

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE

FACULTÉ DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **MAGISTER**

En : **PHYSIQUE**

Spécialité : **Energétique et Mécanique des Fluides**

Par : **M DOUCHA Missoum**

Sujet :

**ETUDE DES TRANSFERTS THERMIQUES
DANS UNE CUVE DE STOCKAGE A DOUBLE
ENVELOPPES D'UN SYSTEME SOLAIRE DE
PRODUCTION D'EAU CHAUDE SANITAIRE**

Soutenu publiquement, le **30/06/2012**, devant un jury composé de :

Mr A.BENZAOU	Professeur, à l'USTHB / FPH	Président.
Mr M.AMIRAT	MCA, USTHB / FPH	Directeur de Mémoire
Mme A. CHABANE	Professeur, à l'USTHB / FPH	Examinatrice.
Mr A. BOUMEDIEN	Professeur USTHB / FGM	Examineur.
Mr S.M.K.EL HASSAR	MCA, à l'USTHB / FGC	Examineur.
Mr H. FARSI	Docteur, UPS, Toulouse, France	Invité.

A la mémoire de mes grands-parents,

A mes très chers parents,

A ma chère femme

A mes chers frères et sœur,

A mes meilleurs amis

Je dédie ce mémoire.

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé au Laboratoire de **Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée (LMFTA)** de la Faculté de Physique de l'**Université des Sciences et de la Technologie Houari BOUMEDIENE (USTHB)**.

Je tiens à remercier spécialement les différentes personnes qui ont rendu possible l'aboutissement de ce travail de **Magister**.

En premier lieu, j'aimerais remercier vivement, mon directeur de thèse, **Monsieur M. AMIRAT**, Maître de Conférence à la faculté de physique **USTHB**, pour l'attention et le soutien qu'il a porté à mon travail de magister et pour m'avoir guidé et encouragé tout au long de ce travail. Ses précieux conseils m'ont été d'une grande utilité.

Je tiens également à remercier le Professeur **A. BENZAOUI**, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury d'évaluation de mon travail. Qu'il trouve ici, l'expression de toute ma gratitude.

Je prie **Mme A. CHABANE**, Professeur à la faculté de physique (**USTHB**), d'accepter mes sentiments respectueux et reconnaissants pour avoir accepté de faire partie du jury.

J'adresse mes vifs remerciements à **Monsieur A. BOUMEDIEN**, Professeur à la faculté de génie mécanique (**USTHB**), pour l'honneur qu'il me fait en participant au jury.

J'exprime mes remerciements à **Monsieur S.M.K. EL HASSAR**, Maître de conférences à la faculté de génie civil (**USTHB**), qui a eu l'amabilité d'accepter de juger mon travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

Je tiens à remercier **Monsieur. A. GHEZAL**, Directeur de laboratoire **LMFTA** à l'**USTHB**, pour son aide.

Je tiens à remercier le Professeur. **M. BENZINA**, Recteur de l'Université de **Khemis-Miliana** et son Vice-recteur **Dr. A. LARIBI** qui m'ont aidé à réaliser ce travail.

Je tiens à remercier le Professeur. **M. BELHAMEL**, Directeur de recherche au **CDER**, pour son aide.

Que **M^r B. HASSAID** représentant du groupe **AlcadWorks** et son collègue **ABD EL MOUMENE**, reçoivent mes sincères remerciements.

J'exprime mes remerciements à **Monsieur H. FAHSI**, Docteur de l'Université **Paul SABATIER de Toulouse**, Directeur scientifique à **New Energie Algeria (NEAL)** pour avoir accepté de faire partie du jury.

Que mon épouse reçoive à travers ces mots toute ma gratitude. Je tiens à la remercier pour sa patience, sa compréhension et son soutien illimité dans tout ce que j'entreprends.

A mes **Sœurs** et mes **Frères** pour leur soutien moral.

Je dédie ce travail à toute ma famille, en particulier mes chers **Parents** qui m'ont aidé à me consacrer à mes études.

Enfin, pour leur soutien moral, je voudrais également remercier tous mes collègues du laboratoire **LMFTA**.

Résumé

Le but de ce travail est de faire une comparaison entre quatre configurations d'un échangeur de chaleur à double enveloppe où l'on peut déplacer l'entrée ainsi que la sortie du fluide caloporteur provenant d'un collecteur solaire qui fournit de la chaleur au fluide froid à partir d'une paroi séparatrice, où on s'intéresse à l'étude de ce phénomène du transfert thermique dans cette zone ainsi que la stratification thermique de la cuve de stockage.

ملخص

ان الهدف من هاته الدراسة هو اجراء مقارنة بين اربعة نماذج لمبادل حراري ثنائي الغلاف اين نقوم بتغيير مدخل ومخرج السائل الناقل للحرارة القادم من مجمع شمسي اين يمّون سائل اخر اقل حرارة منه بكمية حرارة عبر حاجز فاصل بينهما حيث نهتم بدراسة ظاهرة الانتقال الحراري في هاته المنطقة وكذلك ترسب طبقات الحرارة في حوض التخزين .

Abstract

The aim of this work is to make a comparison between four configurations of a mantle heat exchanger where you can change the entry and exit of the coolant from a solar collector that heat transfer to cold fluid from a partition wall, where one is interested in studying the phenomenon of heat transfer in this area as well as the thermal stratification of the storage tank.

SOMMAIRE

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

NOMENCLATURE

INTRODUCTION

p 01

CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1/ Introduction	p 03
I.2/ Système de chauffe-eau solaire à faible débit	p 03
I.3/ Les échangeurs de chaleur dans les systèmes de chauffe-eau solaires	p 04
I.4/ Les différents travaux réalisés	p 05
I.4.1/ Le transfert de chaleur par convection naturelle	p 05
I.4.2/ Le transfert de chaleur par convection mixte	p 07
I.5/ Le transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur à double enveloppe	p 10
I.5.1/ Le transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur à double enveloppe horizontaux	p 11
I.5.2/ Le transfert de chaleur à l'intérieur de la cuve de stockage	p 12
I.6/ Le chauffe eau solaire individuel	p 13

CHAPITRE II : Etude théorique : Mise en équations du problème.

Modélisation mathématique

II.1/ Les équations qui gouvernent le mouvement	p 16
II.2/ L'utilisation de l'approximation de Boussinesq	p 17
II.3/ La modélisation de la partie turbulente	p 18
II.4/ La discrétisation de la solution des algorithmes	p 23
II.5/ Le modèle numérique	p 24
II.6/ Les corrélations du transfert de chaleur	p 26

CHAPITRE III : Résolution numérique

La formulation de Crank-Nicholson

III.1/ Préparation de l'algorithme	p 28
III.1.1/ Conservation de la masse	p 29
III.1.1.1/ L'extrapolation	p 31
III.1.1.2/ Le gradient nul	p 31
III.1.2/ L'équation du fluide froid	p 31
III.1.2.1/ Conservation de quantité de mouvement	p 32

III.1.2.1.1/ Injection des termes de pression	p 34
III.1.2.2/ Conservation de l'énergie	p 34
III.1.2.3/ Les équations du fluide chaud	p 35
III.1.3/ Les équations de la paroi séparatrice	p 37
III.1.3.1/ Equation de l'extrémité chaude	p 39
III.1.3.2/ Equation de l'extrémité froide	p 40
III.2/ L'organigramme de calcul	p 44
III.3/ Discussion	p 46
III.4/ Le modèle de simulation ECSD	p 46

CHAPITRE IV : Résultats et discussion

IV.1/ Introduction	p 47
IV.2/ Les expériences thermiques	p 47
IV.3/ Modélisation numérique	p 47
IV.4/ Le logiciel SOLIDWORKS	p 47
IV.5/ Résultats et discussion	p 50
IV.5.1/ Les résultats du 1 ^{er} cas (entrée et sortie en bas)	p 50
IV.5.2/ Les résultats du 2 ^{ème} cas (entrée en haut et sortie en bas)	p 52
IV.5.3/ Les résultats du 3 ^{ème} cas (entrée et sortie en haut)	p 55
IV.5.4/ Les résultats du 4 ^{ème} cas (entrée en bas et sortie en haut)	p 58
IV.6/ Résultats numériques pour la 2 ^{ème} configuration	p 60
IV.6.1/ Le maillage du dispositif	p 60
IV.6.2/ Après 175s d'échange	p 61
IV.6.2.1/ La stratification thermique	p 61
IV.6.2.1.1/ Le profil de température	p 62
IV.6.2.2/ Le profil de température au niveau du gilet	p 62
IV.6.2.3/ L'évolution de température au niveau du gilet	p 62
IV.6.3/ Après 363s d'échange	p 63
IV.6.3.1/ La stratification thermique	p 63
IV.6.3.2/ Le profil de température au niveau du gilet	p 63

IV.6.4/ Après 550s d'échange	p 64
IV.6.4.1/ La stratification thermique	p 64
IV.6.4.2/ Le profil de température au niveau du gilet	p 64
IV.6.5/ Au niveau du gilet	p 65
IV.6.5.1/ Le flux de chaleur	p 65
IV.6.5.2/ Le profil de vitesse	p 65

CONCLUSION

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANNEXES

Annexe A : Programme de matrice.

Annexe B : Programme de calcul des coefficients du transfert de chaleur.

Annexe C : Programme de modélisation de l'écoulement dans la double enveloppe.

Annexe D : Les propriétés du fluide.

LISTE DES FIGURES

Figure	Légende	Page
CHAPITRE I		
Fig.I.1	Schéma d'un système ECSD	3
Fig.I.2	Présentation d'une installation solaire ECSD	14
Fig.I.3	Exemple de panneaux solaires thermiques	14
Fig.I.4	Courbes caractéristiques des rendements des capteurs	15
CHAPIRE II		
Fig.II.1	Les relations entre u , $\bar{u}$ et u' pour flux constant et un écoulement instationnaire	17
Fig.II.2	Les volumes de contrôle dans le modèle de stockage thermique	21
Fig.II.3	Le bilan énergétique	23
CHAPITRE III		
Fig.III.1	La cellule de mise en calcul pour le fluide chaud 1.	29
Fig.III.2	La cellule de mise en calcul 2.	31
Fig.III.3	La cellule de mise en calcul 3.	32
Fig.III.4	Organigramme de calcul	44
CHAPITRE IV		
Fig.IV.1	Précision des conditions aux limites.	47
Fig.IV.2	Profile de température au niveau de la cuve de stockage dans le 1 ^{er} cas avec une entrée du gilet du bas à 50°C.	48
Fig.IV.3	Profil de température au niveau de la cuve interne en fonction du temps pour des conditions d'entrée à 50°C	48
Fig.IV.4	Profil de température au niveau du gilet dans le 1 ^{er} cas à une entrée avec 50°C	49
Fig.IV.5	Vue de coupe de la stratification thermique au niveau de la cuve de stockage pour le 1 ^{er} cas à 50°C	49
Fig.IV.6	Profil de température au niveau du gilet dans le 2 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	50
Fig.IV.7	Profil de température au niveau de la cuve interne dans le 2 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	51
Fig.IV.8	Evolution de la température au niveau de la cuve interne dans le 2 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	51
Fig.IV.9	stratification thermique de la cuve interne dans le 2 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	52
Fig.IV.10	Profil de température au niveau de la cuve interne dans le 3 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	53
Fig.IV.11	Profil de vitesse au niveau du gilet dans le 3 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	54
Fig.IV.12	Profile de vitesse au niveau de la cuve de stockage pour le 3 ^{ème} cas avec une entrée à 50°C	54
Fig.IV.13	La stratification thermique de la cuve de stockage avec une entrée à 50°C	55
Fig.IV.14	Evolution de la température au niveau de la cuve interne dans le 3 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	56
Fig.IV.15	Evolution de la température au niveau de la cuve interne dans le 4 ^{ème} cas à une entrée avec 50°C	57
Fig.IV.16	La stratification thermique de la cuve de stockage avec une entrée à 50°C avec une entrée du gilet du bas	57
Fig.IV.17	Vue en 2D du maillage du dispositif	58
Fig.IV.18	Vue en 3D du maillage du dispositif	59
Fig.IV.19	La stratification thermique de la cuve de stockage avec une entrée à 50°C après 175s	59
Fig.IV.20	Le profil de température au niveau du gilet après 175s	60
Fig.IV.21	L'évolution de la température au niveau du gilet après 175s	60
Fig.IV.22	La stratification thermique après 363s	61
Fig.IV.23	Le profil de température au niveau du gilet après 363s	61
Fig.IV.24	La stratification thermique après 550s	62
Fig.IV.25	Le profil de température au niveau du gilet après 550s	62
Fig.IV.26	Profil de température dans un plan horizontal situé au milieu du gilet.	63
Fig.IV.27	Le profil du flux de chaleur au niveau de l'espace annulaire avec une cuve de stockage à une température de 30°C et un coefficient du flux thermique de 50W/m ² K.	63

LISTE DES TABLEAUX		
Tableau	Légende	Page
CHAPITRE III		
Tab.III.1	La matrice de la densité	29
Tab.III.2	La matrice de la vitesse x la densité	31
Tab.III.3	Les symboles de la matrice de température	41
CHAPITRE IV		
Tab.IV.1	Les caractéristiques du dispositif	47
Tab.IV.2	Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 1 ^{er} cas.	50
Tab.IV.3	Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 2 ^{ème} cas.	52
Tab.IV.4	Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 3 ^{ème} cas.	56
Tab.IV.5	Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 4 ^{ème} cas.	58
ANNEXE		
ANNEXE A	Programme de solution de la matrice.	.
ANNEXE B	Programme de calcul des coefficients du transfert de chaleur.	.
ANNEXE C	Programme de modélisation de l'écoulement dans la double enveloppe.	.
ANNEXE D	Les propriétés du fluide.	.
ANNEXE E	Le schéma upwind.	.

NOMENCLATURE

1/ Caractères latins minuscules		
Caractère	Signification	Unités
$\mathbf{g}_i$	Gravité, $\mathbf{g}_i = (g_x, g_y, g_z)$.	[m / s ²]
$\mathbf{H}$	Enthalpie totale, $\mathbf{H} = h + \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^2$.	[J / kg]
h	Enthalpie thermodynamique, $h = h(T, p)$.	[J / kg]
k	Conductivité thermique.	[W/(m·K)]
p	Pression	[kg/(m·s ²)]
T	Température	[K]
t	Temps	[s]
$\mathbf{u}_i$	Vitesse du fluide, $\mathbf{u}_i = (u, v, w)$	[m / s]
μ	Viscosité dynamique	[kg/(m·s)]
ρ	Masse volumique	[kg / m ³]
T	Température réelle de l'écoulement	[K]
β	Coefficient de dilatation thermique	[1 / K]
ρ_0	Masse volumique (constante) à la température de fonctionnement, T_0 .	[kg / m ³]
$\Delta E_{i,j}$	Energie stockée dans le volume de contrôle # (i, j)	[J]
E_s	Energie solaire entrante dans le volume de contrôle # (i, j)	[J]
E_{conv}	Energie convective entrante dans le volume de contrôle # (i, j)	[J]
E_{mix}	Energie entrante dans le volume de contrôle # (i, j) en raison de mélange	[J]
E_{diff}	Energie de diffusion entrante dans le volume de contrôle # (i, j) due à la conduction thermique entre les volumes de contrôle	[J]
E_{aux}	Energie auxiliaire fournie au volume de contrôle # (i, j)	[J]
E_{pert}	Perte thermique du volume de contrôle # (i, j)	[J]
$E_{pré}$	Energie prélevée du volume de contrôle # (i, j)	[J]
T_p	Température de paroi où se passe le transfert de chaleur.	[K]
$T_{f,ent}$	Température d'entrée du fluide.	[K]
T_0	Température de sortie de la double enveloppe.	[K]
$\dot{m}$	Débit d'écoulement dans la double enveloppe.	[kg / m ³]
W	Distance entre la cuve interne et la double enveloppe.	[m]
μ	Viscosité du fluide	[kg/(m·s)]
c_p	Chaleur spécifique du fluide	[J/(kg K)]
2/ Nombres adimensionnels.		
Pr	Nombre de Prandtl .	
Nu	Nombre de Nusselt .	
Re	Nombre de Reynolds .	
St	Nombre de Stanton	

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Depuis le premier choc pétrolier d'octobre **1973**, l'ensemble de la communauté internationale a pris conscience de l'importance vitale des ressources énergétiques pour le développement de notre monde moderne. Les perspectives d'épuisement, à plus ou moins longue échéance, des ressources fossiles sur lesquelles reposent presque exclusivement l'activité humaine ont fait que depuis, la problématique énergétique est au centre des préoccupations de tous.

Pour y répondre, des politiques énergétiques ont été mises en place à travers le monde pour, notamment, parvenir à réaliser des économies d'énergie en rationalisant l'utilisation des énergies fossiles et pour trouver des énergies de substitution à ces énergies fossiles.

L'une des premières solutions vers laquelle on s'est tourné dès le départ a été le recours aux énergies renouvelables, principalement l'énergie solaire. En effet, il est de notoriété que l'énergie qui nous provient du Soleil sous forme de rayonnement pourrait, en théorie, suffire à couvrir tous les besoins énergétiques de l'humanité s'il était effectivement possible de la recueillir et de la convertir en totalité. Malheureusement, ce n'est pas le cas. Dans l'état actuel des choses, seule une très petite partie de cette énergie est réellement mise à profit çà et là à travers le monde à partir d'applications spécifiques.

Parmi les premières applications solaires auxquelles on a fait appel, l'utilisation thermique de l'énergie solaire par le biais des capteurs solaires plans pour assurer le chauffage de l'eau à des fins sanitaires ou pour la réalisation du chauffage basse température de locaux publics et d'habitations en individuel ou en collectif.

Reposant sur un principe scientifique simple faisant appel à la réalisation de l'effet de serre, le capteur solaire plan a été développé très rapidement pour être utilisé dans le secteur de l'habitat individuel et collectif ainsi que pour certains locaux publics et administratifs. Aujourd'hui, il est d'une application très courante dans plusieurs pays à travers le monde, notamment ceux du pourtour méditerranéen. Bien évidemment, au plan technologique, on est assez loin des premières « boîtes vitrées » réalisées de façon assez rudimentaire. Les systèmes actuels font appels à de hautes technologies pour atteindre de bonnes performances thermiques, garantir une solidité et une durabilité dans le temps pour les équipements et respecter une esthétique moderne en accord avec l'environnement dans lesquels ils sont intégrés.

En tant que pays jouissant d'une bonne position géographique lui permettant de bénéficier d'un des meilleurs taux d'ensoleillement annuel au monde, l'Algérie s'est intéressée dès les premières années à l'utilisation de l'énergie solaire. Diverses applications solaires ont ainsi fait l'objet d'études scientifiques ayant abouti à la réalisation de prototypes qui auraient pu être développés à grande échelle. Malheureusement, les choix politiques inhérents au développement d'une politique énergétique basée sur l'exploitation de ses ressources fossiles ont fortement entravé le développement d'une politique d'économie d'énergie et de recours aux énergies renouvelables, empêchant le développement industriel de ces filières. Beaucoup de réalisations sont ainsi demeurées pendant de longues années au stade embryonnaire.

Toutefois, ces dernières années, l'Algérie semble vouloir réinvestir le secteur des énergies renouvelables et affiche une volonté de développer les applications solaires tant photovoltaïques que thermiques. Une redynamisation du secteur est en cours avec la planification de diverses réalisations concrètes à travers le pays, une réactivation de la recherche dans le domaine, une mise en œuvre d'un cadre législatif approprié et la promotion d'une véritable industrie, publique et privée, dans le secteur.

C'est dans ce contexte que s'inscrit le présent travail qui s'intéresse à la réalisation d'une étude sur un système solaire de production d'eau chaude sanitaire. Il vient étayer un projet de réalisation d'un chauffe-eau solaire de production d'eau chaude sanitaire envisagé par l'Unité de Développement des Equipements Solaires (UDES) de Bou Smaïl (Tipasa).

Dans le cadre de ce projet, il a été retenu le développement et la réalisation d'un stockage de l'eau chaude sanitaire dans une cuve métallique horizontale munie d'une enveloppe externe dans laquelle circule le fluide caloporteur issu du capteur solaire. Ce fluide échange sa chaleur avec l'eau froide du réseau, stockée dans la cuve, à travers la paroi de la cuve. Ce qui permet de s'affranchir de l'échangeur de chaleur généralement sous forme de serpent.

Le travail théorique envisagé ici est relatif à la modélisation de cette cuve de stockage à double enveloppe et à la réalisation d'une étude des transferts thermiques qui ont lieu en son sein aussi bien au niveau de l'enveloppe que dans la cuve elle-même. Cette étude a pour objectifs d'aider au développement de cette cuve de stockage et à l'optimisation de ses performances.

Le travail qui a été effectué est exposé dans ce mémoire suivant quatre chapitres :

- ❖ Un premier chapitre correspondant à une étude bibliographique permettant de situer les travaux effectués autour du sujet proposé. Dans cette étude, divers travaux relatifs aux écoulements dans les espaces annulaires, au stockage de l'eau chaude sanitaire dans des cuves de stockage de différents types et aux performances des systèmes d'eau chaude solaire à usage domestique (ECSD) ont été consultés pour dégager les meilleures corrélations et les résultats les plus intéressants en relation avec le travail à accomplir.
- ❖ Un second chapitre consacré à la modélisation théorique de la cuve de stockage à double enveloppe envisagée. Les différentes équations analytiques nécessaires à la formulation des phénomènes dynamique et thermique dans la cuve de stockage et son enveloppe ainsi que les hypothèses simplificatrices afférentes y sont formulées et expliquées.
- ❖ Un troisième chapitre est dédié à la modélisation numérique et aux codes de calculs utilisés. Les méthodes de discrétisation et de résolution numériques des équations analytiques y sont exposées et expliquées. Les différents organigrammes de résolution y sont donnés.
- ❖ Un quatrième chapitre où sont exposés les divers résultats de notre étude relatifs à quatre configurations de fonctionnement de la cuve de stockage. Les tracés des courbes de températures dans la cuve de stockage et son enveloppe sont représentés et interprétés.

Une conclusion synthétise les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives envisagées suite à la réalisation de cette étude.

Chapitre I

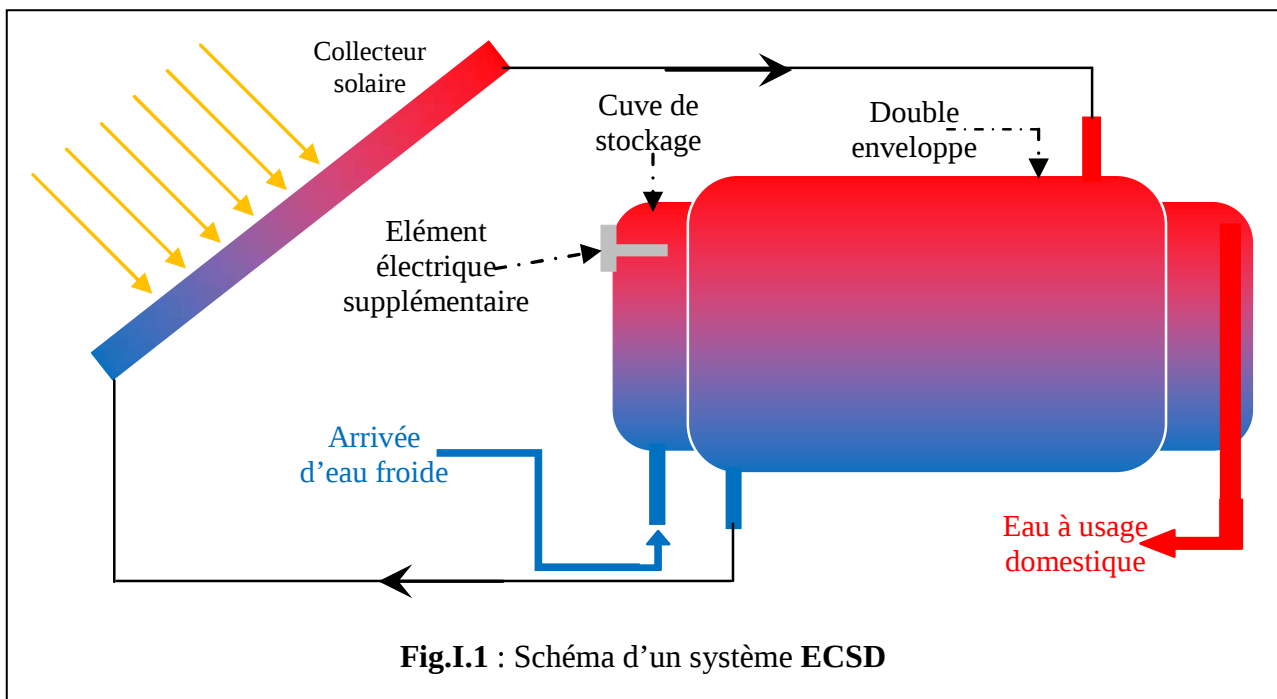
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1/ Introduction.

Un échangeur de chaleur à double enveloppe est un échangeur dans lequel deux fluides sont séparés par une paroi, généralement de forme cylindrique, à travers laquelle s'effectue un transfert de chaleur entre le fluide externe et le fluide contenu dans la cuve de stockage. Dans le cas des systèmes **ECSD** (Eau Chaude Solaire à usage **D**omestique représenté sur la **figure (I.1)**), la cuve de stockage contient généralement l'eau à usage domestique, considérée comme le fluide froid à chauffer, et l'enveloppe dans laquelle circule le fluide caloporteur (fluide chaud) contenu dans l'espace situé entre la paroi de la cuve de stockage et la paroi de l'enveloppe extérieure.

Un système **ECSD** est un système constitué d'un collecteur ou capteur solaire, relié par des canalisations à une double enveloppe qui permet de chauffer l'eau à usage domestique qui se trouve à l'intérieur de la cuve de stockage.

Dans les climats froids où il y a un risque de gel du liquide dans le collecteur, on utilise un fluide caloporteur contenant un antigel, généralement du propylène glycol.



Parfois, on fait appel à une pompe pour assurer la circulation du fluide caloporteur à travers le collecteur solaire on parle alors d'une circulation forcée. Lorsque le fluide caloporteur circule lui-même, sans aucun dispositif particulier, sous l'effet de la gravitation, on parle d'un système thermosiphon.

Généralement, un dispositif supplémentaire est prévu au niveau de la cuve de stockage pour assurer le chauffage de l'eau en cas d'absence ou d'insuffisance des apports solaires. Ce système d'énergie d'alimentation auxiliaire peut être soit une résistance électrique ou un échangeur de chaleur en spirale relié à une chaudière à gaz ou à mazout.

I.2/ Systèmes de chauffe-eau solaires à faible débit

Les systèmes **ECSD** à faible débit sont différents des systèmes à circulation forcée en ayant un faible débit dans la boucle de captage solaire. Dans les systèmes à circulation forcée, la pompe qui

assure la circulation du fluide caloporteur assure généralement un débit de l'ordre de **1,2 l/(min.m²collecteur)** tandis que, dans un collecteur d'un système à thermosiphon, à faible débit, le débit d'écoulement est d'environ **0,2 l/(min.m²collecteur)**.

Dans les systèmes à grands débits d'écoulement, l'utilisation d'une pompe de circulation du fluide caloporteur permet d'obtenir un facteur d'échange de chaleur important au niveau du collecteur [1].

VAN KOPPEN et al. (1979) [2] ont introduit le principe d'écoulement à faible débit car ils s'intéressaient à la performance du système dans son intégralité au lieu de la simple performance du collecteur. En effet, le facteur de dissipation de la chaleur et l'efficacité du capteur solaire sont légèrement réduites en utilisant un débit d'écoulement plus faible mais un débit d'écoulement faible entraîne une augmentation de la température à travers le collecteur. Si le stockage de chaleur est préparé, on peut transférer une grande quantité d'énergie solaire à l'accumulateur de chaleur et donner une grande stratification thermique au fluide, chose qui permet de diminuer l'énergie auxiliaire que l'on fournit au fluide froid du stockage, ce qui augmente le rendement thermique du système.

En outre, avec un stockage d'une très grande stratification et à faible débit d'écoulement, la température de retour au capteur solaire sera abaissée, ce qui accroît à la fois l'efficacité et les périodes de fonctionnement du collecteur.

Les autres avantages à l'utilisation de l'écoulement à faible débit sont notamment la possibilité d'utilisation de conduites de faibles diamètres et de petites pompes de circulation du fluide caloporteur, ce qui peut permettre de réduire les coûts, rendre l'installation plus facile et augmenter la performance thermique.

WUESTLING et al. (1985) [3] ont fait une comparaison numérique des performances thermiques d'un système à débit d'écoulement très élevé avec une cuve de stockage entièrement mélangé et un autre système à faible débit d'écoulement avec une cuve de stockage de très grande stratification. Les simulations ont montré que pour ce système spécifique la performance thermique est améliorée de près de **37 %**. Il est à remarquer que dans la pratique le fluide contenu dans la cuve de stockage n'est ni entièrement mélangé, ni entièrement stratifié, ce qui limite la performance précédente.

FURBO et MIKKELSEN (1987) [4] ont réalisé des mesures sur un système de chauffe-eau solaires avec un débit d'écoulement traditionnel avec un échangeur de chaleur à serpentin immergé dans la cuve de stockage et un système à faible débit d'écoulement (**ECSD**). L'expérience a montré que le système à faible débit d'écoulement a eu une performance thermique de **20 %** plus élevée que le système traditionnel.

Un résumé des avantages de la stratification thermique et de l'utilisation de faibles débits d'écoulement pour les systèmes solaires de production d'eau chaude à usage domestique est donné par **HOLLANDS et LIGHTSTONE (1989) [5]**.

1.3/ Les échangeurs de chaleur dans les systèmes de chauffe-eau solaires.

Comme on a mentionné précédemment, un échangeur de chaleur est nécessaire pour transférer de la chaleur à partir d'eau chaude du fluide caloporteur qui circule dans le collecteur

(fluide antigel) vers l'eau de la cuve de stockage. Plusieurs configurations d'échangeur de chaleur sont employées. Parmi les configurations les plus courantes, on trouve notamment :

- Des échangeurs de chaleur sous forme des bobines ou des tubes à serpentin qui sont immergés dans la cuve de stockage (réalisé par **DAHM et al.** en **1998**).
- Des échangeurs de chaleur d'une enveloppe externe et des tubes avec un fluide pompé à travers le collecteur et la cuve de stockage (entraîné par convection naturelle) s'écoulant à travers la coquille (réalisé par **DAHL et DAVIDSON** en **1998**).
- Des Echangeurs de chaleur à double enveloppe, soit sous forme verticale (réalisé par **SHAH** en **2000**) ou sous forme horizontale (réalisé par **MORRISON et al.** en **1998**) [36]. Ils se composent d'un gilet étroit annulaire autour d'une cuve de stockage d'eau sanitaire. Le fluide caloporteur s'écoule dans l'enveloppe ou gilet.

Les systèmes avec des tubes à serpentin immergés verticalement et des échangeurs de chaleur à double enveloppe sont utilisés principalement dans la partie Nord de l'Europe.

Les systèmes avec coquille externe et les échangeurs de chaleur tubulaire sont principalement utilisés en Amérique du Nord et au Canada.

Les échangeurs de chaleur à double enveloppe horizontale ou verticale avec des systèmes à thermosiphon (sans pompe de circulation) sont principalement utilisés en Australie et en Europe du Sud.

FURBO (1993) [34] a réalisée des expériences simultanées avec différents systèmes à faible débit d'écoulement (**ECSD**) afin de comparer leurs performances. Les trois systèmes retenus sont notamment : un système avec un échangeur de chaleur à serpentin immergé, un système avec un échangeur de chaleur externe et un système avec un échangeur de chaleur à double enveloppe. Ce dernier a donné des meilleurs résultats. Il a montré qu'il a une bonne performance par rapport à son coût.

I.4/ Les différents travaux réalisés

I.4.1/ Le transfert de chaleur par convection naturelle.

NAGENDRA (1970) [6] a fait une analyse et une étude expérimentale d'un transfert de chaleur par convection libre dans des tubes cylindriques concentriques annulaires. Les corrélations du transfert de chaleur qui ont été obtenues à la couche limite pour des plaques parallèles qui ont été vérifiées par des expériences en utilisant des tubes avec un diamètre intérieur de **0,008 m**, un diamètre extérieur de **0,018 m** et une longueur de **0,279 m**, et **0,0254 m** et **0,287 m** respectivement. L'eau était utilisée comme un milieu fluide et le tube intérieur est maintenu à haute température constante autant que le tube externe est maintenu à une température constante inférieure à celle du cylindre interne. Les corrélations obtenues pour le nombre **NUSSELT** s'écrivent :

$$N_{u_L} = \frac{0,48.R_{a_L}}{6830.\left(\frac{L}{d_2}\right)^4.\left(\frac{d_1}{L}\right) + (R_{a_L})^{0,75}} \quad \text{pour } \left\{ \frac{L}{d_1} < 0,1.(R_{a_L})^{0,25} \right\} \quad (\text{I-1})$$

$$N_{u_L} = \frac{1,19.R_{a_L}}{16900.\left(\frac{L}{d_2}\right)^4.\left(\frac{d_1}{L}\right) + (R_{a_L})^{0,84}.\left(\frac{d_1}{L}\right)^{0,36}} \quad \text{pour } \left\{0,1.(R_{a_L})^{0,25} \leq \frac{L}{d_2} < 0,738.(R_{a_L})^{0,25}\right\} \quad (\text{I-2})$$

Où L est la longueur du tube, d_1 est le diamètre extérieur du tube interne et d_2 est le diamètre intérieur du cylindre externe.

KUBAIR et SIMHA (1982) [7] ont effectué une analyse d'un transfert de chaleur par convection libre en utilisant l'approche par la double couche limite. Les corrélations ont été comparées avec les expériences en utilisant des tubes avec un diamètre intérieur dans une plage de **0,04 à 0,06 m**, un diamètre extérieur de **0,1 m** et une longueur de **0,2 m**. L'eau et le mercure ont été utilisés comme fluides. Le tube interne est maintenu à une température constante supérieure à celui de l'extérieure. Les corrélations moyennes des nombres de **NUSSELT** sont présentées comme:

$$N_{u_w} = 0,761.\left(R_{a_w}.\frac{w}{L}\right)^{0,283} \quad \text{pour } \left\{10 < R_{a_w}.\frac{w}{L} < 10^3\right\} \quad (\text{I-3})$$

$$N_{u_w} = 0,398.\left(R_{a_w}.\frac{w}{L}\right)^{0,284} \quad \text{pour } \left\{10^3 < R_{a_w}.\frac{w}{L} < 10^5\right\} \quad (\text{I-4})$$

Où L est la hauteur des tubes et w est l'écart entre les rayons des tubes ($w = r_{ext} - r_{int}$).

KEYHANI (1983) [8] a réalisé des mesures de transfert de chaleur par convection libre dans un tube dans lequel le tube interne était au niveau du flux de chaleur surfacique constant et le tube externe était à une température constante. Les expériences ont été réalisées avec un espace annulaire entre le tube interne d'un diamètre extérieur de **0,0191 m** et une longueur de **0,876 m**. et le tube externe d'un diamètre intérieur de **0,0826 m** et une longueur de **0,9217 m**. L'air et l'hélium ont été utilisés comme fluides, leurs corrélations ont été corrigées pour un transfert de chaleur par rayonnement. Les corrélations du nombre de **NUSSELT** ont été présentées comme suit:

$$N_{u_w} = 1,406.(R_{a_w})^{0,077} \quad \text{pour } \left\{10^3 < R_{a_w} < 6,6.10^3\right\} \quad (\text{I-5})$$

$$N_{u_w} = 0,163.(R_{a_w})^{0,322} \quad \text{pour } \left\{6,6.10^3 < R_{a_w} < 2,3.10^3\right\} \quad (\text{I-6})$$

KHAN et KUMAR (1989) [9] ont fait une étude numérique pour évaluer les effets de rapport du diamètre, $k = \frac{r_{ext}}{r_{int}}$ et le rapport d'aspect A qui est égale à

$$A = \frac{\text{hauteur du tube}}{(r_{ext} - r_{int})}$$

pour un écoulement d'un gaz au sein des tube. Le tube interne a été maintenu à un flux de chaleur uniforme ainsi que le tube externe à une température constante. Les résultats ont été obtenus pour :

$$1 \leq k \leq 15 \quad \text{et} \quad 1 \leq A \leq 10$$

Les corrélations relatives au nombre de **NUSSELT** moyen sont:

$$N_{u_L} = 1,58.(R_{a_w})^{0,29} . k^{\frac{0,303}{k} + 0,316} . A^{-0,05} \quad \text{pour } \left\{R_{a_L} < 10^6\right\} \quad (\text{I-7})$$

Où L est la longueur de l'espace annulaire. Ils ont obtenu également une corrélation simple pour $k > 5$ et $A > 5$ en utilisant le diamètre externe du tube interne sur l'échelle de longueur:

$$N_{u_L} = 0,455.(R_{a_{di}})^{0,202} \quad \text{pour } \{R_{a_{di}} < 10^6\} \quad (\text{I-8})$$

ROGERS et **YAO** (1990 et 1993) [11] ont réalisé une étude sur la stabilité hydrodynamique d'une convection mixte dans un tube. L'étude a été effectuée pour un tube soumis à un flux de chaleur constant appliquée à la paroi interne avec l'isolation de la paroi externe. Pour des Nombres de **Rayleigh** compris entre 100 et 600, ils ont présenté une corrélation du nombre de **NUSSELT** pour une convection naturelle:

$$N_{u_w} = 1,02.(R_{a_w})^{0,28} \quad \text{pour } \{100 < R_{a_w} < 600\} \quad (\text{I-9})$$

DHIMDI et **BOLLE** (1997) [12] ont fait une détermination numérique des coefficients du transfert de chaleur pour une convection naturelle dans des tubes avec un grand nombre de **GRASHOF** ($G_{rw} = 8,108$). Ils ont utilisé l'eau comme un milieu fluide et en même temps des différentes températures uniformes sur les deux parois cylindriques. Pour $G_{rw} = 8,108$ et pour un rapport d'aspect de 1 ($A = (\text{longueur de tube})/(r_{ext} - r_{int})$), ils ont trouvé la corrélation du nombre de **NUSSELT** suivant:

$$\log(N_{u_w}) = -0,17.(\log k)^{1,82} + 2,573 \quad \text{pour } \{G_{rw} = 8.10^8\} \quad (\text{I-10})$$

Où $k = \frac{r_{ext}}{r_{int}}$.

