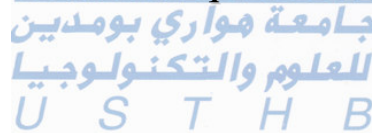


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Université des Sciences et de la Technologie HOUARI BOUMEDIENE

Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés

Option : Procédés Chimiques et Environnement



Mémoire de Magister  
Présenté par  
Benzeghiba Lamia Kenza

Thème

*Etude Numérique des Transferts de Chaleur et  
de Masse dans un Canal Muni d'une Succession  
de Matrices Poreuses en Présence d'un  
Ecoulement Pulsé*

Soutenu le 13 /12 / 2009

Devant le Jury composé de :

M.	R. Kibboua	Professeur	Président
M.	D. Abdessemed	Maître de Conférences	Examineur
M.	Y. Ould amer	Maître de Conférences	Examineur
M.	M. Ait Saada	Maître de Conférences	Examineur
M <sup>elle</sup>	H. Kahalerras	Maître de Conférences	Directrice de thèse

*Je dédie ce travail à la mémoire de mon père  
À mon adorable Mère  
À mes frères et sœurs  
À la mémoire de mes deux grands-mères.  
À Raouf  
Et au petit Athmane*

## Remerciements

Le présent travail a été effectué au laboratoire Thermo-Fluide de l'institut de Génie Mécanique de l'USTHB, sous la direction de Mademoiselle **H. Kahalerras**, maître de conférences à l'USTHB. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude pour son soutien constant et son suivi permanent, sans lesquels, ce travail n'aurait jamais abouti. Un grand merci à vous Mademoiselle.

Je remercie également monsieur **D. Ameziani**, chargé de cours à l'USTHB, pour sa disponibilité et son aide précieuse. Grâce à ses conseils, mon projet a abouti à de meilleurs résultats et de manière très rapide.

Monsieur **R. Kibboua**, professeur à l'USTHB m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Que monsieur **D. Abdessamed**, maître de conférences à l'USTHB, monsieur **Y. Ould Amer**, maître de conférences à l'USTHB et monsieur **M. Ait Saada**, maître de conférences à l'USTHB soient remerciés pour avoir accepté d'être mes examinateurs.

Ma reconnaissance s'adresse également à toute ma famille qui n'a cessée de m'encourager et de me prodiguer son aide, je pense plus particulièrement à ma mère, mes frères Mehdi et Mohamed et mes sœurs chéries **Soumia** et **Wassila**

Enfin, j'adresse mes remerciements les plus sincères à mes amis pour leurs soutiens constants et leurs encouragements, merci à **Nadjia** d'avoir toujours été là pour moi.

## RESUME

Le présent travail est une simulation numérique des transferts de chaleur et de masse, en présence d'un écoulement pulsé, dans un canal muni de matrices poreuses en vue de l'amélioration des phénomènes de filtration et de refroidissement des gaz des pots d'échappement. L'écoulement dans les zones poreuses est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer et le système d'équations obtenu avec les conditions aux limites associées sont résolus par la méthode des volumes finis. Les effets de certains paramètres en régimes stationnaire (porosité, perméabilité, conductivité thermique effective du milieu poreux et nombres de Reynolds et de Lewis) et pulsé (amplitude et fréquence d'oscillation) sont analysés. Les résultats montrent qu'en régime stationnaire, le système est d'une efficacité maximale aux faibles valeurs du nombre de Lewis, de la perméabilité du milieu poreux et du nombre de Reynolds, et aux grandes valeurs de la porosité et de la conductivité thermique effective des matrices poreuses. Une légère amélioration des performances du système étudié est obtenue lorsqu'une composante oscillatoire est ajoutée à l'écoulement moyen.

## ABSTRACT

A numerical investigation of pulsating flow and heat and mass transfer is carried out in a channel provided with porous matrixes. The flow in the porous regions is described by the Darcy-Brinkman-Forchheimer model and the governing equations with the appropriate boundary conditions are solved by the finite volume method. The effects of some parameters in the stationary flow (porosity, permeability and effective thermal conductivity of the porous medium and the Reynolds and Lewis numbers) and pulsating flow (amplitude and frequency of oscillation) are analyzed. The results, for the stationary flow, show that the device is the most efficient at small values of Lewis number, porous medium permeability and Reynolds number, and at high values of porous matrixes porosity and effective thermal conductivity. A small improvement of the considered device performance is obtained when an oscillatory component is added to the main flow.

---

<b>SOMMAIRE</b>	
<b>NOMENCLATURE</b>	
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I: GENERALITES</b>	
Introduction	3
I. 1. Définition	3
I. 2. Quelques exemples de milieux poreux	3
<i>a. Milieux poreux naturels</i>	3
<i>b. Milieux poreux artificiels</i>	5
I. 3. Classification des milieux poreux	5
<i>a. Milieux poreux consolidés</i>	5
<i>b. Milieux poreux non consolidés</i>	6
I. 4. Volume élémentaire représentatif	6
I. 5. Caractéristiques des milieux poreux	6
I. 5. 1. La porosité	6
I. 5. 2. Aire spécifique	8
I. 5. 3. La tortuosité	8
I. 5. 4. Loi de Darcy	8
I. 5. 5. La perméabilité	9
<i>a. Perméabilité absolue</i>	9
<i>b. Perméabilité effective</i>	9
<i>c. Modèles de perméabilité</i>	10
<i>d. Limites de ces modèles</i>	12
I.5.6. Conductivité thermique effective	12
I.6. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux	13
<i>a. Modèle de Darcy (1856)</i>	13
<i>b. Modèle de Darcy – Brinkman (1947)</i>	14
<i>c. Modèle de Darcy – Forchheimer (1901)</i>	14
<i>d. Modèle général ou Modèle dearcy – Brinkman – Forchheime</i>	15
I.7. Transfert de chaleur dans les milieux poreux	15
I.8. Transfert de masse dans les milieux poreux	16
I.9. Transferts couplés de chaleur et de masse	17
I. 10. Généralités sur la filtration	18
Conclusion	20
<b>Chapitre II : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	
Introduction	21
II.1. Transferts de chaleur et de masse en régime stationnaire	21
II. 1.1. Milieu fluide	21
II. 1.2. Milieu poreux	22
II.2. Transfert de chaleur et de masse en régime oscillatoire	24
II.2.1. Milieu fluide	25
II. 2.2. Milieu poreux	27
Conclusion	29
<b>Chapitre III : FORMULATION MATHEMATIQUE</b>	
Introduction	30
III. 1. Domaine physique	30
III. 2. Formulation Mathématique	31
III. 2. 1. Hypothèses Simplificatrices	31
III. 2. 2. Equations gouvernantes	31

<i>a. Zone fluide</i>	31
<i>b. Zone poreuse</i>	32
III. 2. 3. Conditions aux limites	33
<i>a. Conditions aux limites dynamiques</i>	33
<i>b. Conditions aux limites thermiques</i>	34
<i>d. Conditions aux limites solutales</i>	34
III. 2. 4. Adimensionnement des équations	35
<i>a. Zone fluide</i>	35
<i>b. Zone poreuse</i>	36
III. 2. 5. Conditions aux limites adimensionnelles	37
<i>a. Conditions aux limites dynamiques</i>	37
<i>b. Conditions aux limites thermiques</i>	38
<i>c. Conditions aux limites solutales</i>	38
III. 3. Paramètres gouvernants	38
III.3.1. Coefficient de frottement	38
III. 3. 2. Nombre de Nusselt	39
III. 3. 3. Nombre de Sherwood	41
Conclusion	41
<b>Chapitre IV :</b>	<b>MODELISATION NUMERIQUE</b>
Introduction	42
IV. 1. Méthode de Résolution	42
IV. 2. Maillage	43
IV. 3. Discrétisation des équations gouvernantes	43
IV. 4. Schémas d'interpolation	48
<i>a. Schéma aux différences centrées (Central)</i>	48
<i>b. Schéma décentré amont (Upwind)</i>	48
<i>c. Schéma hybride</i>	48
<i>d. Schéma exponentiel (Exact)</i>	48
<i>e. Schéma de la loi de puissance (Power-Law)</i>	49
IV. 5. Linéarisation du terme source	49
IV.6. Discrétisation des équations de quantité de mouvement	49
IV. 6. 1. Correction de la vitesse	51
IV. 6. 2. Equation de correction de la pression	52
IV. 7. Algorithme Simple	52
IV. 8. Méthode de Résolution	53
IV. 9. Technique de relaxation	54
IV. 10. Critère de convergence	55
Conclusion	55
<b>Chapitre V :</b>	<b>ETUDE DES TRANSFERTS EN REGIME PERMANENT</b>
Introduction	56
V. 1. Paramètres considérés	56
V. 2. Sensibilité au maillage	57
V. 3. Validation du programme de calcul	57
V. 4. Effet du nombre de Lewis	57
V. 5. Effet de la perméabilité	60
V. 6. Effet du nombre de Reynolds	65
V. 7. Effet du rapport des conductivités thermiques	69
V.8. Effet de la porosité	72
Conclusion	74

<b>Chapitre VI :</b>	<b>ETUDE DES TRANSFERTS EN RÉGIME OSCILLATOIRE</b>	
Introduction		76
VI. 1. Paramètres considérés		
VI.2. Résolution temporelle		76
VI. 3. Effet de l'amplitude d'oscillation		76
VI. 3. 1. Lignes de courant		77
VI. 3. 2. Evolution temporelle		78
VI. 3. 3. Moyennes temporelles sur une période		78
VI. 3. 4. Comparaison avec le cas non oscillatoire		79
VI. 4. Effet de la fréquence d'oscillation		80
VI. 4. 1. Lignes de courant		80
VI. 4. 2. Evolution temporelle		82
VI. 4. 3. Moyennes temporelles sur une période		84
VI. 4. 4. Comparaison avec le cas non oscillatoire		85
Conclusion		87
<b>CONCLUSION GENERALE</b>		<b>88</b>

## NOMENCLATURE

C	Concentration (mol/l)
$C_p$	Capacité calorifique (J/kg °C)
$C_F$	Coefficient inertiel
D	Diffusivité massique (m <sup>2</sup> /s)
Da	Nombre de Darcy
$D_h$	Diamètre hydraulique (m)
f	Coefficient de frottement et fréquence (Hz)
F	Coefficient de Forchheimer
h	Coefficient d'échange convectif (W/m <sup>2</sup> °C)
H	Hauteur du canal (m)
k	Conductivité thermique (W/m °C)
K	Perméabilité des matrices poreuses (m <sup>2</sup> )
ℓ	Longueur du canal (m)
Le	Nombre de Lewis
Nu	Nombre de Nusselt
p	pression (Pa)
Pr	Nombre de Prandtl
$R_{Cp}$	Rapport des capacités calorifiques
Re	Nombre de Reynolds
$R_k$	Rapport des conductivités thermiques
$R_v$	Rapport des viscosités
s	Espacement entre deux matrices (m)
Sc	Nombre de Schmidt
Sh	Nombre de Sherwood
St	Nombre de Strouhal
t	Temps (s)
T	Température (°C)
u	Vitesse axiale (m/s)
v	Vitesse transversale (m/s)
w	Largeur d'une cloison poreuse (m)
$W_0$	Nombre de Womersly
x	Coordonnée axiale (m)
y	Coordonnée transversale (m)

### Symboles Grecques

$\mu$	Viscosité dynamique (kg/m s)
$\nu$	Viscosité cinématique (m <sup>2</sup> /s)
$\rho$	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )
$\varepsilon$	Porosité
$\theta$	Température adimensionnelle
$\tau$	Temps adimensionnel

---

## Indices

e	Entrée et effective
f	Fluide
m	Moyen
s	Sortie
x	Local
0	Entrée
1	Paroi

---

### INTRODUCTION GENERALE

L'utilisation des milieux poreux pour certaines configurations peut avoir comme conséquence l'amélioration des transferts thermique et massique, en convection forcée. De ce fait, une grande attention a été donnée, récemment, à la possibilité d'augmenter les échanges par la superposition d'une pulsation à l'écoulement moyen. Ce thème de recherche est d'un grand intérêt pour plusieurs applications technologiques comme dans les réservoirs géothermiques, les moteurs Stirling, les collecteurs solaires ainsi que dans le système circulatoire humain. L'augmentation ou la réduction des échanges thermique et massique ont été reportées dans plusieurs études antérieures, et ce problème continue à être un important thème de recherche dans la littérature.

Nous avons parcourue certains résultats disponibles dans la littérature, ce qui nous a permis de faire apparaitre une grande confusion concernant l'impact d'un écoulement pulsé sur les performances des systèmes industriels. Dans le but de montrer clairement comment une pulsation affecte leurs performances, nous avons entrepris une simulation numérique des transferts thermique et massique dans un canal lorsqu'on utilise simultanément deux méthodes d'amélioration des échanges, à savoir des matrices poreuses et un écoulement pulsé et ceci dans le but d'augmenter les taux de filtration et de refroidissement des gaz des pots d'échappement afin de préserver l'environnement.

Ce travail est présenté sous forme de six chapitres dans le but d'aborder le sujet dans sa globalité. Dans le premier chapitre, on présente certaines notions fondamentales relatives aux milieux poreux, aux transferts thermique et massique dans ces milieux ainsi qu'au phénomène de filtration. Une synthèse bibliographique des travaux antérieurs effectués dans le même contexte que la présente étude est présentée dans le deuxième chapitre. Le troisième chapitre a pour but de présenter le système physique étudié, et de le modéliser sous forme d'un ensemble d'équations gouvernantes avec des conditions aux limites appropriées. Dans le quatrième chapitre est développée la méthode numérique choisie pour la résolution des équations de conservation. Les résultats en régimes stationnaire et pulsé sont analysés dans le cinquième et le sixième chapitre respectivement. Enfin, vient une conclusion générale englobant l'essentiel de ce qui a été fait et obtenu dans le cadre de cette présente étude.

---

## GENERALITES

### Introduction

Ce chapitre sera consacré à la présentation et la définition de certaines notions relatives aux milieux poreux. Tout d'abord, les définitions relatives aux caractéristiques géométriques et physiques sont introduites. Les différents modèles d'écoulement dans les milieux poreux seront ensuite traités. Il sera aussi question de décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans ces milieux, avant de terminer avec des notions sur la filtration.

### I.1. Définition

Les milieux poreux désignent des matériaux pour lesquels la phase solide, fortement imbriquée avec la phase fluide, est fixe.

On peut classer beaucoup de matériaux naturels dans cette catégorie, tels que les roches, les sols sédimentaires...

Certains matériaux artificiels sont des matériaux poreux soit en conséquence du processus de leur fabrication ou dans leur finalité pour jouer un rôle de filtre ou apporter des propriétés macroscopiques particulières (conductivité thermique...).

Deux critères caractérisent les milieux poreux :

- a. Le matériau contient des petits espaces vides délimités par la matrice poreuse, appelés *pores*.
- b. Le matériau est perméable à l'écoulement d'un fluide (gaz ou liquide).

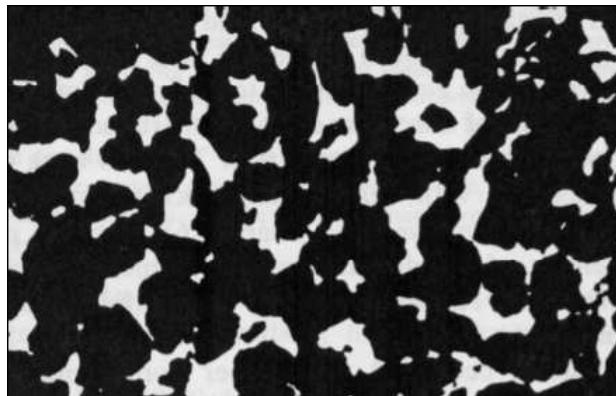


Figure I.1 : Exemple de coupe d'un milieu poreux (grés)

### I.2. Quelques exemples de milieux poreux

#### a. Milieux poreux naturels

Dans la nature, les roches et les sols sont certainement les milieux poreux les plus exploités, on cite aussi les aquifères qui constituent un réservoir d'eau, pouvant être le siège d'un écoulement par gravité ou par pompage.

Une représentation d'un aquifère est présentée dans la figure ci-dessous:

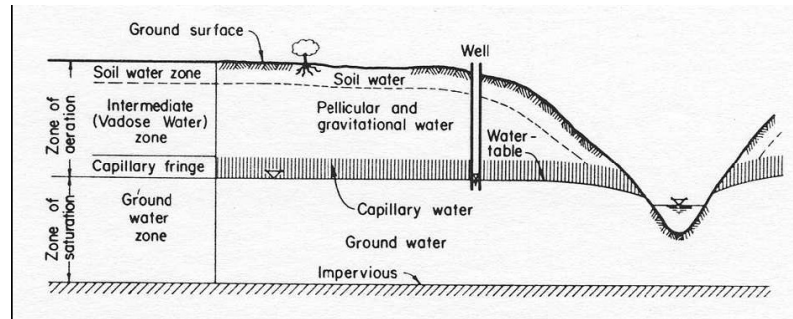


Figure I.2 : Schéma d'un aquifère [48]

Il existe aussi des réservoirs d'hydrocarbures ; la figure I.3 montre qu'un tel réservoir peut contenir de l'eau, du pétrole et du gaz, avec des couches de mélange intermédiaires.

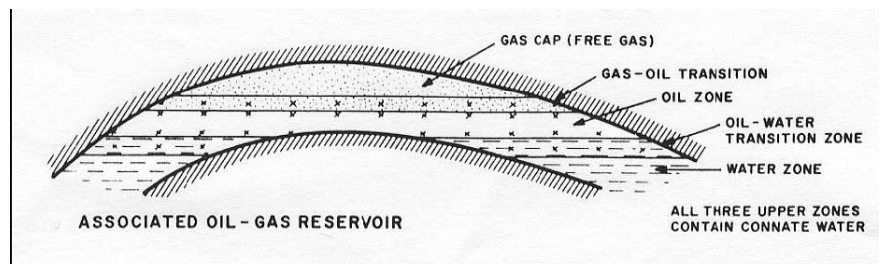


Figure I.3 : Schéma d'un réservoir naturel d'hydrocarbures [48]

La porosité des roches varie selon les conditions de température et de pression lors de leurs formations. La figure I.4 montre quelques exemples de la diversité des roches.

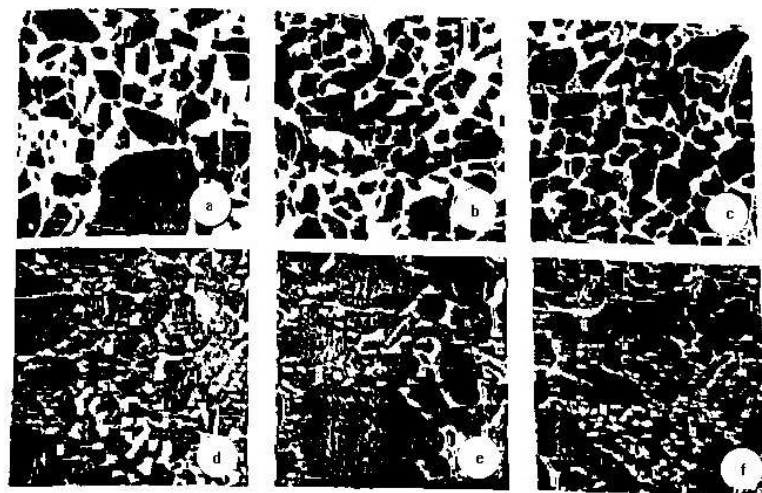


Figure I.4 : Coupes d'échantillons de grés poreux obtenues à différentes profondeurs [1]

Les profondeurs et porosités correspondant à chaque échantillon sont précisées ci-dessous:

- (a)  $\varepsilon = 27 \%$ ,  $P = 1000-1500$  m
- (b)  $\varepsilon = 23 \%$ ,  $P = 1700-1900$  m
- (c)  $\varepsilon = 18 \%$ ,  $P = 2\ 000-2300$  m
- (d)  $\varepsilon = 16 \%$ ,  $P = 2500-2700$  m
- (e)  $\varepsilon = 13 \%$ ,  $P = 2800-3000$  m
- (f)  $\varepsilon = 10 \%$ ,  $P > 3000$  m

#### b. Milieux poreux artificiels [47]

Les exemples les plus intéressants de ces milieux sont les ciments et les bétons. En effet, une certaine porosité leur est nécessaire pour leur séchage lent lors de leur fabrication, ceci permet l'obtention d'un matériau robuste. La porosité d'un bon béton est comprise entre 6 et 10%.

On peut citer aussi le papier filtre : sa capacité d'absorption est définie par sa porosité. Généralement, un papier filtre très absorbant a une porosité de 80%.

### I.3. Classification des milieux poreux

Il existe deux grandes catégories de milieux poreux:

#### a. Milieux poreux consolidés

Ce type de milieu poreux se présente sous la forme d'un bloc compact parsemé de petits pores, tels que les roches, le ciment, le bois...etc.

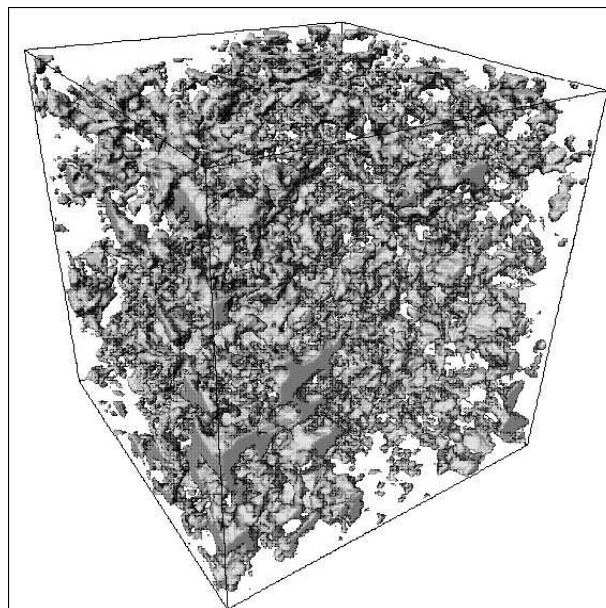


Figure I.5 : Espace des pores d'un grès de la mer du Nord (données Statoil)

### b. Milieux poreux non consolidés

Ils se présentent sous la forme de grains solides, fibres ou grosses particules non soudées entre elles tels que le gravier, le sable, fibres textiles...etc.

### I. 4. Volume élémentaire représentatif

Vu la complexité des milieux poreux et la distribution aléatoire des pores, il est pratiquement impossible d'appliquer les lois de conservation régissant les phénomènes physiques aux milieux poreux. De ce fait, les variables dépendantes (vitesse, pression, température, etc.) lorsqu'elles sont mesurées à l'échelle du pore (échelle microscopique) sont irrégulières. Cependant, les quantités souvent considérées sont des valeurs moyennes mesurées sur un volume élémentaire représentatif (VER) qui renferme un grand nombre de pores.

En comparaison aux dimensions d'un pore, les dimensions du VER sont grandes mais petites par rapport aux dimensions de la matrice poreuse.

On ne retrouve pas cette grandeur (V.E.R) dans les milieux poreux très hétérogènes.

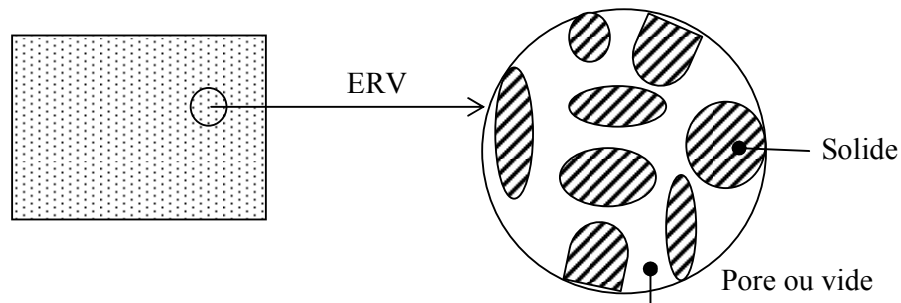


Figure I.6 : Schéma d'un Volume Élémentaire Représentatif

### I. 5. Caractéristiques des milieux poreux

Plusieurs paramètres caractérisant les milieux poreux peuvent être cités, les plus considérés lors d'étude des écoulements de fluides en milieux poreux sont :

#### I. 5. 1. La porosité

La porosité est le paramètre principal caractérisant le milieu poreux, elle est définie par:

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_0} = \frac{\text{Volume des pores}}{\text{Volume total}} \quad (\text{I.1})$$

Sa valeur varie entre 0 (cas d'un solide plein) et 1 (cas d'un volume complètement vide).

La porosité est complémentaire de la fraction volumique du solide  $\phi$  selon la relation suivante:

$$\varepsilon + \phi = 1 \quad (\text{I.2})$$

La relation (I.1) est une définition tridimensionnelle de la porosité, on peut aussi définir une *porosité surfacique* (à deux dimensions) :

$$\varepsilon_s = \frac{A_p}{A_0} = \frac{\text{Surface des pores}}{\text{Surface totale}} \quad (\text{I.3})$$

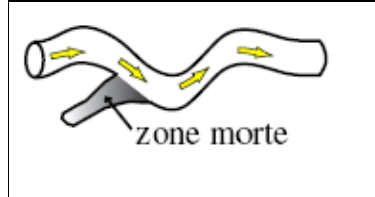
Pour une section effectuée à la cote  $z$ , on mesure l'aire  $A_p(z)$  occupée par les pores, en supposant le milieu homogène, on peut écrire:

$$V_p = \int A_p(z) dz = A_0 \varepsilon_s \int dz = \varepsilon_s V_0 \quad (\text{I.4})$$

A partir de (I.4), on aboutit à la relation suivante :

$$\varepsilon_s = \frac{V_p}{V_0} = \varepsilon \quad (\text{I.5})$$

Tous les pores ne sont pas interconnectés, certains forment ce qu'on appelle des *bras morts* (figure I.7), et n'influencent donc pas l'écoulement du fluide, ce qui nous amène à définir une *porosité effective*. Cette dernière représente tous les pores qui permettent au fluide de les traverser.



**Figure I.7 : Illustration d'un bras mort de l'écoulement.**

La porosité effective est définie par la relation suivante:

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\text{Volume des pores interconnectés}}{\text{Volume total}} \quad (\text{I.6})$$

Quelques valeurs de porosité de différents matériaux sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

Matériau	Porosité
Mousse métallique	0.98
Fibre de verre	0.88-0.93
Fibre à tisser	0.68-0.76
Grains de silicate	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Cuir	0.56-0.59
Terre	0.43-0.54

Sable	0.37-0.5
Poudre de silicate	0.370.49
Empilements de sphères	0.36-0.43
Fibre de cigarette	0.17-0.49
Brique	0.12-0.34
Poudre de cuivre compactée	0.09-0.34
Grès	0.08-0.38
Calcaire	0.04-0.10
Charbon	0.02-0.12
Béton ordinaire	0.02-0.07

**Tableau I.1 : Porosités de quelques matériaux (Sheidegger, 1974)**

### I. 5. 2. Aire spécifique

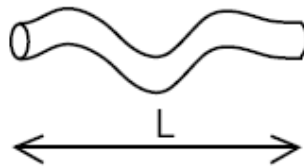
Les milieux poreux se caractérisent par leur grande surface interne. Pour un échantillon de volume  $V_0$ , on peut définir sa surface interne de pores  $S$ . L'aire spécifique d'un poreux est défini par le rapport suivant :

$$A_s = \frac{S}{V_0} \quad (\text{I.7})$$

### I. 5. 3. La tortuosité

La disposition des pores dans un milieu poreux fait intervenir la notion de *connectivité*, qui caractérise le nombre pores de voisins à un pore ainsi que la notion de *désordre géographique*. Ces caractéristiques empêchent toute trajectoire en ligne droite incluse dans le volume des pores. On définit alors la *tortuosité* comme étant le rapport entre deux longueurs :

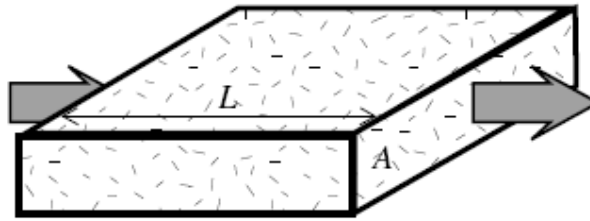
$$\tau = \frac{L_e}{L} = \frac{\text{Longueur effective du capillaire tortueux}}{\text{Longueur en ligne droite}} \quad (\text{I.8})$$



**Figure I.8 : Modèle de capillaire tortueux**

### I. 5. 4. Loi de Darcy

L'étude des écoulements dans les milieux poreux a été réalisée par l'ingénieur Darcy en 1856 "*Mémoires sur les fontaines publiques de la ville de Dijon*". Il a permis de mettre en évidence une relation linéaire entre la vitesse et le gradient de pression. Cette loi (loi de Darcy) est applicable dans le cas des milieux poreux homogènes et isotropes parcourus par des fluides à faibles vitesses.



**Figure I.9 : Echantillon poreux soumis à l'écoulement d'un fluide**

$$V_f = -\frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{I.9})$$

Où :

$V_f$  : vitesse d'écoulement dans le milieu poreux ou vitesse de filtration

$\nu$  : viscosité dynamique du fluide

$\frac{\Delta P}{L}$  : gradient de pression appliqué à un échantillon de longueur L

K: perméabilité du milieu poreux

Une autre grandeur a été établie, appelée *vitesse interstitielle*, elle traduit la vitesse du fluide dans les pores. Elle est définie par la relation suivante :

$$V_i = \frac{V_f}{\varepsilon} \quad (\text{I.10})$$

### I. 5. 5. La perméabilité

#### a. Perméabilité absolue

La perméabilité absolue peut être définie comme étant l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler un fluide à travers ses pores.

La perméabilité est un paramètre complexe à déterminer, et elle est généralement évaluée expérimentalement.

#### b. Perméabilité effective

Elle est définie comme étant l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler un fluide à travers ses pores en présence d'un ou plusieurs autres fluides

Exemple : en présence de deux fluides **a** et **b**, on écrit pour chacun :

$$Q_a = -A \frac{K_{effa}}{\mu_a} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.11a})$$

$$Q_b = -A \frac{K_{effb}}{\mu_b} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.11b})$$

Où :

A : section du milieu poreux  
 Q : débit du fluide  
 $K_{\text{effa}}$  et  $K_{\text{effb}}$  : perméabilités effectives des fluides a et b

On introduit aussi la notion de *perméabilité relative*, qui correspond au rapport de la perméabilité effective à la perméabilité absolue:

$$K_r = \frac{K_{\text{eff}}}{K} \quad (\text{I.12})$$

### c. Modèles de perméabilité

Plusieurs modèles ont été établis dans le but d'établir des expressions qui permettraient de calculer la valeur de la perméabilité K.

#### - *Modèle du réseau de capillaires parallèles* [47]

Dans ce modèle, le milieu poreux est considéré comme étant un ensemble de canaux cylindriques, de diamètre a, parallèles entre eux.

