

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DE PHYSIQUE



Thèse présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR
en PHYSIQUE
Spécialité : Physique théorique

Par

BENZEKKA Moufida

THÈME

**Contribution à l'étude des modes acoustiques non linéaires
dans les plasmas électronégatifs**

Soutenue publiquement le 18/05/2014 , devant le jury composé de :

Mme.	F. CHAFA-MEKIDECHE	Professeur	à l'USTHB	Présidente
M.	M. TRIBECHÉ	Professeur	à l'USTHB	Directeur de thèse
M.	O. LAMROUS	Professeur	à l'UMM, T. Ouzou	Examineur
Mme.	D. DOUMAZ	Directeur de recherche	au CDTA	Examineur
M.	B. MEZIANI	Professeur	à l'UAM, Bejaia	Examineur
M.	A. TAHRAOUI	Professeur	à l'USTHB	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein du groupe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie HOUARI BOUMEDIENNE (USTHB) à Alger.

Je remercie vivement le **Professeur Mouloud TRIBECHÉ**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le **Professeur Fawzia MEKIDECHE-CHAFRA**, du Laboratoire de Physique Théorique et Vice Rectrice chargée des Relations Extérieures, de la Coopération, de l'Animation, de la Communication et des Manifestations Scientifiques (USTHB) qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au **Professeur Omar LAMROUS**, de l'université Mouloud MAMMERRI, Tizi Ouzou, au **Professeur Bachir MEZIANI**, de l'université de BEJAIA, au **Docteur Djamila DOUMAZ-BENNACEUR**, **Directeur de recherche** (CDTA) ainsi qu'au **Professeur Abdelatif TAHRAOUI** du Laboratoire d'Electronique Quantique (USTHB), pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie **R. AMOUR** et **M. BACHA** pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et surtout pour leur aide précieuse dans les calculs analytiques et l'intégration numérique des équations de base de notre modèle.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (Mayout, Berbri, Boubakour, Ghebache, Hadjez, Ourabah, Bouzit et Mebrouk).

Que tous mes amis et mes collègues de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes parents, mes sœurs, mes frères et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Table des matières

Introduction	4
1 Généralités sur les plasmas poussiéreux	9
1.1 Propriétés des plasmas poussiéreux	10
1.1.1 Longueur de Debye poussiéreuse	10
1.1.2 Charge des grains de poussière	12
1.1.3 Plasma poussiéreux électronégatif	14
1.2 Modes acoustiques dans les plasmas poussiéreux	15
1.2.1 Onde de Langmuir	15
1.2.2 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)	16
1.2.3 Mode acoustique poussiéreux (DA)	17
1.3 Statistique non extensive de Tsallis	18
1.3.1 Principe de maximisation de l'entropie	18
1.3.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses	20
1.3.3 Systèmes dotés d'interactions de longue portée	22
2 Mode acoustique poussiéreux non linéaire associé à un plasma poussiéreux électronégatif	23
2.1 Cas de la charge constante du grain de poussière	24
2.1.1 Modèle théorique et équations de base	24
2.1.2 Approche de Sagdeev et conditions d'existence des solitons	25
2.1.3 Résultats numériques et discussion	26
2.2 Cas de la charge variable du grain de poussière	28
2.2.1 Equations de base du modèle	29
2.2.2 Existence des solitons	29
2.2.3 Cas $I_+ + I_- \simeq 0$	31

2.2.4	Résultats numériques et discussion	34
2.2.5	Cas $I_+ + I_- \neq 0$	36
2.2.6	Résultats numériques et discussion	38
3	Ondes acoustiques poussiéreuses faiblement non linéaires associées à un plasma poussiéreux électronégatif à charge variable	
3.1	Modèle théorique et équations de base	42
3.2	Analyse faiblement non linéaire	43
3.3	Charge des grains de poussière	44
3.4	Cas de la variation adiabatique de la charge du grain de poussière	44
3.4.1	Résultats numériques et discussion	47
3.5	Cas non adiabatique de la variation de la charge du grain de poussière	49
3.5.1	Equation de type Korteweg- de Vries amortie	49
3.5.2	Solution en onde de choc de l'équation K-dV amortie	52
3.5.3	Equation de type Korteweg- de Vries Burger (K-dVB)	55
3.5.4	Solution en onde de choc de l'équation KdV-Burger	57
4	Mode acoustique poussiéreux dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions non thermiques non extensifs	60
4.1	Modèle théorique et équations de base	61
4.2	Equation de la charge du grain de poussière	65
4.3	Cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière	66
4.4	Cas de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière	73
4.5	Extension du modèle à trois dimensions pour le calcul de la charge du grain de poussière	75
4.5.1	Calcul des courants de charge	76
5	Couplage non linéaire des ondes de Langmuir avec le mode acoustique ionique dans un plasma non extensif	81
5.1	Modèle théorique et équations de base	82
5.2	Soliton de Langmuir	84
5.3	Résultats numériques et interprétation	87
	Conclusion générale	90
	Bibliographie	93

Introduction

La matière telle qu'on la connaît sur Terre peut exister essentiellement sous trois formes bien familières : l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux. Il existe cependant un quatrième état de la matière, appelé plasma, obtenu lorsque la matière est portée par exemple à une très haute température. Paradoxalement, c'est cet état qui est, à l'échelle de l'Univers, le plus courant puisque les astrophysiciens estiment que 99% de la matière visible de notre Univers est à l'état plasma[1], [2]. C'est à un chimiste américain Irving Langmuir travaillant chez "General Electric" que l'on doit l'utilisation en 1928 du mot plasma pour décrire les gaz ionisés dans les décharges électriques. Irving Langmuir travaillait depuis 1923 avec son collègue Levy Tonks[3] sur de telles décharges. Ces dernières brillaient et ondulaient comme une substance gélatineuse et la manière dont elles transportaient ses constituants (électrons, ions) rappela à Langmuir le transport des cellules sanguines par le plasma sanguin. Un plasma est un milieu composé d'atomes ou de molécules partiellement ou complètement ionisés mais qui reste globalement électriquement neutre. Ainsi, un plasma d'hydrogène est composé d'atomes d'hydrogène, de protons (les noyaux d'hydrogène) et d'électrons libres, en proportions différentes selon la nature du plasma (plasma partiellement ou complètement ionisé). Les particules chargées (ions et électrons) constituant le plasma interagissent par l'intermédiaire des forces électromagnétiques. L'existence de ces forces à longue portée permet à une particule d'interagir avec beaucoup d'autres, ce qui donne un caractère collectif à ces interactions.

La physique des plasmas intègre les connaissances de nombreux autres domaines de la physique, tels que la physique statistique, la dynamique hamiltonienne, l'électrodynamique relativiste, les physiques atomique, moléculaire et nucléaire. Réciproquement, de nombreux concepts et méthodes, issus de recherches fondamentales en physique des plasmas, ont été intégrés par d'autres disciplines, plus particulièrement en physique non linéaire, chaos et turbulence, interaction champs-particules et théories des instabilités. La physique des plasmas est l'outil essentiel pour étudier notre environnement au-delà des couches basses de

l'atmosphère ; en particulier, les structures et les processus tels que: les aurores boréales, le vent solaire, les queues de comètes, les bras galactiques, les magnétosphères, la couronne solaire, les éruptions solaires, les atmosphères et intérieurs stellaires, l'émission des nébuleuses et des pulsars, relèvent de la physique des plasmas. Au-delà de son intérêt en tant qu'outil de référence pertinent pour l'étude des problèmes d'astrophysique et de physique spatiale, la physique des plasmas se situe en amont d'un vaste champ d'applications technologiques. Par exemple, dans les domaines des hautes technologies que sont les nanotechnologies et l'exploration spatiale: plus de la moitié des opérations de fabrication des processeurs et mémoires sont effectuées dans des réacteurs à plasma, et les propulseurs plasmas sont actuellement considérés comme la seule option pour une mission habitée vers Mars. Au cours de ces dernières années, la pénétration des procédés plasmas dans les processus industriels a augmenté de façon extrêmement rapide. Bien qu'elles ne soient pas encore identifiées en tant que secteur industriel spécifique, les technologies plasmas sont devenues indispensables aussi bien dans des domaines innovants comme les nouveaux matériaux, les nanotechnologies et la propulsion spatiale, que dans des domaines plus classiques tels que la sidérurgie, l'éclairage ou la chimie.

A l'instar des plasmas, la matière sous forme de poussières est présente dans de très nombreux environnements. Par le terme poussière nous décrivons toute particule micrométrique ou sub-micrométrique, électriquement chargée. Les plasmas et les poussières ont donc de nombreuses occasions de se rencontrer et de donner naissance à ce que l'on appelle les plasmas poussiéreux[2]. Nous pouvons définir un plasma poussiéreux comme étant un gaz ionisé de basse température comprenant, en plus des électrons et des ions, des grains de poussière massifs et hautement chargés. La présence de ces grains de poussière chargés positivement ou négativement rend la nature du système plasma plus complexe. Ces milieux se rencontrent à l'état naturel dans l'espace, à titre d'exemples, dans les nuages interstellaires, les anneaux et atmosphères planétaires et les queues des comètes. Les plasmas poussiéreux n'ont commencé à être réellement étudiés que depuis la fin des années quatre vingt à cause des problèmes à caractère industriel que pouvaient engendrer les grains de poussière. Par ailleurs, les plasmas poussiéreux sont utilisés dans la formation des nanocristaux[4] dont on peut tirer profit pour les futures générations de transistors et de cartes de mémoire[5].

La présence, dans le plasma, de ces grains de poussière donne naissance à de nouveaux phénomènes physiques, à savoir, la variation de la charge électrique, la déplétion ou appauvrissement électronique et l'amortissement dit anormal des oscillations (on parle aussi de dissipation anormale de l'énergie). Ces grains de poussière massifs et hautement chargés

peuvent affecter et changer les propriétés dispersives, non linéaires et dissipatives du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors se développer. Notons que la physique des plasmas complexes ou poussiéreux n'a connu ses véritables débuts que suite à l'identification et la mise en évidence de l'onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode électrostatique dont l'existence a été prédite théoriquement par Rao et *al.* [6] et mis en évidence expérimentalement par Barkan et *al.* [7]) et de l'onde acoustique ionique poussiéreuse[8] (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière). Un grain de poussière immergé dans un plasma acquiert une charge électrique qui peut valoir plusieurs milliers de fois celle de l'électron. Les processus de charge mettent à contribution différents mécanismes[9], à savoir, la collection des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ion énergétique...etc. Dans les plasmas de laboratoire dont la température est relativement basse (quelques électronvolts et la température est donnée en unité d'énergie), la collection des particules semble être le mécanisme de charge le plus effectif et le plus dominant.

L'objectif principal de notre thèse consiste à étudier, au moyen d'une approche analytique et numérique, l'existence et la réalisation des structures non linéaires associées à un plasma complexe à charge variable. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de réalisation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) dans les plasmas poussiéreux électronégatifs et les plasmas non extensifs. Notre étude a été motivée d'une part par le fait que les plasmas électronégatifs, chimiquement très réactifs, ont fait l'objet d'un profond regain d'intérêt à cause de leurs applications technologiques et de leur rôle dans les plasmas astrophysiques et d'autre part du fait qu'au cours de ces vingt dernières années, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS). Ceci est dû au fait qu'il est actuellement admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. L'accent est alors mis sur l'influence inhérente à la dynamique du grain de poussière et à la fluctuation de sa charge électrique sur de tels systèmes. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté différentes approches telles la méthode du pseudo potentiel et la technique de la perturbation réductive. Les travaux réalisés dans cette thèse sont scindés en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous définirons les concepts de base d'un plasma et nous introduirons les équations du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser. Nous décrirons par la suite les propriétés des plasmas poussiéreux et les phénomènes qui les caractérisent tels les processus de la variation de la charge du grain et l'apparition de nouveaux modes d'onde. Nous terminerons notre chapitre en donnant un résumé succinct sur la statistique non extensive de Tsallis.

Le but du deuxième chapitre de cette thèse est de rappeler, grâce à une étude antérieure, les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse de large amplitude dans un plasma poussiéreux en présence d'ions négatifs. Nous insisterons, dans ce chapitre, sur les conditions d'existence et de réalisation des structures solitaires et l'effet de la variation de la charge des grains de poussière et de la présence d'ions négatifs sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique poussiéreuse.

Au cours du troisième chapitre nous présenterons, en faisant appel à la méthode de la perturbation réductive, une étude théorique permettant de montrer l'effet conjugué d'ions négatifs non thermiques et la variation adiabatique et non adiabatique de la charge des grains de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe. L'équation d'évolution de la charge des grains, en présence d'ions positifs Maxwelliens et d'ions négatifs non thermiques, sera établie de manière self-consistante et les courants de charge seront calculés en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique. Cette étude nous permettra d'établir trois différentes équations de type Korteweg- de Vries : l'équation de type KdV habituelle, l'équation de type KdV amortie et l'équation de type KdV Burger. Ces deux dernières contiennent, en plus des trois termes habituels, un terme additionnel appelé terme d'amortissement non collisionnel dû à la variation de la charge du grain. Nous verrons que ce phénomène de dissipation anormale devient de plus en plus important lorsque les effets non thermiques deviennent plus significatifs.

Durant ces deux dernières décennies, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS), identifiée d'abord par Renyi[10] et proposée bien plus tard par Tsallis[11]. Cette généralisation est due au fait qu'il est actuellement admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée. Pour cela, Tsallis a proposé une nouvelle forme d'entropie appelée depuis la q -entropie. Cette entropie de nature non additive, dite de de Tsallis, et les statistiques généralisées qui s'en suivirent ont été exploitées avec succès en physique des plasmas[12]-[17]. C'est pourquoi le quatrième chapitre sera consacré à l'étude des propriétés non linéaires des ondes acoustiques poussiéreuses dans le contexte du for-

malisme non extensive. En particulier, nous nous intéresserons à l'effet conjugué de la non extensivité et de la non thermalité des ions sur le mode acoustique poussiéreux associé à un plasma poussiéreux à charge variable. Pour cela, nous généraliserons le modèle bien connu dit de Cairns dans le contexte de la nouvelle statistique de Tsallis. Cette généralisation nous permettra d'établir la densité des ions non thermiques et non extensifs. Les courants de charge seront établis en faisant appel à la théorie de la sonde électrostatique et la charge des grains de poussière sera exprimée en termes de la fonction de Lambert. Nous montrerons alors que la variation de la charge peut causer une dispersion et une dissipation, dite anormale, qui de concert avec les non linéarités du système, contribuent à la formation de structures cohérentes hautement localisées (Solitons) et dissipatives (Ondes de choc). Nous verrons que ces structures sont sensiblement affectées par l'effet simultané de la non extensivité et de la non thermalité des ions. En guise de complément, nous terminerons ce chapitre en prolongeons notre modèle de plasma au cas des ions non thermiques non extensifs décrits par une fonction de distribution des vitesses tridimensionnelle. L'expression exacte du courant de charge ionique sera établie et une nouvelle relation, en termes de la fonction de Lambert, liant la charge électrique des grains au potentiel électrostatique, sera déduite.

Tout en restant dans le cadre du formalisme non extensif, le dernier chapitre de notre thèse sera consacré à l'étude du couplage non linéaire de l'onde de Langmuir avec le mode acoustique ionique dans un plasma non extensif. Nous chercherons alors les modifications introduites par les effets non extensifs sur le mode de Langmuir couplé au mode acoustique ionique. Nous verrons que la non extensivité électronique entraîne la formation des structures à doubles bosses du champ de Langmuir. Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

1

Généralités sur les plasmas poussiéreux

Les plasmas et les grains de poussière chargés, deux ingrédients omniprésents de l'univers, ont donné naissance à un nouveau et fascinant champ d'investigation, celui des plasmas poussiéreux (dusty, complex plasmas). Un plasma poussiéreux est un gaz de basse température, complètement ou partiellement ionisé, comprenant des électrons, des ions, et une composante additionnelle de grains de poussière chargés et extrêmement massifs.

La présence de ces extra particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe et beaucoup plus difficile à cerner. Les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, les anneaux planétaires, les boucles solaires, le milieu interplanétaire, les queues et chevelures des comètes, et les nuages moléculaires interstellaires. La lumière zodiacale, la troposphère arctique, la mésosphère polaire, les gaz d'échappement d'une fusée, la flamme d'une chandelle,...etc. sont autant d'autres exemples de plasmas poussiéreux. La présence de grains de poussière d'origine météoritique a été détectée dans la mésosphère terrestre à des altitudes allant de 80 à 100 km grâce à des mesures directes de sonde. De nos jours, la physique des plasmas complexes ou poussiéreux connaît une activité intense et particulière. Cet intérêt toujours croissant a donné lieu depuis le début des années 90 à une littérature considérable, riche et variée. Beaucoup de livres sont apparus au cours de ces dix dernières années traitant soit d'un aspect particulier soit donnant une vue d'ensemble. L'importance et l'ampleur de l'impact d'une telle discipline en rapide évolution est à rechercher certainement dans les domaines de l'astrophysique et des décharges de basses températures utilisées dans les procédés industriels de traitement et de fabrication. En réalité, la physique des plasmas poussiéreux

n'a connu son essor que grâce à la découverte de l'onde acoustique poussiéreuse[6] (un nouveau mode), de l'onde acoustique ionique poussiéreuse[8] (mode acoustique ionique habituel modifié par la présence des grains de poussière ou impuretés) et à la cristallisation coulombienne des grains de poussière dans les plasmas fortement couplés (lorsque le rapport entre l'interaction de Coulomb et l'énergie thermique des grains excède une valeur critique de l'ordre de 170).

1.1 Propriétés des plasmas poussiéreux

1.1.1 Longueur de Debye poussiéreuse

Un plasma poussiéreux est composé de molécules de gaz neutres, d'électrons, d'ions et de grains de poussières chargés et massifs (comparés aux ions). Une telle mixture de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière r_d , la longueur de Debye poussiéreuse λ_D , et la distance moyenne inter-granulaire d . Cette dernière est reliée à la densité numérique n_d des grains par la relation $n_d d^3 \sim 1$. La longueur de Debye λ_D d'un plasma poussiéreux est donnée par[8]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \quad (1.1)$$

où $\lambda_{De,i} = (T_{e,i}/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye électronique (ionique), $T_e(T_i)$ la température électronique (ionique) exprimée en unité d'énergie, $n_{e0}(n_{i0})$ la densité électronique (ionique) à l'équilibre et e la charge élémentaire. Dans le cas où $T_e \sim T_i$ et $n_{e0} \sim n_{i0}$, λ_{De} est de l'ordre de λ_{Di} tandis que pour $T_e \gg T_i$ et $n_{i0} > n_{e0}$, nous avons $\lambda_D \sim \lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$. Dans un plasma poussiéreux typique, r_d est généralement très petit devant λ_D . Lorsque $r_d \ll \lambda_D < d$, le grain de poussière peut être traité d'un point de vue dynamique de la particule, et dans ce cas nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés. D'un autre côté, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque $r_d \ll d < \lambda_D$. Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces. La condition de quasi-neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.2)$$

n_{j0} est la densité numérique des particules d'espèce $j(e, i, d)$ et Z_{d0} le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain. Lorsque la majeure partie des électrons du

plasma ambiant est collectée par les grains de poussière, la condition de quasi neutralité précédente (1.2) peut être réécrite sous la forme $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0} \gg n_{e0}$. Cependant, il est important de noter que l'appauvrissement électronique ($n_{e0} \rightarrow 0$) ne peut être complet[18] étant donné que la valeur minimale du rapport entre les densités électronique et ionique est égale à $(m_e/m_i)^{1/2}$ lorsque le potentiel de la surface du grain tend vers zéro. Dans ce cas, le plasma poussiéreux peut être approximativement considéré comme un plasma à deux composantes comprenant des grains de poussière chargés négativement entourés d'ions à charge positive. Une telle situation est aussi bien commune dans les anneaux de Saturne que dans les décharges de laboratoire. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux thermiques ou irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent des électrons et, par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$. Dans le cas d'une géométrie sphérique, la solution de l'équation de Poisson linéarisée

$$\nabla^2 \phi_d - \frac{1}{\lambda_d^2} \phi_d = 0 \quad (1.3)$$

est donnée par[19]

$$\phi_d(r) = \phi_g(r_0) \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda_d}\right) \quad (1.4)$$

ϕ_d est dit potentiel de Debye- Hückel ou potentiel de Yukawa, $\phi_g(r_0)$ est le potentiel du grain à $r = r_0$ et la longueur de Debye effective du plasma poussiéreux est donnée par[20] (incluant les effets de la fluctuation de la charge du grain)

$$\lambda_d = \frac{\lambda_D}{(1 + f_d \nu_2 / \nu_1)^{1/2}} \quad (1.5)$$

où

$$f_d = 4\pi n_{d0} \lambda_D^2 r_d \quad (1.6)$$

$$\nu_1 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di}) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.7)$$

est la fréquence de relaxation de la charge du grain due aux variations du potentiel ϕ_s de la surface du grain

$$\nu_2 = (r_d / \sqrt{2\pi}) [(\omega_{pi} / \lambda_{Di})(1 - e\phi_s / T_i) + (\omega_{pe} / \lambda_{De}) \exp(e\phi_s / T_e)] \quad (1.8)$$

est la fréquence associée aux variations des courants de charge dues à l'existence du potentiel oscillant et ω_{pi} (ω_{pe}) représente la fréquence plasma ionique (électronique). Le terme $f_d \nu_2 / \nu_1$ est dû à la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière[21]. Dans un plasma

poussiéreux, les grains de poussière peuvent être soit faiblement ou fortement corrélés. Ceci dépendra essentiellement de la valeur du rapport

$$\Gamma = \frac{(Z_{d0}e)^2}{dT_d} \exp(-k) \quad (1.9)$$

où T_d représente la température des grains de poussière et $k = d/\lambda_d$. Un plasma poussiéreux peut alors être considéré faiblement corrélé aussi longtemps que $\Gamma \leq 1$. Toutefois, lorsque $\Gamma \gg 1$, les micro-sphères de poussière chargées interagissent fortement et la formation de réseaux dits de Coulomb devient alors possible. Les plasmas poussiéreux fortement couplés sont créés dans les décharges dans les plasmas de laboratoire à basse températures pour l'étude de la formation et de la dynamique des cristaux poussiéreux.

Un grain de poussière dans un plasma est soumis à plusieurs forces. Ces forces dépendent toutes de son rayon, soit directement, soit par l'intermédiaire de la charge électrique Q_d . Nous pouvons ainsi classer ces forces en deux catégories: celles indépendantes de la charge et celles déterminées par celle-ci (la charge). La force de gravitation, la force de friction ou d'entraînement des neutres et la force thermophorèse entraînant les grains de poussière vers la zone froide sont autant d'exemples de forces indépendantes de la charge. Dans la catégorie de forces dépendantes de charge, nous citons : la force électrique, la force d'entraînement ionique et la force d'interaction entre grains de poussière.

1.1.2 Charge des grains de poussière

Un grain de poussière immergé dans un plasma va immédiatement être soumis aux flux de différentes espèces chargées du plasma, généralement des électrons et des ions. Ce grain de poussière va donc se comporter comme une sonde de Langmuir et acquérir un potentiel communément appelé potentiel flottant qui correspond au potentiel pour lequel la somme des courants est nulle. Du fait de la grande mobilité des électrons, ce potentiel est de signe négatif[22]-[26]. Le grain de poussière se charge donc négativement et, si on considère qu'il est assimilable à un condensateur sphérique, sa charge Q_d est donnée par

$$Q_d = 4\pi\epsilon_0 r_d V_d \quad (1.10)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide, r_d le rayon du grain et V_d son potentiel de surface relativement au potentiel du plasma (et donc négatif). Ainsi, la charge électrique d'un grain est directement proportionnelle au rayon de celui-ci. Typiquement, un grain de rayon de $1\mu m$ peut porter à sa surface plus d'un millier d'électrons. Généralement, la charge d'un grain de poussière trouve son origine dans une variété de processus. Ces derniers, jouent un rôle très

important dans la physique des plasmas. Parmi ces processus, nous citerons la collection des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électrique, l'émission thermo-électronique, l'émission électronique secondaire[27], [28]...etc. Dans les plasmas de laboratoire de basses températures, la charge des particules de poussière est principalement négative lorsque les électrons du plasma sont collectés par la surface du grain et donc perdus par le plasma de base. Le processus de charge dépend des sections efficaces de charge. Celles ci sont déterminées à partir du paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Leurs expressions, pour les électrons et les ions, sont données respectivement par

$$\sigma_e(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_e v^2} \right) \quad (1.11)$$

$$\sigma_i(q_d, v) = \pi r_d^2 \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v^2} \right) \quad (1.12)$$

pour $v^2 > 2e|q_d|/r_d m_e = v_*^2$, alors que pour $v^2 < v_*^2$, $\sigma_e(q_d, v)$ est simplement nulle. Ici $v = |\mathbf{v}|$ et q_d représente la charge du grain de poussière. Les électrons, eu égard à la charge négative du grain de poussière, doivent acquérir une vitesse minimale pour pouvoir atteindre la surface du grain. L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \cdot \nabla \right) q_d = I_e + I_i = I_d(q_d) \quad (1.13)$$

où

$$I_d(q_d) = \sum_{s=e,i} q_s \int v \sigma_s(q_d, v) f_s(\mathbf{v}) d^3 \mathbf{v} \quad (1.14)$$

est le courant plasma de charge, $q_{e(i)} = -e(e)$ et $f_s(\mathbf{v})$ représente la fonction de distribution des vitesses de la particule d'espèce s . Lorsque le plasma est en équilibre thermodynamique, la fonction de distribution des vitesses f_s est dite de Maxwell-Boltzmann et est donnée par

$$f_{s0} = n_{s0} \left(\frac{1}{2\pi v_{ts}^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{1}{2v_{ts}^2} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2 \right] \quad (1.15)$$

où \mathbf{v}_0 représente la vitesse de dérive entre le plasma de base et les grains de poussière, n_{s0} la densité à l'équilibre des particules d'espèce s et $v_{ts} = (T_s/m_s)^{1/2}$ leur vitesse thermique correspondante. En supposant les vitesses de dérive des électrons et des ions beaucoup plus petites que leurs vitesses thermiques respectives, les expressions des courants électronique et ionique à l'équilibre sont données par[29]

$$I_{e0} = -\pi r_d^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{e0} \exp \left(\frac{eq_{d0}}{r_d T_e} \right) \quad (1.16)$$

$$I_{i0} = \pi r_d^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{i0} \left(1 - \frac{eq_{d0}}{r_d T_i} \right) \quad (1.17)$$

D'un autre coté, si la vitesse de dérive v_0 des ions est plus grande que leur vitesse thermique, l'expression du courant ionique est donnée par

$$I_{i0} \simeq \pi r_d^2 e n_{i0} v_0 \left(1 - \frac{2e\phi_g}{m_i v_{i0}^2} \right) \quad (1.18)$$

Pour des valeurs quelconques et arbitraires de v_0 , l'expression de I_{i0} est quelque peu compliquée. A l'équilibre

$$I_{e0} + I_{i0} = 0 \quad (1.19)$$

et il devient alors possible d'obtenir la relation

$$v_{te} \exp\left(\frac{e\phi_g}{T_e}\right) = \frac{n_{i0}}{n_{e0}} v_{ti} \left(1 - \frac{e\phi_g}{T_i} \right) \quad (1.20)$$

à partir de laquelle il devient aisé de déterminer le potentiel ϕ_g de la surface d'un grain de poussière isolé. Initialement, les électrons animés de vitesses thermiques nettement plus grandes que celles des ions sont les premiers à être collectés par le grain. Ce dernier acquiert un potentiel ϕ_g négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. Notons que la charge moyenne d'un grain de poussière, q_d , est reliée à son potentiel de surface ϕ_g par

$$q_d = C\phi_g \quad (1.21)$$

C est la capacité du grain. Cette dernière, dans le cas d'un grain isolé et de forme sphérique, est de l'ordre du rayon r_d du grain et donc $q_d \simeq r_d \phi_g$. Ce modèle est applicable à des grains suffisamment éloignés l'un de l'autre (en comparaison avec la longueur de Debye λ_D du plasma poussiéreux).

