

N° d'ordre : 05/2014-D/PH

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE  
HOUARI BOUMEDIENE  
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



**THESE**

présentée pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

en **PHYSIQUE**

Spécialité : Physique Théorique

par: **Mustapha BACHA**

**Sujet**

**Contribution à l'étude des Plasmas  
non- Maxwelliens**

Soutenu publiquement le, 06/05/2014, devant le jury composé de :

Mme.	F. CHAFA- MEKIDECHE	Professeur	à l'USTHB	Présidente
M.	M. TRIBECHE	Professeur	à l'USTHB	Directeur de thèse
M.	O. LAMROUS	Professeur	à l'UMM, T. Ouzou	Examinateur
M.	A. TAHRAOUI	Professeur	à l'USTHB	Examinateur
M.	B. MEZIANI	Professeur	à l'UAM, Bejaia	Examinateur
M.	A. MEZEGHRANE	MCA	à l'UMM, T. Ouzou	Examinateur

# *Remerciements*

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté de Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

L'encadrement exceptionnel dont j'ai bénéficié, m'a donné une grande motivation pour mon travail. Mes premiers et plus sincères remerciements vont donc au Professeur **M. TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur. Outre la confiance qu'il m'a témoignée, il a constamment suivi la progression de mon travail pour le mener à bien et à terme. Sa passion communicative pour la recherche m'a fait porter un nouveau regard sur les beautés de ce métier et le désir d'aller plus loin dans la physique des plasmas. Merci donc, pour tous les efforts qu'il a mobilisés pour me faire apprendre beaucoup de choses intéressantes. Et de m'avoir fait ainsi bénéficier de son expérience. Qu'il trouve ici à travers ces quelques lignes l'expression de mon profond respect et de ma très haute considération.

Je remercie vivement le Professeur Fawzia MEKIDECHE-CHAFI, du Laboratoire de Physique Théorique et Vice Rectrice chargée des Relations Extérieures de la Coopération, de l'Animation, de la Communication et des Manifestations Scientifiques (USTHB) qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au Professeur Omar LAMROUS, de l'université Mouloud MAMMERI, Tizi Ouzou, au Professeur Bachir MEZIANI, de l'université de BEJAIA, au Docteur Abdelaziz MEZEGHRANE, Maître de Conférences A à l'université Mouloud MAMMERI, Tizi Ouzou ainsi qu'au Professeur A. TAHRAOUI du Laboratoire d'Electronique Quantique (USTHB), pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Ma profonde gratitude s'adresse au Dr. K. Aoutou pour son aide précieuse et efficace et sa disponibilité. Comme je tiens à remercier Dr. R. Amour pour l'intérêt constant et l'implication scientifique dont il a fait preuve à l'égard de mon travail.

---

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de l'équipe avec laquelle j'ai travaillé, pour leur amitié et leur disponibilité.

Je remercie mes amis pour la bonne humeur et l'attachement qu'ils ont toujours manifesté à mon égard, ainsi que pour leur sympathie et tous les merveilleux moments passés en leur compagnie.

J'exprime ma profonde reconnaissance et mes remerciements à toute ma famille, ma sœur, mes frères, ma grand-mère et mes neveux pour leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés tout au long du présent travail.

En fin, je ne peux terminer sans accorder toute ma reconnaissance et toute mon affection à mes parents qui ont toujours su m'apporter soutien, confiance et réconfort. Merci surtout pour tous les "bagages" qu'ils m'ont donnés et qui sont bien utiles pour "tracer la route".

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Généralités sur les plasmas complexes</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction aux Plasmas . . . . .	5
1.2 Plasmas poussiéreux . . . . .	6
1.2.1 Quasi- neutralité de la charge électrique . . . . .	7
1.2.2 Paramètres caractéristiques d'un plasma complexe . . . . .	7
1.3 La charge du grain de poussière . . . . .	9
1.4 Modes acoustiques . . . . .	10
1.4.1 Onde acoustique poussiéreuse (DAW) . . . . .	11
1.4.2 Onde acoustique ionique Poussiéreuse (DIAW) . . . . .	11
1.5 Structures non- linéaires . . . . .	11
1.6 Statistique non extensive . . . . .	13
<b>2 Influence des électrons non extensifs sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable</b>	<b>15</b>
2.1 Introduction . . . . .	15
2.2 Modèle théorique et équations de base . . . . .	16
2.3 Equation de charge du grain de poussière . . . . .	18
2.4 Résultats numériques . . . . .	20
2.4.1 Variation adiabatique de la charge . . . . .	21
2.4.2 Variation non adiabatique de la charge . . . . .	25
<b>3 Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable en présence d'électrons non extensifs</b>	<b>27</b>
3.1 Introduction . . . . .	27

3.2	Equations de base . . . . .	28
3.3	Cas des grains de poussière à charge variable . . . . .	32
3.3.1	Existence des solitons . . . . .	33
3.3.2	Résultats numériques . . . . .	35
3.3.3	Existence des ondes de choc . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Onde acoustique ionique poussiéreuse dans un plasma contenant des électrons et des positrons non extensifs</b>	<b>42</b>
4.1	Introduction . . . . .	42
4.2	Modèle théorique . . . . .	43
4.2.1	Solution en onde solitaire . . . . .	45
4.2.2	Solution en double-couches . . . . .	45
4.3	Résultats numériques . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Soliton acoustique ionique de Gardner dans un plasma non extensif dans une géométrie non plane</b>	<b>51</b>
5.1	Introduction . . . . .	51
5.2	Equations de base . . . . .	52
5.3	Résultats numériques et discussion . . . . .	56
<b>6</b>	<b>Ondes scélérates dans un plasma en présence d'électrons non extensifs</b>	<b>61</b>
6.1	Introduction . . . . .	61
6.2	Equations de base . . . . .	62
6.2.1	Equation K-dV . . . . .	62
6.2.2	Equation non linéaire de Schrödinger (NLS) . . . . .	63
6.3	Résultats numériques . . . . .	65
6.4	Extension du modèle dans le cas d'un plasma magnétisé . . . . .	68
6.4.1	Equations de base du modèle physique . . . . .	68
6.4.2	Equation non linéaire de Schrödinger . . . . .	69
6.4.3	Résultats Numériques et discussion . . . . .	71
<b>7</b>	<b>Onde acoustique poussiéreuse de choc dans un plasma complexe magnétisé en présence d'électrons suprathermiques: Application à la Comète de Halley.</b>	<b>78</b>
7.1	Introduction . . . . .	78
7.2	Présentation physique et équations de base du modèle . . . . .	79

7.2.1	Equation de la charge du grain de poussière . . . . .	81
7.2.2	Analyse faiblement non linéaire . . . . .	83
7.2.3	Solution en onde de choc . . . . .	86
7.3	Résultats numériques et discussion . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>92</b>

# Introduction

L'histoire de l'univers nous fascine, c'est une aventure qui se poursuit plus de quinze milliards d'années et qui unit l'univers à la connaissance humaine et aux magistrales avancées de la science. Il y a plus de 2500 ans, les anciens grecs imaginaient que le monde est formé de quatre éléments essentiels, à savoir, la terre, l'eau, l'air et le feu. Depuis, les théories scientifiques se sont succédées et l'on sait que les trois premiers éléments correspondent à nos états, solide, liquide et gazeux. Mais l'état physique correspondant au feu n'est apparu que récemment. C'est en 1928 que les deux physiciens Langmuir et Tonks ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube à décharge.

La majeure partie de l'univers est remplie d'une substance diluée, ce n'est ni un liquide, ni un solide, ni un gaz, c'est un plasma, le quatrième état de la matière, formé d'atomes neutres, d'ions et d'électrons. Ces quatre phases sont caractéristiques de la nature des liaisons assurant la cohésion des éléments de la matière. La foudre et les aurores polaires sont les seules manifestations naturelles du plasma sur la Terre, où cet état de la matière est rarement rencontré, alors que c'est le plasma qui constitue les étoiles et la majeure partie de l'univers. Nous vivons sur une planète protégée de toutes agressions externes, non seulement par le champ magnétique terrestre, mais aussi grâce à l'océan de plasma qui entoure la Terre. En effet grâce aux avancées de la science, les plasmas créés artificiellement sont largement utilisés dans de nombreuses applications. La maîtrise des plasmas a d'abord donné lieu aux tubes à néon, plus récemment, aux écrans à plasma (des téléviseurs extra-grands et ultra-plats), au découpage des métaux par chalumeau à plasma..etc. Par ailleurs, ils sont à la base de ce qui constituera certainement l'énergie de demain à travers la fusion thermonucléaire contrôlée.

Tout comme les plasmas, l'environnement est peuplé de matière sous forme de poussière. Par terme "poussière" nous décrivons toute particule micrométrique ou sub- micrométrique hautement massive et fortement chargée. Les plasmas et les grains de poussière ont de

nombreuses occasions de se rencontrer dans la nature et de donner naissance aux plasmas poussiéreux ou plasmas complexes [1]. Ces derniers sont alors définis comme des gaz ionisés comprenant en plus des ions et des électrons, des grains de poussière électriquement chargés. Ces impuretés ont été observées pour la première fois, dans les années 1920 par Langmuir dans une décharge filamentaire [2]. Les plasmas poussiéreux n'ont commencé à être réellement étudiés que depuis la fin des années quatre-vingt à cause des problèmes à caractère industriel que pouvaient engendrer les grains de poussière. Par ailleurs, les plasmas poussiéreux sont utilisés dans la formation des nano-cristaux [3] dont on peut tirer profit pour les futures générations de transistors [4] et de cartes de mémoire [5]. Ces milieux se rencontrent aussi à l'état naturel dans l'espace, à titre d'exemples, dans les nuages interstellaires, les anneaux et atmosphères planétaires et les queues des comètes. À cause de leur rôle, parfois prééminent, dans certaines applications technologiques, spatiales et astrophysiques, les plasmas poussiéreux ont suscité un profond regain d'intérêt. Ces grains massifs et hautement chargés introduisent et font intervenir de nouveaux phénomènes dans les plasmas, tels que la fluctuation de la charge électrique, l'appauvrissement électronique et la dissipation anormale de l'énergie. Comme ils peuvent aussi affecter et modifier les propriétés dispersives, non linéaires et dissipatives du plasma traditionnel à deux composantes. De nouveaux modes et de nouvelles instabilités peuvent alors se développer. La physique des plasmas poussiéreux a connu son épanouissement grâce à la dynamique des grains de poussière qui a permis la mise en évidence d'un nouveau mode acoustique de très basse fréquence baptisé onde acoustique poussiéreuse (un nouveau mode électrostatique dont l'existence a été prédite théoriquement par Rao et al. [6] et mis en évidence expérimentalement par Barkan et al. [7]). Par ailleurs, la présence de grains immobiles et chargés négativement modifie le mode acoustique ionique habituel qui devient alors mode acoustique ionique poussiéreux [8]. Le comportement des grains de poussière dans un plasma est déterminé par leur charge via leurs interactions avec les ions et les électrons du milieu. Un grain de poussière acquiert une charge électrique qui peut aller jusqu'à des milliers de fois la charge élémentaire. Différents mécanismes contribuent aux processus de charge de ces grains, à savoir, la collection des électrons et des ions du plasma de base (est le mécanisme le plus dominant dans les plasmas de laboratoire), l'émission photo-électronique dans les milieux radiatifs, l'émission électronique secondaire, l'émission par ions énergétiques...etc. Récemment une panoplie de travaux théoriques et expérimentaux a été menée notamment dans le but d'étudier les ondes, les instabilités et les processus de charge dans les plasmas poussiéreux. La plupart de ces études ont été limitées à la statistique standard de Boltzmann Gibbs et Shannon (BGS). Le but principal de la

présente thèse est d'étudier, au moyen d'une approche analytique et numérique, certaines structures non linéaires associées aux différents modèles de plasmas (à charge variable) dans le contexte de la nouvelle statistique non extensive de Tsallis, définie comme une généralisation non extensive de l'entropie de BGS. Cette idée vient d'un constat que la statistique BGS ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tel que les plasmas.

C'est pourquoi après avoir défini quelques éléments de base nécessaires à la compréhension des études réalisées dans ce travail, le deuxième chapitre de la présente thèse sera consacré à l'étude de l'influence de la non extensivité des électrons sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable. Pour cela, les courants de charge seront calculés dans le cadre de la théorie de la sonde électrostatique. L'équation de la charge du grain de poussière, en présence d'électrons non extensifs, sera établie de manière self-consistante. On considérera (selon les temps caractéristiques de notre modèle de plasma) deux cas, à savoir, le cas adiabatique ( $I_e + I_i = 0$ ) et le cas non adiabatique ( $I_e + I_i \neq 0$ ). Le troisième chapitre portera sur l'étude de l'amortissement de l'onde acoustique ionique poussiéreuse dans un plasma complexe non extensif où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes. La méthode des perturbations réductives, utilisée dans le cas des faibles amplitudes, sera exploitée. Nous proposerons au cours du quatrième chapitre d'étendre l'investigation aux propriétés non linéaires des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses en présence de paires électrons-positrons non extensifs. Nous mettrons alors l'accent sur les modifications introduites par les effets non extensifs des électrons et des positrons. Une géométrie plane infinie ne peut pas être une situation réaliste dans les appareils de laboratoire et l'espace, donc une grande attention a été accordée à la compréhension des phénomènes non linéaires dans la géométrie non plane et les effets que cette dernière peut apporter sur les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses. C'est pourquoi l'objet du cinquième chapitre consistera à étudier les ondes acoustiques ioniques non planes (cylindriques ou sphériques) dans un plasma (électron-positron-ion) dans le contexte du formalisme non extensif. Dans le sixième chapitre nous allons aborder le problème des ondes scélérates (rogue waves) dans un plasma à deux composantes, composé d'ions fluides chargés positivement et d'électrons non extensifs. Une analyse faiblement non linéaire sera réalisée pour établir une équation de type Korteweg de Vries (K-dV). Celle-ci sera transformée en une équation non linéaire de Schrödinger (NLS), à condition que la fréquence de l'onde porteuse soit beaucoup plus petite que la fréquence plasma. Nous étendrons par la suite, cette étude pour tenir compte de l'existence d'un faible champ magnétique externe.

L'équation non linéaire de Shrödinger (NLS) sera obtenue à partir des équations fluides qui gouvernent la dynamique des oscillations acoustiques ioniques de notre modèle de plasma. Dans le dernier chapitre, nous étudierons l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma électronégatif magnétisé avec appliquerons notre modèle à la comète de Halley. Cette étude est motivée par le fait que la présence des particules suprathermiques a été confirmée par de nombreuses observations spatiales. Nous établirons alors une équation de type Korteweg- de Vries Burger qui nous servira de socle pour l'analyse des structures dissipatives inhérentes à notre modèle de plasma (cas de la comète de Halley).

Enfin, nous terminerons ce manuscrit par une conclusion et une brève présentation de nos perspectives.

# 1

## Généralités sur les plasmas complexes

### 1.1 Introduction aux Plasmas

Un plasma est un gaz partiellement voire totalement ionisé, constitué d'un ensemble de particules chargées (électrons, ions) et neutres (atomes, molécules) qui répond collectivement aux forces électromagnétiques. La différence principale entre un gaz et un plasma réside dans la nature des interactions entre les particules de ces deux milieux respectifs. Dans un gaz classique, les collisions entre particules neutres qui régissent la dynamique globale du fluide sont régies par des forces à courte portée (en  $1/r^7$ , force de Van Der Waals). Par contre, dans un plasma, les interactions qui interviennent entre les particules sont électromagnétiques et à longue portée. Le champ créé par une charge électrique décroît en  $1/r^2$  (force de Coulomb) et chaque particule chargée interagit, à chaque instant, avec un très grand nombre d'autres particules chargées. En effet, dans un plasma, les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent dominer sur les collisions binaires entre particules chargées et neutres. Autrement dit, une particule est soumise principalement au champ moyen créé par toutes les autres particules. Ces champs peuvent parfois être imposés de l'extérieur, comme par exemple au voisinage d'une planète magnétisée. Dans un gaz neutre, les forces dues à l'action des champs sur la matière  $q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  sont nulles, du fait que les sources matérielles du champ ( $\rho$  et  $\mathbf{j}$ ) sont nulles. Dans un plasma, la propagation implique à la fois des perturbations mécaniques (dus aux collisions) et électromagnétiques. Un plasma est donc un milieu macroscopiquement neutre et à comportement collectif. Trois paramètres fondamentaux le caractérisent [9]: la densité électronique  $n_e$  (pouvant varier de 1 à  $10^{21}\text{cm}^{-3}$ ), la température électronique  $k_b T_e$  (pouvant varier de 0.1 à  $10^6$  eV) et le champ magnétique  $\mathbf{B}$  appliqué (pouvant atteindre quelques Teslas) ou self-consistent

(généré au sein même du plasma). Les autres quantités (la longueur de Debye, le rayon de Larmor, la fréquence plasma, la fréquence de giration, la vitesse thermique...) peuvent être établies à partir de ces trois paramètres fondamentaux. Pour les plasmas partiellement ionisés, le degré d'ionisation et la section efficace de collision des particules chargées avec les particules neutres sont aussi importants. De manière générale, nous distinguons deux types de plasmas: Les plasmas froids dont l'énergie des électrons ( $E = k_b T_e$ ) est très grande par rapport à celle des ions (les électrons sont alors dits réactifs) et les plasmas chauds dont l'énergie des ions est proche de celle des électrons (les ions sont alors dits réactifs). Dans un plasma, autour de chaque ion se forme un nuage électronique dont la densité décroît de manière exponentielle à mesure que l'on s'approche de la périphérie de ce nuage. La plus petite distance au-delà de laquelle le champ électrique créé par l'ion est atténué (on parle alors de l'écrantage de Debye) par le nuage électronique s'appelle la longueur de Debye  $\lambda_D$ . Pour un plasma de densité  $n_0$  et de température  $k_b T_e$ , cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_b T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.1)$$

Une première condition d'existence de l'état plasma est que ses dimensions spatiales soient grandes devant la longueur de Debye.

## 1.2 Plasmas poussiéreux

Un plasma poussiéreux (plasma complexe) est un plasma qui contient, en plus des électrons et des ions, des grains de poussière hautement chargés et fortement massifs. Ces derniers peuvent être constitués de divers matériaux (silicium, carbones, glace...). La présence de cette espèce supplémentaire rend le système plus complexe et implique de nouveaux comportements dans le plasma. Ils se trouvent dans les environnements astrophysiques mais jouent également un rôle important dans les plasmas de laboratoire. Leur distribution spatiale est influencée par le plasma et leur présence affecte également les propriétés du plasma. Les interactions de ces grains de poussière entre eux et avec le plasma dépendent de beaucoup de paramètres, parmi lesquels, la taille du grain de poussière et sa charge électrique. Un tel mélange de plasma et de poussière possède trois échelles de longueur caractéristiques. Ce sont le rayon du grain de poussière  $r_d$ , la longueur de Debye poussiéreuse  $\lambda_D$  et la distance moyenne inter-granulaire  $d$ . Cette dernière est reliée à la densité numérique  $n_d$  des grains par la relation  $n_d \cdot d^3 \sim 1$ . Afin d'étudier un plasma poussiéreux en laboratoire, il

faut d'abord le créer avec l'injection artificielle des grains de poussière directement dans le plasma [10]- [12].

### 1.2.1 Quasi- neutralité de la charge électrique

Pour l'analyse de l'écrantage de Debye ci-dessus, on a supposé que le plasma était initialement (en l'absence de toute perturbation) neutre, c'est à dire que les densités initiales électronique et ionique étaient égales. La tendance à la quasi-neutralité se produit car un plasma conventionnel n'a pas d'énergie interne suffisante pour devenir non neutre sur des distances plus grandes qu'une longueur de Debye. La condition de quasi- neutralité de la charge électrique dans un plasma poussiéreux dont les grains portent une charge négative s'écrit sous la forme

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_{d0} \quad (1.2)$$

$n_{j0}$  est la densité numérique des particules d'espèce  $j$  et  $Z_{d0}$  le nombre de charges non perturbées résidant sur la surface du grain. La condition de quasi- neutralité précédente (1.2) peut être réécrite sous la forme  $n_{i0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ , lorsque la plupart des électrons du plasma ambiant sont collectés par les grains de poussière. On parle alors d'appauvrissement ou déplétion électronique [13]. D'un autre côté, dans les plasmas poussiéreux irradiés à l'aide de rayons ultraviolets, les grains émettent (par effet photo-électrique) des électrons, et par conséquent, peuvent acquérir une charge positive. Dans ce cas, l'écrantage des grains positifs sera assuré par les électrons et à l'équilibre nous aurons  $n_{e0} \approx Z_{d0}n_{d0}$ .

### 1.2.2 Paramètres caractéristiques d'un plasma complexe

#### Paramètres fréquentiels

- **La fréquence plasma**, dans ce cas, est donnée par

$$\omega_{pd} = \left( \frac{4\pi n_{j0} q^2}{m_j} \right)^{1/2} \quad (1.3)$$

avec  $\omega_{pd} \ll \omega_{pi} \ll \omega_{pe}$ . Cette propriété est très importante pour étudier les phénomènes qui évoluent dans le temps en présence des grains de poussière. Le temps caractéristique des grains est très grand par rapport à celui des autres espèces du plasma.

- **La gyrofréquence**: cette fréquence paraît a priori être une caractéristique du mouvement individuel des particules puisque c'est celle de leur rotation autour du champ magnétique:  $\Omega_j = |q_j| B_0/m_j$ , avec  $B_0 = |\mathbf{B}|$ . De façon plus générale, c'est l'échelle qui caractérise

le mouvement lorsque la force de Lorentz est la force dominante. Elle apparaît aussi comme une fréquence caractéristique du mouvement collectif de chaque espèce de particules.

## Paramètres spatiaux

### - La longueur de Debye

La longueur de Debye est un paramètre physique important dans un plasma, c'est la plus petite distance au-delà de laquelle le champ de Coulomb d'une particule chargée est atténué (écranté) par le nuage électronique à l'intérieur du plasma. Les particules chargées se réarrangent afin d'écranter tous les champs électrostatiques sur cette distance de Debye. Dans les plasmas poussiéreux, la longueur de Debye peut être définie par

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De}\lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \quad (1.4)$$

$\lambda_{De}$  et  $\lambda_{Di}$  sont respectivement la longueur de Debye associée aux électrons et aux ions, comme défini dans les équations (1.5) et (1.6).  $T_e$ ,  $n_e$ ,  $T_i$  et  $n_i$  sont les températures et les densités des électrons et des ions.

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}} \quad (1.5)$$

$$\lambda_{Di} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_i}{n_i e^2}}. \quad (1.6)$$

Les grains de poussière sont chargés

-négativement si  $\lambda_{De} \gg \lambda_{Di}$  donc  $\lambda_D \approx \lambda_{Di}$ .

-positivement si  $\lambda_{Di} \gg \lambda_{De}$  donc  $\lambda_D \approx \lambda_{De}$ .

Les grains de poussière de rayon  $r_d$ , séparés par une distance donnée  $d$ , peuvent être traités par l'étude de la dynamique de la particule. Dans ce cas, nous parlons de plasma poussiéreux contenant des grains de poussière isolés lorsque  $r_d \ll \lambda_D \ll d$ . Par ailleurs, les effets collectifs entre grains chargés deviennent importants et significatifs lorsque  $r_d \ll d \ll \lambda_D$ . Dans ce cas, les particules de poussière chargées peuvent être assimilées à des particules ponctuelles massives semblables à des ions à charge multiple dans un plasma à plusieurs espèces.

- **Rayon de Larmor:** c'est le rayon de giration de la particule chargée autour du champ magnétique. Son expression est  $\rho_j = V_{thj}/\Omega_j$ , où  $V_{thj}$  est la vitesse thermique et  $\Omega_j$  la gyrofréquence de la particule d'espèce  $j$ .

### 1.3 La charge du grain de poussière

La différence principale entre les plasmas poussiéreux se situe dans la charge de ses grains de poussière, c'est pourquoi il est très important, dans la physique des plasmas poussiéreux, de comprendre le processus de charge des grains de poussière plongés dans un plasma ambiant. Cette dernière est une variable dynamique qui varie de zéro jusqu'à des milliers de fois la charge élémentaire de l'électron. Une variété de processus est à l'origine de la charge des grains de poussière, à savoir, le bombardement de la surface du grain à l'aide des électrons et des ions du plasma de base, l'émission photo-électronique sous l'effet d'un rayonnement ultraviolet, l'émission d'ions, la production d'électrons secondaires. . . etc. Parmi ces processus, la collecte des électrons et des ions par la surface du grain de poussière est le processus le plus dominant dans les plasmas de laboratoire de basses températures. Par conséquent, la charge du grain de poussière devient principalement négative. Ce processus de charge dépend de sections efficaces de collision. Celles-ci sont déterminées à partir du paramètre d'impact d'une particule approchant la surface d'un grain à une distance plus petite que les dimensions de cette particule. Leurs expressions, pour les électrons et les ions, sont données respectivement par[1]

$$\sigma_j^d(q_d, v) = \pi r_d^2 \left( 1 - \frac{2q_j \phi_d}{m_j v_j^2} \right) \quad (1.7)$$

où la charge moyenne du grain de poussière  $q_d$  est reliée à son potentiel de surface  $\phi_d$  par la relation  $q_d = C\phi_d$ , où  $C$  représente la capacité du grain qui, dans le cas d'un grain sphérique de rayon  $r_d$ , est donnée par  $C = 4\pi\epsilon_0 r_d$ . Soit  $f(v_j)$  la fonction de distribution des vitesses des particules d'espèce  $j$  ( $= e, i$  pour les électrons et les ions, respectivement), le courant de charge  $I_j$  de la particule d'espèce  $j$  est défini par

$$I_j = q_j \int_{V_j^{\min}}^{\infty} v_j \sigma_j^d(q_d, v) f_j(\mathbf{v}) d\mathbf{v}_j \quad (1.8)$$

où  $V_j^{\min}$  est la vitesse minimale que doit acquérir la particule d'espèce  $j$  pour atteindre la surface du grain. Nous considérons deux cas pour  $V_j^{\min}$ , pour  $q_j \phi_d < 0$  et  $q_j \phi_d > 0$ . Quand  $q_j \phi_d < 0$ , les particules d'espèce  $j$  du plasma et le grain de poussière s'attirent et l'intégration (1.8) doit être effectuée sur tout le domaine des vitesses  $v_j$ . D'autre part, pour  $q_j \phi_d > 0$  les particules d'espèce  $j$  du plasma et les grains de poussière se repoussent les uns les autres à l'exception de celles qui ont une vitesse supérieure ou égale à la vitesse minimale  $V_j^{\min} = \sqrt{2q_j \phi_d / m_j}$  afin de vaincre la barrière de potentiel du grain de poussière pour qu'elles puissent atteindre la surface de ce dernier. Dans ce cas, l'intégration (1.8) doit être effectuée sur l'intervalle des vitesses  $[V_j^{\min}, \infty[$ . Il faut bien noter que la prédiction des courants de

charge électronique et ionique est basée sur la théorie de la sonde électrostatique où le rayon de la particule  $r_d$  est très inférieur à la longueur de Debye  $\lambda_D$ . L'évolution temporelle de la charge du grain de poussière immergée dans un plasma est déterminée par l'équation de la charge suivante

$$\frac{dq_d}{dt} = \sum_{j=e,i} I_j. \quad (1.9)$$

À l'équilibre les courants de charge satisfont la relation  $I_{e0} + I_{i0} = 0$  et le grain de poussière acquiert un potentiel  $\phi_d$  négatif qui repoussera les électrons et accentuera la collection des ions. La charge électrostatique semble être l'un des paramètres les plus essentiels qui contrôle la dynamique des grains de poussière à la fois dans les plasmas de laboratoire et de l'espace sous l'action de diverses forces. Ces forces dépendent soit directement du rayon du grain de poussière, soit par l'intermédiaire de la charge  $q_d$ . Donc parmi ces forces, on distingue celles qui dépendent de la charge du grain, telles que la force électrostatique, la force d'entraînement ionique et la force d'interaction entre grains de poussière, et celles qui sont indépendantes de la charge, à savoir, la force de gravitation, la force de friction et la force thermophorèse. Dans la majorité des cas, en comparant les ordres de grandeur de ces forces, la force la plus dominante que subit le grain de poussière est la force électrostatique due à la charge que porte le grain.

## 1.4 Modes acoustiques

Dans un plasma, les particules chargées se meuvent aléatoirement et interagissent entre elles via leurs propres forces électromagnétiques. Elles peuvent aussi réagir à des perturbations externes. Par conséquent, une grande variété de phénomènes ondulatoires se génère en raison des mouvements de l'ensemble des particules du plasma. La présence de grains de poussière chargés dans un plasma à deux composantes (électrons et ions) peut modifier et altérer la propagation, l'instabilité, la diffusion ...etc des ondes susceptibles de se propager dans un tel plasma. Ces modifications peuvent être attribuées à la distribution aléatoire et non homogène des grains de poussière dans le plasma et à la déviation par rapport à la condition de quasi-neutralité conventionnelle d'un plasma à deux composantes. D'un autre côté, de nouveaux modes associés uniquement à la dynamique des grains de poussière peuvent apparaître. Dans ce cas, deux modes d'oscillations peuvent être mis évidence.

- Des oscillations résultant du mouvement de l'ensemble des particules du plasma (électrons, ions) affectées par les grains de poussière.

- Des oscillations dues au mouvement collectif des grains de poussière au sein du plasma.

### 1.4.1 Onde acoustique poussiéreuse (DAW)

Les ondes acoustiques poussiéreuses ont été prédites théoriquement par Rao et *al.* (1990) [6]. Ces ondes proviennent du mouvement collectif des grains de poussière. La vitesse de phase ( $v_p = \omega/k$ ) de l'onde acoustique poussiéreuse est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des ions et des électrons. Les forces de rappel proviennent des pressions électronique et ionique alors que la masse des grains fournit l'inertie pour maintenir et entretenir ces ondes acoustiques poussiéreuses. Ces ondes ont été mises en évidence expérimentalement par Barkan et *al.* (1995) [14], et leurs fréquences sont de l'ordre de 10- 20 Hz.

