

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés



Mémoire

En vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

En Génie Mécanique

Spécialité : Thermo-Energétique

Option : Processus de Transports dans les Milieux Poreux

Par

Hamid MAIDAT

Thème

**Étude des transferts thermiques dans un canal vertical rempli
d'un agglomérat poreux générant de l'énergie**

Soutenue publiquement le 12/02/2012 devant le Jury composé de :

Mr. A. Boumedien	Professeur à l'USTHB	Président
Mme. K. Bouhadeb	Professeur à l'USTHB	Directrice de Mémoire
Mr. D. E. Ameziani	Maître de conférences "A" à l'USTHB	Examineur
Mme. S. Aklouche	Maître de conférences "A" à l'USTHB	Examinatrice

Résumé: Le présent travail consiste en une simulation numérique des transferts convectifs dans un canal vertical plan rempli d'un agglomérat poreux générant de l'énergie interne, en absence d'équilibre thermique local. Les parois sont portées à une température constante et la vitesse à l'entrée est uniforme. Le champ dynamique est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman et le champ thermique par le modèle à deux équations d'énergie. Une formulation adimensionnelle est développée permettant d'effectuer une étude paramétrique en fonction de certains groupements adimensionnels caractéristiques tels que les nombres de Darcy, de Rayleigh de Reynolds et de Biot local, le rapport des conductivités thermiques, ainsi que la valeur relative du taux de génération d'énergie. La résolution numérique par la méthode des volumes finis, a donné lieu à une multitude de résultats concernant, notamment, les conditions d'écoulements, le champ thermique dans le canal poreux et l'existence ou non de l'équilibre thermique local. IL apparaît, plus particulièrement, que pour une forte génération d'énergie, l'équilibre local peut être fortement compromis.

Mots clés : milieu poreux; convection naturelle; génération d'énergie; déséquilibre thermique local.

Abstract: The purpose of the present work is to study numerically the natural heat transfer inside a vertical channel made of two parallel plates and filled with a porous medium with internal heat generation. It is assumed that the solid and fluid phases in the porous medium are subject to local thermal non-equilibrium conditions, and therefore two heat transport equations are adopted, one for each phase. The walls are at a constant temperature and the velocity at the entry is assumed uniform. Darcy-Brinkman model is adopted to simulate momentum transfer within the porous medium. The numerical solution is obtained through the application of the finite volume method. Results are established concerning the effects of the porous medium permeability, traduced by the Darcy number value, the thermal non-equilibrium effect, represented by Biot interstitial number, and the other dimensionless parameters as: Reynolds number, Rayleigh number and thermal conductivity ratio. The results particularly show that for high internal heat generation in the solid, the difference between the temperature of both solid and fluid phases increases; in this case the local thermal equilibrium model can be invalid.

Key words: Porous medium; natural convection; heat generation; local thermal non-equilibrium model.

Remerciements

Le présent travail a été réalisé au sein du Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux (LTPMP) de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) sous la direction du Professeur Mme K. BouhadeF, qu'elle trouve ici ma profonde reconnaissance pour son aide précieuse et sa disponibilité tout au long de ce travail et pour m'avoir fait profiter, à chaque fois que le besoin s'en est fait sentir, de ces grandes compétences.

Je remercie vivement Monsieur le professeur A. Boumedién (Université U.S.T.H.B.) qui m'a fait l'honneur de présider le Jury de cette thèse.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur D.E. Ameziani Maître de Conférences (Université U.S.T.H.B.), pour sa disponibilité, son soutien et ses précieuses orientations tout au long de ce travail. Je le remercie également pour l'honneur qui m'a fait d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je tiens à exprimer aussi ma profonde gratitude à Mme S. Aklouche, maître de conférence, pour avoir voulu faire partie du Jury.

Je voudrais aussi remercier toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à mener mes recherches et notamment l'ensemble des équipes des laboratoires LTPMP (Université d'Alger, USTHB)

Enfin, je tiens à remercier mes parents pour m'avoir appris à toujours aller au bout de mes idées, ainsi que mes frères et soeurs pour leur soutien sans faille. Je pense aussi à tous mes amis qui m'ont largement et chaleureusement entouré.

H. Maïdat

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Mes chers parents

Mes frères et sœurs

Mes amis et à tous ceux qui me sont chers

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités sur les milieux poreux	
I.1 Introduction.....	3
I.2 Caractéristiques géométriques	3
I.2.1. Notion de volume élémentaire représentatif	3
I.2.2. Notion de porosité	4
I.2.3. Notion de perméabilité.....	6
I.3 Caractéristiques thermo-physiques.....	7
I.3.1. Viscosité dynamique effective	7
I.3.2. Conductivité thermique effective.....	8
I.4 Modèles d'écoulements dans les milieux poreux.....	8
I.4.1. Modèle de Darcy.....	9
I.4.2. Modèle de Brinkman.....	10
I.4.3. Modèle de Forchheimer.....	10
I.4.4. Modèle général.....	11
I.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux.....	11
I.6 Conclusion.....	13
Chapitre II : Recherche bibliographique.....	14
Chapitre III : Formulation mathématique	
III.1 Introduction.....	28
III.2 Modèle physique	28
III.3 Equations gouvernantes.....	30
III.3.1. Hypothèses simplificatrices pour le champ dynamique.....	30
III.3.2. Equation de continuité.....	30
III.3.3. Equations de mouvement.....	30
III.3.4. Conditions aux limites dynamiques.....	32
III.3.5. Equations d'énergie.....	32
• Modèle à deux équations (LTNE).....	33
III.3.6. Conditions aux limites thermiques.....	34

III .4 Adimensionnement des équations gouvernantes.....	35
III.4.1. Equation de continuité.....	35
III.4.2. Equations de mouvement.....	35
III.4.3. Equations d'énergie (modèle LTNE).....	37
III .5 Coefficients de transfert de chaleur.....	39
III .6 Conclusion.....	41
Chapitre IV : Modélisation numérique	
IV .1 Introduction.....	42
IV .2 Procédure numérique.....	42
IV.2.1. Ecriture généralisée des équations de conservation.....	42
IV.2.2. Méthode des volumes finis.....	44
IV.2.3. Maillage du domaine.....	44
IV.2.4. Procédure générale de calcul de la densité de flux.....	45
IV.2.5. Schémas d'interpolation.....	47
IV.2.6. Terme source.....	48
IV .3 Discrétisation des équations de conservation.....	49
IV.3.1. Equation de continuité.....	49
IV.3.2. Equations de quantité de mouvement.....	50
IV.3.2.1. Maillage décalé.....	50
IV.3.2.2. Discrétisation de l'équation de mouvement en U.....	52
IV.3.2.3. Discrétisation de l'équation de mouvement en V.....	54
IV.3.3. Equation de correction de pression.....	55
IV.3.4. Equation d'énergie.....	56
IV.3.4.1. Equation d'énergie pour la phase fluide.....	56
IV.3.4.2. Equation d'énergie pour la phase solide.....	57
IV .4 Algorithme de calcul du champ dynamique.....	58
IV .5 Conclusion.....	59
Chapitre V : Résultats et interprétation	
V .1 Sensibilité au maillage.....	60
V .2 Vérification du code de calcul.....	61
V .3 Résultats et discussions.....	63
V.3.1. Distributions des températures locales.....	64

V.3.2. Distributions des températures moyennes.....	69
V.3.3. Représentation des isothermes	77
V.3.4. Distributions des nombres de Nusselt locaux.....	80
V.3.5. Distributions des nombres de Nusselt moyens.....	88
V .4 Conclusion	92
Conclusion générale	94
Références bibliographiques	

NOMENCLATURE

Symboles

Désignations

$a_{E,W,P,S,N}$: Coefficients des équations discrétisées
a_{sf}	: Surface d'échange spécifique interstitielle (m^2/m^3)
$a(Pe)$: Coefficient de convection-diffusion
b	: Terme constant de l'équation de correction de pression
B	: Terme source de pression
Bi	: Nombre de Biot interstitiel, $h_{sf}L/k_f$
C	: Coefficient de Forchheimer
C_p	: Chaleur spécifique à pression constante ($J/Kg.K$)
d_p	: Diamètre des particules solides (m)
Da	: Nombre de DARCY modifié $K/\varepsilon L^2$
$D_{w,e,s,n}$: Coefficient de diffusion numérique
F	: Flux de convection
F_v	: Force de volume
\vec{g}	: Accélération de la pesanteur
h_{sf}	: Coefficient de transfert interstitiel ($W/m^2 K$)
h_c	: Coefficient de transfert thermique
J	: Flux total (diffusion plus convection)
k_s	: Conductivité thermique du solide ($W/(mK)$)
k_f	: Conductivité thermique du fluide
k_{eff}	: Conductivité thermique effective
k_m	: Conductivité thermique moyenne
K	: Perméabilité (m^2)
h	: Hauteur du canal (m)
L	: Largeur du canal (m)
H	: Hauteur adimensionnelle du canal
Nu_f	: Nombre de Nusselt local de la phase fluide, hL/k_f
Nu_s	: Nombre de Nusselt local du solide

\overline{Nu}_f	: Nombre de Nusselt moyen du fluide
\overline{Nu}_s	: Nombre de Nusselt moyen du solide
p	: Pression (Pa)
Pe	: Nombre de Peclet
Pr	: Nombre de Prandtl
Re	: Nombre de Reynolds
Re_p	: Nombre de Reynolds du pore
Ra	: Nombre de Rayleigh
Q	: Génération de chaleur par unité de volume (W/m^3)
Rc	: Rapport des conductivités thermique, k_f/k_s
\bar{S}	: Terme source linéarisé
T	: Température (K)
u	: Composante de la vitesse dans la direction longitudinale
U_D	: Vitesse Darcienne
v	: Composante de la vitesse dans la direction transversale
x	: Coordonnée longitudinale
y	: Coordonnée transversale
α_f	: Diffusivité thermique du fluide
Γ	: Coefficient du flux conductif
ε	: Porosité
μ	: Viscosité dynamique
ϕ	: Variable dépendante générale
ν_f	: Viscosité cinématique du fluide

Indices :

eff	: Effectif.
s	: Solide
f	: Fluide
p	: Paroi
nb	: Nœuds voisins
*	: Valeur d'une variable à l'itération précédente

Introduction générale

Les écoulements dans les milieux poreux sont rencontrés dans de nombreux domaines industriels et phénomènes naturels. On peut citer quelques exemples typiques tels que le génie thermique, l'hydrogéologie, le génie pétrolier, le génie chimique, l'environnement, la médecine, etc. Bien que les milieux poreux soient exploités depuis plus d'un siècle, il est encore indispensable, actuellement, de réserver une partie importante de l'effort au développement de nouveaux produits à l'expérimentation et aux simulations. En effet, et malgré la montée en puissance des moyens d'étude appuyés par l'introduction des outils informatiques qui ont réduit les coûts des études expérimentales, des lacunes subsistent encore sur le plan de connaissances fondamentales principalement dans la compréhension des phénomènes de transfert thermique ou massique.

Ainsi, sur le plan industriel, le contexte de forte concurrence internationale, conduit les constructeurs à développer des produits de plus en plus performants (rendement optimal, coût réduit, sécurité fiable, etc.) en respectant les contraintes imposées par les réglementations de confort et de limitation de nuisances. De ce fait, depuis quelques décennies, les phénomènes de transferts dans les milieux poreux attirent de plus en plus l'attention des chercheurs et font l'objet d'intérêt et d'investigations sans cesse croissants.

Les études dans ce domaine ont montré que la présence de la matrice poreuse dans les systèmes étudiés, conduit à une amélioration notable du transfert de chaleur. L'augmentation est d'autant plus importante si ses propriétés physiques sont convenablement choisies.

Dans la plupart des travaux effectués, les chercheurs ont adopté l'hypothèse d'existence de l'équilibre thermique local, qui considère que la température de la phase solide est égale à celle du fluide. Cependant, la validité de cette hypothèse est remise en cause dès que la différence de température entre la phase fluide et la phase solide commence à apparaître, surtout dans les cas où le milieu poreux est réactif (génération d'énergie).

Dans le présent travail, nous nous intéressons à l'étude des transferts thermiques dans un canal vertical ouvert à ses deux extrémités, et rempli d'un milieu poreux réactif, en absence d'équilibre thermique local. Certaines hypothèses simplificatrices seront adoptées pour permettre la formulation mathématique du problème.

La modélisation mathématique choisie pour la description de l'écoulement, est basée sur les équations de Darcy-Brinkman. La résolution numérique utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations aux dérivées partielles, et l'algorithme SIMPLER pour déterminer les champs de vitesses et de pression.

Le mémoire est composé de cinq chapitres.

Le premier présente des généralités et des notions fondamentales sur les milieux poreux.

Il est suivi par une étude bibliographique, exposant d'abord les travaux récents sur le transfert convectif en présence d'un milieu poreux, en général, puis les études relatives au cas de l'absence d'équilibre thermique local, en absence ou en présence d'une génération volumique d'énergie.

Le troisième chapitre est relatif à l'élaboration et la mise sous forme adimensionnelle des équations (et des conditions aux limites) du problème physique considéré, en utilisant donc le modèle de Darcy modifié (Darcy-Brinkman) et les principes de conservation de la masse et de l'énergie gouvernant les transferts de chaleur, par convection naturelle dans le domaine poreux considéré. Les principaux paramètres de contrôle et les coefficients de transfert seront ainsi définis.

La formulation numérique basée sur la méthode des volumes finis et l'application de l'algorithme SIMPLER est présentée dans le quatrième chapitre.

Enfin, dans le cinquième chapitre, les résultats obtenus sont présentés, discutés et analysés, après une validation du code de calcul qui est effectuée par une comparaison avec des études établies dans la littérature et relatives à des cas limites traitées soit analytiquement, soit par d'autres approches numériques.

Chapitre I :

Généralités sur les milieux poreux

I .1 Introduction.....	3
I .2 Caractéristiques géométriques	3
I.2.1. Notion de volume élémentaire représentatif	3
I.2.2. Notion de porosité	4
I.2.3. Notion de perméabilité.....	6
I .3 Caractéristiques thermo-physiques.....	7
I.3.1. Viscosité dynamique effective	7
I.3.2. Conductivité thermique effective.....	8
I .4 Modèles d'écoulements dans les milieux poreux.....	8
I.4.1. Modèle de Darcy.....	9
I.4.2. Modèle de Brinkman.....	10
I.4.3. Modèle de Forchheimer.....	10
I.4.4. Modèle général.....	11
I .5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux.....	11
I .6 Conclusion.....	13

Chapitre I :

Généralités sur les milieux poreux

I .1 Introduction

Les milieux poreux sont des solides de forme compliquée, englobant des vides appelés pores. Les vides peuvent communiquer entre eux par l'intermédiaire de capillaires, ayant des singularités, et peuvent aussi contenir une ou plusieurs phases fluides susceptibles de s'écouler et éventuellement, d'échanger entre elles ou avec le solide de la matière et de l'énergie. L'espace poreux, souvent appelé matrice ou squelette, peut se présenter sous deux formes :

- *Milieu poreux non consolidé* : la phase solide est constituée de grains ou de fibres non soudés entre eux (gravier, sable, billes de verre...).
- *Milieu poreux consolidé* : la matière solide est compacte et ne peut se diviser en grains ou fibres (roches calcaires, grès, argiles, bois, céramiques...).

I .2 Caractéristiques géométriques

I.2.1. Notion de volume élémentaire représentatif

Par analogie avec la notion de particule fluide, on définit pour le milieu poreux un volume élémentaire représentatif (V.E.R) contenant un grand nombre de cavités. Les dimensions caractéristiques du volume élémentaire seront grandes par rapport à l'échelle de la taille des pores, mais petites par rapport à l'encombrement de la matrice solide. La figure I.1 illustre un volume élémentaire représentatif à travers un domaine d'écoulement.

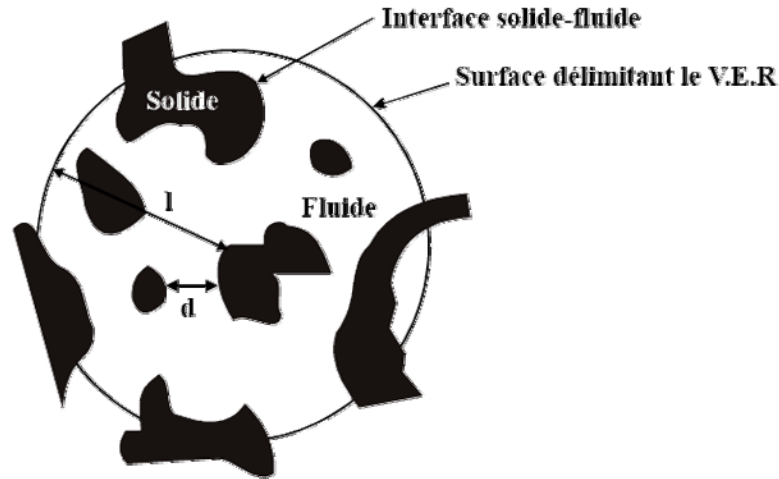


Figure I.1 : Exemple de volume élémentaire représentatif

En général, la disposition et la dimension des pores sont irrégulières ce qui induit des irrégularités dans la mesure des variables dépendantes (vitesse, pression, température, etc.) à l'échelle microscopique. Cependant, on considère souvent, dans la littérature, des variables dépendantes moyennes mesurées sur un volume élémentaire représentatif (VER) qui, lorsqu'on suppose la taille de ce dernier (VER) très grande par rapport à celle des pores, permet de formuler le problème pour un milieu continu fictif.

I.2.2. Notion de porosité

La porosité (ε) est le rapport entre le volume occupé par les pores (vides) et le volume total de la matrice solide (solide + vides).

Notation :

$$\varepsilon = \frac{V_{pores}}{V_{total}} \quad (I-1)$$

V_{pores} : Volume des pores.

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse.

Dans la matrice solide, chaque vide peut être connecté à plusieurs autres pores (pores interconnectés), ou connecté seulement à un seul pore (pore isolé). La fraction du volume des pores interconnectés et isolés est appelée porosité totale ou absolue (ε_T). Par contre la fraction des seuls pores interconnectés est appelée porosité effective ou utile (ε_{eff}). Le fluide s'écoule seulement à travers les pores interconnectés.

Pour les milieux poreux non consolidés, la porosité effective et la porosité totale sont égales. Par contre pour les milieux poreux consolidés, la différence entre elles peut être significative.

Matériau	Porosité
Béton	0,02-0,07
Grès	0,08-0,38
Brique	0,12-0,34
Sable	0,37-0,50
Empilement de sphères	0,36-0,43
Terre (Argile)	0,43-0,54
Poudre d'ardoise noire	0,57-0,66
Poudre de silice	0,37-0,49
Grain de silice	0,65
Charbon	0,02-0,12
Cuir	0,56-0,59
Filtre de cigarettes	0,56-0,66
Fibre de verre	0,88-0,93
Poudre de cuivre	0,09-0,34
Calcaire (dolomite)	0,04-0,10
Cheveux	0,95-0,99

Tableau I-1.
Valeurs de la porosité de quelques matériaux.
(Scheidegger [1], [1974], Nield *et* Bejan [2], [1992])

En général, les vides (pores) ne sont pas uniformes dans leurs distributions et leurs formes à travers la matrice poreuse. Cette non-uniformité peut avoir un rôle significatif sur l'écoulement et les transferts de chaleur et de soluté près des frontières (paroi solide ou surface libre), Kaviany [8], [1995]. En effet, quand la frontière voisine est une surface solide, les porosités adjacentes à cette surface solide sont élevées ; il en résulte alors une réduction de la résistance à l'écoulement. Par conséquent, la vitesse locale dans cette partie augmente. Cet effet donne lieu à ce que l'on appelle : "effet Channeling"[3].

I.2.3. Notion de perméabilité

La perméabilité K caractérise la conductance de l'écoulement d'une matrice poreuse. Elle exprime la capacité du milieu à laisser passer le fluide sous un gradient de pression. Lorsque le milieu poreux contient une seule phase liquide, la perméabilité est donnée par la loi expérimentale de Darcy [1856] :

$$K = -\frac{\mu U_D}{dp/dx} \quad (I-2)$$

μ : Viscosité dynamique du fluide

U_D : Vitesse Darcienne

dp/dx : Gradient de pression

La dimension de la perméabilité est le carré d'une longueur. Une autre unité est souvent utilisée pour K , c'est le Darcy. Une unité de Darcy est égale à $9.87 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$. Le tableau I.1 donne les perméabilités de certaines matrices solides (adaptées par Scheidegger [1] et Nield et Bejan [2]). Il n'existe pas de relations générales, liant la perméabilité à la porosité effective ; les quelques relations qui existent sont empiriques ou semi empiriques. Elles sont basées sur des corrélations et doivent être utilisées avec les restrictions pour lesquelles elles ont été développées. La perméabilité est indépendante de la nature du fluide.

Matériau	Perméabilité [m^2]
Sable	$2,0 \cdot 10^{-11}$ - $1,8 \cdot 10^{-10}$
Brique	$4,8 \cdot 10^{-15}$ - $1,2 \cdot 10^{-13}$
Terre	$2,9 \cdot 10^{-13}$ - $1,4 \cdot 10^{-11}$
Poudre d'ardoise noire	$4,9 \cdot 10^{-14}$ - $4,4 \cdot 10^{-13}$
Poudre de silice	$1,3 \cdot 10^{-14}$ - $5,1 \cdot 10^{-14}$
Cuir	$9,5 \cdot 10^{-14}$ - $1,2 \cdot 10^{-13}$
Filtre de cigarettes	$1,1 \cdot 10^{-9}$
Fibre de verre	$2,4 \cdot 10^{-11}$ - $5,1 \cdot 10^{-11}$
Béton bitumineux	10^{-13} - $2,3 \cdot 10^{-11}$
Planche de liège	$2,4 \cdot 10^{-11}$ - $5,1 \cdot 10^{-11}$
Poudre de cuivre	$3,3 \cdot 10^{-10}$ - $1,53 \cdot 10^{-9}$
Grès	$5,0 \cdot 10^{-16}$ - $3, \cdot 10^{-12}$
Calcaire (dolomite)	$2,0 \cdot 10^{-15}$ - $4,5 \cdot 10^{-14}$

Tableau I-2.

Valeurs de la perméabilité de quelques matériaux.
(Scheidegger [1], [1974], Nield *et* Bejan [2], [1992])

I.3 Caractéristiques thermo-physiques

I.3.1. Viscosité dynamique effective μ_{eff}

Elle a été introduite par Brinkman [4] afin d'obtenir une expression pour la perméabilité. Il a étendu la force de traînée de Stokes obtenue pour une sphère placée dans un domaine infini, à une sphère qui est entourée d'autres sphères. Les effets des sphères avoisinantes sont alors pris en considération. En combinant l'écoulement de Stokes avec l'écoulement de Darcy, il a obtenu l'équation vectorielle suivante :

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} \quad (I.3)$$

Brinkman a tout de même considéré la viscosité dynamique effective égale à la viscosité dynamique du fluide considéré. Landgren [5] a donné des justifications à l'équation de Brinkman et a trouvé, de plus, que le rapport entre la viscosité dynamique effective et celle du fluide n'est pas toujours supérieur à l'unité. Le tableau I-3 résume quelques corrélations trouvées dans la littérature.

Modèle	Corrélation	limite de validité
Einstein	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = 1 + 2,5.\varepsilon$	Cas de sphères $\varepsilon \rightarrow 0$
Guth et Simba	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \frac{1 + 0,5(1-\varepsilon) - 0,5(1-\varepsilon)^2}{1 - 2(1-\varepsilon) - 9,6(1-\varepsilon)^2}$	$\mu_{eff} \rightarrow \infty$ pour $\varepsilon = 0,766$
Mooney	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp\left[\frac{2,5(1-\varepsilon)}{1 - k(1-\varepsilon)}\right]$	$0,75 < k < 1,5$
Frankel et Akrivos	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = C \left[1 - \left(\frac{(1-\varepsilon)}{(1-\varepsilon)_{max}} \right)^{1/3} \right]^{-1}$	Suspension concentrée seulement, $C = 9/8$ pour $(1-\varepsilon) \rightarrow (1-\varepsilon)_{max}$
Happel	$\frac{\mu_{eff}}{\mu} = \exp[4,58.\varepsilon]$	Modèle théorique pour des particules sphériques $\varepsilon \leq 0,5$

Tableau I-3.

Modèles de viscosité effective.

I.3.2. Conductivité thermique effective

La complexité de la structure géométrique d'un milieu poreux ainsi que la présence de deux phases solide et fluide de différentes propriétés thermiques, conduit à faire intervenir la notion de conductivité thermique effective (k_{eff}). Cette dernière dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide et fluide. Pour le calcul de la conductivité thermique effective, différents modèles ont été proposés dans la littérature. Ce sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles, basées sur l'analogie électrique [3].

- *Modèle en série*

Dans le modèle, le flux de chaleur traverse successivement les phases fluide et solide; la conductivité thermique est alors une moyenne harmonique des conductivités thermiques k_s du solide et k_f du fluide, soit:

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1-\varepsilon}{k_s} + \frac{\varepsilon}{k_f} \quad (I-4)$$

- *Modèle parallèle*

Pour ce modèle, le flux de chaleur total qui traverse les deux phases est la somme des flux dans chacune des phases; la conductivité thermique effective est alors une moyenne arithmétique entre k_s et k_f :

$$k_{eff} = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \quad (I-5)$$

I .4 Modèles d'écoulements dans les milieux poreux

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, l'approche de la mécanique classique des milieux continus, pour établir les modèles mathématiques de transport de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie, ne peut être mise en application qu'après passage à une échelle macroscopique par prise de moyenne sur un VER. Cette procédure permet d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif.

Nous présentons dans ce qui suit les différents modèles de régimes d'écoulements à partir du modèle de Darcy avec les différentes extensions, tenant compte de certains effets existant dans les milieux poreux.

I.4.1. Modèle de Darcy

La loi de Darcy donnant le comportement hydrodynamique lors d'un écoulement de fluide dans un milieu poreux, lie le gradient de pression à la vitesse par la relation suivante:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu}(\nabla p + \rho\vec{g}) \quad (\text{I-6})$$

Où

K représente la perméabilité du milieu poreux.

$\rho\vec{g}$ forces de volume.

μ représente la viscosité dynamique du fluide.

La pression P et les composantes des vitesses sont des valeurs moyennes prises dans un volume élémentaire représentatif.

Il est important de noter que le modèle de Darcy est inadéquat pour certaines situations d'écoulement et de transfert de chaleur. Les insuffisances de ce modèle peuvent être énumérées comme suit:

- Il n'est pas approprié pour les écoulements "rapides", c'est-à-dire les écoulements pour lesquels le nombre de Reynolds basé sur la vitesse locale et le diamètre des pores, est supérieur à l'unité [6.7].
- Il ne satisfait pas la condition de non glissement sur les parois solides. Dans les phénomènes de convection, la chaleur se transmet essentiellement au (ou à partir du) fluide près des parois solides [4].
- Il ne tient pas compte de la variation de la porosité; les régions d'écoulements à porosité élevée, dans les milieux poreux, sont très pénétrables par le fluide. Il en résulte des "canaux" à écoulement rapide dans ces régions, affectant ainsi notamment les caractéristiques du transfert de chaleur du système.

I.4.2. Modèle de Brinkman

Du fait qu'il a été montré que le modèle de Darcy n'est pas très approprié dans les cas d'écoulements à grandes vitesses ou d'écoulement de gaz, Brinkman [1947] a établi l'équation du mouvement en superposant un écoulement, où les effets visqueux sont dominants (écoulement de Stokes), avec un écoulement de Darcy pour écrire :

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} + \rho\vec{g} \quad (I-7)$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy-Brinkman. Le premier terme du membre de droite de l'équation (I-7) est le terme de Darcy et le deuxième est appelé terme de Brinkman. Ce dernier représente les forces visqueuses causées par le cisaillement macroscopique le long des frontières et est très significatif dans les régions près des parois solides.

Plusieurs auteurs [34] ont montré l'influence du terme de Brinkman sur le champ dynamique et sur le transfert de chaleur. Pour l'aspect dynamique, ce terme permet de mettre en évidence l'effet "channeling" près des parois solides et aussi de satisfaire la condition d'adhérence aux parois. Quant à l'aspect thermique, l'omission de ce terme influe considérablement sur la valeur du nombre de Nusselt.

I.4.3. Modèle de Forchheimer

Quand le nombre de Reynolds (basé sur le diamètre des particules) devient grand devant l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire pour la vitesse; elle doit être donc corrigée par un terme inertiel non linéaire du second degré qui tient compte des effets inertiels microscopiques [8], d'où un modèle proposé à cet effet:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\vec{V} - \frac{C}{\sqrt{K}}\rho_f|\vec{V}|\vec{V} \quad (I-8)$$

Avec :

C : constante adimensionnelle (souvent appelée coefficient d'Ergun, ou encore coefficient inertiel) qui dépend de la nature du milieu.

I.4.4. Modèle général

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant, on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et de Forchheimer. Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit alors [8] :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 \vec{V} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \rho \frac{F\varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (\text{I-9})$$

Où :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \quad \text{Forces inertielles macroscopiques. Le terme } \frac{\rho}{\varepsilon} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \text{ est généralement négligé}$$

sauf dans les régions d'entrée de l'écoulement.

∇p : Gradient de pression.

$\mu_{\text{eff}} \nabla^2 \vec{V}$: Terme visqueux de Brinkman.

$\frac{\mu}{K} \vec{V}$: Terme de Darcy.

$\rho \frac{F\varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V}$: Forces inertielles microscopiques ($F\varepsilon = C$).

$\rho \vec{g}$: Forces de volume.

I.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux

On s'intéresse ici au transfert de chaleur qui se manifeste lorsque le milieu poreux est saturé par un fluide unique non isotherme, en écoulement dans l'espace des pores, la matrice poreuse étant fixe. Ce mode de transfert de chaleur résulte de la conduction thermique et du transport d'énergie par les particules fluides en mouvement.

Comme pour les écoulements en milieux fluide monophasique, on distingue deux types principaux de transferts de chaleur par convection dans les milieux poreux : la convection naturelle et la convection forcée. Entre ces deux situations extrêmes, on identifie également la convection mixte, caractérisée par une contribution sensiblement équivalente des effets de

convection forcée et de convection naturelle au transfert de chaleur. Il convient de souligner enfin que, par rapport à l'étude de la convection thermique en fluide monophasique, l'étude de la convection thermique en milieu poreux se trouve compliquée par la nature essentiellement hétérogène d'un tel milieu. En effet, le transfert de chaleur est affecté non seulement par l'existence de l'écoulement macroscopique, mais aussi par l'hydrodynamique et les interactions thermiques entre phases, à l'échelle des pores.

L'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue en moyennant l'équation d'énergie dans chaque phase au sein du volume élémentaire représentatif. Elle s'écrit souvent, dans le cas d'un équilibre thermique local, $T_s = T_f = T$ sous la forme générale suivante :

$$(\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{V} \nabla T = k_{eff} \nabla^2 T + q''' \quad (I-10)$$

Où :

$$(\rho C_p)_{eff} = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s \quad (I-11)$$

Où :

ρ : Masse volumique du fluide considéré ;

ε : Porosité du milieu poreux ;

k_{eff} : Conductivité thermique effective ;

$(C_p)_{eff}$: Capacité calorifique effective ;

$(C_p)_f$: Capacité calorifique du fluide ;

q''' : Génération de chaleur par unité de volume.

Dans le cas où l'hypothèse de l'équilibre thermique local n'est plus vérifiée, il est possible de développer un modèle à deux équations d'énergie [1]. Ce modèle qui s'appuie sur une représentation schématique du milieu poreux par deux milieux continus fictifs, s'explique comme suit:

- *Pour la phase solide :*

$$0 = (1 - \varepsilon) \nabla (k_s \nabla T_s) + (1 - \varepsilon) Q - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{I-12})$$

- *Pour la phase fluide :*

$$\varepsilon (\rho C_p)_f \vec{v} \cdot \nabla T_f = \varepsilon \nabla (k_f \nabla T_f) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{I-13})$$

Ces équations, qui décrivent le transfert de chaleur dans chacune des phases solide et fluide au sein du volume élémentaire représentatif (VER), sont couplées par le coefficient de transfert de chaleur h_{sf} entre les deux phases.

