

N° d'ordre : 04/2007-D/PH

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE « HOUARI BOUMEDIENE »  
FACULTE DE PHYSIQUE



THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de DOCTORAT EN PHYSIQUE

Spécialité : Physique des Plasmas

Par Mme : *DOUMAZ née BENNACEUR Djamila*

Sujet

*ETUDE DES COEFFICIENTS DE TRANSPORT D'UN PLASMA  
CINETIQUE TRES INHOMOGENE EN PRESENCE D'UN CHAMP  
MAGNETIQUE CONSTANT*

Soutenue le : 24 / 05 / 2007, devant le jury composé de :

M. M. DRIR,	Professeur, USTHB	Président
M. A. BENDIB,	Professeur, USTHB	Directeur de thèse
M. T. H. ZERGUINI,	Professeur, USTHB	Examineur
M. S. KESSAL,	Professeur, USTHB	Examineur
M. T. ABDELATIF,	Directeur de recherche, CRAAG	Examineur
M. E.H. AMARA,	Maître de recherche, CDTA	Examineur

## Remerciements

L'ensemble du travail présenté dans cette thèse a été effectué dans la Division des Milieux Ionisés et Lasers au Centre de Développement des Technologies Avancées (CDTA), au sein de l'Equipe Interaction Laser Matière (ILM), en collaboration avec le laboratoire d'Electronique Quantique à l'USTHB.

Je remercie Monsieur M. Drir d'avoir accepté d'être président du jury. Je remercie également Messieurs S. Kessal, T. H. Zerguini, T. Abdelatif et E. H. Amara d'avoir accepté d'examiner et de juger ce travail, et aussi d'être membre de ce jury.

Un remerciement particulier et ma reconnaissance vont au directeur de thèse, Monsieur A. Bendib, pour avoir dirigé ce travail, pour avoir partagé avec moi sa compréhension de la physique des plasmas, pour son exigence et pour sa rigueur communicatives.

Je tiens également à remercier tous les membres de l'équipe ILM avec lesquels j'ai collaboré.

Je remercie chaleureusement mes collègues et amis, Mme F. Hamadi et M. E.H. Amara pour avoir toujours été disponibles dans les moments difficiles.

Mes vifs remerciements vont aussi à tous ceux qui m'ont, de près ou de loin aidée, supportée, encouragée, côtoyée pendant toute cette période.

Sur un plan personnel, je tiens à remercier mon mari Toufik Doumaz qui a constamment été présent à mes côtés et m'a toujours encouragée. Cela n'a pas toujours été facile de concilier vie de famille et travail.

Enfin, un grand merci à mes parents, pour leur amour et leur foi en mes capacités.

## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	1
<b>CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE TRANSPORT DANS LES PLASMAS MAGNETISES</b>	
I. Introduction	7
II. Equation de Fokker-Planck	7
III. Equations fluides	11
IV. Etude bibliographique	13
IV. 1 Théorie du transport classique	13
IV. 1. 1 Résultats de Braginskii	14
IV. 1. 2 Résultats de Balescu	19
IV. 1. 3 Autres résultats analytiques	24
IV. 1. 4 Résultats d'Epperlein et Haines	25
IV. 2 Transport non local dans les plasmas	28
IV. 2. 1 Concept de transport non local	28
IV. 2. 2 Etude des effets du champ magnétique et des effets non locaux sur le transport	30
IV. 2. 2. a Résultats de Nicolaï <i>et al.</i>	30
IV. 2. 2. b Résultats de Brantov <i>et al.</i>	34
V. Conclusion	38
<b>CHAPITRE II. RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE FOKKER-PLANCK ET CALCUL DES COEFFICIENTS DE TRANSPORT CLASSIQUES D'UN PLASMA MAGNETISE</b>	
I. Introduction	39
II. Equations du modèle et approximations	40
II. 1 Développement de l'équation de Fokker-Planck sur la base des harmoniques sphériques	41
II. 2 Méthode de résolution numérique	46
II. 2. 1 Réduction de l'équation de la première anisotropie	46
II. 2. 2 Méthode itérative pour l'équation de la seconde anisotropie	49

III. Résultats numériques	51
III. 1 Transport électronique	51
III. 1. 1 Fonctions de distribution anisotropes	51
III. 1. 2 Coefficients de transport électronique	54
III.1. 2. a Coefficients de transport induits par la première anisotropie	54
III.1. 2. b Coefficients de transport induits par la seconde anisotropie	60
III.2 Transport ionique	64
IV. Conclusion	66
APPENDICE A. Coefficients des ajustements numériques (fits) des coefficients de transport classiques	67
<b>CHAPITRE III. RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE FOKKER-PLANCK ET CALCUL DES COEFFICIENTS DE TRANSPORT NON LOCAUX</b>	
I. Introduction	69
II. Equations de base	69
III. Résultats numériques et discussion	73
III. 1 Méthode de résolution	73
III. 2 Définition des coefficients de transport non locaux	76
III. 3 Résultats numériques et discussion	77
III. 4 Propriétés particulières des coefficients de transport non locaux dans les plasmas magnétisés	88
III. 5 Effets 2D sur les coefficients de transport	90
IV. Conclusion	93
APPENDICE B. Tableaux des coefficients des ajustements numériques (fits) des coefficients de transport non locaux	94
APPENDICE C. Effet du transport 2D sur les coefficients de transport	102
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	106
<b>REFERENCES</b>	108

## INTRODUCTION GENERALE

La fusion thermonucléaire contrôlée constitue aujourd'hui l'un des axes de recherche les plus dynamiques, en physique des plasmas chauds. Le principe des expériences mises en jeu consiste à faire fusionner des atomes légers (des isotopes de l'hydrogène par exemple) afin d'en extraire l'énergie thermonucléaire libérée lors des réactions thermonucléaires. Pour atteindre des températures très élevées et des densités suffisantes des noyaux et pour augmenter la probabilité qu'ils se rencontrent, deux types d'expérience sont étudiés en laboratoire : la fusion par confinement magnétique [1] et la fusion par confinement inertiel [2].

Le schéma de confinement magnétique présentant actuellement les meilleures performances est celui qui est développé dans les tokamaks. Dans ces machines, le champ magnétique est constitué d'une composante toroïdale créée par des bobines externes et d'une composante poloïdale créée par un courant induit dans les plasmas par des électro-aimants. Le champ magnétique total a une topologie approximative constituée de tores emboîtés les uns dans les autres qui vont constituer les parois virtuelles pour confiner le plasma. Dans ces réacteurs, le plasma de densité relativement faible ( $10^{20} m^{-3}$ ), est confiné pendant des temps de l'ordre de la seconde et est porté à plus de 100 millions de degrés Kelvin. La physique des plasmas intervient principalement par l'étude de la stabilité du plasma en présence de champs magnétique très intenses. L'étude des équations magnétohydrodynamiques constitue alors le principal pôle de recherche théorique dans ces plasmas magnétisés dans différentes configurations géométriques afin de mieux analyser et comprendre les micro-instabilités et la turbulence qui s'y développent en relation avec les phénomènes de perte de confinement.

Le schéma de confinement inertiel, par contre, consiste à fusionner à forte concentration, le mélange d'isotopes d'hydrogène contenu dans une microbille que l'on irradie avec des faisceaux lasers très puissants (les flux laser sont typiquement de l'ordre de  $10^{15} W/cm^2$  et la durée de l'impulsion est de l'ordre de la nanoseconde). Dans ces expériences d'interaction laser-cible solide, la température au cœur de la cible peut atteindre quelques  $keV$  (en unité énergie) et la densité du combustible est de l'ordre de mille fois la densité du solide. Dans de telles conditions expérimentales, des réactions de fusion thermonucléaire peuvent être déclenchées et entretenues par les particules alpha produites par ces réactions.

Dans ce genre de fusion, des variantes de schémas sont proposées pour améliorer les rendements thermonucléaires. Le schéma d'« attaque directe » [3] consiste à irradier directement la surface externe d'une coquille sphérique contenant un mélange fusible par plusieurs faisceaux laser disposés symétriquement autour de la cible. Le rayonnement impose à la surface externe de la coquille, un flux d'énergie thermique de grande intensité conduisant à la vaporisation de sa couche externe sous la forme d'un plasma. Celui-ci se détend et est expulsé violemment vers l'extérieur de la cible : c'est le mécanisme d'ablation. L'énergie absorbée par la cible est transmise par conduction thermique électronique, à l'intérieur de la microbille, donnant naissance à une onde thermique qui se propage vers l'intérieur du solide non perturbé. Le pied de l'onde thermique est appelé front d'ablation.

Dans le schéma d'« attaque indirecte », la bille de combustible est placée au centre d'une cavité cylindrique de numéro atomique  $Z$  élevé (typiquement de l'or) appelée holraum [4]. Le principe de base est d'envoyer les faisceaux laser non pas sur la sphère mais sur les parois du holraum : le plasma de  $Z$  élevé ainsi créé va émettre un rayonnement  $X$  dans la cavité, et c'est ce rayonnement qui sera à l'origine de la compression de la sphère de combustible. Le holraum doit être rempli de gaz léger, afin d'éviter que la détente du plasma d'or dans la cavité ne remplisse trop rapidement celle-ci et coupe la réaction. Le gaz placé dans la cavité doit donc avoir une pression suffisante pour freiner la détente du plasma d'or. Ce schéma présente notamment l'avantage de limiter les problèmes d'inhomogénéité du rayonnement laser qui incombent à l'attaque directe. Par rapport à l'attaque directe, le rendement de conversion du rayonnement laser en rayonnement  $X$  diminue l'efficacité du processus, mais le gain important en symétrie d'implosion et la taille réduite des cibles, avantageuse vis-à-vis des instabilités hydrodynamiques, compense cette perte de rendement.

Nous pouvons aussi citer le schéma dit de l'« allumeur rapide » [5] qui consiste à utiliser en plus des impulsions laser de durée de l'ordre de la nanoseconde, une impulsion laser ultra-brève (quelques femtosecondes) pour allumer le cœur de la cible contenant le combustible thermonucléaire. Le concept de l'allumage rapide repose sur un schéma à quatre étapes : la première consiste à comprimer le combustible de façon classique par des impulsions nanosecondes. La deuxième consiste à creuser un canal dans la couronne de plasma de longueur millimétrique qui entoure la cible comprimée à l'aide d'une première impulsion ultra-intense ( $100\text{ ps}$ ,  $\sim 10^{18} - 10^{19} \text{ W/cm}^2$ ). Troisièmement, ce canal sert de guide à une seconde impulsion ultra-intense ( $10\text{ ps}$ ,  $\sim 10^{20} \text{ W/cm}^2$ ) qui doit s'approcher le plus

près possible du cœur comprimé (densité  $\sim 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ ) pour accélérer un faisceau d'électrons suprathermiques. Et enfin, en dernière étape, ces particules voyagent sur une centaine de microns avant d'atteindre la région périphérique du cœur où elles se thermalisent. Leur énergie doit être de l'ordre du  $\text{MeV}$  pour créer un point chaud vérifiant les conditions d'allumage [6].

Pour comprendre ces différents concepts de la fusion thermonucléaire, il est nécessaire de mettre en œuvre des codes numériques très performants ou des modèles théoriques qui décrivent avec une grande précision tous les phénomènes physiques mis en jeu dans l'interaction laser-plasma.

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de la recherche fondamentale et s'intéresse à l'étude des phénomènes de transport dans les plasmas totalement ionisés soumis à un champ magnétique constant. Ces résultats peuvent être appliqués dans les plasmas créés par laser dans le contexte de la fusion par confinement inertiel.

Depuis les années 70, on sait que de forts champs magnétiques auto-générés (plusieurs mégagauss) peuvent être présents dans les plasmas créés par laser et modifier considérablement la distribution de l'énergie électronique en confinant les électrons autour des lignes de champs et réduisant la conductivité thermique. Ce qui va conduire à altérer la propagation du faisceau laser et la stabilité du système. Les mécanismes de génération de ces champs ont été rapportés dans la littérature [7-11] et ont été largement étudiés théoriquement, expérimentalement et même au moyen de simulations. La source de ces champs est multiple : courant d'électrons suprathermiques, effet thermoélectrique (pression électronique), effet lié au gradient de pression radiative, effets non linéaires, instabilité électromagnétique de Weibel et instabilité de Rayleigh-Taylor, etc., et ce sur différentes échelles spatiales. L'interaction du champ magnétique avec les processus de transport électronique est en fait un problème self-consistent. Le champ magnétique a un effet sur les processus thermiques et inversement le transport électronique pourrait être responsable de l'advection, de l'amortissement ou de l'amplification du champ magnétique. Le transfert de l'énergie par conduction électronique dans les plasmas créés par laser est donc un processus important qui doit être reproduit aussi rigoureusement que possible par des modèles théoriques ou des codes de calcul.

Notre domaine d'application dans le présent travail se restreint aux plasmas non corrélés, classiques (non quantiques), non relativistes et totalement ionisés. Il pourrait même s'étendre au domaine de l'astrophysique. En effet, à titre d'exemple, le champ magnétique est un ingrédient clé pour la plupart des phénomènes solaires : chauffage de la couronne,

accélération du vent solaire, éruptions, études liées à la météo spatiale. Le champ magnétique est également à l'origine de la structuration de l'atmosphère solaire et du milieu interplanétaire. Sa génération pose la question capitale des dynamos solaires et stellaires, le soleil offrant la possibilité, grâce à ses cycles d'activité bien documentés, de tester les modèles de dynamo solaire [12].

Cette thèse a pour objectif essentiel d'établir un système d'équations fluides qui décrivent des plasmas totalement ionisés en présence d'un champ magnétique constant. Ces équations sont définies par des relations de fermeture correspondant aux coefficients de transport qui doivent être calculés à partir de la théorie cinétique. L'équation de base est l'équation de Fokker-Planck qui est l'une des équations fondamentales de la théorie cinétique des plasmas chauds. Nous avons développé une méthode numérique originale qui résout l'équation intégral-différentielle de Fokker-Planck en utilisant une méthode itérative. C'est précisément la résolution de cette équation et la détermination des coefficients de transport qui font l'objet de ce travail.

Notre étude sur le transport dans les plasmas chauds nous a permis de faire la distinction entre le transport local ou classique et le transport non local. Cette distinction est reliée au libre parcours moyen électron-ion  $\lambda_{ei}$  et à la longueur de gradients du plasma  $L$ . En effet, l'approximation du transport local ou classique suppose que les particules entrent en collision avec plusieurs autres particules avant de 'sentir' les effets de l'inhomogénéité du gradient. En d'autres termes, les processus collisionnels sont dominants par rapport aux effets de l'inhomogénéité du plasma, *i.e.*,  $\lambda_{ei} \ll L$ . Par conséquent, c'est une théorie qui n'est applicable que dans le cas de gradients de température très doux. Dans le cas contraire, comme dans la plupart des expériences d'interaction laser-plasma, le gradient de température est trop raide pour permettre une description classique des coefficients de transport et les effets non locaux doivent être pris en compte. Ces effets apparaissent lorsque les collisions électron-électron ne sont plus en mesure de « thermaliser » le plasma sur une longueur des gradients hydrodynamiques. Il résulte alors plusieurs effets physiques dont l'inhibition du transport thermique. Les effets non locaux et ceux des champs magnétiques peuvent modifier considérablement la température électronique, la température ionique, la densité, etc. Certains processus comme le déclenchement et l'amplification des instabilités paramétriques pourraient directement en être affectés.

Ce manuscrit est organisé de la manière suivante. Le premier chapitre est consacré à la présentation du modèle d'équations utilisées ainsi qu'à une étude bibliographique sur les résultats les plus importants sur la théorie du transport dans les plasmas magnétisés.

Le deuxième chapitre est consacré à la résolution numérique de l'équation de Fokker-Planck décrivant le transport classique d'un plasma totalement ionisé soumis à un champ magnétique constant. L'équation de Fokker-Planck qui décrit un plasma perturbé par des champs longitudinaux de faible amplitude, dans l'approximation quasi-statique, a été modélisée à l'aide de l'opérateur de Landau sous sa forme intégrale la plus complète qui prend en compte notamment les collisions électron-électron. Nous avons présenté une nouvelle approche de résolution numérique de l'équation pour déduire les coefficients de transport classiques dans un plasma magnétisé. Pour cela, l'équation est réduite à un système d'équations différentielles ordinaires couplées, du premier ordre, et est résolue numériquement avec une méthode itérative. Nous avons déduit à partir des fonctions de distribution tous les coefficients de transport. Nous avons retrouvé les coefficients de transport électronique induits par la première anisotropie établis dans la littérature mais calculés par une approche numérique nettement plus lourde à mettre en œuvre et qui consiste à résoudre l'équation de Fokker-Planck en discrétisant tout l'opérateur intégro-différentiel. Nous avons complété cette étude en calculant les coefficients de transport induits par la seconde anisotropie représentés par le tenseur de viscosité pour des numéros atomiques  $Z$  et des intensités des champs magnétiques  $B$ , arbitraires. Nous avons amélioré la précision de ces coefficients par rapport aux résultats analytiques approchés, donnés dans la littérature. Cette méthode de résolution a aussi été appliquée au cas d'un fluide ionique où la viscosité ionique a été aussi calculée et retrouvée. Nous proposons aussi des ajustements numériques (fits) de tous les coefficients de transport locaux en fonction du numéro atomique  $Z$  et de l'intensité du champ magnétique  $B$ .

Le chapitre suivant consiste en l'extension du modèle de transport classique dans les plasmas magnétisés (chapitre II), au transport non local. Nous calculons alors un système complet de coefficients de transport non locaux dans les plasmas magnétisés, totalement ionisés, en présence de potentiels thermodynamiques de faible amplitude. Nous limitons notre analyse à des faibles inhomogénéités du plasma, *i.e.*,  $\lambda_{ei}/L < 1$  correspondant à l'approximation diffusive. Cette limite signifie que nous ne considérons dans l'équation de Fokker-Planck que les effets non locaux de typiquement de l'ordre de  $(\lambda_{ei}/L)^2$ . Cette hypothèse permet de décrire des plasmas très inhomogènes correspondant à ceux créés dans

les laboratoires dans le cadre de la fusion thermonucléaire inertielle. Nous présentons les résultats numériques obtenus et discutons leur interprétation physique en insistant sur l'importance des effets non locaux et des effets du champ magnétique sur le transport électronique. Notre étude numérique a mis en évidence de nouveaux coefficients de transport dus à la vitesse du fluide, qui n'existent pas dans l'approximation locale. Nous avons aussi discuté de quelques propriétés des coefficients de transport ainsi que des effets 2D sur le transport non local. Des ajustements numériques des coefficients de transport induits par la première anisotropie sont également proposés et établis en fonction du paramètre de collision  $\lambda_{ei} / L$ , et ceci quelles que soient les valeurs de  $Z$  et de  $B$ .

Enfin, nous terminons ce travail en résumant tous les résultats obtenus dans une conclusion en indiquant les perspectives à donner à ce travail.

## **CHAPITRE I**

### ***ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE TRANSPORT DANS LES PLASMAS MAGNETISES***

## I. INTRODUCTION

L'objet de ce chapitre est de présenter une étude bibliographique centrée sur les principaux résultats de la littérature portant sur les coefficients de transport dans les plasmas magnétisés et totalement ionisés. Cette étude est précédée par la présentation de l'équation de Fokker-Planck (FP) qui constitue l'équation cinétique la mieux adaptée pour décrire les plasmas considérés dans cette thèse. De même, les équations hydrodynamiques sont exposées puisque l'objectif visé dans ce travail est de calculer les coefficients de transport qui représentent les relations de fermeture de ces équations.

## II. EQUATION DE FOKKER-PLANCK

La description des systèmes physiques composés d'un nombre très important de particules nécessite une approche statistique puisqu'il est exclu de décrire la dynamique de chaque particule en tenant compte de son interaction avec tout son environnement. Les plasmas qui sont des systèmes physiques constitués d'électrons, d'atomes et de molécules neutres ou ionisés peuvent être décrits par les équations cinétiques [13] qui correspondent à l'équation d'évolution de la fonction de distribution  $f_s(\vec{v}, \vec{r}, t)$  de l'espèce  $s$  de particules dans l'espace des vitesses et des configurations  $(\vec{v}, \vec{r})$ , et ceci par rapport au paramètre temps  $t$ .

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{F}}{m_s} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial f_s}{\partial t} \Big|_c \quad (\text{I.1})$$

où  $\vec{F}$  est la force qui agit sur les particules de masse  $m_s$ , et de vitesse  $\vec{v}$ , et qui inclut aussi bien les forces internes dues à leur interaction avec les autres particules du plasma, que les forces dues à des sources extérieures au système. Le membre de droite de l'équation (I.1) rend compte des interactions à courte distance de l'espèce  $s$  de particules avec toutes les autres particules du plasma. Ce terme est appelé usuellement terme de collision, il peut contenir aussi bien les interactions Coulombiennes que les interactions non élastiques (états vibrationnels, rotationnels, ...) et également des termes de création ou d'annihilation de particules. La dérivation de l'équation cinétique (I.1) peut être obtenue à partir de l'équation de Liouville qui décrit l'évolution de la fonction de distribution  $N$ -particules  $F_N(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_N, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, t)$  d'un système de  $N$  particules ( $N \gg 1$ ). L'équation de Liouville est ensuite développée en une hiérarchie infinie d'équations appelée hiérarchie BBGKY (Born, Bogoliubov, Green, Kirkwood et Yvan). Pour établir cette hiérarchie, il faut

d'abord définir, des fonctions de distribution  $n$ -particules correspondant à une description de moins en moins fine du système avec la décroissance du paramètre  $n$ . Ces fonctions sont définies par l'expression

$$f_n(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, t) = C \int f_N(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_N, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N, t) d\vec{v}_{n+1} d\vec{v}_{n+2} \dots d\vec{v}_N d\vec{r}_{n+1} d\vec{r}_{n+2} \dots d\vec{r}_N \quad (\text{I.2})$$

où  $C$  est un facteur de normalisation. Ensuite, en utilisant les définitions (I.2) et en intégrant progressivement l'équation de Liouville sur les particules  $N$ , puis sur les particules  $N$  et  $N-1$ , etc., jusqu'à une intégration sur toutes les particules de  $N$ , jusqu'à 2, nous générons une série d'équations couplées puisque toute fonction  $f_n$  est décrite par rapport à la fonction  $f_{n+1}$ . La troncature la plus simple de cette hiérarchie d'équations consiste à exprimer la fonction de distribution deux-particules  $f_2$  en fonction de la fonction de distribution une-particule  $f_1$  dans la dernière équation de la hiérarchie. Cette dernière équation, qui décrit l'évolution de  $f_1$  dans l'espace des phases, paramétrée par la variable temps, correspond à l'équation cinétique définie plus haut [Eq. (I.1)].

L'équation cinétique adaptée aux plasmas chauds considérés dans ce travail est l'équation de Vlasov-Landau, appelée aussi équation de Fokker-Planck (par analogie avec l'équation de Fokker-Planck qui décrit les processus stochastiques [13]). Dans le repère du laboratoire, cette équation s'écrit pour les électrons et les ions respectivement sous la forme :

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} + \frac{q_e}{m_e} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = C_{ei}(f_e, f_i) + C_{ee}(f_e, f_e) \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \vec{r}} + \frac{q_i}{m_i} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \vec{v}} = C_{ie}(f_i, f_e) + C_{ii}(f_i, f_i) \quad (\text{I.4})$$

où  $q_{e,i}$  représentent respectivement les charges électronique et ionique,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont les champs électrique et magnétique dus aux charges internes du plasma (champs auto-consistants) ainsi qu'à des champs électromagnétiques extérieurs.

Les deux premiers termes dans le membre de gauche décrivent l'advection tandis que le troisième terme décrit l'accélération due aux champs. Il est important de noter que le champ  $\vec{E}$  décrit l'interaction Coulombienne entre les particules du plasma, typiquement sur

des distances supérieures à la longueur de Debye  $\lambda_{D_s} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T_s}{n_s q_s^2}}$  qui décrit les effets

d'écran du plasma [ $n_s$  et  $T_s$  (en unité énergie, c'est-à-dire  $T_s \rightarrow k_B T_s (K)$  où  $k_B$  est la constante de Boltzmann) correspondent respectivement à la densité et à la température de l'espèce 's' de particule du plasma].

Le membre de droite des équations (I.3) et (I.4) décrit les collisions dues aux interactions Coulombiennes à des distances inférieures à  $\lambda_{D_s}$ .

Dans le cas des collisions élastiques, dans les plasmas chauds, la dérivation explicite des termes de collision dans les équations (I.3) et (I.4) est due à Landau [14]. L'opérateur de collision de Landau a été établi à partir de l'opérateur de Boltzmann [15] en prenant en considération les déflexions de magnitude faible dans l'espace des vitesses comme cela a été décrit plus haut. Cet opérateur a pour expression :

$$C_{ab}(f_a, f_b) = -\frac{\ln \Lambda q_a^2 q_b^2}{m_a 8\pi \epsilon_0^2} \frac{\partial}{\partial v_\beta} \int \left\{ \frac{f_a(\vec{v})}{m_b} \cdot \frac{\partial f_b(\vec{v}')}{\partial v'_\gamma} - \frac{f_b(\vec{v}')}{m_a} \cdot \frac{\partial f_a(\vec{v})}{\partial v_\gamma} \right\} U_{\beta\gamma} d\vec{v}' \quad (I.5)$$

où

$$U_{\beta\gamma} = \frac{1}{u^3} (u^2 \delta_{\beta\gamma} - u_\beta u_\gamma), \quad u_\beta = v_\beta - v'_\beta \quad \text{et} \quad \delta_{\beta\gamma} \quad \text{est le symbole de Kronecker.}$$

Dans l'équation (I.5), le logarithme Coulombien  $\ln \Lambda$  correspond au logarithme du rapport du paramètre d'impact maximum au paramètre d'impact minimum, *i.e.*,  $\Lambda = p_{max} / p_{min}$ . Dans les plasmas chauds,  $p_{max}$  est de l'ordre de la longueur de Debye  $\lambda_D$  et  $p_{min}$  correspond au paramètre d'impact dû à une déflexion d'un angle de  $\pi/2$ . L'expression de ce terme collisionnel se présente sous une forme analytique relativement complexe. En utilisant les développements en série de Taylor par rapport à  $v'_\beta$  :

$$U_{\beta\gamma} = V_{\beta\gamma} - \frac{\partial V_{\beta\gamma}}{\partial v_\alpha} v'_\alpha + \frac{\partial V_{\beta\gamma}}{\partial v_\alpha \partial v_\delta} \frac{v'_\alpha v'_\delta}{2} + \dots$$

où

$$V_{\beta\gamma} = U_{\beta\gamma} \Big|_{v'=0} = \frac{1}{3} \left( v^2 \delta_{\beta\gamma} - v_\beta v_\gamma \right),$$

l'expression du terme de collision électron-ion se simplifie considérablement pour donner :

$$C_{ei}(f_e, f_i) = \frac{v_t^4}{2\lambda_{ei}} \frac{\partial}{\partial v_\alpha} \left\{ V_{\alpha\beta} \frac{\partial f_e}{\partial v_\beta} + \mathcal{G} \left( \frac{m_e}{m_i} \right) \right\} \quad (\text{I.6})$$

$$\text{où } \lambda_{ei} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 T_e^2}{n_e e^4 Z \ln \Lambda} \quad (\text{I.7})$$

est le libre parcours moyen électron-ion,  $e$  est la charge élémentaire,  $Z$  est le numéro atomique et

$$v_t = \sqrt{\frac{T_e}{m_e}} \quad (\text{I.8})$$

est la vitesse thermique électronique.

De même, le terme de collision ion-électron peut se simplifier, en utilisant le développement de Taylor du tenseur  $U_{\beta\gamma}$ , par rapport au rapport des vitesses  $\frac{v'}{v}$

$$U_{\beta\gamma} = V'_{\beta\gamma} - \frac{\partial V'_{\beta\gamma}}{\partial v'_\alpha} v'_\alpha + \dots$$

$$\text{où } V'_{\beta\gamma} = \frac{1}{v_\alpha^3} (v'^2 \delta_{\beta\gamma} - v'_\alpha v'_\beta).$$

Dans ce cas, son expression prend la forme suivante :

$$C_{ie}(f_i, f_e) = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \frac{m_e n_e}{m_i n_i} \frac{v_t}{\lambda_{ei}} \frac{\partial}{\partial v_\alpha} \left( v_\alpha f_i + \frac{T_e}{m_i} \frac{\partial f_e}{\partial v_\alpha} \right) - \frac{1}{m_i n_i} \left[ \int m_e \bar{v}_e C_{ei}(f_e) d\bar{v} \right] \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \bar{v}}. \quad (\text{I.9})$$

Les opérateurs de collision entre particules identiques n'admettent pas de simplifications importantes sous leur forme non linéaire. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, même linéarisés par rapport à un équilibre global, ils se présentent sous une forme intégral-différentielle relativement complexe.

Cette description des collisions dans un plasma chaud à partir de l'équation de Boltzmann n'est pas la seule approche rapportée dans la littérature. Nous pouvons citer par exemple l'opérateur de collision de Lennard-Balescu [13] qui s'exprime en fonction de la fonction diélectrique du plasma ou bien la description de Rosenbluth [16] qui s'écrit à l'aide de potentiels dits de Rosenbluth.

### III. EQUATIONS FLUIDES

Le calcul des coefficients de transport constitue certainement l'un des résultats les plus importants de la physique des plasmas. En effet, ces coefficients vont permettre de définir les équations fluides qui sont des équations relativement plus simples que les équations cinétiques et qui peuvent résoudre un grand nombre de problèmes physiques. Plus précisément, ces coefficients vont constituer des relations de fermeture des équations fluides que nous présentons dans ce paragraphe.

Les équations fluides sont des moments des équations cinétiques dans l'espace des vitesses. Les plus importantes sont celles qui sont définies par les moments les plus bas par rapport à la vitesse microscopique, *i.e.*,  $1$ ,  $m_s \vec{v}$  et  $\frac{1}{2} m_s v^2$ , où l'indice 's' représente l'espèce de particules. En multipliant l'équation (I.1) respectivement par ces trois quantités et en intégrant les équations obtenues dans l'espace des vitesses, il résulte pour le fluide d'espèce 's', les équations de conservation du nombre de particules (ou équation de continuité), de l'impulsion et de l'énergie,

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot n_s \vec{V}_s = 0, \quad (\text{I.10})$$

$$\frac{\partial \vec{V}_s}{\partial t} + \vec{V}_s \cdot \nabla \vec{V}_s = \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{V}_s \times \vec{B}) - \frac{\nabla P_s}{n_s m_s} - \frac{\nabla \cdot \overline{\overline{\Pi}}_s}{n_s m_s} + \frac{\vec{R}_{sp}}{m_s n_s}, \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{3}{2} n_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial t} + \vec{V}_s \cdot \nabla T_s \right) + P_s \nabla \cdot \vec{V}_s = -\nabla \cdot \vec{q}_s - \Pi_{s\alpha\beta} \frac{\partial V_{s\alpha}}{\partial x_\beta} + Q_{sp}. \quad (\text{I.12})$$

Dans les équations (I.10) - (I.12), la densité de particules  $n_s$ , la vitesse moyenne  $\vec{V}_s$ , la pression scalaire cinétique isotrope  $P_s$ , le tenseur des contraintes généralisé  $\overline{\overline{\Pi}}_s$  (qui contient notamment les effets de viscosité), le moment fluide  $\vec{R}_{sp}$  (qui correspond au transfert d'impulsion entre les particules de différentes espèces lors des collisions), le flux de chaleur généralisé  $\vec{q}_s$ , et l'énergie générée dans le fluide constitué de particules d'espèce 's'  $Q_{sp}$  (due aux collisions avec les particules d'espèce 'p' dans le plasma), s'écrivent en fonction de la fonction de distribution sous la forme,

$$n_s = \int f_s d\vec{v} \quad , \quad (I.13)$$

$$\vec{V}_s = \frac{1}{n_s} \int \vec{v} f_s d\vec{v} \quad , \quad (I.14)$$

$$P_s = \int m_s \frac{v'^2}{3} f_s d\vec{v}' = n_s T_s \quad , \quad (I.15)$$

$$\Pi_{s\alpha\beta} = \int m_s \left( v'_\alpha v'_\beta - \frac{v'^2}{3} \delta_{\alpha\beta} \right) f_s d\vec{v}' \quad , \quad (I.16)$$

$$\vec{R}_{sp} = \int m_s \vec{v}' C_{sp} (f_s, f_p) d\vec{v}' \quad , \quad (I.17)$$

$$\vec{q}_s = \int \frac{1}{2} m_s v'^2 \vec{v}' f_s d\vec{v}' \quad , \quad (I.18)$$

$$Q_{sp} = \int \frac{1}{2} m_s v'^2 C_{sp} (f_s, f_p) d\vec{v}' \quad . \quad (I.19)$$

Notons que, dans les équations (I.15) - (I.19),  $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_s$  représente la vitesse aléatoire. Il est évident que les trois équations fluides (I.10) - (I.12) couplées avec les équations de Maxwell, qui décrivent le comportement des champs électrique et magnétique en présence des termes de source dans le plasma (la densité de charge et de courant), ne représentent pas un système d'équations auto-consistant, puisque le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations. Nous pouvons remédier à cette situation en établissant d'autres équations fluides qui vont décrire le comportement spatio-temporel des moments d'ordre supérieur. Mais, dans cet exercice, nous générons d'autres moments d'ordre supérieur. Pour fermer simplement le système d'équations (I.10) - (I.12), il faut en fait exprimer les quantités de transport  $\overline{\Pi}_s$ ,  $\vec{R}_{sp}$ ,  $\vec{q}_s$  et  $Q_{sp}$  en fonction des variables hydrodynamiques  $n_s$ ,  $T_s$  et  $\vec{V}_s$ . Leur calcul explicite nécessite l'utilisation de la théorie cinétique puisqu'elles sont définies à travers les équations (I.16) - (I.19) par la fonction de distribution  $f_s(\vec{r}, \vec{v}, t)$ . Ce sont des grandeurs physiques définies par les coefficients de transport (conductivité électrique, thermique, coefficient de

viscosité, etc.) qui, une fois calculés, constituent les relations de fermeture des trois équations fluides d'ordre le plus bas (I.10) – (I.12).

#### IV. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Notre étude sur le transport dans les plasmas chauds nous a permis de faire la distinction entre deux types de transport : le transport local ou classique et le transport non local; cette distinction est reliée au rapport  $\lambda_{ei} / L$  où  $\lambda_{ei}$  est le libre parcours moyen des particules et  $L$  est la longueur caractéristique des gradients du plasma. En effet, l'approximation du transport local ou classique suppose que les particules entrent en collision avec plusieurs autres particules avant de "subir" les effets du gradient. En d'autres termes, les processus collisionnels sont dominants par rapport aux effets de l'inhomogénéité du plasma, *i.e.*,  $\lambda_{ei} \ll L$ . Dans les plasmas faiblement magnétisés, cette approximation locale a un domaine de validité très limité. Dans la Réf. 17, il a été montré que cette approximation n'est remplie que pour la condition  $\lambda_{ei} / L_T < 2 \cdot 10^{-3}$  où  $L_T$  est la longueur des gradients thermiques. Par conséquent, c'est une théorie qui n'est applicable que dans le cas de gradients de température très doux. Dans le cas contraire, comme dans la plupart des expériences d'interaction laser plasma, le gradient de température peut être suffisamment raide (au voisinage de la couche critique où se produit le dépôt de l'énergie laser) pour permettre une description classique des coefficients de transport. Dans ce cas, la théorie du transport non local dont le concept est expliqué dans la section (IV. 2), doit être appliquée.

##### IV. 1 Théorie du transport classique.

Dans beaucoup d'applications pratiques (zone de conduction au delà de la couche critique), le plasma est dans un état fortement collisionnel. Le plasma est très proche de l'état d'équilibre et la fonction de distribution (FD) isotrope (qui ne dépend que du module de  $\vec{v}$ ) est souvent approximée par une Maxwellienne. La déviation par rapport à l'équilibre est due seulement à la partie anisotrope de la FD électronique qui dépend explicitement des coordonnées spatiales à travers des forces générées, par exemple, par les champs électromagnétiques, les gradients de densité et de température et la vitesse du fluide.

Plusieurs travaux sur le calcul des coefficients de transport des plasmas magnétisés dans la limite collisionnelle ont été rapportés dans la littérature. Deux approches ont été utilisées pour résoudre l'équation intégro-différentielle de FP: la solution analytique

approximative basée sur l'expansion de la FD sur des polynômes orthogonaux que nous allons décrire dans les travaux de Braginskii [18] et de Balescu [19] et la méthode numérique directe basée sur une discrétisation totale des équations intégo-différentielles, décrite par Epperlein et Haines [20].

#### IV. 1. 1 Résultats de Braginskii

L'une des études bibliographiques les plus importantes présentées dans ce travail est celle développée par Braginskii dans la Réf. 18. Dans ce travail, les résultats de Spitzer et Härm [21] ont été généralisés à des plasmas magnétisés en prenant en compte des vitesses fluides des particules. Tous les coefficients de transport classiques, relatifs aussi bien au fluide électronique qu'au fluide ionique ont été calculés pour des champs magnétiques  $B$  constants et d'intensité arbitraire et pour plusieurs valeurs du numéro atomique  $Z$ .

Les équations cinétiques utilisées sont l'équation de FP pour les électrons (I.3) et pour les ions (I.4), définies par l'opérateur de collision de Landau (I.5). Nous allons exposer brièvement la méthode de résolution de cette équation en nous limitant seulement au fluide électronique. La méthode de résolution pour le cas du fluide ionique est similaire. L'approche utilisée consiste à décrire la fonction de distribution par rapport à la vitesse aléatoire,  $\vec{v} = \vec{v}_{labo} - \vec{V}_e$  où  $\vec{v}_{labo}$  est la vitesse des électrons par rapport au repère du laboratoire et  $\vec{V}_e$  est la vitesse fluide électronique. L'équation (I.3) se réécrit alors sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{V}_e \cdot \nabla f_e + \vec{v} \cdot \nabla f_e + \left[ \frac{q_e}{m_e} (\vec{E} + (\vec{v} + \vec{V}_e) \times \vec{B}) - \frac{\partial V_e}{\partial t} - \vec{V}_e \cdot \nabla \vec{V}_e \right] \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} - \frac{\partial V_{e\alpha}}{\partial x_\beta} v_\beta \frac{\partial f_e}{\partial v_\alpha} - C'_{ei}(f_e, f_i - f'_i) \\ & = C_{ee}(f_e, f_e) + C'_{ei}(f_e, f'_i), \end{aligned} \quad (I.20)$$

où le terme  $C'_{ei}(f_e, f'_i)$  a été retranché et rajouté dans cette équation et où la notation  $f'_i$  correspond à la fonction de distribution ionique telle que la vitesse moyenne des électrons coïncide avec celle des ions. Dans ce cas, le terme  $C'_{ei}(f_e, f'_i)$  est défini par l'équation (I.6) et le terme  $C_{ei}(f_e, f_i - f'_i)$  est considéré comme faible devant ce dernier tant que la vitesse relative des deux fluides  $\vec{u} = \vec{V}_e - \vec{V}_i$  est supposée faible devant la vitesse thermique des électrons ; ce qui est le cas. La résolution analytique est basée sur le développement de la fonction de distribution en un terme dominant supposée être la Maxwellienne électronique

$f_{M_e}$  de vitesse moyenne  $\vec{V}_e(\vec{r}, t)$ , de densité  $n_e(\vec{r}, t)$  et de température  $T_e(\vec{r}, t)$ , et un terme de magnitude relativement plus faible, soit:

$$f_e = f_{M_e}(\vec{r}, \vec{v}, t) [1 + \phi]. \quad (\text{I.21})$$

En utilisant le développement (I.21) et en ne gardant que les termes d'ordre un, l'équation (I.20) s'écrit :

$$\begin{aligned} & C_{ee}(f_{M_e}, f_{M_e} \phi) + C_{ee}(f_{M_e} \phi, f_{M_e}) + C'_{ei}(f_{M_e} \phi, f'_i) - \frac{q_e}{m_e} f_{M_e} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \vec{v}} = \\ & f_{M_e} \left\{ \left( \frac{m_e v^2}{2T_e} - \frac{5}{2} \right) \vec{v} \cdot \nabla \ln T_e + \left[ \frac{3\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \frac{(T_e / m_e)^{3/2}}{v^3} - 1 \right] \frac{2}{3\sqrt{\pi} v_t \lambda_{ei}} \vec{u} \cdot \vec{v} \right\} \\ & + f_{M_e} \left\{ \frac{1}{n_e T_e} \vec{R} \cdot \vec{v} + \frac{1}{2v_t^2} \left( v_\alpha v_\beta - \frac{v^2}{3} \delta_{\alpha\beta} \right) W_{\alpha\beta} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{I.22})$$

où  $\vec{R}$  représente le transfert d'impulsion entre les électrons et les ions lors des collisions [Eq. (I. 17)], linéarisé par rapport à l'équilibre et s'écrit comme :

$$\vec{R} = \int m_e \vec{v} \left[ C'_{ei}(f_{M_e} \phi, f'_i) \right] d\vec{v}, \quad (\text{I.23})$$

et

$$W_{\alpha\beta} = \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \nabla \cdot \vec{V}_e, \quad (\text{I.24})$$

est le tenseur du taux de déformation qui mesure la déformation des éléments de volume du plasma, c'est un tenseur symétrique et de trace nulle.

