Résumé

Dans cette thèse nous étudions, dans le cadre de la H-convergence, quelques problèmes d'homogénéisation du système de l'élasticité linéarisée dans des milieux composites et/ou perforés et quelques questions liées. La thèse est constituée d'une introduction, de trois parties faisant chacune l'objet d'un article [29, 20, 30] et d'une conclusion.

Dans l'introduction (Chapitre 1), nous donnons d'abord la définition de la H-convergence, notion introduite par L. Tartar et F. Murat [39] et [46] (voir aussi, dans le cas symétrique, la notion de G-convergence dûe à S. Spagnolo [45]) et sa généralisation au système de l'élasticité linéarisée (notée dans cette thèse H_e-convergence), étudiée par G. A. Francfort et F. Murat [26]. Nous présentons ensuite les correspondantes notions de convergence dans le cas de domaines perforés : la H^0-convergence introduite par M. Briane, A. Damlamian et P. Donato [8] et la H_e^0-convergence développée par P. Donato et M. El Hajji [24], dont nous rappelons aussi les propriétés principales. Nous présentons ensuite les résultats principaux de cette thèse.

Dans la première partie (Chapitre 2), nous donnons une méthode itérative générale pour l'homogénéisation du système de l'élasticité linéarisée dans des domaines perforés, avec des petits trous présentant un nombre quelconque d'échelles de périodicité et une condition de traction sur le bord des trous. Notre méthode est basée sur un résultat plus général, dans lequel nous supposons que la plus grande échelle est périodique et dans les autres échelles nous ne supposons que la H_e^0-convergence. Dans le cas d'un nombre fini d'échelles périodiques nous donnons des formules explicites pour l'opérateur homogénéisé en termes de la cascade des problèmes cellulaires. Les hypothèses géométriques sont assez générales, puisqu'on ne suppose pas de condition de bonne séparation d'échelles et la fonction caractéristique du domaine perforé n'est pas, en général, un produit de fonctions caractéristiques dans les différentes échelles.

Dans la deuxième partie (Chapitre 3), nous montrons quelques estimations sur la différence des limites de deux suites H_e-convergentes. Nous donnons deux estimations, l'une de type L^1 et l'autre ponctuelle. Les démonstrations reposent de manière essentielle sur un résultat de régularité L^p, généralisant l'estimation bien connue de N. G. Meyers pour les équations elliptiques, que l'on établit pour le système de l'élasticité linéarisée. Nous montrons ensuite des estimations similaires dans le cadre de la H_e^0-convergence. L'intérêt porté à ce genre d'estimations est dû à leurs utilisations dans l'étude de la stabilité par passage à la H-limite (où G-limite). Ces résultats peuvent aussi servir à l'étude du comportement asymptotique des solutions de problèmes approximants.

Dans la troisième partie (Chapitre 4), nous montrons que l'on peut obtenir la H_e^0-convergence comme cas limite de la H_e-convergence. Plus précisément, soient Ω_ε un domaine perforé avec des petits trous T_ε (e-admissibles) et χ_ε sa fonction caractéristique. Nous montrons que, si $(A^\varepsilon, T_\varepsilon) \xrightarrow{H_e^0} A^0$, alors on peut retrouver la H_e^0-limite comme limite, dans un sens convenable, de la double suite $A_\delta^\varepsilon = (\chi_\varepsilon + \delta(1 - \chi_\varepsilon))A^\varepsilon$ quand $(\varepsilon, \delta) \to (0, 0)$. En particulier, le problème de l'élasticité linéarisée avec trous peut-être regardé comme cas limite de problèmes sans trous dans des milieux ayant des tenseurs d'élasticité qui deviennent de plus en plus petit dans les trous quand $\delta \to 0$.

Enfin, dans la conclusion, nous présentons quelques commentaires sur les résultats obtenus et donnons quelques perspectives.

Mots clés : Homogénéisation, H-convergence, système de l'élasticité linéarisée, domaines perforés et composites, estimation de Meyers.

Classification A.M.S. : 35B27, 35B40, 74B05, 35B45, 74B05.