### 1.4.2 Onde acoustique ionique Poussiéreuse (DIAW)

Les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses proviennent du mouvement collectif des ions affectés par la présence des grains de poussière. Ces ondes ont été prédites théoriquement par Shukla et Silin [8]. Leur vitesse de phase est bien plus grande (plus petite) que la vitesse thermique des ions (des électrons). Pour ce mode, le domaine des fréquences est donné par  $kv_{td}, kv_{ti}, \omega_{pd} \ll \omega \ll kv_{te}, \omega_{pi}$ , où  $\omega_{pd}$  et  $\omega_{pi}$  représentent, respectivement, la fréquence plasma poussiéreuse et la fréquence plasma ionique. Sur de telles échelles temporelles, les électrons suivent une distribution de Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. Barkan et *al.* [14] ont mené une série d'expériences dans le but d'étudier la propagation et l'amortissement des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses. Ils ont alors trouvé que la vitesse de phase de ces dernières augmente avec la concentration relative des grains de poussière. Les valeurs des fréquences mesurées varient de 3 à 5 kHz.

## 1.5 Structures non- linéaires

Le soliton est défini comme une onde spatialement localisée, qui se propage en conservant sa forme et sa vitesse. Fasciné par l'observation du soliton, l'ingénieur hydrodynamicien John Scott a consacré dix années pour l'étude du phénomène, tandis que des théories (des approches linéarisées) montraient l'inexistence de ce soliton. Ce n'est qu'en 1895 que Korteweg et de Vries ont prédit théoriquement son existence grâce à la célèbre équation qui porte leur

nom et qui est de la forme

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + AY \frac{\partial Y}{\partial x} + B \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} = 0 \quad (1.10)$$

Dans la physique des plasmas, cette dernière équation décrit la propagation non linéaire d'une onde dans un plasma dispersif, où le paramètre  $A$  représente le coefficient de la non linéarité et  $B$  est le coefficient dispersif. Elle admet comme solution un soliton se propageant sans déformation et dont l'expression est donnée par

$$Y = Y_0 \operatorname{sech} h^2 \left( \frac{x - vt}{\delta} \right) \quad (1.11)$$

où  $Y_0 = 3v/A$  et  $\delta = \sqrt{4B/v}$  sont l'amplitude et la largeur du soliton. Ce dernier est le résultat d'un équilibre entre les effets non linéaires et dispersifs du milieu considéré. Toutefois, lorsque l'effet de la dissipation est comparable ou plus dominant que l'effet de dispersion (le plasma devient un milieu dissipatif), on aura un terme en plus dans l'équation K-dV (1.10) précédente. La propagation des ondes dans un tel milieu est alors régie par l'équation dite de Korteweg-de Vries Burger (K-dVB) suivante

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + AY \frac{\partial Y}{\partial x} + B \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3} = C \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} \quad (1.12)$$

où  $C$  traduit la dissipation. Il faut bien noter que cette équation n'a pas de solution analytique. Résoudre numériquement cette équation revient à choisir un repère lié à l'onde de choc en procédant au changement de variable suivant  $\eta = x + V_f t$  dans le but d'obtenir une équation différentielle de deuxième ordre, équivalente à celle d'un oscillateur anharmonique. Cette équation peut admettre deux types de solutions

- Une solution en onde de choc à profil monotone dans le cas  $C^2 - 4V_f B > 0$ .
- Une solution en onde de choc à profil oscillatoire dans le cas  $C^2 - 4V_f B < 0$ .

Une onde se propageant dans un milieu non linéaire et dispersif subissant une faible perturbation extérieure peut manifester une auto- modulation en amplitude qui se traduit par une instabilité modulationnelle (IM). L'évolution de cette dernière dans un plasma est décrite par l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) donnée par

$$i \frac{\partial Y}{\partial t} + P \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + QY |Y|^2 = 0 \quad (1.13)$$

Les solutions de cette équation peuvent parfois décrire des ondes dites scélérates (rogue waves), ayant la forme de pulses décrivant une onde qui " n'apparaît de nulle part et qui disparaît sans laisser de trace " [15]. C'est souvent ainsi que sont décrites les ondes scélérates.

## 1.6 Statistique non extensive

Pendant plus d'un siècle, les physiciens ont principalement étudié les systèmes dont les interactions sont de courte portée et donc la forme entropique qui répond à l'exigence thermodynamique est la forme standard de Boltzmann Gibbs (BG). Le concept d'entropie peut être défini pour n'importe quel système, mécanique ou non, qui admet un ensemble de probabilité pour les configurations possibles (nombre d'états) de ce système. En thermodynamique l'entropie a été d'abord définie par Clausius dans le cadre du deuxième principe de la thermodynamique. En physique statistique, sa forme la plus élémentaire est une fonction logarithmique introduite par Boltzmann et développée par la suite par Gibbs, Shannon et les autres. Pour un ensemble fini de probabilité  $\{p_i\}$ , l'entropie standard  $S_{BG}$  de Boltzmann, Gibbs et donnée par [16]

$$S_{BG} = -k_B \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i, \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1. \quad (1.14)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $n$  est le nombre total d'états microscopiques. Au cours des deux dernières décennies, il a été admis que la statistique de BG ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée. De nombreuses formes entropiques ont été introduites depuis celle de Boltzmann- Gibbs. En 1988, Tsallis a proposé une généralisation de cette statistique. Toute la théorie de Tsallis est basée sur un concept unique, à savoir l'entropie noté  $S_q$  nommée  $q$ -entropie qui, pour un indice entropique  $q$  égale à l'unité, reproduit l'entropie  $S_{BG}$  standard de BG. La forme générale de l'entropie de Tsallis est donnée par [17]

$$S_q = k_B \frac{1 - \sum_{i=1}^n p_i^q}{1 - q}, \quad \text{avec} \quad q \in \mathfrak{R} \text{ et } S_1 = S_{BG}. \quad (1.15)$$

La fonctionnelle traditionnelle BG est dite additive ou extensive. En effet, pour un système composé de deux sous- systèmes  $A$  et  $B$  indépendants, l'entropie BG de la somme des deux systèmes coïncide avec la somme des entropies

$$S_{BG}(A + B) = S_{BG}(A) + S_{BG}(B). \quad (1.16)$$

Cependant, la  $q$ -entropie généralisée  $S_q$  ( $q$  différent de 1) viole cette propriété, et est donc non additive. Autrement, la  $q$ -entropie des deux sous- systèmes  $A$  et  $B$  indépendants est donnée par

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) - \frac{1}{k_B} (1 - q) S_q(A) S_q(B) \quad \text{tel que } q \neq 1. \quad (1.17)$$

Cette dernière est l'une des propriétés les plus importantes de cette  $q$ -entropie de Tsallis. Le terme  $(1 - q)S_q(A)S_q(B)$  représente la corrélation entre les deux sous- systèmes  $A$  et  $B$ . Pour un nombre  $N$  significatif de sous- systèmes, la mesure de la  $q$ -entropie du système total n'est plus proportionnelle au nombre  $N$  des sous- systèmes, une propriété vérifiée dans le cas des systèmes dotés d'interactions de longue portée tels que les plasmas.

Tenant compte des corrélations entre les différentes composantes du système physique et en utilisant le formalisme non extensif, Tsallis avait optimisé la forme entropique  $S_q$  en remplaçant la probabilité Gaussienne (fonction de distribution Maxwellienne) par une loi de puissance en fonction du paramètre non extensif  $q$  donnée par

$$f(v_j) = A_q \left[ 1 - (q - 1) \frac{mv_j^2}{2k_B T} \right]^{\frac{1}{q-1}}, \quad (1.18)$$

où  $A_q$  est la constante de normalisation dont l'expression (pour  $q > 1$ ) est donnée par

$$A_q = \frac{(3q - 1) \Gamma\left(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{1}{q-1}\right)} \left(\frac{m(q-1)}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}. \quad (1.19)$$

Pour les valeurs de  $q > 1$ , le caractère positif de l'argument de la puissance (1.18) exhibe une coupure thermique dans les vitesses maximales permises donnée par  $v_{\max} = \sqrt{2k_B T / m(q-1)}$ . Plusieurs travaux ont exploré les liens possibles entre la statistique non extensive avec les systèmes physiques et les phénomènes astrophysiques. Plastino [18] a fourni une issue pour une vieille difficulté gravitationnelle. Tsallis a confirmé que cette contribution de Plastino en fait un point de repère historique dans la mécanique statistique non extensive. En effet, c'était la première connexion de la théorie non extensive avec un système physique concret. Beaucoup d'autres travaux, dans le cadre du formalisme non extensif peuvent être trouvés dans la littérature [19]- [24] concernant les trous noirs, les galaxies et la cosmologie. Cette théorie est aussi appliquée avec succès dans la physique des plasmas [25]- [34].

## 2

# Influence des électrons non extensifs sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable

## 2.1 Introduction

Rappelons que les plasmas poussiéreux sont présents dans différentes parties de notre système solaire, à savoir, le milieu interplanétaire, les nuages interstellaires, la mésosphère et la magnétosphère terrestre [1], [35],... etc. Par ailleurs, il a été démontré que la dynamique des grains de poussière introduit de nouveaux modes à l'instar du mode acoustique poussiéreux (DA) [6], du mode BGK (Bernstein, Greene et Kruskal) poussiéreux,...etc. [36]. La charge du grain de poussière est tributaire de la variation des courants locaux du plasma et, par conséquent, peut varier. Cette variation provient généralement d'un concours d'une variété de processus de charge telles que la collection des particules chargées du plasma ambiant, la photo- ionisation, l'émission secondaire des électrons,... etc. La charge devient alors une nouvelle variable dynamique que l'on doit déterminer de manière self-consistante. Récemment, de nombreux travaux sur les plasmas poussiéreux ont porté sur la variation de la charge des grains de poussière et les modifications que ce phénomène peut apporter [37]- [45]. Toutes ces études ont été limitées dans le cadre de la statistique standard BG (additivité des entropies). Il est, cependant, maintenant admis que cette dernière ne décrit pas correctement les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas

[46]- [51]. C'est pourquoi, ce chapitre sera consacré à étendre l'analyse des ondes acoustiques poussiéreuses dans le contexte de la nouvelle statistique non extensive de Tsallis qui est une généralisation de la statistique de BG. Par conséquent, nous nous proposons, dans le présent chapitre, d'étudier les effets de la fluctuation de la charge sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe dans le contexte de la mécanique statistique non extensive.

## 2.2 Modèle théorique et équations de base

Considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé, composé d'électrons non extensifs, d'ions positifs et de grains de poussière négatifs de densités, respectives,  $n_e$ ,  $n_i$  et  $n_d$ . Les grains de poussière sont supposés être de forme sphérique, de rayon  $r_d$ , de masse  $m_d$  et de charge  $q_d = -Z_d e$ . Dans une échelle de temps liée à la dynamique des grains de poussière, les ions peuvent être supposés en équilibre thermodynamique et leur densité obéissant à la loi de Maxwell- Boltzmann

$$n_i(\phi) = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right), \quad (2.1)$$

où  $\phi$  représente le potentiel électrostatique et  $T_i$  la température des ions. L'indice "0" désigne des quantités non perturbées. A l'équilibre ( $\phi = 0$ ), la condition de la quasi- neutralité requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + n_{d0}Z_{d0}/n_{e0}$ . Nous supposons que les grains de poussières forment un faisceau de particules froides, toutes les particules ayant la même vitesse en une position donnée. Leur fonction de distribution des vitesses est alors donnée par [52], [53]

$$f_d(x, v_d) = n_{d0} v_{d0} \frac{\delta(v_d - \tilde{v}_d)}{\tilde{v}_d}, \quad (2.2)$$

où

$$\tilde{v}_d = v_{d0} \left[ 1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

représente la vitesse perturbée du grain. En intégrant la fonction de distribution (2.2) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons

$$n_d(x) = n_{d0} \frac{v_{d0}}{\tilde{v}_d} = n_{d0} \left( 1 - \frac{2}{m_d v_{d0}^2} \int_0^\phi q_d d\phi \right)^{-1/2} \quad (2.4)$$

Pour modéliser la distribution des électrons non extensifs, nous nous référons à la fonction de distribution des vitesses suivante [54]

$$f_e(v_e) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (2.5)$$

$C_q$  est la constante de normalisation qu'on déterminera par la suite,  $q$  est le paramètre entropique désignant le degré de non extensivité et  $\Gamma$  est la fonction gamma standard. Il est utile de noter que pour  $q < -1$ , cette fonction de distribution est non normalisable. Dans le cas de la limite extensive ( $q \rightarrow 1$ ), la distribution (2.5) se réduit à la distribution des vitesses, bien connue, de Maxwell- Boltzmann. Il est aisé de vérifier qu'en raison de  $\left\{1 - (q - 1) \left[ \frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\} \geq 0$ , la distribution (2.5) exhibe (pour  $q > 1$ ) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{e\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e} \left( \frac{e\phi}{T_e} + \frac{1}{q-1} \right)} \quad (2.6)$$

La constante  $C_q$  est déterminée en moyennant la fonction de distribution sur tout l'espace des vitesses. Celle ci est alors donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2})} \left[ \frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e} \right]^{3/2}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \frac{(3q-1)}{2} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left[ \frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e} \right]^{3/2}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

En intégrant la distribution (2.5) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des électrons non extensifs

$$n_e(\phi) = \begin{cases} 4\pi \int_{-\infty}^{+\infty} v_e^2 f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ 4\pi \int_{-v_{\max}}^{+\infty} v_e^2 f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (2.8)$$

Le potentiel électrostatique  $\Psi$ , la variable d'espace  $X$ , la charge du grain de poussière  $Q_d$  et la densité  $N_d$  sont normalisées, respectivement, par  $T_e/e$ ,  $\lambda_D = (T_e/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$ ,  $r_d T_e/e$  et  $n_{d0}$ . L'équation de Poisson normalisée peut alors s'écrire sous la forme

$$\frac{d^2 \Psi}{dX^2} = N_e - f N_i + (f-1) \frac{Q_d}{Q_{d0}} N_d \quad (2.9)$$

Les densités numériques des particules peuvent être réécrites sous la forme

$$N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = [1 + (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (2.10)$$

$$N_i = \frac{n_i}{n_{i0}} = \exp\left(-\frac{\Psi}{\sigma}\right) \quad (2.11)$$

$$N_d = \frac{n_d}{n_{d0}} = [1 - \gamma\chi]^{-1/2} \quad (2.12)$$

où

$$\chi = \int_0^{\Psi} Q_d d\Psi \quad (2.13)$$

représente l'énergie potentielle électrostatique d'un grain de poussière à charge variable, avec  $\sigma = T_i/T_e$ ,  $f = n_{i0}/n_{e0}$  et  $\gamma = 2r_d T_e^2 / (e^2 m_d v_{d0}^2)$ .

## 2.3 Equation de charge du grain de poussière

Dans la théorie standard de la sonde électrostatique [55], le grain de poussière est assimilé à une sonde électrostatique immergée dans un plasma et sa charge provient de la collecte des électrons et des ions, présents dans le plasma, qui viennent se greffer sur la surface du grain. La charge du grain de poussière est déterminée de manière self-consistante par

$$\frac{dq_d}{dt} = \tilde{v}_d \frac{\partial q_d}{\partial x} = I_e + I_i \quad (2.14)$$

où  $I_e$  et  $I_i$  représentent les courants de charge microscopiques électronique et ionique. Le courant de charge des ions thermiques est donné par [1]

$$I_i = \pi r_d^2 e n_{i0} \left( \frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{Q_d}{\sigma} \right) \exp \left( -\frac{\Psi}{\sigma} \right). \quad (2.15)$$

Pour une distribution non- isothermique des électrons, le courant électronique est obtenu en moyennant la section efficace de collision des particules  $\sigma_e(v_e, q_d) = \pi r_d^2 (1 + 2eq_d/m_e r_d v_e^2)$  sur la fonction de distribution des vitesses (2.5)

$$I_e = -e \int \int \int f_e \sigma_e v_e d^3 v_e = \begin{cases} -4\pi e \int_{v_{\min}}^{\infty} v_e^3 \sigma_e f_e dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1, \\ -4\pi e \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} v_e^3 \sigma_e f_e dv_e, & \text{pour } q > 1. \end{cases} \quad (2.16)$$

où  $v_{\min}$  est la vitesse minimale que les électrons doivent acquérir pour qu'ils puissent atteindre la surface du grain de poussière. Après avoir effectué l'intégrale précédente, l'expression du courant de charge électronique est donnée par [56], [57]

$$I_e = -\pi r_d^2 e n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} B_q \left[ 1 + (q-1) \left( \frac{eq_d}{T_e r_d} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \right]^{\frac{1}{q-1}+2} \quad (2.17)$$

avec

$$B_q = \begin{cases} \frac{(1-q)^{3/2}}{q(2q-1)} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{3}{2})}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{(3q-1)(q-1)^{3/2}}{2} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})}, & \text{pour } q > 1. \end{cases} \quad (2.18)$$

Pour  $q \rightarrow 1$ , nous trouverons

$$I_e = -\pi r_d^2 e n_{e0} \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(\Psi) \exp(Q_d) \quad (2.19)$$

une expression bien connue du courant de charge électronique dans le cas des électrons distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann. En réarrangeant les termes de l'équation (2.14), nous obtenons l'équation de la charge du grain adimensionnelle suivante

$$\frac{dQ_d}{dX} = KN_d \left[ f \left( 1 - \frac{Q_d}{\sigma} \right) \exp \left( -\frac{\Psi}{\sigma} \right) - \frac{B_q}{\sqrt{\mu\sigma}} [1 + (q-1)(Q_d + \Psi)]^{\frac{1}{q-1}+2} \right] \quad (2.20)$$

avec

$$K = \sqrt{\frac{2e^2 r_d^2 \sigma n_{e0}}{v_{d0}^2 m_i}} \quad (2.21)$$

et  $\mu = m_e/m_i$ . A l'équilibre ( $\Psi = 0$ ,  $Q_d = Q_{d0}$ ), l'équation (2.20) requiert

$$f = B_q \frac{\sigma}{\sqrt{\mu\sigma}} \frac{[1 + (q-1)Q_{d0}]^{\frac{1}{q-1}+2}}{(\sigma - Q_{d0})} \quad (2.22)$$

où  $Q_{d0}$  est la charge du grain de poussière à l'équilibre. La charge du grain de poussière devient alors une nouvelle variable dynamique couplée de manière self-consistante aux autres variables dynamiques du plasma telles la densité numérique des particules et le potentiel électrostatique. Avant d'aller plus loin, nous avons effectué une étude numérique systématique sur un large éventail des paramètres du plasma ( $q$ ,  $\sigma$ ,  $Q_{d0}$ ), en utilisant l'équation (2.22). Nos résultats (voir figure 1) montrent que les seules valeurs admissibles de  $q$  qui satisfont à la condition  $f > 1$  (la neutralité de la charge requiert  $f = n_{i0}/n_{e0} = 1 + n_{d0}Z_{d0}/n_{e0} > 1$ ) sont soit au voisinage de 0, soit au voisinage de 0.5. Ce résultat quelque peu inattendu peut être attribué à la forme fonctionnelle du courant de charge des électrons non extensifs. L'équation de la charge du grain  $dq_d/dt = I_e + I_i$  peut être réécrite comme

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} \frac{dq_d}{d(\omega_{pd}t)} = \frac{I_e + I_i}{\nu_{ch}}, \quad (2.23)$$

où  $\nu_{ch}$  représente la fréquence de charge du grain et est donnée par

$$\begin{aligned} \nu_{ch} &= -\frac{e}{r_d T_e} \left[ \frac{\partial(I_e + I_i)}{\partial Q_d} \right]_{\Psi=0, Q_d=Q_{d0}} \\ &= \left( \frac{8\pi r_d^2 \sigma^2 n_{i0}^2 e^4}{m_i T_i} \right)^{1/2} \left[ \frac{1}{\sigma} + \frac{B_q(2q-1)}{f\sqrt{\mu\sigma}} [1 + (q-1)Q_{d0}]^{\frac{1}{q-1}+1} \right]. \end{aligned} \quad (2.24)$$

La fréquence plasma du grain  $\omega_{pd}$  est donnée par

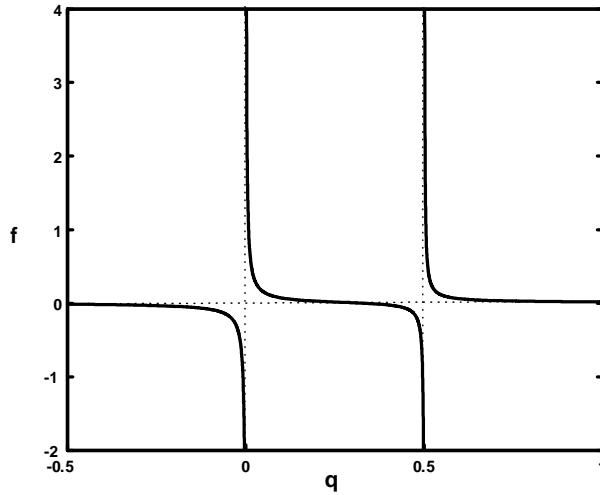
$$\omega_{pd} = \left( \frac{4\pi n_{d0} q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} = \left( \frac{r_d^2 T_e^2}{e^2} \frac{4\pi n_{d0} Q_{d0}^2}{m_d} \right)^{1/2} \quad (2.25)$$

Dans la théorie de la variation adiabatique de la charge du grain, le rapport  $\omega_{pd}/\nu_{ch}$  est très petit, i.e.,  $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$ , alors que dans la théorie de la variation non adiabatique de la charge du grain [39], [58], le rapport  $\omega_{pd}/\nu_{ch}$  est petit mais fini, i.e.,  $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$ . A partir des équations (2.24) et (2.25), nous déduisons

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left( \frac{T_i^3 m_i n_{d0} Q_{d0}^2}{\sigma^4 m_d n_{i0}^2 2e^6} \right)^{1/2} \left[ \frac{1}{\sigma} + \frac{B_q(2q-1)}{f\sqrt{\mu\sigma}} [1 + (q-1)Q_{d0}]^{\frac{1}{q-1}+1} \right]^{-1} \quad (2.26)$$

En introduisant la relation (2.22) dans la dernière expression (2.26) nous obtenons

$$\frac{\omega_{pd}}{\nu_{ch}} = \left( \frac{T_i^3 m_i n_{d0} Q_{d0}^2}{\sigma^4 m_d n_{i0}^2 2e^6} \right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{(\sigma - Q_{d0})(2q-1)}{1 + (q-1)Q_{d0}} \right]^{-1} \quad (2.27)$$

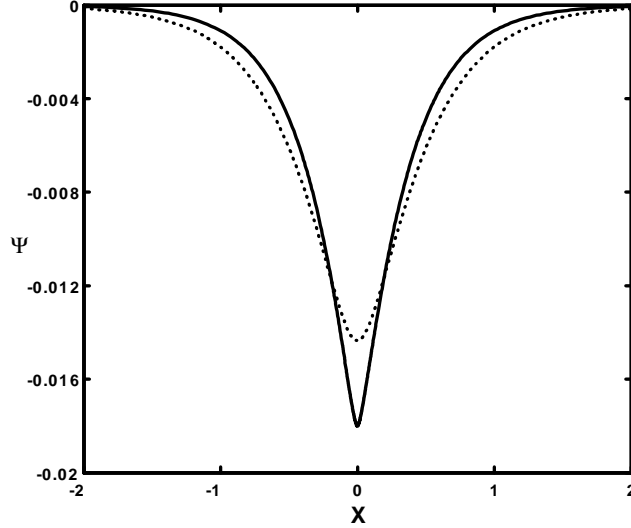


**Figure 1:** Profil de la fonction  $f = n_{i0}/n_{e0}$  (Eq. 2.22) en fonction du paramètre non extensif des électrons  $q$ , avec  $\sigma = 0.1$  et  $Q_{d0} = -0.22$ .

## 2.4 Résultats numériques

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. Le système d'équations (2.9), (2.13) et (2.20) est résolu numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires. Pour amorcer le processus de l'intégration numérique, les conditions initiales suivantes  $\Psi_0 = \Psi(\xi = 0) = 0$  et  $E_0 = -(d\Psi/dX)(X = 0) = 10^{-10}$  ont été choisies. Pour étudier l'influence de la variation de la charge électrique du grain de poussière, nous considérons d'abord le cas où la charge du grain de poussière reste constante et discutons plus tard le cas où la variation de la charge est incluse de manière self-consistante. Le potentiel électrostatique, donné dans la figure

**2**, exhibe le profil d'un soliton localisé dans l'espace. Les paramètres suivants  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \cdot 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ ,  $v_{d0} = 5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $r_d = 3.2 \mu\text{m}$  et  $q = 0.504$  ont été choisis. La figure **2** montre que quand la charge du grain est variable, l'amplitude du pulse de la structure localisée augmente tandis que sa largeur se rétrécit. Par conséquent, la fluctuation de la charge rend la structure solitaire très pointue.

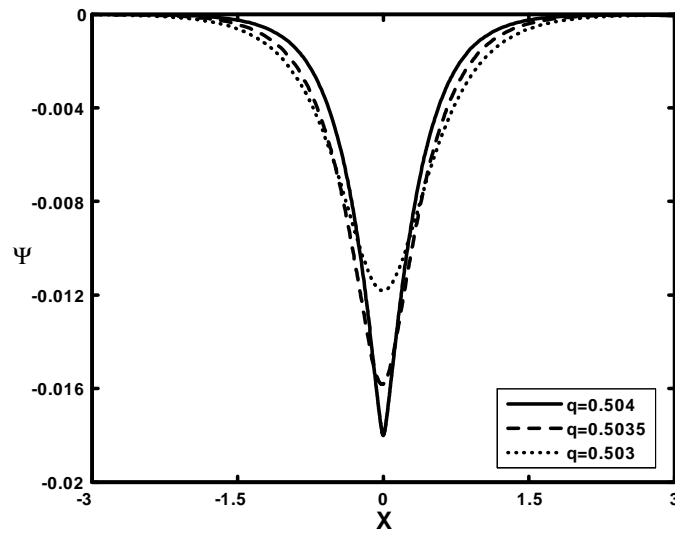


**Figure 2:** Potentiel solitaire électrostatique  $\Psi$  dans le cas de la charge constante (trait pointillé) et variable (trait plein), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $r_d = 3.2 \mu\text{m}$  et  $q = 0.504$ .

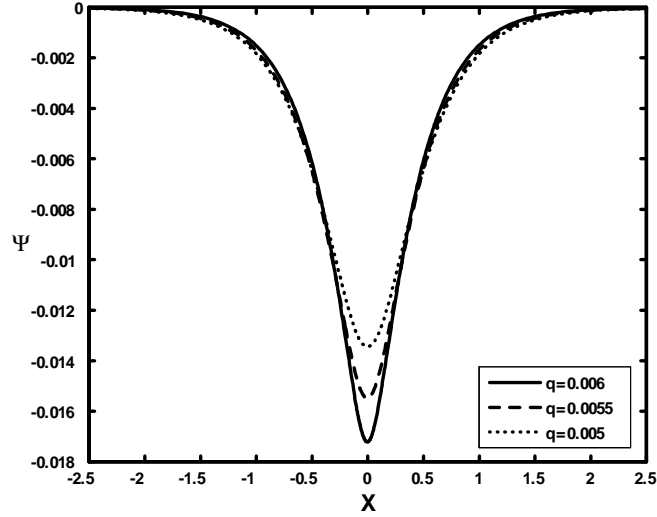
### 2.4.1 Variation adiabatique de la charge

Considérons maintenant la situation où  $\omega_{pd}/\nu_{ch} \approx 0$ . Dans le but de voir l'effet des électrons non extensifs sur le comportement des ondes acoustiques poussiéreuses qui se propagent dans notre modèle de plasma, nous avons tracé le potentiel électrostatique  $\Psi$  (Figs. **3** et **4**). Ces deux figures exhibent le profil d'un soliton localisé dans l'espace, pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de puits du potentiel de Sagdeev qui lui est associé (Figs. **5** et **6**). Les résultats révèlent que les effets non extensifs affectent de manière significative le profil de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. A mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente ( $q \rightarrow 1$ ), l'amplitude du potentiel solitaire augmente tandis que sa largeur diminue. On peut donc conclure que les solitons acoustiques poussiéreux peuvent devenir moins lisses à mesure que les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique ( $q \rightarrow 1$ ). La charge du grain de poussière  $Q_d$  (Fig. **7**) adopte le même profil localisé et reste négative. Cette dernière figure révèle que

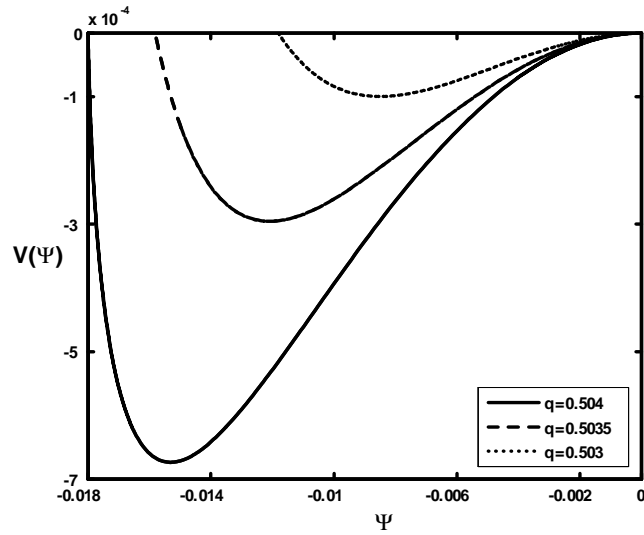
quand le paramètre  $q$  augmente (de 0.503 à 0.504) la charge négative nette portée par la surface du grain de poussière diminue ( $Q_d$  passe de  $-0.19$  à  $-0.17$ ). Ayant à l'esprit que dans notre présent modèle de plasma, la variation de la charge du grain n'est due qu'au phénomène de collection des particules du plasma de base, nous pouvons donc conclure que la surface du grain collecte plus d'ions positifs ou moins d'électrons négatifs, à mesure que  $q$  augmente. Les grains de poussière (Fig. 8) paraissent hautement localisés. Cette localisation (accumulation) causée par un équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains, est d'autant plus importante pour des valeurs élevées du paramètre  $q$ , i. e., quand les électrons évoluent vers leur équilibre Maxwellien.