Dans l'équation (I.22), les termes qui représentent les dérivées par rapport au temps ont été remplacés par leur valeur à l'ordre dominant [voir les équations (I.10) - (I.12)], c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} &= -\frac{2}{3} n_e \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e, \\ \frac{\partial \vec{V}_e}{\partial t} &= -\frac{1}{m_e n_e} (T_e \vec{\nabla} n_e + n_e \vec{\nabla} T_e) + \frac{q_e}{m_e} (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) + \frac{\vec{R}_{ei}}{m_e n_e}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = -\frac{2}{3} T_e \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_e.$$

L'équation (I.22) est une équation linéaire et par conséquent sa solution peut être proposée sous une forme de plusieurs termes linéairement indépendants. Chacun d'eux est proportionnel à un terme de source de cette équation. A partir de considérations sur l'invariance de tenseurs, la solution peut se mettre sous la forme suivante :

$$\phi(\vec{v}) = \phi_\alpha(v^2) v_\alpha + \phi_{\alpha\beta}(v^2) \left[ v_\alpha v_\beta - \frac{v^2}{3} \delta_{\alpha\beta} \right]. \quad (I.25)$$

Le premier terme représente un vecteur qui tient compte des termes de source vectoriels qui sont proportionnels à  $\delta T_e$  et  $\vec{u}$ , tandis que le second terme qui est tensoriel, va décrire le terme de source proportionnel à  $W_{\alpha\beta}$ . Ces deux termes sont orthogonaux après intégration par rapport aux variables angulaires dans l'espace des vitesses.

Le flux de chaleur,  $\vec{q}$ , et le transfert de quantité de mouvement dû aux collisions,  $\vec{R}$ , sont exclusivement déterminés par le vecteur  $\phi_\alpha$  alors que le tenseur de contraintes,  $\pi_{\alpha\beta}$ , est déterminé seulement par le tenseur  $\phi_{\alpha\beta}$ . Nous pouvons écrire alors que :

$$\phi(v^2) = A(v^2) \nabla \ln T_e \quad (I.26)$$

$$\phi_{\alpha\beta}(v^2) = B(v^2) W_{\alpha\beta}. \quad (I.27)$$

Les coefficients  $A$  et  $B$  sont développés sur la base des polynômes de Laguerre  $L_p^m(x)$  dont la fonction génératrice est donnée par

$$(1-\xi)^{-m-1} \exp\left(-\frac{x\xi}{1-\xi}\right) = \sum_{p=0}^{\infty} \xi^p L_p^{(m)}(x). \text{ Ces polynômes sont orthogonaux par rapport à la}$$

fonction poids  $x^m \exp(-x)$  et la relation d'ortho-normalisation est :

$$\int_0^{\infty} L_p^m(x) L_q^m(x) x^m \exp(-x) dx = \frac{(p+m)!}{p!} \delta_{pq}.$$

Ce sont les polynômes les plus appropriés (appelés aussi polynômes de Sonine) puisque leur fonction poids dans l'espace des vitesses est proportionnelle à la Maxwellienne.

Pour le coefficient  $A(v^2)$ , le développement utilisé est :

$$A(v^2) = \frac{3\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{ei}}{v_t} \sum_{k=1}^{\infty} a_k L_k^{3/2}(x) \quad (\text{I.28})$$

où  $x = \frac{m_e v^2}{2T_e}$ . En multipliant l'équation cinétique comportant un terme de source vectoriel

donné, par le terme  $\bar{v} L_k^{3/2}\left(\frac{m_e v^2}{2T_e}\right)$  puis en l'intégrant dans l'espace des vitesses, il résulte

une équation sur les coefficients numériques  $a_k$  de la forme :

$$\sum_{l=1}^{\infty} (\alpha_{kl} + \alpha'_{kl}) a_l = \delta_{1k}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (\text{I.29})$$

où les éléments de matrices adimensionnels  $\alpha_{kl}$  et  $\alpha'_{kl}$  ont pour expression :

$$\alpha_{kl} = -\frac{2\sqrt{\pi}}{5\sqrt{2}} \frac{\lambda_{ei}}{n_e v_t^3} \int L_k^{3/2}(x) v_{\beta} C_{ee} \left[ v_{\beta} L_l^{3/2}(x) \right] d\bar{v} \quad (\text{I.30})$$

et

$$\alpha'_{kl} = -\frac{2\sqrt{\pi}}{5\sqrt{2}} \frac{\lambda_{ei}}{n_e v_t^3} \int L_k^{3/2}(x) v_{\beta} C_{ei} \left[ v_{\beta} L_l^{3/2}(x) \right] d\bar{v}. \quad (\text{I.31})$$

Nous limitons la description aux termes de source vectoriels. Pour les termes de source tensoriels, la méthode est tout à fait similaire sauf que le facteur  $B(v^2)$  a été développé sur le polynôme de Laguerre  $L_k^{5/2}(x)$ .

Dans l'équation (I.29), une coupure du développement à un nombre donné de polynômes de Laguerre  $N$  est utilisée pour calculer les coefficients de transport. Plus  $N$  est important, meilleure est la précision des calculs. Il a été montré, cependant, qu'à partir de  $N = 2$ , les résultats obtenus ne variaient pas de façon sensible. Dans ce cas, ou bien cette méthode analytique est précise pour résoudre ce type d'équations et un petit nombre de polynômes (typiquement Braginskii a utilisé  $N=3$ ) suffit pour calculer correctement les coefficients de transport, ou bien elle ne l'est pas et dans ce cas l'approche numérique est incontournable. Il

est important de signaler que cette méthode mathématique de résolution basée sur le développement sur les polynômes orthogonaux n'est pas rigoureuse dans la mesure où à notre connaissance, elle ne présente pas d'un point de vue mathématique un domaine de validité précis.

Pour conclure, Braginskii a écrit les quantités  $\vec{R}$ ,  $\vec{q}$  et  $\vec{\pi}$  en fonction des coefficients de transport comme :

$$\vec{R}_u = -\alpha_{\parallel} \vec{u}_{\parallel} - \alpha_{\perp} \vec{u}_{\perp} + \alpha_{\wedge} (\vec{h} \wedge \vec{u}) \quad (\text{I.32})$$

$$\vec{R}_T = -\beta_{\parallel}^{uT} \nabla_{\parallel} T_e - \beta_{\perp}^{uT} \nabla_{\perp} T_e - \beta_{\wedge}^{uT} (\vec{h} \wedge \vec{\nabla} T_e),$$

avec  $\vec{R} = \vec{R}_u + \vec{R}_T$ .  $\vec{R}_u$  est une force de friction due au mouvement relatif des électrons par rapport aux ions représenté par la vitesse  $\vec{u}$  et  $\vec{R}_T$  est une force de friction thermique reliée au gradient de température.

Le flux de chaleur  $\vec{q}$  est aussi constitué par des parties analogues à la friction et est donné par  $\vec{q} = \vec{q}_u + \vec{q}_T$  où :

$$\vec{q}_u = -\beta_{\parallel}^{Tu} \vec{u}_{\parallel} - \beta_{\perp}^{Tu} \vec{u}_{\perp} + \beta_{\wedge}^{Tu} (\vec{h} \wedge \vec{u}) \quad (\text{I.33})$$

$$\vec{q}_T = -\chi_{\parallel}^e \nabla_{\parallel} T_e - \chi_{\perp}^e \nabla_{\perp} T_e - \chi_{\wedge}^e (\vec{h} \wedge \vec{\nabla} T_e).$$

$\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  et  $\vec{\chi}$  sont les coefficients de transport :  $\vec{\alpha}$  est le tenseur de résistivité électrique,  $T_e \vec{\beta}^{uT} = \vec{\beta}^{Tu}$  est le tenseur de conductivité thermoélectrique et  $\vec{\chi}$  est le tenseur de conductivité thermique.  $\perp$ ,  $\wedge$  se réfèrent aux directions perpendiculaires à  $\vec{B}$ , l'une parallèle aux gradients et l'autre perpendiculaire aux gradients, respectivement, et  $\parallel$  correspond à la direction parallèle à  $\vec{B}$ .

$\vec{h}$  est un vecteur unitaire et est défini comme  $\vec{h} = \vec{B} / B$  et la vitesse  $\vec{u}$  est reliée à la densité de courant par la relation  $\vec{j} = -en\vec{u}$ .

Le tenseur de contraintes  $\vec{\pi}$  est un tenseur symétrique et de trace nulle. Ces composantes se réécrivent en termes des cinq coefficients de viscosité  $\eta_{0-4}$  et des composantes du tenseur champ magnétique comme :

$$\begin{aligned}
\pi_{xx} &= -\eta_0 \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) - \eta_1 \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}) - \eta_3 W_{xy}, \\
\pi_{yy} &= -\eta_0 \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) - \eta_1 \frac{1}{2} (W_{yy} - W_{xx}) + \eta_3 W_{xy}, \quad \pi_{zz} = -\eta_0 W_{zz}, \\
\pi_{xy} &= \pi_{yx} = -\eta_1 W_{xy} + \eta_3 \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}), \quad \pi_{xz} = \pi_{zx} = -\eta_2 W_{xz} - \eta_4 W_{yz}, \\
\pi_{yz} &= \pi_{zy} = -\eta_2 W_{yz} + \eta_4 W_{xz}.
\end{aligned} \tag{I.34}$$

La précision des résultats obtenus pour tous ces coefficients de transport ne peut être contrôlée que par la comparaison avec des résultats expérimentaux fiables ou bien avec les résultats obtenus de façon précise par une approche numérique. Les coefficients de transport de Spitzer et Härm [21] obtenus dans la limite d'un champ magnétique nul ont été retrouvés. Cependant, comme nous allons le montrer plus loin, certains coefficients présentent des imprécisions importantes dans les plasmas magnétisés. Ces imprécisions apparaissent également en résolvant l'équation cinétique par une autre méthode analytique basée sur un développement sur les polynômes d'Hermite. Ces résultats sont rapportés par Balescu dans la Réf. 19.

#### IV. 1. 2 Résultats de Balescu

Dans la Réf. 19, tous les résultats établis par Braginskii [18] sont retrouvés en utilisant une méthode analytique approchée, basée sur le développement de la fonction de distribution sur la base des polynômes d'Hermite [22]. Cette méthode a été développée pour la première fois par Grad [23] et elle est appelée méthode des moments, puisque le calcul des coefficients de transport passe d'abord par la résolution de système d'équations décrivant l'évolution des moments de la fonction de distribution. La méthode des 21 moments a été utilisée et les coefficients de transport de Braginskii [18] ont été retrouvés avec une très bonne précision.

Les équations cinétiques utilisées sont l'équation de FP pour les électrons (I.3) et pour les ions (I.4), dans lesquelles le terme de collision est décrit par l'opérateur de Landau (I.5).

L'exposé de la méthode sera limité au fluide électronique et l'équation (I.3) se réécrit sous la forme :

$$\partial_t f^e(\vec{v}, \vec{r}, t) = \Phi^e + F^e + H^e \tag{I.35}$$

où le terme  $\Phi^e = -\vec{v} \cdot \nabla f^e(\vec{v}, \vec{r}, t)$  est un opérateur linéaire agissant sur la fonction de distribution électronique.  $F^e = -\frac{e}{m_e} (E_r(\vec{r}, t) + \varepsilon_{rmn} v_m B_n(\vec{r}, t)) \frac{\partial}{\partial v_r} f^e(\vec{v}, \vec{r}, t)$  est le terme représentant les forces électromagnétiques agissant sur le plasma. Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  obéissent à leur tour aux équations de Maxwell.  $H^e$  représente le terme de collision, il rend compte des changements de la fonction de distribution suite aux collisions élastiques. Il s'écrit comme  $H^e = \sum_b H^{eb}$  où  $b = e, i$  et  $H^{eb}$  est le terme de collision de Landau défini par l'équation (I.5).

La résolution analytique est basée sur le développement de la fonction de distribution en un terme dominant, supposé être la Maxwellienne locale électronique de vitesse moyenne  $\vec{u}^e(\vec{r}, t)$ , de densité  $n_e(\vec{r}, t)$  et de température  $T_e(\vec{r}, t)$  et un terme d'amplitude plus faible. Ce développement s'écrit alors

$$f^e(\vec{v}, \vec{r}, t) = n_e(\vec{r}, t) \left( \frac{m_e}{T_e(\vec{r}, t)} \right)^{3/2} \phi^0(c) [1 + \hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t)] \quad (I.36)$$

où  $\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t)$  représente l'écart par rapport à l'équilibre et  $\phi^0(c) = (2\pi)^{-3/2} \exp(-c^2/2)$ ;  $\vec{c}$ , étant la vitesse adimensionnelle, définie comme  $\vec{c} = \left( \frac{m_e}{T_e(\vec{r}, t)} \right)^{1/2} [\vec{v} - \vec{u}^e(\vec{r}, t)]$ .

Le problème consiste donc à rechercher une solution approchée de la fonction  $\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t)$ . La fonction  $\hat{\chi}^e$  est alors développée sur une série de polynômes orthogonaux, à savoir, les polynômes d'Hermite qui sont orthogonaux par rapport à une fonction poids Gaussienne.  $\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t)$  est une fonction qui dépend de trois variables scalaires  $c_x$ ,  $c_y$  et  $c_z$ . Pour cela, ce sont les polynômes d'Hermite tensoriels et non scalaires qui sont utilisés, *i. e.*,

$$\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} h^{e(2n)}(\vec{r}, t) H^{(2n)}(\vec{c}) + \sum_{n=0}^{\infty} h_r^{e(2n+1)}(\vec{r}, t) H_r^{(2n+1)}(\vec{c}) + \sum_{n=1}^{\infty} h_{rs}^{e(2n)}(\vec{r}, t) H_{rs}^{(2n)}(\vec{c}) + \dots, \quad (I.37)$$

où les polynômes d'Hermite  $H_{r_1 \dots r_n}^{(m)}$  ont pour fonction génératrice [22]

$$\tilde{H}_{r_1 \dots r_m}^{(m)}(c) = (-1)^m \exp(c^2/2) \frac{\partial}{\partial c_{r_1}} \frac{\partial}{\partial c_{r_2}} \dots \frac{\partial}{\partial c_{r_m}} \exp(-c^2/2). \quad (I.38)$$

Les moments  $h_{r_1 \dots r_q}^{e(m)}$  sont définis par des intégrales de la fonction de distribution

$$h_{r_1 \dots r_q}^{e(m)}(\vec{r}, t) = \int d\vec{c} \phi^0(c) H_{r_1 \dots r_q}^{(m)}(c) \hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t). \quad (\text{I.39})$$

A titre d'exemple, nous donnons la signification physique des moments  $h_r^{e(3)}$  et  $h_{rs}^{e(2)}$  proportionnels respectivement au flux de chaleur et au tenseur de pression

$$q_r^e = \sqrt{\frac{5}{2}} m_e \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{3/2} n_e h_r^{e(3)} \quad (\text{I.40})$$

$$\pi_{rs}^e = \sqrt{2} n_e T_e h_{rs}^{e(2)}. \quad (\text{I.41})$$

Afin de calculer la fonction de distribution, le développement en série doit être arrêté à un certain ordre. Cette troncature se fait d'abord en ne prenant en compte que les anisotropies d'ordre 1 et 2, qui sont proportionnelles à une partie vectorielle et une partie tensorielle, respectivement. La fonction  $\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t)$  s'écrit alors comme :

$$\hat{\chi}^e(\vec{c}, \vec{r}, t) = c_r B_r^e(\vec{c}, \vec{r}, t) + \left( c_r c_s - \frac{1}{3} c^2 \delta_{rs} \right) C_{rs}^e(\vec{c}, \vec{r}, t). \quad (\text{I.42})$$

Dans une seconde étape, c'est le développement en série des coefficients  $B_r^e$  et  $C_{rs}^e$  qui est tronqué, cette troncature est faite dans l'approximation des 21 moments.

Dans le cadre de cette approximation, nous pouvons comptabiliser 21 moments indépendants de la fonction de distribution électronique utilisés pour le calcul des composantes de la fonction de distribution. Cinq moments sont définis dans la fonction de distribution électronique à l'équilibre :  $n_e$ ,  $\vec{u}^e$ ,  $T_e$ . Trois composantes indépendantes du flux de chaleur  $h_r^{e(3)}$  et cinq composantes indépendantes du tenseur de pression  $h_{rs}^{e(2)}$ , huit moments supplémentaires ont été considérés, trois composantes  $h_r^{e(5)}$  et cinq composantes  $h_{rs}^{e(4)}$ .

Les coefficients  $B_r^e$  et  $C_{rs}^e$  s'écrivent comme :

$$c_r B_r^e(\vec{c}, \vec{r}, t) = h_r^{e(3)}(\vec{r}, t) H_r^{(3)}(\vec{c}) + h_r^{e(5)}(\vec{r}, t) H_r^{(5)}(\vec{c}) \quad (\text{I.43})$$

$$\left( c_r c_s - \frac{1}{3} c^2 \delta_{rs} \right) C_{rs}^e(\bar{c}, \bar{r}, t) = h_{rs}^{e(2)}(\bar{r}, t) H_{rs}^{(2)}(\bar{c}) + h_{rs}^{e(4)}(\bar{r}, t) H_{rs}^{(4)}(\bar{c}). \quad (\text{I.44})$$

Comme nous l'avons vu plus haut, afin de déterminer la fonction de distribution, il est nécessaire de calculer les différents moments  $h_r^{e(n)}$ . Pour cela, l'équation d'évolution des moments  $h_r^{e(n)}$  s'obtient à partir des définitions (I.39), et en remplaçant les variations des différentes grandeurs hydrodynamiques données par les équations fluides (I.10) - (I.12). A titre d'exemple, nous écrivons l'équation d'évolution du moment  $h_r^{e(3)}$ . En utilisant la définition de ce moment, nous pouvons écrire :

$$\partial_t h_r^{e(3)} = \partial_t \left\{ n_e^{-1} \int d\bar{v} f^e(\bar{v}) H_r^{(3)} \left[ (m_e / T_e)^{1/2} (\bar{v} - \bar{u}^e) \right] \right\}. \quad (\text{I.45})$$

Par intégration par partie, nous pouvons finalement déduire l'équation du moment en réécrivant l'équation (I.45) comme :

$$\partial_t h_r^{e(3)} = -\sqrt{\frac{5}{2}} \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{1}{T_e} \nabla_r T_e + \frac{e}{m_e} \varepsilon_{rmi} h_m^{e(3)} B_n + Q_r^{e(3)} + U_r^{e(3)} + D_r^{e(3)} + C_r^{e(3)} + N_r^{e(3)}, \quad (\text{I.46})$$

où la variation des différentes grandeurs hydrodynamiques est déduite des équations fluides (I.10) - (I.12). Dans l'équation (I.46), les différents termes  $U_r^{e(3)}$ ,  $D_r^{e(3)}$ ,  $C_r^{e(3)}$  et  $N_r^{e(3)}$ , relient, respectivement, le moment  $h_r^{e(3)}$  aux moments d'ordre supérieurs, inférieurs, croisés et non linéaires. Le terme de collision  $Q_r^{e(3)}$  est calculé à partir des intégrales tabulées des fonctions Gaussiennes. Nous donnons par exemple la partie linéaire des termes de collision :

$$\tau_e Q_r^{(1)} = -c_{11}^e h_r^{(1)} - c_{13}^e h_r^{e(3)} - c_{15}^e h_r^{e(5)}, \quad (\text{I.47})$$

$$\tau_e Q_r^{(3)} = -c_{31}^e h_r^{(1)} - c_{33}^e h_r^{e(3)} - c_{35}^e h_r^{e(5)}, \quad (\text{I.48})$$

$$\tau_e Q_r^{(5)} = -c_{51}^e h_r^{(1)} - c_{53}^e h_r^{e(3)} - c_{55}^e h_r^{e(5)}. \quad (\text{I.49})$$

Les coefficients  $c_{MN}^e$  sont des scalaires dépendant du numéro atomique  $Z$  et ils sont déterminés à partir d'intégrales des fonctions Gaussiennes,  $\tau_e$  est le temps de collision électronique et  $h_r^{(1)} = -h_r^{e(1)} + (m_e / T_e)^{1/2} u_r$ .

Après linéarisation des équations décrivant l'évolution des différents moments, il résulte :

$$\Omega_e \partial_t h_r^{e(1)} - \Omega_e \varepsilon_{rnm} h_m^{e(1)} b_n = \frac{1}{\tau_e} \left( c_{11}^e h_r^{e(1)} + c_{13}^e h_r^{e(3)} + c_{15}^e h_r^{e(5)} \right) + \frac{1}{\tau_e} g_r^{e(1)}, \quad (\text{I.50})$$

$$\partial_t h_r^{e(3)} - \Omega_e \varepsilon_{rnm} h_m^{e(3)} b_n = -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{31}^e h_r^{e(1)} + c_{33}^e h_r^{e(3)} + c_{35}^e h_r^{e(5)} \right) + \frac{1}{\tau_e} g_r^{e(3)}, \quad (\text{I.51})$$

$$\partial_t h_r^{e(5)} - \Omega_e \varepsilon_{rnm} h_m^{e(5)} b_n = -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{51}^e h_r^{e(1)} + c_{53}^e h_r^{e(3)} + c_{55}^e h_r^{e(5)} \right), \quad (\text{I.52})$$

$$\partial_t h_{rs}^{e(2)} - \Omega_e \left( \varepsilon_{rnm} h_{sm}^{e(2)} + \varepsilon_{smn} h_{rm}^{e(2)} \right) b_n = -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{22}^e h_{rs}^{e(2)} + c_{24}^e h_{rs}^{e(4)} \right) + \frac{1}{\tau_e} g_{rs}^{e(2)}, \quad (\text{I.53})$$

$$\partial_t h_{rs}^{e(4)} - \Omega_e \left( \varepsilon_{rnm} h_{sm}^{e(4)} + \varepsilon_{smn} h_{rm}^{e(4)} \right) b_n = -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{42}^e h_{rs}^{e(2)} + c_{44}^e h_{rs}^{e(4)} \right). \quad (\text{I.54})$$

$\Omega_e = \omega_e \tau_e$  est le paramètre de Hall, où  $\omega_e = eB / m_e c$  est la fréquence cyclotron. Le vecteur  $b_n$  est un vecteur unitaire le long du champ magnétique défini par  $b_n = B_n / B$ . Les différents termes de source sont donnés par :

$$g_r^{e(1)} = -\tau_e \left( \frac{m_e}{T_e} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{m_e n_e} \nabla_r (n_e T_e) - \frac{e}{m_e} E_r \right) \quad (\text{I.55})$$

$$g_r^{e(3)} = -\sqrt{\frac{5}{2}} \tau_e \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{1}{T_e} \nabla_r T_e \quad (\text{I.56})$$

$$g_{rs}^{e(2)} = -\sqrt{2} \tau_e J_{rs|pq} \nabla_p u_q, \quad (\text{I.57})$$

où l'opérateur de  $J_{rs|pq}$  est défini comme  $J_{rs|pq} = \frac{1}{2} (\delta_{rp} \delta_{sq} + \delta_{rq} \delta_{sp} - \frac{1}{3} \delta_{rs} \delta_{pq})$ .

Le système d'équations (I.50) – (I.57) présente une description complète du plasma dans le cadre de l'approximation des 21 moments.

Pour le calcul des coefficients de transport classiques, un champ magnétique constant est considéré le long de l'axe  $Oz$ . Soit  $h_r^{(p)} [r = x, y, z]$ , les trois composantes d'un moment vectoriel, nous obtenons les équations suivantes dans un cas stationnaire :

$$-\Omega_e \tau_e h_y^{e(p)} + \sum_q c_{pq}^e h_x^{e(q)} = g_x^{e(p)}, \quad (\text{I.58})$$

$$\Omega_e \tau_e h_x^{e(p)} + \sum_q c_{pq}^e h_y^{e(q)} = g_y^{e(p)}, \quad (\text{I.59})$$

$$\sum_q c_{pq}^e h_x^{e(q)} = g_z^{e(p)}, \quad p=1,3,5 \quad (\text{I.60})$$

où les termes de source  $g_r^{e(p)}$  sont définis par les équations (I.55) - (I.57).

La résolution du système d'équations (I.58) - (I.60) va donner les différents coefficients de transport classiques induits par la première anisotropie de la fonction de distribution.

A titre d'exemple, nous développons la solution pour  $p=1$  comme suit :

$$h_x^{e(1)} = \bar{G}_{xx}^{(11)} g_x^{e(1)} - \bar{G}_{yx}^{(11)} g_y^{e(1)} + \bar{G}_{xx}^{(13)} g_x^{e(3)} - \bar{G}_{yx}^{(13)} g_y^{e(3)},$$

$$h_y^{e(1)} = \bar{G}_{yx}^{(11)} g_x^{e(1)} + \bar{G}_{yy}^{(11)} g_y^{e(1)} + \bar{G}_{yx}^{(13)} g_x^{e(3)} + \bar{G}_{yy}^{(13)} g_y^{e(3)},$$

$$h_z^{e(1)} = \bar{G}_{zz}^{(11)} g_x^{e(1)} + \bar{G}_{zz}^{(13)} g_z^{e(3)}.$$

Les coefficients  $\bar{G}_{rs}^{(pq)}$  sont constants, dépendant du champ magnétique et la matrice  $\bar{G}_{rs}^{(pq)}$  a exactement trois coefficients indépendants.

Comme l'approche de Braginskii, aucune vérification rigoureuse de la validité de cette méthode n'a été démontrée dans la littérature. L'augmentation de l'ordre des moments pris en compte n'apporte pas d'amélioration sensible aux résultats obtenus.

En ce qui concerne les coefficients de transport induits par la seconde anisotropie de la FD ( $\sim f_2$ ), Balescu [19] a fait les calculs de viscosité pour des numéros atomiques  $Z$  arbitraires alors que Braginskii [18] a limité les calculs au cas  $Z=1$ . Les travaux rapportés dans la littérature sur les coefficients de viscosité sont moins nombreux que ceux qui se rapportent aux coefficients de transport induits par la première anisotropie ( $\sim f_1$ ). Ceci est dû à l'importance relative de la première anisotropie par rapport à la seconde, proportionnelles respectivement au premier et au second ordre par rapport au paramètre de collision  $\varepsilon \sim \lambda_{ei}/L$ .

#### IV. 1. 3 Autres résultats analytiques

Dans la littérature, les résolutions analytiques de l'équation de FP dans l'approximation collisionnelle sont nombreuses. Les principales approches utilisent comme Braginskii [18], le développement sur les polynômes de Laguerre. Si le travail pionnier de Cowling dans la Réf. 24 utilise seulement deux polynômes de Laguerre, d'autres travaux relativement plus récents [25, 26] ont utilisé un nombre de polynômes plus important. A notre connaissance, le plus grand nombre de polynômes ( $N=60$ ) a été utilisé par Kaneko dans la Réf. 26. L'apport de ces résultats a permis de montrer la saturation de la précision pour un petit nombre de polynômes orthogonaux.

#### IV. 1. 4 Résultats numériques d'Epperlein et Haines

Dans la Réf. 20, Epperlein et Haines ont calculé les coefficients de transport classiques par la résolution numérique directe de l'équation de Fokker-Planck. Comme noté plus haut, cette approche a l'avantage d'être précise et les coefficients de transport établis sont considérés comme fiables. La comparaison de ces résultats avec ceux obtenus à partir de méthodes analytiques basées sur les développements sur les polynômes orthogonaux va permettre de vérifier la fiabilité de ces méthodes analytiques pour résoudre les équations cinétiques collisionnelles.

Comme dans les travaux précédents [18, 19], l'approximation collisionnelle a été adoptée et la partie isotrope de la fonction de distribution est supposée être la Maxwellienne  $f_M$ . Comme Braginskii [18], le champ magnétique a été considéré à l'ordre zéro, mais à l'inverse de ce dernier, seule la première anisotropie a été calculée (les anisotropies d'ordre supérieur à un sont négligées). Dans les plasmas magnétisés, la première anisotropie de la fonction de distribution peut être écrite sous forme vectorielle [27] comme :

$$f_e(\vec{r}, \vec{v}) = f_M(\vec{r}, \vec{v}) + \frac{\vec{v}}{v} \cdot \vec{f}_1, \quad (\text{I.61})$$

et dans ce cas, l'équation de FP se réduit à un système de deux équations du second ordre,

$$\left( G - \frac{e\vec{B}}{m_e} \times \right) \vec{f}_1 = \vec{g}, \quad (\text{I.62})$$

où le terme de source s'écrit

$$\vec{g} = \left( \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \frac{e\vec{E}}{m_e} \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right) f_M \quad (\text{I.63})$$

et l'opérateur intégro-différentiel  $G$  rend compte des collisions entre particules,

$$G \vec{f}_1 = C_{ee}(\vec{f}_1) + C_{ei}(\vec{f}_1). \quad (\text{I.64})$$

La résolution numérique de l'équation (I.62) revient de façon plus explicite à résoudre des équations de la forme :

$$\left( D + I^v + I_v \right) f(v) = g(v), \quad (\text{I.65})$$

où les opérateurs  $D$  et  $I$  sont respectivement des opérateurs différentiel et intégral.

$$D = a_2(v) \frac{\partial^2}{\partial v^2} + a_1(v) \frac{\partial}{\partial v} + a_0(v), \quad (\text{I.66})$$

$$I^v = b_{n+1}(v) \int_0^v dv v^n + b_n(v) \int_0^v dv v^{n-1} + \dots + b_1(v) \int_0^v dv + b_0(v), \quad (\text{I.67})$$

et

$$I_v = c_{n+1}(v) \int_v^\infty dv v^n + c_n(v) \int_v^\infty dv v^{n-1} + \dots + c_1(v) \int_v^\infty dv + c_0(v), \quad (\text{I.68})$$

où  $n$  est un entier positif.

Les conditions aux limites utilisées pour résoudre l'équation (I.65) sont  $f(\infty) = 0$  et  $\left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_{v=0} = 0$ . L'équation (I.65) est résolue par la méthode aux différences finies dans l'intervalle  $[0, v_{max}]$  utilisant  $v_j = (j-1)h$  où  $j = 1, 2, \dots, J$  et  $h$  est un pas constant de la variable module de la vitesse. Pour différencier les opérateurs  $I_v$  et  $I^v$ , le schéma d'intégration de Simpson a été utilisé. Cette procédure conduit pour  $j=3, 5, \dots, J-2$  à :

$$I^v f_j = b_{(n+1)j} \left[ v_1^n f_1 + 4 \left( v_2^n f_2 + v_4^n f_4 + \dots + v_{j-1}^n f_{j-1} \right) + 2 \left( v_3^n f_3 + v_5^n f_5 + \dots + v_{j-2}^n f_{j-2} \right) + v_j^n f_j \right] h/3 + \dots + b_{0j} f_j, \quad (\text{I.69})$$

et

$$I_v f_j = c_{(n+1)j} \left[ v_j^n f_j + 4 \left( v_{j+1}^n f_{j+1} + v_{j+3}^n f_{j+3} + \dots + v_{j-1}^n f_{j-1} \right) \right] h/3 + c_{(n+1)j} \left[ 2 \left( v_{j+2}^n f_{j+2} + v_{j+4}^n f_{j+4} + \dots + v_{j-2}^n f_{j-2} \right) + v_j^n f_j \right] h/3 + \dots + c_{0j} f_j. \quad (\text{I.70})$$

Avec des nombres pairs de l'indice  $j$ , les équations (I.69) et (I.70) ne sont pas applicables et elles sont remplacées par des formules qui utilisent pour le premier point et le dernier point de l'intervalle d'intégration le schéma d'intégration des trapèzes,

$$I^v f_j = b_{(n+1)j} \left[ v_2^n f_2 + 4 \left( v_3^n f_3 + v_5^n f_5 + \dots + v_{j-1}^n f_{j-1} \right) + 2 \left( v_4^n f_4 + v_6^n f_6 + \dots + v_{j-2}^n f_{j-2} \right) + v_j^n f_j \right] h/3 + b_{(n+1)j} \left( v_1^n f_1 + v_2^n f_2 \right) \dots + b_{0j} f_j, \quad (I.71)$$

et

$$I_v f_j = c_{(n+1)j} \left[ v_j^n f_j + 4 \left( v_{j+1}^n f_{j+1} + v_{j+3}^n f_{j+3} + \dots + v_{j-2}^n f_{j-2} \right) \right] h/3 + c_{(n+1)j} \left[ 2 \left( v_{j+2}^n f_{j+2} + v_{j+4}^n f_{j+4} + \dots + v_{j-3}^n f_{j-3} \right) + v_{j-1}^n f_{j-1} \right] h/3 + c_{(n+1)j} \left( v_{j-1}^n f_{j-1} + v_j^n f_j \right) h/2 + \dots + c_{0j} f_j. \quad (I.72)$$

Les deux matrices résultantes de ces deux opérateurs sont des matrices tri-diagonales inférieure et supérieure, respectivement.

L'opérateur différentiel  $D$  est discrétisé avec un schéma aux différences « cinq-points » qui assure une précision comparable à celle du schéma de Simpson. Pour  $2 < j < J - 1$ , le schéma différentiel s'écrit :

$$D_j f_j = a_{2j} \left( -f_{j+2} + 16f_{j+1} - 30f_j + 16f_{j-1} - f_{j-2} \right) / 12h^2 + a_{ij} \left( -f_{j+2} + 8f_{j+1} - 8f_{j-1} + f_{j-2} \right) / 12h + a_{0j} f_j. \quad (I.73)$$

Les conditions aux limites évoquées plus haut s'écrivent concrètement comme  $f_1 = f_2$  et  $f_j = 0$ . L'équation (I.65) peut s'écrire alors sous la forme  $Gf = g$ , où  $G = D + I^v + I_v$  est une matrice pleine et  $f$  et  $g$  sont des matrices colonnes. Cette équation matricielle peut être inversée par des méthodes numériques conventionnelles.

Nous pouvons noter que les auteurs de ce travail ont développé une nouvelle méthode numérique pour résoudre l'équation intégral-différentielle (I.65) de façon rigoureuse. Les résultats obtenus ont montré que certains coefficients de transport établis par Braginskii [18] pour des champs magnétiques modérés et forts (typiquement de l'ordre de  $0.3 < \Omega_e < 30$ ) sont entachés d'erreurs importantes. L'erreur peut même être de l'ordre de 65%. De plus le comportement asymptotique des coefficients de transport, dans l'approximation de Lorentz

( $Z \gg 1$ ), et pour des champs magnétiques particulièrement importants ( $\Omega_e \rightarrow \infty$ ), n'est pas correctement décrit dans les résultats de Braginskii [18]. En effet, Epperlein a montré aussi bien analytiquement [28] que numériquement [20], que le comportement asymptotique pour  $\Omega_e \rightarrow \infty$ , de certains coefficients de transport (calculés dans le plan perpendiculaire au gradient et au champ magnétique) n'était pas correct. Ceci remet en question par conséquent l'approche analytique pour résoudre l'équation de FP. En effet, si pour des champs magnétiques nuls, les résultats sont suffisamment précis, en revanche, pour des champs magnétiques finis, la résolution numérique révèle des imprécisions importantes concernant les coefficients induits par la première anisotropie.

## IV. 2 Transport non local dans les plasmas

### IV. 2. 1 Concept de transport non local

Le concept du transport non local est apparu dans les années 80 lors des expériences d'interaction laser-matière dans le contexte de la fusion inertielle. En effet, on sait que dans les plasmas créés par laser, la conduction thermique électronique est responsable de la redistribution de l'énergie au sein de la matière. En particulier, elle transfère l'énergie des zones d'absorption du laser, chaudes et peu denses, vers des zones plus collisionnelles, froides et denses. La conduction thermique modifie directement ou indirectement les processus d'ablation, d'émission  $X$  et d'instabilités paramétriques ou hydrodynamiques. Cette situation physique fait que les gradients dans la zone de conduction sont très importants. Plus précisément, les libres parcours moyens deviennent des fractions non négligeables des longueurs de gradient.

L'utilisation de codes FP a en particulier montré que les électrons responsables du flux (3-4 fois la vitesse thermique) pouvaient transporter leur énergie bien plus loin que ne le prévoyait un code classique hydrodynamique (le libre parcours moyen varie en  $v^4$ ). En un point du plasma le calcul du flux fait donc appel aux valeurs locales de température, de charge mais aussi, suivant la distance parcourue par les électrons, à ces mêmes valeurs en des points du plasma pouvant être très éloignés. On parle alors de flux non local ou délocalisé. Ainsi, le flux de chaleur à la position  $x$  dépend du profil de température autour de la position  $x$ , mais surtout dans la région située à une distance inférieure au libre parcours moyen des électrons de température  $T(x)$ .

La théorie de Spitzer-Harm (SH) [21], dont le formalisme repose sur l'hypothèse d'un très faible écart à l'équilibre thermodynamique local (ETL) : la fonction de distribution en vitesse peut s'écrire sous la forme d'une partie principale isotrope, la Maxwellienne, plus une petite partie anisotrope, la perturbation, est une théorie qui n'est applicable que dans le cas de gradients de température très doux. Ce qui a conduit les physiciens à penser à une modélisation plus correcte du transport électronique dans le but de reproduire les expériences d'interaction laser-matière.

Remarquant que le flux d'énergie pouvait dépasser le flux limite ou flux libre :  $n_e m_e (T_e / m_e)^{3/2}$ , correspondant au cas localement non collisionnel où le fluide d'électrons s'écoule à la vitesse thermique, la première approche consistait alors à réduire de façon importante le flux de SH pour reproduire ou du moins pour se rapprocher des résultats expérimentaux. Cette réduction prend la forme d'une majoration du flux d'énergie par une fraction du flux libre qui s'écrit  $f n_e m_e (T_e / m_e)^{3/2}$ ,  $f$  est une constante empirique appelée limiteur de flux. La valeur de ce dernier peut changer d'une expérience à l'autre dans une gamme variant de 0.03 à 0.2 car dépendant de la nature de la cible, de l'impulsion laser, de sa longueur d'onde, de sa forme temporelle, de la géométrie de l'expérience, etc. Cependant, la méthode demeure très approximative : il n'existe aucune loi même empirique permettant de choisir correctement la valeur de  $f$ , et surtout elle est sans fondement physique rigoureux. La seconde approche visait à donner des formules pratiques pour la conduction électronique non locale dans les plasmas créés par laser en se basant sur des résultats expérimentaux. Depuis le début des années 80, plusieurs auteurs (travaux de Bell, Luciani, Mora, *et al.*) [29] ont proposé des formules dont la plupart reposaient sur une convolution du flux  $Q_{SH}$  de SH par un noyau de délocalisation  $\omega$  tel que :  $Q(x) = \int dx' Q_{SH}(x') \omega(x, x')$ . Les paramètres du noyau ont été déterminés à partir des résultats de simulations cinétiques FP existantes pour permettre de retrouver les résultats expérimentaux. Ils ont alors tenté de développer des formules macroscopiques, c'est-à-dire ne faisant pas appel à la fonction de distribution en vitesse, mais redonnant les principales caractéristiques du flux cinétique et qui s'implémentent facilement dans les codes hydrodynamiques. Notons que la plupart de ces formules n'ont pas ou très peu de base physique mais reproduisent, pour la plupart, bien les résultats des codes FP, sans pour autant en payer le coût en taille mémoire et en temps machine. Elles présentent cependant plusieurs défauts. Elles sont généralement monodimensionnelles et ne traitent que la géométrie plane.