I.4.2/ Le transfert de chaleur par convection mixte.

La combinaison du transfert de chaleur par convection forcée et par convection naturelle dans des tubes à sens vertical ou horizontal a fait l'objet d'une grande attention au cours des dernières années, même si elle est assez complexe à décrire. Dans le cas où le fluide est soumis à un écoulement externe forcé dans la même direction que la force de viscosité (un écoulement ascendant chauffé ou descendant refroidi), le mode du transfert de chaleur est un terme d'assistance ou d'aide de la convection mixte. Dans le cas où le fluide s'écoule de façon forcée à l'extérieur dans la direction opposée à la force de viscosité (un écoulement descendant chauffé ou ascendant refroidi), le mode du transfert de chaleur est un terme d'une convection mixte à contre courant (**GEBHART** et al. (1988)).

EL-SHAARAWI et **SARHAN** (1980) [13] ont utilisé des simulations numériques pour analyser le développement d'un écoulement dans un espace annulaire (avec une paroi interne isotherme et externe isolé), pour des valeurs de **Gr** / **Re** variant entre 700 et 1500, et de l'air comme étant un milieu fluide. Le nombre de **GRASHOF** et celui de **REYNOLDS** ont été à la fois basé sur le diamètre hydraulique, avec une température caractéristique égale à la différence entre la température d'entrée et ceux de paroi isotherme. Lorsque le rapport des rayons était de 0,9, il a été montré que le transfert de chaleur a augmenté pour aider l'écoulement dû à la réduction de l'épaisseur de la couche limite développée et vice versa pour opposer l'écoulement. Les résultats ont également montré que, comme l'écoulement a développé, le nombre de **NUSSELT** local a convergé à vers une valeur très proche de celle attendue pour un écoulement complètement forcé développé entre des plaques parallèles ($Nu = 4,86$ (**KAYS** et **CRAWFORD**, 1993) [30]) avec l'une des plaques ayant une température constante et l'extérieure qui est adiabatique et ce, quelle que soit la valeur de **Gr** / **Re**.

ZENEN (1985) [14] a effectué une étude numérique d'une convection mixte dans l'espace annulaire d'un plan vertical avec une paroi interne isolée et une paroi externe soit isotherme ou avec une température qui varie avec la hauteur. Cette étude est l'une des études qui considère une

température de paroi variable avec la hauteur, même si dans des situations réelles, les températures des parois sont rarement isothermes. Une corrélation du nombre de **NUSSELT** local a été proposée:

$$N_{u_w} = f(G_z) \cdot g(St_r) \cdot \left(\frac{\mu_{entrée}}{\mu_{wm}} \right)^{0,116} \cdot (G_{rw})^a \quad (I-11)$$

Où :

- G_z est le nombre de **GRAETZ** donné par $G_z = \frac{R_e \cdot P_r \cdot z}{2 \cdot w}$,
- z est la distance entre les extrémités du tube,
- $g(St_r)$ est une fonction de la distribution de température de paroi, qui accroît avec le gradient de température,
- G_{rw} est le nombre de **GRASHOF** sur la base de la hauteur du tube et sur la différence entre la température moyenne de paroi et celle d'entrée,
- a est une constante.

L'effet de la température dépend de la viscosité dynamique μ , qui a été prise en compte par le rapport de viscosité à l'entrée ($\mu_{entrée}$) et la paroi maintenue à une température moyenne (μ_{wm}). Les constantes de corrélation ont été présentées uniquement pour chauffer l'eau lorsque l'écoulement provenant de la partie inférieure du tube où la température d'entrée est inférieure à la température moyenne de paroi. Autres conditions aux limites plus pertinentes pour les échangeurs de chaleur à double enveloppe ont été signalées, mais aucune corrélation n'a été donnée.

IANNELLO (1988) [43] a présenté des solutions analytiques pour des convections laminaires mixtes au sein d'un courant vertical entièrement développé de sous-canal d'un faisceau annulaire et des géométries conventionnelles. Les corrélations du nombre de **NUSSELT** d'une convection mixte (basé sur deux espaces annulaires) pour des tubes verticales avec un tube interne chauffé ont été données comme suite:

$$\log(N_{u_{2w}}) = g_i \cdot \log\left(1 + \frac{G_{r_{2w}}}{R_{e_{2w}}}\right) \quad \text{pour} \quad \left\{ \frac{G_{r_{2w}}}{R_{e_{2w}}} < 10^4 \right\} \quad (I-12)$$

Une double enveloppe verticale ou un tube vertical peut, à titre d'approximation, être déballés pour former un canal vertical ou une conduite verticale. **LIN (1991)** [38] a réalisé une étude numérique d'un écoulement laminaire mixte dans un conduit vertical pour un grand débit de départ entre deux plaques planes après une application de différents flux de chaleur à la surface externe de chaque paroi. Il a été constaté que les processus aident à augmenté le nombre de **NUSSELT** tout en s'opposant à des processus qui diminuent ce nombre. Des corrélations ont été données pour aider l'état d'équilibre et l'écoulement à contre courant en termes du nombre de **GRASHOF** et de **REYNOLDS**:

Pour un écoulement à courant parallèle :

$$\frac{N_{u_w}}{N_{u_{forcée}}} = \left(e^{-2x} + 0,0184 \cdot \left(\frac{G_{rw}}{R_{a_w}} \right)^{0,7463} \cdot z^{0,5} \cdot \gamma_H^{-0,165} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (I-13)$$

Pour un écoulement à contre courant :

$$\frac{N_{u_w}}{N_{u_{forcée}}} = \left(1 + 0,0012 \cdot \left(\frac{Gr_w}{Re_w} \right)^{1,2272} \cdot z^{0,5} \cdot \gamma_H^{-0,6126} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (I-14)$$

Où

- $\gamma_H = \frac{q_1}{q_2}$, q_1 et q_2 sont les flux de chaleur au niveau de la paroi 1 et 2 respectivement,
- Z est une dimension axiale de coordonnées, $Z = Re_w \cdot z/w$,
- z est la distance axiale de l'entrée,
- w est l'espacement du conduit.

Les deux équations sont pour $Gr_w / Re_w < 1000 \cdot Nu_{forcée}$. Le nombre de **NUSSELT** local stable pour un écoulement par convection purement forcée, qui peut être calculé à partir des équations proposées par **SHAH L.J.** et **FURBO S (1998) [17]**. Ces équations sont données ci-dessous:

$$N_{u_{forcée}} = \begin{cases} 0,745 \cdot \xi^{\frac{1}{3}} & \text{pour } \xi \leq 0,0002 \\ 0,745 \cdot \xi^{\frac{1}{3}} - 0,2 & \text{pour } 0,0002 < \xi \leq 0,001 \\ 4,114 + 4,34 \cdot (10^3 \cdot \xi)^{-506} \cdot e^{-164 \cdot \xi} & \text{pour } \xi > 0,001 \end{cases} \quad (I-15)$$

$$\text{Où : } \xi = \left(\frac{z}{2} \right) \cdot w \cdot P_e = \left(\frac{z}{2} \right) \cdot w \cdot Re_e \cdot P_r$$

TSAY (en **1994**) [15] a présenté une étude numérique de transfert de chaleur par une convection mixte instationnaire dans un passage annulaire vertical résultant d'un changement radical d'un flux de chaleur uniforme traversant la paroi interne d'un tube.

La paroi externe a été maintenue adiabatique. Il a été constaté que le rapport de conductivité thermique du fluide et celui de la paroi a eu des effets beaucoup plus importants sur le transfert de chaleur que le rapport Gr / Re . Le rapport de la conductivité thermique s'écrit :

$$K_{wf} = \frac{k_w}{k_f} \quad (I-16)$$

Où k est la conductivité thermique et les indices w et f représentent la paroi (wall) et le fluide respectivement.

Quand K_{wf} diminue, le nombre de **NUSSELT** local augmente. C'est un résultat assez significatif, car les moyens que les propriétés de paroi de la cuve de stockage dans un échangeur de chaleur à double enveloppe peuvent être significatives pour déterminer le transfert de chaleur dans cette cuve.

Malheureusement, ces conditions aux limites ne sont pas réalistes dans la pratique pour des échangeurs de chaleur à double enveloppe. Les parois dans un échangeur de chaleur à double enveloppe ne sont pas adiabatiques, et les conditions dans une cuve de stockage à double enveloppe

(le stockage interne) sont de sorte transitoire que la température de paroi est uniforme ou le flux de chaleur sera uniforme seulement qu'il se produit dans des cas très rares et dans une courte période. Par conséquent, les références des corrélations du transfert de chaleur pour des cuves à double enveloppe ne sont pas appropriées pour le calcul de la quantité de chaleur transférée à l'intérieur.

En outre, dans notre cas on peut noter qu'aucunes des corrélations référencés dans cette partie pour un transfert de chaleur par convection mixte dans des cuves à double enveloppe sont basées sur la relation entre Ra / Re^2 ou Gr / Re^2 , (ARPACI et LARSEN (1984), GEBHART (1988), Mills (1992)) [16].

I.5/ Le transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur à double enveloppe.

BAUR (1993) [39] a supposé que le transfert de chaleur entre un fluide circulant au niveau d'une double enveloppe et l'eau à usage domestique pourrait être estimé en utilisant la corrélation empirique du transfert de chaleur pour un écoulement laminaire forcé dans la région d'entrée entre deux plaques parallèles développées par **MERCER (1967)**:

$$N_{u_{2w}}(z) = 4,9 + \frac{0,0606 \left(Re_{2w} \cdot Pr \frac{2 \cdot w}{z} \right)^{1,2}}{1 + 0,0909 \left(Re_{2w} \cdot Pr \frac{2 \cdot w}{z} \right)^{0,7} \cdot Pr^{0,1}} \quad (I-17)$$

Où

- z est la distance entre les extrémités de la cuve de stockage,
- w est le vide de l'enveloppe (l'espace annulaire),
- $2 \cdot w$ est le diamètre hydraulique de l'espace annulaire.

Le nombre de Nusselt dans l'équation (2.19) est le nombre de **NUSSELT** moyen de départ à la section située à la position z . Le nombre de **NUSSELT** local à un nœud i est obtenu à partir de:

$$N_{u_i} = \frac{N_u(z_i) \cdot z_{i-1} - N_u(z_{i-1}) \cdot z_{i-1}}{z_i - z_{i-1}} \quad (I-18)$$

Les résultats de simulation de **BAUR** ont été comparés avec les données expérimentales rapportées par **FURBO** et **BERG** en 1990 []. Avec une entrée de l'enveloppe située au sommet de celle de **BAUR**, il a constaté qu'un facteur de correction de **1,8** à été appliqué dans l'équation (2-19) afin d'obtenir une comparaison entre le transfert de chaleur mesuré et celui simulé. Ce modèle qui a été proposé par **BAUR** a été mis en œuvre dans le logiciel de simulation **TRNSYS (KLEIN, 1996) [40]**.

SHAH et **FURBO (1998) [17]** ont évalué un transfert de chaleur annulaire dans des échangeurs de chaleur verticaux à double enveloppe en utilisant une simulation numérique pour des écoulements au niveau de l'enveloppe et en même temps à l'intérieur de la cuve de stockage. Dans ce cas, le fluide qui circule au niveau de l'espace annulaire était à une température supérieure que celui de la paroi de la cuve interne, ce qui entraîne un transfert de chaleur entre les deux fluides (un transfert de chaleur utile à travers la paroi interne et une perte de chaleur vers la paroi externe). Ils ont développé une corrélation du nombre de **NUSSELT** local en termes du nombre de **RAYLEIGH**, et donc basée sur la convection libre:

$$N_{u_i} = 0,46 \left(Ra_z \cdot \frac{z}{2.w} \right)^{0,28} \quad \text{pour } w = 0,0335 \text{ m} \quad \text{et } Ra_z \leq 10^{11} \quad (\text{I-19})$$

Où z est la distance entre les extrémités de l'espace annulaire. La différence de température entre le fluide de l'enveloppe et la paroi de la cuve interne est utilisée comme une caractéristique dans le nombre de **RAYLEIGH** local.

SHAH (1999) [18] a utilisé deux codes de calcul : **PIV** (Particle Image Velocimetry) pour étudier la structure d'un écoulement dans une cuve à double enveloppe et le **CFD** (Computational Fluid Dynamics) pour étudier la distribution du flux de chaleur sur la surface d'une cuve à double enveloppe. Il a démontré que pour une grande température d'entrée de l'enveloppe, il y avait une recirculation de l'écoulement de **20 %** au niveau supérieure de la cuve de stockage. Avec une basse température d'entrée, le courant entrant descend immédiatement vers l'entrée de la cuve et passe le long de ça section inférieure. Ce courant induit une grande zone de recirculation dans les deux tiers supérieurs du volume de la cuve interne. Il a été conclu que les résultats expérimentaux et ceux de simulation indiquent à la fois que la distribution de l'écoulement autour de la cuve à double enveloppe est régie par une viscosité axée qui cause une recirculation dans la cuve interne.

SHAH (1999 et 2000) [18] a continué une « approche dynamique » et il a développé une nouvelle corrélation du nombre de **Nu-Ra** basée sur une simulation numérique :

$$N_{u_z} = 0,28 \left(\frac{w}{r_i} \right)^{-0,63} \cdot \left(Ra_z \cdot \frac{z}{H} \right)^{0,28} \quad \text{pour } Ra_z < 10^{10} \quad (\text{I-20})$$

Où H est la hauteur de la cuve à double enveloppe et r_i le rayon extérieur de la paroi interne de cette cuve.

L'équation **(I-20)** est valable pour une gamme plus large des modèles géométriques de la cuve de stockage à double enveloppe que l'équation **(I-19)**.

Les équations **(I-19)** et **(I-20)** ne sont valables que pour les échangeurs de chaleur à double enveloppe avec une entrée de l'enveloppe située au sommet.

SHAH (1999) [18] a comparé les flux de chaleur calculés en utilisant la corrélation de l'équation **(I-20)** avec ceux calculés à l'aide du **CFD**, il a constaté que dans du nombreux cas la corrélation s'est comportée comme prévu par les simulations **CFD**. Cependant, certaines différences significatives ont eu lieu pour les lacunes de la cuve à double enveloppe, une hauteur différente par rapport au diamètre, et pour un grand débit d'écoulement dans la cuve (**SHAH, 1999**). Ces inexactitudes peuvent indiquer que le transfert de chaleur dans la cuve à double enveloppe peut être par convection mixte, et donc le nombre de **NUSSELT** ne sera qu'en fonction du nombre de **RAYLEIGH** et du nombre de **REYNOLDS** à la fois.

I.5.1/ Le transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur à double enveloppe horizontaux

MORRISON (1998, 1999) [19] a utilisé l'injection d'un colorant pour la visualisation de l'écoulement et une modélisation avec **CFD**. Il a étudié la structure de l'écoulement et la stratification de la cuve de stockage avec un orifice d'entrée situé au fond. La structure de

l'écoulement dépend de la température d'entrée qui est relative à la stratification thermique de la cuve de stockage interne, et que la majorité du phénomène du transfert de chaleur se passe au niveau de la partie supérieure de la cuve.

L'orifice d'entrée de l'enveloppe des échangeurs de chaleur à double enveloppe horizontaux se trouve normalement au fond de l'enveloppe pour éviter la circulation inverse pendant la nuit dans la boucle à thermosiphon (**ROSENGARTEN, 1999**) [20]. Comme **MORRISON** a conclu que l'entrée du bas ne donne pas une grande stratification thermique, **ROSENGARTEN (2000)** [21] a étudié plusieurs configurations de la double enveloppe d'un échangeur de chaleur à double enveloppe horizontale avec des entrées différentes. Il a comparé ces résultats avec ceux de l'entrée traditionnelle du bas utilisé en écoulement perpendiculaire à la paroi de la cuve de stockage. Avec une entrée située en bas, l'écoulement se passe directement vers la sortie (qui est placée elle-même en bas) au lieu de s'étendre au-dessus de la paroi de la cuve de stockage. La quantité de chaleur transférée a été de **10 à 15 %** environ inférieure à celui avec une entrée en haut et cela est dû principalement à l'absence d'une région d'un jet incidente. La configuration d'entrée en haut a été trouvée comme avantage avec des températures d'entrée élevées parce que le fluide chaud d'entrée ne doit pas traverser la zone inférieure de l'enveloppe de sorte qu'il y a un flux de chaleur plus élevée dans la partie supérieure de cette enveloppe.

ROSENGARTEN (2001) [21] a montré que l'effet de courbure sur des flux par convection mixte ainsi que le transfert de chaleur qui se passe au niveau des espaces annulaires étroits ont été négligé. Ainsi, il a utilisé un échangeur de chaleur à double enveloppe vertical avec un gilet rectangulaire pour étudier la structure d'un écoulement et le transférer de chaleur dans l'espace annulaire à l'aide du **PIV** et même du **CFD**. L'une des parois de la cavité est adiabatique et l'autre paroi est soumise à un transfert de chaleur avec des conditions aux limites différentes (isothermique et que la température varie avec l'altitude de la cavité). Il a constaté que le flux de chaleur locale (et le nombre de **NUSSELT** local) dépend de la convection forcée et naturelle à la fois et le flux de chaleur est donc en régime de convection mixte. Il n'y a pas de corrélation du nombre de **NUSSELT** local qui a été développé. Au lieu de cela, il a développé une corrélation du nombre de **NUSSELT** moyen où il a utilisé la différence de température entre l'entrée et la paroi pour un transfert de chaleur et en prenant un paramètre de correction de la stratification en compte, ce nombre de **NUSSELT** est donné par:

$$N_{u_w} = Re_w \cdot Pr \cdot St \cdot \frac{W}{L} \left(1 - \exp \left(\frac{-1}{Re_w \cdot Pr} \cdot \frac{363 \cdot L}{k} \right) \right) \quad (I-21)$$

Où **L** est la longueur de la cavité, **k** est la conductivité thermique du fluide de la double enveloppe **St** est le paramètre de correction de la stratification (dépend du nombre de **REYNOLDS** et de l'efficacité de la stratification).

I.5.2/ Le transfert de chaleur à l'intérieur de la cuve de stockage

À l'intérieur de la cuve de stockage d'un échangeur de chaleur à double enveloppe le mouvement du fluide ainsi que le transfert de chaleur est régit par le débit d'écoulement.

SHAH (1999, 2000) [18] a développé une corrélation locale **Nu-Ra** pour un transfert de chaleur à partir d'une paroi d'une cuve de stockage d'eau à usage domestique:

$$N_{u_z} = \left(4,501 - \frac{3,103.D}{H} \right) \left(Ra_z \cdot \frac{z}{H} \right)^{0,19} \quad \text{pour} \quad Ra_z < 10^{11} \quad (\text{I-22})$$

Où :

- z est la distance entre les sommets de la cuve de stockage,
- D le diamètre,
- H est la hauteur de cette cuve.

SHAH (1999) a comparé des flux de chaleur calculés en utilisant une corrélation de l'équation (I-22) à ceux calculés en utilisant le **CFD**, il a constaté que dans de nombreux cas la corrélation s'est comporté comme prévu par les simulations **CFD**. Cependant, les flux thermiques calculés par la corrélation ne correspondent parfaitement pas à la forme des flux de chaleur prédit par le **CFD**.

OLIVESKI (2003) [22] a fait une analyse numérique et expérimentale des pertes thermiques pour une cuve de stockage vertical soumise à un transfert de chaleur par convection naturelle. Deux corrélations du nombre de **NUSSELT** moyen, pour des volumes de **0,1 m³** et **0,2 m³** respectivement, ont été présentées:

$$N_u \left(\frac{H}{D} \right)^{-0,3}_{v=0,1} = (9,40739.U'^{0,288329}) \cdot \left\{ 1000.(\bar{T} - T_{amb})^{-1} - 20 \right\}^{0,00988842.U' - 0,189428} \quad (\text{I-23})$$

$$N_u \left(\frac{H}{D} \right)^{-0,3}_{v=0,2} = (10,6039.U'^{0,310719}) \cdot \left\{ 1000.(\bar{T} - T_{amb})^{-1} - 20 \right\}^{0,013052.U' - 0,224677} \quad (\text{I-24})$$

Où :

- $\bar{T}$ est la température moyenne du fluide,
- U' est le coefficient du transfert thermique global donné par :

$$U' = \frac{1}{\frac{e}{k} + \frac{1}{h_{ext}}} \quad (\text{I-25})$$

Où :

- e est l'épaisseur de l'isolant,
- k est la conductivité thermique du matériel d'isolation,
- h_{ext} est la convection externe de la cuve de stockage.

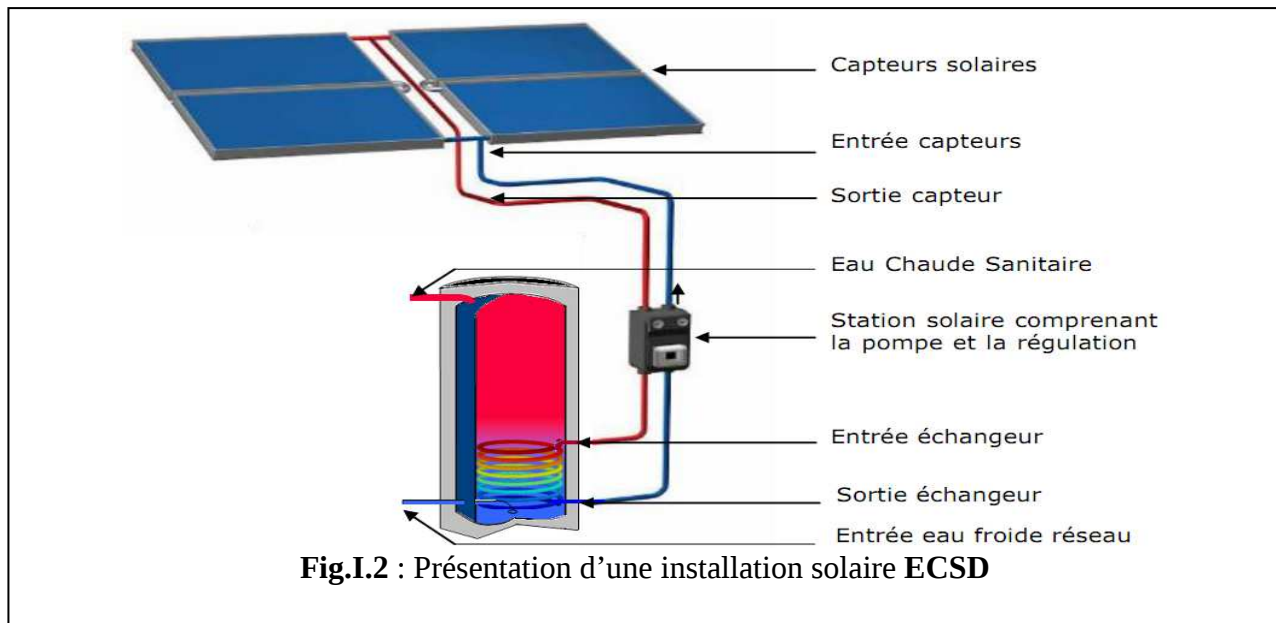
Les équations (I-23) et (I-24) sont valables pour un rapport entre la hauteur et le diamètre compris entre **1** et **2,5** et ils sont limités à prédire la perte de chaleur et par conséquent ils ne peuvent pas être utilisés pour prédire le transfert de chaleur à partir du fluide de la double enveloppe. L'équation (I-22) développée par **SHAH (1999, 2000)** peut être utilisé pour prédire à la fois la perte de chaleur et le transfert de chaleur à partir du fluide de l'enveloppe.

I.5/ Le chauffe eau solaire individuel.

Une installation solaire classique de Chauffe Eau Solaire Individuel (CESI) est présentée à la Figure I.2. Typiquement, un fluide caloporteur circule grâce à une pompe dans les capteurs solaires

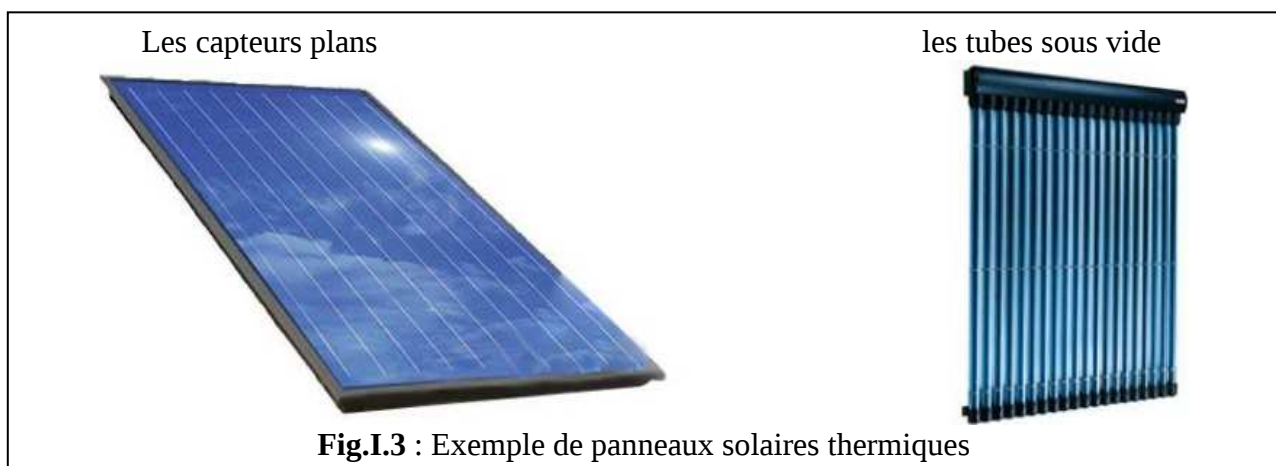
pour récupérer l'énergie solaire. Le ballon solaire est un stockage en Eau Chaude Sanitaire (ECS) : un échangeur est alors essentiel pour transmettre l'énergie récupérée.

Cette transmission de chaleur s'effectuant ici via l'échangeur constitue la charge du ballon. A l'inverse, la consommation d'ECS constitue la décharge du ballon.



La pompe est associée à la régulation car son fonctionnement est directement lié aux conditions météorologiques. Une pompe à vitesse variable est de plus en plus utilisée dans les installations solaires. Elle permet en effet une meilleure récupération de l'énergie solaire disponible. Ainsi, une vitesse de pompe importante permet de transmettre rapidement l'énergie dans le cas d'une ressource solaire importante tandis qu'une plus petite vitesse permet de profiter d'une ressource solaire moyenne. La pompe est l'élément caractéristique d'une installation à circulation forcée. Une installation sans pompe constitue un thermosiphon.

Différents types de capteurs solaires thermiques sont actuellement présents sur le marché. Pour une utilisation de l'énergie solaire dans le bâtiment, 2 types de capteurs cohabitent :



Alors que les capteurs sous vide possèdent tous un revêtement sélectif, les capteurs plans peuvent ou non disposer de ce revêtement destiné à diminuer les pertes par rayonnement.

La Figure I.4 représente alors les différences de rendements entre les différents capteurs obtenus par essais réalisés selon la norme NF EN 12975-2 où le rendement est donné par :

$$\eta = \eta_0 - a_1 \frac{(T_m - T_a)}{W} - a_2 \frac{(T_m - T_a)^2}{W} \quad (\text{I-26})$$

Avec :

T_m La température moyenne du capteur (moyenne entre la température d'entrée et la température de sortie du capteur) (°C).

T_a La température ambiante dans l'environnement du capteur (°C).

W La puissance de l'irradiation solaire mesurée dans le plan du capteur (W/m²).

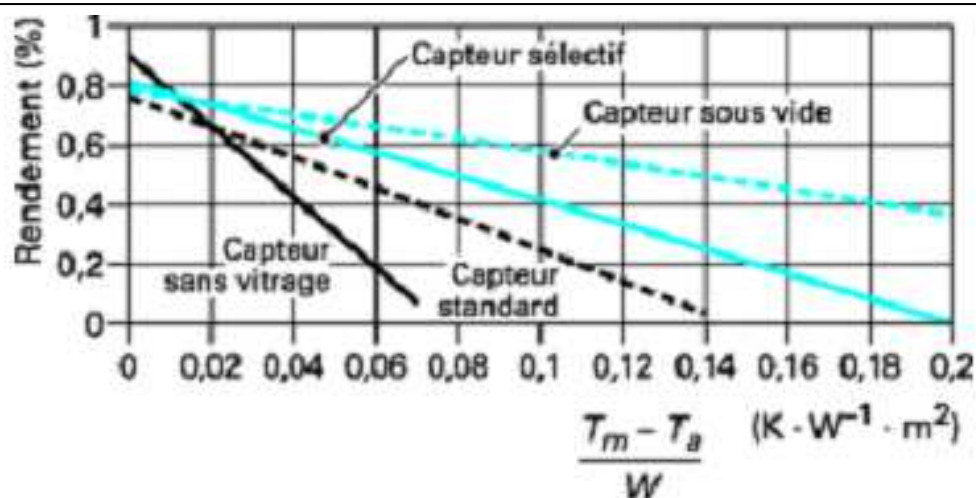


Fig.I.4 : Courbes caractéristiques des rendements des capteurs

Chapitre II

ETUDE THEORIQUE

MODELISATION MATHÉMATIQUE

II-1) INTRODUCTION

La modélisation mathématique du fonctionnement d'un système de chauffage d'eau solaire est assez compliquée et difficile à résoudre. Dans ce chapitre, on va présenter deux modèles mathématiques qui décrivent le comportement thermique de la cuve de stockage à double enveloppe.

II-2) Les équations qui gouvernent le mouvement

Les équations qui gouvernent l'écoulement du fluide pour un régime laminaire ainsi que le transfert de chaleur sont résumées dans la partie ci-dessous.

L'ensemble de base des équations nécessaires pour résoudre un écoulement laminaire du fluide et du transfert de chaleur comprend l'équation de continuité, l'équation dynamique et celle de l'énergie. Les équations sont donnés en notation de tenseur où x_i ($i = 1, 2, 3$) où (x, y, z) sont les coordonnées cartésiennes et u_i coordonnées où (u_x, u_y, u_z) sont des composantes cartésiennes du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Les indices répétés dans un terme d'une équation impliquent une sommation de ce terme au cours des trois valeurs de k (convention de sommation). Le delta de **Kronecker** est $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$, et $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$.

L'équation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2-1)$$

L'équation dynamique:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2-2)$$

Où τ_{ij} est le tenseur des contraintes:

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left(\frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] \quad (2-3)$$

L'équation de l'énergie:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i H) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-4)$$

Où

g_i	Gravité, $g_i = (g_x, g_y, g_z)$.	[m/s²]
H	Enthalpie totale, $H = h + \frac{1}{2} u_i^2$.	[J/kg]
h	Enthalpie thermodynamique, $h = h(T, p)$.	[J/kg]
k	Conductivité thermique.	[W/(m·K)]
p	Pression.	[kg/(m·s²)]
T	Température.	[K]
t	Temps.	[s]
u_i	Vitesse du fluide, $u_i = (u, v, w)$.	[m/s]
μ	Viscosité dynamique.	[kg/(m·s)]
ρ	Masse volumique.	[kg/m³]

II-3) L'utilisation de l'approximation de Boussinesq

La convection naturelle joue un rôle important dans le transfert de chaleur et même pour un écoulement du fluide au niveau des échangeurs de chaleur à double enveloppe.

Les simulations des transferts de chaleur par convection naturelle ont souvent des problèmes de convergence, les termes de viscosité conduisent à un couplage entre les équations de l'énergie et celle du mouvement à travers la densité qui dépend de la température, on utilise l'approximation de Boussinesq qui a été appliquée afin d'obtenir une convergence plus rapide.

L'approximation de Boussinesq traite la densité comme étant une valeur constante dans toutes les équations résolues, sauf pour le terme de viscosité dans l'équation du mouvement (le dernier terme de l'équation (2-2)):

$$(\rho - \rho_0)g_i \approx -\rho_0\beta(T - T_0)g_i \quad (2-5)$$

↓

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)) \quad (2-6)$$

Où

T	Température réelle de l'écoulement.	[K]
T_0	Température de fonctionnement de l'écoulement.	[K]
β	Coefficient de dilatation thermique.	[1/K]
ρ	Densité variable.	[kg/m ³]
ρ_0	Densité (constante) à la température de fonctionnement T_0 .	[kg/m ³].

L'équation (2-6) peut être utilisée pour éliminer ρ du terme de la viscosité dans l'équation de mouvement. Cette approximation est valable tant qu'il y a de petits changements des densités réelles, plus précisément, l'approximation de **BOUSSINESQ** est valable lorsque

$$\beta(T - T_0) \ll 1.$$

II-4) Modélisation du coté turbulent

Les écoulements turbulents sont caractérisés par des champs de vitesses fluctuants.

Ces fluctuations mélangées transportent de très importantes quantités telles que le mouvement et l'énergie. Ces fluctuations peuvent être à une petite échelle et en même temps à une grande fréquence. Au lieu de cela, les équations instantanées (exactes) qui gouvernent le mouvement peuvent prendre du temps pour les résoudre. Toutefois, les équations modifiées contiennent d'autres variables inconnues, et des modèles de turbulence sont nécessaires pour déterminer ces variables en termes de quantités connues.

A l'aide de la méthode de la moyenne de **REYNOLDS**, les variables de solution dans les équations de **NAVIER-STOKES** instantanées (exacte) sont décomposés en une valeur moyenne dans le temps et en une composante fluctuante. La composante de vitesse dans la direction x peut être écrite sous la forme suivante:

$$u = \bar{u} + u' \quad (2-7)$$

Où

$$\bar{u} = \frac{1}{\text{temps}} \int_0^{\text{temps}} u dt \quad (2-8)$$

et

$$\bar{u}' = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} u' dt \quad (2-9)$$

De même pour d'autres paramètres comme la vitesse dans la direction **y** et **z**, la pression ainsi que la température et l'enthalpie:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2-10)$$

Où ϕ est un paramètre comme **v**, **w**, **p**, **T** et **H**.

La figure ci-dessous montre la relation entre **u**, $\bar{u}$ et **u'**.



Figure (2-1): Les relations entre **u**, $\bar{u}$ et **u'** pour flux constant (à gauche) et un écoulement instationnaire (à droite)

Les valeurs moyennes du nombre de **REYNOLDS** peuvent être remplacées dans les équations de **NAVIER-STOKES**:

Equation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (2-11)$$

Equation de mouvement:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}) + \rho g_i \quad (2-12)$$

Equation de l'énergie:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{H}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i \bar{H}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} \quad (2-13)$$

Les équations (2-11) et (2-13) sont appelés **REYNOLDS Moyennées** des équations de **NAVIER-STOKES (RMNS)**.

Des termes supplémentaires apparaissent qui représentent les effets de la turbulence.

C'est $(\rho \overline{u'_i u'_j})$, qui est appelée les contraintes de **REYNOLDS** qu'elle doit être modélisé pour résoudre l'équation (2-12). Dans l'équation (2-13) k_{eff} représente la conductivité thermique effective qui dépend du modèle de la turbulence utilisé:

$$k_{\text{eff}} = k + k_T = k + \frac{c_p \mu_T}{\text{Pr}_T} \quad (2-14)$$

Où Pr_T est l'énergie turbulente du nombre de **PRANDTL** ($\text{Pr}_T = 0,85$), et μ_T est la viscosité turbulente (elle sera définie dans l'équation (2-18)).