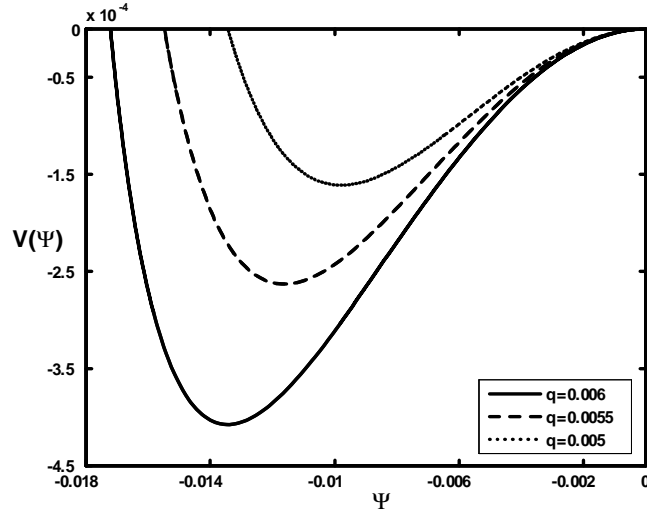
**Figure 3:** Potentiel solitaire électrostatique  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.504, 0.5035, 0.503), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .



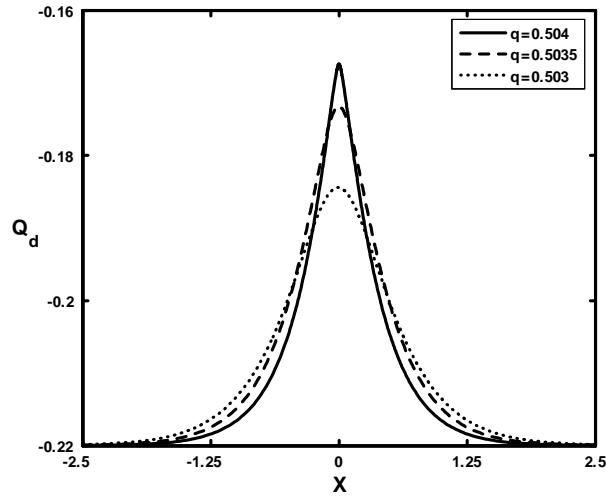
**Figure 4:** Potentiel solitaire électrostatique  $\Psi$  associé à l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.006, 0.0055, 0.005), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .



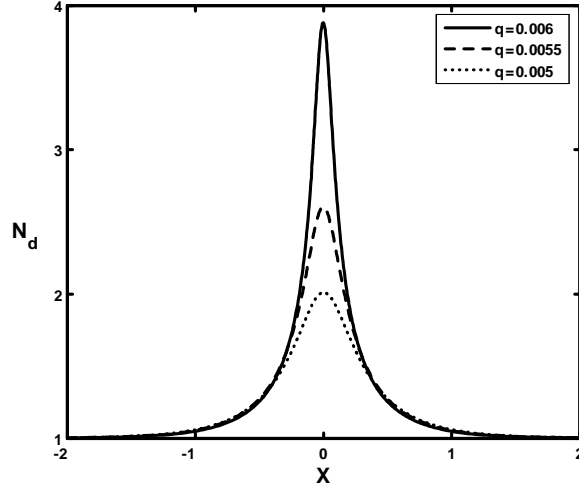
**Figure 5:** Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 3 pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.504, 0.5035, 0.503), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .



**Figure 6:** Potentiel de Sagdeev associé à la structure localisée de la figure 4 pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.006, 0.0055, 0.005), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .



**Figure 7:** Profil spatial de la charge des grains de poussière pour différentes valeurs du paramètre  $q$ , avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .

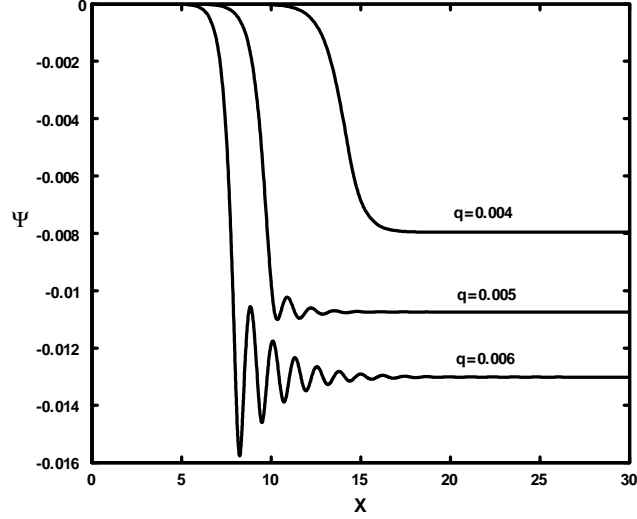


**Figure 8:** Profil spatial de la densité des grains  $N_d$  pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 8 \times 10^{+12} \text{ cm}^{-3}$  et  $T_e = 1.3 \text{ eV}$ .

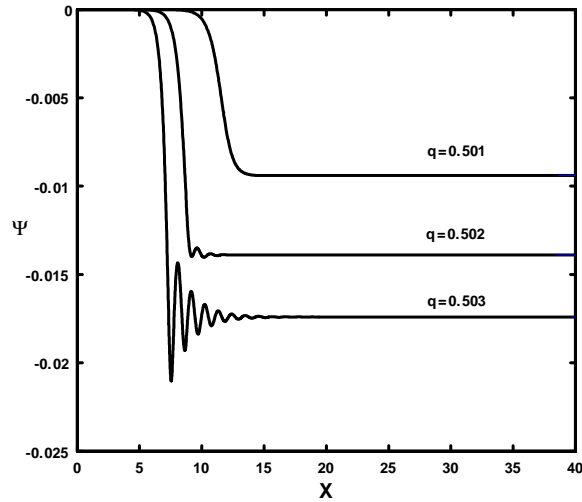
### 2.4.2 Variation non adiabatique de la charge

Considérons maintenant le cas où le rapport  $\omega_{pd}/\nu_{ch}$  est petit mais fini. Les équations (2.9), (2.13) et (2.20) forment un système d'équations différentielles couplées. A priori, il n'est pas facile, voire impossible, de trouver analytiquement les conditions d'existence de solutions physiquement acceptables. Ce dernier système d'équations est alors intégré numériquement. Les paramètres suivants  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $T_e = 1.1 \text{ eV}$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 5 \times 10^{+5} \text{ cm}^{-3}$ ,  $v_{d0} = 40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $r_d = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$  ont été choisis de telle manière à ce que la condition  $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$  soit satisfaite. Les figures 9 et 10 montrent que sous certaines conditions, la variation de la charge du grain induit une atténuation non linéaire de l'onde qui donne lieu au développement d'une onde de choc acoustique poussiéreuse [59]. C'est une onde de choc non collisionnelle dans la mesure où elle ne requiert ni amortissement Landau (interaction onde-particule), ni viscosité (collision particule-particule) résultant de collisions entre les grains et le reste des particules [60]. Rappelons que l'onde de choc joue un rôle prépondérant dans la compréhension de la formation des étoiles, et l'accélération des particules dans les chocs. Ces ondes dont les propriétés ont été largement mises en évidence ces dernières années sont, en réalité, le résultat d'un équilibre entre les phénomènes non linéaires associés à notre plasma et la dissipation anormale de l'énergie induite par la fluctuation de la charge du grain de poussière. L'influence des électrons non extensifs sur la structure de l'onde de choc est illustrée sur les figures 9 et 10 dans lesquelles nous avons tracé le potentiel  $\Psi$  pour différentes valeurs de l'indice non extensif  $q$ . Notons que le phénomène de séparation

de charge se manifeste par l'apparition d'oscillations dans le profil de l'onde de choc. Cet effet diminue quand la valeur du paramètre non extensif  $q$  diminue. L'effet de la dissipation anormale peut donc prévaloir sur l'effet de la dispersion quand les électrons évoluent loin de leur équilibre Maxwellien. Une transition de l'onde de choc oscillatoire vers une onde de choc monotone est observée pour une diminution du paramètre  $q$ .



**Figure 9:** Potentiel électrostatique  $\Psi$  de l'onde de choc pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.006, 0.005, 0.004), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 5 \times 10^{+4} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1.1 \text{ eV}$ ,  $v_{d0} = 40 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $r_d = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$ .



**Figure 10:** Potentiel électrostatique  $\Psi$  de l'onde de choc pour différentes valeurs du paramètre  $q$  (0.504, 0.5035, 0.503), avec  $Q_{d0} = -0.22$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $n_{i0} = 5 \times 10^{+4} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_e = 1.1 \text{ eV}$ ,  $v_{d0} = 35 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $r_d = 1.5 \text{ }\mu\text{m}$ .

# 3

## Ondes acoustiques ioniques poussiéreuses dans un plasma complexe à charge variable en présence d'électrons non extensifs

### 3.1 Introduction

Les plasmas peuvent entretenir une variété de modes d'oscillations [7]. L'onde acoustique ionique (IAW), dont les ingrédients sont la force de rappel due à la pression thermique des électrons et l'inertie des ions, a été abondamment étudiée. Depuis les travaux pionniers de Sagdeev [61], un vaste corpus de littérature a vu le jour et la nature des ondes acoustiques ioniques non linéaires a été étudiée aussi bien théoriquement qu'expérimentalement [62], [63]. L'étude théorique des propriétés intrinsèques d'une onde acoustique ionique repose sur l'analyse du pseudo-potentiel de Sagdeev ou sur la théorie des perturbations réductives conduisant à des systèmes dynamiques décrits par des équations non linéaires de type Kortweg-de Vries (KdV), Schrödinger (NLS) [64], [65] ... etc. La présence des grains de poussière peut affecter de manière significative le comportement du plasma dans lequel ils sont immergés ainsi que les caractéristiques des modes d'ondes habituels du plasma. Parmi ces modes poussiéreux modifiés discutés dans la littérature, l'onde acoustique ionique poussiéreuse (DIAW) [8] qui a fait l'objet d'un grand intérêt. L'existence de celle-ci a été confirmée expérimentalement par Merlino *et al.* [66]. Contrairement aux ondes acoustiques poussiéreuses (DAW), la fréquence des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses est

beaucoup plus grande (plus petite) que la fréquence plasma du grain de poussière (ion), tandis que leur vitesse de phase est beaucoup plus grande (plus petite) que la vitesse thermique ionique et celle du grain de poussière (électronique). L'objet du présent chapitre consistera à étudier l'onde acoustique ionique poussiéreuse dans un plasma contenant des électrons non extensif et des grains de poussière à charge variable.

## 3.2 Equations de base

Considérons un plasma poussiéreux non collisionnel composé d'électrons non extensifs, d'ions inertiels positifs et de grains de poussière immobiles chargés négativement, de densités  $n_e$ ,  $n_i$  et  $n_d$ , respectivement. Nous supposerons que les grains sont de forme sphérique, de rayon  $r_d$  et de charge  $q_d = -eZ_d$ ,  $Z_d$  étant le nombre de charges résidant sur la surface du grain. Pour modéliser la distribution des électrons non extensifs, nous nous référons à la  $q$ -fonction de distribution [54] que nous avons utilisée dans le chapitre précédent

$$f_e(v) = C_q \left\{ 1 - (q-1) \left[ \frac{m_e v^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{1/(q-1)}. \quad (3.1)$$

La constante de normalisation est donnée par

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \left(\frac{1+q}{2}\right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e}}, & \text{pour } q > 1, \end{cases} \quad (3.2)$$

$q$  est le paramètre entropique désignant le degré de la non extensivité et  $\Gamma$  est la fonction gamma standard. Il est utile de rappeler que pour  $q < -1$ , la fonction de distribution (3.1) est non normalisable. Dans le cas de la limite extensive ( $q = 1$ ), cette distribution se réduit à la distribution des vitesses, bien connue, de Maxwell-Boltzmann. En intégrant la distribution  $f_e(v)$  sur tout l'espace des vitesses et en notant que pour  $q > 1$ , cette dernière exhibe une coupure thermique sur la valeur maximale permise pour la vitesse des électrons qui est donnée par

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}}, \quad (3.3)$$

nous obtenons l'expression de la densité des électrons non extensifs suivante

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v) dv, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v) dv, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}. \quad (3.4)$$

Les équations de base à une dimension des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses peuvent être exprimées en termes de variables normalisées

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = (1 - \delta Z_d) N_e - N_i + \delta Z_d, \quad (3.7)$$

où  $\delta = n_{d0}/n_{i0}$ . L'indice "0" désigne des quantités non perturbées. Le potentiel électrostatique  $\Psi$ , la vitesse fluide des ions  $V_i$ , les densités électronique  $N_e$  et ionique  $N_i$  sont normalisés par  $T_e/e$ ,  $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{i0}$ , respectivement. Le temps  $T$  et la variable spatiale  $X$  sont exprimées en unités de la fréquence plasma ionique  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$  et de la longueur de Debye  $\lambda_i = (T_e/4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ , respectivement.  $q_{j=e,i} = \mp e$  représente la charge,  $m_j$  la masse et  $T_j$  la température des particules de l'espèce  $j$ . La neutralité de la charge à l'équilibre requiert  $\delta Z_d = 1 - n_{e0}/n_{i0}$ , où  $\delta Z_d$  représente la fraction de charge négative qui réside sur les grains de poussière du plasma. Dans le but d'analyser les ondes acoustiques ioniques solitaires d'amplitude arbitraire indépendantes du temps qui sont susceptibles de se propager dans notre modèle de plasma, nous supposons que toutes les variables dynamiques dans les équations (3.5)-(3.7) dépendent seulement d'une seule variable  $\xi = X - MT$  ( $\xi$  est normalisée par  $\lambda_i$  et  $M =$  la vitesse du soliton  $/C_i$ ). En imposant des conditions aux limites propres aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$ ,  $V_i \rightarrow 0$  et  $N_i \rightarrow 1$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons à partir des équations (3.5)-(3.6), la densité normalisée des ions donnée par l'expression suivante

$$N_i = \frac{1}{(1 - 2\Psi/M^2)^{1/2}}. \quad (3.8)$$

En substituant l'expression de  $N_i$  dans l'équation de Poisson (3.7), en multipliant l'équation résultante par  $d\Psi/d\xi$ , en intégrant une fois et en imposant les conditions aux limites propres aux solutions localisées ( $\Psi \rightarrow 0$  et  $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$  lorsque  $\xi \rightarrow \pm\infty$ ), nous obtenons la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Psi}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi) = 0, \quad (3.9)$$

où

$$V(\Psi) = \frac{2(1 - \delta Z_d)}{3q - 1} \left\{ 1 - [1 + (q - 1)\Psi]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right\} + M^2 \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{2\Psi}{M^2} \right)^{1/2} \right\} - \delta Z_d \Psi, \quad (3.10)$$

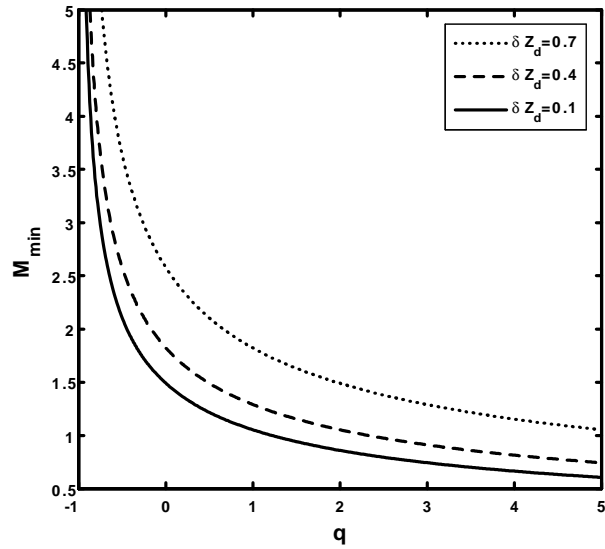
représente le pseudo- potentiel ou potentiel de Sagdeev [61]. L'équation (3.9) peut être perçue comme étant l'énergie totale d'une pseudo- particule de masse unité, de position  $\Psi$  et de vitesse  $d\Psi/d\xi$ , oscillant dans un potentiel  $V(\Psi)$ . Il est utile de discuter les conditions d'existence des solutions solitaires de (3.9) au moyen du pseudo- potentiel de Sagdeev (3.10). Il est évident que  $V(\Psi) = 0$  et  $dV(\Psi)/d\Psi = 0$  à  $\Psi = 0$ . La solution en onde solitaire existe si (i)  $(d^2V/d\Psi^2)_{\Psi=0} < 0$ , on dit alors que le point fixe à l'origine est instable; (ii)  $\Psi$  admet un extremum non nul  $\Psi_m$  tel que  $V(\Psi_m) = 0$ , cette deuxième condition signifie que la quasi- particule d'énergie totale nulle sera réfléchiée à la position  $\Psi = \Psi_m$ ; (iii)  $V(\Psi) < 0$  lorsque  $\Psi$  varie de 0 à  $\Psi_m$ . Cette troisième condition indique que  $V(\Psi)$  doit être un puits de potentiel dans lequel la quasi- particule est piégée. Pour l'existence d'une structure localisée, la première condition impose au nombre de Mach de satisfaire

$$M^2 > \frac{2}{(1 - \delta Z_d)(q + 1)}. \quad (3.11)$$

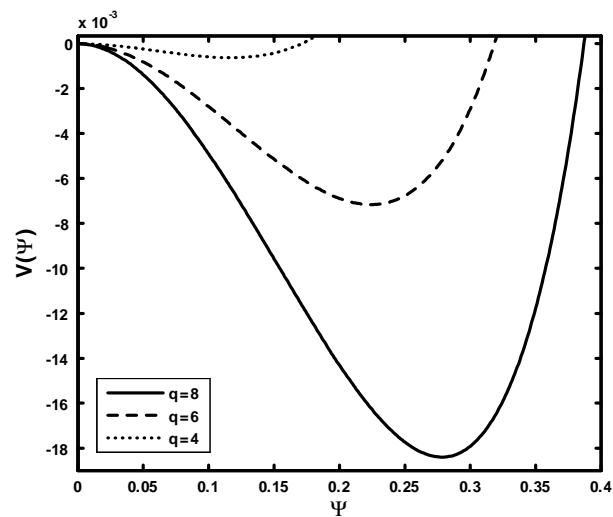
Il est clair que pour  $q > 1$  ( $-1 < q < 1$ ) la limite inférieure  $M_{\min} = \left[ \frac{2}{(1 - \delta Z_d)(q + 1)} \right]^{1/2}$  est plus petite (plus grande) que sa limite Boltzmannienne ( $q = 1$ ) donnée par  $M_{\min} = \frac{1}{(1 - \delta Z_d)^{1/2}}$ . En guise de comparaison, nous avons tracé sur la figure **11** la variation de la limite inférieure  $M_{\min}$  en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs de  $\delta Z_d$  (0.1, 0.4, 0.7). Le résultat montre qu'à mesure que  $q$  augmente, la limite inférieure  $M_{\min}$  diminue et devient inférieure à l'unité au delà de  $q = \frac{1 + \delta Z_d}{1 - \delta Z_d}$ . Par ailleurs, l'augmentation de la fraction de charge négative  $\delta Z_d$  résidant sur les grains de poussière décale la limite inférieure  $M_{\min}$  vers des valeurs plus élevées. Le phénomène de l'appauvrissement électronique (en raison de l'attachement des électrons sur la surface des grains de poussière) ne favorise donc pas la propagation des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses. Notons que la limite supérieure de  $M$ ,  $M_{\max}$  peut être trouvée à partir de la condition  $V(\Psi_c) \geq 0$ , où  $\Psi_c = M_{\max}^2/2$  est la valeur maximale de  $\Psi$  pour laquelle la densité des ions froids est réelle. Nous obtenons

$$\frac{2(1 - \delta Z_d)}{3q - 1} \left\{ 1 - \left[ 1 + (q - 1) \frac{M_{\max}^2}{2} \right]^{\frac{3q-1}{2(q-1)}} \right\} + M_{\max}^2 \left( 1 - \frac{\delta Z_d}{2} \right) \geq 0. \quad (3.12)$$

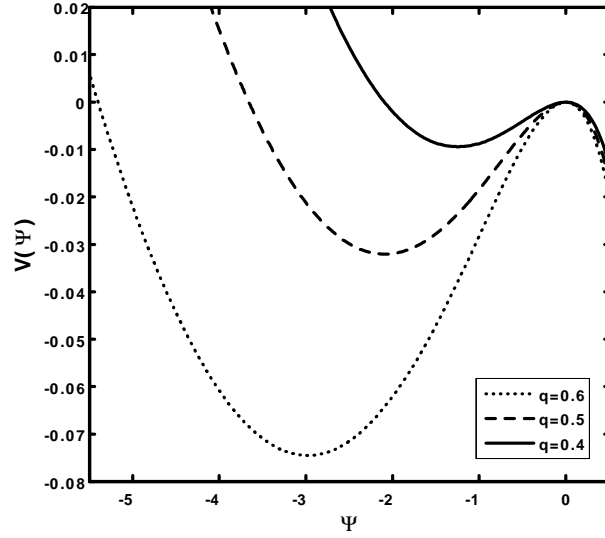
En fixant la valeur de  $\delta Z_d$  égale à 0.5, la nature de ces ondes solitaires est étudiée à partir de l'analyse du potentiel de Sagdeev (3.10). Nous avons constaté qu'en raison de la non extensivité des électrons, notre modèle de plasma peut admettre des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses solitaires de compression (Fig. **12**) ainsi que de raréfaction (Fig. **13**). Notons que les grandes valeurs de  $q$  favorisent le développement des ondes solitaires de compression, alors que les ondes solitaires de raréfaction requièrent les petites valeurs de  $q$ .



**Figure 11:** Variation de la limite inférieure  $M_{\min}$  en fonction du paramètre non extensif  $q$  pour différentes valeurs de  $\delta Z_d = 0.1$  (trait plein),  $0.4$  (trait discontinu), et  $0.7$  (pointillé).



**Figure 12:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à l'onde acoustique ionique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  (4, 6, 8), avec  $\delta Z_d = 0.5$  et  $M = 1$ .



**Figure 13:** Potentiel de Sagdeev  $V(\Psi)$  associé à l'onde acoustique ionique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  (0.4, 0.5, 0.6), avec  $\delta Z_d = 0.5$  et  $M = 1.85$ .

### 3.3 Cas des grains de poussière à charge variable

Nous allons maintenant étendre notre analyse au cas où les grains de poussière exhibent une variation de la charge self-consistante. Pour une fonction de distribution des électrons non isothermiques telle que (3.1), nous avons établi l'expression du courant électronique en utilisant la théorie de la sonde électrostatique. L'expression du courant de charge électronique obtenue est donnée par [56], [57]

$$I_e = -\pi r_q^2 e n_{e0} \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} B_q \left[ 1 + (q-1) \left( \frac{eq_d}{T_e r_d} + \frac{e\phi}{T_e} \right) \right]^{\frac{1}{q-1}+2}, \quad (3.13)$$

où

$$B_q = \begin{cases} \frac{(1-q)^{3/2}}{q(2q-1)} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{(3q-1)}{2} \frac{(q-1)^{3/2}}{q(2q-1)} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})}, & \text{pour } q > 1. \end{cases} \quad (3.14)$$

L'expression (3.13) reproduit l'expression du courant de charge bien connu [1] dans la limite  $q \rightarrow 1$  (cas Maxwellien). La dynamique non linéaire des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses est alors gouvernée par les équations fluides

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_i U_i) = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.16)$$

couplées avec l'équation de Poisson suivante

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = \mu [1 + (q-1)\Psi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} - N_i + (1-\mu)Z_d, \quad (3.17)$$

où  $\mu = n_{e0}/n_{i0}$ .  $N_i$  est le nombre de densité ionique normalisé par sa valeur d'équilibre  $n_{i0}$ ,  $U_i$  est la vitesse fluide des ions normalisée par  $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$ ,  $\Psi$  est le potentiel électrostatique normalisé par  $T_e/e$ , et  $Z_d$  est le nombre des électrons résidant sur la surface du grain normalisé par sa valeur d'équilibre  $Z_{d0}$ . Le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisés, respectivement, par la fréquence ionique du plasma  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{i0}e^2)^{1/2}$  et la longueur de Debye  $\lambda_D = (T_e/4\pi n_{i0}e^2)^{1/2}$ . Notons que  $Z_d$  varie dans l'espace et le temps. Ainsi, l'équation normalisée de la charge du grain est donnée par

$$\begin{aligned} \eta \frac{\partial Z_d}{\partial T} &= \mu \beta B_q [1 + (q-1)(\Psi - \alpha Z_d)]^{\frac{1}{q-1} + 2} \\ &\quad - \beta_i N_i U_i \left( 1 + \frac{2\alpha Z_d}{U_i^2} \right). \end{aligned} \quad (3.18)$$

avec  $\eta = \sqrt{\alpha m_e (1-\mu)/2m_i}$ ,  $\beta = (r_d/a)^{3/2}$ ,  $\beta_i = \beta \sqrt{\pi m_e/8m_i}$ ,  $\alpha = Z_{d0}e^2/T_e r_d$  et  $a = n_{d0}^{-1/3}$ . Notons qu'à l'équilibre, nous avons  $\mu \beta B_q [1 - (q-1)\alpha] = \beta_i U_0 (1 + 2\alpha/U_0^2)$ , où  $U_0$  est la vitesse d'écoulement ionique normalisée par  $C_i$ .

### 3.3.1 Existence des solitons

Pour étudier l'onde acoustique ionique poussiéreuse faiblement non linéaire (d'amplitude petite mais finie), nous utilisons la technique des perturbations réductives, en introduisant les changements de variables suivants  $\xi = \varepsilon^{1/2}(X - V_0 T)$ ,  $\tau = \varepsilon^{3/2}T$ , où  $V_0$  est la vitesse de phase normalisée de l'onde acoustique ionique poussiéreuse et  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde. Les variables dynamiques sont développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leur valeur d'équilibre

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots, \quad (3.19)$$

$$U_i = 1 + \varepsilon U_i^{(1)} + \varepsilon^2 U_i^{(2)} + \dots, \quad (3.20)$$

$$\Psi = \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \dots, \quad (3.21)$$

$$Z_d = 1 + \varepsilon Z_d^{(1)} + \varepsilon^2 Z_d^{(2)} + \dots \quad (3.22)$$

En introduisant les développements précédents (3.19)-(3.22) dans les équations (3.15)-(3.18), nous obtenons, à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , les relations entre les termes de premier ordre suivantes

$$\omega_0 N_i^{(1)} = U_i^{(1)}, \quad (3.23)$$

$$\omega_0 U_i^{(1)} = \Psi^{(1)}, \quad (3.24)$$

$$\frac{(3q-1)\mu}{2} \Psi^{(1)} - N_i^{(1)} + (1-\mu)Z_d^{(1)} = 0, \quad (3.25)$$

$$\beta_e \Psi^{(1)} - \alpha u_\beta Z_d^{(1)} - \beta_i u_1 U_i^{(1)} - U_0 \beta_i u_2 N_i^{(1)} = 0, \quad (3.26)$$

où  $\omega_0 = V_0 - U_0$ ,  $u_1 = 1 - 2\alpha/U_0^2$ ,  $u_2 = 1 + 2\alpha/U_0^2$ ,  $u_\beta = \beta_e + 2\beta_i/U_0$  et  $\beta_e = 2\mu\beta B_q(q - 1/2)(1 - \alpha q)$ . Maintenant, en substituant  $N_i^{(1)}$ ,  $U_i^{(1)}$  et  $Z_d^{(1)}$  dans les expressions (3.23)-(3.26) nous obtenons la relation de dispersion

$$a\omega_0^2 - b\omega_0 - c = 0, \quad (3.27)$$

où

$$a = \frac{(3q-1)\mu}{2} + \frac{\beta_e(1-\mu)}{\alpha u_\beta}, \quad (3.28)$$

$$b = \frac{u_1 \beta_i (1-\mu)}{\alpha u_\beta}, \quad (3.29)$$

$$c = 1 + \frac{u_2 \beta_i U_0 (1-\mu)}{\alpha u_\beta}. \quad (3.30)$$

Aux ordres les plus élevés en  $\varepsilon$ , nous aurons les équations suivantes

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} - \omega_0 \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{2}{\omega_0^3} \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} - \omega_0 \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{1}{\omega_0^2} \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} = \frac{(3q-1)\mu}{2} \Psi^{(2)} + \frac{(3q-1)(q+1)\mu}{8} [\Psi^{(1)}]^2 - N_i^{(2)} + (1-\mu)Z_d^{(2)} \quad (3.33)$$

$$\beta_e \Psi^{(2)} - \alpha u_\beta Z_d^{(2)} - \beta_i u_1 U_i^{(2)} - U_0 \beta_i u_2 N_i^{(2)} + \beta_1 [\Psi^{(1)}]^2 = 0 \quad (3.34)$$

où

$$\beta_1 = \frac{\beta_e}{2(1-\alpha q)} [1 + \alpha \beta_0 (\alpha \beta_0 - 2)] - \frac{2\beta_i}{\omega_0^3} \left[ 1 + \frac{\omega_\alpha}{U_0^3} \right], \quad (3.35)$$

$$\beta_0 = \frac{1 - \frac{(3q-1)\omega_0^2\mu}{2}}{\omega_0^2(1-\mu)}, \quad (3.36)$$

et  $\omega_\alpha = \alpha \omega_0 \omega_1 (1 - \omega_0 \beta_0 / \omega_1)$ ,  $\omega_1 = 1 - U_0 / \omega_0$ . À partir de ces dernières équations, il est aisé de déduire l'équation de Korteweg– de Vries

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0, \quad (3.37)$$

où

$$A = \frac{b\omega_0 + 3c - \beta_2 \omega_0^4}{\omega_0(2c + b\omega_0)} \quad (3.38)$$

$$B = \frac{\omega_0^3}{2c + b\omega_0} \quad (3.39)$$

et

$$\beta_2 = \frac{(3q-1)(q+1)}{4}\mu + 2\beta_1 \frac{(1-\mu)}{\alpha u_\beta}. \quad (3.40)$$

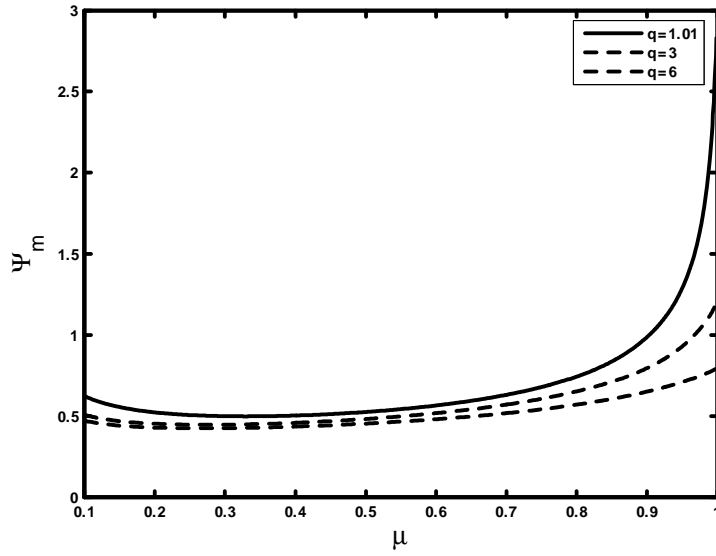
Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (3.37). À ce propos, nous introduisons le changement de variable  $\zeta = \xi - W_0\tau$  où  $W_0$  est une vitesse constante normalisée par  $C_i$ , ainsi que les conditions aux limites suivantes  $\Psi^{(1)} \rightarrow 0$ ,  $d\Psi^{(1)}/d\zeta$  et  $d^2\Psi^{(1)}/d\zeta^2 \rightarrow 0$  lorsque  $\zeta \rightarrow \pm\infty$ . La solution en onde solitaire stationnaire de l'équation (3.37) est donnée par

$$\Psi^{(1)} = \Psi_m \operatorname{sech} h^2 \left[ \frac{\xi - W_0\tau}{\Delta} \right], \quad (3.41)$$

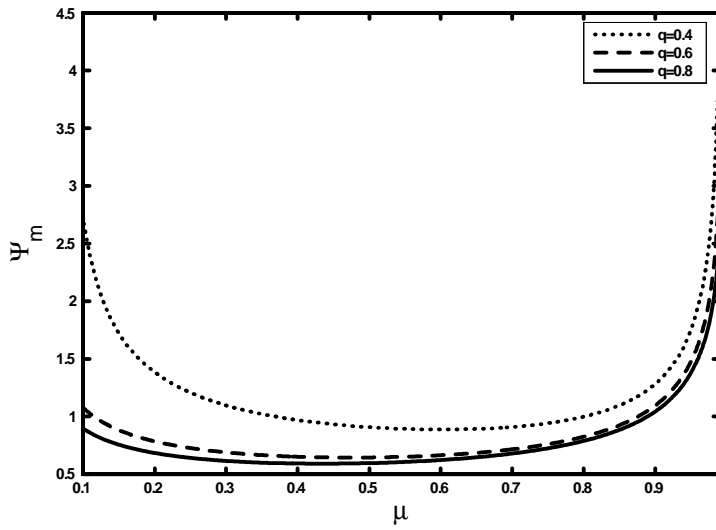
où  $\Psi_m = 3W_0/A$  et  $\Delta = \sqrt{4B/W_0}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. Cette solution (3.41) indique clairement l'existence des ondes solitaires compressives (si  $A > 0$ ) et raréfactives (si  $A < 0$ ).