I.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation des différentes définitions et propriétés caractérisant les milieux poreux (propriétés géométriques et thermo-physiques, etc.), ainsi que des différents modèles régissant les écoulements dans ces milieux (modèle de Darcy, modèle de Brinkman, modèle de Forchheimer et le modèle général). Nous avons par la suite présenté les équations caractérisant les échanges thermiques dans les milieux poreux, notamment le modèle à une équation (LTE. model, i.e Local Thermal Equilibrium) et le modèle à deux équations (LTNE. model, i.e Local Thermal Non-Equilibrium). Le chapitre suivant sera consacré à la présentation d'une revue bibliographique dans laquelle nous avons essayé de regrouper les récents travaux sur le transfert convectif en présence de milieu poreux, en général, et les études relatives au cas de l'absence d'équilibre thermique local et/ou en présence d'une génération volumique d'énergie, en particulier.

Chapitre II :

Recherche bibliographique

Chapitre II :

Recherche bibliographique

Depuis quelques décennies, les phénomènes de transfert dans les milieux poreux ont une importance fondamentale et trouvent des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles).

Certains auteurs se sont penchés sur les écoulements internes : écoulements dans des conduites et entre deux plaques parallèles. D'autres se sont intéressés aux écoulements externes à surface libre tel que l'écoulement sur une plaque plane. Les études effectuées sont analysées soit par des méthodes numériques, ou par des approches analytiques ou encore par des procédés expérimentaux. Différents modèles sont utilisés pour la modélisation des champs dynamique et thermique. On peut citer dans cette optique le modèle de Darcy-Brinkman pour le champ dynamique et les modèles LTE et LTNE pour le champ thermique.

Dans ce chapitre, nous exposons une synthèse bibliographique des différents travaux qui ont traité de la convection en présence de milieux poreux et de ce fait, cerner les récentes études sur le modèle LTNE.

Une simulation numérique des transferts convectifs dans un échangeur plan rempli d'un substrat poreux réactif, générant de l'énergie interne, en absence de l'équilibre thermique local, a été présentée par **A. Abdedou et K. Bouhadef [9]**. Les parois sont portées à une température constante et la vitesse à l'entrée est uniforme. Le modèle de Darcy-Brinkman est utilisé pour décrire l'écoulement dans le canal, et l'effet de LTNE est pris en compte par les auteurs. L'influence de quelques paramètres caractéristiques tels que: le nombre de Reynolds, le nombre de Biot, le nombre de Darcy et le rapport des conductivités sur le transfert thermique dans le canal, est discutée. Les résultats ont montré que :

- Pour le modèle à une équation d'énergie "LTE", l'introduction d'un milieu poreux à faible perméabilité, réduit l'épaisseur de la couche limite et augmente par conséquent les transferts thermiques. Ils ont également trouvé que, l'effet de la matrice poreuse est largement influencé par le nombre de Reynolds qui, lorsqu'il augmente, a tendance à aplatir les profils de vitesses et à augmenter la longueur d'établissement du régime dynamique.
- Concernant le modèle à deux équations d'énergie "LTNE", ils ont constaté que, pour de faibles valeurs du nombre de Biot et du rapport des conductivités, l'écart entre les températures des deux phases, solide et fluide, est important. Dans ce cas, le modèle LTE n'est plus vérifié. Lorsque le nombre de Biot prend des valeurs élevées, la différence de température entre les deux phases, fluide et solide, est considérablement réduite. Une cartographie d'erreurs délimitant les zones de validité du modèle LTE est présentée par les auteurs.

D.E. Ameziani, K.Bouhadef et R. Bennacer [10], ont traité la convection naturelle laminaire et instationnaire dans un fluide newtonien s'écoulant au sein d'un cylindre poreux ouvert à ses extrémités. Le modèle de Darcy est utilisé pour décrire l'écoulement dans le canal. Deux types de conditions aux frontières sont considérés à la paroi externe du cylindre, à savoir une température constante et une température périodique sinusoïdale. Les résultats obtenus mettent en évidence, selon les valeurs du rapport de forme «*A*» et du nombre de Rayleigh «*Ra*», deux types d'écoulements: un écoulement avec recirculation et un écoulement sans recirculation. La limite de l'obtention de l'une ou de l'autre situation est obtenue suivant la corrélation $A = 6.005 \times Ra^{-0.49}$. Les auteurs montrent que l'analyse du chauffage périodique de la paroi du cylindre donne des résultats importants. Une équivalence entre les transferts des deux cas de chauffage constant et modulé dans le temps est observée (variation relative inférieure à

5%) pour les faibles amplitudes adimensionnelle ($XA < 0,5$) alors que pour des amplitudes plus élevées (supérieures à 0,5), l'amélioration du transfert de chaleur moyen est directement proportionnelle aux valeurs du nombre de Rayleigh Ra , et peut s'avérer plus significative notamment pour les grandes amplitudes ($XA=1$).

Ching-Yang Cheng [11], a présenté une étude analytique de la convection naturelle complètement développée et du transfert de masse dans un canal vertical annulaire rempli d'un milieu poreux. Les deux surfaces, externe du cylindre intérieur et interne du cylindre extérieur sont maintenues à des températures différentes. Les effets du nombre de Darcy modifié, du rapport des forces de poussée et du rapport modifié des rayons, sur le transfert de chaleur et de masse sont examinés. Le nombre de Darcy modifié est utilisé pour représenter la résistance du milieu poreux à l'écoulement du fluide. L'auteur montre que l'augmentation de ce nombre ou du rapport modifié des rayons tend à augmenter le débit volumique et le taux de transfert entre les deux phases fluide et solide.

Atul Kumar Singh et al [12], ont étudié numériquement la convection naturelle dans un canal vertical partiellement rempli par un milieu poreux. Le modèle de Darcy-Forchheimer-Brinkman est adopté pour les équations de mouvement. Des profils de vitesse et de température sont présentés en incluant les effets du nombre de Darcy, du nombre de Grashoff, du rapport des conductivités thermiques et de la largeur de la région fluide. Les résultats ont montré que :

- L'augmentation de la largeur de la région fluide engendre un accroissement de la vitesse dans la phase poreuse.
- Le nombre de Grashoff "Gr", a un effet dominant dans l'augmentation des vitesses de déplacement de fluide dans les deux régions (fluide et poreuse).
- La température diminue plus rapidement pour des valeurs élevées du rapport des conductivités thermiques
- Une augmentation du nombre de Darcy diminue le taux de frottement, alors qu'une augmentation de nombre de Grashoff ou du rapport des conductivités augmente ce taux de frottement dans la zone fluide, mais des effets inverses sont notées pour la région poreuse.
- Une augmentation du rapport des conductivités augmente le taux de transfert de chaleur sur les deux parois de canal, tandis qu'une diminution de l'épaisseur de la couche poreuse fait décroître le taux de transfert.

Irfan Anjum Badruddin et al [13], ont présenté une étude numérique du transfert thermique par convection naturelle et rayonnement dans un canal annulaire vertical rempli d'un milieu poreux. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les équations adimensionnelles. Les auteurs ont discuté l'effet de quelques paramètres tel que le rapport de forme et le paramètre de rayonnement sur le transfert thermique. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen atteint une valeur maximale pour un rapport de forme de l'ordre de un. Il est aussi établi que le nombre de Nusselt moyen croît avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et du paramètre de rayonnement.

Les mêmes auteurs [14] ont présenté une analyse numérique de la convection naturelle dans une plaque verticale en présence d'un milieu poreux. Deux conditions aux limites thermiques pour la plaque sont considérées : (1) température fixe ; (2) température variable et le système d'équations est résolu par la méthode des éléments finis. Les auteurs ont étudié l'effet du rayonnement et du nombre de Rayleigh sur le transfert thermique. Pour le cas où la plaque est portée à une température fixe ils ont trouvé que le nombre de Nusselt diminue avec la hauteur de la plaque et augmente quand la température est variable. Ils ont également observé que l'accroissement du nombre de Rayleigh engendre une augmentation de nombre de Nusselt.

A. Amahmid et al [15], ont effectué une étude analytique et numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse verticale doublement diffusive soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes. Une solution analytique basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle est développée pour des rapports de forme A de la matrice poreuse suffisamment élevés. Les auteurs ont calculé analytiquement les nombres de Rayleigh critiques au delà desquels les mouvements convectifs sont possibles en fonction des nombres de Lewis « Le » et de Darcy « Da ». Pour les résultats numériques, ils ont trouvé que l'augmentation de Da induit une diminution de l'intensité de l'écoulement et des transferts thermiques et massiques, et quand Ra augmente l'intensité de l'écoulement augmente d'une façon monotone.

Pei-Xue Jiang et Xiao-Chen Lu [16], ont proposé une simulation numérique des caractéristiques des conditions aux limites thermique pour le transfert de chaleur par convection dans un canal horizontal rempli d'un milieu poreux composé des particules uniformes. La paroi inférieure est thermiquement isolée et la paroi supérieure est exposée à un flux de chaleur constant. Les auteurs ont étudié le cas où l'épaisseur de la paroi supérieure est fine (de l'ordre de 1mm) avec ou sans résistance thermique et le cas libre (pas de paroi). Les résultats montrent que

pour le cas de surface libre, les températures des deux phases solide et fluide près de la paroi supérieure, dépendent du rapport des conductivités thermiques. Pour le cas de la paroi fine sans résistance thermique, les profils des températures près de la paroi sont uniformes, tandis que pour le cas où il y a une résistance thermique, la température du solide est plus faible comparée à celle du fluide. Les résultats montrent aussi que la chaleur totale transférée par le solide augmente avec la diminution de la porosité ; ce qui est dû à la plus grande surface d'échange avec les faibles valeurs de porosité.

Une modélisation numérique du couplage entre la convection naturelle et forcée dans une fente verticale perméable (application pour la production de chaleur dans un système géothermique amélioré) est réalisée par **Arnaud Bataillé et al [17]**. Cette étude est effectuée pour le projet européen EGS (Enhanced Geothermal Systems) à Soultz-sous-Forêts dans le but d'améliorer la productivité des systèmes naturellement fracturés et/ou créer de nouvelles fractures qui vont permettre la circulation de grandes quantités de fluides à travers les roches chaudes. L'étude a examiné les effets du débit d'injection du fluide froid et du nombre de Rayleigh Ra . Pour des débits d'injection élevés et des nombres de Rayleigh faibles, le fluide froid se propage radialement à partir du puits d'injection, et atteint rapidement la zone de production. Pour des faibles débits et des nombres de Rayleigh élevés, le fluide injecté est entraîné vers le bas par convection. Les simulations montrent aussi que le débit convectif libre croît linéairement avec Ra tant que le régime convectif reste quasi-stable, alors que pour un régime convectif instable, le débit convectif ne reste pas proportionnel au nombre de Rayleigh.

Pei-Xue Jiang et al [18], ont effectué une étude expérimentale et numérique du transfert thermique par convection du CO_2 aux pressions supercritiques dans des tubes poreux verticaux avec des diamètres des particules de 0,1 – 0,12 mm ($\varepsilon \approx 0.45$) et de 0,2 – 0,28 mm ($\varepsilon \approx 0.4$). Les auteurs ont étudié l'influence de la température d'entrée de fluide (T_{fe}), du débit massique d'écoulement, de la pression, du diamètre des particules, du flux de la chaleur, et du sens d'écoulement sur le transfert convectif. Ils ont utilisé, pour les simulations numériques, le programme FLUENT 6.2 et ont considéré le cas où il y a un équilibre thermique local. Les résultats expérimentaux prouvent que la température d'entrée, le débit massique, le flux de chaleur et le diamètre de particules, influencent tous fortement le transfert convectif. Ainsi, quand T_{fe} est beaucoup plus grande que la pseudo température critique T_{pc} , les coefficients locaux de transfert thermique dans les tubes sont beaucoup moins élevés que quand T_{fe} est inférieure à T_{pc} . Les résultats prouvent également que les coefficients de transfert thermique

augmentent à mesure que le diamètre des particules diminue. Ils ont également trouvé que les valeurs calculées numériquement, pour le facteur de frottement, correspondent bien aux données expérimentales et aux valeurs prévues en utilisant la corrélation de facteur de frottement sans chauffage. Cependant les résultats obtenus dans le cas où il y a chauffage divergent par rapport à l'expérience.

Une étude numérique et analytique de la convection forcée dans un canal constitué de deux plaques parallèles portées à des températures constantes et rempli par un milieu poreux, a été réalisée par **Shohel Mahmud et Roydon Andrew Fraser [19]**. Le modèle de Darcy-Brinkman est utilisé pour décrire l'écoulement de fluide dans le canal. Des expressions analytiques pour la vitesse, la température et le nombre de Nusselt sont obtenues après la simplification et la résolution des équations différentielles. L'influence de nombre de Darcy sur les profils de vitesse et de température est discutée analytiquement et numériquement. Les résultats numériques obtenus montrent un excellent accord avec les résultats analytiques.

Irfan Kurtbas et Nevin Celik [20], ont présenté une étude expérimentale de la convection forcée et mixte dans un canal horizontal contenant une mousse métallique (mousse d'aluminium). Un flux de chaleur uniforme est appliqué aux parois du canal, et les auteurs ont étudié trois types de mousse métallique de différentes densités des pores. L'analyse du transfert thermique est basée sur trois paramètres : le nombre de Reynolds, le nombre de Richardson et le rapport de forme. Les résultats ont montré que :

- Le nombre de Nusselt moyen croît proportionnellement avec la densité des pores et augmente avec l'accroissement du nombre de Reynolds.
- Le nombre de Nusselt moyen diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson et la diminution du rapport de forme.

Les auteurs trouvent que l'insertion du mousse métallique augmente le transfert thermique dans le canal, et le meilleur transfert aura lieu lorsque la densité des pores est élevée.

Une étude numérique de la convection mixte dans un canal vertical ouvert rempli d'un milieu poreux avec un flux de chaleur imposé sur l'une de ses parois est présentée par **Yanik Boutin et Louis Gosselin [21]**. L'écoulement traversant le canal est assuré par un ventilateur de faible débit, afin d'assurer la validité de modèle de Darcy, et le flux imposé sur la paroi peut simuler par exemple, un flux solaire. Les effets de la largeur de canal, du nombre de Rayleigh et du rapport de forme sont étudiés. Les auteurs ont présenté des corrélations pour estimer

l'efficacité, les pertes de chaleur, et la chute de pression en fonction de la puissance du ventilateur et du nombre de Rayleigh dans des canaux optimaux, (c'est-à-dire, minimum chute de pression, un puissance optimal du ventilateur et un transfert thermique max). Les résultats montrent que les paramètres mentionnés ci-dessus ont une grande influence sur le transfert thermique. Cette étude peut conduire à d'autres études qui pourraient affiner le modèle considéré, les auteurs proposent quelques situations telles que :

- Flux de chaleur et température ambiante qui peuvent varier en fonction du temps.
- Utiliser d'autres modèles d'écoulement pour tenir compte des débits élevés de ventilation.
- Etudier le cas quand le mur exposé au soleil présente des ouvertures.

Wen-Jeng Chang et **Wen-Lung Chang** [22], ont étudié la convection mixte dans un canal vertical composé de deux plaques parallèles, partiellement rempli d'un milieu poreux de grande perméabilité. L'algorithme SIMPLEC [46] est utilisé pour le calcul du champ dynamique ; le modèle non Darcien qui comprend un effet d'inertie et l'effet du frottement est adopté pour les équations de mouvement dans la couche poreuse. L'influence de quelques paramètres caractéristiques tels que : le nombre de Darcy, le nombre de Grashoff et le diamètre de la couche poreuse, sur le transport de la quantité de mouvement et de chaleur est discuté. Les résultats numérique montrent que :

- Le nombre de Nusselt local augmente à mesure que l'épaisseur de la couche poreuse diminue et que les nombres de Darcy Da et Grashoff Gr augmentent.
- Le coefficient de frottement local s'accroît avec l'augmentation de Da et Gr .
- La chute de pression dans le canal augmente avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse et la diminution du nombre de Darcy.

Les auteurs montrent que la longueur d'établissement est d'autant plus courte que l'épaisseur de la couche poreuse est grande tandis qu'elle devient plus longue lorsque le nombre de Darcy augmente.

Yen-Cho Chen [23], a effectué une investigation numérique de stabilité de la convection mixte dans un canal vertical chauffé et rempli d'un milieu poreux saturé. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire l'écoulement dans le canal dont les parois sont exposées à des flux de chauffage uniformes. Les résultats montrent que le nombre de Darcy modifié a un effet important sur la stabilité de l'écoulement. Pour des valeurs élevées du nombre

de Darcy, il y a trois types d'instabilité : thermodynamique, mixte et thermique, pour des nombres de Reynolds faible, moyen et élevé, respectivement. Par contre, pour de faibles valeurs de Da l'instabilité thermodynamique est le seul type observé quelque soit l'importance du nombre de Reynolds. Les résultats montrent aussi que pour des nombres de Darcy compris entre 1 et 10^{-2} il y a une légère variation de nombre de Rayleigh critique (d'ordre 1) pour le même nombre de Reynolds ; cela signifie que pour des valeurs élevées de nombre de Darcy un faible flux de chauffage peut déstabiliser l'écoulement dans le canal. Pour les faibles valeurs du nombre de Darcy ($< 10^{-4}$) le Rayleigh critique augmente et il est trois à quatre fois plus grand que pour $Da=10^{-2}$ pour le même nombre de Reynolds.

G. Venugopal et al [24], ont réalisé une étude expérimentale de la convection mixte dans une conduite verticale remplie de structures métalliques poreuses. Le but de cette investigation est d'examiner la possibilité que l'introduction d'une structure métallique peu coûteuse, puisse améliorer le transfert thermique. Le milieu poreux utilisé dans l'étude se compose d'un empilement de plaques métalliques perforées insérées à l'intérieur du conduit. Le modèle de milieu poreux développé montre des performances thermo-hydrodynamiques similaires à celles observées dans les mousses métalliques. Les effets des différents paramètres, notamment celui du nombre de Reynolds, de la porosité, et du nombre de Peclet, sont analysés. Les résultats montrent que pour un nombre de Reynolds et une température d'entrée fixes, le nombre de Nusselt augmente avec la diminution de la porosité, et que la structure métallique de faible porosité donne un meilleur transfert de chaleur (le nombre de Nusselt moyen est d'environ 4,52 fois plus élevé que pour le cas de régime fluide). Les auteurs ont proposé une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen en fonction de la porosité, afin de prédire la performance de transfert de chaleur.

Une investigation analytique de la convection mixte dans un canal vertical constitué de deux plaques parallèles portées à des températures constantes et rempli par un milieu poreux anisotrope est effectuée par **Gerard Degan et Patrick Vasseur [25]**. Le modèle de Darcy-Brinkman est utilisé pour décrire l'écoulement dans le canal. Les auteurs ont étudié l'influence de l'angle d'inclinaison du canal par rapport au plan horizontal, du nombre de Darcy, du nombre de Grashoff et de la perméabilité sur le transfert thermique. Ils montrent que pour les faibles valeurs de nombre de Darcy il y a une forte influence de la perméabilité et de l'angle d'inclinaison sur le transfert convectif dans le canal tandis que pour des valeurs intermédiaires et

élevées de cette perméabilité, l'influence de ces paramètres devient négligeable. L'étude montre aussi que pour $Da > 10$, les résultats se rapprochent de ceux du régime fluide.

Une analyse numérique de la convection naturelle dans un canal limité par des plaques perméables en présence d'un milieu poreux générant de l'énergie a été réalisée par **A. Postelnicu et al [26]**. La température de la paroi et les taux de transfert sont pris proportionnel à des constantes indépendantes de la longueur du canal afin de simplifier les équations différentielles gouvernantes. Les auteurs ont traité deux types des conditions aux limites thermiques imposées sur les parois (flux ou température). Les résultats obtenus montrent qu'il y a une influence notable de la génération de chaleur sur le transfert thermique au sein du canal.

Les effets de la variation du nombre de Darcy sur la convection naturelle dans un canal plan horizontal en présence d'un milieu poreux saturé, avec une génération de chaleur interne uniforme, sont étudiés numériquement par **Ali Nouri-Borujerdi et al [27]**. Les deux surfaces limitant le canal sont maintenues à des températures constantes. Les auteurs ont analysé l'influence du terme de Brinkman sur la stabilité de la convection naturelle, et du nombre de Rayleigh sur les deux régimes d'écoulement : Darcien ($Da \sim 0$) et fluide ($Da > 1$).

T. Grosan et al [28], ont étudié numériquement l'influence du champ magnétique et de la génération de chaleur sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux. Un champ magnétique uniforme incliné par rapport au plan horizontal est imposé de l'extérieur. Le travail a traité des effets de l'angle d'inclinaison du champ magnétique, du nombre de Rayleigh et du rapport de forme sur les performances thermiques du système considéré. La méthode des différences finies est utilisée pour obtenir la solution numérique des équations et le système d'équations discrétisées, ainsi obtenu, a été résolu par l'utilisation de la technique d'itération de Gauss-Seidel. Les résultats obtenus ont montré que:

- Pour un angle d'inclinaison élevé, l'effet du champ magnétique tend à réduire le transfert de chaleur par convection.
- Le champ magnétique a un effet négligeable sur le transfert de chaleur pour les faibles valeurs de l'angle d'inclinaison.
- Pour un champ magnétique horizontal et un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10^3 les auteurs trouvent que la conduction est le mode dominant de transfert de chaleur.

- Pour des valeurs élevées de nombre de Rayleigh (10^5), des couches limites ont tendance à se former près des parois verticales.

Arunn Narasimhan et B.V.K. Reddy [29], ont effectué une investigation numérique de la convection forcée dans un canal contenant un milieu poreux bi-disperse comprenant des blocs poreux carrés (micro-pores) séparés par des lacunes macro-pores. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE [46] sont utilisés pour résoudre les équations gouvernantes. L'effet de bi-dispersion est induit par variation de deux paramètres : le nombre de Darcy basé sur la perméabilité interne des blocs « Da_i », et le nombre de blocs dans le canal « N^2 ». Les résultats montrent que :

- Le transfert thermique s'accroît avec l'augmentation de $Da_i (>10^{-5})$, tandis que la chute de pression diminue.
- L'augmentation de N^2 , ce qui signifie une diminution de la perméabilité externe (macro-pores), permet d'avoir un meilleur transfert thermique.

Syeda Humaira Tasnim et al [30], ont présenté une étude analytique pour analyser un écoulement de convection mixte dans un canal vertical limité par deux plaques et rempli d'un milieu poreux avec génération d'énergie sous l'action du champ magnétique transversal, les deux plaques sont maintenues à des températures constantes identiques ou différentes. L'écoulement est considéré stationnaire, laminaire et complètement développé. Les équations gouvernantes sont simplifiées et résolues analytiquement pour développer des expressions pour la vitesse, la température et la génération d'entropie. Les résultats montrent une symétrie dans les profils de vitesse, de température et de la génération d'entropie par rapport au plan médian situé à mi-distance entre les parois, dans le cas où les deux plaques sont à la même température. Cette symétrie est déformée quand les températures des parois sont différentes. La génération d'entropie atteint des valeurs élevées pour une forte génération d'énergie, mais les résultats montrent aussi que le nombre de Darcy a un effet négligeable sur la production d'entropie.

B.V.K. Reddy et Arunn Narasimhan [31], ont étudié numériquement l'influence de la génération de chaleur interne sur la convection naturelle à l'intérieur d'un canal vertical annulaire contenant un milieu poreux. Le modèle de Darcy–Brinkman–Forchheimer est utilisé pour modéliser l'écoulement, et les auteurs ont pris en compte l'effet du déséquilibre thermique local avec une équation d'énergie additionnelle pour la phase solide. Les effets du rapport des conductivités et de la perméabilité sont examinés. Les résultats montrent que l'effet de

déséquilibre thermique apparaît pour des valeurs élevées du rapport des conductivités thermiques (~ 15) et de la génération de chaleur. Les auteurs ont présenté une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh, du nombre de Darcy, du rapport des conductivités et de la génération d'énergie, afin de déterminer l'influence de ces paramètres sur le transfert thermique.

Une étude numérique des transferts thermiques dans un cylindre annulaire vertical contenant un milieu poreux a été réalisée par **Irfan Anjum Badruddin, Z.A. Zainal, P.A. Aswatha Narayana et K.N. Seetharamu [32]**. Le modèle LTNE avec une équation d'énergie additionnelle pour la phase solide est considéré, et le modèle de Darcy est utilisé pour décrire l'écoulement dans le canal. La surface intérieure est maintenue à une température constante tandis que la surface externe est à la température ambiante. Les effets de différents paramètres tels que le nombre de Rayleigh, le coefficient de transfert thermique, le rapport des conductivités thermiques et le rapport des rayons du cylindre, sur la configuration de l'écoulement et le transfert de chaleur sont analysés. Les résultats obtenus ont montré que le nombre de Nusselt de la phase solide subit une petite variation lorsque le coefficient de transfert thermique et le rapport des conductivités sont petits ainsi que le Nusselt solide est plus grand que celle de fluide pour des petites valeurs de Rayleigh.

[33] **A. Bousri, K. Bouhadeif, H. Beji and O. Rahli**, ont présenté une étude numérique des transferts de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d'un milieu poreux réactif. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour modéliser l'écoulement dans le canal et le modèle à deux équations d'énergie est adopté pour tenir compte de déséquilibre thermique local. Le système d'équations gouvernantes obtenu est discrétisé et traité numériquement, grâce à la méthode des volumes finis. La résolution a ensuite été effectuée à partir de l'algorithme SIMPLER [46]. L'influence de quelques paramètres caractéristiques tels que : le nombre de Reynolds, le nombre de Biot, la perméabilité, le nombre de Darcy, le rapport des conductivités et le nombre de Frank-Kamenetskii qui caractérise l'effet de réaction chimique, sur le transfert thermique et massique dans le cylindre est discuté. Les résultats montrent que :

- La température du solide est toujours supérieure à celle du fluide tandis que la concentration du fluide est chaque fois plus grande que celle du solide.
- Le nombre de Biot et le rapport des conductivités ont un effet considérable sur les transferts thermiques et de masse.

- L'augmentation de nombre de Frank-Kamenetskii (forte réaction chimique), engendre un accroissement de la température et de la concentration.

Une investigation analytique de la convection forcée complètement développée, dans un canal limité par deux plaques soumises à des flux constants, et rempli d'un milieu poreux, est présentée par **G.M. Chen et C.P. Tso [34]**. L'effet de LTNE est pris en compte par les auteurs avec l'introduction d'une équation d'énergie additionnelle pour la phase solide. Les auteurs ont étudié l'effet de la dissipation visqueuse (modèle de Brinkman), du nombre de Biot, du rapport des conductivités thermiques, du facteur de forme et de la perméabilité du milieu poreux (fonction du nombre de Darcy) sur le transfert thermique dans le canal. Les résultats obtenus montrent que les paramètres cités ci-dessus ont une influence significative sur les températures des deux phases et sur le nombre de Nusselt à l'exception de nombre de Brinkman (Dissipation visqueuse) qui n'a pas une influence sur les échanges thermiques. Les auteurs ont présenté des cartographies d'erreurs basées sur le nombre de Nusselt, afin de vérifier la validité du modèle LTE pour les différents paramètres physique cités ci-dessus. Ils ont trouvé que pour de faibles valeurs du rapport des conductivités et du nombre de Biot, l'erreur est importante, ce qui impose l'utilisation du modèle LTNE. Tandis que le nombre de Brinkman et le nombre de Darcy ont un effet négligeable sur les profils du nombre de Nusselt.

La validité de l'hypothèse d'équilibre thermique local en convection naturelle pour une plaque plane verticale en présence d'un milieu poreux est étudiée analytiquement par **O.M. Haddad et al [35]**. Le modèle de Darcy-Brinkman est considéré pour modéliser l'écoulement et le modèle à deux équations d'énergie est utilisé pour tenir compte du déséquilibre thermique local. Ces auteurs montrent qu'il y a quatre paramètres adimensionnels qui contrôlent l'hypothèse d'équilibre thermique local : le nombre de Biot, le nombre de Rayleigh, le nombre de Darcy et le rapport des viscosités. Ils présentent, de ce fait, des cartographies et des corrélations afin de déterminer la région où l'hypothèse d'équilibre thermique local est valide en tenant compte de l'effet de ces quatre paramètres.

S.A. Khashan et al [36], ont présenté une simulation numérique de la convection naturelle dans une enceinte chauffée par le bas et remplie d'un milieu poreux en absence d'équilibre thermique local. Quatre modèles d'écoulement sont considérés, à savoir : le modèle de Darcy, celui de Darcy-Brinkman, le modèle de Darcy-Brinkman avec un terme convectif et enfin le modèle général. La méthode des volumes finis est employée pour résoudre les équations

gouvernantes. L'influence des paramètres de contrôle, en l'occurrence le nombre de Rayleigh ($0 \leq Ra \leq 400$), le nombre de Darcy ($10^{-4} \leq Da \leq 10^{-3}$), le rapport des conductivités thermiques ($0.1 \leq Rc \leq 1$) et le nombre de Biot ($1 \leq Bi \leq 100$), a été mise en évidence dans cette étude. L'objectif de cette investigation numérique est d'obtenir une meilleure compréhension de la différence de température locale entre les deux phases par l'introduction du modèle LTNE. Ces auteurs ont représenté graphiquement l'écart entre les températures des deux phases et le nombre de Nusselt en fonction des divers paramètres cités auparavant. Parmi les différents modèles d'écoulement traités, l'effet du terme de Forchheimer s'est avéré être plus prononcé à des valeurs de "Ra" élevés : les résultats ont montré que l'écart entre les températures des deux phases augmente avec l'accroissement de nombre de Rayleigh ; ce qui aboutit à une augmentation du nombre de Nusselt moyen. Par contre, de faibles valeurs de cet écart sont observées quand le nombre de Darcy diminue, ou quand le rapport des conductivités thermiques et le nombre de Biot augmentent.

M. Celli et al [37], ont présenté une étude numérique et analytique de la convection forcée pour une couche poreuse chauffée par le bas en absence d'équilibre thermique local. Des isothermes des deux phases sont présentées en tenant compte de l'influence du rapport des conductivités "Rc". Les résultats obtenus montrent que l'épaisseur des couches limites de chaque phase dépend fortement de la valeur de ce rapport, et la couche limite correspondant à la phase solide est toujours plus épaisse que celle de la phase fluide. La distance pour laquelle l'équilibre thermique est atteint est représentée en fonction de Rc. Il apparaît que cette distance décroît avec l'augmentation de Rc ; ceci est lié à l'accroissement du transfert de chaleur entre les deux phases.

Nawaf H. Saeid [38], a effectué une analyse numérique de la convection mixte dans une couche poreuse verticale en absence d'équilibre thermique local. L'auteur a examiné le modèle LTE en variant un certain nombre de paramètres de contrôle adimensionnels tels que le nombre de Peclet, le nombre de Rayleigh, le rapport des conductivités thermiques du fluide et du solide et le coefficient de transfert thermique « h ». Les résultats montrent que le modèle d'équilibre thermique ne peut pas prévoir le nombre de Nusselt moyen pour des faibles valeurs de « h » et du rapport des conductivités. Il est trouvé que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de "h" et du nombre de Peclet Pe. Ainsi L'augmentation du rapport des

conductivités thermiques mène à l'augmentation du transfert moyen. Ces résultats montrent aussi que l'influence du rapport des conductivités sur le Nusselt moyen est plus importante.