Dans ce qui va suivre, nous allons exposer les travaux cités dans la littérature qui concernent l'application de la théorie du transport non local dans les plasmas magnétisés et totalement ionisés, domaine d'application de notre travail.

#### **IV. 2. 2 Etude des effets du champ magnétique et des effets non locaux sur le transport**

Nous avons vu plus haut que les effets du champ magnétique de l'ordre du mégagauss sur le transport électronique dans les plasmas sont très importants dans les plasmas produits par laser. Ils peuvent expliquer quelques phénomènes physiques dans ces plasmas comme l'inhibition du transport thermique, la filamentation et tant d'autres phénomènes susceptibles de limiter les valeurs des coefficients de transport comme les instabilités, la charge d'espace due aux électrons suprathermiques, etc.

En présence des champs magnétiques, les trajectoires des électrons sont déviées par la force magnétique, ce qui conduit à une réduction effective du libre parcours moyen. Dans la limite des grands champs, les électrons sont piégés par les lignes des champs et donc ne contribuent plus de façon efficace au flux thermique. De plus, même dans des conditions de gradients de température raides, la déformation de la partie sphérique de la fonction de distribution due aux effets non locaux peut être réduite ou même éliminée par les champs magnétiques. Donc, la déviation à partir du modèle local, *i.e.*, utilisant la Maxwellienne, décroît quand  $\vec{B}$  croît ou plus précisément, quand le paramètre de Hall tend vers l'unité.

Dans la littérature, il existe des modèles dont l'objectif est de fournir une description raisonnable de la conduction thermique électronique dans le cadre de la fusion par confinement inertiel (FCI) et d'être ensuite implémentés dans des codes hydrodynamiques de calcul.

##### **IV. 2. 2. a Résultats de Nicolaï et al.**

Récemment, Nicolaï, Feugeas et Schurtz [30] ont proposé un modèle multidimensionnel de transport non local simplifié dans les plasmas à grands  $Z$ , basé sur des équations de FP simplifiées. C'est l'extension du modèle de Schurtz, Nicolaï et Busquet [31] aux plasmas magnétisés décrivant correctement le flux de chaleur multidimensionnel facile à implémenter dans un code hydrodynamique 2D ou 3D. Ce modèle peut être obtenu par deux voies différentes. La première, plus intuitive, est une extension multidimensionnelle des formulations 1D déduites par Luciani, Mora et Virmont [29] et se présente sous la forme d'un produit de convolution entre le flux local de SH et un noyau de délocalisation [voir § (IV. 2.

1)]. Ce noyau, qui devient un tenseur à 2D, tient compte de la distance réellement parcourue par les électrons porteurs du flux de chaleur. Dans la Réf. 32, Nicolai, Vandenboomgaerde, Canaud, Chaigneau, utilisant cette formulation, ont trouvé que les simulations sont en bon accord avec les résultats expérimentaux et améliorent d'une façon significative le limiteur de flux. La seconde approche, moins physique mais plus solide mathématiquement, a comme point de départ les équations de FP. Après un développement au premier ordre sur une base de polynômes de Legendre, on peut construire à partir d'une méthode itérative, une équation simplifiée décrivant le transport d'énergie par conduction électronique. Cette équation de transport, multi-groupes, a pour solution le produit de convolution de la première approche. Nous donnons ici quelques détails de ces calculs :

L'équation de référence est l'équation cinétique de Vlasov-Landau où la FD est donnée par

$$f_e(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0(\vec{r}, v, t) + \frac{\vec{v}}{v} \cdot \vec{f}_1(\vec{r}, v, t), \text{ ce qui permet de scinder l'équation cinétique en deux}$$

$$\text{équations couplées : } \frac{v}{3} \vec{v} \cdot \vec{f}_1 - \frac{e\vec{E}}{3m_e v^2} \cdot \nabla_v (v^2 \vec{f}_1) = C_{ee}^0(f_0) \quad (\text{I.74})$$

$$v \vec{v} f_0 - \frac{e\vec{E}}{m_e} \cdot \nabla_v (f_0) - \frac{e\vec{B}}{m_e c} \times \vec{f}_1 = C_{ee}^1 + C_{ei}^1 = C_{ee}^1 - \nu_{ei} \vec{f}_1 \approx -\nu_{ei}^* \vec{f}_1 \quad (\text{I.75})$$

où  $\nu_{ei} = 4\pi n_e e^4 Z \ln \Lambda / m_e v^3$  est la fréquence de collision électron-ion. Pour l'équation (I.74), l'opérateur de collision électron-électron  $C_{ee}^0(f_0)$  est donné en fonction des potentiels de Rosenbluth. Il pourrait être aussi remplacé par l'opérateur de Bhatnagar-Gross-Krook [33] dans un souci de simplification, il s'écrirait alors comme  $\nu_{ee}(f_0 - f_0^m)$  où  $\nu_{ee}$  est la fréquence de collision électron-électron et  $f_0^m$  est la Maxwellienne. Dans l'approximation de gaz de Lorentz, *i.e.*, dans la limite des grands  $Z$ , les collisions électron-électron peuvent être négligées comparativement aux collisions électron-électron dans l'équation (I.75). Pour de petites valeurs de  $Z$ , des corrections analytiques ou tabulées peuvent être utilisées [18] pour calculer les coefficients de transport. Dans le cas de la conductivité thermique, l'expression  $(Z + 0.24)/(Z + 4.2)$  ajuste correctement la dépendance en  $Z$  et peut être directement appliquée à la fréquence électron-ion, donc  $\nu_{ei}^* = \frac{Z+4.2}{Z+0.24} \nu_{ei}$ .

L'équation (I.75), donnant l'évolution de  $\vec{f}_1$ , peut facilement s'inverser pour s'écrire :

$$\vec{f}_1 = \frac{1}{(v_{ei}^{*2} + \omega_e^2)} \left[ -v_{ei}^* \vec{\nabla} f_0 - v \vec{\omega}_e \times \vec{\nabla} f_0 + v_{ei}^* \frac{e\vec{E}}{m_e} \nabla_v (f_0) + \vec{\omega}_e \times \frac{e\vec{E}}{m_e} \nabla_v (f_0) \right]. \quad (I.76)$$

La fonction  $\vec{f}_1$  est liée aux effets du transport et donne après intégration sur les moments en vitesse, les courants et les flux de chaleur électroniques. Sous cette forme, on peut d'ores et déjà analyser les effets des gradients et des champs sur le mouvement des particules. La fonction  $\vec{f}_1$ , et donc le flux de chaleur, provient des gradients de  $f_0$  dans l'espace réel. Tout électron plongé dans un champ magnétique voit sa trajectoire déviée par la force de Lorentz. Cet effet apparaît dans les 2<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> termes définissant  $\vec{f}_1$ . Ils indiquent que les directions des flux et des gradients ne sont pas forcément les mêmes en présence de champs magnétiques et qu'on peut créer des transferts d'énergie dans des directions où n'existait aucun gradient (effet Righi-Leduc). Une autre propriété importante est visible dans l'équation: l'ensemble est divisé par  $(v_{ei}^{*2} + \omega_e^2)$ . Cela se traduit physiquement par une diminution des flux quand la fréquence des collisions augmente ou quand l'intensité des champs magnétiques s'accroît. Dans le second cas, au-delà d'une certaine intensité, les électrons sont confinés par les lignes de champ et ne participent plus au transport.

Si la partie isotrope n'est plus une Maxwellienne mais en demeure néanmoins proche, on peut écrire  $f_0 = f_0^m + \Delta f_0$ . Une déformation de la partie isotrope induit une déformation de la partie anisotrope  $\vec{f}_1 = \vec{f}_1^m + \Delta \vec{f}_1$  et de toutes les grandeurs qui lui sont liées. Si on injecte  $f_0$  et  $\vec{f}_1$  dans les équations cinétiques précédentes, on obtient, en ne gardant que le premier ordre et en négligeant les variations sur le champ magnétique, les équations d'évolution de  $f_0$  et  $\vec{f}_1$  suivantes :

$$\begin{aligned} & -v_{ee} \Delta f_0 - \frac{v}{3} \vec{\nabla} \cdot \Delta \vec{f}_1 + \frac{e\vec{E}^m}{3m_e v^2} \cdot \nabla_v (v^2 \Delta \vec{f}_1) + \frac{e\Delta \vec{E}}{3m_e v^2} \cdot \nabla_v (v^2 \vec{f}_1^m) + \frac{e\Delta \vec{E}}{3m_e v^2} \cdot \nabla_v (v^2 \Delta \vec{f}_1) \\ & = \frac{v}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{f}_1^m - \frac{e\vec{E}^m}{3m_e v^2} \cdot \nabla_v (v^2 \vec{f}_1^m) \end{aligned} \quad (I.77)$$

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_1^m - \frac{\lambda_{ei}^*}{1 + u^6 \Omega_e^2} \left[ \begin{aligned} & \vec{\nabla} \Delta f_0 + u^3 \vec{\Omega}_e \times \vec{\nabla} \Delta f_0 + \frac{e\Delta \vec{E}}{T_e} f_0^m + \frac{u^3 \vec{\Omega}_e \times e\Delta \vec{E}}{T_e} f_0^m \\ & - \frac{e\vec{E}^m}{m_e v_{T_e}^2 u} \nabla_u \Delta f_0 - \frac{u^3 \vec{\Omega}_e \times e\vec{E}^m}{m_e v_{T_e}^2 u} \nabla_u \Delta f_0 \end{aligned} \right] \quad (I.78)$$

où  $\vec{E} = \vec{E}^m + \Delta\vec{E}$ ,  $\lambda_{ei}^*$  est le libre parcours moyen défini par  $\lambda_{ei}^* = v/v_{ei}^*$  et  $u = v/v_T$  avec  $v_T = (2T_e/m_e)^{1/2}$ .

Les équations (I.77) et (I.78) bien que déjà simplifiées demeurent trop compliquées pour être implémentées dans un code hydrodynamique multidimensionnel. Pour les réduire, le modèle a été simplifié en ne gardant que les termes dominants mettant en jeu les gradients, ce qui donne :

$$-\frac{3}{\lambda_{ei}} \Delta f_0 + \vec{\nabla} \cdot \left\{ \frac{\lambda_{ei}^*}{1+u^6 \Omega_e^2} \left[ \vec{\nabla} \Delta f_0 + u^3 \vec{\Omega}_e \times \vec{\nabla} \Delta f_0 \right] \right\} = \vec{\nabla} \cdot \vec{g}_1^m \quad (\text{I.79})$$

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_1^m - \frac{\lambda_{ei}^*}{1+u^6 \Omega_e^2} \left[ \nabla \Delta f_0 + u^3 \Omega_e \times \nabla \Delta f_0 \right] \quad (\text{I.80})$$

où  $g_1^m = \lambda_{ei}^E f_0^m \nabla T_e / T_e$ .

$\lambda_{ei}^E$  est le libre parcours moyen électronique limité par le champ électrique. Cette limitation repose sur l'hypothèse qu'un électron d'énergie  $E_g$ , ne peut franchir une distance excédant la distance d'arrêt  $E_g/eE$  (voir Réf. [31]). L'équation (I.80) a la forme souhaitée d'une équation de diffusion facile à implémenter dans un code hydrodynamique. Tout en étant très simple, l'équation (I.80) retient les principales caractéristiques de la conduction non locale en présence des champs magnétiques. On observe un effet de rotation sous la forme  $\left[ u^3 \Omega_e \times \nabla \Delta f_0 \right]$  et une diminution du caractère non local à travers la réduction des libres

parcours moyens décrite par le terme  $\frac{1}{1+u^6 \Omega_e^2}$ . Quand  $\Omega_e$  tend vers zéro, on retrouve la

formule non locale de la référence [31]. A l'inverse, pour des champs forts, les effets non locaux disparaissent et les flux dégénèrent vers ceux de Braginskii [18] ou d'Epperlein et Haines [20]. Entre les deux limites, dans le cas où les champs et les gradients ne sont pas trop forts, le modèle tient compte de la combinaison des effets de la magnétisation et de la délocalisation des flux de chaleur.

Un travail similaire a été effectué par Kingham et Bell dans la Réf. 34. Il constitue une extension du travail d'Epperlein *et al.* [35] aux plasmas magnétisés. Les auteurs décrivent un schéma implicite aux différences finies pour résoudre l'équation de Vlasov-Landau et les

équations de Maxwell dans l'espace à deux dimensions, incluant les champs magnétiques self-consistants. Les approximations de Lorentz et de diffusion ont été utilisées dans le modèle cinétique. Le code est basé sur un schéma numérique original qui converge avec un grand pas. Ce code est destiné à modéliser le transport électronique en présence de champs magnétiques et de génération de champs magnétiques dans les interactions laser-plasma et peut avoir aussi une application dans d'autres domaines à savoir la modélisation astrophysique.

Dans la littérature, à l'instar des modèles destinés à être implémentés dans des codes, nous pouvons citer d'autres travaux comme celui de Chang and Callen [36] qui ont déduit les coefficients de transport pour les plasmas magnétisés à des paramètres de collision arbitraires  $\lambda_{ei}/L$ . Ils ont utilisé la méthode de Chapman-Enskog [37] pour résoudre l'équation de FP et l'opérateur de collision a été modélisé avec l'opérateur de diffusion de Lorentz. Cette approche a donné dans la limite collisionnelle, des résultats qui présentent de grandes incertitudes comparés aux coefficients de Braginskii [18]

#### IV. 2. 2. b Résultats de Brantov et al.

Enfin, nous citons le modèle de Brantov *et al.* [38] qui ont calculé les coefficients de transport linéaire pour de petites perturbations dans les plasmas magnétisés par un champ magnétique homogène. Nous allons un peu détailler la description de ce dernier modèle, étant donné que celui-ci se rapproche beaucoup du travail accompli dans cette thèse.

Pour déduire des relations de transport non local, les auteurs ont suivi leur méthode décrite dans la Réf. 39 qu'ils étendent aux plasmas magnétisés en résolvant un problème aux conditions initiales pour l'équation isotrope perturbée. L'analyse a été restreinte à l'approximation diffusive [40] et aux grandes valeurs du numéro atomique  $Z$ . L'inhomogénéité du plasma est prise longitudinalement et perpendiculairement au champ magnétique.

La FD électronique est écrite comme  $f_e = F_0 + \delta f_0(\mathbf{v}) + \delta f_{an}(\bar{\mathbf{v}})$ ,  $F_0$  est la Maxwellienne,  $\delta f_0(\mathbf{v})$  est une perturbation isotrope et  $\delta f_{an}(\bar{\mathbf{v}})$  est une perturbation anisotrope.

L'équation cinétique linéarisée donne deux équations couplées pour la FD perturbée dans l'espace de Fourier qui sont :

$$\frac{\partial \delta f_0}{\partial t} + i \langle \vec{k} \cdot \vec{v} f_{an} \rangle - \frac{i}{3} (\vec{k} \cdot \vec{u}) v \frac{\partial F_0}{\partial v} = C_{ee} [\delta f_0, F_0] \quad (\text{I.81})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta f_{an}}{\partial t} + [\vec{\omega}_e \times \vec{v}] \frac{\partial \delta f_{an}}{\partial \vec{v}} + i \vec{k} \cdot \vec{v} f_{an} - i \langle \vec{k} \cdot \vec{v} f_{an} \rangle - C_{ei} [f_{an}] = -i \vec{k} \cdot \vec{v} f_0 \\ + \frac{e \vec{E}}{m_e} \frac{\partial F_0}{\partial \vec{v}} + i \left[ (\vec{k} \cdot \vec{v}) (\vec{u} \cdot \vec{v}) - \frac{1}{3} |\vec{k} \cdot \vec{u}| v^2 \right] \frac{1}{v} \frac{\partial F_0}{\partial v} \end{aligned} \quad (\text{I.82})$$

où  $\vec{u}$  est la vitesse du flux ionique, l'écriture  $\langle \dots \rangle$  dénote la moyenne sur les angles définissant

l'orientation du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et  $\vec{E}$  est défini comme  $\vec{E} = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} / c$ .

Un vecteur unitaire est introduit dans la direction du champ magnétique. Trois composantes d'un vecteur  $\vec{A}$  peuvent être définies par rapport à  $\vec{b}$  de la manière suivante :  $\vec{A}_{\parallel} = \vec{b} (\vec{A} \cdot \vec{b})$ ,

$$\vec{A}_{\wedge} = \vec{b} \times \vec{A} \text{ et } \vec{A}_{\perp} = \vec{b} \times [\vec{A} \times \vec{b}].$$

Supposant des perturbations à grandes longueurs d'onde de telle sorte que  $\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v} \ll \max(\omega_e, v_{ei})$ ,  $\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{v} \ll v_{ei}$  et de petites variations du temps  $\partial / \partial t \ll \omega_e$ , la solution de l'Eq. (I.82) pour la partie anisotrope de la FD est :

$$\begin{aligned} \delta f_{an} = -i \delta f_0 \left[ \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{v_{ei}} + \omega_e \frac{\vec{k}_{\wedge} \cdot \vec{v}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} + v_{ei} \frac{\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} \right] \\ - \frac{e F_0}{T_e} \left[ \frac{\vec{E}_{\parallel} v_{\parallel}}{v_{ei}} + \omega_e \frac{\vec{E}_{\wedge} \cdot \vec{v}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} + v_{ei} \frac{\vec{E}_{\perp} \cdot \vec{v}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} \right] \\ \left[ \frac{1}{3 v_{ei}} \left( (\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\parallel} \cdot \vec{v}) + (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\perp} \cdot \vec{v}) - \frac{v^2}{3} \vec{k} \cdot \vec{u} \right) \right. \\ \left. - \frac{i F_0}{v_t^2} + v_{\parallel} \frac{3 v_{ei} (u_{\parallel} (\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}) + k_{\parallel} (\vec{u}_{\perp} \cdot \vec{v})) - \omega_e (u_{\parallel} (\vec{k}_{\wedge} \cdot \vec{v}) + k_{\parallel} (\vec{u}_{\wedge} \cdot \vec{v}))}{9 v_{ei}^2 + \omega_e^2} \right. \\ \left. + \frac{3 v_{ei} \omega_e ((\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\perp} \cdot \vec{v}) - (\vec{k}_{\wedge} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\wedge} \cdot \vec{v})) + 2 \omega_e^2 ((\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\wedge} \cdot \vec{v}) + (\vec{k}_{\wedge} \cdot \vec{v}) (\vec{u}_{\perp} \cdot \vec{v}))}{3 v_{ei} (9 v_{ei}^2 + \omega_e^2)} \right], \quad (\text{I.83}) \end{aligned}$$

L'expression (I.83) a été déduite dans l'approximation diffusive de l'équation de FP. Une telle approximation permet de ne garder que les termes dominants dans l'expression (I.83) et est justifiée pour les  $Z$  suffisamment grands et des valeurs du champ magnétique vérifiant les

conditions  $k_{\perp} \text{Max}\{\rho, \lambda_{ei}\} < 1$  et  $k_{\parallel} \lambda_{ei} < 1$ . En substituant (I.83) dans l'Eq. (I.82), les auteurs obtiennent une équation pour la perturbation isotrope  $\delta f_0$  :

$$\frac{\partial \delta f_0}{\partial t} + \frac{v^2}{3} \left[ \frac{k_{\parallel}^2}{v_{ei}} + \frac{k_{\perp}^2 v_{ei}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} \right] \left( \delta f_0 - \frac{ie(\vec{E} \cdot \vec{k}) F_0}{k^2 T_e} \right) = C_{ee} [\delta f_0, F_0] - i\vec{k} \cdot \vec{u} \frac{m_e v^2}{3T_e} F_0 + \frac{ieF_0 v^2 \omega_e}{3T_e (v_{ei}^2 + \omega_e^2)} \left[ \frac{\vec{k}_{\wedge} \cdot [\vec{E} \times \vec{k}] k_{\parallel} \omega_e}{k^2 v_{ei}} + \vec{k} \cdot \vec{E}_{\wedge} \right] \quad (\text{I.84})$$

Pour déduire les relations de transport non local, les auteurs ont suivi la méthode de la Réf. 39 et résolvent en premier un problème de valeur initiale pour l'Eq. (I.84). Ils postulent que  $\delta f_0$  initiale est la Maxwellienne linéarisée qui est définie par les perturbations  $\delta n_e|_{t=0} \equiv \delta n(0)$  et  $\delta T_e|_{t=0} \equiv \delta T(0)$ ,

$$\delta f_0(v, 0) = \left[ \frac{\delta n(0)}{n_e} + \frac{\delta T(0)}{T_e} \left( \frac{v^2}{2v_{Te}^2} - \frac{3}{2} \right) \right] F_0(v). \quad (\text{I.85})$$

Avec la condition initiale (I.85), une solution de l'Eq. (I.84) pour  $\delta f_0$  est exprimée en termes de fonctions de base  $\bar{\Psi}^A$  :

$$\frac{\delta f_0}{F_0} = \frac{ie(\vec{E} \cdot \vec{k})}{k^2 T_e} + \frac{\delta n(0)}{n_e} \bar{\Psi}^N + \frac{3}{2} \frac{\delta T(0)}{T_e} \bar{\Psi}^T - i\vec{k} \cdot \vec{u} \bar{\Psi}^u + \frac{ie\vec{k}_{\wedge} \cdot [\vec{E} \times \vec{k}] k_{\parallel}}{k^4 T_e} \bar{\Psi}^{E_1} + \frac{ie\vec{k} \cdot \vec{E}_{\wedge}}{k^2 T_e} \bar{\Psi}^{E_2} \quad (\text{I.86})$$

où  $\delta f_0$  dépend de quatre paramètres:  $\delta n(0)$ ,  $\delta T(0)$ ,  $\vec{u}$  et  $\vec{E}$ . La solution donnée par l'Eq. (I.86) permet l'élimination des perturbations initiales  $\delta n(0)$  et  $\delta T(0)$  en termes de leurs valeurs à un instant quelconque en prenant les moments de  $\delta f_0$ . Pour cela, on doit trouver des fonctions de base qui satisfont l'équation suivante avec différents termes de source  $S_A$  :

$$\frac{v^2}{3} \left[ \frac{k_{\parallel}^2}{v_{ei}} + \frac{k_{\perp}^2 v_{ei}}{v_{ei}^2 + \omega_e^2} \right] \Psi^A - \frac{1}{F_0} C_{ee} [\Psi^A, F_0] = S_A, \quad (\text{I.87})$$

où les termes de source sont définis comme suit :

$S_N = 1$ ,  $S_T = v^2 / 3v_{Te}^2 - 1$ ,  $S_u = S_N + S_T$ ,  $S_{E_1} = S_{\parallel} - S_{\perp}$ ,  $S_{E_2} = S_{\wedge}$  et  $S_a = k^2 v^2 / 3v_a$ , où l'indice  $a$  se réfère aux directions  $\parallel$ ,  $\wedge$  et  $\perp$ .

Les fréquences de collision longitudinale et transverses s'écrivent comme :

$$v_{\parallel} = v_{ei}, v_{\perp} = (v_{ei}^2 + \omega_e^2) / v_{ei}, v_{\wedge} = (v_{ei}^2 + \omega_e^2) / \omega_e \quad (\text{I.88})$$

L'équation (I.87) a été résolue numériquement en utilisant une expansion des fonctions  $\Psi^A$  sur les polynômes de Sonine-Laguerre. En calculant les deux premiers moments hydrodynamiques de l'Eq. (I.86), nous déduisons les perturbations de densité et de température instantanées :

$$\delta n_e = 4\pi \int_0^{\infty} dv v^2 \delta f_0, \quad (\text{I.89})$$

$$\delta T_e = \frac{4\pi}{3n_e} \int_0^{\infty} dv v^2 (v^2 - 3v_{Te}^2) \delta f_0,$$

et les utiliser pour éliminer  $\delta n(0)$  et  $\delta T(0)$  de l'Eq. (I.86). Donc, la fonction de distribution  $\delta f_0$  peut être exprimée en termes des moments de vitesses des fonctions de base,

$$J_A^B = (4\pi / n_e) \int_0^{\infty} dv v^2 \tilde{\Psi}^B S_A F_0 \text{ comme suit :}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_0}{F_0} = & \frac{ie(\tilde{\vec{E}} \cdot \vec{k})}{k^2 T_e} + \frac{ie(\tilde{\vec{E}}^* \cdot \vec{k})}{k^2 T_e} \frac{J_T^T \Psi^N - J_T^N \Psi^T}{D_{NT}^{NT}} + \frac{\delta T_e}{T_e} \frac{(J_N^N + J_N^T) \Psi^T - (J_N^T + J_T^T) \Psi^N}{D_{NT}^{NT}} \\ & + \frac{ie\vec{k}_{\wedge} \cdot [\tilde{\vec{E}} \times \vec{k}]}{k^4 T_e} k_{\parallel} \left[ \tilde{\Psi}^{E_1} - \frac{D_{NT}^{E_1 T}}{D_{NT}^{NT}} \Psi^N - \frac{D_{TN}^{E_1 N}}{D_{NT}^{NT}} \Psi^T \right] + \frac{ie\vec{k}_{\wedge} \cdot \tilde{\vec{E}}}{k^2 T_e} \left[ \tilde{\Psi}^{E_2} - \frac{D_{NT}^{E_2 T}}{D_{NT}^{NT}} \Psi^N - \frac{D_{TN}^{E_2 N}}{D_{NT}^{NT}} \Psi^T \right] \end{aligned} \quad (\text{I.90})$$

où  $D_{AB}^{CD} = J_A^C J_B^D - J_A^D J_B^C$  et  $\tilde{\vec{E}}^* = \tilde{\vec{E}} + i\vec{k}(T_e/e)(\delta T_e/T_e + \delta n_e/n_e)$  est le champ électrique effectif.

L'expression (I.90) peut être alors utilisée pour calculer les flux électroniques : la densité de courant électrique  $\vec{j}$  et le flux de chaleur  $\vec{q}$  :

$$\vec{j} = -e \int d\vec{v} \vec{v} f_e, \quad \vec{q} = -T_e \int d\vec{v} \vec{v} \left( \frac{5}{2} - \frac{v^2}{2v_{Te}^2} \right) f_e, \quad (\text{I.91})$$

et de là, déduire les coefficients de transport à partir des relations de fermeture suivantes :

$$\vec{j} = \bar{\sigma} \cdot \tilde{\vec{E}}^* + i\bar{\alpha}^j \cdot \vec{k} \delta T_e + \bar{\sigma} \cdot \tilde{\vec{E}} \quad (\text{I.92})$$

$$\vec{q} = \bar{\alpha}^q \cdot \tilde{\vec{E}}^* + i\bar{\chi} \cdot \vec{k} \delta T_e + \bar{\alpha} \cdot \tilde{\vec{E}}.$$

Les coefficients de transport sont le tenseur de conductivité  $\overline{\overline{\sigma}}$ , les tenseurs thermoélectriques  $\overline{\overline{\alpha}}^j$  et  $\overline{\overline{\alpha}}^q$  et le tenseur de conductivité thermique  $\overline{\overline{\chi}}$ , les deux matrices de transport  $\overline{\overline{\sigma}}$  et  $\overline{\overline{\alpha}}$  sont de nouveaux coefficients de transport qui n'ont pas de contrepartie dans les relations locales [18]. De cette manière, les auteurs ont donné une série complète de coefficients de transport ainsi que leur évolution en fonction du paramètre de Hall et du degré de collision. Cependant, les résultats ne pourraient pas être exploités d'une façon pratique puisque ce ne sont que des résultats numériques utilisant un développement sur des polynômes orthogonaux et non des formules analytiques explicites ou des ajustements numériques représentant ces coefficients.

## V. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre les principaux résultats de la littérature relatifs au calcul des coefficients de transport dans les plasmas magnétisés.

Pour le transport classique, ce que nous pouvons retenir, c'est que les méthodes analytiques [18, 19] ne sont pas fiables puisque leur domaine de validité n'est pas défini de façon rigoureuse. Pour la première anisotropie de la fonction de distribution, ces méthodes analytiques [18, 19] présentent des imprécisions par rapport aux méthodes numériques [20, 28]. Dans tous les cas, l'approche numérique est incontournable pour le calcul précis des coefficients de transport.

Pour le transport non local, à travers ce qui a été publié dans la littérature, nous avons discuté les effets de non localité et des champs magnétiques appliqués ou auto-générés sur le transport dans les plasmas créés par laser ou tout autre plasma où les deux effets physiques pourraient coexister.

## **CHAPITRE II**

***RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE  
FOKKER-PLANCK ET CALCUL DES COEFFICIENTS  
DE TRANSPORT CLASSIQUES D'UN PLASMA  
MAGNETISE***

## I. INTRODUCTION

Le but général de ce chapitre est de calculer les coefficients de transport classiques des plasmas totalement ionisés en présence d'un champ magnétique constant. Des solutions numériques simples sont développées pour résoudre l'équation de FP stationnaire et ceci pour confirmer ou améliorer les résultats établis par les méthodes analytiques approchées [18] et par la résolution numérique directe des équations intégral-différentielles [20].

La nouvelle méthode développée consiste à résoudre les équations intégral-différentielles qui décrivent l'évolution de la première et de la deuxième anisotropie de la fonction de distribution en les réduisant respectivement à huit et six équations différentielles ordinaires (EDO) couplées du premier ordre. Les équations qui en résultent sont résolues itérativement avec des méthodes numériques standard qui convergent très rapidement. Nous avons déduit, à partir des fonctions de distribution, les coefficients de transport. Nous avons retrouvé les coefficients de transport électronique induits par la première anisotropie calculés dans la Réf. 20 par une méthode directe qui consiste à résoudre des équations intégral-différentielles. De plus, par rapport à ces travaux [20], nous avons complété l'étude en calculant les coefficients de transport induits par la seconde anisotropie qui sont représentés par le tenseur de viscosité. Cette méthode a aussi été appliquée au cas d'un fluide ionique. Nous proposons aussi des ajustements numériques (fits) de tous les coefficients de transport dépendant du numéro atomique  $Z$  et de l'intensité du champ magnétique  $\vec{B}$ .

Le champ magnétique  $\vec{B}$  est considéré constant et de magnitude arbitraire. Il s'en suit que les coefficients de transport dépendent, dans ce cas, du paramètre de Hall sans dimension  $\Omega_e = \omega_{ce} \tau_{ei}$ , où  $\omega_{ce} = eB/m$  est la fréquence cyclotron électronique,  $\tau_{ei} = \lambda_{ei}/v_t$  le temps de collision électron-ion,  $v_t = \sqrt{T/m}$  la vitesse thermique électronique,  $T$  la température en unité énergie (notation utilisée tout le long de ce travail) et  $m$  la masse électronique. Nous supposons que le champ magnétique n'influence pas les collisions binaires, ce qui correspond à la condition  $\omega_{ce} \ll \omega_p$ , où  $\omega_p$  est la fréquence électronique du plasma.

Dans beaucoup d'applications pratiques, le plasma est dans un état fortement collisionnel. Le plasma dans ce cas est très proche de l'état d'équilibre et la fonction de distribution isotrope est souvent approximée par une Maxwellienne. La déviation par rapport à l'équilibre est due seulement à la partie anisotrope de la FD électronique qui dépend explicitement des

coordonnées spatiales à travers les forces induites par les champs électromagnétiques, les gradients de densité et de température et par la vitesse du fluide.

Dans ce chapitre, nous présentons dans la section II, les équations du modèle ainsi que les différentes approximations utilisées. Dans la section III, nous exposons les différents résultats numériques concernant la première et la seconde anisotropie de la fonction de distribution ainsi que les différents coefficients de transport qui en découlent en fonction du champ magnétique  $\vec{B}$  et du numéro atomique  $Z$ .

## II. EQUATIONS DU MODELE ET APPROXIMATIONS

L'équation de FP électronique dans le repère des électrons s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{v} + \vec{V}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{e}{m_e} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} - (v_i + V_i) \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_j} = C_{ei}(f) + C_{ee}(f), \quad (\text{II.1})$$

où  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est la FD électronique,  $\vec{E}$  le champ électrique et  $\vec{V}$  la vitesse du fluide électronique, et dans le membre de droite de l'équation (II.1), les deux termes correspondent respectivement aux opérateurs de collision électron-ion et électron-électron. Les autres variables ont leur signification habituelle.

Dans ce travail, nous supposons que le transport est induit par des perturbations électriques et fluides de faible amplitude. Nous pouvons alors supposer que le plasma est décrit par une Maxwellienne globale définie par :

$$F_M = \mu_0 \exp\left(-\frac{v^2}{2v_t^2}\right), \quad (\text{II.2})$$

où  $\mu_0 = \frac{n}{(2\pi)^{3/2} v_t^3}$ ,  $n$  étant la densité électronique, et par une fonction de distribution

perturbée  $\delta f$  définie par les perturbations fluides et électriques  $\delta n$ ,  $\delta T$ ,  $\delta \vec{E}$  et  $\delta \vec{V}$ .

Dans le cadre de ces approximations et de l'approximation de l'état stationnaire, l'équation (II.1) devient :

$$\vec{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} + \delta \vec{V} \cdot \frac{\partial F_M}{\partial \vec{r}} - \frac{e}{m_e} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{v}} - \frac{e}{m_e} \delta \vec{E} \cdot \frac{\partial F_M}{\partial \vec{v}} - v_i \frac{\partial \delta V_j}{\partial x_i} \frac{\partial F_M}{\partial v_j} = C_{ei}(\delta f) + C_{ee}(\delta f) \quad (\text{II.3})$$

Dans l'approximation quasi-statique, nous supposons que les grandeurs hydrodynamiques, en l'occurrence la densité, la température et la vitesse fluide du plasma, varient lentement dans le temps. Pour expliquer la validité de cette approximation dans la théorie du transport, nous rappelons que les quantités de transport sont représentées par des moments d'ordre supérieur  ${}^n \delta M_0^0$  (par exemple,  $n = 9$  pour le flux de chaleur) par comparaison aux moments hydrodynamiques  $\delta n$  et  $\delta T$ , représentés par des moments d'ordre plus bas  ${}^2 \delta M_0^0$  et  ${}^4 \delta M_0^0$ .

Nous pouvons approximer ces moments par l'expression  ${}^n \delta M_0^0 \sim \int_0^\infty y^n \exp(-y^2) dy$  où

$y = \frac{v}{\sqrt{2}v_t}$  est une vitesse normalisée, et leur vitesse optimale correspondante est  $y_{opt} = \sqrt{\frac{n}{2}}$ .

Pour  $\Delta t > \nu(y)$ , où  $\nu(y) \sim y^{-3}$  est une fréquence de collision typique entre les particules, les électrons qui contribuent efficacement au transport, diffusent sur une distance  $\sqrt{D(y)\Delta t}$ , où  $D(y) \sim y^2 / \nu(y) \sim y^5$  est le coefficient de diffusion. Il résulte que les moments hydrodynamiques  $\delta n$  et  $\delta T$  diffusent plus lentement que les moments d'ordre plus haut. Donc, les quantités de transport peuvent être déterminées par les valeurs instantanées des quantités hydrodynamiques. Notons que cette approximation est couramment utilisée dans l'étude du transport dans les gaz et les plasmas.

## II. 1 Développement de l'équation de Fokker-Planck sur la base des harmoniques sphériques

Dans la majorité des géométries étudiées dans la littérature, les équations cinétiques ont été résolues dans le cas plan et sphérique. Il est évident que ces géométries introduisent des simplifications mathématiques importantes dans la forme de ces équations, qui rendent leur résolution relativement plus aisée. De surcroît, dans les expériences de l'interaction impulsion laser-cible, ces deux approximations décrivent correctement l'expérience avec des cibles planes et sphériques qui représentent les cibles généralement utilisées.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à la géométrie plane qui est la plus étudiée dans la littérature. Nous supposons une symétrie azimutale autour de l'axe  $Ox$  et le champ magnétique dirigé le long de l'axe  $Oz$ . Nous supposons également que l'inhomogénéité du plasma dépend de la coordonnée spatiale  $x$  et que les autres variables

vectérielles du fluide sont parallèles à l'axe  $Ox$ . Le champ électrique  $\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$  est dû aux charges des particules dans le plasma.

Dans l'espace de Fourier ( $x \leftrightarrow k$ ): l'équation (II.3) s'écrit :

$$ikv_x \delta f - \frac{e}{m_e} \delta E_x \frac{\partial F_M}{\partial v_x} - \frac{e}{m_e} \delta E_y \frac{\partial F_M}{\partial v_y} - \frac{e}{m_e} B \left( v_y \frac{\partial \delta f}{\partial v_x} - v_x \frac{\partial \delta f}{\partial v_y} \right) - ikv_x \delta V \frac{\partial F_M}{\partial v_x} \quad (II.4)$$

$$= C_{ei}(\delta f) + C_{ee}(\delta f)$$

Par souci de simplicité, les quantités physiques perturbées dans l'espace de Fourier sont représentées avec les mêmes notations que dans l'espace direct. Un mode dans l'espace de Fourier est proportionnel à  $\sim \exp(ikx)$ .

Cette géométrie est pratique pour développer la fonction de distribution et l'équation de FP (II.4) sur les harmoniques sphériques  $Y_l^m(\theta, \varphi) = P_l^m(\theta) \exp(im\varphi)$  où les  $P_l^m(\theta)$  sont les polynômes de Legendre associés,  $\cos \theta = \frac{v_x}{v}$  et  $\varphi = \arctan\left(\frac{v_z}{v_y}\right)$ . Ce développement est particulièrement intéressant car les harmoniques sphériques sont les fonctions propres de l'opérateur de collision électron-ion [41].

Notons que leur relation d'ortho-normalisation s'écrit comme :

$$\int Y_l^m (Y_{l'}^{m'})^* d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'}, \quad (II.5)$$

où la notation \* signifie « complexe conjugué ».

Le développement de la fonction de distribution sur la base des harmoniques sphériques s'écrit

$$\delta f = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} f_l^m(v) Y_l^m(\theta, \varphi). \quad (II.6)$$

Ce qui nous a permis de séparer la partie angulaire de la partie énergie de la FD.

L'opérateur de collision électron-ion écrit dans la base des coordonnées sphériques  $(v, \theta, \varphi)$  a pour expression :

$$C_{ei}(\delta f) = -\frac{v_t}{4\sqrt{2}\lambda_{ei}y^3} \left[ \frac{\partial}{\partial \mu} (1-\mu^2) \frac{\partial \delta f}{\partial \mu} + \left( \frac{1}{1-\mu^2} \right) \frac{\partial^2 \delta f}{\partial \varphi^2} \right] \quad (II.7)$$

où  $\lambda_{ei} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 T^2}{ne^4 Z \ln \Lambda}$  est le libre parcours électronique,  $T$ , la température électronique,  $Z$ , le numéro atomique et  $\ln \Lambda$ , le logarithme de Coulomb.

Appliqué à la FD décrite par l'équation (II.6), nous obtenons :

$$C_{ei}(\delta f) = -\frac{v_t}{4\sqrt{2}\lambda_{ei}y^3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} l(l+1)Y_l^m f_l^m. \quad (\text{II.8})$$

Ceci montre bien que l'opérateur de collision électron-ion admet comme fonctions propres les harmoniques sphériques.