Soit n la densité de canaux par unité de surface, on peut alors écrire :

$$\varepsilon = n\pi a^2 \quad (\text{I.13})$$

La vitesse moyenne (de filtration) à travers le réseau de canaux est :

$$V_f = \frac{n\pi a^4}{8\nu} \frac{dP}{dx} = \frac{K}{\nu} \frac{dP}{dx} \quad (\text{I.14})$$

On retrouve alors la relation suivante:

$$K = \frac{a^2 \varepsilon}{8} \quad (\text{I.15})$$

Ce modèle est insatisfaisant car il n'est valable que pour un écoulement unidimensionnel.

#### - *Modèle des canaux tortueux* [47]

Dans ce modèle, on considère que le milieu poreux est un ensemble de canaux tortueux. On introduit alors ce paramètre pour le calcul de la porosité:

$$\varepsilon = n\pi a^2 \tau \quad (\text{I.16})$$

En appliquant la loi de Poiseuille, on aboutit au débit dans chaque pore :

$$q = \frac{\pi a^2}{8\nu \tau} \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{I.17})$$

On en déduit la vitesse de filtration ainsi que la perméabilité associée à ce modèle :

$$V_f = \frac{\varepsilon a^2}{24\nu\tau^2} \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{I.18})$$

$$K = \frac{\varepsilon a^2}{24\tau^2} \quad (\text{I.19})$$

On peut critiquer ce modèle du fait qu'on suppose tous les canaux de la même taille ce qui est, évidemment, pas conforme à la réalité.

- **Modèle de Carman-Kozeny** [47]

La description géométrique du milieu poreux est identique à celle du modèle des tubes tortueux. Cependant, on va chercher à exprimer la perméabilité en fonction de l'aire spécifique  $A_s$  plutôt qu'en fonction de la taille des pores  $a$ .

Dans un échantillon de longueur  $L$  et de section  $A$  comprenant  $n$  pores tortueux par unité de surface (dans le plan perpendiculaire à l'écoulement), la surface de contact solide/fluide est:

$$S = (nA) (2\pi a L_e) \quad (\text{I.20})$$

L'aire spécifique est alors :

$$A_s = 2n\pi a \tau \quad (\text{I.21})$$

La porosité devient :

$$\varepsilon = n\pi a^2 \tau \quad (\text{I.22})$$

En combinant les équations (I.21) et (I.22), on obtient :

$$A_s = \frac{2\varepsilon}{a} \quad (\text{I.23})$$

A partir de la relation (I.19), on exprime la perméabilité comme suit :

$$K = \frac{\varepsilon^3}{C A_s^2 \tau^2} \quad (\text{I.24})$$

Avec  $C = 6$ . La constante 6 qui intervient dans cette formule provient des hypothèses sur la géométrie du réseau. Cette constante  $C$  peut être mesurée expérimentalement.

Pour des empilements de billes de verre (empilements aléatoires) de diamètre allant de  $250 \mu\text{m}$  à  $1 \text{ mm}$ , la porosité est  $0.35 < \varepsilon < 0.39$ , et on trouve  $4.85 < C < 5.2$ . Il est d'usage de considérer  $C \approx 5$  pour ces milieux.

#### d. Limites de ces modèles

Un milieu poreux réel comprend en général des canaux obturés, zones sans écoulement qui ne peuvent participer à la perméabilité bien qu'elles contribuent à la porosité. De plus, la condition d'homogénéité requise n'est pas toujours réalisée en pratique. En effet, les milieux poreux naturels comme les roches sont parfois constitués de différentes échelles de pores. A l'échelle microscopique peut venir se superposer un réseau de fractures par lequel un écoulement préférentiel va s'établir. Dans ce cas, les modèles décrits ci-dessus ne peuvent plus s'appliquer.

#### I.5.6. Conductivité thermique effective

La complexité de la structure géométrique d'un milieu poreux ainsi que la présence des deux phases solide et fluide ayant des propriétés thermiques différentes, sont les principaux facteurs qui ont conduit à faire intervenir la notion de conductivité thermique effective.

En général, les modèles proposés sont des combinaisons des modèles en série et parallèle basés sur l'analogie électrique.

- *Modèle en série* [47]

Pour ce modèle, on considère que le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide.

La résistance thermique du milieu poreux est égale à la somme des résistances thermique de chacune des phases:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{(1-\varepsilon)}{k_s} \quad (\text{I.25})$$

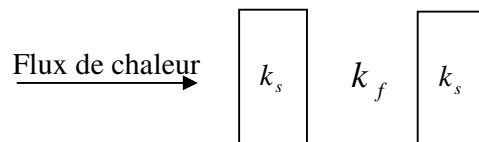


Figure I.10 : Modèle en série

- *Modèle en parallèle*

Le flux thermique traverse les phases fluide et solide en même temps. La conductivité thermique effective est alors égale à la somme pondérée des taux d'occupation d'espace des conductivités phasiques:

$$k_e = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon) k_s \quad (\text{I.26})$$

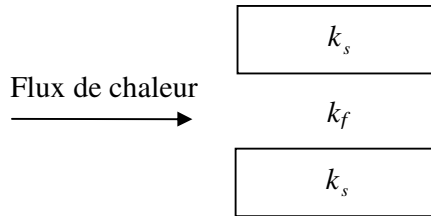


Figure I.11 : Modèle en parallèle

## I.6. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

Les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, ainsi que de l'énergie ne peuvent être mis en application directe dans l'étude des écoulements et des phénomènes de transfert dans les milieux poreux, à cause de la complexité géométrique des pores, qu'après passage à l'échelle macroscopique qui permet de faire une équivalence entre un milieu réel désordonné et un milieu continu. Le premier modèle d'écoulement a été établi par H. Darcy (1856) et depuis, plusieurs autres modèles ont été proposés pour tenir compte de certains effets négligés par ce dernier.

### A. Modèle de Darcy (1856)

L'étude des écoulements dans les milieux poreux a été réalisée par l'ingénieur Darcy en 1856 "*Mémoires sur les fontaines publiques de la ville de Dijon*". Il a permis de mettre en évidence une relation linéaire entre la vitesse et le gradient de pression. Cette loi (Loi de Darcy) est applicable dans le cas des milieux poreux homogènes et isotropes parcourus par des fluides à faibles vitesses:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} (\vec{\nabla} p + \rho \vec{g}) \quad (\text{I.27})$$

Où

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide (kg/m s)

$\vec{\nabla} p$  : gradient de pression (Pa / m)

$\rho \vec{g}$  : forces de volume

K: perméabilité du milieu poreux (m<sup>2</sup>)

Il est important de noter que le modèle de Darcy est inadéquat pour certaines situations d'écoulement. Les insuffisances de ce modèle peuvent être énumérées comme suit :

- Il n'est pas approprié pour les écoulements rapides, c'est-à-dire les écoulements pour lesquels le nombre de Reynolds, basé sur la vitesse locale et le diamètre des pores, est supérieur à l'unité.
- Il ne satisfait pas la condition de non glissement sur les parois solides. Dans les problèmes de convection, la chaleur se transmet essentiellement à partir du fluide près des parois solides.
- Il ne tient pas compte de la variation de la porosité. Les régions d'écoulement à porosité élevée dans les milieux poreux sont très pénétrables par le fluide. Il en

résulte alors des canaux d'écoulement rapides affectant ainsi les caractéristiques des transferts de chaleur et de masse du système.

### B. Modèle de Darcy – Forchheimer (1901)

Ce modèle est utilisé pour décrire l'écoulement de fluide à vitesses élevées. En effet, dans de telles situations, les effets inertiels microscopiques sont importants et doivent être pris en compte dans l'équation de mouvement.

Ward (1964) a adapté le modèle de Darcy en introduisant un terme représentant les forces d'inertie :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \rho\vec{g} - \rho_f \frac{C}{\sqrt{K}}|\vec{V}|\vec{V} \quad (\text{I.28})$$

Où C est une constante adimensionnelle souvent appelée coefficient inertiel. Plusieurs expressions ont été proposées pour ce terme :

- Ergun a proposé d'utiliser :  $C = \frac{1.75(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2 d_p}$
- Joseph, Nield et Papanicolaou (1982) ont utilisé :  $C = 1.5 \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}$ , F étant le coefficient de Forchheimer.
- Ward (1964) a trouvé expérimentalement, pour une grande variété de milieux poreux, que F est très proche de 0.55.

### C. Modèle de Darcy – Brinkman (1947)

Pour tenir compte des effets pariétaux, Brinkman (1947) établit une équation d'écoulement, en combinant l'équation de Darcy et celles de Navier – Stokes. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \rho\vec{g} + \mu_e \vec{\nabla}^2 \vec{V} \quad (\text{I.29})$$

Où  $\mu_e$  est la viscosité effective du milieu poreux. La difficulté de l'utilisation de ce modèle est l'évaluation de la viscosité effective du milieu poreux qui est généralement prise égale à celle du fluide.  $\mu_e \vec{\nabla}^2 \vec{V}$  est le terme de Brinkman qui représente les forces visqueuses causées par les forces de cisaillement microscopiques le long des frontières solides.

### D. Modèle général ou Modèle de Darcy – Brinkman – Forchheimer

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant, on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et Forchheimer ; Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de Darcy – Brinkman – Forchheimer.

L'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement à travers le milieu poreux s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \overline{V \nabla V} = -\overline{\nabla P} + \mu_e \nabla^2 \bar{V} - \frac{\mu}{\varepsilon K} \bar{V} - \rho_f \frac{C}{\sqrt{K}} |\overline{V}| \bar{V} + \rho \bar{F}_v \quad (\text{I.30})$$

$\bar{V}$  : quantité moyennée sur un volume élémentaire représentatif

$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t}$  : terme instationnaire

$\frac{\rho}{\varepsilon^2} \overline{V \nabla V}$  : forces inertielles macroscopiques

$\overline{\nabla P}$  : gradient de pression

$\mu_e \nabla^2 \bar{V}$  : terme visqueux de Brinkman

$\frac{\mu}{\varepsilon K} \bar{V}$  : terme de Darcy

$\rho_f \frac{C}{\sqrt{K}} |\overline{V}| \bar{V}$  : forces inertielles microscopiques

$\rho \bar{F}_v$  : forces de volume

### I.7. Transfert de chaleur dans les milieux poreux

La description du transfert de chaleur dans les milieux poreux par l'approche macroscopique peut présenter une différence par rapport au transfert réel. De ce fait, la notion d'équilibre thermique local est introduite. Cette dernière a été largement étudiée :

- Carbonell et Whitaker (1984) ont posé des conditions d'équilibre thermique sur la mesure du temps et de la longueur.
- Bennacerallah (1994) et Kaviany (1995) ont étudié la condition d'équilibre et ont trouvé qu'elle est satisfaite en régime instationnaire.
- Chang et al. (1990) ont trouvé que l'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase et dans un volume élémentaire représentatif. Elle se présente sous la forme suivante :

$$(\rho C_p)_e \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p) \overline{V \nabla T} = k_e \nabla^2 T \quad (\text{I.31})$$

Où

$\rho$  : masse volumique du fluide

$\varepsilon$  : porosité du milieu poreux

$k_e$  : conductivité thermique effective

$(\rho C_p)_{ef} = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s$  : capacité calorifique effective

Cette équation décrivant le transfert de chaleur dans un milieu poreux a été obtenue en supposant les hypothèses suivantes :

- Les termes de dissipation visqueuse sont négligeables ; hypothèse justifiée si la vitesse de filtration reste relativement faible et si les fluides ne sont pas trop visqueux.

- Les caractéristiques thermiques des phases solide et fluide sont supposées constantes et indépendantes de la température.
- Pas de source interne de chaleur.

### I.8. Transfert de masse dans les milieux poreux

Le transfert de masse est le transport des constituants d'un fluide emporté par son mouvement ou suite à l'apparition d'un gradient de concentration, le transfert se fait d'une région à forte concentration vers une région à faibles concentration jusqu'à établissement d'un équilibre (égalité des concentrations entre les deux régions).

Le transfert de masse se fait de deux manières différentes conditionnées par la mobilité ou l'immobilité du fluide transporteur. Si le fluide est en mouvement, le transfert massique se fait par convection solutale, dans le cas où le fluide est au repos, le transfert se fait par diffusion moléculaire.

Dans le cas d'un milieu poreux, l'écoulement du fluide se fait au travers des pores, la modélisation de ce phénomène s'effectue en introduisant la valeur de la porosité lors de l'écriture de l'équation de concentration du cas totalement fluide.

L'équation de transfert massique s'écrit comme suit :

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{V} C = \nabla \cdot (D_e \nabla C) \quad (\text{I.32})$$

Où  $D_e = \varepsilon D$  est la diffusivité massique effective dans le milieu poreux.

Quelques valeurs de diffusivités massiques sont représentées dans les tableaux I.2 et I.3 :

Mélange Gazeux	$D \times 10^{-5}$ (m <sup>2</sup> /s)	T (K)
Air - Acétone	1.05	273
Air - Ammoniaque	2.80	298
Air - Benzène	0.77	273
Air - Dioxyde de Carbone	1.42	276
	1.77	317
Air - Ethanol	1.45	313
Air - Hélium	7.65	317
Air - n - Hexane	0.80	294
Air - Méthanol	1.32	273
Air - Naphtalène	5.13	273
Air - Vapeur d'eau	2.60	298
	2.88	313
Ammoniac - Hydrogène	5.70	263
	1.1	358
Argon - Dioxyde de carbone	1.33	276
Argon - Hydrogène	8.29	295
Benzène - Hydrogène	4.04	311
Benzène - Nitrogène	1.02	311
Dioxyde de Carbone - Nitrogène	1.67	298
Dioxyde de Carbone - Oxygène	1.53	293
Dioxyde de Carbone - Vapeur d'eau	1.98	307

Cyclotrène - Nitrogène	0.73	288
Hélium - Méthane	6.76	298
Hydrogène – Vapeur d'eau	9.15	307
Hydrogène - Nitrogène	7.84	298
Méthane – Vapeur d'eau	3.56	352
Nitrogène – Vapeur d'eau	3.59	352
Oxygène – Vapeur d'eau	3.52	352

**Tableau I.2 : diffusivité massique d'un mélange de deux gaz à la pression atmosphérique [2]**

Soluté	Solvant	$D \times 10^{-9} \text{ (m}^2 \text{ /s)}$	T (K)
Cétone	Eau	1.16	293
Air	Eau	2.50	293
Aniline	Eau	0.92	293
Benzène	Eau	1.02	293
Dioxyde de Carbone	Eau	1.92	298
Chlorine	Eau	1.25	298
Ethanol	Eau	0.84	298
Ethylène glycol	Eau	1.04	293
Glycérol	Eau	0.72	298
Hydrogène	Eau	4.50	298
Nitrogène	Eau	2.60	293
Oxygène	Eau	2.10	298
Propane	Eau	0.97	293
Urée	Eau	1.20	293
Vinyle Chlorite	Eau	1.34	298

**Tableau I.3 : diffusivité massique des gaz et des organiques solutés dans l'eau [2]**

### I.9. Transferts couplés de chaleur et de masse

Dans la majorité des cas, les transferts de chaleur et de masse ne sont pas couplés. Dans le cas d'une double diffusion, le couplage est dû à la variation de la densité impactée par la variation de la température et de concentration. En effet, il a été constaté que la densité dépendait linéairement de la température T et de la concentration C.

On peut estimer approximativement la densité par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (\text{I.33})$$

Où l'indice 0 représente l'état de référence.

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C} : \text{coefficient d'expansion thermique}$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{T,P} : \text{coefficient d'expansion massique}$$

En l'absence de sources de chaleur et de masse, les équations des bilans thermique et massique s'écrivent comme suit :

$$\frac{(\rho C_p)_e}{(\rho C_p)} \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} T = \nabla \cdot (\alpha_e \nabla T + D_{TC} \nabla C) \quad (\text{I.34})$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} C = \nabla \cdot (D_e \nabla C + D_{CT} \nabla T) \quad (\text{I.35})$$

Avec

$\alpha_e = \frac{k_e}{(\rho C_p)}$  : diffusivité thermique effective du milieu poreux

$D_e$  : diffusivité massique effective dans le milieu poreux

$D_{CT}$  : coefficient de Soret dans le milieu poreux

$D_{TC}$  : coefficient de Dufour dans le milieu poreux

$D_{CT} \nabla T$  : effet Soret, référant au flux massique produit par le gradient de température

$D_{TC} \nabla C$  : effet Dufour, référant au flux thermique produit par le gradient de concentration.

### I.10. Généralités sur la filtration

La diversité des solutions à filtrer, ainsi que la variété des solutés à retenir rendent souvent difficiles la conception de l'installation de filtration à l'échelle industrielle. Dans beaucoup de cas la filtration est une opération discontinue, intégrée directement dans un procédé de filtration continu, qui oblige fréquemment, pour ne pas ralentir la production, à multiplier les appareils de filtration. Par là même interviennent, dans le choix des filtres, des facteurs économiques d'investissement et coûts d'exploitation importants. Enfin, des raisons de sécurité ou de limitation de rejets (par exemple manipulation sans risques en industrie nucléaire ou traitement de produits toxiques) peuvent imposer des choix d'appareils très différents de ce qui serait normalement utilisé dans les industries conventionnelles. Cette obligation de tenir compte à la fois des constituants du produit, des impératifs de production, de sécurité, d'environnement et des facteurs économiques complique le choix du matériel et conduit, parfois, à adopter des solutions de compromis. Ainsi diverses techniques ont été développées :

- La floculation
- Les traitements biologiques
- Les traitements physico-chimiques
- La méthanisation
- Les techniques membranaires

Cependant, toutes ces méthodes ne sont pas à même de répondre à la fois à l'objectif de dépollution et de valorisation. Ainsi :

- La floculation génère des boues qu'il va falloir traiter.
- Les traitements biologiques ne permettent pas la valorisation car ils aboutissent à la dégradation de la matière, particulièrement pour les effluents agro-alimentaires.
- Les traitements physico-chimiques sont susceptibles de générer des résidus toxiques.

- La méthanisation consiste en une biodégradation anaérobie des déchets organiques aux fins de récupération d'énergie. Cependant, cette technique est plutôt abandonnée du fait d'une mauvaise maîtrise des problèmes scientifiques, techniques et économiques.
- Les techniques séparatrices sur paroi poreuse tiennent une place importante dans le traitement des effluents car elles permettent de coupler dépollution et valorisation du résultat.

Les domaines d'application des filtres poreux sont principalement l'agro-alimentaire, la pharmacie, l'exploitation des hydrocarbures, l'industrie nucléaire, le traitement de l'eau et l'environnement, avec en particulier le traitement d'effluents. Outre l'aspect dépollution et valorisation, les techniques membranaires offrent un certains nombres d'avantages pour les industries. Nous citerons principalement :

- Une séparation sans changement de phase
- Une séparation sans changement de température
- L'absence d'ajout de réactifs chimiques coûteux
- Un procédé consommant peu d'énergie
- Une maintenance et un entretien réduits
- Une absence de modification de la nature ou de la forme des solutés

Lors d'une filtration classique, le milieu poreux est rapidement obstrué par le dépôt crée à la surface. Le rendement et l'efficacité de la filtration dépendent alors plus des caractéristiques du dépôt que celles du filtre. Dans les techniques de séparation par cloison poreuses, l'une des solutions technologiques pour lutter contre ce type de colmatage consiste à générer des écoulements instationnaires ou bien encore à favoriser un écoulement tangentiel qui limite la formation de dépôt, le filtre garde plus longtemps ce rôle de contrôle et apporte au procédé une sécurité d'utilisation accrue. Malgré cela, les cloisons se colmatent et les constituants à séparer étant généralement des particules très fines, des colloïdes, des molécules ou même des ions, ils s'amassent en obstruant les pores du filtre.

Les mécanismes de colmatage ou d'encrassement sont encore plus complexes que dans le cas de filtration classique. Il est donc indispensable de bien connaître ces mécanismes afin de pouvoir optimiser les conditions de fonctionnement des installations de filtration poreuse. Ceci est particulièrement valable pour la filtration tangentielle pour laquelle cette baisse des performances limite souvent le développement de nouvelles applications. L'élément filtrant est constitué par un milieu poreux minéral, ou un polymère organique. En plus de la filtration, certaines de ces cloisons poreuses présentent une perméabilité sélective vis-à-vis des gaz rares. De très nombreux matériaux ont été étudiés. Citons en particulier des alliages d'argent-palladium, le verre, le silice et différents polymères (polypropylène, mylar, etc.).

Les circuits de ventilation d'installations nucléaires, dans lesquelles circulent des liquides ou des gaz et dans lesquelles sont produites des poussières, nécessitent une filtration particulière pour arrêter les particules en suspension des aérosols (gouttelettes de liquide ou fines poussières). Les circuits de rejet d'effluents gazeux, extraits du traitement industriel et des bâtiments actifs, comportent un ensemble de filtre de très haute efficacité et des pièges à charbon actif. Ces pièges à charbon actif servent souvent à retenir des iodes dans le cas où il s'en dégagerait accidentellement une forte quantité. Pour leur protection contre un vieillissement trop rapide par empoisonnement, ils sont contournés en temps normal et ne sont mis en circuit qu'en cas de nécessité.

Sherwood a été le premier à suggérer un filtre cylindrique en rotation pour améliorer la filtration du soluté dans le cas d'osmose inverse. Par la suite, d'autres chercheurs l'ont étendu à l'ultrafiltration. Ils ont ainsi constaté que le flux de filtrat pouvait être augmenté de 10 à 20 % lorsqu'on incluait des promoteurs de turbulence comme des grillages ou des

rainures sur le cylindre interne. Cette technique est très répandue dans les processus de filtration sanguine pour récupérer du plasma.

### **Conclusion**

Dans ce chapitre les notions relatives aux milieux poreux ont été présentées. Le prochain chapitre sera consacré à une synthèse bibliographique sur les phénomènes de transfert dans des canaux partiellement ou totalement poreux en absence et en présence d'un écoulement oscillatoire.

---

## RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

### Introduction

Au cours des deux dernières décennies, un nombre considérables d'études a été mené en ayant pour seul objectif d'apporter plus de précisions et une meilleure connaissance des modes de transferts de chaleur et de masse. L'intérêt grandissant porté aux nouveaux procédés tels que la filtration, les traitements des déchets toxiques, les procédés de refroidissement ou encore d'isolation explique cet engouement et justifie toutes ces recherches. Les principaux travaux menés pour ces études traitent les trois modes de convections : naturelle, mixte et forcée, en considérant une configuration totalement fluide ou complètement ou partiellement poreuse. Dans ce qui va suivre nous allons présenter certains travaux réalisés en régimes stationnaire et oscillatoire.

### II.1. Transferts de chaleur et de masse en régime stationnaire

La plupart des études sur les transferts de chaleur et de masse ont été effectuées en convection thermosolutale, c'est-à-dire lorsque les effets thermique et solutal coexistent. Dans ce cas, les effets thermosolutale peuvent agir de deux manières différentes : dans le même sens, cas d'une convection *coopérante*, ou en sens inverse et c'est le cas d'une convection thermosolutale *opposée*. Ces deux configurations sont étroitement liées aux rapports des diffusivités thermique et solutale, aux dimensions du domaine physique et à l'amplitude des forces de poussées.

Dans ce qui va suivre, nous allons présenter une synthèse des travaux effectués en milieu fluide, ensuite on présentera les études faisant intervenir un milieu poreux.

#### II. 1.1. Milieu fluide

**Chen et al. (1971)** [3] ont étudié la convection naturelle thermosolutale présentant un gradient de température horizontal. Il a été constaté l'apparition de plusieurs couches de fluide suite à la déstabilisation d'une couche fluide initialement stratifiée en concentration.

**Benjamin (1978)** [4] s'est référé à la théorie mathématique de **Leray–Schauder** pour tenir compte des effets de bord, en considérant la dépendance de l'écoulement à deux paramètres : le nombre de Reynolds ( $Re$ ) et le rapport de forme  $A$ . Il a trouvé que les différents modes sont caractérisés par un nombre pair de cellules symétriques et qu'en dessous d'une certaine valeur de  $A$  ( $3.4 \leq A \leq 4$ ), l'écoulement est bicellulaire puis quadri cellulaire au-delà d'un nombre de Reynolds critique.

De même, **Huppert et Turner (1981)** [5], se sont intéressés à la convection thermosolutale présentant des gradients de concentration et de température horizontaux. Ce cas de figure traduit parfaitement les phénomènes constatés lors des changements de phases liquide / solide tels que la cristallisation ou encore la fusion.

**Poulikakos (1985)** [6] a présenté une étude analytique de la convection générée par une source concentrée créant ainsi un flux solutal et un flux thermique. Ce modèle Darcien qui se limite aux faibles nombres de Rayleigh a montré que la poussée thermique prédomine en haut de la source alors que la poussée massique influence le fluide en bas de celle-ci. Cette étude est d'autant plus intéressante qu'elle s'applique au cas d'écoulement induit par la gravité

à partir d'une source concentrée générant simultanément deux composants chimiques différents.

**Trevisan et Bejan (1987)** [7] se sont basés sur la linéarisation d'Oseen pour des flux imposés aux parois, ce qui les a menés à déduire les expressions de transfert de chaleur et de masse suivantes à  $Le = 1$  :  $Nu = Sh = 0.34 A^{-8/9} Ra^{2/9}$ . Ils en déduisent le transfert de masse à des  $Le$  élevés et des  $N$  faibles, ainsi que l'expression traduisant le transfert de masse à de faibles  $Le$  et des  $N$  élevés :  $Sh = 0.445 Ra^{5/27} Le^{1/3} A^{-58/54}$  pour  $|N| \ll 1$  et  $Nu = 0.445 (Ra|N|)^{5/27} Le^{1/3} A^{-58/54}$  pour  $|N| \gg 1$ .

L'étude numérique de **Ranganathan et Viskanta (1988)** [8] de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée, a abouti à l'établissement de la corrélation de transfert de chaleur moyen ainsi que l'expression du transfert maximal à la paroi. Ceci étant, les résultats obtenus sont valables uniquement pour un  $Le = 1$ .

**Benard et al. (1989)** [9] ont mené une étude numérique des transferts de chaleur et de masse pour ce cas :  $1 \leq Le \leq 10$  et  $0.1 \leq N \leq 10$ . Ils ont montré que le transfert de chaleur moyen diminue lorsque  $N$  augmente pour les  $Le$  les plus élevés.

**Bennacer (1993)** [10] propose, dans une étude numérique, une approche macroscopique des problèmes de changement d'état des systèmes binaires. Il a défini une corrélation pour le cas d'une convection thermosolutale coopérante :

$$Sh = 0.2 \left[ Ra_T \left( 1 + \frac{N}{Le^{0.29}} \right) \right]^{11/40} Le^{0.34} \text{ pour } A=1, Pr=7, 10^{+3} < Gr_T < 10^{+6}, 0.1 < N < 10^{+2}, 1 < Le < 10^{+3}.$$

**Nashimra et al. (1998)** [11] ont étudié la double convection diffusive pour un gaz binaire soumis à des gradients thermique et solutal horizontaux opposés. Ils ont constaté que pour  $Ra_T = 10^{+5}$ ,  $Pr = 1$ ,  $Le = 2$  et un rapport de poussées comprise dans l'intervalle  $[1.122, -1.044]$ , l'établissement d'un régime d'écoulement oscillatoire et l'apparition d'une zone d'hystérésis de régime stationnaire.

## II. 1.2. Milieu poreux

**Bejan et Khair (1985)** [12] ont étudié la convection doublement diffuse près d'une plaque verticale noyée dans un milieu poreux saturé en fluide. Ils ont mené cette étude en deux étapes. La première, consistant en l'élaboration d'une analyse d'échelle selon un modèle Darcien, ce qui leur a permis de montrer que ce type de convection se fait selon l'un des quatre régimes possibles en fonction des valeurs du rapport des poussées  $N$  et de  $Le$ . Au cours de la seconde étape, ils se sont intéressés au problème de la couche limite en l'abordant au travers des solutions de similitude dans les domaines  $-5 \leq N \leq 4$  et  $1 \leq Le \leq 100$ . Les méthodes utilisées dans cette étude restent inadaptées pour des rapports de poussée faibles et opposées ( $-1 \leq N \leq 0$ ) et  $Le=1$ .

**Trevisan et Bejan (1985)** [13] ont mené la première étude dans une cavité poreuse soumise à deux gradients thermique et solutal horizontaux. Le problème est traité de deux manières différentes. La première méthode consiste en une série de simulations numériques

pour les intervalles suivants :  $50 \leq Ra \leq 10^4$ ,  $-5 \leq N \leq 3$ ,  $0,01 \leq Le \leq 100$  et  $A=1$ . La Deuxième méthode de traitement est faite sur la base d'une analyse d'échelle. Les résultats obtenus de part et d'autres sont comparés et considérés satisfaisant. Le résultat le plus important de cette étude est une corrélation des transferts thermique et massique dans la cavité :  $Sh \approx 0.42 Ra_T^* Le |N + 1|$ . Cette corrélation est valable pour  $-1 \leq N \leq 0$ .

**Trevisan et Bejan (1986)** [14] ont poursuivi leur étude en imposant des flux de chaleur et de masse sur les parois latérales de l'enceinte poreuse. Pour ce faire, ils ont suivi les méthodes numérique et analytique en se basant sur la linéarisation d'Oseen. Cette fois, les chercheurs se sont intéressés au cas de  $Le = 1$  ou encore au cas de  $N = 0$ , avec  $Le < 1$ , ainsi qu'à des domaines non couverts par l'analyse théorique avec :  $20 < Ra_T^* < 10^5$ ,  $-11 < N < 9$ ,  $1 \leq A \leq 4$  et  $0.03 \leq Le \leq 40$ . Le transfert de masse s'exprime, pour le cas où  $Le < 1$  et  $Ra_T^* A^{-1} > 1$ , comme suit :  $Sh = 0.665 A^{1.1} Le^{0.5} Ra_T^{*0.3}$

**Chen et Chen (1993)** [15] ont pu définir les nombres de Rayleigh solutaux critiques déterminant les régimes de convection solutale, transitoire et oscillatoire.

**Alvyoon et al. (1994)** [16] ont repris le thème présenté par **Trevisan et Bejan (1986)** [14]. Ils ont mis en évidence un problème de la couche limite au centre de la cavité, particulièrement pour le cas de  $Le = 1$ . Pour le résoudre, ils ont proposé une étude analytique dont les résultats ont été confirmés par des simulations numériques.

**Nithiarasu et al. (1996)** [17] se sont intéressés aux procédés électroniques. Leur formulation s'est étendue au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, afin d'intégrer les effets inertiels microscopiques dans le cas où le nombre de Reynolds est supérieur à 1. Cette étude a montré l'apparition des écoulements secondaires près des zones de poussée renversée  $-1 \leq N \leq 0$ , pour lesquelles cette seconde cellule a une circulation de plus en plus forte lors de la diminution de la perméabilité.