### 3.3.2 Résultats numériques

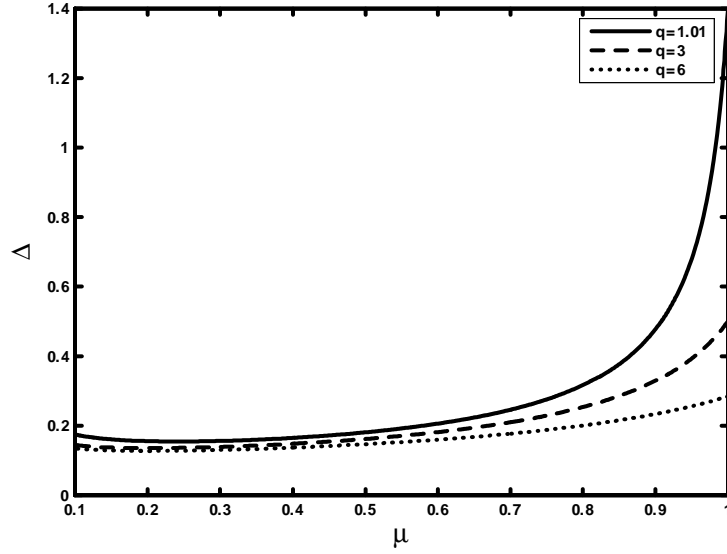
Nous avons analysé numériquement  $\Psi_m$  sur un large éventail du degré de non extensivité des électrons et cela pour des paramètres correspondant aux situations d'un plasma poussiéreux spatial. Les paramètres suivant  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$  et  $U_0 = 1$  (correspondant aux paramètres du plasma poussiéreux spatial avec  $T_e = 50$  eV,  $n_{d0} = 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$ ,  $r_d = 1 \mu\text{m}$  et  $Z_d = 10^3$  [1], [67], [68]) ont été choisis. La variation de  $\Psi_m$  en fonction du rapport de densité  $\mu = n_{e0}/n_{i0}$  pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  des électrons est présentée sur la figure 14. Dans le cas limite,  $q \rightarrow 1$  (distribution électronique de Maxwell-Boltzmann), un résultat semblable à celui de Mamun et Shukla [68] est obtenu. La figure 14 indique qu'à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente ( $q > 1$ ), l'amplitude du pulse diminue et reste positive. Cependant et pour  $q < 1$ , la figure 15 montre qu'une augmentation du paramètre  $q$  donne un résultat différent (opposé) du cas  $q > 1$ . L'influence de la non extensivité des électrons est plus apparente pour les grandes (petites) valeurs de  $\mu$  dans le cas  $q > 1$  ( $q < 1$ ). Les figures 16 et 17 montrent la dépendance de la largeur  $\Delta$  du paramètre  $\mu$  pour des valeurs données du paramètre non extensif  $q$ . Nous constatons que pour  $q > 1$  ( $q < 1$ ) la structure se rétrécit (s'élargit) à mesure que la non extensivité augmente.



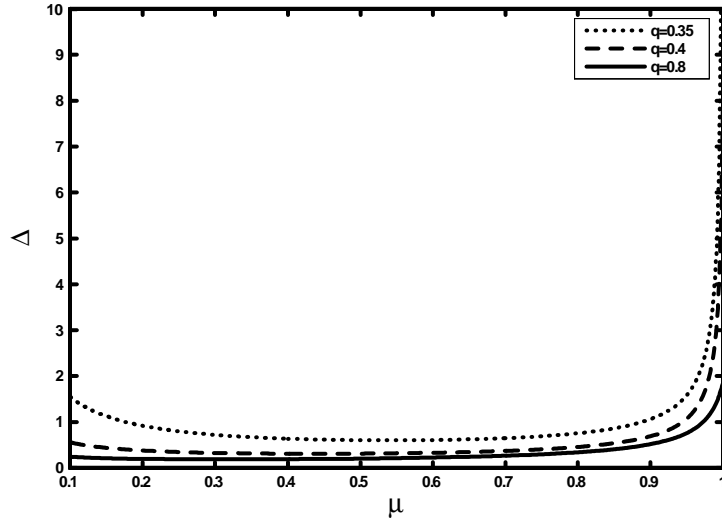
**Figure 14:** Variation de l'amplitude  $\Psi_m$  du soliton en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 15:** Variation de l'amplitude  $\Psi_m$  du soliton en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 0.4, 0.6, 0.8$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 16:** Variation de la largeur  $\Delta$  du soliton en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 1.01, 3$  et  $6$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$  et  $U_0 = 1$ .



**Figure 17:** Variation de la largeur  $\Delta$  du soliton en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 0.35, 0.4$  et  $0.8$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$  et  $U_0 = 1$ .

### 3.3.3 Existence des ondes de choc

Dans la section précédente, le paramètre  $\eta$  ne joue aucun rôle en raison de son échelonnage (scaling). Supposons maintenant que ce paramètre s'écrive sous la forme  $\eta = \varepsilon^{1/2}\eta_0$ . L'équation (3.34) peut alors être réécrite comme

$$-\eta_0 V_0 \frac{\partial Z_d^{(1)}}{\partial \xi} = \beta_e \Psi^{(2)} - \alpha u_\beta Z_d^{(2)} - \beta_i u_1 U_i^{(2)} - U_0 \beta_i u_2 N_i^{(2)} + \beta_1 [\Psi^{(1)}]^2. \quad (3.42)$$

En remplaçant la relation (3.34) par (3.42) et en exécutant les mêmes étapes mathématiques que précédemment, nous obtenons l'équation de type Korteweg- de Vries Burger (KDVB) suivante

$$\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Psi^{(1)} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^3} = C \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (3.43)$$

où

$$C = \frac{BV_0 \eta_0 \beta_0 (1 - \mu)}{\alpha \left( \beta_e + \frac{2\beta_i}{U_0} \right)}. \quad (3.44)$$

Comme il n'est pas possible d'obtenir une solution analytique exacte pour l'équation (3.43), nous avons fait appel au changement de variable  $\zeta = \xi - W_0 \tau$  qui transforme l'équation (3.43) en une équation différentielle de deuxième ordre

$$B \frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} - C \frac{d\varphi}{d\zeta} + \frac{A}{2} \varphi^2 - W_0 \varphi = 0 \quad (3.45)$$

où la nouvelle variable  $\varphi = \Psi^{(1)}$  a été utilisée pour des raisons évidentes d'écriture. Nous avons imposé les conditions aux limites suivantes  $\varphi \rightarrow 0$ ,  $d\varphi/d\zeta \rightarrow 0$ ,  $d^2\varphi/d\zeta^2 \rightarrow 0$  lorsque  $\zeta \rightarrow \pm\infty$ . En multipliant chaque membre de l'équation (3.45) par  $d\varphi/d\zeta$  et en intégrant une fois, nous obtenons la quadrature

$$\frac{B}{2} \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + V(\varphi) = 0, \quad (3.46)$$

où

$$V(\varphi) = \frac{A}{6} \varphi^3 - \frac{W_0}{2} \varphi^2 - C \int \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 d\zeta. \quad (3.47)$$

L'équation (3.46) peut être perçue comme étant "l'intégral d'énergie" d'une pseudo- particule de masse unité, de vitesse  $d\varphi/d\zeta$  et de position  $\varphi$  oscillant dans un puits de potentiel  $V(\varphi)$ . La pseudo- particule subit une force de friction avec le coefficient  $C$  conduisant au développement d'une onde de choc non collisionnelle [60], [69]- [72] en ce sens qu'elle ne requiert, ni fait intervenir les collisions entre les grains et les particules du plasma [73], [74]. Comme il a été démontré dans [68] et ailleurs [75], la solution décrit une onde de choc dont la vitesse  $W_0$  est liée aux valeurs limites par  $\varphi(\zeta = -\infty) - \varphi(\zeta = +\infty) = 2W_0/A$ . La nature de ces structures de choc dépend de l'importance de la dissipation et des valeurs relatives des termes dispersif  $B$  et dissipatif  $C$ . L'étude de la solution asymptotique de l'équation (3.45) pour  $\zeta \rightarrow -\infty$  nous permet de déterminer les conditions d'existence d'une onde de choc monotone et oscillatoire. Pour cela, nous substituons d'abord  $\varphi(\zeta) = \varphi_0 + \psi(\zeta)$ , où  $\psi \ll \varphi_0$ , dans l'équation (3.45) puis en la linéarisant par rapport à  $\psi$ , nous aurons, au lieu de (3.45), l'équation suivante

$$B \frac{d^2 \psi}{d\zeta^2} - C \frac{d\psi}{d\zeta} + W_0 \psi = 0. \quad (3.48)$$

La solution de (3.48) est proportionnelle à  $\exp(p\zeta)$ , où

$$p = \frac{C \pm \sqrt{C^2 - 4BW_0}}{2B}. \quad (3.49)$$

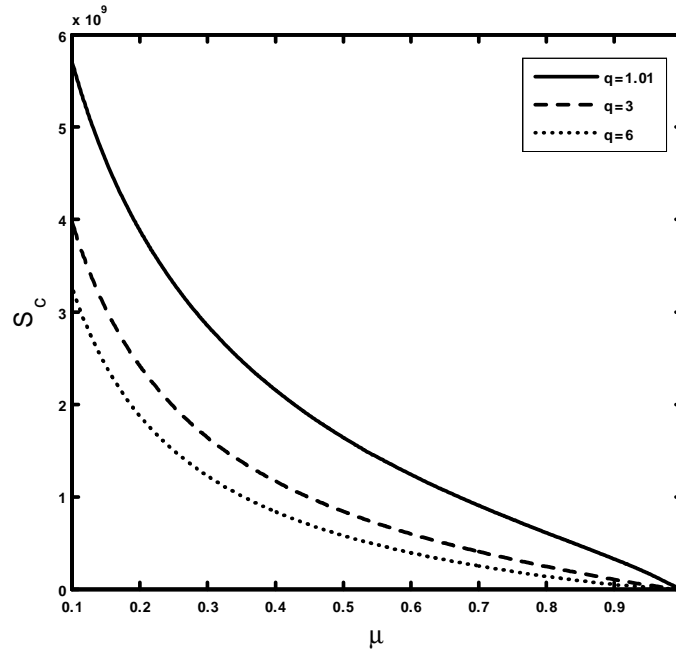
L'onde de choc a alors un profil monotone pour  $S_c = C/2\sqrt{BW_0} > 1$ , et un profil oscillatoire pour  $S_c < 1$ . Nous avons analysé numériquement  $S_c$  pour les paramètres d'un plasma poussiéreux spatial. La variation de  $S_c$  en fonction de  $\mu = n_{e0}/n_{i0}$  pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$  est montrée sur la figure **18** ( $q > 1$ ) et la figure **19** ( $q < 1$ ). Ces dernières montrent que  $S_c \gg 1$  pour  $0 < \mu < 1$ . Ceci indique que ne sont admises que les ondes de choc acoustiques ioniques poussiéreuses monotones. Considérons maintenant la situation où nous pouvons négliger le terme dispersif  $B$ . Dans ce cas, l'équation (3.45) peut être réécrite sous la forme

$$\left(\varphi - \frac{W_0}{A}\right) \frac{d\varphi}{d\zeta} = \frac{C}{A} \frac{d^2\varphi}{d\zeta^2}. \quad (3.50)$$

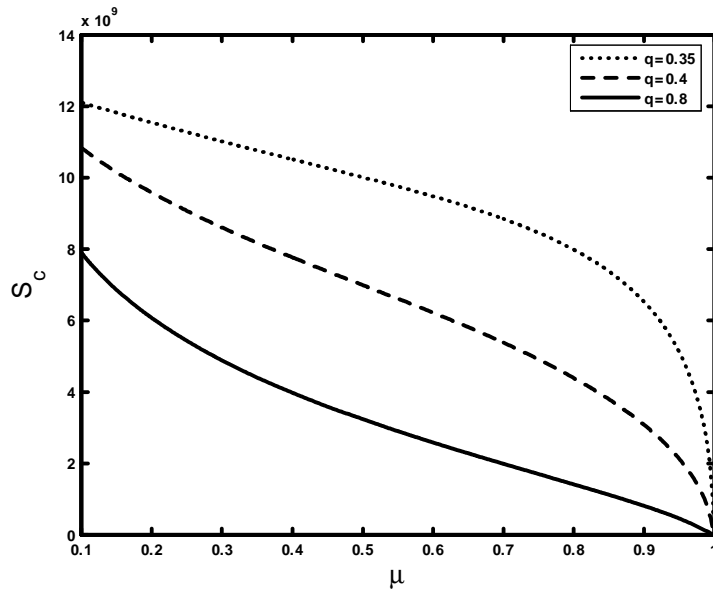
L'intégration de cette dernière équation (en faisant appel aux conditions aux limites  $\zeta \rightarrow \pm\infty$ ) donne

$$\Psi^{(1)} = \Psi_{sh} \left\{ 1 - \tanh\left(\frac{\xi - W_0\tau}{\Delta_{sh}}\right) \right\}, \quad (3.51)$$

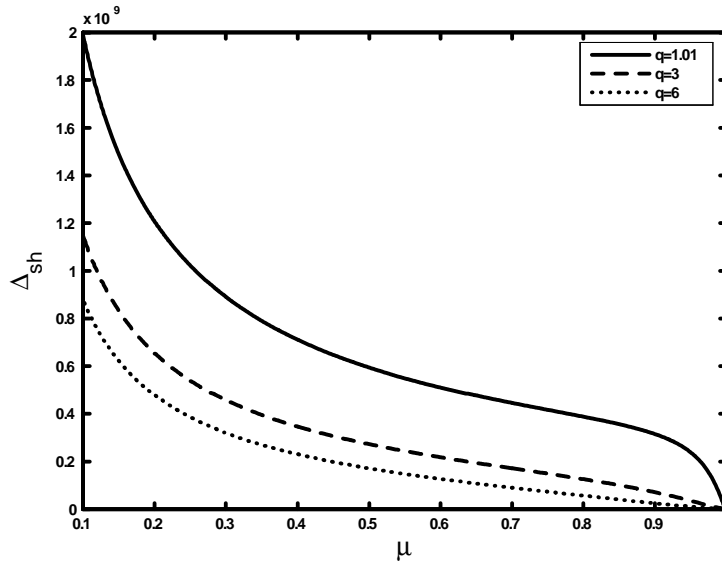
où  $\Psi_{sh} = W_0/A$  et  $\Delta_{sh} = 2C/W_0$ . L'équation (3.51) représente une solution en onde de choc monotone, avec une vitesse  $W_0$ , une amplitude  $\Psi_{sh}$  et une largeur  $\Delta_{sh}$ . Les figures **20** et **21** montrent la variation de  $\Delta_{sh}$  en fonction du rapport de densités  $\mu$ , pour des valeurs données du paramètre non extensif  $q$ . Il s'avère que pour  $q > 1$  ( $q < 1$ ), la structure dissipative se rétrécit (s'élargit) avec l'augmentation de la non extensivité électronique.



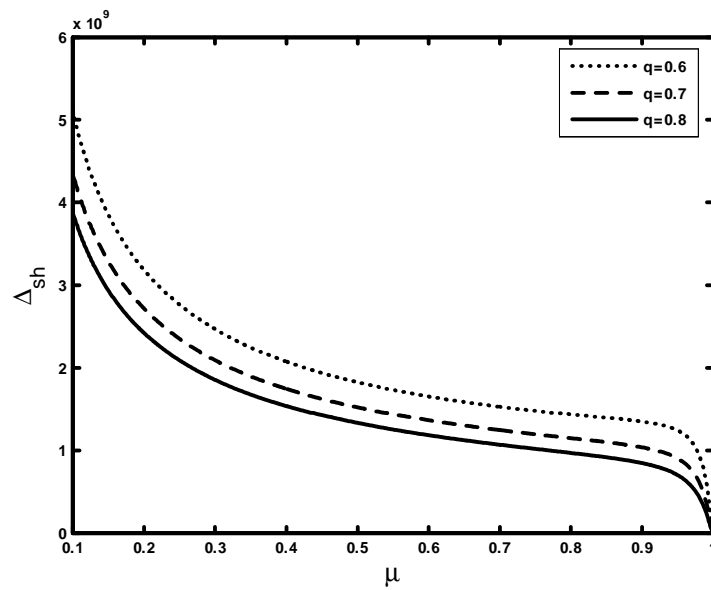
**Figure 18:** Variation de  $S_c$  en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 1.01, 3$  et  $6$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$ ,  $U_0 = 1$  et  $\varepsilon = 10^{-2}$ .



**Figure 19:** Variation de  $S_c$  en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 0.35, 0.4$ , et  $0.8$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$ ,  $U_0 = 1$  et  $\varepsilon = 10^{-2}$ .



**Figure 20:** Variation de la largeur de l'onde de choc  $\Delta_{sh}$  en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 1.01, 3$  et  $6$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$ ,  $U_0 = 1$  et  $\varepsilon = 10^{-2}$ .



**Figure 21:** Variation de la largeur de l'onde de choc  $\Delta_{sh}$  en fonction de  $\mu$  pour différentes valeurs de  $q = 0.6, 0.7$  et  $0.8$ , avec  $\alpha = 0.0288$ ,  $\beta = 3 \times 10^{-10}$ ,  $U_0 = 1$  et  $\varepsilon = 10^{-2}$ .

# 4

## Onde acoustique ionique poussiéreuse dans un plasma contenant des électrons et des positrons non extensifs

### 4.1 Introduction

Les paires électrons positrons ( $e - p$ ) apparaissent lors d'expériences de laboratoires de hautes énergies, au cours de certains processus radioactifs et dans certains environnements astrophysiques tels que les étoiles à neutrons, les noyaux actifs des galaxies et la chromosphère solaire [76]- [80]. Un tel état de plasma a des propriétés thermodynamiques différentes de celles du plasma habituel à deux composantes (électrons et ions). En plus des électrons et des positrons, une petite fraction d'ions et de grains de poussière peut être présente dans ce type de plasma. Plusieurs études ont porté sur la propagation des ondes linéaires et non linéaires dans les plasmas d'électrons- positrons- ions ( $e - p - i$ ) au cours de ces deux dernières décennies [81]- [86]. Ces travaux ont été réalisés dans le contexte du formalisme de la statistique de Boltzmann- Gibbs. Ceci nous amène à penser à l'étude de la propagation non linéaire de l'onde acoustique ionique poussiéreuse (DIAW) dans un plasma constitué d'ions fluides, d'électrons et de positrons non extensifs obéissant à la statistique de Tsallis, et d'une fraction de grains de poussière immobiles [87]. Rappelons qu'une telle mixture de plasma ( $e - p - i - d$ ) est appelé plasma paire- ions- grains de poussière .

## 4.2 Modèle théorique

Nous considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé composé d'ions froids, d'électrons et positrons non extensifs et d'une fraction de grains de poussière immobiles de densités, respectives,  $n_i$ ,  $n_e$ ,  $n_p$  et  $n_d$ . La dynamique non linéaire des oscillations acoustiques ioniques poussiéreuses de faible vitesse de phase  $v_{ph}$  ( $v_{ti} \ll v_{ph} \ll v_{t(e,p)}$  où  $v_{ti}$ ,  $v_{te}$  et  $v_{tp}$  représentent les vitesses thermiques des ions, des électrons et des positrons), est gouvernée par les équations normalisées suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_i V_i) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} + \frac{\partial \Psi}{\partial X} + 3\sigma_i N_i \frac{\partial N_i}{\partial X} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - N_p - N_i + \alpha \quad (4.3)$$

où les densités des électronique et positronique sont données par [50]

$$N_e = \mu [1 + (q_e - 1)\Psi]^{q_e^{-1} + \frac{1}{2}}, \quad (4.4)$$

$$N_p = \nu [1 - (q_p - 1)\sigma_p \Psi]^{q_p^{-1} + \frac{1}{2}}. \quad (4.5)$$

L'indice  $j = i, e, p$  et  $d$  désigne, respectivement, les ions, les électrons, les positrons et les grains de poussière. Les paramètres  $q_e$  et  $q_p$  représentent le degré de non extensivité des électrons et des positrons. Notons que  $m_j$  désigne la masse,  $T_j$  la température,  $\sigma_i = T_i/T_e$ ,  $\sigma_p = T_e/T_p$ ,  $\mu = n_{e0}/n_{i0}$ ,  $\nu = n_{p0}/n_{i0}$  et  $\alpha = Z_d n_{d0}/n_{i0}$ , où  $Z_d$  est le nombre de charges résidant sur la surface du grain et  $n_{j0}$  est la densité non perturbée des particules d'espèce  $j$ . Les densités  $N_j$ , la vitesse fluide des ions  $V_i$  et le potentiel électrostatique sont normalisés, respectivement, par  $n_{i0}$ , la vitesse ionique acoustique  $C_{si} = (k_B T_e/m_i)^{1/2}$  et  $k_B T_e/e$ . Les variables d'espace  $X$  et du temps  $T$  sont en unités de la longueur de Debye  $\lambda_{Di} = (k_B T_e/4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$  et la période plasma ionique  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$ , respectivement.  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $e$  est la magnitude de la charge élémentaire. A l'équilibre, la condition de la quasi-neutralité requiert  $\mu + \alpha = 1 + \nu$ .

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses faiblement non linéaires, nous utilisons la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [64] en introduisant les changements de variable suivants  $\xi = \varepsilon(X - \lambda T)$  et  $\tau = \varepsilon^3 T$ , où  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant le degré de la non linéarité et  $\lambda$  est la vitesse de phase de l'onde linéaire normalisée par  $C_{si}$ . Par ailleurs, les variables dynamiques sont développées

en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leur valeur d'équilibre

$$F = F^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m F^{(m)}, \quad (4.6)$$

où  $F = (N_i, V_i, \Psi)$  et  $F^{(0)} = (1, 0, 0)$ . En introduisant les nouvelles variables précédentes et en substituant le développement (4.6) dans les équations (4.1)-(4.5), nous obtenons, à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , les relations suivantes

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} \Psi^{(1)} \quad \text{et} \quad V_i^{(1)} = \frac{\lambda}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} \Psi^{(1)}, \quad (4.7)$$

L'équation de Poisson donne la condition de compatibilité

$$\mu \frac{(q_e + 1)}{2} + \nu \frac{\sigma_p (q_p + 1)}{2} - \frac{1}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} = 0. \quad (4.8)$$

A l'ordre le plus élevé en  $\varepsilon$ , nous obtenons

$$V_i^{(2)} = \frac{\lambda(\lambda^2 + 9\sigma_i)}{2(\lambda^2 - 3\sigma_i)^3} [\Psi^{(1)}]^2 + \frac{\lambda}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} \Psi^{(2)}, \quad (4.9)$$

$$N_i^{(2)} = \frac{3(\lambda^2 + \sigma_i)}{2(\lambda^2 - 3\sigma_i)} [\Psi^{(1)}]^2 + \frac{1}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} \Psi^{(2)}, \quad (4.10)$$

et l'équation de Poisson donne

$$\left[ \mu \frac{(q_e + 1)}{2} + \nu \frac{\sigma_p (q_p + 1)}{2} - \frac{1}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)} \right] \Psi^{(2)} = \left[ -\frac{\mu}{4} (q_e + 1)(3 - q_e) + \frac{\nu}{4} \sigma_p^2 (q_p + 1)(3 - q_p) + \frac{3(\lambda^2 + \sigma_i)}{2(\lambda^2 - 3\sigma_i)^3} \right] [\Psi^{(1)}]^2. \quad (4.11)$$

D'après la condition de compatibilité (4.8), le coefficient de  $\Psi^{(2)}$  dans l'équation précédente est nul, tandis que  $\Psi^{(1)} \neq 0$ . Le coefficient de  $[\Psi^{(1)}]^2$  devrait être au moins de l'ordre de  $\varepsilon$  et par conséquent, l'équation (4.11) est de l'ordre de  $\varepsilon^3$ , et devrait donc être inclus dans l'ordre  $\varepsilon^3$  de l'équation de Poisson. Le prochain ordre en  $\varepsilon$  donne un système d'équations, et en faisant usage des solutions du premier et du second ordre en  $\varepsilon$  avec l'équation (4.11), nous obtenons finalement l'équation modifiée de Korteweg– de Vries (mKdV) suivante

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + (AB\Phi + AC\Phi^2) \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} A \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0, \quad (4.12)$$

avec

$$A = \left[ \frac{\lambda}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)^2} \right]^{-1}, \quad (4.13)$$

$$B = -\frac{\mu}{2} (q_e + 1)(3 - q_e) + \frac{\nu \sigma_p^2}{2} (q_p + 1)(3 - q_p) + \frac{3(\lambda^2 + \sigma_i)}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)^3}, \quad (4.14)$$

$$C = \frac{3}{4} \left[ \frac{5\lambda^4 + 30\lambda^2\sigma_i + 9\sigma_i^2}{(\lambda^2 - 3\sigma_i)^5} - \frac{\mu}{24}(q_e + 1)(3 - q_e)(5 - 3q_e) + \frac{\nu\sigma_p^3}{24}(q_p + 1)(3 - q_p)(5 - 3q_p) \right]. \quad (4.15)$$

Pour des raisons évidentes de simplicité, la nouvelle variable  $\Phi = \Psi^{(1)}$  a été utilisée. Pour obtenir la solution stationnaire de (4.12), nous introduisons la transformation  $\eta = \xi - U\tau$ , où  $U$  est une vitesse normalisée par  $C_{si}$ . En utilisant les conditions aux limites appropriées suivantes  $\Phi \rightarrow 0$  et  $d\Phi/d\eta \rightarrow 0$  lorsque  $|\eta| \rightarrow \infty$ , l'équation (4.12) peut être intégrée pour donner la quadrature suivante

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{d\eta} \right)^2 + V(\Phi) = 0, \quad (4.16)$$

où

$$V(\Phi) = -\frac{U}{A}\Phi^2 + \frac{1}{3}B\Phi^3 + \frac{1}{6}C\Phi^4. \quad (4.17)$$

représente le pseudo-potential de Sagdeev [61].