L'enthalpie totale moyenne est donnée par:

$$\bar{H} = \bar{h} + \frac{1}{2} \bar{U}^2 + \frac{1}{2} \overline{U'^2} \quad (2-15)$$

Où le dernier terme est appelé "l'énergie cinétique de la turbulence".

Les contraintes de **REYNOLDS** décrivent l'influence des fluctuations sur la distribution de l'écoulement moyen et le motif des modèles de la turbulence est d'obtenir une description de ces contraintes. Dans ce projet, on utilise le modèle standard **k- ω** .

Le modèle **k- ω** utilisé par **SOLIDWORKS** a été développé par **WILCOX** en **1998**. Ce modèle est un modèle empirique basé sur le modèle des équations du transport de l'énergie cinétique turbulente (**K**) et le débit de dissipation spécifique (**ω**), qui peut également être considéré comme le rapport de **ϵ** à **k**, où **ϵ** est le débit de dissipation.

L'énergie cinétique turbulente **k**, et le débit de dissipation spécifique **ω** , sont obtenus à partir des équations de transport suivantes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + 2\mu_T S_{ij} S_{ij} - \rho \beta^* f_{\beta^*} k \omega \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + 2\alpha \frac{\omega}{k} \mu_T S_{ij} S_{ij} - \rho \beta f_{\beta} \omega^2 \quad (2-17)$$

Dans ces équations, le dernier terme représente la dissipation de **k** et **ω** due à la turbulence, et l'avant dernier terme représente la génération de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de la vitesse moyenne (pour l'équation (2-16)) et la génération de **ω** (pour l'équation (2-17)). **σ_k** et **σ_ω** sont les nombres de **PRANDTL** turbulents pour **k** et **ω** , respectivement (**$\sigma_k = \sigma_\omega = 2,0$**). Le modèle **k- ω** introduit la viscosité turbulente **μ_T** , pour modéliser l'écoulement turbulent:

$$\mu_T = \frac{\rho k}{\omega} \quad (2.18)$$

Pour finaliser les équations (2-16) et (2-17) on définit les coefficients suivants:

$$\alpha = \frac{13}{25}, \quad \beta = \frac{9}{125}, \quad \beta^* = \frac{9}{100} \quad (2-19)$$

$$\chi_\omega \equiv \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}\Omega_{ki}}{(\beta^*\omega)^3} \right|, \quad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega} \quad (2-20)$$

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1, & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2}, & \chi_k > 0 \end{cases}, \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2-21)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-22)$$

Le modèle **k- ω** est expliqué plus en détail dans **SOLIDWORKS 2012**.

La résolution des équations (2-16) et (2-17) pour **k**, **ω** ainsi que **μ_T** se fait numériquement en fonction de **k** et **ω** , les contraintes de **Reynolds** peuvent être calculées à l'aide des hypothèses de **Boussinesq** concernant le nombre de **Reynolds** en relation avec le gradient de la vitesse moyenne:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_T \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (2-23)$$

Remarque :

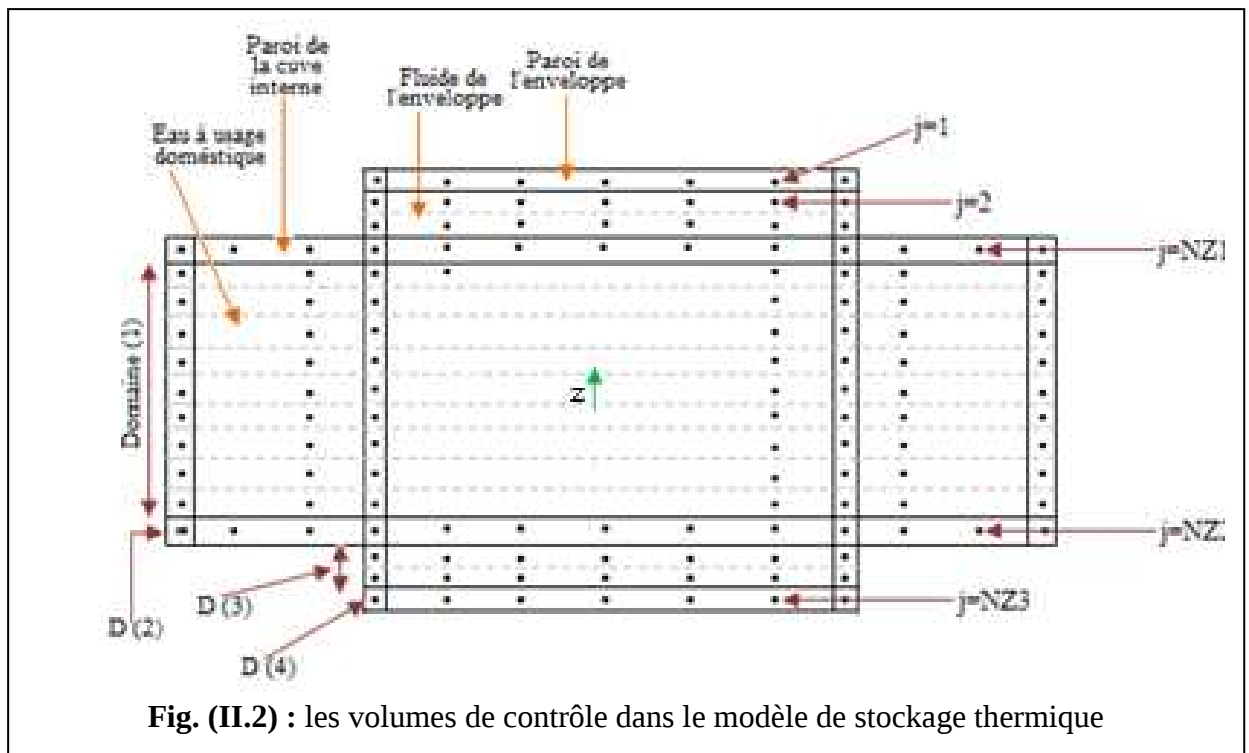
Le modèle **k- ω** a été choisi comme un modèle de turbulence au lieu du modèle **k- ϵ** le plus connue, où on résoudre l'équation du débit de dissipation (**ϵ**) au lieu de résoudre celle de du débit de dissipation spécifique (**ω**) Le modèle **k- ϵ** est d'abord valable pour un flux turbulent de base (c.à.d. L'écoulement dans les régions plus proches des parois), et d'autre part le modèle **k- ω** est désigné pour être appliqué à travers la couche limite, à condition que la résolution du maillage au voisinage de paroi est suffisante (**SOLIDWORKS, 2012**).

L'écoulement dans la cuve de stockage (la cuve interne) est complètement dépendant de celui qui se passe au voisinage de sa paroi (par la convection naturelle).

II-5) La discrétisation et la solution des algorithmes

Dans les calculs numériques, on utilise différentes méthodes de discrétisation.

SOLIDWORKS utilise une technique de volume de contrôle qui converti les équations qui gouvernent le mouvement en des équations algébrique que l'on peut résoudre numériquement. Cela implique, premièrement, l'intégration des équations au dessus d'un volume de contrôle de sorte que les valeurs dépendantes variables situés aux limites du volume de contrôle. Les variables sont interpolées ensuite pour obtenir les équations des différences finies aux valeurs de nœud. Pour cette interpolation on a utilisé un **schéma upwind** de second ordre que vous allez le trouver en détail en annexe E.



Les méthodes utilisées pour calculer la pression à chaque point et pour corriger les composantes de la vitesse est la **PISO** algorithme instationnaire (**PISO** = **P**ressure-**I**mplicit with **S**plitting of **O**perators), qui fait partie de la famille d'algorithmes **SIMPLE** (PATANKAR, 1980).

[42].

II-5) Le modèle numérique

La modélisation d'un accumulateur de chaleur en " n " volumes de contrôle le long de la cuve à double enveloppe, avant de simuler la stratification thermique dans la cuve interne. Le modèle d'accumulateur de chaleur est illustré dans la **figure (2-2)**. Le modèle est divisé en **NZ3** couches horizontales pour calculer les différentes températures horizontaux, chacune de ces couches **NZ3** est divisée en 2 à 4 volumes de contrôle: le premier volume est pour l'eau qui s'écoule à l'intérieur de la cuve interne, le deuxième est pour la paroi de la cuve interne, le troisième au niveau de la paroi séparatrice et le quatrième volume est destiné pour le fluide qui circule au niveau de l'espace annulaire. On a considéré une température uniforme pour chacun de ces volumes de contrôle.

Le bilan énergétique pour chaque volume de contrôle, (i, j), peut être présenté comme suit:

$$\Delta E_{i,j} = E_s + E_{conv} + E_{mix} + E_{diff} + E_{aux} - E_{pert} - E_{pré} \quad (2-24)$$

Où

$\Delta E_{i,j}$	Energie stockée dans le volume de contrôle # (i, j)	[J].
E_s	Energie solaire entrante dans le volume de contrôle # (i, j)	[J].
E_{conv}	Energie convective entrante dans le volume de contrôle # (i, j)	[J].
E_{mix}	Energie entrante dans le volume de contrôle # (i, j) en raison de mélange	[J].
E_{diff}	Energie de diffusion entrante dans le volume de contrôle # (i, j) due à la conduction thermique entre les volumes de contrôle	[J].
E_{aux}	Energie auxiliaire fournie au volume de contrôle # (i, j)	[J].
E_{pert}	Perte thermique du volume de contrôle # (i, j)	[J].
$E_{pré}$	Energie prélevée du volume de contrôle # (i, j)	[J].

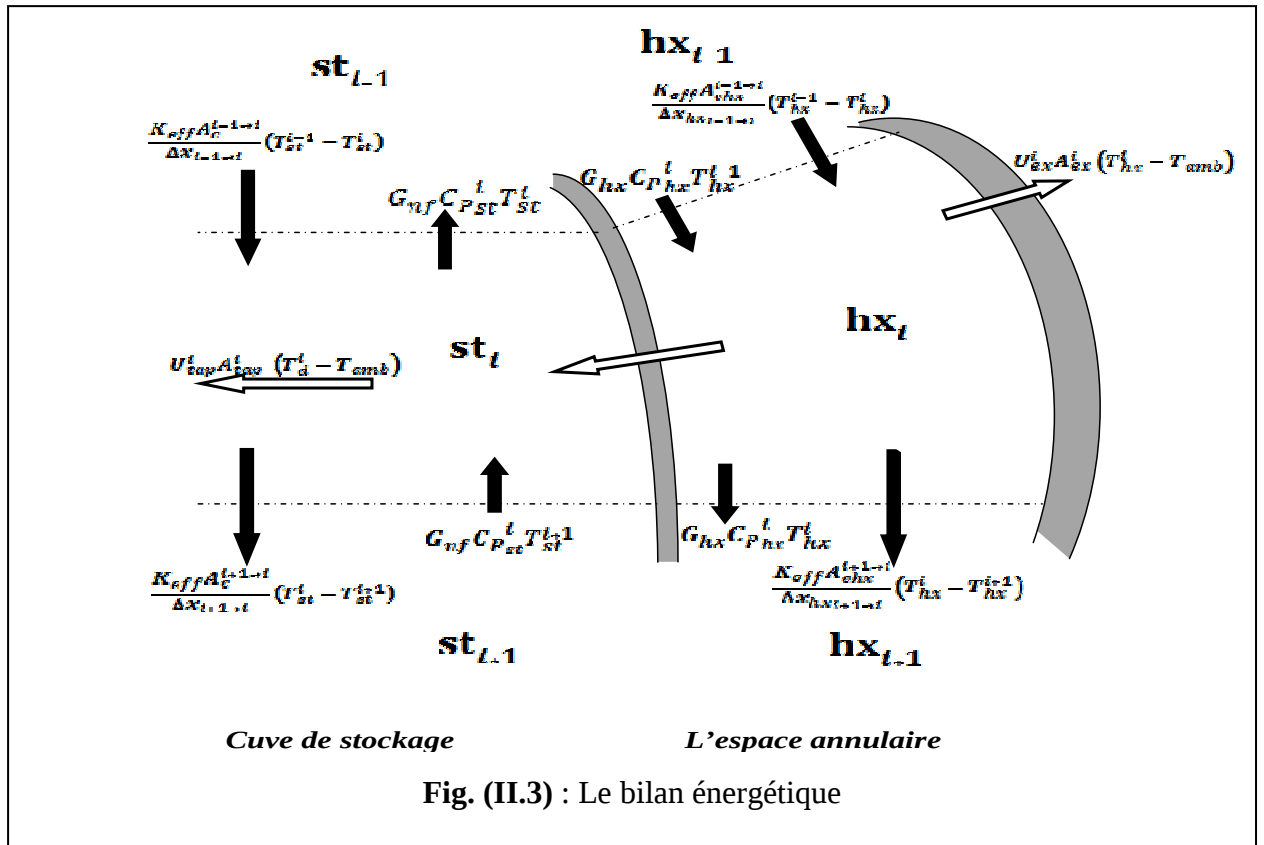
Remarque

L'énergie du mélange, E_{mix} , est l'énergie transportée entre deux couches très minces du mélange à des températures différentes.

L'énergie de diffusion, E_{diff} , l'énergie transportée entre les volumes de contrôle due à la conduction thermique (seulement entre deux fluides ou entre deux parois).

Un système d'énergie auxiliaire (un échangeur de chaleur raccordé à un brûleur à gaz ou à huile, ou à un élément électrique chauffant) est souvent placé dans la partie supérieure de la cuve interne pour maintenir l'eau à usage domestique à une température stable. L'écoulement du fluide au niveau de la double enveloppe se passe par pas de temps. Le pas de temps, dt , est calculé de sorte qu'à chaque pas de temps, l'écoulement se déplace de la zone du volume de contrôle à travers tous le fluide. En outre, on suppose que l'entrée du fluide est toujours équilibrée thermiquement (sans créer de mélange). Par conséquent, à la fin de chaque pas de temps, le fluide est balayé du haut en bas.

Les équations différentielles des bilans énergétiques pour tous les volumes de contrôle sont donnés:



Les équations du bilan énergétique au niveau de la cuve de stockage ainsi qu'au niveau de la double enveloppe s'écrivent comme suit:

a) Pour la cuve de stockage

$$\begin{aligned}
m_{st}^i c p_{st} \frac{dT_{st}^i}{dt} = & U_{in}^i A_{in}^i (T_{hx}^i - T_{st}^i) + U_{tap}^i A_{tap}^i (T_a - T_{st}^i) \\
& + \beta_i \frac{K_{eff_{st}} A_{cst}^{i+1 \rightarrow i}}{\Delta x_{st_{i+1 \rightarrow i}}} (T_{st}^{i+1} - T_{st}^i) + \alpha_i \frac{K_{eff_{st}} A_{cst}^{i-1 \rightarrow i}}{\Delta x_{st_{i-1 \rightarrow i}}} (T_{st}^{i-1} - T_{st}^i) \\
& + \beta_i G_{nf} c p_{st} (T_{st}^{i+1} - T_{st}^i) + (1 - \beta_i) G_{nf} c p_{st} (T_{ent} - T_{st}^i) \quad (2-25)
\end{aligned}$$

Où T_{sort}^i est la température de sortie à $i = 1$.

b) Pour l'espace annulaire

$$\begin{aligned}
m_{hx}^i c p_{hx} \frac{dT_{hx}^i}{dt} = & U_{in}^i A_{in}^i (T_{st}^i - T_{hx}^i) + U_{ex}^i A_{ex}^i (T_a - T_{hx}^i) \\
& + \alpha_i G_{hx} c p_{hx} (T_{hx}^{i-1} - T_{hx}^i) + (1 - \alpha_i) G_{hx} c p_{hx} (T_{froid} - T_{hx}^i) \\
& + \beta_i \frac{K_{eff_{chx}} A_{chx}^{i+1 \rightarrow i}}{\Delta x_{hx_{i+1 \rightarrow i}}} (T_{hx}^{i+1} - T_{hx}^i) + \alpha_i \frac{K_{eff_{chx}} A_{chx}^{i-1 \rightarrow i}}{\Delta x_{hx_{i-1 \rightarrow i}}} (T_{hx}^{i-1} - T_{hx}^i) \quad (2-26)
\end{aligned}$$

et les bilans énergétiques sont résolus par une méthode **implicite**.

II-6) les corrélations du transfert de chaleur

Le nombre de **NUSSELT** pour un transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur s'écrit sous la forme :

$$N_u = 4,86 + \frac{0.16 |Re_w Pr_L^W|^{1.2}}{1 + 0.24 |Re_w Pr_L^W|^{0.7} Pr^{0.17}} \quad (2-27)$$

Où le nombre de **NUSSELT** est basé sur la différence de température qui est égale à

$$\frac{\bar{h} w}{k} \text{ et } Q = h H L \Delta T_{LM}$$

Avec **h** qui est le coefficient du transfert de chaleur par convection.

Re_w est le nombre de **REYNOLDS** pour l'écoulement du fluide au niveau de

l'enveloppe qui est égal
$$= \frac{\dot{m}w}{H_w \mu}$$

Le nombre de **PRANDTL** est $Pr = \frac{\mu c_p}{k}$

$$\Delta T_{LM} = \frac{|T_0 - T_p| - |T_{f,ent} - T_p|}{\ln \frac{|T_0 - T_p|}{|T_{f,ent} - T_p|}} \quad (2-28)$$

Où

T_p Température de paroi où se passe le transfert de chaleur.

T_{f,ent} Température d'entrée du fluide.

T₀ Température de sortie de la double enveloppe.

m Débit d'écoulement dans la double enveloppe.

W Distance entre la cuve interne et la double enveloppe.

h Longueur l'espace annulaire.

K Conductivité thermique du fluide.

μ Viscosité du fluide.

c_p La chaleur spécifique du fluide.

Chapitre III

RESOLUTION NUMERIQUE

La formulation Crank-Nicholson

la température et le débit massique transitoires pour les écoulements à contre courant

Selon **CRANK-NICHOLSON**, une solution aux différences finies implique un ensemble de sept équations aux dérivées partielles simultanées. Comme le nombre de Mach ne dépasse pas 0,1 pour un écoulement, la sélection automatique des intervalles du temps est nécessaire qui est contrôlé par le logiciel de calcul.

III.1) Préparation de l'algorithme

L'approche des différences finies utilisée est la solution stable de **CRANK-NICHOLSON**.

Les perturbations sont empêchées de passer dans l'intervalle de l'espace qui suit, en invoquant la contrainte **CFL** (Courant-Friedrichs-Lewy $(\Delta t = \Delta x / 2 / (|u| + c))$). Au début de chaque intervalle de temps, il est nécessaire que les profils de température du fluide chaud, de la paroi séparatrice et celui du fluide froid soient connus dans l'échangeur. Ainsi il faut prendre en considération que les régimes transitoires à partir d'un état d'équilibre son connus. Dans un même intervalle du temps, la première étape est de résoudre des équations de conservation de la masse et celle du mouvement avec une densité (ρ) et une vitesse (u). Ces équations ont été résolues d'abord pour comprendre les problèmes de calcul avant de particulariser la solution.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} \end{cases} \quad (3-1)$$

On observe dans cette équation que la pression n'est pas conservée et qu'il ya des pertes de la quantité du mouvement à cause des frottements, où on peut évaluer la pression à partir de la densité (ρ) en utilisant l'équation d'état pour le fluide ainsi que la perte de charge due aux frottements en fonction de la densité (ρ) et de la vitesse (u) à la fois pas par pas. Les termes de pression qui ont été ajoutés pour équilibrer l'équation dynamique linéaire vont particulariser la solution et dans le processus elle présentera ensuite d'autres effets transitoires.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} - \left[\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{f \rho u^2}{2r_{hyd}} \right) \right] \end{cases} \quad (3-2)$$

Une fois qu'on a résolu l'équation de conservation de la masse ainsi que celle des équations dynamiques linéaires pour le même intervalle de temps, alors on peut résoudre les trois équations simultanées pour les champs de température (le fluide chaud, la paroi séparatrice et le fluide froid). Les solutions des équations du champ de température ensuite les profils de température à partir de laquelle les nouvelles propriétés physiques pour un intervalle de temps qui suit sont obtenus à partir des interpolations.

Les procédures ci-dessus sont répétées jusqu'à ce qu'on arrive à des résultats finaux en régime transitoire.

III.1.1) Conservation de la masse

L'équation gouvernante est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial(u)}{\partial x} - u \frac{\partial(\rho)}{\partial x} \quad (3-3)$$

Les positions le long de l'échangeur sont numérotées (de **0** jusqu'à **(n + 1)**) où **(0)** est la condition d'entrée, **(n)** est la condition de sortie et **(n + 1)** est une condition fictive. En différences finies sont considérés comme :

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right]_j^t = -\rho_j^t \left[\frac{u_{j+1}^t - u_{j-1}^t}{2\Delta x} \right] - u_j^t \left[\frac{\rho_{j+1}^t - \rho_{j-1}^t}{2\Delta x} \right] \quad (3-4)$$

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \right]_j^{t+1} = -\rho_j^{t+1} \left[\frac{u_{j+1}^{t+1} - u_{j-1}^{t+1}}{2\Delta x} \right] - u_j^{t+1} \left[\frac{\rho_{j+1}^{t+1} - \rho_{j-1}^{t+1}}{2\Delta x} \right] \quad (3-5)$$

À partir de laquelle la norme de **CRANK-NICHOLSON** de formule des différences finies est :

$$\frac{\rho_j^{t+1} - \rho_j^t}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left\{ \rho_{j-1}^t \left(\frac{u_j^t}{2\Delta x} \right) + \rho_j^t \left(\frac{-u_{j+1}^t + u_{j-1}^t}{2\Delta x} \right) + \rho_{j+1}^t \left(\frac{-u_j^t}{2\Delta x} \right) \right. \\ \left. + \rho_{j-1}^{t+1} \left(\frac{u_j^{t+1}}{2\Delta x} \right) + \rho_j^{t+1} \left(\frac{-u_{j+1}^{t+1} + u_{j-1}^{t+1}}{2\Delta x} \right) + \rho_{j+1}^{t+1} \left(\frac{-u_j^{t+1}}{2\Delta x} \right) \right\} \quad (3-6)$$

Avec la réorganisation des inconnues sur le côté gauche, on obtient :

$$\begin{aligned}
\rho_{j-1}^{t+1} \left\{ \frac{-u_j^t}{4\Delta x} \right\} + \rho_j^{t+1} \left\{ \frac{1}{\Delta t} + \frac{(u_{j+1}^{t+1} - u_{j-1}^{t+1})}{4\Delta x} \right\} + \rho_{j+1}^{t+1} \left\{ \frac{+u_j^{t+1}}{4\Delta x} \right\} \\
= \rho_{j-1}^t \left\{ \frac{+u_j^t}{4\Delta x} \right\} + \rho_j^t \left\{ \frac{1}{\Delta t} - \frac{(u_{j+1}^t - u_{j-1}^t)}{4\Delta x} \right\} + \rho_{j+1}^t \left\{ \frac{-u_j^t}{4\Delta x} \right\} \\
= [RHS_j]
\end{aligned} \tag{3-7}$$

On met :

$$[A_j]\rho_{j-1}^{t+1} + [B_j]\rho_j^{t+1} + [C_j]\rho_{j+1}^{t+1} = [RHS_j] \tag{3-8}$$

Où

$$A_j = \left\{ \frac{-u_j^{t+1}}{4\Delta x} \right\}, \quad B_j = \left\{ \frac{1}{\Delta t} + \frac{(u_{j+1}^{t+1} - u_{j-1}^{t+1})}{4\Delta x} \right\}, \quad C_j = \left\{ \frac{u_j^{t+1}}{4\Delta x} \right\}$$

et

$$RHS_j = \rho_{j-1}^t \left\{ \frac{u_j^t}{4\Delta x} \right\} + \rho_j^t \left\{ \frac{1}{\Delta t} - \frac{(u_{j+1}^t - u_{j-1}^t)}{4\Delta x} \right\} + \rho_{j+1}^t \left\{ \frac{-u_j^t}{4\Delta x} \right\}$$

La matrice de solution peut maintenant être définie comme suit:

➤ La première équation de la matrice est

$$[B_1]\rho_1^{t+1} + [C_1]\rho_2^{t+1} = [RHS_1] - [A_1]\rho_0^{t+1} \tag{3-9}$$

➤ Les équations intermédiaires dans la matrice sont :

$$[A_j]\rho_{j-1}^{t+1} + [B_j]\rho_j^{t+1} + [C_j]\rho_{j+1}^{t+1} = [RHS_j] \tag{3-10}$$

➤ la dernière équation dans la matrice est :

$$[A_n]\rho_{n-1}^{t+1} + [B_n]\rho_n^{t+1} = [RHS_n] - [C_n]\rho_{n+1}^{t+1} \tag{3-11}$$

La notation condensée (A_j, B_j, C_j) nécessite la connaissance des vitesses au niveau de l'intervalle du temps $(t+1)$ qui sont inconnus. Cependant, nous pouvons utiliser des vitesses connues au temps de calcul (t) et résoudre la matrice, si les intervalles du temps de calcul sont courts l'erreur sera minimal.

La valeur fictive $\rho_{n+1}^{t+1} \equiv (\rho)_6$ est inconnue pour la dernière équation. On utilise deux approches d'approximation pour une valeur acceptable par une extrapolation ou par un gradient nul.

III.1.1.1) L'extrapolation

Une approche consiste à extrapoler ρ_{n+1}^t à partir de la résolution de la matrice pour un intervalle du temps précédent et l'utilise comme une valeur approximative pour ρ_{n+1}^{t+1} .

$$(\rho)_{n+1} = 4(\rho)_n - 6(\rho)_n + 4(\rho)_{n-2} - (\rho)_{n-3} \quad (3-12)$$

III.1.1.2) Le gradient nul

Une approche simple est d'assumer un gradient nul à la sortie qui permet l'égalité suivante : $\rho_{n+1}^{t+1} \cong \rho_{n-1}^t$.

Connu						fictif	
C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	
+	-	+	-	+	-	+	...
							⋮
+	-	+	-	+	-	+	...

Fig. (III.1): la cellule de mise en calcul

III.1.2) L'équation du fluide froid

La matrice du tableau (3.1) a été mise en place pour le fluide chaud, mais la méthode de la résolution sert aussi bien pour les données des fluides froids d'entrée. Il est seulement nécessaire d'inverser la renumérotation.

	Equation	1	2	3	4	5	
	Inconnue	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	RHS
1	1	B_1	C_1				$\text{RHS}_1 - A_1(\rho)_0$
2	2	A_2	B_2	C_2			RHS_2
	3		A_3	B_3	C_3		RHS_3
n-1	4			A_4	B_4	C_4	RHS_4
n	5				A_5	B_5	$\text{RHS}_5 - C_5(\rho)_6$
		1	2		n-1	n	n+1

Tableau (III.1): la matrice de la densité

Les conditions d'entrée $(\rho)_0$ ainsi que les conditions d'estimation fictif $(\rho)_6$ sont connues, $(\rho)_6$ la solution itérée de la matrice jusqu'au $(\rho)_4 = (\rho)_6$.

III.1.2.1) Conservation de la quantité de mouvement

La forme conservatrice de l'équation qui gouverne le mouvement est :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = (\rho u) \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \quad (3-13)$$

Cela a la même forme que l'équation de conservation de la masse et qui donne ainsi la même notation condensée.

$$[A_j](\rho u)_{j-1}^{t+1} + [B_j](\rho u)_j^{t+1} + [C_j](\rho u)_{j+1}^{t+1} = [RHS_j] \quad (3-14)$$

Où

$$A_j = \left\{ \frac{-u_j^{t+1}}{4\Delta x} \right\}, B_j = \left\{ \frac{1}{\Delta t} + \frac{(u_{j+1}^{t+1} - u_{j-1}^{t+1})}{4\Delta x} \right\}, C_j = \left\{ \frac{u_j^{t+1}}{4\Delta x} \right\} \quad (3-15)$$

et

$$RHS_j = (\rho u)_{j-1}^t \left\{ \frac{u_j^t}{4\Delta x} \right\} + (\rho u)_j^t \left\{ \frac{1}{\Delta t} - \frac{(u_{j+1}^t - u_{j-1}^t)}{4\Delta x} \right\} + (\rho u)_{j+1}^t \left\{ \frac{-u_j^t}{4\Delta x} \right\} \quad (3-16)$$

III.1.2.1.1) Injection des termes de pression

Après l'évaluation des nombres de **Reynolds** $Re_j^{t-1} = (\rho u d_{hyd} / \eta)_j^{t-1}$ pour obtenir des facteurs de frottement d'interpolation $(f)_j^{t-1}$:

- 1- ... on ajoutant $\left(\frac{uf}{2r_{hyd}} \right)_j^{t-1}$ à l'expression de B_j .
- 2- ... on ajoutant $(RT)_j^t \left(\frac{P_{j+1}^t - P_{j-1}^t}{2\Delta x} \right)$ à l'expression de RHS_j .

Les termes de gradient de pression de l'entrée et de sortie sont nuls et devraient être remplacés par des expressions numériques des pertes dues à des effets d'entrée et de sortie.

La matrice de solution sera donnée comme suit:

- La première équation de la matrice est:

$$[B_1](\rho u)_1^{t+1} + [C_1](\rho u)_2^{t+1} = [RHS_1] - [A_1](\rho u)_0^{t+1} \quad (3-17)$$

- Les équations intermédiaires dans la matrice sont:

$$[A_j](\rho u)_{j-1}^{t+1} + [B_j](\rho u)_j^{t+1} + [C_j](\rho u)_{j+1}^{t+1} = [RHS_j] \quad (3-18)$$

➤ La dernière équation dans la matrice est:

$$[A_n](\rho u)_{n-1}^{t+1} + [B_n](\rho u)_n^{t+1} = [RHS_n] - [C_n](\rho u)_{n+1}^{t+1} \quad (3-19)$$

Pour trouver les valeurs de (A_j, B_j, C_j) et même de $(\rho u)_{n+1}^{t+1}$ pour la matrice (de la vitesse multiplier par la densité) on utilise les même démarches que celui utilisé pour la matrice de la densité.

	Equation	1	2	3	4	5	
	Inconnue	$(\rho u)_1$	$(\rho u)_2$	$(\rho u)_3$	$(\rho u)_4$	$(\rho u)_5$	RHS
1	1	B_1	C_1				$RHS_1 - A_1(\rho u)_0$
2	2	A_2	B_2	C_2			RHS_2
	3		A_3	B_3	C_3		RHS_3
n-1	4			A_4	B_4	C_4	RHS_4
n	5				A_5	B_5	$RHS_5 - C_5(\rho u)_5$
		1	2		n-1	n	n+1

Tableau (III.2) : La matrice de la vitesse x la densité

La condition d'entrée $(\rho u)_0$ est connue on a estimé la condition de frottement $(\rho u)_6$ où $(\rho u)_6$ est la solution itérée de la matrice jusqu'à ce que $(\rho u)_4 = (\rho u)_6$.

Connu											fictif	
C_0		C_1		C_2		C_3		C_4		C_5		C_6
+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	...	+
												⋮
+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	...	+

Fig. (III.2): La cellule de mise en calcul

III.1.2.2) Equations du fluide froid

La matrice du tableau (3.2) a été mise en place pour le fluide chaud, la même chose pour les données d'entrée du fluide froid. Il est seulement nécessaire d'inverser la numérotation.

III.1.2.2.1) Conservation de l'énergie

L'utilisation de la méthode de **CRANK-NICHOLSON** pour coupler les trois équations de température n'implique aucune extrapolation dans la solution. La première étape consiste à régler la disposition des différences finies pour la solution. Les températures finales pour la paroi séparatrice restent inconnues, mais on peut supposer qu'il peut y avoir un gradient nul de température au niveau des extrémités de la cuve.

Cela nécessite la mise en place des températures de fluide chaud et froid dans la gamme **(0 ... n)**, et des températures de la paroi séparatrice dans la gamme **(0 ... n-1)**.

Le point au milieu des cellules est utilisé comme une base pour l'algorithme.

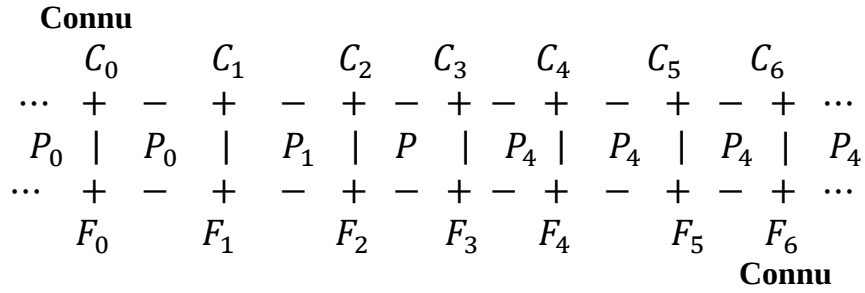


Fig. (III.3): La cellule de mise en calcul

III.1.2.2.1.1) Simplification des équations gouvernantes

$$\begin{cases} \frac{\partial T_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial T_c}{\partial x} = -\frac{u_c}{L} \left(\frac{\alpha_c S}{\dot{m}_c C_c} \right) (T_c - T_p) \\ \frac{\partial T_p}{\partial t} - \hat{\kappa}_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} = \left(\frac{\alpha_c S}{\dot{m}_p C_p} \right) (T_c - T_p) - \left(\frac{\alpha_f S}{\dot{m}_p C_p} \right) (T_p - T_f) \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} - u_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{u_f}{L} \left(\frac{\alpha_f S}{\dot{m}_f C_f} \right) (T_p - T_f) \end{cases} \quad (3-20)$$

Si on remplace les températures avec leurs indices et les coefficients avec **(P, Q, R, S)** on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} + u_c \frac{\partial C}{\partial x} = -O(C - P) \\ \frac{\partial P}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = Q(T_c - T_p) - R(T_p - T_f) \\ \frac{\partial F}{\partial t} - u_f \frac{\partial F}{\partial x} = S(P - F) \end{cases} \quad (3-21)$$

On remarque que les valeurs des températures sont différentes que celles définies pour l'état d'équilibre.

$$\text{Où } O = \frac{u_c}{L} \left(\frac{\alpha_c S}{\dot{m}_c C_c} \right), = \left(\frac{\alpha_c S}{M_p C_p} \right), R = \left(\frac{\alpha_f S}{M_p C_p} \right), S = \frac{u_f}{L} \left(\frac{\alpha_f S}{\dot{m}_f C_f} \right)$$

Chaque équation est maintenant convertie en différences finies de **Crank-Nicholson**.