**Angirasa et Peterson (1997)** [18] ont étudié numériquement les transferts de chaleur et de masse près d'une plaque verticale immergée dans un milieu poreux saturé dans le cas d'une convection opposée avec des coefficients de diffusion thermique et solutale différents. Grâce à cette étude, ils ont pu expliquer les processus de renversement d'écoulement et établir des corrélations pour le cas suivant:  $Le=10$ ,  $N= -2$ , et  $10^3 \leq Ra_T^* \leq 10^5$ ,  $Nu = 0.5687 Ra_T^{*0.5}$  et  $Sh = 2.045 Ra_T^{*0.5}$

**Cretachew et al. (1998)** [19] ont étudié la double diffusion au sein des cavités rectangulaires dans le cas de gradients horizontaux. Leur approche est analytique pour un régime Darcien et un fluide non-Newtonien obéissant à la loi de puissance. Ils ont obtenu les corrélations suivantes:  $Sh = 0.537 \left( \sqrt[n]{Ra_T^* Le} \right)^{0.485}$  pour  $N \ll 1$  et  $Sh = 0.6316 \left( \sqrt[n]{Ra_T^* Le} \right)^{0.473}$  pour  $N \gg 1$ , avec  $50 \leq Ra_T^* \leq 500$ ,  $0 \leq N \leq 20$ ,  $0.1 \leq Le \leq 500$  et  $0.5 \leq n \leq 1.6$ . Aucune corrélation n'est proposée pour exprimer le transfert de chaleur car il est trop influencé par l'indice de puissance  $n$ .

**Maharzi et al. (1998)** [20], ont adopté une approche numérique pour étudier la convection naturelle doublement diffusive, considérée dans un domaine de forme carrée muni d'une cloison poreuse. Pour ce faire, ils se sont basés sur l'approximation de Boussinesq et du modèle de Darcy-Brinkman pour simuler l'écoulement dans le milieu poreux. Cette étude a

montré que l'augmentation du nombre de Rayleigh stimule la convection dans les zones fluides du système, alors que l'élévation du nombre de Darcy favorise la convection au sein du milieu poreux

**Grayeau et Gobin (1999)** [21] ont élaboré une étude numérique des écoulements en convection naturelle thermosolutale au sein d'une cavité partiellement remplie par un milieu poreux saturé d'un fluide binaire. Ils ont pu constater la contribution d'une couche poreuse pariétale de faible perméabilité, à diminuer les transferts de chaleur et de masse dans le système. D'autre part, il ont montré que la transition d'une couche très perméable, s'accompagne dans certains cas, d'un transfert de chaleur minime et que le transfert de masse s'accroît continuellement.

**Bennacer et al. (2001)** [22] ont considéré le cas de la convection thermosolutale dans une cavité carrée, poreuse, soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux. Ils ont étudié le cas de la dominance thermique puis solutale en faisant une analyse d'échelle et en se basant sur une résolution numérique du problème. Trois régimes sont constatés en fonction des rapports de perméabilité : régime diffusif pour ( $K_x / K_y$ ) faible, régime de transition pour ( $K_x / K_y$ ) modéré et régime asymptotique pour des coefficients d'échanges moyens indépendants des grandes valeurs de ( $K_x / K_y$ ). L'existence de chacun de ces régimes dépend des valeurs des nombres de Lewis, de Rayleigh et du rapport des poussées.

**Rahli (2003)** [23] a présenté une étude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité comportant des cloisons poreuses. Cette dernière est soumise à des gradients de température et de concentration sur les parois de gauche, droite et celle du bas. Les parois restantes étant adiabatiques et imperméables. Il a constaté que l'augmentation du nombre de Darcy favorise la convection avec l'augmentation des nombres de Nusselt et de Sherwood. Ce phénomène est encore plus remarquable pour des nombres de Rayleigh élevés.

## II.2. Transfert de chaleur et de masse en régime oscillatoire

Les écoulements pulsés en régimes laminaire et turbulent, dans différentes configurations avec et sans milieu poreux ont fait l'objet de plusieurs études dans le but d'apporter des éléments de réponse sur leur participation à l'amélioration des performances des systèmes industriels.

### II.2.1. Milieu fluide

**Nishimura et al. (1989)** [24] ont présenté une étude numérique et expérimentale de l'écoulement d'un fluide pulsé au sein de cylindres à parois ondulées symétriquement en utilisant une technique de visualisation. Il a été montré que la structure de l'écoulement dépendait fortement du nombre de Reynolds et de la fréquence de l'écoulement oscillatoire.

**Herman et al. (1991)** [25] ont étudié expérimentalement l'effet d'un écoulement oscillatoire dans le cas de canaux reliés. Ils ont constaté une influence significative sur l'allure du champ de température et que l'augmentation du transfert thermique était accompagnée d'une réduction de la pression.

**Kim et Kang (1998)** [26] ont présenté une étude numérique de la convection thermique forcée induite par l'écoulement d'un fluide pulsé au sein d'un canal adiabatique

comportant deux blocs solides de température différente de celle du fluide. L'étude a porté sur la détermination de l'influence de l'espacement entre les deux blocs, des nombres de Reynolds et de Strouhal ainsi que l'amplitude du mouvement sinusoïdal du fluide sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique. Dans ce même contexte, les deux chercheurs ont fait une comparaison des résultats obtenus dans le cas d'un fluide pulsé et du même fluide non pulsé sur les échanges thermiques entre les blocs et le fluide. Ils ont constaté que les zones tourbillonnaires entre les blocs et en aval du dernier bloc sont fortement affectées par la fréquence de l'écoulement pulsé et l'espacement entre les blocs. Il a été aussi montré que l'augmentation du nombre de Reynolds et de l'amplitude du mouvement oscillatoire mène à un accroissement des échanges thermiques. Ces derniers sont maximaux pour des valeurs optimales du nombre de Strouhal et de l'espacement entre les blocs.

**Herranz et al. (1999)** [27] ont analysé les transferts de masse et de quantité de mouvement au sein d'un espace annulaire d'une cellule d'électrodialyse grâce à un fluide pulsé. Les auteurs ont opté pour la méthode de résolution numérique et ont fait une comparaison avec une étude expérimentale. Ils ont conclu qu'un fluide pulsé s'écoulant en régime laminaire peut être utilisé pour stimuler le transfert solutal lors d'une opération d'électrodialyse. Le flux oscillatoire présente l'avantage d'augmenter les transferts massiques en augmentant le gradient de vitesse local au niveau de la surface de la membrane.

**Nishimura et al. (2000)** [28] ont étudié le transfert de masse, en régime pulsé, dans un canal rainuré avec différents espacements entre les rainures.

**Misra et al. (2001)** [29] ont étudié numériquement l'évolution temporelle du mouvement oscillatoire d'un fluide incompressible au sein d'un canal dont les parois sont pulsées. Ce cas peut être assimilé au mouvement du sang dans les artères. Il a été montré que pour des grandes valeurs de la fréquence de pulsation des parois du canal il ya apparition, et à un instant donné, d'un écoulement de retour près de ces parois et très loin de la section d'entrée. Il a été aussi trouvé, qu'à un temps ultérieur, il y a inversion de l'écoulement au même endroit à travers la section transversale entière du canal.

**Jang et Yan (2004)** [30] ont traité un problème de convection naturelle, thermosolutale et instationnaire d'un fluide s'écoulant le long d'une plaque verticale ondulée. Les auteurs se sont particulièrement intéressés à l'évolution dans le temps du coefficient de frottement local et des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux en fonction des nombres de Schmidt  $Sc$ , du rapport de poussées  $N$  et de l'amplitude d'oscillation de la plaque. Les résultats de ce travail montrent que l'écoulement du fluide tarde à se stabiliser pour une grande valeur de l'amplitude, dans le cas de faibles valeurs de  $N$  avec de grandes valeurs de  $Sc$ . Il a été trouvé que le coefficient de frottement les nombres de Sherwood, Nusselt augmentent avec l'accroissement du rapport  $N$  et que la réduction de l'amplitude d'oscillation de la plaque a un effet (de diminution) simplement sur le coefficient de frottement local. Le nombre de Schmidt a lui aussi un impact important sur les phénomènes de convection thermosolutale, son augmentation induit la réduction du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt, contrairement au nombre de Sherwood.

**Ramos et al. (2004)** [31] ont étudié analytiquement et numériquement le champ thermique généré par un écoulement pulsé en contact avec une paroi solide dont la distribution de température varie sinusoïdalement dans le temps. Il a été trouvé essentiellement que le transfert de chaleur moyenné dans le temps de la couche vers le fluide est nul.

**Moon et al. (2005)** [32] ont réalisé une analyse expérimentale du transfert thermique dans un canal de forme rectangulaire, comportant des blocs disposés de manière régulière. Il a été trouvé que les nombres de Reynolds et de Strouhal, l'amplitude d'oscillation ainsi que l'espacement entre les blocs ont une grande influence sur le taux de transfert de chaleur entre les blocs chauffés et le fluide. Ainsi quand l'espacement entre les blocs augmente, le transfert thermique vers le fluide est favorisé. Concernant l'influence de la fréquence, il a été observé un pic de transfert à une fréquence  $f = 40$  Hz au niveau du dernier bloc.

**Unsal et al. (2005)** [33] ont mené un travail analytique et expérimental pour l'étude d'un écoulement pulsé, laminaire, à débit massique sinusoïdal en régime pleinement développé dans un tube. Un diagramme a été établi afin de délimiter la zone où un retournement d'écoulement se produit en termes de la fréquence de pulsation et de l'amplitude du débit massique.

**Chang et Shiau (2005)** [34] ont analysé numériquement l'effet d'emplacement d'une chicane horizontale dans un canal vertical sur les caractéristiques du transfert thermique d'un écoulement pulsé en convection mixte. Les résultats ont montré principalement qu'un canal avec un écoulement oscillatoire et une chicane conduit au plus grand taux de transfert de chaleur qui augmente avec le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl ainsi que la fréquence et l'amplitude de pulsation. Il a été aussi montré que le maximum de transfert thermique se produit à une valeur spécifique de la fréquence de pulsation qui peut être considérée comme la fréquence naturelle du système.

**Olayiwola et Walzel (2008)** [35] ont examiné expérimentalement l'influence d'un fluide pulsé dans un canal rectangulaire ailetté sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur. Les résultats obtenus ont montré que l'augmentation du transfert thermique est étroitement lié au rapport de la vitesse d'oscillation à la vitesse moyenne ( $\kappa$ ) ; ainsi le transfert thermique a été multiplié par un facteur de 2.5 pour un  $\kappa = 3$ . Pour une valeur donnée de ce rapport de vitesses, augmenter l'amplitude de pulsation intensifie le coefficient de transfert de chaleur. La visualisation de l'écoulement par la technique PIV (Particle Image Velicometry) a révélé que la structure de l'écoulement secondaire est complexe avec formation de tourbillons aux extrémités des ailettes.

## II. 2.2. Milieu poreux

**Kim et al. (1994)** [36] ont réalisé une étude numérique des caractéristiques du transfert de chaleur, en écoulement pulsé, dans un canal totalement poreux et dont les parois sont maintenues à des températures uniformes. Les résultats sont présentés pour l'état périodique établi. Les champs dynamique et thermique sont examinés pour différentes valeurs du nombre de Darcy, de la fréquence et amplitude de pulsation, du rapport des conductivités thermiques et du rapport des capacités calorifique. En comparaison par rapport au cas d'un écoulement non pulsé, la présence de pulsations apporte une réduction du transfert de chaleur à l'entrée du canal et une amélioration du taux de chaleur transmis dans les régions du milieu, alors que plus loin en aval l'influence de la pulsation est faible. L'effet de la pulsation sur le transfert de chaleur entre les parois du canal et le fluide est plus prononcé aux faibles fréquences et grandes amplitudes de pulsation.

**Hall et al. (1995)** [37] ont mené une étude expérimentale dans un tube, où de l'eau s'écoule en régime oscillatoire, afin de voir quels effets a l'inertie temporelle sur la résistance d'un milieu granulaire. Pour décrire les phénomènes observés, les chercheurs se sont basés

sur l'équation de Forchheimer et ont fait une extrapolation des résultats obtenus en régime stationnaire pour résoudre l'équation du régime oscillatoire. L'équation de Forchheimer modifiée ( $i = aq + bq^2 + C \frac{dq}{dt}$ ,  $i$  étant le gradient hydraulique et  $q$  la vitesse moyenne de l'écoulement) a permis de définir le coefficient d'accélération  $C$  représentatif des forces inertielles temporelles. Les résultats de ce travail montrent que l'équation précédente peut être résolue pour le mode oscillatoire sans passer par les résultats du mode stationnaire. Les résultats indiquent aussi que le coefficient d'accélération  $C$  semble être constant pour un milieu donné et la soustraction de la composante inertielle de la résistance a mené à une représentation en ligne droite de la forme :  $C = a_0 + b_0|q|$

**Guo et al. (1997)** [38] ont effectué une étude numérique dans une conduite circulaire partiellement remplie d'un milieu poreux et dont la paroi est maintenue à flux constant. Le régime est supposé dynamiquement et thermiquement établi avec un gradient de pression longitudinal variant sinusoïdalement dans le temps. Ils ont analysé les effets de la perméabilité, épaisseur et conductivité thermique de la matrice poreuse ainsi que l'influence de la fréquence et l'amplitude de pulsation sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur. La plus grande valeur de la diffusivité thermique effective a été obtenue par un écoulement pulsé dans un conduit partiellement poreux plutôt que les cas limites non poreux ou totalement poreux. Il a été aussi trouvé des valeurs optimales de l'épaisseur de la couche poreuse et de la fréquence de pulsation pour lesquelles le transfert de chaleur est maximal.

Une analyse similaire que la précédente a été menée par **Guo et al. (1997)** [39] dans un espace annulaire où une couche poreuse est attachée sur la surface extérieure du tube interne. Ils ont conclu qu'une augmentation significative du transfert thermique et une réduction de la chute de pression peuvent être réalisées en remplissant partiellement d'un matériau poreux très conducteur de chaleur et en employant un écoulement de pulsé.

**Fu et al. (2001)** [40] ont réalisé des expériences dans un canal poreux soumis à un écoulement pulsé. Ils ont constaté que le nombre de Nusselt moyen est plus important en régime oscillatoire qu'en régime stationnaire.

Le travail expérimental de **Leong et Jin (2005)** [41] est une extension de celui de **Fu et al. (2001)** [40] où il s'agit d'étudier plus particulièrement l'influence de la fréquence et de l'amplitude de pulsation. Il a été constaté une amélioration du transfert thermique par l'augmentation du nombre de Reynolds cinétique et l'amplitude du flux. En contre parti, la chute de pression est augmentée avec ces deux paramètres. Une corrélation liant le nombre de Nusselt moyen aux paramètres de l'écoulement pulsé, pouvant être d'une grande aide pour le refroidissement des composants électroniques, a été établie.

**Bhargava et al. (2007)** [42] ont présenté une solution numérique par la méthode des éléments finis pour un fluide non Newtonien et pulsé dans un canal poreux. Il a été montré que les vitesses augmentent avec l'augmentation de la perméabilité, la réduction des effets inertiels et la diminution du comportement non-Newtonien. Ce travail illustre également que des vitesses beaucoup plus faibles sont générées en régime stationnaire en comparaison au cas de l'écoulement pulsé.

Le travail de **Huang et Yang (2008)** [43] est une simulation numérique de la convection forcée en écoulement pulsé dans un canal à plaques parallèles muni sur sa paroi inférieure de deux blocs poreux chauffés localement. Les améliorations dans le transfert de chaleur dues d'une part, à la présence des blocs poreux et d'autre part, à l'emploi d'un écoulement pulsé ont été toutes les deux examinées. Les résultats montrent que le changement périodique de la structure de l'écoulement par la présence des blocs poreux et le régime oscillatoire a un impact direct sur les caractéristiques dynamiques et thermiques. En plus, il a été constaté que des choix judicieux de certains paramètres gouvernants liés aux blocs poreux (perméabilité et taille) et à l'écoulement (fréquence et amplitude) peuvent conduire à des améliorations significatives du transfert de chaleur. Ces auteurs ont conclu que la méthode combinant un écoulement pulsé et des blocs poreux peut être considérée comme un bon outil pour l'augmentation du refroidissement des équipements électroniques.

Dans le même contexte, **Huang et al. (2009)** [44] ont utilisé un écoulement pulsé pour l'étude du refroidissement de blocs solides, simulant des composants électroniques, sur lesquels sont placés des couvercles poreux. Les résultats montrent, entre autres, que le taux d'amélioration du transfert de chaleur augmente avec l'amplitude de pulsation, la hauteur des couvercles poreux, et le rapport des conductivités thermiques, mais diminue avec la largeur des couvercles. Cependant, les évolutions avec le nombre de Darcy, le nombre de Strouhal et l'espacement entre les couvercles n'est pas monotone. Ainsi, il existe une valeur critique pour laquelle la performance thermique est minimale (pour le nombre de Darcy) et maximale (pour le nombre de Strouhal et l'espacement des blocs). En raison de l'accroissement de la chute de pression, ces auteurs ont conclu qu'il faut considérer une limite de tolérance, afin de déterminer l'amplitude de pulsation optimale en fonction des paramètres géométriques des blocs et leurs couvercles.

## Conclusion

Un examen de la recherche bibliographique entreprise, nous a permis de faire apparaître une grande confusion concernant l'impact d'un écoulement pulsé sur les performances des systèmes industriels. Les conclusions tirées des études antérieures sont souvent contradictoires et parfois même en contradiction. Une des questions clés est si la superposition d'un écoulement oscillatoire améliore les échanges par rapport au cas stationnaire. La réponse à cette question selon les travaux de la littérature peut être classée en quatre différents avis : (1) l'écoulement pulsé améliore les échanges ; (2) il réduit les échanges ; (3) il n'a aucun effet sur les échanges ; et (4) il améliore ou réduit les échanges selon les paramètres de l'écoulement.(voir tableau ci-dessous)

Régime stationnaire			Régime Pulsé		
Référence	Description du système étudié	conclusions	Référence	Description du système étudié	Conclusions
[3]	Etude de la convection naturelle thermosolutale présentant un gradient de température horizontal	Apparition de plusieurs couches de fluide suite à la déstabilisation d'une couche fluide initialement stratifiée	[24]	Écoulement au sein d'un cylindre à parois ondulées	Structure de l'écoulement fortement dépendante de Re et St
[11]	Etude de la double convection diffusive pour un	A des valeurs précises de Ra, Pr, Le et N, on	[25]	Écoulements oscillatoire dans des canaux reliés	Augmentation des transferts de chaleur.

	gaz binaire	voit l'apparition d'un régime d'écoulement oscillatoire			Diminution de la pression.
[21]	Cavité partiellement remplie muni d'une couche poreuse de faible perméabilité	Réduction des transferts de chaleur et de masse	[26]	Convection thermique forcée due à l'écoulement d'un fluide pulsé dans un canal adiabatique comportant des blocs solides	Lorsque Re et A sont augmentés, le transfert thermique est favorisé.
[22]	Convection thermosolutale dans une cavité carrée poreuse soumise à des gradients de température et de concentration horizontaux	Etablissement de trois régimes en fonction des valeurs que prend le rapport de perméabilité $k_x/k_y$	[30]	Convection naturelle thermosolutale et instationnaire d'un fluide s'écoulant le long d'une plaque verticale ondulée	Diminution de l'amplitude A implique la réduction du coefficient de frottement local.  Augmentation de Sc réduit le coefficient de frottement local ainsi que Nu et augmente Sh
[23]	Cavité comportant des cloisons poreuses. Les parois gauches, droites et du bas sont soumises à des gradients de température et de concentration, le reste des parois est adiabatique et imperméable.	L'augmentation de Da, Nu et Sh favorise la convection. L'augmentation des paramètres cités ci-dessus en plus de celle de Ra favorise nettement la convection.	[40]	Canal poreux soumis à un écoulement pulsé	Nu moyen augmente en régime oscillatoire en comparaison au régime stationnaire

La présente étude est une tentative d'analyse des transferts thermique et massique dans un canal lorsqu'on superpose deux méthodes d'amélioration des échanges à savoir des matrices poreuses et un écoulement pulsé et ceci dans le but d'augmenter les taux de filtration et de refroidissement des gaz des pots d'échappement.

## FORMULATION MATHÉMATIQUE

### Introduction

Dans ce chapitre, on se propose de modéliser le système physique considéré en le traduisant en un ensemble d'équations gouvernantes (mouvement, énergie et espèces) avec des conditions aux limites appropriées. Ces équations sont ensuite adimensionnées en vue de faire ressortir des groupements adimensionnels pertinents à la description de l'écoulement et des transferts de chaleur et de masse.

### III. 1. Domaine physique

Le système étudié est constitué de deux plaques planes, de longueurs égales  $\lambda$ , disposées horizontalement, créant ainsi un espace de hauteur  $H$ . Dans cet espace, sont insérées trois cloisons poreuses, ayant chacune une épaisseur  $w$ , une hauteur  $H$  et une porosité  $\varepsilon$ .

Entre ces deux plaques, s'écoule un fluide Newtonien composé d'un solvant et d'un soluté de concentration  $C_0$ . Ce fluide est animé d'une vitesse variant périodiquement dans le temps  $U_0(1 + A \sin 2\pi ft)$ , à une température constante  $T_0$  à l'entrée du système.

Les parois inférieure et supérieure sont soumises à une température  $T_1$  et une concentration  $C_1$  inférieures respectivement à  $T_0$  et  $C_0$ .

La longueur derrière la dernière cloison poreuse est prise suffisamment grande pour assurer des conditions d'établissement.

Le système étudié est schématisé sur la figure ci-dessous :

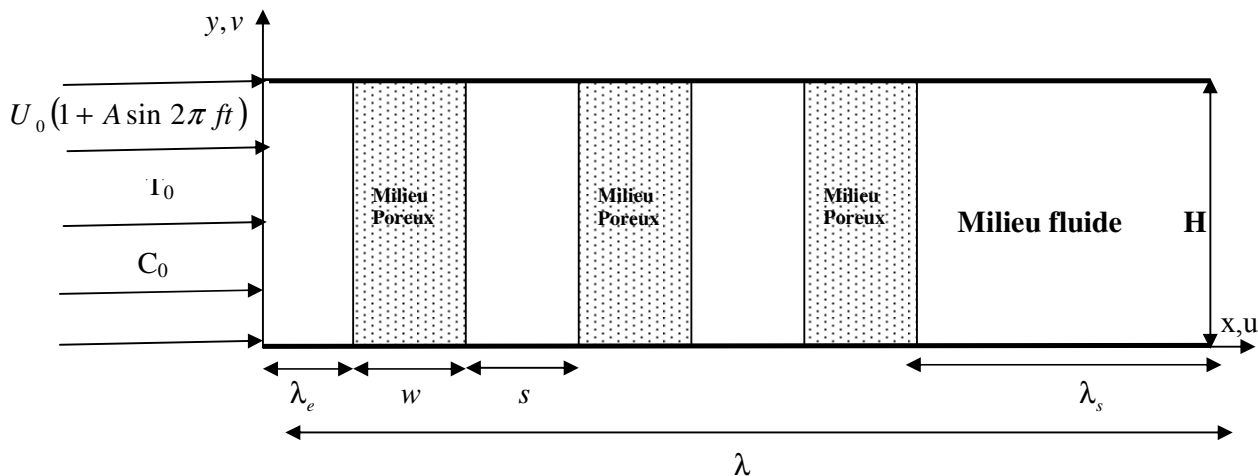


Figure III.1: Domaine physique

### III. 2. Formulation Mathématique

#### III. 2. 1. Hypothèses Simplificatrices

Afin de simplifier le problème considéré, certaines hypothèses sont prises en considération :

1. Le fluide est Newtonien et incompressible.
2. L'écoulement est laminaire et bidimensionnel.
3. Les propriétés thermo-physiques du fluide (viscosité, conductivité thermique,...) sont constantes.
4. Le milieu poreux est supposé homogène, isotrope et saturé par une seule phase fluide.
5. Les forces de volume sont négligées.
6. Le fluide et la matrice solide sont en équilibre thermique local.
7. Les termes de compression, de génération de chaleur et de dissipation visqueuse sont négligeables.
8. Pas de réactions chimiques dans les zones poreuses et fluides.

### III.2. 2. Equations gouvernantes

On considère les équations de conservation de quantité de mouvement, de concentration et d'énergie ainsi que l'équation de continuité.

#### a. Zone fluide

Sous forme vectorielle, ces équations s'écrivent:

*Equation de continuité :*

$$\boxed{\operatorname{div} \mathbf{v} = 0} \quad (\text{III. 1})$$

*Equation de quantité de mouvement :*

$$\boxed{\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v}} \quad (\text{III. 2})$$

*Equation d'énergie :*

$$\boxed{\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} T \right) = k \nabla^2 T} \quad (\text{III. 3})$$

*Equation de transfert de masse :*

$$\boxed{\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} c = D \nabla^2 c} \quad (\text{III. 4})$$

Le développement de ces équations donne :

*Equation de continuité :*

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0} \quad (\text{III. 5})$$

*Equations de mouvement :*

- *Suivant la direction x*

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (\text{III. 6})$$

- *Suivant la direction y*

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \quad (\text{III. 7})$$

*Equation d'énergie :*

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III. 8})$$

*Equation de transfert de masse :*

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III. 9})$$

### ***b. Zone poreuse***

Dans cette zone, l'écoulement est décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer:

*Equation de continuité :*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III. 10})$$

*Equations de mouvement :*

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \vec{V} \nabla \vec{V} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \nabla P + \frac{\mu_e}{\varepsilon} \nabla^2 \vec{V} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \frac{\rho F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} \quad (\text{III. 11})$$

projection de cette équation selon les directions x et y donne :

- *Suivant la direction x*

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu_e}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{K} u - \frac{\rho F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| u \quad (\text{III. 12})$$

- Suivant la direction y

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu_e}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{K} v - \frac{\rho F \varepsilon}{\sqrt{K}} \left| \frac{\partial v}{\partial y} \right| \quad (\text{III. 13})$$

Equation d'énergie :

$$\left[ \varepsilon(\rho C_p) + (1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_e \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III. 14})$$

Equation de transfert de masse :

$$\varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = D_e \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III. 15})$$

### III. 2. 3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées sont :

#### a. Conditions aux limites dynamiques

A l'entrée :  $x = 0, 0 < y < H$

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ u &= U_0 (1 + A \sin(2\pi ft)) \end{aligned}$$

Paroi inférieure :  $y = 0, 0 < x < \lambda$

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned}$$

Paroi supérieure :  $y = H, 0 < x < \lambda$

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned}$$

A la sortie :  $x = \lambda, 0 < y < H$  (établissement)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned}$$

#### b. Conditions aux limites thermiques

A l'entrée :  $x = 0, 0 < y < H$

$$T = T_0$$

Paroi inférieure :  $y = 0, 0 < x < \lambda$

$$T = T_1$$

Paroi supérieure :  $y = H, 0 < x < \lambda$

$$T = T_1$$

A la sortie :  $x = \lambda, 0 < y < H$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

**c. Conditions aux limites solutales**

A l'entrée :  $x = 0, 0 < y < H$

$$c = C_0$$

Paroi inférieure :  $y = 0, 0 < x < \lambda$

$$c = C_1$$

Paroi supérieure :  $y = H, 0 < x < \lambda$

$$c = C_1$$

A la sortie :  $x = \lambda, 0 < y < H$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0$$

**d. Conditions aux interfaces Poreuses medium / Fluide**

Les conditions de flux et les variables aux interfaces control principaux sont

Les conditions de continuité de température et du flux thermique:

$$T_p = T_f$$

$$k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\text{Poreux}} = k_f \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\text{fluide}}$$

Les conditions de continuité massique et du flux massique:

$$c_f = c_p$$

$$\left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{\text{Poreux}} = \left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{\text{fluide}}$$

Les conditions de continuité des composantes de la vitesse, de la pression ainsi que de la contrainte de cisaillement:

$$u_p = u_f \quad v_p = v_f \quad P_p = P_f$$

$$\mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{\text{Poreux}} = \mu_f \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{\text{fluide}}$$

### III. 2. 4. Adimensionnement des équations

Les équations régissant le problème sont réécrites sous forme adimensionnelle, en utilisant les variables réduites suivantes :

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad V = \frac{v}{\varepsilon U_0}, \quad U = \frac{u}{\varepsilon U_0}, \quad P = \frac{p}{\rho U_0^2}, \quad \theta = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1}, \quad C = \frac{c - C_1}{C_0 - C_1},$$

$$\tau = \frac{t}{H/U_0}$$

On aboutit aux équations suivantes:

Equation de continuité :

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0} \quad (\text{III.16})$$

#### a. Zone fluide

Equation de mouvement

- Suivant la direction X

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.17})$$

- Suivant la direction Y

$$\boxed{\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.18})$$

Equation d'énergie :

$$\boxed{\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.19})$$

Equation de transfert de masse :

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial \tau} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Sc Re}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.20})$$

### b. Zone poreuse

Equations de mouvement :

- Suivant la direction X

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_v}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Re Da}} U - \varepsilon^2 \frac{C_F}{\sqrt{\text{Da}}} \left| \frac{\partial U}{\partial X} \right| U} \quad (\text{III.21})$$

- Suivant la direction Y

$$\boxed{\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_v}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Re Da}} V - \varepsilon^2 \frac{C_F}{\sqrt{\text{Da}}} \left| \frac{\partial V}{\partial Y} \right| V} \quad (\text{III.22})$$

Equation d'énergie :

$$\boxed{\frac{R_{c_p}}{\varepsilon} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{\text{Pr Re } \varepsilon} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.23})$$

Equation de transfert de masse :

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial \tau} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Sc Re}} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} \right)} \quad (\text{III.24})$$

Les différents groupements apparaissant dans les équations adimensionnelles sont regroupés dans le tableau (III. 1)

<i>Groupement adimensionnel</i>	<i>Signification</i>
$R_v = \frac{\mu_e}{\mu}$	Rapport des viscosités poreux-fluide
$Re = \frac{\rho U_0 H}{\mu}$	Nombre de Reynolds
$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$	Nombre de Prandtl
$Da = \frac{K}{H^2}$	Nombre de Darcy
$C_F = \varepsilon F$	Coefficient inertiel
$Sc = \frac{\nu}{D}$	Nombre de Schmidt
$Le = \frac{Sc}{Pr}$	Nombre de Lewis
$R_{cp} = \frac{(\rho C_p)_e}{\rho C_p}$	Rapport des capacités calorifiques à pression constante
$R_k = \frac{k_e}{k}$	Rapport des conductivités thermiques poreux - fluide
$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$	Diffusivité thermique
$D_e = \varepsilon D$	Diffusivité massique en milieu poreux
$(\rho C_p)_e = \varepsilon(\rho C_p) + (1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s$	Capacité calorifique en milieu poreux

Tableau III. 1: Groupements adimensionnels

### III. 2. 5. Conditions aux limites adimensionnelles

#### a. Conditions aux limites dynamiques

A l'entrée :  $X = 0, 0 < Y < 1$

$$V = 0$$

$$U = 1 + A \sin(2\pi St\tau)$$

avec  $St = \frac{W_0^2}{Re}$  : nombre de Strouhal et  $W_0 = H \sqrt{\frac{f}{\nu}}$  : nombre de Womersly

Paroi inférieure :  $Y = 0, 0 < X < L$

$$U = 0$$

$$V = 0$$

*Paroi supérieure :  $Y = 1, 0 < X < L$*

$$U = 0$$

$$V = 0$$

*A la sortie :  $X = L, 0 < Y < 1$*

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

$$V = 0$$

**b. Conditions aux limites thermiques**

*A l'entrée :  $X = 0, 0 < Y < 1$*

$$\theta = 1$$

*Paroi inférieure :  $Y = 0, 0 < X < L$*

$$\theta = 0$$

*Paroi supérieure :  $Y = 1, 0 < X < L$*

$$\theta = 0$$

*A la sortie :  $X = L, 0 < Y < 1$*

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

**c. Conditions aux limites solutales**

*A l'entrée :  $X = 0, 0 < Y < 1$*

$$C = 1$$

*Paroi inférieure :  $Y = 0, 0 < X < L$*

$$C = 0$$

*Paroi supérieure :  $Y = 1, 0 < X < L$*

$$C = 0$$

*A la sortie :  $X = L, 0 < Y < 1$*

$$\frac{\partial C}{\partial X} = 0$$

**d. Conditions aux interfaces poreux / fluide**

$$\left. \frac{\partial C}{\partial X} \right|_{\text{Poreux}} = \left. \frac{\partial C}{\partial X} \right|_{\text{fluide}} \quad C_p = C_f$$

$$k_{\text{eff}} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{\text{Poreux}} = k_f \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{\text{fluide}} \quad \theta_p = \theta_f$$

$$U_p = U_f \quad V_p = V_f \quad P_p = P_f$$

$$\mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \Big|_{\text{Poreux}} = \mu_f \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \Big|_{\text{fluide}}$$

**III. 3. Paramètres gouvernants**

**III.3.1. Coefficient de frottement**

Le coefficient de frottements local est défini comme suit :

$$f_x = \frac{\left( \frac{-\partial p_m}{\partial x} \right)}{\frac{1}{2} \rho u_m^2} D_h = \begin{cases} -2 \frac{\partial P_m}{\partial X} \\ U_m^2 & \text{En zone fluide} \\ -2 \frac{\partial P_m}{\partial X} \\ \varepsilon^2 U_m^2 & \text{En zone poreuse} \end{cases} \quad \text{(III.25)}$$

Où  $D_h = 2H$  est le diamètre hydraulique et  $P_m$  et  $U_m$  la pression et la vitesse moyenne suivant une section données par :

$$P_m = \frac{\int_0^1 P dY}{\int_0^1 dY} \quad \text{et} \quad U_m = \frac{\int_0^1 U dY}{\int_0^1 dY}$$

On introduit aussi le coefficient de frottement moyen le long du canal ayant pour expression:

$$f_m = \frac{1}{L} \int_0^L f_x dX \quad \text{(III.26)}$$

Pour un écoulement pulsé, on définit un coefficient de frottement moyenné sur une période comme suit :

$$\langle f_m \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} f_m d\tau = St \int_{\tau}^{\tau+1/St} f_m d\tau \quad (III.27)$$

### III. 3. 2. Nombre de Nusselt

Le transfert de chaleur peut être quantifié par un paramètre adimensionnel appelé *Nombre de Nusselt*. Ce nombre est évalué localement par l'expression suivante:

$$Nu_x = \frac{h_x H}{k} \quad (III.28)$$

$h_x$  représente le coefficient d'échange convectif et s'écrit comme suit:

$$h_x = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial Y}}{T_m - T_1} \quad \text{En zone fluide}$$

$$h_x = \frac{-k_e \frac{\partial T}{\partial Y}}{T_m - T_1} \quad \text{En zone poreuse}$$

On obtient finalement :

$$Nu_x = -\frac{\frac{\partial \theta}{\partial y}}{\theta_m} \quad \text{En zone fluide} \quad (III.29a)$$

$$Nu_x = -\frac{R_k \frac{\partial \theta}{\partial y}}{\theta_m} \quad \text{En zone poreuse} \quad (III.29b)$$

Avec la température moyenne du fluide ayant comme expression :

$$T_m = \frac{\int_S u T dS}{\int_S u dS} \Rightarrow \theta_m = \frac{\int_0^1 U \theta dY}{\int_0^1 U dY} \quad (III.30)$$

Deux nombres de Nusselt locaux ont été calculés, le premier au niveau de la paroi inférieure correspondant à  $Y = 0$  et l'autre au niveau de la paroi supérieure correspondant à  $Y = 1$ .

