k \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)^n \quad (\text{II.1})$$

- ο. L'approximation de Boussinesq est adoptée. Elle consiste à considérer la masse volumique du fluide comme constante et évaluée à une température de référence T_0 , sauf dans le terme de pesanteur (ou de poussée), qui constitue la force motrice de l'écoulement. La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température T est donnée par la relation linéaire suivante :

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.2})$$

où β représente le coefficient de dilatation thermique, donné par la relation :

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II.3})$$

- ϖ. Les propriétés physiques du fluide et celles du solide (masse volumique ρ , viscosité dynamique μ , conductivité thermique k et chaleur spécifique C_p) sont supposés constants et uniformes ;
- ϗ. Enfin, le mode de transfert thermique par rayonnement a été négligé.

II.2. Mise en équations du problème physique

- **Equation de continuité**

Cette équation est déduite à partir du principe de conservation de la masse.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j) = 0 \quad (\text{II.4})$$

Dans notre cas, celle-ci s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement (ou de l'impulsion)**

Cette équation est déduite à partir de la seconde loi de Newton. Elle s'écrit sous forme indicelle comme suit :

$$\rho_0 \frac{dV_i}{dt} = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{II.6})$$

Or, avec le système de coordonnées cartésiennes choisies, l'accélération de la pesanteur g s'écrit comme :

$$\rho g_i = \begin{cases} \rho g_x = 0 \\ \rho g_y = -\rho g \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

En introduisant la pression motrice p^* :

$$p^* = p + \rho \cdot g y \quad (\text{II.8})$$

Les projections de l'équation de l'impulsion suivant x et y s'écrivent respectivement comme suit :

Suivant Ox :

$$\rho_0 \left[V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p^*}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (\text{II.9})$$

Suivant Oy :

$$\rho_0 \left[V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right] = +\rho_0 g \beta (T - T_0) - \frac{\partial p^*}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (\text{II.10})$$

- **Equation de conservation de l'énergie**

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique. Elle s'écrit comme suit :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + Q \quad (\text{II.11})$$

où Q représente la génération de chaleur (quantité de chaleur, en Joules) par unité de temps et de volume, tandis que le second terme du second membre représente la dissipation visqueuse ou la fonction de dissipation, que l'on note φ , et qui mesure l'énergie mécanique qui est dégradée par unité de temps et par unité de volume, par les forces de frottement au sein de l'écoulement.

$$\varphi = \tau_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.12.1})$$

Le tenseur des contraintes visqueuses étant symétrique et les indices i et j étant des indices muets (ou de sommation), la fonction de dissipation peut alors s'écrire comme le produit du tenseur des taux de déformations par le tenseur des contraintes visqueuses :

$$\varphi = \tau_{ij} e_{ij} \quad (\text{II.12.2})$$

L'équation d'énergie devient :

$$\rho C_p \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \varphi + Q \quad (\text{II.13})$$

II.3. Ecriture Adimensionnelle des équations

La forme adimensionnelle est utilisée afin de trouver des solutions générales aux problèmes physiques, indépendamment des systèmes de mesure. Elle permet aussi la simplification de la résolution des systèmes d'équations et la réduction des paramètres physiques. Pour cela introduisons un ensemble de variables réduites.

$$X = \frac{x}{H} ; \quad Y = \frac{y}{H} ; \quad U = \frac{V_x}{U_0} ; \quad V = \frac{V_y}{U_0} ; \quad P^* = \frac{p^*}{\rho U_0^2} ; \quad \theta = \frac{T - T_e}{(Q/k_f)} ; \quad K = \frac{k_s}{k_f}$$

$$W = \frac{w}{H} ; \quad C = \frac{c}{H} ; \quad S = \frac{s}{H}$$

- **Equations de Continuité**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.14})$$

- **Equations de la quantité de mouvement**

Suivant OX :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \right. \\ \left. + \varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial X} \right] \quad (\text{II.15})$$

Suivant OY :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \right. \\ \left. + \varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial X} \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (\text{II.16})$$

- **Equation de l'énergie**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{K}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Br}}{\text{Pr Re}} \varphi^{(n-1)/2} + \frac{\lambda}{\text{Pr Re C W}} \quad (\text{II.17})$$

Où :

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{dans les sources de chaleur} \\ 0 & \text{dans la région fluide} \end{cases}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_0 U_0^{2-n} H^n}{k}$$

$$\text{Gr} = \frac{g \beta \rho^2 (T_w - T_0) H^3}{k^2}$$

$$\text{Pr} = \frac{k C_p \left(\frac{U_0}{H} \right)^{n-1}}{k_f}$$

$$\text{Br} = \frac{k U_0^{n+1}}{q H^n}$$

II.4. Conditions aux limites

Pour la résolution des équations dimensionnelles (2), (3), (4) et (5), il nous faut adjoindre un certain nombre de conditions aux limites :

A l'entrée du canal : $x = 0$ et $0 < y < H$

L'écoulement est supposé être pleinement développé :

$$V_x = 6(y/H)[1-(y/H)] \quad V_y = 0 \quad (\text{II.18})$$

et la température uniforme :

$$T = T_e \quad (\text{II.19})$$

Loin en aval de l'entrée du canal : $x = L$ et $0 < y < H$

Les écoulements hydrodynamique et thermique sont supposés être établis :

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial V_y}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.20})$$

Tout le long des parois inférieure et supérieure : $0 < x < L ; y = 0 \text{ \& } y = H$

Le long des parois, la condition d'adhérence est appliquée pour le champ de vitesse tandis que les plans seront supposés adiabatiques

$$V_x = 0 \quad V_y = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.21})$$

En introduisant les variables réduites précédentes, les conditions aux limites s'écrivent alors comme suit :

A l'entrée du canal : $X = 0$ et $0 < Y < 1$

$$U = 6Y(1-Y) \quad V = 0 \quad \theta = 0 \quad (\text{II.22})$$

Loin en aval de l'entrée du canal : $X = L$ et $0 < Y < 1$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.23})$$

Tout le long des parois inférieure et supérieure : $0 < X < L ; Y = 0 \text{ \& } Y = 1$

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.24})$$

II.5. Présentation de l'équation générale du transport

Pour pouvoir intégrer les équations de conservation sur un élément de volume, il faut mettre ces équations sous la forme d'une équation générale de transport :

$$\frac{\partial}{\partial X}(U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\phi) = \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right] + S_\phi \quad (\text{II.25})$$

où :

ϕ est la variable dépendante ;

Γ_ϕ est le coefficient de diffusion ;

S_ϕ est le terme source.

Dans le tableau suivant nous donnons la définition des paramètres ϕ , Γ_ϕ et S_ϕ pour les équations qui gouvernent notre problème général.

Tableau II.1 : Identification des différents termes des équations de transport.

Equations	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
-----------	--------	---------------	----------

	de Continuité (II.۳۹)	ψ	\cdot	\cdot
de l'Impulsion	Suivant X (II.۳۴)	U	$\frac{1}{\text{Re}} \varphi^{(n-1)/2}$	S_U
	Suivant Y (II.۳۶)	V	$\frac{1}{\text{Re}} \varphi^{(n-1)/2}$	S_V
	de l'Energie (II.۳۷)	θ	$\frac{K}{\text{Re Pr}}$	S_θ

Les expressions des termes sources sont données par les équations suivantes :

$$S_U = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial X} \right]$$

$$S_V = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \varphi^{(n-1)/2} \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial \varphi^{(n-1)/2}}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial X} \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta$$

$$S_\theta = \frac{\text{Br}}{\text{Pr Re}} \varphi^{(n-1)/2} + \frac{\lambda}{\text{Pr Re C W}}$$

Après avoir bien défini les équations mathématiques ainsi que les conditions aux limites gouvernant notre problème physique, l'étape suivante consiste en la résolution de ces équations. Le chapitre suivant sera consacré à la méthode numérique utilisé dans notre étude.

Chapitre III : Modélisation Numérique

Introduction

Après formulation du problème considéré, il est nécessaire de résoudre l'ensemble des équations qui régissent l'écoulement en question (équation de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie) et ce, afin de connaître les caractéristiques des champs thermique et hydrodynamique. Cependant, une solution analytique à un tel système est pratiquement impossible en raison de la non-linéarité des équations. A cet effet, le recours à la résolution numérique s'impose et nous incite à choisir la méthode numérique adéquate pour obtenir les meilleures approximations. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation, citons entre autres :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

Le système d'équations aux dérivées partielles, présenté dans le chapitre précédent sera résolu par la méthode des volumes finis ou volumes de contrôle.

Le choix de cette méthode est motivé par le fait qu'elle garantit la conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul. De plus, elle est avantageuse car elle est applicable pour les géométries complexes et elle facilite la linéarisation des termes sources s'ils ne le sont pas et permet un traitement plus facile des milieux hétérogènes.

III.1. Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis utilise des approximations d'intégrales. Elle consiste à discrétiser le domaine de l'écoulement en une multitude de volumes de contrôle (hexaèdres, tétraèdres, prismes, etc.) qu'on appelle aussi *cellules* ou *mailles*. Elle permet d'effectuer des bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sur tous les volumes ainsi que dans tout le domaine de calcul. Son avantage est qu'elle est conservative : tout ce qui sort d'un volume de contrôle entre dans le volume voisin [33].

Les expressions des termes de source volumique et de diffusion varient en fonction du type d'équation à résoudre. De plus, le terme de gradient de pression est inclus dans le terme source.

Les variables scalaires, telles que la pression et la température, sont calculées au centre des cellules du maillage. Les variables vectorielles (composantes de la vitesse par exemple) sont, quant à elles, évaluées sur les faces des volumes de contrôle. Ce procédé de stockage est appelé "maillage décalé".

III.2. Discrétisation des équations mathématiques

L'équation générale de transport, pour une variable ϕ , qui découle de l'écriture des équations générales de conservation écrites sous la forme adimensionnelle, s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

L'intégration de l'équation (III.1), écrite en projection cartésienne suivant X et Y, sur un volume de contrôle typique (figure III.2) donne l'équation suivante :

$$\int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dX dY + \int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dX dY = \int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dX dY + \int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dX dY + \int_{s_w}^{n_e} \int S_\phi dX dY \quad (\text{III.2})$$

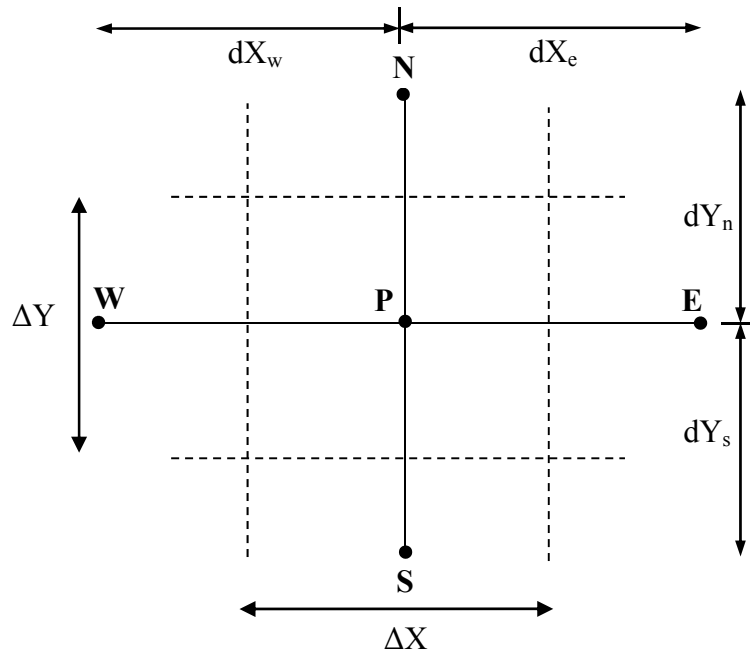


Fig. III.2 : Volume de contrôle typique.

Le terme de convection suivant X et Y est donné par les expressions respectives suivantes :

$$\int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dX dY = \int_s^n [U\phi]_w^e dY = [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y \quad (\text{III.3})$$

$$\int_{s_w}^{n_e} \int \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dX dY = \int_w^e [V\phi]_s^n dX = [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X \quad (\text{III.4})$$

Le terme de diffusion suivant X et Y est donné par les expressions respectives suivantes :

$$(\text{III.5})$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dX dY = \int_s^e \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right]_w^e dY = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dX dY = \int_w^e \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right]_s^n dX = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X \quad (III.6)$$

Le terme source est quant à lui donné par la relation suivante :

$$\int_s^e \int_w^e S_\phi dX dY = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (III.7)$$

En introduisant les équations (III.5) à (III.7) dans l'équation (III.4), on obtient :

$$\begin{aligned} [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y + [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X &= \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \\ &+ \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (III.8)$$

L'équation générale discrétisée (III.8) peut s'écrire sous la forme de l'équation algébrique suivante, reliant le nœud principal aux nœuds voisins :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (III.9)$$

Avec

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\ b &= S_\phi \Delta X \Delta Y \\ F_e &= U_e \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \quad F_n = V_n \Delta Y \quad F_s = V_s \Delta Y \\ D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \quad D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X \quad D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \\ P_e &= \frac{F_e}{D_e} \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s} \end{aligned}$$

A_E , A_W , A_N et A_S sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord et Sud.

b est le terme source, supposé être constant dans le volume de contrôle.

F_e , F_w , F_n et F_s sont les termes convectifs au niveau des faces Est, Ouest, Nord et Sud, respectivement.

D_e , D_w , D_n et D_s représentent les termes diffusifs au niveau des faces Est, Ouest, Nord et Sud, respectivement.

P_e , P_w , P_n et P_s désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif au niveau des différentes faces du volume de contrôle.

Le coefficient correspondant au nœud principal, A_p , s'exprime comme suit :

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) \quad (III.10)$$

III.3. Schémas d'interpolation

Les schémas d'interpolation sont utilisés pour évaluer les grandeurs à calculer aux différents points du domaine d'étude. Ils sont choisis, d'après les problèmes traités, suivant la concordance des résultats qu'ils donnent avec les résultats physiques et la stabilité numérique.

Le choix du schéma d'interpolation joue un rôle très important dans la précision de la solution du problème convection-diffusion. Afin d'évaluer la variable dépendante ϕ à une interface du volume de contrôle, une analyse de ces schémas est nécessaire pour définir les expressions de la fonction du rapport P , $A(P)$. Le tableau III.11 regroupe les expressions de cette fonction pour différents schémas numériques.

Tableau III.11 : Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques.

Schémas	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$\frac{1}{2} P $
Upwind	$\frac{1}{2}$
Hybrid	$\text{Max} [\frac{1}{2}, (\frac{1}{2} P)]$
Power Law	$\text{Max} [\frac{1}{2}, (\frac{1}{2} P)^{\alpha}]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

Le schéma Power Law (Patankar, 1980 [33]) exige moins de temps de calcul et permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et des résultats proches de la solution exacte. Pour ces raisons, il a été adopté dans le présent travail.

III.4. Traitement du terme source

Le terme source S est souvent, une fonction non linéaire de la variable ϕ . Afin d'améliorer la convergence, la valeur moyenne du terme source, \bar{S} est exprimé par une fonction linéaire de cette variable au nœud considéré. La méthode de la tangente proposée par Patankar [33] est recommandée pour la linéarisation du terme source sous la forme :

$$\bar{S} = S_c + S_p \phi_p \quad (III.11)$$

Les expressions de S_c et S_p peuvent être elles même fonction de la variable ϕ . Il est souhaitable lors de la linéarisation, que S_p soit négatif pour être en conformité avec les règles de base de la méthode des volumes finis (Patankar, 1980). Cette linéarisation consiste à écrire :

$$\bar{S} = S^* + \left[\frac{dS}{d\phi} \right]^* (\phi_p - \phi_p^*) \quad (\text{III.12})$$

S^* et ϕ^* indiquent des valeurs à l'itération précédente.

Le coefficient A_p intervenant dans l'équation (III.11) s'écrit alors :

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.13})$$

III.2. Application aux équations considérées dans la présente étude

III.2.1. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant X sur un volume de contrôle décalé vers la droite (figure III.1) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_p(i, j) U(i, j) = A_E(i, j) U(i+1, j) + A_W(i, j) U(i-1, j) + A_N(i, j) U(i, j+1) + A_S(i, j) U(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III.14})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W(i, j) = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N(i, j) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S(i, j) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i-1, j)] \Delta Y(j)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (\text{III.15})$$

Les termes convectifs et diffusifs sont donnés par les relations suivantes :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i+1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i-1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i, j) + V(i+1, j)] \Delta X(i)$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j-1) + V(i+1, j-1)] \Delta X(i)$$

$$D_e = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\eta(i+1, j) \Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)} \right]$$

$$D_w = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\eta(i, j) \Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \right]$$

$$D_n = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j)}{\eta(i+1, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{\eta(i+1, j+1)}} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j)}{\eta(i, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{\eta(i, j+1)}} \right]$$

$$D_s = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{\eta(i+1, j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{\eta(i+1, j)}} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{\eta(i, j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{\eta(i, j)}} \right]$$

III.9.2. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut (figure III.1) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_p(i, j) V(i, j) = A_E(i, j) V(i+1, j) + A_W(i, j) V(i-1, j) + A_N(i, j) V(i, j+1) + A_S(i, j) V(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III.16})$$

Tels que :

$$\begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \\ b(i, j) &= [P(i, j) - P(i-1, j)] \Delta X(i) \end{aligned}$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (\text{III.17})$$

Les termes convectifs et diffusifs sont comme suit :

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{1}{2} [U(i, j) + U(i, j+1)] \Delta Y(j) & F_w &= \frac{1}{2} [U(i-1, j) + U(i-1, j+1)] \Delta Y(j) \\ F_n &= \frac{1}{2} [V(i, j+1) + V(i, j)] \Delta X(i) & F_s &= \frac{1}{2} [V(i, j-1) + V(i, j)] \Delta X(i) \end{aligned}$$

$$D_e = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta Y(j+1)}{\frac{\Delta X(i)}{\eta(i, j+1)} + \frac{\Delta X(i+1)}{\eta(i+1, j+1)}} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i)}{\eta(i, j)} + \frac{\Delta X(i+1)}{\eta(i+1, j)}} \right]$$

$$D_w = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta Y(j+1)}{\frac{\Delta X(i-1)}{\eta(i-1, j+1)} + \frac{\Delta X(i)}{\eta(i, j+1)}} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i-1)}{\eta(i-1, j)} + \frac{\Delta X(i)}{\eta(i, j)}} \right]$$

$$D_n = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\eta(i, j+1) \Delta X(i)}{\Delta Y(j+1)} \right] \quad D_w = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\eta(i, j) \Delta X(i)}{\Delta Y(j)} \right]$$

η et Re étant, respectivement, la vitesse apparente du fluide et le nombre de Reynolds.

III.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie sur un volume de contrôle typique (figure III.1) donne lieu à l'équation algébrique suivante :

$$A_p(i, j)\theta(i, j) = A_E(i, j)\theta(i+1, j) + A_W(i, j)\theta(i-1, j) + A_N(i, j)\theta(i, j+1) + A_S(i, j)\theta(i, j-1) + b(i, j) \quad (III.18)$$

Avec :

$$A_E(i, j) = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W(i, j) = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N(i, j) = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S(i, j) = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i-1, j)]\Delta X(i)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (III.19)$$

Les expressions des termes de convection et de diffusion s'écrivent comme suit :

$$F_e = U(i, j)\Delta Y(j)$$

$$F_w = U(i-1, j)\Delta Y(j)$$

$$F_n = V(i, j)\Delta X(i)$$

$$F_s = V(i, j-1)\Delta X(i)$$

$$D_e = \frac{1}{Pe} \left[\frac{2 \Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i)}{K^*(i, j)} + \frac{\Delta X(i+1)}{K^*(i+1, j)}} \right] \quad D_w = \frac{1}{Pe} \left[\frac{2 \Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i-1)}{K^*(i-1, j)} + \frac{\Delta X(i)}{K^*(i, j)}} \right]$$

$$D_n = \frac{1}{Pe} \left[\frac{2 \Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j)}{K^*(i, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{K^*(i, j+1)}} \right] \quad D_s = \frac{1}{Pe} \left[\frac{2 \Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{K^*(i, j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{K^*(i, j)}} \right]$$

Pe étant le nombre adimensionnel de Peclet.

III.4. Résolution du système d'équations obtenues

Pour résoudre les équations algébriques (III.14), (III.16) et (III.18), issues de la discrétisation des équations générales de conservation par le biais de la méthode des volumes finis, nous avons utilisé un algorithme de résolution développé par Patankar [3], appelé : SIMPLER (Semi-Implicite Method for Pressure Linked Equations Revised). Les différentes étapes de cet algorithme pour la résolution des champs dynamique (vitesses et pression) et thermique (température) sont les suivantes :

Etape 1 : Initialisation, choix du champ de vitesse.

Etape 2 : Calcul des coefficients des équations de quantité de mouvement et détermination des pseudo vitesses, \hat{U} et \hat{V} , à partir des expressions suivantes :

$$\hat{U} = \frac{\left[\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i,j)U_{nb}(i,j) + b^u(i,j) \right]}{A_p(i,j)} \quad (\text{III.}\Psi\bullet)$$

$$\hat{V} = \frac{\left[\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i,j)V_{nb}(i,j) + b^v(i,j) \right]}{A_p(i,j)} \quad (\text{III.}\Psi\uparrow)$$

$b^u(i,j)$ et $b^v(i,j)$ contiennent les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X et Y, respectivement, à l'exception du terme de pression.

Etape Ψ : Calcul des coefficients de l'équation de pression (III.ΨΨ) pour la résoudre et obtenir le champ de pression.

$$A_p(i,j)P(i,j) = A_E(i,j)P(i+1,j) + A_W(i,j)P(i-1,j) + A_N(i,j)P(i,j+1) + A_S(i,j)P(i,j-1) + b(i,j) \quad (\text{III.}\Psi\Psi)$$

Etape ξ : Utilisation du champ de pression obtenu, P^* , pour résoudre les équations de quantité de mouvement discrétisées et déterminer ainsi les vitesses U^* et V^*

$$A_p(i,j)U^*(i,j) = A_E(i,j)U^*(i+1,j) + A_W(i,j)U^*(i-1,j) + A_N(i,j)U^*(i,j+1) + A_S(i,j)U^*(i,j-1)[P^*(i,j) - P^*(i+1,j)]\Delta Y(j) + b(i,j) \quad (\text{III.}\Psi\xi)$$

$$A_p(i,j)V^*(i,j) = A_E(i,j)V^*(i+1,j) + A_W(i,j)V^*(i-1,j) + A_N(i,j)V^*(i,j+1) + A_S(i,j)V^*(i,j-1)[P^*(i,j) - P^*(i,j+1)]\Delta X(i) + b(i,j) \quad (\text{III.}\Psi\varepsilon)$$

Etape \circ : Calcul du terme source de l'équation de correction de pression et résolution de l'équation (III.Ψ \circ) pour obtenir P' .

$$A_p(i,j)P'(i,j) = A_E(i,j)P'(i+1,j) + A_W(i,j)P'(i-1,j) + A_N(i,j)P'(i,j+1) + A_S(i,j)P'(i,j-1) + b(i,j) \quad (\text{III.}\Psi\circ)$$

Etape \uparrow : Correction du champ de vitesse en utilisant les équations de correction (III.Ψ \uparrow) et (III.Ψ ε).

$$U(i,j) = U^*(i,j) + P_u(i,j)[P'(i,j) - P'(i+1,j)] \quad (\text{III.}\Psi\uparrow)$$

$$V(i,j) = V^*(i,j) + P_v(i,j)[P'(i,j) - P'(i,j+1)] \quad (\text{III.}\Psi\varepsilon)$$

Etape \vee : Résolution de l'équation algébrique de l'énergie pour obtenir le champ de température θ .

Etape \wedge : Considération du champ de vitesses comme une nouvelle estimation des vitesses et retour à l'étape (Ψ) jusqu'à l'obtention de la convergence.

III.5. Méthode de résolution

Les équations algébriques obtenues sont non linéaires étant donné que les coefficients qui apparaissent dans ces équations dépendent des variables elles-mêmes. La résolution de ces équations nécessite l'utilisation d'une méthode numérique itérative. Cette méthode consiste à déterminer les valeurs de la variable ϕ sur chaque ligne du domaine d'étude, indépendamment des autres lignes. Ainsi, le système se transforme d'un système d'équations multidimensionnel en un système unidimensionnel, en ajoutant au terme source de la dimension choisie, les termes des autres dimensions. Le système d'équations obtenu est représenté par une matrice tridiagonale et peut être donc résolu par l'algorithme de Thomas.

L'équation algébrique s'écrit pour le nœud P du maillage comme suit :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + \overline{S_\phi} \quad (\text{III.28})$$

Le système d'équation obtenu peut, par conséquent, se mettre sous la forme suivante :

$$[A][\phi] = [\overline{S_\phi}] \quad (\text{III.29})$$

Où

$[A]$ est une matrice de $(NI-2) \times (NJ-2)$ éléments.

$[\phi]$ est le vecteur des inconnues $\phi(i, j)$.