Une investigation numérique de la convection mixte pour un jet de refroidissement d'une surface chauffée et immergée dans un canal rempli d'un milieu poreux est réalisée par **Kok-Cheong Wong et Nawaf H. Saeid [39]**. Les caractéristiques du transfert de chaleur sont étudiées pour de larges plages de paramètres gouvernants: le nombre de Rayleigh, le nombre de Peclet, le nombre de Darcy, la porosité, le coefficient de transfert thermique entre les deux phases et le rapport des conductivités thermiques fluide-solide. Le système d'équations couplées est discrétisé par la méthode classique des volumes finis et l'algorithme SIMPLEC [46] est employé pour la résolution numérique. Ces auteurs trouvent que pour les faibles valeurs du coefficient de transfert thermique local, la différence entre les températures des deux phases est significative, ce qui favorise l'application du modèle LTNE. Les résultats montrent aussi que le nombre de Nusselt total moyen croît avec l'augmentation de ce coefficient de transfert interstitiel ; ce qui va rendre les deux phases solide et fluide en équilibre thermique. De même, l'augmentation de la porosité ou de Rc accroissent la valeur du Nusselt total moyen. Les auteurs trouvent que la convection mixte aura lieu dans l'intervalle ($0,05 \leq Ra/Pe \leq 300$).

Conclusion

Cette recherche bibliographique nous a permis de conclure que l'amélioration des transferts thermiques peut être considérable lors de l'insertion d'un milieu poreux dans la zone de passage d'un fluide, dans les canaux et autres conduites, pour le cas où les propriétés thermo physiques sont bien choisies, à savoir : la porosité, le rapport des conductivités, la perméabilité, etc. Et que l'hypothèse de l'équilibre thermique local est régie par l'interaction de plusieurs paramètres de contrôle décrivant le transfert de chaleur.

Par ailleurs, et après avoir présenté une étude détaillée sur ce qui a été fait dans ce contexte, notre contribution vise à réaliser une étude sur les phénomènes des transferts thermiques dans un canal vertical plan en présence d'un milieu poreux générant de l'énergie, en l'absence d'équilibre thermique local. D'où l'adoption du modèle LTNE qui permet de ne pas négliger le transfert d'énergie qui s'effectue entre les deux phases en coexistence. Dans le prochain chapitre, on présentera le modèle physique utilisé, la formulation mathématique des différentes équations de conservation et les conditions aux limites associées.

Chapitre III :

Formulation mathématique

III .1 Introduction.....	28
III .2 Modèle physique	28
III .3 Equations gouvernantes.....	30
III.3.1. Hypothèses simplificatrices pour le champ dynamique.....	30
III.3.2. Equation de continuité.....	30
III.3.3. Equations de mouvement.....	30
III.3.4. Conditions aux limites dynamiques.....	32
III.3.5. Equations d'énergie.....	32
• Modèle à deux équations (LTNE).....	33
III.3.6. Conditions aux limites thermiques.....	34
III .4 Adimensionnement des équations gouvernantes.....	35
III.4.1. Equation de continuité.....	35
III.4.2. Equations de mouvement.....	35
III.4.3. Equations d'énergie (modèle LTNE).....	37
III .5 Coefficients de transfert de chaleur.....	39
III .6 Conclusion.....	41

Chapitre III :

Formulation mathématique

III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la mise en équations du problème physique considéré en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (modèle de Darcy-Brinkman) et de l'énergie (modèle LTNE. i.e. absence d'équilibre thermique local) gouvernant les transferts de chaleur, par convection naturelle dans le domaine poreux considéré.

On commencera par présenter les équations qui gouvernent le problème sous leurs formes générales. On définira par la suite, les différentes grandeurs caractéristiques pour le traitement du présent problème afin d'arriver à la forme adimensionnelle retenue dans notre travail ainsi que les conditions aux limites qui lui sont associées. Nous définirons les principaux paramètres de contrôle ainsi que les transferts d'énergie qui en résultent, traduits, notamment, en termes de nombre de Nusselt local et moyen.

III.2 Modèle physique

La description mathématique du phénomène à l'étude est tout à fait classique et peut être trouvée dans des ouvrages généraux de transfert thermique en convection naturelle [3]. Ce paragraphe ne s'attarde donc pas à rapporter tous les détails des équations et de la formulation mathématique. Les sous paragraphes qui le composent décrivent simplement la géométrie du problème à l'étude dans le système approprié de coordonnées, les hypothèses simplificatrices prises en compte dans la formulation des équations, les équations descriptives elles-mêmes et les conditions aux frontières imposées.

Nous considérons un canal plan limité par deux parois verticales (figure III.1), la géométrie étant bidimensionnelle de coordonnées cartésiennes. Les dimensions du canal sont sa largeur L (l'espacement entre les deux parois) et sa hauteur h . Le canal est rempli d'un milieu poreux homogène et isotrope, le fluide est injecté à l'entrée du canal avec une vitesse et une température uniformes V_0 et T_0 , les parois du conduit sont maintenues à une température de paroi T_P supérieure à la température d'entrée T_0 , ce qui confère au domaine une symétrie par rapport au plan médian, situé à mi-distance entre les plaques.

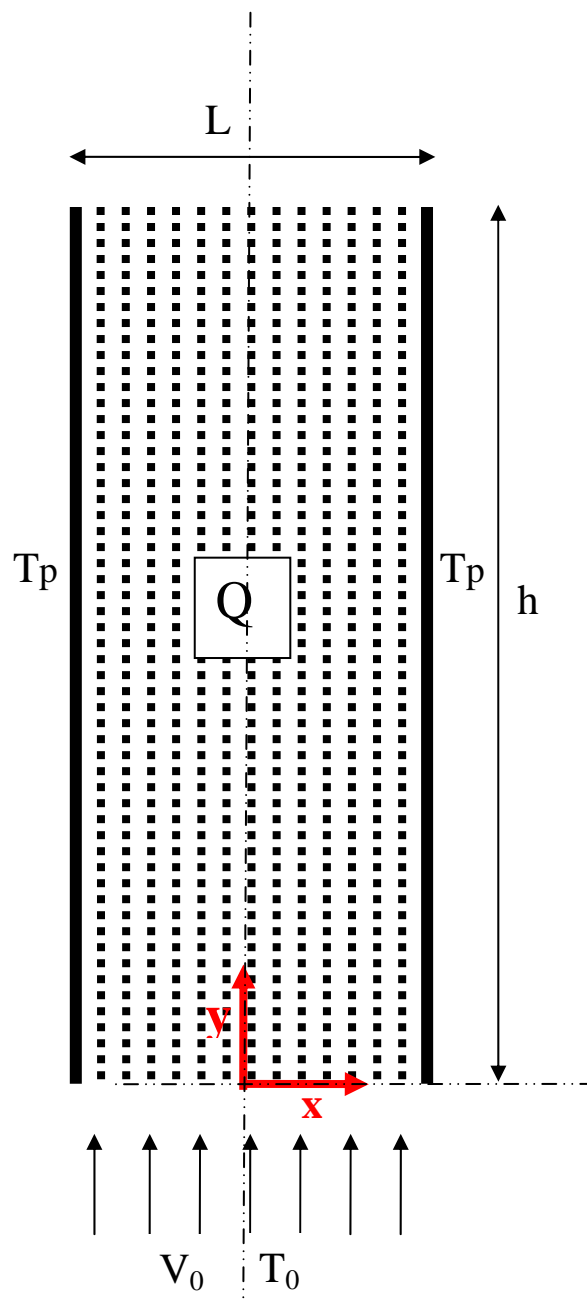


Figure III.1 Géométrie du domaine physique

III.3 Equations gouvernantes

III.3.1. Hypothèses simplificatrices pour le champ dynamique

Les équations régissant les principes de conservation sont formulées, en adoptant certaines hypothèses simplificatrices, à savoir:

1. Bien que la porosité puisse être variable à cause de l'effet 'Channeling' près des parois [1], pour notre part, nous considérons la porosité et la perméabilité constantes sur tout le domaine (un milieu poreux indéformable, homogène, isotrope et saturé par le fluide).
2. Fluide incompressible.
3. Hypothèse de Boussinesq adoptée pour la formulation de la convection naturelle.
4. Ecoulement bidimensionnel, laminaire et permanent.

En se basant sur ces hypothèses, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement s'écrivent:

III.3.2. Equation de continuité

L'équation de conservation de la masse est obtenue par un bilan de masse sur le fluide entrant et sortant dans un volume de contrôle, par ce bilan, la différence entre la masse de fluide qui entre dans le volume de contrôle et celle qui sort est égale à l'accroissement de la masse de fluide dans le volume de contrôle. Cette équation, compte tenu des hypothèses adoptées, se ramène à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-1})$$

Avec v et u qui sont les composantes du vecteur vitesse respectivement, dans les directions x et y .

III.3.3. Equations de mouvement

En se basant sur le modèle de Darcy-Brinkman [8], l'équation de conservation de la quantité de mouvement, avec les hypothèses exposées au paragraphe précédent s'écrit sous la forme vectorielle suivante:

$$\underbrace{\frac{\rho_f}{\varepsilon}(\vec{v}\nabla)\vec{v}}_{(1)} = -\underbrace{\nabla p}_{(2)} + \underbrace{\frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2\vec{v}}_{(3)} - \underbrace{\frac{\mu}{K}\vec{v}}_{(4)} + \underbrace{\rho\vec{g}\beta(T-T_0)}_{(5)} \quad (III-2)$$

Avec :

- (1) Effets convectifs qui tiennent compte du développement de la couche limite dynamique.
- (2) Gradient de pression.
- (3) Terme de Brinkman (représente les effets visqueux).
- (4) Terme de Darcy (rassemble les résistances de frottement dues à la présence de la structure poreuse).
- (5) Forces du volume [26].

Après projection de ces équations suivant les coordonnées cartésiennes (x, y), on obtient :

Suivant x :

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon}(\vec{v}\nabla)u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2 u - \frac{\mu}{K}u \quad (III-2-a)$$

Suivant y :

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon}(\vec{v}\nabla)v = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2 v - \frac{\mu}{K}v + \rho g\beta(T-T_0) \quad (III-2-b)$$

Après développement de ces équations, on obtient:

$$\rho_f \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \varepsilon \frac{\mu}{K} u \quad (III-3-a)$$

$$\rho_f \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \varepsilon \frac{\mu}{K} v + \varepsilon \cdot \rho g\beta(T-T_0) \quad (III-3-b)$$

Avec :

ε : Porosité du milieu poreux, K : perméabilité et μ_{eff} : viscosité dynamique effective qui sera par la suite assimilée à la viscosité dynamique μ du fluide (hypothèse de Brinkman).

III.3.4. Conditions aux limites dynamiques

Du fait de la symétrie par rapport au plan médian situé à mi-distance entre les parois, les calculs seront effectués sur la moitié du domaine $\left(0 \leq x \leq \frac{L}{2}\right)$

La vitesse à l'entrée du canal est considéré uniforme, donc la condition est du type Dirichlet, soit:

$$y = 0 ; 0 < x < L/2 \quad u=0, v= V_0 \quad (\text{III-4})$$

Au niveau des parois, la condition de non glissement (adhérence) sur les vitesses est imposée.

$$x = \frac{L}{2}; \quad 0 < y < h \quad u = v = 0 \quad (\text{III-5})$$

Sur l'axe médian, la symétrie se traduit par les conditions suivantes:

$$x = 0 ; 0 < y < h \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-6})$$

On suppose, par ailleurs, que la hauteur du canal est suffisamment grande pour avoir un écoulement établi à la sortie, donc on aura les conditions suivantes:

$$y = h ; 0 < x < L/2 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-7})$$

III.3.5. Equation d'énergie

L'équation de conservation de l'énergie exprime le transfert net d'énergie. Elle résulte du taux de variation par unité de volume de l'énergie interne du fluide et de la matrice contenus dans le volume de contrôle (généralisé par les forces de volume), et du taux de variation d'énergie par unité de volume dû au système de contraintes qui agissent sur les faces du volume de contrôle.

La modélisation des transferts thermiques dans les milieux poreux se fait par la technique du volume moyenné. Il y a deux approches disponibles dans l'application de cette technique. Ces deux approches sont connues sous les noms de modèle à une équation (LTE) et modèle à deux équations (LTNE), respectivement [40].

En plus des hypothèses dynamiques, un certain nombre d'hypothèses thermiques est également admis:

1. Les propriétés thermo physiques du fluide et des parties solides sont constantes.
2. La dissipation d'énergie due aux effets visqueux est considérée négligeable.

Dans ce travail, le champ thermique sera étudié en adoptant la deuxième approche ; cette dernière traite le cas où l'équilibre thermique local n'est plus vérifié, ce qui revient à utiliser le modèle LTNE. Une étude paramétrique sera ensuite menée sur les différentes données thermo-physiques afin de déterminer les conditions pour lesquelles l'hypothèse de validité de cet équilibre thermique est correcte ou non.

Modèle à deux équations (LTNE)

Si la phase fluide n'est plus en équilibre thermique local avec la phase solide, la formulation basée sur le modèle LTE s'éloigne de l'aspect physique des phénomènes des transferts thermiques. Ce qui exige l'utilisation du modèle LTNE, afin de prendre en compte l'échange thermique entre les deux phases.

Phase solide:

$$0 = (1 - \varepsilon) \nabla(k_s \nabla T_s) + (1 - \varepsilon) Q - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{III-8})$$

Phase fluide:

$$\varepsilon(\rho c_p)_f \vec{v} \nabla T_f = \varepsilon \nabla(k_f \nabla T_f) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{III-9})$$

En développant ces équations, on obtient:

Phase solide:

$$0 = (1 - \varepsilon) k_s \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T_s + (1 - \varepsilon) Q - h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{III-10})$$

Phase fluide:

$$\varepsilon(\rho c_p)_f \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) T_f = \varepsilon k_f \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T_f + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (\text{III-11})$$

Dans ces équations (III-10 et III-11), c_p représente la chaleur spécifique, k_f la conductivité thermique du fluide, k_s la conductivité thermique du solide, h_{sf} le coefficient d'échange interstitiel, a_{sf} la surface spécifique d'échange interfaciale et Q la génération de chaleur par unité de volume.

Le dernier terme dans les deux équations d'énergie représente le transfert local de chaleur entre les deux phases solide et fluide. Cette formulation est adoptée quand l'écart entre la température de la phase solide et celle de la phase fluide ne peut plus être négligée; d'où la nécessité de remplacer le modèle LTE par le modèle LTNE et de traiter séparément la phase solide et la phase fluide. Cette formulation reste laborieuse du fait qu'elle requière des informations sur le coefficient du transfert interstitiel h_{sf} entre les deux phases et sur la surface interfaciale a_{sf} .

Pour obtenir les valeurs de ces deux quantités il faut des formulations mathématiques basées sur des considérations empiriques et géométriques. On distingue dans la littérature plusieurs modèles donnant les expressions du coefficient interstitiel et de la surface spécifique. Une synthèse de ces modèles a été présentée par Alazmi et Vafai [41]. Pour notre part, nous avons retenu l'expression de la surface interfaciale $a_{sf} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$, donnée par Wakao [41].

III.3.6. Conditions aux limites thermiques

A l'entrée du canal, les températures (fluide et solide) sont uniformes et toutes les deux égales à la température d'entrée:

$$y = 0 ; 0 < x < L/2 \quad T_s = T_f = T_0 \quad (\text{III-12})$$

Au niveau des parois, la température de la phase solide et celle de la phase fluide sont en équilibre thermique local et sont égales à la température de la paroi:

$$x = \frac{L}{2} ; 0 < y < h \quad T_s = T_f = T_p \quad (\text{III-13})$$

A la sortie du canal, la conduction axiale est supposée négligeable, donc la condition sur les températures des deux phases, s'écrit comme suit:

$$y = h ; 0 < x < L/2 \quad \frac{\partial T_s}{\partial y} = \frac{\partial T_f}{\partial y} = 0 \quad (\text{III-14})$$

Enfin, la condition de symétrie sur l'axe du canal s'écrit:

$$x = 0 ; 0 < y < h \quad \frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad (\text{III-15})$$

III.4 Adimensionnement des équations gouvernantes

L'analyse est faite en termes de paramètres adimensionnels qui traduisent d'une manière convenables et avec succès l'ensemble des effets influençant les transports. À cet effet, la mise sous forme adimensionnelle des équations régissant les transferts est effectuée sur la base des grandeurs de références telles que la largeur L , la vitesse d'entrée V_0 et la température d'entrée T_0 . D'où les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L} ; \quad Y = \frac{y}{L} ; \quad U = \frac{u}{V_0} ; \quad V = \frac{v}{V_0} ; \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0} ; \quad H = \frac{h}{L} ;$$

$$P = \frac{\varepsilon p}{\rho_f V_0^2}$$

Où $T_p - T_0 = \Delta T_{ref}$ (écart de température de référence)

Dans ces conditions, les équations de conservation, adimensionnelles, s'écrivent sous la forme :

III.4.1. Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III-16})$$

III.4.2. Equations de mouvement

Suivant x :

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu}{\rho_f L V_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) U - \frac{\mu}{K} \frac{\varepsilon L}{\rho_f V_0} U \quad (\text{III-17})$$

Soit, après arrangement

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) U - \frac{1}{\text{Re} \cdot Da} U \quad \text{III-18)}$$

En suivant la même procédure pour l'équation suivant la direction des ordonnées, on obtient

Suivant y:

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) V - \frac{1}{\text{Re} \cdot Da} V + \frac{Ra \cdot \varepsilon}{\text{Re}^2 \cdot \text{Pr}} \theta_f \quad \text{(III-19)}$$

Où:

$$\text{Re} = \frac{\rho_f L V_0}{\mu_f} : \text{Nombre de Reynolds}$$

$$Da = \frac{K}{\varepsilon L^2} : \text{Nombre de Darcy modifié}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f} : \text{Nombre de Prandtl}$$

$$\alpha_f = \frac{k_f}{(\rho c_p)_f} : \text{Diffusivité thermique}$$

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T_{ref} L^3}{\nu_f \alpha_f} : \text{Nombre de Rayleigh}$$

$$\nu_f = \frac{\mu_f}{\rho_f} : \text{Viscosité cinématique du fluide}$$

Les conditions aux limites dynamiques, sous leur forme adimensionnelle, s'écrivent ensuite de la manière suivante:

A l'entrée du canal :

$$Y = 0 ; \quad 0 < X < 0.5 \quad U = 0 ; V = V_0 \quad \text{(III-20)}$$

Sur la paroi :

$$X = 0.5 ; 0 < Y < H \quad U = V = 0 \quad (\text{III-21})$$

Au milieu du canal :

$$X = 0 ; 0 < Y < H \quad \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad (\text{III-22})$$

A la sortie :

$$Y = H ; 0 < X < 0.5 \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III-23})$$

III.4.3. Equations d'énergie (modèle LTNE)

Phase fluide :

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{k_f}{V_0 (\rho c_p)_f L} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_f + \frac{h_{sf} a_{sf} L}{V_0 \varepsilon (\rho c_p)_f} (\theta_s - \theta_f) \quad (\text{III-24})$$

Où $a_{sf} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$ est la surface spécifique d'échange interfaciale (Proposée par Wakao [41]).

L'équation (III-24) prend alors la forme suivante:

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_f + \frac{6(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \frac{\text{Bi}}{\text{Re}_p \cdot \text{Pr}} (\theta_s - \theta_f) \quad (\text{III-25})$$

Phase solide :

La même procédure que pour la phase fluide est appliquée et donne la forme suivante pour l'équation (III-10):

$$0 = (1 - \varepsilon) k_s \frac{\Delta T_{ref}}{L^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_s + (1 - \varepsilon) Q - h_{sf} a_{sf} \Delta T_{ref} (\theta_s - \theta_f) \quad (\text{III-26})$$

Soit, après arrangement

$$0 = \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_s + Rc \cdot q''' - \frac{6BiRc}{\varepsilon} \left(\frac{Re}{Re_p} \right) (\theta_s - \theta_f) \quad (\text{III-27})$$

Où :

$q''' = \frac{Q}{Q_{ref}}$: Rapport des flux (génération d'énergie rapportée à un flux de

référence : $Q_{ref} = \frac{k_f \Delta T_{ref}}{L^2}$)

Avec : $Bi = \frac{h_{sf} L}{k_f}$ et $Rc = \frac{k_f}{k_s}$ qui représentent, respectivement, le nombre de Biot interstitiel

et le rapport des conductivités thermiques.

$\frac{L}{d_p}$ est le rapport entre la largeur du canal et le diamètre de pore. Il peut être remplacé par le

rapport des nombres de Reynolds du canal, Re , et du pore, Re_p en se basant sur la relation de

Dupuit-Forchheimer: $V = \varepsilon V_p$, V_p étant la vitesse locale

D'où: $\frac{Re}{Re_p} = \varepsilon \frac{L}{d_p}$ et donc $\frac{L}{d_p} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Re}{Re_p}$

Les conditions aux limites thermiques, sous leur forme adimensionnelle, s'écrivent ensuite:

A l'entrée du canal :

$$Y = 0 ; \quad 0 < X < 0.5 \quad \theta_s = \theta_f = 0 \quad (\text{III-28})$$

Sur la paroi :

$$X = 0.5 ; \quad 0 < Y < H \quad \theta_s = \theta_f = 1 \quad (\text{III-29})$$

Au milieu du canal :

$$X = 0 ; \quad 0 < Y < H \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial X} = \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = 0 \quad (\text{III-30})$$

A la sortie :

$$Y = H ; \quad 0 < X < 0.5 \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III-31})$$

III.5 Coefficients de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est représenté par le nombre de Nusselt local défini en fonction de coefficient du transfert convectif " h_c ". Il s'écrit sous la forme:

$$Nu = \frac{2h_c L}{k_f} \quad (\text{III-32})$$

La valeur du coefficient de transfert convectif est obtenue à partir de l'expression du flux de chaleur, échangé à travers les parois du canal:

$$h_c = \frac{k_f \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=\frac{L}{2}}}{T_p - T_m} \quad (\text{III-33})$$

Avec : T_p Température de la paroi.

T_m : Température moyenne du mélange dont l'expression est donnée par la relation:

$$T_m = \frac{1}{v_m L/2} \int_0^{\frac{L}{2}} v T dx \quad (\text{III-34})$$

v_m : représente la vitesse moyenne, qui est définie comme suit [42]:

$$v_m = \frac{1}{L/2} \int_0^{L/2} v dx \quad (\text{III-35})$$

Pour le modèle LTNE, deux nombres de Nusselt seront définis. On aura à cet effet un nombre de Nusselt “fluide” et un nombre de Nusselt “solide” [43], d'expressions respectives:

$$Nu_f = \frac{2L \left(\frac{\partial T_f}{\partial x} \right)_{x=L/2}}{T_p - T_{fm}} \quad (\text{III-36})$$

$$Nu_s = \frac{2L \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} \right)_{x=L/2}}{T_p - T_{sm}} \quad (\text{III-37})$$

Où T_{fm} et T_{sm} sont respectivement la température moyenne de la phase fluide et la température moyenne de la phase solide.

En introduisant les variables réduites, les expressions des nombres de Nusselt deviennent:

$$Nu_f = \frac{2 \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right)_{X=1/2}}{1 - \theta_{fm}} \quad (\text{III-38})$$

$$Nu_s = \frac{2 \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial X} \right)_{X=1/2}}{1 - \theta_{sm}} \quad (\text{III-39})$$

Où les températures moyennes adimensionnelles θ_{fm} et θ_{sm} sont définies, respectivement, par:

$$\theta_{fm} = \frac{1}{\frac{1}{2}V_m} \int_0^{\frac{1}{2}} V \theta_f dx \quad (\text{III-40})$$

$$\theta_{sm} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} \theta_s dx \quad (\text{III-41})$$

Avec :

V_m : Vitesse moyenne adimensionnelle d'expression :

$$V_m = \frac{1}{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} V dX \quad (\text{III-42})$$

Par la suite, les nombres de Nusselt moyens (\overline{Nu}_f , \overline{Nu}_s) le long du canal sont exprimés par:

$$\overline{Nu}_f = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_f dY \quad (\text{III-43})$$

$$\overline{Nu}_s = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_s dY \quad (\text{III-44})$$

III.6 Conclusion

On s'est intéressé dans ce chapitre à la mise en place des équations de conservation avec les conditions aux limites associées à notre étude. Une forme adimensionnelle de ces équations a été élaborée pour dégager ainsi un groupe de paramètres adimensionnels tels que: le nombre de Reynolds, le nombre de Darcy, le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl, le rapport des conductivités thermiques et le nombre de Biot interstitiel.

Les équations relatives aux champs dynamique et thermique formulées dans ce chapitre sont destinées à être résolues numériquement et leur modélisation fera l'objet numériquement dans le chapitre suivant compte tenu des conditions aux limites associées.

Chapitre IV :

Modélisation numérique

IV .1 Introduction.....	42
IV .2 Procédure numérique.....	42
IV.2.1. Ecriture généralisée des équations de conservation.....	42
IV.2.2. Méthode des volumes finis.....	44
IV.2.3. Maillage du domaine.....	44
IV.2.4. Procédure générale de calcul de la densité de flux.....	45
IV.2.5. Schémas d'interpolation.....	47
IV.2.6. Terme source.....	48
IV .3 Discrétisation des équations de conservation.....	49
IV.3.1. Equation de continuité.....	49
IV.3.2. Equations de quantité de mouvement.....	50
IV.3.2.1. Maillage décalé.....	50
IV.3.2.2. Discrétisation de l'équation de mouvement en U.....	52
IV.3.2.3. Discrétisation de l'équation de mouvement en V.....	54
IV.3.3. Equation de correction de pression.....	55
IV.3.4. Equation d'énergie.....	56
IV.3.4.1. Equation d'énergie pour la phase fluide.....	56
IV.3.4.2. Equation d'énergie pour la phase solide.....	57
IV .4 Algorithme de calcul du champ dynamique.....	58
IV .5 Conclusion.....	59

Chapitre IV :

Modélisation numérique

IV.1 Introduction

La résolution des équations qui régissent notre problème et qui ont été formulées dans le chapitre précédant, se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de résolution de ces équations et fait intervenir le concept de discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques non linéaires qui décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, mais les plus répandues sont la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis. On trouve aussi les méthodes spectrales, les méthodes d'éléments limites..., mais leur utilisation est limitée à une classe spéciale de problèmes. Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis qui est basée sur une approche de type volumes de contrôles, bien adaptée à ce type de problèmes (écoulement et transports dans un domaine à frontières régulières).

IV.2 Procédure numérique

IV.2.1. Ecriture généralisée des équations de conservation

Les phénomènes de transport sont généralement formulés par des principes de conservation d'une certaine quantité physique ϕ qui sera la variable dépendante. La variable ϕ peut représenter des vitesses, une enthalpie, une espèce chimique, une concentration, une température ou des paramètres de turbulence. Le principe de conservation de cette variable s'exprime alors, pour un élément de volume, de la manière suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{(1)} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \vec{v} \phi)}_{(2)} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)}_{(3)} + \underbrace{S}_{(4)} \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

- (1) Terme transitoire
- (2) Terme de convection
- (3) Terme de diffusion
- (4) Terme source

Pour le cas bidimensionnel stationnaire on peut écrire l'équation (IV.1) sous forme adimensionnelle et on aura:

$$\frac{\partial}{\partial X}(U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\phi) = \Gamma \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) + S + B \quad (\text{IV.2})$$

Les valeurs des expressions: ϕ , Γ , B et S diffèrent d'une équation à une autre. Le tableau suivant représente les paramètres relatifs à chaque équation, pour la formulation du problème considéré:

Equation de conservation	ϕ	Γ	B	S
Equation de conservation de la masse	1	0	0	0
Equation du mouvement en U	U	$\frac{1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$	$-\frac{1}{\text{Re Da}}U$
Equation du mouvement en V	V	$\frac{1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y}$	$-\frac{1}{\text{Re Da}}V + \frac{\text{Ra}\varepsilon}{\text{Re}^2 \text{Pr}}\theta_f$
Equation d'énergie Phase fluide	θ_f	$\frac{1}{\text{Pr Re}}$	0	$6 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \frac{\text{Bi}}{\text{Pr Re}_p} (\theta_s - \theta_f)$
Equation d'énergie Phase solide	θ_s	1	0	$-6 \frac{\text{Bi.Rc}}{\varepsilon} \frac{\text{Re}}{\text{Re}_p} (\theta_s - \theta_f) + \text{Rc}.q'''$

Tableau IV-1. Forme générale des équations.

IV. 2.2. Méthode des volumes finis

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, [44]).

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque élément de volume pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur ce volume de contrôle (VC) ; ce qui détermine la principale attraction de cette méthode.

Avantages

- Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage [45].
- Mise en oeuvre relativement facile.
- Applicable aux géométries complexes.
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable.

IV.2.3. Maillage du domaine

Il a été constaté que le choix du maillage est très important pour assurer la convergence vers la bonne solution. On utilisera, pour la résolution de notre problème, pour lequel le domaine d'étude est rectangulaire et régulier, un maillage cartésien uniforme.

Pour une maille **P** (centre) de coordonnées topologiques (I, J), on notera **W** (ouest), **E** (est), **S** (sud), **N** (nord), les mailles de coordonnées respectives (I-1, J), (I+1, J), (I, J-1), (I, J+1). Les facettes seront notées respectivement w, e, s et n, comme le montre la figure IV.1.

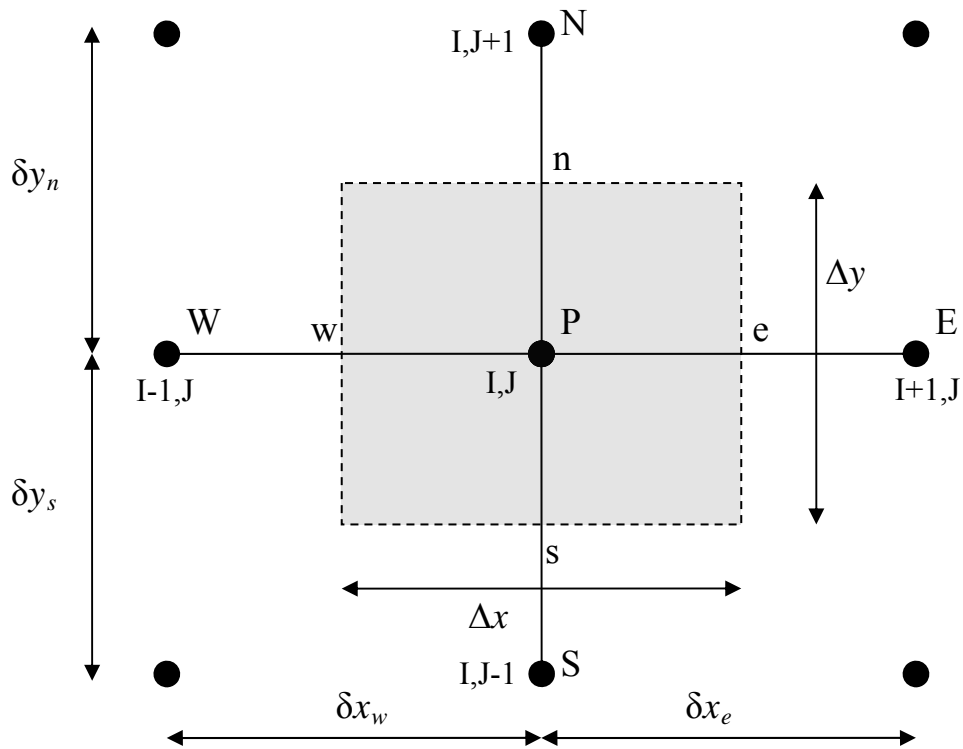


Figure. IV.1. Schéma représentant le volume de contrôle

IV.2.4. Procédure générale de calcul de la densité de flux

Dans un problème de convection-diffusion, le flux total (ou densité de flux) J dans une direction donnée est la somme du flux convectif et du flux diffusif. On considère une grille monodimensionnelle contenant deux points W et E séparés d'une distance δ , comme le montre la figure ci-dessous. L'écriture monodimensionnelle de l'équation de conservation généralisée (IV.2) sera donnée par l'expression (IV.3):

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (\text{IV.3})$$

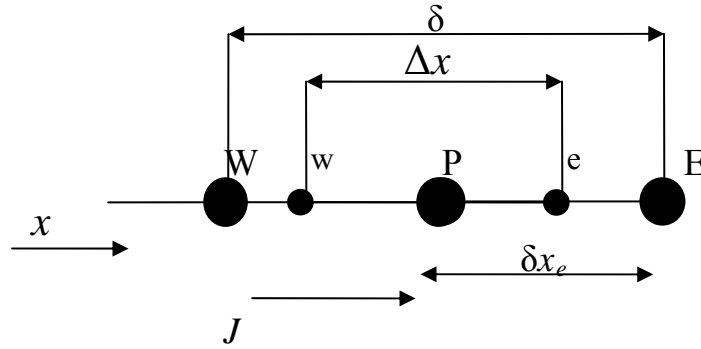


Figure. IV.2 Volume de contrôle monodimensionnel

Ce qui donne :

$$\frac{dj}{dx} = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$J = \rho u \phi - \Gamma \left(\frac{d\phi}{dx} \right) \quad (\text{IV.5})$$

En intégrant, sur le volume de contrôle, l'équation (IV.4) on obtient :

$$J_e - J_w = 0 \quad (\text{IV.6})$$

Avec :

$$J_e = (\rho u)_e \phi_e - \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \quad (\text{IV.7})$$

$$J_w = (\rho u)_w \phi_w - \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \quad (\text{IV.8})$$

Il est convenable de définir deux variables F et D qui représentent le flux massique convectif par l'unité de l'aire et la conductance de diffusion respectivement :

$$F_e = \rho u_e A_e \quad \text{Et} \quad D_e = \frac{\rho \Gamma A_e}{\Delta x}$$

Où ρ est la densité du fluide; u_e la vitesse axiale au niveau de l'interface; A_e la section droite du volume de contrôle.