En raison de la symétrie géométrique et la symétrie des conditions aux limites, les même allures et valeurs seront obtenues et on ne fera plus de distinction entre ces deux grandeurs.

Le nombre de Nusselt moyen est définie par

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_{X_i}^L Nu_x dX \quad (III.31)$$

On définit aussi une température moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période comme :

$$\langle \theta_{ms} \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \theta_{ms} d\tau = St \int_{\tau}^{\tau+1/St} \theta_{ms} d\tau \quad (III.32)$$

### III. 3. 3. Nombre de Sherwood

Le nombre de Sherwood est un nombre adimensionnel décrivant le transfert de masse. De même que pour le phénomène de transfert thermique, le transfert massique est exprimé par le nombre de Sherwood local :

$$Sh_x = -\frac{\partial C}{\partial Y} \quad \text{En zone fluide} \quad (III.33a)$$

$$Sh_x = -\frac{R_D}{C_m} \frac{\partial C}{\partial Y} \quad \text{En zone poreuse} \quad (III.33b)$$

Où  $R_D = \frac{D_e}{D} = \varepsilon$

La concentration moyenne est tel que :

$$C_m = \frac{\int_0^1 UCdY}{\int_0^1 UdY} \quad (III.34)$$

Le nombre de Sherwood moyen est donné par :

$$\boxed{Sh_m = \frac{1}{L} \int_0^L Sh_x dX} \quad (\text{III.35})$$

On définit aussi une concentration moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période comme :

$$\boxed{\langle C_{ms} \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} C_{ms} d\tau = St \int_{\tau}^{\tau+1/St} C_{ms} d\tau} \quad (\text{III.36})$$

### Conclusion

Après avoir écrit les équations générales décrivant le problème étudié et vu leur complexité, il paraît évident que la résolution se fera par le biais d'une méthode numérique.

Le chapitre suivant aura pour objet, la description de la méthode numérique utilisée ainsi que son application au présent cas.

## MODELISATION NUMERIQUE

### Introduction

Du chapitre précédent, on constate que les équations décrivant les phénomènes de transfert thermique, massique ou de mouvement sont bien trop complexes pour être résolues par une méthode analytique. On a alors opté pour une méthode numérique pour la précision des résultats obtenus.

On a utilisé pour la résolution de ces équations la méthode des volumes finis (**Patankar [45]**) qui consiste en l'intégration des équations de conservation sur des volumes de contrôle entourant chacun un point de calcul (nœud).

### IV. 1. Méthode de Résolution

Lors de la résolution des équations on suivra la procédure numérique, mise en place par **Patankar [45]**, basée sur la méthode des volumes finis. Elle consiste dans un premier temps à intégrer l'équation considérée sur un volume bien défini appelé volume de contrôle (figure IV.1) entourant le point de calcul, et à estimer ensuite les différentes valeurs aux interfaces par des interpolations appropriées.

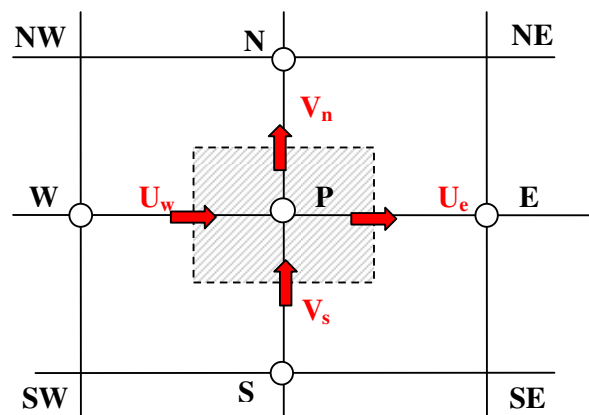


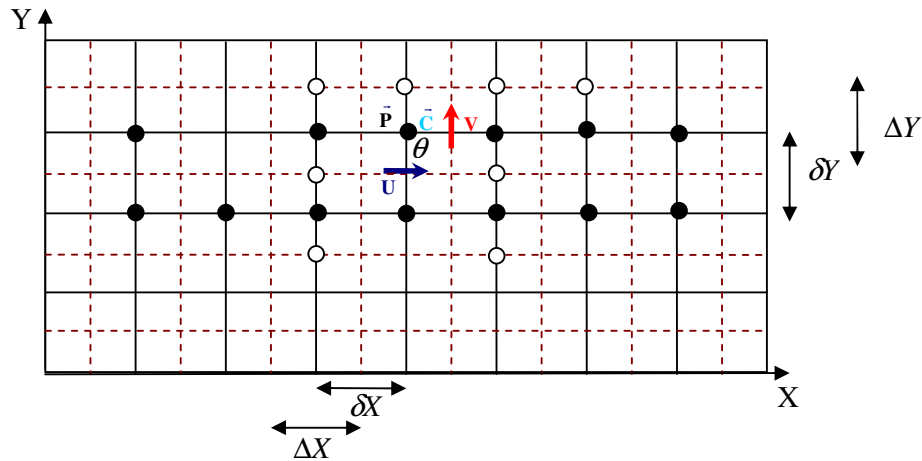
Figure IV.1 : Volume de contrôle

### IV. 2. Maillage

Pour la résolution de notre système d'équations, nous avons utilisé un maillage uniforme décalé comme proposé par **Patankar [45]**.

Un maillage décalé est constitué de plusieurs grilles enchevêtrées les unes dans les autres (figure IV. 2), chacune d'entre elles étant spécifiques à une ou plusieurs variables du problème. Cette procédure présente l'avantage d'assurer le couplage entre des variables sensibles telles que la pression et la vitesse.

Les composantes de vitesse  $U$  et  $V$  sont calculées aux interfaces des volumes de contrôle alors que la pression, température et concentration sont déterminées au centre de ce volume.



- : Maillage principal
- - - - - : Maillage décalé
- : Point de calcul des vitesses U et V
- : Nœud de calcul de P,  $\theta$  et C
- : Vitesse axiale U
- : Vitesse transversale V

**Figure IV. 2 : Exemple d'un maillage uniforme décalé**

Dans notre étude, nous avons opté pour un maillage uniforme suivant X et Y.

**IV. 3. Discrétisation des équations gouvernantes**

Les équations de conservation décrites dans les paragraphes précédents peuvent être mises sous la forme générale suivante:

$$\Lambda_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} = S \tag{IV.1}$$

L'équation (IV.1) représente une combinaison des flux de convection et de diffusion selon les directions X et Y, S étant le terme source

$$J_x = U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}$$

$$J_y = V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y}$$

Avec

$\Phi$  : Variable dépendante étudiée ( $\theta, U, V, C$ )

$\Lambda_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$  : terme instationnaire

$\Gamma$  : Coefficient de diffusion

$S$  : Terme source

$J_x$  : Flux dans la direction axiale X

$J_y$  : Flux dans la direction transversale Y

L'équation (IV.1) s'écrit ainsi de la manière suivante :

$$\Lambda_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right] = S \quad (IV.2)$$

On aboutit alors à l'équation ci-dessous:

$$\Lambda_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (U\Phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V\Phi) = \frac{\partial}{\partial X} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right] + S \quad (IV.3)$$

Le tableau ci-dessous résume la correspondance entre la forme générale (IV.3) et nos équations.

Equation	$\Phi$	$\Gamma$	$J_x$	$J_y$	$S$
Continuité	1	0	U	V	0
Mouvement (X)	U	$\frac{R_v}{Re}$	$UU - \frac{R_v}{Re} \frac{\partial U}{\partial X}$	$VU - \frac{R_v}{Re} \frac{\partial U}{\partial Y}$	$\frac{-\partial P}{\partial X} - \frac{\epsilon}{Re Da} U - \epsilon^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \left  \frac{U}{V} \right  U$
Mouvement (Y)	V	$\frac{R_v}{Re}$	$UV - \frac{R_v}{Re} \frac{\partial V}{\partial X}$	$VV - \frac{R_v}{Re} \frac{\partial V}{\partial Y}$	$\frac{-\partial P}{\partial Y} - \frac{\epsilon}{Re Da} V - \epsilon^2 \frac{C_F}{\sqrt{Da}} \left  \frac{V}{U} \right  V$
Energie	$\theta$	$\frac{R_k}{Pr Re \epsilon}$	$U\theta - \frac{R_k}{Pr Re \epsilon} \frac{\partial \theta}{\partial X}$	$V\theta - \frac{R_k}{Pr Re \epsilon} \frac{\partial \theta}{\partial Y}$	0
Masse	C	$\frac{1}{Re Sc}$	$UC - \frac{1}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial X}$	$VC - \frac{1}{Sc Re} \frac{\partial C}{\partial Y}$	0

**Tableau IV.1a : Différents termes des équations de conservation**

Equation	$\Phi$	$\Lambda_\Phi$
Continuité	1	0
Mouvement (X)	U	1
Mouvement (Y)	V	1
Energie	$\theta$	$\frac{R_{Cp}}{\epsilon}$
Masse	C	1

**Tableau IV.1b: Expressions des termes instationnaires des équations de conservation**

Intégrons l'équation (IV.1) sur les faces du volume de contrôle représenté sur la figure (IV.3), on obtient:

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_w^e \int_s^n \Lambda_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} d\tau dX dY + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_X}{\partial X} d\tau dX dY + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_Y}{\partial Y} d\tau dX dY = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_w^e \int_s^n S d\tau dX dY \quad (IV.4)$$

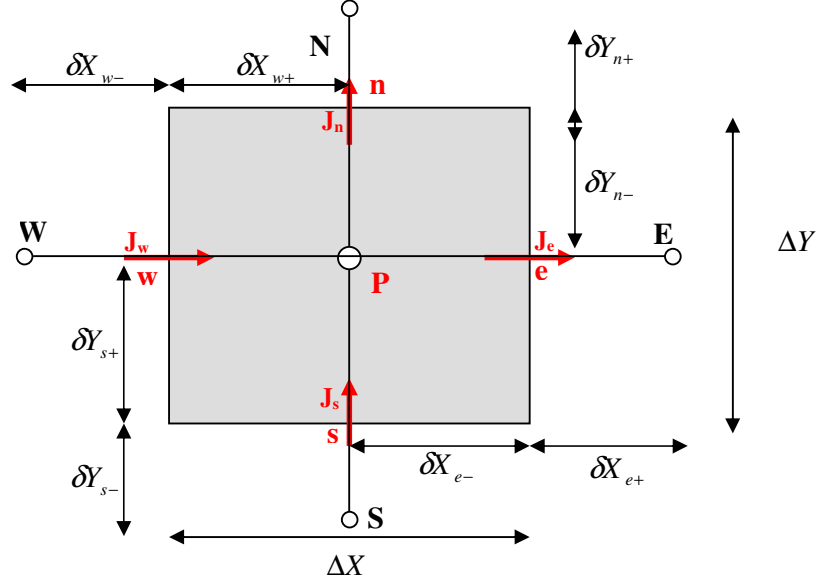


Figure IV.3 : Volume d'intégration des équations de conservation

En utilisant un schéma totalement implicite, on trouve :

$$\Lambda_{\Phi} (\Phi_P - \Phi_P^o) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + (J_e - J_w) + (J_n - J_s) = \bar{S} \Delta X \Delta Y \quad (IV.5)$$

Où

'o' : exposant indiquant les valeurs connues au début de l'étape temporelle  $\tau$

$\bar{S}$  : moyenne des termes sources calculée sur la base du volume de contrôle.

$$J_e = \int_s^n (J_X)_e dY = \left[ U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y \quad (IV.5.a)$$

$$J_w = \int_s^n (J_X)_w dY = \left[ U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y \quad (IV.5.b)$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n dX = \left[ V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X \quad (IV.5.c)$$

$$J_S = \int_w^e (J_Y)_s dX = \left[ V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X \quad (\text{IV.5.d})$$

Intégrons l'équation de continuité sur le même volume de contrôle

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial U}{\partial X} dXdY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = 0 \quad (\text{IV.6})$$

On obtient:

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad (\text{IV.7})$$

Soit :

$$F_e = U_e \Delta Y, F_w = U_w \Delta Y, F_n = V_n \Delta X, F_s = V_s \Delta X$$

L'équation (IV.7) devient :

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Multiplions cette équation par  $\Phi_p$ , on aura :

$$F_e \Phi_p - F_w \Phi_p + F_n \Phi_p - F_s \Phi_p = 0 \quad (\text{IV.9})$$

D'autre part, le terme source s'exprime après linéarisation comme suit:

$$\bar{S} = S_C + S_p \Phi_p \quad (\text{IV.10})$$

En combinant les équations (IV.9) et (IV.10), on aboutit à :

$$\Lambda_\Phi (\Phi_p - \Phi_p^o) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + [(J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p)] + [(J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p)] = (S_C + S_p \Phi_p) \Delta X \Delta Y \quad (\text{IV.11})$$

En utilisant les expressions de **Patankar [45]**

$$\begin{aligned} J_e - F_e \Phi_p &= a_E (\Phi_p - \Phi_E) \\ J_w - F_w \Phi_p &= a_W (\Phi_p - \Phi_W) \\ J_n - F_n \Phi_p &= a_N (\Phi_p - \Phi_N) \\ J_s - F_s \Phi_p &= a_S (\Phi_p - \Phi_S) \end{aligned}$$

On obtient une équation discrétisée qui est une relation algébrique entre les valeurs de la variable  $\Phi$  au centre de la maille et celles des nœuds voisins :

$$a_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + b \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [+F_w, 0]$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [+F_s, 0]$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0]$$

$$a_p = a_E + a_W + a_S + a_N + \Lambda_\Phi \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} - S_p \Delta X \Delta Y$$

$$b = S_c \Delta X \Delta Y + \Lambda_\Phi \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \Phi_p^o$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta X_e} \Delta Y$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta X_w} \Delta Y$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta Y_n} \Delta X$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta Y_s} \Delta X$$

$P_i = F_i / D_i$  ; (i = e, w, n, s) : représente le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion (nombre de Peclet).

$F_i$  : débit volumique à travers les faces respectives du volume de contrôle

$D_i$  : diffusion

Le symbole  $[a, b]$  représente le maximum entre a et b et  $A(|P_i|)$  la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

L'équation (IV.12) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_p \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (\text{IV.13})$$

Où nb désigne les nœuds voisins au nœud principal 'P'.

#### IV. 4. Schémas d'interpolation

L'évaluation de la variable  $\Phi$  à une interface du volume de contrôle nécessite une analyse des différents schémas d'interpolation existant dans le but de définir les expressions de la fonction  $A(|P|)$ .

On peut citer, à titre d'exemple, ces quelques schémas :

##### *a. Schéma aux différences centrées (Central)*

La fonction d'interpolation pour ce schéma est :

$$A(|P|) = 1 - 0.5|P| \quad (\text{IV.14})$$

Ce schéma peut être utilisé uniquement pour les cas où  $(|P|) \leq 2$ , et il n'est pas recommandé aux nombres de Reynolds (Re) et Rayleigh (Ra) élevés.

**b. Schéma décentré amont (Upwind)**

La fonction d'interpolation est la suivante:

$$A(|P|) = 1 \quad (\text{IV.15})$$

Ce schéma présente l'inconvénient de surestimer la diffusion à grande valeur de  $|P|$ .

**c. Schéma hybride**

Ce schéma est une combinaison des deux schémas cités ci-dessus. Sa fonction d'interpolation est la suivante:

$$A(|P|) = [0, 1 - 0.5|P|] \quad (\text{IV.16})$$

Néanmoins, ce schéma présente un inconvénient majeur qui est une erreur maximale au voisinage de  $|P|=2$ .

**d. Schéma exponentiel (Exact)**

La fonction d'interpolation est :

$$A(|P|) = \frac{|P|}{\exp|P| - 1} \quad (\text{IV.17})$$

Ce schéma est recommandé pour les écoulements monodimensionnels mais non pour les écoulements bis et tridimensionnels, de plus, le terme exponentiel rend le temps de calcul élevé.

**e. Schéma de la loi de puissance (Power-Law)**

La fonction d'interpolation est:

$$A(|P|) = [0, (1 - 0.5|P|)^5] \quad (\text{IV.18})$$

Ce schéma est très efficace car il approche le mieux la solution exacte et n'a pas de contraintes d'application. C'est ce schéma qui a été utilisé dans la présente étude.

#### IV. 5. Linéarisation du terme source

Le terme source est généralement fonction de la variable dépendante, il est donc recommandé de l'écrire sous forme linéaire. Pour ce faire, la méthode de la tangente est souvent utilisée et elle consiste en l'écriture du terme source sous la forme suivante:

$$\bar{S} = S_p \Phi_p + S_c \tag{IV.19}$$

Avec :  $\bar{S} = \bar{S}^* + \left(\frac{d\bar{S}}{d\Phi}\right)^* (\Phi_p - \Phi_p^*)$

\*: indique l'itération précédente

Le tableau ci-dessous résume les expressions des différents termes sources correspondants aux différentes équations de conservation:

$\Phi$	$S_c$	$S_p$
$U$	$\frac{C_F \epsilon^2 U^{*3}}{\sqrt{Da}  V^* }$	$-\frac{\epsilon}{Re Da} - \frac{C_F \epsilon^2}{\sqrt{Da}} \left(  V^*  + \frac{U^{*2}}{ V^* } \right)$
$V$	$\frac{C_F \epsilon^2 V^{*3}}{\sqrt{Da}  V^* }$	$-\frac{\epsilon}{Re Da} - \frac{C_F \epsilon^2}{\sqrt{Da}} \left(  V^*  + \frac{V^{*2}}{ V^* } \right)$
$\theta$	0	0
$C^*$	0	0

Tableau IV.2: Expressions des termes sources linéarisés

#### IV.6. Discrétisation des équations de quantité de mouvement

La présence du gradient de pression dans les équations de quantité de mouvement impose l'utilisation d'un maillage décalé afin de déterminer les composantes de vitesse U et V

Les volumes de contrôle résultants du maillage décalé sont représentés sur les figures IV.4.a et IV.4.b.

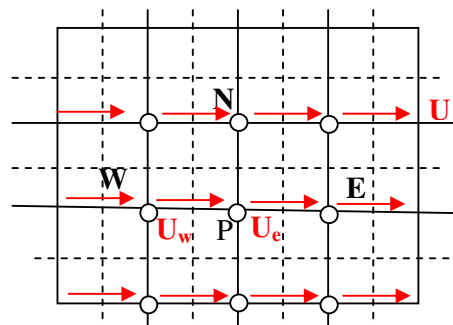


Figure IV.4.a: Volume de control lié à U

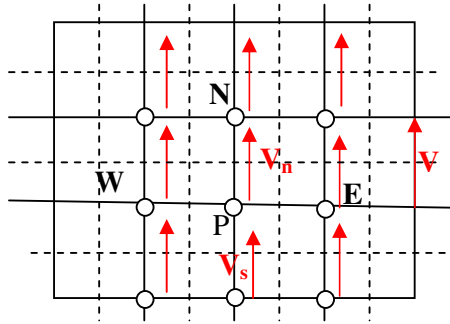


Figure IV.4.b : Volume de control lié à V

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les directions X et Y donne :

$$a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_p - P_E) A_e \tag{IV.20.a}$$

$$a_n V_n = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb} + b + (P_p - P_N) A_n \tag{IV.20.b}$$

$A_n$  et  $A_e$ : Surfaces sur lesquelles agissent les forces de pression.

$(P_p - P_E) A_e$ : Force de pression agissant sur la face verticale du volume de contrôle.

$(P_p - P_N) A_n$ : Force de pression agissant sur la face horizontale du volume de contrôle.

#### IV. 6. 1. Correction de la vitesse

Le champ de vitesse ne satisfera l'équation de continuité que si le champ de pression est correct, on doit alors, choisir une valeur initiale  $P^*$  à laquelle correspond la solution  $U^*$  et  $V^*$ .

$$a_e U_e^* = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_p^* - P_E^*) A_e \tag{IV.21.a}$$

$$a_n V_n^* = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_p^* - P_N^*) A_n \tag{IV.21.b}$$

La valeur que prendra la pression  $P^*$  est estimée de manière à ce que les vitesses  $U^*$  et  $V^*$  s'approchent progressivement (à chaque itération) des valeurs qui satisferont l'équation de continuité.

Définissons les termes  $P'$ ,  $U'$  et  $V'$  comme étant les corrections de pression et des composantes de vitesse.

On écrit alors:

$$P = P^* + P'$$

$$V = V^* + V'$$

$$U = U^* + U'$$

En soustrayant les équations (IV.20.a) et (IV.21.a) et en considérant l'hypothèse simplificatrice introduite par **Patankar** [45] qui stipule que le terme  $\left( \sum_{nb} a_{nb} U'_{nb} \right)$  est

négligeable, on arrive à écrire une équation de correction de pression définie sous la forme d'une matrice tri-diagonale :

$$a_e U_e' = (P_P' - P_E') A_e \tag{IV.22}$$

ou

$$U_e' = (P_P' - P_E') d_e \tag{IV.23}$$

Avec:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

On aboutit donc à l'équation suivante:

$$U_e = U_e^* + (P_P' - P_E') d_e \tag{IV.24}$$

De la même manière, on peut écrire:

$$V_n = V_n^* + (P_P' - P_n') d_n \tag{IV.25}$$

Avec :  $d_n = \frac{A_n}{a_n}$

### IV. 6. 2. Equation de correction de la pression

L'équation de continuité:

$$\frac{\partial}{\partial X}(U) + \frac{\partial}{\partial Y}(V) = 0 \tag{IV.26}$$

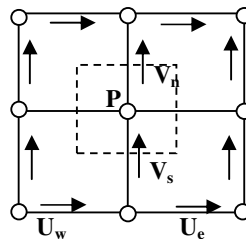


Figure IV. 5 : Volume de contrôle lié à P

intégrée sur le volume de contrôle de la figure IV.5, donne:

$$[U_e - U_w] \Delta Y + [V_n - V_s] \Delta X = 0 \tag{IV.27}$$

Substituons les vitesses par  $V = V^* + V'$  et  $U = U^* + U'$

Avec :

$$U_i = U_i^* + (P'_P - P'_i) d_i$$

On aboutit à l'équation de correction de pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_S P'_S + a_N P'_N + b \quad (\text{IV.28})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta Y$$

$$a_W = d_w \Delta Y$$

$$a_N = d_n \Delta X$$

$$a_S = d_s \Delta X$$

$$a_P = a_E + a_W + a_S + a_N$$

$$b = [U^*_e - U^*_w] \Delta Y + [V^*_n - V^*_s] \Delta X$$

Le terme b tend vers zéro à la convergence.

#### IV. 7. Algorithme Simple

L'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) consiste à corriger la pression et les composantes de vitesse à chaque itération jusqu'à ce que l'équation de continuité soit vérifiée.

Les séquences de cet algorithme sont comme suit:

- 1- Initialisation du champ de pression ( $P^*$ )
- 2- Résolution de l'équation de mouvement pour obtenir les vitesses  $U^*$  et  $V^*$
- 3- Résolution de l'équation de correction de pression ( $P'$ )
- 4- Correction de la pression ( $P = P^* + P'$ ) et des vitesses ( $V = V^* + V'$ ) et ( $U = U^* + U'$ )
- 5- Contrôler le critère de convergence:
  - Si vérifier aller à l'étape suivante (6)
  - Sinon : Prendre  $P^* = P$  et redémarrer les calculs depuis l'étape (2)
- 6- Résolution des équations de l'énergie et de transfert de masse

Les étapes sus citées permettent d'avoir une solution pour un pas de temps dans un problème instationnaire. Pour les problèmes non linéaires transitoires, il faut en plus assurer une itération interne à chaque pas de temps, afin d'actualiser les non-linéarités et permettre d'avoir un schéma totalement implicite.

La procédure itérative pour déterminer les champs des différentes variables au pas de temps suivant (n+1) consiste essentiellement à avancer le temps d'un pas adéquat  $\Delta\tau$ , initialiser le champ  $\Phi$  au temps n ( $\Phi^n$ ) et procéder à des itérations internes au pas de temps (n+1) en utilisant une estimation du champ ( $\Phi^*$ ) à la première itération jusqu'à convergence.

## IV. 8. Méthode de Résolution

Les équations auxquelles on a aboutit constituent en réalité un système algébrique tridiagonal. Sa résolution se fait grâce à la méthode dite ligne par ligne basée sur l'algorithme T.D.M.A (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) et la méthode itérative de Gauss-Seidel.

On fixe les variables dépendantes suivant une direction en les considérant comme les coefficients des équations à résoudre.

On calcule les variables d'une ligne s'appuyant sur les valeurs dépendantes de la ligne précédente déjà connue, en d'autres termes, on procède par propagation de l'information prise aux limites du domaine.

La forme générale des équations à résoudre est:

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + b_{i,j} \quad (IV.29)$$

La méthode de résolution consiste à résoudre ces équations en bloc sur une ligne (X ou Y) qui se déplace de façon à balayer l'ensemble du domaine de calcul.

Dans notre cas, le balayage est horizontal, c'est-à-dire que la résolution en bloc concerne des lignes verticales.

A une itération donnée, l'équation (IV.29) donne en tout point:

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j}^* + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j}^* + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + b_{i,j} \quad (IV.30)$$

Les  $\Phi^*$  désignent les valeurs connues à l'itération précédente.

On peut ainsi former une équation sur chaque nœud suivant la direction horizontale (E: Est, W: West).

En utilisant la notation indicielle, on peut écrire:

$$A_{i,j} \Phi_{i,j} = B_{i,j} \Phi_{i,j+1} + C_{i,j} \Phi_{i,j-1} + D_{i,j} \quad (IV.31)$$

Avec:

$$A_{i,j} = a_{i,j}$$

$$B_{i,j} = a_{Ni,j}$$

$$C_{i,j} = a_{Si,j}$$

$$D_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j}^* + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j}^* + b_{i,j}$$

Soient  $P_{i,j}$  et  $\psi_{i,j}$  deux coefficients tels que:

$$\Phi_{i,j} = P_{i,j} \Phi_{i,j+1} + \psi_{i,j} \quad (IV.32)$$

D'où

$$\Phi_{i,j-1} = P_{i,j-1} \Phi_{i,j} + \psi_{i,j-1} \quad (IV.33)$$

En remplaçant l'équation (IV.33) dans l'équation (IV.31), on obtient:

$$\Phi_{i,j} = \left( \frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}} \right) \Phi_{i,j+1} + \left( \frac{C_{i,j}\Phi_{i,j-1} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}} \right) \quad (\text{IV.34})$$

$$P_{i,j} = \left( \frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}} \right) \text{ et } \psi_{i,j} = \left( \frac{C_{i,j}\Phi_{i,j-1} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j}P_{i,j-1}} \right) \quad (\text{IV.35})$$

La procédure de calcul est la suivante:

1. Calcul de  $P_{i,j}$  et  $\psi_{i,j}$  par la condition imposée à la frontière ( $j = 1$ )
2. Calcul de  $\psi_{i,j}$  et  $P_{i,j}$  par la relation (IV.35)
3. Calcul de  $\psi_{i,m}$  par la condition à la frontière ( $j = m$ )
4. Calcul de  $\Phi_{i,j}$  de  $j = m-1$  à  $j = 1$  grâce à la relation (IV.32)

#### IV. 9. Technique de relaxation

Lors de la résolution des systèmes d'équation non linéaires, par des méthodes itératives, on utilise des techniques de relaxation afin de contrôler la convergence et éviter une divergence des calculs.