L'opérateur de collision électron-électron [41] peut s'écrire comme la somme d'une contribution isotrope :

$$\left(C_{ee}(f_n^m)\right)^i = \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}Z} \frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[ I_0^M f_n^m + \frac{y}{3} \frac{\partial f_n^m}{\partial y} (I_2^M + J_{-1}^M) \right] \quad (\text{II.9})$$

et d'une contribution anisotrope :

$$\begin{aligned} \left(C_{ee}(f_n^m)\right)^a = & \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}Z} \frac{1}{y^3} \left[ \frac{y^2}{2(2n+1)} \frac{\partial^2 F_M}{\partial y^2} \left( -\frac{n(n-1)}{(2n-1)} (I_n^n + J_{1-n}^n) \right) \right] + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}Z} \frac{1}{y^3} \left[ \frac{y}{2(2n+1)} \frac{\partial F_M}{\partial y} \left( -\frac{(n+1)(n+2)}{(2n+3)} I_{n+2}^n - \frac{n^2-n-4}{(2n+3)} J_{-1-n}^n \right) \right] + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}Z} \frac{1}{y^3} \left[ 8\sqrt{2}\pi v_t^3 y^3 F_M f_n^m + \frac{n(n+1)}{6} f_n^m (-3I_0^M + I_2^M - 2J_{-1}^M) + \frac{y^2}{2(2n+1)} \frac{\partial^2 F_M}{\partial y^2} \left( \frac{(n+1)(n+2)}{(2n+3)} (I_{n+2}^n + J_{-1-n}^n) \right) \right] + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}Z} \frac{1}{y^3} \left[ \frac{y}{2(2n+1)} \frac{\partial F_M}{\partial y} \left( \frac{(n^2+3n-2)}{(2n-1)} I_n^n + \frac{n(n-1)}{(2n-1)} J_{1-n}^n \right) \right], \quad (\text{II.10}) \end{aligned}$$

où les intégrales  $I_m^n$ ,  $J_m^n$ ,  $I_m^M$  et  $J_m^M$  sont définies par les expressions :

$$I_m^n(y) = \frac{8\pi\sqrt{2}v_t^3}{y^m} \int_0^y x^{m+2} f_n^i dx \quad (\text{II.11})$$

$$J_m^n(y) = \frac{8\pi\sqrt{2}v_t^3}{y^m} \int_y^\infty x^{m+2} f_n^i dx \quad (\text{II.12})$$

$$I_m^M(y) = \frac{8\pi\sqrt{2}v_t^3}{y^m} \int_0^y x^{m+2} F_M dx \quad (\text{II.13})$$

$$J_m^M(y) = \frac{8\pi \sqrt{2} v_t^3}{y^m} \int_y^\infty x^{m+2} F_M dx. \quad (\text{II.14})$$

$$-n \leq i \leq n$$

En multipliant l'équation de FP (II.4) par  $(Y_l^m)^*$ , en intégrant sur l'angle solide et en utilisant la relation d'orthogonalité donnée par l'équation (II.5) et les relations de récurrence suivantes [22] :

$$\sin \theta P_l^m = -\frac{\sqrt{(l+m+1)(l+m+2)}}{\sqrt{(2l+1)(2l+3)}} P_{l+1}^{m+1} + \frac{\sqrt{(l-m)(l-m-1)}}{\sqrt{(2l-1)(2l+1)}} P_{l-1}^{m+1} \quad (\text{II.15})$$

$$\sin \theta P_l^m = \frac{\sqrt{(l-m+1)(l-m+2)}}{\sqrt{(2l+1)(2l+3)}} P_{l+1}^{m-1} - \frac{\sqrt{(l+m)(l+m-1)}}{\sqrt{(2l-1)(2l+1)}} P_{l-1}^{m-1},$$

nous obtenons l'équation :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} ikv_t y \left[ \sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{l+1}^{m-1} + \sqrt{\frac{(l-m)(l-m-1)}{(2l+1)(2l-1)}} f_{l-1}^{m+1} - \sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{l-1}^{m-1} - \right. \\ & \left. \sqrt{\frac{(l+m+2)(l+m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{l+1}^{m+1} \right] + \\ & im \omega_{ce} f_l^m = -\frac{e}{mv_t} \left[ \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \delta E_x (\delta_{l,1} \delta_{m,-1} - \delta_{l,1} \delta_{m,1}) + i \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \delta E_y (\delta_{l,1} \delta_{m,-1} - \delta_{l,1} \delta_{m,1}) \right] y F_M(y) + \\ & C_{ee}(f_l^m) + C_{ei}(f_l^m) - 4ik\delta V y^2 F_M(y) \left[ -\frac{\sqrt{\pi}}{3\sqrt{5}} \delta_{l,2} \delta_{m,0} + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{30}} (\delta_{l,2} \delta_{m,2} + \delta_{l,2} \delta_{m,-2}) + \frac{\sqrt{\pi}}{3} \delta_{l,0} \delta_{m,0} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

où  $\delta_{i,j}$  est le symbole de Kronecker.

De façon générale, la difficulté mathématique pour résoudre l'équation (II.16) provient du terme de collision électron-électron qui se présente sous une forme intégral-différentielle.

Nous limitons l'expansion sur les harmoniques sphériques au second ordre,  $l = 2$ , ce qui est suffisant pour calculer les coefficients de transport dans la limite collisionnelle.

A partir de l'équation (II.16), nous obtenons les relations suivantes :

$$C_{ee}(F_1^+) + C_{ei}(F_1^+) + \omega_{ce} F_1^- = S_1^+(y) \quad (\text{II.17})$$

$$C_{ee}(F_1^-) + C_{ei}(F_1^-) - \omega_{ce} F_1^+ = S_1^-(y) \quad (\text{II.18})$$

$$C_{ee}(F_2^+) + C_{ei}(F_2^+) + 2\omega_{ce} F_2^- = S_2^+(y) \quad (\text{II.19})$$

$$C_{ee}(F_2^-) + C_{ei}(F_2^-) - 2\omega_{ce} F_2^+ = S_2^-(y) \quad (\text{II.20})$$

$$C_{ee}(f_2^0) + C_{ei}(f_2^0) = S_2^0(y). \quad (\text{II.21})$$

Les différents termes de source sont définis par

$$S_1^+(y) = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} y F_M(y) \frac{e\delta E_y}{m_e v_t} \quad (\text{II.22})$$

$$S_1^-(y) = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} y F_M(y) \frac{e\delta E_x}{m_e v_t} + \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \left( y^3 - \frac{3}{2} y \right) F_M(y) i k v_t \frac{\delta T}{T} \quad (\text{II.23})$$

$$S_2^+(y) = \frac{8\sqrt{\pi}}{\sqrt{30}} y^2 F_M(y) i k \delta V \quad (\text{II.24})$$

$$S_2^-(y) = 0 \quad (\text{II.25})$$

$$S_2^0(y) = - \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{45}} y^2 F_M(y) i k \delta V. \quad (\text{II.26})$$

Dans les Eqs. (II.17) - (II.20), afin d'avoir des équations réelles plus pratiques pour la résolution numérique, nous avons utilisé les fonctions réelles  $F_1^+ = -i (f_1^{+1} + f_1^{-1})$ ,  $F_1^- = f_1^{-1} - f_1^{+1}$ ,  $F_2^+ = (f_2^{-2} + f_2^{+2})$  et  $F_2^- = i (f_2^{-2} - f_2^{+2})$ .

Nous avons également imposé que la FD isotrope corresponde à la fonction à l'équilibre thermodynamique. Dans la géométrie sphérique adoptée dans ce travail, nous écrivons alors :

$$f_0^0 = \sqrt{4\pi} \delta f_M(y), \quad (\text{II.27})$$

où

$$\delta f_M(y) = \mu_0 \left( \frac{\delta n}{n} - \frac{3}{2} \frac{\delta T}{T} \right) \exp(-y^2) + \mu_0 \frac{\delta T}{T} y^2 \exp(-y^2), \quad (\text{II.28})$$

est la Maxwellienne perturbée. Nous remarquons que la géométrie du problème impose que les composantes  $f_2^{\pm 1}$  s'annulent.

Les termes de faible magnitude proportionnels à  $F_2^{\pm}$  dans les Eqs. (II.17) et (II.18) et à  $ik\lambda_{ei} F_1^{\pm} \sim (\lambda_{ei}/L) F_1^{\pm}$  dans les Eqs. (II.19) - (II.21) ne sont pas pris en compte. Ils sont négligeables dans l'approximation locale. De plus, dans l'équation (II.7), les termes inélastiques proportionnels à  $m_e/m_i$ , où  $m_i$  est la masse ionique, ont été négligés.

Dans le cadre de ces approximations, les équations de la première et de la seconde anisotropie de la FD sont découplées, et les termes de source correspondants sont le champ électrique, le gradient thermique et la vitesse du fluide, respectivement.

Les équations (II.17) et (II.21) sont des équations intégral-différentielles qui n'admettent pas de solutions analytiques exactes évidentes et seules des solutions analytiques approchées ou des solutions numériques sont possibles.

## II.2 Méthode de résolution numérique

Les équations cinétiques intégral-différentielles (II.17) - (II.21) se présentent, d'un point de vue mathématique, sous une forme relativement complexe et le caractère intégral apparaît dans l'opérateur de collision électron-électron.

Nous allons dans une première étape réduire ces équations cinétiques à des EDO plus simples à résoudre avec des méthodes numériques conventionnelles.

### II. 2. 1 Réduction de l'équation de la première anisotropie

Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, l'équation de FP a été résolue par différentes méthodes analytiques et numériques [18-20]. Notre approche [42-44] est différente, puisque nous allons simplifier l'écriture des opérateurs de collision électron-électron sans pour cela introduire une quelconque approximation, ce qui va conduire à les réécrire sous une forme purement différentielle nettement plus pratique à résoudre numériquement.

Les équations (II.17) et (II.18) exhibent des opérateurs mettant en jeu des intégrales données par (II.11) et (II.12) dans la partie anisotrope de l'opérateur électron-électron (II.10).

Pour réduire les Eqs. (II.17) et (II.18), nous les exprimons par rapport à la fonction

$M^\pm(y) = \int_0^y F_1^\pm dx$ . Il en résulte que la partie de l'équation (II.10) qui ne contient que les

termes avec des intégrales  $I_m^n$  et  $J_m^n(y) = I_m^n(\infty) - I_m^n(y)$ , s'écrit

$$C_{ee}^I = \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \left\{ -\frac{4}{y^2} \exp(-y^2) \int_0^y u^4 M^\pm(u) du + \frac{2}{y^2} \exp(-y^2) \int_0^y u^2 M^\pm(u) du \right\} + \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \left\{ M^\pm(\infty) \left[ \frac{4}{5} y^3 \exp(-y^2) - \frac{2}{3} y \exp(-y^2) \right] \right\}. \quad (\text{II.29})$$

Dans l'équation (II. 29) nous notons une caractéristique mathématique intéressante, les deux premières intégrales ont le même facteur par rapport à la variable  $y$ . Donc, nous pouvons éliminer ces intégrales, si nous dérivons cette équation par rapport à  $y$ . En multipliant les Eqs. (II.17) et (II.18) par le facteur  $y^2 \exp(y^2)$ , en les dérivant par rapport à  $y$  et en les multipliant encore par  $\exp(-y^2)$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \left\{ \frac{d^4 M^\pm}{dy^4} \left( E(y) \frac{1}{2y} \right) + \frac{d^3 M^\pm}{dy^3} \left( \frac{4}{\sqrt{\pi}} y \exp(-y^2) + E(y) \left( 2 - \frac{1}{y^2} \right) \right) \right\} + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \left\{ \frac{d^2 M^\pm}{dy^2} \left( \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( 3y^2 - \frac{1}{2} \right) \exp(-y^2) + E(y) \left( \frac{3}{2y^3} - \frac{2}{y} + 2y \right) - Z \frac{I}{y} \right) \right\} + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \left\{ \frac{dM^\pm}{dy} \left( \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( 3y + \frac{1}{2y} \right) \exp(-y^2) + E(y) \left( -\frac{3}{2y^4} + \frac{2}{y^2} - 2 \right) + Z \left( \frac{1}{y^2} - 2 \right) \right) \right\} + \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} a^\pm 2\sqrt{2} Z \Omega_e \left\{ y^2 \frac{d^2 M^\mp}{dy^2} + 2(y^3 + y) \frac{dM^\mp}{dy} \right\} + \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} M^\pm(y) \frac{4}{\sqrt{\pi}} (-4y^4 + 2y^2) \exp(-y^2) = \\ & \frac{v_t}{2\sqrt{2}Z\lambda_{ei}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} M^\pm(\infty) (-4y^4 + 2y^2) \exp(-y^2) + \exp(-y^2) \frac{d}{dy} \left( y^2 \exp(y^2) S_1^\pm(y) \right) \quad (\text{II.30}) \end{aligned}$$

où  $a^\pm = \pm 1$ ,  $E(y) = \text{erf}(y) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} y \exp(-y^2)$ ,  $\text{erf}(y)$  est la fonction erreur définie par

$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-x^2) dx$ , et les termes de source  $S_1^\pm(y)$  sont définis par les Eqs. (II.22) et (II.23).

Les équations (II.30) est un système linéaire et couplé d'équations EDO d'ordre quatre pour  $M^+(y)$  et  $M^-(y)$  qui dépendent cependant de deux quantités constantes inconnues  $M^+(\infty)$  et  $M^-(\infty)$ , respectivement. Ces constantes ne peuvent pas être calculées malheureusement par des considérations physiques. Pour contourner cette difficulté, nous allons procéder comme suit : notons d'abord que ces constantes  $M^\pm(\infty)$  peuvent être calculées de façon exacte si nous utilisons l'approximation  $Z \gg 1$ , ce qui revient à supprimer les collisions électron-électron dans les équations (II.30). On calcule  $M^\pm(y)$  pour  $Z \gg 1$  en résolvant les équations (II.30) analytiquement :

$$M^+(\infty, Z \gg 1) = \int_0^\infty \left[ \frac{-\frac{8\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} y^4 \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 \frac{e\delta E_y \lambda_{ei}}{m_e v_t v_t} - \int_0^\infty \left[ \frac{\frac{32\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \Omega_e \left( y^9 - \frac{3}{2} y^7 \right) \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 j k \lambda_{ei} \frac{\delta T}{T} - \int_0^\infty \left[ \frac{\frac{32\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \Omega_e y^7 \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 \frac{e\delta E_x \lambda_{ei}}{m_e v_t v_t} \quad (\text{II.31})$$

$$M^-(\infty, Z \gg 1) = \int_0^\infty \left[ \frac{32\sqrt{\frac{\pi}{3}} \Omega_e y^7 \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 \frac{e\delta E_y \lambda_{ei}}{m_e v_t v_t} - \int_0^\infty \left[ \frac{\frac{8\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} \left( y^6 - \frac{3}{2} y^4 \right) \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 j k \lambda_{ei} \frac{\delta T}{T} - \int_0^\infty \left[ \frac{\frac{8\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} y^4 \exp(-y^2)}{1+8\Omega_e^2 y^6} \right] dy \mu_0 \frac{e\delta E_x \lambda_{ei}}{m_e v_t v_t} \quad (\text{II.32})$$

On opère alors par une méthode itérative. Initialement, on fixe une valeur de  $Z \gg 1$  et on utilise les constantes (II.31) et (II.32) pour résoudre les EDO. Les FD calculées sont ensuite utilisées pour recalculer les constantes (II.31) et (II.32) et ainsi de suite jusqu'à obtenir la précision désirée. On fixe ensuite la valeur du numéro atomique  $Z-1$  et on résout les EDO en utilisant les valeurs des constantes  $M^+(\infty)$  et  $M^-(\infty)$  calculées précédemment et ainsi de suite.

La résolution numérique des équations (II.30) a été effectuée pour chaque terme de source proportionnel à  $\delta E_x$ ,  $\delta E_y$  et  $ik\delta T$ . Nous notons que les termes de source proportionnels à  $ik\delta n$ , que nous pouvons inclure dans  $\delta E_x$ , ne contribuent pas aux coefficients de transport.

Le programme de calcul est basé sur un schéma numérique établi par Lentini et Pereyra [45]. Le schéma de discrétisation utilisé est un schéma aux différences finies adapté pour résoudre les équations différentielles avec conditions aux limites et une géométrie de l'intervalle d'intégration relativement simple.

Les conditions aux limites utilisées sont les suivantes :  $M^\pm(y=0)=0$ ,  $\frac{dM^\pm}{dy}(y=0)=0$ ,  $\frac{d^2M^\pm}{dy^2}(y=0)=0$ , et  $\frac{dM^\pm}{dy}(y=y_{max})=0$ .

La première condition apparaît clairement dans la définition de la fonction  $M^\pm(y)=\int_0^y F_1^\pm dx$ .

La seconde traduit une propriété de la fonction de distribution anisotrope, elle est toujours nulle à l'origine puisque c'est le mouvement des particules qui génère l'écart à l'isotropie. Nous nous sommes inspirés de la forme des solutions calculées dans l'approximation de Lorentz à  $Z \gg 1$  pour poser la troisième condition sur les fonctions  $\frac{d^2M^\pm}{dy^2}$  qui correspond à la première dérivée de la fonction de distribution anisotrope. Enfin, la dernière condition correspond à une propriété physique de la fonction de distribution qui doit s'annuler pour des vitesses infinies.

Nous avons résolu numériquement le problème pour plusieurs intervalles d'intégration et la valeur maximale de la variable  $y$ , à partir de laquelle la solution numérique ne varie plus est  $y_{max}=5$  et ceci quelles que soient les valeurs de  $Z$  et de  $\Omega_e$ .

## II. 2. 2 Méthode itérative pour l'équation de la seconde anisotropie

Pour résoudre numériquement les équations de la seconde anisotropie de la FD, (II.19) - (II.21), nous avons procédé avec la même approche basée sur la méthode itérative. Si nous développons les termes mettant en jeu les intégrales de l'opérateur de collisions électron-électron, nous obtenons quatre intégrales avec différents facteurs dépendant de la variable  $y$ .

Donc, la méthode utilisée dans la section (II. 2. 1) n'est pas pratique dans ce cas, puisque l'élimination de ces intégrales mène à des EDO très compliquées d'ordre très élevé.

Une comparaison des différents termes de l'opérateur de collision électron-électron sur tout l'intervalle des vitesses a permis de voir quels étaient les termes dominants de l'équation. Nous avons remarqué que les termes qui contiennent des intégrales sont relativement faibles par rapport aux autres. La méthode utilisée consiste alors à considérer les intégrales comme une perturbation par rapport aux termes de collision restants. Les EDO résultantes qui décrivent  $f_2^0$  et  $F_2^\pm$  sont :

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 \left[ \left( f_2^0 \right)^{k+1}, \left( F_2^\pm \right)^{k+1} \right]}{dy^2} + \left[ \frac{1}{E(y)} \frac{4}{\sqrt{\pi}} y^2 \exp(-y^2) - \left( \frac{1}{y} - 2y \right) \right] \frac{d \left[ \left( f_2^0 \right)^{k+1}, \left( F_2^\pm \right)^{k+1} \right]}{dy} \\
& + \left\{ \frac{4}{E(y)\sqrt{\pi}} (4y^3 - 3y) \exp(-y^2) + \left( \frac{3}{y^2} - 6 \right) - \frac{6Z}{E(y)} \right\} \left[ \left( f_2^0 \right)^{k+1}, \left( F_2^\pm \right)^{k+1} \right] \\
& + \frac{Z}{E(y)} 4\sqrt{2}\Omega_e y^3 \left[ 0, \pm \left( F_2^\mp \right)^{k+1} \right] = - \frac{192}{35\sqrt{\pi}E(y)} \exp(-y^2) \int_0^y \left[ \left( f_2^0 \right)^k, \left( F_2^\pm \right)^k \right] u^6 du \\
& + \frac{8}{15\sqrt{\pi}E(y)} (6 + 4y^2) \exp(-y^2) \int_0^y \left[ \left( f_2^0 \right)^k, \left( F_2^\pm \right)^k \right] u^4 du \\
& + \frac{32}{15\sqrt{\pi}E(y)} y^5 \exp(-y^2) \int_y^\infty \left[ \left( f_2^0 \right)^k, \left( F_2^\pm \right)^k \right] u du \\
& + \frac{16}{35\sqrt{\pi}E(y)} (7y^5 - 12y^7) \exp(-y^2) \int_y^\infty \left[ \left( f_2^0 \right)^k, \left( F_2^\pm \right)^k \right] \frac{1}{u} du \\
& + 4\sqrt{2} \frac{Z\lambda_{ei}}{v_t} y^3 \left[ S_2^0(y), S_2^\pm(y) \right]. \tag{II.33}
\end{aligned}$$

Les termes de source ont été définis dans les Eqs. (II.24) - (II.26), l'indice  $k = 0, 1, 2, \dots$  indique l'ordre de l'itération et la procédure itérative commence à partir de la limite des grands  $Z$ , à savoir,

$$f_2^0 = - \frac{8\sqrt{2}\pi}{3\sqrt{45}} y^5 \exp(-y^2) ik\mu_0\delta V \frac{\lambda_{ei}}{v_t} \tag{II.34}$$

$$F_2^+ = - \frac{16\sqrt{2}\pi}{3\sqrt{30}} \frac{y^5 \exp(-y^2)}{1 + \frac{32}{9}\Omega_e^2 y^6} ik\mu_0\delta V \frac{\lambda_{ei}}{v_t} \tag{II.35}$$

$$F_2^- = \frac{64\sqrt{2\pi}}{9\sqrt{15}} \frac{\Omega_e y^8 \exp(-y^2)}{1 + \frac{32}{9} \Omega_e^2 y^6} ik\mu_0 \delta V \frac{\lambda_{ei}}{v_t}. \quad (\text{II.36})$$

La méthode itérative consiste donc à fixer toutes les intégrales à partir d'une solution initiale, la solution obtenue est réinjectée pour le calcul de ces intégrales dans le second membre de l'équation (II.33) et ainsi de suite. Le processus itératif est arrêté lorsque la précision désirée est atteinte.

Les conditions aux limites utilisées sont des conditions aux limites standard, à savoir :  $f_2^0(y=0)=0$ ,  $f_2^0(y=y_{max})=0$ ,  $F_2^\pm(y=y_{max})=0$  et  $F_2^\pm(y=0)=0$  et  $y_{max}=5$ .

### III. RESULTATS NUMERIQUES

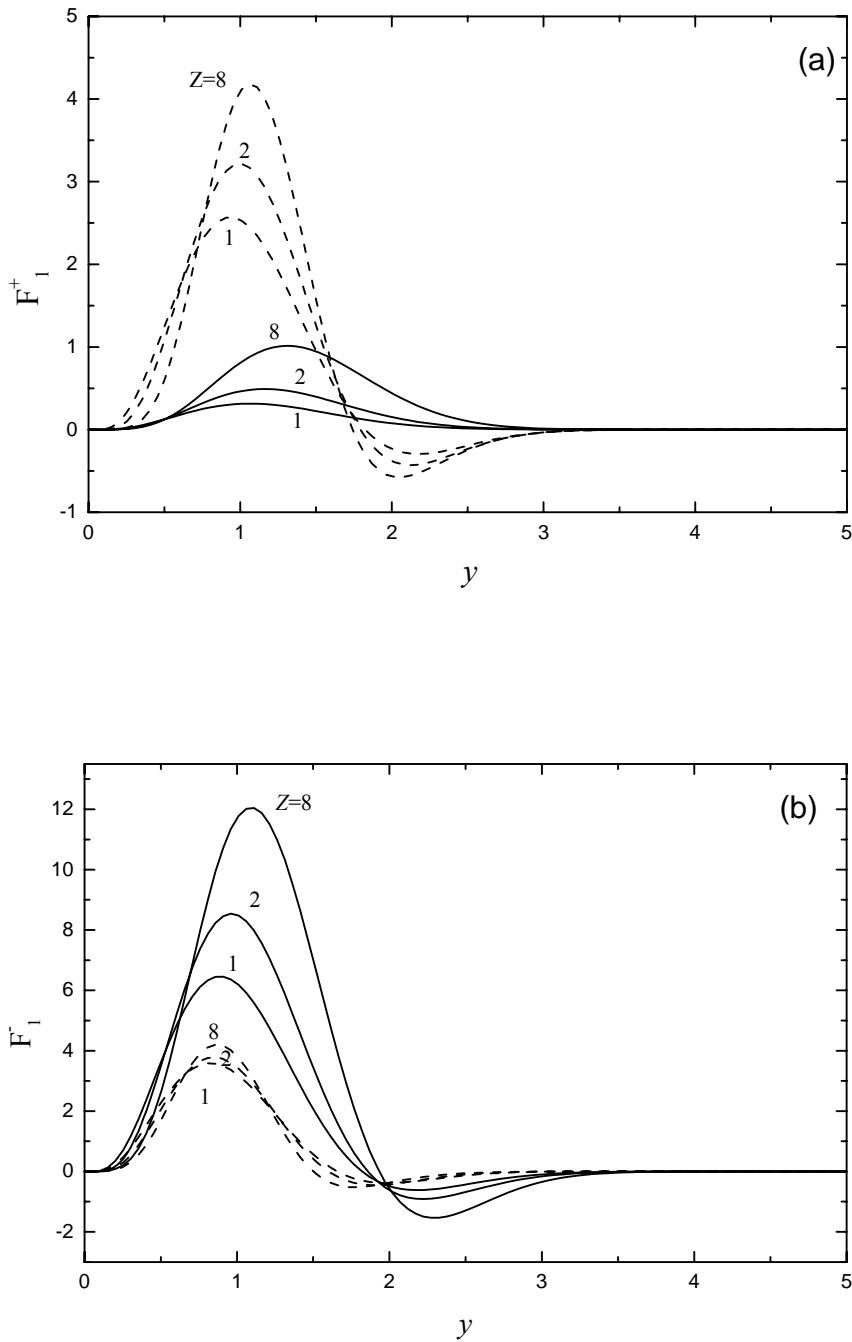
Nous allons présenter les résultats numériques obtenus en résolvant les Eqs. (II.30) et (II.33) avec la méthode itérative. Pour résoudre ces équations nous avons utilisé les méthodes numériques standard pour résoudre les EDO avec des conditions aux limites. Typiquement, l'algorithme converge avec une précision de l'ordre de  $10^{-5}$  après seulement quelques itérations.

Les différents résultats correspondent aux fonctions de distribution d'anisotropie d'ordre un et deux, ainsi qu'aux coefficients de transport.

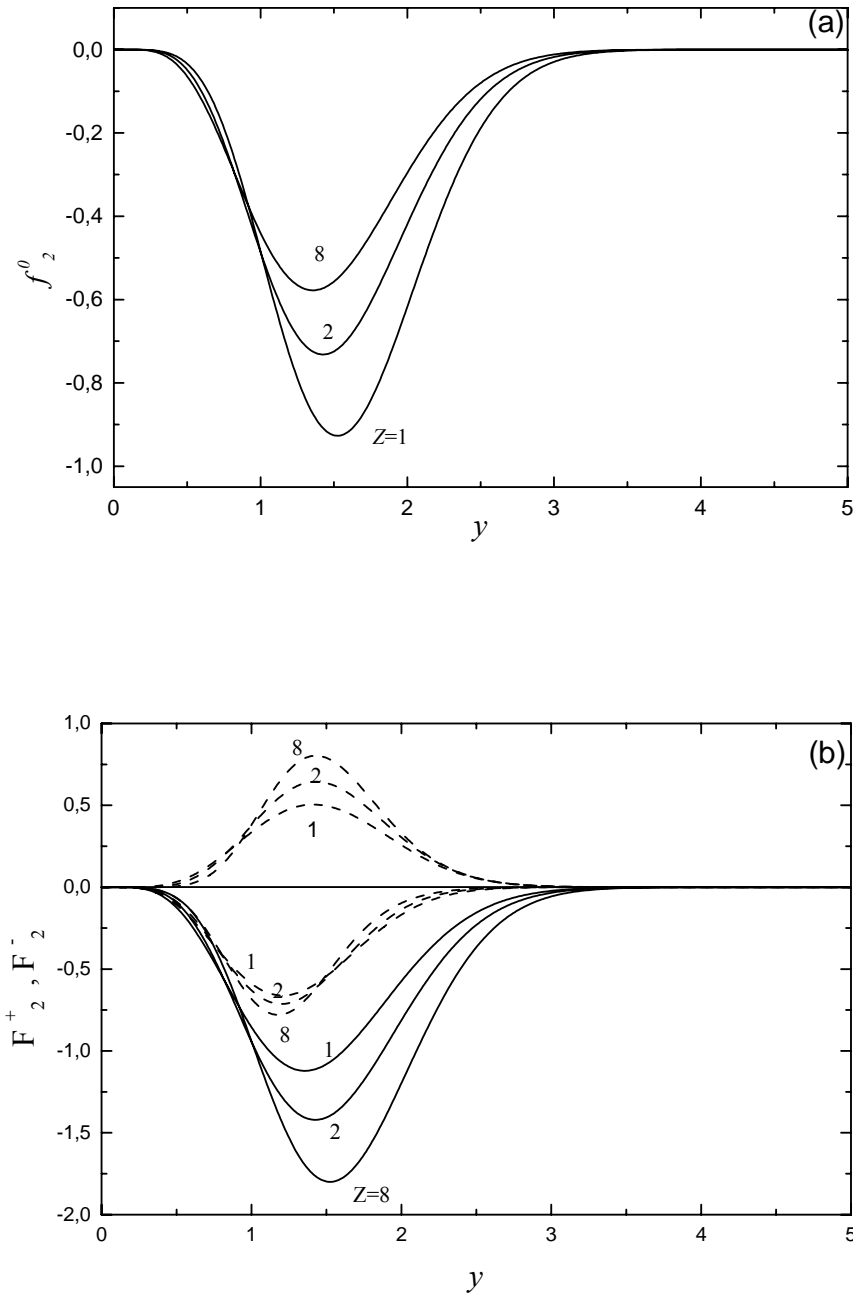
#### III. 1 Transport électronique

##### III. 1. 1 Fonctions de distribution anisotropes

Nous représentons dans les Figs. (II.1) et (II.2), à titre d'exemple, les composantes de la FD :  $F_1^\pm$ ,  $f_2^0$  et  $F_2^\pm$ , pour un plasma non magnétisé ( $\Omega_e = 0$ ) et pour un plasma fortement magnétisé ( $\Omega_e = 1$ ), pour  $Z=1,2,8$  en fonction de la vitesse adimensionnelle  $y$ . La FD anisotrope, d'ordre un, est calculée avec la condition de quasi-neutralité de charge ( $j_x = 0, j_y = 0$ ), où  $\vec{j}$  est la densité de courant. Toutes ces courbes présentent des extremums car pour des vitesses faibles elles s'annulent puisqu'elles décrivent l'anisotropie du système et pour des vitesses très grandes, elles s'annulent aussi puisque les particules de vitesse très grandes deviennent négligeables dans le plasma.



**Figure II.1 :** Composantes de la première anisotropie de la FD,  $F_1^+$  (a) et  $F_1^-$  (b), normalisées par rapport à  $\mu_0 ik \lambda_{ei} \delta T / T$  en fonction de la vitesse normalisée  $y = v / \sqrt{2} v_t$  pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$  et pour  $\Omega_e = 0$  (trait plein) et  $\Omega_e = 1$  (trait en tiret).



**Figure II.2 :** Composantes de la seconde anisotropie de la FD,  $f_2^0$  (a),  $F_2^+$  et  $F_2^-$  (b), normalisées par rapport à  $\mu_0 ik \lambda_{ei} \delta V / v_t$  en fonction de la vitesse normalisée  $y = v/\sqrt{2}v_t$ , pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$  et pour  $\Omega_e=0$  (trait plein) et  $\Omega_e=1$  (trait en tiret).

### III. 1. 2 Coefficients de transport électronique

#### III. 1. 2. a Coefficients de transport induits par la première anisotropie

Les coefficients de transport induits par la première anisotropie sont ceux adoptés par Braginskii [18] et Epperlein et Haines [20] qui utilisent la relation de la loi d'Ohm généralisée donnée par :

$$\vec{R} = \overline{\alpha} \cdot \vec{j} / ne - n \overline{\beta} \cdot \vec{\nabla} T = en \vec{E} + \vec{\nabla} p - \vec{j} \times \vec{B} / c \quad (\text{II.37})$$

et l'expression du flux de chaleur donnée par

$$\vec{q} = -\overline{\kappa} \cdot \vec{\nabla} T - \overline{\beta} \cdot \vec{j} T / e, \quad (\text{II.38})$$

où  $\overline{\alpha}$ ,  $\overline{\beta}$  et  $\overline{\kappa}$  sont les coefficients de transport, *i.e.*,  $\overline{\alpha}$  est le tenseur de résistivité électrique,  $\overline{\beta}$  le tenseur de conductivité thermoélectrique et  $\overline{\kappa}$  est le tenseur de conductivité thermique.

Ils se présentent explicitement sous la forme :

$$\overline{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{\perp} & -\alpha_{\wedge} & 0 \\ \alpha_{\wedge} & \alpha_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \overline{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_{\perp} & -\beta_{\wedge} & 0 \\ \beta_{\wedge} & \beta_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \overline{\kappa} = \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & -\kappa_{\wedge} & 0 \\ \kappa_{\wedge} & \kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (\text{II.39})$$

où  $\perp$ ,  $\wedge$  se réfèrent aux directions perpendiculaires à  $\vec{B}$ , l'une parallèle aux gradients et l'autre perpendiculaire aux gradients, respectivement, et  $\parallel$  correspond à la direction parallèle à  $\vec{B}$ . Nous ne nous intéressons pas au transport parallèle ( $\parallel$ ) puisque ce dernier n'est pas affecté par le champ magnétique dans l'approximation locale.

Les expressions de ces coefficients s'expriment comme suit :

$$\frac{\alpha_{\perp}}{m_e n v_t / \lambda_{ei}} = -\frac{\pi \sqrt{3}}{2} \frac{K_+(\sim \delta E_y)}{[K_+(\sim \delta E_y)]^2 + [K_-(\sim \delta E_y)]^2} \quad (\text{II.40})$$

$$\frac{\alpha_{\wedge}}{m_e n v_t / \lambda_{ei}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \frac{K_{-}(\sim \delta E_y)}{[K_{+}(\sim \delta E_y)]^2 + [K_{-}(\sim \delta E_y)]^2} - \sqrt{\frac{2}{9\pi}} \Omega_e \quad (\text{II.41})$$

$$\beta_{\perp} = -1 - \frac{2}{\pi\sqrt{3}} \left( \frac{\alpha_{\perp}}{m_e n \lambda_{ei} / v_t} K_{-}(\sim \delta T) + \left( \frac{\alpha_{\wedge}}{m_e n \lambda_{ei} / v_t} + \sqrt{\frac{2}{9\pi}} \Omega_e \right) K_{+}(\sim \delta T) \right) \quad (\text{II.42})$$

$$\beta_{\wedge} = - \left( \frac{\alpha_{\perp}}{m_e n \lambda_{ei} / v_t} K_{+}(\sim \delta T) - \left( \frac{\alpha_{\wedge}}{m_e n \lambda_{ei} / v_t} + \sqrt{\frac{2}{9\pi}} \Omega_e \right) K_{-}(\sim \delta T) \right) \frac{2}{\pi\sqrt{3}} \quad (\text{II.43})$$

$$\frac{\kappa_{\perp}}{n v_t \lambda_{ei}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^{\infty} y^5 F_1^{-} dy \quad (\text{II.44})$$

$$\frac{\kappa_{\wedge}}{n v_t \lambda_{ei}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_0^{\infty} y^5 F_1^{+} dy \quad (\text{II.45})$$

où les notations  $K_{\pm}(\sim \delta X) = \int_0^{\infty} y^3 F_1^{\pm}(\sim \delta X) dy$  ont été utilisées et les fonctions de distribution mises en jeu dans les Eqs (II.40) – (II.45) sont normalisées. Notons que les coefficients de Spitzer-Härm [21] pour les plasmas non-magnétisés sont retrouvés dans les expressions,  $\alpha_{SH} = \alpha_{\perp}(\Omega_e = 0)$ ,  $\beta_{SH} = \beta_{\perp}(\Omega_e = 0)$  et  $\kappa_{SH} = \kappa_{\perp}(\Omega_e = 0)$ .

Nous avons représenté, dans les Figs. (II. 3) – (II. 8), l'évolution des coefficients de transport en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi} \Omega_e$ , pour les valeurs du numéro atomique  $Z = 1$  et  $Z = 9$ . Nous voyons, dans ces figures, que le champ magnétique influe fortement sur le transport électronique dans les directions transversales  $\perp$  et  $\wedge$ . En particulier, dans les Figs. (II. 3) – (II. 5), à partir d'une valeur finie correspondant aux valeurs des coefficients de transport d'un plasma non-magnétisé de Spitzer-Härm ( $\Omega_e = 0$ ), le champ magnétique tend à faire décroître, de façon monotone, les conductivités électrique (inverse de la résistivité), thermoélectrique et thermique, rendant le plasma presque isotrope.

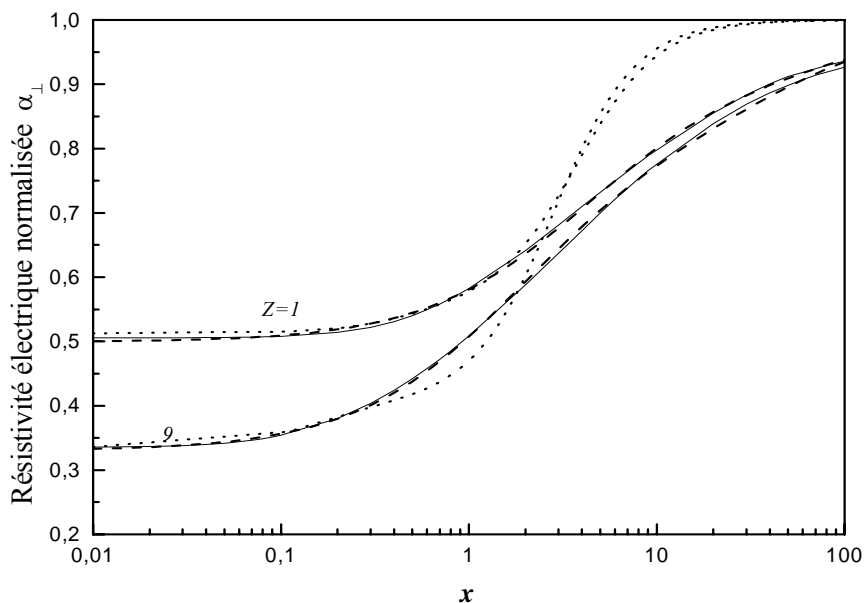
De plus, dans les Figs. (II. 6) – (II. 8), l'effet de  $\vec{B}$  est essentiel puisque, pour  $\Omega_e = 0$ , les coefficients de transport s'annulent, puis commencent à croître jusqu' à une valeur finie pour décroître de nouveau vers zéro.

Nous déduisons, alors, que les collisions entre particules font que les électrons sautent d'une ligne de champ magnétique à une autre, créant ainsi le transport perpendiculaire à  $\vec{B}$ . Cependant, le rôle du champ magnétique est complètement opposé à celui des collisions car il ne fait qu'entraver le mouvement des particules et, pour des champs magnétiques très forts, celles-ci se « collent » aux lignes de champ et deviennent figées, annulant ainsi tout transport perpendiculaire à  $\vec{B}$ .