Pour le nœud (i, j) , l'équation (III.28) peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle :

$$-A_S(i, j)\phi(i, j-1) + A_P(i, j)\phi(i, j) - A_N(i, j)\phi(i, j+1) = A_E(i, j)\phi(i+1, j) + A_W(i, j)\phi(i-1, j) + \overline{S_\phi}(i, j) \quad (\text{III.30})$$

L'équation (III.30) peut se mettre sous la forme suivante :

$$-c_j \phi_{j-1} + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.31})$$

Avec :

$$a_j = A_P(i, j) \quad b_j = A_N(i, j) \quad c_j = A_S(i, j)$$

$$d_j = A_E(i+1, j)\phi_E(i+1, j) + A_W(i, j)\phi_W(i-1, j) + \overline{S_\phi}(i, j)$$

Et tel que : $c_1 = 0$ et $b_{NJ} = 0$

Pour tous les nœuds $(j = 2, NJ-1)$ de la colonne i , l'équation (III.31) donne un système de la forme :

$$\begin{array}{ccccccc} -c_2 \phi_1 & + a_2 \phi_2 & - b_2 \phi_3 & & & & d_2 \\ & - c_j \phi_{j-1} & + a_j \phi_j & - b_j \phi_{j+1} & & & d_j \\ & & - c_{NJ} \phi_{NJ-1} & + a_{NJ} \phi_{NJ} & - b_{NJ} \phi_{NJ+1} & & d_{NJ} \end{array} \quad (\text{III.32})$$

Les valeurs de ϕ_1 et ϕ_{NJ} sont connues par le biais des conditions aux limites.

La matrice associée au système est tridiagonale. L'algorithme TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm) est, par conséquent, utilisé pour la résolution et ce, en réarrangeant toutes les équations du système (III.32) sous la forme suivante :

$$\phi_j = \frac{c_j}{a_j} \phi_{j-1} + \frac{b_j}{a_j} \phi_{j+1} + \frac{d_j}{a_j} \quad (\text{III.33})$$

On obtient ce qui suit :

$$\phi_2 = \frac{c_2}{a_2} \phi_1 + \frac{b_2}{a_2} \phi_3 + \frac{d_2}{a_2} \quad (\text{III.34})$$

$$\phi_3 = \frac{c_3}{a_3} \phi_2 + \frac{b_3}{a_3} \phi_4 + \frac{d_3}{a_3} \quad (\text{III.35})$$

$$\phi_{NJ} = \frac{c_{NJ}}{a_{NJ}} \phi_{NJ-1} + \frac{b_{NJ}}{a_{NJ}} \phi_{NJ+1} + \frac{d_{NJ}}{a_{NJ}} \quad (\text{III.36})$$

Etant donné que ϕ_1 est connue, ϕ_2 est éliminée de l'équation (III.35), puis ϕ_3 de l'équation (III.36) et ainsi de suite. On obtient, alors, une relation de récurrence pour ϕ_j telle que :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.37})$$

Détermination de P_j et Q_j :

En appliquant l'équation (III.37) au noeud $(i, j-1)$, on obtient :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.38})$$

En introduisant (III.38) dans (III.32), on trouve

$$-c_j (P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1}) + a_j \phi_j - b_j \phi_{j+1} = d_j \quad (\text{III.39})$$

D'où

$$(a_j - c_j P_{j-1}) \phi_j = d_j + c_j \phi_{j-1} + b_j \phi_{j+1} \quad (\text{III.40})$$

$$\phi_j = \frac{b_j}{(a_j - c_j P_{j-1})} \phi_{j+1} + \frac{d_j - c_j \phi_{j-1}}{(a_j - c_j P_{j-1})} \quad (\text{III.41})$$

A partir des équations (III.37) et (III.41), on a :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.42})$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j \phi_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III. } \xi \text{ } \text{)}$$

Remarquons que pour le nœud $j = 1$, $c_j = 0$. L'équation (III. $\xi \text{ } \text{)}$ se réduit alors à :

$$\phi_1 = \frac{b_1}{a_1} \phi_2 + \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III. } \xi \text{ } \text{)}$$

Et :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \quad (\text{III. } \xi \text{ } \text{)}$$

$$Q_2 = \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{III. } \xi \text{ } \text{)}$$

De même, pour le nœud $j = NJ$, on a $b_{NJ} = 0$ et donc $P_{NJ} = 0$ et $\phi_{NJ} = Q_{NJ}$ (à partir de l'équation (III. $\zeta \text{ } \text{)}$)

L'algorithme de THOMAS se résume, donc, comme suit :

1. Triangulation (la matrice tridiagonale devient bidiagonale) :
 - a) Calcul de P_1 et Q_1 à partir de l'équation (III. $\xi \text{ } \text{)}$.
 - b) Calcul, à partir des équations (III. $\xi \text{ } \text{)}$ et (III. $\zeta \text{ } \text{)}$, des coefficients P_j et Q_j , avec : $j = 2, \dots, NJ$.
2. Résolution du système à matrice bidiagonale :
 - a) Poser $\phi_{NJ} = Q_{NJ}$
 - b) Utilisation de la relation (III. $\zeta \text{ } \text{)}$ pour $j = NJ-1, NJ-2, \dots, 1$, afin d'obtenir les valeurs : $\phi_{NJ-1}, \phi_{NJ-2}, \dots, \phi_1$.

III.4. Technique de la zone inactive

La technique, dite de la zone inactive (Blocked-of Region), est une méthode mise au point par Patankar. Elle consiste à inscrire le domaine étudié dans un domaine rectangulaire et à rendre inactives les zones non concernées du rectangle, en bloquant le mouvement.

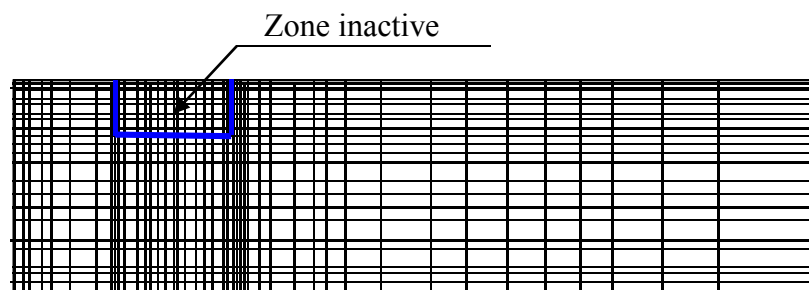


Fig. III.4 : Discrétisation de la configuration.

Une valeur très grande de Γ_ϕ dans les équations (II-15) et (II-16), est imposée dans la région inactive qui se comporte comme une zone solide, d'où un champ de vitesse nul. Bien que des calculs inutiles soient exécutés dans la région inactive, l'application de cette technique n'entraîne pas de modifications importantes du programme.

III.9. Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence, c'est-à-dire approcher au mieux la solution stable des systèmes d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . En pratique, cette convergence est exprimée par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi *critère de convergence*.

Le critère de convergence utilisé dans la présente étude porte sur les résidus de quantité de mouvement, de la masse et de la température. Ces résidus sont définis par :

$$R_\phi = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb} \phi_{nb} + S_\phi - A_p \phi_p \quad (\text{III.17})$$

Lorsque l'équation discrétisée est satisfaite, R_ϕ tend vers zéro.

Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\Pi} |R_\phi| \leq \varepsilon_\phi \quad (\text{III.18})$$

Π étant le domaine de calcul.

ε_ϕ est la valeur infiniment petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue. Dans la présente étude, elle est fixée à 10^{-5} .

Afin de contrôler la convergence d'un processus itératif, nous utilisons la technique de relaxation car une divergence peut avoir lieu lors de la résolution du système d'équations couplées à caractère non-linéaire. Pour éviter cette divergence, le processus de convergence est ralenti entre deux itérations au moyen de la sous-relaxation. Elle consiste à introduire dans l'équation (III.9), un facteur de sous-relaxation, α_ϕ , compris entre 0 et 1 :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^* \right] \quad (\text{III.19})$$

ϕ_p et ϕ_p^* désignent, respectivement, la valeur actuelle de la variable ϕ et celle relative à l'itération précédente.

Il n'existe pas de règle générale pour le choix de la bonne valeur du coefficient α_ϕ . Sa valeur optimale dépend de plusieurs facteurs, tels que la nature du problème, le nombre de nœuds, l'espacement de la grille et la méthode itérative utilisée [13].

Conclusion

Le présent chapitre était consacré à la présentation de la procédure numérique choisie afin de simuler l'écoulement et le transfert thermique au sein de notre configuration. La méthode des volumes finis avec un schéma en loi de puissance (*Power law*) ainsi que l'algorithme SIMPLER et celui de Thomas sont adoptés pour traiter le couplage pression-vitesse.

Le chapitre suivant portera sur la validation du code de calcul ainsi que sur la présentation des différents résultats qui en découlent.

Chapitre IV : Résultats et Discussion

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus lors de la simulation numérique de l'écoulement d'un fluide non newtonien incompressible dans l'entrefer H de deux plans parallèles et horizontaux, muni de deux blocs de hauteur h (telle que cette hauteur corresponde au quart de l'entrefer : $h = H/4$) et de largeur w placés sur la paroi supérieure du plan. L'espace offert à l'écoulement du fluide est partout égal à H , sauf, dans la région comprise entre l'obstacle et le plan inférieur ($H - h$), où il est égal à $3h$. Les deux plans sont supposés adiabatiques et les deux sources génèrent de la chaleur. La loi de comportement rhéologique du fluide choisi obéit au modèle d'Ostwald-De Waele (ou Modèle de loi de puissance). L'influence, sur la structure hydrodynamique et thermique, des nombres de Reynolds et de Brinkman, du rapport de conductivité, de la dimension (seule la hauteur h de l'obstacle sera changée, sa largeur w sera quant à elle maintenue constante dans toute cette étude) des deux obstacles ainsi que de leur espacement s , seront étudiés pour trois indices d'écoulement du fluide en question : $n = 1,0$, $n = 1,5$ et $n = 2,0$.

Cependant, une étude de la sensibilité des résultats au maillage ainsi qu'une validation de nos résultats par confrontation de ces derniers à ceux de la littérature sont impératives. Une fois le maillage choisi et le code de calcul validé, l'exploitation des résultats issus de notre code peut être entreprise.

IV.1. Présentation des résultats

Les résultats des simulations numériques pour les champs hydrodynamique et thermique sont visualisés graphiquement à travers :

- Les lignes de courants ;
- Les isothermes ;
- Le profil de vitesse longitudinale en différentes positions longitudinales ;
- Le Nombre de Nusselt local le long des six faces des deux obstacles (A^1B^1 , B^1C^1 , C^1D^1 pour le premier obstacle et A^2B^2 , B^2C^2 , C^2D^2 pour le second) :

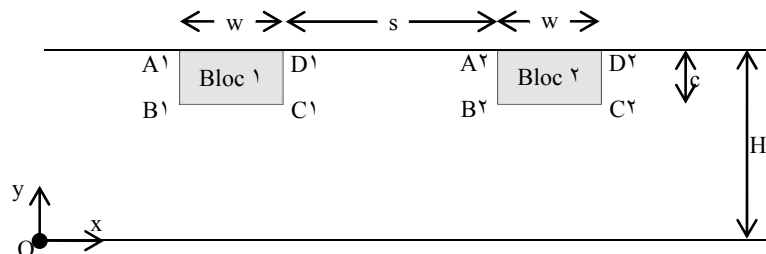


Fig. IV.1. Schématisation des faces et des dimensions des deux obstacles.

Ce nombre, caractérisant le transfert de chaleur au niveau de l'interface (fluide-solide), a été calculé le long des trois faces de chaque obstacle :

$$\text{Suivant la direction longitudinale } X, \text{ on a : } Nu|_X = -\frac{\partial\theta}{\partial X} \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{Suivant la direction transversale } Y : Nu|_Y = -\frac{\partial\theta}{\partial Y} \quad (\text{IV.2})$$

IV.5. Validation du code de calcul

1^{re} test de validation

La comparaison est faite par rapport aux travaux, en mode de convection forcée, effectués par YOUNG et VAFAI [32]. La configuration du problème étudiée par ces derniers est présentée à travers la figure suivante :

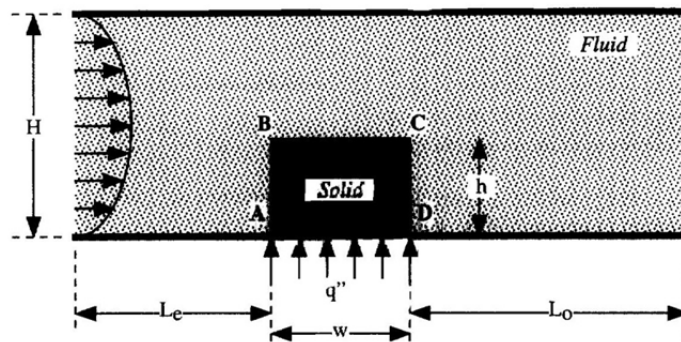


Fig. IV.5. Géométrie du problème considéré par YOUNG et VAFAI [32].

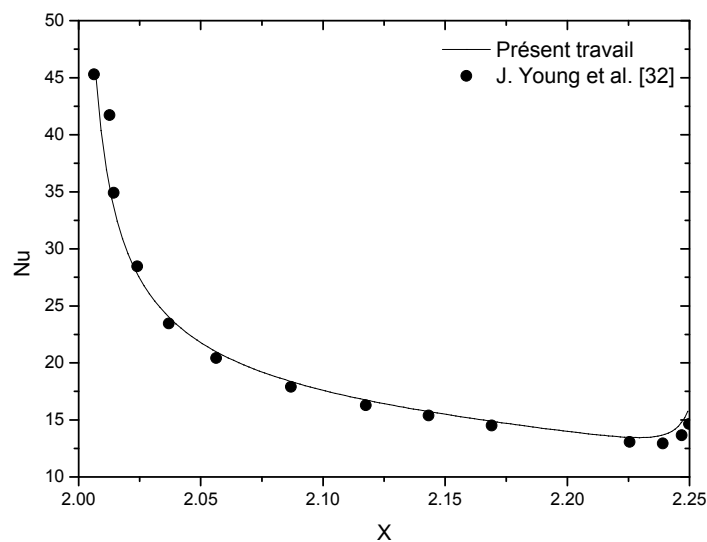


Fig. IV.6. Comparaison entre les valeurs du nombre de Nusselt local obtenues par J. Young et al [32] et les nôtres.

Le fluide utilisé est de l'air circulant entre deux plans parallèles, supposés adiabatiques. Le profil de vitesse longitudinale à l'entrée, de forme parabolique, est donné par un polynôme

du second ordre. La comparaison des résultats à travers les valeurs du nombre de Nusselt local, estimées le long de la face supérieure (BC) de l'obstacle, est satisfaisante comme le montre la figure IV.3.

2^{ème} test de validation

Pour ce deuxième test de validation, nous avons considéré le cas de l'écoulement d'un fluide newtonien, en mode de convection mixte, entre deux plans parallèles et maintenus verticalement. La paroi sur laquelle est greffé l'obstacle ainsi que l'obstacle sont à une température constante et uniforme (chaude), tandis que le plan opposé est adiabatique.

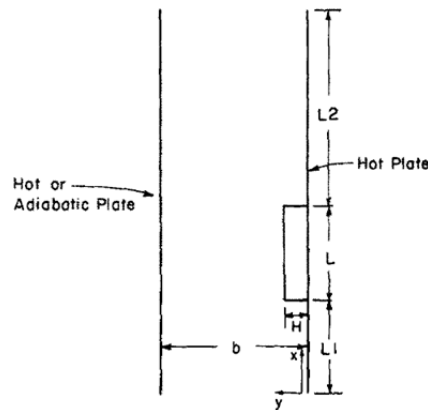


Fig. IV.4. Géométrie du problème considéré par HABCHI et ACHARYA [1].

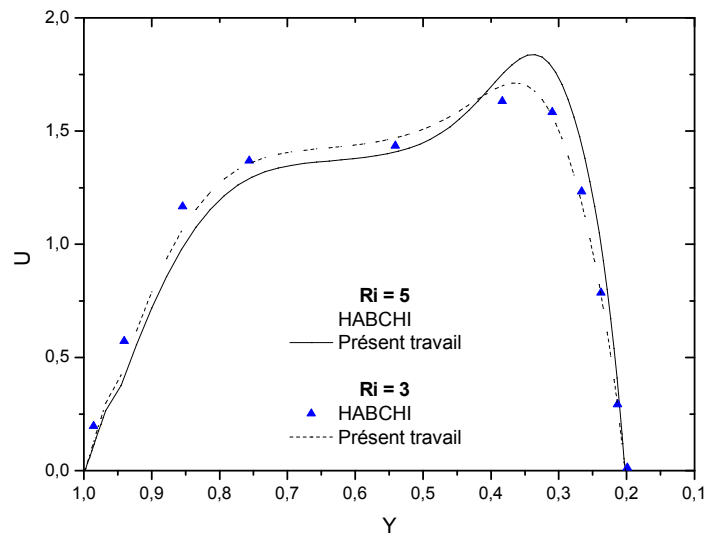


Fig. IV.5. Validation du code du calcul par comparaison avec les résultats de HABCHI et ACHARYA [1] et concernant le profil de vitesse longitudinale.

$$X = 1,50 ; Ra = 10^6.$$

La comparaison de nos résultats avec ceux de [1] relative au profil de vitesse longitudinale pour deux nombre de Richardson ($Ri = 3$ et $Ri = 5$) considérés est jugée satisfaisante avec une erreur relative inférieure à 3%.

3^{ème} test de validation

Pour valider notre code de calcul pour le cas d'un fluide ostwaldien, nous avons comparés nos résultats avec ceux de Nebbali et al [31] en mode de convection forcée. Ces derniers ont étudié l'écoulement d'un fluide non newtonien, obéissant au modèle rhéologique d'Ostwald, entre deux plans parallèles sur lesquels sont disposés deux blocs poreux.

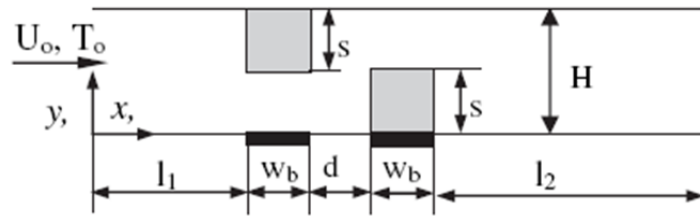


Fig. IV.6. Géométrie du problème considéré par R. NEBBALI et al [31].

Les figures IV.7 a, b et c présentent le profil de vitesse longitudinale au milieu du premier obstacle pour un indice d'écoulement égal respectivement à $1,0$, $1,5$ et $2,0$.

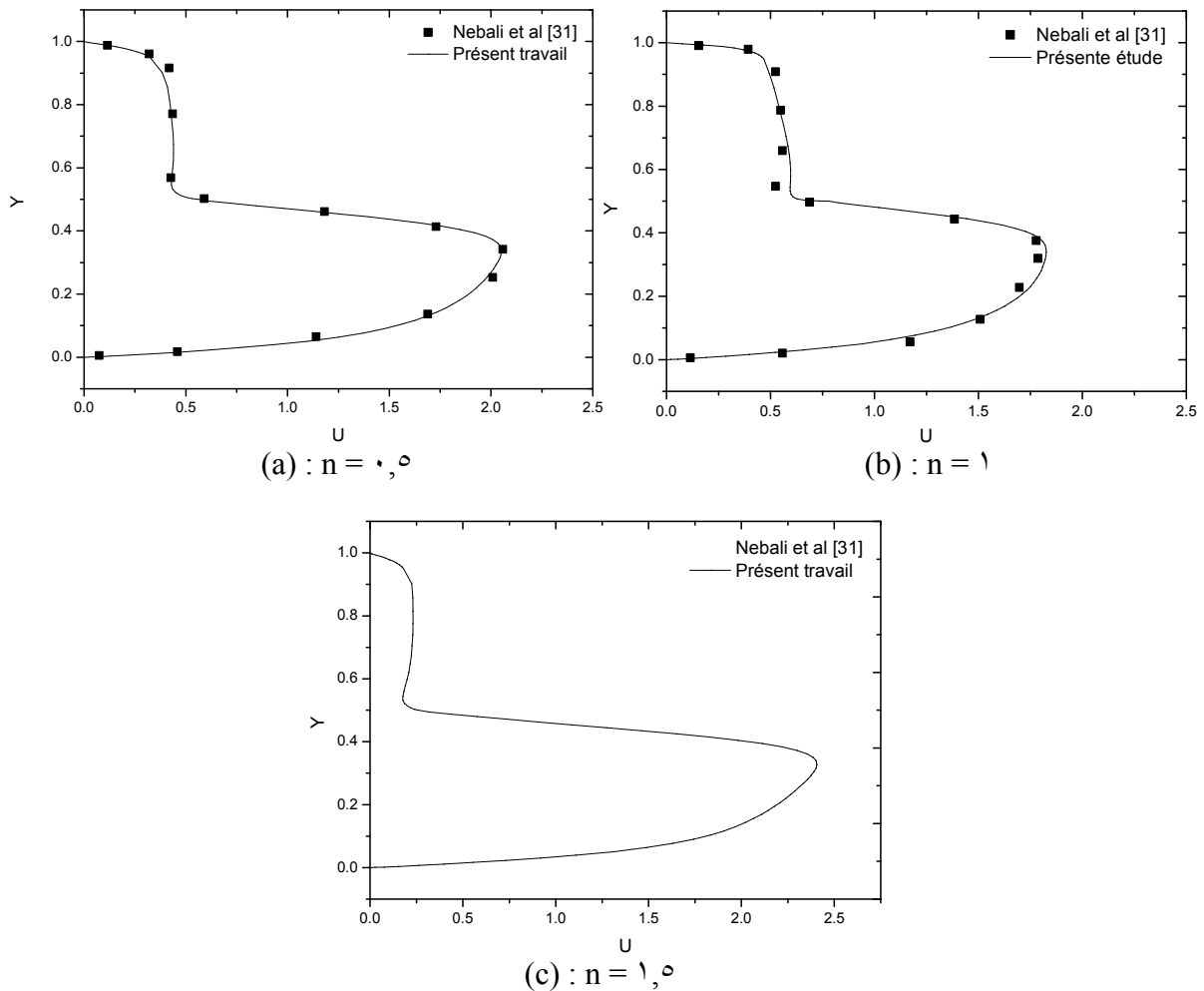


Fig. IV.7. Comparaison entre les profils de vitesse longitudinale obtenus par R. Nebbali et al [31] et les nôtres. $X = 0,50$; $Da = 1,0^{-3}$.

Les résultats montrent un bon accord entre les deux études ce qui permet de valider notre code de calcul.

IV.8. Sensibilité des résultats au maillage

Avant de présenter les résultats obtenus lors des différentes simulations, nous avons examiné l'influence du maillage sur la solution. Pour étudier cette influence, plusieurs maillages ont été pris en compte : 16×80 , 18×80 , 26×80 et 30×80 . Les résultats obtenus sont illustrés à travers la figure IV.1.

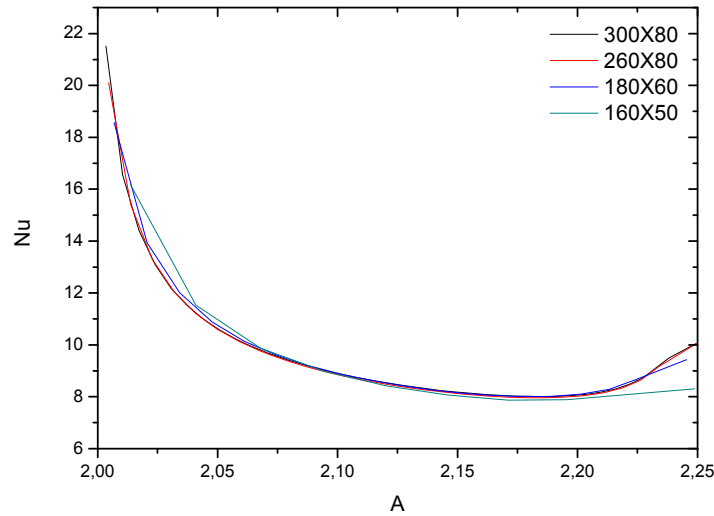


Fig. IV.1. Nombre de Nusselt local relevé sur la face horizontale B'C) du premier obstacle, pour différentes tailles de maillage.

L'examen de différentes grilles nous permet de conclure que c'est assurément les grilles 26×80 et 30×80 qui nous permettent d'avoir une meilleure information sur la nature de l'écoulement étant donné que les résultats se superposent sensiblement et ne diffèrent quasiment plus (une erreur relative de l'ordre de 1%). Ces résultats ont ainsi orienté le choix définitif du maillage, vers la grille 26×80 étant donné son temps d'exécution, moindre que celui correspondant à la grille 30×80 .

Pour terminer cette partie, il est intéressant de signaler qu'un maillage non uniforme a été adopté dans les deux directions de l'écoulement (longitudinale et transversale : X et Y respectivement). A cet effet, nous avons utilisé une distribution de maillage qui suit une loi en puissance [34]. Ainsi, en fonction de la position dans le domaine de calcul, nous avons utilisé les deux relations suivantes :

$$\frac{XU(i)}{XL_1} = \left(\frac{I-2}{L_1-2} \right)^{px} \quad (IV.4)$$

$$\frac{XU(i)}{XL_2} = 1 + \frac{(XL - XL_2)}{XL_2} \left[1 - \left(1 - \frac{I-L_1}{L-L_1} \right)^{px} \right] \quad (IV.5)$$

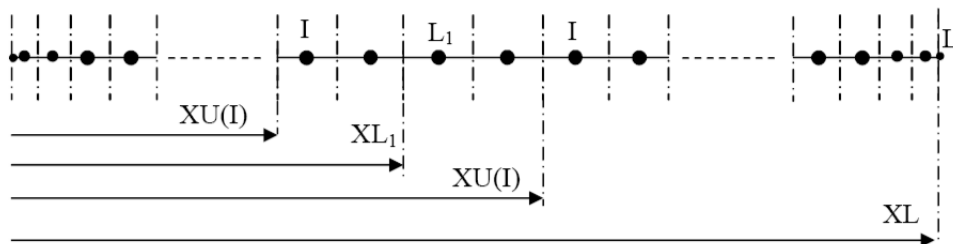


Fig. IV.9. Maillage non uniforme utilisé suivant la direction longitudinale.