En introduisant la variable  $\Phi_p^*$ , correspondant à la valeur  $\Phi_p$  à l'itération précédente, on peut écrire:

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \alpha_\Phi \left[ \frac{\sum a_{nb}\phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^* \right] \quad (\text{IV.36})$$

Où  $\alpha_\Phi$  est un facteur de relaxation introduit pour amortir le changement survenu à  $\Phi_p$  pendant une itération.

En fonction des valeurs que prend  $\alpha_\Phi$  on définit deux types de relaxation dédiés à faire converger les calculs selon les cas suivants:

Pour  $1 < \alpha_\Phi < 2$  : on parle d'une *sur-relaxation*

Pour  $0 < \alpha_\Phi < 1$  : on parle de *sous-relaxation*

La valeur du coefficient de relaxation  $\alpha_\Phi$  est obtenue suite à plusieurs essais et sa valeur varie d'un problème à un autre et d'une variable dépendante à une autre.

#### IV. 10. Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence lorsqu'on ne constate plus de variations significatives sur les valeurs des variables dépendantes d'une itération à une autre.

Ce point de convergence s'exprime par un test d'arrêt du processus itérative appelé "*test de convergence*".

Pour nos calculs, nous avons utilisé un critère qui porte sur l'erreur relative sur  $\Phi$  et qui s'écrit pour chaque variable:

$$\max \left| \frac{\Phi - \Phi^*}{\Phi^*} \right| \leq \xi \quad (\text{IV.37})$$

Où  $\Phi^*$  est la valeur de  $\Phi$  à l'itération précédente.

Dans notre cas, on a fixé  $\xi = 10^{-6}$  pour U,  $\theta$  et C et  $\xi = 10^{-2}$  pour V.

Ce critère de convergence a été utilisé pour un pas de temps donné. Pour l'arrêt du programme instationnaire, nous avons utilisé un deuxième critère qui est :

$$\tau \geq \tau_{\max} \quad (\text{IV.38})$$

Où  $\tau_{\max}$  est choisi suffisamment grand de sorte que le régime devient périodiquement établi.

### Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la procédure numérique choisie pour la détermination des champs dynamique, thermique et massique.

La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE ont été utilisés pour résoudre le système d'équations algébriques obtenu.

Dans le prochain chapitre, on validera le code de calcul et discutera les résultats obtenus.

## ETUDE DES TRANSFERTS EN REGIME STATIONNAIRE

### Introduction

Dans ce chapitre, on présentera un ensemble de résultats visant à faire ressortir l'influence de différents paramètres sans considérer le paramètre temporel (nombre de Lewis, nombre de Darcy, nombre de Reynolds, porosité et rapport des conductivités thermiques) sur les champs dynamique, thermique et massique.

On s'intéressera aux évolutions des températures et concentrations moyennes le long du canal, aux variations des températures et concentrations moyennes à la sortie du canal ainsi qu'aux variations des nombres de Sherwood et de Nusselt et du coefficient de frottement avec ces mêmes paramètres.

### V. 1. Paramètres considérés

Cette étude a pour but de mieux comprendre et maîtriser le processus de filtration par membranes (matrices poreuses) afin de l'optimiser lors de son application pour le traitement des gaz pollués tels que les gaz des pots d'échappement et ceci afin de préserver l'environnement. Pour cette raison, les paramètres physiques ont été choisis dans ce sens.

La plage de variation des paramètres géométriques et physiques, qui influencent notre système d'étude, est indiquée sur les tableaux V.1 et V.2.

Paramètre	Valeur
Nombres de membranes poreuses	3
Espacement entre deux membranes successives S	1
Largeur d'une membrane W	1
Longueur d'entrée $L_e$	3
Longueur de sortie $L_s$	22
Longueur totale du canal L	30

**Tableau V.1 : Grandeurs géométriques du domaine étudié**

Paramètre	Plage de variation
Nombre de Lewis $Le = Sc/Pr$	0.1 - 10
Nombre de Darcy Da	$10^{-6}$ - 0.1
Nombre de Reynolds Re	50 - 500
Porosité $\epsilon$	0.2 - 0.95
Rapport des conductivités thermiques $R_k$	1 - 100
Coefficient inertiel $C_F$	0.35
Nombre de Prandtl Pr	0.7
Rapport des viscosités $R_v$	1

**Tableau V.2 : Plage de variation des paramètres physiques**

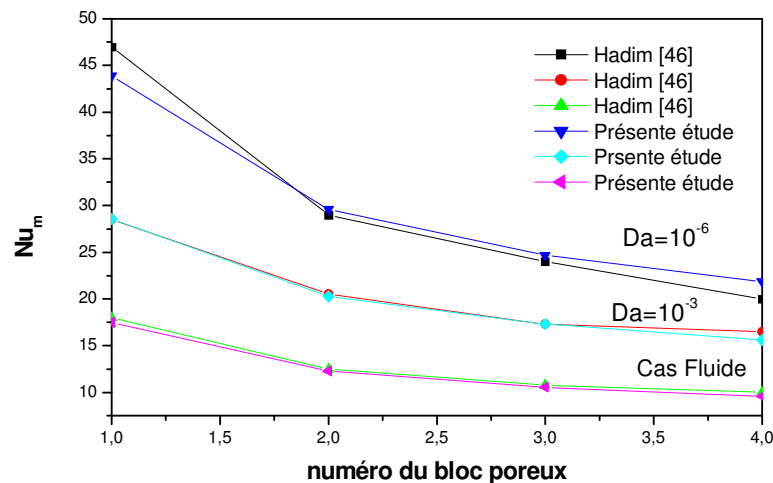
## V. 2. Sensibilité du maillage

Avant de commencer les simulations numériques pour la résolution des équations, on doit au préalable, choisir un nombre de nœuds approprié, de manière à garantir la précision des résultats sans pour autant alourdir le code de calcul.

Pour cela, nous avons fait des essais avec plusieurs maillages (X-Y) : 60×20, 90×30, 120×40, 120×50, 150×50, 180×60, 180×70 et 210×70. La comparaison des résultats obtenus pour les différents maillages a montré qu'à partir d'une grille de 180×70, la résolution numérique devient insensible au maillage (erreur relative pour divers paramètres calculés, tels que coefficient de frottement et nombres de Nusselt et Sherwood moyens, inférieure à 2%)

## V. 3. Validation du code de calcul

Pour pouvoir exploiter les résultats obtenus grâce au code de calcul, nous l'avons validé avec l'étude numérique de **Hadim [46]** où nous avons considéré 4 blocs avec un coefficient d'inertie  $C_F = 0.1$ , une porosité  $\varepsilon = 0.97$  et un nombre de Reynolds  $Re = 100$ . Les résultats des deux études sont illustrés sur la figure V.1



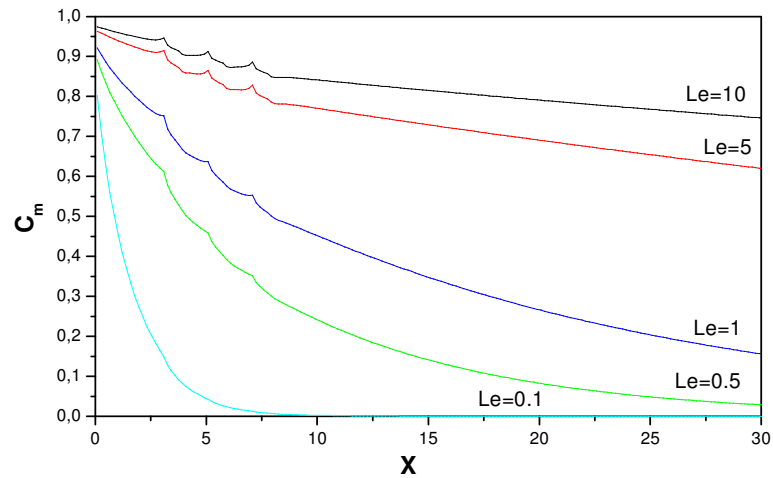
**Figure V.1 : Evolution du nombre de Nusselt moyen pour chaque bloc en fonction du nombre de Darcy :  $Re = 100$  et  $R_k = 1$**

Globalement, les résultats obtenus par le code de calcul et ceux de l'étude [46] montrent de faibles écarts ce qui est une bonne justification de la fiabilité du code de calcul adapté à la présente étude.

## V. 4. Effet du nombre de Lewis

L'influence du premier paramètre que nous allons considérer est celle du nombre de Schmidt traduit par le nombre de Lewis. Pour cette raison, nous avons maintenu certains paramètres fixes ( $Re = 200$ ,  $Da = 10^{-4}$ ,  $\varepsilon = 0.4$  et  $R_k = 1$ ) et nous avons fait varier le nombre de Lewis entre 0.1 et 10.

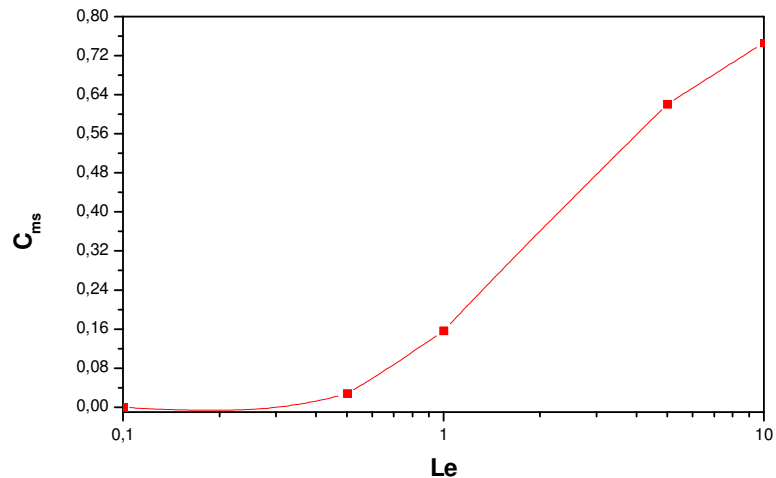
L'évolution de la concentration moyenne le long du canal pour différentes valeurs de  $Le$  est illustrée sur la figure V.2.



**Figure V.2 : Evolution de la concentration moyenne le long du canal pour différents nombres de Lewis :  $Da=10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

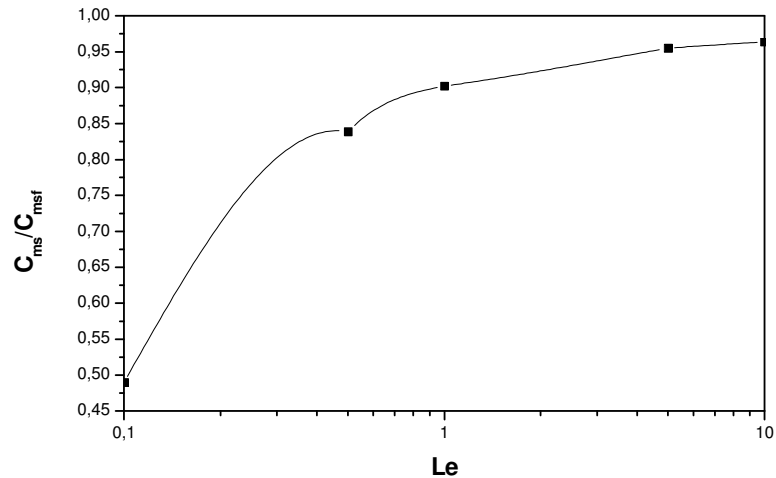
Il apparaît d'après cette figure une réduction de la concentration moyenne d'une part, le long du canal et d'autre part, avec la diminution du nombre de Lewis. En effet, la valeur de ce paramètre, lorsqu'elle augmente, atténue les effets convectifs dans le bilan de transfert massique. Cette décroissance devient très significative aux faibles valeurs de  $Le$ . Ainsi à  $Le = 0.1$ ,  $C_m$  tend vers une valeur nulle sur une faible longueur du canal correspondant à la position juste derrière la dernière matrice poreuse ( $X = 8$ ). Dans ce cas la filtration par utilisation de matrices poreuses possédant ces caractéristiques ( $\epsilon = 0.4$  et  $Da = 10^{-4}$ ) semble être très efficace.

Ces résultats sont confirmés par la figure V.3 où nous représentons la variation de la concentration moyenne à la sortie du canal avec le nombre de Lewis. Ce paramètre pouvant caractériser l'efficacité du processus de filtration.



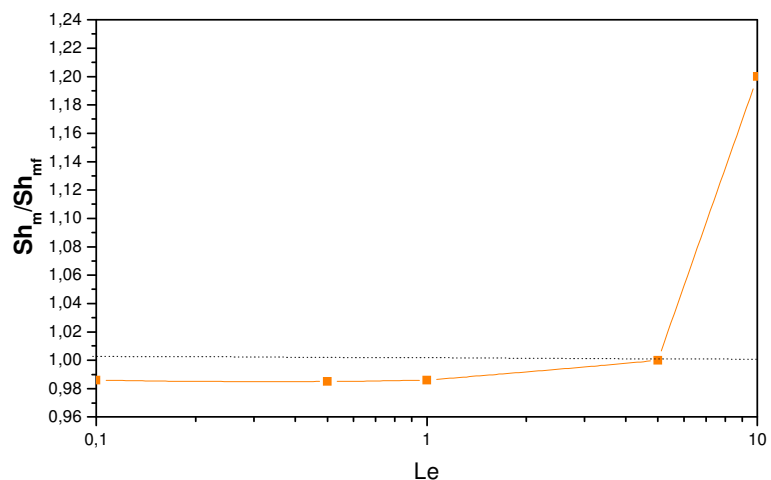
**Figure V.3 : Variation de la concentration moyenne à la sortie du canal avec le nombre de Lewis :  $Da=10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

Afin de voir l'intérêt d'utilisation de membranes poreuses dans le processus de filtration, nous avons comparé les valeurs des concentrations moyennes à la sortie du canal en présence de matrices poreuses à celles dans le cas non poreux (cas fluide). Il apparaît d'après la figure V.4 une amélioration de la filtration par insertion de milieu poreux puisque la valeur du rapport  $C_m/C_{mf}$  est toujours inférieure à l'unité pour la plage de variation du nombre de Lewis qu'on a considéré. On remarque aussi que lorsque  $Le$  croît, la courbe approche la valeur du cas fluide ce qui traduit une baisse du rendement de filtration. Ainsi à  $Le = 0.1$ , il y a une amélioration de l'ordre de 50 % par rapport au cas fluide alors qu'à  $Le = 1$  (cas qui nous intéresse pour le traitement des gaz des pots d'échappement) l'amélioration n'est de l'ordre de 10 %.



**Figure V.4 : Variation du rapport des concentrations moyennes poreux/fluide à la sortie du canal avec le nombre de Lewis :  $Da=10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

La variation du rapport des nombres de Sherwood moyens poreux- fluide avec  $Le$  est illustrée sur la figure V.5.



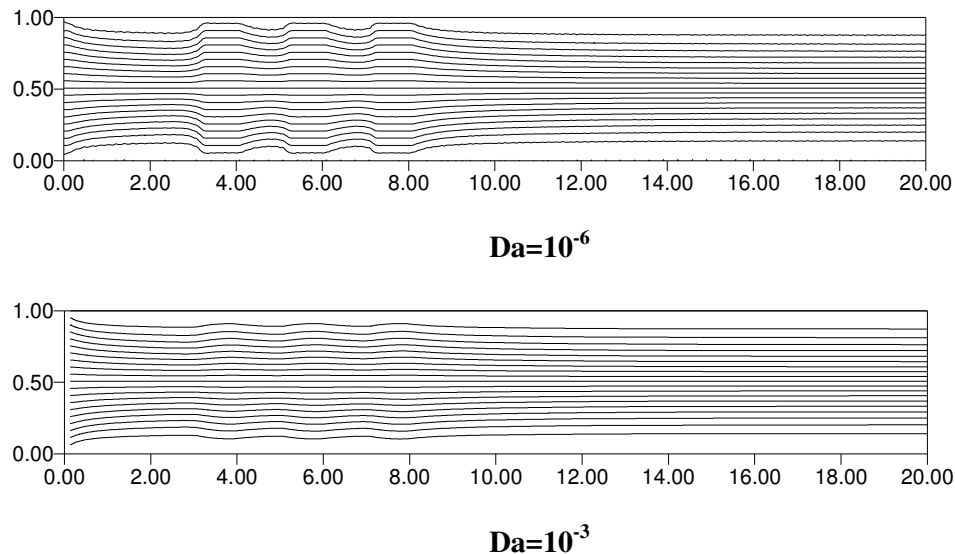
**Figure V.5 : Variation du rapport des nombres de Sherwood moyens poreux/fluide avec le nombre de Lewis :  $Da=10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

Comme le nombre de Sherwood caractérise le transfert massique entre le fluide et les parois du canal, il apparaît une augmentation de cet échange avec le nombre de Lewis. La raison d'un tel comportement est qu'une plus grande valeur du nombre de Lewis correspond à une couche limite de concentration plus mince et ceci va causer une augmentation du gradient de concentration à la paroi, et donc par définition du nombre de Sherwood,  $Sh_m$  va augmenter. On observe aussi qu'au-delà de  $Le = 5$ , il y a une nette augmentation du rapport  $Sh_m/Sh_{mf}$  et devient supérieur à l'unité.

### V. 5. Effet de la perméabilité

La structure de l'écoulement dans le canal en présence des matrices poreuses est représentée sur la figure V.6 pour deux perméabilités du milieu poreux traduites par le nombre de Darcy ;  $Da = 10^{-3}$  et  $Da = 10^{-6}$ .

Pour un milieu poreux faiblement perméable ( $Da = 10^{-6}$ ), on distingue un écoulement uniforme dans les deux régions fluide avec une nette différence dans la zone poreuse à cause de la grande résistance à l'écoulement. Lorsqu'on augmente  $Da$  ( $Da = 10^{-3}$ ), le fluide trouve plus de facilité à circuler dans le milieu poreux et on tend vers un écoulement uniforme et identique dans tout le canal.



**Figure V.6 : Lignes de courant :  $Le = 1$ ,  $Re = 200$  et  $\epsilon = 0.4$**

Les effets de la perméabilité sur la température et la concentration moyennes le long du canal pour différents  $Da$  sont illustrés sur les figures V.7 et V.8 respectivement. Il ressort une réduction de  $\theta_m$  et  $C_m$  avec la diminution du nombre de Darcy du fait que le fluide chaud et chargé de particules rencontre une grande résistance lors de son passage dans les matrices poreuses. Ainsi la figure V.9 montre un meilleur refroidissement ( $\theta_{ms}$ ) et une meilleure filtration ( $C_{ms}$ ) avec la réduction de la perméabilité. La variation de  $\theta_{ms}$  et  $C_{ms}$  avec  $Da$  se fait entre deux limites l'une correspondant au cas des faibles perméabilités lorsque le milieu poreux tend vers un corps solide et l'autre correspondant aux grandes perméabilités lorsqu'on tend vers le cas fluide.

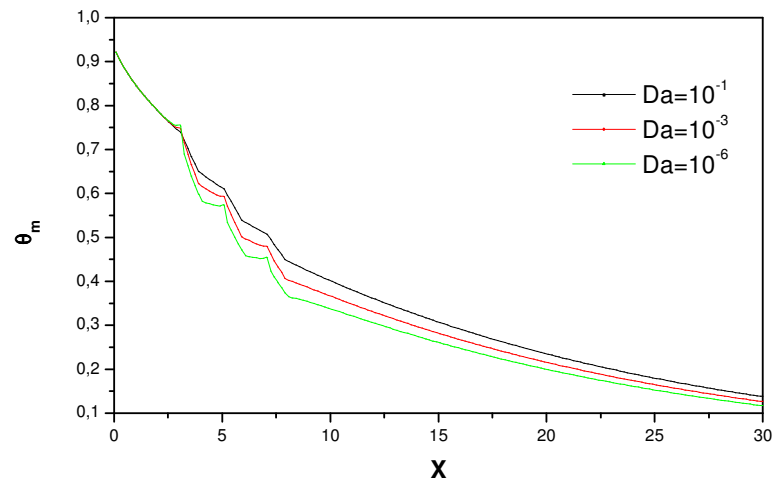


Figure V.7 : Evolution de la température moyenne le long du canal pour différentes perméabilités du milieu poreux :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$

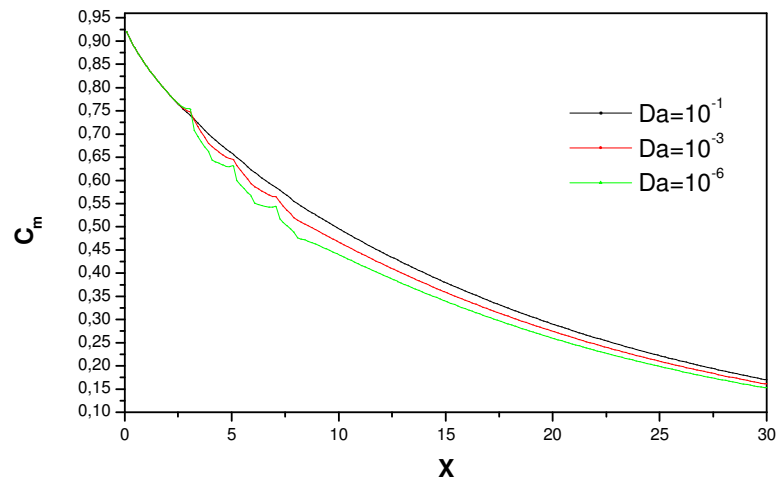
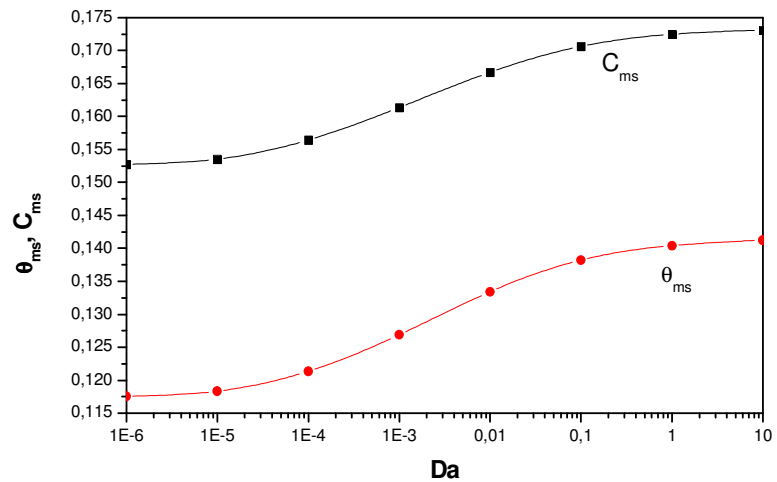
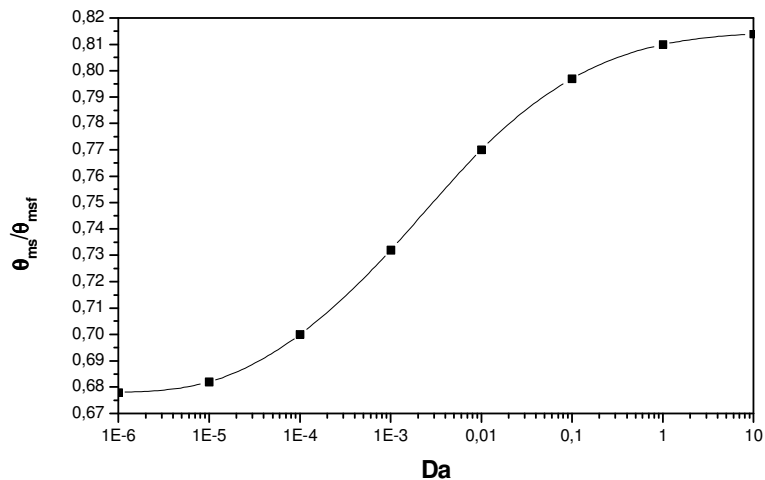


Figure V.8 : Evolution de la concentration moyenne le long du canal pour différentes perméabilités du milieu poreux :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$

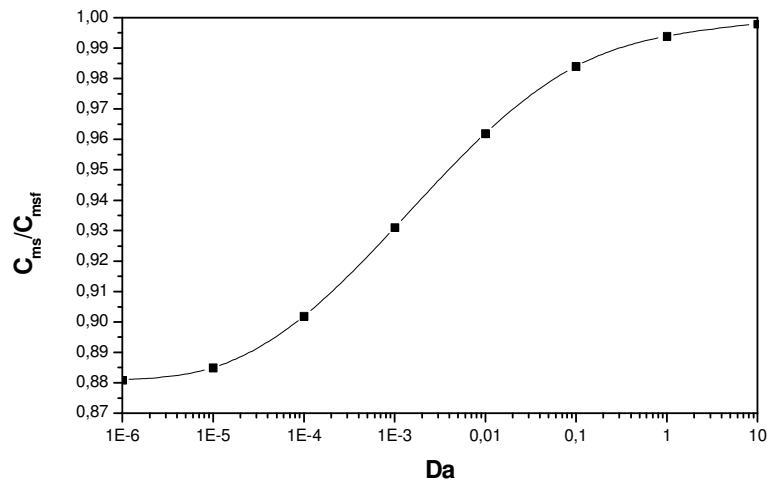


**Figure V.9 : Variation des températures et concentrations moyennes à la sortie du canal avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

Pour voir l'efficacité des transferts thermique et massique par rapport au cas non poreux, nous avons représenté sur les figures V.10 et V.11 l'évolution des rapports de la température et de la concentration moyennes poreux – fluide à la sortie du canal avec Da. Il apparait encore une fois que l'insertion d'un milieu poreux est plus efficace, des points de vue thermique et massique, que le cas fluide puisque ces rapports sont toujours inférieures à l'unité.

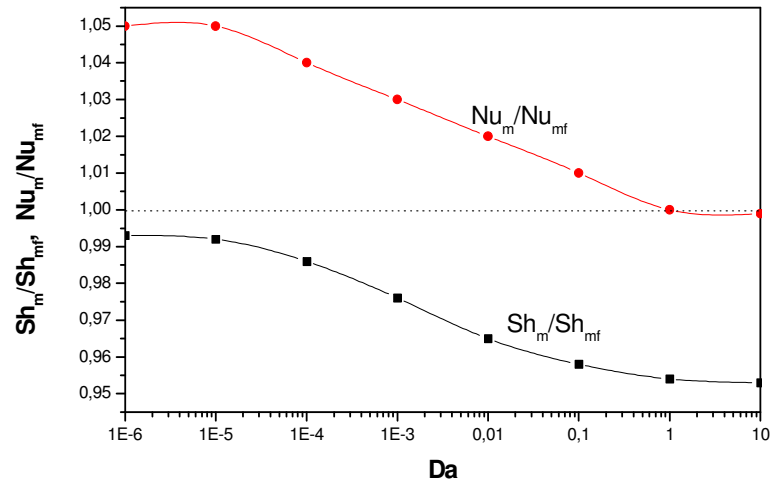


**Figure V.10 : Variation du rapport des températures moyennes poreux/fluide à la sortie du canal avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**



**Figure V.11 : Variation du rapport des concentrations moyennes poreux/fluide à la sortie du canal avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

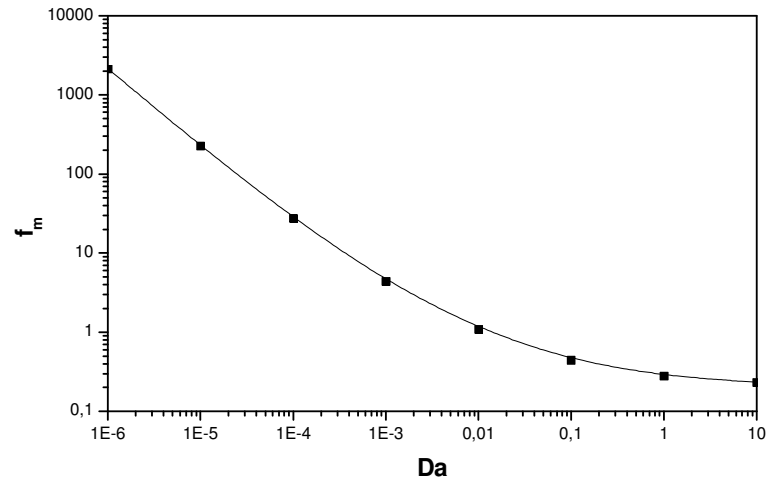
Les courbes des nombres de Nusselt et Sherwood moyens (figure V.12) viennent confirmer ce qui vient d'être dit puisque les plus grands taux de transferts de chaleur et de masse sont obtenus aux faibles perméabilités.



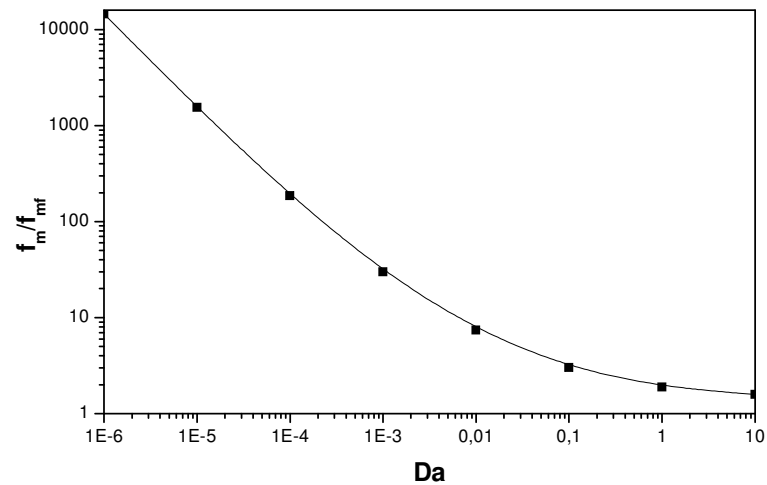
**Figure V.12 : Variation du rapport des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

Cet intérêt d'utilisation de matrices poreuses faiblement perméables pour favoriser les transferts thermique et massique n'est cependant pas sans effet sur la chute de pression dans le canal. En effet, les courbes de variation du coefficient de frottement moyen avec  $Da$  (figures V.13 et V.14) montrent d'une part, que les plus grandes pertes mécaniques sont obtenues aux faibles perméabilités à cause de l'augmentation de la résistance à l'écoulement et d'autre part, une nette augmentation des chutes de pression par rapport au cas fluide. Dans ce cas, il est nécessaire de faire une étude d'optimisations afin de choisir les meilleurs paramètres liés au

milieu poreux menant à un maximum de transferts thermique et massique et une chute de pression acceptable.