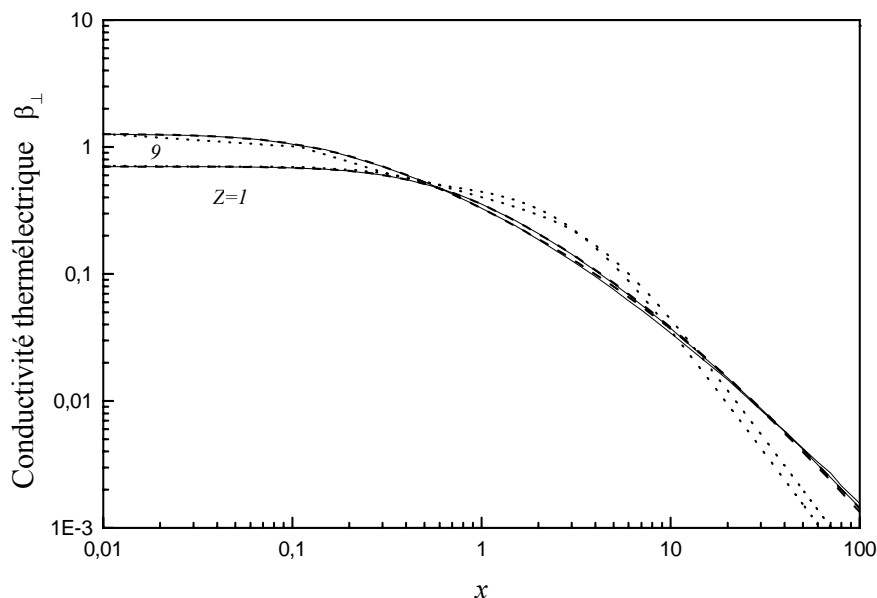
De plus, nous avons remarqué que tous les coefficients de transport augmentent avec le numéro atomique  $Z$ , mais deviennent indépendants de  $Z$ , pour la limite des grands  $\Omega_e$ .

Nous précisons aussi que nous avons retrouvé exactement les résultats d'Epperlein et Haines [20] obtenus avec une méthode de calcul nettement plus lourde à mettre en œuvre numériquement [voir § (IV. 1. 4) du chapitre I]. Ces résultats améliorent les résultats de Braginskii [18] qui montrent de grandes incertitudes sur une grande gamme de valeurs de  $\Omega_e$ . En effet, le comportement asymptotique, pour  $\Omega_e \rightarrow \infty$ , du coefficient  $\alpha_{\wedge}$  [Fig. (II. 6)] et du coefficient  $\beta_{\perp}$  [Fig. (II. 4)] n'était pas correct. Pour montrer ce résultat, nous avons effectué un calcul analytique à grands  $Z$  qui a donné le comportement asymptotique suivant :  $\alpha_{\wedge} \simeq 6.117(\Omega_e)^{-2/3}$  et  $\beta_{\perp} \simeq 57.55(\Omega_e)^{-5/3}$  alors que Braginskii a montré que ces coefficients se comportaient comme  $\alpha_{\wedge} \simeq 0.452(\Omega_e)^{-1}$  et  $\beta_{\perp} \simeq 52.31(\Omega_e)^{-2}$ . Nous remarquons aussi des oscillations dans les résultats de Braginskii pour des champs magnétiques modérés ( $\Omega_e \sim 1$ ). Quantitativement, nous avons observé une erreur d'environ 25% pour le coefficient  $\alpha_{\perp}$  [Fig. (II. 3)] à  $\Omega_e \simeq 10$ . Dans la gamme des valeurs intermédiaires du champ magnétique,  $0.3 < \Omega_e < 30$ , nous avons trouvé des erreurs oscillant de -30% à 50% pour le coefficient  $\beta_{\wedge}$  [Fig. (II. 7)] et de -35% à 65% pour le coefficient  $\kappa_{\perp}$  [Fig. (II. 5)]. Pour le coefficient  $\kappa_{\wedge}$  [Fig. (II. 8)], une erreur de -38% persiste pour les faibles  $\Omega_e$ .

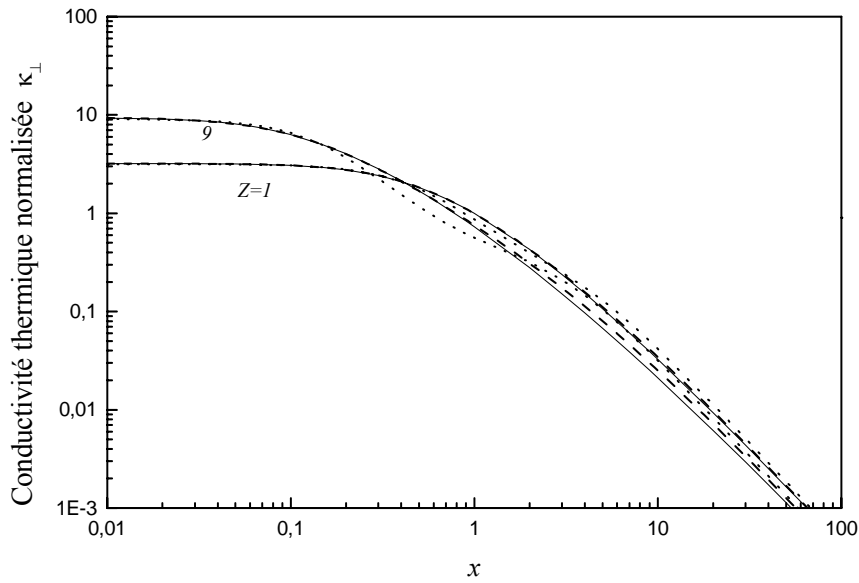
Toutes ces incertitudes de calcul remettent en question l'approche analytique pour résoudre l'équation de FP.



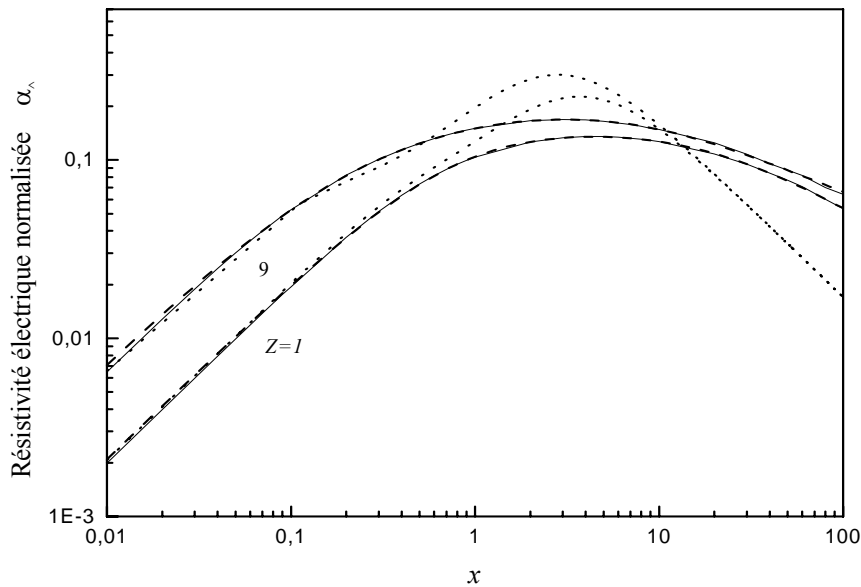
**Figure II.3 :** Résistivité électrique  $\alpha_{\perp}$  normalisée par rapport à  $nm_e v_t / \lambda_{ei}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi} \Omega_e$ , pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques [voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques des [18,19].



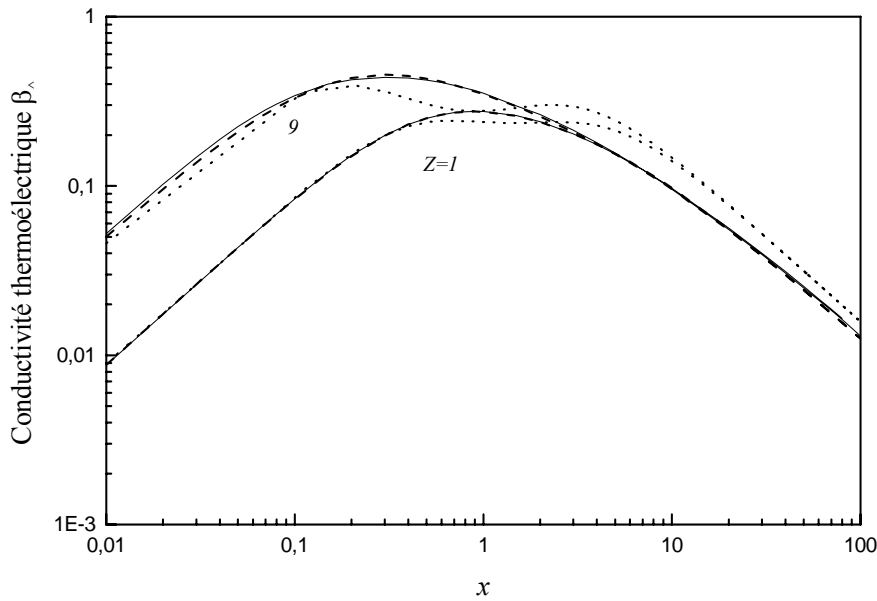
**Figure II.4 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{\perp}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi} \Omega_e$ , pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques [voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques. [18,19].



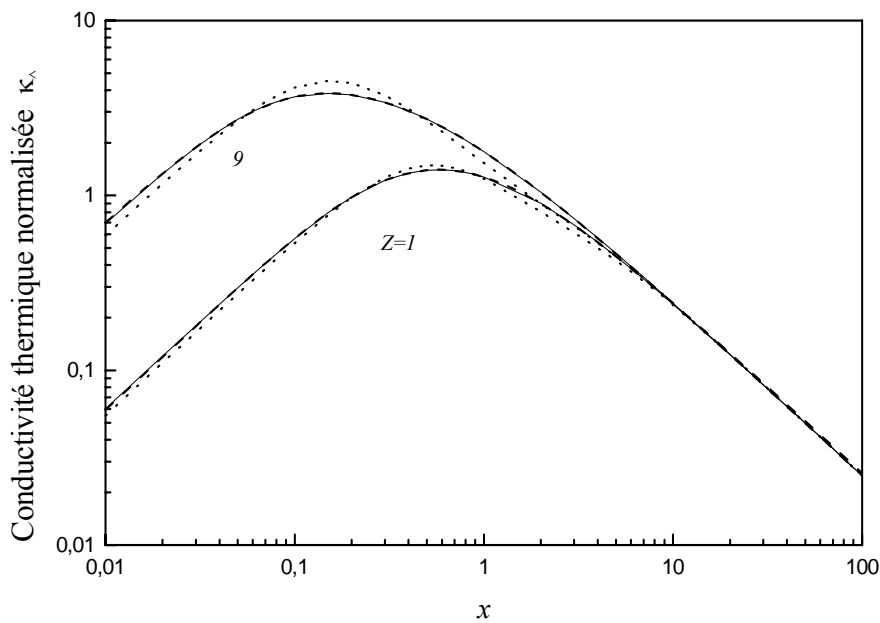
**Figure II.5 :** Conductivité thermique  $\kappa_{\perp}$  normalisée par rapport à  $nv_t\lambda_{ei}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$ , pour  $Z=1$  et  $Z=9$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques [voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques [18,19].



**Figure II.6 :** Résistivité électrique  $\alpha_{\perp}$  normalisée par rapport à  $nm_e v_t / \lambda_{ei}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$ , pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques [voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques [18,19].



**Figure II.7 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{\wedge}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi} \Omega_e$ , pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques [voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques [18,19].



**Figure II.8 :** Conductivité thermique  $\kappa_{\wedge}$  normalisée par rapport à  $n v_t \lambda_{ei}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi} \Omega_e$ , pour  $Z=1$  et  $Z=9$ . Les courbes en tiret correspondent aux ajustements numériques ([voir Appendice A, Tableau (II.1)], les courbes en pointillés aux résultats analytiques [18,19].

### III. 1. 2. b Coefficients de transport induits par la seconde anisotropie

Nous présentons, maintenant les résultats liés à la seconde anisotropie. Les coefficients de transport induits par cette anisotropie sont les coefficients de viscosité. Ils décrivent la dissipation de l'énergie due aux effets de viscosité dynamique ou frottements internes entre les différentes couches du fluide. Dans la théorie cinétique, ces effets sont déterminés à partir du tenseur symétrique des contraintes  $\overline{\overline{\pi}}$ , de trace nulle et défini par :

$$\pi_{ij} = \int m_e \left( v_i v_j - \frac{1}{3} v^2 \delta_{ij} \right) f d\vec{v}, \text{ où } \vec{v} \text{ est la vitesse aléatoire des particules.}$$

Dans la géométrie adoptée dans ce travail, le tenseur des contraintes se réduit à :

$$\overline{\overline{\pi}} = \begin{pmatrix} \pi_{xx} & \pi_{xy} & 0 \\ \pi_{xy} & \pi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \pi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (\text{II.46})$$

Notons que les composantes  $\pi_{xz}$  et  $\pi_{yz}$  sont nulles car elles sont induites par les fonctions de distribution  $f_2^1$  et  $f_2^{-1}$  qui s'annulent dans notre géométrie. En termes de coefficients de viscosité  $\eta_{0,1,3}$ , les composantes du tenseur se réécrivent comme [18] :

$$\begin{aligned} \pi_{xx} &= -\eta_0 \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) - \eta_1 \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}) - \eta_3 W_{xy}, \\ \pi_{yy} &= -\eta_0 \frac{1}{2} (W_{xx} + W_{yy}) - \eta_1 \frac{1}{2} (W_{yy} - W_{xx}) + \eta_3 W_{xy}, \\ \pi_{zz} &= -\eta_0 W_{zz} \text{ et } \pi_{xy} = -\eta_1 W_{xy} + \eta_3 \frac{1}{2} (W_{xx} - W_{yy}), \end{aligned} \quad (\text{II.47})$$

où le taux de déformation des vitesses  $W_{ij}$  est donné par l'Eq. (I.24). D'où :

$$\begin{aligned} \pi_{xx} &= -\eta_0 \frac{1}{3} \frac{\partial \delta V_x}{\partial x} - \eta_1 \frac{\partial \delta V_x}{\partial x}, & \pi_{xy} &= -\eta_3 \frac{\partial \delta V_x}{\partial x}, & \pi_{yy} &= -\eta_0 \frac{1}{3} \frac{\partial \delta V_x}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial \delta V_x}{\partial x}, \\ \pi_{zz} &= \eta_0 \frac{2}{3} \frac{\partial \delta V_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

Les coefficients de viscosité  $\eta_2$  et  $\eta_4$  ne sont pas calculés dans ce travail puisque ces derniers découlent de  $\pi_{xz}$  et de  $\pi_{yz}$  qui sont nulles. [On rappelle que dans une géométrie plus générale,  $\eta_2(2\Omega_e) = \eta_1(\Omega_e)$  et  $\eta_4(2\Omega_e) = \eta_3(\Omega_e)$  (voir [18]).]

A l'aide des fonctions de distribution normalisées, ces coefficients de viscosité s'écrivent :

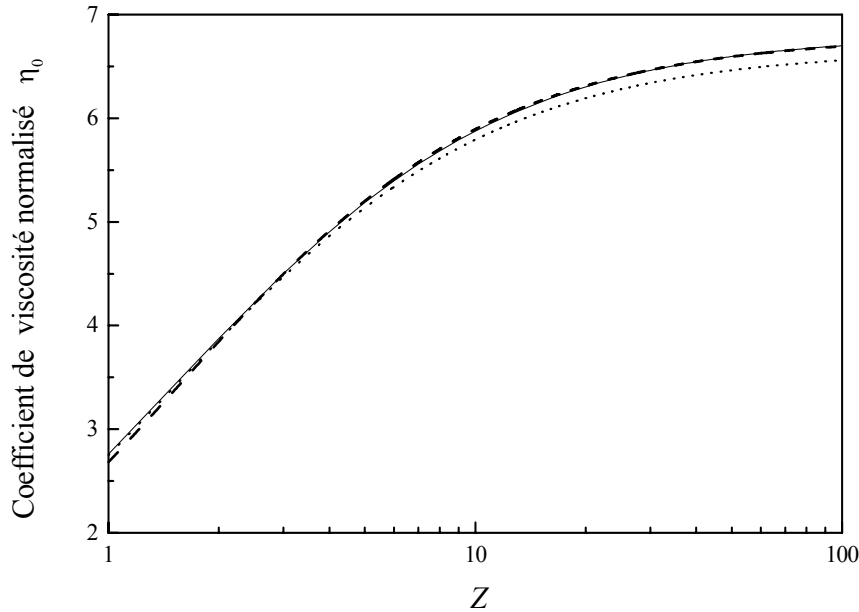
$$\frac{\eta_0}{nT\lambda_{ei}/v_t} = \frac{12}{\pi\sqrt{45}} \int_0^\infty y^4 f_2^0 dy \quad (\text{II.49})$$

$$\frac{\eta_1}{nT\lambda_{ei}/v_t} = -\frac{8}{2\pi\sqrt{30}} \int_0^\infty y^4 F_2^+ dy \quad (\text{II.50})$$

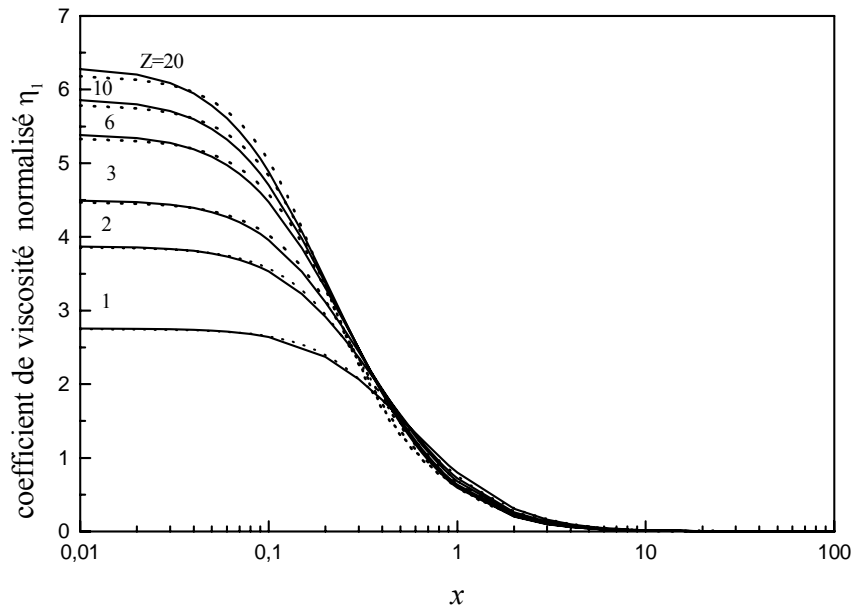
$$\frac{\eta_3}{nT\lambda_{ei}/v_t} = -\frac{4}{\pi\sqrt{30}} \int_0^\infty y^4 F_2^- dy \quad (\text{II.51})$$

$\eta_0$  est appelé viscosité parallèle et ne dépend pas du champ magnétique.  $\eta_1$  est appelée viscosité perpendiculaire.  $\eta_3$  est appelée gyroviscosité et son origine est similaire à celle de la conductivité thermique  $\kappa_\perp$  [voir Fig. (II.8)].

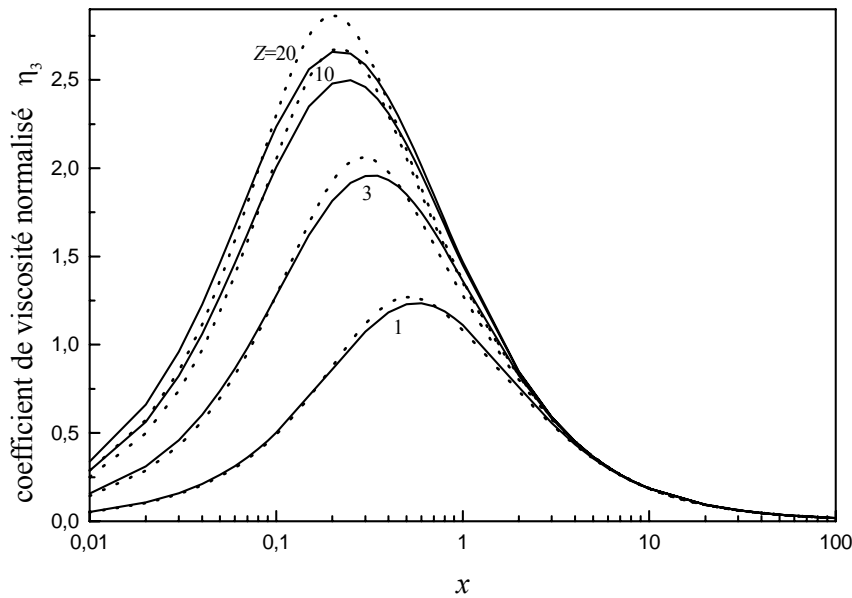
Les coefficients de viscosité électronique sont donnés dans les Figs. (II.9) - (II.11).



**Figure II.9 :** Coefficient de viscosité  $\eta_0$  normalisé par rapport à  $nT\lambda_{ei}/v_t$  en fonction du numéro atomique  $Z$  (trait plein). La courbe en tiret correspond à l'ajustement numérique (II.52), la courbe en pointillés correspond aux résultats analytiques [19].



**Figure II.10 :** Coefficient de viscosité  $\eta_1$  normalisé par rapport à  $nT\lambda_{ei}/v_t$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$  (traits pleins) pour différents numéros atomiques  $Z$ . Les courbes en pointillés correspondent aux résultats analytiques [19].



**Figure II.11 :** Coefficient de viscosité  $\eta_3$  normalisé par rapport à  $nT\lambda_{ei}/v_t$  (courbes en trait plein) en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$  pour différents numéros atomiques  $Z$ . Les courbes en pointillés correspondent aux résultats analytiques [19].

Nous observons dans les Figs. (II.9) - (II.11) que le coefficient de viscosité  $\eta_0$ ,  $\eta_1$  et  $\eta_3$  augmentent avec le numéro atomique  $Z$  et tendent à se saturer pour  $Z > 10$ . Nous remarquons, dans les figs. (II.10) et (II. 11), que le transport des quantités de mouvement perpendiculaire est là aussi, inhibé par le champ magnétique.

Nous mentionnons que les résultats de Braginskii pour  $Z = 1$ , ont été exactement retrouvés. Cependant, pour  $Z > 1$ , nos résultats sont originaux et ils viennent compléter et corriger les résultats de la littérature. En effet, pour  $0.2 < \Omega_e < 0.6$ , nous avons corrigé ces coefficients. En particulier, nous avons trouvé une différence de 6% pour  $2 < Z < 10$  et de 9% pour  $Z > 10$  par rapport aux résultats analytiques de Balescu [19]. Pour de faibles champs magnétiques  $\Omega_e \ll 1$  et de forts champs magnétiques  $\Omega_e \gg 1$ , les résultats analytiques ont été retrouvés [18, 19]. Donc, d'une façon générale et contrairement à la première anisotropie, la méthode de l'expansion polynomiale de Laguerre [18] et la méthode des 21 moments [19] s'adaptent bien pour le calcul des coefficients induits par la seconde anisotropie pour des  $Z$  et  $\Omega_e$  arbitraires.

A des fins pratiques, nous proposons des ajustements numériques relativement précis des coefficients de transport pour des champs magnétiques arbitraires et pour une large gamme des valeurs de  $Z$  représentés par les Tableaux (II.1) et (II.2) dans l'Appendice A à la fin de ce chapitre. Les expressions des ajustements sont ceux adoptés par Braginskii [18] et Epperlein et Haines [20].

Pour les coefficients induits par la première anisotropie de la fonction de distribution, nous proposons un nouvel ajustement numérique pour  $Z=1$  plus précis que celui donné dans la Réf. 20 (avec une précision meilleure que 2%). Nous donnons aussi d'autres ajustements numériques correspondant aux numéros atomiques  $Z=9,11,13,15-19$  [voir Tableau (II.1)].

Pour les coefficients de viscosité électronique, nous présentons dans le Tableau (II.2), les ajustements numériques de ces coefficients pour des  $Z$  et  $\Omega_e$  arbitraires. Ces résultats complètent ceux de Braginskii [18] pour les coefficients de transport électronique. De plus, nous proposons un ajustement numérique simple pour le coefficient de viscosité  $\eta_0$  par rapport au numéro atomique  $Z$ ,

$$\eta_0(Z) = \frac{6.79683 Z}{1.53411 + Z} nT \lambda_{ei} / v_t. \quad (\text{II.52})$$

Par ailleurs, nous avons effectué les calculs des coefficients de transport en ne gardant que la partie isotrope de l'opérateur de collision électron-électron correspondant à l'équation (II.9), de forme relativement plus simple (utilisée parfois dans la littérature à cause de sa simplicité) et nous avons trouvé de grandes différences pour les petites valeurs de  $Z$ . Par exemple, nous avons trouvé que  $\eta_0(Z=1) = 4.095$  au lieu de  $\eta_0(Z=1) = 2.75$ . Nous pouvons mentionner que pour la conductivité thermique, l'effet de la partie anisotrope du terme de collisions électron-électron est moins important puisque pour  $Z=1$ , la différence trouvée se situe autour de 2.5%. On peut alors conclure que l'opérateur de collision électron-électron doit être utilisé sous sa forme intégrale et que si on néglige la partie anisotrope, l'erreur qui en découle peut être importante.

### III. 2 Transport ionique

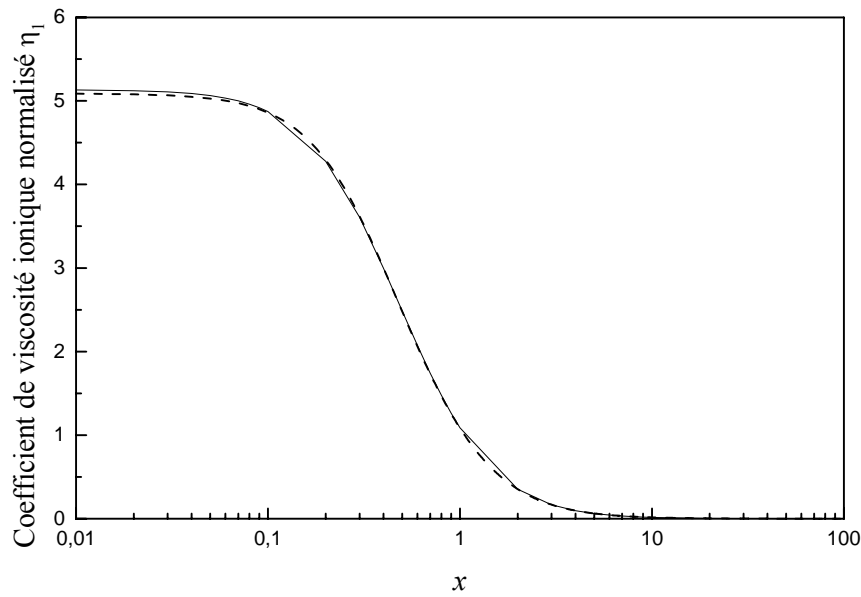
Nous avons calculé les coefficients de transport ionique en résolvant l'équation de Fokker-Planck ionique et en utilisant notre méthode numérique. Comme cela est montré dans la Réf. 18, l'équation de Fokker-Planck ionique contient seulement le terme de collision ion-ion  $C_{ii}$  qui a la même expression que celle donnée par les Eqs. (II.9) et (II.10) en remplaçant

la fréquence de collision électron-électron  $\frac{v_t}{Z\lambda_{ei}}$  par la fréquence de collision ion-ion  $\frac{v_{ti}}{\lambda_{ii}}$

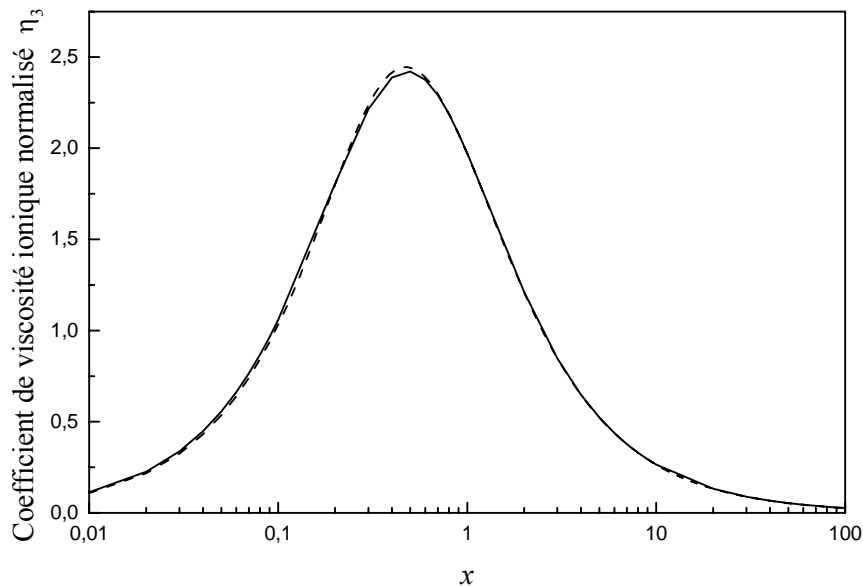
[18], et la Maxwellienne électronique  $F_M(n, T)$  par la Maxwellienne ionique  $F_M(n_i, T_i)$ . La

contribution des collisions ion-électron est négligeable puisque  $C_{ie} \sim \sqrt{m_e/m_i} C_{ii}$ . Dans ce cas, les coefficients de transport ionique ne dépendent pas explicitement du numéro atomique  $Z$ . Nous donnons seulement le calcul des coefficients de viscosité ionique qui sont particulièrement importants dans la physique des plasmas, puisqu'ils sont proportionnels à la masse des particules ( $\eta_{e,i} \sim \sqrt{m_{e,i}}$ ). Pour cela, nous résolvons numériquement les Eqs. (II.33)

en supprimant le terme de collision ion-électron. Les résultats obtenus sont donnés dans les Figs. (II.12) et (II.13). Nous notons encore une fois le très bon accord avec les résultats de Braginskii [18] représentés par les ajustements numériques.



**Figure II.12 :** Coefficient de viscosité ionique  $\eta_1$  normalisé par rapport à  $n_i T_i \lambda_{ii} / v_{ti}$  (trait plein) en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{1/9\pi} \Omega_i$ . La courbe en tiret correspond à l'ajustement numérique de Braginskii [18].



**Figure II.13 :** Coefficient de viscosité ionique  $\eta_3$  normalisé par rapport à  $n_i T_i \lambda_{ii} / v_{ti}$  en fonction du paramètre de Braginskii  $x = \sqrt{1/9\pi} \Omega_i$ . La courbe en tiret correspond à l'ajustement numérique de Braginskii [18].

#### IV. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle approche de résolution numérique de l'équation de FP pour déduire les coefficients de transport classique dans un plasma magnétisé. Pour cela, l'équation de FP est réduite à une série d'équations différentielles ordinaires couplées du premier ordre. Elle est résolue numériquement avec une méthode itérative. A l'opposé des méthodes numériques utilisées dans la littérature, basées sur une approche spécifique du problème, notre méthode utilise des méthodes numériques conventionnelles des EDO avec des conditions aux limites. La première et la seconde anisotropie de la FD ont été calculées pour des valeurs du champ magnétique arbitraires et pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$ . Tous les coefficients de transport électronique de Braginskii [18] ont été déduits. Les résultats obtenus pour les coefficients de transport induits par la première anisotropie coïncident avec ceux obtenus par Epperlein et Haines [20] qui utilisent une méthode plus directe pour la résolution d'équations intégral-différentielles. De plus, les coefficients de viscosité électronique (pour  $Z = 1$ ) et de viscosité ionique calculés par Braginskii [18] ont été retrouvés. A notre connaissance, aucun résultat n'a été établi par une approche numérique dans la littérature concernant la seconde anisotropie aussi bien pour des champs magnétiques nuls que finis. Les seuls résultats sur les coefficients de viscosité sont ceux de Braginskii [18] pour  $Z = 1$  et ceux de Balescu [19] pour des numéros atomiques arbitraires, par des méthodes de résolution analytiques approchées.

Dans ce travail, les coefficients de viscosité électronique pour  $Z > 1$  ont été calculés pour une large gamme des valeurs du champ magnétique ( $0 \leq \Omega_e \leq 100$ ). Ces résultats complètent et corrigent pour plusieurs valeurs de  $Z$ , les résultats des Réfs. 18 et 19.

A des fins pratiques, des ajustements numériques précis (précision meilleure que 2.5%) ont été proposés. Les ajustements numériques des six coefficients de transport induits par la première anisotropie, pour diverses valeurs de  $Z$ , qui ne sont pas rapportés dans la littérature ( $Z = 9, 11, 13, 15-20$ ), sont aussi établis. De façon similaire, les coefficients de viscosité électronique sont aussi ajustés numériquement pour une large gamme du numéro atomique ( $1 \leq Z \leq 80$ ).

## APPENDICE A

## Coefficients des ajustements numériques (fits) des coefficients de transport classiques

Z	1	9	11	13	15	16	17	18	19
$\alpha_0$	0.5071	0.3329	0.3266	0.3221	0.3215	0.3175	0.3164	0.3151	0.3141
$\alpha'_0$	235.80	49.911	47.024	44.858	44.874	43.516	43.840	40.782	39.884
$\alpha'_1$	11.582	8.9431	8.8494	8.7650	8.7959	8.7280	8.7580	8.4757	8.4179
$a'_0$	117.38	74.519	69.536	65.892	65.600	63.480	63.846	59.325	57.892
$a'_1$	477.42	43.967	42.514	41.343	41.505	40.703	40.951	38.325	38.190
$\alpha_{0\wedge}$	0.2090	0.6990	0.7310	0.7570	0.7820	0.7860	0.7970	0.8030	0.8110
$\alpha''_0$	1.8702	59.496	57.529	28.889	36.779	30.861	33.694	28.097	64.925
$\alpha''_1$	1.3065	1.8018	1.8159	1.6219	1.5662	1.6080	1.5948	1.5660	1.7412
$a''_0$	16.586	141.84	129.72	57.360	72.414	59.038	64.116	51.801	77.262
$a''_1$	17.423	643.12	616.77	285.92	377.83	308.50	342.02	279.97	712.71
$a''_2$	11.675	76.857	75.004	42.578	47.414	43.619	45.152	39.685	131.40
$\beta_0$	0.7006	1.2600	1.2931	1.3173	1.3361	1.3436	1.3541	1.3577	1.3632
$\beta'_0$	1.3289	0.1291	0.1033	0.0860	0.0716	0.0614	0.0577	0.0511	0.0389
$\beta'_1$	2.8400	2.7460	2.7895	2.8316	2.8753	2.8774	2.8089	2.9023	2.9002
$b'_0$	2.0137	0.0773	0.0585	0.0467	0.0375	0.0314	0.0291	0.0253	0.0186
$b'_1$	4.7902	1.7529	1.6778	1.6289	1.5926	1.5534	1.5518	1.5210	1.4724
$b'_2$	8.0982	8.6231	8.8543	9.0726	9.2861	9.3081	9.4517	9.4425	9.4416
$\beta_{0\wedge}$	0.9350	5.5490	6.0800	6.5000	6.8410	6.9110	7.1240	7.2460	7.8640
$\beta''_0$	3.5907	3.1698	3.3141	3.2573	3.2283	3.2200	3.1807	3.2004	3.2711
$\beta''_1$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
$b''_0$	3.8034	0.4957	0.4682	0.4285	0.4019	0.3919	0.3795	0.3746	0.3744
$b''_1$	5.3962	4.0957	4.3182	4.2322	4.1860	4.1757	4.1183	4.1451	4.2727
$b''_2$	8.2234	7.7486	7.9117	7.8505	7.8186	7.8110	7.7642	7.7920	7.8282
$\gamma_0$	3.1987	9.3241	9.8344	10.224	10.537	10.671	10.791	11.278	11.002
$\gamma'_0$	1.9776	0.4313	0.3728	0.3499	0.3222	0.3168	0.3271	0.2649	0.3256
$\gamma'_1$	4.495	3.39	3.27	3.24	3.23	3.23	3.227	3.22	3.22

$c'_0$	0.618	0.0455	0.0372	0.0335	0.0299	0.0290	0.0296	0.0230	0.0288
$c'_1$	1.3659	0.3930	0.3583	0.3442	0.3299	0.3272	0.3298	0.2981	0.3280
$c'_2$	3.5226	3.6100	3.4884	3.4856	3.4719	3.4775	3.5201	3.5009	3.5345
$\gamma_0$	5.9250	69.906	80.165	86.845	93.467	96.451	100.49	103.78	105.48
$\gamma''_0$	0.1678	0.1965	0.2058	0.2137	0.2156	0.2252	0.2888	0.2840	0.2308
$\gamma''_1$	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
$c''_0$	0.0298	0.0028	0.0025	0.0024	0.0022	0.0022	0.0034	0.0026	0.0021
$c''_1$	0.3540	0.0366	0.0341	0.0324	0.0310	0.0312	0.0414	0.0353	0.0302
$c''_2$	0.7062	0.4753	0.4718	0.4704	0.4669	0.4704	0.4948	0.5006	0.4689

**Tableau II.1 :** Coefficients des ajustements numériques des coefficients de transport classiques induits de la première anisotropie :

$$\alpha_{\perp} = 1 - (\alpha'_1 x + \alpha'_0) / (x^2 + a'_1 x + a'_0), \alpha_{\parallel} = x(\alpha''_1 x + \alpha''_0) / (x^3 + a''_2 x^2 + a''_1 x + a''_0)^{8/9}$$

$$\beta_{\perp} = (\beta'_1 x + \beta'_0) / (x^3 + b'_2 x^2 + b'_1 x + b'_0)^{8/9}, \beta_{\parallel} = x(\beta''_1 x + \beta''_0) / (x^3 + b''_2 x^2 + b''_1 x + b''_0)^{8/9}$$

$$\kappa_{\perp} = (\gamma'_1 x + \gamma'_0) / (x^3 + c'_2 x^2 + c'_1 x + c'_0), \kappa_{\parallel} = x(\gamma''_1 x + \gamma''_0) / (x^3 + c''_2 x^2 + c''_1 x + c''_0).$$

$x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$  correspond au paramètre de Braginskii.

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$
$c_1$	57649.2	551.1	10315.6	71.63	3480606.2	2883.5	6471.2	43.2
$c_2$	270503.2	7151.44	64442.2	1536.6	59079883.4	42396.6	74149.9	1359.5
$c_3$	82781.5	16154.7	36463.3	13299.1	208688.3	20180.9	26016.8	9477.1
$c_4$	137758.9	-897.5	20663.5	-4619.3	32406533.2	37055.1	42779.6	-327.9

**Tableau II.2 :** Ajustements numériques des coefficients de viscosité :  
 $\eta_1 = (e_1 x^2 + e_2) / (x^4 + e_3 x^2 + e_4)$  et  $\eta_3 = x(e_5 x^2 + e_6) / (x^4 + e_7 x^2 + e_8)$ . Les coefficients numériques  $e_i$  ( $i=1-8$ ) sont définis par les expressions  $e_i = (c_1 Z^2 + c_2) / (Z^4 + c_3 Z^2 + c_4)$  et  $x = \sqrt{2/9\pi}\Omega_e$  correspond au paramètre de Braginskii.

## **CHAPITRE III**

### ***CALCUL DES COEFFICIENTS DE TRANSPORT NON LOCAUX D'UN PLASMA MAGNETISE***

## I. INTRODUCTION

La forte dépendance du libre parcours moyen électron-ion  $\lambda_{ei}$  par rapport à l'énergie cinétique des particules, limite la validité des relations standard de transport local à des longueurs d'inhomogénéité  $L$  relativement importantes. La valeur de  $L$  doit être au moins 100 fois plus grande que le libre parcours moyen électron-ion pour que l'approche perturbative de Chapman-Enskog [37] soit valable. Cette condition est facilement violée dans les plasmas chauds produits par les lasers de grande puissance. De même, les plasmas magnétisés créés dans les laboratoires et ceux d'astrophysique se présentent parfois avec des valeurs du rapport  $\lambda_{ei} / L$  supérieures à  $10^{-2}$ .