IV.4. Effet du nombre de Reynolds

Dans le but d'examiner l'effet du nombre de Reynolds sur la structure d'écoulement de notre fluide ainsi que sur le transfert thermique, nous avons présenté nos résultats en termes de ligne de courant et de nombre de Nusselt local pour trois valeurs de Reynolds ($Re = 100, 200$ et 400).

IV.4.1. Champ hydrodynamique

- Cas du fluide ostwaldien rhéofluidifiant ($n = 0,9$)

Les figures IV.10 a, b et c présentent l'effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant pour un fluide rhéofluidifiant, en présence de deux obstacles identiques.

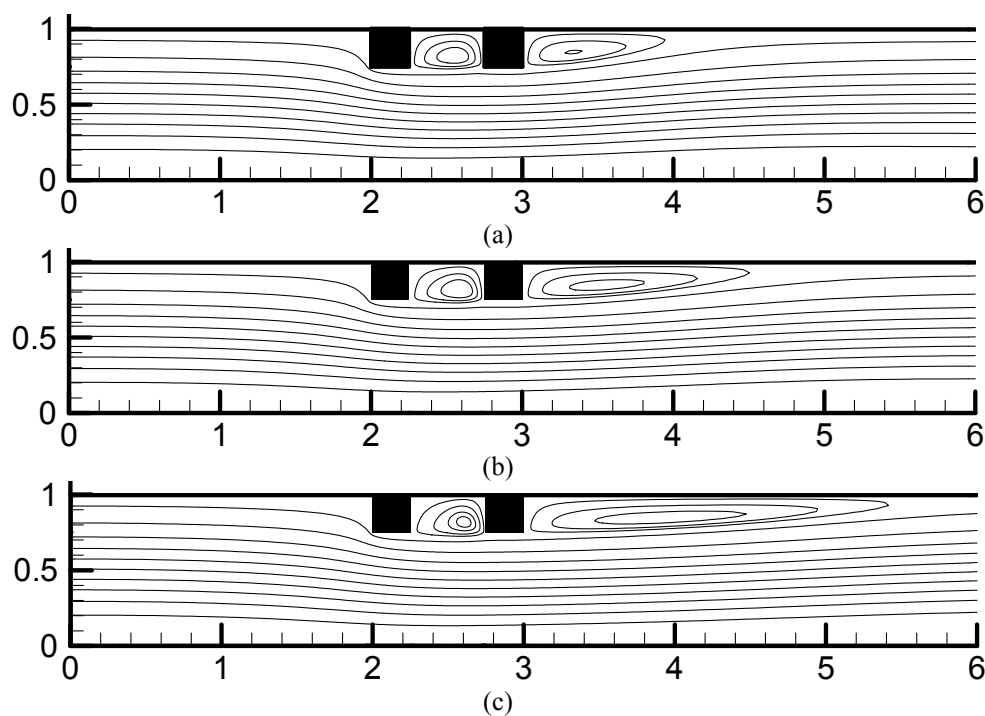


Fig. IV.10. Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant.

$$(k_s/k_f) = 10; n = 0,9; Ri = 100.$$

(a) : $Re = 100$; (b) : $Re = 200$ et (c) : $Re = 400$.

Ces figures montrent qu'à l'entrée du canal, les lignes de courant correspondant au cas $n = 0,9$, sont horizontales et parallèles à la direction longitudinale. Cependant, lorsque celles-ci se rapprochent du premier obstacle, elles s'incurvent et contournent l'obstacle. On enregistre alors une première zone de recirculation localisée entre les deux blocs et une seconde, beaucoup plus étendue, en aval du second obstacle.

Il est à noter que l'étendue de la seconde zone de recirculation augmente au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

- Cas du fluide newtonien ($n = 1$)

Les figures IV.11 a, b et c présentent l'effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant pour un fluide newtonien ($n = 1$).

Pour $Re = 100$, nous observons l'apparition de deux zones de recirculation de faible intensité, situées respectivement entre les deux obstacles et en aval du second. Pour $Re = 200$, la taille de la seconde zone de recirculation croit et atteint son maximum pour $Re = 300$.

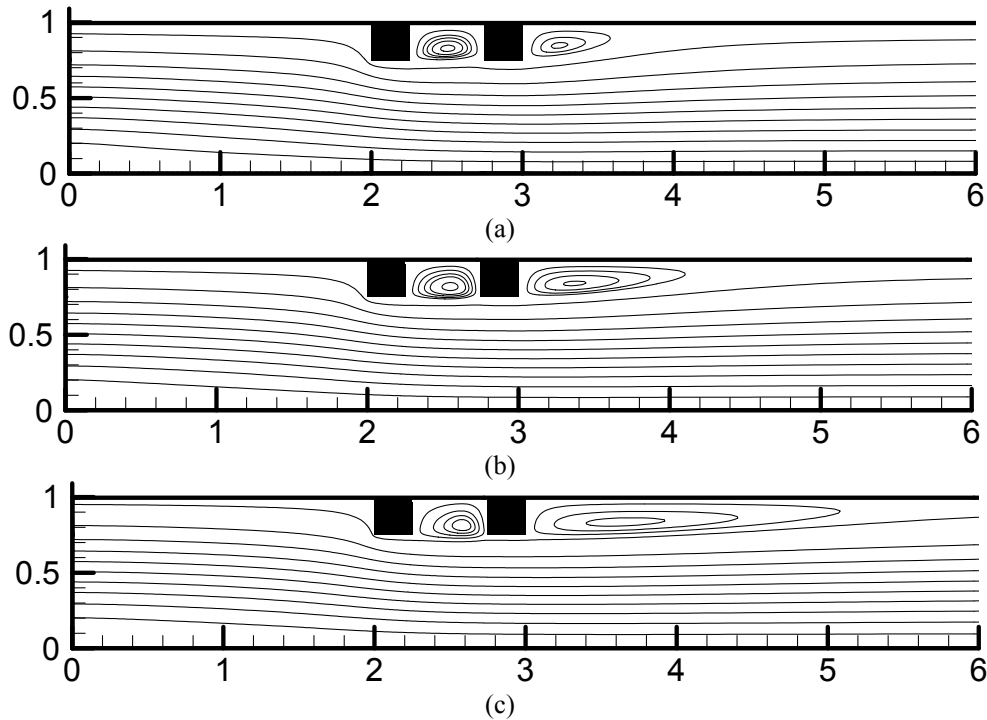


Fig. IV.11. Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant.

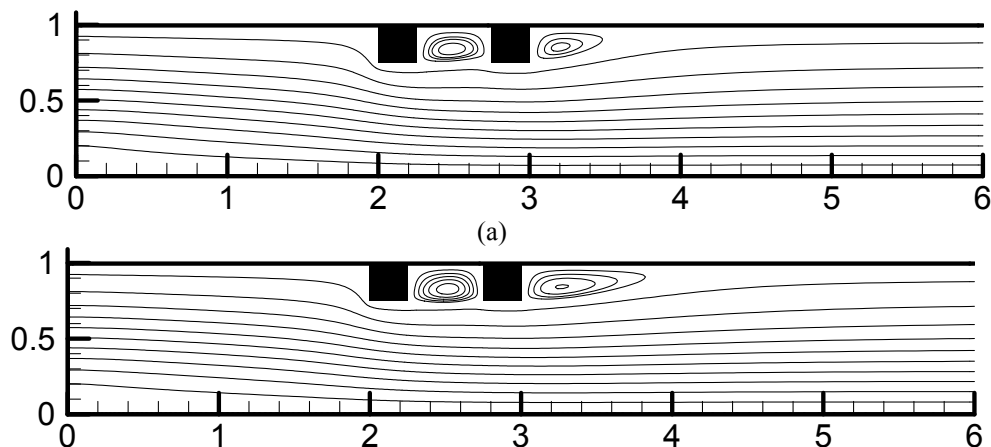
$(k_s/k_f) = 10$; $n = 1$, $Ri = 0,1$.

(a) : $Re = 100$; (b) : $Re = 200$ et (c) : $Re = 300$.

Cependant, comparée au cas du fluide rhéofluidifiant, la taille de la zone de recirculation située en aval du second obstacle pour le cas d'un fluide newtonien est plus petite. Ceci est expliqué par la nature de fluide rhéofluidifiant qui aura tendance à s'écouler plus facilement.

- **Cas du fluide ostwaldien rhéoépaississant ($n = 1,0$)**

Pour le cas d'un fluide rhéoépaississant, l'effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant est présenté sur les figures. IV.12 a, b et c.



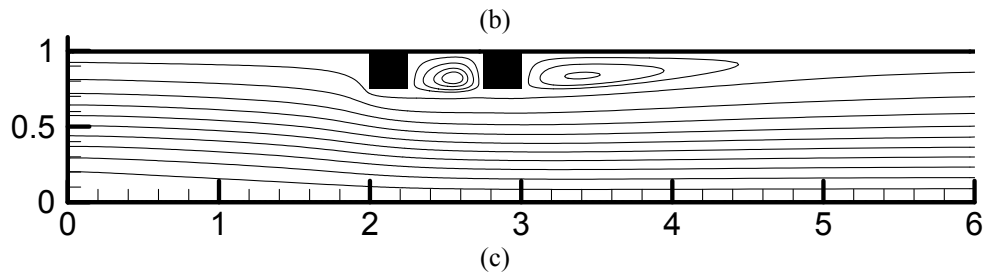


Fig. IV.12. Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant.
 $(k_s/k_f) = 10$; $n = 1,5$, $Ri = 100$.
 (a) : $Re = 100$; (b) : $Re = 200$ et (c) : $Re = 400$.

Nous constatons qu'à même nombre de Reynolds, la zone de recirculation située en aval du second obstacle a la plus petite taille dans le cas du fluide rhéoépaississant ($n = 1,5$) en comparaison aux deux cas précédents. Ceci s'explique le caractère très visqueux du fluide rhéoépaississant qui ralentit son écoulement en comparaison avec les fluides newtonien et rhéofluidifiant de surcroît. De même, pour le cas (a) : $Re = 100$, la taille des deux cellules est comparable.

IV.4.2. Champ thermique

• Cas du fluide ostwaldien rhéofluidifiant ($n = 0,5$)

Les figures. IV.13 a et b présentent l'effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local le long des trois faces (AB, BC et CD) des deux obstacles respectivement. Les essais ont été simulés pour deux obstacles identiques (d'un point de vue géométrie et propriétés physiques) et pour une conductivité thermique de l'obstacle, dix fois supérieure à celle du fluide rhéofluidifiant : $(k_s/k_f) = 10$.

Nous remarquons que quelque soit la face ou l'obstacle, le nombre de Nusselt croît en fonction du nombre de Reynolds. Par ailleurs, les échanges thermiques sont beaucoup plus importants au niveau du premier obstacle (a) que du second (b).

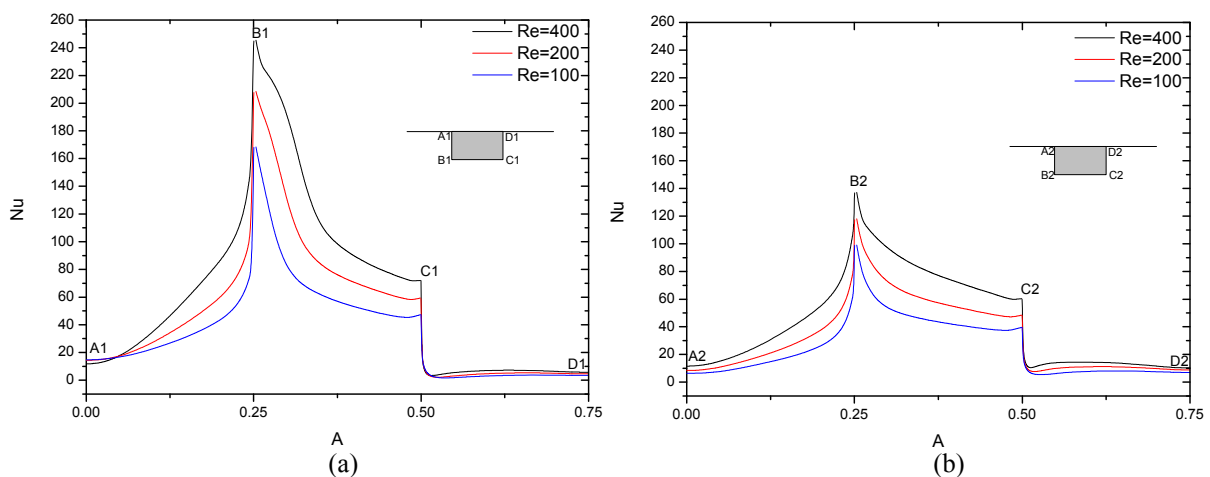


Fig. IV.13. Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 10$; $n = 0,5$; $Ri = 100$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

De plus, quel que soit l'obstacle, le nombre de Nusselt commence par croître le long de la face AB depuis presque la température du fluide à l'entrée jusqu'à atteindre un maximum sur l'arête B. Au-delà du point B, le nombre de Nusselt amorce une décroissance abrupte pour les premières positions longitudinales puis devient plus lente au fur et à mesure que l'on s'approche du point C. Cette diminution du nombre de Nusselt est due au réchauffement progressif du fluide le long de la face BC. A partir du point C, on assiste à une chute très importante du nombre de Nusselt et une évolution presque constante le long de la face CD, caractérisant des échanges médiocres de chaleur étant donné le confinement et la stagnation du fluide dans cette région (région comprise entre les deux blocs et pour laquelle le fluide est tournoyé en forme de cellule fermée).

- **Cas du fluide newtonien ($n = 1$)**

L'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution locale du nombre de Nusselt (le long des six faces de deux obstacles a et b) pour un fluide newtonien ($n = 1$) est présenté sur les figures IV.14 a et b.

Nous constatons comme précédemment que quel que soit l'obstacle ou la face, le transfert thermique augmente avec le nombre de Reynolds. En revanche, nous enregistrons, pour le cas du fluide newtonien, des valeurs plus faibles du nombre de Nusselt en comparaison avec le cas rhéofluidifiant. Ceci est dû au fait que le fluide newtonien présente une viscosité apparente (qui s'identifie dans le cas newtonien à la viscosité dynamique) plus importante que celle du fluide rhéofluidifiant. Le déplacement du fluide newtonien, et par conséquent les échanges thermiques, se trouvent ainsi diminués.

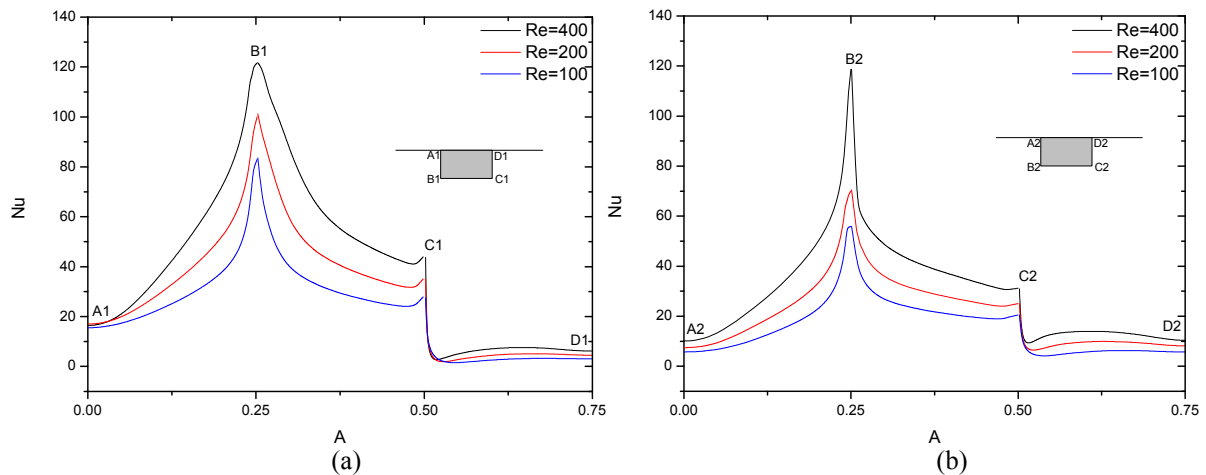


Fig. IV.14. Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 10$; $n = 1$; $Ri = 0,1$.
(a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

- **Cas du fluide ostwaldien rhéoépaississant ($n = 1,5$)**

Les figures. IV.15 a et b présentent l'effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt pour le dernier cas, correspondant au fluide rhéoépaississant ($n = 1,5$).

Comparé aux deux cas précédents (newtonien et rhéofluidifiant en particulier), le fluide rhéoépaississant est celui qui présente les valeurs les plus faibles du nombre de Nusselt local, et ce, quel que soit l'obstacle ou la face. Cela revient à l'importance relative de la viscosité

apparente des fluides rhéoépaississants en comparaison avec le cas newtonien ($n = 1$) et rhéofluidifiant ($n = 0,5$) de surcroît.

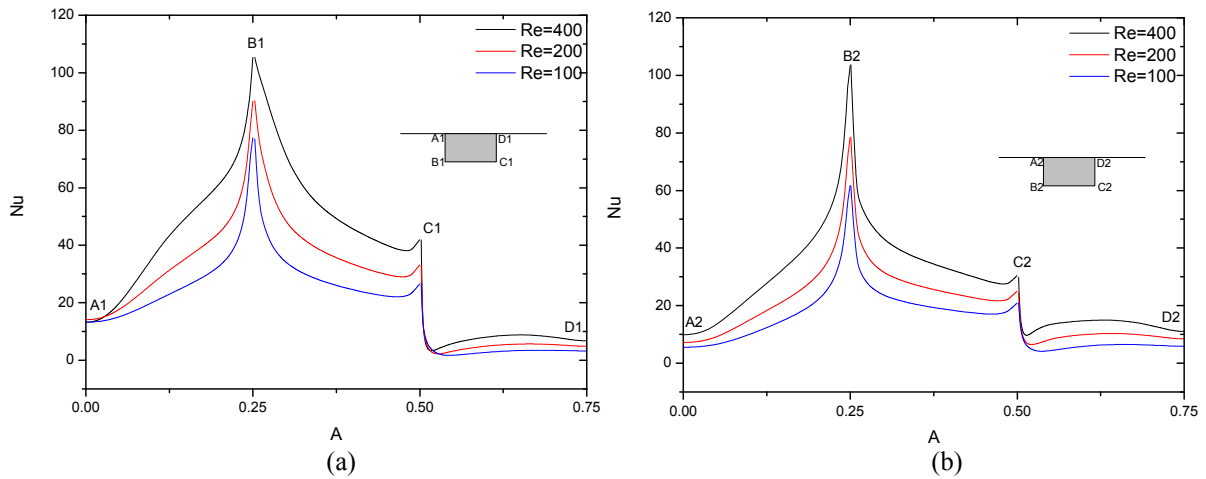
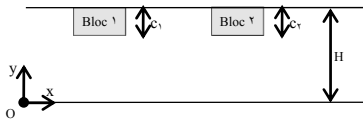


Fig. IV.10. Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt local relevé sur les trois faces de chaque bloc. $(k_s/k_f) = 1,0$; $n = 1,0$; $Ri = 0,1$.
(a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

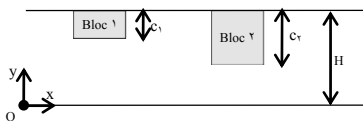
IV.9. Effet de la hauteur des obstacles

Dans cette partie, on s'intéressera à l'effet du changement des dimensions de l'obstacle sur l'écoulement et le transfert thermique. Pour cela, trois combinaisons ont été sélectionnées pour une largeur constante de bloc.

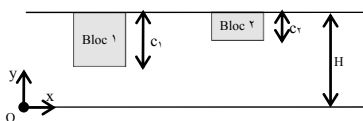
(a) Blocs de mêmes dimensions : $c_1 = c_2 = (H/\xi)$.



(b) La hauteur bloc 1 est inférieure à celle du bloc 2 : $c_1 = (c_2/\gamma) = (H/\xi)$.



(c) La hauteur du bloc 1 est supérieure à celle du bloc 2 : $c_1 = \gamma c_2 = (H/\xi)$.



IV.9.1. Champs hydrodynamique

• **Cas du fluide rhéofluidifiant ($n = 0,5$)**

Les figures IV.16 a, b et c présentent les lignes de courants pour trois combinaisons d'obstacles (obstacle 1 = obstacle 2, obstacle 1 < obstacle 2 et obstacle 1 > obstacle 2) dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant.

Nous remarquons l'apparition de deux zones de recirculation dans les deux cas a et b, la première se situe entre les deux obstacles et la seconde en aval du second obstacle, confinée entre la face CD et le plan supérieur du canal. Cette dernière présente une intensité plus importante et envahit tout l'écoulement en aval dans le cas b.

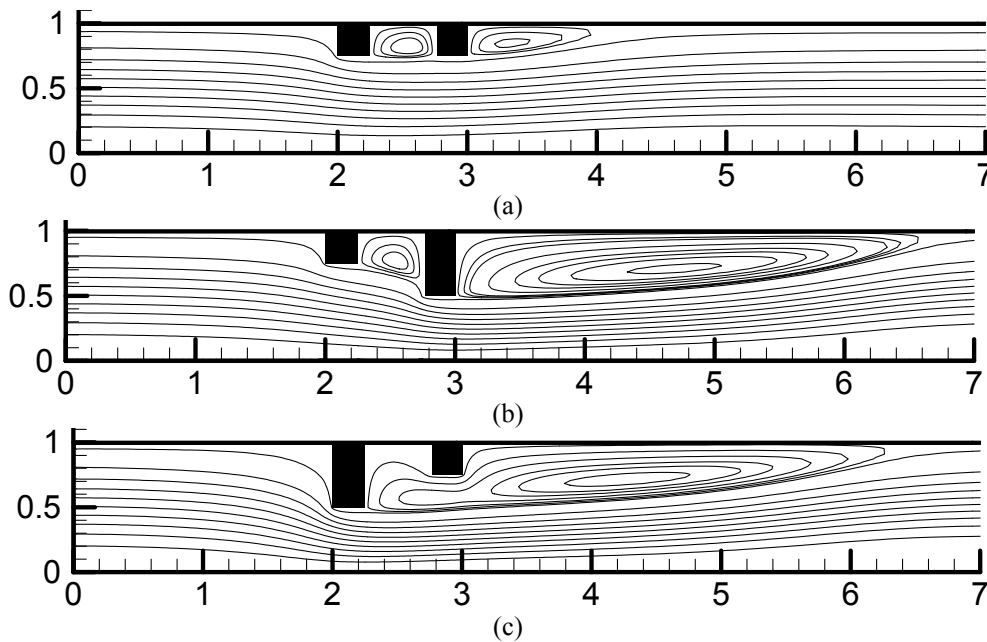
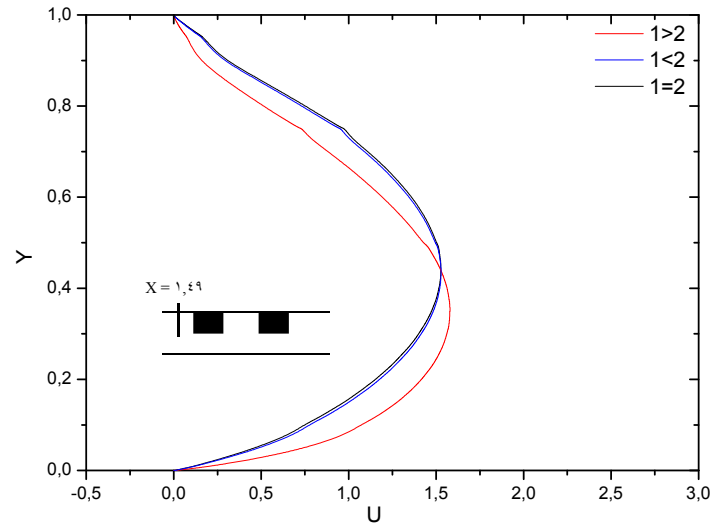


Fig. IV.16. Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant.
 (a) : $c_1 = c_2$; (b) : $c_1 = (c_2/2)$; (c) : $c_1 = 2 c_2$. $n = 0,5$.

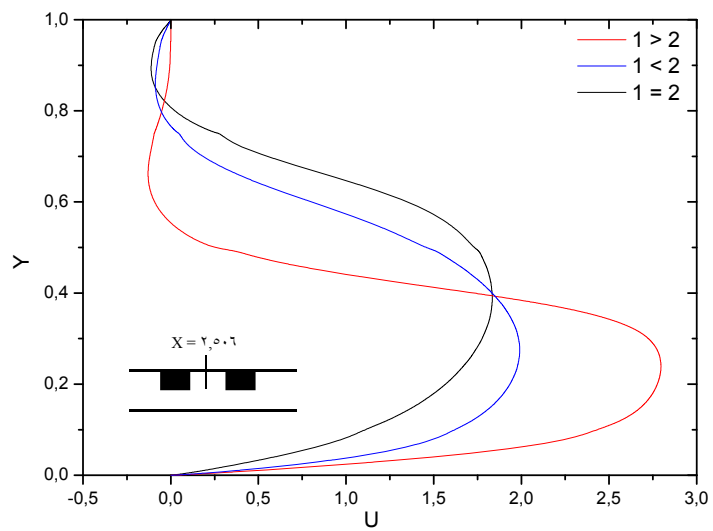
Contrairement aux deux premiers cas, nous remarquons que pour le cas c (relatif au fluide dilatant ou rhéoépaississant), la formation d'une seule zone de recirculation qui s'étend de la région comprise entre les deux blocs, jusqu'à loin en aval du second bloc (du côté supérieur du canal).