1.1.3 Plasma poussiéreux électronégatif

Un plasma électronégatif est un plasma qui contient des ions positifs, négatifs et des électrons. Quelques applications industrielles, telles que la propulsion électrique et la gravure, font intervenir les plasmas électronégatifs en basant sur l'accélération des ions négatifs et positifs. De plus, plusieurs études[30], [31] abordent la formation des gaines dans les plasmas électronégatifs. L'émergence des grains de poussière dans ce genre de plasma donne naissance à ce qu'on appelle les plasmas poussiéreux électronégatifs. Ces derniers, chimiquement très réactifs, ont fait l'objet d'un profond regain d'intérêt[32]-[44] à cause de leurs applications technologiques (semi-conducteurs[45], synthèse des nanomatériaux[46],...etc.) et leurs

rôle essentiel dans les plasmas astrophysiques (région D de l'ionosphère, la mésosphère, la photosphère solaire,...etc.[47],[48]). Dans la plupart de ces plasmas astrophysiques et de laboratoire, les électrons sont attachés sur la surface des grains de poussière et leurs densités dans le plasma décroît de manière sensible ($n_{e0} \rightarrow 0$). Par conséquent, les ions peuvent jouer un rôle crucial. Le plasma peut alors être perçu comme un plasma "grain-ion-ion" où presque tous les électrons sont remplacés par des ions négatifs, comme cela a été décrit dans les références[49], [50] et [51] dans le cas d'un plasma "ion-ion".

1.2 Modes acoustiques dans les plasmas poussiéreux

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années. Rao et ses collaborateurs[6] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence des ondes acoustiques poussiéreuse (DA) dans un plasma poussiéreux composé d'électrons et d'ions Maxwelliens alors que les grains sont fluides. Ces ondes qui n'existent pas en l'absence des grains sont maintenues à travers la force de rappel due à la pression exercée par les électrons et les ions et l'inertie fournie par la masse des grains. Les motivations qui nous ont poussés à étudier les modes acoustiques sont très variées. Ces modes ont été invoquées pour expliquer différentes structures telles les taches noires observées dans les anneaux de saturne[52]. L'instabilité de l'écoulement ions-grains de poussière peut exciter les modes (DA) qui ont été proposés comme l'un des mécanismes de couplage entre les vents solaires et les grains de poussière des comètes[53]. L'étude des propriétés des modes acoustiques fournit une opportunité unique pour mieux comprendre le mécanisme d'interaction onde-particule et la dynamique des particules du plasma.

1.2.1 Onde de Langmuir

Les ondes électrostatiques dans un plasma non magnétisé peuvent être séparées en deux familles[54]: les ondes de haute fréquence, appelées ondes plasma électroniques ou de Langmuir dans lesquelles la dynamique des ions peut être négligée et les ondes de basse fréquence, appelées ondes acoustiques. La description fluide des ondes et des oscillations dans un plasma est souvent incorrecte. Une telle description suppose en effet que toutes les particules du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques self-consistants. Dans un plasma non magnétisé, ce modèle reste valable si l'échange d'énergie entre l'onde et les particules fluides du plasma est traité de façon identique. La vitesse de phase de l'onde électrostatique, dans un plasma chaud, peut être voisine de la vitesse

thermique des particules. Celles-ci sont baptisées particules résonnantes. Une description correcte de l'interaction onde- particule doit être basée sur l'analyse de l'évolution de la fonction de distribution des vitesses des particules. Pour cela on fait appel aux équations de type Vlasov- Poisson. Les ondes de Langmuir sont fréquemment observées par des sondes dans les vents solaires et ont suscité un grand intérêt sur le plan expérimental[55]. Ces ondes électrostatiques sont générées par la propagation de faisceau d'électrons énergétiques dans le vent solaire et leur localisation spatiale est due à la présence de fluctuations de densité dans le milieu interplanétaire. Sur le plan théorique, les propriétés linéaires et non linéaires de ces ondes ont été largement étudiées en considérant des fonctions de distribution des particules de type Maxwellien ou des fonctions de distribution hors équilibre thermodynamique de type Lorentzien contenant des particules très énergétiques appelées particules suprathermiques[56]-[59]. Dans un plasma, la présence des grains de poussière peut modifier et altérer les modes habituels de ce dernier et donner naissance à deux nouveaux modes : le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) et le mode acoustique poussiéreux (DA).

1.2.2 Mode acoustique ionique poussiéreux (DIA)

C'est le mode acoustique ionique habituel modifié par la présence de grains de poussière chargés négativement [60], [61]. Ce mode est caractérisé par la bande de fréquence kV_{td} , $kV_{ti} \ll \omega \ll kV_{te}$ (où $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$ représente la vitesse thermique de l'espèce j). Par conséquent, les électrons peuvent être décrits par une distribution de Maxwell- Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. Dans ce cas, les grains de poussière jouent le rôle d'un fond neutralisant (participent à la quasi- neutralité du plasma). La relation de dispersion du mode DIA est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - \varepsilon Z_d)} \right]^{1/2} = C_{s,d} \quad (1.22)$$

$C_{s,d}$ est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains, $\varepsilon = n_{d0}/n_{i0}$, augmente. Pour s'en rendre compte, il suffit de linéariser l'équation de mouvement des ions et de l'écrire sous la forme

$$m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} = - \left(T_i + \frac{T_e}{1 - \varepsilon Z_d} \right) \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \quad (1.23)$$

où la relation de Boltzmann a été utilisée pour exprimer le champ électrique de l'onde E_1 en termes de $\frac{\partial n_{e1}}{\partial t}$. Le terme $m_i n_{i0} \frac{\partial v_{i1}}{\partial t}$ est la force par unité de volume agissant sur un élément fluide ionique en présence de la perturbation de l'onde. Le terme de droite est la force

acoustique de rappel par unité de volume. Cette dernière augmente à mesure que la valeur de ε augmente. Un accroissement de la force de rappel donne alors lieu à une augmentation de la vitesse de phase de l'onde. Physiquement, comme le nombre d'électrons collectés par la surface des grains va en augmentant, il y en aura de moins en moins de "disponibles" pour contrecarrer et neutraliser les perturbations de la charge d'espace ionique. D'ailleurs, le terme $T_e/(1 - \varepsilon Z_d)$, comme relevé par certains auteurs, peut être perçu comme étant une température électronique effective. Ce mode a été observé expérimentalement dans la gamme de fréquence $3 - 5 \text{ kHz}$.

1.2.3 Mode acoustique poussiéreux (DA)

C'est un nouveau mode acoustique de très basse fréquence, de l'ordre de 10 à 20 Hz . Ce mode a été identifié au début des années 90[6]. Dans ce cas, la vitesse de phase est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons et des ions $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}, kV_{ti}$. Dans cette gamme de fréquences, les électrons et les ions suivent une distribution de Maxwell-Boltzmann. Par conséquent, la dynamique du grain de poussière doit être prise en compte et les inerties de l'électron et de l'ion peuvent être négligées. Sa relation de dispersion est alors donnée par[6]

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_d}{m_d} + \varepsilon Z_d^2 \frac{T_i}{m_d} + \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon Z_d)T_i/T_e} \right]^{1/2} = C_{DA} \quad (1.24)$$

C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse. Pour le maintien et l'entretien de ce mode, l'inertie est fournie par les grains de poussière alors que la force de rappel est due aux pressions électronique et ionique. Un tel résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain (avec $T_d = 0$)

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right) \quad (1.25)$$

Ces deux modes (DIA et DA) appartiennent à la famille des modes électrostatiques de basses fréquences. Le terme "basses fréquences" désigne des fréquences de l'ordre de, ou plus petites que f_{ci} et f_{pi} la gyrofréquence et la fréquence plasma de l'ion. Notons que la relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques de basses fréquences dans un plasma poussiéreux magnétisé a été établie à l'aide du modèle fluide par D'Angelo[61].

1.3 Statistique non extensive de Tsallis

Au cours des dernières années, une grande attention a été prêtée à la mécanique statistique non extensive basée sur les déviations de la mesure entropique de Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS). Une généralisation non extensive appropriée de l'entropie BGS pour l'équilibre statistique a été d'abord reconnue par Renyi[10] et proposée bien plus tard par Tsallis[11]. Elle prolonge convenablement l'additivité standard des entropies au cas non linéaire et non extensif où un paramètre particulier, l'indice entropique q , caractérise le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond à la statistique extensive standard BGS). Cette entropie non additive a été utilisée avec succès dans un large éventail de phénomènes caractérisés par la non extensivité[62]-[67].

1.3.1 Principe de maximisation de l'entropie

L'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens d'évolution d'un système. Traditionnellement, les systèmes en équilibre statistique ont été étudiés sur la base de l'entropie de Boltzmann-Gibbs suivante

$$S_B = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad (1.26)$$

où p_i est la probabilité du i ème micro état et k_B la constante de Boltzmann. Dans ce cas, on a supposé que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire que le système considéré est non corrélé. Cela implique l'isotropie de la direction de la vitesse et l'entropie apparaît comme une quantité additive qui donne la distribution de Maxwell- Boltzmann. En d'autres termes, les interactions microscopiques sont de petites portées et l'espace- temps est euclidien. Rappelons que la détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique (BG), repose sur le fait que le système est en contact avec un thermostat, avec les contraintes suivantes[68]

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.27)$$

et

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U \quad (1.28)$$

où E_i est l'énergie de l'état i que peut occuper le système, U est l'énergie interne du système possédant une valeur fixe et finie et w est le nombre total d'états microscopiques possibles.

L'expression de la distribution la plus probable peut être déduite en optimisant l'entropie S_B . Celle-ci est donnée par

$$p_i = e^{-\beta' \varepsilon_i} / Z_B \quad (1.29)$$

avec

$$Z_B = \sum_l^w e^{-\beta' \varepsilon_l} \quad (1.30)$$

où β' est proportionnel à l'inverse de la température T du thermostat. En considérant deux sous systèmes indépendants a et b , l'entropie de Boltzmann- Gibbs satisfait l'égalité suivante

$$S_{BG}(a + b) = S_{BG}(a) + S_{BG}(b) \quad (1.31)$$

Cette dernière indique que l'entropie de BG est une quantité additive (extensive). La description statistique basée sur cette entropie a été appliquée avec succès dans une grande variété de systèmes pendant plus d'un siècle. Cependant, les systèmes gravitationnels, les plasmas et de manière générale les systèmes dotés d'interactions de longue portée ne semblent pas être décrits correctement par la statistique de BG[69]. Afin de résoudre ce problème, Tsallis a proposé l'entropie suivante[11]

$$S_q = k_B \frac{\left(1 - \sum_i p_i^q\right)}{q - 1} \quad (1.32)$$

où

$$p_i^q = p_i \exp [(q - 1) \ln p_i] \sim p_i [1 + (q - 1) \ln p_i] \quad (1.33)$$

q est un paramètre qui décrit le degré de non extensivité du système considéré, généralement appelé indice entropique. Dans ce cas, la détermination de la distribution la plus probable du système repose sur une nouvelle définition de l'énergie interne qui dépend du paramètre non extensif[11]

$$q \sum_{i=1}^w p_i E_i = U_q \quad (1.34)$$

Dans le but d'optimiser l'entropie S_q [Eq. (1.32)], on introduit les facteurs de Lagrange α_1 et β_1 et la fonction

$$g_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha_1 \sum_{i=1}^w p_i - \alpha_1 \beta_1 (q - 1) \sum_{i=1}^w p_i E_i \quad (1.35)$$

Cette fonction possède un extremum déterminé à partir de $\partial g_q / \partial p_i = 0, \forall i$. On obtient alors

$$p_i = \frac{[1 - \beta_1 (q - 1) E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.36)$$

avec

$$Z_q = \sum_{l=1}^w [1 - \beta_1(q-1)E_l]^{1/(q-1)} \quad (1.37)$$

Notons que pour $q \rightarrow 1$, l'entropie S_q se réduit à celle de Boltzmann- Gibbs S_{BG} . En effet, l'entropie (1.32), appelée aussi q -entropie, est une conséquence directe de la généralisation de l'entropie de Boltzmann- Gibbs. La propriété de base de cette entropie est la pseudo-additivité. L'entropie de deux sous- systèmes indépendants a et b peut être exprimée comme suit

$$S_q(a+b) = S_q(a) + S_q(b) + \underbrace{(q-1)S_q(a).S_q(b)}_{\text{Terme de corrélation entre particules}} \quad (1.38)$$

Il est aisé de vérifier que pour $q \rightarrow 1$, cette dernière expression se réduit à celle de l'équation (1.31). Par conséquent, les interactions de longue portée sont introduites par le terme multiplicatif qui tient compte de la corrélation entre les deux sous systèmes.

1.3.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses

En théorie cinétique des gaz, la distribution la plus probable est remplacée par une fonction de distribution des vitesses. Dans sa version classique, cette fonction est la distribution des vitesses de Maxwell- Boltzmann qui caractérise l'équilibre thermodynamique. La détermination de cette distribution repose sur le fait que les trois composantes de la vitesse ne sont pas corrélées. Cependant, cette propriété ne tient pas compte des systèmes dotés d'interactions de longue portée comme le cas d'un plasma. Afin d'établir l'expression de la fonction de distribution des vitesses en tenant compte des corrélations entre les différentes composantes, on utilise le formalisme non extensif. Pour simplifier le problème, considérons le cas bidimensionnel suivant[70]

$$F \left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) d^2v = \exp_q \left[f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \right] dv_x dv_y \quad (1.39)$$

où les fonctions q -exp et q -log sont définies, respectivement, par[70]

$$\exp_q(f) = [1 + (1-q)f]^{1/(1-q)} \quad (1.40)$$

et

$$\ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1-q} \quad (1.41)$$

On vérifie facilement que

$$\exp_q[\ln_q(f)] = \ln_q[\exp_q(f)] = f \quad \text{et} \quad \frac{d}{dx} \ln_q(f) = f^{-q} \frac{df}{dx}$$

En dérivant $\ln_q(F)$ par rapport à v_x , on obtient

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ \exp_q [f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)] \} \quad (1.42)$$

ou de façon équivalente,

$$\frac{v_x F'(\chi_1)}{\chi_1 F^q(\chi_1)} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} \quad (1.43)$$

avec $\chi_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. En introduisant la notation abrégée suivante

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{\chi_1} \frac{F'(\chi_1)}{F^q(\chi_1)} \quad (1.44)$$

l'équation (1.43) peut être réécrite comme sous la forme

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} = \frac{1}{v_y} \{ f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \} \quad (1.45)$$

On peut choisir $\Phi(\chi_1) = -m\gamma_1$, où m représente la masse de la particule et γ_1 une constante arbitraire. Bien entendu, l'introduction de m à cet endroit est dictée uniquement par la connaissance de la limite Maxwellienne. En utilisant la transformation suivante (1.41)

$$f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) = \ln_{q'} f(v_x)$$

avec $q' = 2 - q$, on a

$$\ln_{q'} f(v_x) = -\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A \quad (1.46)$$

En faisant agir q -exponentielle des deux côtés de l'équation (1.46), il s'ensuit

$$f(v_x) = [1 + (1 - q')(-\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A)]^{1/(1-q')} \quad (1.47)$$

En définissant une nouvelle constante β_2

$$\beta_2 = \frac{\gamma_1}{1 + (1 - q') \ln_{q'} A} = \frac{\gamma_1}{A^{1-q'}} \quad (1.48)$$

on obtient l'expression générale de la fonction de distribution des vitesses non extensive suivante[70]

$$f(v_x) = A_q \left[1 - (q - 1) \frac{\beta_2 m v_x^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (1.49)$$

A_q est la constante de normalisation. Son expression (pour $q > 1$) est donnée par

$$A_q = \left(\frac{1 + q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m(q-1)}{2\pi kT}} \quad (1.50)$$

1.3.3 Systèmes dotés d'interactions de longue portée

Un système macroscopique sera dit “muni d'interactions de longue portée” si on ne peut pas exprimer son énergie comme somme des énergies de sous- systèmes macroscopiques indépendants. Une interaction entre particules décroissant en loi de puissance avec la distance, comme $1/r^\alpha$, est “à longue portée” dès que l'exposant α est plus petit que D , la dimension spatiale du système. Ceci inclut par exemple la gravitation et exclut les interactions de Van der Waals. Les interactions à longue portée, telles qu'on vient de les définir, ne sont pas des curiosités mathématiques, se rencontrent en fait dans un assez grand nombre de systèmes physiques. On peut donner bien sûr comme premier exemple les systèmes en interaction gravitationnelle pour lesquels le potentiel est attractif et décroît relativement à la distance en $1/r$. Ils ont évidemment été étudiés depuis longtemps dans le contexte astrophysique. Un autre exemple, moins immédiat, est donné par la mécanique des fluides bidimensionnels. En effet, l'énergie du système apparaît dans ce cas comme une énergie d'interaction entre vortex, et cette interaction est de longue portée : par exemple, $V(r)$ est proportionnel à $\ln(r)$ pour un domaine infini. La turbulence bidimensionnelle[71] est donc une application importante de la théorie des systèmes dotés d'interactions de longue portée, d'autant plus importante qu'il faut inclure dans cette catégorie les flots géophysiques, rendus quasi bidimensionnels par la rotation des planètes. On pourrait penser qu'il est possible d'ajouter à ces deux exemples les systèmes en interaction coulombienne. Cette interaction est proportionnelle à $1/r$. Aux échelles de longueur qui nous sont familières, toute charge électrique est généralement compensée par des charges électriques voisines de signe opposé, de sorte que l'interaction coulombienne donne naissance à des interactions chimiques attractives de courte portée.

La physique des plasmas fournit néanmoins beaucoup d'exemples de systèmes non additifs à partir d'une description effective du système. Plus précisément, même si l'équilibre statistique global d'un système est additif, il est possible qu'il soit pertinent (pour certaines conditions expérimentales, ou échelles de temps) de ne considérer l'équilibre statistique que d'une partie des degrés de liberté du système. Cette description effective est alors parfois non additive: il en est ainsi de la modélisation de l'interaction de filaments de courant par des modèles de points vortex[72], proches donc de la turbulence bidimensionnelle, ou encore de la description d'un plasma par l'interaction entre ondes de Langmuir et particules résonantes avec ces ondes[73]: dans ce cas, l'onde, degré de liberté global pour le système, couple entre elles des parties éloignées du système, et crée ainsi la non additivité, bien que les interactions de particule à particule puissent être négligeables.

2

Mode acoustique poussiéreux non linéaire associé à un plasma poussiéreux électronégatif

Les oscillations associées aux plasmas poussiéreux ont suscité un grand intérêt durant ces dernières années. De nouveaux modes acoustiques (mode acoustique poussiéreux et mode acoustique ionique poussiéreux) ont alors été mis en évidence. Rao et ses collaborateurs[6] ont été les premiers à avoir rapporté théoriquement l'existence de l'onde acoustique poussiéreuse de faible vitesse de phase dans un plasma poussiéreux non magnétisé, constitué de grains de poussières fluides, d'électrons et d'ions distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann. Ces oscillations, de faible longueur d'onde, apparaissent sur une échelle de temps suffisamment lente. Sous certaines conditions, elles peuvent devenir hautement non linéaires[7]. Le mode acoustique poussiéreux a été observé au cours d'expériences de laboratoire par Barkan et ses collaborateurs[7]. D'un autre côté, Shukla et Silin[60] ont étudié le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) qui représente en fait le mode acoustique ionique habituel (IA) modifié par la présence de grains de poussière massifs et immobiles. De nos jours, les plasmas poussiéreux électronégatifs, chimiquement très réactifs, ont fait l'objet d'un profond regain d'intérêt[32]-[44] à cause de leurs applications technologiques (semi-conducteurs[45], synthèse des nanomatériaux[46],...etc.) et leurs rôle essentiel dans les plasmas astrophysiques (région D de l'ionosphère, la mésosphère, la photosphère solaire,...etc.[47],[48]). Dans la plupart de ces plasmas astrophysiques et de laboratoire, les électrons sont attachés sur la surface des grains de poussière et leurs densités dans le plasma décroît de manière sensible ($n_{e0} \rightarrow 0$). Par conséquent, les ions peuvent jouer un rôle crucial. Le plasma peut alors

être perçu comme un plasma "grain-ion-ion" où presque tous les électrons sont remplacés par des ions négatifs, comme cela a été décrit dans les références [49], [50] et [51] dans le cas d'un plasma "ion-ion". Cependant, la formation des ondes acoustiques poussiéreuses non linéaires dans un plasma "grain-ion-ion" n'a pas fait l'objet d'une grande attention. Par conséquent, pour analyser les propriétés non linéaires et dispersives de l'onde acoustique poussiéreuse associée à un tel modèle de plasma, on se propose, dans ce chapitre, de présenter une étude théorique du mode acoustique poussiéreux dans un plasma composé de grains de poussière à charge négative, extrêmement massifs, d'ions positifs de température T_+ et d'ions négatifs de température T_- distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann.

2.1 Cas de la charge constante du grain de poussière

2.1.1 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé constitué d'ions positifs, d'ions négatifs et de grains de poussière supposés de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$, où Z_d représente le nombre de charge des grains de poussière. Sur l'échelle temporelle caractéristique du mouvement du grain de poussière, les ions (positifs et négatifs) peuvent être supposés Maxwelliens et leurs densités données, respectivement, par

$$n_+ = n_{+0} \exp(-e\phi/T_+) \quad (2.1)$$

$$n_- = n_{-0} \exp(Z_- e\phi/T_-) \quad (2.2)$$

où ϕ représente le potentiel électrostatique, Z_- le nombre de charge des ions négatifs, $n_{+(-)0}$ la densité numérique à l'équilibre des ions positifs (négatifs) et T_j la température des particules d'espèce j . A l'équilibre la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert

$$f = \frac{n_{+0}}{Z_- n_{-0}} = \frac{\lambda}{Z_-} = 1 + \frac{n_{d0}}{Z_- n_{-0}} \quad (2.3)$$

où $\lambda = n_{+0}/n_{-0}$. La dynamique de l'onde acoustique poussiéreuse peut alors être décrite par les équations de continuité, de mouvement et de Poisson adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_d V_d) = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = -N_+ + \frac{N_-}{f} + \frac{(f-1)}{f} N_d \quad (2.6)$$

La densité des grains N_d , leur vitesse fluide V_d , le potentiel électrostatique Φ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{d0} (la densité des grains à l'équilibre), $C_d = (Z_d T_+ / m_d)^{1/2}$ (la vitesse acoustique poussiéreuse), T_+ / e , $\omega_{pd}^{-1} = (m_d / 4\pi Z_d n_{+0} e^2)^{1/2}$ et $\lambda_D = (T_+ / 4\pi n_{-0} e^2)^{1/2}$.

2.1.2 Approche de Sagdeev et conditions d'existence des solitons

Dans le but d'analyser les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse d'amplitude arbitraire (sans aucune approximation) dans un repère lié à l'onde, les équations (2.4)- (2.6) sont réécrites en faisant appel à la variable $\xi = X - MT$, où M représente le nombre de Mach.

Nous obtenons

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d}{d\xi} (N_d V_d) = 0 \quad (2.7)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = -\exp(-\Phi) + \frac{\exp(Z_- \sigma \Phi)}{f} + \frac{(f-1)}{f} N_d \quad (2.9)$$

où

$$\sigma = \frac{T_+}{T_-} \quad (2.10)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0, V_d \rightarrow 0, N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (2.7) et (2.8) l'expression de la densité normalisée

$$N_d = \frac{M}{\sqrt{(M^2 + 2\Phi)}} \quad (2.11)$$

En multipliant chaque membre de l'équation (2.9) précédente par $d\Phi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0, \frac{d\Phi}{d\xi} \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.12)$$

où

$$V(\Phi) = 1 - \exp(-\Phi) + \frac{1}{f Z_- \sigma} (1 - \exp(Z_- \sigma \Phi)) + \frac{f-1}{f} M^2 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2}{M^2} \Phi} \right) \quad (2.13)$$

est dit potentiel de Sagdeev ou pseudo- potentiel[74] car l'équation (2.12) peut être interprétée comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo- particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $\frac{d\Phi}{d\xi}$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$. Il est aisé de vérifier que $V(\Phi)$ et $\frac{dV(\Phi)}{d\Phi}$ sont nuls en $\Phi = 0$. Les conditions d'existence d'une solution en onde solitaire de l'équation (2.12) peuvent alors être résumées comme suit: (i) $(\frac{d^2V(\Phi)}{d\Phi^2})_{\Phi=0} < 0$ (on dit que le point fixe à l'origine est instable), (ii) $V(\Phi)$ admet un extremum Φ_m (un maximum ou un minimum) non nul tel que $V(\Phi_m) = 0$, (iii) $V(\Phi) < 0$ lorsque Φ varie de zéro à Φ_m . La première condition d'existence d'une solution en onde solitaire peut être explicitée sous la forme

$$M^2 > M_{\min}^2 = \frac{f-1}{f+Z_-\sigma} \quad (2.14)$$

La valeur maximale de M_{\max} sera obtenue de la condition $V(\Phi_c) \geq 0$ où $\Phi_c = -M_{\max}^2/2$ est la valeur minimale de Φ pour laquelle la densité des grains N_d est réelle. Par conséquent

$$1 - \exp(M_{\max}^2/2) + \frac{1}{fZ_-\sigma}(1 - \exp(-Z_-\sigma M_{\max}^2/2)) + \frac{f-1}{f}M_{\max}^2 > 0 \quad (2.15)$$

2.1.3 Résultats numériques et discussion

Les équations (2.14) et (2.15) montrent l'effet du paramètre $\lambda = n_{+0}/n_{-0}$ sur les valeurs admissibles du nombre de Mach M . La figure 1 montre qu'à mesure que le rapport de densités λ diminue, les valeurs de M_{\min} et M_{\max} deviennent de plus en plus petites rendant possible la formation d'ondes solitaires de type subsonique ($M < 1$). L'intervalle $[M_{\min}, M_{\max}]$ s'élargit à mesure que λ augmente. Cela veut dire qu'une augmentation relative de la densité des ions positifs favorise la propagation de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire. L'équation (2.12) est intégrée numériquement pour $Z_- = 2$, $\sigma = 0.1$ et $M = 1.2$, grâce au schéma d'intégration numérique de Runge- Kutta, en supposant les conditions initiales $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Phi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-12}$. A des fins de comparaison, nous avons représenté la variation spatiale du potentiel Φ pour deux valeurs différentes du rapport de densités $\lambda = n_{+0}/n_{-0} = 10$ (trait plein) et $\lambda = 100$ (tirets). Le potentiel électrostatique développe un profil solitaire spatialement localisé (Fig. 2). Ce résultat est étayé par la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev (Fig. 3) qui lui est associé. L'amplitude du soliton augmente à mesure que λ diminue. La figure 4 indique qu'une augmentation du nombre de charge des ions négatifs Z_- entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton et une diminution de sa largeur.

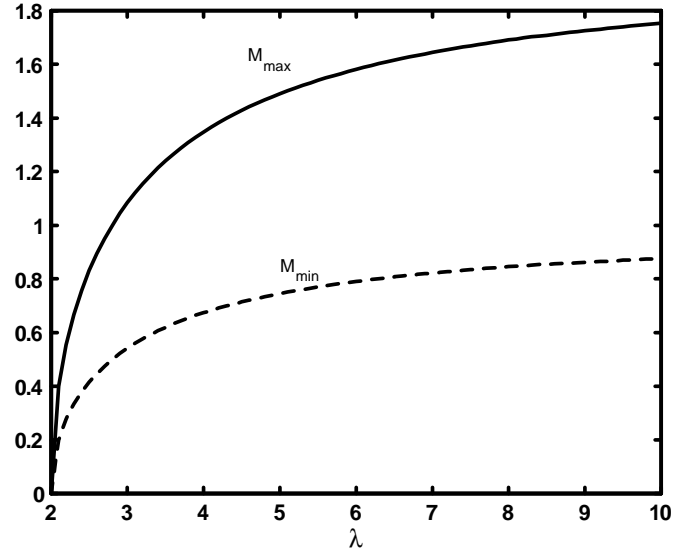


Figure 1 : Variation de M_{\min} et M_{\max} en fonction du rapport de densités λ , avec $\sigma = 0.1$ et $Z_- = 2$.

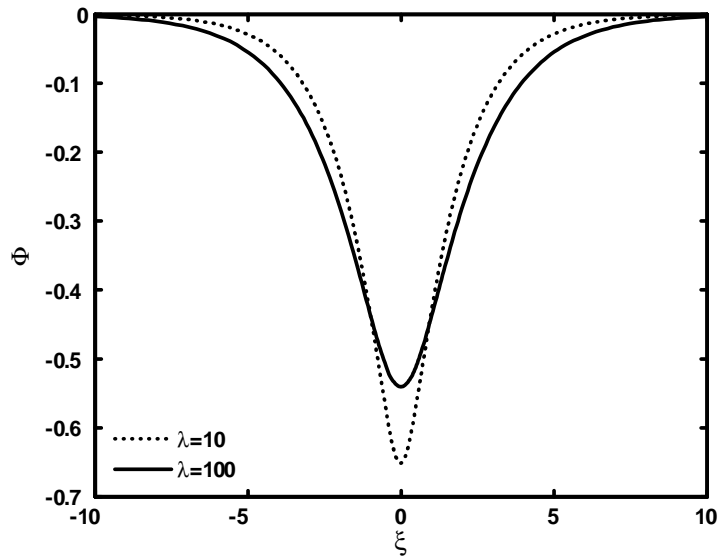


Figure 2 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour deux différentes valeurs de λ , avec $Z_- = 2$, $\sigma = 0.1$ et $M = 1.2$.