On définit de même, le nombre de Peclet par: $Pe = \frac{F_e}{D_e}$

Le but maintenant est d'évaluer ϕ_e en fonction de ϕ_E et ϕ_P , d'où la nécessité de choisir un profil de variation de ϕ entre les nœuds P et E. Pour cela il y a plusieurs schémas qui se mettent sous la forme générale suivante :

$$J_e = F_e \phi_P - (D_e a(|Pe_e|) + [0, -F_e]) (\phi_E - \phi_P) \quad (IV.9)$$

$a(|Pe_e|)$ Change suivant le schéma choisi (voir tableau IV.1).

Le symbole $[a, b]$ signifie le maximum entre les deux valeurs, a et b.

IV.2.5. Schémas d'interpolation

Afin d'évaluer la variable ϕ à une interface du volume de contrôle, une analyse des différents schémas d'approximation est nécessaire pour définir les expressions de la fonction du nombre de Peclet $a(|Pe_m|)$ ($m=e.w.s.n$). Le choix du schéma joue un rôle très important dans la précision de la solution du problème de convection-diffusion. Parmi ces schémas, on peut citer le schéma exact basé sur une formulation présentée en premier lieu par Spalding [1972]. Il présente l'inconvénient d'être coûteux en temps du calcul du fait de la présence d'un terme exponentiel.

Pour ces raisons, d'autres approximations pour l'expression du flux ont été formulées, parmi lesquelles, on peut citer le schéma des différences centrées et décentrées. En général, le schéma centré n'est employé que dans le cas des écoulements caractérisés par des valeurs faibles des nombres de Rayleigh ou de Reynolds (faibles débits volumiques) et pour lesquels les problèmes de stabilité numérique ne sont pas accrus (Patankar [1980]). Le second schéma décentré présente, l'inconvénient de surestimer la diffusion à de grandes valeurs de $|Pe|$ et d'induire une fausse diffusion numérique particulièrement pour un maillage raffiné [46]. Par la suite deux schémas ont été développés à partir du schéma exponentiel sous forme d'expressions simples dont le coût de calcul n'est pas excessif. Un schéma hybride développé par Spalding (Van Doormaaals *et* Raithby [1984]), intermédiaire entre le schéma centré classique et le schéma amont (Upwind), permet d'éviter la divergence du calcul aux vitesses élevées tout en conservant une précision acceptable aux faibles vitesses. Ce schéma, très

répandu, montre, toutefois, un inconvénient en produisant une erreur maximale au voisinage de $|Pe| = 2$.

Nom de schéma	Fonction $a(Pe_m)$
Schéma centré	$a(Pe_m) = (1 - 0.5 Pe_m)$
Schéma décentré amont « upwind »	$a(Pe_m) = 1$
Schéma hybride	$a(Pe_m) = [0, (1 - 0.5 Pe_m)]$
Schéma exponentiel (exact)	$a(Pe_m) = \frac{ Pe_m }{\exp Pe_m - 1}$
Schéma de la loi de puissance « power law »	$a(Pe_m) = [0, (1 - 0.1 Pe_m)^5]$

Tableau IV-2.
Schémas d'interpolation.

Le schéma d'approximation utilisé dans notre travail est celui de la loi de puissance (Power Law). Ce dernier s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte. Le tableau IV.2 résume les schémas d'interpolation les plus cités dans la littérature. A noter que d'autres schémas existent (Quick, smart, Scorpio..etc), cependant, celui de la loi en puissance est, souvent, le plus utilisé (Patankar [1980], Raithby et Schneider [1979] et Van Doormaaals *et* Raithby [1984]).

IV.2.6. Terme source

La linéarisation du terme source S peut jouer un rôle important sur l'accélération de la convergence du schéma numérique.

Dans la plupart des cas, le terme source dépend étroitement de la variable ϕ . De ce fait, la linéarisation la plus recommandée est celle donnée par la méthode de la tangente [46] :

$$\bar{S} = S^* + \left(\frac{dS}{d\phi} \right)^* (\phi_p - \phi_p^*) \quad (\text{IV.10})$$

Cette expression peut donc se mettre sous la forme suivante:

$$\bar{S} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{IV.11})$$

Où S_p représente le coefficient de la variable conservative ϕ_p et S_c représente la partie du terme source S explicitement indépendante de ϕ_p . Le symbole "*" est utilisé pour noter la valeur de ϕ_p évaluée à une itération précédente. Dans ce genre de linéarisation, le terme S_p doit être négatif afin d'assurer la convergence du schéma [47].

IV.3 Discrétisation des équations de conservation

IV.3.1. Equation de continuité

Le bilan de conservation de la masse sur une maille s'écrit comme étant un bilan des flux à travers les facettes de la maille, comme le montre la figure IV.3.

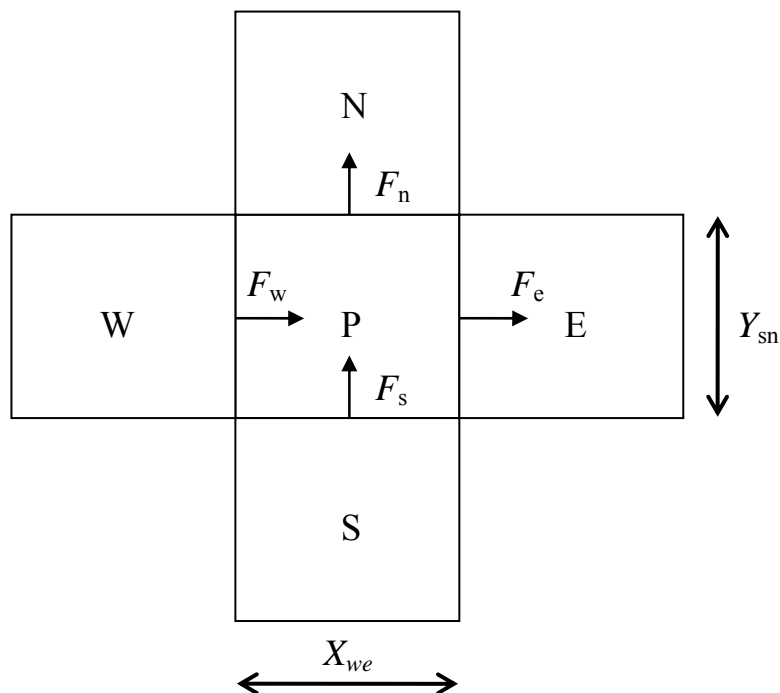


Figure.IV.3 Maille représentant la conservation de la masse

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle défini sur la figure IV.3 donne:

$$\int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) dXdY = 0 \quad (\text{IV.12})$$

En développant cette intégrale, on aura:

$$(U_e - U_w)Y_{sn} + (V_n - V_s)X_{we} = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Les flux massiques à travers les facettes du volume de contrôle sont définis comme suit:

$$F_e = U_e Y_{sn} \quad (\text{IV.14})$$

$$F_w = U_w Y_{sn} \quad (\text{IV.15})$$

$$F_n = V_n X_{we} \quad (\text{IV.16})$$

$$F_s = V_s X_{we} \quad (\text{IV.17})$$

En portant ces expressions dans l'équation (IV.13), on a donc l'équation de conservation de la masse exprimée en fonction des débits à travers les facettes:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{IV.18})$$

IV.3.2. Equations de quantité de mouvement

IV.3.2.1. Maillage décalé

Les équations de mouvement présentent une difficulté en raison de l'existence de la pression comme inconnue. Patankar et Spalding (1972) ont proposé d'utiliser un maillage décalé (staggered mesh) [44] où les composantes de la vitesse sont calculées aux noeuds situés sur l'interface d'un volume de contrôles autour d'un noeud principal de pression. Cette procédure assure le couplage entre la pression et la vitesse et permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

La figure (IV.4) schématise la grille décalée utilisée dans notre calcul. La maille du milieu représente le volume de contrôle des grandeurs évaluées sur le maillage principal. Les deux autres mailles, haut et bas, représentent respectivement:

- Le maillage décalé en X: Dans ce cas, les mailles sont centrées horizontalement sur les facettes est-ouest du maillage principal et les vitesses U sont définies au centre des cellules. On trouve $(NI-1)$ mailles en largeur et NJ mailles en hauteur.

- Le maillage décalé en Y: Les mailles sont centrées verticalement sur les facettes nord-sud du maillage principal et les vitesses V sont définies au centre des cellules. On trouve dans ce cas, $(NJ-1)$ mailles en hauteur et NI mailles en largeur.

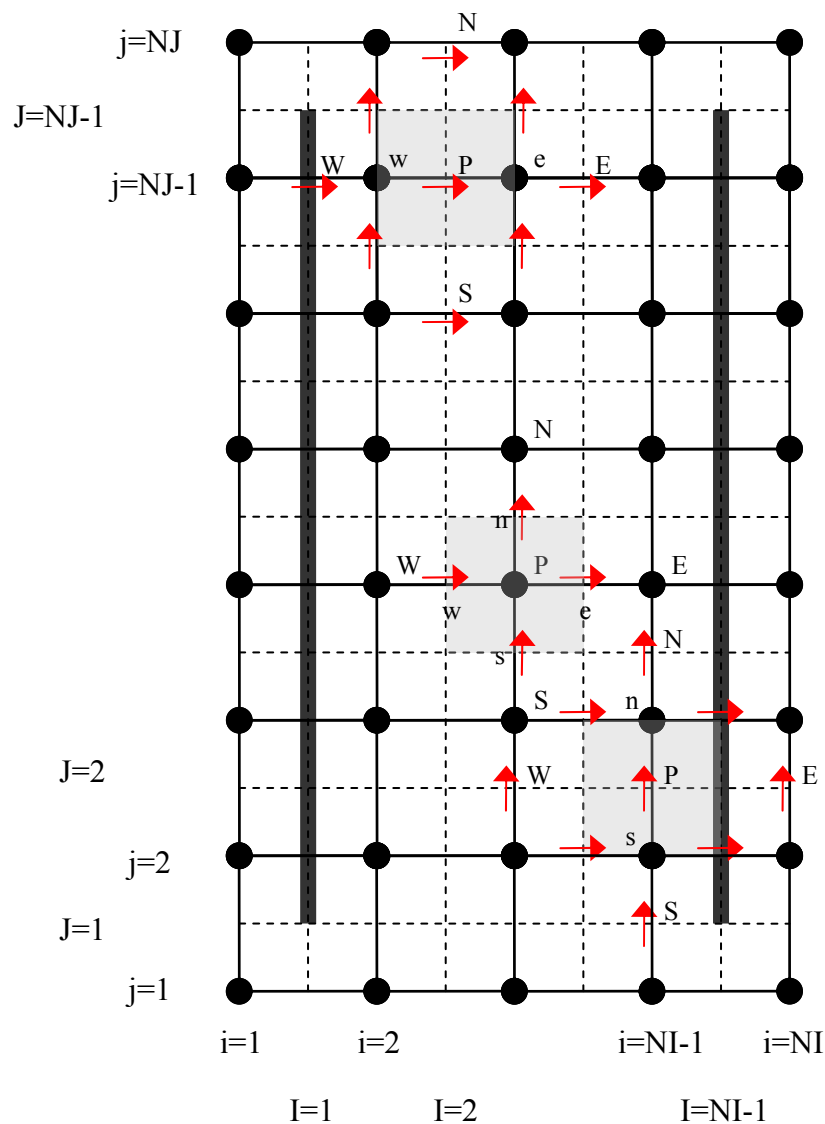


Figure.IV.4: Schéma décrivant le maillage principal et le maillage décalé

IV.3.2.2. Discrétisation de l'équation de mouvement en U

L'intégration de l'équation de mouvement (III.18) suivant X sur le volume de contrôle décalé vers la droite défini sur la figure (IV.4) donne:

$$\int_s^e \int_w^e \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) dXdY = - \int_s^e \int_w^e \frac{\partial P}{\partial X} dXdY + \frac{1}{\text{Re} \cdot Da} \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) U dXdY - \frac{1}{\text{Re} \cdot Da} \int_s^e \int_w^e U dXdY \quad (\text{IV.19})$$

En introduisant les expressions des densités de flux dans les deux directions X et Y, l'équation (IV.19) devient :

$$\int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial J_X}{\partial X} + \frac{\partial J_Y}{\partial Y} \right) dXdY = - \int_s^e \int_w^e \frac{\partial P}{\partial X} dXdY - \frac{1}{\text{Re} \cdot Da} \int_s^e \int_w^e U dXdY \quad (\text{IV.20})$$

$$\text{Avec : } J_X = U \cdot U - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \quad \text{et} \quad J_Y = V \cdot U - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y}$$

L'intégration de l'équation (IV.20) donne:

$$(J_{Xe} - J_{Xw}) Y_{sn} + (J_{Yn} - J_{Ys}) X_{we} = (P_w - P_e) Y_{sn} - \frac{U}{\text{Re} \cdot Da} X_{we} Y_{sn} \quad (\text{IV.21})$$

En faisant rentrer X_{we} et Y_{sn} à l'intérieur des expressions définissant les densités de flux, on obtient:

$$J_{Xe} - J_{Xw} + J_{Yn} - J_{Ys} = (P_w - P_e) Y_{sn} - \frac{U}{\text{Re} \cdot Da} X_{we} Y_{sn} \quad (\text{IV.22})$$

$$\text{Avec : } J_X = Y_{sn} U \cdot U - \frac{Y_{sn}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial X} \quad \text{et} \quad J_Y = X_{we} V \cdot U - \frac{X_{we}}{\text{Re}} \frac{\partial U}{\partial Y}$$

La multiplication de l'équation de continuité (IV.18) par (U_p) et sa soustraction de l'équation (IV.22), nous donne:

$$(J_e - F_e U_p) - (J_w - F_w U_p) + (J_n - F_n U_p) - (J_s - F_s U_p) = (P_w - P_e) Y_{sn} - \frac{U}{\text{Re} \cdot Da} X_{we} Y_{sn} \quad (\text{IV.22})$$

En se basant sur l'équation (IV.9), les différentes expressions constituant l'équation (IV.22) peuvent s'exprimer comme suit:

$$J_e - F_e U_P = a_E (U_P - U_E) \quad (IV.23)$$

$$J_w - F_w U_P = a_W (U_W - U_P) \quad (IV.24)$$

$$J_n - F_n U_P = a_N (U_P - U_N) \quad (IV.25)$$

$$J_s - F_s U_P = a_S (U_S - U_P) \quad (IV.26)$$

En portant ces expressions dans l'équation (IV.22), après arrangement et linéarisation du terme source, la forme finale de l'équation discrétisée de mouvement devient:

$$a_P U_P = a_E U_E + a_W U_W + a_N U_N + a_S U_S + S_C \quad (IV.27)$$

Avec :

$$a_E = (D_e a(Pe_e)) + [0, -F_e] \quad (IV.28)$$

$$a_W = (D_w a(Pe_w)) + [0, -F_w] \quad (IV.29)$$

$$a_N = (D_n a(Pe_n)) + [0, -F_n] \quad (IV.30)$$

$$a_S = (D_s a(Pe_s)) + [0, -F_s] \quad (IV.31)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + S_P \quad (IV.32)$$

$$S_P = -\frac{X_{we} Y_{sn}}{\text{Re } Da} \quad (IV.33)$$

$$S_C = (P_w - P_e) Y_{sn} \quad (IV.34)$$

Les termes conductifs dans l'équation discrétisée, sont définies de la manière suivante:

$$D_e = \frac{Y_{sn}}{\text{Re } X_{PE}} ; \quad D_w = \frac{Y_{sn}}{\text{Re } X_{WP}} ; \quad D_n = \frac{X_{we}}{\text{Re } X_{PN}} ; \quad D_s = \frac{X_{we}}{\text{Re } X_{SP}}$$

De même, les flux convectifs définis au niveau des interfaces des mailles du volume de contrôle pour une vitesse U ne sont pas connus. Il faut les évaluer en faisant une interpolation

linéaire entre deux noeuds adjacents. Dans le cas d'un maillage uniforme, les expressions des flux convectifs, en se référant à la notation indicielle dans la figure IV.5, sont:

$$F_e = \frac{(U_{I,j} + U_{I+1,j})}{2} Y_{sn} ; \quad F_w = \frac{(U_{I,j} + U_{I-1,j})}{2} Y_{sn} ; \quad F_n = \frac{(V_{i,J} + V_{i,J+1})}{2} X_{we} ;$$

$$F_s = \frac{(V_{i,J} + V_{i,J-1})}{2} X_{we}$$

IV.3.2.3. Discrétisation de l'équation de mouvement en V

Par un développement identique, L'intégration de l'équation de quantité de mouvement (II.19) suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut (figure IV.4) donne l'équation suivante :

$$\int_s^e \int_w^e \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) dXdY = - \int_s^e \int_w^e \frac{\partial P}{\partial Y} dXdY + \frac{1}{Re} \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) V dXdY - \frac{1}{Re.Da} \int_s^e \int_w^e V dXdY +$$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{Ra.\varepsilon}{Re^2 . Pr} \theta_f dXdY$$

(IV.35)

Les densités de flux seront exprimées comme suit:

$$J_X = Y_{sn} U.V - \frac{Y_{sn}}{Re} \frac{\partial V}{\partial X} \quad (IV.36)$$

$$J_Y = X_{we} V.V - \frac{X_{we}}{Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \quad (IV.37)$$

L'équation finale discrétisée est donnée par:

$$a_P V_P = a_E V_E + a_W V_W + a_N V_N + a_S V_S + S_C \quad (IV.38)$$

Les coefficients a_P, a_E, a_W, a_N et a_S sont définis par les mêmes expressions que celles de l'équation du mouvement longitudinale. Les expressions des termes sources ont la forme suivante:

$$S_P = -\frac{X_{we} Y_{sn}}{\text{Re} Da} \quad (\text{IV.39})$$

$$S_C = (P_s - P_n) X_{we} + \frac{Ra \cdot \varepsilon}{\text{Re}^2 \cdot \text{Pr}} \theta_{fP} \cdot X_{we} Y_{sn} \quad (\text{IV.40})$$

Il est tout de même important de signaler que les grandeurs géométriques, X_{we} et Y_{sn} , ont la même notation pour les différentes équations, mais leurs expressions dépendent de chaque cas étudié; elles doivent être calculées en fonction des coordonnées de la grille utilisée. Les valeurs des flux convectifs doivent, quant à elles, être calculées par interpolation linéaire en fonction des valeurs des noeuds adjacents où les vitesses sont connues.

IV.3.3. Equation de correction de pression

L'algorithme SIMPLER [Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations (Revised)], défini par Patankar [44], est utilisé pour la simulation des problèmes posés par la variable pression, et qui sera décrit dans les paragraphes à venir. En reprenant l'équation de mouvement sous sa forme explicite:

$$a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + (P_P - P_E) Y_{sn} \quad (\text{IV.41})$$

Avec :

$$\sum_{nb} a_{nb} U_{nb} = a_E U_E + a_W U_W + a_N U_N + a_S U_S \quad (\text{IV.42})$$

On a donc :

$$U_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} U_{nb}}{a_e} + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{IV.43})$$

On définit le pseudo vitesse $\hat{U}_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} U_{nb}}{a_e}$ et $d_e = \frac{Y_{sn}}{a_e}$

On aura donc :

$$U_e = \hat{U}_e + d_e (P_P - P_E) \quad (\text{IV.44})$$

D'une manière similaire :

$$V_n = \hat{V}_n + d_n(P_p - P_N) \quad (\text{IV.45})$$

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle nous donne :

$$(U_e - U_w)Y_{sn} + (V_n - V_s)X_{we} = 0 \quad (\text{IV.46})$$

Substituant U et V par ces expressions, on aura l'équation de pression :

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad (\text{IV.47})$$

Avec :

$$a_E = d_e Y_{sn} \quad (\text{IV.48})$$

$$a_W = d_w Y_{sn} \quad (\text{IV.49})$$

$$a_N = d_n X_{we} \quad (\text{IV.50})$$

$$a_S = d_s X_{we} \quad (\text{IV.51})$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{IV.52})$$

$$b = (\hat{U}_w - \hat{U}_e)Y_{sn} + (\hat{V}_s - \hat{V}_n)X_{we} \quad (\text{IV.53})$$

IV.3.4. Equation d'énergie

La discrétisation de l'équation d'énergie se fait sur un volume de contrôle défini dans le maillage principal représenté par la maille du centre de la figure IV.4.

IV.3.4.1. Equation d'énergie pour la phase fluide

L'intégration de l'équation de l'énergie pour la phase fluide (III.25) sur le volume de contrôle défini sur la figure IV.4, s'écrira de la manière suivante:

$$\int_s^e \int_w^e \left(U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} \right) dXdY = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_f dXdY +$$

$$+ \int_s^e \int_w^e \frac{6(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \frac{Bi}{\text{Re}_p \cdot \text{Pr}} (\theta_s - \theta_f) dXdY \quad (\text{IV.54})$$

En développant cette intégrale avec la même procédure que celle définie pour les équations de mouvement, on aura donc la forme finale de l'équation discrétisée:

$$a_P \theta_{fP} = a_E \theta_{fE} + a_W \theta_{fW} + a_N \theta_{fN} + a_S \theta_{fS} + S_C \quad (\text{IV.55})$$

Avec :

$$a_E = \frac{Y_{sn}}{\text{Pr Re } X_{PE}} a(|Pe_e|) + [0, -F_e] \quad (\text{IV.56})$$

$$a_W = \frac{Y_{sn}}{\text{Pr Re } X_{WP}} a(|Pe_w|) + [0, -F_w] \quad (\text{IV.57})$$

$$a_N = \frac{X_{we}}{\text{Pr Re } Y_{PN}} a(|Pe_n|) + [0, -F_n] \quad (\text{IV.58})$$

$$a_S = \frac{X_{we}}{\text{Pr Re } Y_{SP}} a(|Pe_s|) + [0, -F_s] \quad (\text{IV.59})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + S_P \quad (\text{IV.60})$$

$$S_P = -\frac{6(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \frac{Bi}{\text{Re}_p \cdot \text{Pr}} X_{we} Y_{sn} \quad (\text{IV.61})$$

$$S_C = \frac{6(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} \frac{Bi}{\text{Re}_p \cdot \text{Pr}} X_{we} Y_{sn} \theta_{SP} \quad (\text{IV.62})$$

IV.3.4.2. Equation d'énergie pour la phase solide

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle (III.27) caractérisant la phase solide de la matrice poreuse, sur le même volume de contrôle que celui de la phase fluide donne l'équation :

$$0 = \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) \theta_s dXdY + \int_s^e \int_w^e \left(Rc.q''' - \frac{6BiRc}{\varepsilon} \left(\frac{Re}{Re_p} \right) (\theta_s - \theta_f) \right) dXdY \quad (IV.63)$$

Le développement de cette intégrale conduit à une équation discrétisée de la température du solide, similaire à celle des grandeurs précédentes:

$$a_p \theta_{SP} = a_E \theta_{SE} + a_W \theta_{SW} + a_N \theta_{SN} + a_S \theta_{SS} + S_C \quad (IV.64)$$

Dans cette équation, les coefficients sont définis uniquement par les termes de la conductance au niveau des interfaces, d'où:

$$a_E = \frac{Y_{sn}}{X_{PE}} a(|Pe_e|) \quad (IV.65)$$

$$a_W = \frac{Y_{sn}}{X_{WP}} a(|Pe_w|) \quad (IV.66)$$

$$a_N = \frac{X_{we}}{Y_{PN}} a(|Pe_n|) \quad (IV.67)$$

$$a_S = \frac{X_{we}}{Y_{SP}} a(|Pe_s|) \quad (IV.68)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + S_P \quad (IV.69)$$

$$S_P = -\frac{6BiRc}{\varepsilon} \left(\frac{Re}{Re_p} \right) X_{we} Y_{sn} \quad (IV.70)$$

$$S_C = \left(Rc.q''' + \frac{6BiRc}{\varepsilon} \left(\frac{Re}{Re_p} \right) \theta_{fp} \right) X_{we} Y_{sn} \quad (IV.71)$$

IV.4 Algorithme de calcul du champ dynamique

L'algorithme utilisé pour le calcul du champ dynamique est donc SIMPLER qui est mis en oeuvre par Patankar et Spalding (1972). Il comporte les étapes suivantes:

- Choix initial des vitesses
- Calculer les coefficients des équations du mouvement et obtenir les pseudo vitesses.

- Calculer les coefficients dans les équations de pression et résoudre celles-ci pour obtenir la pression P.
- Utiliser cette pression comme choix initial et résoudre les équations du mouvement pour obtenir un nouveau champ de vitesse (u^*, v^*) .
- Calculer le terme « b » en utilisant le nouveau champ (u^*, v^*) et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir le terme de correction de pression.
- Corriger les vitesses mais non pas la pression.

$$u = u^* + u' \quad \text{et} \quad v = v^* + v'$$

- Prendre ces valeurs comme nouveau choix initial et retourner à l'étape deux.
- Résolution de l'équation de l'énergie pour obtenir les champs de température.

IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la procédure numérique adoptée pour évaluer les champs dynamiques et le transfert de chaleur à travers le canal. La méthode des volumes finis est employée pour la discrétisation des équations. Le schéma en loi de puissance (power law) est retenu pour évaluer les grandeurs physiques aux interfaces des volumes de contrôle. L'algorithme SIMPLER est appliqué pour déterminer les champs de vitesse et de pression.

Le prochain chapitre fera l'objet de la validation du code de calcul développé et de la présentation des résultats qui seront discutés et interprétés.

Chapitre V :

Résultats et interprétations

V .1 Sensibilité au maillage.....	60
V .2 Vérification du code de calcul.....	61
V .3 Résultats et discussions.....	63
V.3.1. Distributions des températures locales.....	64
V.3.2. Distributions des températures moyennes.....	69
V.3.3. Représentation des isothermes	77
V.3.4. Distributions des nombres de Nusselt locaux.....	80
V.3.5. Distributions des nombres de Nusselt moyens.....	88
V .4 Conclusion	92

Chapitre V :

Résultats et interprétation

V.1 Sensibilité au maillage

Le maillage utilisé dans les deux directions, longitudinale et transversale, est un maillage uniforme. Afin d'illustrer son influence sur le nombre de Nusselt moyen, des exécutions ont été effectuées pour différents nombres de nœuds. Le maillage optimal qui en a découlé et qui a été adopté pour l'exploitation du code est de **121x241**. En effet, le tableau **V.1** montre qu'à partir de ce maillage, la valeur maximale de la variation dans le nombre de Nusselt moyen n'excède pas les **0.7%**, ce qui, si l'on se réfère à la littérature, est largement acceptable.

Maillage	Nombre de Nusselt moyen fluide	Nombre de Nusselt moyen solide	Erreur maximale
91-231	9.97367	9.62823	2.4 %
101-241	10.22054	9.85504	5.7 %
121-241	10.84641	10.41191	0.7 %
121-351	10.92098	10.47972	0.19 %
121-381	10.94145	10.49817	*****

Tableau V.1 : Sensibilité au maillage- Tableau comparatif.

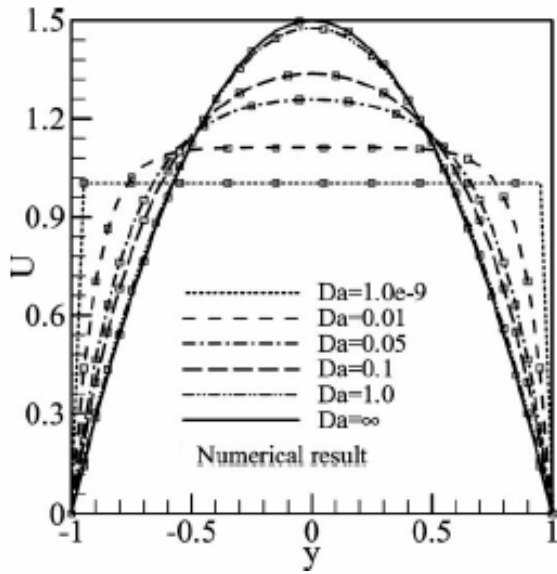
($Re=50$, $Ra= 1.E+3$, $Da=1.E-4$, $Bi=Rc=q'''=1$)

V.2 Vérification du code de calcul

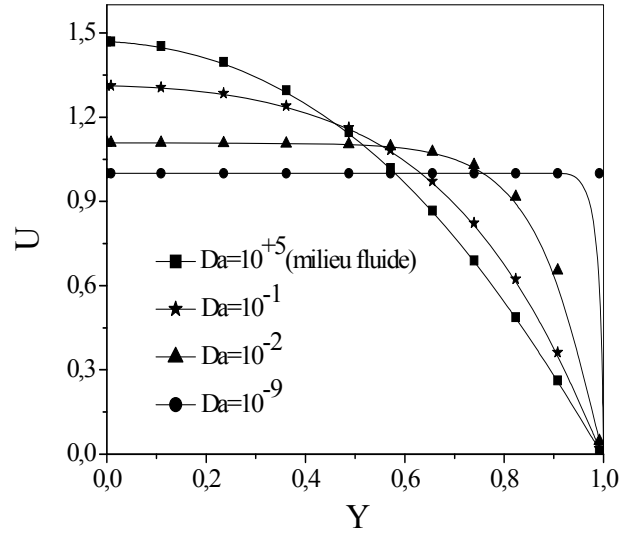
La formulation des équations différentielles sous forme discrète peut engendrer des erreurs dues aux troncatures des schémas numériques choisis et au maillage. Un choix judicieux de certains paramètres est nécessaire afin de réaliser avec exactitude la simulation numérique des différentes configurations physiques.

Pour pouvoir valider le code de calcul, différents cas déjà traités dans la littérature et quelques cas limites étudiées par des méthodes analytiques simplifiées, ont été repris et modélisés. L'objectif principal attendu est de reproduire fidèlement certains de ces résultats. Ainsi, la première validation sera effectuée pour le cas de l'écoulement en convection forcée dans un canal plan en présence d'un milieu poreux. Il s'agit de retrouver les résultats de Shohel Mahmud et Roydon Andrew Fraser [19]. Nous avons vérifié en premier lieu le champ dynamique en comparant les profils de la vitesse dans le canal en fonction de la coordonnée transversale, pour différents nombres de Darcy, comme le montre la figure V.2.1. ((a) résultats de Shohel Mahmud, (b) résultats de notre étude). Une deuxième validation concernant les profils de vitesse est présentée pour vérifier une solution analytique proposée par ces auteurs, qui donne la variation de vitesse longitudinale en fonction de nombre de Darcy et de la coordonnée transversale, pour un écoulement en convection forcée complètement développé dans un canal plan (figure V.2.2). D'après ces figures on peut dire que les résultats obtenus au moyen de notre code de calcul sont en bon accord avec les résultats de référence, avec une légère différence pour le cas $Da=10^{-5}$ près du paroi par rapport aux solutions analytiques. On constate, notamment, que pour des nombres de Darcy élevés, cas complètement fluide, le profil de vitesse tend vers une forme similaire à celle observée dans un écoulement de type Poiseuille.