Une description plus ou moins détaillée est donnée à travers les figures IV.17, a, b et c, représentant le profil de vitesse longitudinale respectivement en amont du premier obstacle ($X = 1,5$), entre les deux obstacles ($X = 2,5$) et en aval du second obstacle ($X = 3,5$).

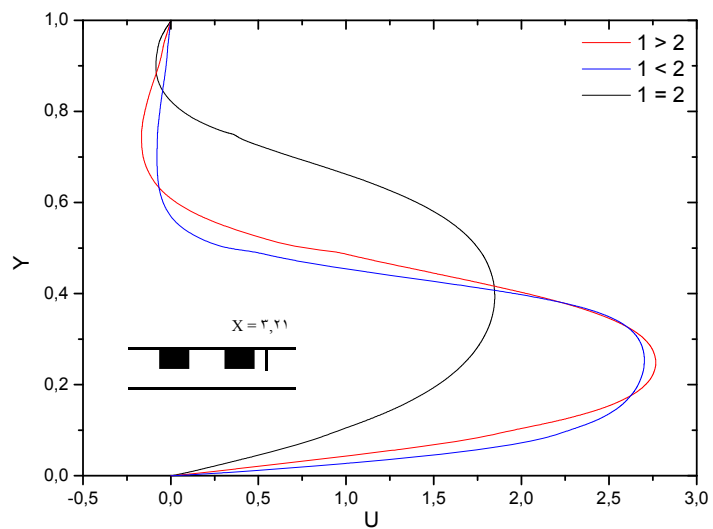
Nous remarquons que le profil de vitesses garde plus au moins sa forme parabolique initiale, imposée à l'entrée du canal jusqu'au premier obstacle. Entre les deux obstacles et en aval du second obstacle, c'est le cas où la hauteur du premier bloc est supérieure à celle du second (obstacle 1 > obstacle 2) qui présente les valeurs maximales de vitesse, suivi du cas obstacle 1 < obstacle 2.



(a)



(b)



(c)

Fig. IV.17. Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle, correspondant aux positions (a) $X = 1,49$; (b) $X = 2,06$; (c) $X = 3,21$. $n = 0,5$.

- Cas du fluide newtonien ($n = 1$)

Les figures IV.11 a, b et c représentent les lignes de courants pour les trois combinaisons d'obstacles précédentes : obstacle $\lambda =$ obstacle γ , obstacle $\lambda <$ obstacle γ , et obstacle $\lambda >$ obstacle γ . Nous remarquons qu'il existe deux zones de recirculation pour chaque cas. La première entre les deux obstacles et la seconde en aval du deuxième obstacle. Ces deux cellules ont une faible intensité quand les deux obstacles sont identiques (a).

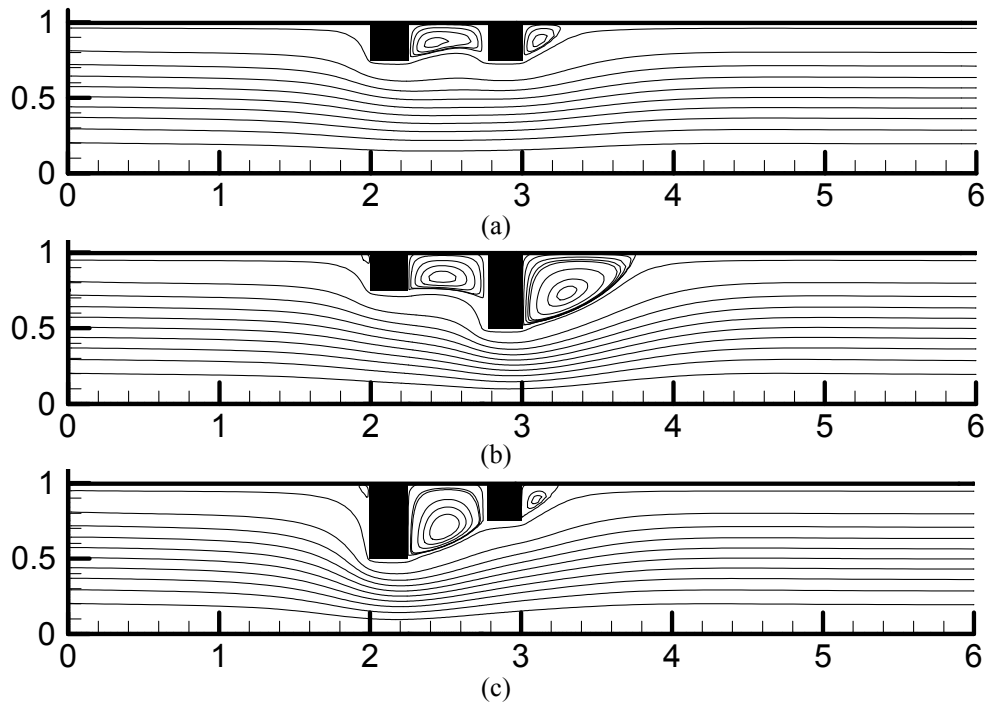
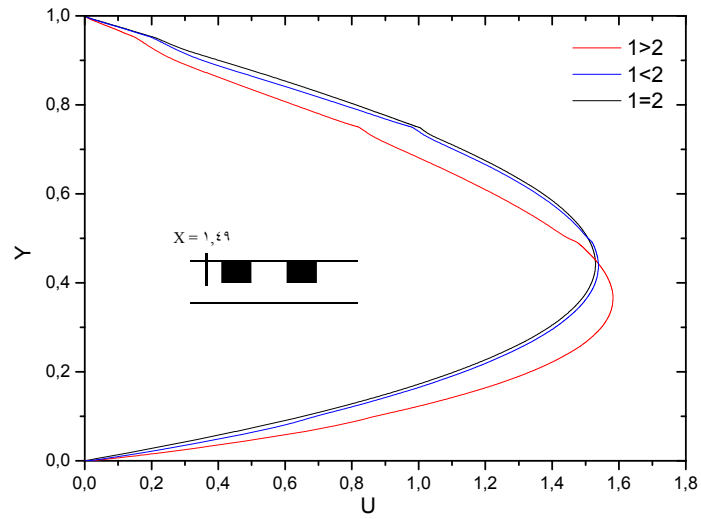
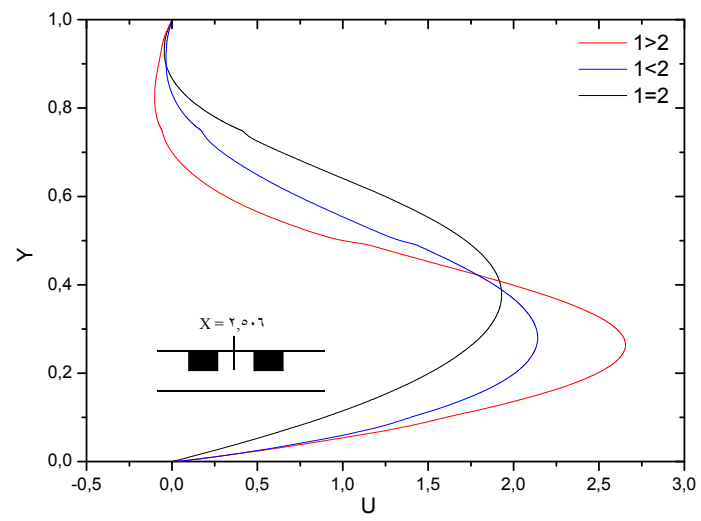


Fig. IV.11. Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant.
 (a) : $c_\lambda = c_\gamma$; (b) : $c_\lambda = (c_\gamma/\gamma)$; (c) : $c_\lambda = \gamma c_\gamma$. $n = 1$.

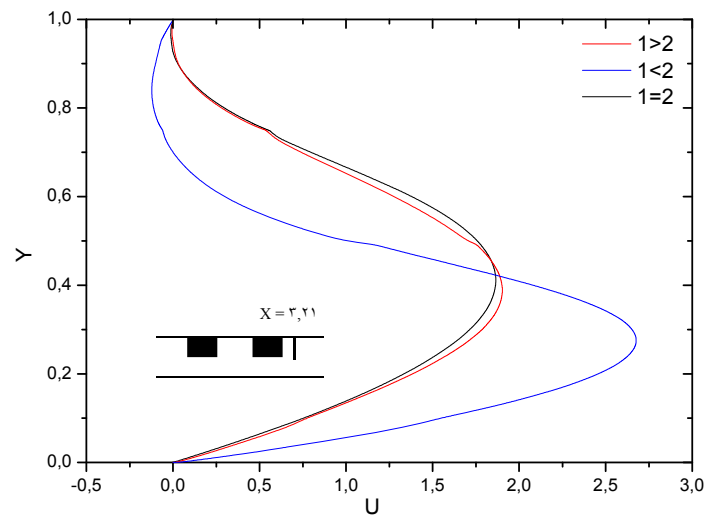
Pour le cas c (obstacle $\lambda >$ obstacle γ), nous remarquons que la taille de la cellule, située entre les deux obstacles, est plus importante comparée à celle située en aval du second obstacle. Par contre, pour le cas b (obstacle $\lambda <$ obstacle γ), on remarque que la taille de la cellule située en aval du deuxième obstacle est la plus grande. Cela s'explique par le fait que l'augmentation de la taille de l'un des deux obstacles diminuera la section offerte au passage du fluide, ce qui donne lieu à une zone de recirculation en aval de ce dernier, d'intensité maximale en comparaison avec l'autre cellule comme on peut le constater sur les figures IV.11 a, b et c, représentant le profil de vitesse longitudinale en amont, entre et en aval des deux obstacles respectivement.



(a')



(b')



(c')

Fig. IV.19. Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle, correspondant aux positions (a') $X = 1,49$; (b') $X = 2,06$; (c') $X = 2,21$. $n = 1$.

De ces figures nous remarquons que le profil de vitesses garde plus ou moins la forme parabolique de l'entrée du canal jusqu'au premier obstacle. Au-delà, la vitesse du liquide augmente à cause de la présence des deux obstacles. Loin des deux obstacles, le profil de vitesse reprend progressivement sa forme parabolique, indiquant l'établissement du régime. De plus comme prévu, la vitesse longitudinale est maximale dans le cas où l'obstacle λ est plus grand que l'obstacle γ (cas c) à la position $X = \gamma, \rho \cdot \gamma$ (b' : entre les deux obstacles), et dans le cas où la hauteur de l'obstacle λ est inférieure à celle de l'obstacle γ (cas b) à la position $X = \gamma, \gamma \lambda$ (c' : en aval du second obstacle), étant donné la diminution de la section du passage offerte au fluide.

• **Cas du fluide ostwaldien rhéoépaississant ($n = \lambda, \rho$)**

Les figures IV.20 a, b et c présentent les lignes de courants pour trois combinaisons d'obstacles précédentes dans le cas d'un fluide rhéoépaississant ($n = \lambda, \rho$).

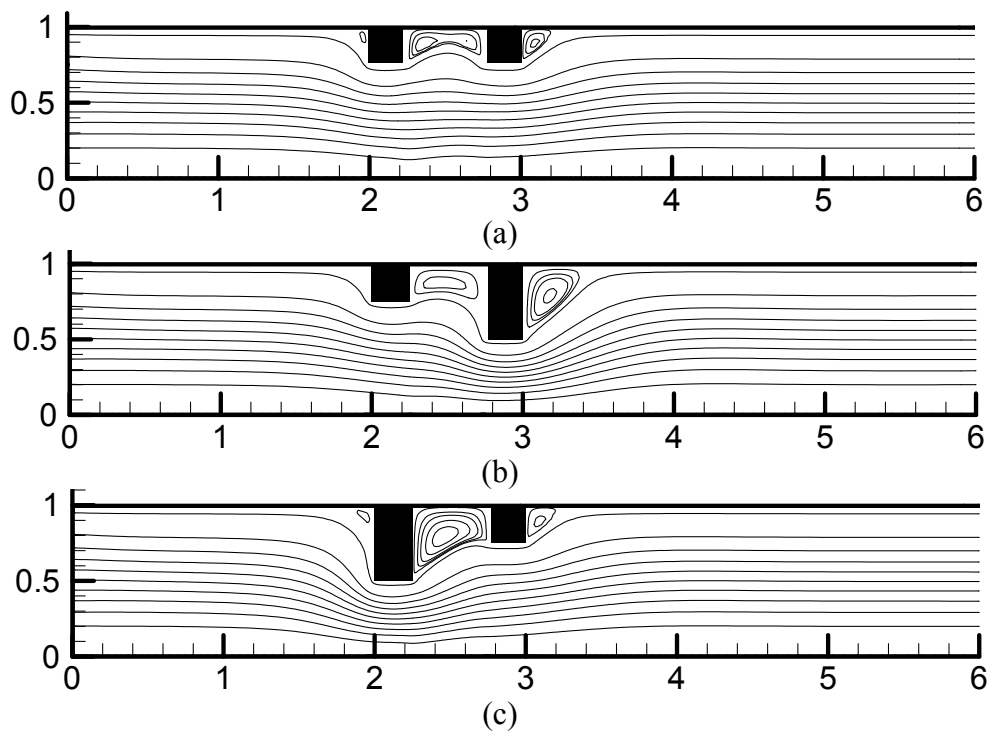
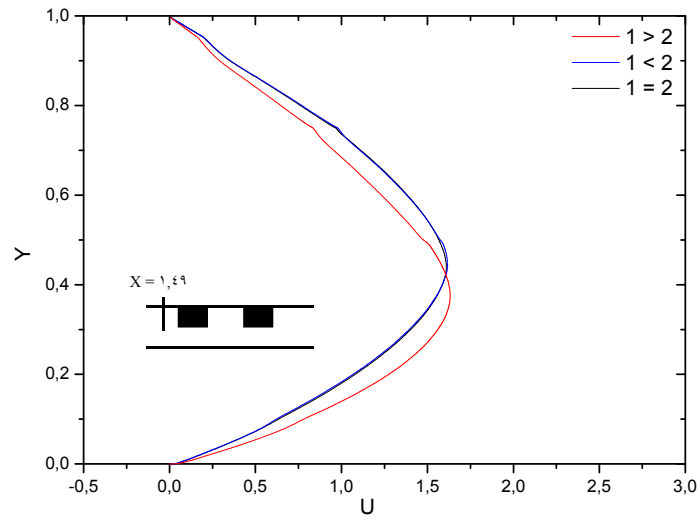
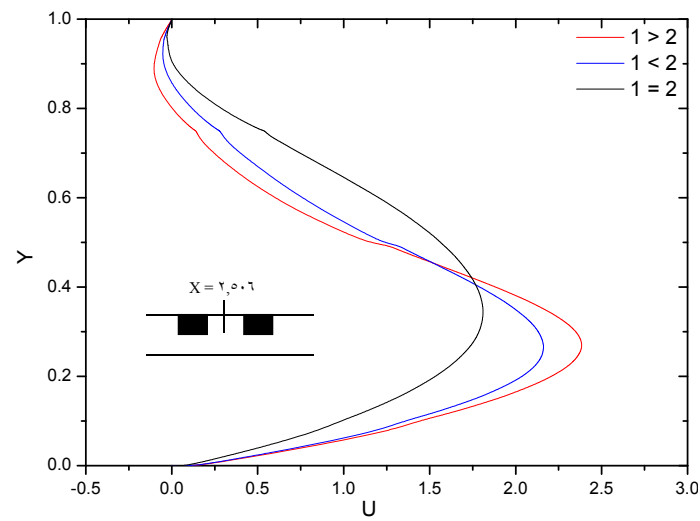


Fig. IV.20. Effet de la hauteur des obstacles sur la structure des lignes du courant.
 (a) : $c_1 = c_2$; (b) : $c_1 = (c_2/\lambda)$; (c) : $c_1 = \gamma c_2$. $n = \lambda, \rho$.

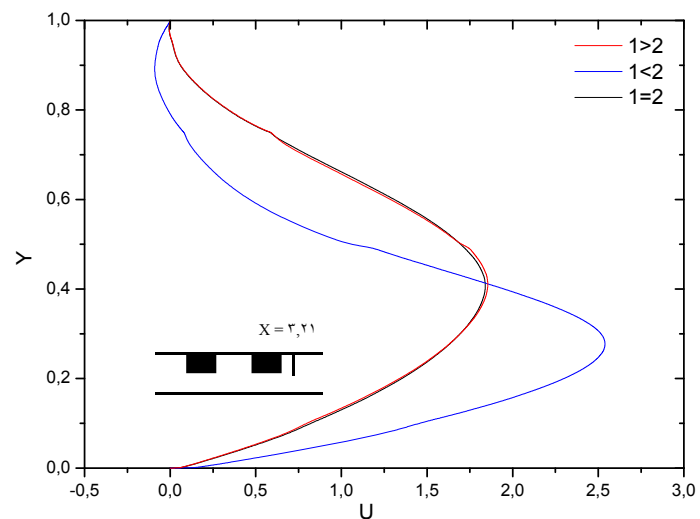
Comme pour les cas des fluides rhéofluidifiant ($n = \lambda, \rho$) et newtonien ($n = \lambda$), les lignes de courant sont bien droites en amont et en aval des deux obstacles. Au point B¹ elles s'incurvent fortement, indiquant un meilleur transfert thermique en ce point. Nous remarquons aussi la présence de deux zones de recirculation, dont la première se trouve confinée entre les deux obstacles et la deuxième en aval du second obstacle. De plus, pour ce type de fluide, ces deux zones ont les plus faibles intensités, surtout en aval du deuxième obstacle étant donné la nature très épaisse de ce genre de fluide.



(a)



(b)



(c)

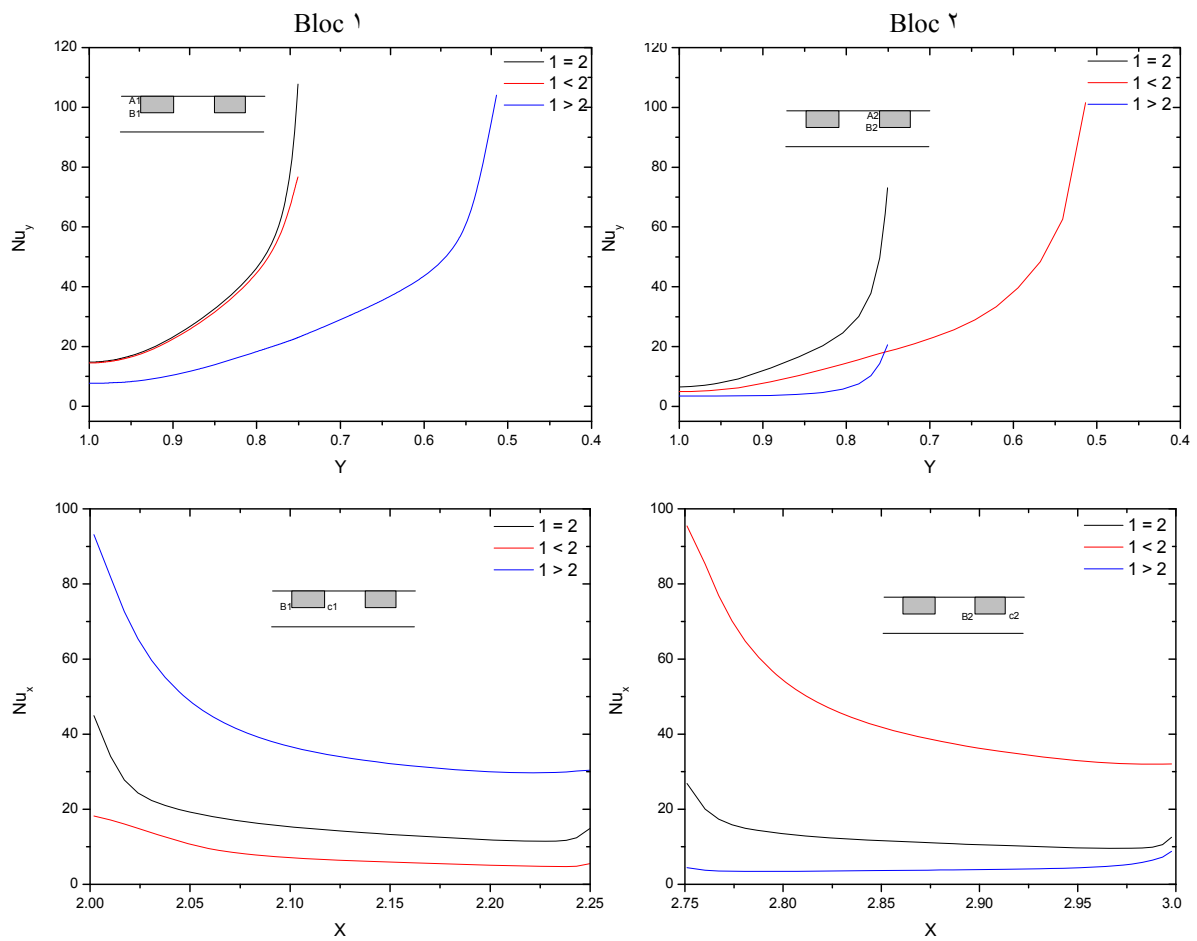
Fig. IV.21. Profil de vitesse pour différentes hauteurs de l'obstacle, correspondant aux positions (a') $X = 1,49$; (b') $X = 2,06$; (c') $X = 3,21$. $n = 1,0$.

Le champ d'écoulement est caractérisé aussi par les profils de vitesse, donnés à travers les figures IV.21 a, b et c où l'on constate que la vitesse est nulle au niveau des parois et que les vitesses maximales sont inférieures à celles des cas $n = 1,0$ et $n = 1$.

IV.2.2. Champ thermique

- Cas du fluide ostwaldien rhéofluidifiant ($n = 1,0$)

Pour quantifier le taux de transfert thermique évacué des deux obstacles 1 et 2 (figures à droite et à gauche respectivement), les six cas de la figure IV.22, illustrent une comparaison du nombre de Nusselt le long des trois faces (faces verticales gauche, horizontale et verticale droite) de chaque obstacle, pour les cas a, b et c (qui correspondent respectivement à : obstacle 1 = obstacle 2, obstacle 1 < obstacle 2, et obstacle 1 > obstacle 2).



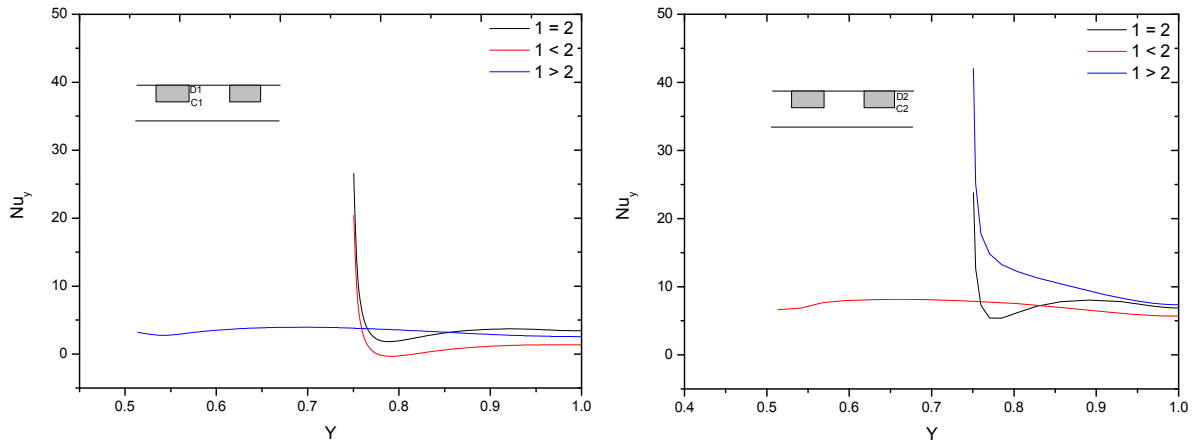
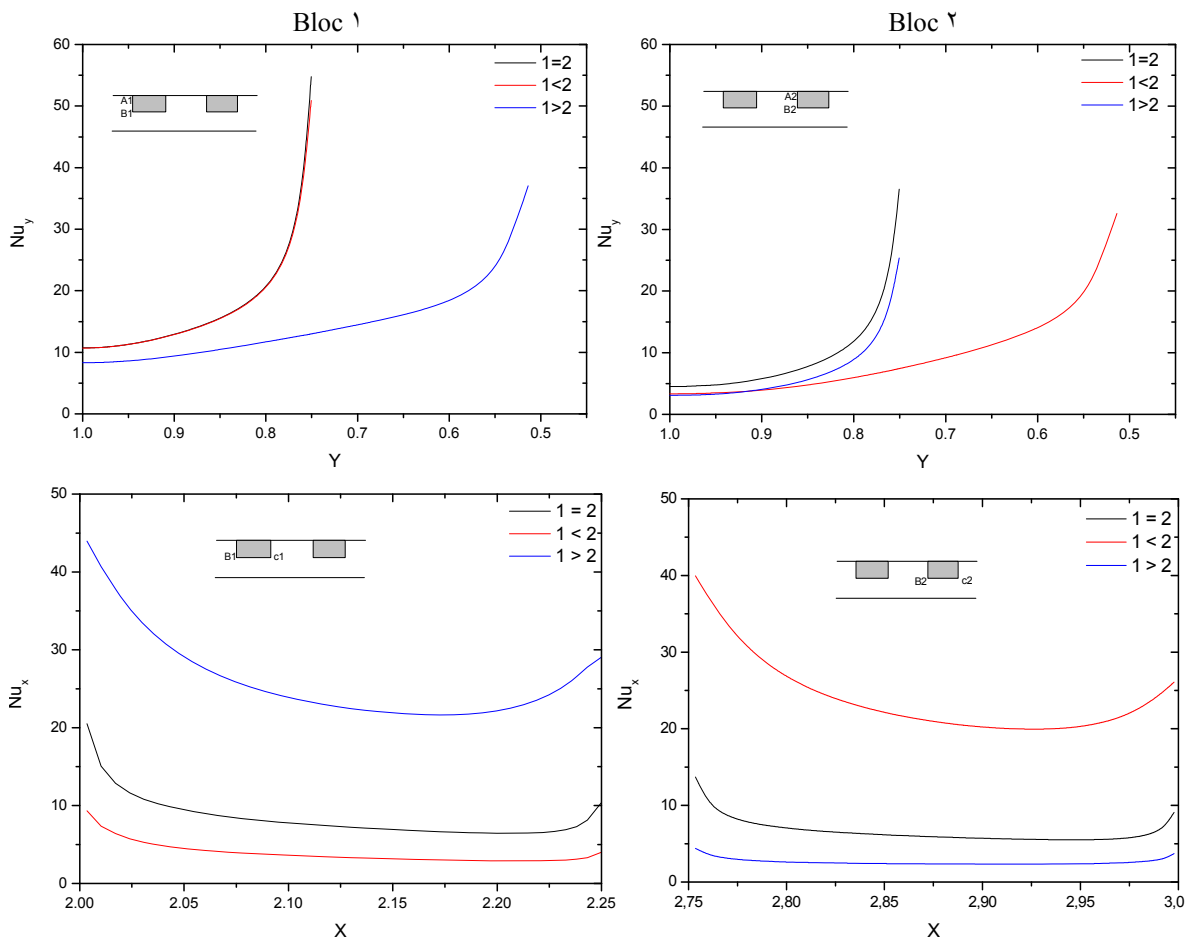


Fig. IV.22. Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local.

$$Re = 100 ; k_s/k_f = 10 ; n = 1, \infty.$$

Nous remarquons que pour la combinaison a (obstacle 1 > obstacle 2), le transfert thermique augmente sur la face B1C1 en raison de la diminution de la section de passage du fluide et donc, par conséquent, l'augmentation des vitesses du fluide. En revanche, pour les faces C1D1 et A1B1 le nombre de Nusselt diminue à cause de la présence d'une cellule de recirculation de grande intensité. De même, pour la combinaison b (obstacle 1 < obstacle 2), le nombre de Nusselt est plus important sur la face B2C2 et médiocre sur la face C2D2, où une importante zone de recirculation est observée.