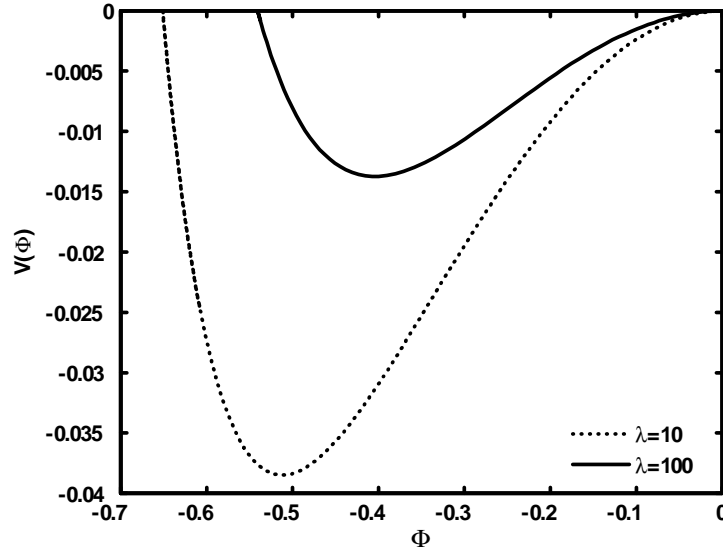


Figure 3 : Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 2 pour deux différentes valeurs de λ .

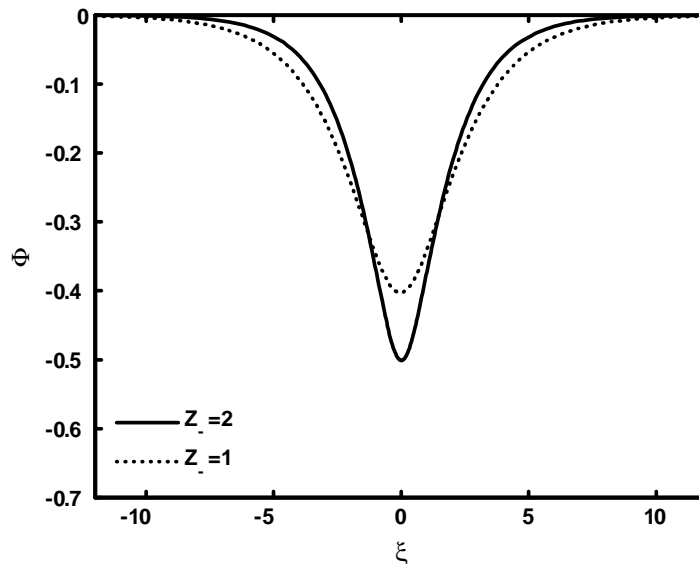


Figure 4 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour deux différentes valeurs de Z_- , avec $\lambda = 8$ et $M = 1.1$. Les valeurs des autres paramètres sont celles utilisées pour la figure 2.

2.2 Cas de la charge variable du grain de poussière

Dans la section précédente, on a vu que la présence des ions négatifs modifie les propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire non linéaire associée notre modèle de plasma

complexe. La charge portée par les grains a été supposée constante, une hypothèse qui peut parfois s'avérer incorrecte. C'est pourquoi, l'objet de la présente section consistera à étendre notre analyse antérieure à des situations où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes et à rechercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la variation de la charge peut elle modifier de manière drastique les résultats de la section précédente concernant le mode acoustique poussiéreux. Rappelons que Melandso *et al.*[75] ont été parmi les premiers à avoir proposé une analyse prenant en compte la fluctuation de la charge des grains de poussière. Ils ont alors montré que cette fluctuation donne naissance à un amortissement supplémentaire (en plus de celui de Landau), dit anormal, de l'onde acoustique en régime linéaire. D'autre part, les études de Ma et Liu[76] et de Singh et Rao[77] ont révélé que la variation de la charge du grain de poussière peut induire un amortissement de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire. D'un autre côté, il a été démontré que la dynamique des grains de poussière introduit de nouveaux modes tels que le mode acoustique poussiéreux (DA)[6] (régime faiblement couplé), le mode poussiéreux associé aux vibrations de réseau[78] (régime fortement couplé), le mode de Bernstein, Greene et Kruskal poussiéreux (DBGK)[79]...etc.

2.2.1 Equations de base du modèle

Les équations de continuité, de mouvement et de Poisson précédentes peuvent être réécrites sous la forme

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_d V_d) = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -Q_d \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = -N_+ + \frac{N_-}{f} + \frac{(f-1)}{f} \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.18)$$

La densité numérique N_s [$s = +, -, d$], la vitesse fluide des grains de poussière V_d , le potentiel électrostatique Φ , la charge des grains de poussière Q_d , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{s0} (la densité à l'équilibre), $C_d = (Z_d T_+ / m_d)^{1/2}$, T_+ / e , $r_d T_+ / e$, $\omega_{pdi}^{-1} = (m_d / 4\pi Z_d n_{+0} e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Di} = (T_+ / 4\pi n_{+0} e^2)^{1/2}$.

2.2.2 Existence des solitons

Dans le but d'étudier l'onde acoustique poussiéreuse, nous supposons que toutes les variables des équations (2.16)-(2.18) précédentes dépendent uniquement de la variable $\xi = X - MT$.

Les équations (2.16)-(2.18) seront alors réécrites sous la forme

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}(N_d V_d) \quad (2.19)$$

$$-M \frac{dV_d}{d\xi} + V_d \frac{dV_d}{d\xi} = -Q_d \frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.20)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = -N_+ + \frac{N_-}{f} + \frac{(f-1)}{f} \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.21)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $V_d \rightarrow 0$, $N_d \rightarrow 1$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons à partir des équations (2.19) et (2.20)

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\chi/M^2}} \quad (2.22)$$

où

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (2.23)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable. Les équations du modèle fluide précédentes sont complétées par l'équation d'évolution de la charge électrique q_d du grain de poussière. Celle-ci est déterminée à partir de la collecte, à la surface du grain, des ions positifs et négatifs du plasma de base. Dans le cadre du modèle standard de la sonde électrostatique (un modèle qui assimile le grain de poussière à une sonde électrostatique sphérique), l'évolution de la charge q_d du grain est régie par l'équation, dite de charge, suivante[80]-[82]

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_+ + I_- \quad (2.24)$$

où I_+ et I_- sont les courants de charge microscopiques moyens des ions positifs et négatifs, respectivement. Leurs expressions sont obtenues en moyennant la section efficace σ_j de charge et la fonction de distribution F_j sur tout l'espace des vitesses v_j

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) F_j(v_j) d^3v_j \quad (2.25)$$

où j désigne les particules d'espèce j (ion positif ou négatif), R_j le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses, F_j la fonction de distribution, $\sigma_j = \pi r_d^2 (1 - 2q_j q_d / r_d m_j v_j^2)$ la section efficace et v_j la vitesse des particules d'espèce j . Les ions, négatifs ou positifs, sont supposés distribués selon la loi de Boltzmann-Maxwell

$$F_- = n_{-0} \left(\frac{m_-}{2\pi T_-} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_- v^2}{2T_-} + \frac{Z_- e \phi}{T_-} \right) \quad (2.26)$$

$$F_+ = n_{+0} \left(\frac{m_+}{2\pi T_+} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_+ v_+^2}{2T_+} - \frac{e\phi}{T_+} \right) \quad (2.27)$$

Nous obtenons alors

$$\begin{aligned} I_- &= -Z_- e 4\pi^2 r_d^2 n_{-0} \left(\frac{m_-}{2\pi T_-} \right)^{3/2} \int_{v_{\min}}^{\infty} \left(1 + \frac{2eq_d}{r_d m_- v_-^2} \right) \exp \left(-\frac{m_- v_-^2}{2T_-} + \frac{Z_- e\phi}{T_-} \right) v_-^3 dv_- \\ &= -\pi r_d^2 Z_- e n_{-0} \sqrt{\frac{8T_-}{\pi m_-}} \exp[Z_- \sigma (Q_d + \Phi)] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Notons que l'intégrale précédente a été effectuée en coordonnées sphériques ($d^3v = v^2 dv \sin \theta d\theta d\varphi$).

$v_{\min} = \sqrt{-2Z_- eq_d / m_- r_d}$ représente la vitesse minimale que devra acquérir un ion négatif pour pouvoir parvenir à la surface du grain et ainsi vaincre la barrière de potentiel. En procédant de la même manière que précédemment, nous obtenons l'expression du courant des ions positifs

$$\begin{aligned} I_+ &= e 4\pi^2 r_d^2 n_{+0} \left(\frac{m_+}{2\pi T_+} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_+ v_+^2} \right) \exp \left(-\frac{m_+ v_+^2}{2T_+} - \frac{e\phi}{T_+} \right) v_+^3 dv_+ \\ &= \pi r_d^2 e n_{+0} \sqrt{\frac{8T_+}{\pi m_+}} (1 - Q_d) \exp(-\Phi) \end{aligned} \quad (2.29)$$

2.2.3 Cas $I_+ + I_- \simeq 0$

Le temps caractéristique du mouvement du grain de poussière dont les dimensions sont de l'ordre du micro-mètre est de quelques dizaines de milli-seconde. Le temps caractéristique du phénomène de charge du grain est de l'ordre de $10^{-8} s$. Par conséquent, le déplacement du grain au cours du processus de charge est négligeable devant l'échelle spatiale de notre problème. Par conséquent, le phénomène de charge peut être traité comme un phénomène local et le terme convectif de l'équation (2.24) peut être négligé pour obtenir

$$I_+ + I_- \simeq 0 \quad (2.30)$$

En substituant les expressions (2.28) et (2.29) dans (2.30), nous obtenons la relation existant entre la charge des grains de poussière et le potentiel électrostatique

$$Q_d = 1 - \frac{1}{Z_- \sigma} \text{Lambert} \left\{ \frac{Z_- \sqrt{\sigma \mu} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)}{f} \right\} \quad (2.31)$$

où $\sigma = T_+ / T_-$ et $\mu = m_+ / m_-$. La fonction de Lambert[83], appelée aussi fonction omega, est la fonction inverse de $y = x e^x$ et certains problèmes bien connus en électrostatique et en

mécanique quantique peuvent être traités avec une grande aisance en l'utilisant. $\text{Lambert}(x)$ est réelle pour $x \geq -1/e$ et il est aisé de vérifier que le terme $(Z_- \sqrt{\sigma \mu} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)) / f$ est toujours positif. A l'équilibre ($\Phi = 0$), l'équation (2.31) requiert

$$f = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \exp(Z_- \sigma Q_{d0})}{1 - Q_{d0}} \quad (2.32)$$

Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. Dans la simulation numérique qui va suivre, la valeur de f sera déduite à partir de l'équation précédente (2.32) alors que les autres paramètres sont supposés a priori connus. En portant la relation (2.22) dans l'équation de Poisson (2.21), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $(d\Phi/d\xi)$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.33)$$

où

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & 1 - \exp(-\Phi) + \frac{1}{Z_- f \sigma} [1 - \exp(Z_- \sigma \Phi)] \\ & - \frac{f-1}{f Q_{d0}} M^2 \left[1 - \sqrt{1 - 2\chi/M^2} \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

représente le potentiel de Sagdeev ou pseudo-potentiel. Il devient alors possible d'obtenir de manière explicite l'expression de l'énergie potentielle électrostatique du grain de poussière à charge variable[84]

$$\begin{aligned} \chi = & \Phi - \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)}{f} \right)^2}{2Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} - \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)}{f} \right)}{Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} \\ & + \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)}{f} \right)^2}{2Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} + \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)}{f} \right)}{Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Par conséquent

$$\begin{aligned}
 V(\Phi) = & 1 - \exp(-\Phi) + \frac{1}{Z_- f \sigma} [1 - \exp(Z_- \sigma \Phi)] - \frac{f-1}{f Q_{d0}} M^2 \\
 & \left\{ 1 - \left[1 - \frac{2}{M^2} \left(\Phi - \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)}{f} \right)^2}{2 Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} \right. \right. \right. \\
 & - \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(\Phi + Z_- \sigma \Phi + Z_- \sigma)}{f} \right)}{Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} + \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)}{f} \right)^2}{2 Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\text{Lambert} \left(\frac{Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)}{f} \right)}{Z_- \sigma (1 + Z_- \sigma)} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

Il est aisé de vérifier à partir de l'équation (2.36) que

$$V(\Phi = 0) = \left[\frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \right]_{\Phi=0} = 0 \quad (2.37)$$

L'équation (2.36) admettra alors une solution en onde solitaire si

$$\left[\frac{d^2 V(\Phi)}{d\Phi^2} \right]_{\Phi=0} < 0 \quad (2.38)$$

ou

$$\left\{ 1 + \frac{Z_- \sigma}{f} + \frac{(f-1) Q_{d0}}{f M^2} - \frac{(f-1)(1+Z_- \sigma) \text{Lambert}[Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)]}{f Q_{d0} [1 + \text{Lambert}[Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)]]} \right\} > 0 \quad (2.39)$$

Intéressons nous maintenant à la nature de ces structures solitaires (compression ou raréfaction). Cette nature peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ à l'ordre trois en séries de Taylor. Les paramètres critiques sont ceux pour lesquels le terme quadratique est nul. A ce moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel $V(\Phi)$ se trouvera du côté des Φ négatifs (soliton de raréfaction) et, dans le cas inverse, de celui des Φ positifs (soliton de compression)

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{d^3 V}{d\Phi^3} \right)_{\Phi=0} = & 1 - \frac{(Z_- \sigma)^2}{f} - \frac{3(f-1) Q_{d0}}{f M^4} + \frac{(f-1)}{f M^2} \text{Lambert}(Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma)) \\
 & \left\{ \frac{3(1+Z_- \sigma)}{f [1 + \text{Lambert}(Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma))]} + \right. \\
 & \left. \frac{M^2}{Q_{d0} f} \frac{(1+Z_- \sigma)^2}{[[1 + \text{Lambert}(Z_- \sqrt{\mu \sigma} \exp(Z_- \sigma))]]^3} \right\} \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

2.2.4 Résultats numériques et discussion

L'équation (2.33) est intégrée numériquement grâce à un schéma d'intégration numérique à pas variable. Ce dernier semble être le mieux adapté pour le traitement des problèmes dits "raides" (stiff problems). L'équation (2.33) peut être résolue soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. Par souci de simplicité et compte tenu du fait que la solution ne nous intéresse que dans le domaine d'intégration, nous avons choisi de la résoudre comme problème aux valeurs initiales. L'analyse numérique de l'équation de Poisson pour différentes valeurs du nombre de Mach M montre l'existence d'ondes acoustiques poussiéreuses solitaires de raréfaction (Fig. 5) dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits du pseudo-potentiel (Fig. 6). La figure 7 indique qu'à mesure que le nombre de Mach augmente, le grain de poussière collecte plus d'ions positifs réduisant ainsi la charge négative nette résidant sur la surface du grain. Les grains de poussière (Fig. 8) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, est plus effective pour les grandes valeurs de M . La figure 9 indique la formation d'un vide (appelé aussi "void") en ions négatifs ($N_- < 1$). Ce vide s'élargit tandis que sa profondeur diminue à mesure que M diminue.

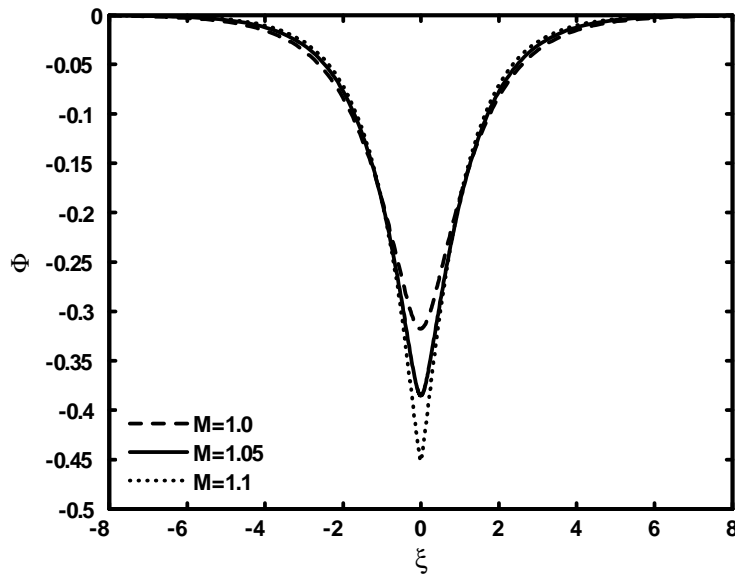


Figure 5 : Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du nombre de Mach, avec $Z_- = 1$, $\mu = 0.7$, $\sigma = 0.03$ et $Q_{d0} = -1.9$.

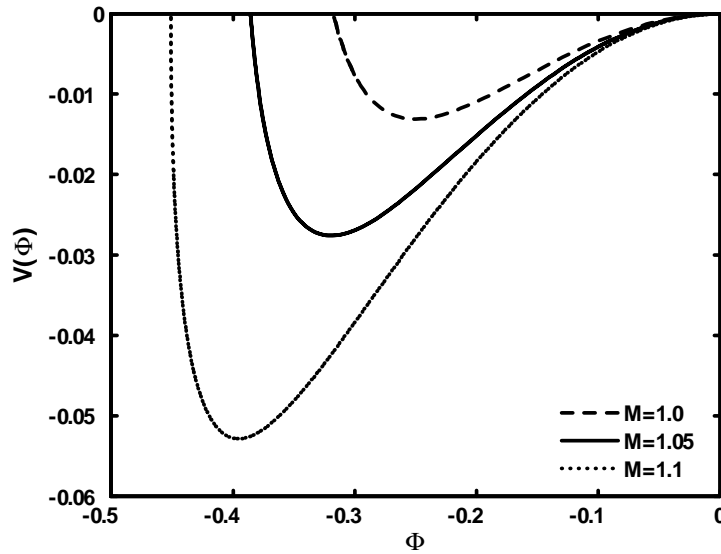


Figure 6 : Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 5 pour différentes valeurs du nombre de Mach.

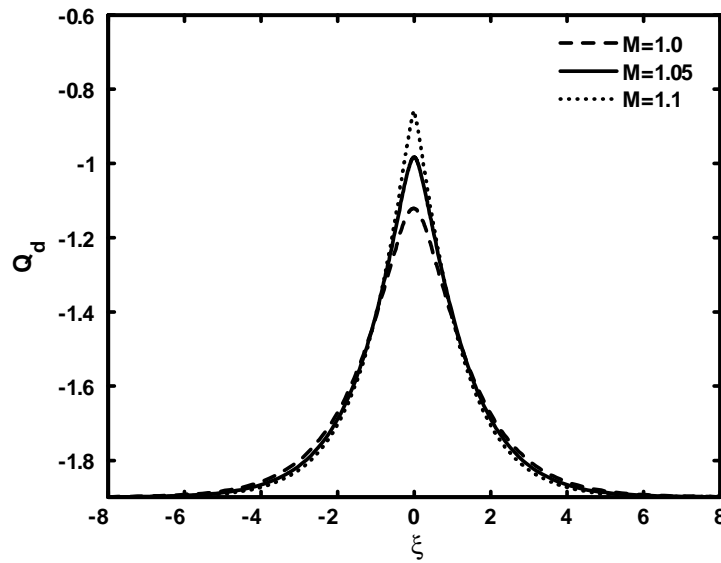


Figure 7 : Profil spatial de la charge du grain de poussière Q_d pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les valeurs des paramètres sont celles de la figure 5.

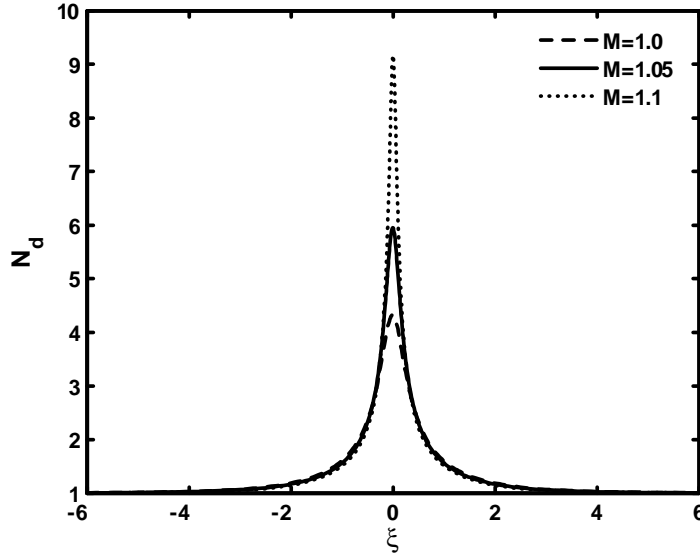


Figure 8 : Profil spatial de la densité des grains pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les valeurs des paramètres sont celles de la figure 5.

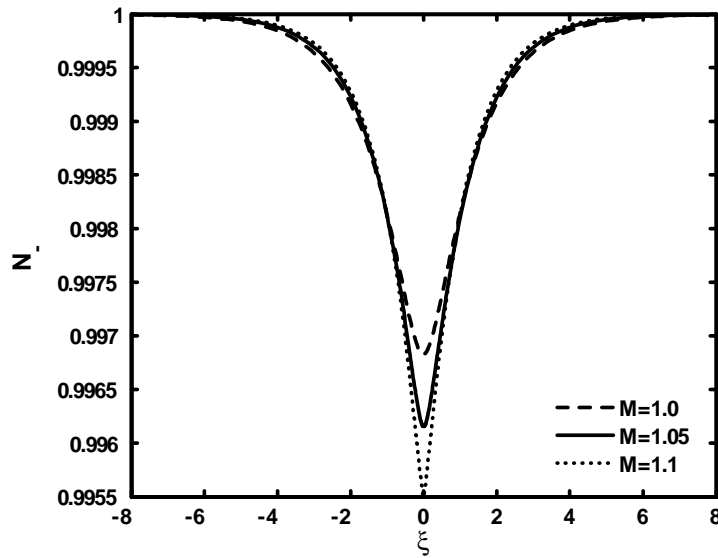


Figure 9 : Profil spatial de la densité des ions négatifs pour différentes valeurs du nombre de Mach M . Les paramètres utilisés sont ceux de la figure 5.

2.2.5 Cas $I_+ + I_- \neq 0$

Nous allons maintenant étendre l'analyse de la section précédente en tenant compte du terme convectif de l'équation (2.24), c'est à dire considérer le cas $I_+ + I_- \neq 0$. Pour cela,

considérons le cas d'un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut décrire grâce à la fonction de distribution suivante[85],[86]

$$f_d = (x, \tilde{v}_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (2.41)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\Phi \right) \quad (2.42)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{(1 - \gamma\chi)^{1/2}}$$

où

$$\gamma = \frac{2T_+^2 r_d}{m_d e^2 v_{d0}^2}$$

et

$$\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi \quad (2.43)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable.

L'équation de Poisson peut alors être réécrite sous la forme adimensionnelle suivante

$$\frac{d^2\Phi}{dX^2} = -N_+ + \frac{N_-}{f} + \frac{(f-1)}{f} \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.44)$$

Les équations précédentes sont complétées par l'équation d'évolution de la charge des grains de poussière dans le cas stationnaire

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_+ + I_- \quad (2.45)$$

Cette dernière traduit le principe de conservation de la charge électrique. Les expressions des courants de charge I_+ et I_- ont déjà été données dans la section précédente. En réarrangeant les termes de l'équation précédente, nous obtenons l'équation de charge adimensionnelle suivante

$$\frac{dQ_d}{dX} = k N_d \left\{ (1 - Q_d) \exp(-\Phi) - \sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \frac{1}{f} \exp(Z_- \sigma Q_d) \exp(Z_- \sigma \Phi) \right\} \quad (2.46)$$

avec

$$k = \sqrt{\frac{2n_{+0} e^2 r_d^2}{m_+ v_{d0}^2}} \quad (2.47)$$

A l'équilibre ($\Phi = 0$), l'équation (2.46) requiert

$$f = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \exp(Z_- \sigma Q_{d0})}{1 - Q_{d0}} \quad (2.48)$$

2.2.6 Résultats numériques et discussion

Les équations (2.43), (2.44) et (2.46) sont intégrées numériquement. La figure 10 montre que le phénomène de la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière entraîne une augmentation de l'amplitude du soliton localisé et une réduction de sa largeur. Cet effet est plus prononcé et plus important dans le cas des petites valeurs de Z_- (Fig.11). La figure 12 montre que sous certaines conditions, l'effet de la variation de la charge des grains de poussière devient assez important. La variation de la charge fournit un mécanisme physique alternatif qui cause une dissipation, dite anormale, qui de concert avec les non linéarités du système donne naissance à une onde de choc. Cette dernière est dite non collisionnelle car, à l'opposée de l'onde de choc classique, son apparition ne requiert ni collisions entre particules, ni interaction onde- particule (amortissement Landau). Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Dans notre cas, la dissipation, dite anormale (car elle ne correspond à aucun mécanisme de dissipation classique), trouve son origine dans le phénomène de la fluctuation de la charge électrique du grain de poussière et a déjà été mise en évidence aussi bien théoriquement[85]-[89], qu'expérimentalement[90]. Notons que l'effet de séparation des charges se manifeste par l'apparition de quelques oscillations dans le profil de l'onde de choc. Le nombre de ces oscillations devient moins important à mesure que Z_- diminue: c'est le cas où la dissipation anormale prédomine devant la dispersion du système.

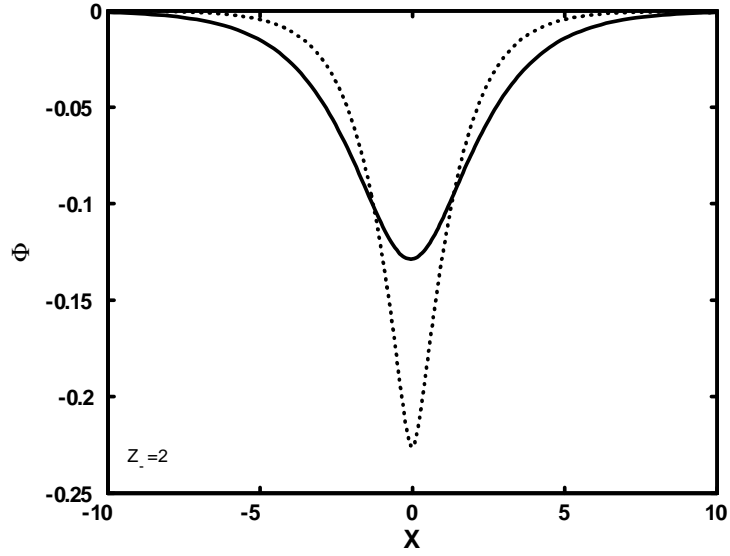


Figure 10 : Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse, avec $Q_{d0} = -1.9$, $T_+ = 0.4\text{eV}$, $\sigma = 0.03$, $\mu = 0.6$, $Z_- = 2$, $n_{0+} = 10^{14}\text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 0.9 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ et $r_d = 0.1\mu\text{m}$. Les valeurs de k et de f sont données, respectivement, par 58675 et 1.4567.

Trait plein: charge constante. Pointillés: charge variable.

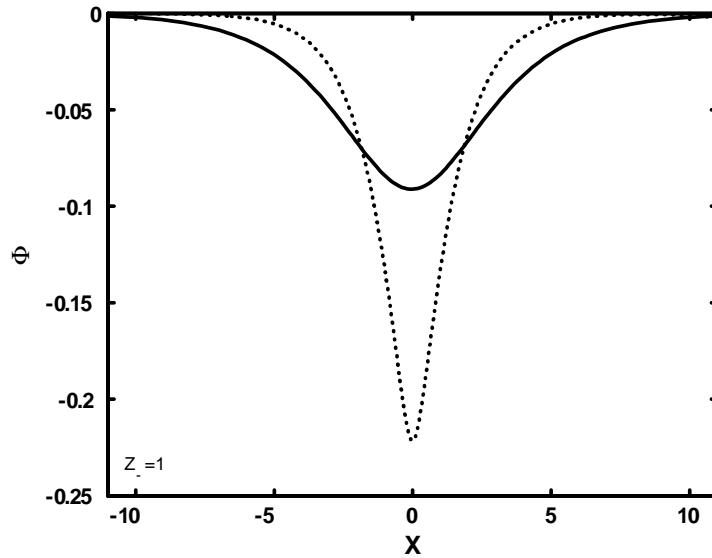


Figure 11 : Potentiel électrostatique solitaire Φ de l'onde acoustique poussiéreuse. Les valeurs des paramètres correspondent à celles de la figure 10 avec $Z_- = 1$ ($f = 1.3760$).