Dans ce chapitre, nous présentons l'extension du modèle de transport classique dans les plasmas magnétisés [43] au transport non local. Nous calculons alors l'ensemble des coefficients de transport non locaux dans les plasmas magnétisés, totalement ionisés et perturbés par rapport à un état d'équilibre. Pour cela, l'équation de FP est résolue numériquement. Nous limitons notre analyse à de faibles inhomogénéités du plasma, *i.e.*,  $\lambda_{ei} / L < 1$ . Plus précisément, nous ne considérons dans l'équation de FP que les effets non locaux de l'ordre de  $(\lambda_{ei} / L)^2$  [46-48]. Dans la section II, nous allons présenter les équations de notre modèle théorique ainsi que la description de la méthode numérique utilisée. Dans la section III, nous présentons les résultats numériques obtenus et discutons leur interprétation physique. A des fins pratiques, nous proposons des ajustements numériques des coefficients de transport non locaux induits par la première anisotropie de la FD. Quelques propriétés des coefficients de transport sont également discutées ainsi que les effets 2D sur le transport non local. Enfin, nous terminons ce chapitre par une brève conclusion.

## II. EQUATIONS DE BASE

L'équation de transport de base utilisée dans ce travail est l'équation de FP électronique (II.4) établie dans le chapitre II. Nous rappelons les diverses approximations utilisées pour sa dérivation.

L'état du plasma est modélisé par un état d'équilibre global défini par la Maxwellienne  $F_M(v, n, T)$  et un état perturbé défini par  $\delta f(\vec{v}, x)$ , la FD perturbée. La géométrie adoptée se résume par les variables physiques suivantes :  $\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ ,  $\vec{B} = B \hat{z}$ ,

$\delta\vec{V} = \delta V(x)\hat{x}$ ,  $\delta T = \delta T(x)$  et  $\delta n = \delta n(x)$ . Enfin, l'équation (II.4) par commodité, a été écrite dans l'espace de Fourier ( $x \leftrightarrow k$ ).

Pour sa résolution, (voir chapitre II), nous la développons ainsi que la FD perturbée sur la base des harmoniques sphériques.

Dans le cas local, l'ordre de grandeur  $\left| \frac{\delta f_{n+1}}{\delta f_n} \right| \approx \varepsilon$  a été utilisé où  $\delta f_n$  désigne la composante de la FD d'ordre  $n$ . Ce qui a permis de négliger toutes les composantes  $\delta f_{n>1}$  pour le calcul de  $\delta f_1$  et les composantes  $\delta f_{n>2}$  pour le calcul de  $\delta f_2$ . Dans le cas non local, cette hypothèse de travail tombe en défaut. En effet, moins les collisions sont fréquentes et plus les composantes  $\delta f_n$  deviennent du même ordre de grandeur. Dans notre cas, nous nous intéressons au transport faiblement non local (approximation diffusive) qui prend en compte la première correction non locale, soit garder  $\delta f_2$  pour calculer  $\delta f_1$ . Cette hypothèse permet de décrire des plasmas très inhomogènes où typiquement  $\lambda_{ei}/L < 0.1$ . Ces plasmas correspondent à ceux créés dans les laboratoires dans le cadre de la fusion thermonucléaire. En outre, si on devait prendre en compte toutes les anisotropies, ce qui revient à décrire les plasmas quel que soit le régime de collision, il faudrait inverser l'opérateur de transport :  $T = (\vec{k} \cdot \vec{v} - C_{ei} - C_{ee})$  dans la base des harmoniques sphériques. Cette inversion à notre connaissance n'est pas facile à réaliser mathématiquement dans les plasmas magnétisés.

En résumé, nous limitons notre analyse à l'approximation diffusive, *i.e.*,  $k\lambda_{ei} < 1$ , (où  $k \approx 1/L$ ) et ceci conduit à limiter les développements de (II.16) à la seconde anisotropie ( $l = 2$ ), soit :

$$C_{ee}(f_0^0) - (ikv_t / \sqrt{3})yF_1^- = S_0^0(y) \quad (\text{III.1})$$

$$C_{ee}(F_1^+) + C_{ei}(F_1^+) + \omega_{ce}F_1^- + \sqrt{2}(ikv_t / \sqrt{5})yF_2^- = S_1^+(y) \quad (\text{III.2})$$

$$C_{ee}(F_1^-) + C_{ei}(F_1^-) - \omega_{ce}F_1^+ + 2(ikv_t / \sqrt{15})yf_2^0 - \sqrt{2}(ikv_t / \sqrt{5})yF_2^+ = S_1^-(y) + 2(ikv_t / \sqrt{3})yf_0^0 \quad (\text{III.3})$$

$$C_{ee}(F_2^+) + C_{ei}(F_2^+) + 2\omega_{ce}F_2^- - \sqrt{2}(ikv_t / \sqrt{5})yF_1^- = S_2^+(y) \quad (\text{III.4})$$

$$C_{ee}(F_2^-) + C_{ei}(F_2^-) - 2\omega_{ce}F_2^+ + \sqrt{2}(ikv_t / \sqrt{5})yF_1^+ = S_2^-(y) \quad (\text{III.5})$$

$$C_{ee}(f_2^0) + C_{ei}(f_2^0) + (ikv_t / \sqrt{15})yF_1^- = S_2^0(y). \quad (\text{III.6})$$

Les différents termes de source  $S_l^m$  sont définis par:

$$S_0^0(y) = \frac{4\sqrt{\pi}}{3} y^2 F_M(y) ik\delta V \quad (\text{III.7})$$

$$S_1^+(y) = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} y F_M(y) \frac{e\delta E_y}{m_e v_t} \quad (\text{III.8})$$

$$S_1^-(y) = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} y F_M(y) \frac{e\delta E_x}{m_e v_t} \quad (\text{III.9})$$

$$S_2^+(y) = \frac{8\sqrt{\pi}}{\sqrt{30}} y^2 F_M(y) ik\delta V \quad (\text{III.10})$$

$$S_2^-(y) = 0 \quad (\text{III.11})$$

$$S_2^0(y) = -\frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{45}} y^2 F_M(y) ik\delta V. \quad (\text{III.12})$$

Alors que dans l'approximation locale, la partie isotrope  $f_0^0$  de la FD correspond à la Maxwellienne perturbée [voir Eq. (II.27)], dans l'approximation non locale, elle doit être calculée au même titre que les autres composantes de la FD.

Pour résoudre le système d'équations (III.1) - (III.6), nous devons tenir compte des propriétés d'invariance de l'opérateur de collision électron-électron dans l'équation isotrope (III.1), *i.e.*,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 1, \frac{1}{2} m_e v^2 \right] C_{ee} [\delta f(\vec{v})] d\vec{v} = 0. \quad (\text{III.13})$$

La première propriété de (III.13) traduit tout simplement le fait que lors des collisions, il n'y a pas de création ou d'annihilation de particules. La deuxième propriété signifie qu'il y a conservation de l'énergie lors des collisions électron-électron. Ces contraintes nécessitent l'utilisation de l'opérateur de projection  $P$  et de son complément orthogonal  $Q$  qui projettent l'équation de FP dans un sous-espace qui assure les conditions de conservation (III.13). Ces opérateurs sont définis par les relations :

$$P [C_{ee}(F_M, \delta f) + C_{ee}(\delta f, F_M) + C_{ei}(F_M, \delta f)] = 0 \quad (\text{III.14})$$

$$P + Q = 1 \quad (\text{III.15})$$

$$PQ = 0 \quad (\text{III.16})$$

et assurent que la fonction isotrope  $f_0^0$  a les mêmes paramètres hydrodynamiques  $\delta n$  et  $\delta T$

$$\text{que la Maxwellienne perturbée } \delta f_M = \left[ \frac{\delta n}{n} + \left( y^2 - \frac{3}{2} \right) \frac{\delta T}{T} \right] F_M .$$

Leur expressions explicites ont été définies dans la Réf. 49, et s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} P[g(y)] = & \frac{\exp(-y^2)}{\Gamma(3/2)} \left[ 5 \int_0^\infty y^2 g(y) dy - 2 \int_0^\infty y^4 g(y) dy \right] + \\ & + \frac{y^2 \exp(-y^2)}{\Gamma(5/2)} \left[ -3 \int_0^\infty y^2 g(y) dy + 2 \int_0^\infty y^4 g(y) dy \right] \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

où  $g(y)$  est une fonction isotrope quelconque.

En multipliant l'équation (III.1) par l'opérateur de projection  $Q$ , nous obtenons l'équation suivante pour l'équation isotrope :

$$\begin{aligned} & \frac{v_t \Gamma(y^2, 3/2)}{2\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei} y^3} \frac{\partial^2 f_0^0}{\partial y^2} + \frac{v_t}{\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \left[ \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2y^4} \right) \Gamma(y^2, 3/2) + \frac{\exp(-y^2)}{y} \right] \frac{\partial f_0^0}{\partial y} + \\ & + \frac{4v_t \Gamma(y^2, 3/2)}{\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \exp(-y^2) f_0^0 - \frac{1}{\sqrt{3}} ik v_t y F_1^- = \\ & \frac{2\sqrt{2} v_t}{3\sqrt{\pi} Z \lambda_{ei}} \frac{\exp(-y^2)}{y} \times \int_y^\infty 2u \left( u^3 - \frac{3}{2}u - y^3 + \frac{3}{2}y \right) f_0^0 du + \\ & + \frac{2}{\sqrt{3}} ik v_t \left( {}^5\delta M_1^{-1} - {}^5\delta M_1^{+1} \right) \exp(-y^2) \left( \frac{1}{\Gamma(3/2)} - \frac{y^2}{\Gamma(5/2)} \right) \\ & + \frac{2}{\sqrt{3}} ik v_t \left( {}^3\delta M_1^{-1} - {}^3\delta M_1^{+1} \right) \exp(-y^2) \left( \frac{y^2}{\Gamma(3/2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{\Gamma(5/2)} \right) + S_T \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

où  ${}^n\delta M_l^m = \int_0^\infty y^n f_l^m dy$  et  $\Gamma(y, 3/2)$  est la fonction Gamma incomplète définie par  $\int_0^{y^2} t^{1/2} \exp(-t) dt$ . L'équation (III.18) correspond à l'équation isotrope (III.1) qui remplit les conditions d'invariance collisionnelle (III.13). La linéarisation de l'opérateur de collision électron-électron isotrope fait apparaître explicitement un terme de source thermique donné par l'expression suivante :

$$S_T = -\frac{v_t}{\sqrt{2Z}\lambda_{ei}} \frac{\delta T}{T} y^{-1} F_M. \quad (\text{III.19})$$

Nous notons que l'utilisation des opérateurs de projection qui est indispensable dans les plasmas semi-collisionnels est sans intérêt dans les plasmas collisionnels puisque dans ce cas,  $f_0^0$  est la Maxwellienne perturbée et par conséquent les propriétés d'invariance (III.13) sont automatiquement vérifiées.

### III. RESULTATS NUMERIQUES ET DISCUSSION

Dans cette section, nous allons d'abord exposer la méthode de résolution de l'équation de FP, puis définir tous les coefficients de transport non locaux induits par la première anisotropie de la FD. Nous allons représenter ces coefficients pour  $Z=1$  en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  et pour quelques valeurs du champ magnétique. D'une façon plus quantitative, les résultats numériques vont être représentés dans des tableaux sous forme d'ajustements numériques (fits). Enfin, il s'en suivra une discussion détaillée sur tous ces résultats.

#### III. 1 Méthode de résolution

Pour résoudre les équations intégral-différentielles couplées (III.2) - (III.6) et (III.18), nous utilisons l'approche numérique décrite dans la Réf. 43. Pour cela, l'équation de FP est réduite à un système d'équations différentielles ordinaires (EDO) couplées qui peuvent être résolues facilement d'une façon itérative en utilisant des méthodes numériques standard.

La procédure numérique utilisée consiste à considérer les contributions électron-électron, qui entraînent des intégrales et des termes non locaux, comme une perturbation par rapport aux autres termes de collision restants.

En appliquant le schéma itératif aux Eqs. (III.2) - (III.6) et (III.18), avec les opérateurs de collision de Landau donnés par les Eqs. (II.8) - (II.10), nous obtenons pour l'équation isotrope :

$$\begin{aligned}
& \frac{v_t \Gamma(y^2, 3/2)}{2\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei} y^3} \frac{\partial^2 (f_0^0)^{k+1}}{\partial y^2} + \frac{v_t}{\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \left[ \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2y^4} \right) \Gamma(y^2, 3/2) + \frac{\exp(-y^2)}{y} \right] \frac{\partial (f_0^0)^{k+1}}{\partial y} \\
& - \frac{4v_t}{\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \exp(-y^2) (f_0^0)^{k+1} - \frac{1}{\sqrt{3}} ikv_t y (F_1^-)^{k+1} \\
& = \frac{2\sqrt{2}v_t}{3\sqrt{\pi} Z \lambda_{ei}} \frac{\exp(-y^2)}{y} \times \int_y^\infty 2u \left( u^3 - \frac{3}{2}u - y^3 + \frac{3}{2}y \right) (f_0^0)^k du \\
& + \frac{1}{\sqrt{3}} ikv_t \left( {}^5\delta M_1^{-1} - {}^5\delta M_1^{+1} \right) \exp(-y^2) \left( \frac{1}{\Gamma(3/2)} - \frac{y^2}{\Gamma(5/2)} \right) \\
& + \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t \left( {}^3\delta M_1^{-1} - {}^3\delta M_1^{+1} \right) \exp(-y^2) \left( \frac{y^2}{\Gamma(3/2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{\Gamma(5/2)} - \frac{v_t}{\sqrt{2} Z \lambda_{ei}} \frac{\delta T}{T} y^{-1} F_M \right), \quad (III.20)
\end{aligned}$$

pour l'équation mettant en jeu la première anisotropie :

$$\begin{aligned}
& \frac{v_t}{2\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \frac{\Gamma(y^2, 3/2)}{y^3} \frac{\partial^2 (F_1^\pm)^{k+1}}{\partial y^2} + \\
& \frac{v_t}{\sqrt{2\pi} Z \lambda_{ei}} \left\{ \frac{\exp(-y^2)}{y} + \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2y^4} \right) \Gamma(y^2, 3/2) \right\} \frac{\partial (F_1^\pm)^{k+1}}{\partial y} + \\
& \frac{v_t}{2\sqrt{2} Z \lambda_{ei}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( 4 - \frac{1}{y^2} \right) \exp(-y^2) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{2y^5} - \frac{1}{y^3} \right) \Gamma(y^2, 3/2) - Z \frac{1}{y^3} \right\} (F_1^\pm)^{k+1} + \\
& \frac{v_t}{2\sqrt{2} Z \lambda_{ei}} a^\pm 2\sqrt{2} Z \Omega_e (F_1^\mp)^{k+1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} a^\pm ikv_t y (F_2^\mp)^{k+1} + \frac{2}{\sqrt{15}} b^\pm ikv_t y (f_2^0)^{k+1} \\
& - b^\pm \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y (f_0^0)^{k+1} = \frac{\sqrt{2}v_t}{\sqrt{\pi} Z \lambda_{ei}} \frac{1}{y^2} \exp(-y^2) \int_0^y \left( \frac{2}{3}u^3 - \frac{4}{5}u^5 \right) (F_1^\pm)^k du + \\
& + \frac{\sqrt{2}v_t}{\sqrt{\pi} Z \lambda_{ei}} \left( \frac{2}{3}y - \frac{4}{5}y^3 \right) \exp(-y^2) \int_y^{+\infty} (F_1^\pm)^k du + S_1^\pm(y), \quad (III.21)
\end{aligned}$$

et pour l'équation mettant en jeu la deuxième anisotropie :

$$\begin{aligned}
 & \frac{v_t}{2\sqrt{2\pi Z\lambda_{ei}}} \frac{\Gamma(y^2, 3/2)}{y^3} \frac{\partial^2 \left[ (f_2^0)^{k+1}, (F_2^\pm)^{k+1} \right]}{\partial y^2} + \\
 & \frac{v_t}{\sqrt{2\pi Z\lambda_{ei}}} \frac{\partial \left[ (f_2^0)^{k+1}, (F_2^\pm)^{k+1} \right]}{\partial y} \left[ \frac{\exp(-y^2)}{y} + \left( \frac{1}{y^2} - \frac{1}{2y^4} \right) \Gamma(y^2, 3/2) \right] + \\
 & \frac{v_t}{2\sqrt{2Z\lambda_{ei}}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( 4 - \frac{3}{y^2} \right) \exp(-y^2) + \frac{3}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{y^5} - \frac{2}{y^3} \right) \Gamma(y^2, 3/2) - Z \frac{3}{y^3} \right\} \left[ (f_2^0)^{k+1}, (F_2^\pm)^{k+1} \right] + \\
 & \frac{v_t}{2\sqrt{2}\lambda_{ei}} 2\sqrt{2}\Omega_e \left[ 0, \pm (F_2^\mp)^{k+1} \right] + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} ikv_t y \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} (F_1^-)^{k+1}, \pm (F_1^\mp)^{k+1} \right] \\
 & = -\frac{v_t}{\sqrt{2Z\lambda_{ei}}} \frac{48}{35\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-y^2)}{y^3} \int_0^y \left[ (f_2^0)^k, (F_2^\pm)^k \right] u^6 du \\
 & + \frac{v_t}{\sqrt{2Z\lambda_{ei}}} \frac{2}{15\sqrt{\pi}} \left( \frac{6}{y^3} + \frac{4}{y} \right) \exp(-y^2) \int_0^y \left[ (f_2^0)^k, (F_2^\pm)^k \right] u^4 du \\
 & + \frac{v_t}{\sqrt{2Z\lambda_{ei}}} \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) \int_y^\infty \left[ (f_2^0)^k, (F_2^\pm)^k \right] u du \\
 & + \frac{v_t}{\sqrt{2Z\lambda_{ei}}} \frac{4}{35\sqrt{\pi}} (7y^2 - 12y^4) \exp(-y^2) \int_y^\infty \left[ (f_2^0)^k, (F_2^\pm)^k \right] \frac{1}{u} du \\
 & + \left[ S_2^0(y), S_2^\pm(y) \right]. \tag{III.22}
 \end{aligned}$$

L'indice  $k=0,1,2,\dots$  se réfère à l'ordre de l'itération. Nous avons aussi utilisé les notations  $a^\pm = \pm 1$ ,  $b^+ = 0$  et  $b^- = 1$ .

Dans les Eqs. (III.20) - (III.22) les termes indicés par  $k$  qui font intervenir la composantes de la FD,  $F^k$ , sont fixés et donc constituent des termes de source pour les équations de  $F^{k+1}$ . Le calcul numérique a été effectué pour chaque terme de source proportionnel à  $\delta E_x$ ,  $\delta E_y$ ,  $ik\delta T$  et  $\delta V$ .

Le système d'équations intégro-différentielles (III.18), (III.2) - (III.6) devient un système de six équations couplées de premier ordre (III.20) - (III.22). L'itération initiale commence à partir des solutions locales ( $k\lambda_{ei} \rightarrow 0$ ) établies dans la Réf. 43, pour une valeur arbitraire du numéro atomique  $Z$ . Ensuite, nous augmentons progressivement le paramètre  $k\lambda_{ei}$  pour

calculer les solutions non locales. L'incrément utilisé qui assure la convergence du calcul itératif est  $\Delta k \lambda_{ei} \approx 10^{-2}$ . La résolution numérique des équations a été effectuée avec les conditions aux limites suivantes:  $f_0^0(y=0)=0$ ,  $f_0^0(y=y_{max})=0$ ,  $F_1^\pm(y=0)=0$ ,  $F_1^\pm(y=y_{max})=0$ ,  $f_2^0(y=0)=0$ ,  $f_2^0(y=y_{max})=0$ ,  $F_2^\pm(y=0)=0$  et  $F_2^\pm(y=y_{max})=0$ . Enfin, la valeur maximale du domaine d'intégration qui assure la précision désirée ( $< 1\%$ ) est  $y_{max} = 5$  et ceci pour des valeurs arbitraires de  $Z$  et  $\Omega_e$ .

### III. 2 Définition des coefficients de transport non locaux

Dans ce travail, nous avons calculé les quantités de transport induites par la première anisotropie de la FD, à savoir le transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\delta \bar{R}_{ei}$  et le flux de chaleur  $\delta \bar{q}$ . Nous rappelons leurs définitions:

$$\delta \bar{R}_{ei} = \int m_e \bar{v} C_{ei} (\delta f) d\bar{v} \quad (\text{III.23})$$

$$\delta \bar{q} = \int \frac{1}{2} m_e v^2 \bar{v} \delta f d\bar{v}, \quad (\text{III.24})$$

où  $\bar{v}$  est la vitesse aléatoire. En termes de potentiels thermodynamiques, elles s'écrivent comme:

$$\delta \bar{R}_{ei} = \bar{\alpha} \bar{j} / ne - n \bar{\beta}^R \nabla T - \bar{\gamma}^R \delta \bar{V} \quad (\text{III.25})$$

$$\delta \bar{q} = -\bar{\beta}^q \bar{j} T / e - \bar{k} \nabla T - \bar{\gamma}^q \delta \bar{V}, \quad (\text{III.26})$$

où dans le cas général, les coefficients de transport sont des tenseurs d'ordre 2, que sont la résistivité  $\bar{\alpha}$ , le coefficient de friction thermique  $\bar{\beta}^R$ , le coefficient de convection induit par le transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\bar{\gamma}^R$ , la conductivité thermoélectrique  $\bar{\beta}^q$ , la conductivité thermique  $\bar{k}$ , et le coefficient de convection induit par le flux de chaleur  $\bar{\gamma}^q$ . Notons que dans le cas du transport non local, nous ne pouvons pas appliquer la loi d'Ohm généralisée [Eq. (II.37)] puisque cette dernière est obtenue dans l'approximation locale, *i.e.*,  $f_0^0$  est une Maxwellienne.

Dans la géométrie adoptée dans ce travail, nous considérons que  $\delta \bar{V} = \delta V \hat{x}$  et le champ  $\bar{B}$  perpendiculaire aux gradients de l'espace donnés par  $\nabla T = dT / dx \hat{x}$  et  $\nabla n = dn / dx \hat{x}$ .

Dans ce cas, l'écriture explicite des tenseurs est la suivante :

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & -\alpha_{xy} & 0 \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\beta}^R = \begin{pmatrix} \beta_{xx}^R & 0 & 0 \\ \beta_{yx}^R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\gamma}^R = \begin{pmatrix} \gamma_{xx}^R & 0 & 0 \\ \gamma_{yx}^R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \bar{\beta}^q &= \begin{pmatrix} \beta_{xx}^q & -\beta_{xy}^q & 0 \\ \beta_{yx}^q & \beta_{yy}^q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{\kappa} = \begin{pmatrix} \kappa_{xx} & 0 & 0 \\ \kappa_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \bar{\gamma}^q = \begin{pmatrix} \gamma_{xx}^q & 0 & 0 \\ \gamma_{yx}^q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

En utilisant le développement de la FD sur la base des harmoniques sphériques, les quantités de transport se réécrivent comme suit :

$$\delta R_{eix} = -2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} m_e \frac{v_t^5}{\lambda_{ei}} \int_0^\infty F_1^- dy \quad (\text{III.28})$$

$$\delta R_{eiy} = -2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} m_e \frac{v_t^5}{\lambda_{ei}} \int_0^\infty F_1^+ dy \quad (\text{III.29})$$

$$\delta q_x = 4 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} m_e v_t^6 \int_0^\infty y^5 F_1^- dy \quad (\text{III.30})$$

$$\delta q_y = 4 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} m_e v_t^6 \int_0^\infty y^5 F_1^+ dy \quad (\text{III.31})$$

où  $F_1^\pm = F_1^\pm(\infty \delta E_x) + F_1^\pm(\infty \delta E_y) + F_1^\pm(\infty \delta T) + F_1^\pm(\infty \delta V)$ .

### III. 3 Résultats numériques et discussion

Pour illustrer nos résultats, nous présentons dans les Figs. (III.1) - (III.16) tous les coefficients de transport [Eqs. (III.27)] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$ , pour  $Z = 1$ , et pour quelques valeurs du champ magnétique. Le choix des faibles valeurs de  $Z$  est motivé par le fait que dans les expériences d'interaction laser-plasma, les cibles utilisées ont des numéros atomiques faibles. Nous rappelons que dans la littérature, étant donné la complexité mathématique des équations du problème, les coefficients de transport sont généralement calculés pour les grands  $Z$  [38].

Des résultats numériques sur les coefficients de transport sur une large gamme du numéro atomique  $Z$  et du champ magnétique  $\Omega_e$  sont présentés sous forme d'ajustements numériques, dans les tableaux (III.1) - (III.16) en Appendice B à la fin de ce chapitre.

Dans les Figs. (III.1) - (III.12), les coefficients de transport standard normalisés par rapport à leur valeur locale sont présentés afin de montrer le rôle des effets non locaux sur ces coefficients. En revanche, dans les Figs (III.13) - (III.16), nous avons représenté les nouveaux coefficients obtenus dans ce travail avec des normalisations conventionnelles.

Dans les Figs. (III.1) - (III.12), nous précisons que toutes les valeurs locales ont été retrouvées dans la limite collisionnelle pour  $k\lambda_{ei} = 10^{-5}$  et ceci quelles que soient les valeurs de  $Z$  et de  $\Omega_e$ . Typiquement, les effets non locaux deviennent sensibles à partir de  $k\lambda_{ei} > 10^{-3}$ .

Pour étudier le rôle intrinsèque des effets non locaux sur les coefficients de transport, nous avons présenté sur ces figures le cas où  $\vec{B}$  est négligeable ( $\Omega_e = 10^{-2}$ ). Nous avons en effet vérifié numériquement que pour  $\Omega_e \leq 10^{-2}$ , les résultats étaient quasiment identiques. Nous notons que ces effets ont tendance à réduire les coefficients de transport. Par exemple, pour la conductivité thermique  $\kappa_{xx}$ , les électrons qui contribuent de façon efficace au transport ont des vitesses de l'ordre de  $v \approx 3v_t$  [50]. Etant donné que le libre parcours moyen  $\lambda_{ei}$  varie en  $v^4$ , si  $\lambda_{ei}(v_t)/L = 10^{-3}$  pour les électrons thermiques, alors  $\lambda_{ei}(3v_t)/L = 10^{-1}$  pour les électrons rapides. Cela signifie que ces électrons sont faiblement collisionnels et par conséquent, ils transportent mal l'énergie thermique. Nous rappelons que le transport dans ces conditions dépend non seulement de la valeur locale de la température mais dépend également de la température dans une région définie par la longueur de délocalisation  $\lambda_D(x) \approx \sqrt{Z+1} \lambda_{ei}(x)$ .

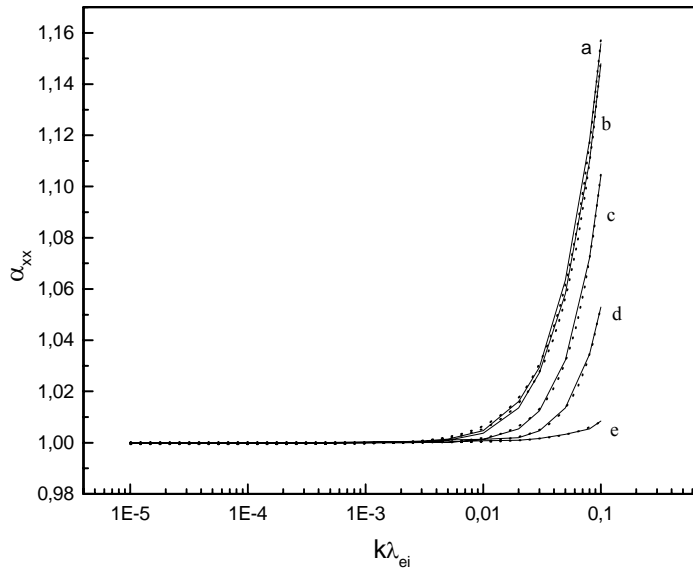
Nous allons maintenant étudier le rôle de  $\vec{B}$  dans le transport non local. En général, nous observons que le champ magnétique réduit les effets non locaux. En effet, l'étendue de la gamme des  $k\lambda_{ei}$  correspondant à l'approximation locale est plus large pour des champs magnétiques plus grands. Par exemple, pour le coefficient  $\alpha_{xx}$ , l'approximation locale est valable pour  $k\lambda_{ei} < 10^{-3}$  et  $k\lambda_{ei} < 10^{-2}$  pour  $\Omega_e = 10^{-2}$  et  $\Omega_e = 0.5$ , respectivement. Nous avons aussi trouvé que pour des champs magnétiques forts, plus précisément pour  $\Omega_e > 5$ , les valeurs numériques des coefficients de transport correspondent à leurs valeurs classiques [18-20, 43] avec une précision meilleure que 2% [voir Tableaux (III.1) - (III.16) dans l'Appendice B].

Physiquement, dans le cas de la conduction de chaleur, les électrons qui sont soumis à la force de Lorentz et qui se déplacent au voisinage d'un gradient de température vont être responsables de deux effets : le flux dans le sens du gradient est réduit, car le libre parcours moyen apparent est plus petit et un flux transverse au gradient et à  $\vec{B}$  apparaît (effet Righi-Leduc). La réduction du libre parcours moyen par le champ magnétique a un effet direct sur la délocalisation du flux de chaleur. Le champ magnétique tend à confiner les électrons autour des lignes de champ, réduisant ainsi leur libre parcours moyen et de la même façon, la longueur de délocalisation spatiale des coefficients de transport. Dans le cas de champs importants, la fonction de distribution redevient Maxwellienne et le flux de chaleur local. D'une façon générale, les résultats obtenus montrent que les effets magnétiques interagissent avec les effets non locaux et il est impossible de séparer avec précision ces deux effets.

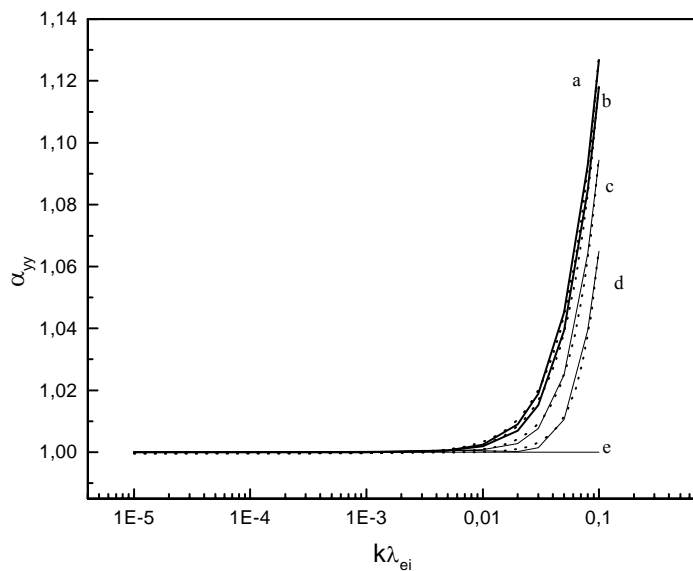
Notre étude numérique a mis en évidence de nouveaux coefficients de transport dus à la vitesse du fluide. Ce sont le coefficient de convection lié au transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\bar{\gamma}^R$  et le coefficient de convection lié au flux de chaleur  $\bar{\gamma}^q$  qui décrivent les processus de transport de la quantité de mouvement et de l'énergie thermique par le mouvement du fluide, respectivement.

Ces coefficients ne sont pas aussi importants en grandeur comparativement aux coefficients de transport standard puisqu'ils sont par construction même des quantités de l'ordre de  $(k\lambda_{ei})^2$ , mais ils pourraient devenir comparables aux autres coefficients dans les plasmas faiblement collisionnels [49] ( $k\lambda_{ei} > 1$ ). Nous pouvons observer dans les Fig (III.13) - (III.16) que ces coefficients sont tous négligeables pour  $k\lambda_{ei} \ll 1$ . Ils augmentent ensuite en intensité de façon monotone avec l'augmentation des effets non locaux ( $k\lambda_{ei} \uparrow$ ). A notre connaissance, dans le cas ( $k\lambda_{ei} > 1$ ), ces coefficients de transport ne sont pas calculés dans les plasmas magnétisés. Cependant, nous pouvons approximativement prévoir le comportement de  $\gamma_{xx}^q$  dans la limite non-collisionnelle et pour une valeur finie de  $B$ . Pour  $k\lambda_{ei} \gg 1$  et  $\vec{B} = 0$ , le coefficient  $\gamma_{xx}^q$ , tend asymptotiquement vers une constante  $\gamma_{xx}^q = \frac{2}{5}$  (voir Réf. 49).

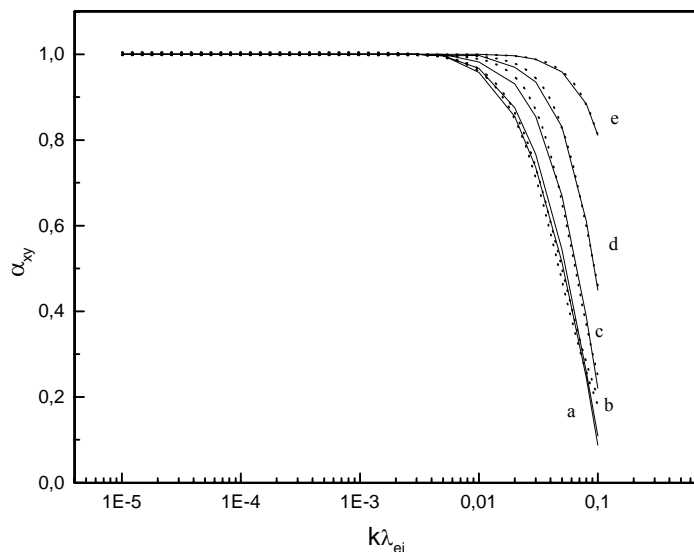
Puisque le champ magnétique réduit le transport, nous devrions nous attendre à ce que ce comportement asymptotique soit gardé mais la valeur asymptotique doit être réduite par  $\vec{B}$ .



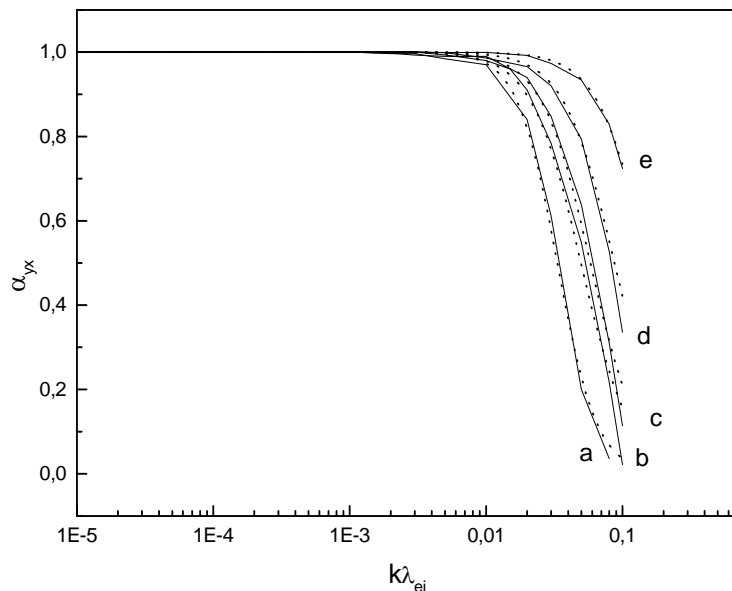
**Figure III.1 :** Résistivité  $\alpha_{xx}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et celles en pointillés aux ajustements numériques.