• Cas du fluide newtonien (n = 1)



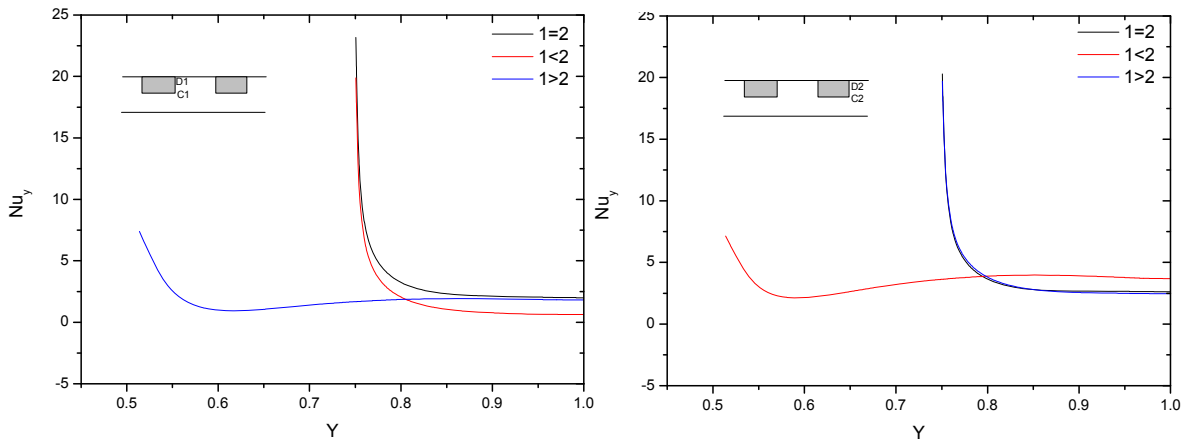
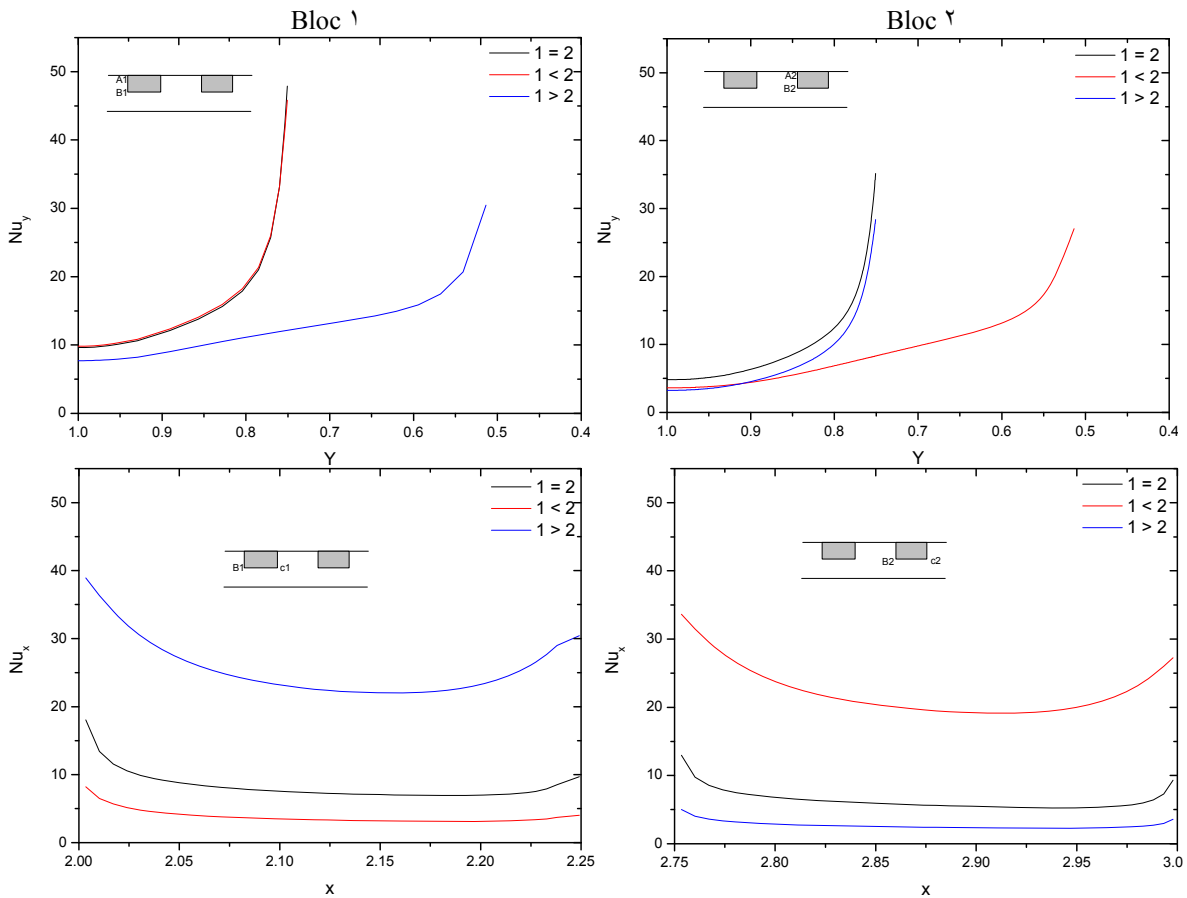


Fig. IV.23. Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local.

$$Re = 100 ; k_s/k_f = 10 ; n = 1.$$

Dans le cas du fluide newtonien, le transfert thermique présente un maximum sur l'arête B^1 du premier obstacle et ce, pour les trois combinaisons a, b et c et en particulier pour les deux premières (a et b). Remarquons également que pour la combinaison c (obstacle $1 >$ obstacle 2), le transfert thermique est le plus faible sur les faces C^1D^1 et A^2B^2 à cause de la présence d'une cellule de recirculation de grande intensité, et est plus important sur la face horizontale B^1C^1 , à cause de l'augmentation des vitesses à cet endroit. De manière analogue, transfert thermique est plus important sur la face horizontale B^2C^2 du second bloc.

• Cas du fluide rhéoépaississant ($n = 1.5$)



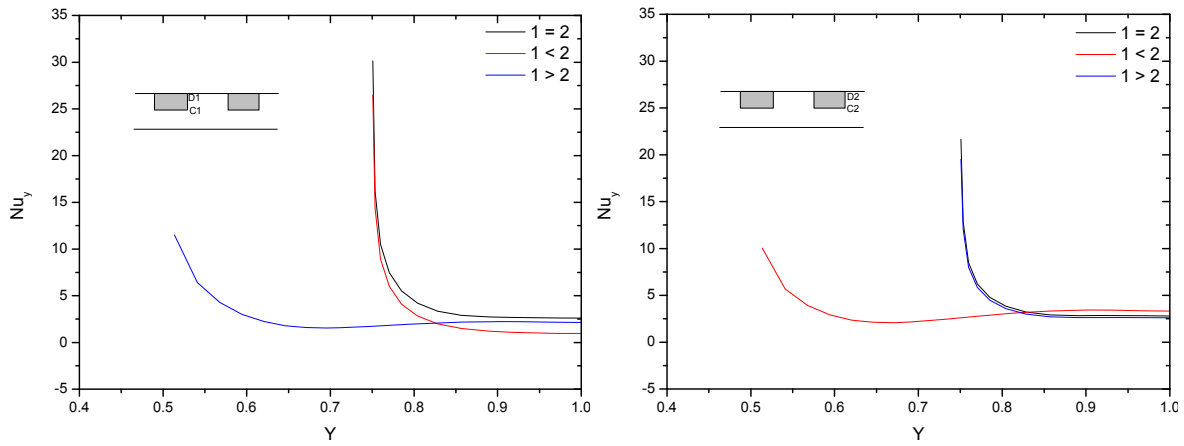


Fig. IV.28. Effet de la dimension des deux obstacles sur le nombre de Nusselt local.
 $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 1,0$.

La figure IV.28 représente le nombre de Nusselt calculé sur les trois faces des deux obstacles, pour différentes dimensions et pour un fluide rhéoépaississant. Les mêmes interprétations que celles développées précédemment peuvent être formulées dans le cas du fluide rhéoépaississant (dilatant) à une différence près : les valeurs du nombre de Nusselt sont moindres dans ce cas en comparaison avec les fluides newtoniens ou rhéofluidifiant notamment.

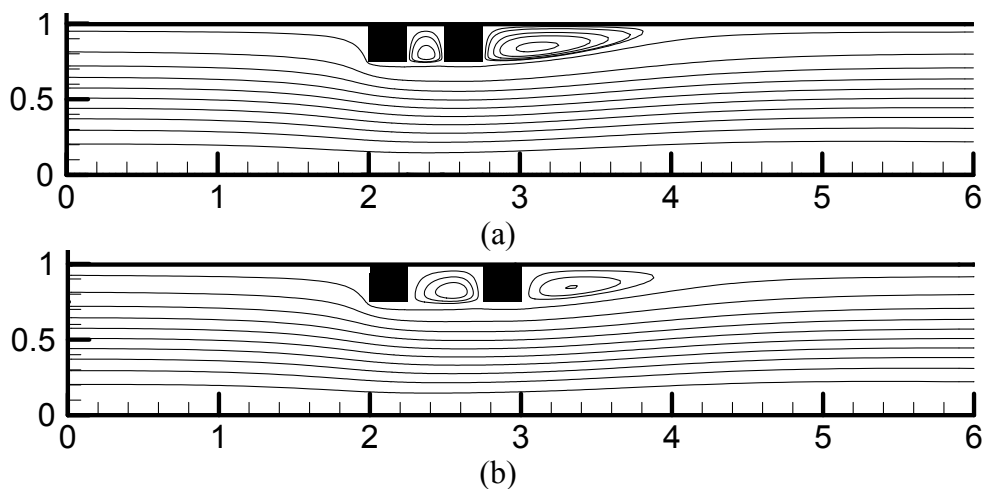
IV.6. Effet de la distance de séparation des deux obstacles

Parmi les paramètres ayant une influence sur le transfert thermique et le champ dynamique, on trouve l'espacement S entre les deux obstacles. Afin d'examiner cette influence, nous avons fait varier la distance S en prenant $S = W$ (cas a), $2W$ (cas b) et $3W$ (cas c) respectivement.

IV.6.1. Champ hydrodynamique

- Cas du fluide rhéofluidifiant ($n = 0,5$)

Les figures IV.29 a, b et c représentent l'évolution des lignes de la fonction de courant en fonction de la distance de séparation S entre les deux obstacles.



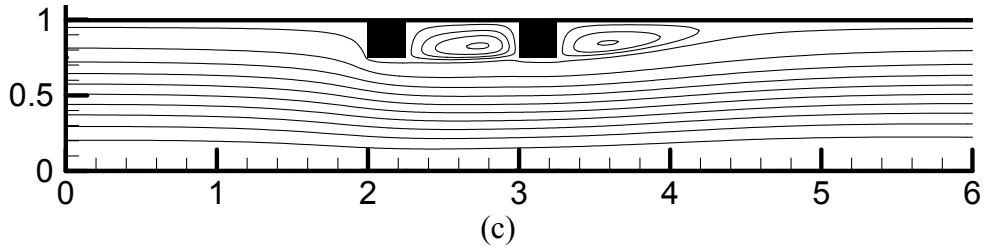


Fig. IV.25. Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant.
 $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 1,0$.

Nous observons l'apparition de deux zones de recirculation entre les deux obstacles et en aval du second. De plus, la taille de la cellule située entre les deux obstacles augmente avec l'augmentation de la distance qui sépare ces deux obstacles et s'étale sur tout l'espace sans rupture, même dans le cas $S = 2W$. En fait l'étendue de la cellule centrale dépend de l'espace qu'offre l'éloignement des deux obstacles, l'un de l'autre. Plus la distance S est grande, plus s'étire la cellule dans la direction longitudinale, contrairement aux cas où la hauteur des obstacles croissait et où l'on assistait à un étirement dans le sens transversale (Figure IV.26 b en particulier).

• **Cas du fluide newtonien ($n = 1$)**

Les figures. IV.26 a, b et c représentent l'évolution des lignes de la fonction de courant en fonction de la distance S séparant les deux obstacles.

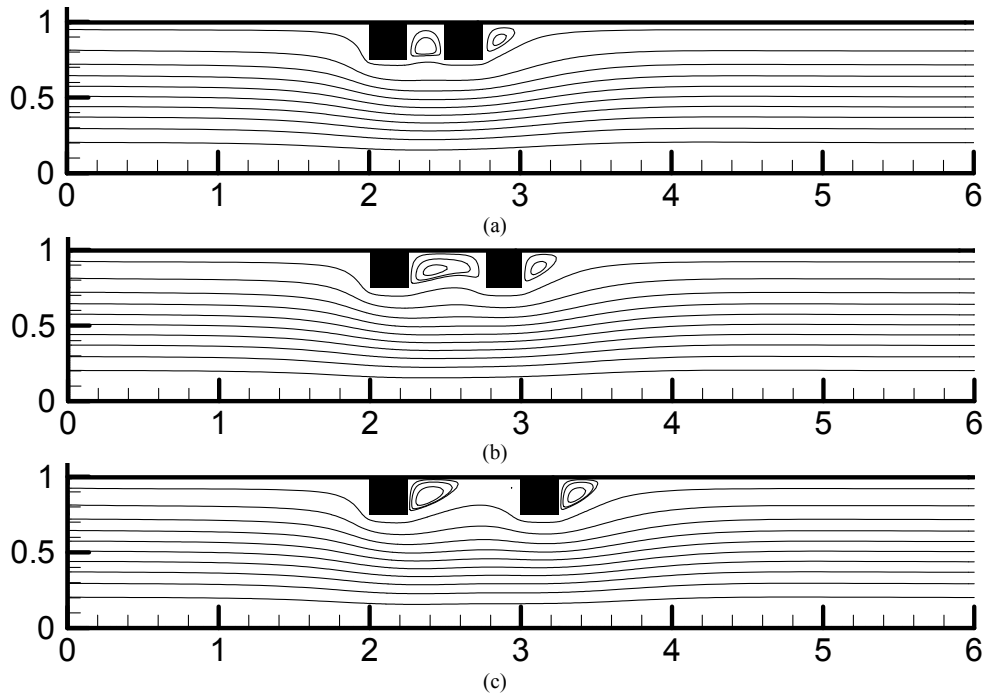


Fig. IV.26. Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant.
 $Re = 100$; $k_s/k_f = 10$; $n = 1$.

Nous observons que, plus la distance entre les deux obstacles augmente plus la taille de la cellule qui se trouve entre ces deux derniers augmente en occupant tout l'espace qui se trouve entre eux. Mais à partir d'une distance correspondant à $S = 2W$, cette cellule occupe une partie de l'espace entre ces deux derniers (adjacente au premier obstacle), le reste de l'espace étant occupé par du fluide au repos.

- **Cas du fluide rhéoépaississant ($n = 1,5$)**

L'évolution de la fonction de courant en fonction de la distance S séparant les deux obstacles est présentée à travers les figures IV.27 a, b et c.

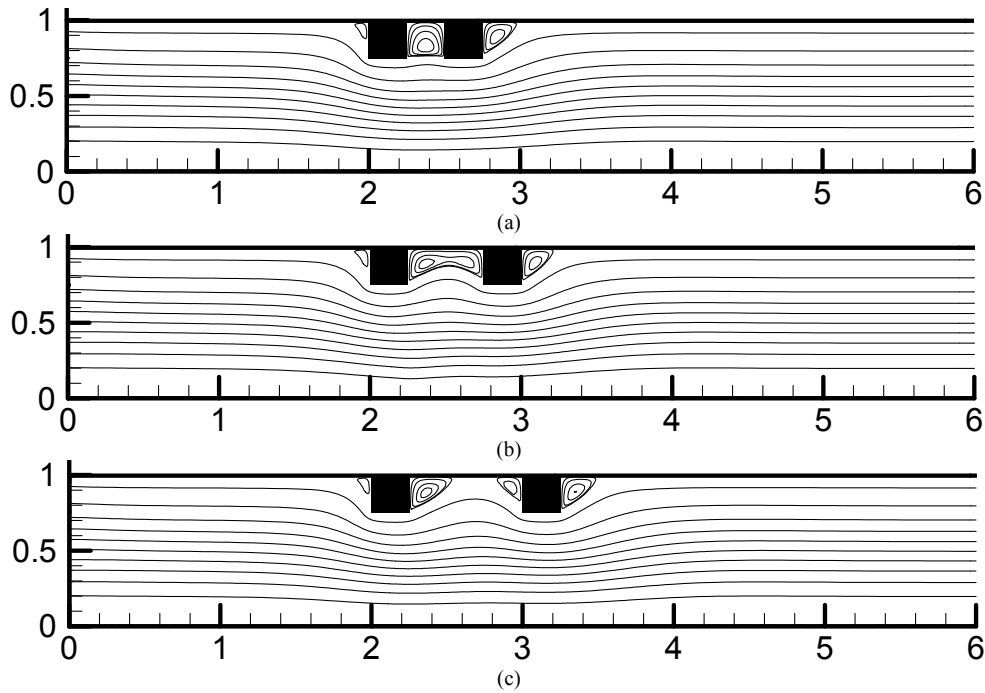


Fig. IV.27. Effet de la distance de séparation sur la structure des lignes de courant.
 $Re = 100$; $k_g/k_f = 10$; $n = 1,5$.

Nous obtenons pour ce type de fluide l'apparition d'une troisième zone de recirculation de faible intensité situées en amont du premier obstacle, en plus des deux autre : entre les deux obstacles et en aval du deuxième obstacle. De plus, pour $S < 2W$, une seule cellule occupe l'espace entre les deux blocs, avec une tendance à vouloir se scinder en deux, nettement visible lorsque $S = 2W$ (cas b de la figure IV.27) et qui se confirme lorsque $S = 3W$ (cas c de cette même figure). En effet, pour ce dernier cas, la cellule centrale a fini par donner deux cellules, situées au voisinage immédiat des deux blocs, qui tournent toutes les deux dans le sens trigonométrique (anti-horaire).

IV.3.2 champ thermique

- **Cas du fluide ostwaldien rhéofluidifiant ($n = 0,5$)**

Les figures IV.28 a et b représentent la variation du nombre de Nusselt local le long des trois faces des deux obstacles a et b respectivement et ce en fonction de la distance séparant les deux blocs.

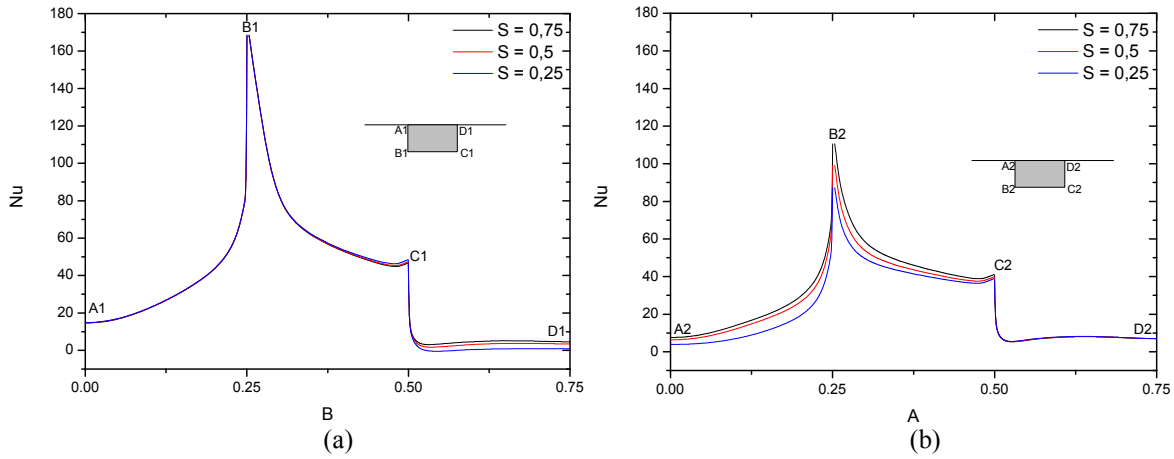


Fig. IV.28. Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

De prime abord, les valeurs du nombre de Nusselt local calculé au niveau du premier obstacle sont beaucoup plus importantes comparées au second obstacle. En plus, l'influence de la distance de séparation n'est ressentie que sur la face C1D1 du premier obstacle ainsi que sur les faces A2B2 et B2C2 du second obstacle, où le nombre de Nusselt augmente avec la distance de séparation S. Cette augmentation est expliquée par l'augmentation de l'intensité des lignes de courant (rotation) située entre ces deux obstacles.

• **Cas du fluide newtonien (n = 1)**

Les figures IV.29 a et b montrent la variation du nombre de Nusselt le long des trois faces des deux obstacles en fonction de l'espacement S entre les deux obstacles.

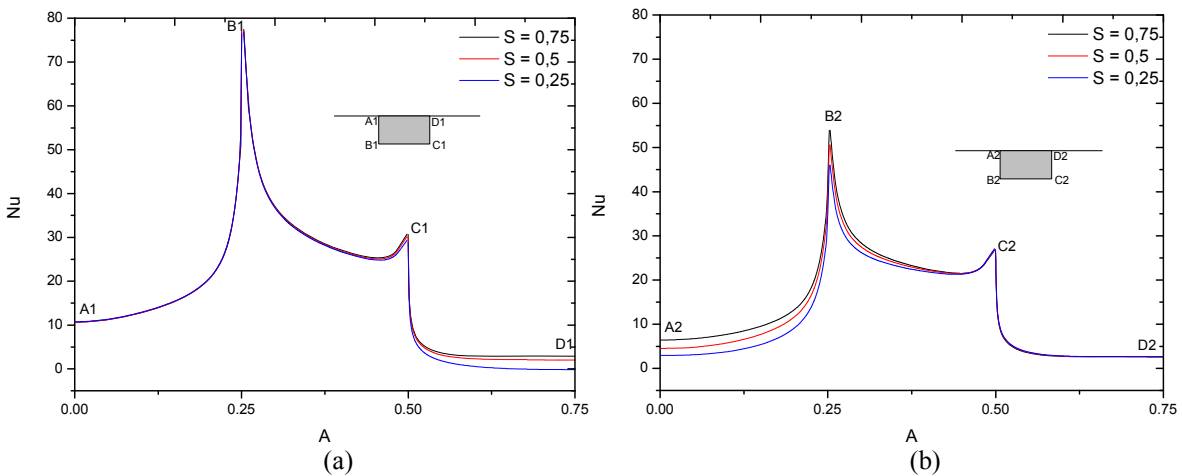


Fig. IV.29. Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

Comme pour le cas du fluide rhéofluidifiant, le taux de transfert de chaleur au niveau du premier obstacle est plus important que pour le second. En outre, on constate que l'augmentation de la distance de séparation conduit à l'augmentation du taux d'évacuation de chaleur sur les faces C1D1, A2B2, les autres faces restant insensibles aux variations de S. Par ailleurs, on constate aussi que le taux d'évacuation de chaleur présente un maximum sur l'arête gauche du premier obstacle (B1) et qu'en augmentant la valeur de l'espacement entre les deux obstacles, le transfert thermique s'améliore surtout au niveau du second obstacle.