Trait plein: charge constante. Pointillés: charge variable.

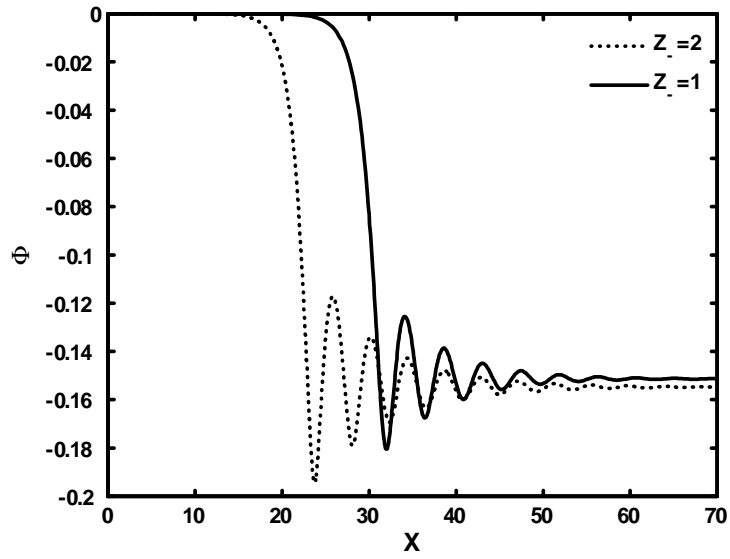


Figure 12 : Potentiel électrostatique Φ en onde de choc pour deux différentes valeurs de Z_- . Les valeurs des paramètres utilisés sont celles de la figure 10 avec $n_{0+} = 10^4 \text{cm}^{-3}$ ($k = 0.5867$).

3

Ondes acoustiques poussiéreuses faiblement non linéaires associées à un plasma poussiéreux électronégatif à charge variable

En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que les ondes acoustiques poussiéreuses peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs[6],[91] et [92]. Dans leur analyse, certains de ces auteurs ont considéré la charge du grain de poussière constante (les grains sont pratiquement traités comme une composante additionnelle massive). Cependant, la charge d'un grain de poussière est tributaire des variations des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Celle ci devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self-consistante. Les processus collectifs non linéaires ont été intensément étudiés dans les plasmas poussiéreux électropositifs (ions positifs)[92]-[101]. Ces études ont été réalisées en utilisant l'approche du pseudo-potentiel de Sagdeev (comme dans le premier chapitre) ou la théorie de la perturbation réductive qui mène à des systèmes dynamiques décrits par des équations de type Korteweg-de Vries (KdV) ou de type équation non linéaire de Schrödinger (NLS). L'objectif de ce chapitre est de présenter, en faisant appel à la méthode de la perturbation réductive, une étude théorique permettant de montrer l'effet conjugué d'ions négatifs non thermiques et la variation de la

charge des grains de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma électronégatif. Rappelons que le courant de charge ionique non thermique approprié sera établi en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique.

3.1 Modèle théorique et équations de base

Nous allons nous intéresser, dans ce chapitre, à la dynamique des solitons acoustiques poussiéreux d'amplitude faible mais finie (faiblement non linéaire), dans le cas de grains de poussière à charge variable. Pour cela, nous considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'ions positifs, d'ions négatifs et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_+ , n_- et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. La densité des ions positifs, distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann, est donnée par

$$n_+ = n_{+0} \exp(-e\phi/T_+) \quad (3.1)$$

Les ions négatifs rapides et non thermiques[89] n'étant plus en équilibre thermodynamique, nous les décrirons grâce à la fonction de distribution dite de Cairns[102], définie à 3 dimension, suivante

$$F_-(v) = F_-(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{-0}}{(1+3\alpha)} \left(\frac{1}{2\pi v_{th-}^2} \right)^{3/2} \left[1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{v_{th-}^2} - 2 \frac{Z_- e \phi}{T_-} \right)^2 \right] \exp \left(- \frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{2v_{th-}^2} + \frac{Z_- e \phi}{T_-} \right) \quad (3.2)$$

α est un paramètre déterminant le nombre d'ions négatifs non thermiques présents dans notre modèle de plasma et $v_{th-} = \sqrt{T_-/m_-}$ leur vitesse thermique. En intégrant la distribution (3.2) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des ions négatifs non thermiques normalisée suivante

$$N_- = \frac{n_-}{n_{-0}} = [1 + \beta(Z_-^2 \Phi^2 - Z_- \Phi)] \exp(Z_- \Phi) \quad (3.3)$$

où $\beta = 4\alpha/(1+3\alpha)$ et Φ est le potentiel électrostatique normalisé par T_-/e . La dynamique unidimensionnelle des oscillations acoustiques poussiéreuses de faible vitesse de phase est alors gouvernée par les équations fluides (continuité, mouvement et Poisson) adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_d V_d) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = -(-1 + Q) \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.5)$$

$$\Delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = -N_+ + \delta N_- - \Delta(-1 + Q)N_d \quad (3.6)$$

où $\delta = Z_- n_{-0}/n_{+0}$ et $\Delta = 1 - \delta$. N_d représente la densité des grains de poussière normalisée par n_{d0} , $N_{+(-)}$ est la densité des ions positifs (négatifs) normalisée par $n_{+(-)0}$, V_d est la vitesse fluide des grains de poussière normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse $C_d = (Z_d T_- / m_d)^{1/2}$, $Q_d = (Q - 1)$ est la charge d'un grain de poussière normalisée par $Z_d e$ (Z_d est le nombre d'électrons résidant la surface du grain de poussière à l'équilibre). Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par la période plasma des grains de poussière $\omega_{pd}^{-1} = (\epsilon_0 m_d / Z_d^2 n_{d0} e^2)^{1/2}$ et la longueur de Debye $\lambda_D = (\epsilon_0 T_- / Z_d n_{d0} e^2)^{1/2}$. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge requiert

$$n_{+0} = Z_- n_{-0} + Z_d n_{d0} \quad (3.7)$$

3.2 Analyse faiblement non linéaire

Pour étudier l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire, nous utilisons la technique de la perturbation réductive. Contrairement à l'approche du pseudo-potentiel, la méthode de la perturbation réductive, utilisée généralement dans le cas d'amplitude petite mais finie, se base sur le développement en séries de puissances des variables (potentiel, vitesse, densité, ...) du plasma et la substitution de ces développements dans les équations de base. Cette procédure nécessite l'exploitation du résultat obtenu pour un ordre donné dans l'ordre suivant. Pour ce faire, nous introduisons les changements de variables suivants

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(X - \lambda T), \tau = \varepsilon^{3/2}T \quad (3.8)$$

où λ est la vitesse de phase normalisée de l'onde acoustique poussiéreuse linéaire et ε un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde. Par conséquent, les équations (3.4)-(3.6) peuvent être réécrites sous la forme

$$\varepsilon \frac{\partial N_d}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_d}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_d V_d)}{\partial \xi} = 0 \quad (3.9)$$

$$\varepsilon \frac{\partial V_d}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_d}{\partial \xi} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial \xi} = -(Q - 1) \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (3.10)$$

$$\Delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = -N_+ + \delta N_- - \Delta N_d (-1 + Q) N_d \quad (3.11)$$

Les variables dynamiques sont développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\begin{aligned}
 N_d &= 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \varepsilon^3 N_d^{(3)} + \dots \\
 V_d &= 0 + \varepsilon V_d^{(1)} + \varepsilon^2 V_d^{(2)} + \varepsilon^3 V_d^{(3)} + \dots \\
 \Phi &= 0 + \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \varepsilon^3 \Phi^{(3)} + \dots \\
 Q &= 0 + \varepsilon Q^{(1)} + \varepsilon^2 Q^{(2)} + \varepsilon^3 Q^{(3)} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

3.3 Charge des grains de poussière

Rappelons (voir sections précédentes) que nous avons supposé que la charge du grain de poussière ne provient que de la collecte des ions et des électrons présents dans le plasma de base. Celle ci est alors déterminée de manière self-consistante par

$$\frac{dq}{dt} = I_+ + I_-
 \tag{3.13}$$

où I_+ et I_- sont les courants de charge ioniques. En procédant de la même manière que dans le chapitre précédent, nous obtenons les expressions des courants de charge suivants[44]

$$I_+ = \pi r_d^2 e n_{+0} \sqrt{\frac{8T_+}{\pi m_+}} [1 - Z(Q-1)/\sigma] \exp(-\Phi/\sigma)
 \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
 I_- &= -\pi r_d^2 e n_{-0} Z_- \sqrt{\frac{8T_-}{\pi m_-}} \frac{1}{(1+3\alpha)} \exp[Z_-(Z(Q-1)+\Phi)] \left\{ 1 + \frac{24\alpha}{5} + \frac{4\alpha}{5} Z_-^2 [Z(Q-1)]^2 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{8\alpha}{3} Z_-^2 Z(Q-1)\Phi - \frac{16\alpha}{5} Z_- Z(Q-1) - \frac{16\alpha}{3} Z_- \Phi + 4\alpha Z_-^2 \Phi^2 \right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

où $Z = Z_{d0} e^2 / r_d T_-$ et $\sigma = T_+ / T_-$.

3.4 Cas de la variation adiabatique de la charge du grain de poussière

L'équation de la charge du grain (3.13) peut être réécrite sous sa forme normalisée

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} + V_d \frac{\partial Q}{\partial X} \right) = \frac{I_+ + I_-}{\nu_{ch} Z_d e}
 \tag{3.16}$$

où

$$\begin{aligned}\nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_+} \left(\frac{\partial[I_+ + I_-]}{\partial Q_d} \right)_{\Phi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \frac{r_0 \sigma^2 \omega_{p+}^2}{\sqrt{2\pi} V_{th+}} \left(\frac{Z}{\sigma} + Z \left(1 + \frac{Z}{\sigma} \right) \left(\frac{f_4}{f_2} + \frac{f_3}{5f_1} \right) \right)\end{aligned}\quad (3.17)$$

représente la fréquence de charge du grain et

$$\begin{aligned}f_1 &= 1 + \frac{24}{5}\alpha + \frac{4}{5}\alpha Z_-^2 Z^2 + \frac{16}{5}\alpha Z_- Z ; f_2 = 1 - Z_- Z + \frac{Z_-^2 Z^2}{2} ; \\ f_3 &= -8\alpha Z_-^2 Z - 16\alpha Z_- ; f_4 = Z_- - Z_-^2 Z\end{aligned}\quad (3.18)$$

$\omega_{pd} = (Z_d^2 n_{d0} e^2 / \epsilon_0 m_d)^{1/2}$ représente la fréquence plasma du grain. Le temps de charge du grain de poussière τ_{ch} ($\sim 1/\nu_{ch}$) est le temps de réponse de ce grain aux oscillations dans le plasma environnant. Dans un plasma de laboratoire, le temps de charge τ_{ch} est beaucoup plus petit que l'échelle de temps du mouvement des grains de poussière τ_{pd} (proportionnelle à l'inverse de la fréquence ω_{pd}). Dans un plasma de l'espace, τ_{ch} peut être de l'ordre ou même plus grand que τ_{pd} . Rappelons, avant d'aller plus loin, que dans la théorie de la variation adiabatique de la charge où la somme des courants est nulle, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$). Dans ce cas, la charge des grains de poussière atteint instantanément sa valeur d'équilibre en chaque point de l'espace- temps déterminé par le potentiel électrostatique local $\phi(x, t)$ et par conséquent ne donne pas lieu à des effets dissipatifs. Par contre, dans la théorie de la variation non adiabatique ($I_+ + I_- \neq 0$) de la charge électrique du grain (objet de la section suivante), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ [103], [104]. En effet, la charge du grain n'atteint pas instantanément sa valeur d'équilibre et induit un phénomène dissipatif qui donne naissance à des ondes de choc non collisionnelles. A partir de (3.17) et l'expression de ω_{pd} , nous pouvons établir

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \sqrt{\frac{T_+^3 n_{d0} m_+}{2n_{+0} m_d e^6 \sigma^2}} \left(\frac{1}{\sigma} + \left(1 + \frac{Z}{\sigma} \right) \left(\frac{f_4}{f_2} + \frac{f_3}{5f_1} \right) \right)^{-1}\quad (3.19)$$

Dans cette section (cas adiabatique), ce rapport doit être très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$) et le choix des paramètres plasma (T_+ , n_{d0} , m_+ , n_{+0} , m_d , σ , Z , f_1 ...etc) doit être fait de telle manière à satisfaire la condition (3.19). Dans ce cas, le terme de droite de l'équation (3.16) peut être négligé pour obtenir

$$I_+ + I_- \approx 0\quad (3.20)$$

En substituant le développement en séries de puissances précédent (3.12) dans le système d'équations (3.9)-(3.11), nous obtenons, à l'ordre le plus petit en ε , les relations suivantes

$$V_d^{(1)} = \lambda N_d^{(1)} = -\Phi^{(1)}/\lambda \quad (3.21)$$

A partir de l'équation de la charge (3.20), nous déduisons

$$Q_d^{(1)} = -\gamma_1 \Phi^{(1)} \quad (3.22)$$

où

$$\gamma_1 = \frac{\frac{1}{\sigma} + (\frac{f_4}{f_2} + \frac{f_3}{3f_1})}{\frac{Z}{\sigma+Z} + Z(\frac{f_4}{f_2} + \frac{f_3}{5f_1})} \quad (3.23)$$

La substitution des équations (3.1), (3.3) et (3.22) dans l'équation de Poisson (Eq. 3.11) donne

$$\left(\frac{\Delta}{\lambda^2} - \frac{1}{\sigma} + \delta Z_- (\beta - 1) \right) \Phi^{(1)} + \Delta \gamma_1 \Phi^{(1)} = 0 \quad (3.24)$$

à partir de laquelle nous obtenons l'expression de la vitesse de phase de l'onde acoustique poussiéreuse, suivante

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Delta}{1/\sigma - \delta Z_- (\beta - 1) + \Delta \gamma_1}} \quad (3.25)$$

Aux ordres les plus élevés en ε , nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial (N_d^{(1)} V_d^{(1)})}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial N_d^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \tau} + V_d^{(1)} \frac{\partial V_d^{(1)}}{\partial \xi} + Q^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} = \lambda \frac{\partial V_d^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} &= \left(\Delta N_d^{(2)} - \Delta Q^{(2)} - N_d^{(1)} \Delta Q^{(1)} \right) \\ &+ \left[\frac{1}{\sigma} + \delta Z_- (1 - \beta) \right] \Phi^{(2)} + \frac{1}{2} (\delta Z_-^2 - 1/\sigma^2) \Phi^{(1)2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

De même, l'équation de la charge (3.20) peut être réécrite sous la forme

$$Q^{(2)} = -\gamma_1 \Phi^{(2)} + \gamma_2 [\Phi^{(1)}]^2 \quad (3.29)$$

où

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \left\{ 1 / \left[\frac{Z}{Z + \sigma} + Z \left(\frac{f_4}{f_2} + \frac{f_3}{5f_1} \right) \right] \right\} \\ &\left\{ \frac{1}{2\sigma^2} + Z / (\sigma^2 + Z_- \sigma) - \frac{4\alpha Z_-^2}{f_1} (1 + Z^2 \gamma_1^2 / 5 - 2Z \gamma_1 / 3) \right. \\ &\left. - \frac{Z_-^2}{2f_2} (1 + Z^2 \gamma_1^2 - Z \gamma_1) - \frac{f_3 f_4}{3f_1 f_2} (1 + 3Z^2 \gamma_1^2 / 5 - 8Z \gamma_1 / 5) \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Finalement, en utilisant les équations (3.26)-(3.29), nous établissons l'équation de type Korteweg-de Vries (K- dV) suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A_1 \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B_1 \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.31)$$

où A_1 et B_1 traduisent, respectivement, la non linéarité et la dispersion et sont donnés par

$$A_1 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} - \frac{\delta Z^2}{2} + \frac{\Delta \gamma_1}{\lambda^2} - \frac{3\Delta}{2\lambda^4} + \Delta \gamma_2 \right\} \quad (3.32)$$

$$B_1 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \quad (3.33)$$

La solution stationnaire et localisée de (3.31) est donnée par[105]

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\xi - U_0 \tau}{\rho} \right) \quad (3.34)$$

où $\Phi_m = 3U_0/A_1$ et $\rho = \sqrt{4B_1/U_0}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton et U_0 sa vitesse.

3.4.1 Résultats numériques et discussion

Il est important de noter, avant de procéder à notre analyse numérique, que les expressions des coefficients non linéaire A_1 et dispersif B_1 dépendent explicitement du nombre d'ions négatifs non thermiques. Par conséquent, la non thermalité des ions négatifs peut modifier les caractéristiques de l'onde acoustique poussiéreuse que peut propager notre modèle de plasma. Dans cette section, le rapport entre la fréquence plasma poussiéreuse et la fréquence de charge du grain est très petit et le choix des paramètres est soumis à cette condition. Pour cela, nous avons utilisé les paramètres d'un plasma poussiéreuse électronégatif de laboratoire[106]. Les paramètres physiques inhérents à ce dernier sont : $n_{+0} \sim 4 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$, $n_{d0} \sim 4 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$, $r_d \sim 1 \text{ } \mu\text{m}$, $T_- = 0.1 \text{ eV}$, $T_+ = 0.2 \text{ eV}$, $m_- \sim 3.2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ et $m_+ \sim 6.69 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. Dans ce cas, le rapport de fréquences $\omega_{pd}/\nu_{ch} = 0.79 \times 10^{-5} \approx 0$ pour $\delta = 0.4$. La variation du coefficient non linéaire et celui de la dispersion en fonction de $\delta = Z_- n_{-0}/n_{+0}$ sont représentés, respectivement, dans les figures 13 et 14. Nos résultats numériques montrent que la valeur absolue du terme non linéaire augmente à mesure que le rapport de densité δ augmente. Cette augmentation est plus effective pour les petites valeurs du paramètre non thermique α (Fig. 13), c'est à dire que l'amplitude du soliton ($\propto 1/A_1$) diminue à mesure que δ augmente. La figure 14 indique que la dispersion diminue avec l'augmentation du nombre d'ions négatifs présents dans notre plasma. Les valeurs de

cette dispersion sont décalées vers les grandes valeurs à mesure que les ions négatifs tendent à restaurer leur équilibre thermodynamique ($\alpha \rightarrow 0$).

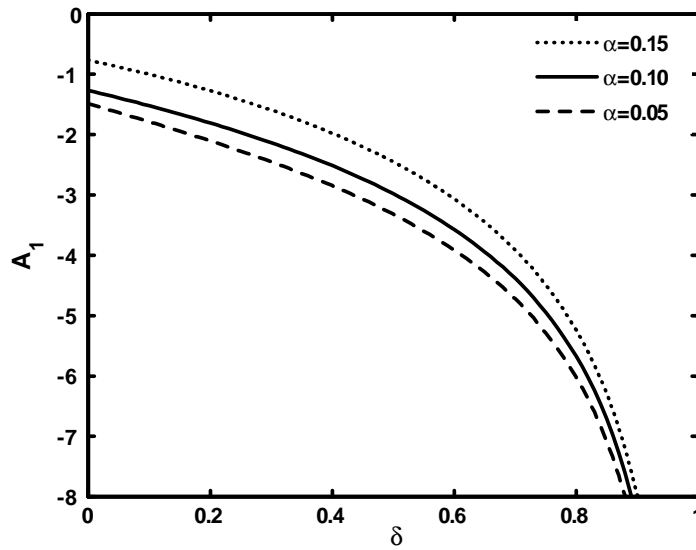


Figure 13 : Variation du coefficient non linéaire A_1 en fonction du paramètre $\delta = Z_- n_{0-}/n_{0+}$ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.5$, $Z = 1.1$ et $Z_- = 2$.

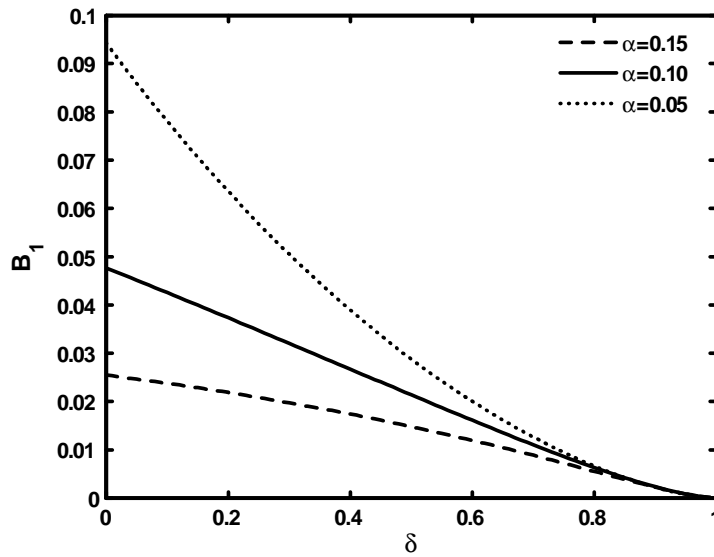


Figure 14 : Variation du coefficient dispersif B_1 en fonction de δ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.5$, $Z = 1.1$ et $Z_- = 2$.

3.5 Cas non adiabatique de la variation de la charge du grain de poussière

Nous allons maintenant reprendre l'analyse précédente en tenant compte de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière. En effet, le terme convectif de l'équation (3.16) n'est plus négligeable. Le but de cette étude est de voir dans quelle mesure la variation non adiabatique ($I_+ + I_- \neq 0$) de la charge peut- elle affecter le soliton acoustique poussiéreux de la section précédente. Rappelons que le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est supposé, dans cette partie, petit mais fini ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$). Notons qu'il est maintenant admis que la variation non adiabatique de la charge des grains introduit un nouveau mécanisme de dissipation de l'énergie dit mécanisme de la dissipation anormale ou non collisionnelle.

3.5.1 Equation de type Korteweg- de Vries amortie

Nous allons reprendre les mêmes étapes que la section précédente avec, cependant, la prise en compte de l'approximation suivante[41]

$$\nu_{ch}/\omega_{pd} = \nu_d \epsilon^{3/2} \quad (3.35)$$

En portant les équations (3.14) et (3.15) dans (3.13) et en gardant à l'esprit qu'à l'équilibre $Q_d(\Phi = 0) = -Z_d e$, nous obtenons

$$\frac{\partial Q^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \implies Q^{(1)} = Q^{(1)}(\tau) = 0 ; \quad \lambda \frac{\partial Q^{(2)}}{\partial \xi} = \nu_d \gamma_1 \Phi^{(1)} \quad (3.36)$$

De même que précédemment, à l'ordre le plus petit en ϵ , nous obtenons la relation suivante

$$V_d^{(1)} = \lambda N_d^{(1)} = \frac{-1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (3.37)$$

où

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Delta}{1/\sigma - \delta Z_-(\beta - 1)}} \quad (3.38)$$

Aux ordres les plus élevés en ϵ , en substituant l'équation (3.36) dans les équations (3.26)-(3.28) et en réarrangeant les termes de ces dernières, nous obtenons l'équation de type Korteweg-de Vries amortie suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A_2 \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B_2 \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + C_2 \Phi^{(1)} = 0 \quad (3.39)$$

où A_2 , B_2 et C_2 représentent, respectivement, les coefficients non linéaire, dispersif et dissipatif et sont donnés par

$$A_2 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} - \frac{\delta Z_-^2}{2} - \frac{3\Delta}{2\lambda^4} \right\} \quad (3.40)$$

$$B_2 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \quad (3.41)$$

$$C_2 = \frac{\nu_d \lambda^2 \gamma_1}{2} \quad (3.42)$$

Rappelons qu'une équation de même type a déjà été obtenue, dans le contexte de l'onde acoustique poussiéreuse (DA), par Rao et Shukla[107] et Ghosh[41]. Les expressions de A_2 , B_2 et C_2 indiquent, respectivement, que les coefficients non linéaire, dispersif et dissipatif (terme d'amortissement) dépendent sensiblement du paramètre non thermique α . Notons aussi que le coefficient d'amortissement (3.42) s'annule dans deux situations : pour $\nu_d = 0$ et pour $\delta = Z_- n_{-0}/n_{+0} = 1$. Le premier cas entraîne, en vertu de l'équation (3.35), l'annulation du second membre de l'équation (3.16), alors que le deuxième reflète l'absence des grains de poussière. Par conséquent, l'amortissement n'est dû qu'à la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière.

Résultats et discussion

Analysons maintenant le comportement de l'amortissement non linéaire. Rappelons que dans cette section, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est supposé petit mais fini. En effet, les valeurs des paramètres plasma ont été choisies de telle manière que cette condition soit satisfaite. Pour cela nous avons utilisé les paramètres physique d'un plasma électronégatif poussiéreux cosmique[106], [108]-[110] ($n_{+0} \sim 10^9 \text{ m}^{-3}$, $n_{d0} \sim 10^7 \text{ m}^{-3}$, $r_0 = 0.1 \text{ } \mu\text{m}$, $T_+ = 0.013 \text{ eV}$, $m_+ = m_- = 2.7 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$) où $\omega_{pd}/\nu_{ch} = 0.32$ pour $\delta = 0.4$. La figure 15 montre la variation de l'amortissement non linéaire C_2 en fonction de δ pour différentes valeurs de α . Nos résultats numériques montrent que le coefficient C_2 décroît à mesure que le rapport de densités δ augmente. Autrement dit, l'amortissement tend à devenir négligeable à mesure que l'appauvrissement en grains de poussière devient important (disparaît complètement pour $\delta = Z_- n_{-0}/n_{+0} = 1$ ou $n_{d0} = 0$). Par conséquent, ce phénomène de dissipation n'est dû qu'à la variation de la charge des grains de poussière. Des résultats qualitativement similaires et pour un autre modèle de plasma ont été obtenus par Ghosh[41] et récemment par Younsi et Tribeche[111]. Par ailleurs, l'amortissement est sensiblement modifié par les effets non thermiques. L'amortissement C_2 croît à mesure que le paramètre non thermique augmente, révélant ainsi que lorsque les ions négatifs évoluent loin de leur équilibre thermodynamique

la dissipation anormale devient plus dominante (Fig. 15). Pour une valeur donnée de δ , la figure 16 montre que le coefficient C_2 croît à mesure que le rapport de températures $\sigma = T_+/T_-$ augmente. Par conséquent, l'onde acoustique poussiéreuse supporte un fort amortissement pour les grandes valeurs du rapport de températures σ .

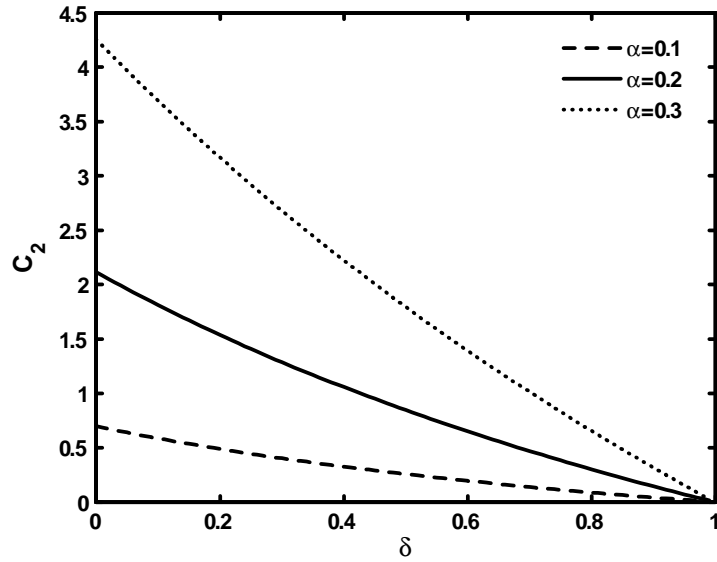


Figure 15 : Variation du coefficient d'amortissement C_2 en fonction de $\delta = Z_- n_{0-}/n_{0+}$ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.5$, $Z = 1.1$, $Z_- = 2$ et $\nu_d = 1$.