### 4.2.1 Solution en onde solitaire

Nous nous intéressons d'abord à la solution en onde solitaire. Nous intégrons (4.16) en imposant les conditions aux limites adéquates pour des perturbations localisées ( $\Phi \rightarrow 0$  et  $d\Phi/d\eta \rightarrow 0$  lorsque  $|\eta| \rightarrow \infty$ ). Nous obtenons la solution en onde solitaire suivante

$$\Phi = \frac{6U}{AB} \left[ 1 + \sqrt{\Delta} \cosh \left( \sqrt{\frac{2U}{A}} \eta \right) \right]^{-1}. \quad (4.18)$$

où

$$\Delta = \left( 1 + \frac{6UC}{AB^2} \right). \quad (4.19)$$

L'amplitude maximale  $\Phi_{\max}$  de l'onde solitaire est donnée par

$$\Phi_{\max} = \frac{6U}{AB} \left( 1 + \sqrt{\Delta} \right)^{-1}. \quad (4.20)$$

### 4.2.2 Solution en double-couches

Les solutions en double-couches de l'équation (4.16) existent si les conditions suivantes sont satisfaites *i)*  $V(0) = V(\Phi_m) = 0$ , *ii)*  $(dV/d\Phi)_{\Phi=0} = (dV/d\Phi)_{\Phi=\Phi_m} = 0$  et *iii)*  $(d^2V/d\Phi^2)_{\Phi=0, \Phi_m} < 0$ , où 0 et  $\Phi_m$  sont les deux points extrêmes du potentiel de Sagdeev  $V(\Phi)$ . En appliquant ces conditions, nous obtenons

$$U = -\frac{AC}{6}\Phi_{mDL}^2 \quad \text{et} \quad \Phi_m = -\frac{B}{C}. \quad (4.21)$$

La substitution de l'équation (4.21) dans l'équation (4.17) donne

$$V(\Phi) = \frac{C}{6}(\Phi_m - \Phi)^2\Phi^2. \quad (4.22)$$

La solution en double-couches de l'équation (4.16) est donnée par

$$\Phi = \frac{1}{2}\Phi_m \left[ 1 \pm \tanh\left(\frac{\eta}{W_{DL}}\right) \right], \quad (4.23)$$

où

$$W_{DL} = \sqrt{-12/C} / |\Phi_m| \quad (4.24)$$

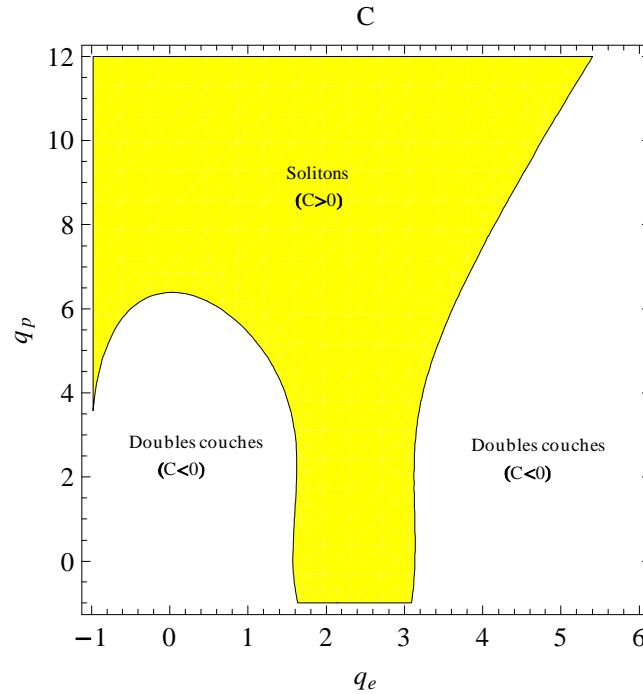
représente sa largeur.

### 4.3 Résultats numériques

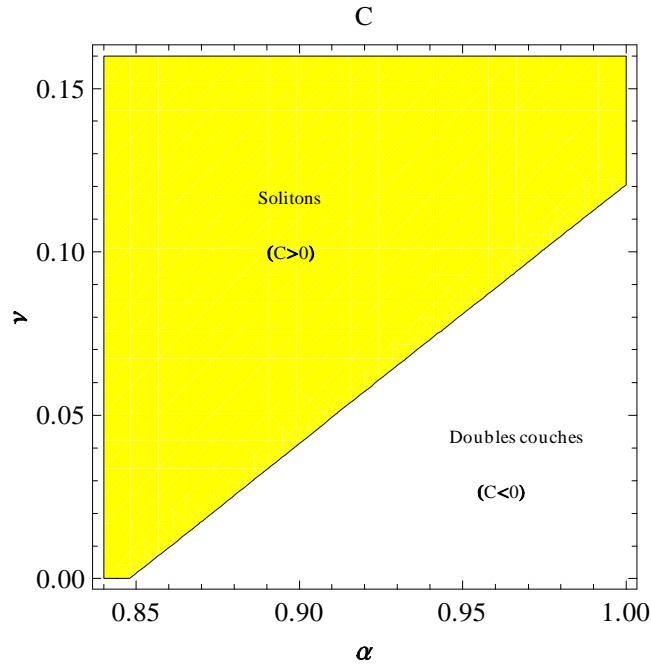
Avant d'aller plus loin, notons que la propagation des ondes solitaires ou des double-couches est sujette à certaines conditions qui sont imposées, respectivement, par (4.19) et (4.24). La positivité de  $\Delta$  (la positivité du coefficient  $C$ ) assure la propagation de l'onde solitaire, tandis que le coefficient de non linéarité  $C$  devrait être négatif pour la propagation des double-couches. La relation (4.19) est alors analysée numériquement pour délimiter les régions d'existence des ondes solitaires et/ ou des double-couches et pour déterminer leur dépendance paramétrique. Les régions d'existence des solitons ou des double-couches sont données sur les figures **22** et **23**. On constate que la non extensivité des électrons et des positrons (Fig. **22**), les concentrations des grains de poussière  $\alpha$  et des positrons  $\nu$  (Fig. **23**) peuvent affecter rigoureusement les conditions d'existence des solitons et des doubles couches. Nous avons effectué une investigation numérique sur un large éventail des paramètres du plasma et avons constaté que le coefficient  $B$  (Eq. 4.14) peut être positif (structures de compression) ou négatif (structures de raréfaction). Les figures **24** et **25** montrent l'existence de pulses de nature compressive ( $B > 0$ ) et raréfactive ( $B < 0$ ). Nos résultats montrent clairement que la non extensivité des particules (électrons et positrons), la concentration  $\alpha$  des grains de poussière et la concentration  $\nu$  des positrons et le rapport  $\sigma_p$  des températures électron/positron peuvent jouer un rôle principal pour définir la polarité des pulses solitaires localisés.

En accord avec nos résultats précédents et en nous servant des expressions (4.18) et (4.23), on peut voir qu'à cause de la non extensivité des particules, notre modèle de plasma peut admettre des solitons de raréfaction et de compression (Fig. **26**) ainsi que des double-couches (Fig. **27**). A mesure que le paramètre non extensif  $q_e$  des électrons augmente,

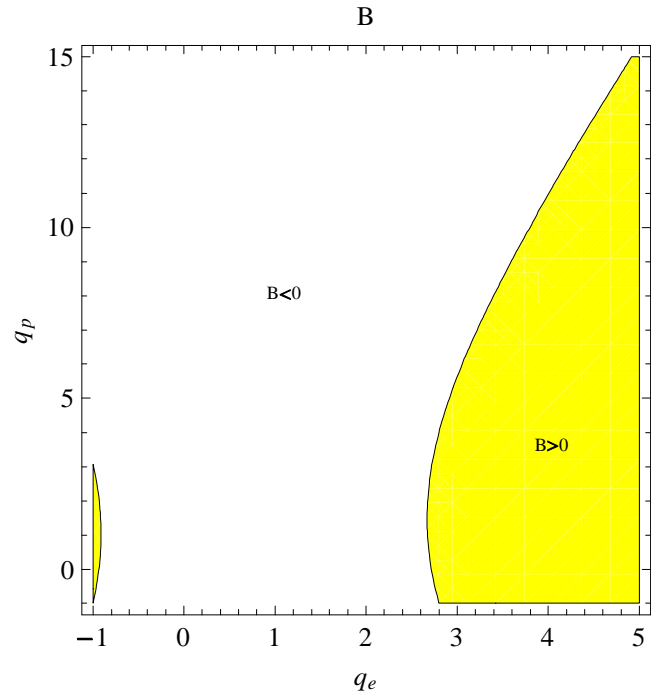
l'amplitude de la double-couche de raréfaction augmente donnant lieu (au delà d'une certaine valeur critique de  $q_e$ ) au développement de double-couches compressives. Ces dernières (contrairement aux double-couches raréfactives) rétrécissent à mesure que le paramètre  $q_e$  augmente, i.e., pendant que les électrons évoluent loin de leur équilibre Maxwellien.



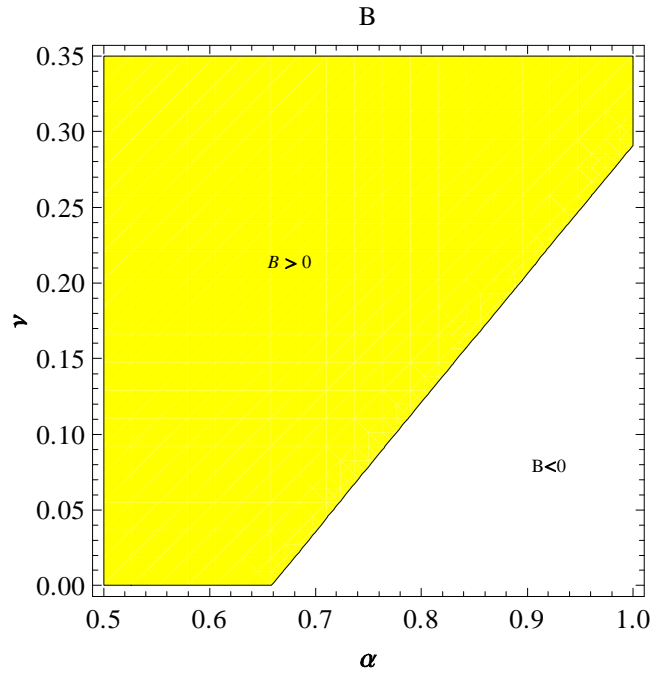
**Figure 22:** Domaine d'existence (dans le plan  $q_e - q_p$ ) des solitons et des double-couches correspondant aux conditions  $C > 0$  et  $C < 0$  respectivement, avec  $\sigma_i = 0.8$ ,  $\sigma_p = 0.5$ ,  $\nu = 0.01$  et  $\alpha = 0.98$ .



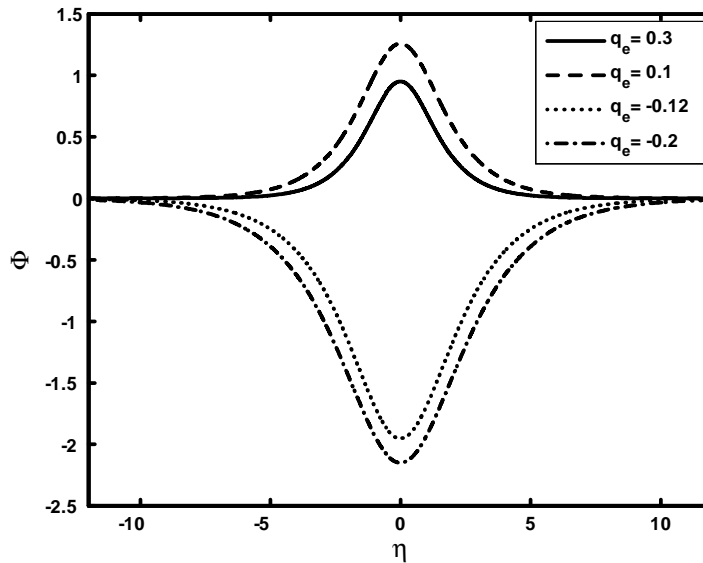
**Figure 23:** Domaine d'existence (dans le plan  $\alpha - \nu$ ) des solitons ( $C > 0$ ) et des double-couches ( $C < 0$ ), avec  $q_e = 5$ ,  $q_p = 1.1$ ,  $\sigma_i = 0.1$  et  $\sigma_p = 0.1$ .



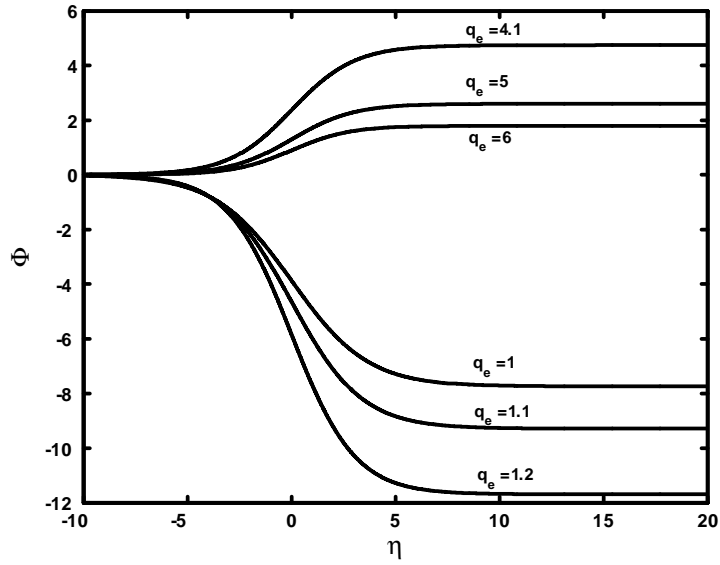
**Figure 24:** Polarité des pulses non linéaires correspondant au signe de  $B$  (Eq. 4.14) dans le plan  $q_e - q_p$ :  $B > 0$  pour les pulses positifs et  $B < 0$  pour les pulses négatifs, avec  $\sigma_i = 0.8$ ,  $\sigma_p = 0.5$ ,  $\nu = 0.01$  et  $\alpha = 0.98$ .



**Figure 25:** Polarité des pulses non linéaires correspondant au signe de  $B$  (Eq. 4.14) dans le plan  $\alpha - \nu$ :  $B > 0$  pour les pulses positifs et  $B < 0$  pour les pulses négatifs, avec  $q_e = 1.5$ ,  $q_p = 1.1$ ,  $\sigma_i = 0.1$  et  $\sigma_p = 0.1$ .



**Figure 26:** Profil du potentiel solitaire  $\Phi$  en fonction de  $\eta$  pour différentes valeurs du paramètre  $q_e$ , avec  $q_p = 1.1$ ,  $\sigma_i = 0.6$ ,  $\sigma_p = 0.8$ ,  $\nu = 0.11$ ,  $\alpha = 0.55$  et  $U = 1.1$ .



**Figure 27:** Profil du potentiel  $\Phi$  en double-couches en fonction de  $\eta$  pour différentes valeurs du paramètre  $q_e$ , avec  $q_p = 1.1$ ,  $\sigma_i = 0.3$ ,  $\sigma_p = 0.03$ ,  $\nu = 0.015$  et  $\alpha = 0.95$ .

# 5

## Soliton acoustique ionique de Gardner dans un plasma non extensif dans une géométrie non plane

### 5.1 Introduction

Des expériences de laboratoire ont montré la possibilité de créer un plasma électron-positron ( $e - p$ ) non relativiste [88]- [90]. A quelques dizaines de MeV, les paires ( $e - p$ ) peuvent être créées à partir de collisions entre les électrons et les ions du plasma. Les plasmas ( $e - p$ ) se produisent aussi dans de nombreux environnements astrophysiques tels que les étoiles à neutrons [76], les pulsars [91] et dans l'atmosphère solaire [92] avec un petit nombre d'ions. En effet les plasmas ( $e - p$ ) ont des propriétés physiques très différentes de celles des plasmas ion-électron habituels. Il est évident que les propriétés des ondes dans un plasma électron-positron-ion ( $e - p - i$ ) sont différentes de celles dans un plasma ( $e - p$ ) à deux composants. Une grande attention a été accordée à l'étude des plasmas  $e - p - i$  au cours des trois dernières décennies [93]- [97]. Cependant, ces études ont été restreintes à une géométrie plane infinie. Cette dernière peut ne pas décrire correctement des situations de plasma de laboratoire où la géométrie peut ne pas être plane et est finie. Récemment, des études théoriques [98]- [101] ont montré que les propriétés des ondes solitaires dans une géométrie non plane (cylindrique/ sphérique) et finie sont tout à fait différentes de celles de la géométrie plane infinie et donc une grande attention a été accordée à la compréhension des phénomènes non linéaires tels que les solitons, les ondes de choc,...etc dans la géométrie non plane. Néanmoins, la plupart de ces études se limitent à l'équation de Korteweg -de Vries (K- dV),

soit dans une géométrie plane ou non plane, pour le cas des ondes dans les plasmas électron-positron-ion ( $e - p - i$ ). Cependant, un régime paramétrique (un concours de paramètres) peut créer une situation pour laquelle le terme non linéaire, noté  $A$ , de l'équation K-dV est extrêmement faible, c'est-à-dire  $A \sim 0$ . Dans ce cas, le terme non linéaire peut donner lieu à des structures de grande amplitude, brisant ainsi la validité de la théorie des perturbations réductives dont découle l'équation K-dV [64]. Pour palier à ce problème, c'est-à-dire, pour pouvoir étudier l'onde acoustique ionique de faible amplitude au-delà de la limite K-dV, il est possible d'établir un autre type d'équation dynamique non linéaire valable pour  $A \sim 0$ . Récemment, une certaine attention a été accordée par de nombreux chercheurs à l'équation de Gardner ou à sa version modifiée [102]- [108]. Mannan et Mamun [109] ont étudié la propagation non linéaire des solitons de Gardner dans une géométrie non plane, associés à un plasma poussiéreux à quatre composantes à partir de la résolution numérique de l'équation de Gardner modifiée. Ils ont constaté que les caractéristiques de la propagation des ondes acoustiques poussiéreuses non planes diffèrent significativement de leurs homologues dans la géométrie plane. Cependant, ces études citées ci-dessus supposent que les électrons et les ions sont répartis selon la distribution de Maxwell. Il est bien connu que cette dernière est considérée comme valide pour l'état d'équilibre ergodique macroscopique. Cette distribution peut être insuffisante pour décrire les oscillations dans les systèmes dont les interactions sont de longue portée, tels les plasmas. Rappelons que les observations spatiales indiquent clairement la présence dans les plasmas de populations d'ions et d'électrons qui sont loin de leur équilibre thermodynamique [110]- [113]. Les ondes acoustiques ioniques dans un plasma ( $e - p - i$ ) dans le contexte du formalisme non extensif (identifié par Renyi [114] et proposée par Tsallis [17]) sont étudiées dans ce chapitre. Cette étude nous permettra de chercher dans quelle mesure et sous quelles conditions la présence des électrons et des positrons non extensifs peut-elle affecter et modifier les structures localisées dans un plasma ( $e - p - i$ ) dans une géométrie non plane [115].

## 5.2 Equations de base

Nous considérons la propagation non linéaire d'une onde acoustique ionique non plane (cylindrique ou sphérique) d'amplitude finie dans un plasma non collisionnel, non magnétisé, composé d'électrons non extensifs, de positrons non extensifs et d'ions inertiels. A l'équilibre, nous avons  $n_{i0} + n_{p0} = n_{e0}$ , où  $n_{i0}$ ,  $n_{e0}$  et  $n_{p0}$  sont, respectivement, les densités non perturbées des ions, des électrons et des positrons. La dynamique de l'onde ionique acoustique,

dans un tel modèle de plasma ( $e - p - i$ ), peut être décrite par les équations normalisées suivantes

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} (r^\nu n_i u_i) = 0, \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial r} = -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad (5.2)$$

$$\frac{1}{r^\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^\nu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \rho, \quad (5.3)$$

$$\rho = n_e - n_p - n_i. \quad (5.4)$$

où  $\nu$  est un paramètre caractéristique de géométrie:  $\nu = 0$  pour une géométrie plane à une dimension (1D) et  $\nu = 1$  (2) pour une géométrie cylindrique (sphérique) non plane. La densité  $n_i$  et la vitesse fluide des ions  $u_i$  sont normalisées, respectivement, par la densité des ions à l'équilibre  $n_{i0}$  et la vitesse ionique acoustique  $C_i = \sqrt{k_B T_e / m_i}$ , où  $m_i$  est la masse de l'ion,  $k_B$  la constante de Boltzmann et  $T_e$  la température des électrons. Le potentiel électrostatique  $\phi$  est normalisé par  $k_B T_e / e$ , où  $e$  est la magnitude de la charge élémentaire. Les variables de l'espace  $x$  et du temps  $t$  sont exprimées en unités du rayon de Debye  $\lambda_D = (k_B T_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$  et de la fréquence plasma ionique  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ , respectivement. Nous utilisons la fonction de distribution non extensive pour décrire les électrons et les positrons [54], [116]

$$f_{e,p}(v) = C \left\{ 1 - (q_{e,p} - 1) \left[ \frac{m_{e,p} v^2}{2T_{e,p}} \mp \frac{e\psi}{k_B T_{e,p}} \right] \right\}^{1/(q_{e,p}-1)}, \quad (5.5)$$

où  $\psi$  représente le potentiel électrostatique dimensionnel. La constante de normalisation  $C$  est donnée par

$$C = \begin{cases} n_{e,p} 0 \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q_{e,p}})}{\Gamma(\frac{1}{1-q_{e,p}} - \frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_{e,p}(1-q_{e,p})}{2\pi T_{e,p}}} & \text{pour } -1 < q_{e,p} < 1 \\ n_{e,p} 0 \left( \frac{1+q_{e,p}}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q_{e,p}-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q_{e,p}-1})} \sqrt{\frac{m_{e,p}(q_{e,p}-1)}{2\pi T_{e,p}}} & \text{pour } q_{e,p} > 1. \end{cases} \quad (5.6)$$

où  $q_{e,p}$  est le paramètre entropique désignant le degré de non extensivité des électrons (positrons) et  $\Gamma$  est la fonction gamma standard. Notons que pour  $q_{e,p} < -1$ , la  $q$ -distribution (5.5) n'est pas normalisable. Dans le cas de la limite extensive ( $q_{e,p} \rightarrow 1$ ), la distribution précédente se réduit à la distribution des vitesses bien connue de Maxwell-Boltzmann. Pour  $q_{e,p} > 1$  la distribution (5.5) exhibe une coupure thermique sur les valeurs des vitesses des électrons et des positrons donnée par

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2k_B T_{e,p}}{m_e(q-1)} \pm \frac{2e\psi}{m_{e,p}}} \quad (5.7)$$

En intégrant la fonction  $f_{e,p}$  sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons les expressions de la densité des électrons et des positrons non extensifs suivantes

$$n_e = \frac{1}{(1-p)} [1 + (q_e - 1)\phi]^{q_e+1}, \quad (5.8)$$

et

$$n_p = \frac{p}{(1-p)} [1 - (q_p - 1)\sigma\phi]^{q_p+1}, \quad (5.9)$$

où  $p = n_{p0}/n_{e0} = 1 - n_{i0}/n_{e0}$ ,  $\sigma = T_e/T_p$  et  $T_p$  représente la température des positrons. Dans ce qui suit et pour des raisons de simplicité, nous assumons que  $q_e = q_p = q$ , du fait que l'électron et le positron ont la même masse (mais une charge opposée) et ont donc la même échelle temporelle d'oscillation [117]. Pour étudier l'onde acoustique ionique dans le cadre théorique de l'équation de Gardner dans un plasma  $e - p - i$ , nous utilisons la technique des perturbations réductives. Pour cela, nous introduisons le changement de variables de Washimi et Taniuti suivant  $\zeta = \varepsilon(r - v_p t)$  et  $\tau = \varepsilon^3 t$ , où  $v_p$  est la vitesse de phase du mode de perturbation, ainsi que le développement en séries de puissances suivant

$$n_i = 1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \varepsilon^3 n_i^{(3)} + \dots \quad (5.10)$$

$$u_i = 0 + \varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \varepsilon^3 u_i^{(3)} + \dots \quad (5.11)$$

$$\phi = 0 + \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \varepsilon^3 \phi^{(3)} + \dots \quad (5.12)$$

$$\rho = 0 + \varepsilon \rho^{(1)} + \varepsilon^2 \rho^{(2)} + \varepsilon^3 \rho^{(3)} + \dots \quad (5.13)$$

En réécrivant (5.1)-(5.4) en termes de  $\zeta$  et  $\tau$ , et en substituant (5.10)-(5.13) dans les équations résultantes [(5.1)-(5.4) exprimées en fonction de  $\zeta$  et  $\tau$ ], nous obtenons à l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$

$$u_i^{(1)} = \frac{\phi}{v_p}, \quad n_i^{(1)} = \frac{\phi}{v_p^2}, \quad \rho^{(1)} = 0, \quad (5.14)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2(1-p)}{(1+p\sigma)(q+1)}}, \quad (5.15)$$

où  $\phi = \phi^{(1)}$ . L'expression (5.15) représente la relation de dispersion linéaire de la propagation de l'onde acoustique ionique dans le modèle de plasma considéré. Pour le prochain ordre en  $\varepsilon$  et en utilisant les équations précédentes, nous obtenons

$$u_i^{(2)} = \frac{\phi^2}{2v_p^3} + \frac{\phi^{(2)}}{v_p}, \quad n_i^{(2)} = \frac{3\phi^2}{2v_p^4} + \frac{\phi^{(2)}}{v_p^2}, \quad (5.16)$$

$$\rho^{(2)} = -\frac{1}{2}A\phi^2 = 0, \quad A = \frac{3}{v_p^4} - \frac{(1-p\sigma^2)(q+1)(3-q)}{4(1-p)}. \quad (5.17)$$

A partir de l'expression précédente, il est évident que  $A = 0$  (car  $\phi \neq 0$ ). L'équation  $A = 0$  donne la valeur critique  $q_c$  du paramètre  $q$  suivante

$$q_c = 1 + \frac{2(1-p)(1-p\sigma^2) - 6(1+p\sigma)^2}{(1-p)(1-p\sigma^2) + 3(1+p\sigma)^2}. \quad (5.18)$$

Les valeurs du paramètre  $q$  qui sont dans le voisinage de  $q_c$  satisfont l'expression (5.17). Pour ce dernier cas,  $|q - q_c| = \varepsilon$  correspond à  $A = A_0$ , où  $A_0$  est exprimé comme

$$A_0 \simeq s \left( \frac{\partial A}{\partial q} \right)_{q=q_c} |q - q_c| = sA_q \varepsilon \quad (5.19)$$

avec  $A_q = \frac{1}{2(1-p)} \left[ \frac{3(q+1)(1+p\sigma)^2}{(1-p)} - (1-q)(1-p\sigma^2) \right]$  et  $s = 1$  pour  $q > q_c$  et  $s = -1$  pour  $q < q_c$ . Aussi pour  $q \neq q_c$ , nous pouvons exprimer  $\rho^{(2)}$  comme

$$\rho^{(2)} \simeq -\frac{1}{2} s \varepsilon A_q \phi^2. \quad (5.20)$$

Ceci signifie que pour  $q \neq q_c$ ,  $\rho^{(2)}$  doit être inclus dans le troisième ordre de l'équation de Poisson. Pour le prochain ordre de puissance en  $\varepsilon$ , nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_p \frac{\partial n_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial F_n}{\partial \zeta} + \frac{\nu}{v_p \tau} u_i^{(1)} = 0, \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \tau} - v_p \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial F_u}{\partial \zeta} + \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial \zeta} = 0, \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{2} s A_q \phi^2 + n_i^{(3)} - \frac{1}{(1-p)} \left[ \frac{(q+1)}{2} \phi^{(3)} + \frac{(q+1)(3-q)}{4} \phi \phi^{(2)} \right. \\ & \left. + \frac{(q+1)(3-q)(5-3q)}{48} \phi^3 \right] + \frac{p}{(1-p)} \left[ -\frac{(q+1)\sigma}{2} \phi^{(3)} + \right. \\ & \left. \sigma^2 \frac{(q+1)(3-q)}{4} \phi \phi^{(2)} - \sigma^3 \frac{(q+1)(3-q)(5-3q)}{48} \phi^3 \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

où  $F_n = n_i^{(1)} u_i^{(2)} + n_i^{(2)} u_i^{(1)}$  et  $F_u = u_i^{(1)} u_i^{(2)}$ . Maintenant, en substituant (5.16)-(5.17) dans (5.21)-(5.23), nous obtenons finalement l'équation dynamique non linéaire de la forme

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\nu}{2\tau} \phi + \alpha_1 \phi \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + \alpha_2 \phi^2 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} + \alpha_3 \frac{\partial^3 \phi}{\partial \zeta^3} = 0, \quad (5.24)$$

où

$$\alpha_1 = \frac{s A_q v_p^3}{2}, \quad (5.25)$$

$$\alpha_2 = \frac{v_p^3}{2} \left[ \frac{15}{2v_p^6} - \frac{(1+p\sigma^3)(q+1)(3-q)(5-3q)}{16(1-p)} \right], \quad (5.26)$$

$$\alpha_3 = \frac{v_p^3}{2}. \quad (5.27)$$

L'équation (5.24) est une équation de type Gardner modifiée (GM). La modification est due au terme supplémentaire,  $(\nu/2\tau)\phi$ , qui apparait en raison de l'effet de la géométrie non plane (comme on peut le constater, ce terme est nul dans le cas d'une géométrie plane, i.e.,  $\nu = 0$ ). L'équation K-dV non plane peut être obtenue en négligeant le 4<sup>ième</sup> terme de l'équation (5.24), i.e., lorsque  $\phi^2 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$  tend vers 0. L'équation K-dV modifiée peut être trouvée en utilisant le changement de variables  $\zeta = \varepsilon^{1/2}(r - v_p \tau)$  et  $\tau = \varepsilon^{3/2}t$ .