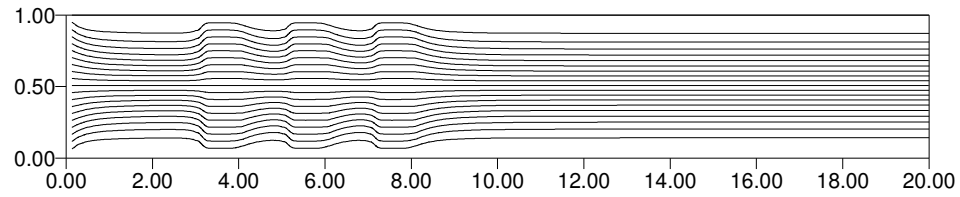
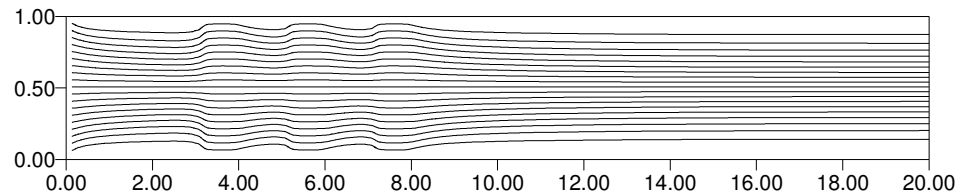
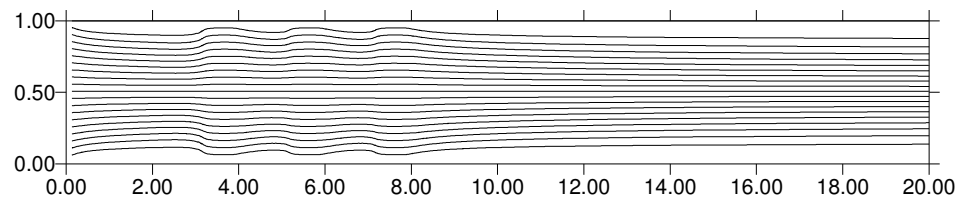
**Figure V.13 : Variation du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$**



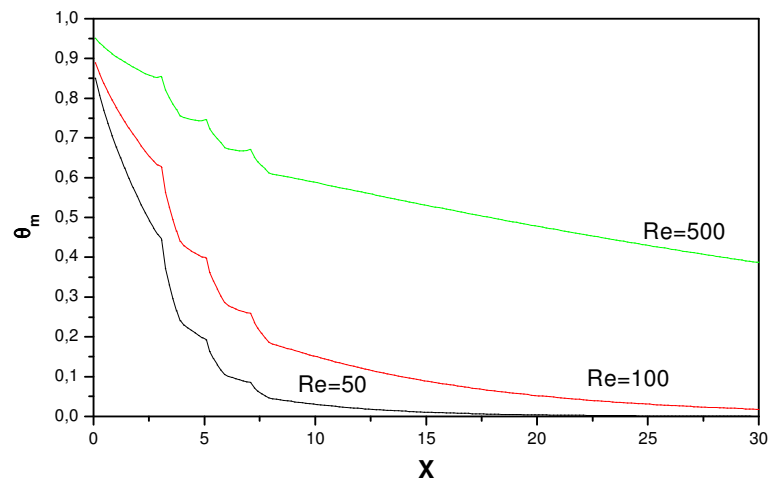
**Figure V.14 : Variation du rapport des coefficients de frottement moyens poreux/fluide avec le nombre de Darcy :  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$**

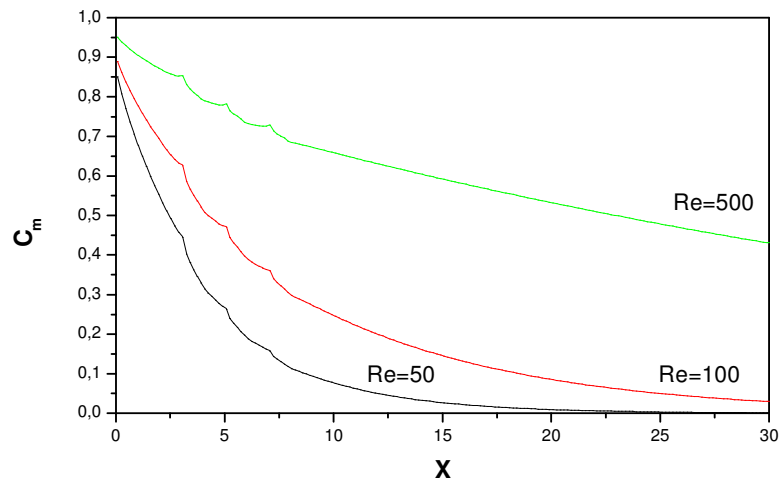
## V. 6. Effet du nombre de Reynolds

En augmentant le nombre de Reynolds, les forces inertiels deviennent plus importantes et arrivent à vaincre la résistance offerte par le milieu poreux à l'écoulement du fluide. Ce comportement est illustré sur la figure V.15, où les lignes de courant sont de moins en moins distordus, au niveau des matrices poreuses, en augmentant le nombre de Reynolds.

**Re = 50****Re=200****Re=500****Figure V.15 : Lignes de courant :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$  et  $\epsilon = 0.4$ .**

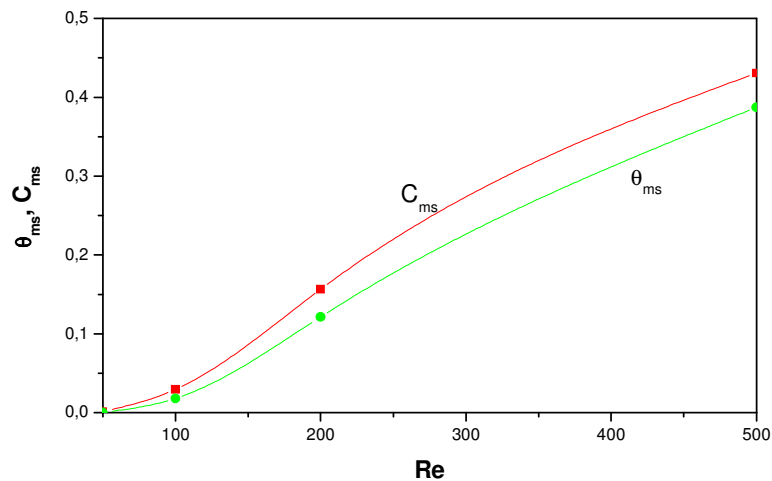
Pour voir l'influence  $Re$  sur le phénomène de refroidissement et de filtration du fluide, nous avons représenté sur les figures V.16 et V.17 l'évolution de la température et de la concentration moyennes le long du canal pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Il apparaît un meilleur rendement du système considéré aux faibles  $Re$ , c'est-à-dire lorsque nous diminuons les effets inertiels.

**Figure V.16 : Evolution de la température moyenne le long du canal pour différents nombres de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**



**Figure V.17 : Evolution de la concentration moyenne le long du canal pour différents nombres de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

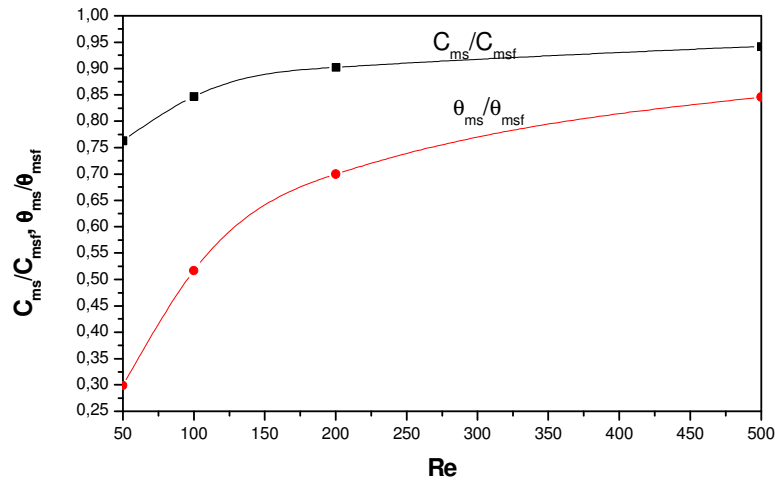
Pour rendre plus évident ce phénomène physique, nous avons tracé la courbe donnant l'évolution de la température et de la concentration moyennes à la sortie du canal en fonction du nombre de Reynolds (figure V.18). Ainsi, les plus faibles valeurs de  $\theta_{ms}$  et  $C_{ms}$  sont obtenues aux faibles  $Re$ . Ce comportement peut s'expliquer comme suit : aux faibles valeurs de  $Re$ , on considère que le fluide a un écoulement lent, les particules solides dans le fluide ne sont emportées par ce dernier et sont donc facilement piégées par les parois poreuses, c'est ce qui explique la forte filtration. De même, en s'écoulant plus lentement (faibles vitesses), le fluide reste plus longtemps dans le canal d'où un meilleur refroidissement.



**Figure V.18 : Variation de la température et de la concentration moyennes à la sortie du canal avec le nombre de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

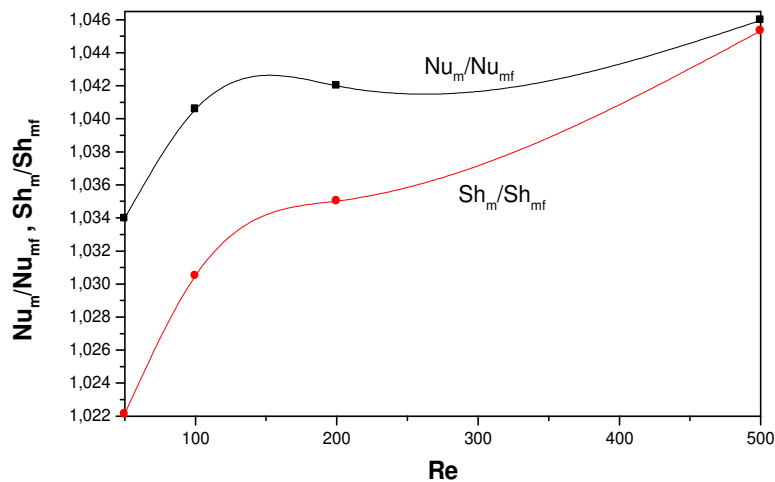
La comparaison par rapport au cas fluide (figure V.19), montre que le plus grand taux d'amélioration est obtenu aux faibles nombres de Reynolds. Ainsi à  $Re = 50$ , nous avons une

augmentation, par rapport au cas fluide, de la filtration d'environ 25 % et du refroidissement autour de 70 %.



**Figure V.19 : Variation des rapports des températures et des concentrations moyennes poreux/fluide à la sortie du canal avec le nombre de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

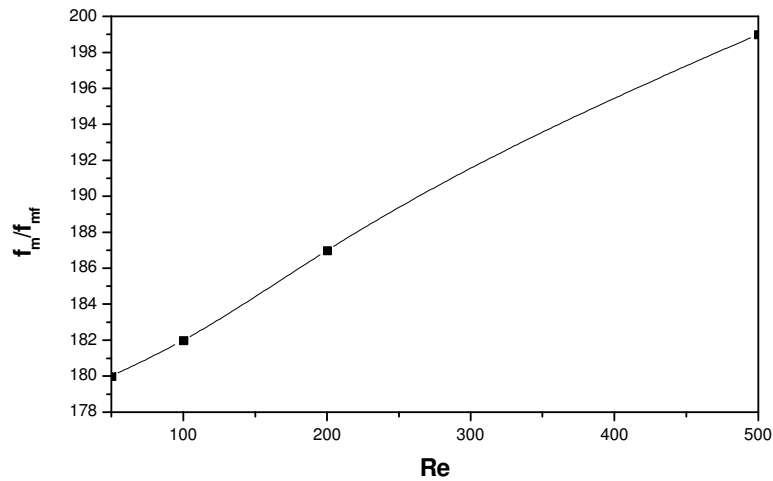
Les évolutions de  $Nu_m/Nu_{mf}$  et  $Sh_m/Sh_{mf}$  avec  $Re$  (figure V.20), montrent une amélioration des transferts thermique et massique entre le fluide et les parois du canal avec l'augmentation des effets inertiels.



**Figure V.20 : Variation des rapports des nombres de Nusselt et Sherwood moyens poreux/fluide avec le nombre de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$ ,  $R_k = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**

Si on s'intéresse maintenant aux chutes de pression dans le canal, on remarque d'après la figure V.21 que l'augmentation du nombre de Reynolds, et donc des effets inertiels, engendre un accroissement des pertes mécaniques qui restent toujours supérieures à celles obtenues dans le cas du canal sans matrices poreuses.

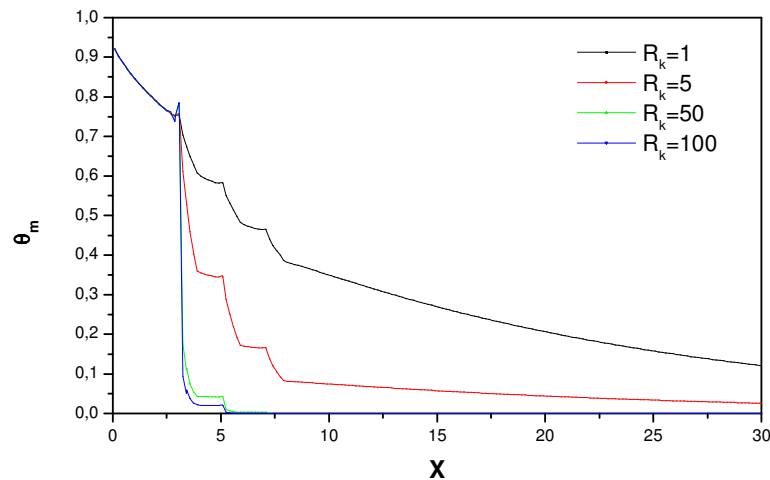
On peut ainsi conclure, que pour avoir un meilleur refroidissement et une meilleure filtration du fluide avec une chute de pression raisonnable, il est préférable de travailler à de faibles nombres de Reynolds.



**Figure V.21 : Variation du rapport des coefficients de frottement moyens poreux/fluide avec le nombre de Reynolds :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$**

### V. 7. Effet du rapport des conductivités thermiques

Comme le rapport des conductivités thermiques n'apparaît que dans l'équation d'énergie, alors son influence n'apparaîtra que sur le champ thermique.



**Figure V.22 : Evolution de la température moyenne le long du canal pour différents rapports des conductivités thermiques :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$ .**

La figure V.22, présentée ci-dessus, permet de voir l'évolution de la température moyenne le long du canal pour différentes valeurs de  $R_k$ . Il apparaît un important refroidissement du fluide lorsqu'on utilise des matrices poreuses plus conductrices de

chaleur que le fluide. Ainsi à  $R_k = 50$  et  $R_k = 100$  il suffit d'utiliser une seule matrice poreuse puisque  $\theta_m$  tend vers zéro (valeur de la température des parois) juste après le passage du fluide par la première matrice poreuse ( $X \approx 5$ ). Ceci va permettre donc, en plus de l'amélioration du refroidissement du fluide, de réduire les chutes de pression par utilisation d'un volume poreux plus faible.

Le tableau V.3 donne, pour différentes valeurs du rapport des conductivités thermiques, le maximum de taux de refroidissement (par rapport à la valeur à l'entrée du canal) atteint et la position axiale dans le canal où il se produit.

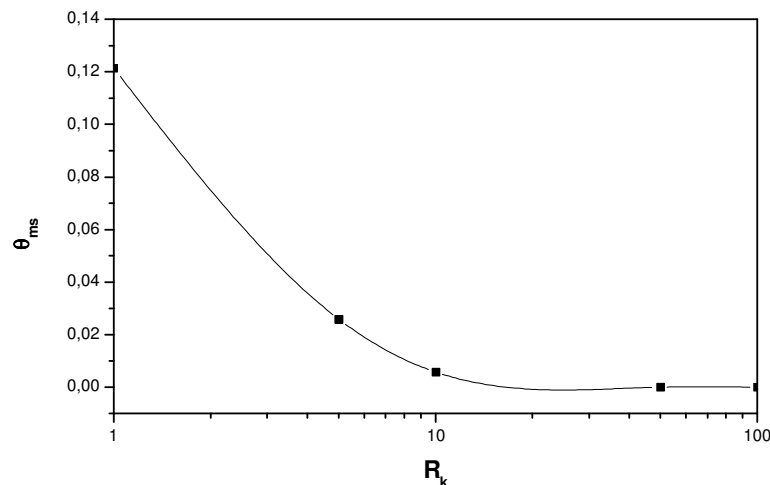
$R_k$	taux de refroidissement maximum	Position X
1	88 %	30
5	97 %	25
50 et 100	99 %	5

**Tableau V.3 : Position du taux de refroidissement maximum en fonction du rapport des conductivités thermiques.**

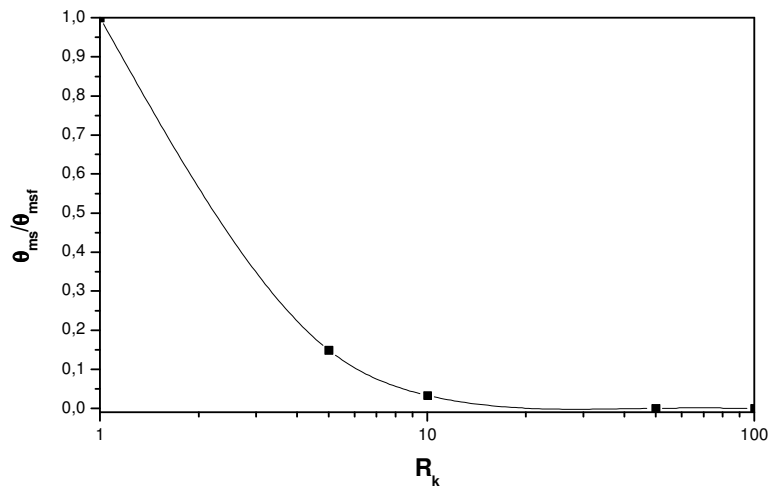
Ainsi il apparaît que plus la valeur de  $R_k$  est grande, plutôt est atteint le palier avoisinant un refroidissement quasi-total (taux de refroidissement maximal  $\approx 100$  %).

La figure V.23 montre que l'augmentation de  $R_k$  entraîne une réduction importante de la température moyenne du fluide à la sortie du canal. Cette figure révèle aussi qu'il existe une valeur limite de  $R_k$  au-delà de laquelle il n'y a plus de diminution significative de  $\theta_m$ . Pour les conditions de la présente étude cette valeur limite du rapport des conductivités thermiques est de l'ordre de 10.

La comparaison de l'efficacité de refroidissement par rapport au cas fluide (figure V.24) montre que cette amélioration est d'autant plus importante que  $R_k$  augmente.

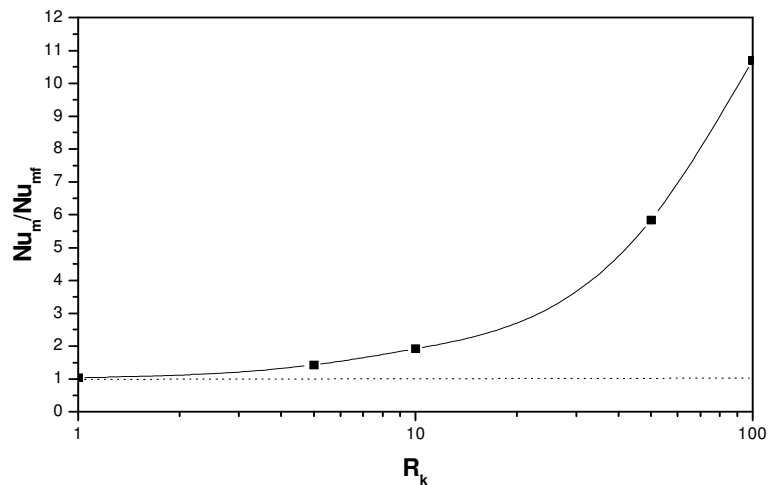


**Figure V.23 : Variation de la température moyenne à la sortie du canal avec  $R_k$  :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\epsilon = 0.4$**



**Figure V.24 : Variation du rapport des températures moyennes poreux/fluide à la sortie du canal avec le rapport ds conductivités thermiques :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$**

La variation du nombre de Nusselt en fonction de  $R_k$  (figure V.25), montre un accroissement du transfert entre le fluide et les parois du canal en augmentant la conductivité thermique des matrices poreuses.



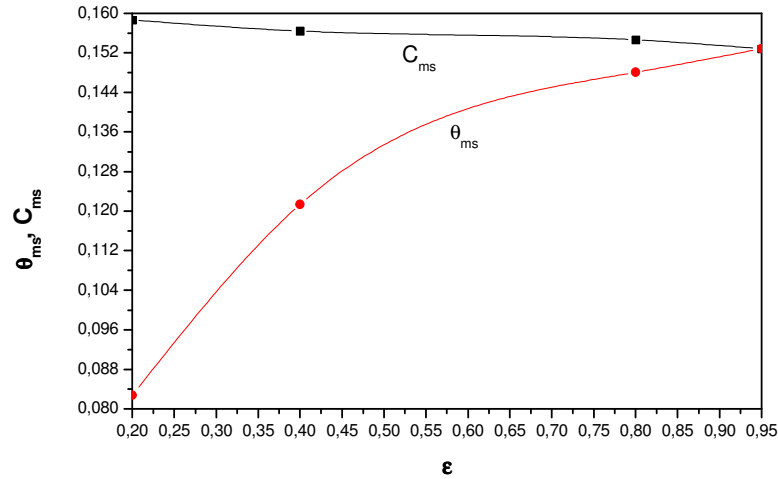
**Figure V.25 : Variation du rapport des nombres de Nusselt moyens poreux/fluide avec  $R_k$  :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $\varepsilon = 0.4$ .**

### V.8. Effet de la porosité

Pour l'étude de l'influence de la porosité sur les transferts thermique et massique, nous avons représenté sur la figure V.26 l'évolution des température et concentration moyennes à la sortie du canal. Il apparait des comportements différents pour  $\theta_{ms}$  et  $C_{ms}$ . Le refroidissement du fluide est plus faible en augmentant la porosité cependant, la filtration est légèrement

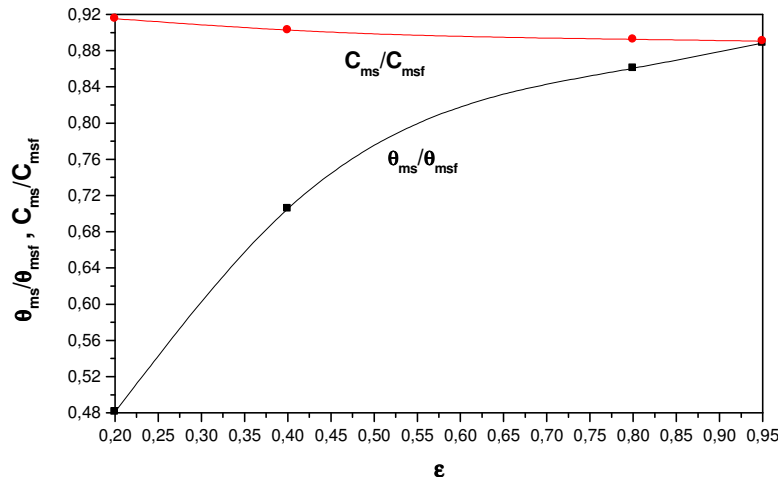
améliorée. L'amélioration du refroidissement est de l'ordre de 45 % lorsque la porosité  $\epsilon$  diminue de 0.95 à 0.2 et l'augmentation de la filtration est autour de 3 % lorsque  $\epsilon$  augmente de 0.2 à 0.95.

La valeur de la porosité doit être bien définie et adaptée au soluté à filtrer afin d'éviter le colmatage de l'une des matrices poreuses par le soluté. Il est donc nécessaire de choisir une porosité en fonction du volume de la particule du soluté, de sa concentration initiale dans le fluide et du nombre de matrices poreuses utilisées.



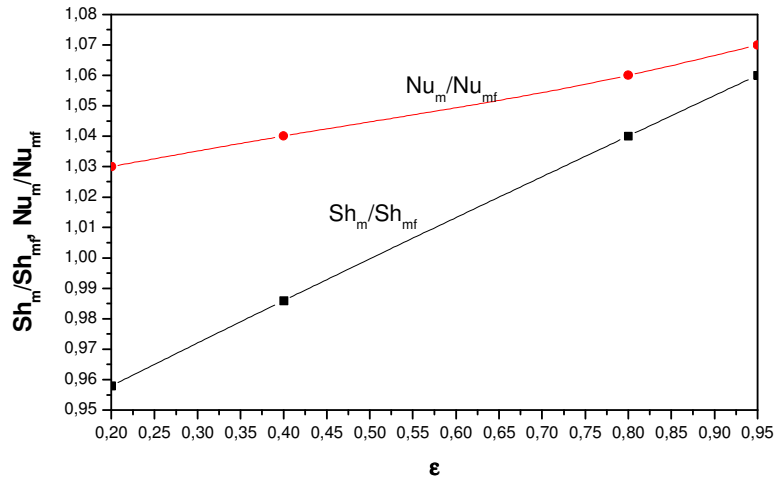
**Figure V.26 : Variation des températures et concentrations moyennes à la sortie du canal avec la porosité :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $R_k = 1$**

La comparaison avec le cas fluide (figure V.27) montre que quelle que soit la valeur de la porosité des matrices poreuses, le refroidissement et la filtration du fluide est meilleure que le cas non poreux.



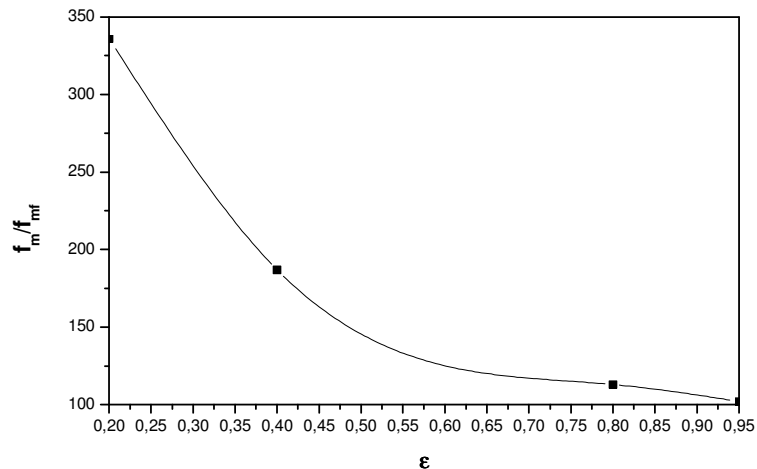
**Figure V.27 : Variation du rapport des températures et concentrations moyennes poreux/ fluide à la sortie du canal avec la porosité :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $R_k = 1$**

La figure V.28 montre une amélioration des transferts thermique et massique avec l'augmentation de la porosité. On remarque aussi que lorsque la porosité tend vers l'unité les champs thermique et massique deviennent identiques puisque la seule différence entre les équations III.23 et III.24, lorsque  $Le = 1$  et  $R_k = 1$ , provient de la présence de la porosité dans l'équation d'énergie dans le terme  $(R_k / \varepsilon Pr Re)$ .



**Figure V.28 : Variation du rapport des nombres de Sherwood et de Nusselt moyens en fonction de la porosité :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$ ,  $Le = 1$  et  $R_k = 1$**

Concernant le coefficient de frottement moyen (figure V.29), il diminue avec l'augmentation de la porosité car la résistance à l'écoulement dans les matrices poreuses est plus faibles puisque ces dernières contiennent un plus grand nombre de passages pour le fluide.



**Figure V.29 : Variation du rapport des coefficients de frottement moyens poreux/fluide avec la porosité :  $Da = 10^{-4}$ ,  $Re = 200$  et  $Le = 1$**

**Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons étudié, en régime stationnaire, l'influence de plusieurs paramètres physiques du système afin de trouver le cas optimal pour un meilleur refroidissement et une meilleure filtration d'un fluide traversant un canal muni d'une succession de matrices poreuses. Ainsi le système est le plus efficace aux faibles valeurs du nombre de Lewis, perméabilités du milieu poreux et nombres de Reynolds. L'augmentation du rapport des conductivités thermiques et la réduction de la porosité à un avis favorable sur le refroidissement du fluide.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude des champs thermique et massique lorsqu'un écoulement pulsé, variant sinusoidalement dans le temps, est appliqué à l'entrée du canal.

---

## ETUDE DES TRANSFERTS EN RÉGIME OSCILLATOIRE

### Introduction

Cette seconde partie des résultats est consacrée à la présentation et l'analyse des résultats obtenus dans le cas du régime oscillatoire, c'est-à-dire lorsque la vitesse à l'entrée du canal évolue sinusoïdalement dans le temps. Les caractéristiques de l'écoulement et des transferts de chaleur et de masse seront examinées en fonction de l'amplitude et de la fréquence d'oscillation. Il s'agira plus particulièrement de mettre en évidence l'influence de ces deux paramètres sur l'évolution de la structure de l'écoulement au cours d'une période et sur la variation temporelle de la température, de la concentration et du frottement moyens. Enfin, une comparaison est faite entre les résultats obtenus dans les cas pulsé et non pulsé afin de voir l'impact d'un écoulement oscillatoire sur les phénomènes de transport pour la présente étude.

### VI. 1. Paramètres considérés

En raison des nombreux paramètres de contrôle qui gouvernent le problème étudié, tous les calculs dans cette partie ont été effectués en fixant le nombre de Darcy ( $Da = 10^4$ ), la porosité ( $\epsilon = 0.4$ ), le nombre de Lewis ( $Le = 1$ ), le nombre de Prandtl ( $Pr = 0.7$ ), le nombre de Reynolds ( $Re = 200$ ), le rapport des conductivités thermiques ( $R_k = 1$ ) et le rapport des capacités calorifiques ( $R_{Cp} = 1$ ). D'autre part, les caractéristiques de l'écoulement pulsé en été variées, à savoir l'amplitude d'oscillation ( $A = 0, 0.25$  et  $0.5$ ) et la fréquence d'oscillation traduite par le nombre de Strouhal ( $St = 0.1, 0.5, 1, 1.5$  et  $2$ ).