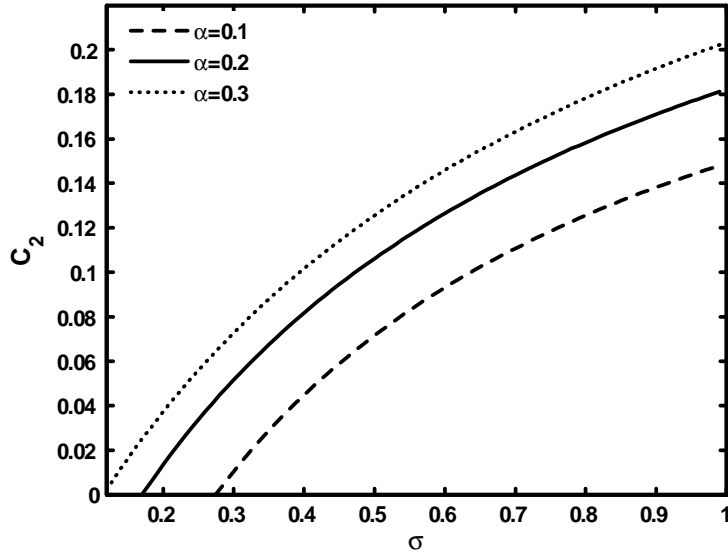


Figure 16 : Variation du coefficient d'amortissement C_2 en fonction du rapport de températures σ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\delta = 0.2$. Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 15.

3.5.2 Solution en onde de choc de l'équation K-dV amortie

L'existence de la solution en onde solitaire de l'équation de K-dV résulte d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion: la non linéarité a tendance à localiser l'excitation alors que la dispersion l'étale. Il est important de noter que cet équilibre est stable. Si au cours de la résolution de l'équation K-dV, nous démarrons d'une condition initiale "spatialement trop étroite", l'onde aura tendance à s'étaler jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. Au contraire, si l'on démarre d'une condition initiale trop étalée, la non linéarité aura tendance à localiser la solution jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. C'est cette remarquable propriété qui rend le concept de soliton si utile et si fascinant. En raison du terme d'amortissement introduit par la variation de la charge des grains, une solution analytique de l'équation (3.39) (contrairement à l'équation K-dV ordinaire[105]) n'est pas possible. Cependant, une solution approchée décrivant l'évolution spatio-temporelle du pulse solitaire est possible et est donnée par[41], [111]

$$\Phi^{(1)} = \Phi_m^{(1)}(\tau) \text{Sech}^2 \left[\sqrt{\frac{A_2 \Phi_m^{(1)}(\tau)}{12 B_2}} (\xi - U\tau) \right] \quad (3.43)$$

où $\Phi_m^{(1)} = \Phi_0^{(1)} \exp(-C_2\tau)$ et $U = (A_2 \Phi_0^{(1)}/2) \exp(-C_2\tau)$ décrivent, respectivement, l'amplitude et la vitesse du soliton. La figure 17 représente l'évolution temporelle de l'amplitude de

l'onde solitaire $\Phi_m^{(1)}/\Phi_0^{(1)}$ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . La diminution de α entraîne une décroissance plus rapide de l'amplitude de l'onde solitaire.

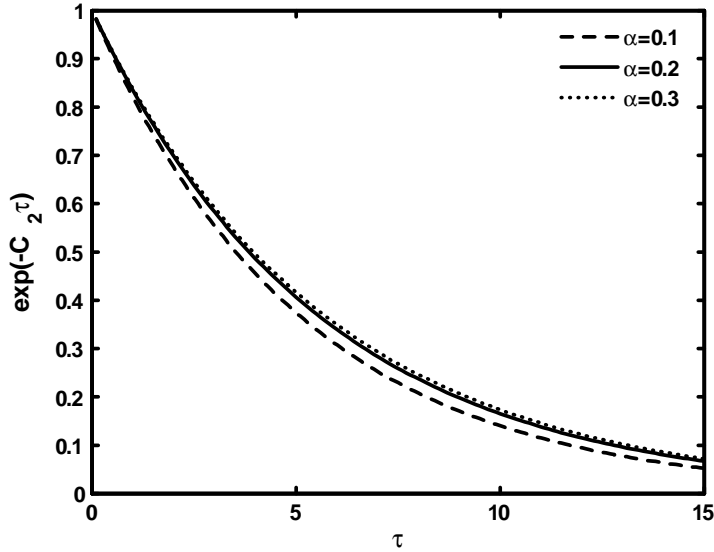


Figure 17 : Evolution temporelle de l'amplitude de l'onde solitaire pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.5$, $Z = 1.1$, $Z_- = 1$, $\delta = 0.4$ et $\nu_d = 1$.

Analysons maintenant numériquement l'équation (3.39). Nous allons chercher, au lieu d'une solution d'évolution spatio-temporelle, simplement une solution stationnaire dans un repère se déplaçant à une certaine vitesse U_0 . Pour cela, nous utilisons le changement de variable $\zeta = (\xi - U_0\tau)$ et nous obtenons l'équation différentielle ordinaire d'ordre 3 suivante

$$-U_0 \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + A_2 \psi \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + B_2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \zeta^3} + C_2 \psi = 0 \quad (3.44)$$

où $\psi = \Phi^{(1)}(\zeta)$. Cette dernière peut être intégrée pour obtenir

$$B_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + \frac{A_2}{2} \psi^2 - U_0 \psi + C_2 \int \psi d\zeta = 0 \quad (3.45)$$

En l'absence de l'amortissement non collisionnel ($C_2 = 0$), l'équation (3.45) se réduit à

$$B_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + \frac{A_2}{2} \psi^2 - U_0 \psi = 0 \quad (3.46)$$

L'équation (3.46) est complètement intégrable numériquement. La figure 18 représente la variation du potentiel électrostatique ψ en fonction de ζ . Le résultat numérique montre qu'à mesure que α augmente (le caractère non thermique du plasma électronégatif devient plus important), l'amplitude et la largeur du soliton augmentent.

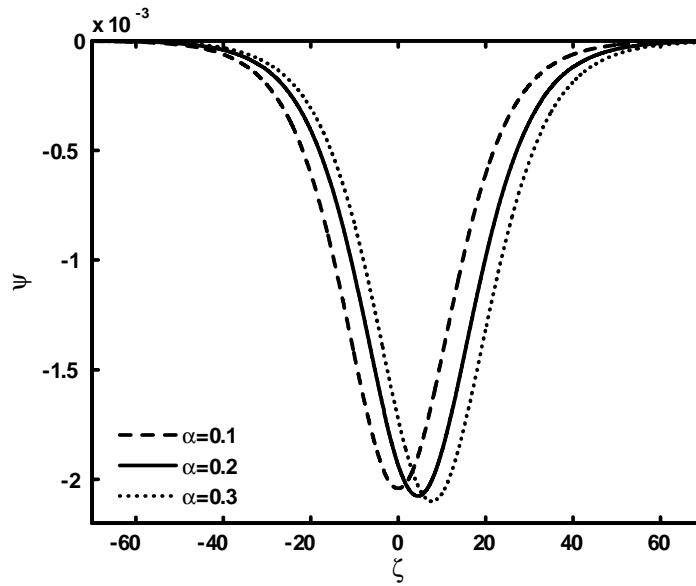


Figure 18 : Potentiel électrostatique solitaire ψ de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 17.

Pour $C_2 \neq 0$, l'intégration numérique de l'équation (3.45) révèle le caractère dissipatif du terme additionnel C_2 , i.e., le phénomène de variation de la charge électrique du grain de poussière fournit un mécanisme physique alternatif de dissipation de l'énergie. Comme conséquence, l'amplitude de l'onde solitaire décroît et la conservation de la masse totale du soliton donne lieu à la formation et au développement d'une queue, dite "queue de bruit (noise tail)". Des effets similaires ont d'ailleurs été rapportés dans de récentes publications traitant des effets de l'amortissement non linéaire causé par la variation de la charge du grain sur l'onde acoustique poussiéreuse[111]. C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau, ni "viscosité" résultant de collisions entre les grains et le reste des particules[87]. La figure 19 montre qu'à mesure que le caractère non thermique augmente, la dissipation anormale devient plus importante. Cela signifie que plus la fraction des ions négatifs énergétiques devient importante, plus fort est l'amortissement non linéaire de l'onde.

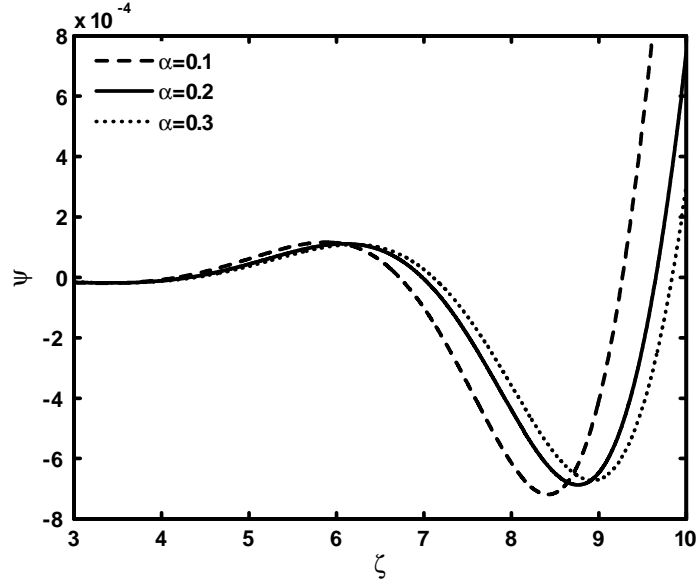


Figure 19 : Profil de l'onde pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 17.

3.5.3 Equation de type Korteweg- de Vries Burger (K-dVB)

Nous restons toujours dans le cas de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière et nous allons montrer que parfois, l'évolution de l'onde acoustique poussiéreuse (en présence de dissipation) est gouvernée par un autre type d'équation non linéaire. Pour cela, nous considérons l'approximation suivante[43]

$$\omega_{pd}/\nu_{ch} = \nu_d \sqrt{\epsilon} \quad (3.47)$$

A l'instar de la section précédente, l'équation de la charge (3.20) peut être réécrite sous la forme

$$Q^{(1)} = -\gamma_1 \Phi^{(1)} \quad (3.48)$$

$$Q^{(2)} = \nu_d \lambda \frac{\partial Q^{(1)}}{\partial \xi} - \gamma_1 \Phi^{(2)} + \gamma_2 [\Phi^{(1)}]^2 \quad (3.49)$$

A l'ordre le plus petit en ϵ , nous obtenons la même expression de la vitesse de phase que dans le cas de la première partie de ce chapitre

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Delta}{1/\sigma - \delta Z_-(\beta - 1) + \Delta \gamma_1}} \quad (3.50)$$

Aux ordres les plus élevés en ϵ , en substituant les équations (3.48), (3.49) et (3.30) dans le système d'équations (3.26)-(3.28) et en reprenant les mêmes étapes de calcul mathématique

que précédemment, nous obtenons l'équation dite de type K-dV Burger suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A_3 \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B_3 \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = C_3 \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (3.51)$$

où les coefficients A_3 , B_3 et C_3 traduisent, respectivement, la non linéarité, la dispersion et la dissipation et sont donnés par

$$A_3 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} - \frac{\delta Z_-^2}{2} + \frac{\Delta \gamma_1}{\lambda^2} - \frac{3\Delta}{2\lambda^4} + \Delta \gamma_2 \right\} \quad (3.52)$$

$$B_3 = \frac{\lambda^3}{\Delta} \quad (3.53)$$

$$C_3 = \frac{\nu_d \lambda^4}{2} \gamma_1 \quad (3.54)$$

Comme dans le cas de l'équation K-dV amortie précédente, le terme de Burger (3.54) dépend explicitement du paramètre non thermique, du rapport de températures σ et du nombre de charge des ions négatifs Z_- . Ce terme dissipatif s'annule dans le cas où $\nu_d = 0$ ou $\delta = Z_- n_{0-}/n_{0+} = 1$. Rappelons que le premier cas annule le second membre de l'équation de charge (3.16) et le deuxième reflète l'absence des grains de poussière. Par conséquent, l'amortissement de Burger n'est dû qu'à la variation de la charge des grains de poussière. La variation du coefficient d'amortissement de Burger en fonction de δ est représentée dans la figure 20. Cette dernière montre que le coefficient d'amortissement C_3 décroît avec l'augmentation de δ et s'annule pour $\delta = 1$ ($n_{d0} = 0$), révélant ainsi que l'effet de l'amortissement n'est dû qu'à la variation de la charge des grains de poussière. L'augmentation du nombre d'ions négatifs non thermiques α entraîne un accroissement très important de l'amortissement C_3 (Fig. 20). Autrement dit, lorsque les ions négatifs évoluent loin de leur équilibre thermodynamique, le phénomène de la dissipation anormale (interprétée, dans notre cas, par l'amortissement dû à la variation de la charge des grains) devient important. Par ailleurs, nos résultats numériques, en comparant les deux figures 15 et 20, indiquent que pour des valeurs fixes de α et δ , l'amortissement de Burger C_3 est plus important que l'amortissement C_2 . Cela signifie que l'amortissement non collisionnel dépend de l'ordre de la perturbation du rapport de fréquences.

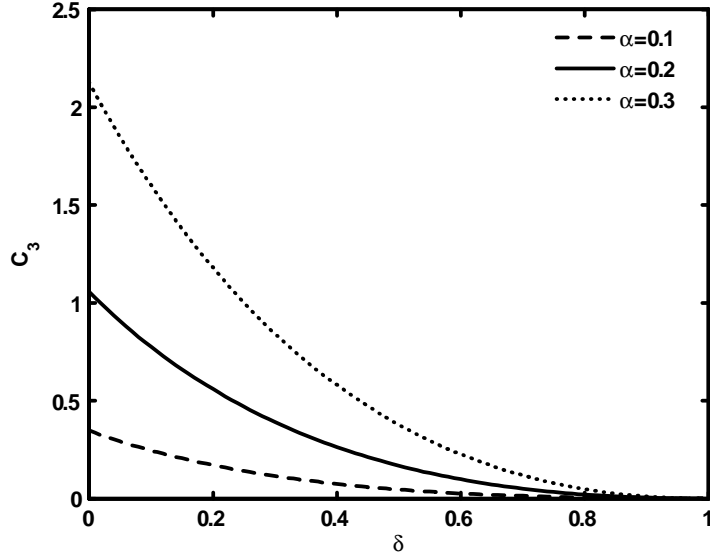


Figure 20 : Variation du coefficient de Burger C_3 en fonction de $\delta = Z_- n_{0-} / n_{0+}$ pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 15.

3.5.4 Solution en onde de choc de l'équation KdV-Burger

Il est bien connu que l'équation KdV- Burger décrit, en général, l'évolution spatio- temporelle d'une perturbation en onde de choc. Le critère de formation de cette onde de choc est que le coefficient du terme de Burger C_3 soit positif ($C_3 > 0$), sinon l'obtention d'une solution stable ne serait pas possible. Pour une variation de charge nulle ($C_3 = 0$), cas de dissipation nulle, l'équation (3.51) se réduit à celle de Korteweg- de Vries (3.31) qui admet comme solution des structures solitaires. Par ailleurs, en utilisant le changement de variable suivant $\zeta = (\xi - U_0\tau)$, il devient possible d'obtenir, en régime stationnaire, une équation différentielle ordinaire de troisième ordre en $\psi = \Phi^{(1)}(\zeta)$. Une première intégration de cette dernière donne

$$B_3 \frac{d^2\psi}{d\zeta^2} - C_3 \frac{d\psi}{d\zeta} + \frac{A_3}{2} \psi^2 - U_0\psi = 0 \quad (3.55)$$

où nous avons imposé des conditions aux limites appropriées, à savoir, $\psi \rightarrow 0$, $d\psi/d\zeta \rightarrow 0$ et $d^2\psi/d\zeta^2 \rightarrow 0$ lorsque $\zeta \rightarrow \pm\infty$. En multipliant les deux membres de l'équation (3.55) par $d\psi/d\zeta$, et en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature

$$\frac{B_3}{2} \left(\frac{d\psi}{d\zeta} \right)^2 + V(\psi) = 0 \quad (3.56)$$

où le potentiel de Sagdeev dans notre cas est donné par

$$V(\psi) = \frac{A_3}{6}\psi^3 - \frac{U_0}{2}\psi^2 - C_3 \int \left(\frac{d\psi}{d\zeta} \right)^2 d\zeta$$

L'équation (3.56) peut être perçue comme l'équation du mouvement de la pseudo particule de masse B_3 occupant la position ψ au temps ζ dans un champ de force dérivant du potentiel $\frac{A_3}{2}\psi^2 - U_0\psi$ et soumise à l'effet de la force "visqueuse" de coefficient C_3 . La quasi-particule ressent l'effet d'une force de friction de coefficient C_3 susceptible de donner lieu à l'émergence d'une onde de choc non collisionnelle[90] dans la mesure où aucune viscosité ou amortissement résultant de collisions entre les grains et les particules du plasma ne sont requis. La solution de l'équation (3.55) est une onde de choc[112] dont la vitesse U_0 est reliée aux valeurs extrêmes par $\psi(\zeta = -\infty) - \psi(\zeta = \infty) = \frac{2U_0}{A_3}$. La nature (oscillatoire ou monotone) de ces structures de choc dépend aussi bien de l'importance de la dissipation présente dans notre système- plasma que des valeurs relatives entre les termes dispersif et dissipatif B_3 et C_3 . Considérons maintenant une situation où l'on peut négliger le terme dispersif. L'équation (3.55) peut alors être réécrite sous la forme

$$\left(\psi - \frac{U_0}{A_3}\psi \right) \frac{d\psi}{d\zeta} = \frac{C_3}{A_3} \frac{d^2\psi}{d\zeta^2} \quad (3.57)$$

Cette dernière peut être intégrée (en utilisant le fait que ψ est limitée lorsque $\zeta \rightarrow \pm\infty$) pour obtenir

$$\Phi^{(1)} = \Phi_{sh} \{1 - \tanh(\zeta/\rho_{sh})\} \quad (3.58)$$

où $\Phi_{sh} = U_0/A_3$ et $\rho_{sh} = 2C_3/U_0$. L'équation (3.58) représente une solution en onde de choc à profil monotone dont la vitesse, l'amplitude et la largeur sont données par U_0 , Φ_{sh} et ρ_{sh} , respectivement. Dans les plasmas électronégatifs de laboratoire[106], la fréquence d'oscillation est très petite devant la fréquence de charge du grain ($\omega_{pd} \ll \nu_{ch}$) et l'onde acoustique solitaire est gouvernée par l'équation de type K- dV [voir (3.31)]. D'autre part, dans les plasmas cosmiques[113], [114] le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$). Dans ce cas, l'onde acoustique solitaire peut être décrite par une équation de type K-dV Burger [voir (3.42)]. Nos résultats numériques révèlent que notre modèle de plasma admet des ondes de choc non collisionnelles à profil monotone. Ces dernières sont sensiblement affectées par les effets non thermiques des ions négatifs. La figure 21 montre que l'amplitude de l'onde de choc raréactive diminue à mesure que le paramètre non thermique α diminue. Au delà d'une certaine valeur du paramètre α , notre modèle de plasma peut propager des

ondes de choc compressive dont l'amplitude augmente lorsque les ions négatifs tendent à restaurer leur équilibre thermodynamique (Fig. 22).

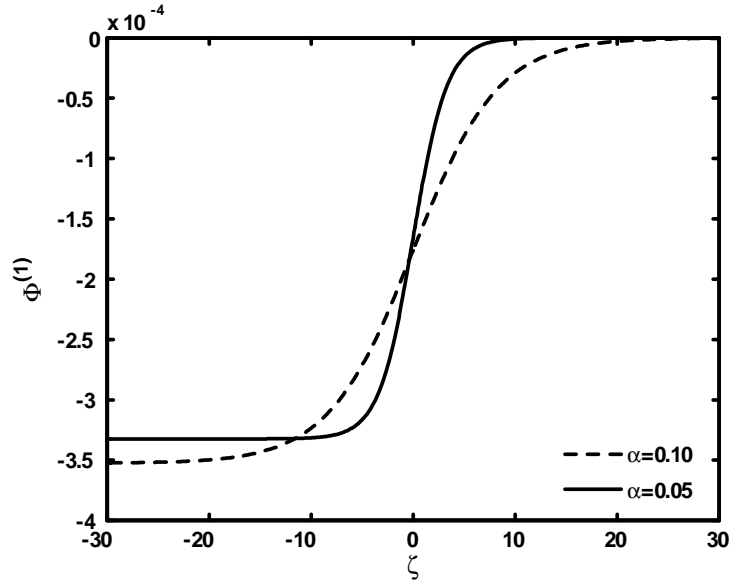


Figure 21 : Profil monotone de l'onde de choc raréactive pour deux valeurs différentes du paramètre non thermique α , avec $\sigma = 0.5$, $Z = 1.1$, $Z_- = 2$, $\delta = 0.8$, $U_0 = 0.001$ et $\nu_d = 1$

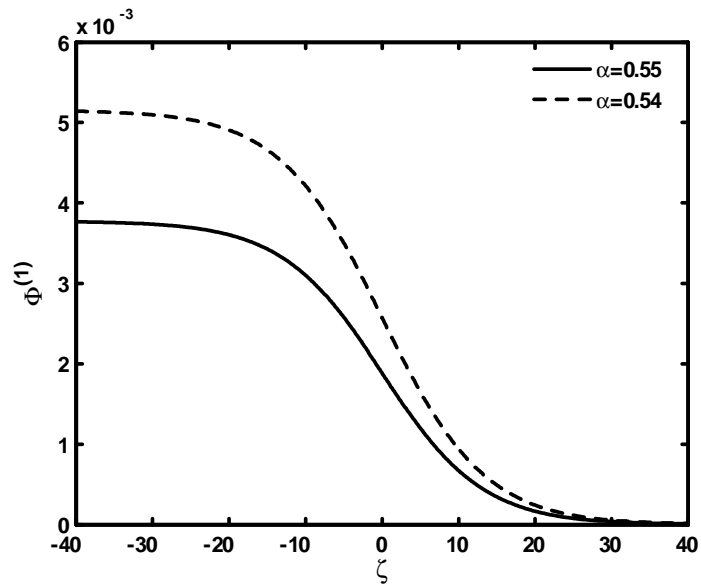


Figure 22 : Profil monotone de l'onde de choc compressive pour deux valeurs différentes du paramètre non thermique α . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure

21.

4

Mode acoustique poussiéreux dans un plasma poussiéreux à charge variable en présence d'ions non thermiques non extensifs

De nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence de particules énergétiques dans une variété de plasmas astrophysiques. Les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non thermique[115]. Les observations faites par la navette spatiale Viking[116] et le satellite Freja[117] ont révélé l'existence, dans la magnétosphère, de structures solitaires associées à des dépressions de densité. Cairns *et al.*[102], [118], [119] ont alors montré qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature de l'onde acoustique ionique solitaire et permettre l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles déjà observées par Freja et Viking. Récemment, Amour et Tribeche[85] ont analysé l'effet des ions non thermiques sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma complexe a charge variable. Cependant, tous ces travaux ont été réalisés dans le contexte du formalisme de la statistique de Boltzmann- Gibbs (cas de l'additivité standard des entropies). Ces dernières années, l'entropie non additive de Tsallis[11] et les statistiques généralisées qui s'en suivirent ont été exploitées avec succès dans la physique des plasmas[14]-[17]. Une généralisation non extensive appropriée de l'entropie de BGS a été identifiée pour la première fois par Renyi[10] et proposée bien plus tard par Tsallis[11], en prolongeant l'additivité standard des entropies au cas non extensif caractérisé par un paramètre particulier, appelé indice entropique q , qui

désigne le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond au cas extensif de BGS). Cette entropie non additive de Tsallis a été exploitée avec succès dans un large éventail de phénomènes[67],[120]. Bien entendu, la distribution de Maxwell- Boltzmann est universellement valide pour des systèmes en équilibre macroscopique. Par ailleurs, la généralisation non extensive de l'entropie de BGS est due au fait qu'il est maintenant admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. D'ailleurs, les résultats d'une expérience de propagation d'ondes électrostatiques planes dans un plasma thermique non collisionnel pointent en faveur d'une classe de distributions de Tsallis dont le paramètre non extensif q est plus petit que l'unité[17]. C'est pourquoi, le but de ce chapitre est de généraliser les travaux de Cairns *et al.*[102] et de revisiter la non thermalité des particules dans le cadre théorique de la statistique non extensive de Tsallis[11].

4.1 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma poussiéreux non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons, d'ions et de grains de poussière négatifs de densités respectives n_e , n_i et n_d . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon r_d , de masse m_d et de charge $q_d = -Z_d e$. La densité des électrons, distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann, est donnée par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (4.1)$$

L'indice $j = e, i, d$ désigne, respectivement, les électrons, les ions et les grains de poussière, ϕ représente le potentiel électrostatique, n_{j0} la densité numérique à l'équilibre et T_j la température des particules d'espèce j . Les grains de poussière sont décrits par un faisceau froid de grains de poussière que l'on peut modéliser grâce à la fonction de distribution suivante[85], [86]

$$F_d = (x, \tilde{v}_d) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} \delta(v_{d0} - \tilde{v}_d) \quad (4.2)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\Phi\right) \quad (4.3)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution précédente sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\Phi q_d d\Phi\right)^{1/2}} \quad (4.4)$$

Les ions sont supposés être non extensifs et non thermiques et sont décrits par la fonction de distribution des vitesses suivante[121]

$$F_i(v_i) = C_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{v_{ix}^2}{v_{ti}^2} + 2 \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{v_{ix}^2}{2v_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.5)$$

où $v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ est la vitesse thermique ionique et α est un paramètre déterminant le nombre d'ions non thermiques présents dans notre modèle de plasma. $C_{q,\alpha}$ est la constante de normalisation et q est le paramètre entropique désignant le degré de non extensivité. Il est utile de noter que pour $q < -1$, la fonction de distribution (4.5) est non normalisable[17]. Dans le cas de la limite extensive ($q \rightarrow 1$), la distribution (4.5) se réduit à la distribution non thermique des vitesses, bien connue, de Cairns. Il est aisé de vérifier qu'en raison de $\left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{v_{ix}^2}{2v_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\} \geq 0$, la distribution (4.5) exhibe (pour $q > 1$) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des ions, donnée par

$$v_{i\max} = \sqrt{\frac{2T_i}{m_i} \left(\frac{1}{q-1} - \frac{e\phi}{T_i} \right)} \quad (4.6)$$

La constante $C_{q,\alpha}$ peut être déterminée en moyennant la fonction de distribution sur tout l'espace des vitesses. Dans ce cas ($\phi = 0$), la distribution (4.5) et la vitesse maximale (4.6) se réduisent, respectivement, à

$$F_{i0}(v_{ix}) = C_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \frac{v_{ix}^4}{v_{ti}^4} \right\} \left\{ 1 - (q-1) \frac{v_{ix}^2}{2v_{ti}^2} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.7)$$

et

$$v_{i\max 0} = \sqrt{2T_i/m_i(q-1)} \quad (4.8)$$

La constante $C_{q,\alpha}$ peut être déduite à partir des intégrales suivantes

$$n_{i0} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{i0}(v_{ix}) dv_{ix}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{i\max 0}}^{+v_{i\max 0}} F_{i0}(v_{ix}) dv_{ix}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

Celle-ci est donnée par

$$C_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{i0} \sqrt{\frac{m_i}{2\pi T_i}} \frac{(1-q)^{5/2} \Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2})(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2})(1-q)^2]}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{i0} \sqrt{\frac{m_i}{2\pi T_i}} \frac{(q-1)^{1/2}}{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})} \frac{1 + \frac{3\alpha}{(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2})(q-1)^2}}{1}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.10)$$

où Γ est la fonction gamma standard. Notons que pour $\alpha = 0$, nous retrouvons l'expression de la constante de normalisation de la distribution des ions non extensifs. La figure 23 illustre la fonction de distribution unidimensionnelle $F(V) = F_{i0}/C_{q,\alpha}$ (où $V = v_{ix}/v_{ti}$) pour différentes valeurs de q . Pour $q = 1$, la distribution de Cairns classique est retrouvée. A mesure que q augmente (le caractère non extensif des ions non thermiques augmente), les "épaules" de la distribution deviennent moins importantes et les états d'énergie élevée sont moins probables que dans le cas non thermique extensif. Pour $q < 1$ (Fig. 24), les états d'énergie élevée sont plus probables que dans le cas purement non thermique[121], [122].