- **Cas du fluide rhéoépaississant ($n = 1,2$)**

La variation du nombre de Nusselt local en fonction de la distance séparant les deux obstacles, pour un fluide ostwaldien rhéoépaississant, est illustrée à travers les figures IV.30 a et b.

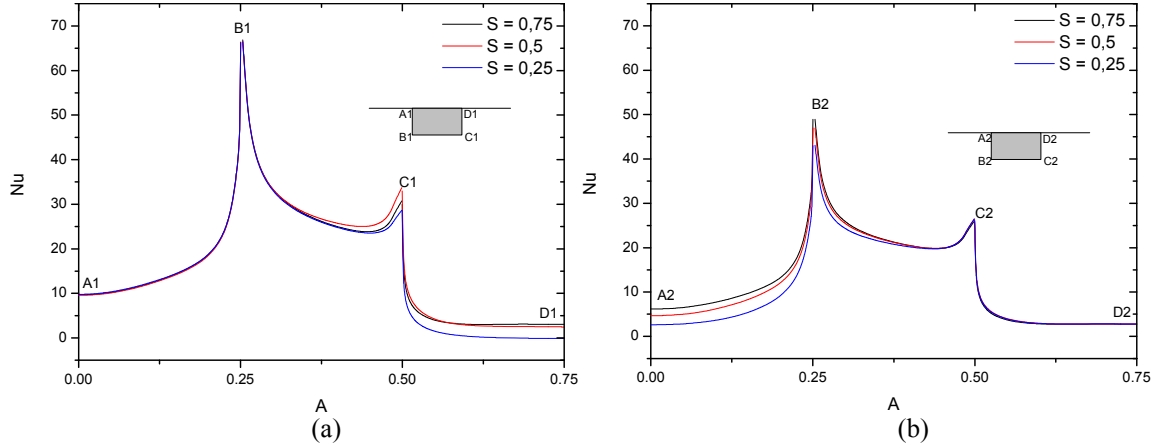


Fig. IV.30. Evolution du nombre de Nusselt local pour différentes distances de séparation. (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{eme} obstacle.

Les valeurs du nombre du Nusselt local sont globalement les plus faibles pour ce type de fluide en comparaison avec les deux cas précédents ($n = 0,2$ et $n = 1$). De même, comme pour les deux cas précédents, l'influence de la distance de séparation se manifeste au niveau de la face C1D1 du premier obstacle et des faces A2B2 et de manière moindre sur l'extrémité de la face B1C1 du premier obstacle et la face B2C2 du second obstacle.

IV.3. Effet de la fonction de dissipation visqueuse

- **Cas du fluide rhéofluidifiant ($n = 0,2$)**

Les figures IV.31 a et b montrent l'effet de la prise en compte de la fonction de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt local, relevé le long des trois faces du premier et second obstacle respectivement et ce, dans le cas d'un fluide ostwaldien rhéofluidifiant. Cette fonction, introduite dans l'équation de l'énergie par le biais du nombre de Brinkman, consiste en une production interne de chaleur à cause du frottement des couches fluides entre-elles d'une part et du frottement des couches fluides pariétales contre les parois de l'obstacle et celles du canal d'autre part. Elle est souvent négligée dans les calculs, sauf pour le cas des fluides visqueux s'écoulant à grande vitesse.

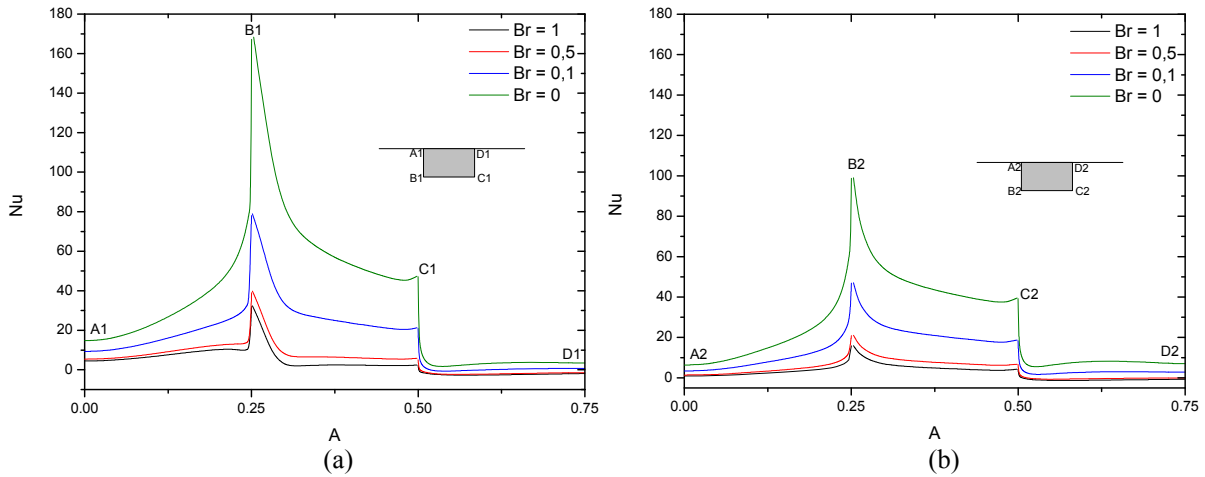


Fig. IV.31 Effet de la dissipation visqueuse sur le Nombre de Nusselt pour $n = 1, 0.5, 0.1, 0$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{eme} obstacle.

Nous remarquons que lorsque le nombre de Brinkman augmente, le Nombre de Nusselt local décroît sur les deux obstacles. En effet, le gradient pariétal de température diminue étant donné que le fluide, au fur et à mesure de son écoulement, voit sa température augmenter (par production interne de chaleur), en particulier, au voisinage des régions subissant les forts cisaillements (les deux faces horizontales $B1C1$ et $B2C2$). L'écart de température entre l'obstacle générateur de chaleur et les couches fluides pariétales diminue alors. Le nombre de Nusselt, fonction de ce gradient pariétal de température, diminue en conséquence.

Par ailleurs, la face verticale $C1D1$ du premier obstacle présente des valeurs du nombre de Nusselt beaucoup plus faibles que celles relevées sur la même face verticale, mais du second obstacle $C2D2$. Ce comportement pourrait s'expliquer par le fait que le fluide confiné entre les deux obstacles (et la face $C1D1$ en particulier), n'est pas renouvelé et forme une cellule fermée en rotation sur elle-même, au sein de laquelle, le transfert thermique est faible en comparaison avec le transfert thermique s'opérant en aval du second obstacle. En effet, dans ce second cas, le fluide n'est limité que dans un seul sens : celui de la surface $C2D2$ du second bloc.

• Cas du fluide newtonien ($n = 1$) et rhéoépaississant ($n = 1, 0$)

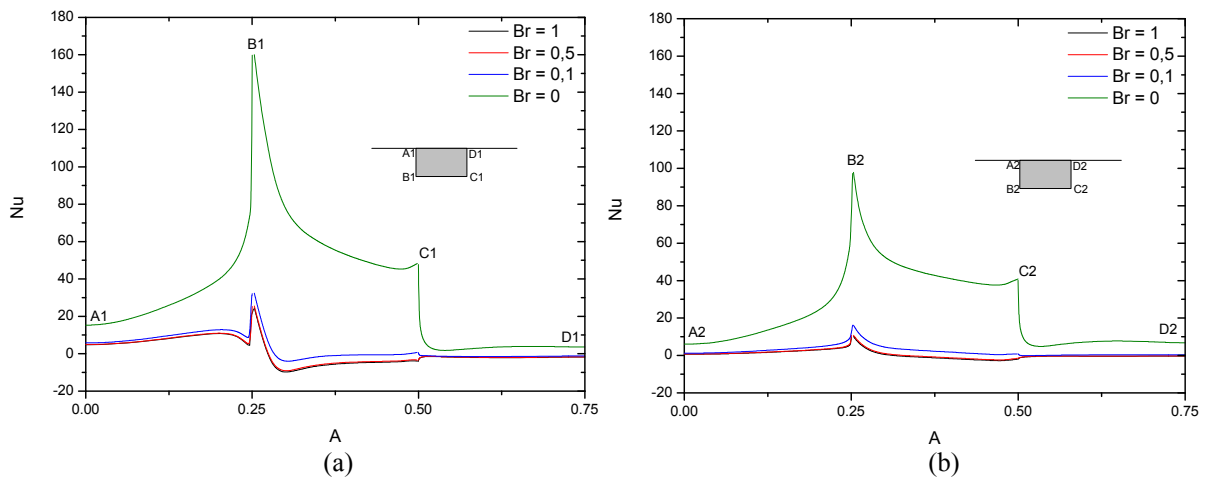


Fig. IV.32 Effet de la dissipation visqueuse sur le Nombre de Nusselt pour $n = 1$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{eme} obstacle.

Pour le cas du fluide newtonien et du fluide rhéoépaississant, présentés à travers les figures IV.32 et IV.33 a et b respectivement, nous remarquons que le nombre de Nusselt est beaucoup plus faible lorsque la dissipation visqueuse est prise en considération étant donné la nature très visqueuse de ces fluides.

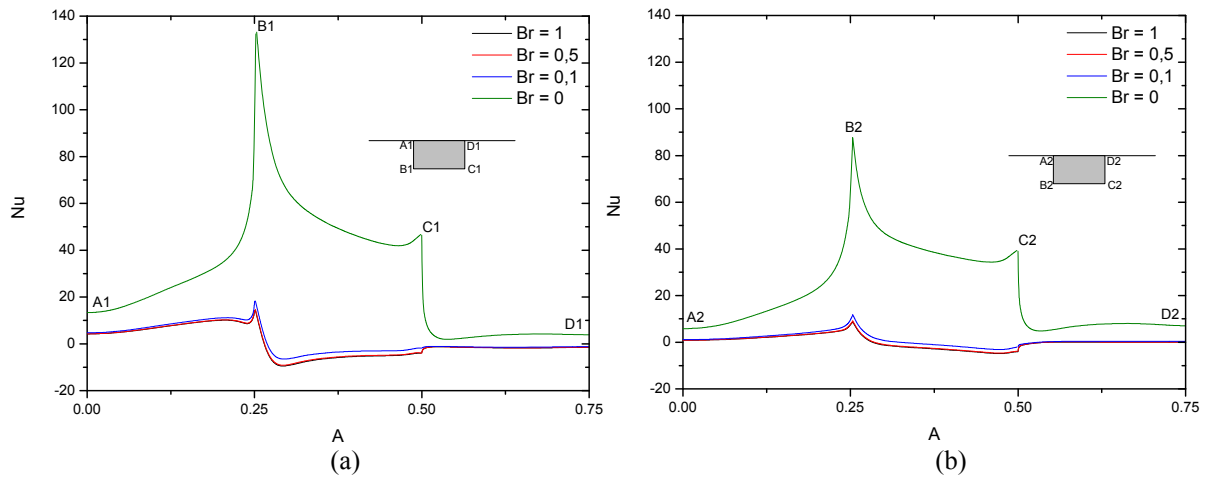


Fig. IV.33 Effet de la dissipation visqueuse sur le nombre de Nusselt pour $n = 1,0$
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

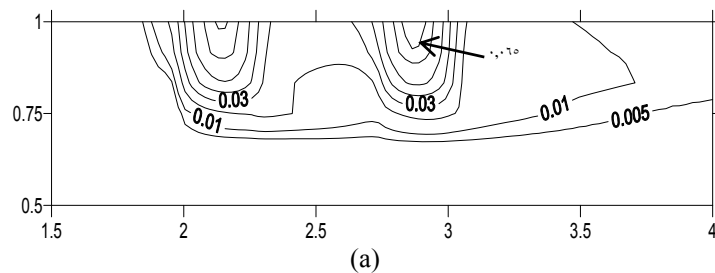
Par ailleurs, nous constatons pour les trois cas étudiés : $n = 1,0$, $n = 1$ et $n = 1,0$ l'apparition des valeurs négatives du nombre de Nusselt. Ceci est dû au fait que dans ces régions, la température du fluide devient plus élevée que celle des faces des deux obstacles. Il en résulte alors refroidissement du fluide (un transfert de chaleur du fluide vers la paroi) donnant lieu à des valeurs négatives du nombre de Nusselt.

IV.4. Effet du rapport de conductivité

Afin d'examiner l'influence de la conductivité thermique des blocs et du fluide sur le transfert de chaleur, nous avons fait varier le rapport de conductivité $K = (k_s/k_f)$, tel que K représente le rapport entre la conductivité thermique de l'obstacle solide et celle du fluide : $K = 1, 1,5, 2, 3$ pour $Re = 100$ et des obstacles de même taille.

- Cas du fluide rhéofluidifiant ($n = 1,0$)

Comme le montrent les figures IV.34 a, b, c et d, le rapport de conductivité K présente un grand effet sur les isothermes pour le cas d'un fluide rhéofluidifiant.



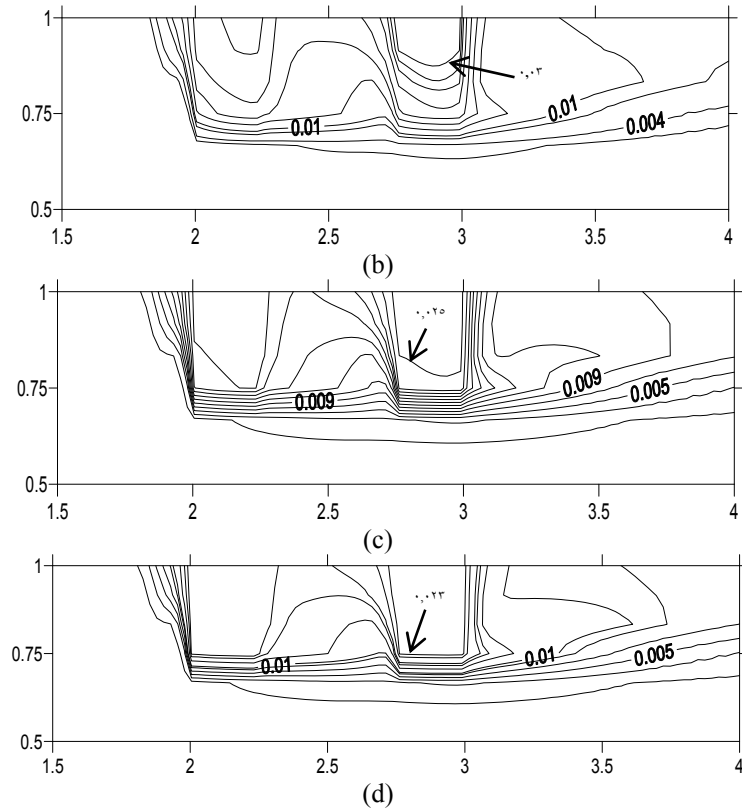


Fig. IV.34. Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 1,0$.
 (a) : $K = 1$. (b) : $K = 10$. (c) : $K = 100$. (d) : $K = 1000$.

Les figures IV.35 a et b montrent la variation du nombre de Nusselt local le long des trois faces des deux obstacles, pour plusieurs valeurs du rapport de conductivité, dans le cas du fluide rhéofluidifiant.

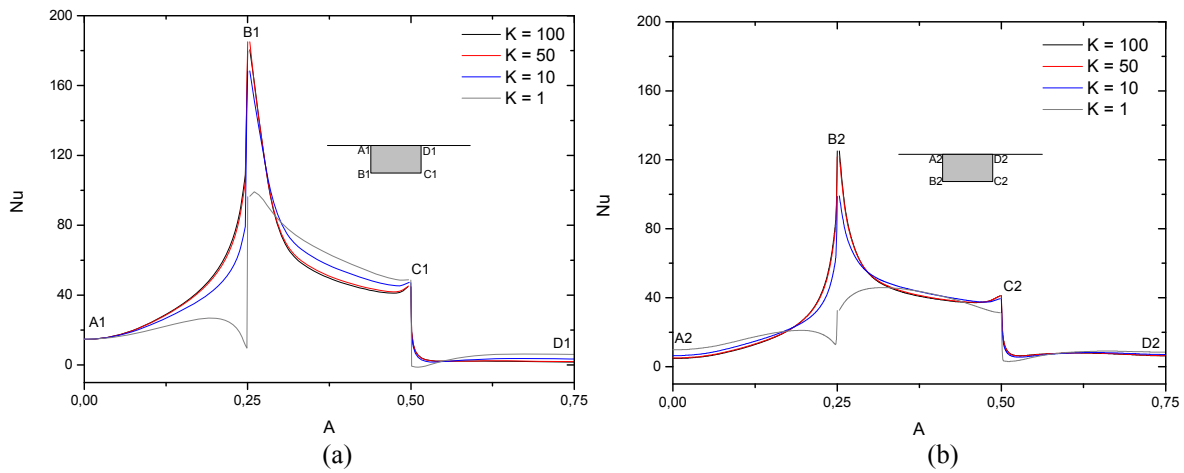


Fig. IV.35. Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité, $Re = 100$; $n = 1,0$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

La variation du rapport de conductivité a un effet sur le nombre de Nusselt. Cet effet est plus prononcé sur le premier obstacle, où le nombre de Nusselt présente les grandes valeurs en comparaison avec le second obstacle. En outre, lorsque l'on passe de $K = 1$ à une autre valeur de K , le nombre de Nusselt varie fortement, en particulier au niveau du premier obstacle. D'autre part, dès que l'on dépasse $K = 1$, les variations du nombre de Nusselt s'estompent, en particulier pour les cas : $K = 100$ et $K = 1000$.

Globalement, toutes les courbes présentent le même aspect : une augmentation du nombre de Nusselt le long des deux faces verticales $A'B'$ et $A'B''$, suivie d'une diminution le long des faces $B'C'$ et $B'C''$ et une quasi stabilité le long des faces $C'D'$ et $C'D''$.

• **Cas du fluide newtonien ($n = 1$)**

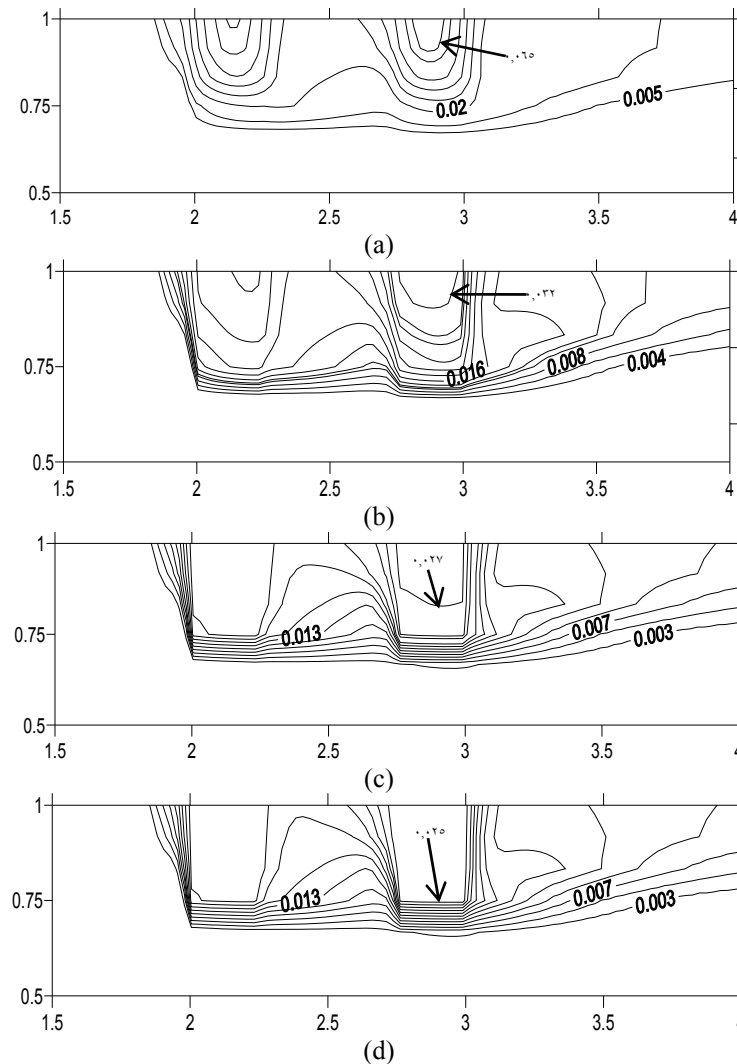


Fig. IV.36. Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 1$.
 (a) : $K = 1$. (b) : $K = 10$. (c) : $K = 100$. (d) : $K = 1000$.

La figure IV.36 a, b, c et d représente les isothermes pour différentes valeurs du rapport de conductivité thermique K , pour le cas du fluide newtonien. Nous remarquons que l'augmentation de ce rapport de conductivité conduit à l'amélioration du transfert thermique autour des deux obstacles. Ceci est dû à la diminution de la résistance interne, au sein de ces deux obstacles qui tendent à devenir isotherme et par conséquent, à l'augmentation du gradient pariétal de température. On remarque aussi qu'à partir de $K = 100$, le rapport de conductivité n'a presque plus d'effet sur le taux d'évacuation de chaleur.

Les figures IV.37 a et b montrent la variation du nombre de Nusselt local le long des trois faces des deux obstacles pour plusieurs valeurs du rapport de conductivité thermique.

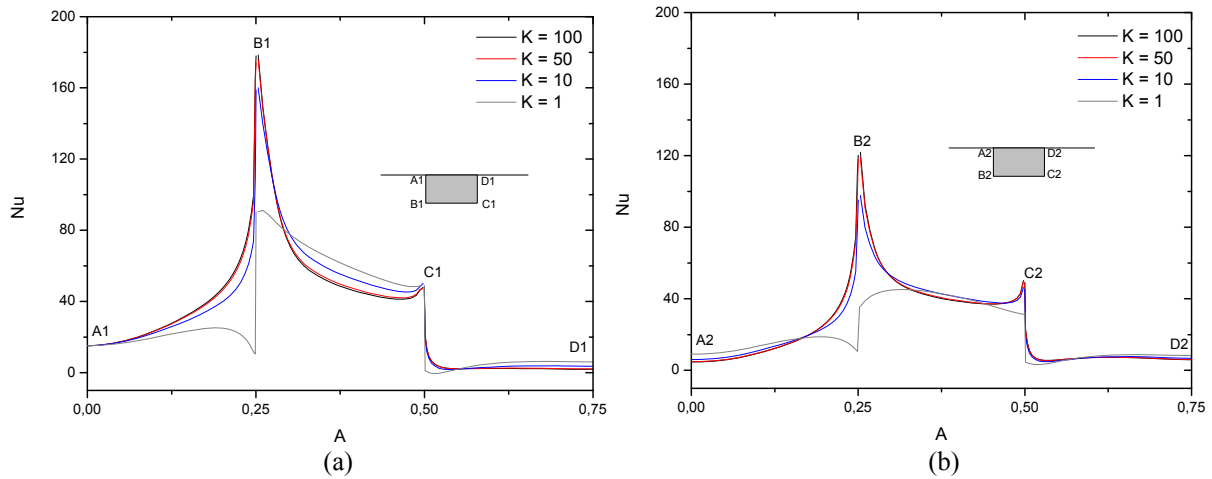


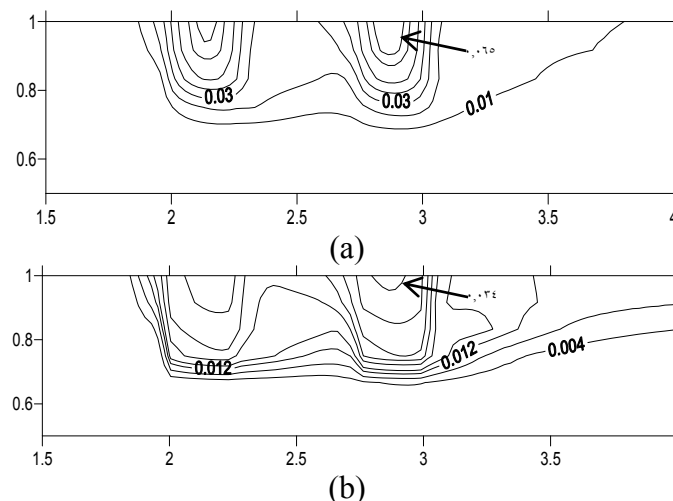
Fig. IV.35. Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité, $Re = 100$; $n = 1$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

Le nombre de Nusselt le long de la face verticale gauche des deux obstacles montre l'apparition d'un maximum au niveau de l'arête B, là où les isothermes (figure IV.36) sont très proches l'une de l'autre et se tassent les unes contre les autres (en particulier pour $K > 1$). La température varie alors très fortement et engendre un gradient pariétal de température très élevé.

Comme précédemment, le transfert thermique au niveau des surfaces A'B' et B'C' du second obstacle est moindre en comparaison avec les surfaces homologues du premier obstacle. En effet, le fluide s'étant réchauffé à la traversée du premier obstacle, présente de plus faibles gradients pariétaux de température. Pour la face verticale droite CD, les plus grandes valeurs du nombre de Nusselt se localisent au niveau du second obstacle (C'D') et ce à cause l'étendue de la zone de recirculation en aval du second obstacle (qui vient renouveler la quantité de fluide qui léche la face C'D'), depuis des sections droites situées loin en aval du second bloc) en comparaison avec celle qui est confinée entre les deux obstacles et réchauffée par les deux faces verticales : C'D) et A'B'.