L'aspect thermique est également validé par rapport au travail de A. Abdedou et K. Bouhaded [9]. La comparaison est effectuée sur les profils de température adimensionnelle au milieu du canal pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques, comme le montre la figure V.2.3. Parmi les résultats donnés par la référence, nous avons repris le cas relatif à $Re=1000$, $Da=10^{-4}$, $Bi=0.01$, et on voit bien que les résultats des deux travaux sont tout à fait concordants.

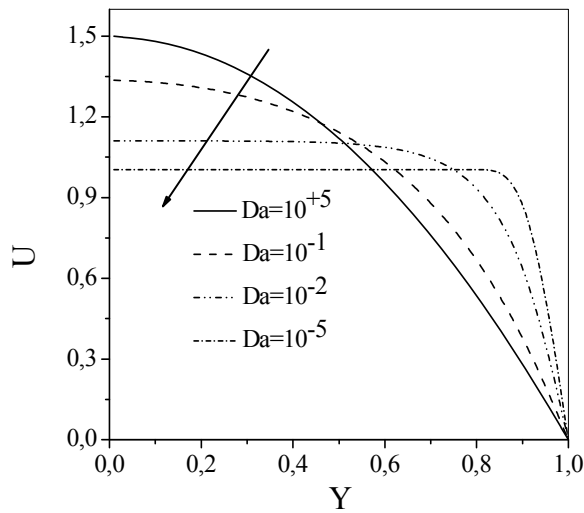


-a- (référence [19])

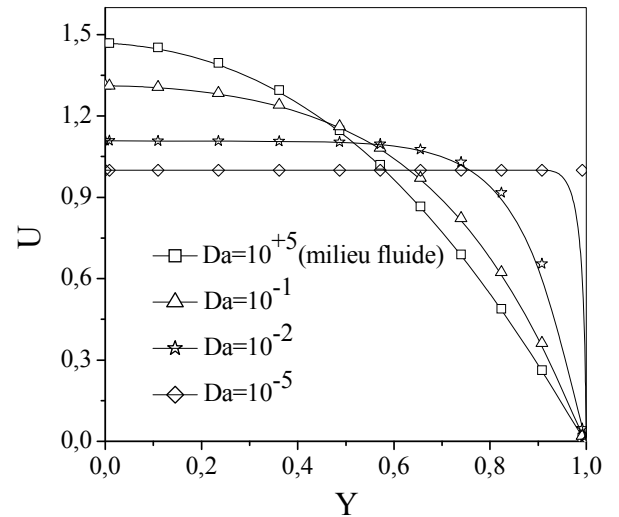


-b- (Présente étude)

Figure V.2.1. Représentation des profils de vitesse pour différents nombres de Darcy
(Comparaison avec les résultats numériques)

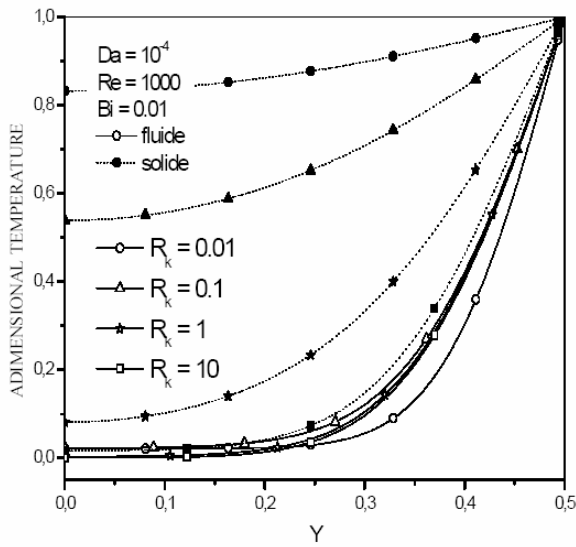


-a- Solution analytique (référence [19])

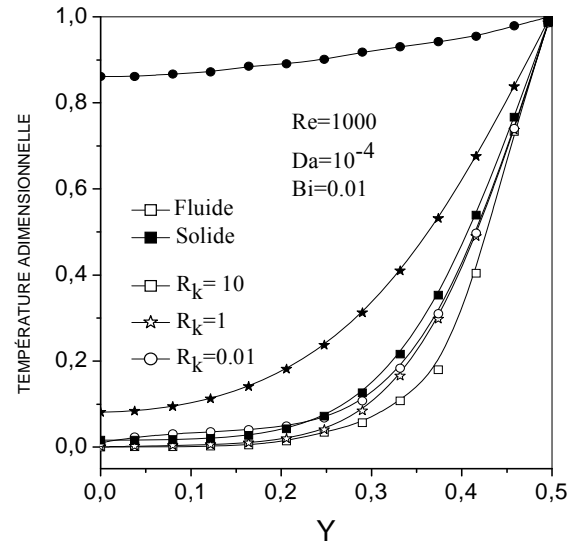


-b- Présente étude

Figure V.2.2. Représentation des profils de vitesse pour différents nombres de Darcy
(Comparaison avec la solution analytique)



-a- référence [9]



-b- Présente étude

Figure V.2.3. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de températures locales des phases fluide et solide

Après cette validation du code de calcul élaboré, on traitera, dans ce qui suit, les différents résultats obtenus à l'aide de ce code pour le modèle LTNE. Les résultats sont illustrés en termes des courbes de profils de température (locale et moyenne). Le transfert de chaleur résultant est illustré par l'évolution du nombre de Nusselt local et moyen.

V.3 Résultats et discussion

Les résultats obtenus pour le modèle LTNE sont présentés en termes de profils de température et de nombres de Nusselt local et moyen. Ceci permet d'analyser les distributions et les évolutions de la température et de déterminer les quantités de chaleur échangées dans le canal. Ainsi, l'influence des différents paramètres de contrôle, sur les distributions de température et sur les valeurs des nombres de Nusselt qui caractérisent le transfert de chaleur, est établie et discutée. Il s'agit, notamment, des propriétés qui sont les plus caractéristiques des phénomènes locaux et phasiques, tels que le nombre de Biot interstitiel, le rapport de la conductivité du fluide sur la conductivité du solide et la génération d'énergie interne, localisée au sein de la matrice solide.

Quelques résultats, traitant des effets du débit imposé à l'entrée (caractérisé par le nombre de Reynolds dans la conduite) et de l'importance des forces de déséquilibre thermique (nombre

de Rayleigh) ainsi que de la perméabilité du milieu poreux (nombre de Darcy), sont également présentés et interprétés.

Certains paramètres dynamiques et thermo-physiques, caractéristiques de cette étude, sont maintenus constants. Il s'agit de la porosité $\varepsilon = 0.9$, du nombre de Reynolds du pore, $Re_p = 1$ et du nombre de Prandtl, $Pr = 0.7$.

V.3.1. Distributions des températures locales

- Effet du nombre de Biot interstitiel et de la génération d'énergie:

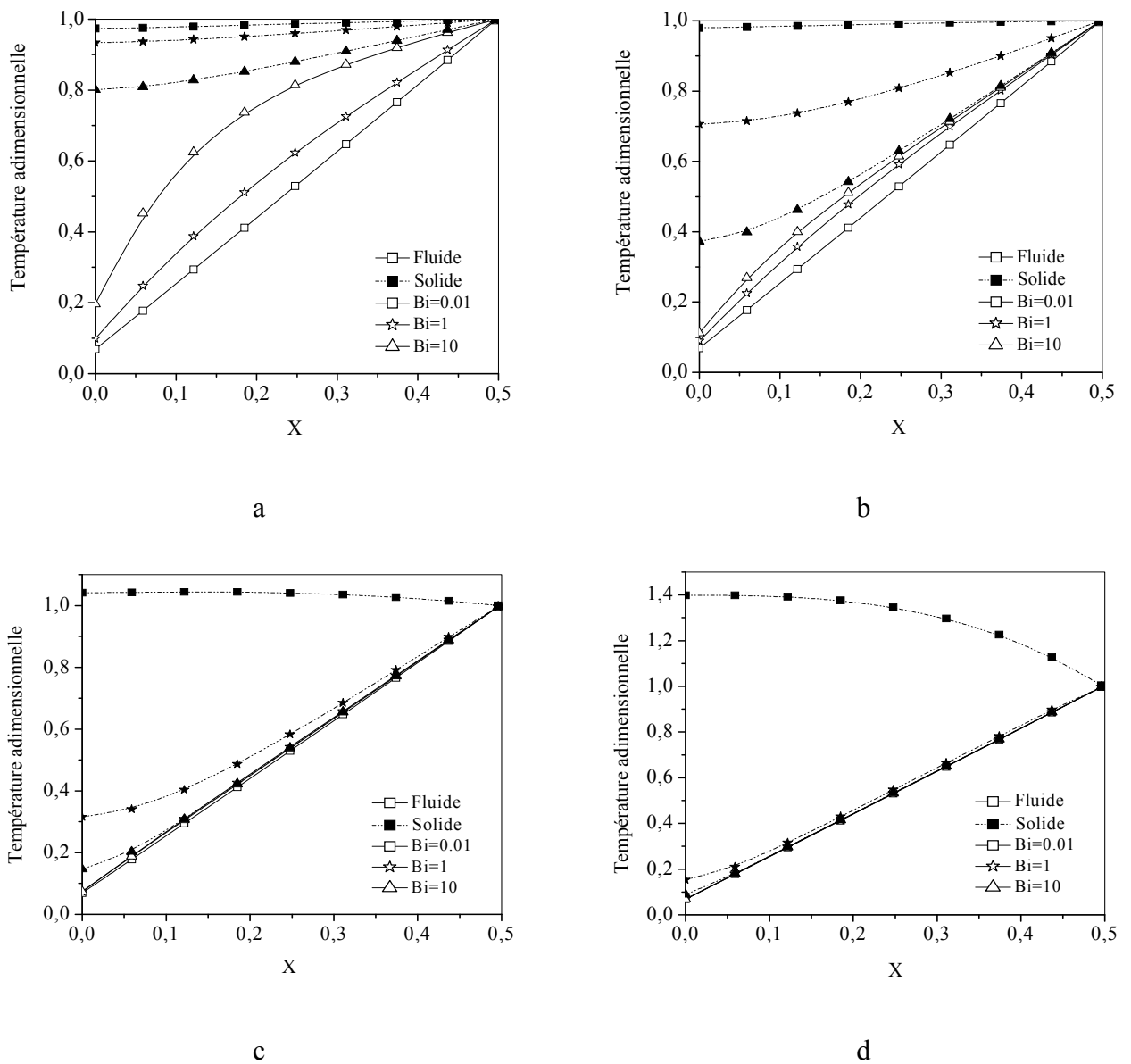


Figure V.3.1.1. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures adimensionnelles pour $q'' = 1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$, d) $Rc=10$.

Remarque : Les valeurs des températures sont calculées sur la section médiane à mi-hauteur du canal ($Y=5$).

Les courbes de la figure V.3.1.1 illustrent l'effet du nombre de Biot interstitiel sur la distribution des températures pour les deux phases fluide et solide pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques " R_c ", avec $q'''=1$.

Il apparaît que pour des faibles valeurs de Biot ($Bi \leq 1$), la différence de température entre les deux phases solide et fluide est très importante, cela est dû aux faibles valeurs relatives du coefficient de transfert interstitiel entre les deux phases fluide et solide en coexistence; ce qui rend la communication thermique interne très réduite. Par contre, plus le nombre de Biot augmente, plus cette différence de température entre la phase solide et fluide diminue, jusqu'à ce que les deux profils se superposent ($Bi=10$) et cela pour des rapports des conductivités élevés (figures V.3.1.1.c et d). Pour des faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques, par contre, (figures V.3.1.1.a et b), l'effet du Biot est plus significatif sur les deux profils des températures solide et fluide. On remarque, par ailleurs, que pour la phase solide, les températures pour une section donnée, sont plus élevées lorsque le nombre de Biot est faible, tandis que le profil de la température de cette même phase solide, qui est presque plat pour les faibles nombres de Biot, évolue vers une forme parabolique au centre du canal, avec l'accroissement de paramètre et donc sous l'effet de l'augmentation de l'échange thermique avec la phase fluide.

Par ailleurs, lorsque la génération d'énergie dans le solide devient importante, ($q''' > 10$), avec un rapport des conductivités thermiques élevé, de l'ordre $R_c=10$, (figures V.3.1.2.b et V.3.1.3.b), on remarque que les températures axiales des deux phases solide et fluide augmentent et atteignent des valeurs assez élevées pour des faibles valeurs de Bi . On remarque aussi que pour les petites valeurs de Bi , le comportement thermique obtenu pour le cas d'une forte génération d'énergie est inversé comparé au cas où la génération est faible, pour lequel les évolutions se font dans le même sens sur la section du canal, c'est-à-dire une température axiale faible qui tend à augmenter pour rejoindre la valeur pariétale.

En effet, lorsque le rapport des conductivités thermiques est faible ($R_c=0.01$, i, e la conductivité du solide est cent fois plus élevée que celle du fluide), l'effet de ce dernier paramètre a tendance à contrebalancer l'influence de l'augmentation de la génération d'énergie. Ce qui est conforme au niveau des équations gouvernantes (voir l'équation III.27) et qui peut s'expliquer physiquement par le fait que la production de chaleur est évacuée fortement par

conduction dans le solide, permettant à cette phase de rester à des températures qui se situent en dessous du seuil de la valeur à la paroi (figures V.3.1.2.a et V.3.1.3.a).

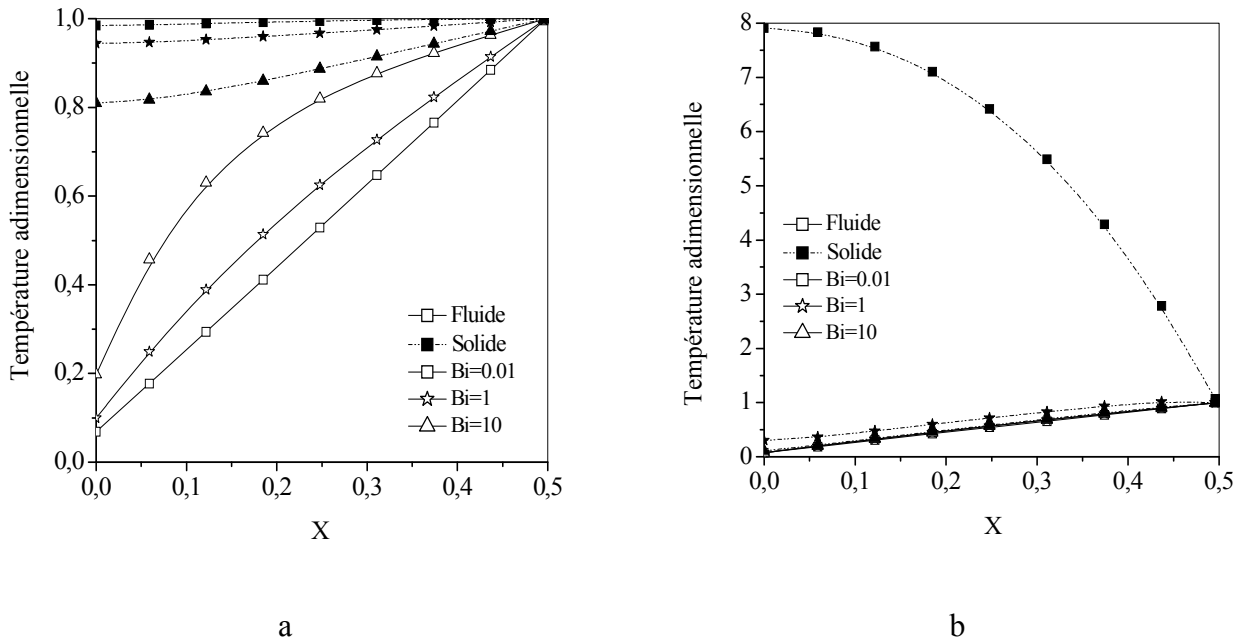


Figure V.3.1.2. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures adimensionnelles pour $q''=10$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $Rc=0.01$, b) $Rc=10$.

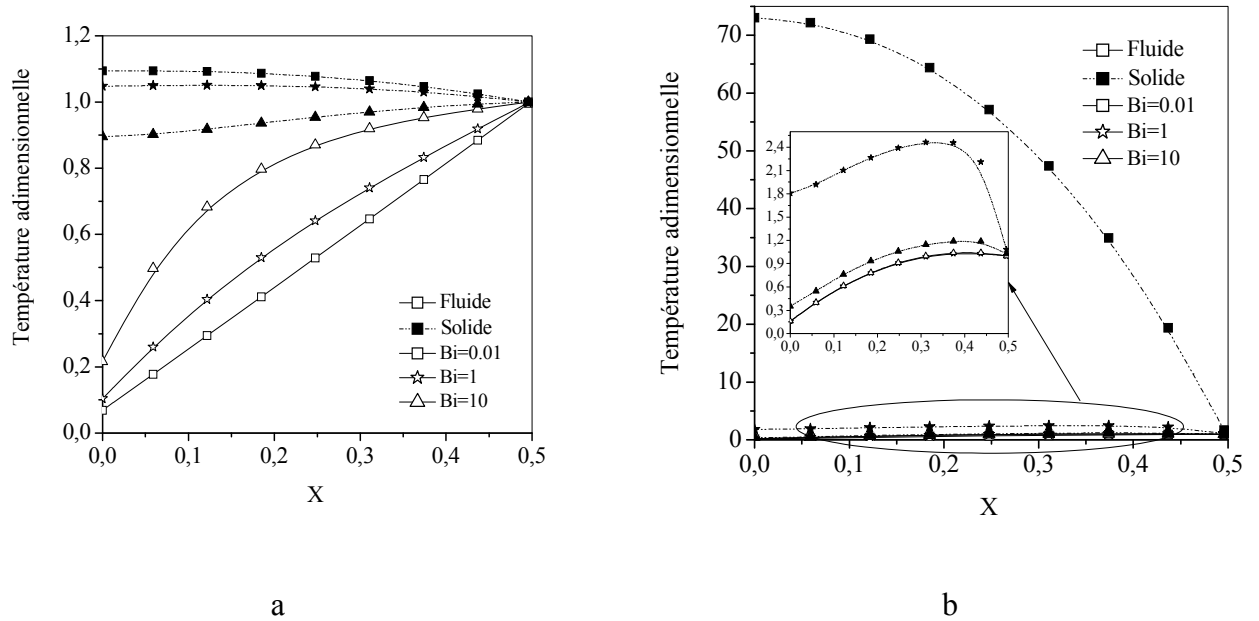


Figure V.3.1.3. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures adimensionnelles pour $q''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $Rc=0.01$, b) $Rc=10$.

- Effet du rapport des conductivités et de la génération d'énergie:

Les figures V.3.1.(4-5) représentent l'effet de la variation du rapport des conductivités thermiques (fluide/solide), sur les distributions de températures locales des deux phases fluide et solide, pour différentes valeurs du nombre de Biot interstitiel.

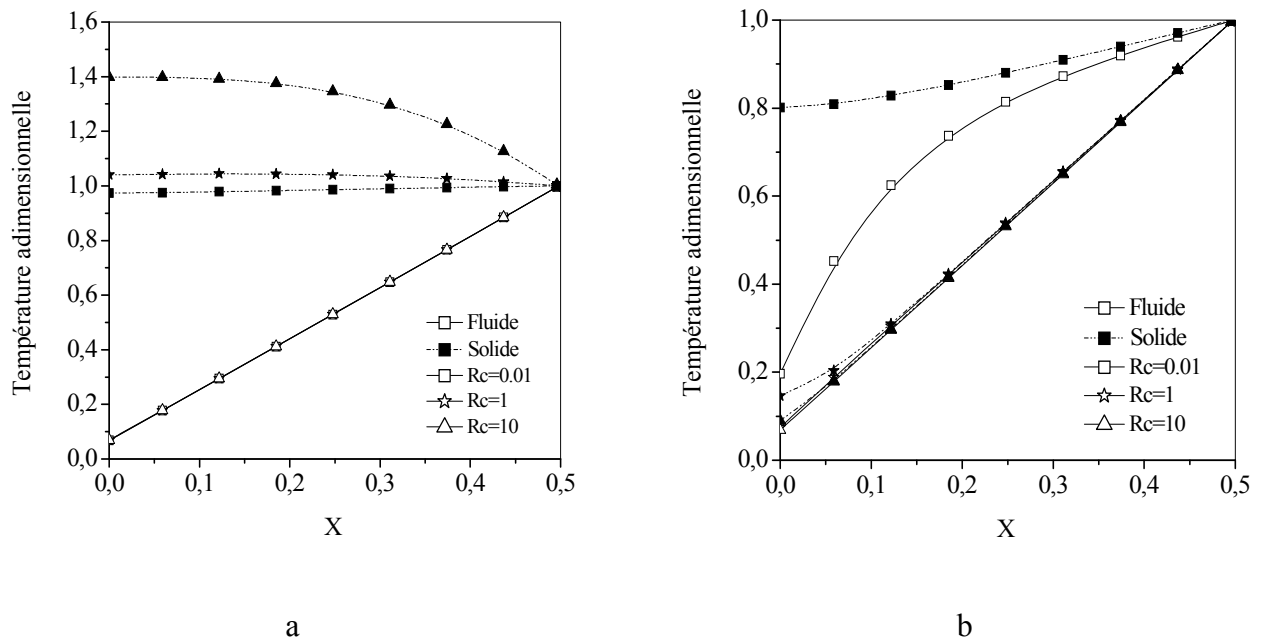


Figure V.3.1.4. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de température locale des phases fluide et solide pour $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

Pour des valeurs faibles du nombre de Biot (figure V.3.1.4.a), le rapport des conductivités thermiques a une influence considérable sur les profils de température de la phase solide, même avec une génération d'énergie faible ($q'''=1$), contrairement aux profils dans le fluide qui ne sont presque pas influencés. Quand les valeurs du rapport des conductivités sont élevées, c'est-à-dire lorsque la conductivité thermique du fluide est nettement plus importante que celle du solide, on remarque que la différence de température entre les deux phases est considérable, avec une température axiale de solide qui tend à évaluer voir même dépasser celle de paroi. Ceci est dû à une grande résistance à l'échange thermique entre les deux phases, causé, justement par ces faibles valeurs du nombre de Biot.

Dans la figure V.3.1.4.b, c'est le cas d'un nombre de Biot élevé ($Bi=10$) qui est représenté. On remarque, notamment, que les deux profils des températures solide et fluide se rapprochent et

l'écart entre les deux valeurs se réduit et devient négligeable pour des valeurs élevées du rapport des conductivités thermique ; ce qui peut être dû au transfert de chaleur interne important entre les deux phases permettant ainsi à la phase solide de mieux évacuer la chaleur générée et reçue, par conduction vers le fluide. Plus « Rc » diminue, plus le profil de température du solide s'aplatit, et la température du solide tend à approcher celle de la paroi, du fait de la forte conduction thermique dans le solide qui permet d'accroître le transfert avec la paroi.

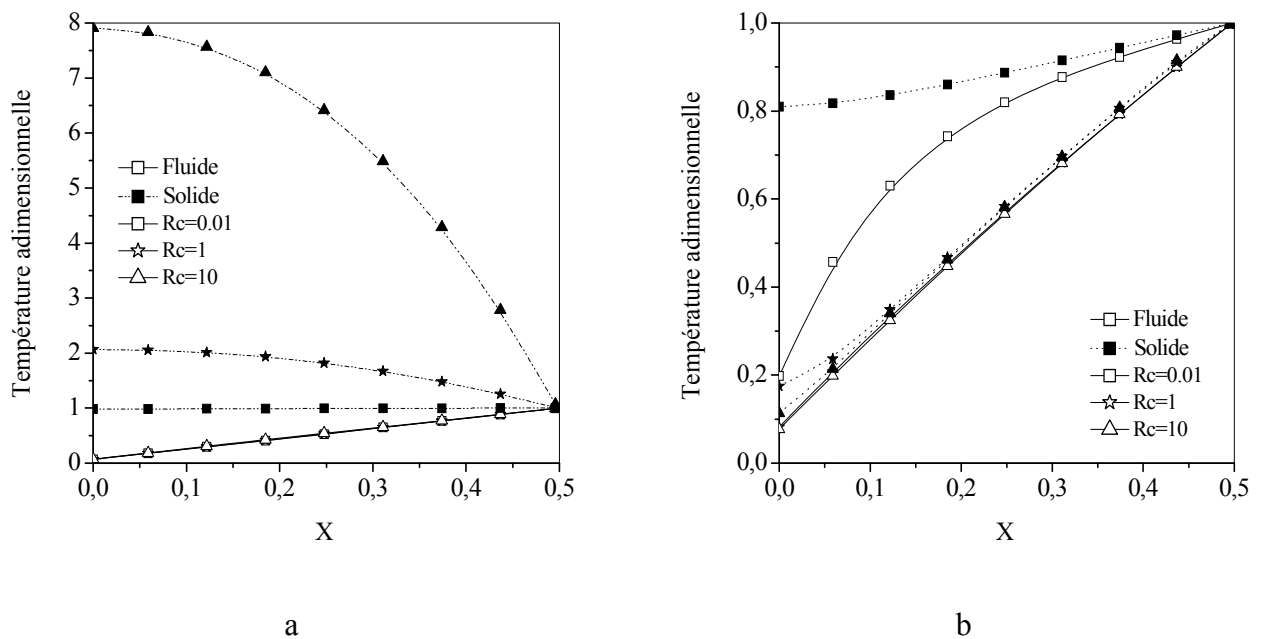


Figure V.3.1.5. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de température locale des phases fluide et solide pour $q'''=10$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

Les figures V.3.1.5 représentent l'effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de températures locales avec une génération d'énergie $q'''=10$. Avec cette augmentation de la génération, on remarque que, pour le cas d'un faible nombre de Biot (figure V.3.1.5 a), la température de la phase solide subit une variation considérable avec le changement de « Rc » ; on note aussi que la température axiale du solide augmente avec l'accroissement du rapport des conductivités pour atteindre des valeurs supérieures à celle de la paroi en raison de la forte génération dans le solide et de la résistance à l'échange thermique entre les deux phases (nombre de Biot faible). La température de la phase solide dans la section diminue ensuite jusqu'à atteindre la température de la paroi. Ce qui n'est pas le cas pour la phase fluide dont la valeur,

d'une part, n'excède pas celle de paroi, et d'autre part, subit très peu l'influence de la variation de « Rc ».

Pour le cas d'une valeur de Bi élevée (figure V.3.1.5 b, $Bi=10$), on remarque que la différence de température entre les deux phases apparaît pour le cas d'un faible rapport des conductivités. En augmentant « Rc », la distribution des températures de la phase solide devient proche de celle de la phase fluide et la différence de température entre les deux phases solide et fluide devient de plus en plus faible, du fait que, d'une part, le fluide devient de plus en plus conducteur par rapport au solide, et que, par ailleurs, l'échange thermique entre les deux phases est important. Dans ce cas, le transfert de chaleur par conduction dans le fluide est largement dominant, comparativement au transfert dans le solide.

Dans le même contexte, il apparaît que l'augmentation du nombre de Biot Bi diminue les valeurs de la température axiale de la phase solide malgré la forte génération de chaleur, et l'évolution de la température dans la section change d'allure, puisque les variations deviennent toutes ascendantes, entre l'axe et la paroi et ne présentent plus de fortes surchauffes dans les régions médianes de la conduite.

V.3.2. Distributions des températures moyennes

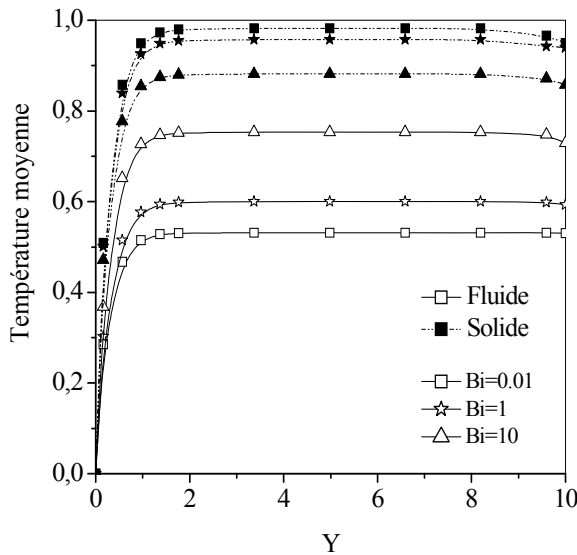
- Effet du nombre de Biot interstitiel et de la génération d'énergie:

L'influence du nombre de Biot sur la distribution des températures moyennes des deux phases, fluide et solide le long de la direction longitudinale du canal est représentée sur les figures V.3.2.1, V.3.2.2 et V.3.2.3.

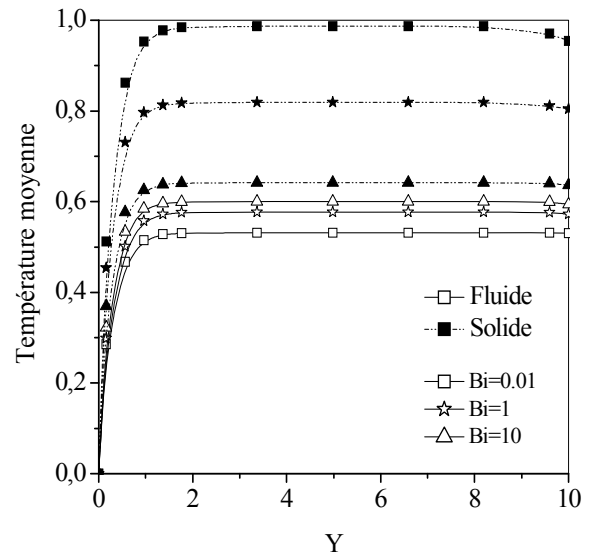
Pour une faible génération d'énergie ($q'''=1$, figures V.3.2.1), on remarque que le nombre de Biot interstitiel a une influence considérable sur la température moyenne des deux phases, et cela pour des faibles valeurs du rapport des conductivités (figures V.3.2.1.a et b), quand le nombre de Biot augmente, on remarque une diminution de la température du solide contre une augmentation de celle du fluide, sous l'effet d'un transfert thermique considérable entre les deux phases. Lorsque les valeurs du rapport des conductivités augmentent (figures V.3.2.1.c et d), les profils de température de la phase fluide deviennent moins sensibles aux variations du nombre de Biot. On note aussi que pour de faibles valeurs de Bi la température moyenne du solide atteint des valeurs proches de la température de la paroi pour même la dépasser pour des rapports des conductivités élevés ($Rc \geq 1$).