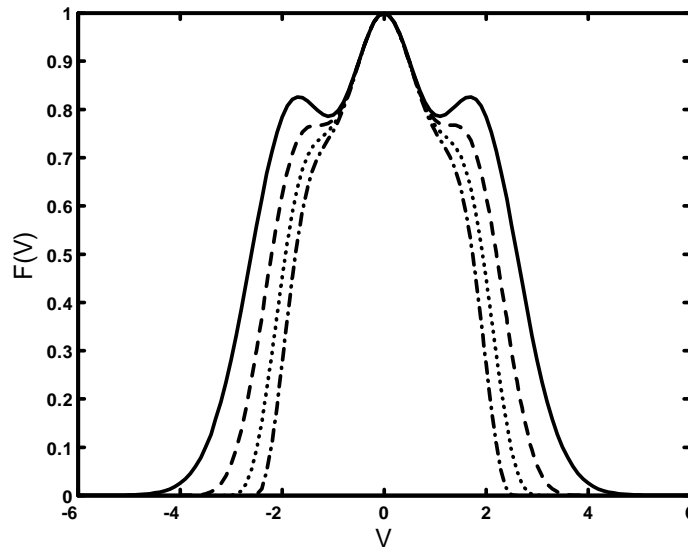


Figure 23 : Tracé de $F_{i0}/C_{q,\alpha}$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 1.1 (tirets), 1.2 (pointillés) et 1.3 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.3$.

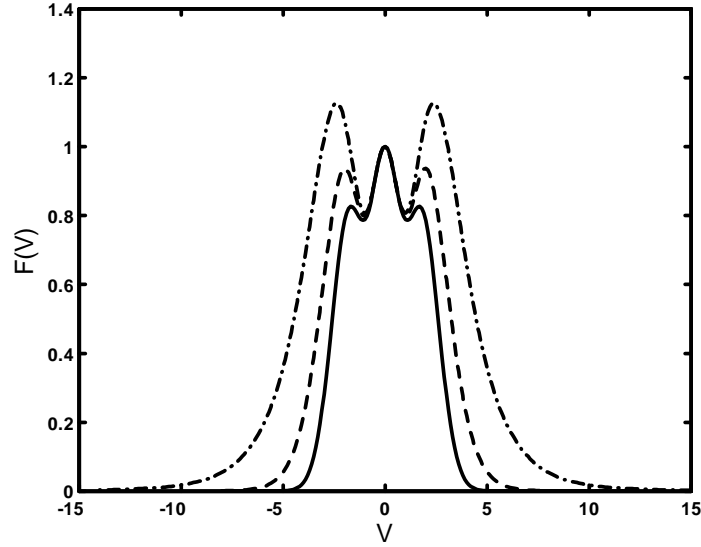


Figure 24 : Tracé de $F_{i0}/C_{q,\alpha}$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 0.9 (tirets) et 0.8 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.3$.

En intégrant la distribution (4.5) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des ions non thermiques et non extensifs suivante

$$n_i(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} F_i(v_i) dv_i, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} F_i(v_i) dv_i, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$= n_{i0} \left\{ 1 - (q-1) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \left\{ A_1 \frac{e^2 \phi^2}{T_i^2} + A_2 \frac{e\phi}{T_i} + 1 \right\} \quad (4.12)$$

où

$$A_1 = \frac{(1-q)^2 \left\{ 4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) - 4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) + 3\alpha \right\}}{(1-q)^2 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) + 3\alpha} \quad (4.13)$$

$$A_2 = \frac{(q-1) \left\{ 4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) - 6\alpha \right\}}{(1-q)^2 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) + 3\alpha} \quad (4.14)$$

Notons que lorsque $q \rightarrow 1$ (limite extensive), nous retrouvons l'expression bien connue[119]

$$n_i(\phi) = n_{i0} \left\{ 1 + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) \left[1 + \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) \right] \right\} \exp \left(\frac{-e\phi}{T_i} \right) \quad (4.15)$$

de la densité ionique de Cairns. D'un autre côté, pour $\alpha = 0$, l'expression de la densité (4.12) se réduit à celle des ions non extensifs

$$n_i(\phi) = n_{i0} \left\{ 1 + (1-q) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (4.16)$$

A l'équilibre, la condition de quasi- neutralité requiert $f = n_{i0}/n_{e0} = Z_d n_{d0}/n_{e0} + 1$. En introduisant les variables adimensionnelles suivantes, $\Phi = e\phi/T_i$, $X = x/\lambda_D$, $Q_d = eq_d/r_d T_i$, où $\lambda_D = (T_i/4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ représente la longueur de Debye, l'équation de Poisson peut alors s'écrire sous la forme suivante

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = -N_i + \frac{N_e}{f} + \frac{(f-1)}{f} \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (4.17)$$

avec

$$N_e = \exp(\Phi/\sigma)$$

$$N_i = \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \{A_1 \Phi^2 + A_2 \Phi + 1\} \quad (4.18)$$

et

$$N_d = (1 - \chi/\gamma^2)^{-1/2} \quad (4.19)$$

où $\chi = \int_0^\Phi Q_d d\Phi$, $\sigma = T_e/T_i$ et $\gamma = 2T_i^2 r_d / m_d e^2 v_{d0}^2$.

4.2 Equation de la charge du grain de poussière

La charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self- consistante à partir de l'équation

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (4.20)$$

où I_e et I_i représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont données par[121],

$$I_e = -\pi r_d^2 e n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp[1/\sigma(Q_d + \Phi)] \quad (4.21)$$

$$I_i = \pi r_d^2 e \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} (1 - Q_d) \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \{A_1 \Phi^2 + A_2 \Phi + 1\} \quad (4.22)$$

La charge du grain de poussière devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self- consistante aux autres variables dynamiques du plasma telles la densité numérique des particules et le potentiel électrostatique.

4.3 Cas de la variation adiabatique de la charge des grains de poussière

A l'instar du chapitre 3, l'équation de la charge du grain $dq_d/dt = I_e + I_i$ peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \frac{dq_d}{d(\omega_{pd}t)} = \frac{I_e + I_i}{\nu_{ch}} \quad (4.23)$$

où

$$\begin{aligned} \nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_e} \left[\frac{\partial(I_e + I_i)}{\partial Q_d} \right]_{\Phi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \left(\frac{8\pi e^4 r_d^2 n_{i0}^2}{m_i T_i \sigma^2} \right)^{1/2} \left[\sqrt{\frac{\mu \exp(Q_{d0})}{\sigma f}} + 1 \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

est la fréquence de charge des grains de poussière et

$$\omega_{pd} = \left(\frac{4\pi n_{d0} q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} = \left(\frac{r_d^2 T_i^2 4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{e^2 m_d} \right)^{1/2} \quad (4.25)$$

représente la fréquence plasma du grain. Rappelons, avant d'aller plus loin, que dans la théorie de la variation adiabatique de la charge où la somme des courants est nulle, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$). Dans ce cas, la charge des grains de poussière atteint instantanément sa valeur d'équilibre. Par contre, dans la théorie de la variation non adiabatique ($I_e + I_i \neq 0$) de la charge électrique du grain, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} est petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ [103], [104]. En effet, la charge du grain n'atteint pas instantanément sa valeur d'équilibre et induit un phénomène dissipatif qui donne naissance à des ondes de choc non collisionnelles. A partir des équations (4.24) et (4.25), le rapport ω_{pd}/ν_{ch} peut être exprimé sous la forme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left(\frac{T_i^3 n_{d0} Q_{d0}^2 m_i \sigma^2}{2n_{i0}^2 m_d e^6} \right)^{1/2} \left[\sqrt{\frac{\mu \exp(Q_{d0})}{\sigma f}} + 1 \right]^{-1} \quad (4.26)$$

Le rapport précédent doit être très petit ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$) et le choix des paramètres doit être soumis à cette condition. Par conséquent, le terme convectif de l'équation (4.20) peut être négligé et nous obtenons

$$I_e + I_i \approx 0 \quad (4.27)$$

En remplaçant les expressions (4.21) et (4.22) dans (4.27), nous obtenons la relation liant la charge du grain au potentiel électrostatique non linéaire, exprimée en terme de la fonction

de Lambert[121]

$$Q_d = 1 - W \left\{ \frac{A_3 \sqrt{\frac{\mu}{\sigma}} \exp(1/\sigma) \exp(\Phi/\sigma)}{\sigma f \{1 - (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \{A_1 \Phi^2 + A_2 \Phi + 1\}} \right\} \quad (4.28)$$

où $\mu = m_i/m_e$. Rappelons que $W(x)$ désigne la fonction de Lambert[83], et que celle-ci n'est réelle que pour $x \succeq -1/e$. A l'équilibre ($\Phi = 0$, $Q_d = Q_{d0}$), l'équation (4.28) requiert la condition suivante

$$f = \left[\frac{\sqrt{\mu/\sigma} \exp(\frac{Q_{d0}}{\sigma})}{1 - Q_{d0}} \right] \quad (4.29)$$

où Q_{d0} est la charge des grains de poussière à l'équilibre. En multipliant l'équation (4.17) par $d\Phi/d\xi$, en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$, lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (4.30)$$

où l'expression du pseudo-potential (potential de Sagdeev) est donnée par[121]

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & \frac{1}{f\sigma} \left[1 - \exp\left(\frac{\Phi}{\sigma}\right) \right] + \frac{\left[1 - \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} [A_1 \Phi^2 + A_2 \Phi + 1] \right]}{(q-1)\left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}\right)} \\ & + \frac{\left[-A_2 + \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2}} [2A_1 \Phi + A_2] \right]}{(q-1)^2 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2}\right)} \\ & + \frac{2A_1 \left[1 - \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2}} \right]}{(q-1)^3 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2}\right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2}\right)} - \frac{f-1}{fQ_{d0}} \frac{2}{\gamma} \left[1 - (1-\gamma\chi)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (4.31)$$

L'équation (4.30) est alors résolue numériquement en simulant un plasma de base composé d'électrons et d'ions d'hydrogène. Pour entreprendre l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes $\Phi(\xi = 0) = 0$ et $E_0 = -(d\Phi/d\xi)(\xi = 0) = 10^{-10}$ ont été choisies. Les paramètres suivants $\sigma = 1.1$, $Q_{d0} = -2$, $n_{i0} = 10^{11} \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 9 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $r_d = 5 \mu\text{m}$, $T_i = 0.1 \text{eV}$ et $m_d = 10^{10} m_i$ ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence des solitons, dans le cas de la variation adiabatique ($I_e + I_i \simeq 0$) de la charge des grains de poussière, soient satisfaites. A des fins de comparaison, nous avons tracé la variation spatiale du potentiel électrostatique Φ pour trois valeurs différentes du paramètre non extensif. La figure 25 montre que le potentiel électrostatique exhibe un profil spatialement localisé comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Fig. 26). Chaque pic de Φ correspond à une valeur nulle de $V(\Phi)$. Les résultats révèlent que les effets non extensifs affectent significativement le profil spatial du soliton

acoustique poussiéreuse à charge variable. Une augmentation du caractère non extensif des ions (diminution de q) entraîne une diminution de l'amplitude du soliton et une légère augmentation de sa largeur, i.e., la non extensivité peut rendre le profil du soliton moins cornu[121]. Par ailleurs, les figures 27 et 28 montrent que l'effet de la non extensivité devient plus important lorsque le caractère non thermique augmente dans notre modèle de plasma. La charge des grains de poussière Q_d (Fig. 29) adopte le même profil localisé et reste négative. La figure 29 indique qu'à mesure que le paramètre non extensif q diminue la charge des grains de poussière devient plus négative. Par conséquent, nous pouvons conclure que la surface du grain collecte plus d'électrons négatifs ou moins d'ions positifs à mesure que q diminue. Les grains de poussière (Fig. 30) font l'objet d'une forte localisation (accumulation). Cette localisation, due à l'équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains de poussière, est plus effective pour les grandes valeurs de q . Les électrons (Fig. 31) sont localement expulsés et repoussés hors de la région de localisation du soliton. Ce vide électronique s'élargit tandis que sa profondeur diminue à mesure que le caractère non extensif augmente. La figure 32 montre qu'une diminution de q entraîne un appauvrissement local des ions positifs présent dans notre plasma.

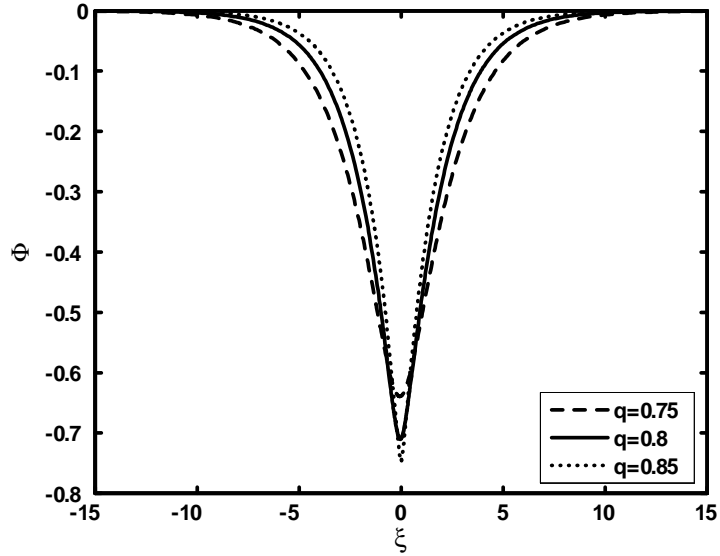


Figure 25 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif q avec $\alpha = 0.3$, $\sigma = 1.1$, $Q_{d0} = -2$, $n_{i0} = 10^{11} \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 0.9 \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $r_d = 5 \mu\text{m}$, $T_i = 0.1 \text{eV}$ et $m_d = 10^{10} m_i$.

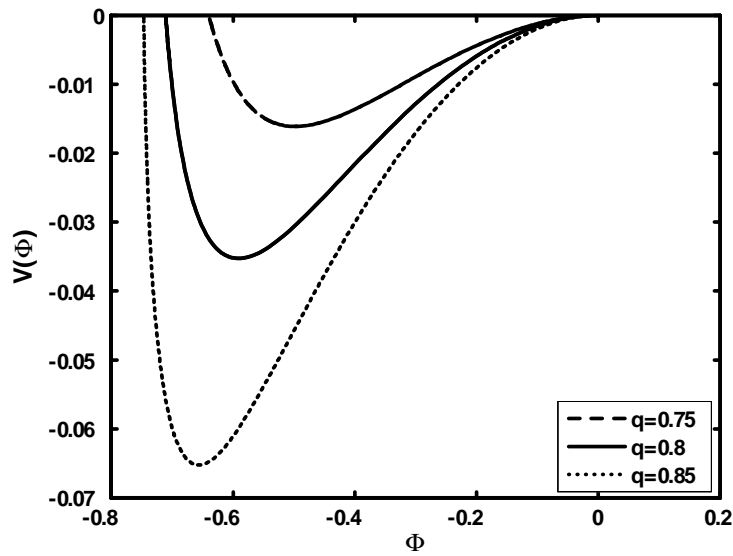


Figure 26 : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 25 pour différentes valeurs de q .

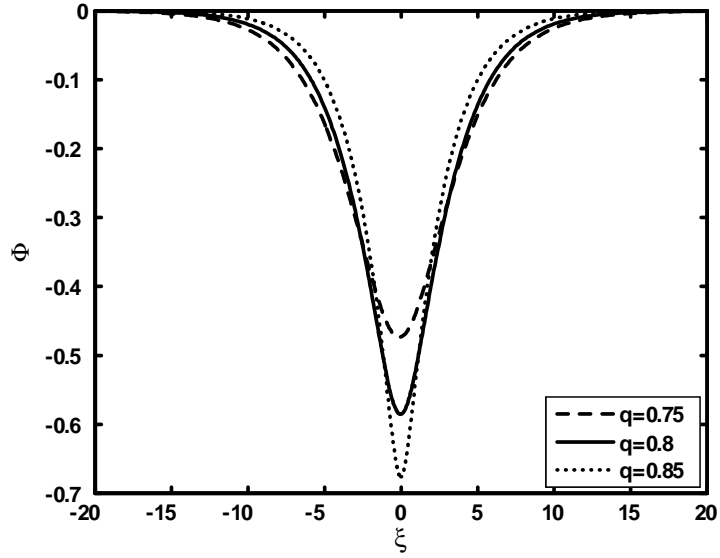


Figure 27 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\alpha = 0.6$. Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 25.

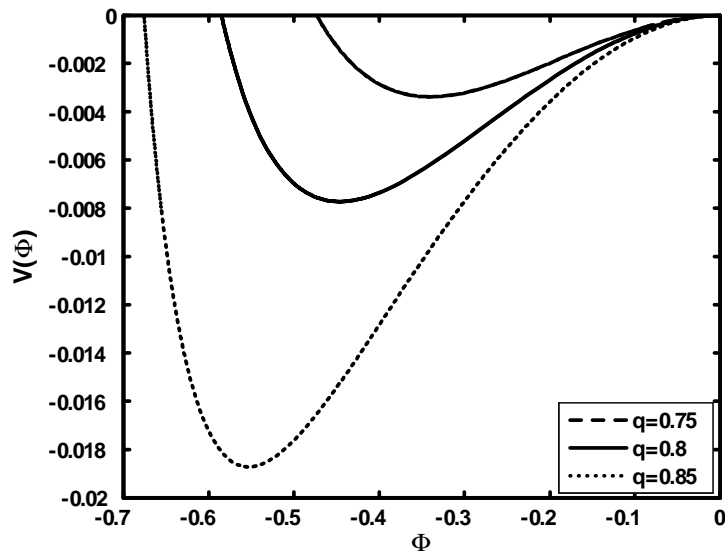


Figure 28 : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ associé au soliton de la figure 27 pour différentes valeurs de q .

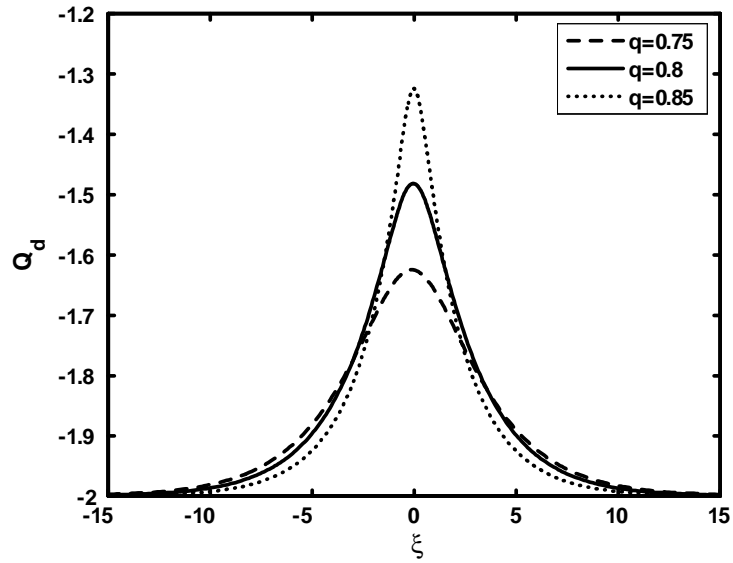


Figure 29 : Profil spatial de la charge des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 27.

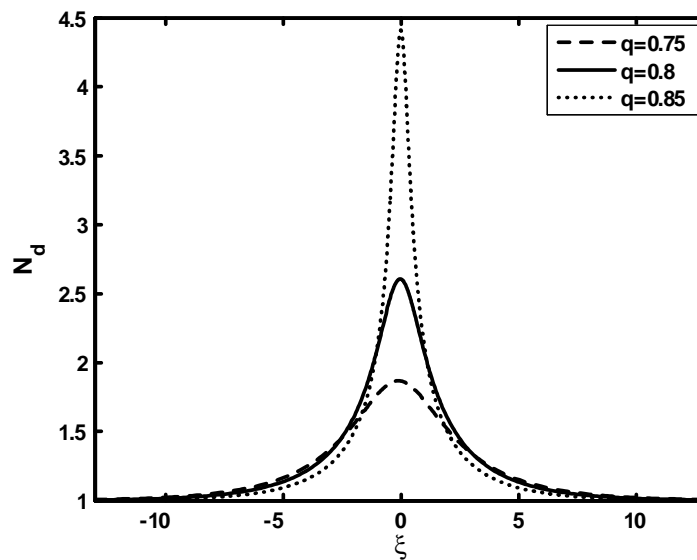


Figure 30 : Profil spatial de la densité des grains de poussière N_d pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 27.

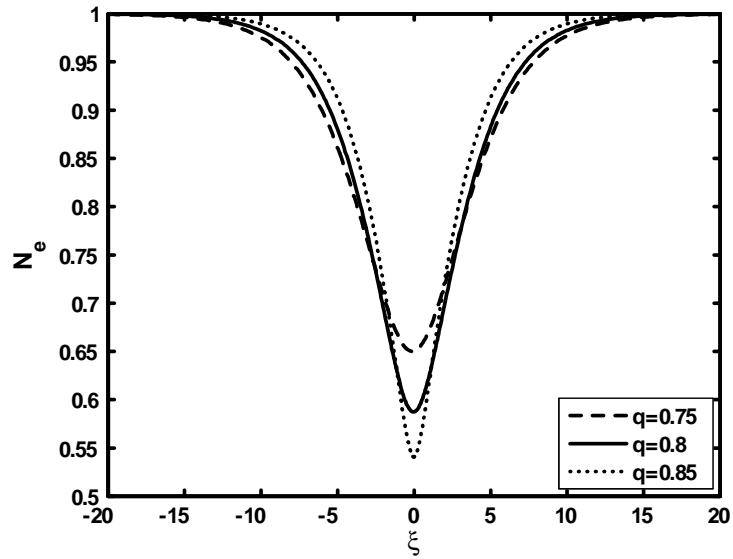


Figure 31 : Profil spatial de la densité électronique N_e pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 27.

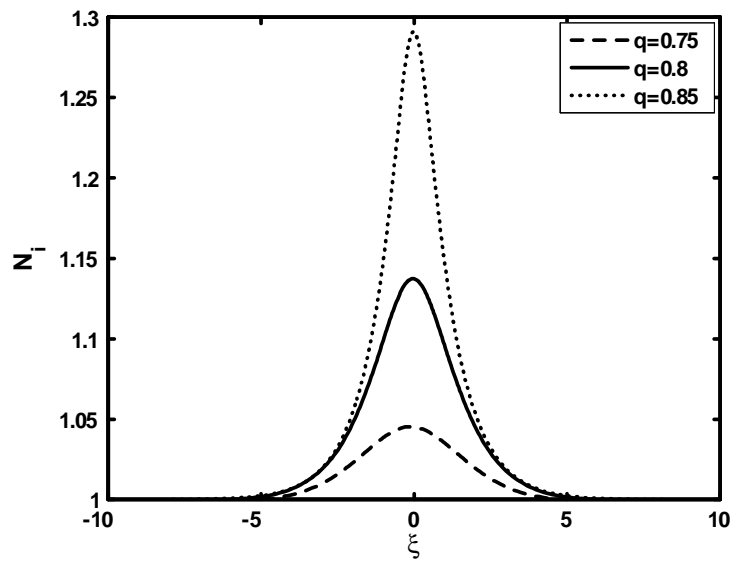


Figure 32 : Profil spatial de la densité ionique N_i pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . Les valeurs des autres paramètres sont celles de la figure 27.

4.4 Cas de la variation non adiabatique de la charge des grains de poussière

Dans ce cas, le rapport ω_{pd}/ν_{ch} étant supposé petit mais fini, en réarrangeant les termes de l'équation (4.20), nous obtenons l'équation de la charge du grain de poussière suivante[121]

$$\frac{dQ_d}{dX} = kN_d \left\{ -1/f \sqrt{\mu/\sigma} \exp [1/\sigma(Q_d + \Phi)] + (1 - Q_d) \{1 - (q - 1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \{A_1\Phi^2 + A_2\Phi + 1\} \right\} \quad (4.32)$$

où

$$k = \left(\frac{2n_{i0}e^2r_d^2}{m_i v_{d0}^2} \right)^{1/2} \quad (4.33)$$

Les deux équations couplées [équation de Poisson (4.17) et équation de la charge (4.32)] sont intégrées numériquement . Les paramètres suivants $f = 3.38$, $\sigma = 1.9$, $n_{i0} = 10^5 \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 9 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $r_d = 5 \mu\text{m}$, $T_i = 0.1 \text{eV}$, $m_d = 10^{10} m_i$ ont été choisis de telle manière à ce que la condition de non adiabaticité soit satisfaite. Nos résultats indiquent que, à l'instar des chapitres précédents, la variation de la charge induit une dissipation, dite anormale, qui, de concert avec les non linéarités du système, donne naissance à une onde de choc non collisionnelle. Rappelons qu'une onde de choc résulte de l'équilibre entre les effets non linéaires et les effets dissipatifs inhérents au système considéré. Nos résultats numériques révèlent que notre modèle de plasma admet des ondes de choc non collisionnelles raréfactives et compressives. Ces dernières sont sensiblement affectées par les effets non extensifs et non thermiques. L'influence de la non extensivité sur la structure de l'onde de choc raréfactive est illustrée sur la figure 33, avec $\alpha = 0.28$. Cette influence est plus prononcée lorsque le paramètre non thermique α diminue (Fig. 34). L'effet de la séparation de la charge, qui se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc[123], diminue à mesure que la valeur du paramètre non extensif diminue (les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique). Cela signifie que plus forte est la corrélation entre les ions, plus important est l'amortissement non linéaire de l'onde induit par la variation de la charge du grain de poussière[121]. Par ailleurs, la figure 35 montre que pour de petites valeurs du paramètre non thermique α , notre modèle de plasma peut propager des ondes de choc compressives dont le nombre d'oscillations devient moins important à mesure que la valeur du paramètre non extensif augmente.

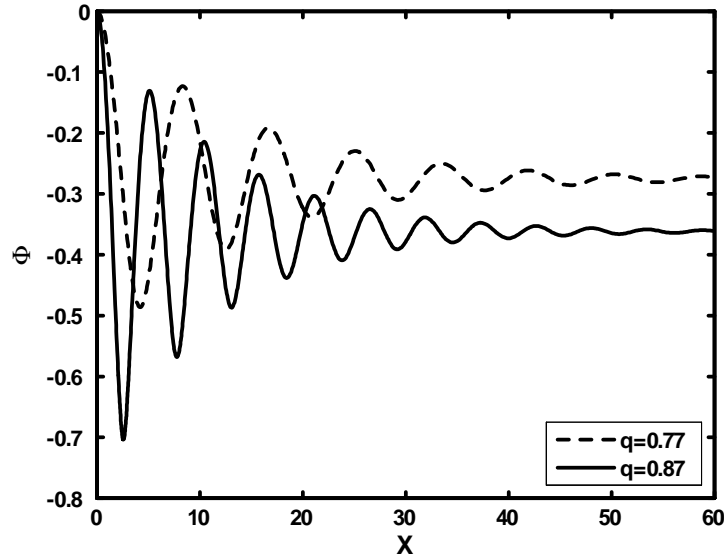


Figure 33 : Potentiel électrostatique Φ de l'onde de choc raréfactive pour différentes valeurs du paramètre non extensif avec $\alpha = 0.28$. Les autres paramètres sont $f = 3.38$, $\sigma = 1.9$, $n_{i0} = 10^5 \text{cm}^{-3}$, $v_{d0} = 9 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, $r_d = 5 \mu\text{m}$, $T_i = 0.1 \text{eV}$ et $m_d = 10^{10} m_i$.

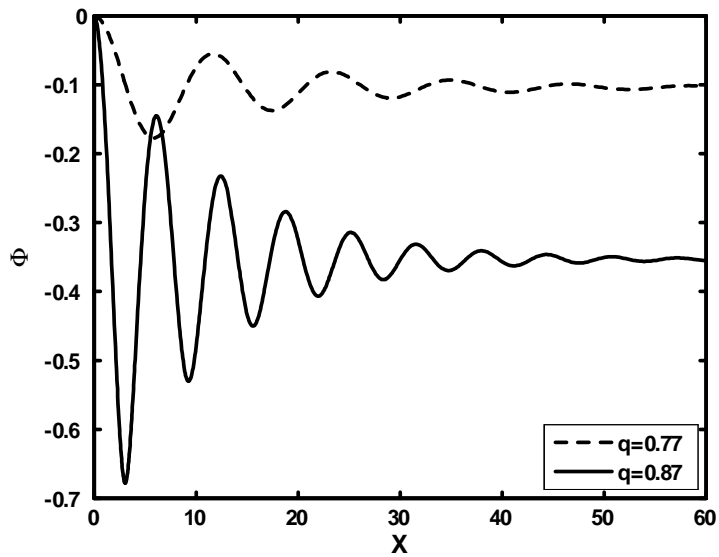


Figure 34 : Potentiel électrostatique Φ de l'onde de choc raréfactive pour différentes valeurs du paramètre non extensif avec $\alpha = 0.25$. Les autres paramètres sont celles de la figure 33.