III.1.2.3) Equation du fluide chaud

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_c \frac{\partial C}{\partial x} = -O(C - P) \quad (3-22)$$

On a plusieurs termes W_j à évaluer.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C}{\partial t} \right)_j^t &= -(u_c)_j^t \left[\frac{C_{j+1}^t - C_j^t}{\Delta x} \right] - O_j^t \left[\frac{(C_{j+1}^t + C_j^t)}{2} - P_j^t \right] \\ &= C_{j+1}^t \left[\frac{-(u_c)_j^t}{\Delta x} \right] + C_j^t \left[\frac{+(u_c)_j^t}{\Delta x} \right] + C_{j+1}^t \left[\frac{-O_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{-O_j^t}{2} \right] + P_j^t [O_j^t] \\ &= C_{j+1}^t \left[-\frac{(u_c)_j^t}{\Delta x} - \frac{O_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[+\frac{(u_c)_j^t}{\Delta x} - \frac{O_j^t}{2} \right] + P_j^t [O_j^t] \end{aligned} \quad (3-23)$$

et les différences avant W_j sont écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial C}{\partial t} \right)_j^{t+1} &= -(u_c)_j^{t+1} \left[\frac{C_{j+1}^{t+1} - C_j^{t+1}}{\Delta x} \right] - O_j^{t+1} \left[\frac{(C_{j+1}^{t+1} + C_j^{t+1})}{2} - P_j^{t+1} \right] \\ &= C_{j+1}^{t+1} \left[\frac{-(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} \right] + C_j^{t+1} \left[\frac{+(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} \right] + C_{j+1}^{t+1} \left[\frac{-O_j^{t+1}}{2} \right] \\ &\quad + C_j^{t+1} \left[\frac{-O_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [O_j^{t+1}] \\ &= C_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{O_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[+\frac{(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{O_j^{t+1}}{2} \right] \\ &\quad + P_j^{t+1} [O_j^{t+1}] \end{aligned} \quad (3-24)$$

Le gradient de température dans le temps entre les points du milieu (du fluide chaud et froid) est donnée par :

$$\begin{aligned}
& \frac{(mid - temp)_{@ t + 1} - (mid - temp)_{@ t}}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{C_{j+1}^{t+1} + C_j^{t+1}}{2}\right) - \left(\frac{C_{j+1}^t + C_j^t}{2}\right)}{\Delta t} \\
& = \frac{(C_{j+1}^{t+1} + C_j^{t+1}) - (C_{j+1}^t + C_j^t)}{2\Delta t} \\
& = \left(\begin{array}{c} \text{le temps moyen pour} \\ \text{des gradients de température} \\ \text{à chaque pas} \end{array} \right) \\
& = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial C}{\partial t} \right)_{j-demi}^{t+1} + \left(\frac{\partial C}{\partial t} \right)_{j-demi}^t \right] = \frac{1}{2} \{ (RHS)_j^{t+1} + (RHS)_j^t \}
\end{aligned}$$

(3-25)

Où j est la référence de position au niveau de paroi.

d'où

$$\begin{aligned}
& \frac{(C_{j+1}^{t+1} + C_j^{t+1}) - (C_{j+1}^t + C_j^t)}{2\Delta t} \\
& = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} C_{j+1}^t \left[-\frac{(u_c)_j^t}{\Delta x} - \frac{O_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{(u_c)_j^t}{\Delta x} - \frac{O_j^t}{2} \right] + P_j^t [O_j^t] \\ + C_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{O_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[\frac{(u_c)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{O_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [O_j^{t+1}] \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

(3-26)

$$\begin{aligned}
& (C_{j+1}^{t+1} + C_j^{t+1}) - (C_{j+1}^t + C_j^t) \\
& = \left\{ \begin{array}{l} C_{j+1}^t \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t - \frac{\Delta t O_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t - \frac{\Delta t O_j^t}{2} \right] \\ + P_j^t [\Delta t O_j^t] + C_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^{t+1} - \frac{\Delta t O_j^{t+1}}{2} \right] \\ + C_j^{t+1} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^{t+1} - \frac{\Delta t O_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [\Delta t O_j^{t+1}] \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

(3-27)

Les termes à **(t+1)** sont inconnus.

$$\begin{aligned}
& C_{j+1}^{t+1} \left[1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^{t+1} + \frac{\Delta t O_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^{t+1} + \frac{\Delta t O_j^{t+1}}{2} \right] \\
& + P_j^{t+1} [-\Delta t O_j^{t+1}] \\
& = \left\{ C_{j+1}^t \left[1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t - \frac{\Delta t O_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t - \frac{\Delta t O_j^t}{2} \right] \right. \\
& \left. + P_j^t [+ \Delta t O_j^t] \right\}
\end{aligned}$$

(3-28)

Si tous les coefficients sont évalués à t , et des débits massiques qui s'écoulent reste constant $\{(\mathbf{u}_c)_j^{t+1} = (\mathbf{u}_c)_j^t\}$, on peut mettre :

$$\left[A = \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t, \quad B = \frac{\Delta t}{2} O_j^t \right]$$

$$\begin{aligned} C_{j+1}^{t+1}[1 + A + B] + C_j^{t+1}[1 - A + B] + P_j^{t+1}[-2B] \\ = \{C_{j+1}^t[1 - A - B] + C_j^t[1 + A - B] + P_j^t[2B]\} \\ = [RHS_j] \end{aligned} \quad (3-29)$$

A $j = 0$, la température d'entrée chaude C_0^{t+1} est connue, donc

$$\begin{aligned} C_1^{t+1}[1 + A + B] + C_0^{t+1}[1 - A + B] + P_0^{t+1}[-2B] \\ = \{C_1^t[1 - A - B] + C_0^t[1 + A - B] + P_0^t[2B]\} \\ = [RHS_0] \end{aligned} \quad (3-30)$$

Ainsi que :

$$C_1^{t+1}[1 + A + B] + P_0^{t+1}[-2B] = [RHS_0] - C_0^{t+1}[1 - A + B] \quad (3-31)$$

III.1.3) Equation de la paroi séparatrice

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = +Q(C - P) - R(P - F) \quad (3-32)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_j^t = \kappa_j^t \left[\frac{P_{j+1}^t - 2P_j^t + P_{j-1}^t}{(\Delta x)^2} \right] + Q_j^t \left[\frac{(C_{j+1}^t + C_j^t)}{2} - P_j^t \right] \\ - R_j^t \left[P_j^t - \frac{(C_{j+1}^t + C_j^t)}{2} \right] \end{aligned} \quad (2-61)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_j^t = P_{j+1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^t \left[\frac{-2\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] + P_{j-1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] \\ + \left\{ C_{j+1}^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + R_j^t [-Q_j^t] \right\} \\ + \left\{ F_{j+1}^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] + P_j^t [-R_j^t] \right\} \end{aligned} \quad (3-33)$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_j^t &= P_{j+1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^t \left[-\frac{2\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} - Q_j^t - R_j^t \right] + P_{j-1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] \\
&\quad + \left\{ C_{j+1}^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] \right\} \\
&\quad + \left\{ F_{j+1}^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{3-34}$$

Le terme à l'instant précédant donne :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_j^{t+1} &= P_{j+1}^{t+1} \left[\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^{t+1} \left[-\frac{2\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} - Q_j^{t+1} - R_j^{t+1} \right] + P_{j-1}^{t+1} \left[\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] \\
&\quad + \left\{ C_{j+1}^{t+1} \left[\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] \right\} \\
&\quad + \left\{ F_{j+1}^{t+1} \left[\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{3-35}$$

CRANK-NICHOLSON est dans la moyenne des différences entre les deux intervalles de temps (en avant et en arrière), ainsi que le gradient de température en fonction du temps entre les points intermédiaire (de la paroi séparatrice) est donnée par :

$$\frac{P_j^{t+1} - P_j^t}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_j^{t+1} + \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_j^t \right\} = \frac{1}{2} \{ (RHS)_j^{t+1} + (RHS)_j^t \} \tag{3-36}$$

Où j est la position de référence de la paroi séparatrice.

$$\begin{aligned}
&\frac{P_j^{t+1} - P_j^t}{\Delta t} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &P_{j+1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^t \left[-\frac{2\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} - Q_j^t - R_j^t \right] + P_{j-1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] \\ &+ P_{j+1}^{t+1} \left[\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^{t+1} \left[-\frac{2\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} - Q_j^{t+1} - R_j^{t+1} \right] + P_{j-1}^{t+1} \left[\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] \\ &+ C_{j+1}^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + F_{j+1}^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] \\ &+ C_{j+1}^{t+1} \left[\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] + F_{j+1}^{t+1} \left[\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \tag{3-37}$$

Puis

Les termes au moment $(t + 1)$ sont inconnus

$$\begin{aligned}
 & P_j^{t+1} \left[\frac{2}{\Delta t} \right] - P_j^t \left[\frac{2}{\Delta t} \right] \\
 &= \left\{ \begin{aligned} & P_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^{t+1} \left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{2\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} + (Q_j^{t+1} + R_j^{t+1}) \right] + P_{j-1}^{t+1} \left[-\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] \\ & + C_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] + C_j^{t+1} \left[-\frac{Q_j^{t+1}}{2} \right] + F_{j+1}^{t+1} \left[-\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[-\frac{R_j^{t+1}}{2} \right] \end{aligned} \right\} \\
 &= \left\{ \begin{aligned} & P_{j+1}^t \left[\frac{\kappa_j^{t+1}}{(\Delta x)^2} \right] + P_j^t \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} - (Q_j^t + R_j^t) \right] + P_{j-1}^t \left[\frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2} \right] \\ & + C_{j+1}^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + C_j^t \left[\frac{Q_j^t}{2} \right] + F_{j+1}^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[\frac{R_j^t}{2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3-38)
 \end{aligned}$$

Si tous les coefficients pour $(t+1)$ et (t) sont évalués à un intervalle de temps t , on écrit :

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{\kappa_j^t}{(\Delta x)^2}, \quad E = \frac{2}{\Delta t}, \quad H = \frac{Q_j^t}{2}, \quad G = \frac{R_j^t}{2} \\
 &\left\{ \begin{aligned} & P_{j+1}^{t+1}[-D] + P_j^{t+1}[E + 2(D + H + G)] + P_{j-1}^{t+1}[-D] \\ & + C_{j+1}^{t+1}[-H] + C_j^{t+1}[-H] + F_{j+1}^{t+1}[-G] + F_j^{t+1}[-G] \end{aligned} \right\} \\
 &= \left\{ \begin{aligned} & P_{j+1}^t[D] + P_j^t[E - 2(D + H + G)] + P_{j-1}^t[D] \\ & + C_{j+1}^t[H] + C_j^t[H] + F_{j+1}^t[G] + F_j^t[G] \end{aligned} \right\} = [RHS_j] \quad (3-39)
 \end{aligned}$$

Où j est dans la gamme de 1 jusqu'à $(n - 1)$

III.1.3.1) Equation de l'extrémité chaude

A $j=0$ la température d'entrée C_0^{t+1} est connue et $P_{-1}^{t+1} = P_0^{t+1}$ car le gradient de la température de paroi à l'extrémité chaude est nul.

$$\left\{ \begin{aligned} & P_1^{t+1}[-D] + P_0^{t+1}[E + 2(D + H + G)] + P_0^{t+1}[-D] \\ & + C_1^{t+1}[-H] + C_0^{t+1}[-H] + F_1^{t+1}[-G] + F_0^{t+1}[-G] \end{aligned} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} P_1^t[D] + P_0^t[E - 2(D + H + G)] + P_0^t[D] \\ + C_1^t[H] + C_0^t[H] + F_1^t[G] + F_0^t[G] \end{array} \right\} \quad (3-40)$$

Si on regroupe les termes P_0^{t+1} avec le déplacement de la température d'entrée C_0^{t+1} à RHS on obtient :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} P_1^{t+1}[-D] + P_0^{t+1}[E + D + 2(H + G)] \\ + C_1^{t+1}[-H] + F_1^{t+1}[-G] + F_0^{t+1}[-G] \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} P_1^t[D] + P_0^t[E - D - 2(H + G)] \\ + C_1^t[H] + C_0^t[H] + F_1^t[G] + F_0^t[G] \end{array} \right\} = [RHS_0] - C_0^{t+1}[-H] \quad (3-41) \end{aligned}$$

III.1.3.2) Equation de l'extrémité froide

A ($j = n$) la température d'entrée F_{n+1}^{t+1} est connue et que $F_{n+1}^{t+1} = F_n^{t+1}$ car le gradient de la température de l'extrémité de paroi est nul.

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} P_n^{t+1}[-D] + P_n^{t+1}[E + 2(D + H + G)] + P_{n-1}^{t+1}[-D] \\ + C_{n+1}^{t+1}[-H] + C_n^{t+1}[-H] + F_{n+1}^{t+1}[-G] + F_n^{t+1}[-G] \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} P_n^t[D] + P_n^t[E - 2(D + H + G)] + P_{n-1}^t[D] \\ + C_{n+1}^t[H] + C_n^t[H] + F_{n+1}^t[G] + F_n^t[G] \end{array} \right\} \quad (3-42) \end{aligned}$$

Si on regroupe les termes P_n^{t+1} avec le déplacement de la température d'entrée C_{n+1}^{t+1} à RHS on obtient :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} P_n^{t+1}[E + D + 2(H + G)] + P_{n-1}^{t+1}[-D] \\ + C_{n+1}^{t+1}[-H] + C_n^{t+1}[-H] + F_n^{t+1}[-G] \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} P_n^t[E - D - 2(H + G)] + P_{n-1}^t[D] \\ + C_{n+1}^t[H] + C_n^t[H] + F_{n+1}^t[G] + F_n^t[G] \end{array} \right\} - F_{n+1}^{t+1}[-G] \\ &= [RHS_n] - F_{n+1}^{t+1}[-G] \quad (3-43) \end{aligned}$$

III.1.4) Equation du fluide froid

$$\frac{\partial F}{\partial t} - u_f \frac{\partial F}{\partial x} = +S(P - F) \quad (3-44)$$

On évalue des différents termes à P_j

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_j^t &= +(u_f)_j^t \left[\frac{F_{j+1}^t - F_j^t}{\Delta x} \right] + S_j^t \left[P_j^t - \frac{F_{j+1}^t + F_j^t}{2} \right] \\ &= F_{j+1}^t \left[\frac{+(u_f)_j^t}{\Delta x} \right] + F_j^t \left[\frac{-(u_f)_j^t}{\Delta x} \right] + F_{j+1}^t \left[\frac{-S_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[\frac{-S_j^t}{2} \right] \\ &\quad + P_j^t [S_j^t] \\ &= F_{j+1}^t \left[+\frac{(u_f)_j^t}{\Delta x} - \frac{S_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[-\frac{(u_f)_j^t}{\Delta x} - \frac{S_j^t}{2} \right] + P_j^t [S_j^t] \end{aligned}$$

(3-45)

et des différences pour P_j pour le point précédent :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_j^{t+1} &= +(u_f)_j^{t+1} \left[\frac{F_{j+1}^{t+1} - F_j^{t+1}}{\Delta x} \right] + S_j^{t+1} \left[P_j^{t+1} - \frac{F_{j+1}^{t+1} + F_j^{t+1}}{2} \right] \\ &= F_{j+1}^{t+1} \left[\frac{+(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} \right] + F_j^{t+1} \left[\frac{-(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} \right] \\ &\quad + F_{j+1}^{t+1} \left[\frac{-S_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[\frac{-S_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [S_j^{t+1}] \\ &= F_{j+1}^{t+1} \left[+\frac{(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{S_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[-\frac{(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{S_j^{t+1}}{2} \right] \\ &\quad + P_j^{t+1} [S_j^{t+1}] \end{aligned}$$

(3-46)

CRANK-NICHOLSON est la moyenne de différences entre l'intervalle du temps (en avant et en arrière):

$$\begin{aligned}
& \frac{(F_{j+1}^{t+1} + F_j^{t+1}) - (F_{j+1}^t + F_j^t)}{2\Delta t} \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & F_{j+1}^t \left[+\frac{(u_f)_j^t}{\Delta x} - \frac{S_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[-\frac{(u_f)_j^t}{\Delta x} - \frac{S_j^t}{2} \right] + P_j^t [S_j^t] \\ & + F_{j+1}^{t+1} \left[+\frac{(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{S_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[-\frac{(u_f)_j^{t+1}}{\Delta x} - \frac{S_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [S_j^{t+1}] \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \tag{3-47}$$

$$\begin{aligned}
& (F_{j+1}^{t+1} + F_j^{t+1}) - (F_{j+1}^t + F_j^t) \\
&= \left\{ \begin{aligned} & F_{j+1}^t \left[+\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^t - \frac{\Delta t S_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^t - \frac{\Delta t S_j^t}{2} \right] \\ & + P_j^t [\Delta t S_j^t] + F_{j+1}^{t+1} \left[+\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^{t+1} - \frac{\Delta t S_j^{t+1}}{2} \right] \\ & + F_j^{t+1} \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^{t+1} - \frac{\Delta t S_j^{t+1}}{2} \right] + P_j^{t+1} [\Delta t S_j^{t+1}] \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \tag{3-48}$$

Avec le regroupement des termes inconnus à $(t + 1)$ et les termes connus à t on obtient :

$$\begin{aligned}
& F_{j+1}^{t+1} \left[1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^{t+1} + \frac{\Delta t S_j^{t+1}}{2} \right] + F_j^{t+1} \left[1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^{t+1} + \frac{\Delta t S_j^{t+1}}{2} \right] + \\
& P_j^{t+1} [-\Delta t S_j^{t+1}] = \\
& \left\{ F_{j+1}^t \left[1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^t - \frac{\Delta t S_j^t}{2} \right] + F_j^t \left[1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_f)_j^t - \frac{\Delta t S_j^t}{2} \right] + P_j^t [+ \Delta t S_j^t] \right\} = \{RHS\}
\end{aligned} \tag{3-49}$$

Si tous les coefficients sont évalués à l'instant t en présence des débits massiques

$(u_c)_j^{t+1} = (u_c)_j^t$, on peut écrit :

$$\begin{aligned}
& Y = \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_c)_j^t, \quad Z = \frac{\Delta t S_j^t}{2} \\
& F_{j+1}^{t+1} [1 - Y + Z] + F_j^{t+1} [1 + Y + Z] + P_j^{t+1} [-2Z] \\
&= \left\{ F_{j+1}^t [1 + Y - Z] + F_j^t [1 - Y - Z] + P_j^t [2Z] \right\} = \{RHS_j\}
\end{aligned} \tag{3-50}$$

A $j = n - 1$, la température d'entrée d'eau froide F_n^{t+1} est connue.

$$\begin{aligned}
& F_n^{t+1}[1 - Y + Z] + F_{n-1}^{t+1}[1 + Y + Z] + P_{n-1}^{t+1}[-2Z] \\
& = \{F_n^t[1 + Y - Z] + F_n^t[1 - Y - Z] + P_{n-1}^t[2Z]\} = \{RHS_{n-1}\}
\end{aligned} \tag{3-51}$$

Ainsi

$$F_{n-1}^{t+1}[1 + Y + Z] + P_{n-1}^{t+1}[-2Z] = [RHS_{n-1}] - F_n^{t+1}[1 - Y + Z] \tag{3-52}$$

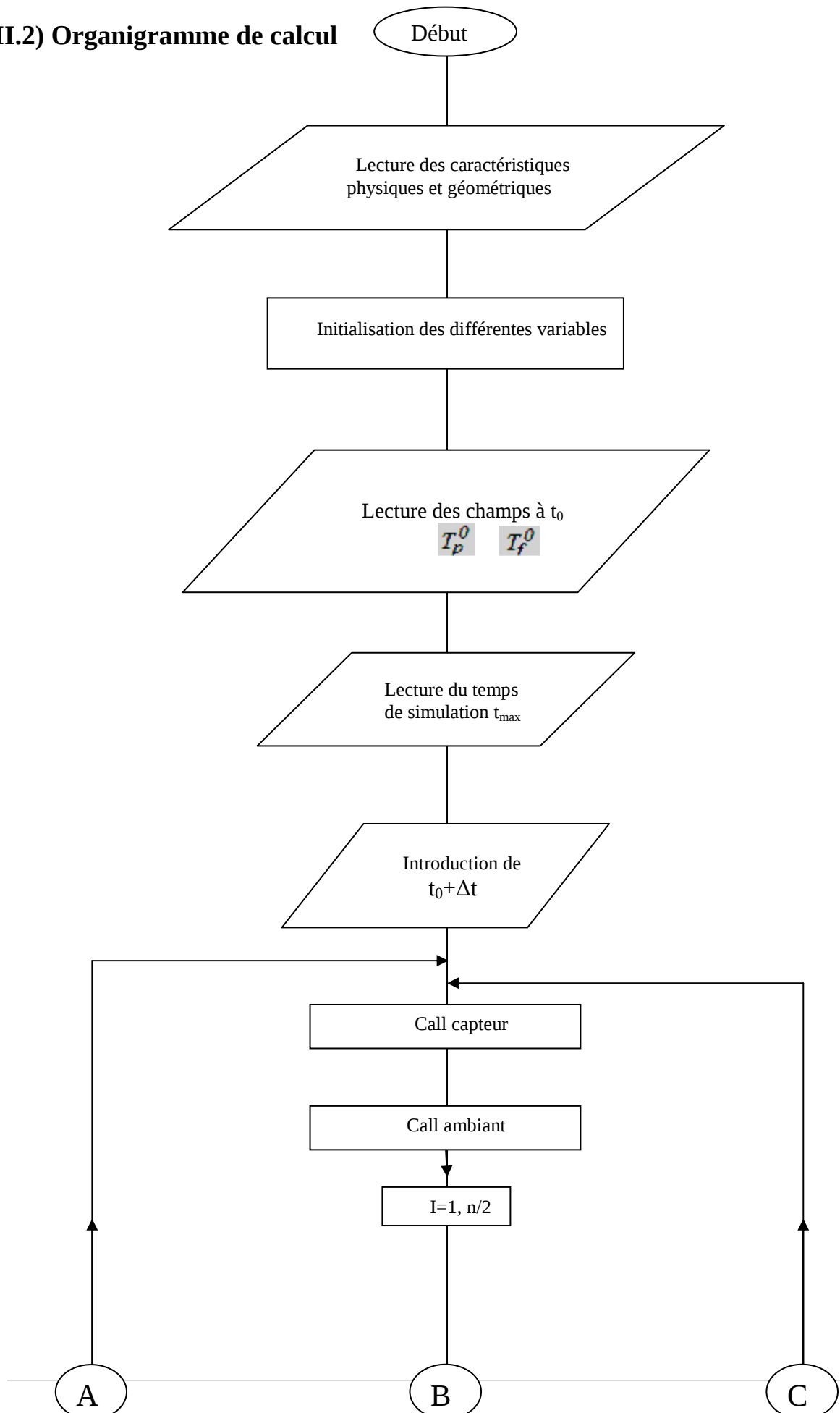
La matrice du champ de température est plus grande. Pour simplifier la notation, les symboles du tableau suivant doivent être utilisés en même temps avec la matrice principale.

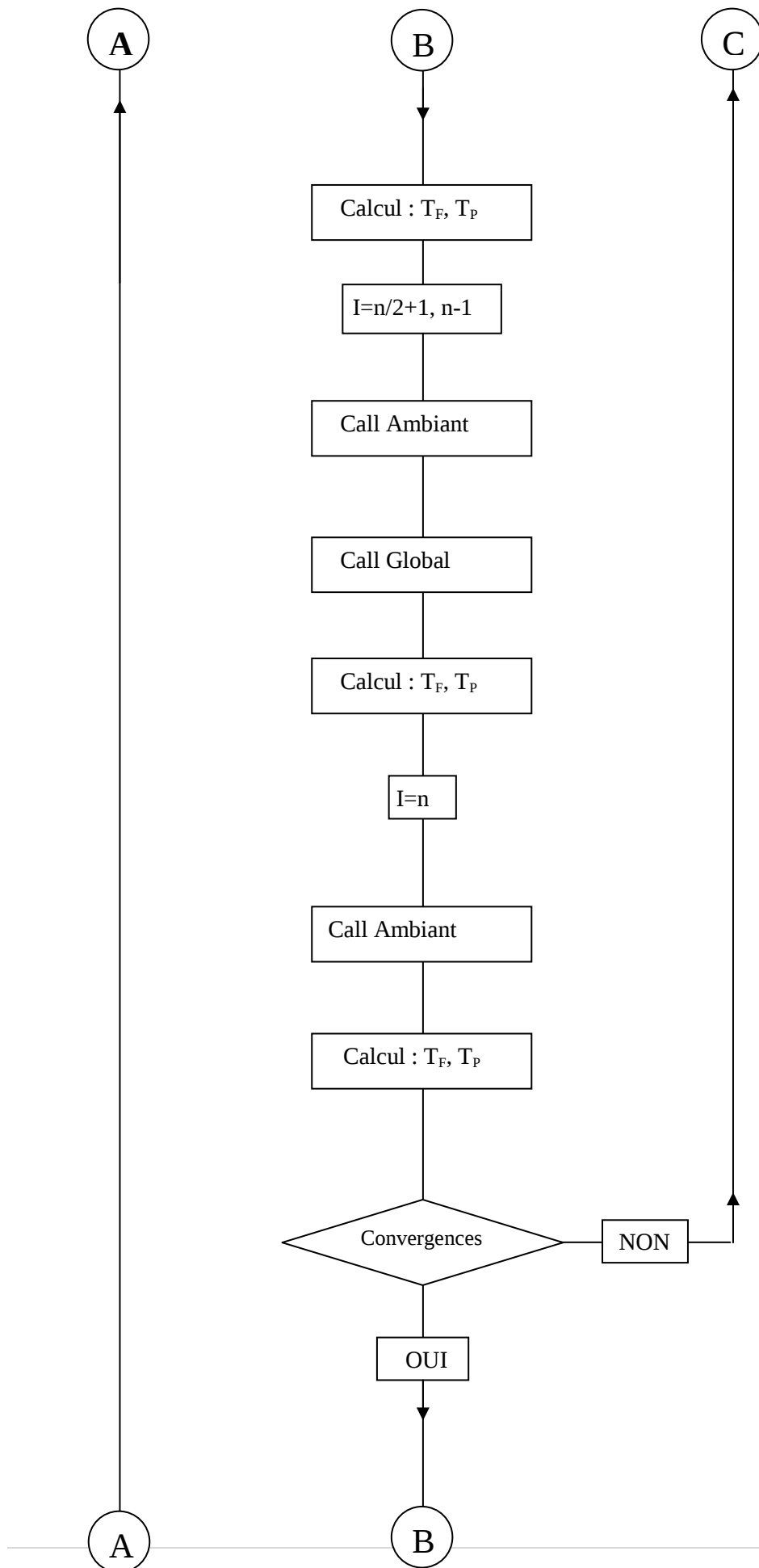
A = 1 + A + B	c = - 2B	
B = 1 - A + B		
	e = E + D + 2(H + G)	
d = - H	f = E + 2(D + H + G)	h = - G
	g = - D	
		k = 1 + Y + Z
	j = - 2Z	m = 1 - Y + Z

Tableau (III.3) Les symboles de la matrice de température

La résolution de ces matrices ainsi que le programme de calcul sont dans l'annexe A.

III.2) Organigramme de calcul





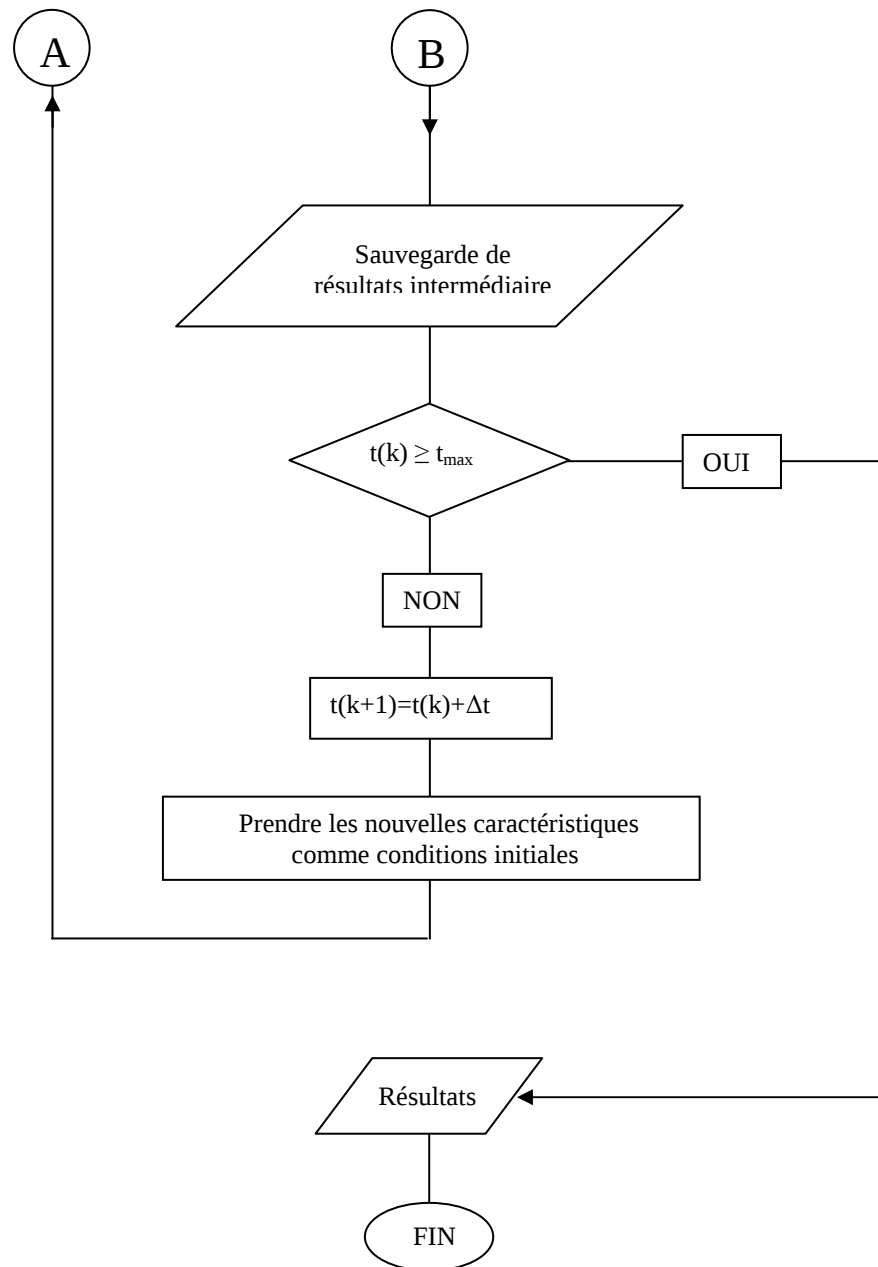


Fig. (III.3): Organigramme de calcul

III.3) Discussion

Cette partie résume la théorie fondamentale du **CFD** et décrit la solution des algorithmes utilisés dans ce projet.

III.4) Modèle de simulation ECSD

Le programme de simulation (**ECSD**) qui a été utilisé pour simuler les performances thermiques des systèmes de chauffe-eau solaires à faible débit (**ECSD**) est **SOLIDWORKS 2012**.

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1) Introduction

Les résultats présentés sont à partir des simulations numériques de l'échangeur de chaleur à double enveloppe réalisés par le programme **SOLIDWORKS (SOLIDWORKS 2012)**. Les résultats de base des calculs par **CFD** comprennent la distribution de température ainsi que les structures de d'écoulement qui ont été comparés à ceux de Søren Knudsen [45].

IV.2) Les expériences thermiques

Avec une cuve à double enveloppe en acier, **des** différentes expériences thermiques transitoires ont été effectuées dans des installations d'essai de stockage de chaleur. Les résultats ont été utilisés pour évaluer la distribution de température calculée et la température de sortie de la double enveloppe. Les études expérimentales sur notre cuve seront, plus tard, réalisées au niveau de **P'UDES (Unité de Développement des Equipements Solaires de Bousmail (TIPAZA))**.

Une des études sur ce type d'échangeur a été réalisée expérimentalement (au département du génie civil de l'Université du Danemark par **SØREN KNUDSEN [45]** avec une cuve de stockage à double enveloppe verticale en verre), ces expériences de visualisation de l'écoulement qui illustrent la structure de l'écoulement au niveau de la double enveloppe ainsi qu'au niveau de la cuve interne de stockage ont été effectuées avec un système **PIV**.

IV.3) Modélisation numérique

Le calcul numérique a été réalisé à l'aide du code de calcul "**SOLIDWORKS**" qui utilise la méthode des volumes finis.

IV.4) Qu'est-ce que le logiciel SOLIDWORKS ?

Le logiciel de conception mécanique 3D paramétrique **SOLIDWORKS** est un outil de conception de modélisation volumique paramétrique, basée sur des fonctions, qui tire parti de l'interface utilisateur graphique de Windows™, connue pour sa convivialité. On peut créer des modèles volumiques 3D entièrement, intégrés avec ou sans contraintes tout en utilisant des relations automatiques ou définies par l'utilisateur pour saisir l'intention de conception.

1- Basée sur des fonctions

Tout comme un assemblage est constitué d'un certain nombre de pièces individuelles, un modèle **SOLIDWORKS** est formé d'éléments individuels. Ces éléments sont appelés des fonctions.

Les fonctions sont classées en deux catégories : les fonctions esquissées et les fonctions appliquées.

➤ **Fonction esquissée** : Basée sur une esquisse 2D. Cette fonction est généralement transformée en volume par extrusion, révolution, balayage ou lissage.

➤ **Fonctions appliquées** : fonction créée directement sur le modèle volumique. Les congés et les chanfreins sont des exemples de ce type de fonction.

Le logiciel **SOLIDWORKS** nous montre graphiquement la structure basée sur des fonctions du notre modèle dans une fenêtre spéciale appelée l'arbre de création FeatureManager. L'arbre de création FeatureManager ne se contente pas d'afficher la séquence de création des fonctions, il nous donne en plus un accès facile à toutes les informations connexes sous-jacentes.

Pour la résolution du problème thermique, il faut tout d'abord préciser les conditions aux limites de l'échangeur de chaleur à double enveloppe.

On a étudié quatre cas pour notre calcul numérique :

Le 1^{er} cas : l'entrée et la sortie du gilet située au fond.

Le 2^{ème} cas : l'entrée située au sommet du gilet et la sortie reste toujours au fond du gilet.

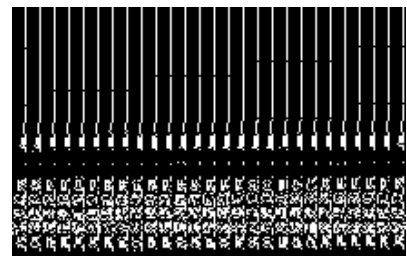
Le 3^{ème} cas : l'entrée située au sommet du gilet avec une sortie qui est placée au sommet.

Le 4^{ème} cas : l'entrée située au sommet du gilet et la sortie reste toujours au fond du gilet.

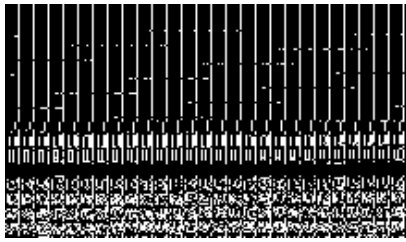
La figure suivante illustre les quatre possibilités différentes :



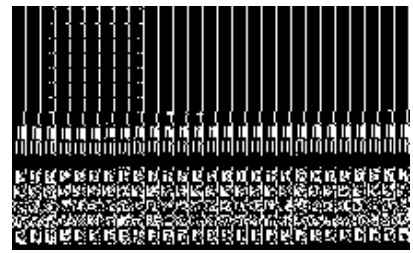
**Cas N° 1 : Entrée du bas
et sortie en bas**



**Cas N° 2 : Entrée du haut et
et sortie en bas**

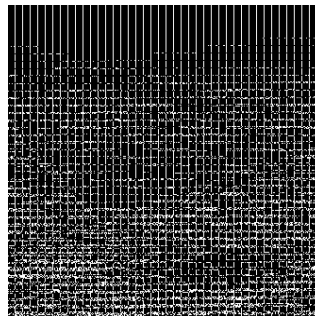


**Cas № 3 : Entrée du haut
et la sortie en haut**



**Cas № 2 : Entrée du bas
et sortie en haut**

Coupes longitudinales



Coupe transversale

Figure (IV.1): Précision des conditions aux limites

On doit prendre la cuve de stockage complètement remplie et la température ambiante et d'entrée d'eau chaude est de 26°C et 50°C respectivement.

Le modèle valide est par la suite appliqué au cas spécifique relatif à notre étude puis l'utilisé pour apporter des réponses aux questions ayant suscité ce travail de recherche.

Les caractéristiques de notre dispositif à modélisé sont résumées dans le tableau suivant :

Caractéristiques du dispositif	
La cuve de stockage	
Volume de stockage d'eau chaude, [m ³]	0.15
Distance entre les extrémités, [m]	0.972
Diamètre, [m]	0.45
Epaisseur de la paroi, [m]	0.003
Le gilet	
Volume, [m ³]	0.0319
Distance entre les extrémités, [m]	0.7
L'espace annulaire, [m]	0.08
Position de l'entrée, [m]	0.136 de l'extrémité
isolation	
matériel	Laine minéral
L'isolation maximale, [m]	0.13
L'isolation du coté du gilet, [m]	0.06
L'isolation aux bords des extrémités du gilet, [m]	0.06

Tableau (IV.1) : Les caractéristiques du dispositif

IV.5) Résultats et discussion

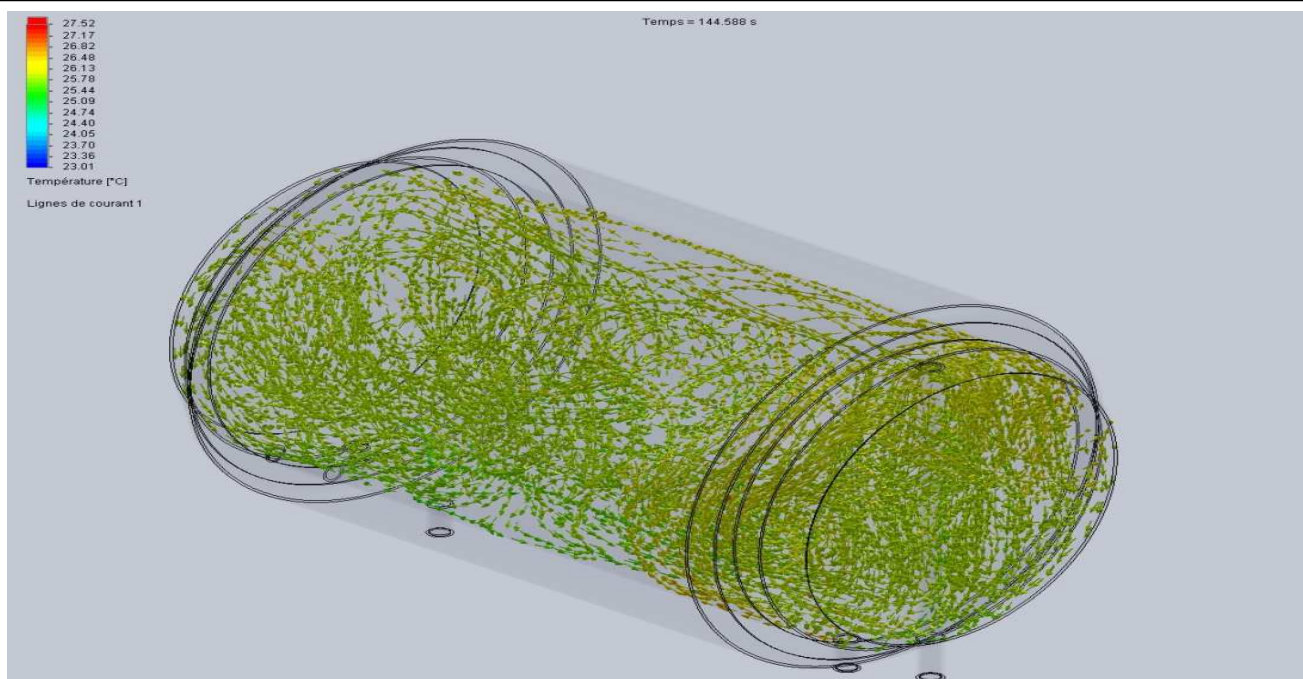
IV.5.1) Les résultats du 1^{er} cas (entrée et sortie en bas)

Fig. (IV.2) : Profile de température au niveau de la cuve de stockage dans le 1^{er} cas avec une entrée du gilet du bas à 50°C

La figure (IV.3) illustre le profil de température au niveau du gilet qui varie de 50°C au niveau de l'entrée du gilet jusqu'à qu'elle atteigne 26.8°C à la sortie.