### VI.2. Résolution temporelle

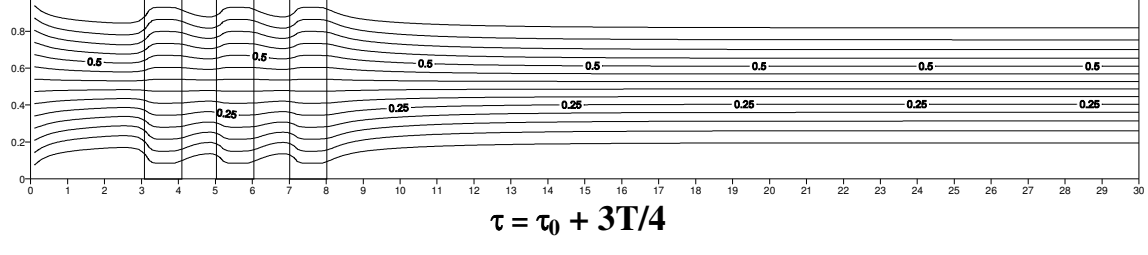
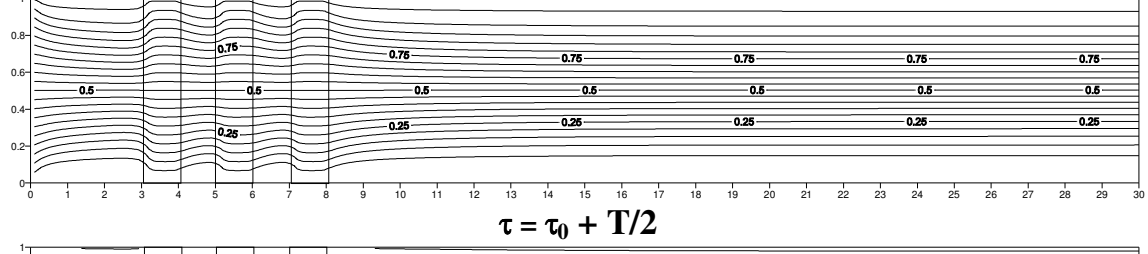
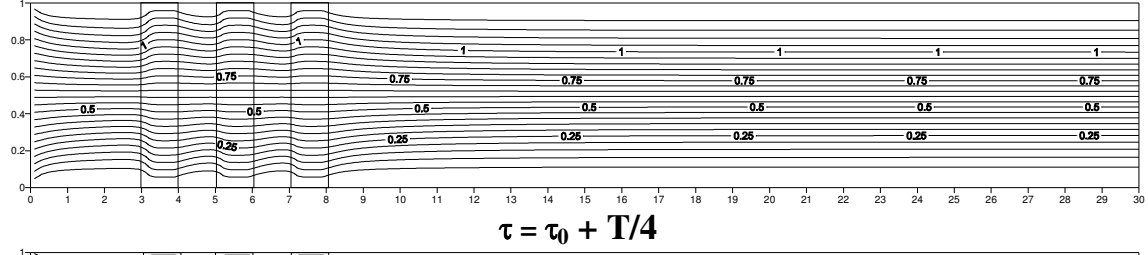
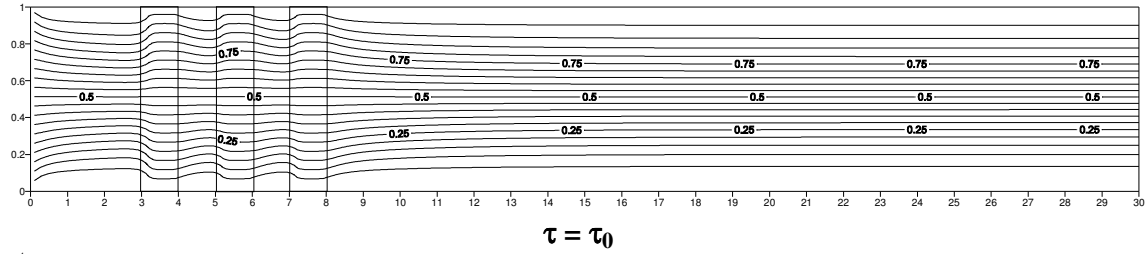
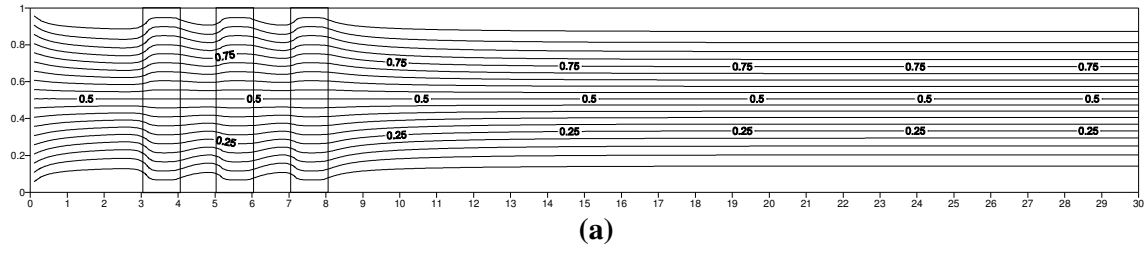
L'étude du problème dans le temps, revient à faire plusieurs résolutions spatiales des équations établies pour le régime stationnaire. Les résultats obtenus à un pas de temps ( $\tau$ ) seront pris comme les valeurs d'initialisation du système d'équations au pas de temps ( $\tau + \Delta\tau$ ). Comme pour la résolution spatiale, il est nécessaire de définir un pas d'avancement dans le temps  $\Delta\tau$ . Ainsi, la résolution temporelle a été telle qu'une période d'oscillation est divisée en 120 pas de temps. Ce pas de temps est lié à la fréquence d'oscillation comme suit :  $\Delta\tau = T/120 = 1/(120 St)$ . Des solutions périodiquement établies ont été obtenues après 3 à 15 périodes de pulsation (en fonction de l'amplitude et de la fréquence d'oscillation).

### VI. 3. Effet de l'amplitude d'oscillation

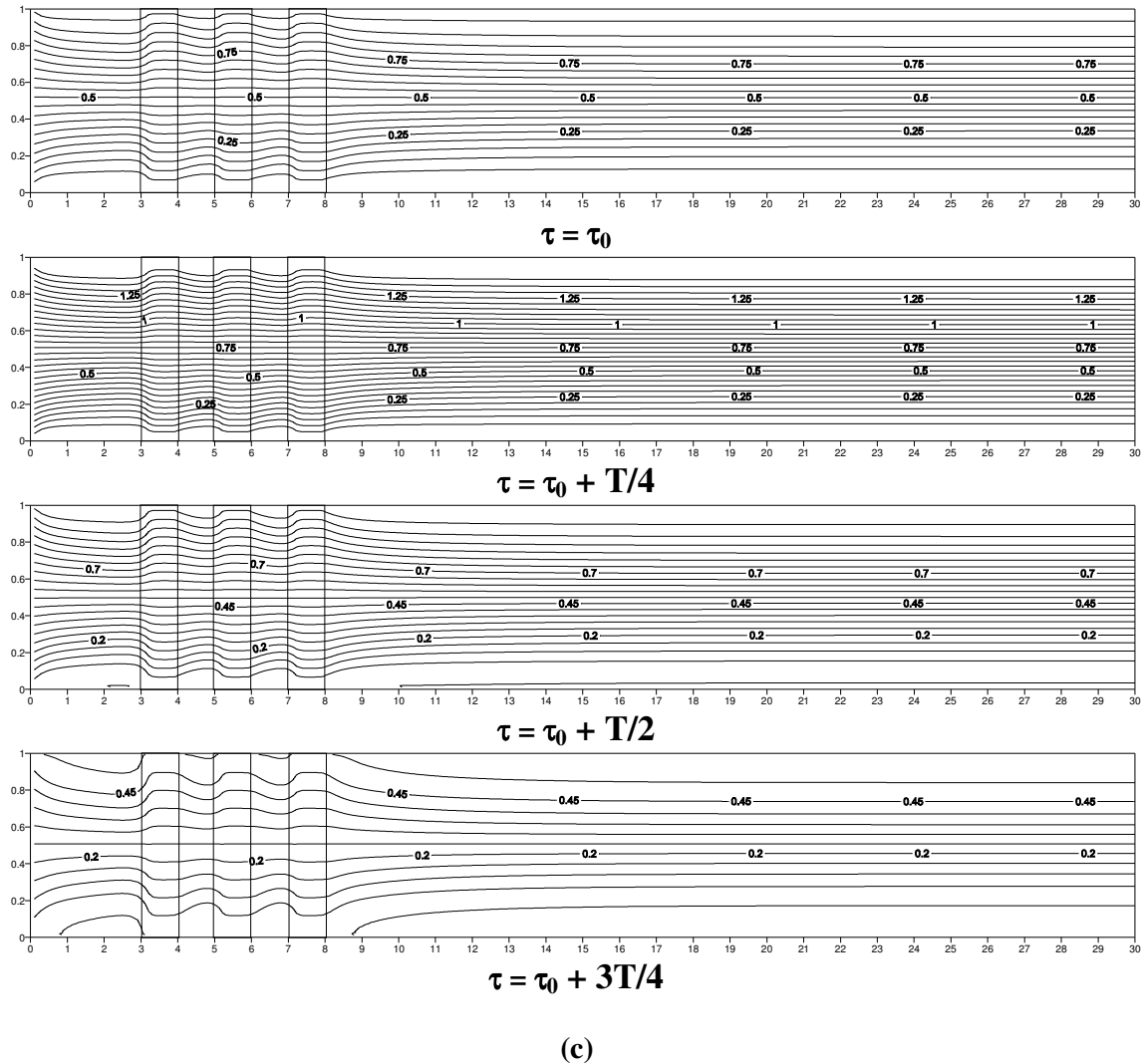
#### VI. 3. 1. Lignes de courant

Dans ce qui suit, nous allons examiner l'influence de l'amplitude d'oscillation sur la structure d'écoulement en représentant les lignes de courant (figure VI.1) sur un cycle de pulsation (étapes temporelles :  $\tau_0, \tau_0 + T/4, \tau_0 + T/2$  et  $\tau_0 + 3T/4$ ) pour différentes valeurs de  $A$ . Ces courbes révèlent une structure d'écoulement n'évoluant pas ou variant très peu au cours d'une période et en fonction de  $A$ . Ainsi on remarque une réduction des valeurs de la fonction courant dans la zone de décélération ( $\tau_0 + T/4$  à  $\tau_0 + 3T/4$ ) à cause de la diminution de la vitesse dans cette phase. L'accroissement de l'amplitude d'oscillation entraîne une augmentation des valeurs de la fonction de courant dans la zone d'accélération (de  $\tau_0$  à  $T/4$  et de  $\tau_0 + 3T/4$  à

$\tau_0+T$ ) et sa diminution dans la zone d'accélération puisque la vitesse à l'entrée du canal oscille entre  $(1-A)$  et  $(1+A)$ .



**(b)**



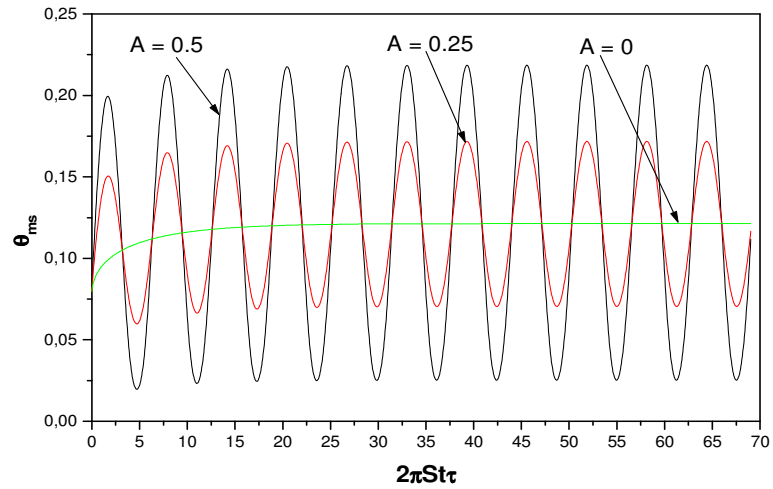
**Figure VI.1 : Lignes de courant au cours d'une période pour  $St = 0.5$  : (a)  $A = 0$ , (b)  $A = 0.25$  et (c)  $A = 0.5$**

### VI. 3. 2. Evolution temporelle

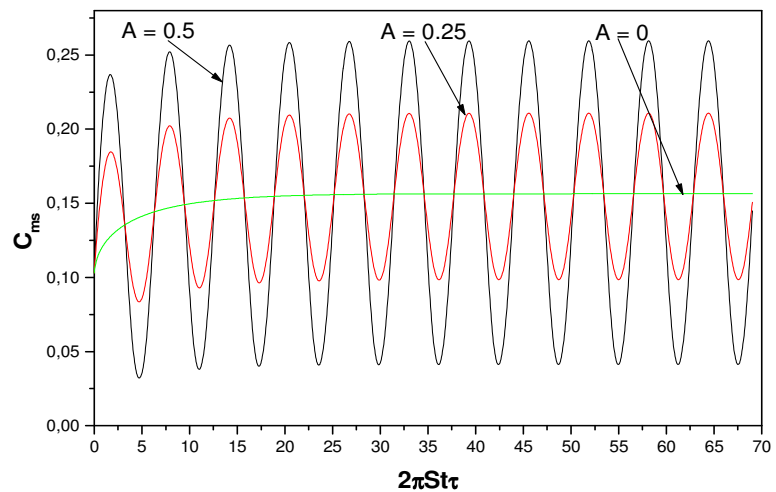
Les figures VI.2, VI.3 et VI.4 illustrent les évolutions temporelles respectivement de la température et de la concentration moyennes à la sortie du canal et du frottement moyen. Ainsi l'aspect oscillatoire de la vitesse du fluide à l'entrée du canal est transmis à ces trois paramètres. Pour une amplitude  $A$  différente de zéro, après une zone de transition variant entre 3 à 5 cycles de pulsation, les courbes montrent une évolution périodique établie.

La température et la concentration moyennes à la sortie du canal évoluent dans le même sens que la vitesse à l'entrée où elles diminuent dans la zone de décélération et augmentent dans la région d'accélération. L'augmentation de l'amplitude  $A$  entraîne une grande oscillation de  $\theta_{ms}$  et  $C_{ms}$  avec leur accroissement sur la première demi période et leur diminution dans la deuxième demi période. Cependant, la comparaison par rapport au cas non pulsé ( $A = 0$ ), montre qu'en moyenne elles sont peu sensibles à l'ajout d'une composante oscillatoire à l'écoulement moyen.

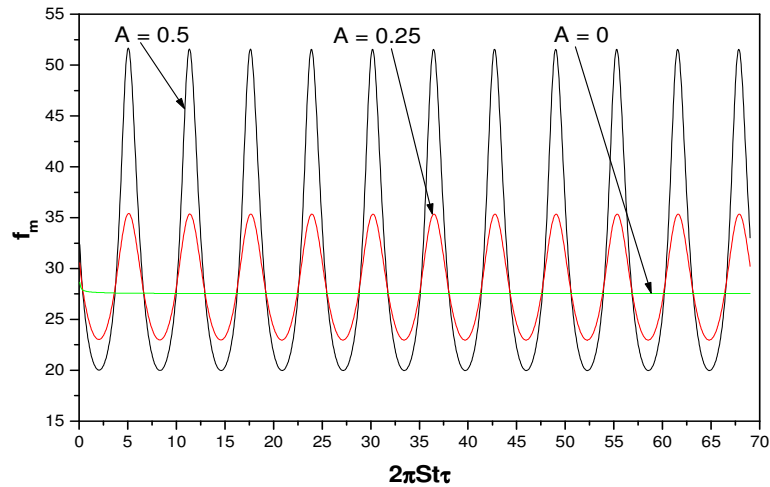
Concernant le coefficient de frottement moyen, il évolue dans le sens inverse de l'oscillation de la vitesse à l'entrée du canal avec une augmentation, en moyenne, par rapport au cas stationnaire.



**Figure VI.2 : Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes amplitudes d'oscillation et pour  $St = 0.5$**



**Figure VI.3 : Evolution temporelle de la concentration moyenne à la sortie du canal pour différentes amplitudes d'oscillation et pour  $St = 0.5$**



**Figure VI.4 : Evolution temporelle du coefficient de frottement moyen pour différentes amplitudes d’oscillation et pour  $St = 0.5$**

**VI. 3. 3. Moyennes temporelles sur une période**

Pour l’étude des transferts globaux, nous avons représenté sur les tableaux VI.1 à VI.3 l’évolution de la température, la concentration et le frottement moyennés sur une période dans le régime périodiquement établi en fonction de l’amplitude d’oscillation. Pour  $\theta_{ms}$  et  $C_{ms}$  l’augmentation de  $A$  entraine globalement une légère amélioration de la filtration et du refroidissement. Ce faible effet de  $A$  sur les champs thermique et massique peut s’expliquer comme suit : quand un écoulement pulsé est appliqué, les transferts sont généralement améliorés par le mélange entre l’écoulement principal et les zones de recirculation. Comme dans notre cas la structure d’écoulement ne présente pas de tourbillons et que le fluide s’écoule globalement de manière uniforme, quelle que soit la valeur de  $A$ , alors le brassage du fluide est faible. Pour le frottement moyen l’utilisation d’un écoulement pulsé d’amplitude de plus en plus grande provoque une perturbation de l’écoulement et conduit à une augmentation des chutes de pression dans le canal.

	<b>A</b>	0	0.25	0.5
<b>St = 0.1</b>	$\langle \theta_{ms} \rangle$	0.12134	0.1213	0.12202
<b>St = 0.5</b>	$\langle \theta_{ms} \rangle$	0.12134	0.12122	0.12115

**TableauVI. 1. : Evolution de la température moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période en fonction de l’amplitude d’oscillation**

	<b>A</b>	0	0.25	0.5
<b>St = 0.1</b>	$\langle C_{ms} \rangle$	0.15642	0.15551	0.15367
<b>St = 0.5</b>	$\langle C_{ms} \rangle$	0.15642	0.15554	0.15294

**TableauVI. 2. : Evolution de la concentration moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période en fonction de l’amplitude d’oscillation**

	A	0	0.25	0.5
St = 0.1	$\langle f_{ms} \rangle$	27,53844	28,23857	30,83466
St = 0.5	$\langle f_{ms} \rangle$	27,53844	28,21372	30,69505

**Tableau VI. 3. : Evolution du coefficient de frottement moyenné sur une période en fonction de l'amplitude d'oscillation**

#### VI. 3. 4. Comparaison avec le cas non oscillatoire

Le rapport des caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermique et massique en régime pulsé et non pulsé (indiqué par l'indice s) est d'un intérêt certain. Cette comparaison a pour but de montrer l'impact qu'à un écoulement oscillatoire sur ces caractéristiques. Le tableau VI.4 montre que l'augmentation de l'amplitude d'oscillation n'a aucun effet sur le refroidissement du fluide (moins de 1%). Son effet sur la concentration moyenne à la sortie du canal est plus au moins apparent (tableau VI.5), où l'augmentation de l'amplitude entraîne une amélioration de la filtration par rapport au cas stationnaire. Cette augmentation, pour une amplitude  $A = 0.5$ , est de l'ordre de 2.25% à  $St = 0.5$  et d'environ 1.75 % à  $St = 0.1$ .

	A	0	0.25	0.5
St = 0.1	$\langle \theta_{ms} \rangle / (\theta_{ms})_s$	1	0,99967	1,0056
St = 0.5	$\langle \theta_{ms} \rangle / (\theta_{ms})_s$	1	0,99901	0,99843

**Tableau VI. 4. : Evolution du rapport des températures moyennes à la sortie du canal oscillatoire/non oscillatoire en fonction de l'amplitude d'oscillation**

	A	0	0.25	0.5
St = 0.1	$\langle C_{ms} \rangle / (C_{ms})_s$	1	0,99437	0,98242
St = 0.5	$\langle C_{ms} \rangle / (C_{ms})_s$	1	0,99437	0,97775

**Tableau VI. 5. : Evolution du rapport des concentrations moyennes à la sortie du canal oscillatoire/non oscillatoire en fonction de l'amplitude d'oscillation**

	A	0	0.25	0.5
St = 0.1	$\langle f_{ms} \rangle / (f_{ms})_s$	1	1,02452	1,1197
St = 0.5	$\langle f_{ms} \rangle / (f_{ms})_s$	1	1,02452	1,11463

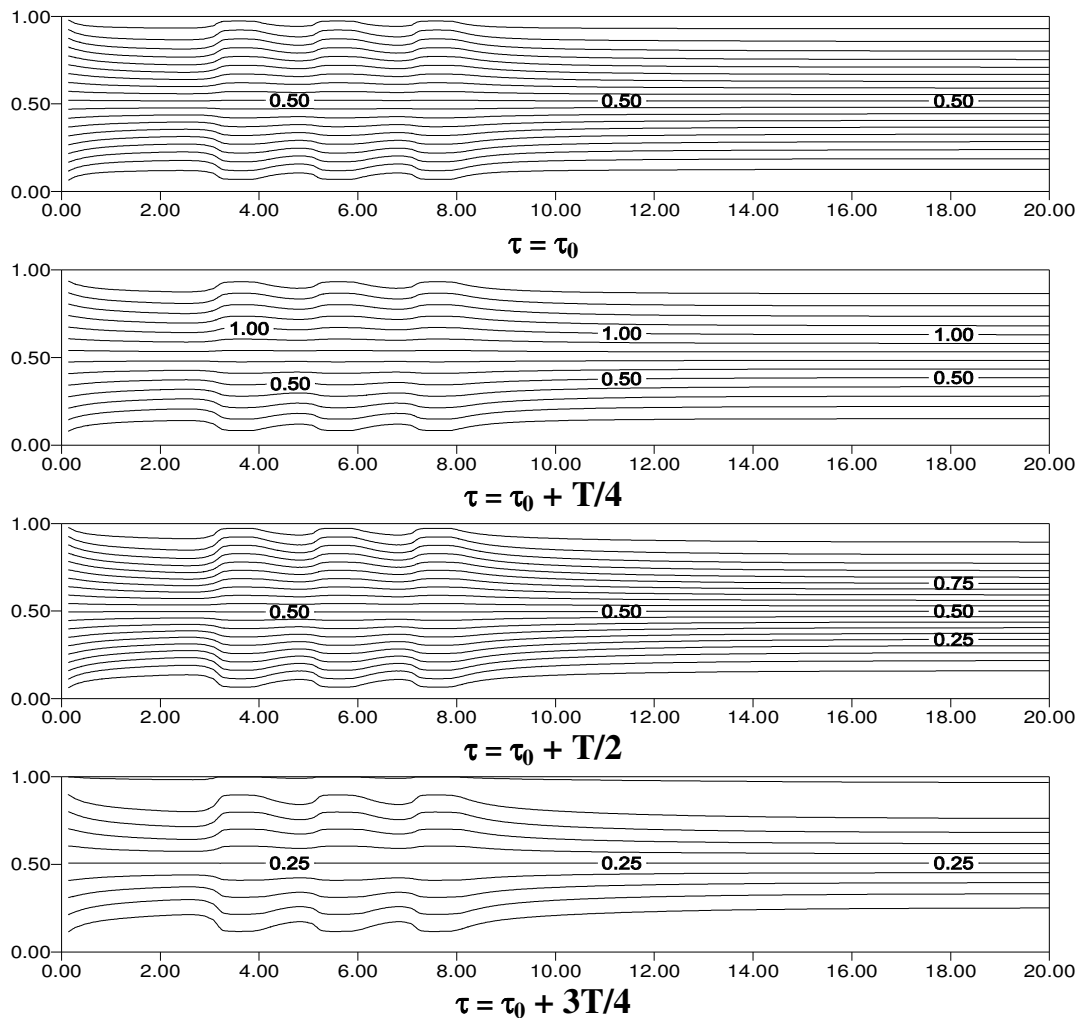
**Tableau VI. 6. : Evolution du rapport des coefficients de frottement moyens oscillatoire/non oscillatoire en fonction de l'amplitude d'oscillation**

Quant au coefficient de frottement (tableau VI.6), la perturbation de l'écoulement entraîne une assez importante augmentation de la chute de pression par rapport au cas non pulsé où le rapport  $\langle f_m \rangle / \langle f_m \rangle_s$  est de l'ordre de 12 % lorsque  $A = 0.5$

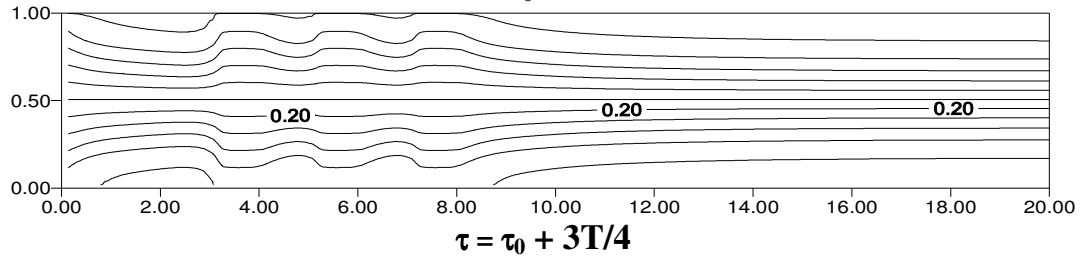
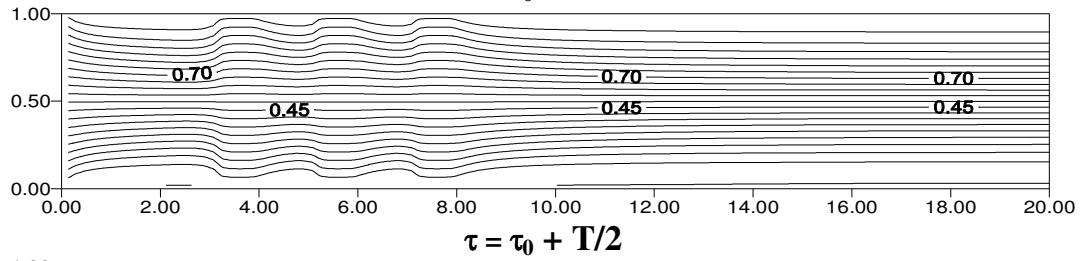
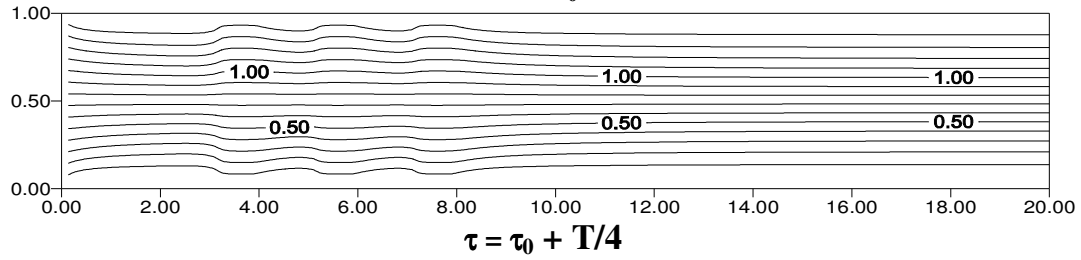
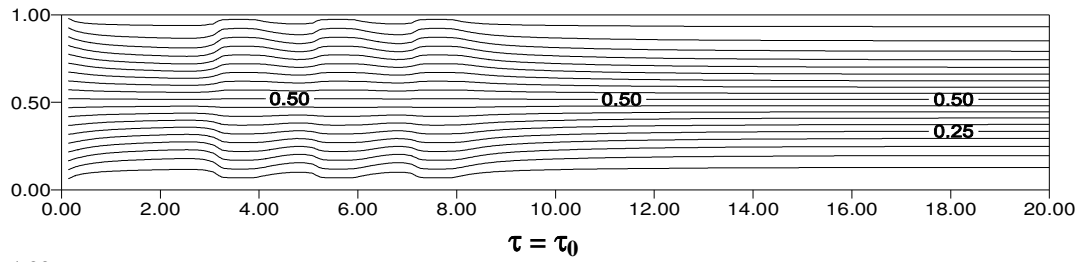
## VI. 4. Effet de la fréquence d'oscillation

### VI. 4. 1. Lignes de courant

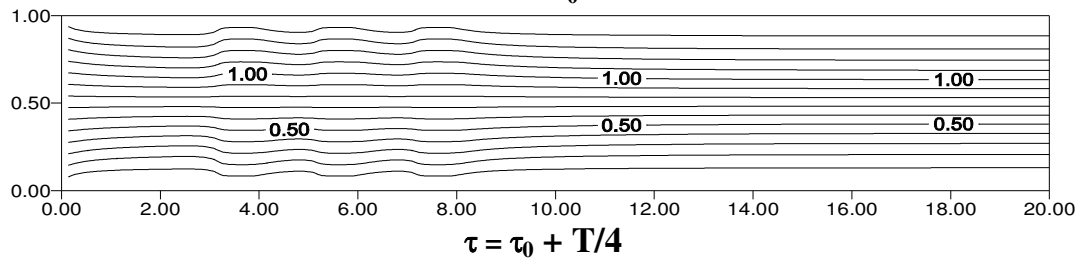
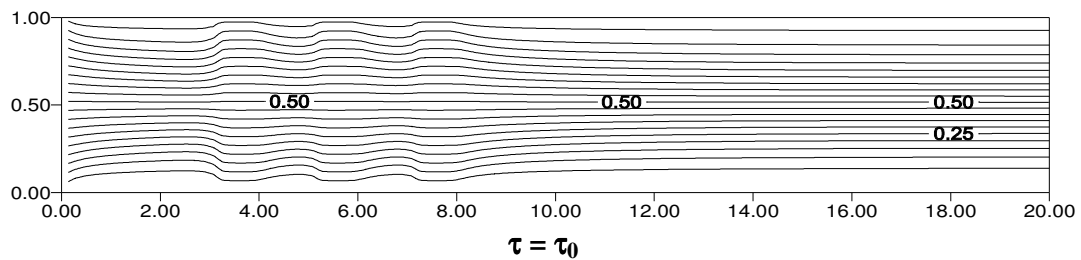
La figure VI.5 donne l'évolution des lignes de courant sur une période de pulsation et pour différentes fréquences d'oscillation données sous forme adimensionnelle par le nombre de Strouhal. Globalement, la structure de l'écoulement reste identique pour toutes les étapes temporelles et toutes les valeurs de  $St$  avec apparition de zones de recirculation le long des parois du canal pour  $St = 0.5$  et  $St = 2$  à  $\tau = \tau_0 + 3/4 T$ .