• **Cas du fluide d'Ostwald rhéoépaississant ($n = 1,5$)**

Les figures IV.38 a, b, c et d représentent les isothermes pour différentes valeurs du rapport de conductivité thermique dans le cas d'un fluide ostwaldien rhéoépaississant.



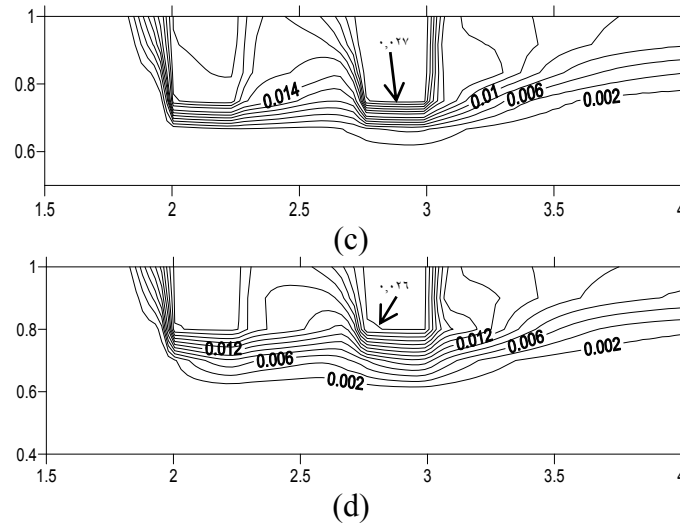


Fig. IV.38. Effet du rapport de conductivité thermique sur les isothermes. $Re = 100$; $n = 1,0$.
 (a) : $K = 1$. (b) : $K = 10$. (c) : $K = 100$. (d) : $K = 1000$.

Les figures IV.39 a et b montrent la variation du nombre de Nusselt local le long des trois faces des deux obstacles et ce pour plusieurs valeurs du rapport de conductivité et un indice d'écoulement égal à $1,0$.

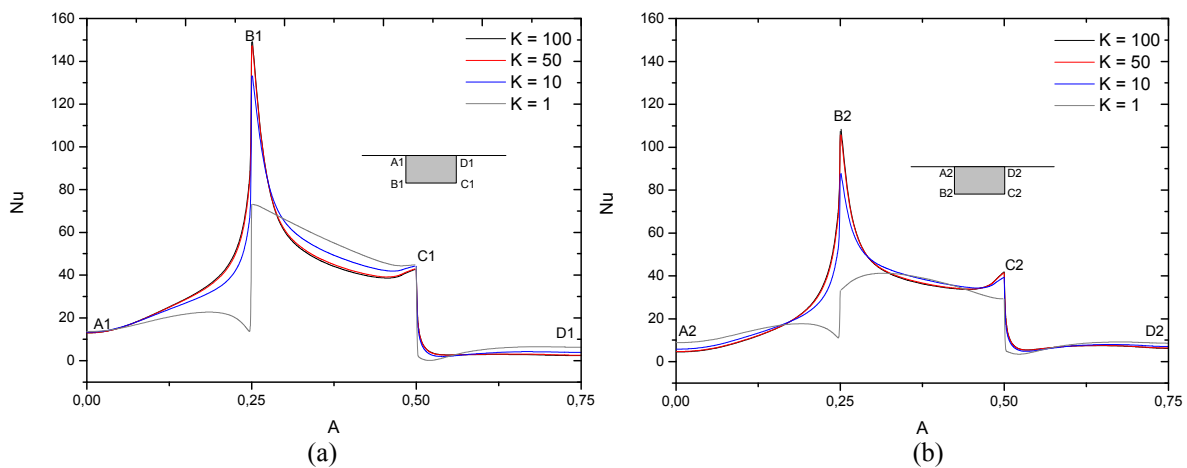


Fig. IV.39. Nombre de Nusselt pour différents rapport de conductivité, $Re = 100$; $n = 1,0$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

Comme précédemment, les mêmes conclusions peuvent être faites : le transfert thermique au niveau du premier bloc est plus important qu'au niveau du second. L'arête B des deux blocs présente la valeur la plus importante du nombre de Nusselt. Quand on augmente K , le nombre de Nusselt croît sur la face verticale AB et décroît sur la face horizontale BC. En outre, la face C'D présente des nombre de Nusselt moindre en comparaison avec ceux relatifs à la face C'D. En effet, le fluide confiné entre les deux obstacles chauds se trouve à une température supérieure à celle que possède le fluide qui vient lécher la face C'D. Enfin, les valeurs atteintes par le nombre de Nusselt dans le cas du fluide ostwaldien dilatant ($n = 1,0$) sont nettement plus faibles que celles atteintes dans le cas des fluides newtonien ($n = 1$) et pseudoplastique ($n = 0,5$) en particulier.

IV.9. Effet du nombre de Richardson

Dans cette dernière partie des résultats, nous changeons le mode de transfert thermique, en y incluant les effets de la convection naturelle à celui de la convection forcée, en d'autres termes, nous nous sommes placés dans le cas de la convection mixte. Cependant, les simulations réalisées avec des nombres de Richardson égaux à 1 , 10 et 100 n'ont montré aucune différence avec le cas de la convection forcée pure (vu au niveau de la première partie des résultats). Pour cela, des nombres de Richardson égaux à 10 , 100 et 1000 seront utilisés.

Nous nous sommes cependant restreint juste à l'influence du nombre de Richardson et celle de l'espacement entre les deux obstacles sur la structure de lignes de courant et sur le transfert thermique, et ce, dans les cas des fluides rhéofluidifiant ($n = 0,5$), newtonien ($n = 1$) et rhéoépaississant ($n = 1,5$) respectivement.

IV.4.1. Champ hydrodynamique

Les lignes de courant présentées au travers des figures IV.4.1, 4.2 et 4.3, correspondant respectivement aux cas $n = 0,5$, $n = 1$ et $n = 1,5$, s'incurvent fortement à l'approche des deux blocs pour le contourner. Ce comportement concerne essentiellement les lignes de courant situées dans la partie supérieure du canal. Cette déviation oblige alors les autres lignes de courant, adjacentes aux précédentes, de dévier à leur tour au niveau de cette même zone. D'autre part, on note la formation de zones de recirculation de différentes tailles, situées essentiellement en amont du premier obstacle et entre les deux blocs.

Ces zones sont d'autant plus importantes que le nombre de Richardson est élevé. En effet, en mode de convection mixte, la zone de recirculation localisée en amont du premier obstacle, est de petites dimensions pour les faibles valeurs du nombre de Richardson : $10 < Ri < 100$ pour un fluide rhéofluidifiant et newtonien et $Ri > 1000$ dans le cas du fluide rhéoépaississant. Progressivement, cette cellule devient de plus en plus volumineuse au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de Richardson, et atteint même l'entrée du canal. Le maximum est observé pour le cas du fluide rhéofluidifiant et pour $Ri = 100$ (figure IV.4.1).

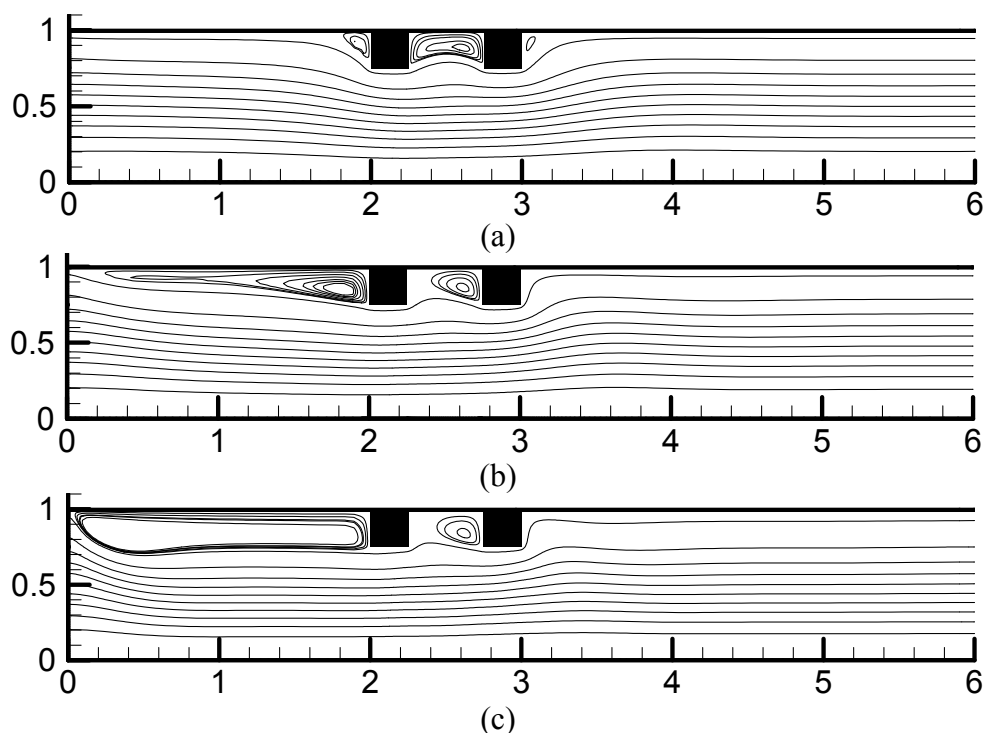


Fig. IV.10. Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 0$.
 (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 5$. (c) : $Ri = 100$.

En effet, les deux blocs génèrent de la chaleur qui s'évacue par les trois faces AB, BC et CD. Pour ce qui est de la face A'B', à cause des courants de convection naturelle, le fluide longeant cette face se réchauffe progressivement au fur et à mesure de son ascension et ce à partir du point B'. Une fois au niveau du point A', le fluide chaud longe la paroi supérieure et commence à se refroidir progressivement jusqu'à atteindre l'entrée du canal. Une fois l'entrée atteinte, le fluide refroidi, plus lourd par conséquent, repart, entraîné par le courant principal, formant ainsi une cellule fermée. Cette dernière, de forme allongée, occupe toute la région supérieure du canal et est comprise entre l'entrée et la face A'B'.

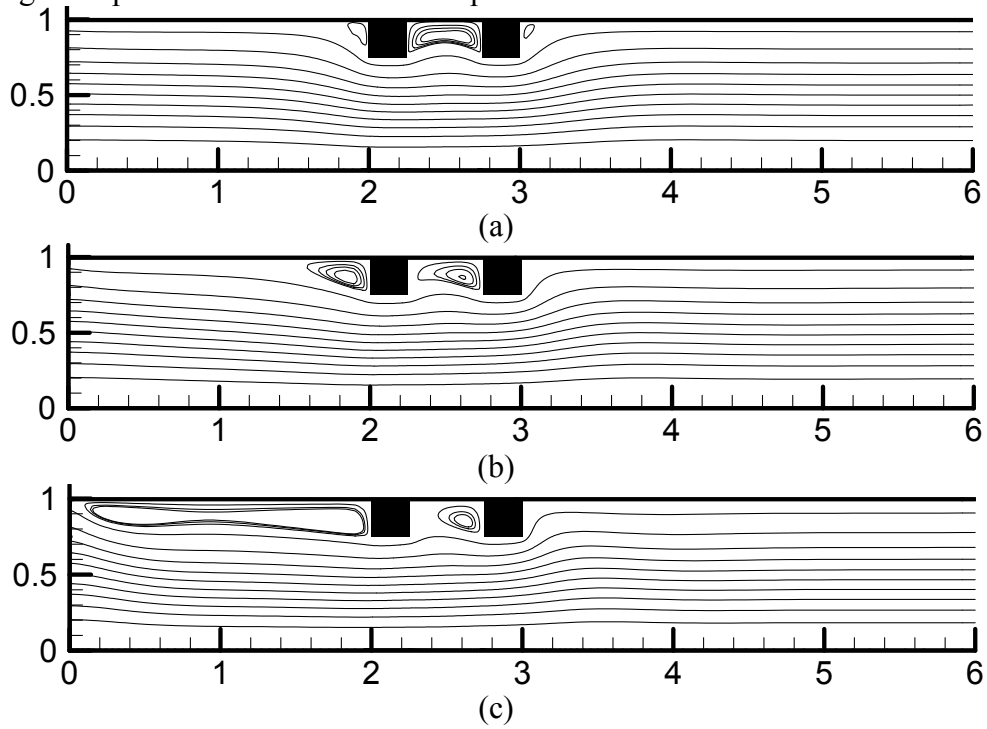
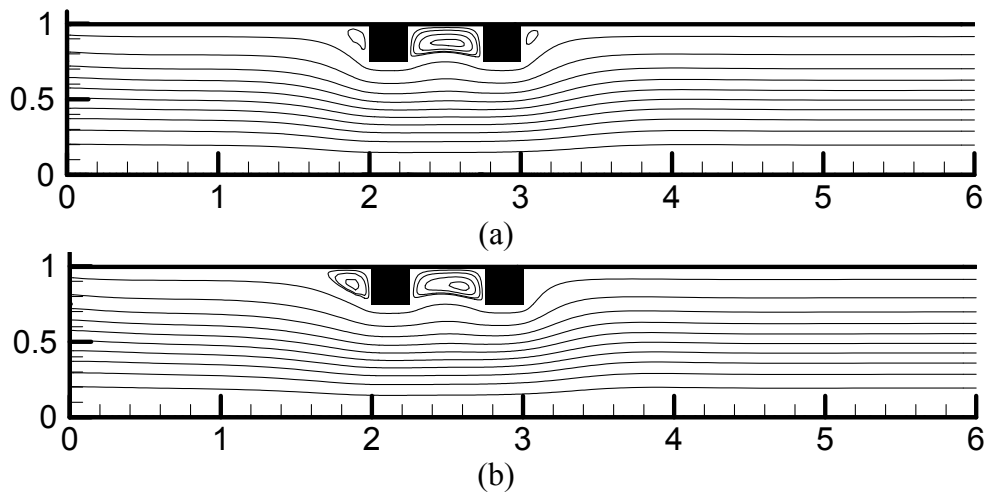


Fig. IV.11. Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 1$.
 (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 5$. (c) : $Ri = 100$.



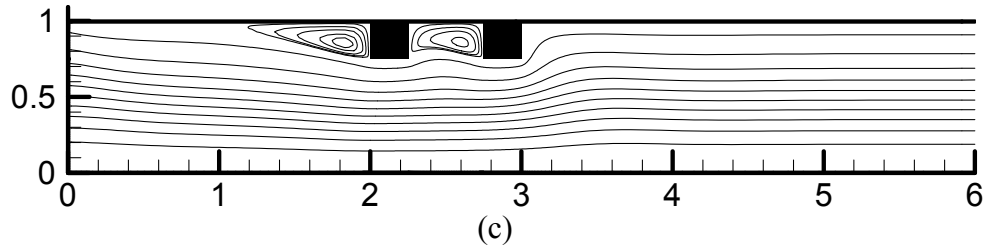


Fig. IV.47. Effet du nombre de Richardson sur les lignes du courant. $Re = 10$ et $n = 1,0$.
 (a) : $Ri = 10$. (b) : $Ri = 40$. (c) : $Ri = 100$.

IV.4.2. Champ thermique

Pour rendre compte du taux de transfert thermique généré au sein des bocs et libéré par les trois surfaces, nous avons tracé l'évolution du nombre de Nusselt le long de ces trois faces pour différents nombres de Richardson et différents indices d'écoulement (figures IV 47, 48 et 49).

A première vue, on remarque que les valeurs maximales du nombre de Nusselt atteintes au niveau de l'arête B du premier obstacle supérieures à celles atteintes au niveau du second obstacle. En effet, quelque soit l'obstacle, le maximum de transfert thermique a lieu au niveau de l'arête B. De plus les valeurs du nombre de Nusselt croissent en fonction de l'augmentation du nombre de Richardson, quelque soit la face et quelque soit l'obstacle. De même, l'augmentation du nombre de Richardson génère la formation de zones de recirculation.

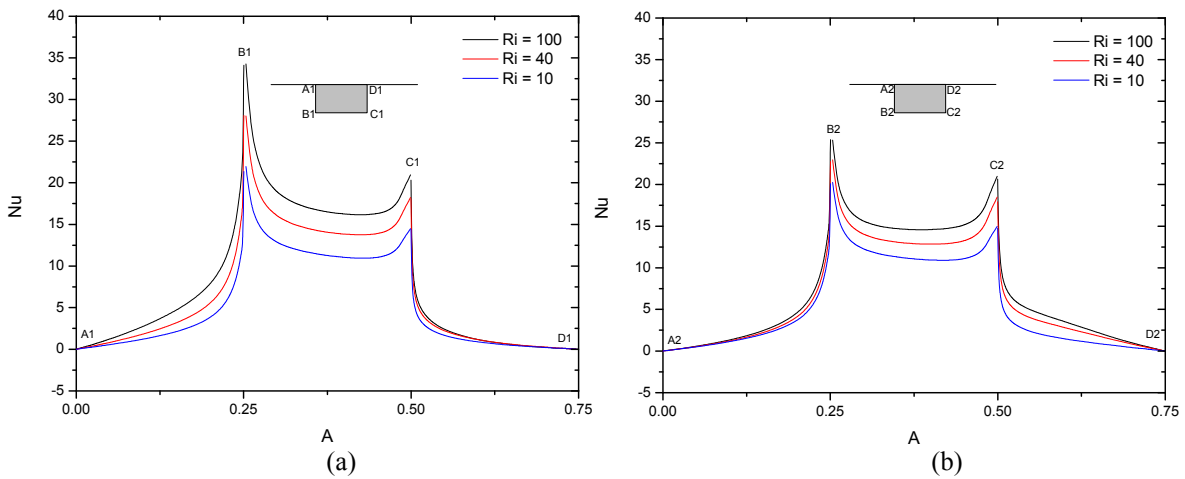


Fig. IV.48. Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1,0$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

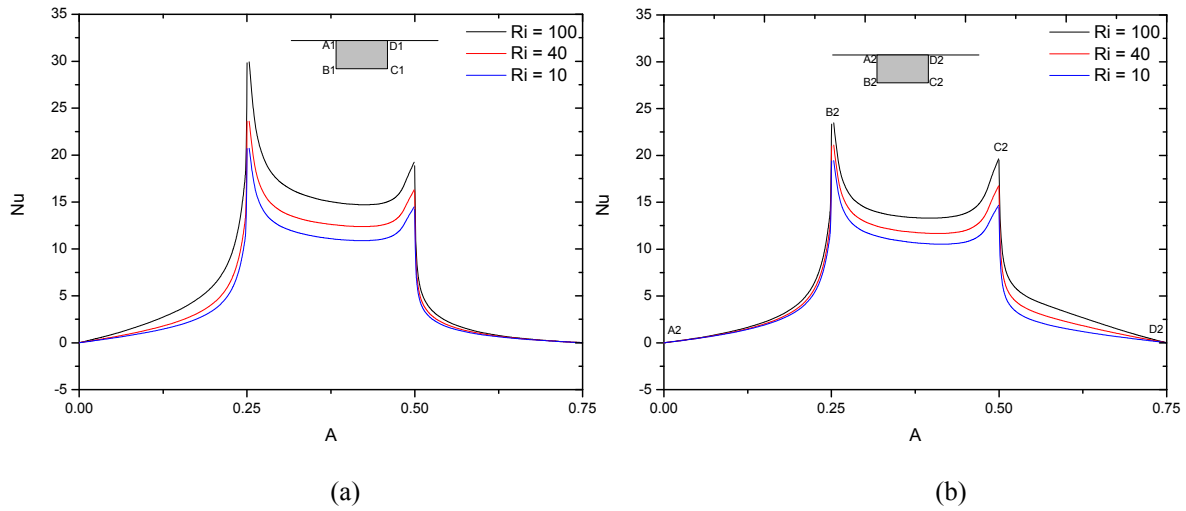


Fig. IV.44. Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

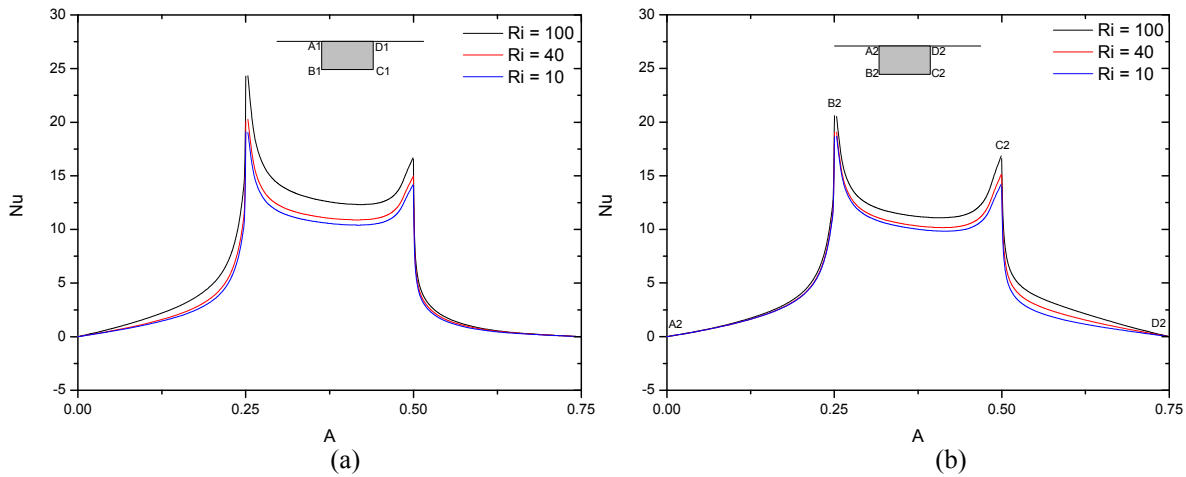


Fig. IV.45. Effet du nombre de Richardson sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $n = 1, \rho$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

Cette amélioration du nombre de Nusselt est surtout visible sur les faces A_1B_1 , B_1C_1 , B_2C_2 et C_2D_2 . La région comprise entre les deux obstacles et limitée par les faces C_1D_1 et A_2B_2 n'est en revanche pas sensible aux variations du nombre de Richardson. En effet, le fluide confiné à l'intérieur de cette région n'est pas renouvelé et est chauffé continuellement par les deux faces en vis-à-vis (C_1D_1 et A_2B_2). Ce fluide y voit alors sa température augmenter, réduisant ainsi les gradients pariétaux de température, au voisinage des arêtes D_1 et A_2 en particulier.

IV.4.5. Effet de la distance de séparation

Comme précédemment, nous allons, dans cette dernière partie des résultats, faire varier l'espacement S entre les deux obstacles en mode de convection mixte ($Ri = 40$). Pour cela, nous avons choisi les trois configurations : $S = W$ (cas a), $S = 2W$ (cas b) et $S = 3W$ (cas c) respectivement.

IV.1.1. Champ hydrodynamique

L'on note, quelque soit le fluide, l'existence de cellule de recirculation en amont du premier obstacle, qui est d'autant plus grande que l'indice d'écoulement n est faible. En outre, les dimensions de cette cellule ne sont pas affectées par le changement de géométrie (l'espacement S entre les deux blocs), opéré en aval du premier obstacle.

En second lieu, la cellule centrale confinée entre les deux obstacles voit ses dimensions augmenter au fur et à mesure que l'on augmente le degré d'espacement entre les deux blocs, avec une tendance à se rapprocher du second bloc, d'une part, et à la formation d'une seconde cellule au voisinage du premier bloc, visible uniquement pour le cas du fluide rhéoépaississant et correspondant à $S = 3W$ d'autre part.