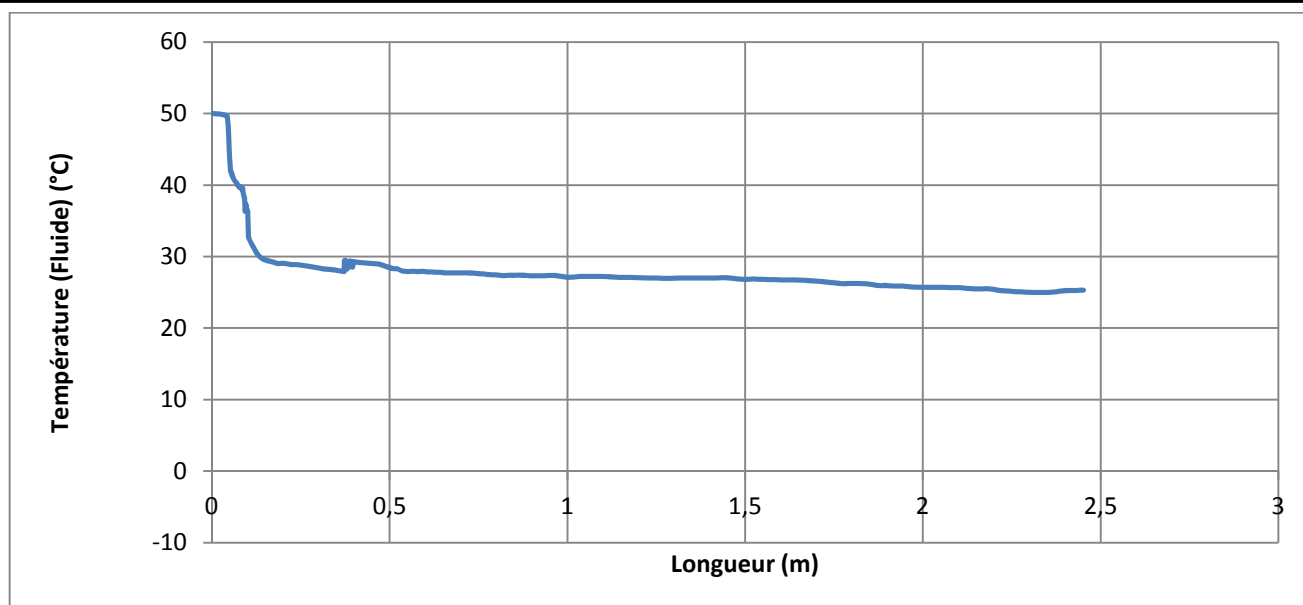
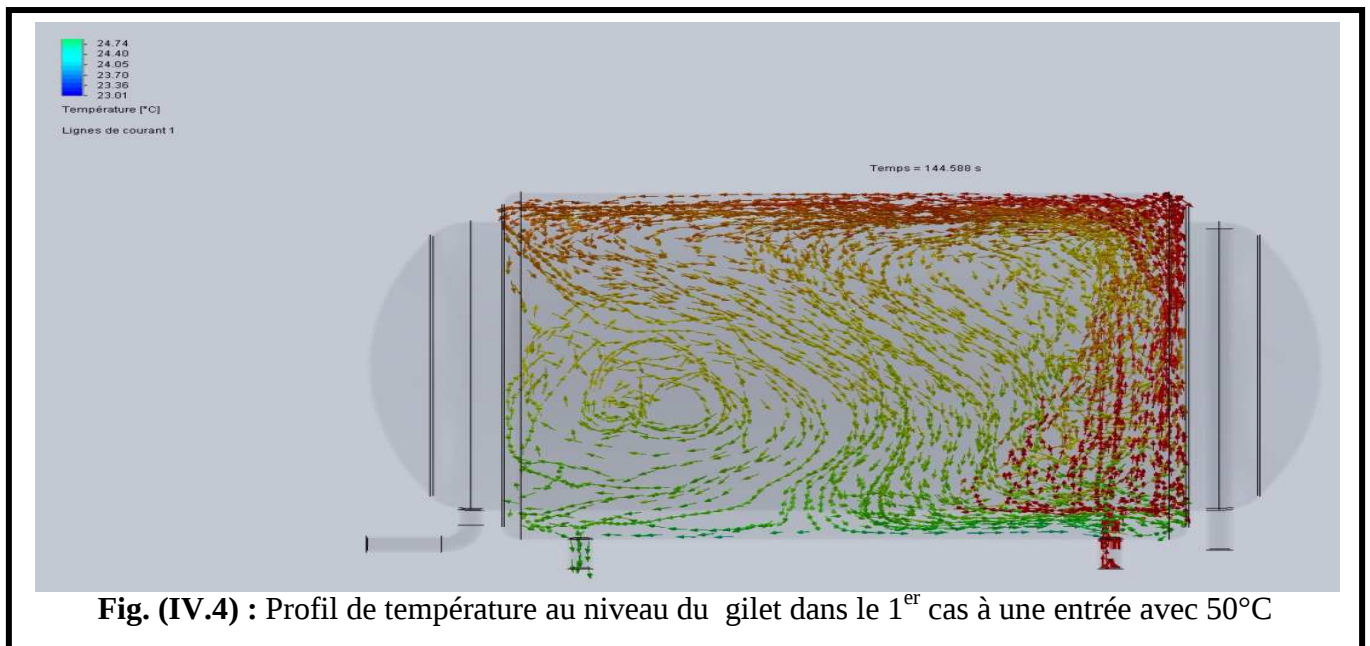


Fig. (IV.3) : Profil de température au niveau du gilet en fonction de la longueur pour des conditions d'entrée à 50°C

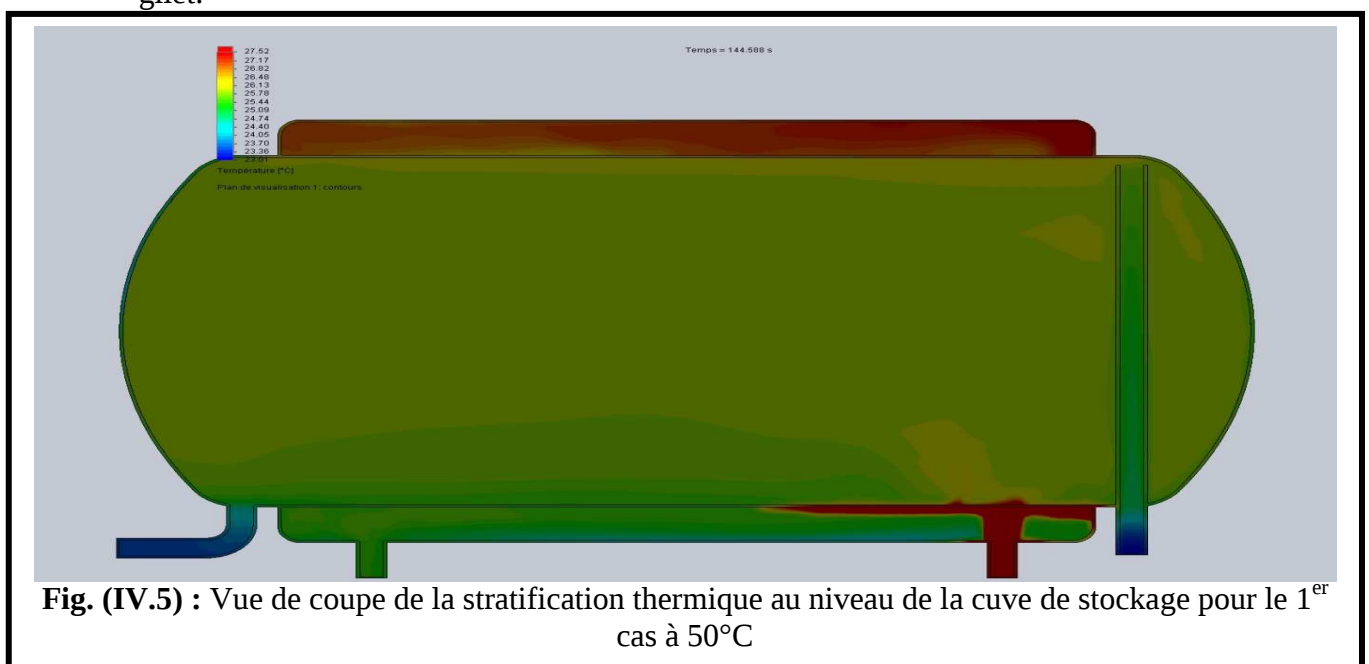
On observe de la figure (IV.2) que le transfert de chaleur au niveau de la cuve interne est très important dans le coté droite mieux qu'au coté gauche pour la configuration d'entrée du fluide chaud du bas.



La figure (IV.4) illustre le profil de température au niveau du gilet du phénomène du transfert thermique pour des conditions d'entrée du fluide chaud à 50°C.

On observe que l'écoulement du fluide chaud au niveau du gilet est concentré dans la partie droite et au sommet et qui se dégrade jusqu'au sortie.

La stratification thermique est illustrée dans la figure (IV-5) où on observe des couches des différentes températures au niveau de l'eau stocké dans la cuve interne et même au niveau du gilet.



Les paramètres locaux sont montrés dans les tableaux suivant :

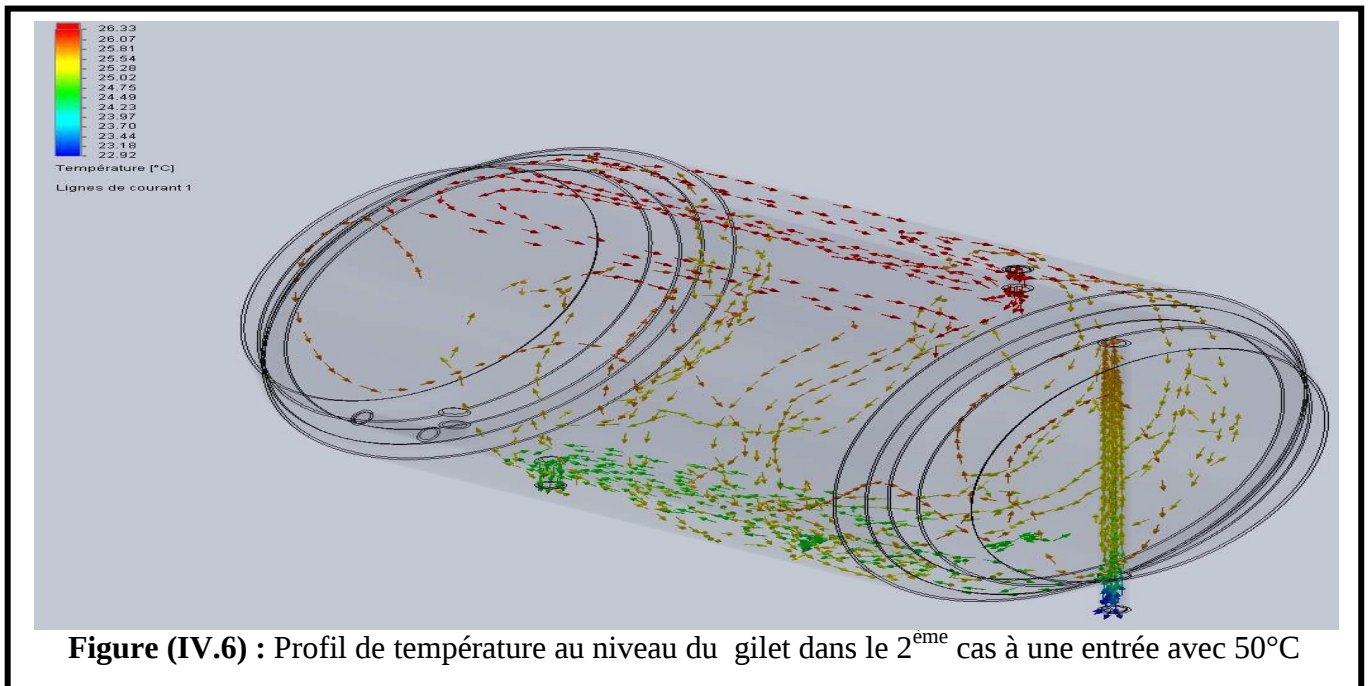
a) Les paramètres locaux

Paramètre	Minimum	Maximum	Moyenne	Moyenne pondérée	Superficie [m ²]
Pression [Pa]	103332,588	103333,702	103333,097	103333,097	0,000311546
Densité [kg/m ³]	996,109534	996,197011	996,145007	996,145008	0,000311546
Vitesse [m/s]	0,044609672	0,047725661	0,046265079	0,046265078	0,000311546
Vitesse (X) [m/s]	-0,015795008	0,015374104	0,000567285	0,000567407	0,000311546
Vitesse (Y) [m/s]	-0,044580535	-0,044580471	-0,044580516	-0,044580516	0,000311546
Vitesse (Z) [m/s]	-0,014987041	0,016321744	0,002513508	0,002513645	0,000311546
Température (Fluide) [°C]	25,2299791	25,5384673	25,4133678	25,4133652	0,000311546
Température (Solide) [°C]	25,3298639	25,4203851	25,3780091	25,3780086	0,000311546
Surchauffe au-dessus de la température de fusion [K]	-1374,67014	-1374,57961	-1374,62199	-1374,62199	0,000311546

Tableau (IV.2) : Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 1^{er} cas

IV.5.2) Les résultats du 2^{ème} cas (entrée en haut et sortie en bas) :

On observe de la figure (IV-6) que le fluide chaud entrant s'écoule directement avec une quantité très importante sur le coté supérieur du gilet (en rouge) où le transfert thermique se fait d'une manière intense au niveau de la partie supérieure de l'enceinte puis il se refroidie temps qu'il s'approche vers la sortie. Ce qui explique une bonne stratification d'eau stocké.



La figure (IV.7) illustre le profil de température au niveau de la cuve de stockage du phénomène du transfert thermique entre le fluide chaud et froid pour des conditions d'entrée du fluide chaud à 50°C.

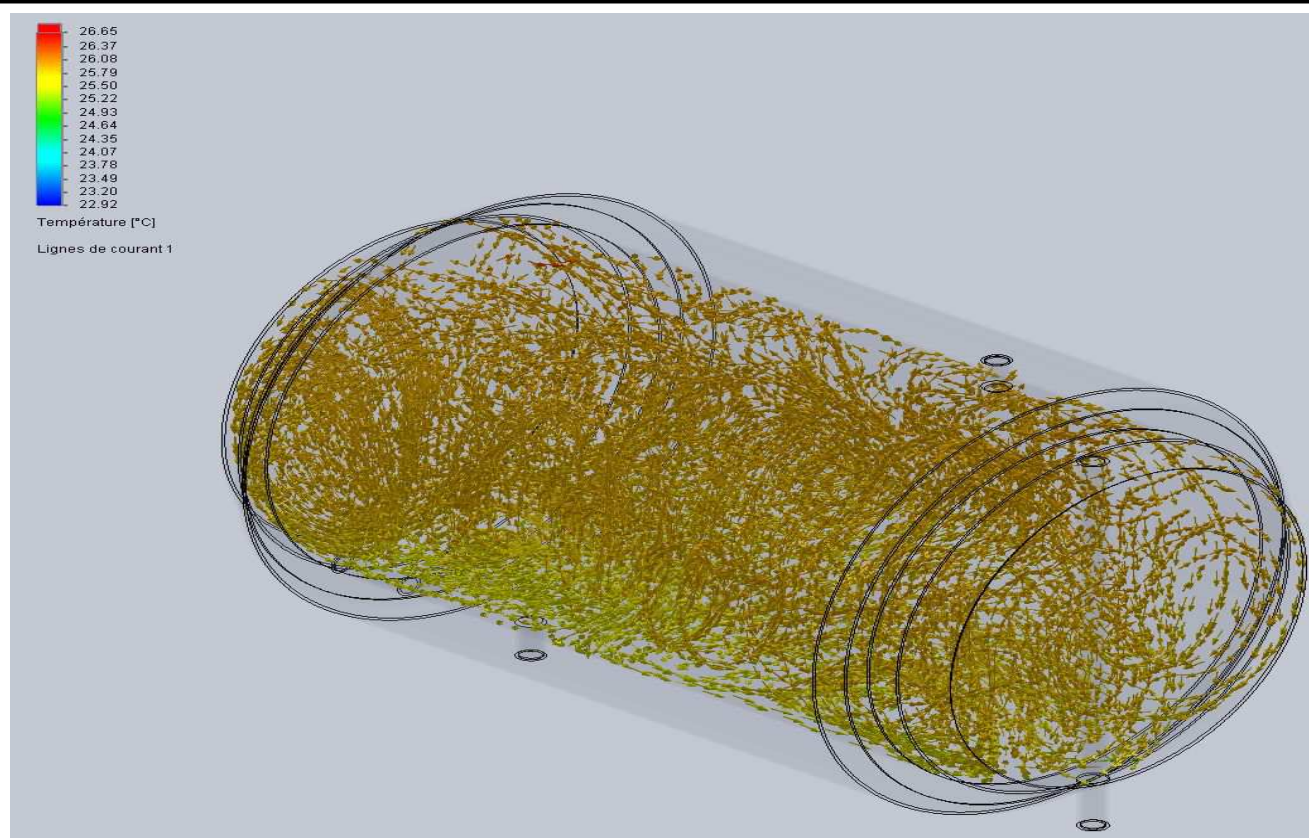


Fig. (IV.7) : Profil de température au niveau de la cuve interne dans le 2^{ème} cas à une entrée avec 50°C

La figure suivante illustre l'évolution de la température au niveau du gilet où on observe une variation plus importante (une forte concentration dans la partie supérieure) qu'au 1^{er} cas où on avait un échange de chaleur moins intense avec une température de 50°C à l'entrée jusqu'à qu'à une température de 26°C à la sortie.

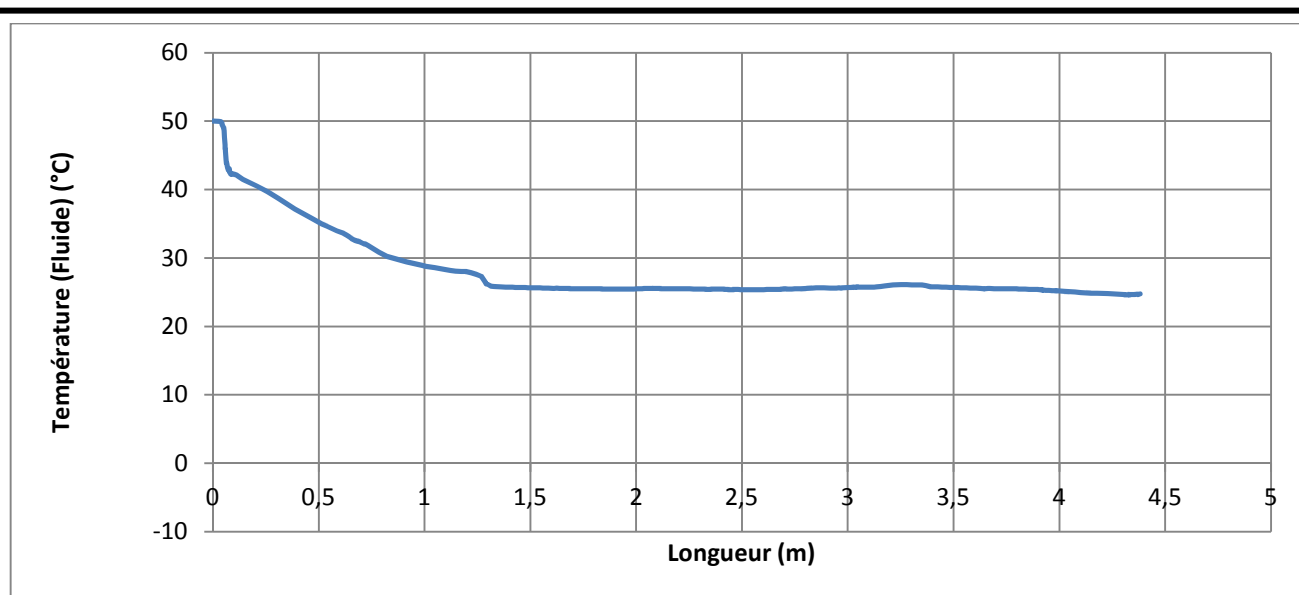


Fig. (IV.8) : Evolution de la température au niveau du gilet dans le 2^{ème} cas à une entrée avec 50°C

La stratification thermique est illustrée dans la figure (IV.9) où on observe des couches des différentes températures au niveau de l'eau stocké dans la cuve interne et même au niveau du gilet, la chose qui nous explique que cette configuration a un rendement plus élevé que celle du 1^{er} cas. La chose que l'on observe dans la figure (IV.9) qui représente la stratification thermique de la cuve de stockage.

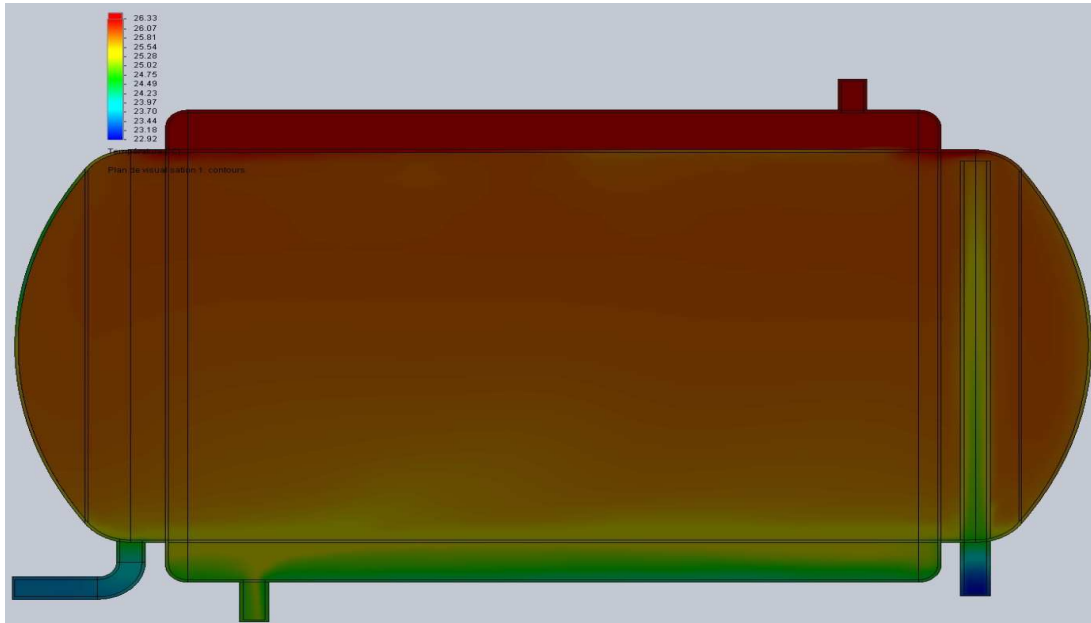


Fig. (IV.9) : La stratification thermique de la cuve interne dans le 2^{ème} cas à une entrée avec 50°C

Et par la comparaison des courbes des profils des températures du fluide de l'espace annulaire, on conclue que le 2^{ème} cas avec une température de sortie de 26°C à un rendement plus efficace que le 1^{er} cas avec une température de sortie de 26,8°C.

Les paramètres locaux sont montrés dans les tableaux suivant :

a) Les paramètres locaux

Paramètre	Minimum	Maximum	Moyenne	Moyenne pondérée	Superficie [m ²]
Pression [Pa]	107434,2	107435,436	107434,785	107434,785	0,000311546
Densité [kg/m ³]	996,228947	996,357925	996,298146	996,298147	0,000311546
Vitesse [m/s]	0,044664556	0,04939756	0,046668104	0,046668103	0,000311546
Vitesse (X) [m/s]	-0,015472975	0,013484981	-0,001542713	-0,001542834	0,000311546
Vitesse (Y) [m/s]	-0,04458055	-0,044580526	-0,044580537	-0,044580537	0,000311546
Vitesse (Z) [m/s]	-0,017563886	0,019471722	0,001650425	0,001650365	0,000311546
Température (Fluide) [°C]	24,6572451	25,1173689	24,8729737	24,8729692	0,000311546
Température (Solide) [°C]	24,699097	24,7513465	24,7326196	24,7326196	0,000311546
Surchauffe au-dessus de la température de fusion [K]	-1375,3009	-1375,24865	-1375,26738	-1375,26738	0,000311546

Tableau (IV.3) : Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 2^{ème} cas

IV.5.3) Les résultats du 3^{ème} cas (entrée et sortie situer en haut):

La figure (IV.10) illustre le profil de température au niveau de la cuve de stockage du phénomène du transfert thermique entre le fluide chaud et froid pour des conditions d'entrée du fluide chaud à 50°C du 3^{ème} cas où l'entrée et la sortie du gilet .

On observe qu'il y a une très petite variation si on la compare avec ceux du 1^{er} et du 2^{ème} cas.

La remarque qui nous conduit à conclure que cette configuration est mauvaise pour un échangeur à double enveloppe.

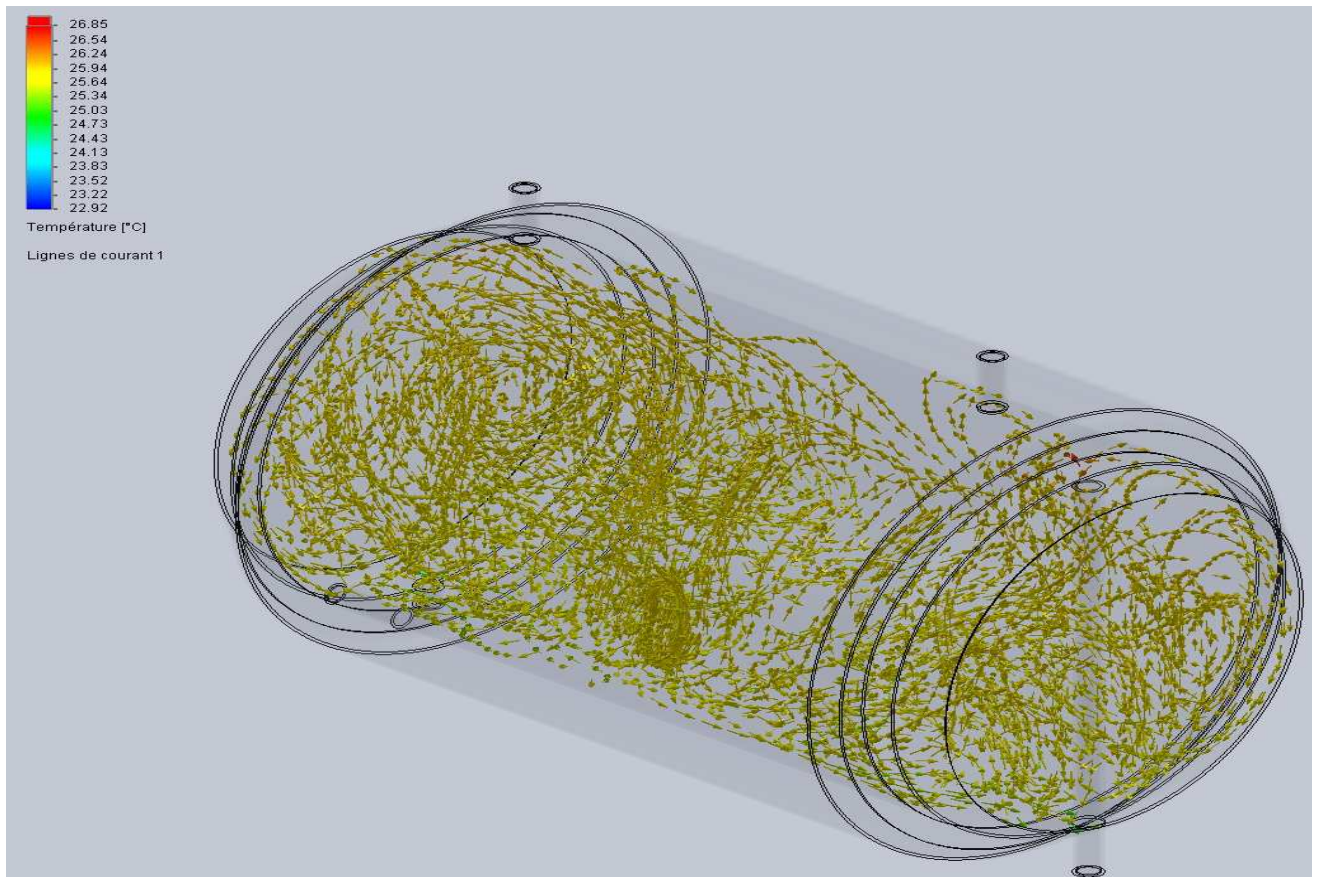


Fig. (IV.10) : Profil de température au niveau de la cuve interne dans le 3^{ème} cas à une entrée avec 50°C

La configuration suivante (figure (IV.11)) montre le profil de vitesse (la direction de l'écoulement) du fluide chaud au niveau du gilet que l'eau chaude prend le chemin le plus court ce qui explique qu'il n'y a pas une grande surface d'échange de chaleur, c.à.d. un mauvais rendement thermique.

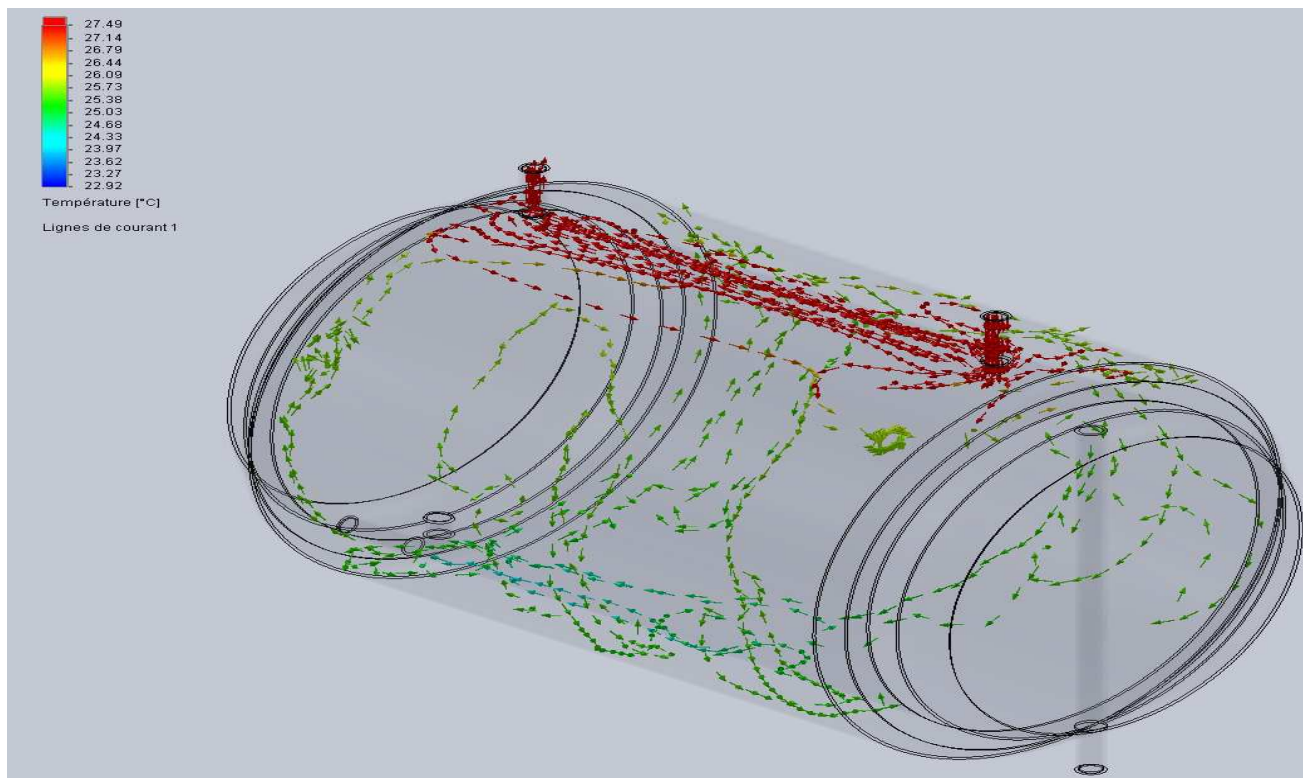


Fig. (IV.11) : Profil de vitesse au niveau du gilet dans le 3^{ème} cas à une entrée avec 50°C

La figure (IV.12) représente le profile de vitesse au niveau de la cuve de stockage pour le 3^{ème} cas.