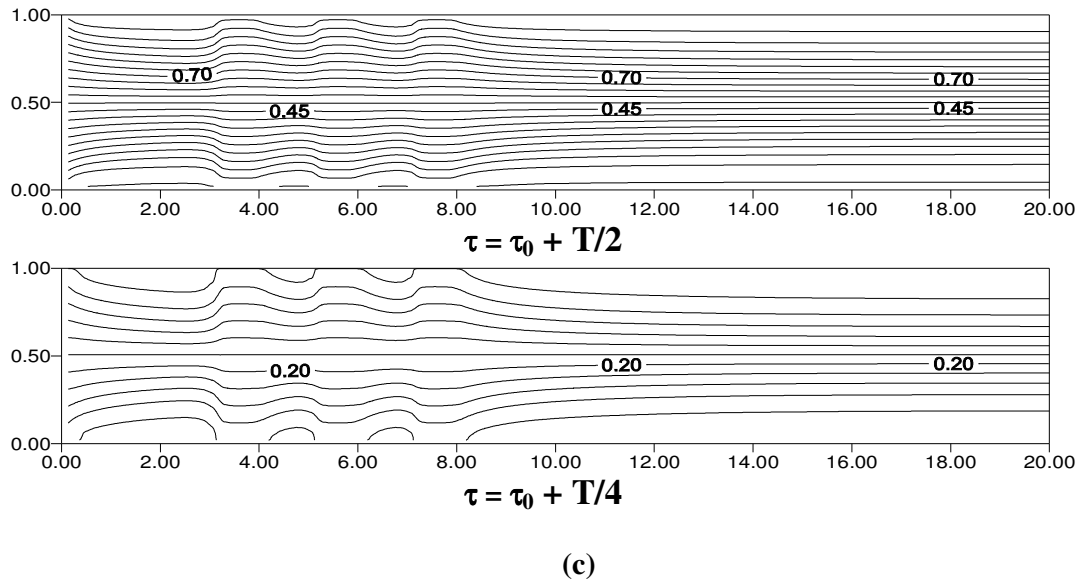


(a)



(b)



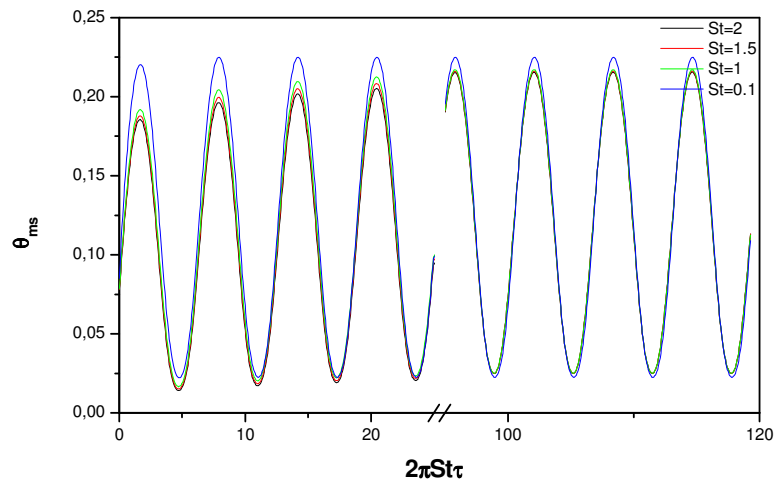


**Figure VI. 5 : Lignes de courant au cours d'une période pour  $A = 0.5$  : (a)  $St = 0.1$ , (b)  $St = 0.5$  et (c)  $St = 2$**

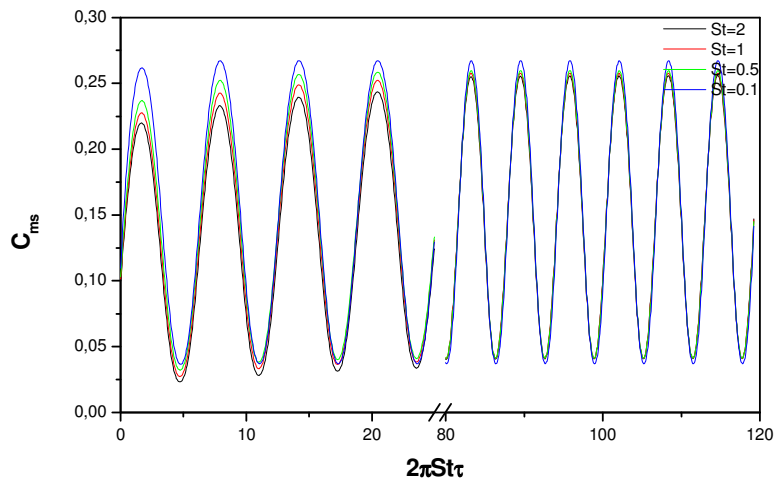
#### VI. 4. 2. Evolution temporelle

Les évolutions temporelles de la concentration et de la température moyennes à la sortie du canal pour différents nombres de Strouhal sont illustrées sur les figures VI.6 et VI.7. Comme pour la vitesse, ces deux caractéristiques présentent un aspect oscillatoire. Le régime périodiquement établi est obtenu après un certain nombre de période qui croit avec la fréquence d'oscillation. Ainsi à  $St = 0.1$ , l'établissement périodique est obtenu après 2 à 3 périodes alors que pour  $St = 2$ , il faudra aller à un nombre de périodes de l'ordre de 15 périodes. Concernant l'effet du nombre de Strouhal, son effet instantanément est moins apparent que celui de l'amplitude et il est négligeable sur la deuxième demi période d'un cycle.

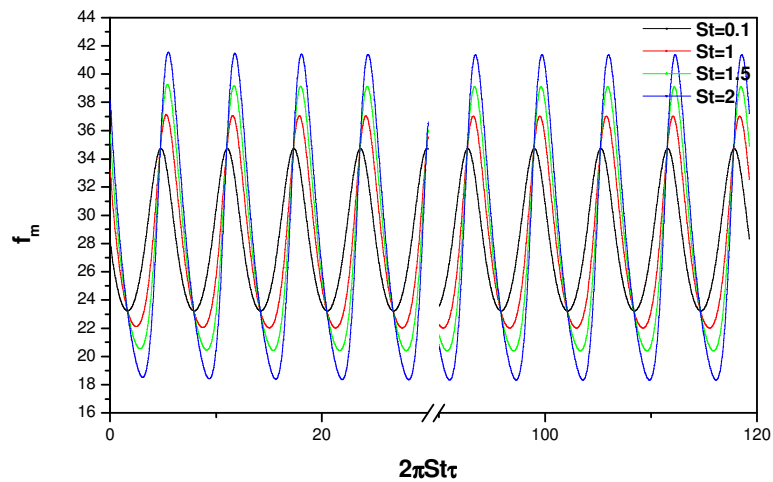
L'examen de la figure VI.8 montre que le coefficient de frottement moyen est plus sensible à la fréquence où les oscillations augmentent avec la réduction de  $St$ . Un résultat intéressant apparaît sur cette figure où il y a apparition d'un déphasage entre les différentes courbes et qui augmente en augmentant le nombre de Strouhal.



**Figure VI.6 : Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes fréquences d'oscillation et pour  $A = 0.5$**



**Figure VI.7 : Evolution temporelle de la concentration moyenne à la sortie du canal pour différentes fréquences d'oscillation et pour  $A = 0.5$**

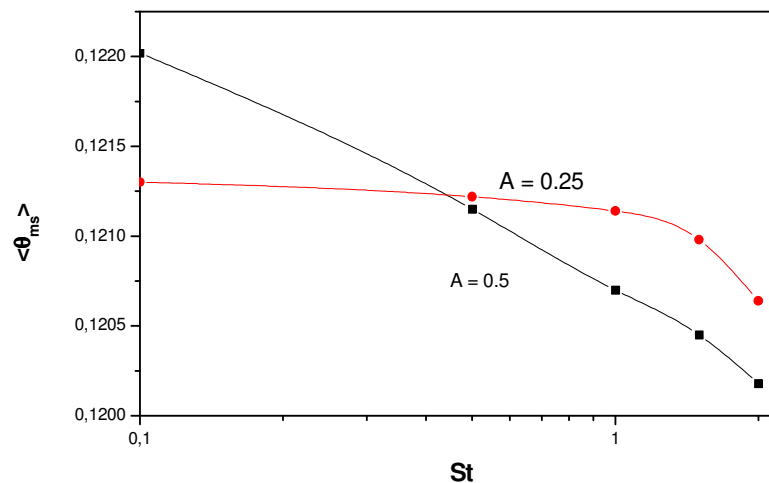


**Figure VI.8 : Evolution temporelle du coefficient de frottement moyen pour différentes fréquences d'oscillation et pour  $A = 0.25$**

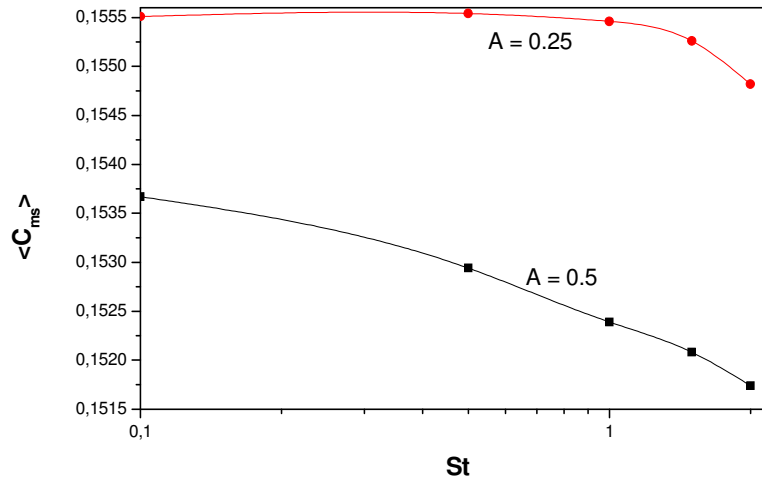
#### VI. 4. 3. Moyennes temporelles sur une période

Les évolutions de la température et de la concentration moyennes à la sortie du canal, moyennées sur une période dans la zone établie, avec le nombre de Strouhal pour deux amplitudes d'oscillation  $A = 0.25$  et  $A = 0.5$  sont représentées sur les figures VI.9 et VI.10. Les courbes de  $\langle \theta_{ms} \rangle$  et  $\langle C_{ms} \rangle$  sont décroissantes avec la fréquence et il y a présence d'un palier, pour  $A = 0.25$ , allant de  $St = 0.1$  à  $St = 0.5$  où l'influence de ce paramètre sur ces deux caractéristiques est négligeable. Ce comportement montre qu'une plus grande filtration et refroidissement du fluide est obtenu aux grandes fréquences d'oscillation.

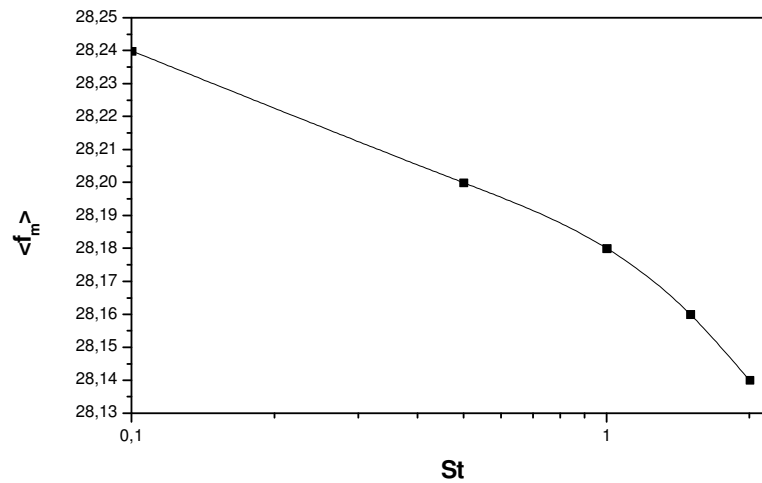
Le coefficient de frottement moyen (figure VI.11) présente le même comportement où il diminue avec la fréquence. Ainsi les plus grandes fréquences sont intéressantes puisqu'elles permettent une meilleure filtration, un plus grand refroidissement et une faible chute de pression.



**Figure VI.9 : Evolution de la température moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période en fonction de la fréquence d'oscillation**



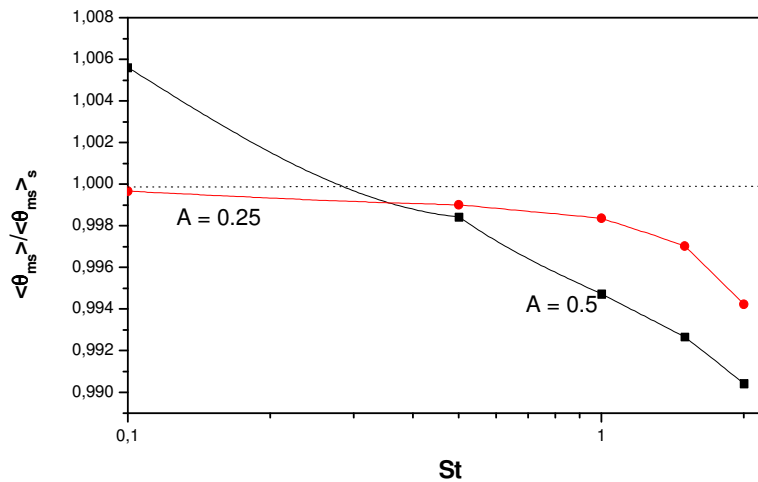
**Figure VI.10 : Evolution de la concentration moyenne à la sortie du canal moyennée sur une période en fonction de la fréquence d'oscillation**



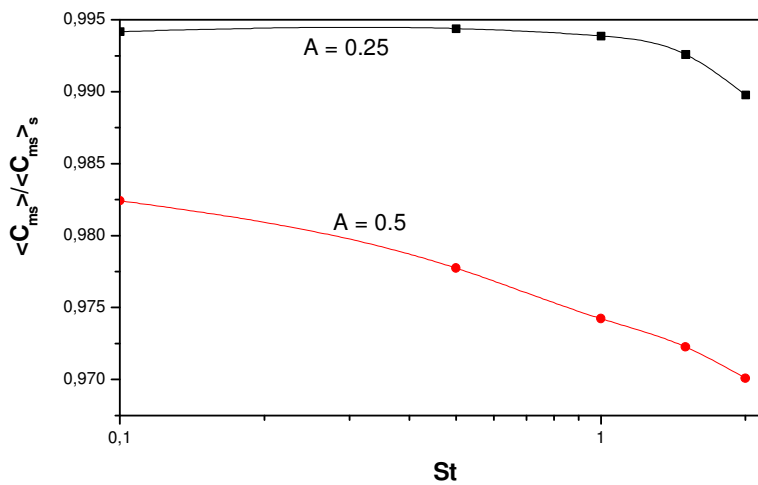
**Figure VI.11 : Evolution du coefficient de frottement moyen moyenné sur une période en fonction de la fréquence d'oscillation : A = 0.25**

#### VI. 4. 4. Comparaison avec le cas non oscillatoire

Pour quantifier les constatations faites précédemment concernant l'influence du nombre de Strouhal, nous avons comparé les valeurs obtenues en régime pulsé à celles trouvées dans le cas non pulsé. Les figures VI.12 à VI.14 confirment que  $\langle \theta_{ms} \rangle$  et  $\langle C_{ms} \rangle$  sont peu sensibles à la variation de la fréquence d'oscillation. La plus grande amélioration par rapport au cas stationnaire, obtenue à une amplitude  $A = 0.5$  et une fréquence  $St = 2$ , est de l'ordre de 1 % pour la température moyenne et d'environ 3 % pour la concentration.

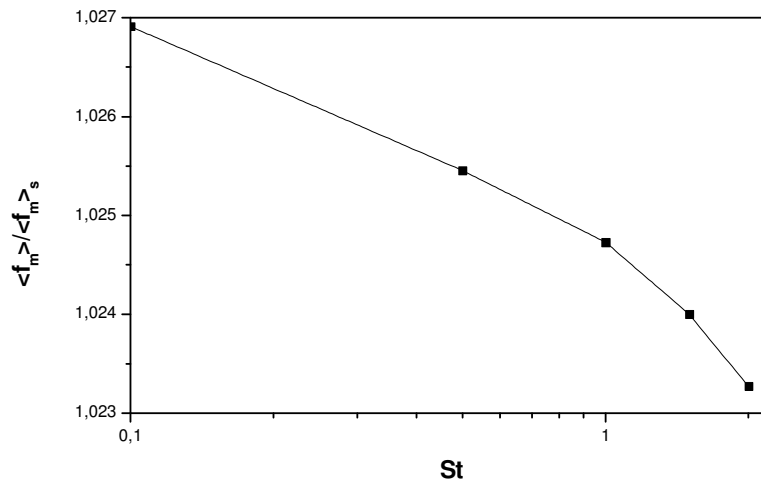


**Figure VI.12 : Evolution du rapport des températures moyennes à la sortie du canal oscillatoire/non oscillatoire en fonction de la fréquence d'oscillation**



**Figure VI.13 : Evolution du rapport des températures moyennes à la sortie du canal oscillatoire/non oscillatoire en fonction de la fréquence d'oscillation**

Quant au coefficient de frottement, l'influence de la fréquence est moins importante que l'amplitude, et la chute de pression est légèrement augmentée par rapport au cas pulsé. Ainsi le taux d'accroissement passe de 2.7 % à 2.3 % lorsque le nombre de Strouhal varie entre 0.1 et 2.



**Figure VI.14 : Evolution du rapport des coefficients de frottement moyens oscillatoire/non oscillatoire en fonction de la fréquence d'oscillation :  $A = 0.25$**

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact que peut avoir un écoulement oscillatoire à l'entrée du canal sur la structure des champs dynamique, thermique et massique. Nous avons considéré plus particulièrement l'influence de l'amplitude d'oscillation et de la fréquence traduite sous forme adimensionnelle par le nombre de Strouhal. Ainsi le système, proposé pour l'étude des phénomènes de filtration et de refroidissement des gaz des pots d'échappement, est le plus efficace aux grandes amplitudes et fréquences d'oscillation. Toutefois les taux d'amélioration par rapport au cas stationnaire restent faibles où elles ne dépassent pas les 2 % et 3 % respectivement pour la température et la concentration moyennes à la sortie du canal. Concernant le coefficient de frottement, l'ajout d'une composante oscillatoire à l'écoulement moyen stationnaire entraîne une augmentation des chutes de pression allant jusqu'à 12 % aux grandes amplitudes et 2.7 % aux faibles fréquences.

### CONCLUSION GENERALE

Le présent travail a pour objectif de contribuer à la compréhension et surtout l'amélioration de certains procédés techniques considérés comme d'importants moyens de traitements environnementaux. En effet, que ce soit des rejets industriels ou des rejets dus à notre mode de vie, ces effluents ont besoin d'être filtrés ou traités thermiquement, parfois même de subir les deux traitements combinés. On peut citer comme exemples les eaux de refroidissement dans les centrales nucléaires, les fumées dégagées des hauts Fournaux, les boues des forages pétroliers, les gaz rejetés par les pots d'échappement à haute température et chargées de poussières, etc. Dans ce contexte, nous avons entrepris une modélisation numérique de l'écoulement et des transferts de chaleur et de masse dans un canal muni de matrices poreuses en présence d'un écoulement pulsé. L'écoulement dans les régions poreuses a été décrit par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer en utilisant des hypothèses simplificatrices, et le système d'équations obtenu en régime instationnaire avec les conditions aux limites associées a été résolu par la méthode des volumes finis. Après élaboration du code de calcul, basé sur l'algorithme SIMPLE, nous avons procédé à sa validation par une comparaison avec des travaux antérieurs. Les résultats obtenus ont été exploités en mettant en évidence l'influence de certains paramètres thermique et physiques (rapports des conductivités thermiques, porosité, nombres de Lewis, de Darcy, et de Reynolds pour le régime stationnaire, amplitude et fréquence d'oscillation pour le cas pulsé). Les principaux résultats obtenus peuvent se résumer comme suit :

- En régime stationnaire : le système est le plus efficace aux faibles valeurs du nombre de Lewis, perméabilités du milieu poreux et nombres de Reynolds. L'augmentation du rapport des conductivités thermiques et la réduction de la porosité à un avis favorable sur le refroidissement du fluide.
- En régime oscillatoire : le système est le plus efficace aux grandes amplitudes et fréquences d'oscillation. Toutefois les taux d'amélioration par rapport au cas stationnaire restent faibles où elles ne dépassent pas les 2 % et 3 % respectivement pour la température et la concentration moyennes à la sortie du canal. Concernant le coefficient de frottement, l'ajout d'une composante oscillatoire à l'écoulement moyen stationnaire entraîne une augmentation des chutes de pression allant jusqu'à 12 % aux grandes amplitudes et 2.7 % aux faibles fréquences.

Le présent travail présente une contribution certaine aux études des transferts thermique et massique dans les systèmes partiellement poreux en présence d'un écoulement variant périodiquement dans le temps. Vu la complexité du problème entrepris, un seul volet a été traité dans cette étude et il reste néanmoins un certain nombre de points à explorer dont on peut à titre d'exemple citer l'étude de l'influence de la géométrie des cloisons poreuses (nombre, disposition, espacement, largeur,...).

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **E. Scheidegger**  
The Physics of Flow through Porous Media  
University of Toronto Press, 3<sup>rd</sup> Edition 1974.
- [2] **Dullien**  
Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure  
Academic Press, 2<sup>nd</sup> Edition 1992.
- [3] **C.F. Chen, D.G. Briggs and R.A. Wirtz**  
Stability of Thermal Convection in a Salinity Gradient due to Lateral Heating  
Int. J. Heat Mass Transfer 1971, Vol. 14, pp. 57-65.
- [4] **T.B. Benjamin**  
Bifurcation Phenomena in Steady Flows of a Viscous Liquid  
II. Experiments Ibid. 1978b, pp. 27-43.
- [5] **H.E. Huppert and J.S. Turner**  
A Laboratory Model of a Replenished Magma Chamber  
Earth Planetary Science Letters 1981, Vol. 54, pp. 144-152
- [6] **D. Poulikakos**  
On Buoyancy Induced Heat and Mass Transfer from a Concentrated Source in an Infinite Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1985, Vol. 28, pp. 621-629
- [7] **O.V. Trevisan and A. Bejan**  
Combined Heat and Mass Transfer by Natural Convection in a Vertical Enclosure  
ASME J. Heat Mass Transfer 1987, Vol. 109, pp. 104-112.
- [8] **P. Ranganathan and R. Viskanta**  
Natural Convection in a Square Cavity due to Combined Driving Forces  
Num. Heat Transfer Part A 1988, Vol. 14, pp. 35-59.
- [9] **C. Benard, D. Gobin and J. Trevisan**  
Thermosolutal Natural Convection in a Rectangular Enclosure: Numerical Results  
HTD Heat Transfer 1989, Vol. 107, pp. 249-254.
- [10] **R. Bennacer**  
Convection Naturelle Thermosolutale : Simulation Numérique des Transferts et des Structures d'Écoulements  
Thèse de Doctorat, Université de Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1993.
- [11] **T. Nishimura, M. Wakamatsu and A.M. Morega**  
Oscillatory Double-Diffusive Convection in a Rectangular Enclosure with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients  
Int. J. Heat Mass Transfer 1998, Vol. 41, pp. 1601-1611.
-

- [12] **A. Bejan et K.R. Khair**  
Heat and Mass Transfer by Natural Convection in a Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1985, Vol. 28, pp. 909-918.
- [13] **O.V. Trevisan and A. Bejan**  
Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy effects in a Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1985, Vol. 28, pp. 1597-1611.
- [14] **O.V. Trevisan and A. Bejan**  
Mass and Heat Transfer by Natural Convection in a Vertical Slot Filled with a Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1986, Vol. 29, pp. 403-415, 1986
- [15] **F. Chen and C.F. Chen**  
Double Diffusive Fingering Convection in a Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1993, Vol. 36, pp. 793-807.
- [16] **F. Alavyoon, Y. Massuda and S. Kimura**  
On Natural Convection in Vertical Enclosures due to Opposing Fluxes of Heat and Mass Prescribed at the Vertical Walls  
Int. J. Heat Mass Transfer 1994, Vol. 37, pp. 195-206.
- [17] **P. Nithiarasu, K.N. Seetharamu and T. Sundararajan**  
Double-Diffusive Natural convection in an Enclosure Filled with Fluid Saturated Porous Medium: A Generalized non-Darcy Approach  
Num. Heat Transfer Part. A 1996. Vol. 30, pp. 413-426.
- [18] **D. Angirasa and G. Peterson**  
Combined Heat and Mass Transfer by Natural Convection with Opposing Buoyancy Effects in a Fluid Saturated Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1997, Vol. 40, pp. 2755-2773.
- [19] **D. Cretachew , D. Poulikakos and W. J. Minkowycz**  
Double Diffusion in Porous Cavity Saturated with Non-Newtonian Fluid  
J. thermophysics and Heat Transfert, Vol. 12, N°3, pp. 437-446, 1998.
- [20] **M. Mahrazi, S. Daoudi et M. Daguennet**  
Convection Naturelle thermique et Massique dans une Cavité Partiellement Occupée par une Cloison Poreuse Verticale  
6<sup>ème</sup> Colloque Maghrébin sur les Modèles Numériques de l'Ingénieur, Tunisie 1998, Vol. II, pp. 529-534.
- [21] **B. Goyeau and D. Gobin**  
Heat Transfer by Thermosolutal Natural Convection in a Vertical Composite Fluid-Porous Cavity  
Int. Comm. Heat Mass Transfer 1999, Vol. 26, pp. 1115-1126.
- [22] **R. Bennacer, A. Tobal, H. Beji and P. Vasseur**  
Double-Diffusive Convection in a Vertical Enclosure Filled with Anisotropic Porous Media  
Int. J. Therm. Sci. 2001, Vol. 40, pp. 30-41.
-

[23] **O. Rahli**

Convection Naturelle Thermosolutale dans une Cavité Divisée par une Cloison Poreuse.  
Thèse de Magister – USTHB 2003.

[24] **T. Nishimura, S. Arakawa, S. Murakami and Y. Kawamura**

Oscillatory Viscous Flow in Symmetric Wavy-Walled channels  
Chem. Eng. Sci. 1989, Vol. 44, pp. 2137-2148.

[25] **C.V. Herman, F. Mayinger and D.P. Sekulic**

Experimental Verification of Oscillatory Phenomena in Heat Transfer, in a Communicating Channels Geometry  
Exp. Heat Transfer Fluid Mech. Therm. 1991, pp. 904-911.

[26] **S.Y. Kim and B. H. Kang**

Forced Convection Heat Transfer from Two Heated Blocks in Pulsating Channel Flow  
Int. J. Heat Mass Transfer 1998, Vol. 41, pp. 625-634.

[27] **V.P. Herranz, J.L. Guinon and J.G. Anton**

Analysis of Mass and Momentum Transfer in an Annular Electrodialysis Cell in Pulsed Flow  
Chemi. Eng. Sci. 1999, Vol. 54, pp.1667-1675

[28] **T. Nishimura, N. Oka, Y. Yoshinaka and K. Kunitsugu**

Influence of Imposed Oscillatory Frequency on Mass Transfer Enhancement of Grooved Channels for Pulsatile Flow  
Int. J. Heat Mass Transfer 2000, Vol. 43, pp. 2065-2374.

[29] **J.C. Misra, B. Pal, A. Pal and A.S. Gupta**

Oscillatory Entry Flow in a Plane Channel with Pulsating Walls  
Int. J. Non-Linear Mechanics 2001, Vol. 36, pp. 731-741.

[30] **J.H. Jang and W. M. Yan**

Transient Analysis of Heat and Mass Transfer by Natural Convection over a Vertical Wavy Surface  
Int. J. Heat Mass Transfer 2004, Vol. 47, pp.3695-3705.

[31] **E. Ramos, B.D. Storey, F. Sierra, R.A. Zuniga and A. Avramenko**

Temperature Distribution in an Oscillatory Flow with a Sinusoidal Wall Temperature  
Int. J. Heat Mass Transfer 2004, Vol. 47, pp. 4929-4938.

[32] **J.W. Moon, S.Y. Kim and H.H. Cho**

Frequency Dependent Heat Transfer Enhancement from Rectangular Heated Block Array in a Pulsating Channel Flow  
Int. J. Heat Mass Transfer 2005, Vol. 48, pp. 4904-4913.

[33] **B. Unsal, S. Ray, F. Durst and O. Ertunc**

Pulsating Laminar Pipe Flows with Sinusoidal Mass Flux Variations  
Fluid Dyn. Research 2005, Vol. 37, pp. 317-333.

---

- [34] **T.S. Chang and Y.H. Shiau**  
Flow Pulsation and Baffle's Effects on the Opposing Mixed Convection in a Vertical Channel  
Int. J. Heat Mass Transfer 2005, Vol. 48, pp. 4190-4204.
- [35] **B. Olayiwola and P. Walzel**  
Cross Flow Transport and Heat Transfer Enhancement in Laminar Pulsed Flow  
Chem. Eng. Process. 2008, Vol. 47, pp. 929-937.
- [36] **S.Y. Kim, B.H. Kang and J.M. Hyun**  
Heat Transfer from Pulsating Flow in a Channel Filled with Porous Media  
Int. J. Heat Mass Transfer 1994, Vol.37, pp. 2025-2033.
- [37] **K.R. Hall, G.M. Smith and D.J. Turcke**  
Comparison of Oscillatory and Stationary Flow through Porous Media  
Coastal Eng. 1995, Vol. 24, pp. 217-232.
- [38] **Z. Guo, S.Y. Kim and H.J. Sung**  
Pulsating Flow and Heat Transfer in a Pipe Partially Filled with a Porous Medium  
Int. J. Heat Mass Transfer 1997, Vol. 40, pp. 4209-4218.
- [39] **Z. Guo, H.J. Sung and J.M. Hyun**  
Pulsating Flow and Heat Transfer in an annulus Partially Filled with a Porous Media  
Num. Heat Transfer Part A 1997, Vol. 31, pp. 517-527.
- [40] **H.L. Fu, K.C. Leong, X.Y. Huang and C.Y. Liu**  
An experimental Study of Heat Transfer of a Porous Channel Subjected to Oscillating Flow  
ASME J. Heat Transfer 2001, Vol. 123, pp. 163-170.
- [41] **K. C. Leong and L.W. Jin**  
An Experimental Study of Heat Transfer in Oscillating Flow through a Channel Filled with an Aluminum Foam.  
Int. J. Heat Mass Transfer 2005, Vol. 48, pp. 243-253.
- [42] **R. Bhargava, H.S. Takhar, S. Rawat, T.A. Bég and O.A. Bég**  
Finite Elements Solutions for non-Newtonian Pulsatile Flow in a non-Darcian Porous Medium Conduit  
Nonlinear Analysis: Modelling Control 2007, Vol. 12, pp. 317-327.
- [43] **P.C. Huang and C.F. Yang**  
Analysis of Pulsating Convection from Two Heat Sources Mounted with Porous Blocks  
Int. J. Heat Mass Transfer 2008, Vol. 51, pp. 6294-6311.
- [44] **P.C. Huang, Y.J. Chen and M.C. Tzou**  
Pulsating Convective Cooling across Two Porous-Covering Heated Blocks  
Int. J. Heat Mass Transfer 2009, Vol. 52, pp. 932-951.
- [45] **S.V. Patankar**  
Numerical Heat transfer and Fluid Flow  
Mc Graw Hill, New York 1980.
-

[46] **A. Hadim**

Forced Convection in a Porous Channel with Localized Heat Sources  
J. Heat Mass Transfer 1994, Vol. 118, pp. 465-472.

[47] **M. Nicolas**

Ecoulement dans les Milieux Poreux  
DEA Mécanique Energétique, Ecole Doctorale Mécanique, Physique et Modélisation  
Université de Provence, Marseille 2003

[48] **J. Bear**

Dynamics of fluids in porous media  
Elsevier 1972

---