L'écart entre les températures moyennes des deux phases, solide et fluide, est plus important pour les faibles valeurs du nombre de Biot local, ce qui est dû au faible échange

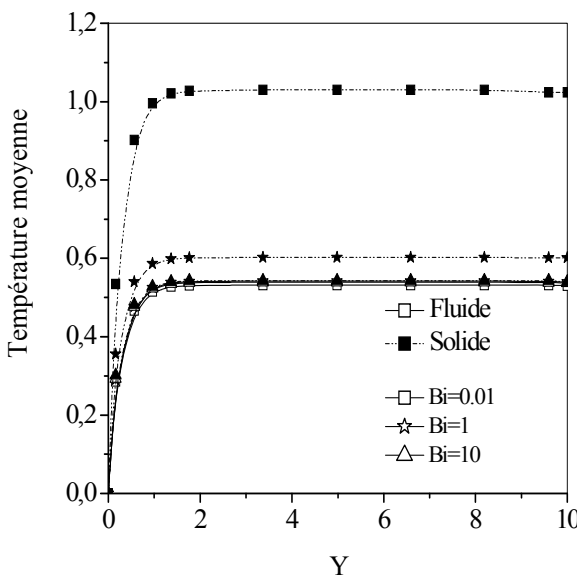
thermique entre les deux phases. Cet écart décroît avec l'augmentation du nombre de Biot et devient négligeable quand ce dernier dépasse l'unité, avec des rapports des conductivités élevés, ceci est traduit, par conséquent, à un transfert thermique important entre les deux phases.



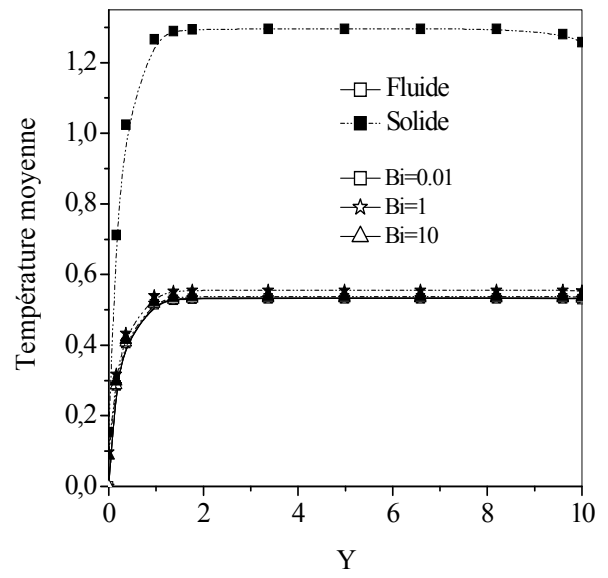
a



b



c



d

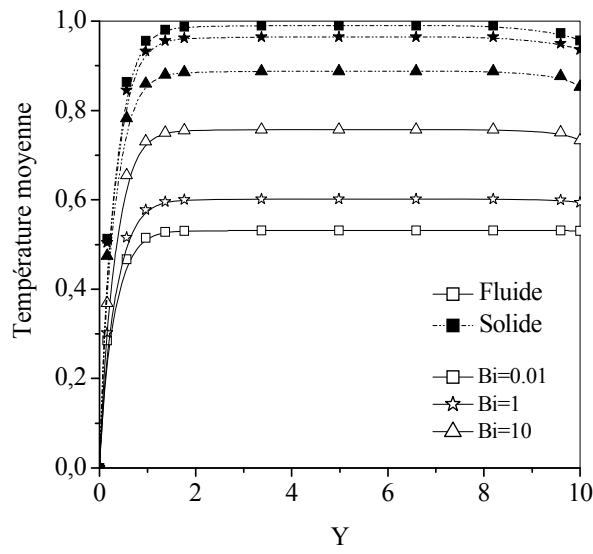
Figure V.3.2.1. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures moyennes pour $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$, d) $Rc=10$.

Les figures V.3.2.2 et V.3.2.3 illustrent l'effet du nombre de Biot sur les températures moyennes des deux phases, solide et fluide, pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques, avec une génération d'énergie importante ($q''' = 10$ et $q''' = 100$, respectivement).

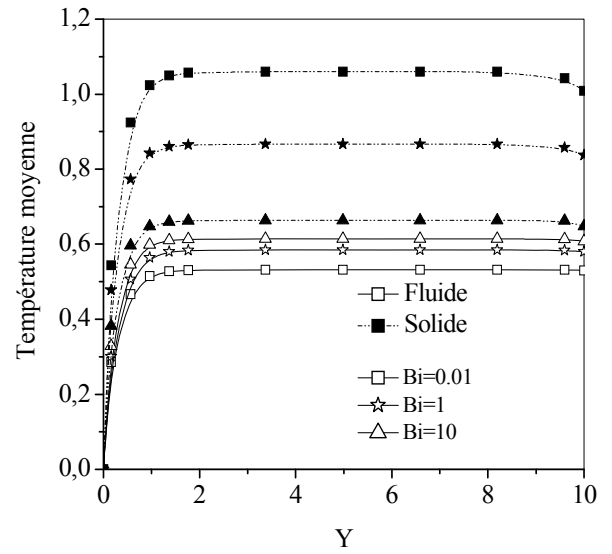
Avec cette élévation importante de la génération d'énergie, la température moyenne de la phase solide va atteindre des valeurs élevées par rapport à la température de la paroi, pour des faibles valeurs du nombre de Biot et des valeurs des rapports des conductivités thermiques supérieures ou égales à l'unité, ce qui augmente l'écart entre les températures moyennes des deux phases. Cela est dû à la faible communication thermique entre les deux phases empêchant ainsi l'évacuation de la chaleur générée par le solide.

Par ailleurs, pour les faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques, c'est-à-dire, lorsque la conductivité thermique du solide est nettement plus importante que celle du fluide, (figures V.3.2.2, a-b et V.3.2.3, a-b), le nombre de Biot interstitiel influe considérablement sur les deux profils de la température moyenne, solide et fluide. On note aussi que les deux températures subissent une variation considérable à l'entrée du canal pour atteindre des profils constants, de valeur proche de la température de la paroi pour la phase solide, et la différence entre les températures des deux phases reste importante même avec un nombre de Biot élevé, ce comportement étant dû à la grande conductivité thermique du solide qui favorise, notamment, les échanges conductifs entre cette phase et la paroi.

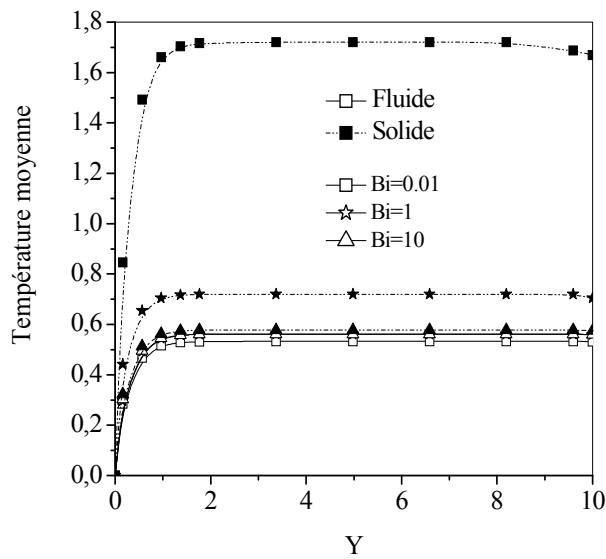
On note aussi que, pour des rapports des conductivités thermiques élevés (le fluide est nettement plus conducteur que le solide, figures V.3.2.2, c-d et V.3.2.3, c-d), l'augmentation du nombre de Biot réduit l'écart entre les deux températures, pour devenir négligeable quand le nombre de Biot dépasse l'unité et la température du solide reste dans ce dernier cas, inférieure à la température de la paroi, malgré la forte génération d'énergie. Ceci peut s'expliquer d'une part, par une augmentation de l'échange thermique local entre les deux phases, solide et fluide, et, d'autre part, du fait de la conductivité thermique élevée du fluide, relativement à celle de la phase solide. On remarque aussi que pour ces valeurs élevées du rapport des conductivités, la variation de Bi_n n'a quasiment pas d'influence sur les profils de la température du fluide.



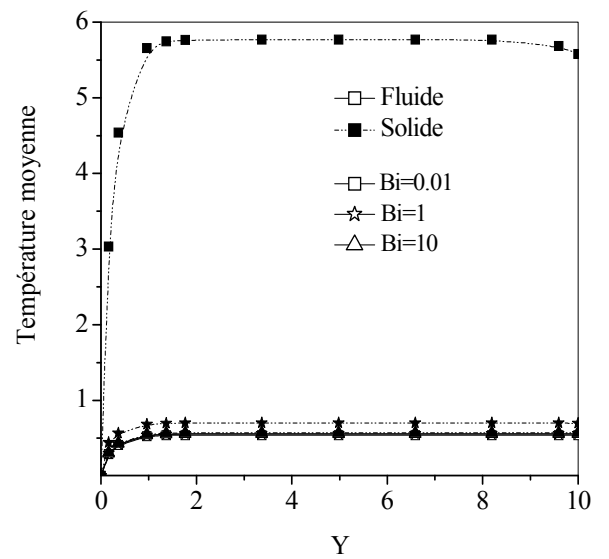
a



b



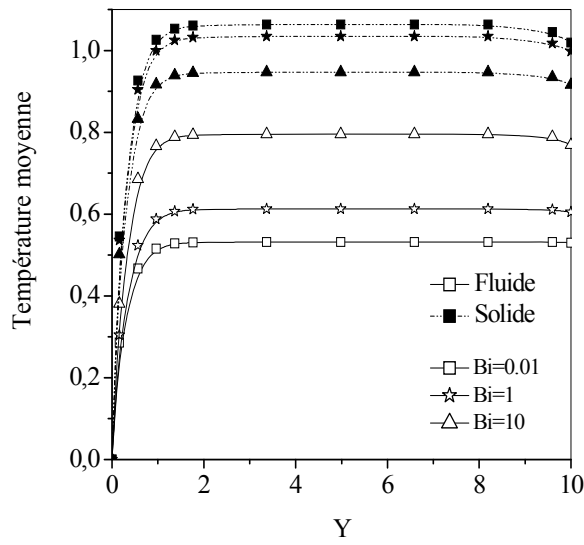
c



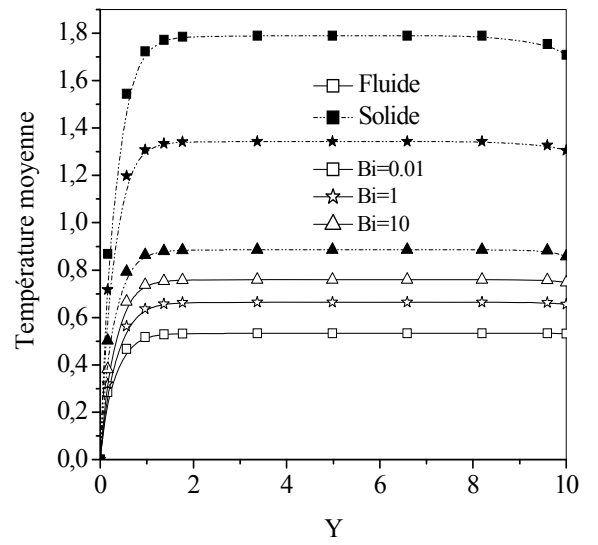
d

Figure V.3.2.2. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures moyennes pour $q'''=10$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

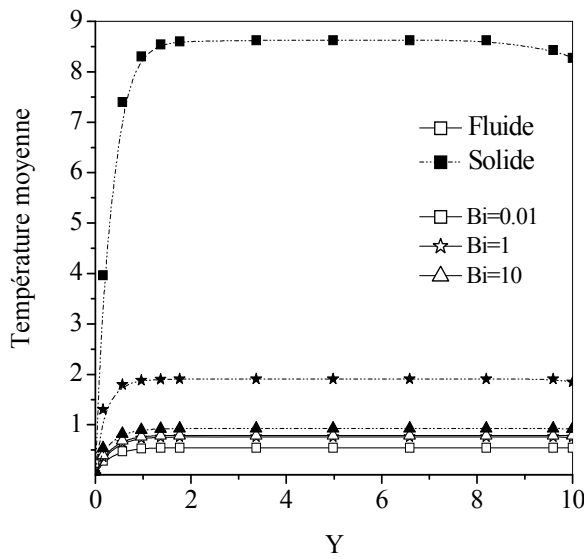
a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$, d) $Rc=10$.



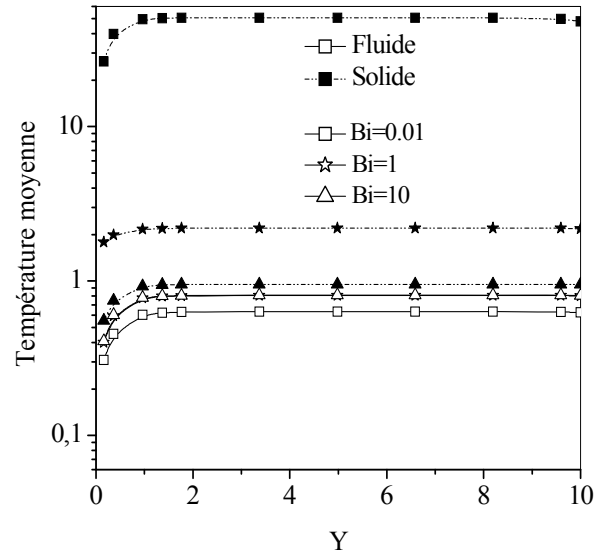
a



b



c



d

Figure V.3.2.3. Effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques sur les températures moyennes pour $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$, d) $Rc=10$.

- Effet du rapport des conductivités et de la génération d'énergie :

Les figures V.3.2.4, représentent l'effet du rapport des conductivités thermiques sur la température moyenne des deux phases, solide et fluide, pour le cas d'une faible génération d'énergie ($q'''=1$).

Pour des petites valeurs du nombre de Biot (figure V.3.2.4.a), on remarque que la variation du rapport des conductivités n'influe pas sur la température moyenne de la phase fluide, contrairement à celle de la phase solide qui varie considérablement à l'entrée du canal avec la variation de Rc , pour atteindre une valeur constante, qui dépasse la température de la paroi pour des rapports des conductivités élevés, ce qui rend l'écart entre les températures moyennes des deux phases important. Cet écart est le résultat d'un faible transfert thermique interne entre les deux phases. Lorsque le nombre de Biot augmente (figure V.3.2.4.b), le profil de la température moyenne de la phase fluide devient sensible à la variation du rapport des conductivités. On note également que les valeurs de la température moyenne de la phase solide décroissent avec l'élévation de Bi et la différence entre les deux températures moyennes, solide et fluide a tendance à diminuer. On remarque aussi que, les deux profils se superposent pour des valeurs élevées du rapport des conductivités, chose qui peut s'expliquer, également, par l'échange thermique local important entre les deux phases.

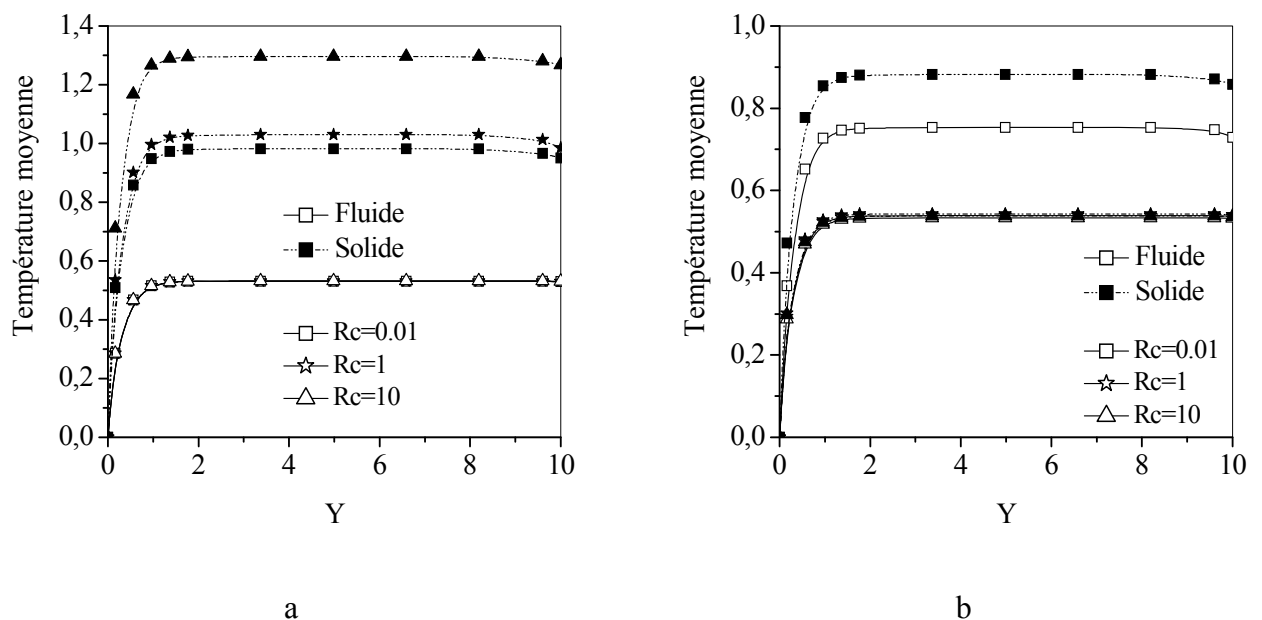


Figure V.3.2.4. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de température moyenne des phases fluide et solide pour $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

Les figures V.3.2.5 et V.3.2.6, représentent l'effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils des températures moyennes des deux phases, solide et fluide, avec une augmentation considérable de la génération d'énergie ($q'''=10$ et $q'''=100$ respectivement).

Pour un nombre de Biot faible (figures V.3.2.5, a et V.3.2.6, a), on remarque que, la température de la phase fluide change légèrement pour toute la gamme des valeurs de Rc , et reste en dessous de la température de la paroi malgré la forte génération d'énergie dans le solide, contrairement à la température de la phase solide qui varie avec le changement de Rc et atteint des valeurs très importantes pour des rapports des conductivités élevés, ce qui augmente la différence entre les température solide et fluide. Ce comportement est dû, à la fois à la forte génération d'énergie dans le solide, et aussi à la faible communication thermique interne entre les deux phases.

Quand le nombre de Biot augmente (figures V.3.2.5, b et V.3.2.6, b), on remarque que, la température moyenne de la phase solide décroît jusqu'à des valeurs inférieures à la température de la paroi et cela malgré une forte génération d'énergie, on remarque aussi que, les profils de la température moyenne de la phase fluide évoluent avec la variation de Rc et l'écart entre les deux températures diminue et devient négligeable pour des valeurs élevées du rapport des conductivités thermiques. Ceci peut être expliqué par le fort transfert thermique interne entre les deux phases.

On constate aussi que, l'augmentation du nombre de Biot et du rapport des conductivités thermiques, diminue l'effet de la génération d'énergie qui fait augmenter la température de la phase solide vers des valeurs élevées, favorisant la surchauffe de cette phase.

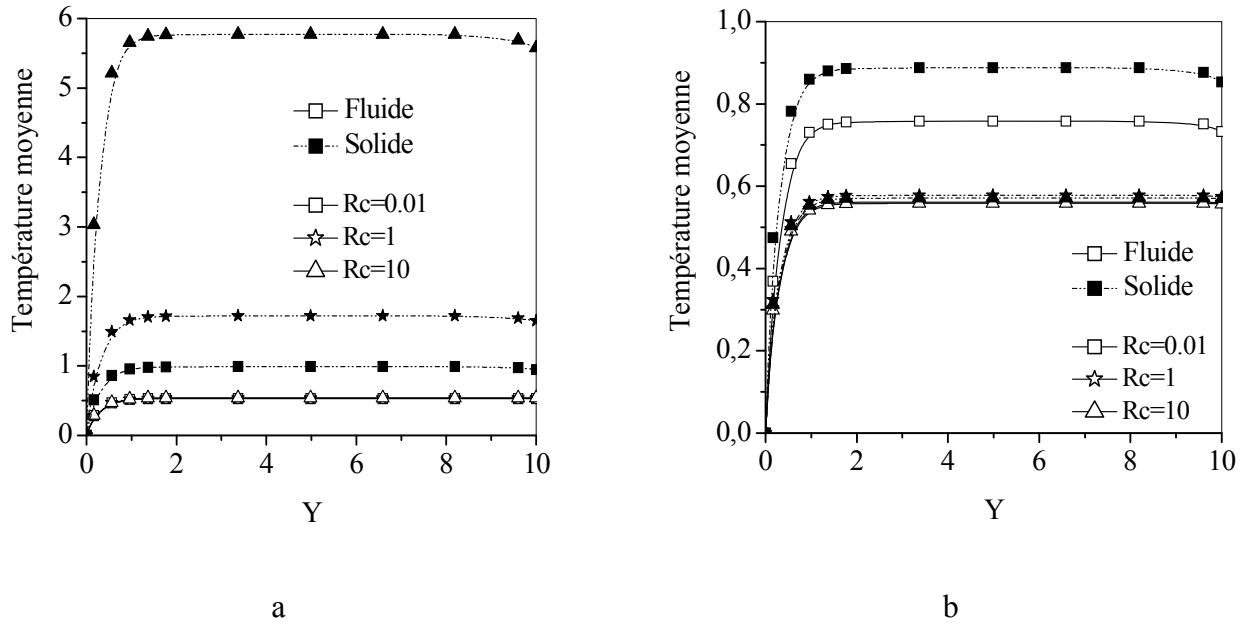


Figure V.3.2.5. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de température moyenne des phases fluide et solide pour $q'''=10$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

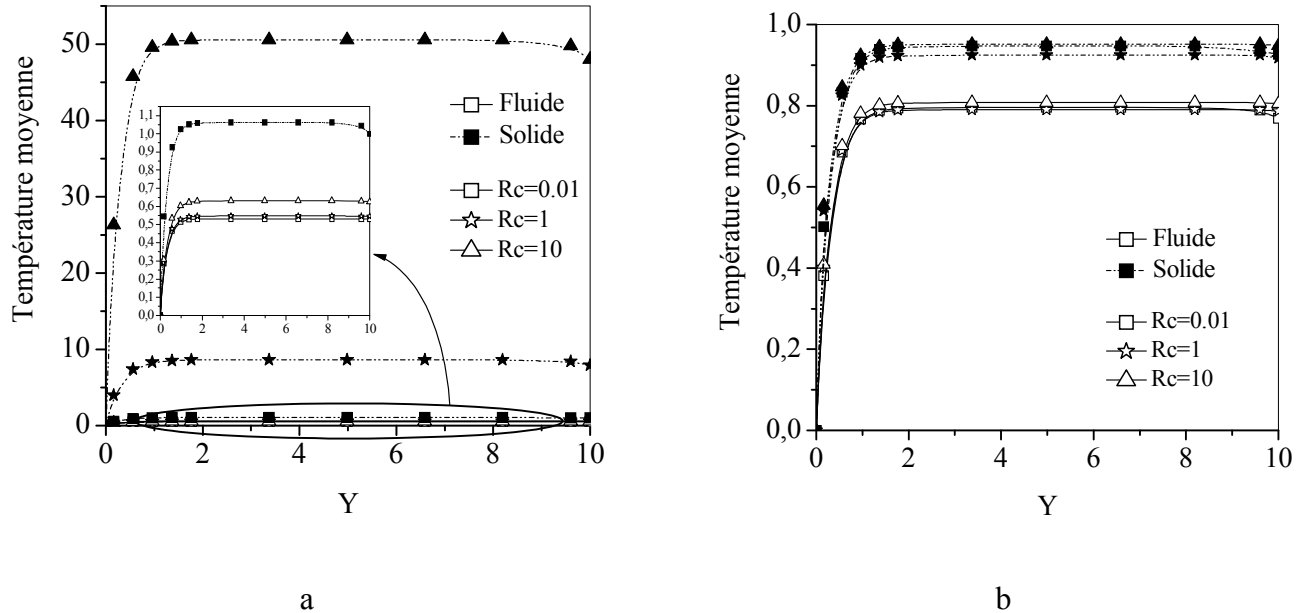


Figure V.3.2.6. Effet du rapport des conductivités thermiques sur les profils de température moyenne des phases fluide et solide pour $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

V.3.3. Représentation des isothermes

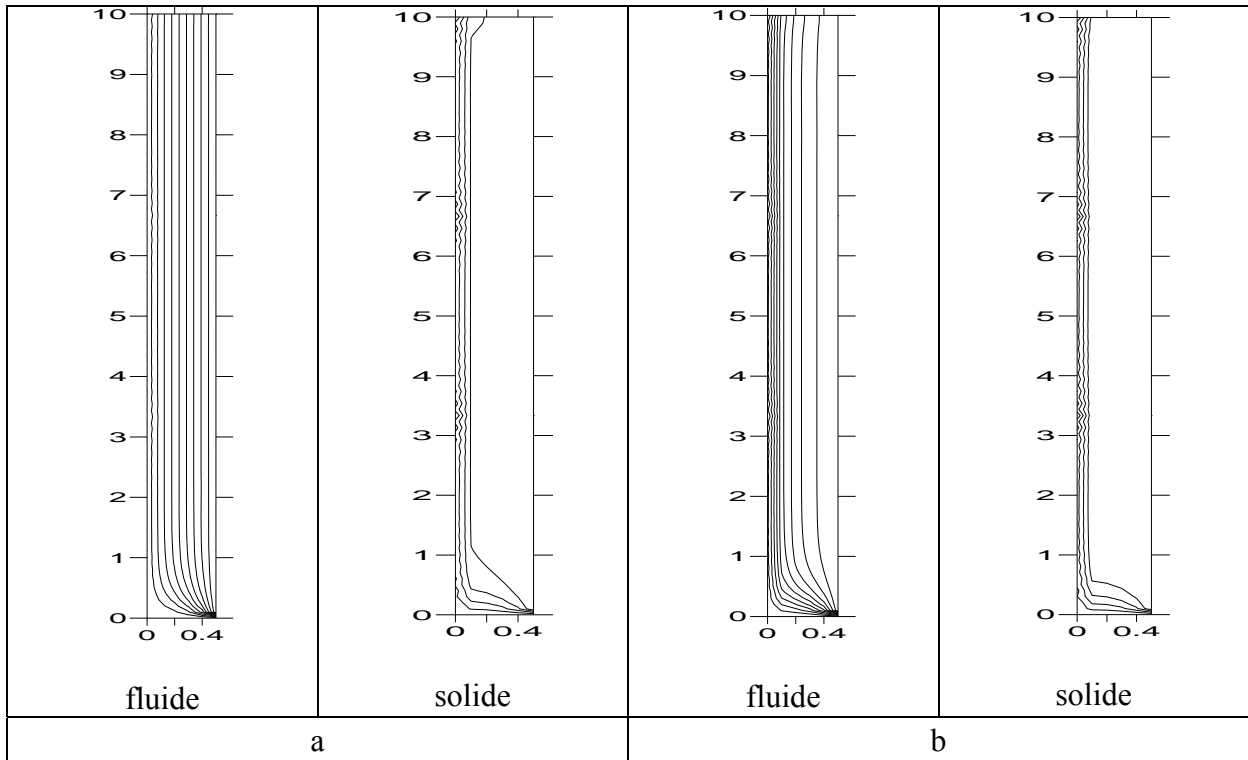


Figure V.3.3.1. Champs de température solide et fluide pour différents nombres de Biot, $Rc=0.01$, $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

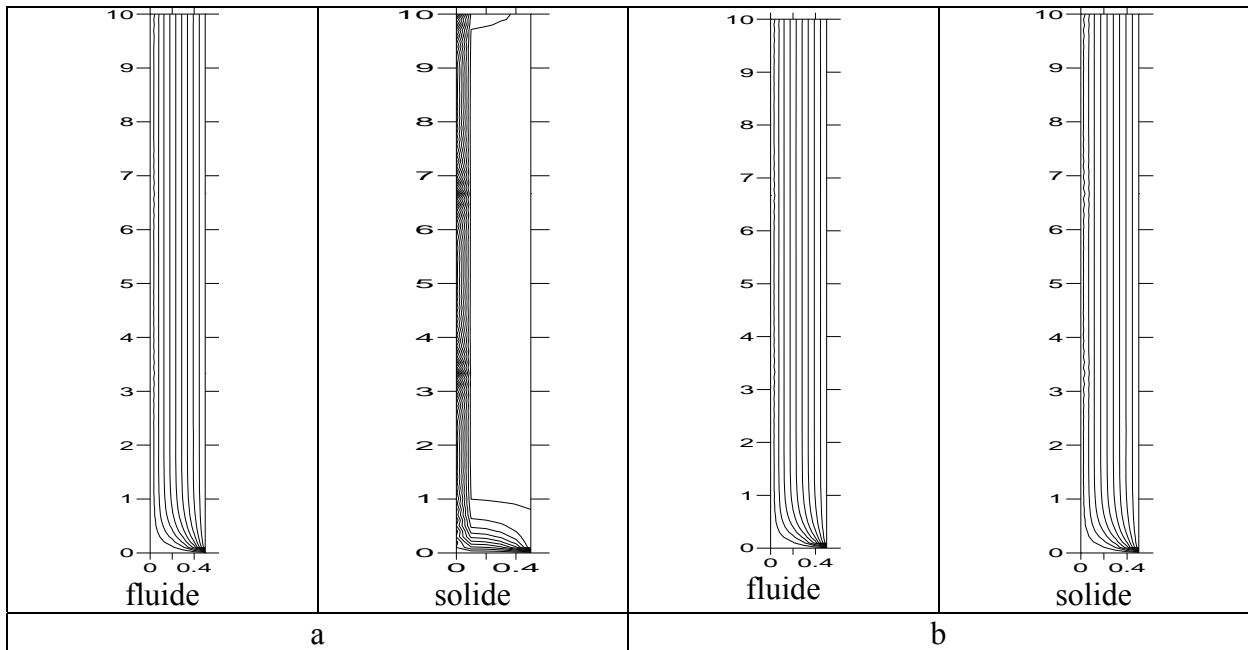


Figure V.3.3.2. Champs de température solide et fluide pour différents nombres de Biot, $Rc=1$, $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

Les figures V.3.3.1 et V.3.3.2 représentent les champs des températures de la phase solide et fluide, pour différents nombres de Biot avec une faible génération d'énergie ($q'''=1$).

Pour de faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques, on remarque que les isothermes de la phase solide se rapprochent les unes des autres dans la zone centrale du canal pour les différents nombres de Biot, c'est-à-dire que les gradients de température dans la phase solide deviennent élevés dans cette zone, tandis que pour la phase fluide, les isothermes pour un faible Biot sont des droites parallèles à la paroi, qui lorsque le nombre de Biot augmente (figures V.3.3.1, b), s'éloignent de celle-ci, ce qui illustre l'augmentation de la température fluide au centre du canal due à l'accroissement du transfert thermique entre les deux phases.

Pour un rapport des conductivités thermiques égal à l'unité, avec une faible valeur du nombre de Biot (figures V.3.3.2, a) les isothermes des deux phases ne changent pas, c'est-à-dire dans le cas où l'échange thermique entre les deux phases, solide et fluide est faible, l'augmentation du rapport des conductivités n'a pas une influence sur la distribution des températures. Quand le nombre de Biot augmente (figures V.3.3.2, b et $Biot=10$), les isothermes des deux phases deviennent stratifiées et les couches limites thermiques deviennent minces, ce qui traduit un échange thermique important entre les deux phases.

Les figures V.3.3.3 et V.3.3.4 représentent les isothermes traduisant les champs des températures dans les phases solide et fluide, pour différents nombres de Biot avec une forte génération d'énergie ($q'''=100$). Pour des faibles valeurs du rapport des conductivités (figures V.3.3.3), on voit bien que les isothermes des deux phases ressemblent à celles pour une génération faible, mais avec des valeurs de températures élevées au centre du canal. Ce comportement est dû à la forte génération d'énergie dégagée par le solide.

Dans le cas où le rapport des conductivités augmente (figures V.3.3.4), on remarque que les isothermes solides sont déformées et un gradient de température intensif prend place. On note aussi que les isothermes dans le fluide, pour les faibles valeurs du nombre de Biot (figures V.3.3.4.a), sont des droites parallèles à la paroi, présentant une stratification due à la faible communication thermique entre les deux phases. Quand le nombre de Biot augmente (figures V.3.3.4.b), les isothermes fluides se déforment et les températures de la phase fluide augmentent. Cela est expliqué par l'augmentation du transfert de chaleur interne entre les deux phases. On peut dire que la convection est plus prononcée dans ces cas.