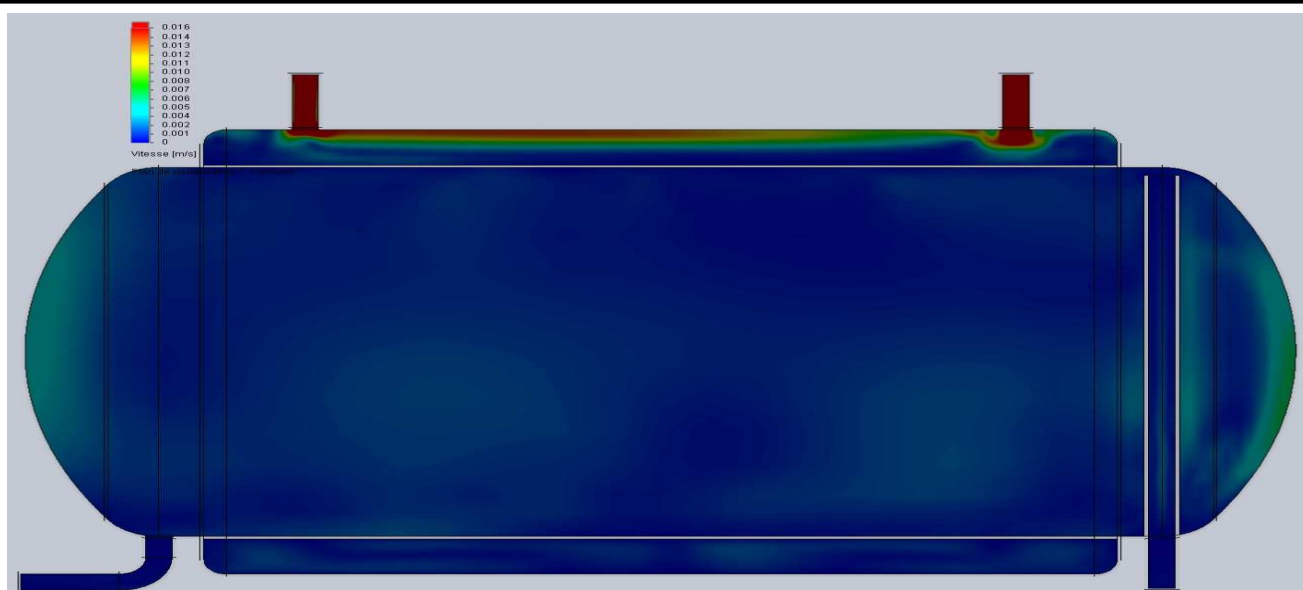
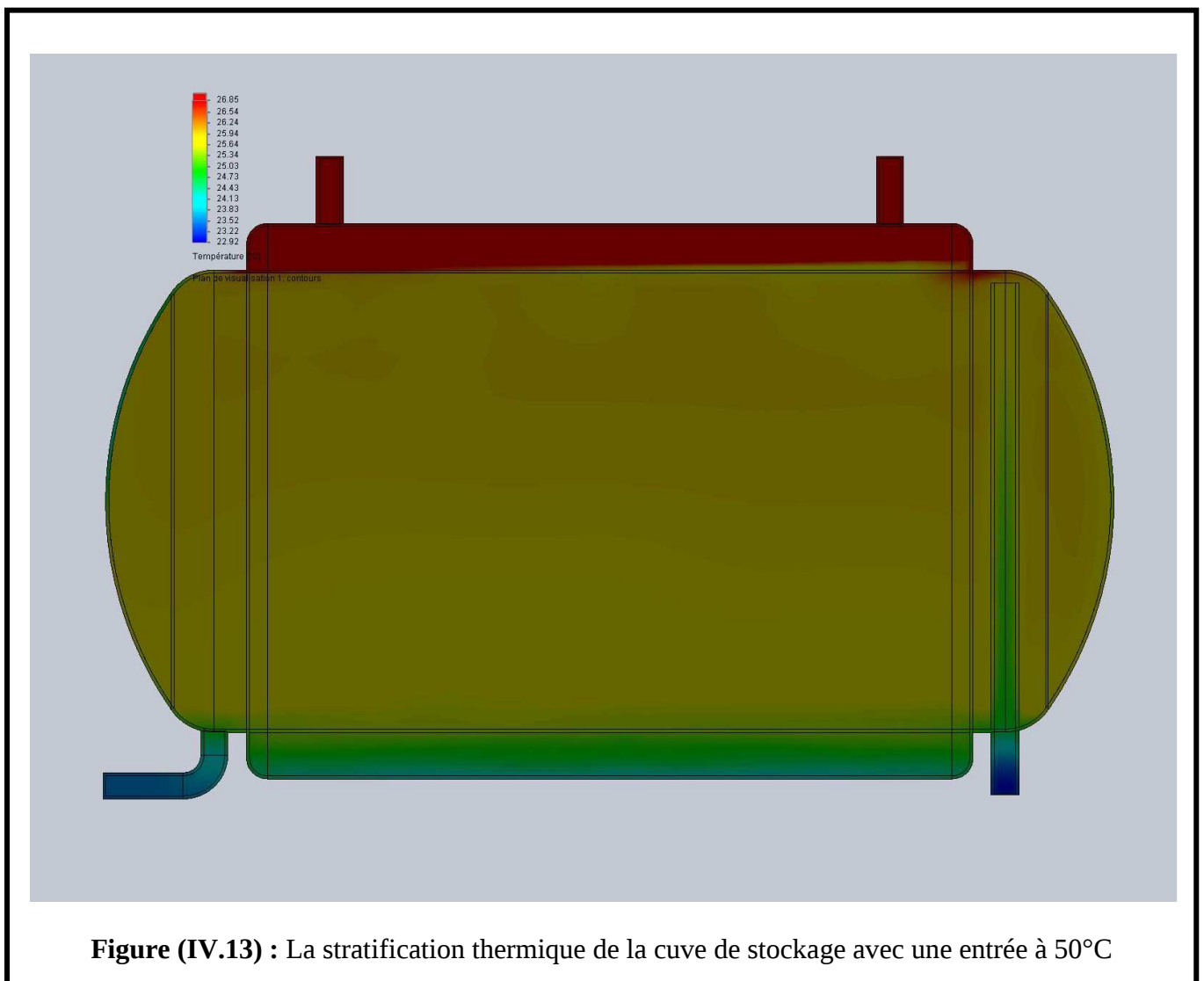


Fig. (IV.12) : Profile de vitesse au niveau de la cuve de stockage pour le 3^{ème} cas avec une entrée à 50°C

Il est remarqué que l'écoulement du fluide au niveau du gilet prend le chemin le plus court où il n'englobe pas toute la surface externe de la cuve de stockage, la chose qui nous pousse à dire que cette disposition est non préférable.

La figure (IV.13) illustre la stratification thermique de la cuve de stockage après avoir un échange thermique avec une entrée et une sortie du gilet placées au sommet.



Il est à remarquer qu'il y a pas une bonne stratification de la cuve interne et que l'eau caloporteur sort à une température qui n'a pas une grande variation à celle d'entrée, l'importance qui nous conduit à éviter cette configuration mauvaise car, elle consomme un cout élevé et qu'elle ne ramène pas en contre partie.

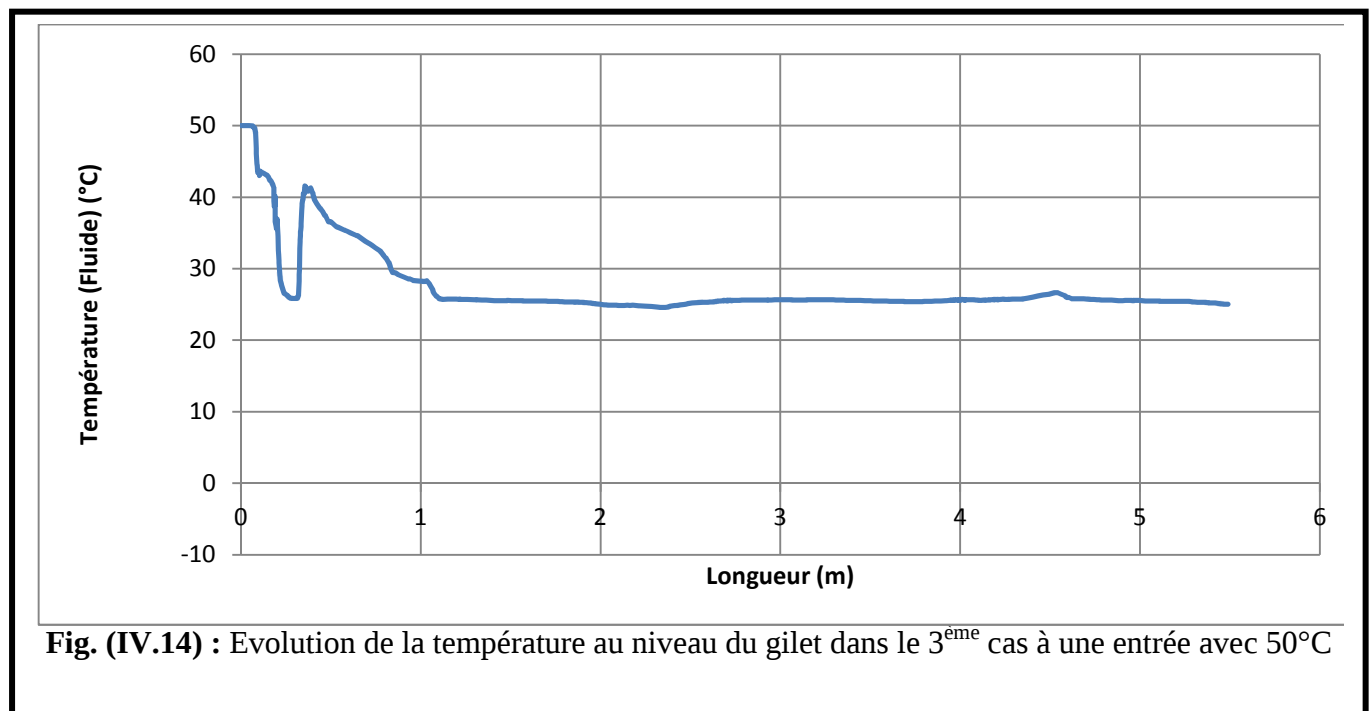
Les paramètres locaux sont montrés dans les tableaux suivant :

a) Les paramètres locaux

Paramètre	Minimum	Maximum	Moyenne	Moyenne pondérée	Superficie [m ²]
Pression [Pa]	101317,126	101318,137	101317,583	101317,583	0,000311546
Densité [kg/m ³]	993,382983	993,895508	993,685033	993,685054	0,000311546
Vitesse [m/s]	0,044613016	0,048399946	0,046146779	0,04614675	0,000311546
Vitesse (X) [m/s]	-0,014004828	0,014166205	-0,000307956	-0,000308678	0,000311546
Vitesse (Y) [m/s]	0,044579752	0,044580759	0,044580612	0,044580612	0,000311546
Vitesse (Z) [m/s]	-0,014738205	0,018844475	0,000972421	0,000972466	0,000311546
Température (Fluide) [°C]	32,8534042	34,4159498	33,4949558	33,4948897	0,000311546
Température (Solide) [°C]	32,9048035	33,2575122	33,014303	33,0142915	0,000311546
Surchauffe au-dessus de la température de fusion [K]	-1367,0952	-1366,74249	-1366,9857	-1366,98571	0,000311546

Tableau (IV.4) : Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 3^{ème} cas

La figure suivante illustre l'évolution de la température au niveau du gilet où on n'observe pas une variation plus importante que les 2 premiers cas avec une température de 50°C à l'entrée jusqu'à qu'à une température presque 27°C à la sortie avec un trajet plus court.

**Fig. (IV.14) :** Evolution de la température au niveau du gilet dans le 3^{ème} cas à une entrée avec 50°CIV.5.4) les résultats du 4^{ème} cas :

La figure (IV.15) illustre la stratification thermique de la cuve de stockage.

On note que cette configuration a un rendement un peu élevé que celle du 3^{ème} cas et moins élevé que la configuration du 2^{ème} cas.

La figure suivante illustre l'évolution de la température au niveau du gilet où on observe que la particule fluide a fait un long chemin de l'entrée jusqu'à la sortie avec une température de 26,8°C la chose qui nous donne l'information que le deuxième cas est le meilleur où la particule fluide fait un long chemin mais elle atteint une température de 26°C à la sortie du gilet.

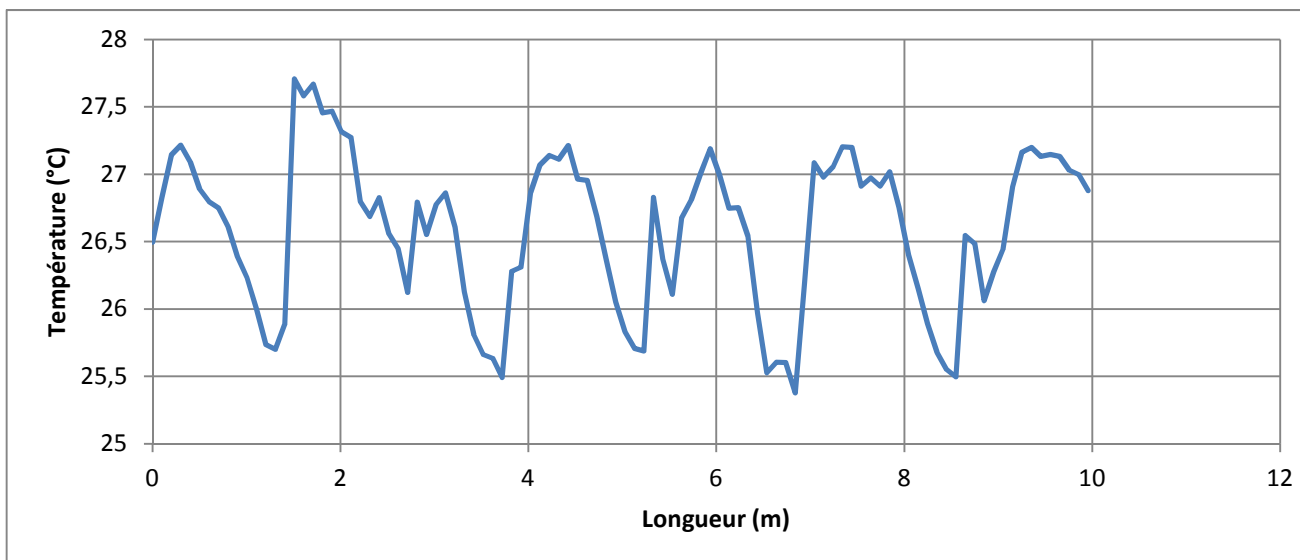


Fig. (IV.15) : Evolution de la température au niveau du gilet dans le 4^{ème} cas à une entrée avec 50°C



Fig. (IV.16) : La stratification thermique de la cuve de stockage avec une entrée à 50°C avec une entrée du gilet du bas

A la fin, on peut dire que la configuration avec une entrée en haut et une sortie en bas reste la meilleure si on veut avoir un meilleur rendement, c'est pour cela qu'on va s'intéresser à l'étude de la 2^{ème} configuration.

Les paramètres locaux sont montrés dans les tableaux suivants :

a) Les paramètres locaux

Paramètre	Minimum	Maximum	Moyenne	Moyenne pondérée	Superficie [m ²]
Pression [Pa]	99126,6778	103523,408	101321,485		1,07729347
Densité [kg/m ³]	994,078459	996,310021	995,974023		1,07729347
Vitesse [m/s]	0	0	0		1,07729347
Vitesse (X) [m/s]	0	0	0		1,07729347
Vitesse (Y) [m/s]	0	0	0		1,07729347
Vitesse (Z) [m/s]	0	0	0		1,07729347
Coefficient de transfert de chaleur [W/m ² /K]	0	2899131,7	562,014574		1,07729347
Contrainte de cisaillement [Pa]	0	0,031455893	0,001203238		1,07729347
Flux de chaleur surfacique [W/m ²]	-1554,87632	6488,8614	154,631246		1,07729347

Tableau (IV.5) : Les paramètres locaux pour le calcul numérique dans le 4^{ème} cas

En temps que la configuration avec une entrée du gilet du haut et une sortie du bas est la meilleure, on devra donc étudier le phénomène du transfert thermique pour ce cas là.

IV.6) résultats numériques pour la configuration d'entrée du haut et sortie en bas

IV.6.1) Le maillage du dispositif

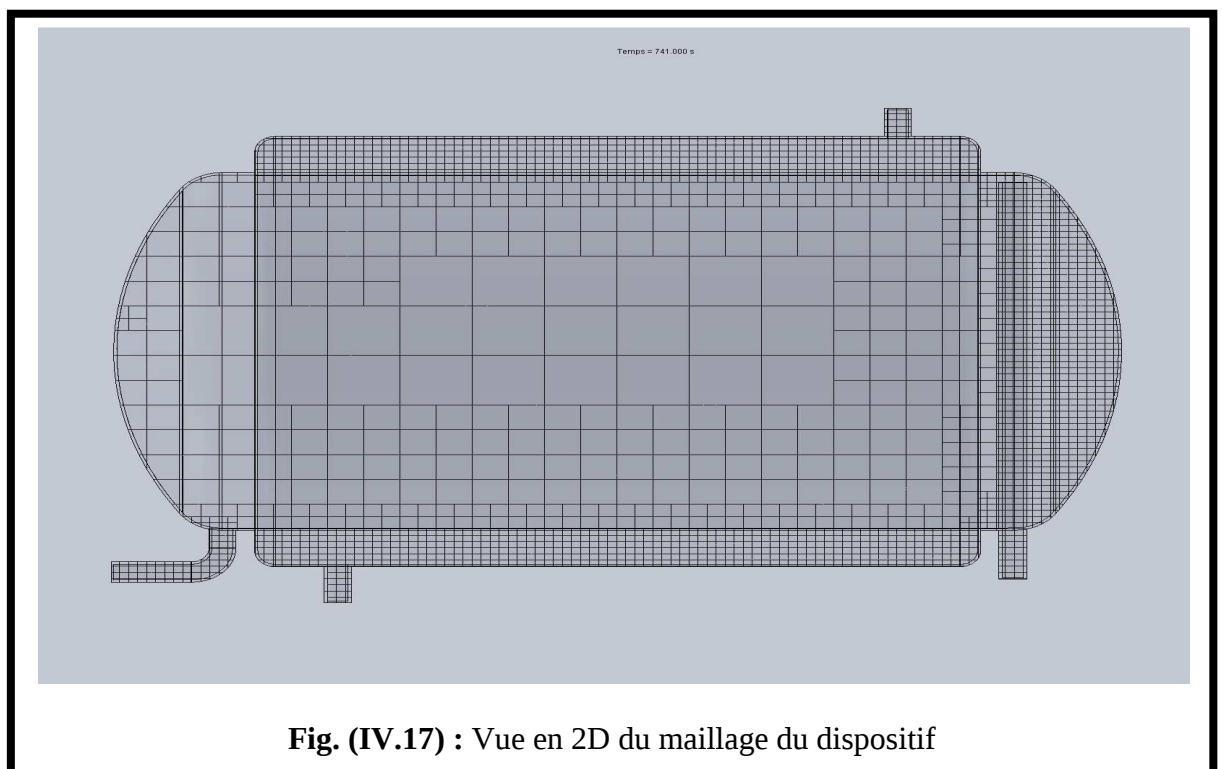
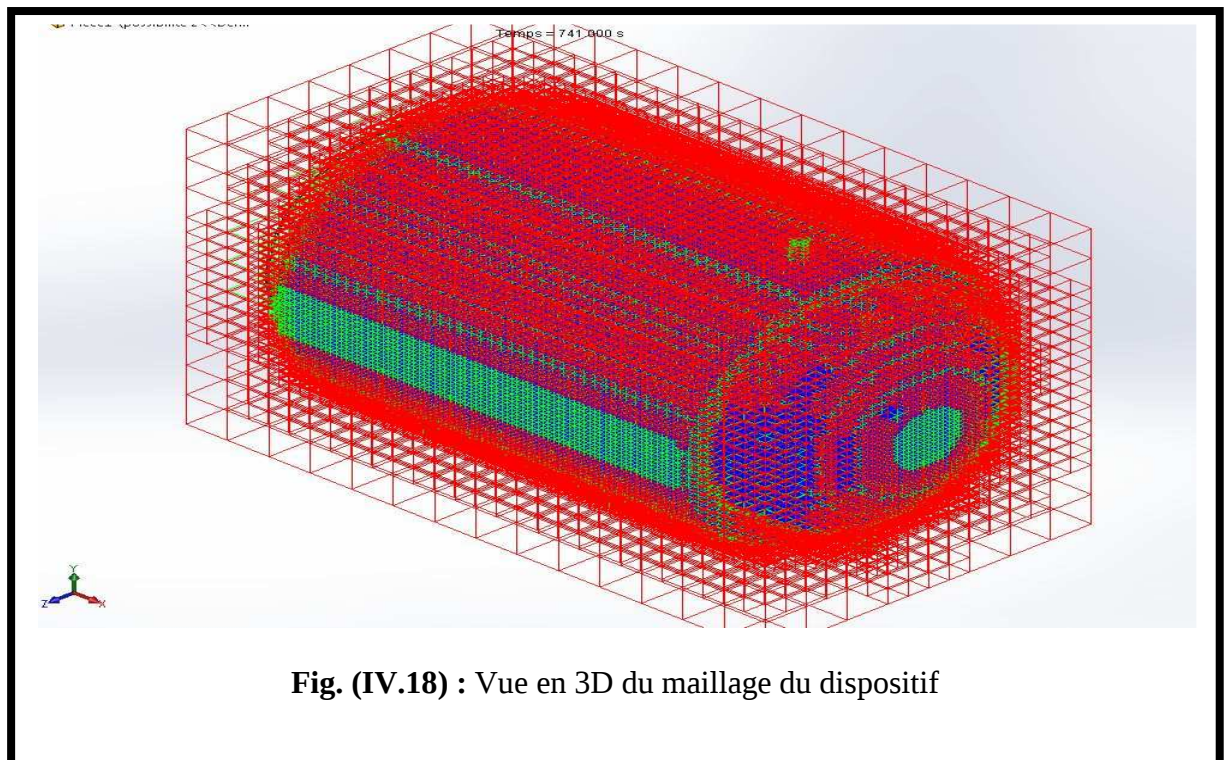
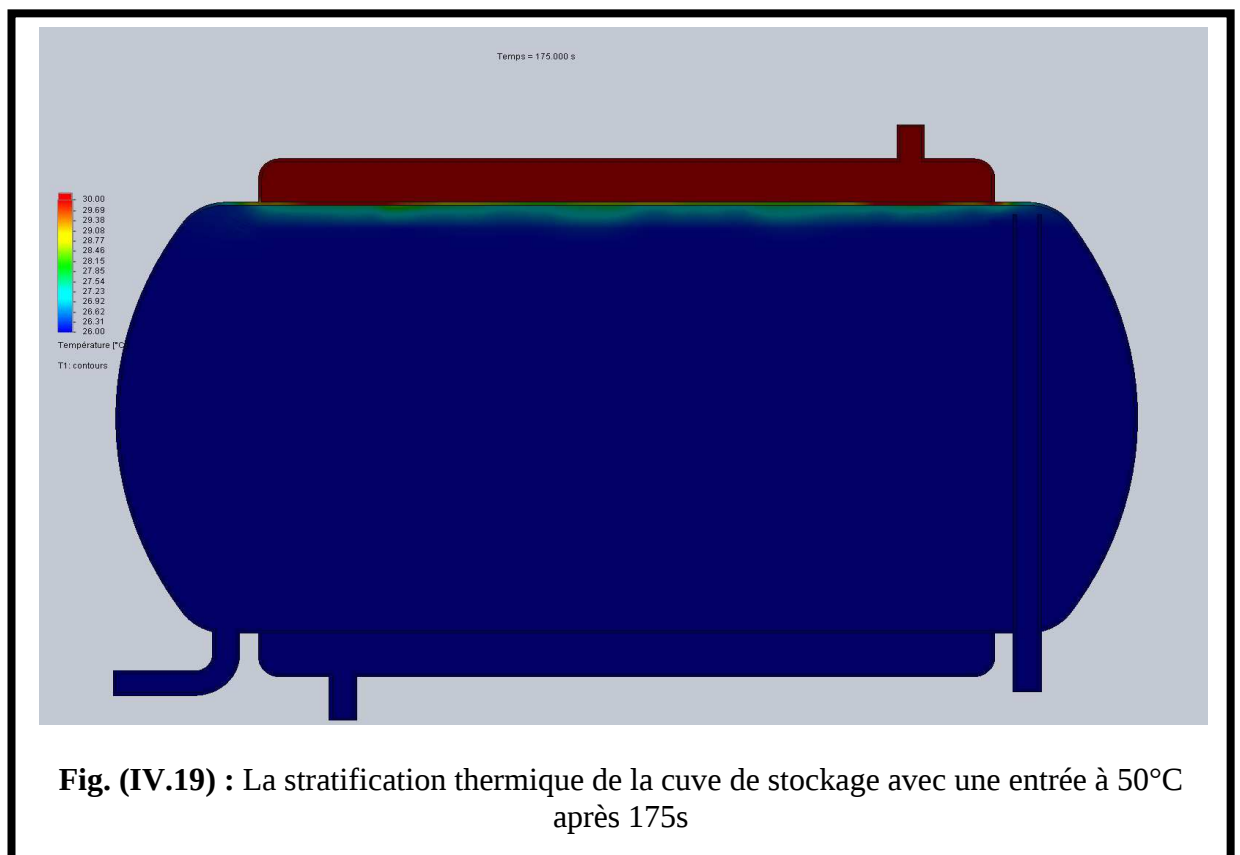


Fig. (IV.17) : Vue en 2D du maillage du dispositif

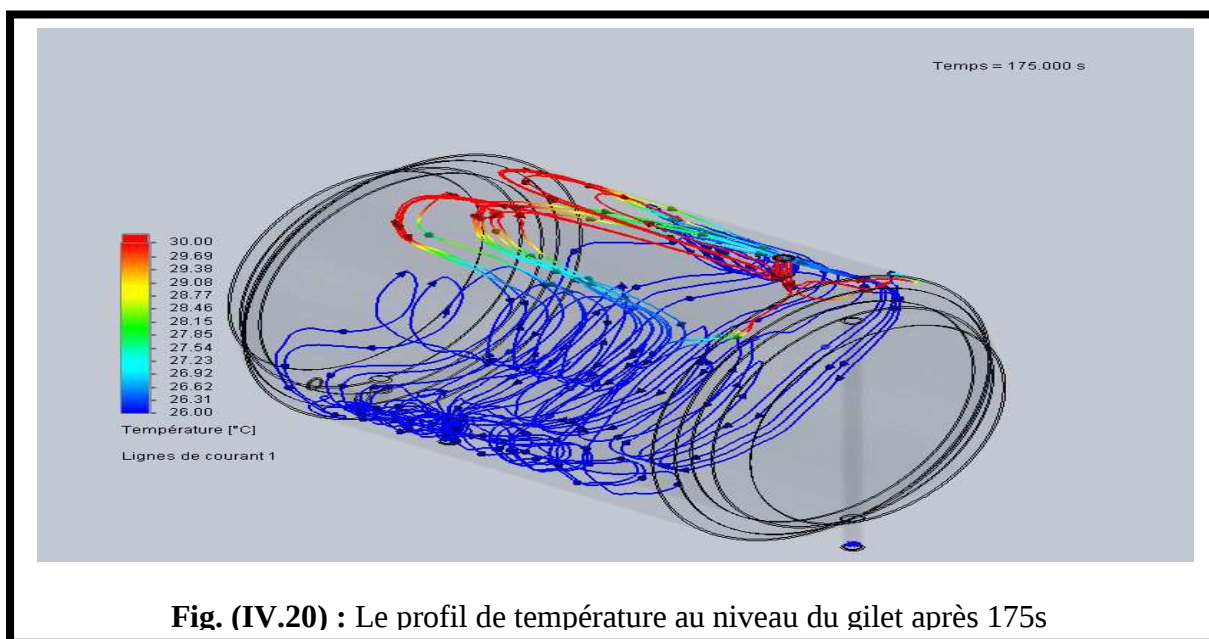


IV.6.2) Après 175 s d'échange

IV.6.2.1) La stratification thermique

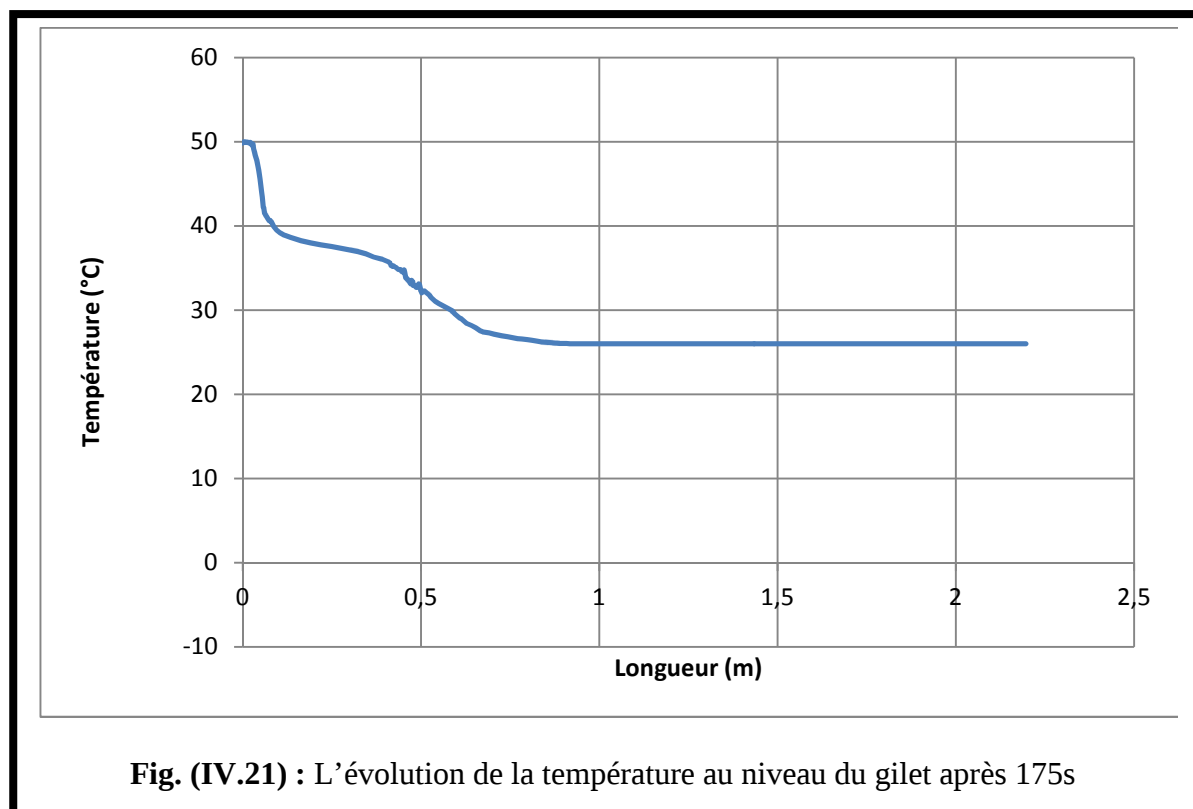


IV.6.2.2) le profil de température au niveau du gilet



On observe que la répartition de température est concentrée dans la partie supérieure du gilet (à l'entrée) et que la particule fluide englobe une grande surface de la cuve de stockage, ce qui nous explique que l'eau stocké récupère une quantité importante de chaleur du fluide caloporteur.

IV.6.2.3) l'évolution de la température au niveau du gilet



Les particules fluides sortent à une température de 26°C, la chose qui assure un bon échange entre les deux fluides où le fluide froid récupère toute la chaleur du fluide caloporteur.

IV.6.3) Après 363 s d'échange

IV.6.3.1) La stratification thermique

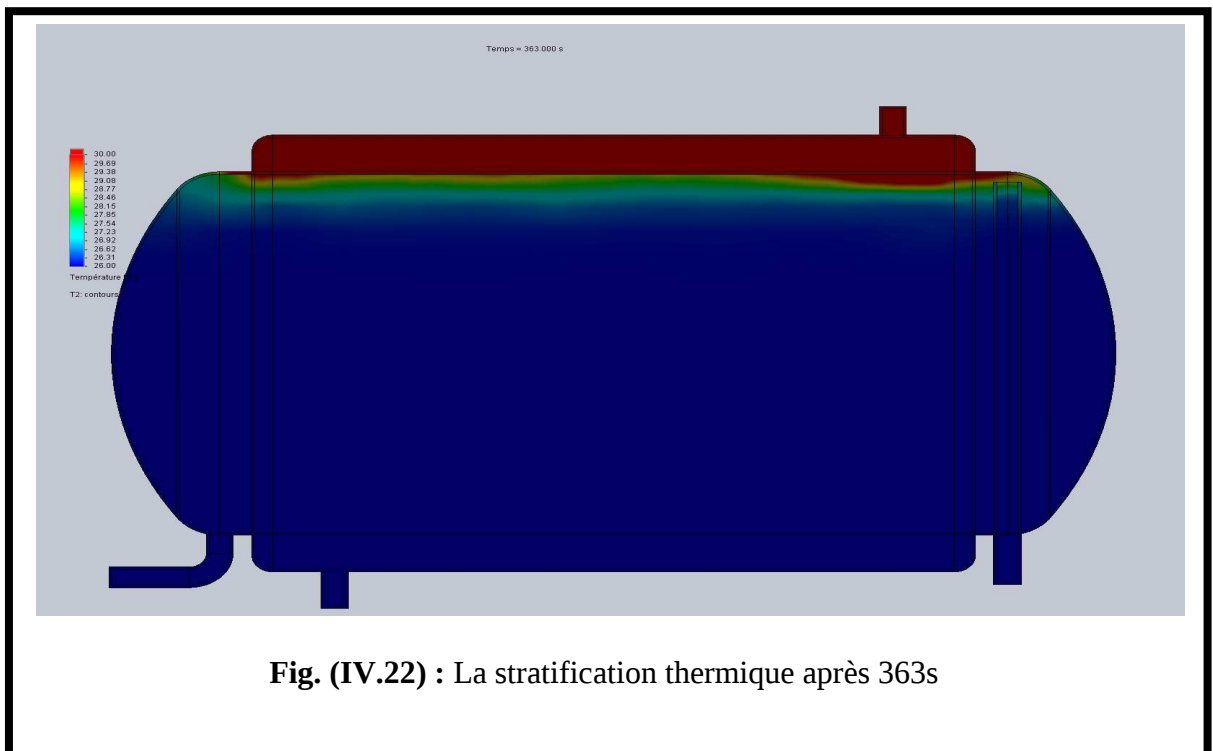


Fig. (IV.22) : La stratification thermique après 363s

Il est à noter que l'échange de chaleur a augmenté suivant le temps.