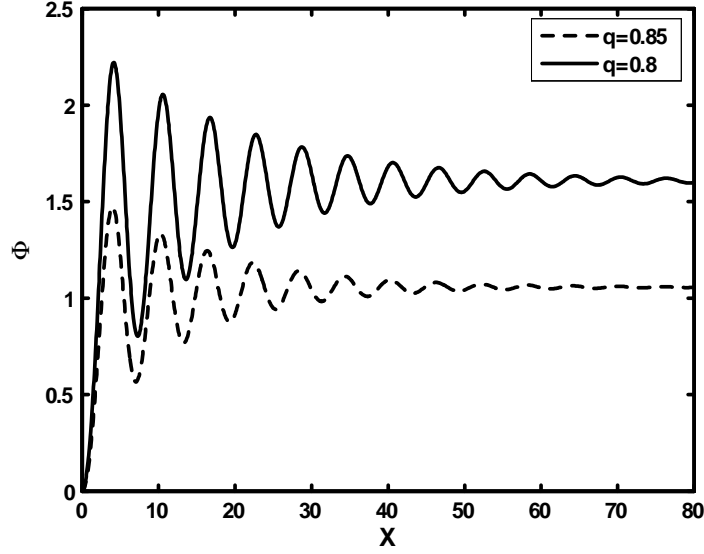


Figure 35 : Potentiel électrostatique Φ de l'onde de choc compressive pour différentes valeurs du paramètre non extensif avec $\alpha = 0.05$. Les autres paramètres sont celles de la figure 33.

4.5 Extension du modèle à trois dimensions pour le calcul de la charge du grain de poussière

On se propose dans ce qui suit d'étendre l'analyse précédente au cas où les ions non thermiques non extensifs sont décrits par la fonction de distribution des vitesses tridimensionnelle suivante[124]

$$f_i(v_i) = f_i(v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}) = C'_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{v_{ix}^2}{v_{ti}^2} + 2 \frac{e\phi}{T_i} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} + \frac{e\phi}{T_i} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.34)$$

Cette dernière se réduit (pour $\phi = 0$) à

$$f_{i0}(v_i) = C'_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \frac{v_{ix}^4}{v_{ti}^4} \right\} \left\{ 1 - (q-1) \frac{v_i^2}{2v_{ti}^2} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (4.35)$$

En procédant de la même manière que précédemment, la constante de normalisation $C'_{q,\alpha}$ peut être déduite à partir des intégrales suivantes

$$n_{i0} = \begin{cases} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^2 f_{i0}(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+v_{i\max}^0} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^2 f_{i0}(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.36)$$

Celle-ci est alors donnée par

$$C'_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \frac{(1-q)^{7/2} \Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{7}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q} - \frac{7}{2})(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2})(1-q)^2]}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \frac{(q-1)^{3/2}}{\Gamma(\frac{q}{q-1})} \left[\frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2})}{1 + \frac{3\alpha}{(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2})(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2})(q-1)^2}} \right], & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.37)$$

Dans ce cas, la densité des ions non thermiques et non extensifs peut être obtenue en intégrant la distribution (4.34) sur tout l'espace des vitesses

$$\begin{aligned} n_i(\phi) &= \begin{cases} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^2 f_i(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{v_{\max}} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^2 f_i(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \\ &= n_{i0} \left\{ 1 + (1-q) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \left\{ A'_1 \frac{e^2 \phi^2}{T_i^2} + A'_2 \frac{e\phi}{T_i} + 1 \right\} \end{aligned} \quad (4.38)$$

où

$$A'_1 = \frac{(q-1)^2 \left\{ 4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) - 4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2} \right) + 3\alpha \right\}}{(q-1)^2 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) + 3\alpha} \quad (4.39)$$

$$A'_2 = \frac{(1-q) \left\{ -4\alpha \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2} \right) + 6\alpha \right\}}{(q-1)^2 \left(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2} \right) \left(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2} \right) + 3\alpha} \quad (4.40)$$

Notons que lorsque $q \rightarrow 1$ (limite extensive), nous retrouvons l'expression de la densité ionique de Cairns[119]

$$n_i(\phi) = n_{i0} \left\{ 1 + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) \left[1 + \left(\frac{e\phi}{T_i} \right) \right] \right\} \exp \left(\frac{-e\phi}{T_i} \right) \quad (4.41)$$

D'autre coté, pour $\alpha = 0$, l'expression de la densité (4.38) se réduit à celle des ions non extensifs à trois dimensions[13],

$$n_i(\phi) = n_{i0} \left\{ 1 + (1-q) \frac{e\phi}{T_i} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (4.42)$$

4.5.1 Calcul des courants de charge

La charge électrique du grain de poussière q_d est calculée de manière self-consistante à partir de l'équation

$$\tilde{v}_d \frac{dq_d}{dx} = I_e + I_i \quad (4.43)$$

I_e et I_i représentent les courants microscopiques électronique et ionique, respectivement. Leurs expressions sont obtenues en moyennant la section efficace de collision des particules $\sigma_j = \pi r_d^2 (1 - 2q_j q_d / r_d m_j v_j^2)$ sur la fonction de distribution des vitesses f_j

$$I_j = q_j \int_{R_j} v_j \sigma_j(q_d, v_j) f_j(v_j) d^3 v_j \quad (4.44)$$

où R_j représente le domaine d'intégration dans l'espace des vitesses et v_j la vitesse de la particule d'espèce j . Les électrons étant supposés Maxwelliens, leur courant de charge, déduit à partir de l'équation (4.44), est donné par

$$I_e = -\pi r_d^2 e n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp[1/\sigma(Q_d + \Phi)] \quad (4.45)$$

De manière similaire, en substituant (4.34) dans (4.44), nous obtenons l'expression du courant ionique non thermique non extensif suivant [124]

$$\begin{aligned} I_i(\Phi, Q_d) &= \begin{cases} e \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{+\infty} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^3 \sigma_i f_i(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ e \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{v_{\max}} \int_0^\pi \sin(\theta) v_i^3 \sigma_i f_i(v_i, \theta) d\theta dv_i, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \\ &= \pi r_d^2 e n_{i0} \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} (1 - Q_d) \frac{B'_{q,\alpha} \{1 - (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1}}}{15q(24q^3 - 46q^2 + 29q - 6)} \\ &\quad \{B_{i1}\Phi^4 + B_{i2}\Phi^3 + B_{i3}\Phi^2 + B_{i4}\Phi + 1\} \end{aligned} \quad (4.46)$$

où

$$B'_{q,\alpha} = \begin{cases} \frac{(1-q)^{7/2} \Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{7}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q} - \frac{7}{2})(\frac{1}{1-q} - \frac{5}{2})(1-q)^2]}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{(q-1)^{3/2}}{\Gamma(\frac{q}{q-1})} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2})}{\left[1 + \frac{3\alpha}{(\frac{1}{q-1} + \frac{7}{2})(\frac{1}{q-1} + \frac{5}{2})(q-1)^2}\right]}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (4.47)$$

$$B_{i1} = \alpha [472q^4 - 1548q^3 + 1872q^2 - 988q + 192] / B_{i0} \quad (4.48)$$

$$B_{i2} = [-768q^3\alpha + 1704q^2\alpha - 1224q\alpha + 288\alpha + \alpha(1056q^4 - 2920q^3 + 2924q^2 - 1252q + 192)Q_d] / B_{i0} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} B_{i3} &= [180q^4 - 615q^3 + 780q^2 - 435q + 192q^2\alpha - 204q\alpha + 72\alpha + 90 + \\ &\quad (-768q^3\alpha + 1232q^2\alpha - 620q\alpha + 96\alpha)Q_d] / B_{i0} \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$\begin{aligned} B_{i4} &= [-360q^3 + 870q^2 - 690q + 32q\alpha + 48\alpha + 180 + (360q^4 - 1050q^3 \\ &\quad + 1125q^2 - 192q^2\alpha - 525q + 176\alpha q - 24\alpha + 90)Q_d] / B_{i0} \end{aligned} \quad (4.51)$$

et

$$B_{i0} = 180q^2 - 255q + 72\alpha + 90 + (-360q^3 + 690q^2 - 96\alpha q - 435q + 90 + 72\alpha)Q_d \quad (4.52)$$

Notons que lorsque $\alpha = 0$ et $q \rightarrow 1$, nous retrouvons l'expression bien connue du courant de charge ionique maxwellien[2]

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} (1 - Q_d) \exp(-\Phi) \quad (4.53)$$

En remplaçant les expressions (4.45) et (4.46) dans (4.27), nous obtenons la relation liant la charge du grain au potentiel électrostatique non linéaire, exprimée en termes de la fonction de Lambert[124], suivante

$$Q_d = \Phi + \sigma \left\{ -W \left[\frac{15\sqrt{\sigma\mu}(24q^4 - 46q^3 + 29q^2 - 6q) \exp(\frac{D_1}{D_2})}{8B_{q,\alpha} f \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1}+1} D_2} \right] + \frac{D_1}{D_2} \right\} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} D_1 = & 180q^2 - 255q + 72\alpha + 90 + \Phi (180q^3 - 255q^2 + 200q\alpha + 90q - 96\alpha) \\ & + \alpha\Phi^2 (584q^2 - 676q + 192) + \alpha\Phi^3 (584q^3 - 788q^2 + 264q) \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} D_2 = & 360q^3 - 690q^2 + 435q + 96q\alpha - 72\alpha - 90 + \alpha\Phi (288q^2 - 344q + 96) \\ & + \alpha\Phi^2 (1056q^3 - 1864q^2 + 1060q - 192) \end{aligned} \quad (4.56)$$

où $\mu = m_i/m_e$. A l'équilibre ($\Phi = 0$, $Q_d = Q_{d0}$), l'équation (4.54) requiert la condition suivante

$$Q_{d0} = \sigma \left\{ -W \left[\left[\frac{15\sqrt{\sigma\mu}(24q^4 - 46q^3 + 29q^2 - 6q) \exp(\frac{D_{01}}{D_{02}})}{8B_{q,\alpha} f \{1 + (1-q)\Phi\}^{\frac{1}{q-1}+1} D_{02}} \right] \right] + \frac{D_{01}}{D_{02}} \right\} \quad (4.57)$$

où

$$D_{01} = 180q^2 - 255q + 72\alpha + 90; \quad D_{02} = 360q^3 - 690q^2 + 435q + 96q\alpha - 72\alpha - 90 \quad (4.58)$$

Notons que la valeur de la charge des grains de poussière à l'équilibre Q_{d0} est déduite à partir de l'équation précédente (4.57) lorsque les autres paramètres sont supposés à priori connus. La variation de la charge Q_d en fonction du potentiel Φ pour différentes valeurs de q est représentée dans les figures 36 et 37 pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 0.4$ respectivement. La figure 36 montre qu'une augmentation du potentiel non linéaire s'accompagne d'une augmentation de la valeur de la charge négative du grain. Notons aussi qu'à mesure que le caractère non extensif des ions augmente (les ions évoluent loin de leur équilibre thermodynamique), il devient évident que de petites valeurs du potentiel électrostatique Φ sont requises pour

atteindre une valeur donnée de la charge des grains de poussière. Par ailleurs, la figure 37 montre que le potentiel électrostatique est décalé vers les petites valeurs à mesure que le caractère non thermique du plasma devient important [comparer les figures 36 ($\alpha = 0$) et 37 ($\alpha = 0.4$)].

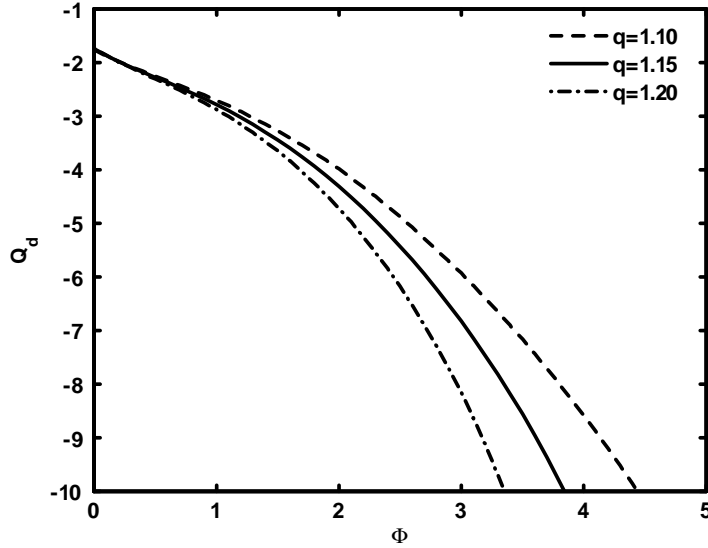


Figure 36 : Charge du grain de poussière Q_d en fonction du potentiel électrostatique Φ pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1.1$ ($Q_{d0} = -1.6984$), $q = 1.15$ ($Q_{d0} = -1.6876$) et $q = 1.2$ ($Q_{d0} = -1.6759$), avec $\alpha = 0$, $\sigma = 0.9$ et $f = 1.1$.

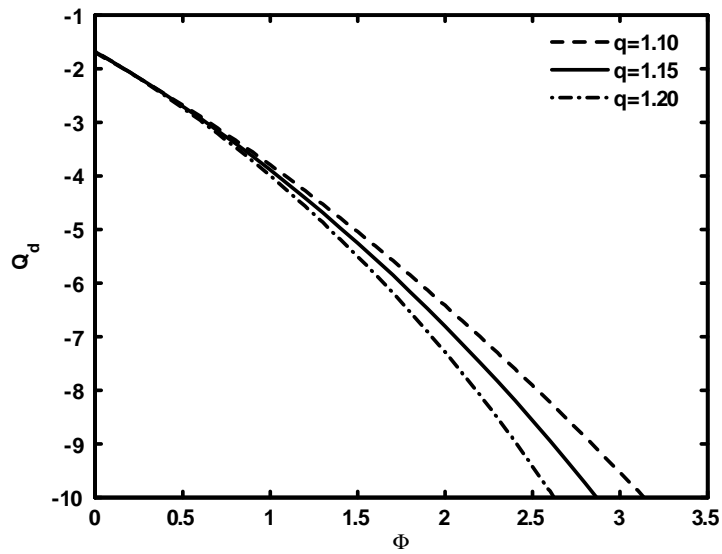


Figure 37 : Charge du grain de poussière Q_d en fonction du potentiel électrostatique Φ pour différentes valeurs du paramètre non extensif q avec $\alpha = 0.4$. $q = 1.1$ ($Q_{d0} = -1.7602$), 1.15 ($Q_{d0} = -1.7464$) et 1.2 ($Q_{d0} = -1.7305$). Les valeurs des autres paramètres utilisés sont celles de la figure 14.

5

Couplage non linéaire des ondes de Langmuir avec le mode acoustique ionique dans un plasma non extensif

Le problème du développement non linéaire des ondes de Langmuir a constitué un important domaine de recherche durant les cinquante dernières années. Le problème classique associé à la théorie d'un tel développement a été la tendance du spectre de l'énergie à cascader vers les valeurs les plus basses du vecteur d'onde k (grandes longueurs d'onde). Etant donné que l'amortissement Landau et collisionnel décroissent à mesure que k décroît (disons que ces deux mécanismes sont quasiment inopérants pour les faibles valeurs de k), le spectre de l'onde apparaît comme s'il se condensait au voisinage de $k = 0$. Le mécanisme de dissipation de cette énergie était alors inconnu. C'est alors que Zakharov[125] montra que le mécanisme responsable de la tendance du spectre à s'empiler autour de $k = 0$ pourrait être identifié comme étant un processus appelé collapse du paquet d'ondes de Langmuir. Zakharov a alors établi deux équations non linéaires couplées pour décrire la turbulence de l'onde haute fréquence (onde de Langmuir) et de l'onde basse fréquence (onde acoustique ionique). Ces deux équations ont fait l'objet de la majeure partie des recherches sur la turbulence de Langmuir au cours de ces quarante dernières années. Cet intérêt a été motivé par l'observation de cette turbulence dans le vent solaire et par son rôle apparent dans la génération des "burst" radio solaires de type III et les modifications de l'ionosphère. Il existe plusieurs articles de référence traitant de la turbulence de Langmuir dont ceux de Rudakov et al.[126], de Thornhill et al.[127], de Musher et al.[128] et de Popel et al.[129]. Récemment, Alinejad et al.[130] ont étudié l'effet des électrons non thermiques sur l'onde

de Langmuir couplée au mode acoustique ionique. Ils ont montré que la présence d'une fraction énergétique des électrons modifie la nature de l'onde de Langmuir permettant ainsi la transition d'une structure à une bosse à une structure à double bosse. Bien entendu, le couplage de ces deux modes n'a jamais été étudié dans les plasmas non extensifs. Par conséquent, nous allons présenter, dans ce chapitre, une étude théorique permettant de voir les modifications introduites par les effets non extensifs sur le couplage non linéaire de l'onde de Langmuir et le mode acoustique ionique.

5.1 Modèle théorique et équations de base

Nous considérons un plasma non magnétisé et non collisionnel composé d'électrons et d'ions, de densités respectives n_e et n_i . Dans un tel système, les équations du modèle fluide qui décrivent la propagation unidimensionnelle des ondes de Langmuir sont données par

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial(n_e v_e)}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} = -\frac{e}{m_e} E - \frac{3 v_{te}^2}{2 n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} \quad (5.2)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = n_i - n_e \quad (5.3)$$

E représente le champ électrostatique, v_e la vitesse fluide des électrons et $v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ leur vitesse thermique. Les ions, supposés infiniment massifs, ne contribuent pas au mouvement de l'onde. Nous avons supposé que les électrons répondent adiabatiquement à des oscillations de haute fréquence caractérisées par l'échelle du temps $\omega_{pe}^{-1} = (m_e \epsilon_0 / n_0 e^2)^{-1/2}$. Afin de tenir compte du mouvement des ions, Zakharov proposa en 1972, une description simplifiée de la dynamique non linéaire d'un plasma à deux composantes[131]. Pour cela, il considéra des oscillations de plasma électroniques, caractérisées par un nombre d'onde suffisamment petit, couplées à des perturbations de densité de basse fréquence quasi-neutres par l'intermédiaire de la force pondéromotrice. En moyennant alors les équations du mouvement, (5.1)-(5.3), sur une petite échelle de temps ($\sim \omega_{pe}^{-1}$), on obtient l'équation suivante

$$\frac{\partial^2 E_h}{\partial t^2} + \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{n_{el}}{n_0}\right) E_h - \frac{3}{2} v_{te}^2 \frac{\partial^2 E_h}{\partial x^2} = 0 \quad (5.4)$$

où E_h désigne l'enveloppe complexe du champ électrostatique de haute fréquence associé aux oscillations électroniques du plasma et n_{el} est la perturbation de la densité électronique de basse fréquence.

Considérons une collection d'ondes linéaires de Langmuir à une dimension dans laquelle le champ électrique à haute fréquence peut être écrit comme suit

$$E_h(x, t) = E(x, t) \exp(-i\omega_{pe}t) + c.c. \quad (5.5)$$

où l'abréviation *c.c.* désigne le complexe conjugué. La variation temporelle du terme $\exp(-i\omega_{pe}t)$ est plus rapide en comparaison avec celle de $E(x, t)$ dont l'évolution est régie par

$$i\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{2} n_{el} E \quad (5.6)$$

où $\varepsilon = (m_e/m_i)^{1/2}$. Le temps t , la variable d'espace x , la perturbation de la densité électronique n_{el} et le champ électrique sont normalisés respectivement par ω_{pe}^{-1} , $\lambda_{De} = v_{te}/\omega_{pe}^{-1}$, n_0 et $(4n_0k_B T_e/\epsilon_0)^{1/2}$. Afin de tenir compte de la réponse de basse fréquence, l'inertie des électrons est négligée pour une vitesse de phase plus petite que la vitesse thermique électronique. En présence des potentiels électrostatique et pondéromotif, les électrons sont supposés non extensifs et dans ce cas nous introduisons le potentiel adimensionnel effectif $\Phi = \phi_1 - \phi_p$, où $\phi_p = |E|^2/4$ est le potentiel pondéromotif et ϕ_1 le potentiel électrostatique de basse fréquence. Pour modéliser l'effet des électrons non extensifs, nous nous référons à la fonction de distribution suivante[70]

$$f_e(v_x) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_x^2}{2T_e} - \Phi \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (5.7)$$

Rappelons que la distribution (5.7) exhibe (pour $q > 1$) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e} \left(\frac{1}{(q-1)} - \Phi \right)} \quad (5.8)$$

et que pour $q < -1$, la fonction de distribution précédente est non normalisable. La constante de normalisation est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_0 \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{1}{2})}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_0 \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}} \left(\frac{1+q}{2}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{q}{q-1})}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

La densité des électrons est déterminée par[13]

$$\begin{aligned} n_e(\Phi) &= \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \\ &= \{1 + (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.10)$$

La substitution de l'équation (5.10) dans l'équation (5.6) donne

$$i\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{3}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[\{1 + (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} - 1 \right] E \quad (5.11)$$

L'équation (5.11) représente une équation de type Schrödinger prenant en compte l'effet de la fluctuation non extensive de la densité en présence de l'onde de Langmuir. D'autre coté, la dynamique des ions, supposés froids, est gouvernée par les équations hydrodynamiques et l'équation de Poisson suivantes

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} = n_{el}(\Phi) - n_i(\phi_1) \quad (5.14)$$

où v_i est la vitesse ionique normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_s = (k_B T_e / m_i)^{1/2}$. Le temps t , la variable d'espace x , la densité ionique n_i et le potentiel sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pi}^{-1} = (m_i \epsilon_0 / n_0 e^2)^{-1/2}$, $\lambda_{Di} = C_s / \omega_{pi}$, n_0 et $(k_B T_e / e)^{1/2}$. A partir des équations (5.12) et (5.13), nous déduisons l'expression de la densité ionique suivante

$$n_i = (1 - \phi_1 / M)^{-1/2} - 1 \quad (5.15)$$

où M représente le nombre de Mach. En substituant (5.15) et (5.10) dans (5.14), nous obtenons l'équation suivante

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} = \{1 + (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \phi_1 / M}} \quad (5.16)$$

Les équations (5.11) et (5.16) décrivent le couplage des ondes électrostatiques de haute fréquence de Langmuir avec les fluctuations ioniques de basse fréquence en présence des électrons non extensifs.

5.2 Soliton de Langmuir

Afin d'étudier les solitons de Langmuir, nous cherchons les solutions stationnaires du système d'équations non linéaires (5.11) et (5.16). Pour cela, nous introduisons le changement de variable $\zeta = x - Mt$. Par conséquent, le champ électrostatique $E(x, t)$ et le potentiel $\phi_1(x, t)$ peuvent être réécrits, respectivement, sous la forme[130]

$$E(x, t) = E(\zeta) \exp i \left[\frac{\varepsilon M x}{3} + \left(\sigma - \frac{\varepsilon M^2}{6} \right) t \right] \quad (5.17)$$

$$\phi_1(x, t) = \phi(\zeta) \quad (5.18)$$

où $\varepsilon = \sqrt{m_e/m_i}$ et σ est un paramètre constant liant toutes les variations possibles des fréquences. En substituant les équations (5.17) et (5.18) dans (5.11) et (5.16), nous obtenons

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} = \frac{2}{3} \varepsilon \sigma E + \frac{1}{3} \left[\left\{ 1 + (q-1) (\phi - E^2/4) \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} - 1 \right] E \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = -\frac{1}{\sqrt{1 - \phi/M^2}} + \left\{ 1 + (q-1) (\phi - E^2/4) \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (5.20)$$

Ces deux dernières équations constituent un ensemble complet d'équations non linéaires propres à la propagation stationnaire de l'onde de Langmuir couplée à l'onde acoustique ionique dans un plasma non extensif. En développant les équations (5.19) et (5.20), nous obtenons, en nous limitant à l'ordre 3 de E , les relations suivantes

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} = \frac{2}{3} \varepsilon \sigma E + \frac{1}{3} \left[\frac{q+1}{2} \left(\phi - \frac{E^2}{4} \right) - D \left(\phi^2 + \frac{E^4}{16} - \phi \frac{E^2}{2} \right) \right] E \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = \left[\frac{q+1}{2} - \frac{1}{M^2} \right] \phi - \left[\frac{3}{2M^4} + D \right] \phi^2 - \frac{q+1}{2} \frac{E^2}{4} - D \left[\frac{E^4}{16} - \phi \frac{E^2}{2} \right] \quad (5.22)$$

où

$$D = \frac{1}{8} (q+1) (q-3) \quad (5.23)$$

Dans le but de trouver une solution localisée propre aux équations (5.21) et (5.22), nous cherchons, par commodité, des solutions sous la forme

$$\frac{E^2}{4} = a\phi + b\phi^2 \quad (5.24)$$

où les coefficients a et b dépendent des paramètres M , ε , σ et q . En substituant l'équation (5.24) dans (5.21) et (5.22), nous obtenons

$$E \frac{\partial^2 E}{\partial \zeta^2} = \frac{2}{3} \varepsilon \sigma E^2 + \frac{1}{3} \left\{ \frac{q+1}{2} (1-a)\phi - \left[b \left(\frac{q+1}{2} \right) + D(1-a)^2 \right] \phi^2 - 2bD(a-1)\phi^3 - Db^2\phi^4 \right\} E^2 \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = \left[\frac{q+1}{2} (1-a) - \frac{1}{M^2} \right] \phi - \left[\frac{3}{2M^4} + b \left(\frac{q+1}{2} \right) + D(1-a)^2 \right] \phi^2 - 2bD(a-1)\phi^3 - Db^2\phi^4 \quad (5.26)$$

Des deux équations précédentes, il est possible de d'établir l'expression suivante

$$\begin{aligned}
 & \frac{a + 2b\phi}{a + b\phi} \left\{ \left[\frac{q+1}{2}(1-a) - \frac{1}{M^2} \right] - \left[\frac{3}{2M^4} + b\left(\frac{q+1}{2}\right) + D(1-a)^2 \right] \phi + 2bD(1-a)\phi^2 - Db^2\phi^3 \right\} \\
 & - \frac{a^2}{2(a+b\phi)^2} \left\{ \left[\frac{q+1}{2}(1-a) - \frac{1}{M^2} \right]^2 \frac{\phi^2}{4} - \left[\frac{3}{2M^4} + b\left(\frac{q+1}{2}\right) + D(1-a)^2 \right]^2 \frac{\phi^4}{9} \right\} - \frac{4}{3}\varepsilon\sigma = \\
 & \frac{2}{3} \left\{ \left[\frac{q+1}{2}(1-a) \right] \phi - \left[b\left(\frac{q+1}{2}\right) + D(1-a)^2 \right] \phi^2 + 2bD(1-a)\phi^3 - Db^2\phi^4 \right\} \quad (5.27)
 \end{aligned}$$

En égalisant les coefficients des mêmes puissances de ϕ dans l'équation (5.27), nous obtenons

$$a = 1 - \frac{2}{q+1} \left[\frac{1}{M^2} + \frac{4}{3}\varepsilon\sigma \right] \quad (5.28)$$

$$b = \frac{a \left[\frac{3}{2M^4} + \frac{q+1}{3}(1-a) + D(1-a)^2 \right]}{\frac{q+1}{2}(3-4a) - \frac{3}{M^2} - \frac{8}{3}\varepsilon\sigma} \quad (5.29)$$

En utilisant les expressions de a et b , on peut combiner les équations (5.22) et (5.24) pour obtenir

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} - \frac{4}{3}\varepsilon\sigma\phi + \left\{ D(1-a)^2 + \frac{3}{2M^4} + b\left(\frac{q+1}{2}\right) \right\} \phi^2 + 2bD(a-1)\phi^3 = 0 \quad (5.30)$$

En imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées, $\varphi \rightarrow 0$ et $d\varphi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \pm\infty$, l'intégration de l'équation précédente (5.30) aboutit à

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right)^2 = bD(a-1)\phi^2(\phi - \delta_1)(\phi - \delta_2) \quad (5.31)$$

où

$$\delta_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4n}}{2} \quad (5.32)$$

$$m = \frac{4 \left\{ D(1-a)^2 + \frac{3}{2M^4} + b\left(\frac{q+1}{2}\right) \right\}}{6bD(a-1)} \quad (5.33)$$

$$n = \frac{-8\varepsilon\sigma}{6bD(a-1)} \quad (5.34)$$

Une deuxième intégration de l'équation (5.31) donne l'expression du potentiel

$$\phi(\xi) = \frac{\delta_1 \delta_2 \sec h^2 \sqrt{\Delta} \xi}{\delta_2 - \delta_1 \tan h^2 \sqrt{\Delta} \xi} \quad (5.35)$$

où $\Delta = \frac{2}{3}\varepsilon\sigma$.