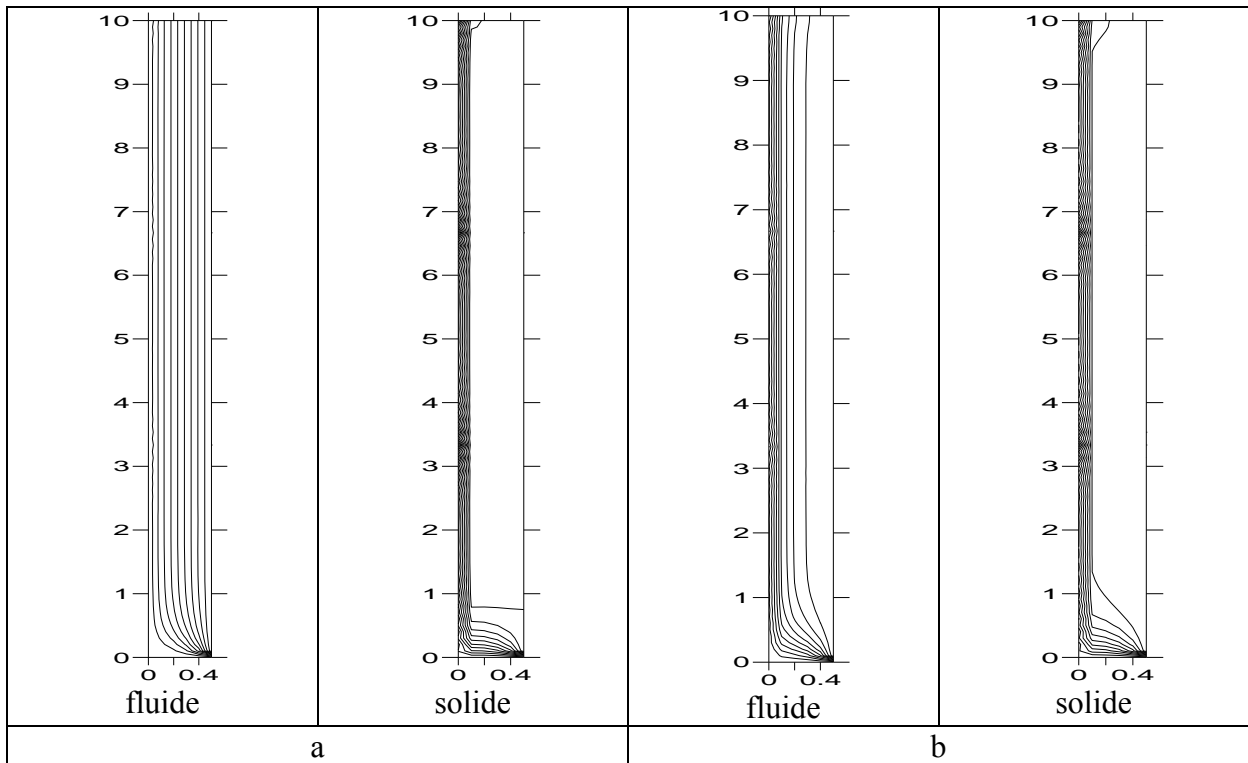


Figure V.3.3.3. Champs de température solide et fluide pour différents nombres de Biot, $Rc=0.01$, $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) Bi=0.01, b) Bi=10

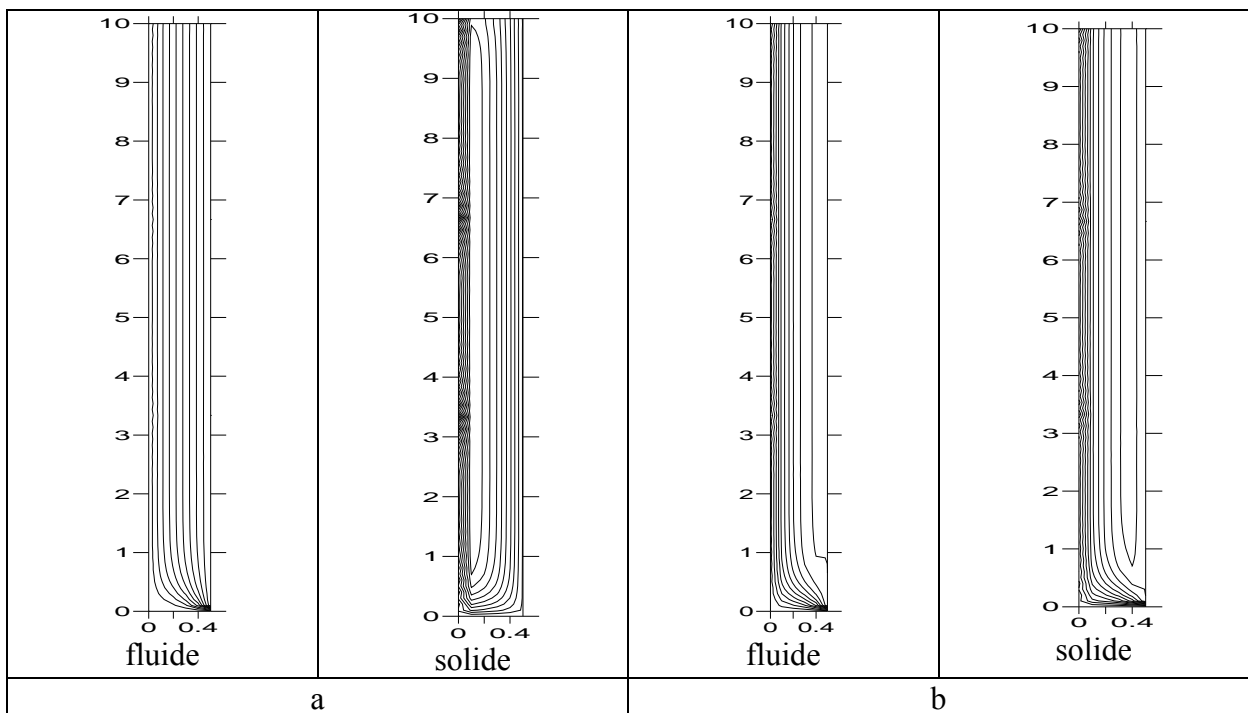


Figure V.3.3.4. Champs de température solide et fluide pour différents nombres de Biot, $Rc=1$, $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$

a) Bi=0.01, b) Bi=10

V.3.4. Distributions des nombres de Nusselt locaux

Afin d'être en conformité avec les expressions communément adoptées dans la littérature, le nombre de Nusselt ou coefficient de transfert convectif au niveau des parois du canal, a été exprimé, en premier lieu, en termes de différence de température ($T_p - T_m$), T_m étant la température moyenne de mélange dans la section.

Il s'est avéré dans ce cas que pour les conditions de forte génération d'énergie, la température moyenne de la phase solide peut rejoindre à un moment donné la valeur à la paroi, pour ensuite la dépasser. Ceci va provoquer une inversion du signe du flux de chaleur échangé entre le milieu poreux et la paroi, et va donc s'illustrer par des positions critiques au niveau desquelles le coefficient de transfert, traduit en terme de nombre de Nusselt, va présenter des pics et des discontinuités très importants (figure V.3.4.1). Il convient de noter que ces valeurs élevées de Nu ici ne signifient pas un maximum du transfert de chaleur, mais il est simplement une conséquence du dénominateur dans l'équation (III-39), qui va prendre une valeur nulle [48], lorsque que la température moyenne de la phase solide va rejoindre la température de la paroi.

De ce fait, et afin d'éviter la représentation de tels extremums, qui peuvent atteindre des valeurs très importantes, qui, si elles s'expliquent sur le plan numérique, compte tenu des expressions mathématiques, n'ont aucun sens physique, l'expression du nombre de Nusselt a été revue et remplacée par une formulation basée sur un écart de température constant ($T_p - T_0$). On obtient ainsi l'expression suivante :

$$Nu = \frac{2L \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=\frac{L}{2}}}{T_p - T_0}, \quad (V-1)$$

En introduisant ensuite les températures adimensionnelles ($\theta_p = 1$ et $\theta_0 = 0$) on aura :

$$Nu = 2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=\frac{1}{2}}, \quad (V-2)$$

C'est donc cette expression qui sera utilisée dans les calculs des nombres de Nusselt.

Par ailleurs, une remarque importante peut être faite concernant les expressions (V-1) et (V-2) et par conséquent les relations (III-43) et (III-44) qui représentent les évolutions du nombre de Nusselt pour le cas où les échanges se font de la paroi vers le milieu poreux. Lorsque la génération d'énergie devient importante, le transfert change de sens et il y'a apparition de valeurs négatives pour les coefficients de transfert, dans la mesure où on garde ces expressions inchangés. Ceci est conforme aux résultats établis dans [48].

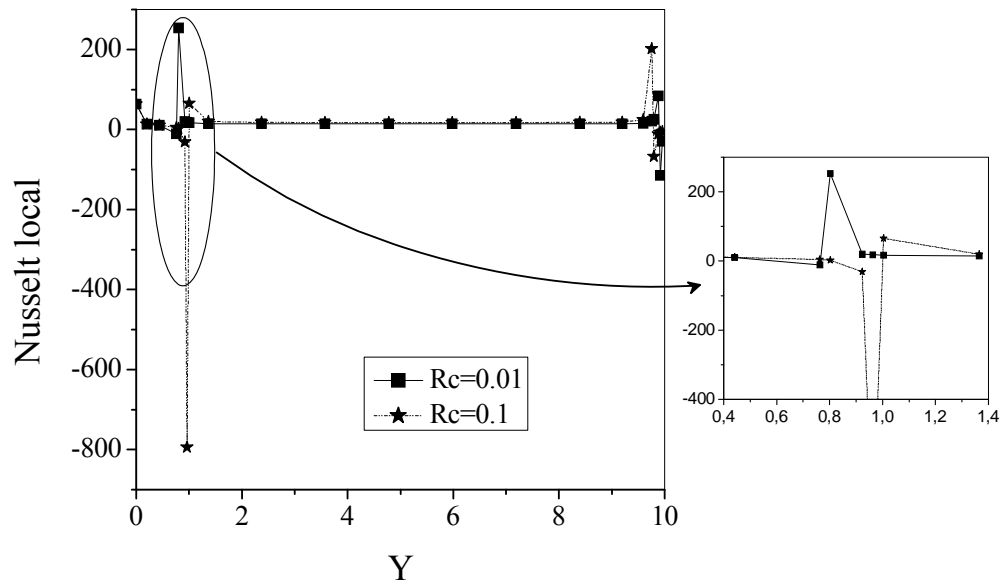


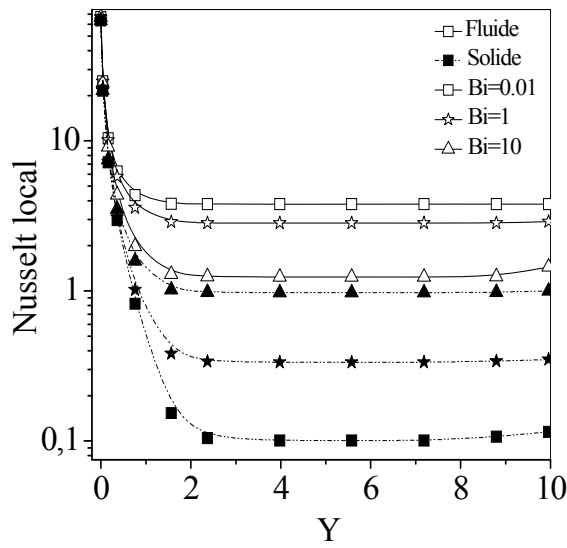
Figure V.3.4.1. Variation du nombre de Nusselt local solide pour différentes valeurs du rapport des conductivités, $q''' = 100$, $Re = 10$, $Da = 10^{-4}$, $Bi = 0.01$, $Ra = 10^4$

- Effet du nombre de Biot interstitiel et de la génération d'énergie

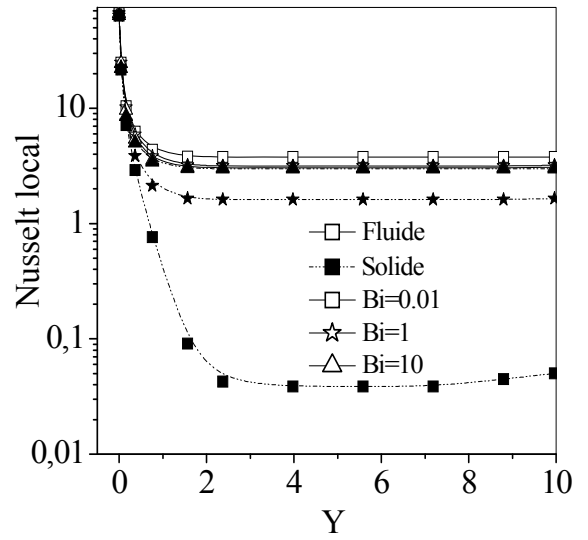
Les courbes de la figure V.3.4.2, représentent les variations des nombres de Nusselt locaux le long du canal pour les deux phases, solide et fluide, donnés par les relations (V-2), pour différentes valeurs du nombre de Biot interstitiel avec une génération d'énergie faible.

On remarque que les évolutions des coefficients de transfert locaux sont décroissantes le long du canal avec une tendance vers une valeur constante correspondant au régime établi, quelles que soient les valeurs des différents paramètres considérés. On note aussi que les nombres de Nusselt de la phase fluide sont importants comparés à ceux de la phase solide, se qui explique la prépondérance des transferts convectifs par rapport aux transferts conductifs.

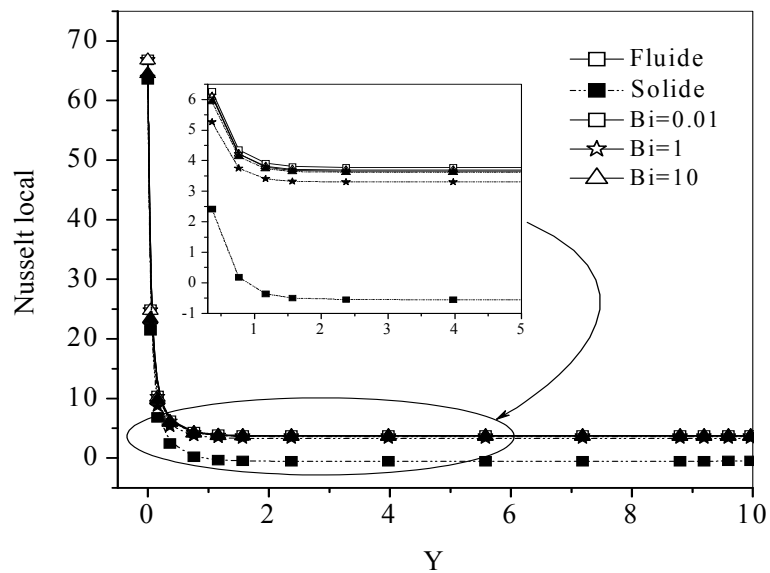
Lorsque la génération de chaleur est modeste, pour des faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques (figures V.3.4.2.a), on constate que les profils des nombres du Nusselt locaux des deux phases sont influencés par la variation du nombre de Biot, tandis que l'augmentation du rapport des conductivités (figures V.3.4.2.b et V.3.4.2.c), réduit l'effet du nombre de Biot sur le Nusselt fluide, ce qui n'est pas le cas pour le Nusselt de la phase solide. On remarque aussi que les profils des nombres du Nusselt des deux phases se rapprochent avec l'accroissement du nombre de Biot, jusqu'à se rejoindre pour les valeurs de Rc élevées, cela étant dû à la forte communication thermique entre les deux phases, solide et fluide (Bi élevé).



a



b



c

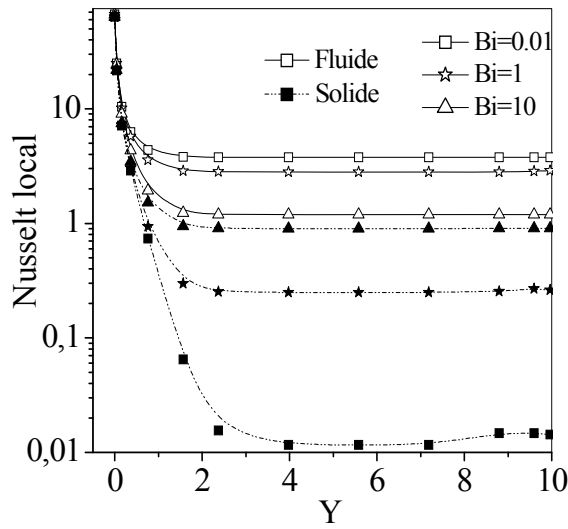
Figure V.3.4.2. Effet du nombre de Biot sur le nombre de Nusselt local des phases solide et fluide pour différentes valeurs du rapport des conductivités, $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$,

a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$.

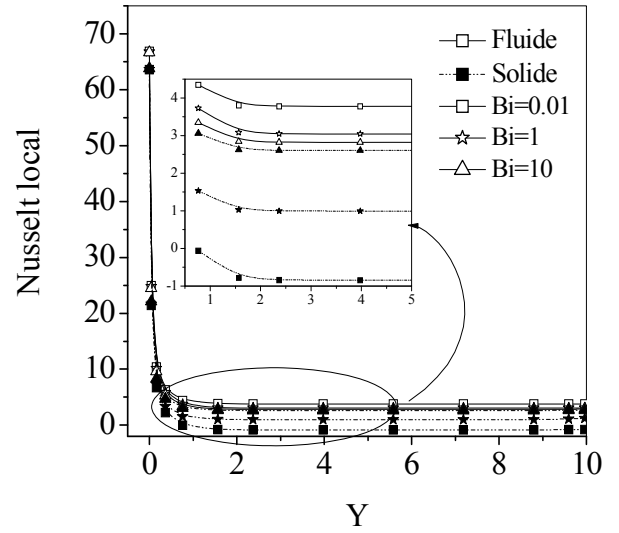
Pour une génération de chaleur plus importante, l'effet du nombre de Biot sur les profils des nombres de Nusselt locaux des deux phases est illustré sur les figures V.3.4.3 et V.3.4.4. ($q''' = 10$ et $q''' = 100$, respectivement).

On remarque, dans ce cas, que pour des valeurs élevées du rapport des conductivités, l'augmentation de la génération de chaleur influe considérablement sur les profils de Nusselt solide. Ce dernier prend, carrément des valeurs négatives pour des nombres de Biot faibles (figures V.3.4.3.c et V.3.4.4.c). Chose qui peut s'expliquer par un faible transfert thermique entre les deux phases, ce qui empêche l'évacuation de la chaleur de solide vers le fluide, et la relativement faible conductivité thermique du solide. On note aussi que, pour des valeurs élevées du nombre de Biot, l'effet de la génération de chaleur est moins perceptible, et le gradient de température devient moins important du fait de la bonne communication thermique entre les deux phases. Ce qui se traduit par un rapprochement des deux profils des nombres de Nusselt relatifs aux deux phases solide et fluide.

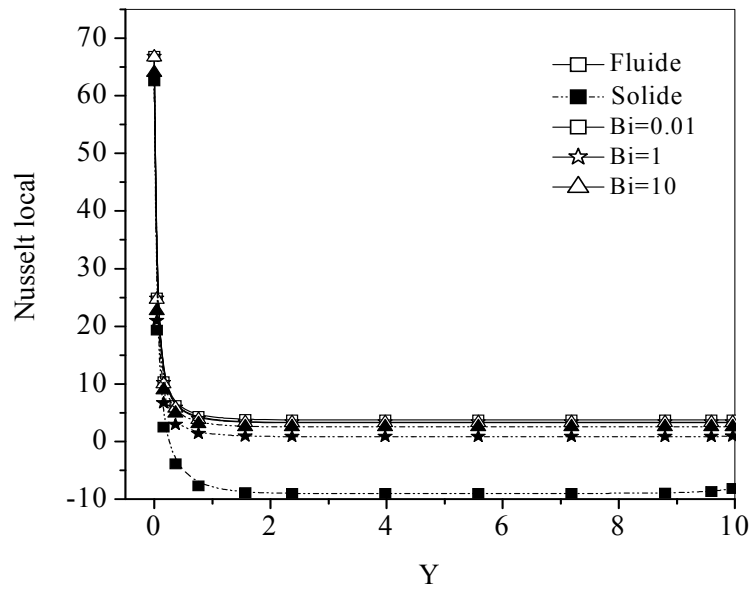
Pour les faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques (figures V.3.4.3.a-b et V.3.4.4.a-b), la variation du nombre de Biot influe sur les deux profils des nombres de Nusselt, solide et fluide, et l'augmentation de Bi tend à rapprocher les profils des deux phases et à améliorer le transfert thermique entre la phase solide et la phase fluide.



a



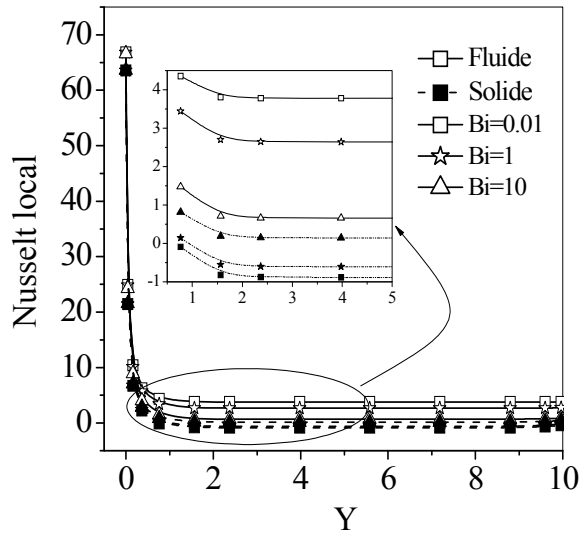
b



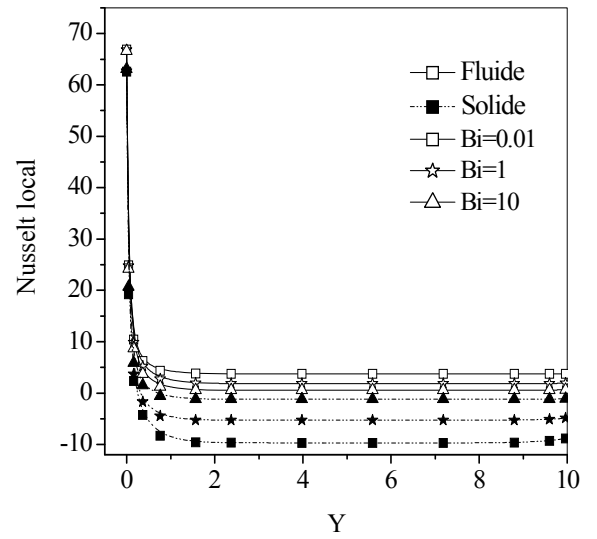
c

Figure V.3.4.3. Effet du nombre de Biot sur le nombre de Nusselt local des phases solide et fluide pour différentes valeurs du rapport des conductivités, $q''' = 10$, $Re = 10$, $Da = 10^{-4}$, $Ra = 10^4$,

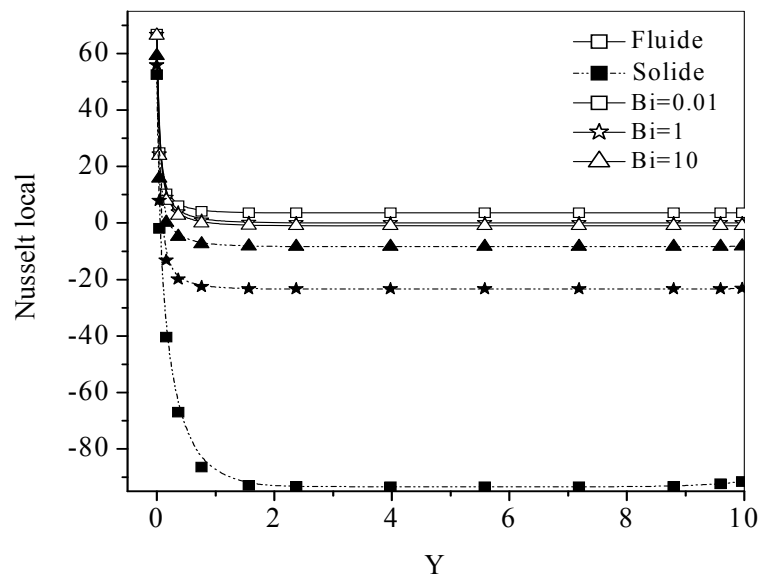
a) $Rc = 0.01$, b) $Rc = 0.1$, c) $Rc = 1$.



a



b



c

Figure V.3.4.4. Effet du nombre de Biot sur le nombre de Nusselt local des phases solide et fluide pour différentes valeurs du rapport des conductivités, $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$,

a) $Rc=0.01$, b) $Rc=0.1$, c) $Rc=1$.

- Effet du rapport des conductivités et de la génération d'énergie :

Les courbes de la figure V.3.4.5, illustrent l'effet du rapport des conductivités sur les évolutions des nombres de Nusselt des phases fluide et solide pour une génération de chaleur faible ($q'''=1$).

On constate, d'après ces courbes, que la variation du rapport des conductivités thermiques n'a pas une influence considérable sur les nombres de Nusselt fluide et solide, pour un nombre de Biot faible (figure V.3.4.5, a). Par contre, lorsque ce nombre de Biot augmente (figure V.3.4.5, b), les valeurs des coefficient d'échange deviennent plus sensibles aux variations du rapport des conductivités, et on note aussi, dans ce cas, que les profils des nombres de Nusselt des deux phases se rapprochent et l'écart entre les deux se réduit et devient négligeable pour des valeurs élevées du rapport des conductivités.

On remarque, enfin, que la valeur du nombre de Nusselt relatif aux deux phases augmente avec l'accroissement de Re .

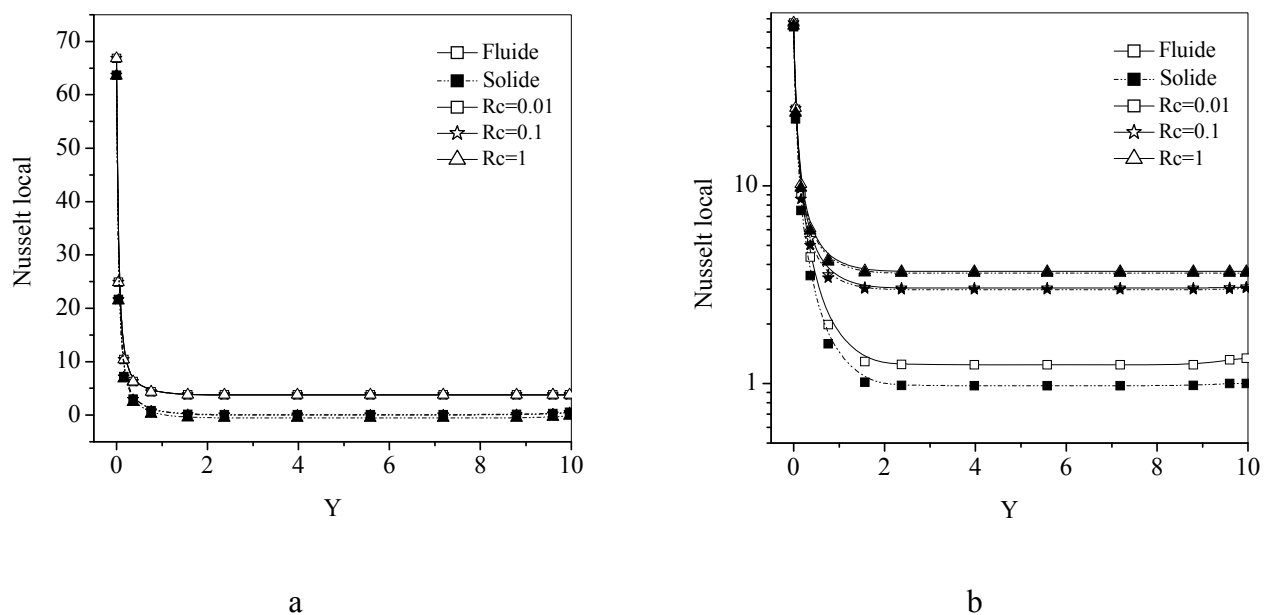


Figure V.3.4.5. Effet du rapport des conductivités thermiques sur le nombre de Nusselt local des phases solide et fluide pour différentes valeurs de Bi : $q'''=1$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

Les variations le long du canal des nombres de Nusselt locaux pour les phases fluide et solide, pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques, avec une génération de chaleur importante $q'''=100$, sont représentées par les courbes de la figure V.3.4.6.

On remarque que, pour un nombre de Biot faible (figure V.3.4.6, a), la variation du rapport des conductivités thermiques influe considérablement sur le Nusselt solide qui prend même des valeurs négatives pour des rapports des conductivités élevés. Ce qui peut s'expliquer par l'existence d'un fort gradient de température entre la paroi et le milieu poreux et aussi par la relativement faible conductivité du solide. Par contre, le Nusselt de la phase fluide varie peu avec la variation de Rc .

En augmentant le nombre de Biot (figure V.3.4.6, b), on remarque qu'à de faibles valeurs du rapport des conductivités, les profils relatifs à la phase solide et la phase fluide, se rapprochent l'un de l'autre pour devenir presque superposés. Ce qui est lié à un transfert thermique entre les deux phases, plus important. On constate aussi dans ce cas, que l'augmentation de la valeur du rapport Rc peut induire une inversion dans le sens du transfert entre la matrice solide et la paroi. Ceci peut s'expliquer, comme indiqué auparavant, par le fait que la forte génération va provoquer une surchauffe et une élévation de température dans le milieu poreux, qui ne pourront s'évacuer qu'à travers les parois du canal.