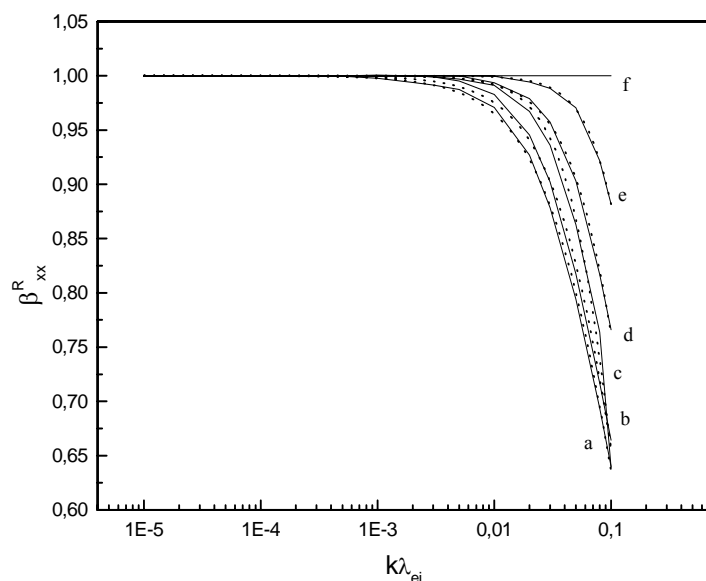
**Figure III.2 :** Résistivité  $\alpha_{yy}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d) et  $\Omega_e = 0.5$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



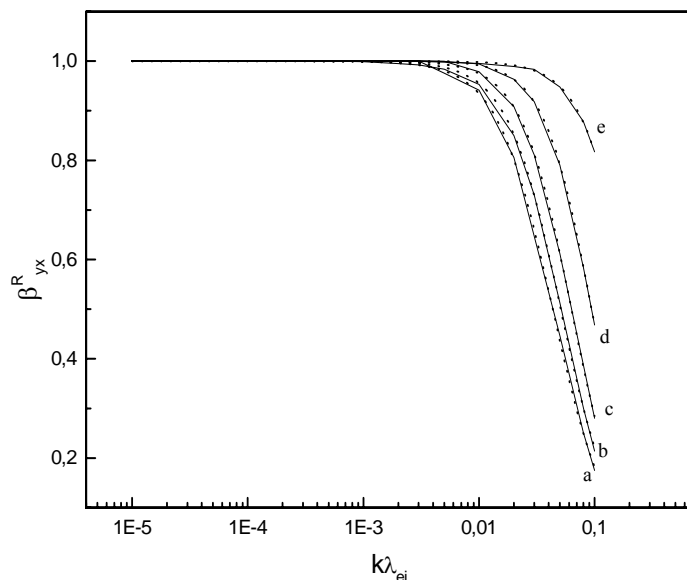
**Figure III.3 :** Résistivité  $\alpha_{xy}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



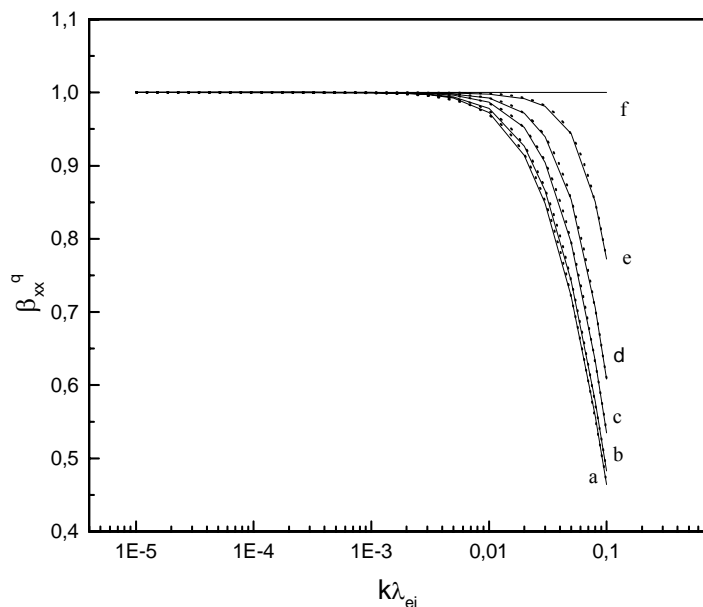
**Figure III.4 :** Résistivité  $\alpha_{yx}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.2$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c) et  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



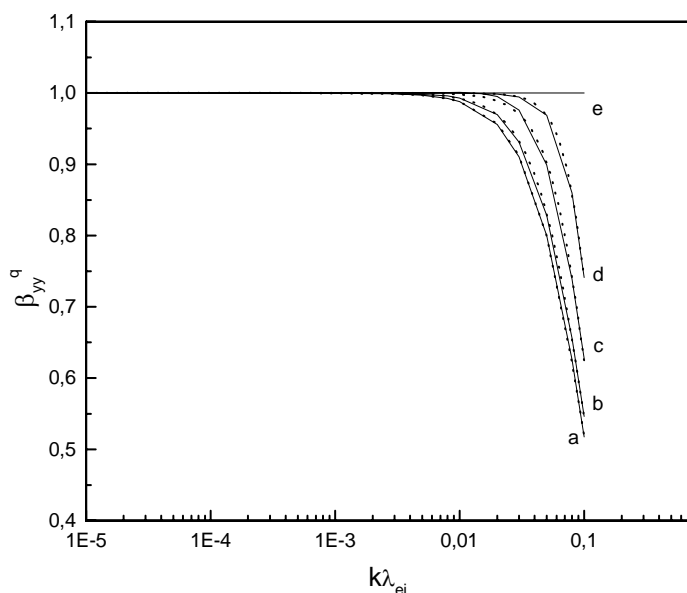
**Figure III.5 :** Coefficient de friction thermique  $\beta_{xx}^R$  normalisé par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



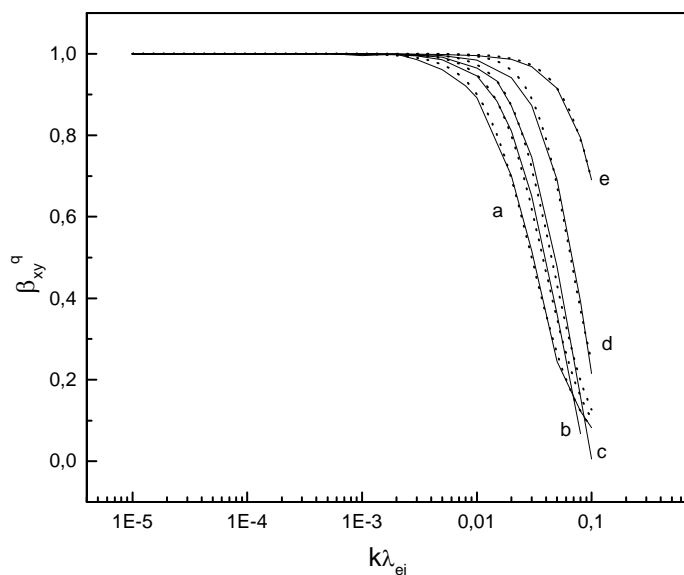
**Figure III.6 :** Coefficient de friction thermique  $\beta_{yx}^R$  normalisé par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.1$  (a),  $\Omega_e = 0.2$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



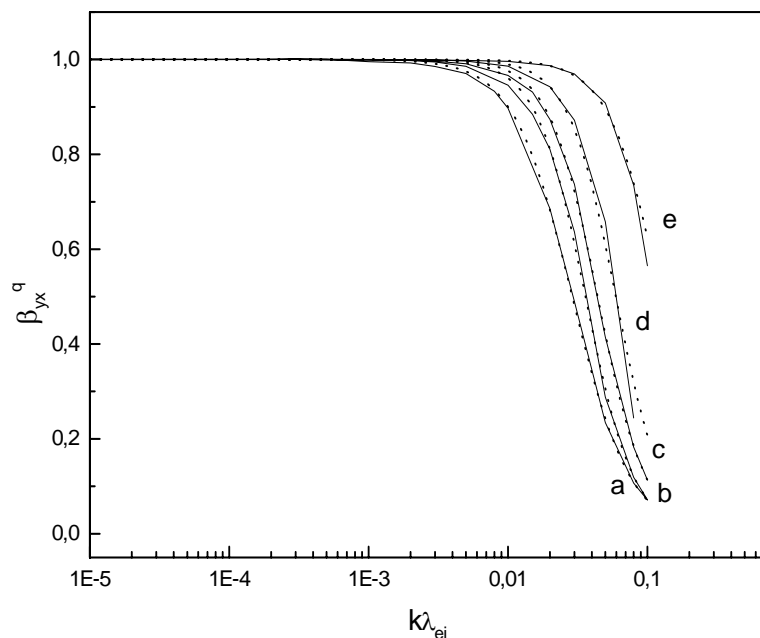
**Figure III.7 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{xx}^q$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



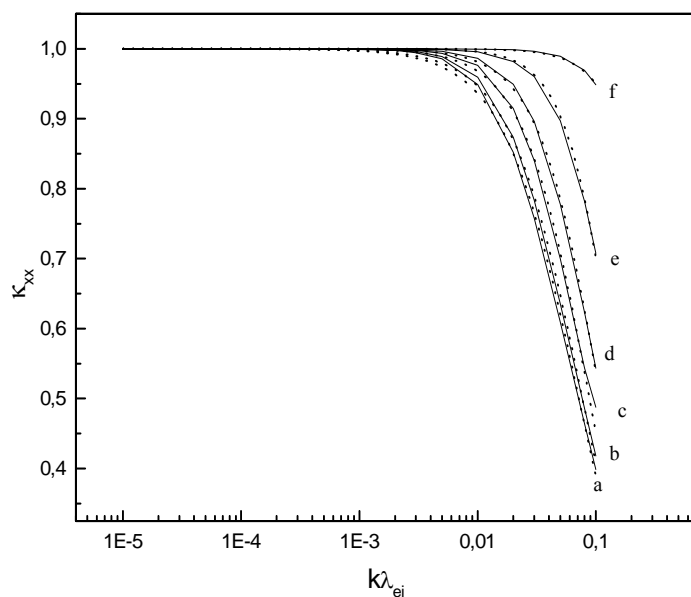
**Figure III.8 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{yy}^q$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d) et  $\Omega_e = 0.5$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



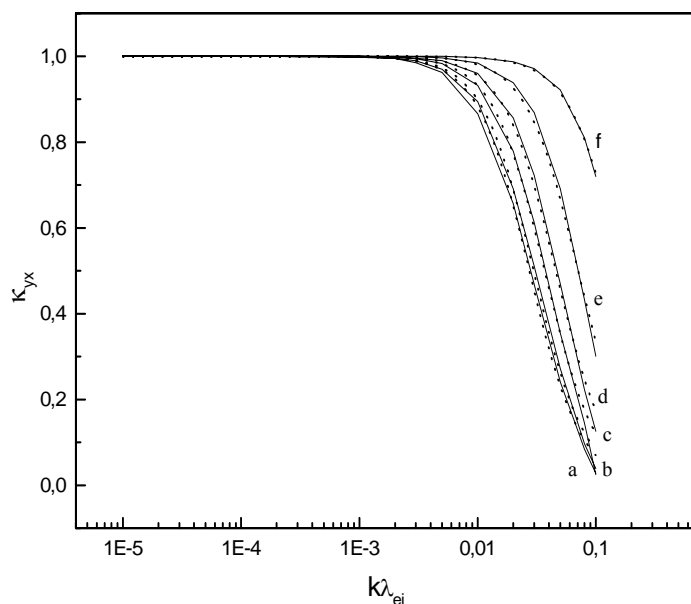
**Figure III.9 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{xy}^q$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.2$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



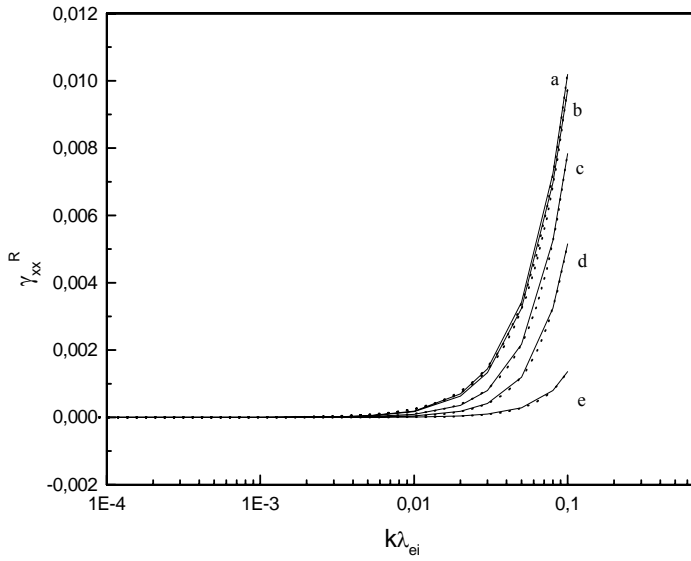
**Figure III.10 :** Conductivité thermoélectrique  $\beta_{yx}^q$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.2$  (b),  $\Omega_e = 0.3$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



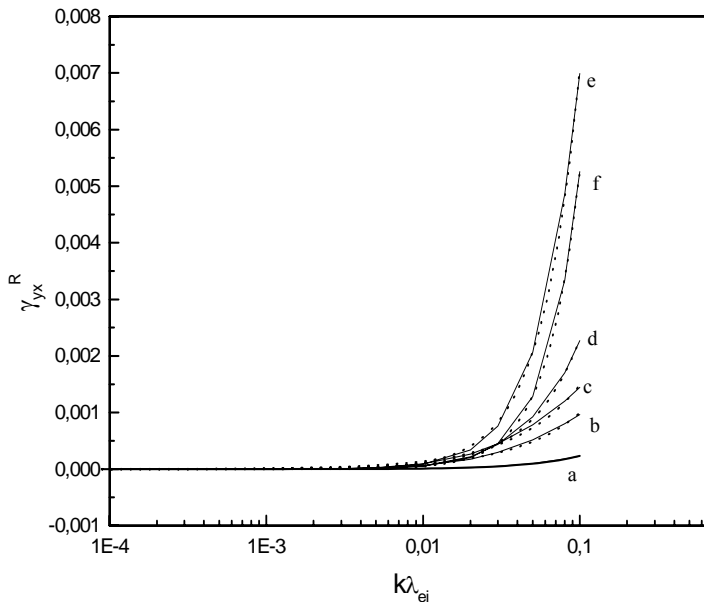
**Figure III.11 :** Conductivité thermique  $\kappa_{xx}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



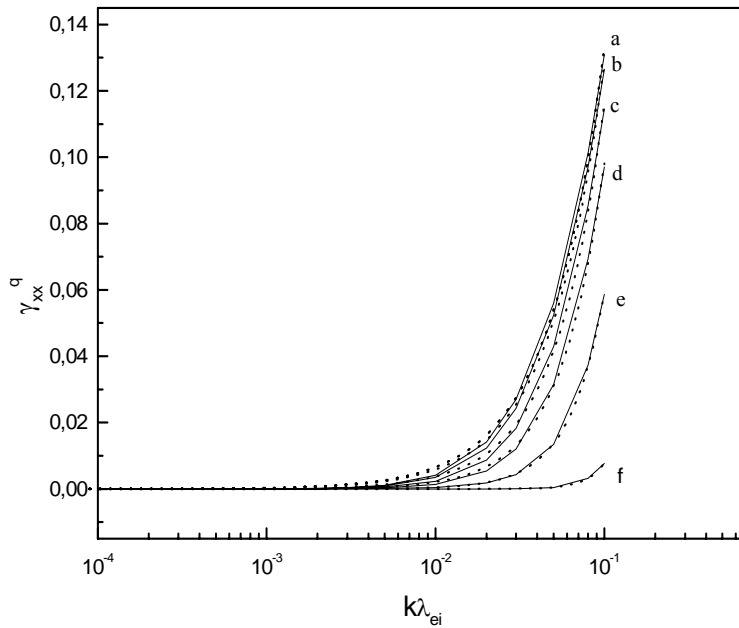
**Figure III.12 :** Conductivité thermique  $\kappa_{yx}$  normalisée par rapport à la valeur locale [43] en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.3$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



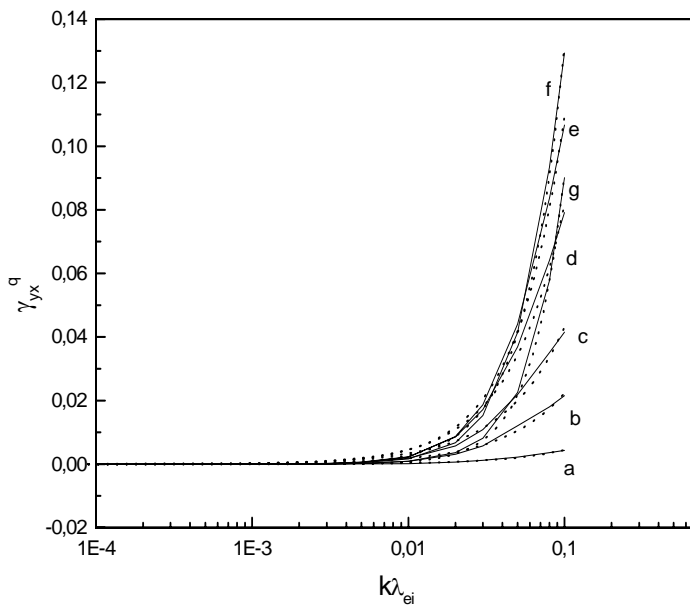
**Figure III.13 :** Coefficient de convection de transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\gamma_{xx}^R$  normalise par rapport à  $m_e n v_t / \lambda_{ei}$ , en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.1$  (b),  $\Omega_e = 0.2$  (c),  $\Omega_e = 0.5$  (d) et  $\Omega_e = 1$  (e). Le numéro atomique est  $Z=1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



**Figure III.14 :** Coefficient de convection de transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\gamma_{yx}^R$  normalise par rapport à  $m_e n v_t / \lambda_{ei}$ , en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.02$  (b),  $\Omega_e = 0.03$  (c),  $\Omega_e = 0.1$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z=1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés aux ajustements numériques.



**Figure III.15 :** Coefficient de convection de flux de chaleur  $\gamma_{xx}^q$  normalisé par rapport à  $nT$  en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.05$  (b),  $\Omega_e = 0.1$  (c),  $\Omega_e = 0.2$  (d),  $\Omega_e = 0.5$  (e) et  $\Omega_e = 1$  (f). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.



**Figure III.16 :** Coefficient de convection de flux de chaleur  $\gamma_{yx}^q$  normalisé par rapport à  $nT$  en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour  $\Omega_e = 0.01$  (a),  $\Omega_e = 0.05$  (b),  $\Omega_e = 0.1$  (c),  $\Omega_e = 0.2$  (d),  $\Omega_e = 0.3$  (e),  $\Omega_e = 0.5$  (f) et  $\Omega_e = 1$  (g). Le numéro atomique est  $Z = 1$ . Les courbes en trait plein correspondent aux résultats numériques et les courbes en pointillés correspondent aux ajustements numériques.

Dans les tableaux (III.1) - (III.16), représentés dans l'Appendice B, nous rapportons des résultats numériques quantitatifs sur tous les coefficients de transport pour plusieurs valeurs de  $Z$  et de  $\Omega_e$ . A des fins pratiques, les résultats sont présentés sous forme d'ajustements numériques faciles à utiliser dans les codes numériques. La précision des ajustements est toujours meilleure que 5% pour tous les coefficients de transport. Les ajustements proposés pour les coefficients de transport standard sont :

$$X_{nonlocal} = \frac{X_{local}}{1 + P_1(k\lambda_{ei})^{P_2}}, \quad (III.32)$$

et pour les nouveaux coefficients de transport non local :

$$X_{nonlocal} = P_1(k\lambda_{ei})^{P_2} \quad (III.33)$$

où  $P_1$  et  $P_2$  sont des facteurs numériques dépendant de  $Z$  et de  $\Omega_e$ . La forme des équations (III.32) et (III.33) permet de retrouver le cas collisionnel pour ( $k\lambda_{ei} \ll 1$ ). Dans les tableaux (III.1)-(III.16), nous avons fixé  $P_1 = 0$ , quand le transport est proche des valeurs locales avec une précision meilleure que 5%.

Nous avons aussi trouvé que, pour des valeurs de  $Z$  relativement faibles, les collisions électron-électron doivent être gardées dans la partie anisotrope de l'équation de FP. Si nous négligeons par exemple, les contributions des collisions électron-électron dans les Eqs. (III.2)-(III.6), pour la conductivité thermique  $K_{xx}$ , et en utilisant les données  $Z = 8$  et  $k\lambda_{ei} = 10^{-2}$ , nous trouvons une erreur autour de 34% pour  $\Omega_e = 10^{-2}$  et de l'ordre de 14% pour  $\Omega_e = 1$ .

### III. 4 Propriétés particulières des coefficients de transport non locaux dans les plasmas magnétisés

Dans le transport non local d'un plasma magnétisé, nous avons trouvé que la symétrie d'Onsager n'est pas vérifiée, c'est-à-dire  $\bar{\beta}^q \neq \bar{\beta}^R$ , plus précisément  $\beta_{xx}^q \neq \beta_{xx}^R$  [voir les Figs. (III.7) et (III.5)] et  $\beta_{yx}^q \neq \beta_{yx}^R$  [voir les Figs. (III.10) et (III.6)].

Nous avons aussi constaté que, contrairement au cas local, les tenseurs  $\bar{\alpha}$  et  $\bar{\beta}$  ne sont pas symétriques. La raison physique de cette asymétrie est due seulement à l'asymétrie introduite par la géométrie elle-même, puisqu'en effet, les directions  $x$  et  $y$  ne sont pas

équivalentes. Pour corroborer cette affirmation, nous avons calculé les composantes de la fonction de distribution correspondant au calcul de ces coefficients de transport, à savoir  $F_1^\pm(\infty \delta E_x)$  et  $F_1^\pm(\infty \delta E_y)$  dans l'approximation de Lorentz c'est-à-dire pour ( $Z \gg 1$ ), ce qui permet de négliger les contributions des collisions électron-électron dans les équations (III.2) - (III.6).

Par souci de simplicité, nous adoptons les notations suivantes :

$$F_1^\pm(\infty \delta E_x) \equiv F_{1x}^\pm, F_1^\pm(\infty \delta E_y) \equiv F_{1y}^\pm, f_0^0(\infty \delta E_x) \equiv f_{0x}^0 \text{ et } f_0^0(\infty \delta E_y) \equiv f_{0y}^0$$

Après quelques manipulations mathématiques du système d'équations (III.2) - (III.6), nous obtenons pour les composantes  $x$ , le système d'équations suivant :

$$\left( -1 - \frac{48k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \right) F_{1x}^+ + \left( \omega_{ce} - \frac{32k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \omega_{ce} \right) F_{1x}^- = 0 \quad (\text{III.34})$$

$$\left( -\omega_{ce} + \frac{32k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \omega_{ce} \right) F_{1x}^+ + \left( -1 - \frac{48k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} - \frac{4k^2 \lambda_{ei} v_t y^5}{45} \right) F_{1x}^- = S_1^-(y) + \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0x}^0 \quad (\text{III.35})$$

$$\text{Avec } \Delta = 9 + 32\Omega_e^2$$

Pour les composantes  $y$ , nous trouvons:

$$\left( -1 - \frac{48k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \right) F_{1y}^+ + \left( \omega_{ce} - \frac{32k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \omega_{ce} \right) F_{1y}^- = S_1^+(y) \quad (\text{III.36})$$

$$\left( -\omega_{ce} + \frac{32k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \omega_{ce} \right) F_{1y}^+ + \left( -1 - \frac{48k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} - \frac{4k^2 \lambda_{ei} v_t y^5}{45} \right) F_{1y}^- = \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0y}^0 \quad (\text{III.37})$$

$$\text{En posant } A = \left( -1 - \frac{48k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \right), B = \left( \omega_{ce} - \frac{32k^2 \lambda_{ei}^2 y^8}{5\Delta} \omega_{ce} \right), \theta = \left( -\frac{4k^2 \lambda_{ei} v_t y^5}{45} \right)$$

Les solutions de ces systèmes sont aisément obtenues :

$$F_{1x}^+ = -B \left( S_1^-(y) + \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0x}^0 \right) / \Delta', F_{1y}^- = BS_1^+(y) / \Delta' + A \left( \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0y}^0 \right) / \Delta' \quad (\text{III.38})$$

$$F_{1x}^- = A \left( S_1^-(y) + \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0x}^0 \right) / \Delta', F_{1y}^+ = (A + \theta) S_1^+(y) / \Delta' - B \left( \frac{2}{\sqrt{3}} ikv_t y f_{0y}^0 \right) / \Delta' \quad (\text{III.39})$$

Avec  $\Delta' = A(A + \theta) + B^2$ .

A partir des équations (III.38) et (III.39),  $F_{1x}^+$ ,  $F_{1y}^-$  peuvent s'écrire comme :  $F_{1x}^+ = -a_1 \delta E_x - ik v_t a_2 f_{0x}^0$  et  $F_{1y}^- = a_1 \delta E_y - ik v_t a_3 f_{0y}^0$  et  $F_{1x}^-$ ,  $F_{1y}^+$  comme :  $F_{1x}^- = b_1 \delta E_x - ik v_t b_2 f_{0x}^0$  et  $F_{1y}^+ = b_1 \delta E_y - ik v_t b_3 f_{0y}^0$ , où les coefficients  $a_{1-3}$  et  $b_{1-3}$  sont des fonctions scalaires de la vitesse normalisée  $y$ .

Les coefficients  $a_1$  et  $b_1$  incluent les contributions locale et non locale alors que les coefficients  $a_{2,3}$  et  $b_{2,3}$  incluent seulement des contributions non locales. Il est évident que dans l'approximation locale, nous retrouvons la symétrie  $F_{1x}^+ = -F_{1y}^-$  et  $F_{1x}^- = F_{1y}^+$  et donc la symétrie des coefficients tensoriels, *i.e.*,  $\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{\perp}$ ,  $\alpha_{xy} = \alpha_{yx} = \alpha_{\wedge}$ ,  $\beta_{xx} = \beta_{yy} = \beta_{\perp}$  et  $\beta_{xy} = \beta_{yx} = \beta_{\wedge}$ .

Dans l'approximation non locale, nous trouvons bien que la symétrie n'est pas vérifiée. Cependant nous pouvons séparer les composantes des coefficients non locaux  $\bar{\alpha}$  et  $\bar{\beta}$  en une partie symétrique (proportionnelle à  $a_1$  et  $b_1$ ) incluant les effets locaux et des effets non locaux et une partie asymétrique (proportionnelle à  $a_{2,3}$  et  $b_{2,3}$ ) qui est purement non locale. Cette dernière contribution n'a pas d'équivalent dans l'approximation locale et on peut considérer qu'elle va induire de nouveaux coefficients de transport non locaux par comparaison aux résultats classiques.

### III. 5 Effets 2D sur les coefficients de transport

Une géométrie plus générale pourrait être traitée dans ce type de problème à savoir garder l'inhomogénéité selon la direction perpendiculaire à  $\vec{B}$  et appliquer une autre inhomogénéité parallèle à  $\vec{B}$  :  $\vec{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ ,  $\vec{\nabla} \delta T = \left( \frac{\partial \delta T}{\partial x}, 0, \frac{\partial \delta T}{\partial z} \right)$ ,  $\delta \vec{V} = (\delta V_x, 0, \delta V_z)$  et  $\delta \vec{E} = (\delta E_x, \delta E_y, \delta E_z)$ .

L'extension de nos résultats à cette géométrie est au-delà du cadre de ce travail. Cependant, nous allons dans ce paragraphe, mettre en évidence de façon qualitative les effets intrinsèques à la géométrie 2D.

Dans cette géométrie, on note l'apparition de nouvelles composantes de la FD qui sont  $f_1^0$ ,  $f_2^{+1}$  et  $f_2^{-1}$ . Le terme responsable de l'apparition de ces composantes est le terme de transport  $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} f$  dans l'équation de FP. Explicitons ce terme dans la base des harmoniques sphériques :

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f = & \frac{1}{\sqrt{2}} ik_{\perp} v_t y \left[ \sqrt{\frac{(l-m+1)(l-m+2)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{l+1}^{m-1} + \sqrt{\frac{(l-m)(l-m-1)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{l-1}^{m+1} \right. \\ & \left. - \sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{l-1}^{m-1} - \sqrt{\frac{(l+m+2)(l+m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{l+1}^{m+1} \right] \\ & + ik_{\parallel} v_t y \left[ \sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{l+1}^m + \sqrt{\frac{(l-m)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{l-1}^m \right] \end{aligned}$$

(III.40)

Le second terme de l'équation (III.40) prend en compte l'inhomogénéité parallèle à  $\vec{B}$ . En gardant les termes dominants ( $\approx (k\lambda_{ei})^2$ ), le nouveau système d'équations qui décrit le transport non local diffusif devient :

$$C_{ee}(f_0^0) - (ik_{\perp} v_t / \sqrt{3}) y F_1^{-1} - (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/3}) y f_0^1 = S_0^0(y) \quad (\text{III.41})$$

$$C_{ee}(F_1^{+1}) + C_{ei}(F_1^{+1}) + \omega_{ce} F_1^{-1} + (ik_{\perp} v_t \sqrt{2/5}) y F_2^{-2} - (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/5}) y F_2^{+1} = S_1^{+1}(y) \quad (\text{III.42})$$

$$\begin{aligned} C_{ee}(F_1^{-1}) + C_{ei}(F_1^{-1}) - \omega_{ce} F_1^{+1} + (2ik_{\perp} v_t / \sqrt{15}) y f_2^0 - (ik_{\perp} v_t \sqrt{2/5}) y F_2^{+2} \\ + (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/5}) y F_2^{-1} = S_1^{-1}(y) + (2ik_{\perp} v_t / \sqrt{3}) y f_0^0 \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

$$C_{ee}(f_1^0) + C_{ei}(f_1^0) - (ik_{\perp} v_t / \sqrt{5}) y F_2^{-1} - (2ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/15}) y f_2^0 - (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/3}) y f_0^0 = S_1^0(y) \quad (\text{III.44})$$

$$C_{ee}(F_2^{+1}) + C_{ei}(F_2^{+1}) + \omega_{ce} F_2^{-1} - (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/5}) y F_1^{+1} = 0 \quad (\text{III.45})$$

$$C_{ee}(F_2^{-1}) + C_{ei}(F_2^{-1}) - \omega_{ce} F_2^{+1} - (ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/5}) y F_1^{-1} - 2ik_{\perp} v_t / \sqrt{5} y f_0^1 = 0 \quad (\text{III.46})$$

$$C_{ee}(F_2^{+2}) + C_{ei}(F_2^{+2}) + 2\omega_{ce} F_2^{-2} - (ik_{\perp} v_t \sqrt{2/5}) y F_1^{-1} = S_2^{+2}(y) \quad (\text{III.47})$$

$$C_{ee}(F_2^{-2}) + C_{ei}(F_2^{-2}) - 2\omega_{ce} F_2^{+2} + (ik_{\perp} v_t \sqrt{2/5}) y F_1^{+1} = S_2^{-2}(y) \quad (\text{III.48})$$

$$C_{ee}(f_2^0) + C_{ei}(f_2^0) + (ik_{\perp} v_t / \sqrt{15}) y F_1^{-1} + (2ik_{\parallel} v_t \sqrt{2/15}) y f_1^0 = S_2^0(y), \quad (\text{III.49})$$

$$\text{où } S_1^0(y) = \frac{2\sqrt{2}\pi}{\sqrt{3}} y F_M(y) \frac{e\delta E_z}{mv_t}$$

et où les notations suivantes sont utilisées :

$$F_1^{+1} = -i(f_1^{+1} + f_1^{-1}), \quad F_1^{-1} = f_1^{-1} - f_1^{+1}, \quad F_2^{+2} = (f_2^{-2} + f_2^{+2}), \quad F_2^{-2} = i(f_2^{-2} - f_2^{+2}), \\ F_2^{-1} = f_2^{-1} - f_2^{+1}, \text{ et } F_2^{+1} = -i(f_2^{+1} + f_2^{-1}).$$

L'analyse grossière des équations (III.41) - (III.49) montre que les composantes qui décrivent le transport transverse à  $\vec{B}$  vont dépendre aussi bien de  $k_\perp$  (comme précédemment) que de  $k_\parallel$ . De même, de nouvelles composantes dans les tenseurs vont faire leur apparition (voir Appendice C).

L'originalité de ce modèle est, de notre point de vue, l'apparition de phénomènes de transport dans la direction parallèle à  $\vec{B}$  et dépendant de l'intensité de ce dernier. Les coefficients de transport responsables de cet effet sont  $\alpha_{zz}$ ,  $\beta_{zz}^R$ ,  $\gamma_{zz}^R$ ,  $\kappa_{zz}$ ,  $\beta_{zz}^q$ ,  $\gamma_{zz}^q$  (voir Appendice C). Mentionnons que dans le cas local [18], le transport parallèle n'est pas altéré par les effets 2D. Ce qui n'est pas vrai en général pour le transport non local, excepté pour le cas spécial où la direction de l'inhomogénéité est uniquement le long du champ magnétique ( $\vec{k} \equiv \vec{k}_\parallel$ ) [38]. Ce cas est similaire au cas du transport non local sans champ magnétique.

Pour exhiber les effets de  $k_\parallel$  sur le transport, nous avons calculé analytiquement dans l'approximation de Lorentz et en modélisant l'opérateur de collision électron-électron par l'opérateur de relaxation de Krook dans l'Eq. (III.41), le coefficient de conductivité électrique  $\sigma_{zz}$  (inverse de la résistivité) qui s'exprime en fonction de la composante  $f_1^0$  et s'écrit comme  $\sigma_{zz} = J_z / \delta E_z$  où  $J_z = -8\sqrt{\pi/3}v_t^4 e \int_0^\infty f_1^0 y^3 dy$  est la densité de courant.

En résolvant le système d'équations (III.41) - (III.49), nous trouvons l'expression suivante :

$$f_1^0(\infty \delta E_z) = \left[ -S_1^0(y) 2\sqrt{2}y^3 \lambda_{ei} / v_t \right] \left[ \begin{array}{l} 1 + (64/45)y^8 k_\parallel^2 \lambda_{ei}^2 - (48/45)y^8 k_\perp^2 \lambda_{ei}^2 / [1 + (8/9)\Omega_e^2 y^6] \\ + (4/\sqrt{3})y^5 k_\parallel^2 \lambda_{ei}^2 / \tilde{v}_{ee} \end{array} \right] \quad (\text{III.50})$$

où  $\tilde{\nu}_{ee} = \sqrt{4\pi}v_{ee}\lambda_{ei}/v_t$  et  $\nu_{ee}$  est la fréquence de collision électron-électron. Les détails de calcul sont donnés dans l'Appendice C. Ce résultat montre que la conductivité électrique  $\sigma_{zz}$  qui s'exprime en fonction  $f_1^0$  est un coefficient qui dépend bien du champ magnétique à travers le terme  $(48/45)\left[S_1^0(y)2\sqrt{2}y^{11}\lambda_{ei}/v_t\right] \left[k_{\perp}^2\lambda_{ei}^2/[1+(8/9)\Omega_e^2y^6]\right]$  dans (III.50).

Dans le cas du transport longitudinal où  $(\vec{k} \equiv \vec{k}_{\parallel})$  :

$$f_1^0 = \left[-S_1^0(y)2\sqrt{2}y^3\lambda_{ei}/v_t\right] \left[1+(64/45)y^8k_{\parallel}^2\lambda_{ei}^2 + (4/\sqrt{3})y^5k_{\parallel}^2\lambda_{ei}^2/\tilde{\nu}_{ee}\right] \quad (\text{III.51})$$

et on voit bien que  $f_1^0$  ne dépend pas de  $\Omega_e$  et on retrouve le transport non local sans champ magnétique [39].

#### IV CONCLUSION

Dans ce chapitre, les coefficients de transport non local dans les plasmas magnétisés ont été calculés dans l'approximation diffusivo en résolvant numériquement l'équation de FP perturbée [46-48]. La procédure numérique est la même que celle développée dans la Réf. 43 basée sur un schéma itératif. Les contributions importantes obtenues dans ce travail sont les suivantes:

Les collisions électron-électron sont gardées jusqu' à la seconde anisotropie de l'équation de FP. D'où nous pouvons considérer que nos résultats sont valables pour des numéros atomiques arbitraires.

Des ajustements numériques précis des coefficients de transport ont été proposés en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour différentes valeurs du paramètre de Hall  $\Omega_e$  et du numéro atomique  $Z$ . Ces résultats étendent la validité des ajustements numériques déduits dans les travaux cités dans les références [20] et [43] au régime non local.

De nouveaux coefficients de transport sont mis en évidence qui peuvent être comparables aux coefficients de transport standard si  $k\lambda_{ei} \approx 1$ .

Les effets combinés de la non localité du transport et du champ magnétique sont étudiés et discutés dans ce travail.

## APPENDICE B

**Tableaux des coefficients des ajustements numériques (fits) des coefficients de transport non locaux**

$Z \rightarrow$										
$\Omega_e \downarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	3.600	4.623	4.997	4.957	5.510	5.038	4.840	5.231	4.700
	P2	1.359	1.202	1.122	1.054	1.022	0.938	0.896	0.895	0.849
0.1	P1	3.788	5.437	6.116	6.397	7.522	6.560	6.556	6.615	5.193
	P2	1.405	1.307	1.241	1.216	1.219	1.125	1.115	1.093	1.006
0.2	P1	4.172	6.697	7.616	10.396	9.231	10.559	10.522	9.099	9.128
	P2	1.483	1.509	1.463	1.557	1.508	1.483	1.471	1.401	1.401
0.3	P1	5.585	10.525	13.524	14.845	14.347	18.871	16.994	9.430	17.934
	P2	1.727	1.841	1.883	1.891	1.840	1.936	1.856	1.634	1.855
0.5	P1	4.933	23.520	9.822	26.021	22.651	15.036	16.989	7.883	18.894
	P2	1.937	2.559	2.151	2.586	2.483	2.343	2.276	1.998	2.437
1	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Tableau III.1** : Coefficients des ajustements numériques de la résistivité  $\alpha_{xx}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\alpha_{xx} = 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2}$ .

$Z \rightarrow$										
$\Omega_e \downarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	4.450	5.527	6.092	6.310	6.636	6.935	7.009	6.988	7.136
	P2	1.541	1.357	1.280	1.229	1.177	1.141	1.116	1.092	1.087
0.1	P1	5.122	5.579	9.406	9.336	19.629	14.604	13.906	15.906	15.729
	P2	1.633	1.546	1.532	1.479	1.694	1.025	1.530	1.572	1.559
0.2	P1	8.197	23.74	37.414	45.166	55.252	83.169	477.9	0	0
	P2	1.933	2.180	2.310	2.362	2.090	2.580	3.340	----	----
0.3	P1	21.51	224.48	1907.7	1927.9	23896.5	0	0	0	0
	P2	2.515	3.421	4.341	4.370	5.489	----	----	----	----
0.5	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Tableau III.2** : Coefficients des ajustements numériques de la résistivité  $\alpha_{yy}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\alpha_{xx} = 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2}$ .