### 5.3 Résultats numériques et discussion

Avant de procéder à la résolution numérique de l'équation GM (5.24), nous allons d'abord analyser sa solution stationnaire (pour  $\nu = 0$ ). Pour ce faire, nous introduisons la transformation  $\xi = \zeta - U_0 \tau$  pour réécrire (5.24) sous la forme

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + V(\phi) = 0 \quad (5.28)$$

où  $V(\phi)$  est le pseudo-potential donné par

$$V(\phi) = -\frac{U_0}{2\alpha_3} \phi^2 + \frac{\alpha_1}{6\alpha_3} \phi^3 + \frac{\alpha_2}{12\alpha_3} \phi^4. \quad (5.29)$$

De cette dernière expression, il est évident que

$$V(\phi)|_{\phi=0} = \frac{dV(\phi)}{d\phi} \Big|_{\phi=0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2V(\phi)}{d\phi^2} \Big|_{\phi=0} < 0 \quad (5.30)$$

La solution en onde solitaire de (5.28) existe si

$$V(\phi)|_{\phi=\phi_m} = 0. \quad (5.31)$$

Cette condition nous donne

$$U_0 = \frac{\alpha_1}{3} \phi_{m1,2} + \frac{\alpha_2}{6} \phi_{m1,2}^2, \quad (5.32)$$

$$\phi_{m1,2} = \phi_m \left[ 1 \mp \sqrt{1 + \frac{U_0}{V_0}} \right], \quad (5.33)$$

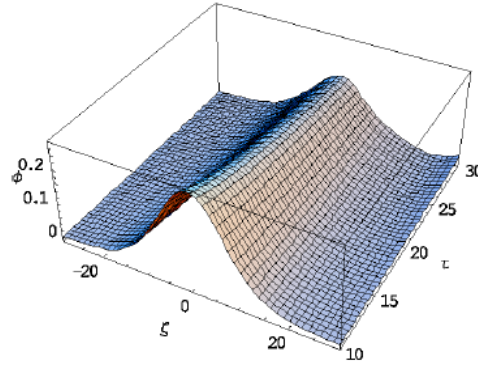
où  $\phi_m = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$  et  $V_0 = \frac{\alpha_1^2}{6\alpha_2}$ . Maintenant, en substituant (5.32) dans (5.28) nous obtenons

$$\left( \frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + \gamma \phi^2 (\phi - \phi_{m1})(\phi - \phi_{m2}) = 0, \quad (5.34)$$

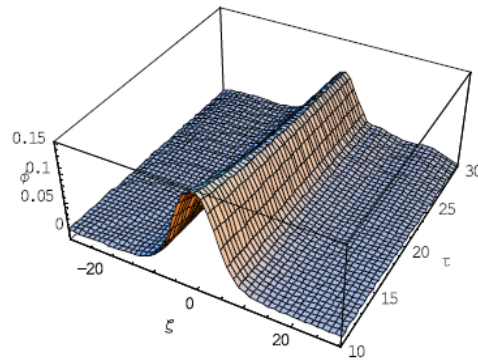
où  $\gamma = \alpha_2/6\alpha_3$ . La solution en onde solitaire de l'équation (5.34) est donnée par

$$\phi = \left[ \frac{1}{\phi_{m2}} - \left( \frac{1}{\phi_{m2}} - \frac{1}{\phi_{m1}} \right) \cosh^2 \left( \frac{\xi}{\delta} \right) \right]^{-1}. \quad (5.35)$$

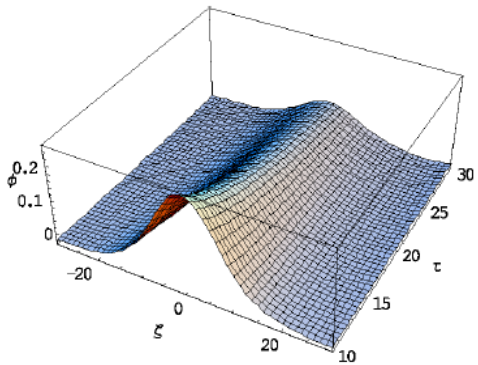
A cause du terme  $(\nu/2\tau)\phi$ , il est impossible de trouver une solution analytique à l'équation (5.24). Nous l'avons alors résolu numériquement pour pouvoir discuter l'effet de la géométrie cylindrique et sphérique sur l'onde acoustique ionique. Les résultats numériques sont donnés par les figures **28- 35**. La condition initiale que nous avons choisie pour notre intégration numérique est la solution stationnaire de l'équation (5.24) sans le terme  $(\nu/2\tau)\phi$ . La résolution numérique de (5.24) montre que pour les grandes valeurs de  $\tau$ , les ondes solitaires cylindriques et sphériques sont similaires aux ondes planes ( $\nu = 0$ ). Ce comportement asymptotique est normal dans la mesure où pour les grandes de  $\tau$ , le terme  $(\nu/2\tau)\phi$  inhérent aux effets de la géométrie (cylindrique ou sphérique) n'est plus dominant. Cependant, pour les faibles valeurs de  $\tau$ , l'effet du terme  $(\nu/2\tau)\phi$  devient plus effectif et les structures solitaires cylindriques et sphériques diffèrent de celles dans un plan. Nos résultats révèlent qu'à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente, l'amplitude des structures solitaires cylindriques ou sphériques (pour des solitons de Gardner positifs ou négatifs) diminue. Dans les figures **28** et **29** (figures **30** et **31**), il est clair que l'amplitude de l'onde acoustique ionique cylindrique (sphérique) compressive décroît à mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente (pour une gamme de valeurs de l'indice entropique  $q$  allant de  $-0.3$  à  $0.4$ ). Il est intéressant de noter que le profil du potentiel de l'onde acoustique ionique compressive dans la géométrie sphérique est plus sensible à l'effet non extensif que son analogue dans la géométrie cylindrique quand le temps évolue de  $\tau = 10$  à  $\tau = 20$ . Les figures **32** et **33** représentent, respectivement, le profil de la structure solitaire de Gardner cylindrique et sphérique. Le profil du potentiel raréfactive de l'onde acoustique ionique sphérique est plus sensible à l'effet non extensif que son analogue dans la géométrie cylindrique pour l'intervalle de temps allant de  $\tau = 10$  à  $\tau = 20$ . Par ailleurs, la valeur de  $\sigma$  (rapport des températures électronique et positronique) affecte l'amplitude de l'onde acoustique ionique compressive dans les deux géométries cylindrique et sphérique. En comparant les figures **28** et **34** (**30** et **35**), il est clair que l'augmentation de la valeur  $\sigma$  ( $0.1, 0.5$ ) s'accompagne d'une légère diminution de l'amplitude de l'onde compressive cylindrique (sphérique).



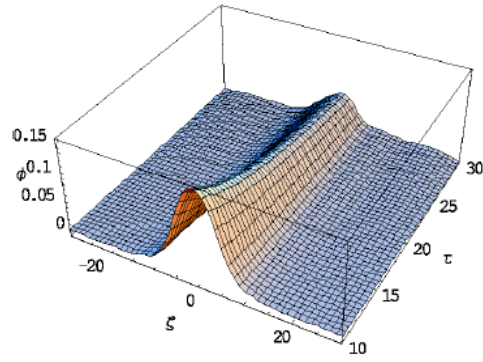
**Figure 28:** Effet de la géométrie cylindrique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = -0.3$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



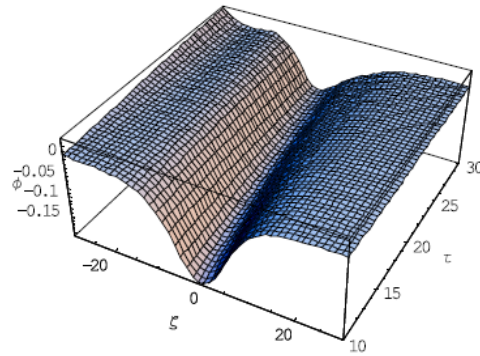
**Figure 29:** Effet de la géométrie cylindrique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = 0.4$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



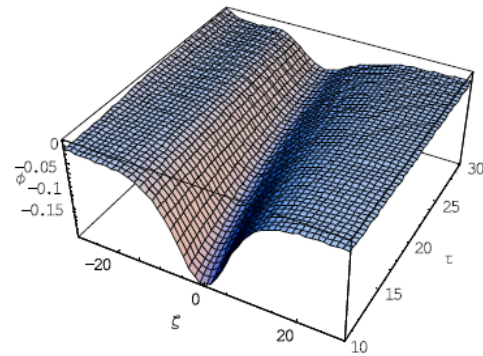
**Figure 30:** Effet de la géométrie sphérique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = -0.3$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



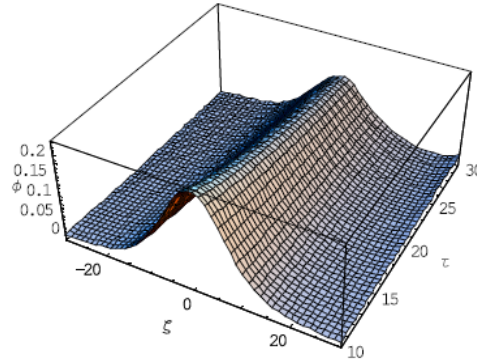
**Figure 31:** Effet de la géométrie sphérique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = 0.4$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



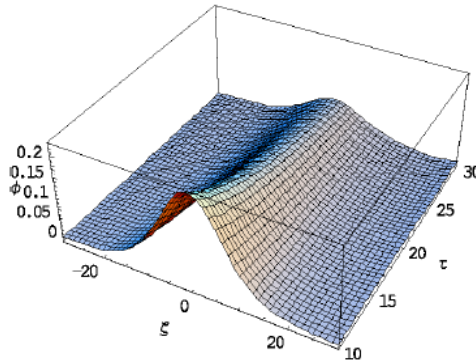
**Figure 32:** Effet de la géométrie cylindrique sur l'onde acoustique ionique raréfactive de Gardner pour  $q = -0.1$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



**Figure 33:** Effet de la géométrie sphérique sur l'onde acoustique ionique raréfactive de Gardner pour  $q = -0.1$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.1$ .



**Figure 34:** Effet de la géométrie cylindrique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = -0.3$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.5$ .



**Figure 35:** Effet de la géométrie sphérique sur l'onde acoustique ionique compressive de Gardner pour  $q = -0.3$ ,  $U_0 = 0.1$ ,  $p = 0.1$  et  $\sigma = 0.5$ .

# 6

## Ondes scélérates dans un plasma en présence d'électrons non extensifs

### 6.1 Introduction

Au cours de ces dernières années les ondes scélérates (rogue ou freak waves) ont été parmi les phénomènes naturels les plus étudiés [118]. Ce sont des phénomènes violents, de courte durée, qui surviennent spontanément. Ces ondes ont été observées dans les océans [119]. Les ondes scélérates sont assez puissantes pour être fatales pour les navires et extrêmement dangereuses pour diverses constructions hydrotechniques. Leur existence a été prouvée scientifiquement et, récemment, des phénomènes similaires ont été observés dans différents domaines de la physique. En particulier, il a été constaté expérimentalement que ces ondes peuvent se développer dans les systèmes optiques [120], [121]. Dans la théorie non linéaire, l'instabilité de modulation (MI) a été proposée comme un mécanisme possible pour la génération de ce type d'ondes. Ce processus peut être étudié dans le cadre des modèles faiblement non linéaires tel que l'équation non linéaire de Shrödinger (NLS). Compte tenu de l'importance cruciale des ondes scélérates dans les plasmas [122], l'objectif de ce travail est donc d'aborder le problème des vagues scélérates et les instabilités modulationnelles qui en sont une probable origine, dans un plasma composé d'ions fluides chargés positivement et d'électrons non extensifs [123]. A ce propos et au moyen d'une analyse faiblement non linéaire, nous établirons une équation de type K- dV qui sera à son tour transformée en équation (NLS) non linéaire de Schrödinger, à condition que la fréquence de l'onde porteuse soit beaucoup plus petite que la fréquence plasma.

## 6.2 Equations de base

Considérons un plasma non magnétisé et non collisionnel, à deux composantes, composé d'ions fluides chargés positivement et d'électrons non extensifs. Dans un tel modèle de plasma, la dynamique, à une dimension, des oscillations acoustiques ioniques est gouvernée par les équations de continuité, de mouvement et de Poisson suivantes

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_i. \quad (6.3)$$

Le potentiel électrostatique  $\phi$ , les densités  $n_{i,e}$ , la vitesse ionique  $v_i$ , le temps  $t$ , et la coordonnée de l'espace  $x$  sont normalisés, respectivement, par  $T_e/e$ ,  $n_{i0,e0}$ ,  $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ ,  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi e^2 n_{i0})^{-1/2}$  et  $\lambda_{De}$ .  $q_{i,e} = \pm e$ ,  $m_{i,e}$ , et  $T_{i,e}$  représentent, respectivement, les charges électriques, les masses et les températures ionique ( $i$ ) et électronique ( $e$ ). L'indice "0" représente les quantités non perturbées. La densité des électrons non extensifs est donnée par

$$n_e = [1 + (q - 1)\phi]^{q+1} \quad (6.4)$$

où  $q$  est le paramètre non extensif supérieur.

### 6.2.1 Equation K-dV

Pour étudier la propagation non linéaire de l'onde acoustique ionique de faible amplitude, nous établissons l'équation de Korteweg-de Vries (K-dV) à partir des équations (6.1)- (6.3), en employant la technique des perturbations réductives de Washimi et Taniuti. Pour cela, nous introduisons les changements de variables suivants

$$\xi = \varepsilon^{1/2}(x - v_0 t), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t \quad (6.5)$$

où  $\varepsilon$  est un petit paramètre mesurant la faiblesse de la dispersion de l'onde et  $v_0$  est la vitesse du soliton normalisée par  $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ . Les variables dynamiques sont développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leurs valeurs d'équilibre

$$F = F^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m F^{(m)}, \quad (6.6)$$

où la variable  $F \equiv \phi$ ,  $v_i$  et  $n_i$ , et à l'équilibre  $F^{(0)}$  est donnée par  $\phi^{(0)} = v_i^{(0)} = 0$  et  $n_i^{(0)} = 1$ . Pour alléger nos écritures, nous notons  $\phi^{(1)} = \Phi$ . En appliquant le développement en séries de Taylor pour l'expression (6.4) et en substituant les nouvelles variables (6.5) et le développement (6.6) dans les équations (6.1)-(6.3) pour différents ordres en  $\varepsilon$ , nous obtenons l'équation K-dV suivante [124]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2}B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0. \quad (6.7)$$

où les coefficients non linéaire et dispersif sont donnés, respectivement, par

$$A = \frac{3}{2v_0} - \frac{v_0^3}{2} \left( 1 - \frac{(q-1)^2}{4} \right), \quad (6.8)$$

et

$$B = v_0^3, \quad (6.9)$$

avec

$$v_0^2 = \frac{2}{q+1}. \quad (6.10)$$

L'équation (6.7) admet la solution stationnaire suivante

$$\phi^{(1)} = \phi_m \operatorname{sech} h^2 \left( \frac{\xi - u_0 \tau}{\delta} \right), \quad (6.11)$$

où l'amplitude maximale et la largeur de la solution solitaire sont données, respectivement, par  $\phi_m = 3u_0/A$  et  $\delta = (4B/u_0)^{1/2}$ , où  $u_0$  est la vitesse du soliton.

## 6.2.2 Equation non linéaire de Schrödinger (NLS)

Nous allons maintenant étudier les instabilités modulationnelles du paquet d'ondes faiblement non linéaire décrit par l'équation K-dV (6.7). Pour cela, nous développons le potentiel électrostatique  $\Phi$  comme suit [125]- [127]

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \Phi_l^{(m)}(\zeta, \eta) \exp il(k\xi - \omega\tau), \quad (6.12)$$

où  $\mathbf{k}$  et  $\omega$  sont le vecteur d'onde et la pulsation de l'onde plane. Nous introduisons les nouvelles variables suivantes

$$\zeta = \varepsilon(\xi + V_g \tau) \quad \text{et} \quad \eta = \varepsilon^2 \tau, \quad (6.13)$$

où  $V_g$  est la vitesse de groupe qui sera déterminée par la suite.  $\Phi_l^{(m)}$  satisfait la condition suivante  $\Phi_{-l}^{(m)} = \Phi_l^{(m)*}$  et l'astérisque dénote le complexe conjugué. En substituant les Eqs. (6.12)-(6.13) dans l'équation (6.7), nous obtenons

$$\begin{aligned} & \left[ (-i\omega l - ik^3 l^3 B/2) \Phi_l^{(m)} + (V_g - 3k^2 l^2 B/2) \frac{\partial \Phi_l^{(m-1)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial \Phi_l^{(m-2)}}{\partial \eta} + \frac{3}{2} ik l B \frac{\partial^2 \Phi_l^{(m-2)}}{\partial \zeta^2} \right. \\ & \left. + \frac{B}{2} \frac{\partial^3 \Phi_l^{(m-3)}}{\partial \zeta^3} + A \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \left( ik(l-l') \Phi_{l'}^{(m')} \Phi_{l-l'}^{(m-m')} + \Phi_{l'}^{(m')} \frac{\partial \Phi_{l-l'}^{(m-m'-1)}}{\partial \zeta} \right) \right] \\ & = 0. \end{aligned} \quad (6.14)$$

A partir de cette dernière équation (6.14), l'approximation de premier ordre ( $m = 1$ ) pour la première harmonique ( $l = 1$ ) nous donne la relation de dispersion linéaire suivante

$$\omega = -\frac{B}{2} k^3. \quad (6.15)$$

Pour l'approximation de deuxième ordre ( $m = 2$ ) et pour ( $l = 1$ ), l'expression de la vitesse du groupe est donnée par

$$V_g = \frac{3}{2} k^2 B \quad (6.16)$$

Au moyen de la deuxième harmonique ( $l = 2$ ), nous avons

$$\Phi_2^{(2)} = \frac{A}{3k^2 B} \Phi_1^{(1)2}, \quad (6.17)$$

A partir de l'harmonique zéro ( $l = 0$ ), nous obtenons

$$\Phi_0^{(2)} = -\frac{A}{V_g} |\Phi_1^{(1)}|^2. \quad (6.18)$$

Finalement, l'approximation d'ordre trois ( $m = 3$ ) et  $l = 1$  donnent la condition de compatibilité explicite à partir de laquelle nous pouvons établir l'équation suivante

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \frac{1}{2} P \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + Q \Psi |\Psi|^2 = 0, \quad (6.19)$$

que l'on appelle équation Non Linéaire de Schrödinger (NLS) qui décrit les instabilités modulationnelles de l'onde acoustique ionique. Pour des raisons de simplicité d'écriture, nous avons posé  $\Psi \equiv \Phi_1^{(1)}$ . Notons que  $P = 3kB$  et  $Q = A^2/P$  représentent, respectivement, les coefficients de dispersion et non linéarité. L'équation NLS (6.19) possède une solution localisée en onde plane sous forme de  $\Psi = \Psi_0 e^{i(k\xi - \Omega\eta)}$ . Si on remplace cette dernière dans l'équation NLS, nous constatons que la pulsation  $\Omega$  vérifie la relation de dispersion  $\Omega = Pk^2 - Q |\Psi_0|^2$ . Cette relation représente la relation de dispersion non linéaire de

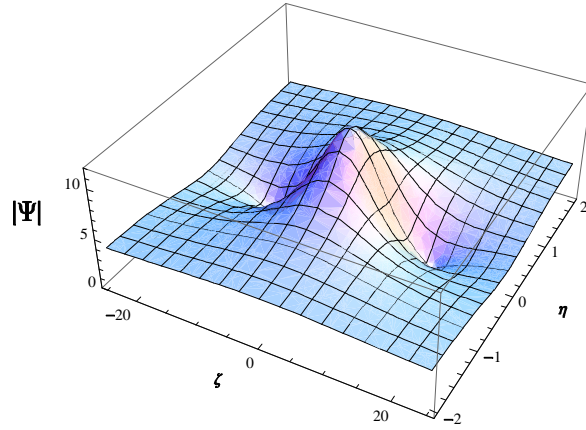
l'onde plane qui montre que sa pulsation dépend non seulement de son vecteur d'onde mais aussi de son amplitude  $\Psi_0$ . Cette solution qui existe, quelque soit le signe du produit  $PQ$ , est instable pour  $PQ > 0$  : dans ce cas, l'énergie tend à se localiser spontanément dans le système grâce au phénomène d'instabilité modulationnelle. La solution rationnelle localisée [128] dans la direction de  $\eta$  et  $\zeta$ , de l'équation (6.19) est donnée par

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{Q}} \left[ \frac{4(1 + 2i\eta)}{1 + 4\eta^2 + \frac{4}{P}\zeta^2} - 1 \right] \exp i\eta. \quad (6.20)$$

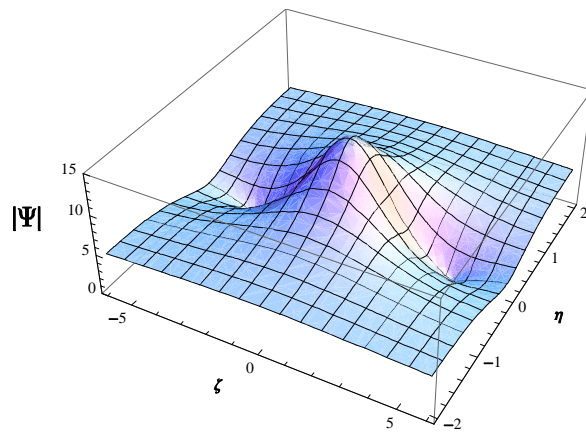
Avant d'aller plus loin, il est utile de noter que cette solution prédit la concentration de l'énergie de l'onde acoustique ionique dans une petite région de l'espace, un fait qui peut servir de base pour l'explication des ondes scélérates.

### 6.3 Résultats numériques

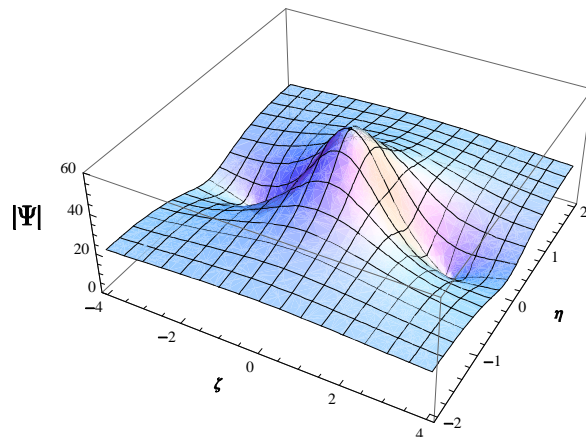
Nous allons maintenant analyser numériquement la solution de l'enveloppe de l'onde  $\Psi$  et voir comment la non extensivité des électrons peut changer et influencer le profil de l'onde acoustique ionique scélérate. Nos résultats sont représentés sur les figures **36- 41**. Les figures **36- 38** montrent le cas de la non extensivité négative ( $q < 0$ ). On peut voir que pour  $q < 0$ , l'amplitude de l'onde acoustique ionique scélérate augmente fortement avec une augmentation du paramètre non extensif  $q$ , tandis que sa largeur diminue. Cette tendance est inversée dans le cas  $q > 0$ . L'augmentation du caractère non extensif ( $0 < q < 1$ ) entraîne un rétrécissement à la fois de l'amplitude et de la largeur de l'onde (Fig. **39- 41**). Les ondes scélérates s'amortissent dans le voisinage de  $q = 1$ , c'est à dire, quand les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique. Par ailleurs et comme on peut le constater, il est clair que la largeur des ondes scélérates est plus affectée dans le cas de la non extensivité négative ( $q < 0$ ) que dans le cas de la non extensivité positive ( $0 < q < 1$ ). En effet, nos résultats numériques montrent que les effets non extensifs sont beaucoup plus perceptibles pour les valeurs négatives de  $q$ . Ces résultats nous conduisent à penser que les ondes scélérates peuvent être affectées par la non extensivité des électrons selon le signe (positif ou négatif) du paramètre  $q$ . Il peut être utile de noter que la valeur de  $q = 0$  (où le comportement de nos résultats change radicalement) n'est pas une valeur particulière ni dans la statistique non extensive, ni dans l'approche kappa-distribution. Un tel comportement peut être attribué à la forme inhérente de l'entropie généralisée  $S_q = k_B(1 - \sum_i P_i^q)/(1 - q)$  dans la quelle l'indice entropique  $q$  apparaît dans la puissance de la probabilité  $P_i$  du  $i^{\text{ème}}$  micro-état.



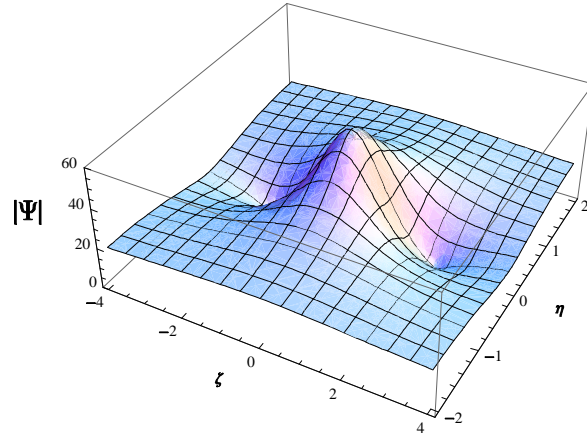
**Figure 36:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = -0.9$ , avec  $k = 0.9$ .



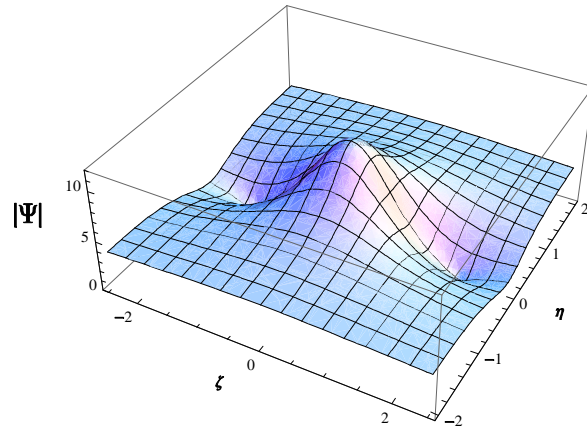
**Figure 37:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = -0.5$ , avec  $k = 0.9$ .



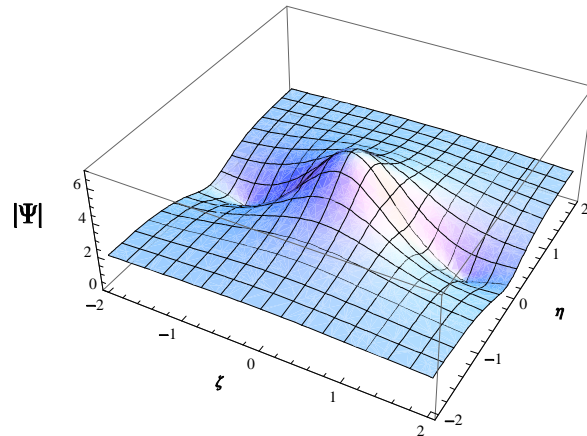
**Figure 38:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = -0.1$ , avec  $k = 0.9$ .



**Figure 39:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = 0.9$ , avec  $k = 0.9$ .



**Figure 40:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = 0.5$ , avec  $k = 0.9$ .



**Figure 41:** Profil du module de l'onde scélérate  $|\Psi|$  en fonction de  $\eta$  et  $\zeta$  pour  $q = 0.1$ , avec  $k = 0.9$ .

## 6.4 Extension du modèle dans le cas d'un plasma magnétisé

L'existence du vent solaire a été prédite par Ludwing Biermann en 1951 en étudiant la forme des queues cométaires. En 1960, ses observations ont été rapportées par les sondes spatiales soviétiques Lunik 2 et Lunik 3. Il est maintenant connu que les électrons et les ions sont les constituants principaux du vent solaire. Compte tenu de l'importance cruciale des ondes scélérates dans les plasmas spatiaux, on se propose de ce qui suit d'étendre l'étude précédente [123] aux ondes acoustiques ioniques scélérates dans un plasma à deux composantes pour tenir compte de la présence d'un faible champ magnétique externe, correspondant, dans la nature, au vent solaire modélisé par les équations du modèle de Parks [129].

### 6.4.1 Equations de base du modèle physique

Pour cela, nous considérons un plasma composé d'ions fluides et d'électrons non extensifs de densités respectives  $n_i$  et  $n_e$ . Ce plasma est soumis à l'action d'un faible champ magnétique externe  $\mathbf{B}$  porté sur le plan  $x - z$ , faisant un angle  $\theta$  avec l'axe des  $x$ , et à une force gravitationnelle dirigée le long de l'axe  $z$ . Le vecteur de propagation de l'onde  $k$  est suivant l'axe des  $x$  et  $\lambda = 2\pi/k$  représente la longueur d'onde qui est supposée très petite devant le rayon de giration  $\rho_j$  de la particule  $j$ . Le champ magnétique  $\mathbf{B}$  et la vitesse fluide des ions  $\mathbf{V}_i$  sont donnés, respectivement, par  $\mathbf{B} = B_0 \cos \theta \mathbf{x} + B_0 \sin \theta \mathbf{z}$  et  $\mathbf{V}_i = V_{ix} \mathbf{x} + V_{iy} \mathbf{y} + V_{iz} \mathbf{z}$ . La dynamique non linéaire de l'onde acoustique ionique dont la vitesse de phase est beaucoup plus petite (plus grande) que la vitesse thermique des électrons (ions), associée à un tel modèle de plasma est alors décrite par les équations fluides suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(N_i V_{ix}) = 0 \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial V_{ix}}{\partial T} + V_{ix} \frac{\partial V_{ix}}{\partial X} = -\frac{5}{3} \sigma N_i^{-1/3} \frac{\partial N_i}{\partial X} + \omega_{ci} V_{iy} \sin \theta - \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (6.22)$$

$$\frac{\partial V_{iy}}{\partial T} + V_{ix} \frac{\partial V_{iy}}{\partial X} = -\omega_{ci} [V_{ix} \sin \theta - V_{iz} \cos \theta] \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial V_{iz}}{\partial T} + V_{ix} \frac{\partial V_{iz}}{\partial X} = -\omega_{ci} V_{iy} \cos \theta - \mu \quad (6.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (6.25)$$

où

$$N_e = [1 + (q - 1)\Phi]^{\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2}} \quad (6.26)$$

$\sigma = T_i/T_e$ ,  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{g}\lambda_{Di}/C_{si}$ , où  $\mathbf{g}$  représente l'accélération gravitationnelle,  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $\omega_{ci} = \Omega_i/\omega_{pi}$  est le rapport de la fréquence de giration  $\Omega_i = eB_0/m_i$  des ions sur la fréquence ionique du plasma  $\omega_{pi}$ . Notons que ce rapport de fréquences est proportionnel au module  $B_0$  du champ magnétique. Les densités  $N_{i,e}$ , la vitesse fluide des ions  $V_i$  et le potentiel électrostatique  $\Phi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisées, respectivement, par  $n_{i0}$ , la vitesse ionique acoustique  $C_{si} = (k_B T_e/m_i)^{1/2}$ ,  $k_B T_e/e$ ,  $\lambda_{Di} = (k_B T_e/\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$  et  $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$ .