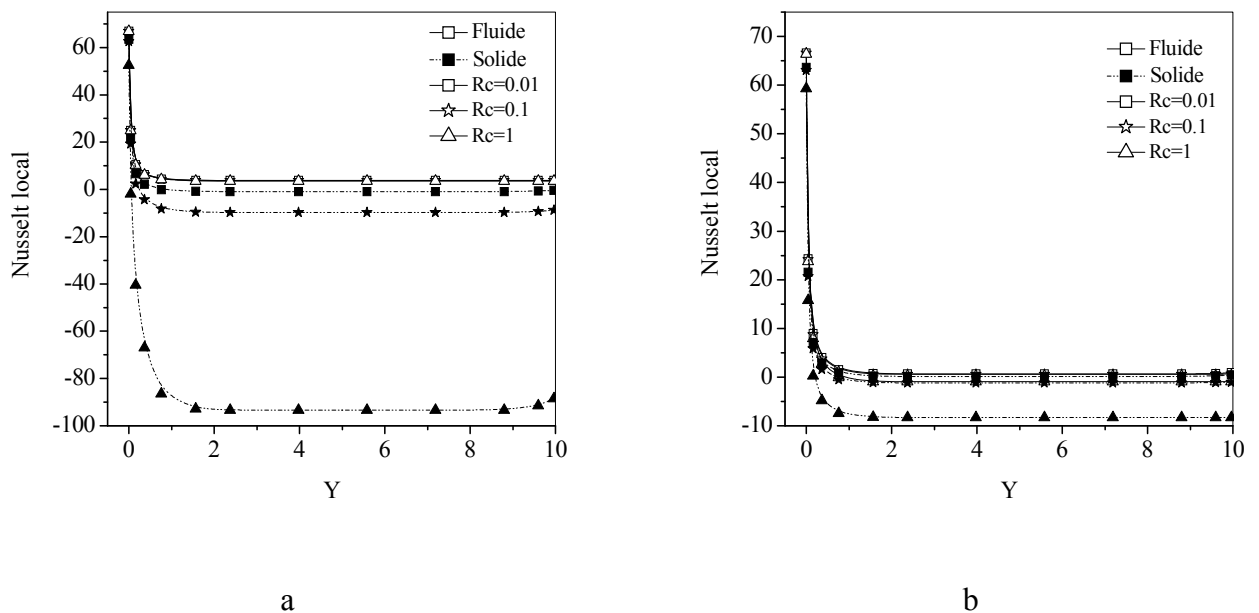


Figure V.3.4.6. Effet du rapport des conductivités thermiques sur le nombre de Nusselt local des phases solide et fluide pour différentes valeurs de Bi : $q'''=100$, $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
a) $Bi=0.01$, b) $Bi=10$

V.3.5. Distributions des nombres de Nusselt moyens

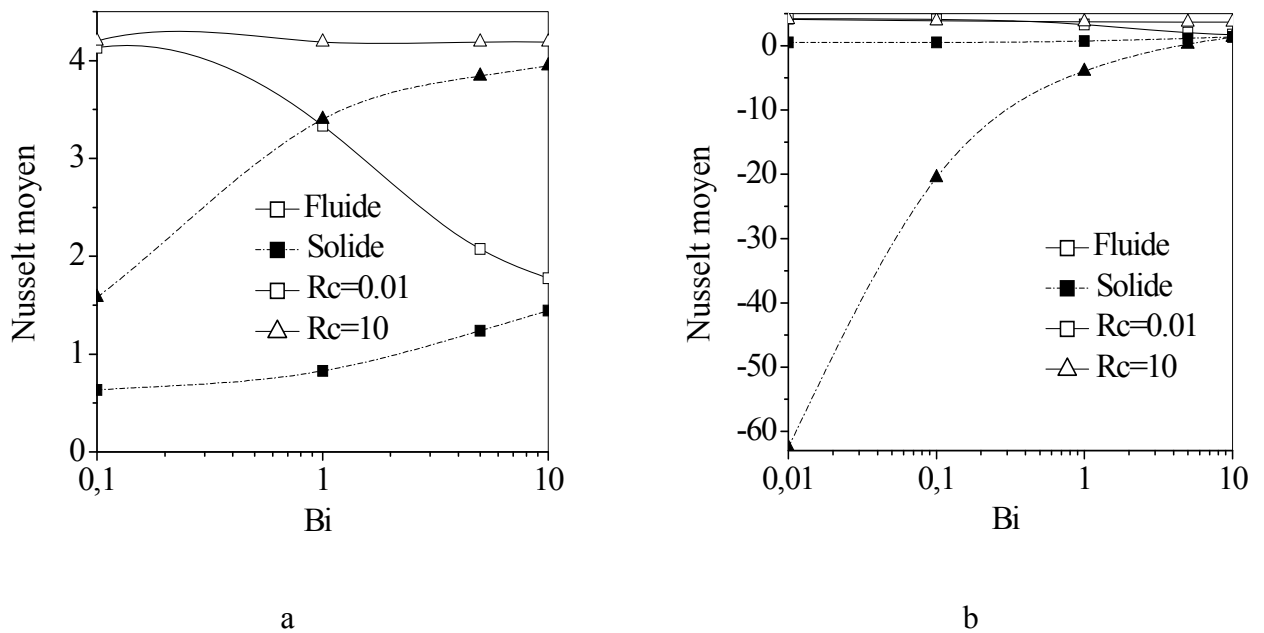


Figure V.3.5.1. Variation des nombres de Nusselt moyens des phases solide et fluide en fonction du nombre de Biot, pour différentes valeurs du rapport Rc : $Re=10$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^4$
 a) $q''' = 1$, b) $q''' = 10$

La variation des nombres de Nusselt moyens des deux phases fluide et solide, en fonction du nombre de Biot est représentée sur les figures V.3.5.1, pour deux valeurs de génération interne. On remarque que, pour des faibles valeurs du nombre de Biot la différence de transfert entre les deux phases est importante, cette différence diminue lorsqu'on augmente le nombre de Biot. On note aussi que les nombres de Nusselt relatifs à la phase fluide sont plus importants comparés à ceux de la phase solide, ce qui démontre la prépondérance systématique des transferts convectifs par rapport aux transferts conductifs. Ceci est conforme aux interprétations avancées lors des discussions des résultats sur les nombres de Nusselt locaux. Pour une génération de chaleur élevée dans le solide (figure V.3.5.1. b), on constate que l'effet du nombre de Biot et du rapport des conductivités, sur le nombre de Nusselt moyen fluide, est plus réduite. Par contre l'effet est très accentué sur le nombre de Nusselt moyen solide, dans la mesure où non seulement les échanges sont accrus, mais ils prennent des valeurs négatives pour les valeurs de Bi faibles et modérées, ceci s'explique par l'existence d'un fort gradient de température entre la paroi et le milieu poreux.

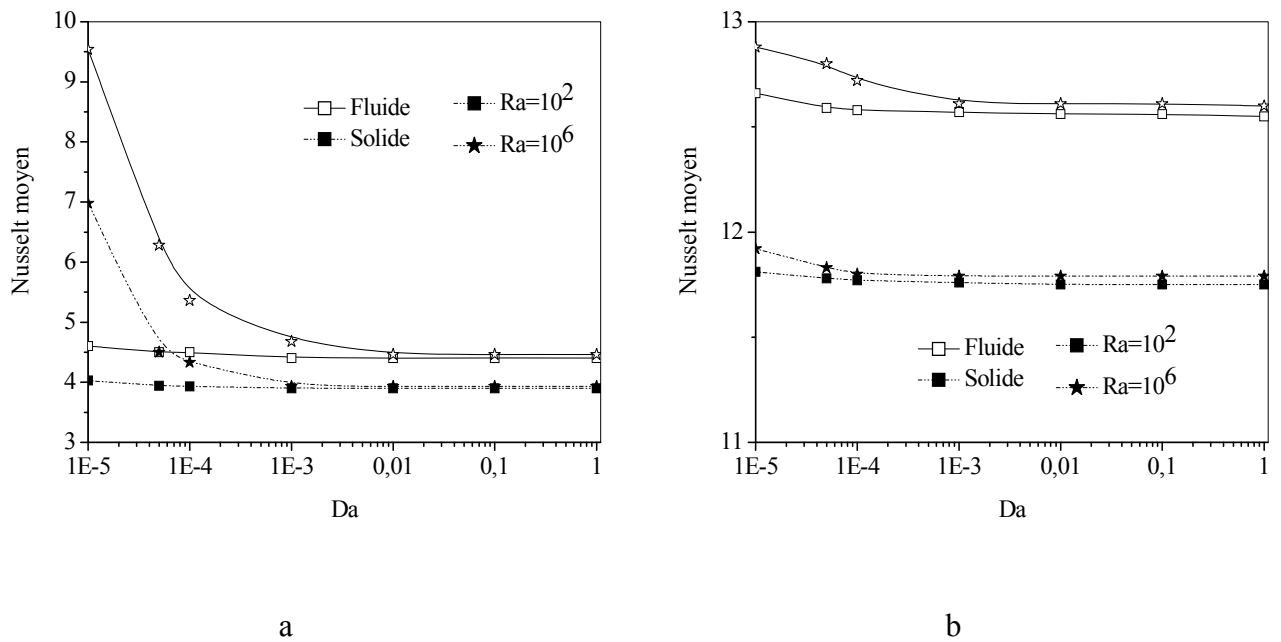


Figure V.3.5.2. Variation des nombres de Nusselt moyens des phases solide et fluide en fonction du nombre de Darcy, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, $Rc=1, Bi=1, q'''=1$
a) Re=10, b) Re=500

Les figures V.3.5.2, représentent la variation des nombres de Nusselt moyens fluide et solide en fonction du nombre de Darcy pour différents nombres de Rayleigh. Pour une faible valeur du nombre de Reynolds (figure V.3.5.2.a), on remarque que pour un nombre de Rayleigh faible, la variation du nombre de Darcy n'a pas une influence considérable sur les nombres de Nusselt moyens des deux phases. Par contre, lorsque ce nombre de Rayleigh augmente on observe que les nombres de Nusselt moyens des deux phases diminuent avec l'augmentation du nombre de Darcy, et le transfert est plus élevé à faible perméabilité car, dans ce cas, les épaisseurs des couches limites sont plus réduites et les gradients thermiques deviennent plus importants ; ce qui augmente la valeur des coefficients de transfert.

Pour une valeur élevée du nombre de Reynolds (figure V.3.5.2.b), on constate que l'effet du nombre de Rayleigh et du nombre de Darcy sur les nombres de Nusselt moyens des deux phases solide et fluide, est réduit. On observe aussi que les valeurs des coefficients de transfert thermique sont plus élevées par rapport au cas d'un nombre de Reynolds faible, ceci s'explique par une augmentation de l'échange thermique.

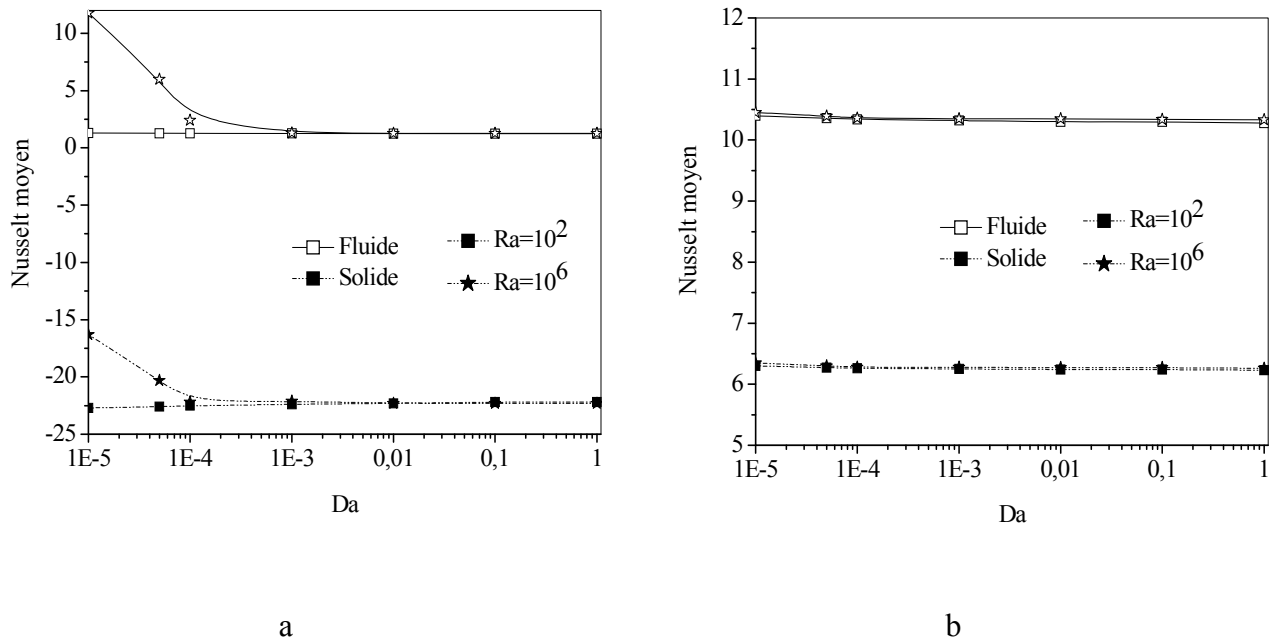


Figure V.3.5.3. Variation des nombres de Nusselt moyens des phases solide et fluide en fonction du nombre de Darcy, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, $Rc=1$, $Bi=1$, $q'''=100$

a) Re=10, b) Re=500

Les courbes de la figure V.3.5.3, représentent les variations des nombres de Nusselt moyens des phases fluide et solide en fonction du nombre de Darcy pour différents nombres de Rayleigh, avec une génération de chaleur élevée ($q'''=100$).

On remarque que, pour un nombre de Reynolds faible (figure V.3.5.3.a), le nombre de Nusselt moyen pour la phase solide prend des valeurs négatives, chose qui peut s'expliquer par le fait que la forte génération va provoquer une surchauffe et une élévation de température dans le milieu poreux, qui ne pourront s'évacuer qu'à travers les parois du canal, d'où une inversion du sens de l'écoulement de la chaleur, qui se fera dans le sens matrice solide-paroi. Tandis que l'augmentation du nombre de Reynolds (figure V.3.5.3.b), réduit l'effet de la génération d'énergie et l'échange thermique augmente entre les deux phases solide et fluide.

Pour le cas où la génération d'énergie dans le solide est nulle (figure V.3.5.3), avec un faible nombre de Reynolds, on remarque que les valeurs des coefficients de transfert, moyens deviennent moins sensibles aux variations du nombre de Darcy, et l'écart entre les nombres de Nusselt moyens fluide et solide, diminue et devient négligeable pour des valeurs élevées du

nombre de Darcy, on peut dire, dans ce cas, que l'application du modèle de non équilibre thermique LTNE n'est pas nécessaire.

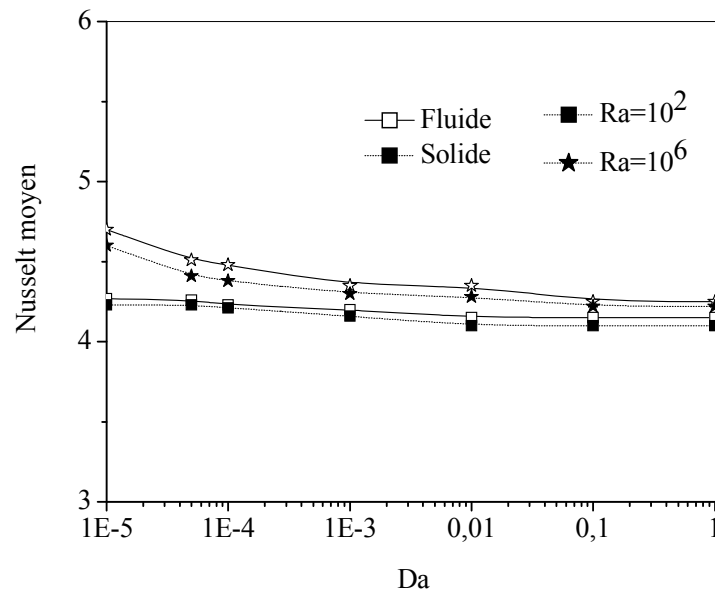


Figure V.3.5.4. Variation des nombres de Nusselt moyens des phases solide et fluide en fonction du nombre de Darcy, pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, $Rc=1$, $Bi=1$, $Re=10$, $q'''=0$ (Pas de génération d'énergie).

Les courbes de la figure V.3.5.5, représentent les variations des nombres de Nusselt moyens des phases fluide et solide en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs de la génération d'énergie. On remarque que l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne un accroissement des nombres de Nusselt moyens des deux phases solide et fluide, tout en occasionnant un meilleur transfert thermique entre les deux phases. Tandis que pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds, on observe, comme précédemment, que pour une forte génération d'énergie le nombre de Nusselt correspondant à la phase solide prend des valeurs négatives. En effet, le canal n'étant pas parcouru par un fort débit de fluide (Re faible), la phase solide surchauffée ne peut évacuer qu'à travers la paroi. Ce qui entraîne la bifurcation et le changement de signe dans le sens du transfert thermique entre le milieu poreux et la paroi.

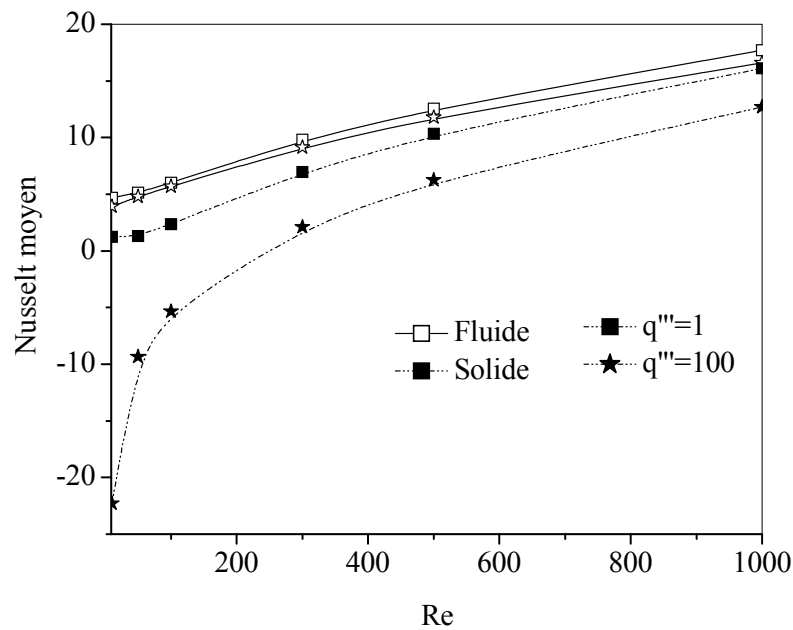


Figure V.3.5.5. Variation des nombres de Nusselt moyens des phases solide et fluide en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs de la génération d'énergie, $Rc=1$, $Bi=1$, $Ra=10^5$, $Da=10^{-4}$.

V.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation et à la discussion des différents résultats obtenus. L'influence de certains paramètres tels que : les nombres de Reynolds, de Darcy, de Rayleigh et de Biot local et le rapport des conductivités thermiques, ainsi que la valeur relative du taux de génération d'énergie a été considérée.

Les résultats obtenus, montrent, notamment, que :

- Pour des faibles valeurs du nombre de Biot interstitiel, l'écart entre les deux températures solide et fluide est important et, dans ce cas, l'hypothèse de l'équilibre thermique local ne peut être vérifiée ; ce qui rend l'utilisation du modèle LTNE nécessaire. Par contre l'augmentation de ce nombre de Biot diminue cet écart et la différence de température entre les deux phases, fluide et solide, est considérablement réduite sur toute la gamme des valeurs du rapport des conductivités.
- L'influence du nombre de Biot semble plus accentuée sur les échanges dans le solide, notamment pour des rapports élevés de conductivités.

- L'augmentation de la génération d'énergie influe considérablement sur les températures de la phase solide, notamment pour des faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques. Il apparaît également, aux valeurs élevées de cette génération, une bifurcation dans le sens de l'écoulement du flux thermique, dans la mesure où la matrice solide est surchauffée par rapport à la paroi qui reste à température constante sur toute la longueur du canal.

Conclusion générale

Au vu des multiples applications technologiques et industrielles, les phénomènes de transfert dans les milieux poreux attirent l'attention des chercheurs et font l'objet de nombreux travaux. En effet, les matrices poreuses sont utilisées dans des domaines aussi variés que le refroidissement des circuits électroniques, la filtration massive, le séchage, la séparation des espèces et la combustion. Elles interviennent aussi dans l'isolation thermique, le stockage des gaz, la récupération d'énergie, les échangeurs de chaleur, l'industrie pétrolière, les systèmes géothermiques, ou encore dans le domaine médical tel que l'orthopédie avec la mise au point de tissus osseux artificiels.

Le travail présenté dans ce mémoire est relatif à étude numérique de la convection naturelle au sein d'un canal vertical rempli d'un milieu poreux générant de l'énergie et dont les parois sont maintenues à une température constante.

Le champ dynamique a été décrit par le modèle de Darcy-Brinkman qui prend en compte à la fois, les effets Darcéens relatifs aux faibles valeurs de la perméabilité et les effets visqueux générés dans la matrice poreuse. Le champ thermique quant à lui, a été décrit à partir du modèle à deux équations d'énergie « LTNE » qui tient compte le déséquilibre thermique local. En effet, la présence de la génération d'énergie au sein du substrat solide peut mener à des situations où la phase solide est portée à des températures plus élevées que dans la phase fluide. Ce qui peut remettre en question l'hypothèse éventuelle d'équilibre thermique local.

La méthode des volumes finis est employée pour la résolution des équations gouvernantes. Les termes de convection-diffusion sont approchés à l'aide d'un schéma de type loi de puissance « power law », et le couplage vitesse - pression est résolu grâce à l'algorithme SIMPLER.

Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres gouvernant le problème tels que : le nombre de Reynolds, la perméabilité du milieu poreux donnée par le nombre de Darcy, le rapport entre les conductivités thermiques des phases fluide et solide, le nombre de Rayleigh, le nombre de Biot interstitiel et la génération d'énergie interne dans la phase solide.

La présentation des résultats est effectuée en termes de profils des températures locales et moyennes, de la phase fluide et de la phase solide, de tracés d'isothermes dans l'ensemble du canal, et de profils de coefficients de transfert thermique traduits par les nombres de Nusselt locaux et moyens.

Les résultats montrent que les champs thermiques locaux sont fortement dépendants de l'influence conjuguée des différents effets et paramètres en présence, tels que, notamment, le transfert convectif interstitiel, traduit par le nombre de Biot local, le rapport des valeurs des conductivités thermiques des deux phases et l'importance relative de la génération de chaleur dans la phase solide. C'est ainsi que pour les faibles valeurs du nombre de Biot interstitiel, l'écart entre les deux températures solide et fluide est important et, dans ce cas, l'hypothèse de l'équilibre thermique local ne peut être vérifiée ; ce qui rend l'utilisation du modèle LTNE nécessaire pour tenir compte de cette différence entre les températures des deux phases. Par contre, l'augmentation du nombre de Biot interstitiel Bi , va faire diminuer la différence entre les deux températures, qui devient négligeable pour des valeurs élevées du rapport des conductivités, alors que les faibles rapports des conductivités ont tendance à annihiler l'effet de l'augmentation de la valeur du Bi .

Il apparaît, également, que le nombre de Biot n'influe pas sur le champ thermique dans la phase fluide, notamment pour des rapports de conductivités élevés, contrairement à ce qui se passe dans la phase solide.

L'influence de la génération d'énergie semble plus accentuée sur le champ thermique dans le solide, particulièrement pour des valeurs faibles de la conductivité thermique du solide. En effet pour des situations de forte génération d'énergie interne dans le solide, la température moyenne de la phase solide va atteindre des valeurs importantes, et l'écart entre les températures des deux phases solide et fluide augmente, créant des zones de surchauffe, qu'il y a, éventuellement lieu d'atténuer. Ces atténuations peuvent être réalisées soit par le choix de matériaux et de fluide appropriés, soit par la maîtrise des conditions aux limites à la fois d'entrée (vitesse, température) et pariétales (température des parois du conduit).

Par ailleurs, lorsque l'augmentation de cette génération d'énergie devient importante, il s'ensuit, également, une bifurcation dans le sens de l'écoulement du flux thermique, dans la mesure où la matrice solide est surchauffée par rapport à la paroi qui reste à température constante sur toute la longueur du canal.

Il en découle, par conséquent, que l'application de modèle LTE (équilibre thermique local) peut s'avérer incorrect dans certaines situations, où les écarts dans les transferts au niveau des deux phases peuvent être importants.

Enfin, dans la présente étude, les modèles mathématiques sont basés sur de nombreuses hypothèses simplificatrices, qu'il y aurait peut-être lieu de revoir dans les éventuelles perspectives. En effet, en pratique, les milieux poreux ne sont pas toujours isotropes, par conséquent il serait souhaitable de considérer dans le futur l'influence des effets d'anisotropie. Il serait intéressant aussi d'étudier le problème instationnaire. Par ailleurs, d'autres géométries plus complexes peuvent être considérées avec d'autres types de génération d'énergie (variable dans le temps ou dans l'espace, par exemple).

Références bibliographiques

- [1] **Scheidegger A.E.** "The physics of flow through porous media". Third Edition, university of Toronto press, 1974.
- [2] **Nield D.A. et Bejan A.** "Convection in porous media". Springer science 3rd edition 2006.
- [3] **Derek, B. Ingham et I. Pop,** "Transport phenomena in porous media II". Elsevier Science Kidlington, Oxford 2002, ISBN: 0-08-043965-9.
- [4] **Brinkman H. C,** "A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particules", Applied Science Research, A.1, pp.27-34, 1947.
- [5] **Landgren T. S,** "Slow flow through stationary random beds and suspensions of spheres", J. Fluid Mechanics, Vol.33, pp 913-919, 1978.
- [6] **Kambiz Vafai,** "handbook of porous media", 2nd Edition Taylor & Francis Group, LLC page 41, 2005.
- [7] **J.R.A. Pearson et P.M.J. Tardy,** "Models for flow of non-Newtonian and complex fluids through porous media". J. Non-Newtonian Fluid Mech. 102 (2002) 447–473.
- [8] **Kaviany M,** "Principles of heat transfer in porous media". 2nd Edition, Mechanical Engineering Series, Springer, 1995.
- [9] **A. Abdedou and K. BouhadeF.** "Analysis of heat exchanges in a porous channel with non local thermal equilibrium". IASME/WSEAS International Conference on heat transfer, thermal engineering and environment (THE 2008).
- [10] **D.E. Ameziani, K.BouhadeF et R. Bennacer .** "Analysis of time dependant heating on the natural convection from a vertical open ended porous cylinder", Journal of Defect and diffusion forum, Diffusion in solids and liquids III, vol. 273, p.28, 2008,

[11] **Ching-Yang Cheng.** “Fully developed natural convection heat and mass transfer in a vertical annular porous medium with asymmetric wall temperatures and concentrations”, *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 2442–2447.

[12] **Atul Kumar Singh, Pratibha Agnihotri, N.P. Singh et Ajay Kumar Singh.** “Transient and non-Darcian effects on natural convection flow in a vertical channel partially filled with porous medium: Analysis with Forchheimer–Brinkman extended Darcy model”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011) 1111–1120.

[13] **Irfan Anjum Badruddin, Z.A. Zainal, P.A. Aswatha Narayana et K.N. Seetharamu.** “Heat transfer by radiation and natural convection through a vertical annulus embedded in porous medium”, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 (2006) 500–507.

[14] **Irfan Anjum Badruddin, Z.A. Zainal, P.A. Aswatha Narayana, K.N. Seetharamu, et Lam Weng Siew.** “Free convection and radiation for a vertical wall with varying temperature embedded in a porous medium”, *International Journal of Thermal Sciences* 45 (2006) 487–493.

[15] **A. Amahmid, M. Hasnaoui et P. Vasseur.** “Etude analytique et numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse de Brinkman doublement diffusive”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999) 2991-3005.

[16] **Pei-Xue Jiang et Xiao-Chen Lu.** “Numerical simulation and theoretical analysis of thermal boundary characteristics of convection heat transfer in porous media”, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 28 (2007) 1144–1156.

[17] **Arnaud Bataillé, Pierre Genthonet, Michel Rabinowicz et Bertrand Fritz.** “Modeling the coupling between free and forced convection in a vertical permeable slot: Implications for the heat production of an Enhanced Geothermal System”, Elsevier Ltd. *Geothermics* 35 (2006) 654–682.

[18] **Pei-Xue Jiang, Run-Fu Shi, Chen-Ru Zhao and Yi-Jun Xu**. “Experimental and numerical study of convection heat transfer of CO₂ at supercritical pressures in vertical porous tubes”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (2008) 6283–6293.

[19] **Shohel Mahmud et Roydon Andrew Fraser**. “Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation”. *International Journal of Thermal Sciences* 44 (2005) 21–32.

[20] **Irfan Kurtbas et Nevin Celik**. “Experimental investigation of forced and mixed convection heat transfer in a foam-filled horizontal rectangular channel”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 1313–1325.

[21] **Yanik Boutin et Louis Gosselin**. “Optimal mixed convection for maximal energy recovery with vertical porous channel (solar wall)”. *Renewable Energy* 34 (2009) 2714–2721.

[22] **Wen-Jeng Chang and Wen-Lung Chang**, “Mixed convection in a vertical parallel-plate channel partially filled with porous media of high permeability”, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, No. 7, pp. 1331–1342, 1996.

[23] **Yen-Cho Chen**. “Non-Darcy flow stability of mixed convection in a vertical channel filled with a porous medium”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 1257–1266.

[24] **G. Venugopal, C. Balaji et S.P. Venkateshan**. “Experimental study of mixed convection heat transfer in a vertical duct filled with metallic porous structures”. *International Journal of Thermal Sciences* 49 (2010) 340–348

[25] **Gerard Degan et Patrick Vasseur**. “Aiding mixed convection through a vertical anisotropic porous channel with oblique principal axes”. *International Journal of Engineering Science* 40 (2002) 193–209.

[26] **A. Postelnicu, T. Grosan and I. Pop**. “Free convection boundary layer over a vertical permeable flat plate in a porous medium with internal heat generation”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, No. 5, pp. 729–738, 2000.

[27] **Ali Nouri-Borujerdi, Amin R. Noghrehabadi, D. Andrew et S. Reesal.** “Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source”, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 1020–1025.

[28] **T. Grosan, C. Revnic, I. Pop et D.B. Ingham.** “Magnetic field and internal heat generation effects on the free convection in a rectangular cavity filled with a porous medium”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009) 1525–1533.

[29] **Arunn Narasimhan et B.V.K. Reddy.** “Laminar forced convection in a heat generating bi-disperse porous medium channel”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011) 636–644.

[30] **Syeda Humaira Tasnim , Mahmud Shohel et Mohammad Arif Hasan Mamun.** “Entropy generation in a porous channel with hydromagnetic effect”. *Exergy, an International Journal* 2 (2002) 300–308.

[31] **B.V.K. Reddy et Arunn Narasimhan.** "Heat generation effects in natural convection inside a porous annulus", *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (2010) 607–610.

[32] **Irfan Anjum Badruddin, Z.A. Zainal, P.A. Aswatha Narayana et K.N. Seetharamu.** “Thermal non-equilibrium modeling of heat transfer through vertical annulus embedded with porous medium”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 4955–4965.

[33] **A. Bousri, K. Bouhadeh, H. Beji and O. Rahli,** “Heat and Mass Transfer for a Constant Heat Boundary in Porous Reactive medium under Local Non Equilibrium Conditions”, *Defect and Diffusion Forum Vols. 297-301 (2010) pp 181-186, (2010) Trans Tech Publications, Switzerland.*

[34] **G.M. Chen and C.P. Tso.** “Forced convection with viscous dissipation using a two-equation model in a channel filled by a porous medium”. *Int. J. Heat Mass Transfer* (2011).

[35] **O.M. Haddad, M.A. Al-Nimr et A.N. Al-Khateeb.** “Validation of the local thermal equilibrium assumption in natural convection from a vertical plate embedded in porous medium: non-Darcian model”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 2037–2042.

[36] **S.A. Khashan, A.M. Al-Amiri et I. Pop.** “Numerical simulation of natural convection heat transfer in a porous cavity heated from below using a non-Darcian and thermal non-equilibrium model”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006) 1039–1049.

[37] **M. Celli, D.A.S. Rees et A. Barletta.** “The effect of local thermal non-equilibrium on forced convection boundary layer flow from a heated surface in porous media”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (2010) 3533–3539.

[38] **Nawaf H. Saeid,** “Analysis of mixed convection in a vertical porous layer using non-equilibrium model”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 5619–5627, 2004.

[39] **Kok-Cheong Wong et Nawaf H. Saeid.** “Numerical study of mixed convection on jet impingement cooling in a horizontal porous layer under local thermal non-equilibrium conditions”. *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 860–870.

[40] **Marcelo J.S. de Lemos.** "Turbulence in porous media, Modeling and applications" Elsevier Ltd, 2006.

[41] **B. Alazmi et K. Vafai.** “Analysis of variants within the porous media transport models”, *Journal of Heat Transfer*, Vol.122, 303-326, 2000.

[42] **A. Haji-Sheikh et K. Vafai.** “Analysis of flow and heat transfer in porous media imbedded inside various-shaped ducts”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 1889–1905.

[43] **Alazmi Bader, Kambiz Vafai,** "Constant wall heat flux boundary conditions in porous media under local thermal non-equilibrium conditions", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 3071-3087, 2002.

[44] **Patankar S. V.**, "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere, New York.1980.

[45] **Ioan C. Popa.** "Modélisation numérique du transfert thermique. Méthode des volumes finis". Université Craiova 2002.

[46] **Forziger J. H and M. Peric,** "Computational Method for Fluid Dynamics". Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-42074-6.2002

[47] **Anderson J. D, Jr,** "Computational fluid dynamics", McGrawHill, Inc.1995.

[48] **A.V. Kuznetsov and D.A. Nield.** "Forced convection in a channel partly occupied by a bidisperse porous medium: Asymmetric case". International Journal of Heat and Mass Transfer 53 (2010) 5167–5175.