IV.6.3.2) le profil de température au niveau du gilet

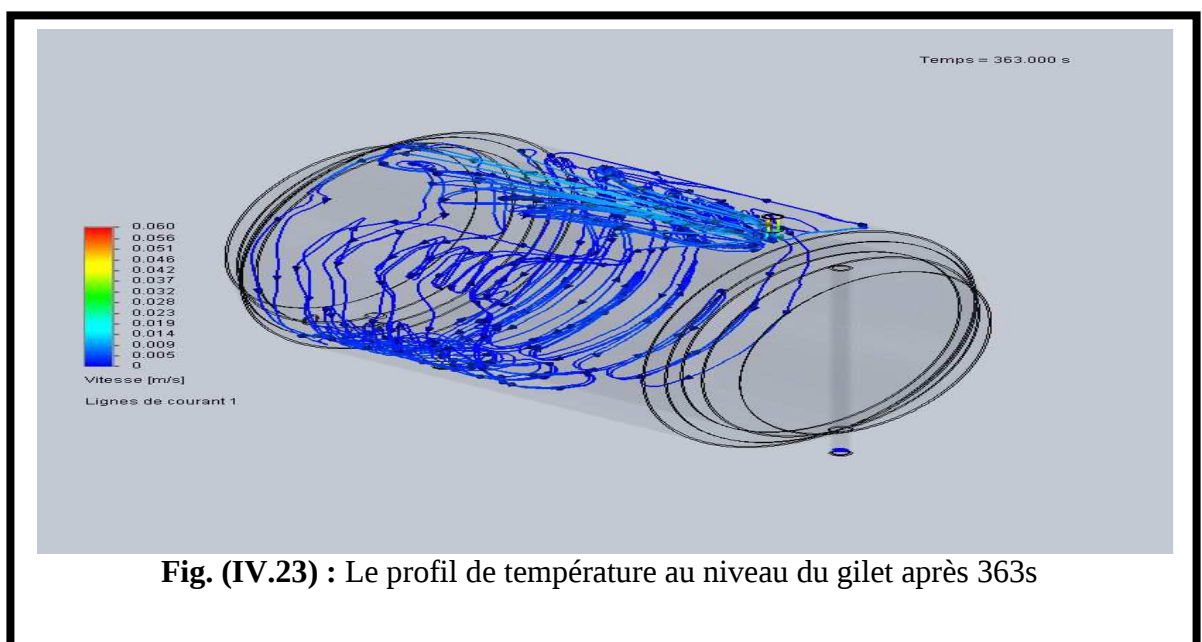


Fig. (IV.23) : Le profil de température au niveau du gilet après 363s

IV.6.4) Après 550 s d'échange

IV.6.4.1) La stratification thermique

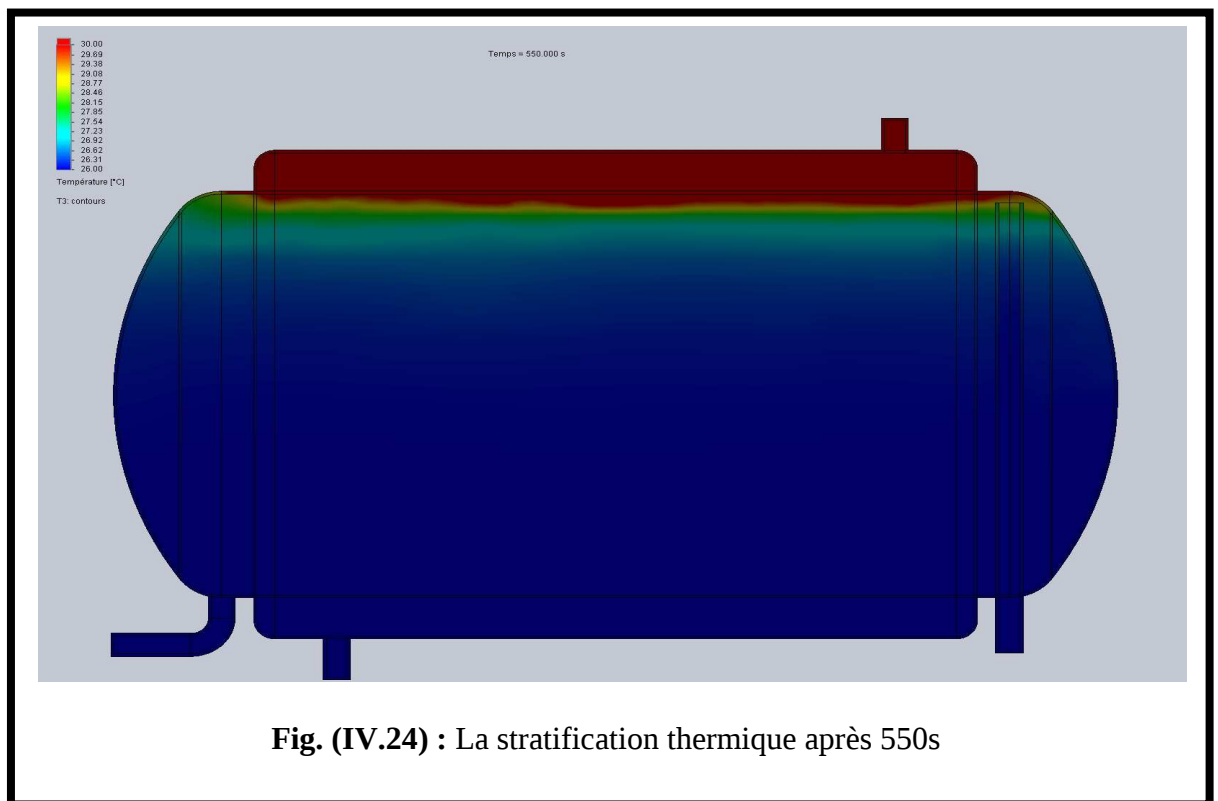


Fig. (IV.24) : La stratification thermique après 550s

IV.6.4.2) le profil de température au niveau du gilet

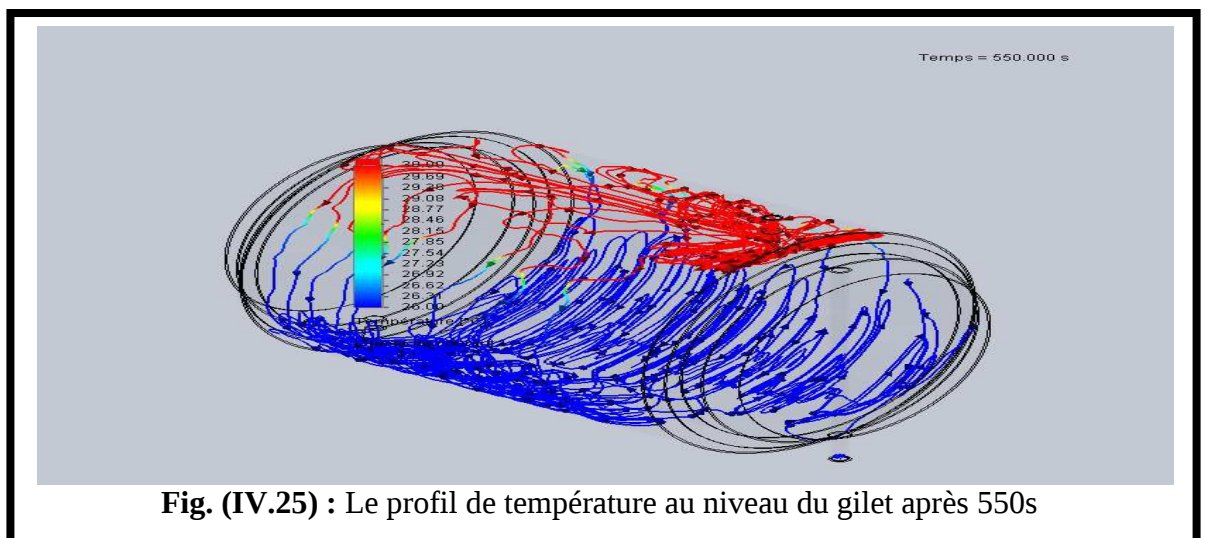


Fig. (IV.25) : Le profil de température au niveau du gilet après 550s

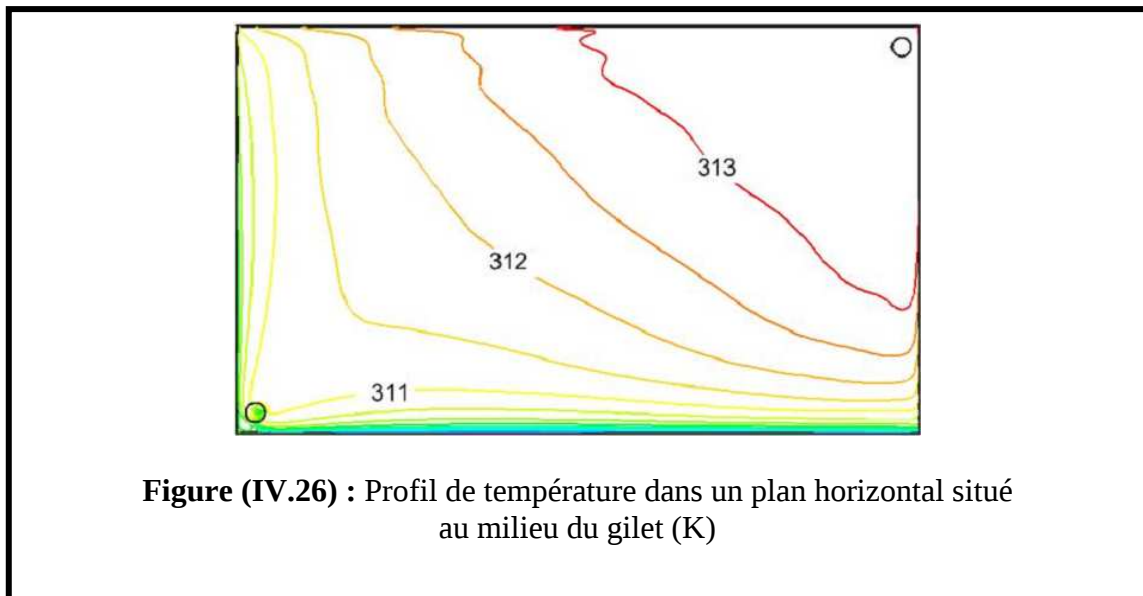
Il est noter que les particules fluide englobe la majorité de surface de la cuve interne ce qui assure un bon échange thermique.

IV.6.3) Au niveau du gilet

Le maillage du gilet est présenté dans la figure (IV.25) où il est bien raffiné au niveau plus proche de la paroi externe avec une entrée du haut et une sortie du bas, le raffinage c'est pour bien observer ce qui se passe au niveau des parois (externe et séparatrice).

IV.6.3.1) Le flux de chaleur

La figure (IV.26) représente le profil de flux de chaleur dans un plan horizontal situé au milieu du gilet avec une cuve de stockage à une température de 30°C et un coefficient du flux thermique de 50W/m²K.



On observe que la température au milieu du dispositif n'avait pas une grande variation.

IV.6.3.2) Le profil de vitesse

Le mouvement du fluide au niveau de l'espace annulaire est présenté dans la figure (IV.27) avec un débit d'écoulement du fluide chaud de 0.4l/min et une cuve de stockage à 30°C et un coefficient du flux thermique de 50W/m²K.

IV.6.3.3) Le flux de chaleur au niveau du gilet

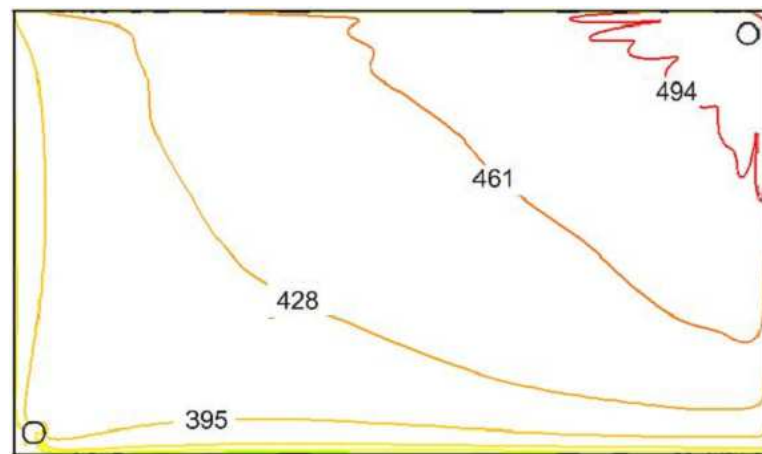


Fig. (IV.27) : Le profil du flux de chaleur au niveau de l'espace annulaire avec une cuve de stockage à une température de 30°C et un coefficient du flux thermique de 50W/m²K

CONCLUSION

Conclusion

L'étude des transferts thermiques dans la cuve de stockage et son enveloppe d'un système solaire de production d'eau chaude sanitaire a été effectuée. Elle a notamment permis une mise en équations du problème et une résolution numérique à l'aide du code de calcul **SOLIDWORKS**.

Parmi les quatre configurations envisagées pour les choix des entrées et des sorties du fluide caloporteur, une des configurations, la configuration 2 avec une entrée du fluide caloporteur située en haut et une sortie en bas, assure les meilleures performances pour le système choisi. Une étude détaillée a été menée pour ce cas qui permet de suivre le mécanisme de transfert de chaleur dans le fluide et dans la cuve de stockage.

Le travail effectué étant basé sur une simulation numérique, un travail expérimental doit être envisagé une fois que la cuve de stockage et le protocole seront achevés au niveau de l'**UDES**.

REFERENCES

- [1] **DUFFIE. J.A. et BECKMAN. W.A. (1991):**Ingénierie solaire de procédés thermiques. 2ème édition. John Wiley and Sons Inc ISBN 0 -471-51056-4.
- [2] **VAN KOPPEN CWJ. THOMAS JPS et VELTKAMP WB. (1979):** Les avantages réels du stockage de stratification thermique. Sun II, Actes de l'ISES Réunion biennale. Atlanta, États-Unis, pp 576-580.
- [3] **WUESTLING. M.D. KLEIN. S.A. et DUFFIE. J.A. (1985):** Le contrôle des systèmes de chauffe-eau solaire. ASME Engineering Journal de l'énergie solaire, vol. 107, pp 215-221.
- [4] **FURBO S. et MIKKELSEN S.E. (1987):** Les systèmes de chauffage solaire à faible débit, qu'el avantages? Article de ISES (Congrès mondial solaire. Hambourg, Allemagne. Vol. 1, pp 962-966).
- [5] **HOLLANDS K.G.T. et LIGHTSTONE M.F. (1989):** Examen d'un systèmes de chauffe-eau solaire à faible débit. L'énergie solaire, vol. 43, pp 97-105.
- [6] **NAGENDRA RH. TIRUNARAYANA MA et RAMACHANDRAN A. (1970):** Etude du transfert de chaleur par la convection libre dans de tube verticaux. Chemical Engineering Science, vol. 25, pp 605-610
- [7] **Kubair. V.G. et SIMHA. C.R.V. (1982):** Etude d'un transfert de chaleur par convection naturelle du mercure entre deux tubes verticaux. Journal International of Heat and masse transfert, vol. 25, pp 399-407.
- [8] **KEYHANI M., KULACKI F.A. et CHRISTENSEN R.N. (1983):** l'effet de la convection libre sur un flux de chaleur constant appliqué à une paroi interne d'un espace annulaire vertical. ASME Journal of Heat Transfer, vol. 105, pp 454-459.
- [9] **KHAN J.A. et KUMAR R. (1989):** La Convection naturelle dans des tubes verticaux : Une étude numérique d'un flux de chaleur constant appliqué à une paroi interne. ASME Journal of Heat Transfer, vol. 111, pp 909-915.
- [10] **EI-SHAARAWI M.A.I. et AL-NIMR M.A. (1990):** la convection naturelle laminaire entièrement développé dans des tubes concentriques ouvertes verticales.
- [11] **ROGERS B.B. et YAO L.S. (1990):** L'influence de l'instabilité sur le transfert de chaleur par convection mixte dans un espace annulaire vertical.
- [12] **DHIMDI S et BOLLE L. (1997):** L'effet des paramètres géométriques sur la

- convection naturelle. Actes de la 4^e Congrès national sur la théorie et de mécanique appliquée, Leuven, Belgique, pp 43 - 46.
- [13] **EL-SHAARAWI M.A.I. et SARHAN A. (1980):** Effets de la convection libre sur un écoulement laminaire dans des tubes concentriques verticaux.
- [14] **ZENEN SR COLLINS MW et SIMONSON JR (1985):** Combinaison d'une convection d'un système de stockage thermique dans un tube. Journal International des méthodes numériques en ingénierie, vol. 21, pp 691-711.
- [15] **TSAY Y.L. (1994):** de transfert de chaleur par convection mixte dans un espace annulaire verticale. Revue internationale de l'écoulement de chaleur et des fluides. Vol. 15, pp 226-232.
- [16] **(ARPACI et LARSEN (en 1984), GEBHART (en 1988), MILLS (en 1992))** Échangeurs de chaleur à double enveloppe d'un système solaire de production d'eau chaude sanitaire à thermosiphon horizontal. L'énergie solaire, Vol. 67, pp 53-64.
- [17] **SHAH L.J. et FURBO S. (1998):** Les corrélations du transfert de chaleur théorique et expérimentale dans des cuves de stockage à double enveloppe faible débit d'écoulement ECSD. L'énergie solaire, vol. 64, pp 245-256.
- [18] **SHAH L.J. (1999):** Etude et modélisation des conditions thermiques des chauffe-eau solaires à faibles débit d'écoulement. Thèse Doctorat. Université Technique du Danemark, Department of Buildings et de l'énergie. Rapport d' 034. ISBN 87-7877-035-1.
- [19] **MORRISON GL NASR A. BEHNIA M. et ROSENGARTEN G. (1998):** Analyse des échangeurs de chaleur horizontaux à double enveloppe des systèmes solaires de production d'eau chaude. Solaire Énergie, Vol. 64, pp 19-31.
- [20] **ROSENGARTEN G. BEHNIA M. et MORRISON GL (1999):** Quelques aspects relatifs due la modélisation de l'écoulement et le transfert de chaleur dans des échangeurs de chaleur à double enveloppe d'un système solaire. Journal International of Energy Research, vol. 23, pp 1007-1016.
- [21] **ROSENGARTEN G. (2000):** Etude expérimentale et numérique des échangeurs de chaleur à double enveloppe d'un système solaire de production d'eau chaude sanitaire. Thèse Doctorat. École de mécanique et de génie de

fabrication, Université du Sud de Nouveau- Galles.

- [22] **PLANTIER C.** Etude numérique et expérimentale d'un prototype de chauffe-eau solaire équipé d'un stockage à changement de phase. Thèse, Université de Savoie, 2003.
- [23] **DRUECK.H. MULTIPORT** Store-Model-Type140-version 1.99B- Institut fur Thermodynamik und Warmetechnik Universitat Stuttgart, 2000.
- [24] **GUERGEN M.** Autonomie des chauffe-eau solaires individuels grâce à l'alimentation photovoltaïque du circulateur, rapport de master de l'Université de Savoie, 96 p., 2005.
- [25] **Carol BUSCARLET et Dominique CACCAVELLI.** Suivi et évaluation énergétique du Plan Soleil - chauffe-eau solaires individuels. Synthèse du programme de suivi sur sites, CSTB. 10 aout 2006. 12 p.
- [26] **PADET J.** Fluides en écoulement : Méthodes et Modèles. Masson, 1991 (désigné par FEMM dans le texte). - Deuxième édition (révisée et complétée) en libre accès sur le site www.sft.asso.fr (2010)
- [27] **PADET J.** Echangeurs Thermiques. Masson, **1994** (désigné par E.T. dans le texte).
- [28] **FORTIER A.** Mécanique des fluides et transferts de chaleur et de masse par convection. Masson, 1975.
- [29] **KAKAÇ S. YENER Y.** Convective heat transfer. CRC Press, Boca Raton, Floride, 1995.
- [30] **KAYS W.M. CRAWFORD M.E.** Convective heat and mass transfer. Mc Graw Hill, 1993.
- [31] **LEONTIEV A.** Théorie des transferts de chaleur et de masse. Edition de Moscou, 1985.
- [32] **MIDOUX N.** Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique. Tec. Et Doc., Lavoisier, 1985.
- [33] **SAATDJIAN E.** Phénomènes de transport. Polytechnica, Paris, 1993.
- [34] **FURBO S. (1993):** Optimum design of small DHW low flow solar heating systems. Proceedings of ISES Solar World Congress. Budapest, Hungary.
- [35] **DAHL S.D. et DAVIDSON J.H. (1998):** Mixed convection heat transfer and pressure drop correlations for tube-in-shell thermosyphon heat exchangers with uniform heat flux. ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 120, pp. 260-269.

- [36] **MORRISON G.L. NASR A. BEHNIA M. and Rosengarten G. (1998):**
Analysis of horizontal mantle heat exchangers in solar water heating systems.
Solar Energy, Vol. 64, pp. 19-31.
- [37] **GERARD et al. (1977):** A comprehensive correlating equation for laminar,
assisting, forced and free convection. AIChE Journal, Vol. 23, pp. 10-16.
- [38] **LIN T.F Yin C.P. et Yan W.M. (1991):** Transient laminar mixed convective heat
transfer in a vertical flat duct. ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 113,
pp. 384-390.
- [39] **BAUR J.M. KLEIN S.A. et BECKMAN W.A. (1993):** Simulation of water tanks
with mantle heat exchangers. Proceedings ASES Annual Conference,
Solar93, pp. 286-291.
- [40] **KLEIN S.A. et al. (1996):** TRNSYS 14.1, User Manual. Solar Energy Laboratory,
University of Wisconsin.
- [41] **WILCOX D.C. (1998):** Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc.
Canada. ISBN 0-9636051-5-1.
- [42] **PATANKAR S.V. (1980):** Numerical Heat Transfer and Fluid Flow Hemisphere,
Public Corporation.
- [43] **IANNELLO V. Suh K.Y. and TODREAS N.E. (1988a):** Mixed convection
friction factors and Nusselt numbers in vertical annular and subchannel
geometries. International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 31, pp.
2175- 2189.
- [44] **FURBO S. and Berg P. (1990):** Calculation of the thermal performance of small
hot water solar heating systems using low flow operation. North Sun 90,
Reading, UK.
- [45] **SØREN Knudsen,** Investigation and optimization of heat storage tanks for low-
flow SDHW systems Ph.D. Thesis Rapport BYGDTU R-075 2004 ISSN
1601-2917 ISBN 87-7877-138-2 DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET.

ANNEXES

L'inconnue		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
L'équation		H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	RHS
1	1	a				c											RHS-H _{fin}
2	2	b	a				c										RHS
3	3		b		a			c									RHS
n-1	4			b	a				c								RHS
n	5				b	a				c							RHS
n+1	6	d				e	g				h	h					RHS _{fin}
n+2	7		d	d		g	f	g				h	h				RHS
	8			d	d		g	f	g				h	h			RHS
2n-1	9				d	d		g	f	g				h	h		RHS
2n	10					d	d		g	e					h		RHS _{fin}
2n+1	11					j					k	m					RHS
2n+2	12						j					k	m				RHS
	13							j					k	m			RHS
3n-1	14								j					k	m		RHS
3n	15									j					k		RHS _{fin}
		1	2		n-1	n	n+1	n+2		2n-1	2n	2n+1	2n+2		3n-1	3n	3n+1

```
{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}
{Filename TMATRIX.TEXT - loads coefficients for temperature matrix in TRANS }+
{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}
```

```
PROCEDURE tmatrix ( Hend , Cend : real );
TYPE      vectorL = ARRAY [0 .. n] OF real ;
VAR       j , k : integer ;
          RHS : real ;
          A , B , D , E , F , G , Y , Z : vectorL ;
```

```
BEGIN
```

```
{matrix coordinates .....}
```

(n) est le nombre de cellules

(p = n+1) est le nombre de position entre les cellules

Pour résoudre la matrice de température au point milieu de la cellule, on a « n » inconnues pour chaque cas : fluide chaud (C)

la paroi (P)

et le fluide froid (F)

		Connue																	
C ⇒		0		1		2		3		4		5							
	+	-	-	-	-	+	=====	+	=====	+	=====	+	=====	+	-	-	-	-	+
	:																		:
P ⇒	:	0					0				1				2				3
	:																		
	+	-	-	-	-	+	=====	+	=====	+	=====	+	=====	+	=====	+	=====	+	-
F ⇒		0				1				2				3				4	

Connue

The resulting matrix is [3*n , 3*n + 1] }

{ thermal diffusivity of wall at cell boundaries }

FOR j:= 0 TO n DO

Kappa P[j] := lamP [j] / (rhoP*CpP [j]) ;

```
{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}
```

```
{ writeln ( 'begin Tmatrix components A , B , D , E , F , G , Y , Z ' ) ; }
```

```

        { coeffs for solution of hot fluid temp . field at wall stations}
        FOR j := 0 TO n DO
BEGIN
    av_Vh := ( velH [ j + 1 ] + velH [ j ] ) / 2 ;
    WmH [ j ] := ( mH [ j + 1 ] + mH [ j ] ) / 2 ;
    WCpH [ j ] := ( CpH [ j + 1 ] + CpH [ j ] ) / 2 ;
    A [ j ] := (dT / dX) * av_Vh ;
    B [ j ] := (dT * Surf / (2 * L) ) * (alphaH [ j ] * av_Vh) / (WmH [ j ] * WCpH [ j ] ) ;
END;
    {writeln ( 'A, B complete' ) ; }
{ ----- }
    { coeffs for solution of solid wall temp . field at wall stations}
    FOR j := 0 TO n DO
BEGIN
    D [ j ] := kappaW [ j ] / (dX*dX) ;
    E [ j ] := 2 / Dt ;
    F [ j ] := (Surf / (2*Mw) ) * (alphaH [ j ] / CpW [ j ] ) ;
    G [ j ] := (Surf / (2*Mw) ) * (alphaC [ j ] / CpW [ j ] ) ;
END;
    { writeln ( 'D , E , F , G complete' ) ; }
{ ----- }
    { coeffs for solution of cold fluid temp . field at wall stations}
    FOR j := 0 TO n DO
BEGIN
    av_Vc := ( velC [ j + 1 ] + velC [ j ] ) / 2 ;
    WmC [ j ] := ( mC [ j + 1 ] + mC [ j ] ) / 2 ;
    WCpC [ j ] := ( CpC [ j + 1 ] + CpC [ j ] ) / 2 ;
    Y [ j ] := (dT / dX) * av_Vc ;
    Z [ j ] := (dT*Surf / (2*L) ) * (alphaC [ j ] * av_Vc) / (WmC [ j ] * WCpC [ j ] ) ;
END;
    {writeln ( 'Y , Z complete' ) ; }

{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}
{clear matrix}
    Writeln ( 'clear Tmatrix' )
    FOR j := 1 TO 3*n DO
        { j rows , k cols }
BEGIN
    FOR k := 1 TO 3*n+1 DO
        { left and right hand sides }
        Coeff ^ [ j , k ] := 0 . 0 ;
END;

{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}

{load matrix}

```

```
{#####}
```

```
{top section}
```

```
{writeln(' top section of Tmatrix');}
      coeff^[      +1,      +1] := 1 + A[ 0 ] + B[ 0 ];      { H[ 1 ] - a }
FOR j := 2 TO n-1 DO  coeff^[      +j ,      +j ] := 1 + A[ j-1 ] + B[ j-1 ];      { H[ 1 ] to H[ n-1 ] }
                      coeff^[      +n ,      +n ] := 1 + A[ n-1 ] + B[ n-1 ];      { H[ n ] - a }

                      { ... coeff^[      +1,      +0] := 1 - A[ 0 ] + B[ 0 ]; ..... H[ 0 ] on RHS }
FOR j := 2 TO n-1 DO  coeff^[      +j ,      +j-1 ] := 1 - A[ j-1 ] + B[ j-1 ];      { H[ 1 ] to H[ n-1 ] }
                      coeff^[      +n ,      +n-1 ] := 1 - A[ n-1 ] + B[ n-1 ];      { H[ n ] - b }
{ ----- }

      coeff^[      +1, +n +1] := - 2 * B[ 0 ];      { W[ 0 ] - c }
FOR j := 2 TO n-1 DO  coeff^[      +j , +n+j ] := - 2 * B[ j-1 ];      { W[ 1 ] to W[ n-1 ] }
                      coeff^[      +n , 2*n ] := - 2 * B[ n-1 ];      { W[ n ] - c }
{ ----- }

FOR j := 0 TO n-1 DO
BEGIN  RHS := Th[ j + 1 ] * ( 1 - A[ j ] - B[ j ] )
      + Th[ j ] * ( 1 + A[ j ] - B[ j ] ) + ( Tw[ j ] * ( + 2 * B[ j ] ) );      { known }
      coeff^[      +j + 1, 3 * n + 1 ] := RHS;      { rhs }
END;  { adjust first value, j = 0 }
      coeff^[ 1, 3 * n + 1 ] := coeff^[ 1, 3 * n + 1 ] - Hend * ( 1 - A[ 0 ] + B[ 0 ] );      { rhs - H * ( 1 - A + B ) }
```

```
{#####}
```

```
{mid-section}
```

```
{writeln(' mid - section of Tmatrix');}
      coeff^[      +n +1,      +1] := - F[ 0 ];      { H[ 1 ] - d }
FOR j := 2 TO n-1 DO  coeff^[      +n+j ,      +j ] := - F[ j-1 ];      { H[ 2 ] to H[ n-1 ] }
                      coeff^[      +2*n ,      +n ] := - F[ n-1 ];      { H[ n ] - d }

                      { ... coeff^[      +n +1,      +0] := - F[ 0 ];      H[ 0 ] on RHS }
FOR j := 2 TO n-1 DO  coeff^[      +n+j ,      +j-1 ] := - F[ j-1 ];      { H[ 1 ] to H[ n-2 ] }
                      coeff^[      +2*n ,      +n-1 ] := - F[ n-1 ];      { H[ n-1 ] - d }

{ ----- }
```

```

      { ...coeff^[ +n +1, +n ] := -D [ 0 ]; .....not valid }
FOR j:= 2 TO n-1 DO coeff^[ +n+j , +n+j-1 ] := -D [ j-1 ]; { W [ 0 ] to W [ n-2 ] }
                    coeff^[ 2*n , 2*n-1 ] := -D [ n-1 ]; { W [ n-1 ] - g }

      coeff^[ +n +1, +n +1 ] := E [ 0 ] + D [ 0 ] + 2 * ( F [ 0 ] + G [ 0 ] ); { W [ 0 ] - e }
FOR j:= 2 TO n-1 DO coeff^[ +n+j , +n+j ] := E [ j-1 ] + 2 * ( D [ j-1 ] + F [ j-1 ] + G [ j-1 ] ); { W [ 1 ] to W [ n-2 ] }
                    coeff^[ 2*n , 2*n ] := E [ n-1 ] + D [ n-1 ] + 2 * ( F [ n-1 ] + G [ n-1 ] ); { W [ n-1 ] - e }

      coeff^[ +n +1, +n +2 ] := -D [ 0 ]; { W [ 1 ] - f }
FOR j:= 2 TO n-1 DO coeff^[ +n+j , +n+j+1 ] := -D [ j-1 ]; { W [ 2 ] to W [ n-2 ] }
                    { ...coeff^[ 2*n , 2*n+1 ] := -D [ n-1 ]; ..... not valid }

      { ----- }

      coeff^[ +n +1, 2*n +1 ] := -G [ 0 ]; { C [ 0 ] - h }
FOR j:= 2 TO n-1 DO coeff^[ +n+j , 2*n+j ] := -G [ j-1 ]; { C [ 0 ] to C [ n-2 ] }
                    coeff^[ 2*n , 3*n ] := -G [ n-1 ]; { C [ n-1 ] - h }

      coeff^[ +n +1, 2*n +2 ] := -G [ 0 ]; { C [ 1 ] - h }
FOR j:= 2 TO n-1 DO coeff^[ +n+j , 2 * n + j +1 ] := -G [ j-1 ]; { C [ 2 ] to C [ n-2 ] }
                    { ...coeff^[ 2*n , 3*n +1 ] := -G [ n-1 ]; C [ n ] on RHS }

      { zero end gradient }
      Tw [ -1 ] := Tw [ 0 ];
      Tw [ n ] := Tw [ n-1 ];

      FOR j:=0 TO n-1 DO
BEGIN
      RHS := Th [ j+1 ] * ( F [ j ] + Th [ j ] * ( F [ j ] )
              + Tw [ j+1 ] * ( D [ j ] + Tw [ j ] * ( E [ j ] - 2 * ( D [ j ] + F [ j ] + G [ j ] + G [ j ] ) ) + Tw [ j-1 ] * ( D [ j ] )
              + Tc [ j+1 ] * ( G [ j ] + Tc [ j ] * ( G [ j ] ) ); {known}
      coeff^[ +n+j+1, 3 * n +1 ] := RHS; {mid RHS}

END;

      { adjust hot end, j=0 }
      coeff^[ n+1, 3 * n +1 ] := coeff^[ n+1, 3 * n +1 ] - Hend * ( - F [ 0 ] ); { top RHS }
      { adjust cold end, j = n-1 }
      Coeff^[ 2 * n , 3 * n +1 ] := coeff^[ 2 * n , 3 * n +1 ] - Cend * ( - G [ n-1 ] ); { bot RHS }

```

```

{#####}

```

```

{ bottom section}
{ writeln('bot section of Tmatrix') ; }

FOR j:=2 TO n-1 DO
  coeff^[ 2 * n +1 , +n +1] := - 2 * Z [ 0 ] ;
  coeff^[ 2 * n+j , +n+j ] := - 2 * Z [ j - 1 ] ;
  coeff^[ 3 * n , 2 * n ] := - 2 * Z [ n - 1 ] ;
  { W [ 0 ] - j }
  { W [ 1 ] to W [ n - 2 ] }
  { W [ n - 1 ] - j }

  { ----- }

  coeff^[ 2 * n +1 , 2 * n +1] = 1 + Y [ 0 ] + Z [ 0 ] ;
  coeff^[ 2 * n+j , 2 * n+j ] = 1 + Y [ j - 1 ] + Z [ j - 1 ] ;
  coeff^[ 3 * n , 3 * n ] = 1 + Y [ n - 1 ] + Z [ n - 1 ] ;
  { C [ 0 ] - k } .
  { C [ 1 ] to C [ n - 2 ] }
  { C [ n - 1 ] - k }

  coeff^[ 2 * n +1 , 2 * n +2] = 1 - Y [ 0 ] + Z [ 0 ] ;
  coeff^[ 2 * n+j , 2 * n+j +1] = 1 - Y [ j - 1 ] + Z [ j - 1 ] ;
  { ... coeff^[ 3 * n , 3 * n +1] = 1 - Y [ n - 1 ] + Z [ n - 1 ] : ..... C [ n - 1 ] on RHS }
  { C [ 1 ] - n }
  { C [ 2 ] to C [ n - 2 ] }

BEGIN
  RHS := Tc [ j + 1 ] * ( 1 + Y [ j ] - Z [ j ] )
        + Tc [ j ] * ( 1 - Y [ j ] - Z [ j ] ) + Tw [ j ] * ( + 2 * Z [ j ] ) ;
  coeff^[ 2 * n + j + 1 , 3 * n + 1 ] := RHS ;
  { known }

END ; { adjust last value j = n - 1 }
Coeff^[ 3 * n , 3 * n + 1 ] := coeff^[ 3 * n , 3 * n + 1 ] - Cend * ( 1 - Y [ j ] + Z [ j ] ) ;
{ cold end }

{#####}

END ; { PROCEDURE tmatrix }
{-----|*****^*****^*****^*****^*****|-----}

```

Programme de calcul des coefficients du transfert de chaleur

```

C ----- UN15:  HBEHOL  -----
      Subroutine HBEHOL (TGL , NZ1 , NZ2 , NZ3 , IFLOW , svtyk , xks
& , H1 , H2 , H3 , IH , HOJKAP , HOJTANK , PROCENT , dr , dz , HTB , HBB , HTK , HBK , GTYPE
& , FLOW , NZINL , DMI , TKIN)
C
      REAL*8 NY, LAMBDA, BETA, TFILM, DT, HELP, RA, NU, HELP1, ALFA
      REAL*8 LDIMH1, LDIMH2, LDIMH3, HOJTANK, HOJKAP, HD, RE, NYINL, RREF
      DIMENSION TGL(4,50) ,H1(50), H2(50), H3(50), SUMQW(50), STR(50)
      DIMENSION DR(4), DZ(50), ETA(50), QFLOW(50), QWNY(50), QW(50)
      INTEGER GTYPE

      PI=3.14159265
      G=9.81
      NZ1P1=NZ1+1
      NZ2M1=NZ2-1
      NZINLM1=NZINL-1
      NZM=INT ((NZ1P1+NZ2M1)/2)
      NZMP1=NZM+1
      NZ3M1=NZ3-1
      NZ3M2=NZ3-2

C
      IF (GTYPE .EQ. 1) THEN
        NYINL=1.293E-6*EXP(4.388E-2*PROCENT)*      ! KIN.  VISKOSITET  INLET
&      EXP((-1.709-1.921E-2*PROCENT
&      -0.6E-4*PROCENT**2) *TKIN*1.0E-2)
      ELSE
        NYINL=2.67E-13*TKIN**4-8.5E-11*TKIN**3      ! TYFOCOR  LS
&      +9.96E-9*TKIN**2-5.29E-7*TKIN+1.24E-5
      ENDIF
      RE= (FLOW/ (0.25*PI*DMI**2)) *DMI/NYINL      ! INLET  REYNOLDS  NUMBER
      IH=1
C
      NULSTILLING
      LDIMH1=0
      LDIMH2=0
      LDIMH3=0
      DO 45 J=1, (NZ3)
        H1 (J) = 0.0      ! H1:  INDV  I  TANK
        H2 (J) = 0.0      ! H2:  INDV  I  KAPPE
        H3 (J) = 0.0      ! H3:  INDV  I  KAPPE
      45 CONTINUE
C----- COEFFICIENTS  INSIDE  TANK-----
      DO 50 J= (NZ3-1) , 2 , -1
C
      FILM  TEMPERATUR
      TFILM= (TGL (1, J) + TGL (2, J)) / 2      ! T_FILM  INDV.  I  KAPPE
      DT= ABS (TGL (1, J) - TGL ( 2 , J ) )
      BETA=0. 8E- 4 * TFILM ** ( . 5348) - 1.9114 E-4      ! UDVIDELSESKOEFF.  -''-
      PR= 39.5345 * TFILM * * (-.144) - 18.8396      ! PRANDELS  TAL  -''-
      LAMBDA=0.5762 + 0.00105 * EXP (-1.757E - 2 * TFILM)      ! VARMELEDN.  -''-
      NY=1.477E-6 * EXP (-1.747E - 2 * TFILM)      ! KIN.  VISKOSITET  -''-
      LDIMH1=LDIMH1+DZ (J)
      HD=HOJTANK/ (2*DR (1) )
      HELP=HD

      RA=G * BETA * LDIMH1 * * 3 * DT / (NY * * 2 ) * PR
      IF ( HELP . LT . 3 . 7 ) THEN
        IF ( HELP . LT . 2 )  HELP = 2 . 0
        NU= (0.186 * HELP + 2.285) * (ABS (RA) * HD * * -4) * * 0.26
      ELSE
        IF ( HELP . GT . 5 )  HELP = 5.0

```

```

        NU= (3.336 * HELP - 9.37) * (ABS (RA) * HD ** -4) ** 0.26
    ENDIF
    H1 (J) = (NU * LAMBDA / LDIMH1)
50    CONTINUE
c    Top coefficient_
C    FILM TEMPERATUR
    TFILM= (TGL (1, 1) + TGL (1, 2)) / 2          ! T_FILM      INDV.    I    KAPPE
    DT= ABS (TGL (1,1) - TGL (1,2))
    BETA= 0.8E-4 * TFILM ** (.5348) - 1.9114 E-4    ! UDVIDELSESKOEFF.  -''-
    PR= 39.5345 * TFILM ** (-.144) - 18.8396        ! PRANDELS  TAL      -''-
    LAMBDA= 0.5762 + 0.00105 * EXP (-1.757E-2 * TFILM) ! VARMELEDN.  -''-
    NY= 1.477E-6 * EXP (-1.747E-2 * TFILM)          ! KIN.  VISKOSITET  -''-
    LDIMH1= 2 * dr (1)
    RA= G * BETA * LDIMH1 ** 3 * DT / (NY ** 2) * PR
    NU= 0.54 * (ABS (RA) ) ** 0.25
    HTB= NU * LAMBDA / LDIMH1

c    Bottom coefficient_
C    FILM TEMPERATUR
    NZ3M1= NZ3 - 1
    TFILM= (TGL (1 , NZ3) + TGL (1 , NZ3M1)) / 2      ! T_FILM      INDV.    I    KAPPE
    DT= ABS (TGL (1 , NZ3) - TGL (1 , NZ3M1))
    BETA= 0.8E-4 * TFILM ** (.5348) - 1.9114E-4    ! UDVIDELSESKOEFF.  -''-
    PR= 39.5345 * TFILM ** (-.144) - 18.8396        ! PRANDELS  TAL      -''-
    LAMBDA= 0.5762 + 0.00105 * EXP (-1.757E-2 * TFILM) ! VARMELEDN.  -''-
    NY= 1.477E-6 * EXP (-1.747E-2 * TFILM)          ! KIN.  VISKOSITET  -''-
    LDIMH1= 2 * dr (1)
    RA= G * BETA * LDIMH1 ** 3 * DT / (NY ** 2) * PR
    NU= 0.54 * (ABS (RA) ) ** 0.25
    HBB= NU * LAMBDA / LDIMH1

C-----OVERGANGSKOEFFICIENTER INDVENDIGT I KAPPE-----
    IF (NZINL .GT. NZ1P1) THEN                      ! ABOVE MANTLE INLET
    DO 51  J= (NZ1P1) , (NZINLM1)
C    FILM TEMPERATUR
        TFILM= (TGL (2 , J) + TGL (3 , J)) /          ! T_FILM      INDV.    I    KAPPE
        DT= ABS (TGL (3 , J) - TGL (2 , J))
        IF (GTYPE .EQ. 1) THEN
            RHO= (996.5+152.3E-2 * PROCENT - 96.6E-4 * PROCENT ** 2)
            &      + (-1.7-146.1E-2 * PROCENT + 76.7E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM
            &      + (-38.4+62.1E-2 * PROCENT - 30.8E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
            CP= (4255.5-958.2E-2 * PROCENT - 941.76E-4 * PROCENT ** 2)
            &      + (-168.9+843.5E-2 * PROCENT - 35.0E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM
            &      + (146.5-79.3E-2 * PROCENT - 85.3E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
            LAMBDA= (0.571-0.42E-2 * PROCENT + 0.1E-4 * PROCENT ** 2)
            &      + (12.6-31.3E-2 * PROCENT + 12.2E-4 * PROCENT ** 2) * 1.0E-4 * TFILM
            NY= 1.293E-6 * EXP (4.388E-2 * PROCENT) * ! KIN.  VISKOSITET  -''-
            &      EXP ( (-1.709-1.921E-2 * PROCENT
            &      - 0.6E-4 * PROCENT ** 2) * TFILM * 1.0E-2)
            BETA= 6.346121745E-5
            &      + 6.945324481E-6 * TFILM
            &      + 1.078430353E-5 * PROCENT
            &      + 5.340546887E-9 * TFILM ** 2
            &      - 2.7785339E-8 * PROCENT ** 2
            &      - 8.094592481E-8 * PROCENT * TFILM
        ELSE
C***** Tyfocor    LS*****
            RHO= 1045.2 - 0.0016 * TFILM ** 2-0.5141 * TFILM
            CP= 3520 + 4 * TFILM
            LAMBDA= 0.3986 + 0.0007 * TFILM
            NY= 2.67E-13 * TFILM ** 4-8.5E-11 * TFILM ** 3