## 6.4.2 Equation non linéaire de Schrödinger

Pour examiner les modulations de l'onde acoustique ionique qui se propage dans un tel plasma, nous employons la technique des perturbations réductives, et les changements de variables suivants

$$\xi = \varepsilon(X - V_g T) \quad \text{et} \quad \tau = \varepsilon^2 T, \quad (6.27)$$

$$F(X, T) = F^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m \sum_{L=-\infty}^{\infty} F_L^{(m)}(\xi, \tau) \exp iL(kX - \omega T), \quad (6.28)$$

où  $\varepsilon$  est un petit paramètre. En employant ce développement en séries de puissances en  $\varepsilon$  et les nouvelles variables dans les équations fluides (6.21)- (6.25), nous avons au premier ordre ( $m = 1$ ) et pour la première harmonique ( $L = 1$ ) les expressions suivantes

$$N_{i1}^{(1)} = \frac{3k^2}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)} \Phi_1^{(1)}, \quad (6.29)$$

$$V_{ix1}^{(1)} = \frac{3k\omega}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)} \Phi_1^{(1)}, \quad (6.30)$$

$$V_{iy1}^{(1)} = -i \frac{3k\omega^2}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \Phi_1^{(1)} + \frac{\omega_{ci} \cos \theta}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \mu_1^{(1)}, \quad (6.31)$$

$$V_{iz1}^{(1)} = -i \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \mu_1^{(1)}, \quad (6.32)$$

et la relation de dispersion suivante

$$D(\omega, k) \equiv (3q - 1) [3\omega^2 - 5k^2\sigma] + 2k^2 [3(\omega^2 - 1) - 5k^2\sigma] = 0. \quad (6.33)$$

Au deuxième ordre  $m = 2$ ,  $L = 1$ , obtenons

$$N_{i1}^{(2)} = \frac{3k^2}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)} \Phi_1^{(2)} - 2ik \frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \xi}, \quad (6.34)$$

$$V_{ix1}^{(2)} = \frac{3k\omega}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)} \Phi_1^{(2)} + i \frac{3(\omega - kV_g) - 2\omega(3\omega^2 - 5k^2\sigma)}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)} \frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \xi}, \quad (6.35)$$

$$V_{iy1}^{(2)} = \frac{\omega\omega_{ci} \sin \theta}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ [3\omega^2(\omega + kV_g(k-1)) - 2\omega^2(3\omega^2 - 5k^2\sigma)] \frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \xi} - 3ik\omega\Phi_1^{(2)} \right] + \frac{\omega_{ci} \cos \theta}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ i \frac{2\omega V_g}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \frac{\partial \mu_1^{(1)}}{\partial \xi} + (\omega^2 - \omega_{ci}^2) \mu_1^{(2)} \right], \quad (6.36)$$

$$V_{iz1}^{(2)} = \frac{1}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ \left( V_g + \frac{2V_g\omega_{ci}^2}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \right) \frac{\partial \mu_1^{(1)}}{\partial \xi} + \left( \frac{i}{\omega}(\omega_{ci}^2 + \omega^2) + i\omega_{ci}^2(\omega_{ci}^2 + \omega) \right) \mu_1^{(2)} \right]. \quad (6.37)$$

Ces dernières équations conduisent à la condition de compatibilité suivante

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{9k\omega} [9\omega^2 - (3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2]. \quad (6.38)$$

Le deuxième mode harmonique ( $m = 2, L = 2$ ) donne

$$\Phi_2^{(2)} = \Delta_1(\Phi_1^{(1)})^2, \quad (6.39)$$

$$N_{i2}^{(2)} = \Delta_2(\Phi_1^{(1)})^2, \quad (6.40)$$

$$V_{ix2}^{(2)} = \Delta_3(\Phi_1^{(1)})^2, \quad (6.41)$$

$$V_{iy2}^{(2)} = \frac{\omega_{ci} \cos \theta}{(4\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ \frac{9k^2\omega^2}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma_i)(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \Phi_1^{(1)} \mu_1^{(1)} + \mu_1^{(2)} \right] \quad (6.42)$$

$$V_{iz2}^{(2)} = -i \frac{\omega}{(4\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ \frac{3k^2(2\omega^2 + \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \Phi_1^{(1)} \mu_1^{(1)} + 2\mu_1^{(2)} \right] \quad (6.43)$$

où  $\Delta_1, \Delta_2$  et  $\Delta_3$  sont donnés en annexe. En outre, l'auto-interaction non linéaire de l'onde porteuse conduit à l'apparition de l'harmonique d'ordre zéro. Elle est déterminée à partir du troisième ordre ( $m = 3, L = 0$ ) de l'équation de continuité et de l'équation du mouvement. En ces deux ordres avec le second ordre ( $m = 2, L = 0$ ) de l'équation de Poisson, le résultat peut être exprimé sous la forme

$$V_{ix0}^{(2)} = A |\Phi_1^{(1)}|^2, \quad (6.44)$$

$$N_{i0}^{(2)} = B |\Phi_1^{(1)}|^2, \quad (6.45)$$

$$\Phi_0^{(2)} = C |\Phi_1^{(1)}|^2, \quad (6.46)$$

$$V_{iy0}^{(2)} = 0, \quad (6.47)$$

$$V_{iz0}^{(2)} = i \frac{3k^2\omega}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \left[ \Phi_1^{*(1)} \mu_1^{(1)} - \Phi_1^{(1)} \mu_1^{*(1)} \right], \quad (6.48)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont donnés en annexe.

Au troisième ordre ( $m = 3$ ), les équations des premières harmoniques ( $L = 1$ ), en utilisant les équations (6.29)- (6.48), permettent d'établir l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) suivante

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{P}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + Q |\Phi|^2 \Phi = 0 \quad (6.49)$$

Pour des raisons évidentes d'écriture, nous avons noté  $\Phi_1^{(1)} = \Phi$ . Les coefficients de la dispersion  $P$  et de la non linéarité  $Q$  sont donnés par

$$P = \frac{[(3\omega^2 - 5k^2\sigma)(\omega^2 + 5k^2\sigma - 4k\omega V_g) - 3(\omega - kV_g)^2]}{3k^2\omega}, \quad (6.50)$$

$$Q = -\frac{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)}{18k^2\omega} \left[ \frac{(q+1)(3q-1)}{8} (3\omega^2 - 5k^2\sigma)(C + \Delta_1) \right. \\ \left. \frac{18k^3\omega}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)}(A + \Delta_3) - \frac{(9k^2\omega^2 - 5k^4\sigma_i)}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)}(B + \Delta_2) \right]. \quad (6.51)$$

Il est utile de noter que l'équation (6.49) décrit les instabilités modulationnelles de l'onde acoustique ionique et elle possède une solution rationnelle localisée dans la direction de  $\tau$  et  $\xi$  [128] qui est donnée par

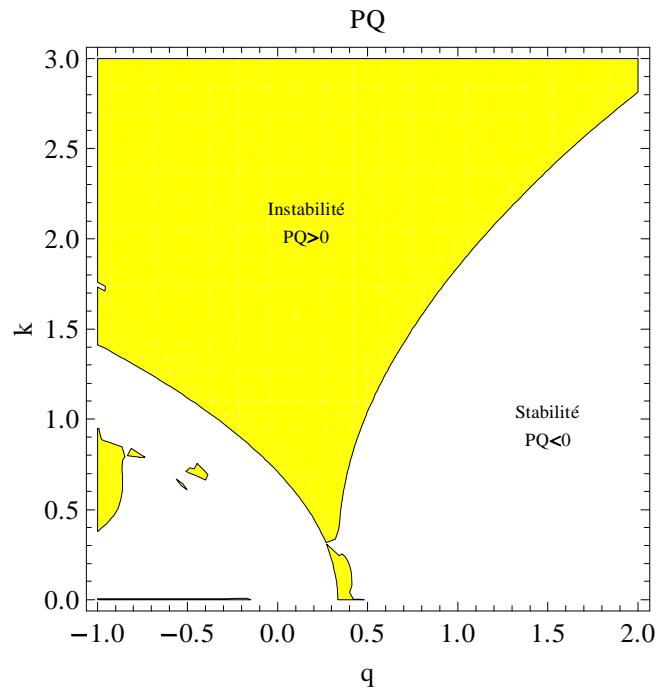
$$\Phi = \sqrt{\frac{P}{Q}} \left[ \frac{4(1 + 2iP\tau)}{1 + 4P^2\tau^2 + 4\xi^2} - 1 \right] \exp(iP\tau). \quad (6.52)$$

Dans la partie précédente, nous avons mentionné que cette solution de l'équation NLS prédit la concentration de l'énergie de l'onde dans une petite région dans l'espace, un fait de base qui peut servir pour l'explication des vagues scélérates.

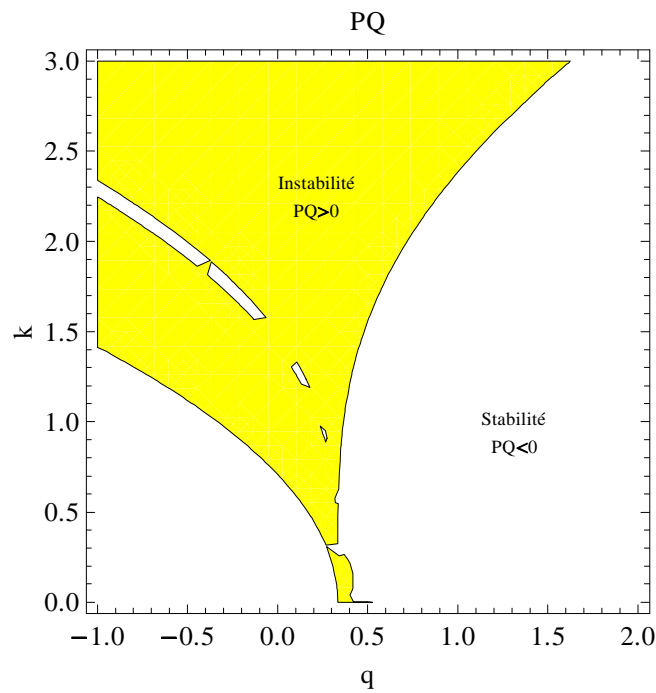
### 6.4.3 Résultats Numériques et discussion

Pour les besoins de notre simulation numérique, des paramètres typiques du vent solaire (modèle de Parks, 1984) [129] sont utilisés. Les paramètres physiques inhérents au vent solaire à une distance  $r \simeq 150 \times 10^9$  m du soleil (au voisinage de l'atmosphère terrestre) sont  $n_{i0} = 7 \times 10^3 \text{ m}^{-3}$ ,  $T_e = 4 \text{ eV}$  et  $B_0 = 5 \times 10^{-9}$  Tesla. Pour situer la région où les instabilités de modulation apparaissent, nous avons étudié le signe du produit des coefficients  $PQ$  pour différentes valeurs des paramètres du plasma. Les figures 42- 44 montrent les régions de stabilité ( $PQ < 0$ ) et d'instabilité ( $PQ > 0$ ) de l'onde dans un plan  $q - k$  (paramètre non extensif  $q$ - vecteur d'onde  $k$ ) pour différentes valeurs du rapport de températures  $\sigma = T_i/T_e$  et du rapport de fréquences  $\omega_{ci}$  qui est proportionnel au module  $B_0$  du champ magnétique.

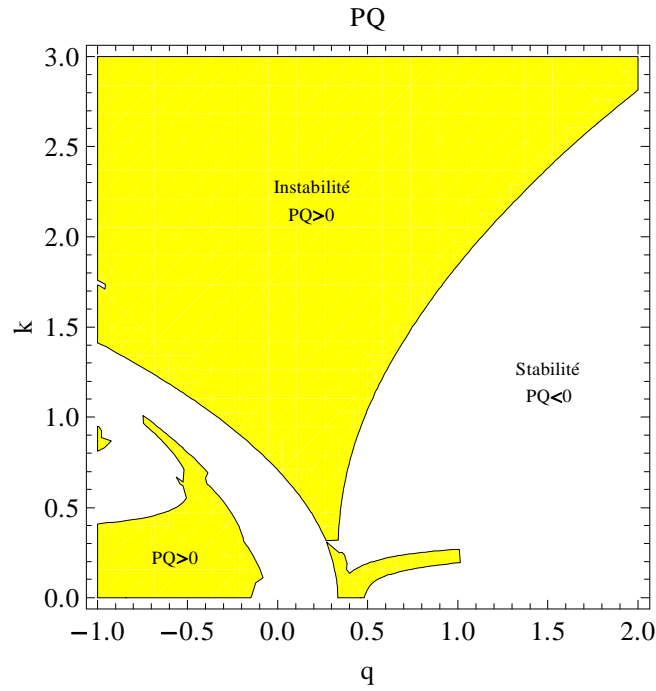
Nos résultats indiquent que la région d'instabilité ( $PQ > 0$ ) est plus large pour le rapport des températures  $\sigma = 1$  (figure 42) que pour  $\sigma = 0.1$  (figure 43). Par ailleurs, nous avons remarqué l'existence d'une nouvelle région d'instabilités modulationnelles dans le plan  $(q-k)$  pour les faibles valeurs du rapport de températures  $\sigma$ . Autrement dit, la région de l'instabilité est plus large pour les faibles valeurs du rapport de températures  $\sigma$  (figure 44). Les ondes acoustiques ioniques scélérates peuvent se propager dans les zones instables (région colorée sur les figures 42- 44) et leur profil est représenté sur les figures 45 et 46 pour deux valeurs du paramètre non extensif  $q$  ( $-0.3$  et  $1.1$ ). Nos résultats révèlent que la non extensivité des électrons affecte de manière significative le profil de l'onde scélérate. L'amplitude et la largeur de ces ondes diminuent avec l'augmentation des valeurs du paramètre non extensif  $q$ . Nous pouvons donc conclure que les ondes acoustiques ioniques scélérates peuvent s'atténuer lorsque les électrons évoluent vers (loin de) leur équilibre thermodynamique pour le cas  $-1 < q < 1$  ( $q > 1$ ). L'influence de la non extensivité  $q$  des électrons et du rapport de températures  $\sigma$  sur l'onde scélérate acoustique ionique est clairement représentée par les figures 47- 49. A des fins de comparaison, nous avons tracé le profil de l'onde scélérate en fonction de la variable spatiale  $\xi$  pour  $\tau = 0.005$  et pour différentes valeurs des paramètres physiques précédents. Nos résultats révèlent que ces derniers affectent le profil de l'onde scélérate. Les figures 47- 48 confirment le résultat des figures 45 et 46, où l'augmentation du paramètre non extensif  $q$ , pour les deux domaines  $-1 < q < 1$  et  $q > 1$ , entraîne une diminution de l'amplitude et de la largeur de l'onde scélérate. Par conséquent, l'amplitude et la largeur de l'onde scélérate diminuent à mesure que les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique pour  $-1 < q < 1$ . Cette tendance est inversée dans le cas de  $q > 1$ . La figure 49 atteste que le rapport des températures  $\sigma$  affecte sensiblement l'onde acoustique ionique scélérate: la diminution du paramètre  $\sigma$  conduit à l'augmentation, à la fois, de l'amplitude et de la largeur de l'onde.



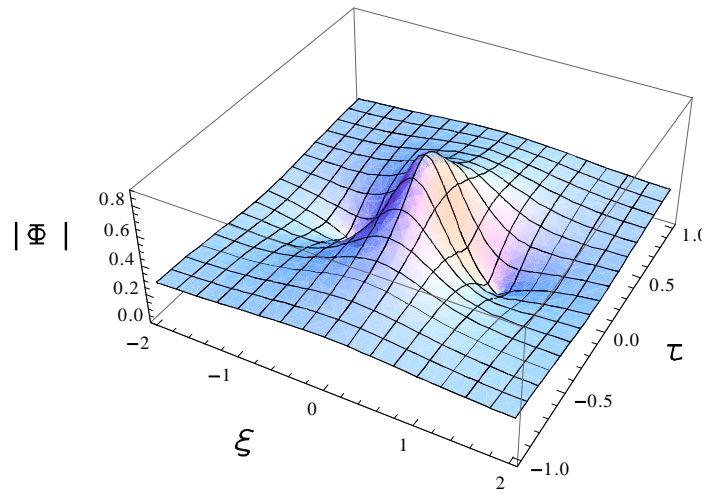
**Figure 42:** Région de stabilité  $PQ < 0$  et d'instabilité  $PQ > 0$  de l'onde acoustique ionique en fonction de  $q$  et  $k$  pour  $\sigma = 1$ , avec  $\omega_{ci} = 0.0043$ .



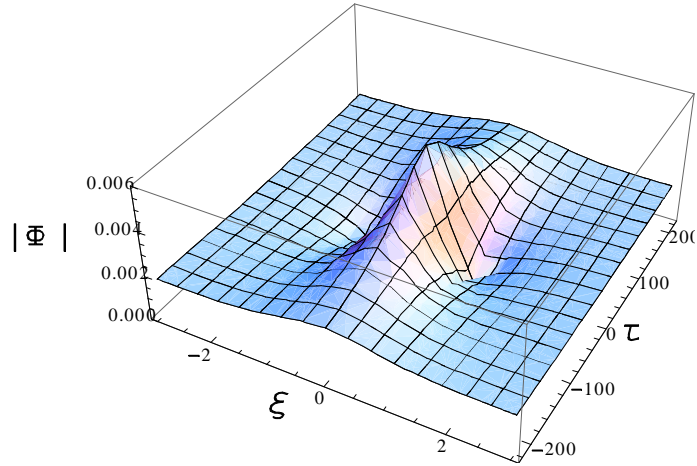
**Figure 43:** Région de stabilité  $PQ < 0$  et d'instabilité  $PQ > 0$  de l'onde acoustique ionique en fonction de  $q$  et  $k$  pour  $\sigma = 0.1$ , avec  $\omega_{ci} = 0.0043$ .



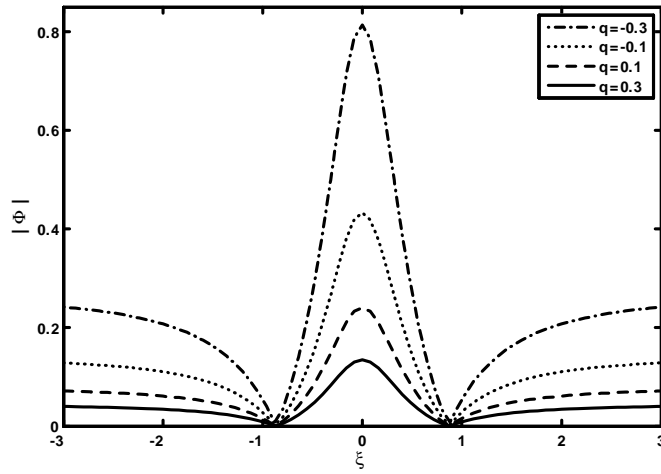
**Figure 44:** Région de stabilité  $PQ < 0$  et d'instabilité  $PQ > 0$  de l'onde acoustique ionique en fonction de  $q$  et  $k$  pour  $\omega_{ci} = 0.43$ , avec  $\sigma = 1$ .



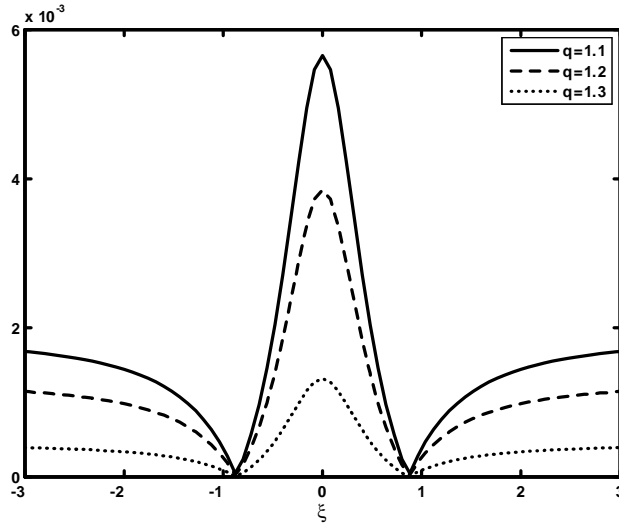
**Figure 45:** Profil de l'onde scélérate en fonction de  $\tau$  et  $\xi$  pour  $q = -0.3$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $k = 1.5$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\omega_{ci} (\sim B_0) = 0.0043$ .



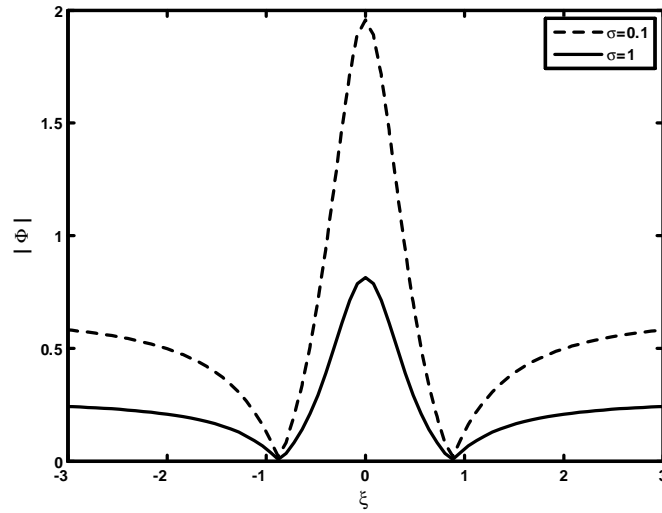
**Figure 46:** Profil de l'onde scélérate en fonction de  $\tau$  et  $\xi$  pour  $q = 1.1$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $k = 2.2$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\omega_{ci} (\sim B_0) = 0.0043$ .



**Figure 47:** Profil spatial de l'onde scélérate en fonction de  $\xi$  (pour  $\tau = 0.005$ ) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $k = 1.5$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\omega_{ci} = 0.0043$ .



**Figure 48:** Profil spatial de l'onde scélérate en fonction de  $\xi$  (pour  $\tau = 0.005$ ) pour différentes valeurs du paramètre non extensif  $q$ , avec  $\sigma = 1$ ,  $k = 2.2$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\omega_{ci} = 0.0043$ .



**Figure 49:** Profil spatial de l'onde scélérate en fonction de  $\xi$  (pour  $\tau = 0.005$ ) pour différentes valeurs du rapport des températures  $\sigma$ , avec  $q = -0.3$ ,  $k = 1.5$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\omega_{ci} = 0.0043$ .

Annexe

$$\Delta_1 = \frac{(q+1)(3q-1)(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^3 + 24k^4(5k^2\sigma - 9\omega^2)}{4(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2 [(8k^2 + (3q-1))(3\omega^2 - 5k^2\sigma) + 6k^2]}, \quad (6.53)$$

$$\Delta_2 = \frac{3k^2}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^3} [(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2 \Delta_1 - k^2(5k^2\sigma - 9\omega^2)], \quad (6.54)$$

$$\Delta_3 = \frac{3k\omega}{(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^3} [(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2 \Delta_1 - 2k^2(3\omega^2 + 5k^2\sigma)], \quad (6.55)$$

$$A = -\frac{18\omega^2 k^3}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2}, \quad (6.56)$$

$$B = \frac{18\omega k^3}{V_g(3\omega^2 - 5k^2\sigma)^2} \left[ 1 - \frac{\omega}{(\omega^2 - \omega_{ci}^2 \cos^2 \theta)} \right], \quad (6.57)$$

$$C = \left[ \frac{(q+1)}{2} + B \right]. \quad (6.58)$$

# Onde acoustique poussiéreuse de choc dans un plasma complexe magnétisé en présence d'électrons suprathermiques: Application à la Comète de Halley.

## 7.1 Introduction

Dans l'une de nos précédentes études [130], nous avons analysé l'influence de la suprathermalité électronique sur les ondes acoustiques poussiéreuses dans un plasma poussiéreux à charge variable. Rappelons que de nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence d'électrons et d'ions suprathermiques dans une variété de plasmas astrophysiques [131]- [134] et les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non isothermique [135]. Au lieu d'une distribution Maxwellienne, il est en fait à la fois plus réaliste et plus commode, pour décrire la cinétique d'un plasma hors-équilibre thermique, d'utiliser une distribution non- Maxwellienne de type kappa (ou  $\kappa$ - distribution). Les fonctions de distribution des vitesses observées ne sont pas bien reproduites par des Maxwelliennes car possédant des queues dites suprathermiques. Lorsque les collisions coulombiennes dominant, cette fonction de distribution tend vers une Maxwellienne (équilibre thermodynamique). Cependant, elles peuvent être bien reproduites grâce aux fonctions Lorentziennes. De nombreux travaux théoriques ont porté sur l'influence des par-

ticules suprathermiques sur différents types de processus collectifs linéaires et non-linéaires dans les plasmas [137]- [162] à deux ou plusieurs composantes. Cependant, la majeure partie des plasmas de l'espace sont magnétisés, et les grains de poussière immergés dans un tel plasma peuvent avoir une variation de charge causée par les variations des courants locaux du plasma. Cette variation de la charge provoque des effets dissipatifs anormales donnant lieu à la formation d'ondes de choc non collisionnelles. C'est pourquoi, on se propose dans ce chapitre de revisiter le problème de l'onde acoustique poussiéreuse en incorporant les effets suprathermiques des électrons, dont la distribution des vitesses sera modélisée par une fonction de distribution dite de type kappa. Nous nous intéresserons aux effets qui peuvent en découler en présence d'un faible champ magnétique. Nous tiendrons aussi compte de la fluctuation de la charge des grains de poussière. Ces effets combinés (suprathérmicité, champ magnétique oblique, électronégativité, variation de la charge) seront appliqués au plasma de la comète de Halley. Le courant de charge suprathermique des électrons sera établi dans le cadre de la théorie standard de la sonde électrostatique (théorie OML). Une analyse faiblement non- linéaire sera alors effectuée pour établir une équation de type Korteweg-de Vries-Burger.

## 7.2 Présentation physique et équations de base du modèle

Pour cela, considérons un plasma non collisionnel et faiblement magnétisé, constitué de grains de poussière ( $d$ ) négativement chargés, d'ions négatifs ( $-$ ), d'ions positifs ( $+$ ) et d'électrons supra- thermiques ( $e$ ), de densités, respectivement,  $n_d, n_-, n_+$  et  $n_e$ . Ce plasma est immergé dans un faible champ magnétique externe  $\mathbf{B}$  de module constant, porté par le plan  $(x, z)$  et faisant un angle  $\theta$  avec l'axe des  $x$ . La charge du grain de poussière est variable et fluctue au cours du temps. Le vecteur de propagation de l'onde est suivant l'axe des  $x$ , et  $\lambda = 2\pi/k$  représente la longueur d'onde. A l'équilibre  $\phi = 0$ ,  $n_e = n_{e0}$ ,  $n_+ = n_{+0}$ ,  $n_- = n_{-0}$  et  $q_d = -Z_d e$  et la relation de quasi- neutralité de la charge électrique est donnée par

$$n_{e0} + z_d n_{d0} + n_{-0} = n_{+0} \quad (7.1)$$

Le rayon du grain de poussière  $r_d$  est supposé être très petit devant le rayon de giration de l'électron  $\rho_e = V_{te}/\Omega_e$ , où  $V_{te}$  est la vitesse thermique électronique et  $\Omega_e$  sa gyrofréquence. De plus, la vitesse fluide du grain de poussière est supposée être très petite devant la vitesse

thermique  $V_{tj} = \sqrt{T_j/m_j}$  de la particule d'espèce  $j$  ( $e, +, -$ ). Les ions (positifs ou négatifs) sont distribués selon la loi de Maxwell- Boltzmann et leurs densités sont données par

$$n_+ = n_{+0} \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma_+}\right) \quad (7.2)$$

$$n_- = n_{-0} \exp\left(\frac{\Phi}{\sigma_-}\right) \quad (7.3)$$

où  $\sigma_+ = T_+/T_e$  et  $\sigma_- = T_-/T_e$ .  $T_{j=e,+,-}$  représente la température des particules d'espèce  $j$  et  $\Phi = e\phi/T_e$  le potentiel électrostatique adimensionnel. L'indice "0" désigne des quantités à l'équilibre. Le champ magnétique externe et la vitesse fluide des grains de poussière sont donnés, respectivement, par  $\mathbf{B} = B_0 \cos \theta \mathbf{x} + B_0 \sin \theta \mathbf{z}$  et  $\mathbf{V}_d = V_{dx} \mathbf{x} + V_{dy} \mathbf{y} + V_{dz} \mathbf{z}$ . La dynamique non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse de faible vitesse de phase  $v_p$ , associée à un tel modèle de plasma, est alors régie par les équations fluides adimensionnelles suivantes

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_{dx})}{\partial X} = 0 \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial V_{dx}}{\partial T} + V_{dx} \frac{\partial V_{dx}}{\partial X} = -\frac{\sigma_d}{\alpha_d} \gamma_d N_d^{\gamma_d-2} \frac{\partial N_d}{\partial X} + (Q_d - 1) \left[ \omega_{cd} V_{dy} \sin \theta - \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right] \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial V_{dy}}{\partial T} + V_{dx} \frac{\partial V_{dy}}{\partial X} = (Q_d - 1) \omega_{cd} (V_{dz} \cos \theta - V_{dx} \sin \theta) \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial V_{dz}}{\partial T} + V_{dx} \frac{\partial V_{dz}}{\partial X} = -(Q_d - 1) \omega_{cd} V_{dy} \cos \theta \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} &= \delta_- \exp\left(\frac{\Phi}{\sigma_-}\right) - \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma_+}\right) \\ &+ \delta_+ \left(1 - \frac{\Phi}{\kappa - 3/2}\right)^{-\kappa + \frac{1}{2}} - (Q_d - 1) \Delta N_d \end{aligned} \quad (7.8)$$

où  $\kappa$  représente l'indice spectral ou paramètre suprathermique. La densité  $N_d$ , la vitesse fluide  $V_d$ , le potentiel électrostatique  $\Phi$ , le temps  $T$  et la variable d'espace  $X$  sont normalisées, respectivement, par  $n_{d0}$ ,  $(Z_d T_e \alpha_d / m_d)^{1/2}$ ,  $T_e / e$ ,  $(\varepsilon_0 m_d / Z_d^2 e^2 n_{d0})^{1/2}$  et  $(\varepsilon_0 T_e / e^2 \gamma n_{+0})^{1/2}$ .  $Q_d = \delta q_d / Z_d e$  représente la variation de la charge du grain de poussière normalisée par  $Z_d e$ . De plus,  $\Delta = 1 - \delta_+ - \delta_-$ ,  $\delta_+ = n_{e0} / n_{+0}$ ,  $\delta_- = n_{-0} / n_{+0}$ ,  $\alpha_d = Z_d n_{d0} / \gamma n_{+0}$ ,  $\gamma = \delta_+ + 1/\sigma_+ + \delta_- / \sigma_-$ ,  $\gamma_d$  désigne l'indice adiabatique et  $\omega_{cd} = \Omega_d / \omega_{pd}$  avec  $\Omega_d = Z_d e B_0 / m_d$ . Notons que pour modéliser la distribution des vitesses des électrons suprathermiques, nous avons utilisé la distribution des vitesses (dite distribution kappa) suivante

$$F_e(v_x, v_y, v_z) = \frac{n_{e0}}{\pi^{3/2} \theta_{the}^3} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - \frac{1}{2})} \left(1 + \frac{v_e^2}{\kappa \theta_{the}^2} - \frac{2e\phi}{\kappa m_e \theta_{the}^2}\right)^{-1-\kappa} \quad (7.9)$$

l'indice spectral  $\kappa > 3/2$  confère à la queue suprathermique de la distribution sa forme principale. La quantité  $\Gamma$  représente la fonction gamma standard et  $\theta_{the}$  est donnée par

$$\theta_{the} = \left( \frac{\kappa - 3/2}{\kappa/2} \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (7.10)$$