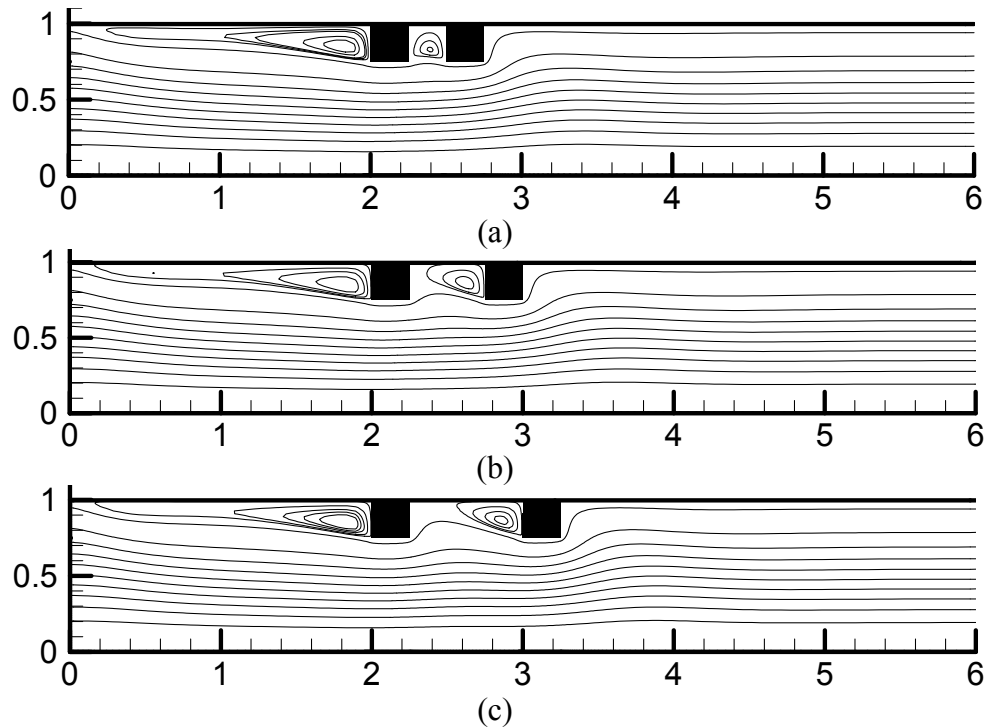
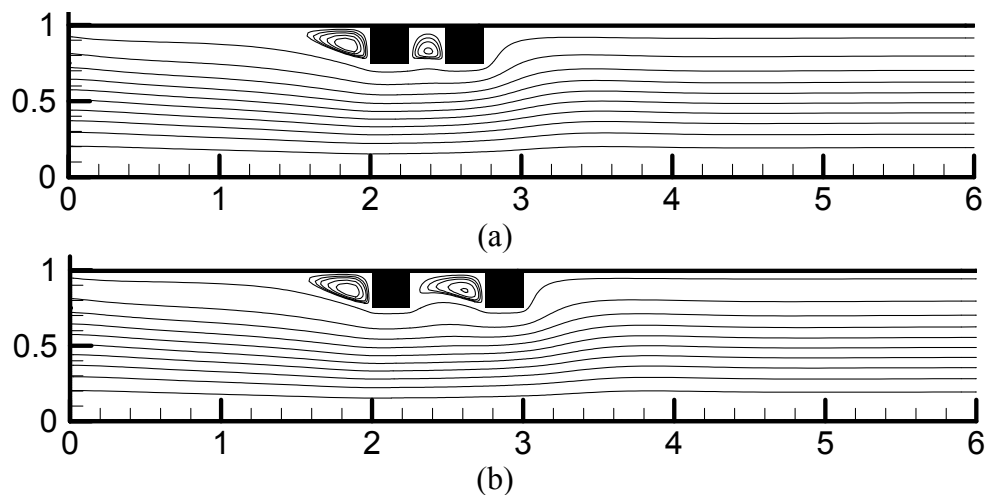


Fig. IV.16. Effet de l'espacement entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 10$; $K = 10$; $n = 0,5$.
(a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$.



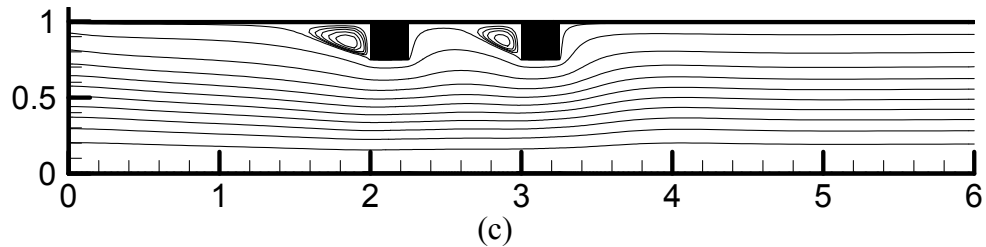


Fig. IV.17. Effet de l'espace entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 10$; $K = 10$; $n = 1$.
(a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$.

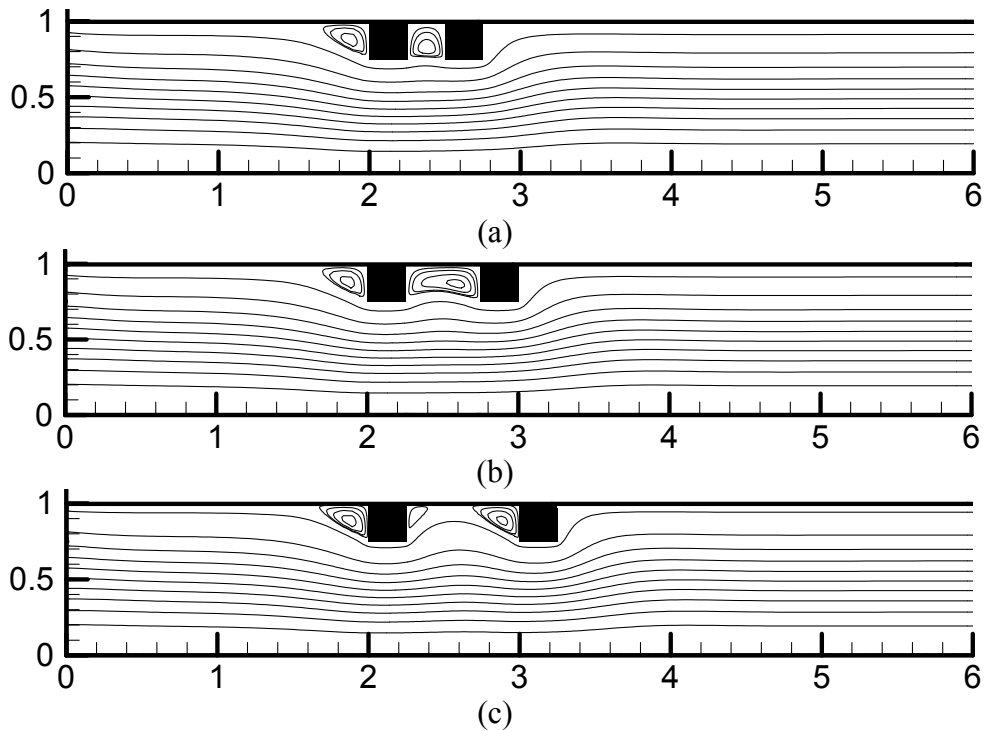


Fig. IV.18. Effet de l'espace entre les blocs sur les lignes du courant en mode de convection mixte. $Ri = 10$; $Re = 10$; $K = 10$; $n = 1,0$.
(a) : $S = W$. (b) : $S = 2W$. (c) : $S = 3W$.

IV.1.2. Champ thermique

Quelque soit le fluide ($n = 1,0$; 1 ou $1,0$), le transfert thermique entre le bloc générateur de chaleur et le fluide est plus important dans le cas du premier obstacle et au niveau de l'arête B^1 . En effet, le fluide y arrive avec quasiment sa température d'entrée, donnant lieu au plus fort gradient pariétal de température. A partir de là, l'écoulement se sépare en deux flux : un premier flux, minoritaire, remonte le long de la face verticale A^1B^1 et le second flux, principal, longe la face horizontale B^1C^1 .

Le premier flux ascendant transporte une faible quantité de fluide qui se réchauffe tout le long de cette face, à partir du point B^1 . L'écart de température (en d'autres termes, l'écart de température entre celle de la paroi et celle du fluide au voisinage immédiat de celle-ci) diminue alors au fur et à mesure que l'on s'élève (en allant vers le point A^1), provoquant alors une diminution des valeurs du nombre de Nusselt local. Cet écoulement est renforcé par les courants de convection naturelle qui se manifestent par l'apparition d'une cellule fermée,

en rotation dans le sens antihoraire, drainant dans son sillage le fluide dans un mouvement ascensionnel.

En allant vers le point A' , la température du fluide augmente continuellement et tend asymptotiquement vers celle de la paroi. Il n'y a alors plus d'échange de chaleur et les nombres de Nusselt tendent vers zéro. Dans cette région, exigüe et limitée par la paroi supérieure du canal et la face $A'B'$, stagne du fluide chaud qui n'est pas renouvelé. Enfin, il est à noter que dès que l'on quitte le point B' en allant vers le point A' , le nombre de Nusselt diminue fortement.

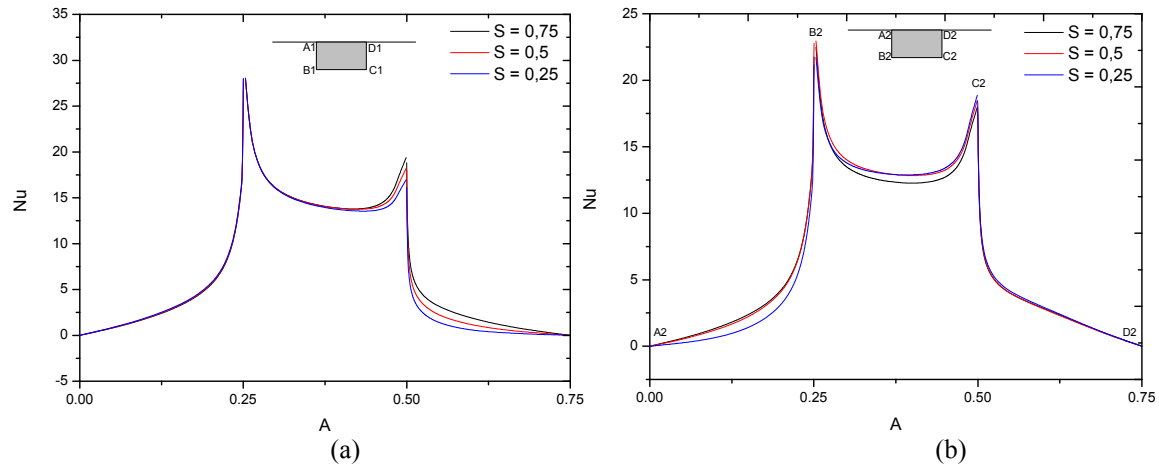


Fig. IV.49. Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1, 2$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

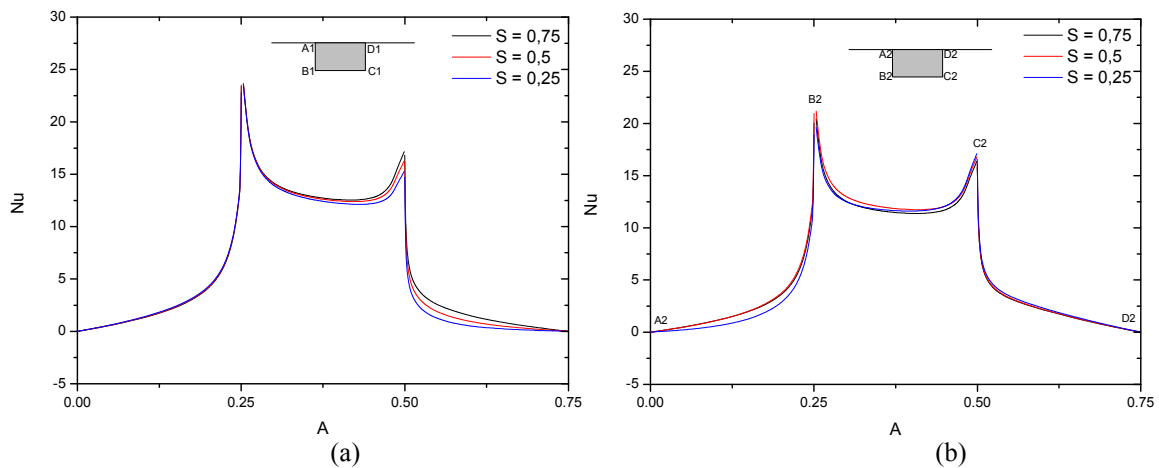


Fig. IV.50. Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1$.
 (a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

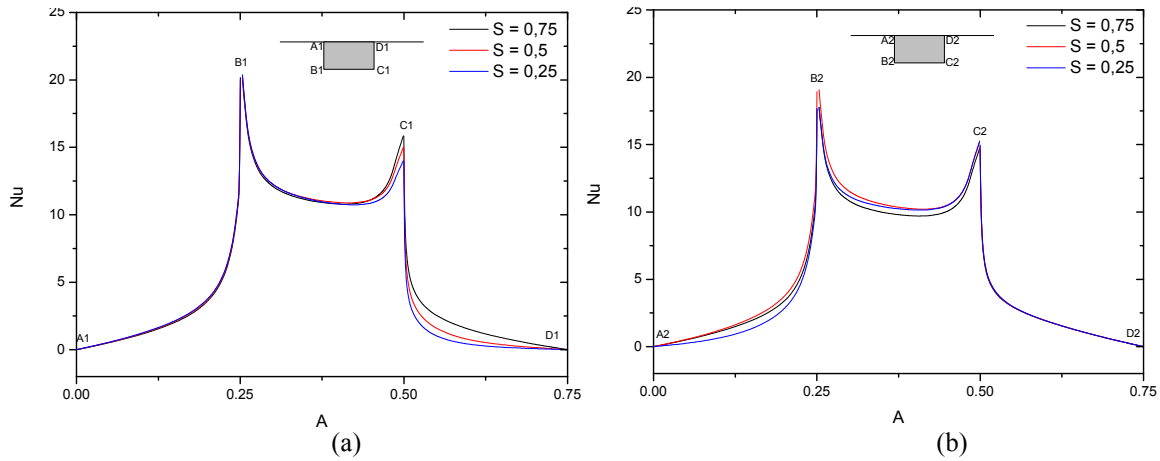


Fig. IV.10. Effet de l'espacement entre les blocs sur l'évolution du nombre de Nusselt le long des trois faces de l'obstacle. $Ri = 10$, $n = 1,0$.

(a) : 1^{er} obstacle. (b) : 2^{ème} obstacle.

Le *second flux* est celui qui s'effectue dans la direction longitudinale OX et qui lèche dans sa partie supérieure, la face horizontale B^1C^1 . Cet écoulement principal voit sa température augmenter, lors du contact avec cette face horizontale, jusqu'à atteindre l'extrémité C^1 . Cependant, en examinant les courbes du nombre de Nusselt, on s'aperçoit que l'allure générale ne correspond pas à celle d'une courbe décroissante *monotone*, mais plutôt à une courbe décroissante présentant un minimum au-delà duquel, les valeurs du nombre de Nusselt augmentent jusqu'à atteindre leur maximum au point C^1 .

En réalité, une décroissance monotone correspondrait à un solide isotherme, en d'autres termes, un bloc très bon conducteur de chaleur (c'est-à-dire, possédant un rapport de conductivité thermique très élevé : $K = 100$ par exemple). Dans notre cas, $K = 10$ et l'examen des courbes IV.11, 12 et 13, nous a déjà montré que la température de la surface de la paroi B^1C^1 augmente dès que l'on dépasse le point B^1 puis se maintient autour d'une valeur plus ou moins constante, pour finalement amorcer une décroissance à partir d'une certaine abscisse, ce qui se répercute sur les valeurs du nombre de Nusselt en les augmentant à cause de l'augmentation de l'écart de température.

A partir du point C^1 , le nombre de Nusselt rediminue très rapidement et tend asymptotiquement vers zéro au niveau du point D^1 pour les mêmes raisons que celles évoquées plus haut et concernant la face verticale A^1B^1 .

Concernant le second obstacle, on assiste strictement aux mêmes phénomènes que ceux présentés pour le cas du premier obstacle. A savoir :

- Diminution monotone du nombre de Nusselt à partir du point B^2 ;
- Diminution du nombre de Nusselt jusqu'à atteindre un minimum, puis augmentation jusqu'à arriver au point C^2 ;
- A partir du point C^2 , diminution monotone du nombre de Nusselt jusqu'à atteindre zéro.

Pour finir, nous voyons que l'espacement entre les deux obstacles n'a qu'une influence réduite sur le comportement thermique. En effet, à l'exception de la face B^2C^2 , seules les faces verticales en vis-à-vis subissent une influence plus ou moins importante lorsque l'on fait varier cet espacement. Le nombre de Nusselt est d'autant plus important que l'espacement est grand. En revanche, pour la face horizontale B^2C^2 , c'est le phénomène inverse auquel on assiste. En effet, l'espacement $S = 3W$ est celui qui présente les moins bonnes valeurs du

nombre de Nusselt d'une part, et la plus grande cellule centrale d'autre part. En fait, la cellule en rotation (dans le sens antihoraire) en amont du second obstacle fait tourner du fluide qui se réchauffe au contact avec la paroi $A'B'$. Dans la partie inférieure de cette cellule, c'est-à-dire bien en amont du second obstacle, s'opère un transfert thermique avec le fluide arrivant du premier obstacle. En conséquence, le fluide qui s'écoule le long de la face horizontale $B'C'$ arrive déjà à une température supérieure à celle correspondant aux cas $S = W$ et $S = \gamma W$. Le transfert thermique diminue alors d'intensité et les valeurs du nombre de Nusselt se placent en-dessous de celles relatives au deux autres cas ($S = W$ et $S = \gamma W$).

Conclusion Générale

Une étude numérique sur le transfert thermique lors de l'écoulement en régime stationnaire d'un fluide non newtonien entre deux plans parallèles munis de deux sources génératrices de chaleur placées sur la paroi supérieure a été entreprise. Les deux plans sont supposés adiabatiques et le fluide obéit au modèle d'Ostwald-De Waele.

La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER et servant d'outil de résolution des équations générales de transport en situation bidimensionnelle, a été ainsi mis au point. La performance de ce code réside dans sa souplesse à être adapté à d'autres configurations en coordonnées cartésiennes et cylindriques, sans pour autant modifier la partie principale du programme.

La validation du code de calcul a été vérifiée pour différentes situations, selon le mode de convection thermique (forcé et mixte) ainsi que le fluide utilisé et ce, après comparaison des résultats obtenus avec ceux issus de la littérature.

Les simulations numériques effectuées ont permis d'aboutir à des résultats très importants, qui peuvent être résumé comme suit :

- L'augmentation du nombre de Reynolds influe directement sur la structure de l'écoulement et le champ thermique. Cette influence mène à l'augmentation du nombre de Nusselt pour les deux obstacles. Cette augmentation est plus importante dans le cas du fluide rhéofluidifiant.
- L'augmentation de la taille de l'un des deux obstacles conduit à l'amélioration de l'évacuation de la chaleur sur cet obstacle et à sa diminution sur l'autre.
- L'augmentation de l'espacement entre les deux obstacles provoque une légère amélioration du taux d'évacuation de la chaleur sur la face latérale droite du premier obstacle et la face latérale gauche du second obstacle.
- Le transfert thermique est très affecté par la prise en considération de la fonction de dissipation visqueuse dans l'équation de l'énergie. Cette dernière provoque la diminution du nombre de Nusselt qui est très importante pour le cas du fluide rhéoépaississant.
- L'augmentation du rapport de conductivité thermique entre le fluide et le solide conduit à l'amélioration significative du transfert thermique autour des deux obstacles.
- L'augmentation du nombre de Richardson conduit à la formation de zones de recirculation situées essentiellement entre les deux obstacles et en amont du premier obstacle. Cette dernière voit sa taille augmenter avec le nombre de Richardson. De même pour le transfert thermique, l'augmentation du nombre de Richardson améliore

le transfert thermique au niveau des deux obstacles et cela pour les trois types de fluide.

A l'issue des résultats obtenus, il est possible de choisir une meilleure configuration et ce, en se basant sur l'espacement entre les deux obstacles, leur taille et leur conductivité thermique pour améliorer l'évacuation de la chaleur dans le canal.

Références bibliographiques

- [¹] T.J. Young and K. Vafai Convective flow and heat transfer in Channel containing multiple heated obstacles. Int J Heat Mass Transfer, .⁴¹, pp. 3279–3298, 1998.
- [²] A. Korichi et L. Oufir Numerical heat transfer in a rectangular channel with mounted obstacles on upper and lower walls. Int J Thermal Sciences. ⁴⁴, pp. 644–650, 2005.
- [³] S.Y Kim et B.H Kang Forced convection heat transfer from two heated blocks in pulsating channel flow. Int J Heat Mass Transfer. ⁴¹, pp. 620–634, 1998.
- [⁴] M.H Yang, R.H Yeh et J.J Hwang Forced convective cooling of a fin in a channel. Energy Conversion and Management. ⁵¹, pp. 1277–1286, 2010.
- [⁵] A. Bazylak, N.Djilali, D.Sinton Natural convection in an enclosure with distributed heat sources. Numerical Heat Transfer. ⁴⁹, pp. 600–617, 2006.
- [⁶] S. Habchi and S. Acharya. Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel. Int J Heat Mass Transfer. ²⁹, pp. 1711–1722, 1986.
- [⁷] G. Madhusudhana Rao and G.S.V.L. Narasimham. Laminar conjugate mixed convection in a vertical channel with heat generating components. Int J Heat Mass Transfer. ⁵⁰, pp. 3061–3074, 2007.
- [⁸] S.Y.KIM, H.J.SUNG AND J.M. HUN. Mixed convection from multiple layered boards with cross streamwise periodic boundary conditions. Int J Heat Mass Transfer. ³⁵, pp. 2941–2951, 1992.
- [⁹] Q. Wang et Y. Jaluria. Instability and heat transfer in mixed convection flow in a horizontal duct with discrete heat sources. Int J Heat Mass Transfer. ⁴⁵, pp. 440–453, 2002.
- [¹⁰] A. Hamouche, R. Bessaïh. Mixed convection air cooling of protruding heat sources mounted in a horizontal channel. Int communication in Heat and Mass Transfer. ³⁶, pp. 841–849, 2009.
- [¹¹] L. Boutina, R. Bessaïh. Numerical simulation of mixed convection air-cooling of electronic components mounted in an inclined channel. Applied Thermal Engineering. pp. 1–11, 2011.
- [¹²] A. Dogan, M. Sivrioglu et S. Baskaya. Investigation of mixed convection heat transfer in a horizontal channel with discrete heat sources at the top and at the bottom. Int J Heat Mass Transfer. ⁴⁹ pp. 2602–2612, 2006.
- [¹³] B. Premachandran and C. Balaji. Conjugate mixed convection with surface radiation from a horizontal channel with protruding heat sources. Int J Heat Mass Transfer. ⁴⁹ pp. 3068–3082, 2006.

- [14] M.H Yang, R.H Yeh et J.J Hwang. Mixed convective cooling of a fin in a channel. Int J Heat Mass Transfer. 49 pp. 760-771, 2006.
- [15] O. Zeitoun and M. Ali. Numerical Investigation of Natural convection around Isothermal Horizontal Rectangular Ducts. Numerical Heat Transfer. 50 pp. 89-204, 2006.
- [16] H.W.Wu, S.W. Perng. Effect of an oblique plate on the heat transfer enhancement of mixed convection over heated blocks in horizontal channel. Int J. Heat Transfer. 42 pp. 1217-1230, 1999.
- [17] H. J. Sung, S. Y. Kim, et J. M Hyun. Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium. Int J Heat Mass Transfer. 16 pp. 527-30, 1990.
- [18] N. Guerroudj et H. Kahalerras. Mixed convection in a channel provided with heated porous blocks of various shapes. Int Communication and Management. 51 pp. 500-517, 2006.
- [19] Y. Ould amer S. Chikh, K. Bouhadeh et G. Lauriat. Forced convection cooling enhancement by use of porous materials. Int. J. Heat and Fluid flow. 19 pp. 201-208, 1998.
- [20] M. Kcyhani. V. Prasad and R. Cox. An experimental study of natural convection in a vertical cavity with discrete heat sources. ASME Paper. 87 HT. 76, 1987.
- [21] L. Chen, M. Keyhani and. R. Pitts. An experimental study of natural convection heat transfer in a rectangular enclosure with protruding heaters. presented at the Natn heat Transfer Conf.. Houston. Texas, 1988.
- [22] S B. SATHE and. Y. Joshi. Natural convection arising from heat generating substrate-mounted protrusion in a liquid-filled two-dimensional enclosure. Int J Heat Mass Transfer. 34 pp. 2149-2163, 1991.
- [23] D E. Wroblewski and. Y. Joshi. Computations of liquid immersion cooling for a protruding heat source in a cubical enclosure. Int J Heat Mass Transfer. 36 pp. 1201-1218, 1993.
- [24] Y. Joshi and L O. Haukenes. Natural convection liquid immersion cooling of a heat source flush mounted on a conducting substrate in a square enclosure. Int J Heat Mass Transfer. 36 pp. 249-263, 1993.
- [25] Approche Des Propriétés Rhéologiques de Suspension Biologiques Floculées. Thèse de Doctorat, Université de Limoges Ecole Doctorale Science – Technologie – Santé Faculté des Sciences et Techniques
- [26] R. M. Cotta and M. N. Ozisik, Raleigh. Laminar forced convection of power-law non-Newtonian fluids inside ducts. Int J Heat Mass Transfer. 20 pp. 211-218, 1986.
- [27] J. P. Hartnett and M. Kostic. Heat transfer to Newtonian and non-Newtonian fluids in rectangular ducts. Adv Heat Transfer. 19 pp. 247-306, 1989.

- [28] S. Shin and Y. Kostic. Laminar heat transfer in a rectangular duct with a non-Newtonian fluid with temperature-dependent viscosity. *Int J Heat Mass Transfer*. 37 pp. 19–31, 1994.
- [29] G. Chen and H. A. Hadim. Forced convection of a power-law fluid in a porous channel-numerical solutions. *Int J Heat Mass Transfer*. 35 pp. 221–228, 1998.
- [30] G. A. Brewster and T. F. Irvine. Laminar mixed convection in power law fluids in continuous flow electrophoresis systems. *Int J Heat Mass Transfer*. 32 pp. 901–910, 1989.
- [31] R. Nebbali and K. A. Bouhadef. Non-Newtonian fluid flow in plane channels: Heat transfer enhancement using porous blocks. *Int J of Thermal Sciences*. pp. 1–12, 2011.
- [32] T. J. Young and K. Vafai. Convective cooling of a heated obstacle in a channel. *Int J Heat Mass Transfer*. 41 pp. 3131–3148, 1998.
- [33] S. Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publ. Corp.
- [34] R. Nebbali. Contribution a l'étude des échanges thermiques dans des conduites partiellement occupées par des matrices poreuses et parcourues par un fluide non newtonien. Thèse de Doctorat, Institut de Génie Mécanique, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene-Alger.