5.3 Résultats numériques et interprétation

Nos résultats numériques montrent que l'intensité du champ de Langmuir E et le potentiel électrostatique ϕ sont sensiblement affectés par le nombre de Mach et le paramètre non extensif q . Les figures 38 et 39 représentent, respectivement, la variation de $E^2/4$ et de ϕ en fonction de ξ pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\Delta = 0.0089$ et $q = 0.7$. La figure 38 montre que le champ E^2 exhibe un profil localisé à une bosse pour les petites valeurs de M . L'augmentation de ce dernier entraîne la formation de structures à doubles bosses symétriques par rapport au centre. Cet effet devient plus important lorsque les électrons tendent à rétablir leur équilibre thermodynamique (Fig. 40). Par ailleurs, le potentiel électrostatique représenté sur la figure 39 adopte le même profil localisé et son amplitude augmente à mesure que M augmente. L'effet de la non extensivité électronique sur les profils du champ et du potentiel électrostatiques est représenté, respectivement, sur les figures 41 et 42. La figure 41 montre que le champ électrique acquiert des structures à double bosse lorsque le paramètre non extensif q augmente. Par contre, le potentiel électrostatique ϕ (Fig. 42) adopte toujours un profil localisé et reste négatif et son amplitude (en valeur absolue) augmente lorsque les électrons tendent à restaurer leur équilibre thermodynamique.

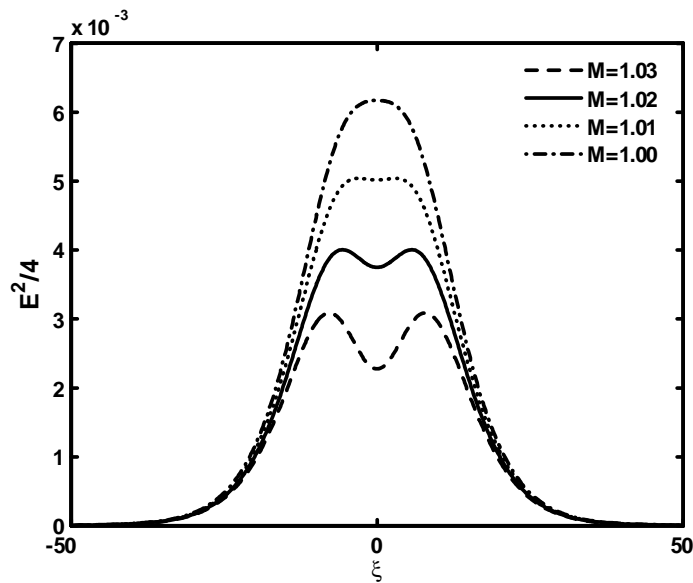


Figure 38 : Profil spatial de l'intensité du champ de Langmuir pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\Delta = 0.0089$ et $q = 0.7$.

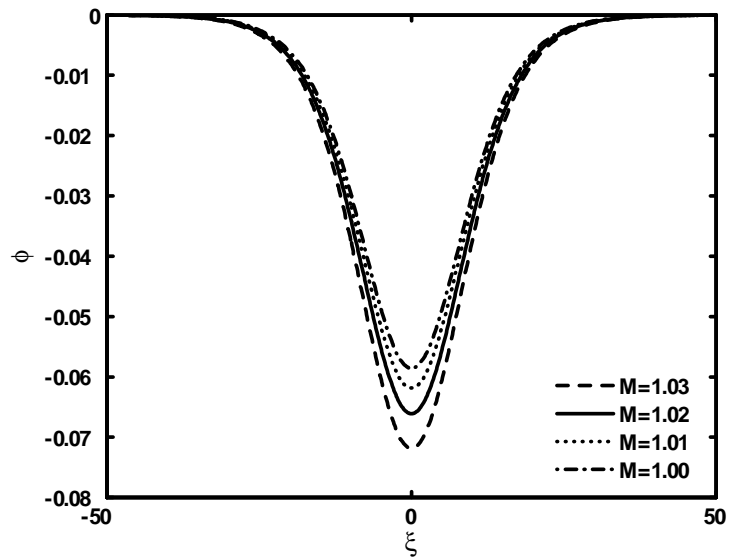


Figure 39 : Potentiel de l'onde acoustique ionique de basse fréquence associé au champ de Langmuir de la figure 38 pour différentes valeurs de M , avec $\Delta = 0.0089$ et $q = 0.7$.

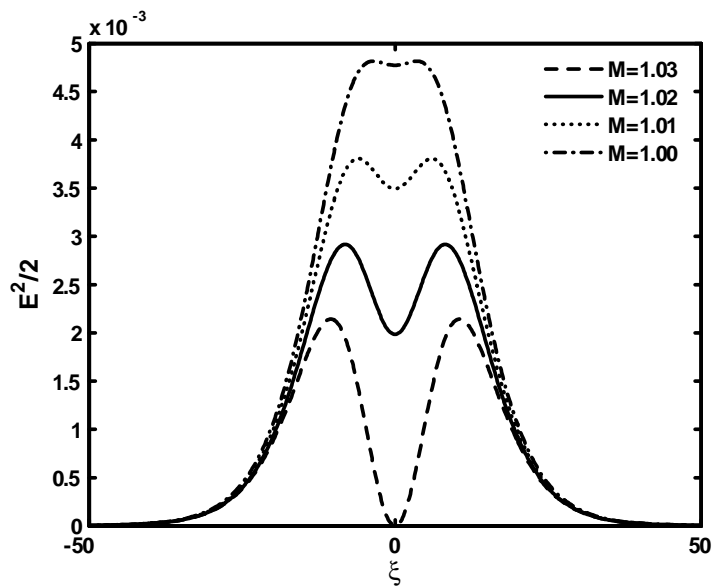


Figure 40 : Profil spatial de l'intensité du champ de Langmuir pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $\Delta = 0.0089$ et $q = 0.7358$.

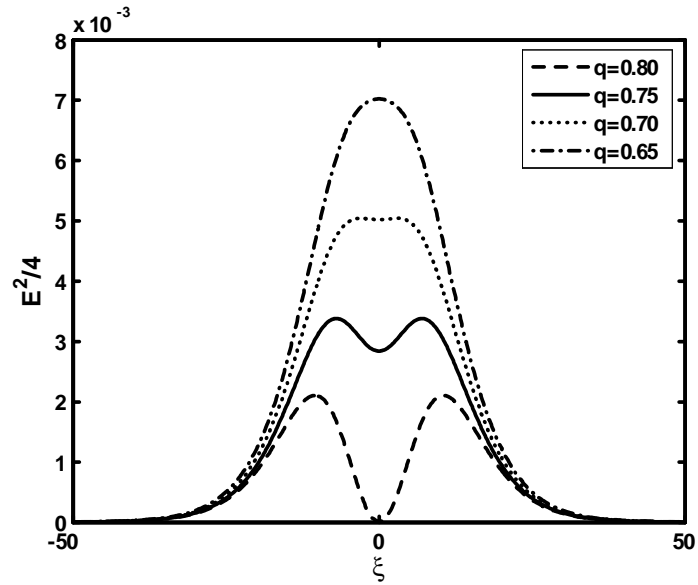


Figure 41 : Profil spatial de l'intensité du champ de Langmuir pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\Delta = 0.0089$ et $M = 1.01$.

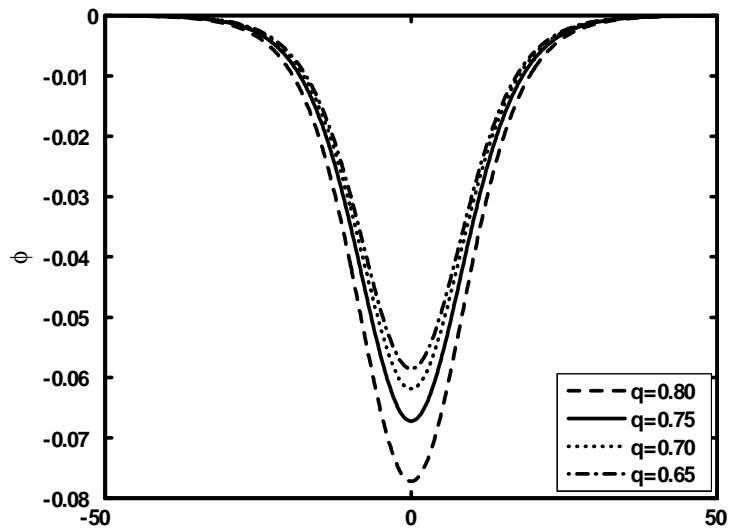


Figure 42 : Potentiel de l'onde acoustique ionique de basse fréquence associé au champ de Langmuir de la figure 41 pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $\Delta = 0.0089$ et $M = 1.01$.

Conclusion générale

Les travaux présentés dans la présente thèse s'inscrivent dans le cadre de l'étude et l'analyse de certains phénomènes non linéaires dans les plasmas complexes à charge variable. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de réalisation de structures localisées (cohérentes et dissipatives) dans les plasmas poussiéreux électronégatifs et non extensifs. Notre étude a été motivée d'une part par le fait que les plasmas électronégatifs, chimiquement très réactifs, ont fait l'objet d'un profond regain d'intérêt à cause de leurs applications technologiques et de leur rôle dans les plasmas astrophysiques et d'autre part du fait qu'au cours de ces vingt dernières années, une attention particulière a été accordée à la généralisation non extensive de l'entropie de Boltzmann, Gibbs et Shannon (BGS). Ceci est dû au fait qu'il est actuellement admis que le formalisme BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques.

Dans le premier chapitre, nous avons introduit les plasmas poussiéreux, décrit leurs propriétés intrinsèques et énuméré les différents processus physiques qui les caractérisent. Nous avons insisté sur les différents mécanismes de charge d'un grain de poussière et mis l'accent sur les différents modes électrostatiques susceptibles d'exister dans un plasma poussiéreux. Nous avons terminé notre chapitre par un résumé succinct sur la statistique non extensive de Tsallis dont nous avons décrit les principaux concepts.

Le deuxième chapitre de cette thèse a été consacré aux propriétés de l'onde acoustique poussiéreuse (DA) d'amplitude arbitraire dans un plasma poussiéreux contenant des ions négatifs. Nous avons insisté, dans ce chapitre, sur les conditions d'existence et de réalisation des structures solitaires ainsi que sur les effets introduits par la variation de la charge des grains et de la présence d'ions négatifs. Nous nous sommes d'abord intéressés au cas des grains de poussière à charge constante. Nos résultats ont révélé qu'une augmentation de

la densité des ions positifs favorise la propagation de l'onde acoustique poussiéreuse (DA) solitaire dans la mesure où le domaine des nombres de Mach admissibles s'élargit. De plus, l'électronégativité peut rendre le profil de l'onde solitaire plus cornu. Notre analyse a alors été étendue au cas où la charge des grains exhibe des variations self-consistantes. Deux cas ont alors été considérés: cas où le terme convectif de l'équation de la charge peut être négligé, i.e., $I_+ + I_- \simeq 0$ et cas où $I_+ + I_- \neq 0$. L'analyse du premier cas nous a permis de montrer que la charge ainsi que la densité des grains de poussière adoptent des profils localisés qui dépendent sensiblement du nombre d'ions négatifs présents dans notre modèle de plasma. Il nous a été possible de trouver une relation, exprimée en termes de la fonction de Lambert, entre la charge du grain de poussière et le potentiel du plasma. Cette relation nous a permis, d'une part, de réduire le nombre d'équations différentielles à résoudre et, d'autre part, d'établir un modèle semi-analytique. Sous certaines conditions ($I_+ + I_- \neq 0$), l'influence de la variation de la charge du grain de poussière peut s'avérer assez importante : elle fournit un mécanisme physique alternatif qui donne lieu à un phénomène de dissipation.

Dans le troisième chapitre, nous avons analysé l'effet de la non thermalité des ions négatifs et de la variation adiabatique ($\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$) et non adiabatique (ω_{pd}/ν_{ch} petit mais fini, i.e., $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$) de la charge des grains de poussière sur l'onde acoustique poussiéreuse associée à un plasma électronégatif. Rappelons que les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire et que la présence des particules non thermiques a été confirmée par de nombreuses observations spatiales. Nous avons alors établi, en faisant appel à la méthode de la perturbation réductive, trois différentes équations de type Korteweg-de Vries: une équation de type K-dV standard et deux équations de type équation K-dV amortie. Ces deux dernières équations, contiennent, en plus des trois termes habituels de l'équation K-dV, un terme additif traduisant l'amortissement. Elles nous ont servi comme équations de base pour analyser les structures dissipatives inhérentes à notre modèle de plasma. Pour cela, l'équation d'évolution de la charge des grains, en présence d'ions positifs Maxwelliens et d'ions négatifs non thermiques, a été établie de manière self-consistante et les courants de charge ont été calculés en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique. L'investigation numérique a confirmé que seule la variation de la charge du grain est responsable de l'amortissement non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse. Nous avons de plus montré que ce phénomène de dissipation (dite anormale du fait qu'elle ne soit due qu'au phénomène de la variation de la charge des grains) devient de plus en plus important à mesure que les effets non thermiques deviennent plus significatifs. Par conséquent, la non thermalité des ions négatifs contribue à rendre plus effective la dis-

sipation anormale causée par la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière. Par ailleurs, l'analyse numérique de la solution de l'équation K-dV Burger a révélé que notre modèle de plasma peut propager, selon la valeur du paramètre non thermique, des ondes de choc, de nature monotone, raréfactives et compressives dont les amplitudes sont sensiblement affectées par les effets non thermiques des ions négatifs.

Bien entendu, la plupart des études qui ont été réalisées dans le cadre de la modélisation des ondes acoustiques poussiéreuses ont été limitées au cas de la statistique standard, extensive, de Boltzmann et Gibbs. C'est pourquoi, le quatrième chapitre de notre thèse a été dédié à l'étude des propriétés non linéaires des ondes acoustiques poussiéreuses dans le contexte du formalisme non extensif de Tsallis. En particulier, nous nous sommes intéressés à l'effet conjugué de la non extensivité et de la non thermalité des ions sur le mode acoustique poussiéreux associé à un plasma complexe à charge variable. Pour cela, nous avons proposé une nouvelle fonction de distribution des vitesses ioniques dont une proportion est non thermique. Celle-ci nous a permis d'établir la densité des ions non thermiques et non extensifs. Nos résultats ont révélé que la non extensivité et la non thermalité des ions affectent de manière remarquable le profil spatial du soliton acoustique poussiéreux. En particulier, nous avons noté qu'une augmentation du caractère non extensif entraîne une diminution de l'amplitude du soliton et une augmentation de sa largeur. Cet effet devient de plus en plus important lorsque le caractère non thermique du plasma augmente. Nous avons aussi montré que sous certaines conditions, la variation de la charge du grain induit une atténuation de l'onde non linéaire qui donne lieu au développement d'une onde de choc acoustique poussiéreuse. Cette onde de choc est dite non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau (interaction onde-particule), ni viscosité résultant de collisions entre les grains et le reste des particules. En réalité, cette onde de choc est le résultat d'un équilibre entre les phénomènes non linéaires associés à notre plasma et la dissipation anormale de l'énergie induite par la fluctuation de la charge du grain de poussière. Par ailleurs, notre analyse nous a permis de mettre en évidence l'existence d'ondes de choc non collisionnelles raréfactives et compressives. Ces dernières sont sensiblement affectées par les effets non extensifs et non thermiques. En guise de complément, nous avons terminé ce chapitre en présentant une extension de notre modèle au cas d'ions non thermiques non extensifs décrits par une fonction de distribution tridimensionnelle. Le courant de charge ionique approprié a été établi en faisant appel au modèle bien connu de la sonde électrostatique et la nouvelle relation, en termes de la fonction de Lambert, liant la charge électrique des grains au potentiel électrostatique a été déduite. Notons que cette relation peut être

utilisée pour étudier le phénomène de neutralisation de la charge du grain de poussière, appelé aussi phénomène de "décharge" du grain[132],[133].

Le dernier chapitre de notre thèse a été consacré à une étude succincte du couplage non linéaire de l'onde de Langmuir avec le mode acoustique ionique associé à un plasma non extensif. Un ensemble complet d'équations non linéaires décrivant la propagation de l'onde de Langmuir de haute fréquence couplée à l'onde acoustique ionique de basse fréquence en présence d'électrons non extensifs, a été établi. Nous nous sommes intéressés aux modifications introduites par les effets non extensifs sur le mode de Langmuir couplé au mode acoustique ionique. Nos résultats ont montré que l'intensité du champ de Langmuir E et le potentiel électrostatique ϕ sont sensiblement affectés par la présence des électrons non extensifs. En particulier, nous avons trouvé que le champ électrique E acquiert des structures à double- bosses pour les grandes valeurs du paramètre non extensif q . Le potentiel électrostatique ϕ adopte toujours un profil localisé négatif dont l'amplitude augmente lorsque les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique.

Nous pensons avoir atteint les objectifs que nous nous sommes fixés au début de ce travail de recherche. Au vu de la pertinence des oscillations non linéaires dans les plasmas de laboratoire et de l'espace, nos résultats devraient aider à fournir un bon ajustement (grâce au paramètre entropique q) entre les résultats théoriques et expérimentaux. L'une des perspectives que nous comptons investir à l'avenir découle naturellement du dernier chapitre. Il s'agit de revisiter les phénomènes de turbulence dans le contexte du nouveau formalisme de Tsallis.

Bibliographie

- [1] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Academic, New York, 1979).
- [2] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [3] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [4] P. Roca Cabarrocas, P. Gay et A. Hadjadj, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 655 (1996).
- [5] A. Dutta, Y. Hayafuna et S. Oda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, L855 (2000).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space. Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [8] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [9] P. M. Bellan, *Fundamentals of Plasma Physics* (Pasadena, California, 2004).
- [10] A. Rényi, *Acta Math. Acad. Sci. Hung.* **6**, 285 (1955).
- [11] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [12] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Lett. A* **375**, 2059 (2011).
- [13] R. Amour et M. Tribeche, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **16**, 3533 (2011).
- [14] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [15] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas* **17**, 124502 (2010).
- [16] L. Liyan et J. Du, *Physica A* **387**, 4821 (2008).
- [17] J. A. S. Lima, R. Silva, Jr. et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).

-
- [18] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [19] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [20] L. Stenflo, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Phys. Plasmas* **7**, 2731 (2000).
- [21] M. R. Jana, A. Sen et P. K. Kaw, *Phys. Rev. E* **48**, 3930 (1993).
- [22] A. Melzer, T. Trottenberg et A. Piel, *Phys. Lett. A* **191**, 301 (1994).
- [23] B. Walch, M. Horanyi et S. Robertson, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22**, 97 (1994).
- [24] C. Arnas, M. Mikikian et F. Doveil, *Phys. Rev. E* **60**, 7420 (1999).
- [25] A. A. Samarian et S. V. Vladimirov, *Phys. Rev. E* **67**, 066404 (2003).
- [26] L. Couedel, M. Mikikian, L. Boufendi et A. A. Samarian, *Phys. Rev. E* **74**, 026403 (2006).
- [27] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6034 (2000).
- [28] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi et S. Robertson, *J. Geophys. Res.* **106**, 8343 (2001).
- [29] *G. Sorasio, D. A. Mendis et M. Rosenberg, Planet. Space sci.* **49**, 1257 (2001).
- [30] A. Meige, G. Leray, J.-L. Raimbault et P. Chabert *Appl. Phys. Lett.* **92**, 061501 (2008).
- [31] V. Midha, B. Ramamurthi et D. J. Economou, *J. Appl. Phys.* **91**, 10 (2002).
- [32] G. O. Ludwig, J. L. Ferreira et Y. Nakamura, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 275 (1984).
- [33] B. Song, D. Suszcynsky, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Fluids B* **1**, 2316 (1989).
- [34] T. Intrator, N. Hershkowitz et R. Stern, *Phys. Fluids* **26**, 1942 (1983).
- [35] A. Johnson III et R. Ramaiah, *Phys. Rev. A* **36**, 774 (1987).
- [36] R. L. Merlino et J. J. Loomis, *Phys. Fluids B* **2**, 2865 (1990).
- [37] T. Takeuchi, S. Iizuka et N. Sato, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 77 (1998).

-
- [38] V. I. Kolobov et D. J. Economou, *Applied Phys. Lett.* **72**, 656 (1998).
- [39] B. A. Klumov, A. V. Ivlev et G. Morfill, *JETP Lett.* **78**, 300 (2003).
- [40] N. Plihon, C. S. Corr et P. Chabert, *Applied Phys. Lett.* **86**, 091501 (2005).
- [41] S. Ghosh, *Phys. Plasmas* **12**, 094504 (2005).
- [42] R. L. Merlino et S. H. Kim, *Applied Phys. Lett.* **89**, 091501 (2006).
- [43] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **13**, 112305 (2006).
- [44] M. Tribeche et M. Benzekka, *Phys. Plasmas* **16**, 083702 (2009).
- [45] H. Kokura, S. Yoneda, K. Nakamura, N. Mitsuhiro, M. Nakamura et H. Sugai, *Jpn. J. Appl. Phys. Part 1* **38**, 5256 (1999).
- [46] L. Boufendi et A. Bouchoule, *Plasma Sources Sci. Technol.* **11**, A211 (2002).
- [47] B. A. Klumov, S. I. Popel et R. Bingham, *JETP Lett.* **72**, 364 (2000).
- [48] M. Dadsden et W. Schroder, *Noctilucent Clouds* (New York, 1989), Chap. 9.
- [49] D. J. Economou, *Appl. Surf. Sci.* **253**, 6672 (2007).
- [50] A. Y. Wngo, D. L. Mamas et D. Arnush, *Phys. Fluids* **18**, 1489 (1975).
- [51] N. Hershkowitz et T. Intrator, *Rev. Sci. Instrum.* **52**, 1629 (1981).
- [52] P. V. Bliokh et V. V. Yarashenk, *Sov. Astron. Engl. Transl.* **29**, 330-336 (1985).
- [53] O. Havnes, *Astro. and Astrophys.* **193**, 309-312 (1988).
- [54] Jean-Loup Delcroix et Abraham Bers, *Physique des Plasmas* (Editions CNRS, 1994), tome 2.
- [55] J. H. Malmberg et C. B. Wharton, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 175 (1966).
- [56] D. Summers et R. M. Thorne, *Phys. Fluids B* **3**, 1835 (1991).
- [57] D. Summers et R. M. Thorne, *Phys. Plasmas* **1**, 2012 (1994).
- [58] R. L. Mace et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **2**, 6 (1995).
- [59] F. Valentini et R. D'agosta, *Phys. Plasmas* **14**, 092111 (2007).

-
- [60] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [61] N. D'Angelo, *Planet. Space Sci.* **38**, 1143 (1990).
- [62] M. P. Leubner et Z. Voros, *Nonlin. Processes Geophys.* **12**, 171 (2005).
- [63] M. P. Leubner, *Nonlin. Processes Geophys.* **15**, 531 (2008).
- [64] H. J. Haubold et D. Kumar, *Astroparticle Phys.* **29**, 70 (2008).
- [65] N. G. de Almeida, *Physica A* **387**, 2745 (2008).
- [66] G. Livadiotis, *J. Math. Chem.* **45**, 930 (2009).
- [67] R. Hanel et S. Thurner, *Phys. Lett. A* **373**, 1415 (2009).
- [68] C. Tsallis, R.S. Mendes et A.R. Plastino, *Physica A* **261**, 534 (1998).
- [69] E.G.D. Cohen, *Physica A* **305**, 19 (2002).
- [70] R. Silva, A. R. Plastino et J. A. S. Lima, *Phys. Lett. A* **249**, 401 (1998).
- [71] F. Bouchet et J. Sommeria, *J. Fluid. Mech.* **464**, 165 (2002).
- [72] M. K. H. Kiessling et T. Neukirch, *Proc. Nat. acad. Sci. USA* **100**, 1510 (2003).
- [73] M. Antoni, Y. Elskens et D. Escande. *Phys. Plasmas* **5**, 841 (1998).
- [74] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York ,1966) Vol. 4, p. 23.
- [75] F. Melandso, T. Aslasken et O. Havnes, *Planet. Space Sci.* **41**, 321 (1993).
- [76] J. X . Ma et J. Liu, *Phys. Plasmas* **4**, 253 (1997).
- [77] S. V. Singh et N. N. Rao, *J. Plasma Phys.* **60**, 541 (1998).
- [78] F. Melandso, *Phys. Plasmas* **3**, 3890 (1996).
- [79] M. Tribeche, R. Hamdi et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **7**, 4013 (2000).
- [80] T. S. Northrop, *Phys. Scr.* **45**, 475 (1992).
- [81] M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Forster, J. A. O'Neill et D. K. Coultas, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 313 (1992).

-
- [82] B. Walch, M. Horanyi et S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 838 (1995).
- [83] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey et D. E. Knuth, *Adv. Comput. Math.* **5**, 329 (2002).
- [84] M. Tribeche et M. Benzekka, *Astrophys. Space Sci.* **331**, 619 (2011).
- [85] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 1 (2007).
- [86] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [87] M. R. Gupta, S. Sakar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [88] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 431 (1996).
- [89] M. Tribeche, A. Berbri et T. H. Zerguini, « Dust acoustic solitary waves in a charge varying dusty plasma with nonthermal ions », 7eme Congres National de la Physique et de ses Applications (CNPA'2006) BECHAR, 18-20 Décembre 2006.
- [90] Y. Nakamura, H. Bailung et K. E. Lonngren, *Phys. Plasmas* **6**, 3466 (1999).
- [91] C. Yinhua et M. Y. Yu. *Phys. Plasma* **1**, 1868 (1994).
- [92] A. A. Mamun, R. A. Cairns et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **3**, 702 (1996).
- [93] S. G. Tagare, *Phys. Plasmas* **4**, 3167 (1997).
- [94] M. Kakati et K. S. Goswami, *Phys. Plasmas* **5**, 4508 (1998).
- [95] G. C. Das, J. Sarma et R. Roychoudhury, *Phys. Plasmas* **8**, 74 (2001).
- [96] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **9**, 1150 (2002).
- [97] S. I. Popel, A. P. Golub, T. V. Losseva, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak et G. Morfill, *Phys. Rev. E* **67**, 056402 (2003).
- [98] S. K. El-Labany, W.F. El-Taibany, A. A. Mamun et W. M. Moslem, *Phys. Plasmas* **11**, 926 (2004).
- [99] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, *Phys. Scr.* **75**, 354 (2007).
- [100] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **372**, 5181 (2008).

-
- [101] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **373**, 1951 (2009).
- [102] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [103] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [104] S. Ghosh et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **12**, 092306 (2005).
- [105] L. Stenflo, T. D. Buadze et N. L. Tsintsadze, *Phys. Lett. A* **135**, 37 (1989).
- [106] V. Vladimirov, K. Ostrikov, M. Y. Yu et G. E. Morfill, *Phys. Rev. E* **67**, 036406 (2003).
- [107] N. N. Rao et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **42**, 221 (1994).
- [108] I. Denysenko, M. Y. Yu, L. Stenflo et N. A. Azarenkov, *Phys. Plasmas* **12**, 042102 (2005).
- [109] B. M. Annaratone, T. Antonoua, H. M. Thomas et G. E. Morfill, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 185001 (2004).
- [110] N. D'Angelo, *J. Phys. D* **37**, 860 (2004).
- [111] S. Younsi et M. Tribeche, *Plasma Phys.* **17**, 043705 (2010).
- [112] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30**, 720 (2002).
- [113] M. Dadsden et W. Schroder, *Noctilucent Clouds* Springer, New York, (1989).
- [114] O. P. Dovner, A. I. Eriksson, R. Bostrom et B. Hollback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [115] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlinear Processes in Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [116] R. Boström, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
- [117] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [118] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, *J. de Physique* **5 C6**, 43 (1995).

- [119] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, *Phys. Scr.* **T63**, 80 (1996).
- [120] A. V. Milovanov et L. M. Zelenyi, *Nonlinear Processes Geophys.* **7**, 211 (2000).
- [121] M. Benzekka et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 63 (2011).
- [122] R. Amour, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 287 (2011).
- [123] A. Berbri et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **16**, 053701 (2009).
- [124] M. Benzekka et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **20**, 083702 (2013).
- [125] V. E. Zakarov, A. F. Mastrykov et V. S. Synakh, *Sov.J. Phys. Plasmas* **1**, 335 (1975).
- [126] L. I. Rudakov et V. N. Tsytovich, *Phys. Repts.* **40C**, 1 (1978).
- [127] S. G. Thornhill et D. ter Haar, *Phys. Repts.* **43**, 43 (1978).
- [128] S. L. Musher, A. Rubenchik et V. E. Zakharov, *Phys. Repts.* **252**, 177 (1995).
- [129] S. I. Popel, S. V. Vladimirov et V. N. Tsytovich, *Phys. Repts.* **259**, 327 (1995).
- [130] H. Alinejad, P. A. Robinson, O. Skjaeraasen et I. H. Cairns, *J. Phys. Plasmas* **75**, 193 (2008).
- [131] V. E. Zakharov, *Soviet Phys. JETP* **35**, 1745 (1972).
- [132] M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **18**, 103702 (2011).
- [133] M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Lett. A* **376**, 1207 (2012).