```

```

&      + 9.96E-9 * TFILM ** 2-5.29E-7 * TFILM + 1.24E-5
      BETA= 0.0005+3E-6 * TFILM
C*****
      ENDIF
      ALFA= LAMBDA / (RHO * CP)          ! TERMISK  DIFUSIVITET
      PR= NY / ALFA                      ! PRANDTLS  TAL
      LDIMH2= (NZINL-J) * DZ (J) - 0.5 * DZ (J)
      RA= G * BETA * LDIMH2 ** 3 * DT / (NY ** 2) * PR
      HELP= LDIMH2 / ( (NZINL-NZ1P1) * DZ (NZ1P1) )
      NU= 23.79 * (RA* HELP / (RE ** 2) ) ** 0.22
      H2 (J)= NU * LAMBDA / LDIMH2
51 CONTINUE
      ENDIF
      DO 151 J= (NZINL) , (NZM)          ! BELOW  MANTLE  INLET
C      FILM  TEMPERATUR
      TFILM= (TGL (2,J) + TGL (3,J) ) / 2          ! T_FILM  INDV.  I  KAPPE
      DT= ABS (TGL (3,J) - TGL (2,J) )
      IF (GTYPE . EQ. 1) THEN
      RHO= (996.5+152.3E-2 * PROCENT - 96.6E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (-1.7-146.1E-2 * PROCENT + 76.7E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM
&      + (-38.4+62.1E-2 * PROCENT - 30.8E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
      CP= (4255.5-958.2E-2 * PROCENT - 941.76E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (-168.9+843.5E-2 * PROCENT - 35.0E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM
&      + (146.5-79.3E-2 * PROCENT - 85.3E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
      LAMBDA= (0.571-0.42E-2 * PROCENT + 0.1E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (12.6-31.3E-2 * PROCENT + 12.2E-4 * PROCENT ** 2) * 1.0E-4 * TFILM
      NY= 1.293E-6 * EXP (4.388E-2 * PROCENT) *      ! KIN.  VISKOSITET  '-'
&      EXP ( (-1.709-1.921E-2 * PROCENT
&      -0.6E-4 * PROCENT ** 2) * TFILM * 1.0E-2)
      BETA= 6.346121745E-5
&      + 6.945324481E-6 * TFILM
&      + 1.078430353E-5 * PROCENT
&      + 5.340546887E-9 * TFILM ** 2
&      - 2.77885339E-8 * PROCENT ** 2
&      - 8.094592481E-8 * PROCENT * TFILM
      ELSE
C*****Tyfocor LS*****
      RHO= 1045.2 - 0.0016 * TFILM ** 2- 0.5141 * TFILM
      CP= 3520 + 4 * TFILM
      LAMBDA= 0.3986+0.0007 * TFILM
      NY= 2.67E-13 * TFILM ** 4 - 8.5E-11 * TFILM ** 3
&      + 9.96E-9 * TFILM ** 2-5.29E-7 * TFILM+1.24E-5
      BETA= 0.0005+3E-6 * TFILM
C*****
      ENDIF
      ALFA= LAMBDA / (RHO * CP)          ! TERMISK  DIFUSIVITET
      PR= NY / ALFA                      ! PRANDTLS  TAL
      LDIMH2= (J-NZINL) * DZ (J) + 0.5 * DZ (J)
      RA= G * BETA * LDIMH2 ** 3 * DT / (NY ** 2) * PR
      HELP=LDIMH2/ ((NZ2M1-NZINL+1) * DZ (NZ1P1) )
      NU=33.37*(RA* HELP / (RE ** 2) ) ** 0.25
      H2 (J) = NU * LAMBDA / LDIMH2
151 CONTINUE
C
      DO 152 J= (NZMP1) , (NZ2M1)          ! LOWER  HALF  OF  MANTLE
C      FILM  TEMPERATUR
      TFILM= (TGL (2,J) + TGL (3,J) ) / 2          ! T_FILM  INDV.  I  KAPPE
      DT= ABS (TGL (3,J) - TGL (2,J) )
      IF (GTYPE . EQ. 1) THEN
      RHO= (996.5+152.3E-2 * PROCENT - 96.6E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (-1.7-146.1E-2 * PROCENT+76.7E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM
&      + (-38.4+62.1E-2 * PROCENT-30.8E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
      CP= (4255.5-958.2E-2 * PROCENT - 941.76E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (-168.9+843.5E-2 * PROCENT - 35.0E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-2 * TFILM

```

```

&      + (146.5-79.3E-2 * PROCENT - 85.3E-4 * PROCENT ** 2) * 1E-4 * TFILM ** 2
LAMBDA= (0.571-0.42E-2 * PROCENT + 0.1E-4 * PROCENT ** 2)
&      + (12.6-31.3E-2 * PROCENT + 12.2E-4 * PROCENT ** 2) * 1.0E-4 * TFILM
NY= 1.293E-6 * EXP(4.388E-2 * PROCENT) *      ! KIN.      VISKOSITET  '-' -
&      EXP ( (-1.709-1.921E-2 * PROCENT
&      -0.6E-4 * PROCENT ** 2) * TFILM * 1.0E-2)
BETA= 6.346121745E-5
&      + 6.945324481E-6 * TFILM
&      + 1.078430353E-5 * PROCENT
&      + 5.340546887E-9 * TFILM ** 2
&      - 2.77885339E-8 * PROCENT ** 2
&      - 8.094592481E-8 * PROCENT * TFILM
ELSE
C*****Tyfocor LS*****
      RHO=1045.2-0.0016*TFILM**2-0.5141*TFILM
CP=3520+4*TFILM
LAMBDA=0.3986+0.0007*TFILM
NY=2.67E-13*TFILM**4-8.5E-11*TFILM**3
&      +9.96E-9*TFILM**2-5.29E-7*TFILM+1.24E-5
BETA=0.0005+3E-6*TFILM
C*****
      ENDIF
      ALFA=LAMBDA/(RHO*CP)      !TERMISK DIFUSIVITET
      PR=NY/ALFA      !PRANDTLS TAL
      HELP=((DR(1)+DR(2)+DR(3))**2-DR(1)+DR(2))**2)/(2*(DR(1)+DR(2))
&      *HOJKAP)
      NU=403.9*HELP+0.98
      H2(J)=NU*LAMBDA/DR(3)
152 CONTINUE
C-----OVERGANGSKOEFFICIENTER UDVENDIGT I KAPPE-----
      IF (NZINL.GT.NZ1P1) THEN      !ABOVE MANTLE INLET
      DO 52 J=(NZ1P1),(NZINLM1)

C      FILM TEMPERATUR
      TFILM=(TGL(4,J)+TGL(3,J))/2      !T_FILM  INDV. I KAPPE
      DT=ABS(TGL(3,J)-TGL(4,J))
      IF (GTYPE.EQ.1)THEN
      RHO=(996.5+152.3E-2*PROCENT-96.6E-4*PROCENT**2)
&      +(-1.7-146.1E-2*PROCENT+76.7E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&      +(-38.4+62.1E-2*PROCENT-30.8E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2
      CP=(4255.5-958.2E-2*PROCENT-941.76E-4*PROCENT**2)
&      +(-168.9+843.5E-2*PROCENT-35.0E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&      +(146.5-79.3E-2*PROCENT-85.3E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2 LAMBDA=(0.571-0.42E-
      2*PROCENT+0.1E-4*PROCENT**2)
&      +(12.6-31.3E-2*PROCENT+12.2E-4*PROCENT**2)*1.0E-4*TFILM
      NY=1.293E-6*EXP(4.388E-2*PROCENT) *      !KIN. VISKOSITET  '-' -
&      EXP((-1.709-1.921E-2*PROCENT
&      -0.6E-4*PROCENT**2)*TFILM*1.0E-2)
      BETA=6.346121745E-5
&      +6.945324481E-6*TFILM
&      +1.078430353E-5*PROCENT
&      +5.340546887E-9*TFILM**2
&      -2.77885339E-8*PROCENT**2
&      -8.094592481E-8*PROCENT*TFILM
      ELSE
C*****Tyfocor LS*****
      RHO=1045.2-0.0016*TFILM**2-0.5141*TFILM
      CP=3520+4*TFILM
      LAMBDA=0.3986+0.0007*TFILM
      NY=2.67E-13*TFILM**4-8.5E-11*TFILM**3
&      +9.96E-9*TFILM**2-5.29E-7*TFILM+1.24E-5
      BETA=0.0005+3E-6*TFILM
C*****

```

```

ENDIF
ALFA=LAMBDA/(RHO*CP)          !TERMISK DIFUSIVITET
PR=NY/ALFA                    !PRANDTLS TAL
LDIMH3=(NZINL-J)*DZ(J)-0.5*DZ(J)
RA=G*BETA*LDIMH3**3*DT/(NY**2)*PR
HELP=LDIMH3/((NZINL-NZ1P1)*DZ(NZ1P1))
NU=31.51*(RA*HELP/(RE**2))**0.18
H3(J)=NU*LAMBDA/LDIMH3
52 CONTINUE
ENDIF
DO 153 J=(NZINL),(NZM)        !BELOW MANTLE INLET
C   FILM TEMPERATUR
   TFILM=(TGL(4,J)+TGL(3,J))/2    !T_FILM  INDV. I KAPPE
   DT=ABS(TGL(3,J)-TGL(4,J))
   IF (GTYPE.EQ.1)THEN
      RHO=(996.5+152.3E-2*PROCENT-96.6E-4*PROCENT**2)
&    +(-1.7-146.1E-2*PROCENT+76.7E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&    +(-38.4+62.1E-2*PROCENT-30.8E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2
      CP=(4255.5-958.2E-2*PROCENT-941.76E-4*PROCENT**2)
&    +(-168.9+843.5E-2*PROCENT-35.0E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&    +(146.5-79.3E-2*PROCENT-85.3E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2
      LAMBDA=(0.571-0.42E-2*PROCENT+0.1E-4*PROCENT**2)
&    +(12.6-31.3E-2*PROCENT+12.2E-4*PROCENT**2)*1.0E-4*TFILM
      NY=1.293E-6*EXP(4.388E-2*PROCENT)* !KIN. VISKOSITET  "-"
&    EXP((-1.709-1.921E-2*PROCENT
&    -0.6E-4*PROCENT**2)*TFILM*1.0E-2)

      BETA=6.346121745E-5
&    +6.945324481E-6*TFILM
&    +1.078430353E-5*PROCENT
&    +5.340546887E-9*TFILM**2
&    -2.77885339E-8*PROCENT**2
&    -8.094592481E-8*PROCENT*TFILM
   ELSE
C*****Tyfocor LS*****
      RHO=1045.2-0.0016*TFILM**2-0.5141*TFILM
      CP=3520+4*TFILM
      LAMBDA=0.3986+0.0007*TFILM
      NY=2.67E-13*TFILM**4-8.5E-11*TFILM**3 &    +9.96E-9*TFILM**2-5.29E-7*TFILM+1.24E-5
      BETA=0.0005+3E-6*TFILM
C*****
   ENDIF
   ALFA=LAMBDA/(RHO*CP)          !TERMISK DIFUSIVITET
   PR=NY/ALFA                    !PRANDTLS TAL
   LDIMH3=(J-NZINL)*DZ(J)+0.5*DZ(J)
   RA=G*BETA*LDIMH3**3*DT/(NY**2)*PR
   HELP=LDIMH3/((NZ2M1-NZINL+1)*DZ(NZ1P1))
   NU=56.24*(RA*HELP/(RE**2))**0.22
   H3(J)=NU*LAMBDA/LDIMH3
153 CONTINUE
C
DO 154 J=(NZMP1),(NZ2M1)        !LOWER HALF OF MANTLE
C   FILM TEMPERATUR
   TFILM=(TGL(4,J)+TGL(3,J))/2    !T_FILM  INDV. I KAPPE
   DT=ABS(TGL(3,J)-TGL(4,J))
   IF (GTYPE.EQ.1)THEN
      RHO=(996.5+152.3E-2*PROCENT-96.6E-4*PROCENT**2)
&    +(-1.7-146.1E-2*PROCENT+76.7E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&    +(-38.4+62.1E-2*PROCENT-30.8E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2
      CP=(4255.5-958.2E-2*PROCENT-941.76E-4*PROCENT**2)
&    +(-168.9+843.5E-2*PROCENT-35.0E-4*PROCENT**2)*1E-2*TFILM
&    +(146.5-79.3E-2*PROCENT-85.3E-4*PROCENT**2)*1E-4*TFILM**2
      LAMBDA=(0.571-0.42E-2*PROCENT+0.1E-4*PROCENT**2)

```

```

& +(12.6-31.3E-2*PROCENT+12.2E-4*PROCENT**2)*1.0E-4*TFILM
  NY=1.293E-6*EXP(4.388E-2*PROCENT)* !KIN. VISKOSITET -"-
& EXP((-1.709-1.921E-2*PROCENT
& -0.6E-4*PROCENT**2)*TFILM*1.0E-2)
  BETA=6.346121745E-5
& +6.945324481E-6*TFILM
& +1.078430353E-5*PROCENT
& +5.340546887E-9*TFILM**2
& -2.77885339E-8*PROCENT**2
& -8.094592481E-8*PROCENT*TFILM
  ELSE
C*****Tyfocor LS*****
  RHO=1045.2-0.0016*TFILM**2-0.5141*TFILM
  CP=3520+4*TFILM
  LAMBDA=0.3986+0.0007*TFILM
  NY=2.67E-13*TFILM**4-8.5E-11*TFILM**3
& +9.96E-9*TFILM**2-5.29E-7*TFILM+1.24E-5
  BETA=0.0005+3E-6*TFILM
C*****
  ENDIF
  ALFA=LAMBDA/(RHO*CP) !TERMISK DIFUSIVITET
  PR=NY/ALFA !PRANDTLIS TAL
  HELP=((DR(1)+DR(2)+DR(3))**2-(DR(1)+DR(2))**2)/
& (2*(DR(1)+DR(2)+DR(3))*HOJKAP)
  NU=570.6*HELP+5.6
  H3(J)=NU*LAMBDA/DR(3)
154 CONTINUE
C Top MANTLE coefficient*****
  NZ1P1=NZ1+1
C FILM TEMPERATUR
  TFILM=(TGL(3,NZ1)+TGL(3,NZ1P1))/2 !T_FILM INDV. I KAPPE
  DT=ABS(TGL(3,NZ1)-TGL(3,NZ1P1))
  BETA=0.8E-4*TFILM**(.5348)-1.9114E-4 !UDVIDELSESKOEFF. -"-
  PR=39.5345*TFILM**(-.144)-18.8396 !PRANDELS TAL -"-LAMBDA=0.5762+0.00105*EXP(-1.757E-
2*TFILM)!VARMELEDN. -"-
  NY=1.477E-6*EXP(-1.747E-2*TFILM) !KIN. VISKOSITET -"-
  LDIMH1=dr(3)
  RA=G*BETA*LDIMH1**3*DT/(NY**2)*PR
  NU=0.54*(ABS(RA))**0.25
  HTK=NU*LAMBDA/LDIMH1
C Bottom coefficient_
C FILM TEMPERATUR
  NZ2M1=NZ2-1
  TFILM=(TGL(3,NZ2)+TGL(3,NZ2M1))/2 !T_FILM INDV. I KAPPE
  DT=ABS(TGL(3,NZ2)-TGL(3,NZ2M1))
  BETA=0.8E-4*TFILM**(.5348)-1.9114E-4 !UDVIDELSESKOEFF. -"-
  PR=39.5345*TFILM**(-.144)-18.8396 !PRANDELS TAL -"-
  LAMBDA=0.5762+0.00105*EXP(-1.757E-2*TFILM)!VARMELEDN. -"-
  NY=1.477E-6*EXP(-1.747E-2*TFILM) !KIN. VISKOSITET -"-
  LDIMH1=dr(3)
  RA=G*BETA*LDIMH1**3*DT/(NY**2)*PR
  NU=0.54*(ABS(RA))**0.25
  HBK=NU*LAMBDA/LDIMH1
C
10 CONTINUE
C*****STRATIFICATION MODEL*****
  SUMQW(NZ3)=0
  DO J=NZ3M1,2,-1 !Heat flux tank wall
  QW(J)=H1(J)*2*PI*DR(1)*DZ(J)*(TGL(2,J)-TGL(1,J))
  SUMQW(J)=SUMQW(J+1)+QW(J) !Sum of heat flux at tank wall
  STR(J)=MAX(4.0,(TGL(1,J-1)-TGL(1,J+1))/(0.5*DZ(J-1)+DZ(J)+
& 0.5*DZ(J+1)))) !Stratification in tank
  ENDDO
  STR(2)=MAX(4.0,(TGL(1,2)-TGL(1,3)/DZ(2)))

```

```

STR(NZ3M1)=MAX(4.0,(TGL(1,NZ3M2)-TGL(1,NZ3M1)/DZ(NZ3M1)))
DO J=NZ3M1,NZ1P1,-1 !Mantle level
  HELP1=QW(J)/SQRT(STR(J))
  ETA(J)=0.000186*HELP1
  IF (HELP1.GE.2900) ETA(J)=0.539
  IF (HELP1.LT.0) ETA(J)=0
  QFLOW(J)=ETA(J)*SUMQW(J) !Heat flow in water
ENDDO
RREF=0.197
DO J=NZ1,2,-1 !Above mantle
  HELP1=(DR(1)/RREF)**1.8*(TGL(2,J)-TGL(1,J))/(STR(J)+0.5)**2.2
& ETA(J)=29.094*HELP1**3-23.605*HELP1**2+5.9475*HELP1
  IF (HELP1.GE.0.3) ETA(J)=0.445
  IF (HELP1.LT.0) ETA(J)=0
  QFLOW(J)=ETA(J)*SUMQW(J) !Heat flow in water
ENDDO
QFLOW(2)=0
HELP1=0
DO J=NZ3M1,2,-1
  QWNY(J)=SUMQW(J)-QFLOW(J)-HELP1 !Resulting heat transfer
  IF (QWNY(J).LT.0) THEN
    IF (QFLOW(J).GT.0) THEN
      QFLOW(J)=QFLOW(J)+QWNY(J)
    QWNY(J)=SUMQW(J)-QFLOW(J)-HELP1
  ENDIF
ENDIF
HELP1=HELP1+QWNY(J)
IF ((TGL(2,J)-TGL(1,J)).LE.0) THEN
  H1(J)=H1(J) ELSE
  !New heat transfer coefficient based on resulting heat transfer
  H1(J)=ABS(QWNY(J)/(2*PI*DR(1)*DZ(J)*(TGL(2,J)-TGL(1,J))))
ENDIF
ENDDO
RETURN
END

```

ANNEXE B

Programme de modélisation de l'écoulement dans la double enveloppe

```

C ----- UN13:  TAPKAP -----
  SUBROUTINE TAPKAP ( NZ1 , NZ2 , TGL , VOL , ROCP , TKIN
    & , TKUD , QKAP , NZINL , FLOW , DR )
C
  DIMENSION TGL ( 4 , 50 ) , VOL ( 4 , 50 ) , ROCP ( 4 , 50 ) , DR ( 4 )
  REAL * 8  TKINNEW , DT , OPBL , THELP , PI , VMANTLE , THELP1
  NZ1P1=NZ1+1
  NZ1P2=NZ1+2
  NZ1P3=NZ1+3
  NZ2M1=NZ2-1
  NZINLP1=NZINL+1
  NZINLM1=NZINL-1
  TKINNEW=TKIN
  TKUD=TGL ( 3 , NZ2M1 )
  PI=3.14159265
  ! AVERAGE VELOCITY IN MANTLE
  VMANTLE=FLOW/ ( PI* ( ( DR ( 1 ) +DR ( 2 ) +DR ( 3 ) ) ** 2 - ( DR ( 1 ) +DR ( 2 ) ) ** 2 ) )
  IF ( TKIN . LE . TGL ( 3 , NZINL ) ) THEN      ! WARM  INLET  -  DOWNFLOW
    DO  J=NZINL , NZ2M1
      DT=TGL ( 3 , J ) -TKINNEW
      IF ( DT . LT . 0 ) THEN
        I=J
        GO TO 20
      ELSEIF ( DT . EQ . 0 ) THEN
        OPBL=0
      ELSE
        OPBL=0.21 * LOG ( DT/VMANTLE ** 0.5 ) - 0.52  ! MIX.  FACTOR
        IF ( OPBL . LT . 0 ) OPBL=0
        IF ( OPBL . GT . 1 ) OPBL=1
      ENDIF
      THELP=TGL ( 3 , J )
      TGL ( 3 , J ) =OPBL * TGL ( 3 , J ) + ( 1 -OPBL ) * TKINNEW
      TKINNEW=OPBL * TKINNEW + ( 1 - OPBL ) * THELP  ! MOD.  TKIN  IN  NEXT  LAYER
    ENDDO
    TKUD=OPBL * TKINNEW + ( 1 - OPBL ) * THELP
    GO TO 30
  20 CONTINUE
    DO  JJ=NZ2M1 , I , -1
      TGL ( 3 , JJ ) =TGL ( 3 , JJ - 1 )
    ENDDO
    TGL ( 3 , I ) =TKINNEW
  30 CONTINUE
    ELSE                                     ! HOT  INLET  -  UPFLOW
    DO  J = NZINL , NZ1P1 , -1
      DT=TKINNEW-TGL ( 3 , J )
      IF ( DT . LT . 0 ) THEN
        I=J
        GO TO 40
      ELSEIF ( DT . EQ . 0 ) THEN
        OPBL=0
      ELSE
        OPBL=0.37 * LOG ( DT/VMANTLE ** 0.5 ) -1.94  ! MIX.  FACTOR
        IF ( OPBL . LT . 0 ) OPBL=0
        IF ( OPBL . GT . 1 ) OPBL=1
      ENDIF
      THELP=TGL ( 3 , J )
      TGL ( 3 , J ) =OPBL * TGL ( 3 , J ) + ( 1 -OPBL ) * TKINNEW

```

```

      TKINNEW=OPBL * TKINNEW+ ( 1 -OPBL) * THELP      ! MOD .  TKIN  IN  NEXT  LAYER
ENDDO
THELP=TGL (3 , NZ1P1)
THELP1=TGL (3 , NZ1P2)
TGL ( 3 , NZ1P1) =TKINNEW
TGL ( 3 , NZ1P2) =THELP
DO   J = NZ2M1 , NZ1P3 , -1
  TGL (3 , J) =TGL (3 , J-1)
ENDDO
TGL (3 , NZ1P3) =THELP1
GO TO 50
40  CONTINUE
  DO   JJ = NZ2M1 , I , -1
    TGL (3 , JJ) =TGL (3 , JJ -1)
  ENDDO
  TGL (3 , I) =TKINNEW
50  CONTINUE
ENDIF
C---->OPBLANDNING  I   KAPPE-----:
  DO 101  J = NZ1p1 , NZ2M1
    DO 102  JJ=NZ1p1 , NZ2M1
      If ( tgl (3 , jj +1) . gt. tgl (3 , jj ))   then
        thelp = tgl (3 , jj)
        tgl (3 , jj ) =tgl (3 , jj +1)
        tgl (3 , jj +1) =thelp
      endif
    102  continue
  101  continue
  QKAP=VOL (3 , NZ1P1) * ROCP (3 , NZ1P1) * (TKIN - TKUD)
  RETURN
END

```

ANNEXE C

Les propriétés du fluide

Dans cette annexe, on a utilisé les données des propriétés des fluides suivantes :
Les équations sont obtenues par Jensen en 1984.

L'eau :

La densité [kg/m³]

$$\rho = 1000,5 - 6,9 \cdot 10^{-2} T - 36,0 \cdot 10^{-4} T^{-2} \quad (C-1)$$

La conductivité thermique [W/m K]

$$k = 0,5762 + 10,5 \cdot 10^{-4} \cdot T \quad (C-2)$$

La capacité thermique spécifique [J/kg.K]

$$c_p = 4209,1 - 132,8 \cdot 10^{-2} T + 143,2 \cdot 10^{-4} T^2 \quad (C-3)$$

La viscosité cinétique [m²/s]

$$\nu = 1,477 \cdot 10^{-6} \exp(-1,747 \cdot 10^{-2} \cdot T) \quad (C-4)$$

Le nombre de Prandtl [-]

$$Pr = 39.5345 \cdot T^{-0,144} - 18,8396 \quad (C-5)$$

Le coefficient d'expansion thermique [K⁻¹]

$$\beta = (0,8 T^{0,5348} - 1,9114) \cdot 10^{-4} \quad (C-6)$$

T est la température du fluide [°C].

Le mélange de Propylène glycol avec de l'eau :

La densité [kg/m³]

$$\begin{aligned} \rho = & (996,5 + 152,3 \cdot 10^{-2}x - 96,6 \cdot 10^{-4} x^2)T \\ & + (-1,7 - 146,1 \cdot 10^{-2}x + 76,7 \cdot 10^{-4} x^2)10^{-2}T \\ & + (-38,4 + 62,1 \cdot 10^{-2}x - 30,8 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T^{-2} \end{aligned} \quad (C-7)$$

La conductivité thermique [W/m K]

$$\begin{aligned} k = & (0,571 - 0,42 \cdot 10^{-2} x + 0,1 \cdot 10^{-4} x^2) \\ & + (12,6 - 31,3 \cdot 10^{-2} x + 12,2 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T \end{aligned} \quad (C-8)$$

La capacité thermique spécifique [J/kg.K]

$$\begin{aligned}
c_p = & (4255,5 - 958,5 \cdot 10^{-2} x - 941,7 \cdot 10^{-4} x^2) \\
& + (-168,9 + 843,5 \cdot 10^{-2} x - 35,0 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-2} T \\
& + (146,5 + 79,3 \cdot 10^{-2} x - 85,3 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T^2
\end{aligned} \tag{C-9}$$

La viscosité cinétique [m²/s]

$$\begin{aligned}
\nu = & 1,293 \exp(4,388 \cdot 10^{-2} \cdot x) \cdot 10^{-6} \cdot \\
& \exp((-1,709 - 1,921 \cdot 10^{-2} x - 0,6 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-2} T)
\end{aligned} \tag{C-10}$$

Le nombre de Prandtl [-]

$$Pr = \frac{\nu \rho c_p}{k} \tag{C-11}$$

Le coefficient d'expansion thermique [K⁻¹]

$$\begin{aligned}
\beta = & 6,346121 \cdot 10^{-5} + 6,945324481 \cdot 10^{-6} T \\
& + 1,07843053 \cdot 10^{-5} x + 5,340546887 \cdot 10^{-9} T^2 \\
& - 2,77885339 \cdot 10^{-8} x^2 - 8,094592481 \cdot 10^{-8} \cdot x \cdot T
\end{aligned} \tag{C-12}$$

T est la température du fluide [°C].

Programme de modélisation de l'écoulement dans la double enveloppe

```

C ----- UN13:  TAPKAP -----
  SUBROUTINE TAPKAP ( NZ1 , NZ2 , TGL , VOL , ROCP , TKIN
    & , TKUD , QKAP , NZINL , FLOW , DR )
C
  DIMENSION TGL ( 4 , 50 ) , VOL ( 4 , 50 ) , ROCP ( 4 , 50 ) , DR ( 4 )
  REAL * 8  TKINNEW , DT , OPBL , THELP , PI , VMANTLE , THELP1
  NZ1P1=NZ1+1
  NZ1P2=NZ1+2
  NZ1P3=NZ1+3
  NZ2M1=NZ2-1
  NZINLP1=NZINL+1
  NZINLM1=NZINL-1
  TKINNEW=TKIN
  TKUD=TGL ( 3 , NZ2M1 )
  PI=3.14159265
  ! AVERAGE VELOCITY IN MANTLE
  VMANTLE=FLOW/ ( PI* ( ( DR ( 1 ) +DR ( 2 ) +DR ( 3 ) ) ** 2 - ( DR ( 1 ) +DR ( 2 ) ) ** 2 ) )
  IF ( TKIN . LE . TGL ( 3 , NZINL ) ) THEN      ! WARM  INLET  -  DOWNFLOW
    DO  J=NZINL , NZ2M1
      DT=TGL ( 3 , J ) -TKINNEW
      IF ( DT . LT . 0 ) THEN
        I=J
        GO TO 20
      ELSEIF ( DT . EQ . 0 ) THEN
        OPBL=0
      ELSE
        OPBL=0.21 * LOG ( DT/VMANTLE ** 0.5 ) - 0.52  ! MIX.  FACTOR
        IF ( OPBL . LT . 0 ) OPBL=0
        IF ( OPBL . GT . 1 ) OPBL=1
      ENDIF
      THELP=TGL ( 3 , J )
      TGL ( 3 , J ) =OPBL * TGL ( 3 , J ) + ( 1 -OPBL ) * TKINNEW
      TKINNEW=OPBL * TKINNEW + ( 1 - OPBL ) * THELP  ! MOD.  TKIN  IN  NEXT  LAYER
    ENDDO
    TKUD=OPBL * TKINNEW + ( 1 - OPBL ) * THELP
    GO TO 30
  20 CONTINUE
    DO  JJ=NZ2M1 , I , -1
      TGL ( 3 , JJ ) =TGL ( 3 , JJ - 1 )
    ENDDO
    TGL ( 3 , I ) =TKINNEW
  30 CONTINUE
    ELSE                                     ! HOT  INLET  -  UPFLOW
    DO  J = NZINL , NZ1P1 , -1
      DT=TKINNEW-TGL ( 3 , J )
      IF ( DT . LT . 0 ) THEN
        I=J
        GO TO 40
      ELSEIF ( DT . EQ . 0 ) THEN
        OPBL=0
      ELSE
        OPBL=0.37 * LOG ( DT/VMANTLE ** 0.5 ) -1.94  ! MIX.  FACTOR
        IF ( OPBL . LT . 0 ) OPBL=0
        IF ( OPBL . GT . 1 ) OPBL=1
      ENDIF
      THELP=TGL ( 3 , J )
      TGL ( 3 , J ) =OPBL * TGL ( 3 , J ) + ( 1 -OPBL ) * TKINNEW
      TKINNEW=OPBL * TKINNEW + ( 1 -OPBL ) * THELP  ! MOD.  TKIN  IN  NEXT  LAYER
    ENDDO

```

```

      THELP=TGL (3 , NZ1P1)
      THELP1=TGL (3 , NZ1P2)
      TGL (3 , NZ1P1) =TKINNEW
      TGL (3 , NZ1P2) =THELP
      DO   J = NZ2M1 , NZ1P3 , -1
        TGL (3 , J) =TGL (3 , J-1)
      ENDDO
      TGL (3 , NZ1P3) =THELP1
      GO TO 50
40    CONTINUE
      DO   JJ = NZ2M1 , I , -1
        TGL (3 , JJ) =TGL (3 , JJ -1)
      ENDDO
      TGL (3 , I) =TKINNEW
50    CONTINUE
      ENDIF
C---->OPBLANDNING   I   KAPPE-----:
      DO 101 J = NZ1p1 , NZ2M1
        DO 102 JJ=NZ1p1 , NZ2M1
          If ( tgl (3 , jj +1) . gt. tgl (3 , jj ))   then
            thelp = tgl (3 , jj)
            tgl (3 , jj ) =tgl (3 , jj +1)
            tgl (3 , jj +1) =thelp
          endif
102    continue
101    continue
      QKAP=VOL (3 , NZ1P1) * ROCP (3 , NZ1P1) * (TKIN - TKUD)
      RETURN
      END

```

Les propriétés du fluide

Dans cette annexe, on a utilisé les données des propriétés des fluides suivantes :
Les équations sont obtenues par Jensen en 1984.

L'eau :

La densité [kg/m³]

$$\rho = 1000,5 - 6,9 \cdot 10^{-2} T - 36,0 \cdot 10^{-4} T^{-2} \quad (C-1)$$

La conductivité thermique [W/m K]

$$k = 0,5762 + 10,5 \cdot 10^{-4} \cdot T \quad (C-2)$$

La capacité thermique spécifique [J/kg.K]

$$c_p = 4209,1 - 132,8 \cdot 10^{-2} T + 143,2 \cdot 10^{-4} T^2 \quad (C-3)$$

La viscosité cinétique [m²/s]

$$\nu = 1,477 \cdot 10^{-6} \exp(-1,747 \cdot 10^{-2} \cdot T) \quad (C-4)$$

Le nombre de Prandtl [-]

$$Pr = 39.5345 \cdot T^{-0,144} - 18,8396 \quad (C-5)$$

Le coefficient d'expansion thermique [K⁻¹]

$$\beta = (0,8 T^{0,5348} - 1,9114) \cdot 10^{-4} \quad (C-6)$$

T est la température du fluide [°C].

Le mélange de Propylène glycol avec de l'eau :

La densité [kg/m³]

$$\begin{aligned} \rho = & (996,5 + 152,3 \cdot 10^{-2}x - 96,6 \cdot 10^{-4} x^2)T \\ & + (-1,7 - 146,1 \cdot 10^{-2}x + 76,7 \cdot 10^{-4} x^2)10^{-2}T \\ & + (-38,4 + 62,1 \cdot 10^{-2}x - 30,8 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T^{-2} \end{aligned} \quad (C-7)$$

La conductivité thermique [W/m K]

$$\begin{aligned} k = & (0,571 - 0,42 \cdot 10^{-2} x + 0,1 \cdot 10^{-4} x^2) \\ & + (12,6 - 31,3 \cdot 10^{-2} x + 12,2 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T \end{aligned} \quad (C-8)$$

La capacité thermique spécifique [J/kg.K]

$$\begin{aligned}
c_p = & (4255,5 - 958,5 \cdot 10^{-2} x - 941,7 \cdot 10^{-4} x^2) \\
& + (-168,9 + 843,5 \cdot 10^{-2} x - 35,0 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-2} T \\
& + (146,5 + 79,3 \cdot 10^{-2} x - 85,3 \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-4} T^2
\end{aligned} \tag{C-9}$$

La viscosité cinétique [m²/s]

$$\begin{aligned}
\nu = & 1,293 \exp(4,388 \cdot 10^{-2} \cdot x) \cdot 10^{-6} \cdot \\
& \exp((-1,709 - 1,921 \cdot 10^{-2} x - 0,6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4} x^2) \cdot 10^{-2} T)
\end{aligned} \tag{C-10}$$

Le nombre de Prandtl [-]

$$Pr = \frac{\nu \rho c_p}{k} \tag{C-11}$$

Le coefficient d'expansion thermique [K⁻¹]

$$\begin{aligned}
\beta = & 6,346121 \cdot 10^{-5} + 6,945324481 \cdot 10^{-6} T \\
& + 1,07843053 \cdot 10^{-5} x + 5,340546887 \cdot 10^{-9} T^2 \\
& - 2,77885339 \cdot 10^{-8} x^2 - 8,094592481 \cdot 10^{-8} \cdot x \cdot T
\end{aligned} \tag{C-12}$$

T est la température du fluide [°C].