$\Omega_e \downarrow$	$Z \rightarrow$	1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	449.22	1012.3	959.26	1629.0	1203.3	1237.1	3381.8	1115.8	2552.5
	P2	2.000	2.000	1.830	2.000	1.574	1.740	1.911	1.610	1.702
0.1	P1	400.21	790.13	1072.9	1265.4	611.32	1612.2	1379.0	1320.0	699.52
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	1.785	2.000	2.000	1.920	1.701
0.2	P1	315.15	499.25	575.21	620.82	524.42	743.06	698.74	748.56	856.51
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	1.970	2.000	2.000	2.000	2.000
0.3	P1	240.13	3214.7	5471.2	6686.7	7321.2	6698.6	2221.2	890.22	819.72
	P2	2.000	2.820	2.961	3.007	3.011	2.961	2.626	2.250	2.210
0.5	P1	367.44	539.85	763.09	664.78	728.89	233.66	595.20	582.87	475.67
	P2	2.496	2.609	2.754	2.683	2.727	2.336	2.624	2.604	2.513
1	P1	70.677	56.266	36.495	83.980	16.612	117.77	105.95	241.31	112.30
	P2	2.485	2.500	2.354	2.771	2.031	2.938	2.630	3.252	2.935
2	P1	4.083	2.678	13.054	0	0	0	0	0	0
	P2	2.232	2.418	2.850	---	---	---	---	---	---
3	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.3 :** Coefficients des ajustements numériques de la résistivité  $\alpha_{xy}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43]:  $\alpha_{xy} = 1 / \left[ 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right]$

$\Omega_e \downarrow$	$Z \rightarrow$	1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	505.25	583.29	1133.7	649.81	2373.0	1061.1	2600.9	696.18	747.05
	P2	2.000	1.817	1.877	1.705	1.891	1.678	1.837	1.488	1.528
0.1	P1	476.18	845.51	1179.0	1575.5	1830.7	2215.3	2354.6	1853.5	821.58
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.930	1.689
0.2	P1	7805.3	3520.8	671.75	3803.3	814.54	894.01	989.48	1915.7	1987.8
	P2	2.988	2.490	2.000	2.495	2.000	2.000	2.000	2.100	2.155
0.3	P1	5826.9	5626.2	24888.6	27481.8	2471.3	1900.7	16332.3	3446.3	729.4
	P2	3.057	2.906	3.331	3.336	2.570	2.464	3.015	2.588	2.149
0.5	P1	1017.4	4838.3	8944.5	999.38	4380.0	1157.0	3646.3	3494.7	1294.1
	P2	2.751	3.255	3.419	3.462	3.981	2.710	2.948	2.972	2.616
1	P1	102.05	103.48	125.70	67.83	64.865	333.83	119.95	81.057	33.77
	P2	2.437	2.493	2.483	2.300	2.154	2.958	2.303	2.387	2.137
2	P1	155.89	9.928	7.469	12.337	43.22	7.092	1095.4	0	0
	P2	3.293	2.138	2.000	2.121	2.613	2.000	4.190	---	---
3	P1	3.989	4.838	3.877	6.250	0	0	0	0	0
	P2	2.199	2.000	2.000	2.000	---	---	---	---	---
4	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.4 :** Coefficients des ajustements numériques de la résistivité  $\alpha_{yx}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\alpha_{yx} = 1 / \left[ 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	8.860	12.337	13.327	14.223	15.123	15.902	17.275	16.790	17.200
	P2	1.191	1.120	1.051	1.016	0.964	0.922	0.908	0.904	0.853
0.1	P1	10.641	10.558	14.828	15.145	15.506	16.060	15.785	15.785	15.240
	P2	1.310	1.154	1.180	1.145	1.077	1.076	1.042	1.015	0.982
0.2	P1	32.799	15.141	12.818	32.487	16.650	15.784	13.684	13.624	14.040
	P2	1.794	1.419	1.270	1.535	1.346	1.297	1.214	1.185	1.175
0.3	P1	11.695	17.625	19.813	18.574	20.824	16.040	15.208	12.473	13.168
	P2	1.575	1.680	1.708	1.663	1.670	1.546	1.488	1.378	1.366
0.5	P1	13.300	45.355	12.872	23.665	12.040	15.759	29.846	17.622	12.640
	P2	2.000	2.599	2.000	2.000	2.664	2.000	2.289	2.000	1.822
1	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Tableau III.5 :** Coefficients des ajustements numériques de la friction thermique  $\beta_{xx}^R$ ,

normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\beta_{xx}^R = 1 / \left[ 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	265.56	788.59	1105.8	959.55	1347.1	1032.9	903.71	1086.3	1379.5
	P2	1.782	1.771	1.758	1.614	1.630	1.471	1.391	1.413	1.412
0.1	P1	291.66	487.27	1912.0	1346.4	1570.1	1547.3	1503.8	1418.1	1381.4
	P2	1.810	1.727	2.000	1.853	1.830	1.777	1.735	1.684	1.657
0.2	P1	269.08	269.08	1281.6	1421.9	1144.3	1281.6	1421.9	1281.6	1421.9
	P2	1.879	1.879	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
0.3	P1	252.81	365.07	417.18	454.00	498.62	567.17	502.02	483.45	489.30
	P2	2.000	2.000	2.00	2.00	2.00	2.00	1.930	1.881	1.846
0.5	P1	110.41	317.36	129.56	185.20	113.98	158.41	189.00	139.91	124.28
	P2	2.000	2.358	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.850	1.777
1	P1	22.123	20.500	20.251	21.496	25.000	27.413	35.620	22.770	29.608
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.812	1.879
2	P1	3.123	17.580	20.685	25.319	0	0	0	0	0
	P2	2.127	2.893	3.000	3.122	---	---	---	---	---
3	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.6 :** Coefficients des ajustements numériques de la friction thermique  $\beta_{yx}^R$ ,

normalisée par rapport à la valeur locale [43]:  $\beta_{yx}^R = 1 / \left[ 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right]$

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	41.414	54.315	57.770	57.700	54.319	49.070	44.721	40.510	37.566
	P2	1.560	1.447	1.375	1.321	1.239	1.159	1.101	1.047	1.007
0.1	P1	44.276	61.569	68.860	70.810	68.249	59.889	54.980	47.260	42.985
	P2	1.620	1.559	1.527	1.498	1.445	1.385	1.324	1.259	1.216
0.2	P1	46.360	74.241	86.366	90.035	84.925	70.354	59.412	48.881	41.370
	P2	1.731	1.786	1.803	1.797	1.754	1.669	1.594	1.510	1.440
0.3	P1	52.621	88.439	107.46	111.10	82.282	83.645	66.308	52.497	46.054
	P2	1.914	2.057	2.120	2.128	2.000	1.994	1.893	1.786	1.707
0.5	P1	57.779	172.16	308.71	510.01	426.08	400.14	222.82	116.00	75.038
	P2	2.293	2.818	3.104	3.332	3.263	3.227	2.959	2.670	2.469
1	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tableau III.7 : Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermoélectrique

$\beta_{xx}^q$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\beta_{xx}^q = 1 / \left[ 1 + P_1 (k \lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	69.580	123.17	164.07	193.48	227.23	267.65	286.89	300.02	313.85
	P2	1.877	1.838	1.825	1.815	1.794	1.791	1.783	1.774	1.772
0.1	P1	88.550	203.07	344.96	498.08	765.55	1130.2	1406.2	1632.2	1790.5
	P2	2.000	2.137	2.254	2.349	2.465	2.583	2.651	2.696	2.725
0.2	P1	178.26	903.95	2203.7	4483.3	15081.3	68153.6	25716.3	27160.9	27923.2
	P2	2.472	3.026	3.373	3.666	4.195	4.832	4.433	4.467	4.487
0.3	P1	952.11	21075.1	50460.1	91191.0	0	0	0	0	0
	P2	3.435	4.818	5.307	5.716	----	----	----	----	----
0.5	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tableau III.8 : Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermoélectrique

$\beta_{yy}^q$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\beta_{yy}^q = 1 / \left[ 1 + P_1 (k \lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$\Omega_e \downarrow Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	1108.3	3402.4	4334.1	2618.9	233.00	2504.1	2489.0	2338.6	2208.9
	P2	2.000	2.000	1.978	1.794	1.146	1.629	1.580	1.534	1.493
0.1	P1	1161.5	4526.1	5892.9	6447.7	6240.0	4757.1	4676.1	3983.2	3534.8
	P2	2.049	2.217	2.193	2.164	2.097	1.989	1.950	1.882	1.831
0.2	P1	1368.54	3286.2	4501.0	4799.3	4353.1	3486.4	2847.6	2313.3	3931.8
	P2	2.200	2.325	2.361	2.350	2.287	2.191	2.110	2.026	2.135
0.3	P1	1747.9	5946.4	7206.2	6785.0	5494.5	3927.6	3031.0	2296.5	869.92
	P2	2.402	2.697	2.728	2.691	2.601	2.470	2.366	2.254	1.961
0.5	P1	1481.1	1902.9	1709.1	1502.8	1176.6	897.68	728.69	604.83	527.87
	P2	2.682	2.748	2.709	2.660	2.558	2.436	2.334	2.237	2.162
1	P1	81.343	66.539	62.73	61.12	54.617	52.71	50.590	50.990	43.288
	P2	2.265	2.25	2.252	2.245	2.181	2.130	2.075	2.036	1.934
2	P1	9.248	7.747	7.014	4.268	5.179	5.978	8.130	6.345	7.219
	P2	2.178	2.203	2.198	2.000	2.065	2.084	2.176	2.000	2.017
3	P1	4.259	2.753	1.205	35.184	0	0	0	0	0
	P2	2.366	2.291	2.000	2.440	---	---	---	---	---
4	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tableau III.9 : Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermoélectrique

$\beta_{xy}^q$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\beta_{xy}^q = 1 / \left[ 1 + P_1 (k \lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$\Omega_e \downarrow Z$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	1308.1	3158.3	5433.0	7653.6	1045.8	6357.4	8206.5	8355.4	8458.2
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	1.989	1.804	1.803	1.762	1.730
0.1	P1	6606.5	5458.0	13930.3	25237.3	53814.4	91041.7	16789.6	7804.2	5969.9
	P2	2.514	2.239	2.371	2.453	2.556	2.623	2.206	2.000	1.946
0.2	P1	4139.2	53737.1	6997.5	11349.4	19430.5	30144.5	38695.8	8020.7	9079.80
	P2	2.505	3.051	2.450	2.53	2.631	2.693	2.720	2.312	2.315
0.3	P1	2542.9	15128.2	87406.1	15428.1	7619.5	26066.9	8620.5	10060.3	11223.4
	P2	2.511	2.883	3.375	2.834	2.588	2.893	2.616	2.625	2.627
0.5	P1	1217.7	6020.7	16691.3	4388.3	8321.9	15489.4	24556.5	38623.7	8492.7
	P2	2.519	2.980	3.281	2.916	3.090	3.249	3.366	3.476	3.001
1	P1	692.71	2157.3	5547.8	13838.1	62269.4	15251.0	35760.2	51148.4	17528.8
	P2	2.968	3.401	3.750	4.095	4.668	4.09	4.421	4.500	4.181
2	P1	45.517	61.057	103.95	172.26	943.27	8280.7	0	0	0
	P2	2.518	2.589	2.785	2.995	3.769	4.872	---	---	---
3	P1	13.989	45.997	33.016	35.531	38.950	389.17	0	0	0
	P2	2.228	2.595	2.411	2.445	2.547	3.776	---	---	---
4	P1	9.134	39.259	52.556	42.524	15.666	54.224	0	0	0
	P2	2.112	2.560	2.641	2.543	2.149	2.826	---	---	---
5	P1	6.684	18.395	49.030	13.057	32.288	46.825	0	0	0
	P2	2.018	2.247	2.631	2.019	2.435	2.750	---	---	---
6	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tableau III.10 : Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermoélectrique

$\beta_{yx}^q$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\beta_{yx}^q = 1 / \left[ 1 + P_1 (k \lambda_{ei})^{P_2} \right]$ .

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	36.045	59.985	80.571	98.087	126.68	158.36	185.02	173.50	237.24
	P2	1.360	1.283	1.255	1.238	1.216	1.194	1.182	1.131	1.159
0.1	P1	37.166	61.116	78.301	91.174	111.17	127.59	144.98	159.34	173.13
	P2	1.409	1.367	1.355	1.348	1.342	1.322	1.318	1.305	1.297
0.2	P1	33.671	58.200	69.438	74.287	79.660	83.770	86.640	90.570	94.610
	P2	1.478	1.517	1.517	1.502	1.473	1.436	1.406	1.378	1.357
0.3	P1	38.361	52.062	58.652	60.017	67.992	59.184	58.835	59.517	59.000
	P2	1.649	1.666	1.668	1.646	1.636	1.536	1.489	1.445	1.410
0.5	P1	31.580	38.810	38.620	37.936	34.761	32.680	30.625	31.663	31.993
	P2	1.879	1.941	1.920	1.883	1.794	1.700	1.610	1.563	1.517
1	P1	5.238	3.562	3.743	4.537	7.370	9.786	9.690	9.439	11.680
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	1.878	1.758
2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.11 :** Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermique  $\kappa_{xx}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\kappa_{xx} = 1 / \left( 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right)$ .

$Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
$\Omega_e \downarrow$										
0.01	P1	1337.1	2550.4	4032.4	4878.4	6600.0	7414.4	7884.2	8383.8	8735.5
	P2	2.000	1.885	1.862	1.824	1.793	1.733	1.694	1.658	1.632
0.1	P1	1131.0	2632.2	3800.5	4755.0	6250.3	8110.2	9649.6	11666.4	13601.6
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
0.2	P1	777.10	1304.1	1595.8	1812.63	2158.9	2588.1	2997.3	3497.5	3957.9
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
0.3	P1	478.51	796.25	781.74	856.30	950.65	1161.4	1329.9	1547.0	1715.5
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
0.5	P1	199.68	235.58	255.65	273.71	310.30	363.68	417.50	484.23	550.50
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
1	P1	37.610	37.263	39.260	42.346	48.990	58.860	68.410	80.580	92.250
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
2	P1	6.670	6.995	10.189	6.774	9.057	9.886	10.758	0	0
	P2	2.113	2.176	2.313	2.105	2.165	2.115	2.079	---	---
3	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.12 :** Coefficients des ajustements numériques de la conductivité thermique  $\kappa_{yx}$ , normalisée par rapport à la valeur locale [43] :  $\kappa_{yx} = 1 / \left( 1 + P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2} \right)$ .

$\Omega_e \downarrow Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	0.408	0.506	0.558	0.595	0.639	0.700	0.789	0.725	0.728
	P2	1.600	1.522	1.495	1.486	1.479	1.494	1.499	1.497	2.103
0.05	P1	0.413	0.520	0.859	0.614	0.681	0.717	0.758	0.804	0.794
	P2	1.609	1.538	1.684	1.506	1.512	1.512	1.526	1.545	1.542
0.1	P1	0.402	0.200	0.634	0.666	0.737	0.832	0.881	0.917	0.956
	P2	1.613	1.348	1.572	1.566	1.565	1.598	1.611	1.626	1.640
0.2	P1	0.486	0.758	0.893	0.985	3.423	1.242	1.294	1.356	1.329
	P2	1.726	1.764	1.780	1.793	2.165	1.846	1.858	1.877	1.872
0.5	P1	0.645	1.285	1.719	1.719	2.527	2.467	2.865	4.538	2.696
	P2	2.097	2.327	2.428	2.428	2.566	2.551	2.605	2.798	2.574
1	P1	0.257	0.247	0.403	0.500	0.477	0.512	0.603	0.642	0.752
	P2	2.281	2.296	2.474	2.535	2.493	2.491	2.547	2.561	2.613
2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.13 :** Coefficients des ajustements numériques du coefficient de convection de transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\gamma_{xx}^R$ , normalisée par rapport à  $mnv_t / \lambda_{ei}$  :

$$\gamma_{xx}^R = P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2}.$$

$\Omega_e \downarrow Z \rightarrow$		1	2	3	4	6	9	12	16	20
0.01	P1	0.005	0.006	0.007	0.008	0.007	0.010	0.011	0.012	0.095
	P2	1.310	1.151	1.098	1.051	0.973	1.034	1.057	1.038	1.234
0.05	P1	0.024	0.032	0.046	0.038	0.041	0.048	0.048	0.054	0.054
	P2	1.309	1.163	1.207	1.061	1.028	1.031	1.008	1.027	1.017
0.1	P1	0.054	0.028	0.089	0.086	0.098	0.105	0.110	0.115	0.123
	P2	1.372	0.827	0.979	1.123	1.108	1.098	1.080	1.083	1.092
0.2	P1	0.115	0.174	0.208	0.230	0.597	0.292	0.305	0.319	0.326
	P2	1.429	1.345	1.318	1.304	1.528	1.297	1.293	1.294	1.293
0.5	P1	0.422	0.723	0.898	1.010	1.132	1.426	1.221	1.207	1.269
	P2	1.776	1.812	1.829	1.841	1.846	1.902	1.833	1.815	1.830
1	P1	0.524	0.680	0.791	1.856	1.352	0.991	2.504	1.067	1.094
	P2	2.000	2.000	2.000	2.331	2.162	2.000	2.383	2.000	2.000
2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.14 :** Coefficients des ajustements numériques du coefficient de convection de transfert de quantité de mouvement électron-ion  $\gamma_{yx}^R$ , normalisée par rapport à  $mnv_t / \lambda_{ei}$  :

$$\gamma_{yx}^R = P_1 (k\lambda_{ei})^{P_2}.$$

$\Omega_e \downarrow$	$Z \rightarrow$	1	2	3	4	6	9	12	16	20
	0.01	P1	2.684	2.674	2.595	2.518	2.395	2.327	2.133	2.025
P2		1.306	1.159	1.101	1.069	1.041	1.039	1.019	1.019	1.046
0.05	P1	2.733	2.783	1.979	2.689	2.585	2.449	2.336	2.227	2.127
	P2	1.317	1.182	0.994	1.104	1.080	1.068	1.065	1.068	1.070
0.1	P1	2.900	3.123	3.186	3.187	3.168	3.049	2.960	2.824	2.830
	P2	1.354	1.247	1.212	1.200	1.189	1.186	1.191	1.193	1.218
0.2	P1	3.542	4.541	5.119	5.444	5.740	5.716	5.560	5.190	5.002
	P2	1.485	1.470	1.487	1.504	1.528	1.544	1.552	1.546	1.556
0.5	P1	5.830	5.860	5.605	5.388	5.086	5.147	4.601	4.612	4.373
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
1	P1	67.65	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	3.943	---	---	---	---	---	---	---	---
2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.15 :** Coefficients des ajustements numériques du coefficient de convection du flux de chaleur thermique  $\gamma_{xx}^q$ , normalisée par rapport à  $nT$  :  $\gamma_{xx}^q = P_1(k\lambda_{ei})^{P_2}$ .

$\Omega_e \downarrow$	$Z \rightarrow$	1	2	3	4	6	9	12	16	20
	0.01	P1	0.056	0.074	0.085	0.092	0.103	0.208	0.120	0.127
P2		1.104	0.920	0.845	0.804	0.766	0.912	0.730	0.722	0.826
0.05	P1	0.273	0.383	0.391	0.461	0.540	0.598	0.639	0.678	0.702
	P2	1.087	0.936	0.821	0.811	0.793	0.770	0.761	0.757	0.753
0.1	P1	0.568	0.837	1.674	0.900	1.239	1.395	1.487	1.579	1.645
	P2	1.119	0.984	1.077	0.899	0.867	0.852	0.874	0.843	0.842
0.2	P1	1.451	2.208	2.684	3.045	3.532	3.982	4.244	4.493	4.659
	P2	1.251	1.144	1.107	1.092	1.078	1.071	1.067	1.067	1.067
0.5	P1	6.311	11.70	15.15	17.26	19.71	17.53	21.64	22.74	23.20
	P2	1.682	1.716	1.730	1.731	1.726	1.647	1.696	1.697	1.693
1	P1	9.010	13.36	16.16	18.23	21.08	23.85	25.55	27.38	28.23
	P2	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P2	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Tableau III.16 :** Coefficients des ajustements numériques du coefficient de convection du flux de chaleur thermique  $\gamma_{yx}^q$ , normalisée par rapport à  $nT$  :  $\gamma_{yx}^q = P_1(k\lambda_{ei})^{P_2}$ .

## APPENDICE C

## Effet du transport 2D sur les coefficients de transport

Dans la géométrie à deux dimensions où  $\vec{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ ,  $\vec{\nabla} \delta T = \left( \frac{\partial \delta T}{\partial x}, 0, \frac{\partial \delta T}{\partial z} \right)$ ,  $\delta \vec{V} = (\delta V_x, 0, \delta V_z)$  et  $\delta \vec{E} = (\delta E_x, \delta E_y, \delta E_z)$ , la nouvelle écriture des coefficients de transport est:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & -\alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{pmatrix}, & \bar{\beta}^R &= \begin{pmatrix} \beta_{xx}^R & 0 & \beta_{xz}^R \\ \beta_{yx}^R & 0 & \beta_{yz}^R \\ \beta_{zx}^R & 0 & \beta_{zz}^R \end{pmatrix}, & \bar{\gamma}^R &= \begin{pmatrix} \gamma_{xx}^R & 0 & 0\gamma_{xz}^R \\ \gamma_{yx}^R & 0 & \gamma_{zy}^R \\ \gamma_{zx}^R & 0 & \gamma_{zz}^R \end{pmatrix}, \\ \bar{\beta}^q &= \begin{pmatrix} \beta_{xx}^q & -\beta_{xy}^q & \beta_{xz}^q \\ \beta_{yx}^q & \beta_{yy}^q & \beta_{yz}^q \\ \beta_{zx}^q & \beta_{zy}^q & \beta_{zz}^q \end{pmatrix}, & \bar{\kappa} &= \begin{pmatrix} \kappa_{xx} & 0 & \kappa_{xz} \\ \kappa_{yx} & 0 & \kappa_{yz} \\ \kappa_{zx} & 0 & \kappa_{zz} \end{pmatrix} & \text{et } \bar{\gamma}^q &= \begin{pmatrix} \gamma_{xx}^q & 0 & \gamma_{xz}^q \\ \gamma_{yx}^q & 0 & \gamma_{yz}^q \\ \gamma_{zx}^q & 0 & \gamma_{zz}^q \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Les quantités de transport s'écrivent alors comme

$$\delta R_{eix} = -2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} m_e \frac{v_t^5}{\lambda_{ei}} \int_0^{\infty} F_1^{-1} dy \quad (\text{C.2})$$

$$\delta R_{eiy} = -2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} m_e \frac{v_t^5}{\lambda_{ei}} \int_0^{\infty} F_1^{+1} dy \quad (\text{C.3})$$

$$\delta R_{eiz} = -2 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} m_e \frac{v_t^5}{\lambda_{ei}} \int_0^{\infty} f_1^0 dy \quad (\text{C.4})$$

$$\delta q_x = 4 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} m_e v_t^6 \int_0^{\infty} y^5 F_1^{-1} dy \quad (\text{C.5})$$

$$\delta q_y = 4 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3}} m_e v_t^6 \int_0^{\infty} y^5 F_1^{+1} dy \quad (\text{C.6})$$

$$\delta q_z = 8 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} m_e v_t^6 \int_0^{\infty} y^5 f_1^0 dy \quad (\text{C.7})$$

où

$$\begin{aligned} F_1^{\pm 1} &= F_1^{\pm 1}(\infty \delta E_x) + F_1^{\pm 1}(\infty \delta E_y) + F_1^{\pm 1}(\infty \delta E_z) + F_1^{\pm 1}(\infty \delta T_x) + F_1^{\pm 1}(\infty \delta T_z) + F_1^{\pm 1}(\infty \delta V_x) \\ &+ F_1^{\pm 1}(\infty \delta V_z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1^0 &= f_1^0(\infty \delta E_x) + f_1^0(\infty \delta E_y) + f_1^0(\infty \delta E_z) + f_1^0(\infty \delta T_x) + f_1^0(\infty \delta T_z) + f_1^0(\infty \delta V_x) \\ &+ f_1^0(\infty \delta V_z) \end{aligned}$$

Nous nous intéressons au transport parallèle à  $\vec{B}$  et à titre d'exemple, nous calculons le coefficient de conductivité électrique  $\sigma_{zz}$  qui s'exprime en fonction de la composante  $f_1^0$  et qui s'écrit comme  $\sigma_{zz} = J_z / \delta E_z$  où  $J_z = -8\sqrt{\pi/3}v_t^4 e \int_0^\infty f_1^0 y^3 dy$ .

Pour cela, nous résolvons analytiquement le système d'Eq (III.41) - (III.49) dans l'approximation de Lorentz ( $C_{ee} \ll C_{ei}$ ) et en modélisant l'opérateur de collision électron-électron par l'opérateur de relaxation de Krook dans l'Eq. (III.41). Dans ce cas :

$$C_{ee}(f_0^0) = \nu_{ee}(\delta f_M - \sqrt{4\pi}f_0^0) \text{ et}$$

$$\delta f_M(y) = \mu_0 \left( \frac{\delta n}{n} - \frac{3}{2} \frac{\delta T}{T} \right) \exp(-y^2) + \mu_0 \frac{\delta T}{T} y^2 \exp(-y^2)$$

Le système d'équations à résoudre devient :

$$\nu_{ee}(\delta f_M - \sqrt{4\pi}f_0^0) - (ik_\perp v_t / \sqrt{3})yF_1^{-1} - (ik_\parallel v_t \sqrt{2/3})y f_1^0 = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$-F_1^{+1} + 2\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_1^{-1} + (4/\sqrt{5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_2^{-2} - (4/\sqrt{5})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} F_2^{+1} = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} -F_1^{-1} - 2\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_1^{+1} - (4/\sqrt{5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_2^{+2} + (4/\sqrt{5})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} F_2^{-1} + (4/\sqrt{15})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} f_2^0 \\ = (4\sqrt{2/3})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} f_0^0 \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$-f_1^0 - 2(\sqrt{2/5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_2^{-1} - (8/\sqrt{15})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} f_2^0 - (4/\sqrt{3})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} f_0^0 = S_1^0(y) 2\sqrt{2}y^3 \lambda_{ei} / v_t \quad (\text{C.11})$$

$$-3F_2^{+1} + 2\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_2^{-1} - (4/\sqrt{5})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} F_1^{+1} = 0 \quad (\text{C.12})$$

$$-3F_2^{-1} - 2\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_2^{+1} - (4/\sqrt{5})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} F_1^{-1} - (4\sqrt{2/5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} f_1^0 = 0 \quad (\text{C.13})$$

$$-3F_2^{+2} + 4\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_2^{-2} - (4/\sqrt{5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_1^{-1} = 0 \quad (\text{C.14})$$

$$-3F_2^{-2} - 4\sqrt{2}\Omega_e y^3 F_2^{+2} + (4/\sqrt{5})y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_1^{+1} = 0 \quad (\text{C.15})$$

$$-3f_2^0 + 2\sqrt{2/15}y^4 ik_\perp \lambda_{ei} F_1^{-1} + (8/\sqrt{15})y^4 ik_\parallel \lambda_{ei} f_1^0 = 0 \quad (\text{C.16})$$

Après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons l'expression de la composante  $f_1^0$  en fonction de  $f_0^0$  :

$$\begin{aligned}
& -f_1^0 + f_1^0 \left( 64/45 y^8 k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 \right) - f_1^0 \left( 48/5 y^8 k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2 / \Delta \right) \\
& -24\sqrt{2}/5 y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_1^0 \left( -e(1+a+b) / \Delta'' + f(c_0 + c_1 + d) / \Delta'' \right) / \Delta \\
& -32/5 \Omega_e y^{11} k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_1^0 \left( f(1+a-b+\alpha) / \Delta'' + e(c_0 + c_1 - d) / \Delta'' \right) / \Delta \\
& +16\sqrt{2}/45 y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_1^0 \left( -e(1+a+b) / \Delta'' + f(c_0 + c_1 + d) / \Delta'' \right) \\
& -24\sqrt{2}/5 y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_0^0 \left( -4\sqrt{2/3} (1+a+b) y^4 i k_{\perp} \lambda_{ei} / \Delta'' \right) / \Delta \\
& -32/5 \Omega_e y^{11} k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_0^0 \left( 4\sqrt{2/3} (c_0 + c_1 - d) y^4 i k_{\perp} \lambda_{ei} / \Delta'' \right) / \Delta \\
& +16\sqrt{2}/45 y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 f_0^0 \left( -4\sqrt{2/3} (1+a+b) y^4 i k_{\perp} \lambda_{ei} / \Delta'' \right) \\
& - \left( 4/\sqrt{3} \right) y^4 i k_{\parallel} \lambda_{ei} f_0^0 = S_1^0(y) 2\sqrt{2} y^3 \lambda_{ei} / v_t
\end{aligned} \tag{C.17}$$

où  $a = (48/5) y^8 k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2 / \Delta'$ ,  $b = (48/5) y^8 k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 / \Delta$ ,  $\alpha = (8\sqrt{2}/45) y^8 k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2$ ,  $c_0 = 2\sqrt{2} \Omega_e y^3$ ,  
 $c_1 = -(64\sqrt{2}/5) y^{11} \Omega_e k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2 / \Delta'$ ,  $d = (32\sqrt{2}/5) y^{11} \Omega_e k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 / \Delta$ ,  $\Delta' = 9 + 32\Omega_e^2 y^6$ ,  
 $\Delta = 9 + 8\Omega_e^2 y^6$ ;  $e = -(48\sqrt{2}/5) y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 / \Delta + (32/45) y^8 k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2$ ,  
 $f = (64/5) y^{11} k_{\perp} k_{\parallel} \lambda_{ei}^2 \Omega_e / \Delta$  et  $\Delta'' = (1+a-b+\alpha)(1+a+b) + (c_0 + c_1 + d)(c_0 + c_1 - d)$ .

Dans l'approximation diffusive, nous ne gardons que les termes dominants en  $(\approx (k \lambda_{ei})^2)$ , dans ce cas,  $f_1^0$  devient :

$$\begin{aligned}
& -f_1^0 \left( 1 - (64/45) y^8 k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 + (48/5) y^8 k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2 / (9 + 8\Omega_e^2 y^6) \right) = \\
& - \left( 4/\sqrt{3} \right) y^4 i k_{\parallel} \lambda_{ei} f_0^0 + S_1^0(y) 2\sqrt{2} y^3 \lambda_{ei} / v_t
\end{aligned} \tag{C.18}$$

Pour calculer la conductivité électrique  $\sigma_{zz}$ , nous posons  $\delta f_M(y) = 0$  et  $S_0^0(y) = 0$ . L'équation (C.8) devient :

$$\nu_{ee} \left( -\sqrt{4\pi} f_0^0 \right) - \left( i k_{\perp} v_t / \sqrt{3} \right) y F_1^{-1} - \left( i k_{\parallel} v_t \sqrt{2/3} \right) y f_1^0 = 0. \tag{C.19}$$

D'où l'expression finale de  $f_1^0$  s'écrit:

$$f_1^0 = \left[ -S_1^0(y) 2\sqrt{2} y^3 \lambda_{ei} / v_t \right] \left[ \begin{array}{l} 1 + (64/45) y^8 k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 - (48/5) y^8 k_{\perp}^2 \lambda_{ei}^2 / (1 + (8/9) \Omega_e^2 y^6) \\ + (4/\sqrt{3}) y^5 k_{\parallel}^2 \lambda_{ei}^2 / \tilde{\nu}_{ee} \end{array} \right] \tag{C.20}$$

où  $\tilde{\nu}_{ee} = \sqrt{4\pi} v_{ee} \lambda_{ei} / v_t$  est la fréquence de collision électron-électron normalisée. L'expression (C.20) montre que la conductivité électrique  $\sigma_{zz}$  qui s'exprime en fonction  $f_1^0$  est un coefficient qui dépend bien du champ magnétique.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail, nous avons établi un modèle d'équations fluides qui décrit le transport dans un plasma chaud et stationnaire, en présence d'un champ magnétique constant  $\vec{B}$ . Le modèle d'équations est constitué par les premières équations d'ordre le plus bas que sont l'équation de continuité, l'équation de la conservation du mouvement et l'équation de l'énergie. Elles décrivent de façon self-consistante l'évolution spatio-temporelle des grandeurs fluides fondamentales que sont la densité, la température et la vitesse du fluide. Ces équations sont établies pour décrire des plasmas fortement inhomogènes caractérisés par des libres parcours moyens électroniques qui peuvent atteindre le dixième de la longueur caractéristique des gradients. Elles sont définies par des relations de fermeture correspondant aux coefficients de transport que nous calculons à partir de la théorie cinétique en résolvant numériquement l'équation intégral-différentielle de Fokker-Planck adaptée pour décrire ces plasmas. Les collisions électron-électron sont décrites par l'opérateur de Landau sous sa forme intégrale et sont prises en considération jusqu'à la seconde anisotropie dans l'espace des vitesses.

Pour la résolution numérique de l'équation de Fokker-Planck, nous avons présenté une nouvelle approche de résolution qui consiste à réduire cette équation en un système d'équations différentielles ordinaires couplées du premier ordre que nous avons résolu avec une méthode itérative et des conditions aux limites appropriées.

Dans une première partie du travail, nous nous sommes intéressés au transport local dans les plasmas magnétisés où les processus collisionnels sont dominants par rapport aux effets de l'inhomogénéité du plasma. Nous avons calculé tous les coefficients de transport électronique induits par la première anisotropie de la fonction de distribution pour différentes valeurs du numéro atomique  $Z$  et du paramètre de Hall  $\bar{\Omega}_e = (\lambda_{ei} / v_t)(e\vec{B} / m_e)$ . Ces résultats coïncident avec ceux obtenus par Epperlein et Haines [20] qui utilisent une méthode basée sur une discrétisation totale de l'équation intégral-différentielle de Fokker-Planck. Nous avons aussi calculé les coefficients de transport induits par la seconde anisotropie de la fonction de distribution qui sont représentés par les coefficients de viscosité électronique pour un numéro atomique  $Z$  et une intensité du champ magnétique arbitraires. A notre connaissance, aucun résultat concernant la seconde anisotropie, aussi bien pour des champs magnétiques nuls que finis, n'a été rapporté dans la littérature. Par conséquent, nos résultats viennent compléter les résultats de Braginskii [18] limités à  $Z=1$  et corrigent ceux de Balescu [19] déduits par des

méthodes de résolution analytiques approchées. Nous avons aussi étendu notre étude au fluide ionique où nous avons calculé et retrouvé la valeur de la viscosité ionique calculée par Braginskii [18].

Dans une deuxième partie du travail, nous avons étendu le modèle de transport classique dans les plasmas magnétisés au transport non local. Nous avons limité notre analyse à des faibles inhomogénéités du plasma, *i.e.*,  $\lambda_{ei} / L < 0.1$ . Cette limite signifie que nous n'avons considéré dans l'équation de FP que les effets non locaux de l'ordre de  $(\lambda_{ei} / L)^2$ . La procédure utilisée pour la résolution numérique est la même que celle développée pour le transport local. Nous nous sommes intéressés aux coefficients de transport induits par la première anisotropie de la fonction de distribution. Nous avons déduit et étudié tous les coefficients de transport standard au sens de Braginskii [18] et mis en évidence de nouveaux coefficients de transport. Nous avons aussi discuté quelques propriétés de ces coefficients non locaux liées à la symétrie des coefficients de transport tensoriels et aux propriétés de symétrie d'Onsager. Enfin, une étude qualitative sur l'effet de la géométrie 2D sur le transport a été proposée.

Pour des applications pratiques, nous avons proposé des ajustements numériques (fits) relativement précis de tous les coefficients de transport locaux et non locaux dépendant du paramètre de Hall  $\Omega_e$  et du numéro atomique  $Z$ .

Une des extensions possibles de ce travail est de considérer les plasmas non stationnaires. Dans cette situation physique, les deux effets de délocalisation temporelle et spatiale doivent être pris en compte, simultanément. Nous nous attendons à ce que les ajustements numériques des coefficients de transport dépendent des paramètres pertinents  $k\lambda_{ei}$  et  $i\omega v_t / \lambda_{ei}$  où  $\omega^{-1}$  correspond à une échelle de temps typique du plasma et des paramètres numériques dépendant de  $\Omega_e$  et de  $Z$ .

De plus, les résultats obtenus dans ce travail pourraient être utilisés comme première étape pour déduire un système complet d'équations hydrodynamiques non linéaires valables au delà de l'approximation de Braginskii.

Enfin, cette méthode de résolution de l'équation de Fokker-Planck pourrait être aussi appliquée pour calculer les coefficients de transport d'un plasma en présence de sources externes telles que les ondes électromagnétiques.

## REFERENCES

- [1] J. G. Cordey, R. J. Goldston and R. R. Parker, *Physics Today* **45**, 22 (1992), T. J. Dolan; *Fusion Research*, Pergamon Press, New York (1982).
- [2] R. C. Arnolds, J. Meyer-Ter-Vehn, *Report on Progress in Physics* **50**, 559 (1987); W. J. Hogan, R. Bangerter and G. Kulcinski, *Physics Today* **45**, 42 (1992).
- [3] J. Nuckolls, L. Wood, A. Thiessen and G. Zimmerman, *Nature* **239**, 139 (1972).
- [4] J. Lindl, *Phys. Plasmas* **2**, 3933 (1995); J. Lindl, P. Amendt, R. Berger, S. G. Glendinning, S. Glenzer, S. Hann, R. Kauffman, O. Landen, and L. Suter, *Phys. Plasmas* **11**, 339 (2004).
- [5] M. Tabak, J. Hammer, M. E. Glinsky, W. L. Kruer, S. C. Wilks, J. Woodworth, E. M. Campbell, and M. D. Perry, *Phys. Plasmas* **1**, 1626 (1994).
- [6] C. Deutch, H. Furukawa, K. Mima, M. Murakami, and K. Nishihara, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2483 (1996).
- [7] J. A. Stamper, K. Papadopoulos, R. N. Sudan, S. O. Dean, E. A. Mc Lean and J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* **26**, 1012 (1971).
- [8] B. Bezzerides, D. F. Dubois, D. W. Forslund and E. L. Lindman, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 495 (1977); P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids* **22**, 2408 (1979); P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids* **24**, 2219 (1981).
- [9] A. Bendib and J. F. Luciani., *Phys. Fluids* **30**, 1353 (1987).
- [10] J. P. Matte, A. Bendib and J. F. Luciani, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2067 (1987); A. Bendib, K. Bendib and A. Sid, *Phys. Rev. E* **55**, 7522 (1997); K. Bendib, A. Bendib and A. Sid, *Laser and Particle Beams* **16**, 473 (1998).
- [11] R. J. Kingham and A. R. Bell, *Phys. Rev. Lett.* **28**; 88 (2002).
- [12] A. Brun, S. Turck-Chièze and J. P. Zahn, *The Astrophysical Journal* **525**, 1032 (1999).
- [13] J. L. Delcroix, *Physique des Plasmas*, Dunod Edition (1966); N. Krall and A. W. Triebelpeice, *Principles of Plasma Physics*, Mac Graw-Hill, New York (1973); F. F. Chen , *Introduction to Plasma Physics*, Plenum Press, New York (1984); R. Balescu, *Equilibrium and Non Equilibrium Statistical Mechanics*, Wiley-intersciences, New York (1975).
- [14] L. D. Landau, *J. Exptl. Theoret. Phys. USSR*, **7**, 203 (1937).
- [15] L. Boltzmann, *Wien. Ber.* **66**, 275 (1872).
- [16] M. N. Rosenbluth, W. M. Mac Donald and D. L. Judd, *Phys. Rev.* **1**, 107 (1957).
- [17] D. R. Gray and D. I. Kilkenny, *Plasma Phys.* **22**, 81 (1980).

- [18] S. I. Braginskii, in *Reviews of Plasma Physics*, M. A. Leontovich Consultants Bureau, New York (1965), Vol. 1.
- [19] R. Balescu, *Transport Processes in Plasma. 1. Classical Transport Theory of Non-Uniform Gases* ~North-Holland, Amsterdam (1988).
- [20] E. M. Epperlein and M. G. Haines, *Phys. Fluids* **29**, 1029 (1986).
- [21] L. Spitzer, Jr. and R. Härm, *Phys. Rev.* **89**, 977 (1953).
- [22] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover, New York (1970).
- [23] H. Grad, *Commun. Pure Appl. Math.* **2**, 311 (1949).
- [24] T. G. Cowling, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **183**, 453 (1945).
- [25] A. R. Hochstim, in *Proceeding of the eleventh International Conference on Phenomena in Ionized Gases*, Belgrade (1965), edited by B. Perovic and D. Tosic (Gradvinska Knjiga, Belgrade), **Vol. 11**, 75 (1966); A. R. Hochstim, in *Proceeding of the English International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Vienna*, edited by H. Bertele and F. P. Viehbock (Springer, Vienna) **304** (1967).
- [26] S. J. Kaneko and M. Taguchi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **45**, 1380 (1978); S. J. Kaneko and A. Yamao, *J. Phys. Soc. Jpn.* **48**, 2098 (1980).
- [27] T. W. Johnston, *Phys. Rev.* **120**, 1103 (1960).
- [28] E. M. Epperlein, *J. Phys. D. Appl. Phys.* **17**, 1823 (1984).
- [29] J. F. Luciani, P. Mora and J. Virmont, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1664 (1983); J. F. Luciani, P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids* **28**, 835 (1985); A. Bendib, J. F. Luciani and J. P. Matte, *Phys. Fluids* **31**, 711 (1988).
- [30] Ph. D. Nicolaï, J.-L. A. Feugeas, and G. P. Schurtz, *Phys. Plasmas* **13**, 032701 (2006).
- [31] G. Schurtz, Ph. Nicolai, M. Busquet, *Phys. Plasmas* **7**, 4238 (2000).
- [32] Ph. D. Nicolaï, M. Vandenboomgaerde, B. Canaud, and F. Chaigneau, *Phys. Plasmas* **7**, 4250 (2000).
- [33] L. Bhatnagar, E. Gross and M. Krook, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 511 (1954).
- [34] R. J. Kingham and A. R. Bell, *Journal of Computational Physics* **194**, 1 (2004).
- [35] E. M. Epperlein, G. J. Rickard and A. R. Bell, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2453 (1988).
- [36] Z. Chang and J. D. Callen, *Phys. Fluids B* **4**, 1167 (1992).
- [37] S. Chapman and T. G. Cowling, *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, Cambridge University Press, New York (1953).

- [38] A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus, C. E. Capjack and R. Sydora, *Phys. Plasmas* **10**, 4633 (2003).
- [39] V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk, and A. V. Brantov, *Phys.Rev. Lett.* **75**, 4405 (1995); A. V. Brantov, V. Yu. Bychenkov, V. T. Tikhonchuk, and W. Rozmus, *JETP* **84**, 716 (1996).
- [40] S. Brunner and E. Valeo, *Phys. Plasmas* **9**, 923 (2002).
- [41] I. P. Shkarofsky, T. W. Johnston, and M. P. Bachynski, *The Particle Kinetics of Plasmas*, Addison-Wesley, Reading, London (1966).
- [42] D. Bennaceur-Doumaz and A. Bendib, “Classical Transport Coefficients of Fully Ionized Magnetized Plasma” présentée au First Workshop on Plasma Physics and Laser Induced Plasma Spectroscopy and Applications, Tunis, 11-13 Janvier (2002).
- [43] A. Bendib, D. Bennaceur-Doumaz and F. El Lemdani, *Phys. Plasmas* **9**, 1555 (2002).
- [44] D. Bennaceur-Doumaz and A. Bendib, «Coefficients de transport classiques d’un plasma magnétisé et complètement ionisé» présentée au SENALAP3, Baba Hassen, 27-29 septembre (2003).
- [45] M. Lentini and V. Pereyra, *SIAM J. Numer. Anal.* **14**, 91 (1977).
- [46] D. Bennaceur-Doumaz and A. Bendib, “Nonlocal Transport in Fully Ionized Magnetized Plasmas” in 29<sup>th</sup> EPS Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion, Montreux, Suisse, 17-21 June 2002 ECA Vol. **26B**, P-1.003 (2002).
- [47] D. Bennaceur-Doumaz and A. Bendib, “Effects of Magnetic Fields and Nonlocal Electron Transport in Laser-Produced Plasmas” in 31<sup>st</sup> EPS Conference on Plasma Phys. London, 28 June - 2 July (2004) ECA Vol.**28B**, P-2.063 (2004).
- [48] D. Bennaceur-Doumaz and A. Bendib, *Phys. Plasmas* **13**, 092308 (2006).
- [49] K. Bendib and A. Bendib, *Phys. Plasmas* **6**, 1500 (1999); A. Bendib, A. Tahraoui, K. Bendib and K. Mohammed El Hadj, *Phys. Plasmas* **12**, 032308 (2005).
- [50] P. Mora and J. F. Luciani, *Laser and Particle Beams* **12**, 387 (1994).