En intégrant la distribution (7.9) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des électrons suprathermiques suivante

$$n_e(\phi) = \int F_e(v) d^3v = n_{e0} \left( 1 - \frac{e\phi}{m_e \theta_{the}^2} \right)^{-\kappa+1/2}. \quad (7.11)$$

### 7.2.1 Equation de la charge du grain de poussière

Le grain de poussière est assimilé à une sonde immergée dans un plasma (théorie standard de la sonde électrostatique). Sa charge provient de la collecte des électrons et des ions présents dans le plasma de base qui viennent alors se greffer sur la surface du grain. La charge du grain de poussière est donnée par l'équation d'évolution suivante

$$\frac{dq_d}{dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_d \cdot \nabla \right) q_d = \sum_{j=+,-,e} I_j \quad (7.12)$$

Le processus de charge dépend de la section efficace  $\sigma_j^d(v_j, q_d) = \pi r_d^2 (1 - 2q_j \Phi_d / m_j v_j^2)$  où  $\Phi_d = q_d / 4\pi\epsilon_0 r_d = q_d / C$  et  $C$  représente la capacité du grain. En supposant que les vitesses de dérive des électrons et des ions sont plus petites que leurs vitesses thermiques respectives et  $r_d \ll \rho_{e,i}$ , les courants de charge électronique et ionique peuvent être modélisés par leurs analogues du cas non magnétisé. Les courants de charge électronique  $I_e$  et ioniques  $I_-, I_+$  sont alors définis par

$$I_j = q_j \int_{R_j} F_j(v_j) v_j \sigma_j^d(v_j, q_d) d^3v_j \quad (7.13)$$

où  $R_j$  est le domaine d'intégration sur l'espace des vitesses de la particule d'espèce  $j$ . Après avoir effectué les intégrales de l'équation (7.13), nous obtenons les expressions des courants de charge ioniques suivantes

$$\begin{aligned} I_+ &= 4\pi e \int_0^\infty \sigma_+^d(q_d, v) F_+(v) v^3 dv \\ &= \pi r_d^2 e \left( \frac{8T_+}{\pi m_+} \right)^{1/2} n_{+0} \left[ 1 - \frac{Z(Q_d - 1)}{\sigma_+} \right] \exp\left(-\frac{\Phi}{\sigma_+}\right) \end{aligned} \quad (7.14)$$

$$\begin{aligned} I_- &= -4\pi e \int_{v_{\min,-}}^\infty \sigma_-^d(q_d, v) F_-(v) v^3 dv \\ &= -\pi r_d^2 e \left( \frac{8T_-}{\pi m_-} \right)^{1/2} n_{-0} \exp\left[\frac{\Phi + Z(Q_d - 1)}{\sigma_-}\right], \end{aligned} \quad (7.15)$$

Le courant de charge électronique suprathermiques est donné par [163], [130]

$$\begin{aligned}
 I_e &= -4\pi e \int_{v_{\min,e}}^{\infty} \sigma_e(q_d, v) F_e(v) v_e^3 dv_e \\
 &= -\pi r_d^2 e n_{e0} \left( \frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \left\{ \sqrt{\frac{\kappa - 3/2}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - 1/2)} \right. \\
 &\quad \left. \times \left( 1 - \frac{Z(Q_d - 1)}{\kappa - 3/2} - \frac{\Phi}{\kappa - 3/2} \right)^{1-\kappa} \right\}. \tag{7.16}
 \end{aligned}$$

Notons que les intégrales précédentes ont été effectuées en coordonnées sphériques et que  $v_{\min,e(-)} = \sqrt{-2eq_d/m_{e(-)}r_d}$  représente la vitesse minimale que devra acquérir un électron (ion négatif) pour pouvoir parvenir à la surface du grain et ainsi vaincre la barrière de potentiel.  $F_{+,-}(v)$  est la fonction de distribution des vitesses des ions positifs (+) ou négatifs (-)

$$F_{+,-}(v) = n_{+,-} \left( \frac{m_{+,-}}{2\pi K_B T_{+,-}} \right) \exp \left( -\frac{m_{+,-} v^2}{2K_B T_{+,-}} \right). \tag{7.17}$$

L'équation d'évolution de la charge du grain de poussière est alors donnée par

$$\begin{aligned}
 \omega_{ch} \frac{dQ_d}{dT} &= \frac{\sigma_+ \beta_{ch}}{(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)} \left[ \left( 1 - \frac{ZQ_d}{Z + \sigma_+} \right) \exp \left( -\frac{\Phi}{\sigma_+} \right) \right. \\
 &\quad - A_- \exp \left( \frac{\Phi + ZQ_d}{\sigma_-} \right) - A_+ \exp(Z) \sqrt{\frac{\kappa - 3/2}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \\
 &\quad \left. \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - 1/2)} \left( 1 - \frac{Q_d}{\kappa - 3/2} - \frac{\Phi}{\kappa - 3/2} \right)^{1-\kappa} \right] \tag{7.18}
 \end{aligned}$$

où

$$\omega_{ch} = \omega_{pd} / \nu_{ch} \quad \text{et} \quad \omega_{pd} = \sqrt{\frac{Z_d^2 e^2 n_{d0}}{\varepsilon_0 m_d}}$$

$$\begin{aligned}
 \nu_{ch} &= \frac{r_d}{\sqrt{2\pi}} \frac{\omega_{p+}^2}{V_{t+}} \left( \frac{(Z + \sigma_+)(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)}{Z\sigma_+ \beta_{ch}} \right) \\
 &\quad \times \left[ \frac{\sigma_+}{(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)} A_+ \left( \exp(Z) \sqrt{\frac{\kappa - 3/2}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - 1/2)} - 1 \right) \right] \tag{7.19}
 \end{aligned}$$

$$\beta_{ch} = \frac{(Z + \sigma_+)(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)}{Z\sigma_+(1 + Z + \sigma_+ + \gamma_1^-)} \tag{7.20}$$

$$\omega_{p+} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_{+0}}{m_+}}$$

$$\begin{aligned}
 A_- &= \frac{\delta_- \exp(-Z/\sigma_-)}{(Z + \sigma_+)} \sqrt{\frac{\sigma_+ \sigma_-}{m_-}} \\
 A_+ &= \frac{\delta_+ \exp(-Z)}{(Z + \sigma_+)} \sqrt{\frac{\sigma_+ m_+}{m_e}} \tag{7.21}
 \end{aligned}$$

$$\gamma_1^- = (Z + \sigma_+) \left[ -1 + \frac{A_-}{\sigma_-} + A_+ \exp(Z) f(\kappa) \left( 1 - \frac{\kappa Z}{\kappa - 3/2} \right) \right] \quad (7.22)$$

$$\gamma_2^- = -\sigma_+ + \frac{A_- \sigma_+}{\sigma_-} + A_+ \sigma_+ \exp(Z) f(\kappa) \left( 1 - \frac{\kappa Z}{\kappa - 3/2} \right), \quad (7.23)$$

et

$$f(\kappa) = \frac{\kappa - 1}{\sqrt{(\kappa - 3/2)^5}} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)}. \quad (7.24)$$

A l'équilibre électrostatique ( $I_{e0} + I_{+0} + I_{-0} = 0$ ), nous avons

$$1 - A_- - A_+ \exp(Z) \sqrt{\frac{\kappa - 3/2}{\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\kappa^{3/2} \Gamma(\kappa - 1/2)} \left( 1 + \frac{(1 - \kappa) Z}{\kappa - 3/2} - \frac{Z^2 \kappa (1 - \kappa)}{2(\kappa - 3/2)^2} \right) = 0. \quad (7.25)$$

## 7.2.2 Analyse faiblement non linéaire

Pour étudier l'onde acoustique poussiéreuse faiblement non linéaire (d'amplitude petite mais finie), nous utilisons la technique de la perturbation réductive en introduisant les changements de variable suivants [64]  $\xi = \varepsilon(X - V_{ph}T)$ ,  $\tau = \varepsilon^2 T$ , où  $V_{ph}$  est la vitesse de phase normalisée de l'onde acoustique poussiéreuse linéaire et  $\varepsilon$  un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde. Les variables dynamiques sont développées en séries de puissances de  $\varepsilon$  autour de leur valeur d'équilibre

$$N_d = 1 + \varepsilon N_d^{(1)} + \varepsilon^2 N_d^{(2)} + \dots \quad (7.26)$$

$$V_{dx} = V_0 + \varepsilon V_{dx}^{(1)} + \varepsilon^2 V_{dx}^{(2)} + \dots \quad (7.27)$$

$$V_{dy} = 0 + \varepsilon^{3/2} V_{dy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} V_{dy}^{(2)} + \dots \quad (7.28)$$

$$V_{dz} = 0 + \varepsilon V_{dz}^{(1)} + \varepsilon^2 V_{dz}^{(2)} + \dots \quad (7.29)$$

$$\Phi = 0 + \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (7.30)$$

$$Q_d = 0 + \varepsilon Q_d^{(1)} + \varepsilon^2 Q_d^{(2)} + \dots \quad (7.31)$$

A l'ordre le plus petit en  $\varepsilon$ , les équations (7.4)- (7.8) et (7.18) donnent les égalités suivantes

$$V_{dx}^{(1)} = -\Lambda N_d^{(1)} \quad (7.32)$$

$$V_{dz}^{(1)} = -\Lambda \tan \theta N_d^{(1)} \quad (7.33)$$

$$V_{dy}^{(1)} = -\frac{\Lambda^2 \sin \theta \sec^2 \theta}{\omega_{cd}} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \xi} \quad (7.34)$$

$$\Phi^{(1)} = -\alpha_d \left( \Lambda^2 \sec^2 \theta - \frac{\gamma_d \sigma_d}{\alpha_d} \right) N_d^{(1)} \quad (7.35)$$

$$Q_d^{(1)} = \alpha_d \beta_{ch} \left( \Lambda^2 \sec^2 \theta - \frac{\gamma_d \sigma_d}{\alpha_d} \right) N_d^{(1)} \quad (7.36)$$

où

$$\Lambda = V_{ph} - V_0 = \cos \theta \left( \frac{\gamma_d \sigma_d}{\alpha_d} + \frac{1}{1 + \alpha_d \beta_{ch} + \frac{\delta_+}{\gamma(\kappa - 3/2)}} \right)^{1/2}. \quad (7.37)$$

Aux ordres les plus élevés, nous obtenons les équations suivantes

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial(N_d^{(1)} V_{dx}^{(1)})}{\partial \xi} = - \frac{\partial(\Lambda N_d^{(2)} + V_{dx}^{(2)})}{\partial \xi} \quad (7.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{dx}^{(1)}}{\partial \tau} + V_{dx}^{(1)} \frac{\partial V_{dx}^{(1)}}{\partial \xi} &= - \frac{1}{\alpha_d} \left( Q_d^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + \gamma_d (\gamma_d - 2) \sigma_d N_d^{(1)} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \xi} \right) \\ &\quad - \Lambda \frac{\partial V_{dx}^{(2)}}{\partial \xi} + \omega_{cd} (Q_d^{(1)} V_{dy}^{(1)} - V_{dy}^{(2)}) \sin \theta \\ &\quad + \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial(\Phi^{(2)} - \gamma_d \sigma_d N_d^{(2)})}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (7.39)$$

$$\Lambda \frac{\partial V_{dy}^{(1)}}{\partial \xi} + \omega_{cd} Q_d^{(1)} (V_{dx}^{(1)} \sin \theta - V_{dz}^{(1)} \cos \theta) = \omega_{cd} (V_{dx}^{(2)} \sin \theta - V_{dz}^{(2)} \cos \theta) \quad (7.40)$$

$$\frac{\partial V_{dz}^{(1)}}{\partial \tau} + V_{dx}^{(1)} \frac{\partial V_{dz}^{(1)}}{\partial \xi} = - \Lambda \frac{\partial V_{dz}^{(2)}}{\partial \xi} - \omega_{cd} (Q_d^{(1)} V_{dy}^{(1)} - V_{dy}^{(2)}) \cos \theta \quad (7.41)$$

$$\Phi^{(2)} + \frac{1}{2\gamma} \left( \delta_+ + \frac{\delta_-}{\sigma_-^2} - \frac{1}{\sigma_+^2} + \frac{\delta_+}{\kappa - 3/2} \right) \Phi^{(1)2} - \alpha_d (Q_d^{(2)} - N_d^{(2)} + Q_d^{(1)} N_d^{(1)}) = 0 \quad (7.42)$$

$$\begin{aligned} \omega_{ch} \Lambda \frac{\partial Q_d^{(1)}}{\partial \xi} + \beta_{ch} \Phi^{(2)} + Q_d^{(2)} - \frac{\sigma_+ \beta_{ch}}{2(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)} \left[ Z^2 (1 + B_-) Q_d^{(1)2} \right. \\ \left. - \frac{1 - \sigma_+^2 (1 + B_-)}{\sigma_+^2} \Phi^{(1)2} - \frac{2Z(1 - \sigma_+(Z + \sigma_+)(1 + B_-))}{\sigma_+(Z + \sigma_+)} Q_d^{(1)} \Phi^{(1)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.43)$$

où

$$B_- = 1 - \frac{A_-}{\sigma_-} - \frac{\kappa(1 - \kappa)}{(\kappa - 3/2)^2} A_+ \exp(Z) f(\kappa) \quad (7.44)$$

A partir des équations (7.32)- (7.37) et en utilisant les équations (7.38)- (7.43), nous établissons l'équation de Korteweg- de Vries Burger (KdVB) suivante

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - \alpha N_d^{(1)} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial^3 N_d^{(1)}}{\partial \xi^3} = \mu_{ch} \frac{\partial^2 N_d^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (7.45)$$

Les coefficients de non linéarité  $\alpha$ , de dispersion  $\beta$  ainsi que le terme de Burger (de dissipation)  $\mu_{ch}$  sont donnés, respectivement, par

$$\alpha = \frac{\cos^2 \theta}{2\Lambda} \left\{ \frac{\gamma_d \sigma_d}{\alpha_d} (\gamma_d + 1) + \frac{\frac{3 + \alpha_d \beta_{ch}}{1 + \alpha_d \beta_{ch}}}{1 + \alpha_d \beta_{ch} + \frac{\delta_+}{\gamma(\kappa - 3/2)}} \right. \\ \left. + \frac{1}{\left(1 + \alpha_d \beta_{ch} + \frac{\delta_+}{\gamma(\kappa - 3/2)}\right)^2} \left[ \frac{\frac{\alpha_d}{1 + \alpha_d \beta_{ch}} (\delta_+ + \delta_- / \sigma_-^2 - 1 / \sigma_+^2 + \delta_+ / (\kappa - 3/2)) - \gamma \alpha_d \beta_{ch}}{\gamma} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sigma_+ \alpha_d^2 \beta_{ch} C}{(1 + \alpha_d \beta_{ch})(1 + \sigma_+ + \gamma_2^-)} \right] \right\} \quad (7.46)$$

$$\beta = \frac{\sin^2 \theta \cos \theta}{2\omega_{cd}^2} \left( \frac{\gamma_d \sigma_d}{\alpha_d} + \frac{1}{1 + \alpha_d \beta_{ch} + \frac{\delta_+}{\gamma(\kappa - 3/2)}} \right)^{3/2} \quad (7.47)$$

$$\mu_{ch} = \frac{\omega_{ch} \alpha_d \cos^2(\theta)}{2(1 + \alpha_d \beta_{ch}) \left(1 + \alpha_d \beta_{ch} + \frac{\delta_+}{\gamma(\kappa - 3/2)}\right)} \quad (7.48)$$

où

$$C = (1 + B_-)(Z\beta_{ch} - 1)^2 + \frac{2Z\beta_{ch}}{\sigma_+(Z + \sigma_+)} - \frac{1}{\sigma_+^2}. \quad (7.49)$$

L'expression de  $\alpha$  indique que le coefficient de la non linéarité est proportionnel à l'effet introduit par le champ magnétique. Le terme dispersif  $\beta$  est inversement proportionnel à l'amplitude de ce dernier. Le terme dissipatif n'est du qu'au phénomène de la fluctuation de la charge du grain de poussière. Dans le cas d'une propagation parallèle au champ magnétique ( $\theta = 0^\circ$ ), le terme dispersif  $\beta$  s'annule et la dynamique non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse est alors gouvernée par l'équation, dite de Burger, suivante

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - \alpha N_d^{(1)} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \xi} = \mu_{ch} \frac{\partial^2 N_d^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (7.50)$$

Le terme dissipatif  $\mu_{ch}$  qui est proportionnel à  $\omega_{ch} = \omega_{pd} / \nu_{ch}$  (où  $\omega_{pd}$  et  $\nu_{ch}$  représentent, respectivement, la fréquence plasma du grain et la fréquence du phénomène de charge) s'annule dans le cas où  $\Delta = 1 - \delta_+ - \delta_- = Z_d n_{d0} / n_{+0} = 0$  (absence de la fluctuation de la charge du grain). Par conséquent, le terme de Burger peut être responsable de la génération d'une onde de choc. Le terme de Burger est aussi proportionnel à la direction du champ magnétique à travers le terme  $\cos^2 \theta$ . Il est intéressant de noter que pour une variation adiabatique de la charge du grain [164], [11], [165]  $\omega_{ch} \approx 0$  (pour un plasma poussiéreux typique de laboratoire, la fréquence d'oscillation  $\omega_{pd} \approx 10^2 \text{s}^{-1}$  et la fréquence de charge  $\nu_{ch} \approx 10^8 \text{s}^{-1}$  [6], nous avons  $\omega_{ch} \approx 10^{-6} \approx 0$ ), le phénomène de la fluctuation de la charge ne joue aucun rôle dissipatif. Dans ce cas, le terme de Burger  $\mu_{ch}$  s'annule et la

dynamique non linéaire de l'onde acoustique poussiéreuse est gouvernée par une équation de type Korteweg- de Vries (K- dV) qui n'admet pour solution, qu'une onde solitaire.

### 7.2.3 Solution en onde de choc

Il est bien connu que l'équation KdV- Burger décrit l'évolution du profil d'une onde de choc. Le critère de formation de cette onde de choc est que le coefficient du terme de Burger  $\mu_{ch}$  doit être positif ( $\mu_{ch} > 0$ ), sinon il ne serait pas possible d'obtenir une solution stable. Une solution particulière de l'équation (7.45) est donnée par [166]

$$N_d^{(1)}(\xi, \tau) = -\frac{3\mu_{ch}^2}{25\alpha\beta} \left[ 1 + \tanh \frac{\mu_{ch}}{10\beta} \left( \frac{6\mu_{ch}^2}{25\beta} \tau - \xi \right) \right]^2. \quad (7.51)$$

Dans le cas d'une propagation parallèle ( $\theta = 0^\circ$ ) et en procédant au changement de variable suivant

$$\eta = V_f \tau + \xi \quad (7.52)$$

l'équation de Burger (7.50) admet comme solution analytique

$$N_d^{(1)}(\xi, \tau) = N \left[ 1 + \tanh\left(\frac{\eta}{L_w}\right) \right] \quad (7.53)$$

Celle ci est sujette aux conditions aux limites suivantes  $N_d^{(1)}$ ,  $dN_d^{(1)}/d\eta \rightarrow 0$  quand  $\eta \rightarrow -\infty$ , et représente une onde de choc à profil monotone d'amplitude  $N = V_f/\alpha$ , de largeur  $L_w = 2\mu_{ch}/V_f$  et de vitesse  $V_f$ . Pour une variation de charge nulle ( $\mu_{ch} = 0$ ), cas de dissipation nulle, l'équation (7.45) devient équation de Korteweg- de Vries

$$\frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \tau} - \alpha N_d^{(1)} \frac{\partial N_d^{(1)}}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial^3 N_d^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (7.54)$$

et admet comme solution solitaire

$$N_d^{(1)}(\xi, \tau) = N \operatorname{sech}^2(\eta/\Delta) \quad (7.55)$$

où  $N = 3V_f/\alpha$  et  $\Delta = \sqrt{4\beta/V_f}$  représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. Par ailleurs et moyennant le changement de variable suivant  $\eta = V_f \tau + \xi$ , l'équation (7.45) peut être réécrite sous la forme

$$\frac{d^2\psi}{d\eta^2} = \left(\frac{V_f}{\beta}\right) \psi - \left(\frac{\alpha}{2\beta}\right) \psi^2 - \left(\frac{\mu_{ch}}{\beta}\right) \frac{d\psi}{d\eta} \quad (7.56)$$

où la nouvelle variable  $\psi = N_d^{(1)}$  a été utilisée pour des raisons évidentes d'écriture. Cette dernière équation (7.56), par analogie, décrit l'équation d'un oscillateur anharmonique où

$\psi$  joue le rôle de la coordonnée généralisée et  $\eta$  celui du temps. Dans le plan  $(\psi, d\psi/d\eta)$ , celle ci admet deux points singuliers, à savoir,  $(0,0)$  et  $(2V_f/\alpha,0)$ . Notons qu'en l'absence de dissipation ( $\mu_{ch} = 0$ ) et pour les conditions aux limites suivantes  $\psi(\eta = -\infty) = d\psi/d\eta(\eta = -\infty) = 0$ , la solution est à profil solitaire pour  $V_0 = 0$ . En présence d'une vitesse  $V_0 \neq 0$ , les conditions aux limites donnent naissance à des ondes périodiques autres que les solutions en onde solitaire. Nous définissons les quantités suivantes

$$V_a = V_{ph} - (V_0 - \varepsilon V_f) = \Lambda + \varepsilon V_f \quad (7.57)$$

où  $V_a$  est la vitesse de l'onde acoustique poussiéreuse. Le nombre de mach est alors défini par

$$M = \frac{V_a}{\Lambda}. \quad (7.58)$$

### 7.3 Résultats numériques et discussion

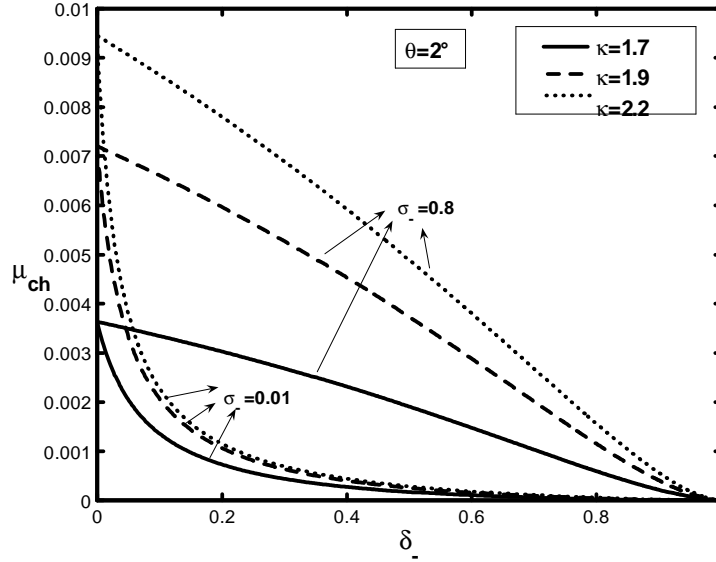
Horanyi et Mendis [167]- [168] ont calculé les trajectoires des grains de poussière de taille micrométrique et sub-micrométrique susceptibles d'être libérés par les noyaux cométaires. Ils ont alors montré que les forces électromagnétiques associées au mouvement des grains jouent un rôle crucial dans la dynamique de ces derniers. Différentes observations spatiales (Giotto, Vega 1 et Vega 2) ont révélé que la comète de Halley contient des électrons, des grains de poussière sous forme de glace et des ions positifs et négatifs tels que  $(H^+, H^-)$ ,  $(O^+, O^-)$ ,  $(Si^+, Si^-)$ ,  $(OH^+, OH^-)$ ... etc [169]. Pour les besoins de notre investigation numérique, nous considérons des grains de poussière de densité volumique  $\rho = 9 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  immergés dans un plasma  $(H^+, H^-)$ . Les paramètres physiques inhérents à la comète de Halley (à environ  $10^4 \text{ km}$  du noyau) sont [169]- [173]  $n_{+0} \sim 2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$ ,  $n_{d0} \sim 1 \text{ m}^{-3}$ ,  $T_e \sim 100 \text{ eV}$ ,  $m_+ = m_- \sim 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $B_0 \sim 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ Tesla}$ ,  $r_d \sim 5 \mu\text{m}$  et  $\gamma_d \sim 5/3$ . Rappelons qu'à partir de l'équation d'équilibre des courants ( $I_{e0} + I_{+0} + I_{-0} = 0$ ) et la condition de quasi-neutralité de la charge, il est possible de déduire le rapport de la densités des ions négatifs sur celle des ions positifs  $\delta_- = n_{-0}/n_{+0}$ , en fonction du paramètre adimensionnel  $Z$ . Nous obtenons

$$\delta_- = \frac{(1 - \Delta)f(\kappa) \left(1 + \frac{Z}{\kappa-3/2}\right)^{1-\kappa} - (Z + \sigma_+) \sqrt{\frac{m_e}{\sigma_+ m_+}}}{f(\kappa) \left(1 + \frac{Z}{\kappa-3/2}\right)^{1-\kappa} - \exp(-Z/\sigma_-) \sqrt{\frac{\sigma_- m_e}{m_-}}}, \quad \Delta = ZP \quad (7.59)$$

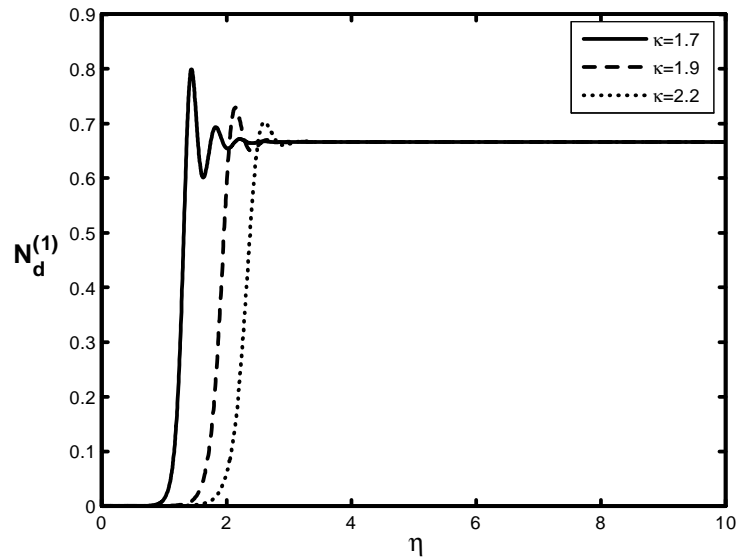
avec  $P = 4\pi r_d n_{d0} (\varepsilon_0 T_e / n_{+0} e^2)$ . La figure 50 représente les variations du terme dissipatif  $\mu_{ch}$  en fonction du rapport de densités  $\delta_-$  pour différentes valeurs du paramètre suprathérmiq  $\kappa$ . On peut voir (pour  $\sigma_- = 0.8$ ) qu'à mesure que les électrons s'écartent de leur

équilibre thermodynamique (la valeur de  $\kappa \rightarrow 3/2$ ), les valeurs du coefficient de Burger  $\mu_{ch}$  diminuent et deviennent moins importantes. Par conséquent, la supra-thermalité électronique contribue à rendre moins effective la dissipation anormale causée par la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière. Le cas  $\sigma_- = 0.01$  donne qualitativement les mêmes résultats mais avec un net décalage des valeurs de  $\mu_{ch}$  vers des valeurs plus petites. L'équation (7.56) est alors intégrée numériquement en tant que problème aux valeurs initiales (par souci de simplicité et du fait que seules les variations de la solution à l'intérieur du domaine d'intégration nous intéressent), avec les conditions  $\psi = 0$  et  $d\psi/d\eta = -10^{-8}$  en  $\eta = 0$ . Des grains de poussière de densité  $9 \cdot 10^2 \text{ Kg.m}^{-3}$  sont supposés immergés dans un plasma d'Hydrogène. Les paramètres physiques utilisés sont ceux inhérents à la comète de Halley et d'autres paramètres physiques sont donnés par  $Z = 2.5$ ,  $\sigma_- = \sigma_+ = 0.8$ ,  $V_{t+}(V_{t-}) \sim 9.8 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $\theta = 2^\circ$  et  $\rho_e \sim 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Les valeurs des rapports  $r_d/\rho_e$  et  $r_d/\rho_+$  sont donnés, respectivement, par  $1.6 \times 10^{-3} \ll 1$  et  $3.6 \times 10^{-5} \ll 1$  justifiant l'utilisation des courants de charge relatifs au cas d'un plasma non magnétisé. Nos résultats indiquent que des ondes de chocs compressives peuvent se développer dans notre modèle de plasma. Ceci signifie que la variation de la charge du grain de poussière peut jouer le rôle d'un mécanisme de dissipation alternative qui donne naissance à une onde de choc non collisionnelle. L'influence de la supra-thermalité des électrons sur le front de l'onde de choc est montrée dans la figure 51. Pour une propagation oblique ( $\theta = 2^\circ$ ) nous avons tracé  $\psi = N_d^{(1)}$  pour différentes valeurs de l'indice spectral  $\kappa = 1.7$  ( $\omega_{pd}/\nu_{ch} = 1.643$ , trait plein),  $1.9$  ( $\omega_{pd}/\nu_{ch} = 1.640$ , tirets),  $2.2$  ( $\omega_{pd}/\nu_{ch} = 1.638$ , pointillés). Notons l'effet de séparation de la charge qui se manifeste par l'apparition de quelques oscillations dans le profil de l'onde de choc. Cet effet diminue à mesure que la valeur de l'indice spectral  $\kappa$  augmente. Autrement dit, une augmentation du paramètre suprathermique  $\kappa$  (une tendance vers l'équilibre thermodynamique) donne lieu à une réduction du nombre d'oscillations et le profil de l'onde tend à devenir monotone (cas d'une dissipation anormale dominante). Par conséquent, le caractère suprathermique du plasma agit de telle manière à limiter ou inhiber la dissipation anormale du plasma générée par le processus de charge du grain de poussière. Ce résultat confirme d'ailleurs ceux obtenus précédemment (voir Fig. 50 ainsi que la discussion associée). Dans le cas d'une propagation parallèle ( $\theta = 0^\circ \rightarrow \beta = 0$ ), la figure 52 montre qu'une augmentation de l'indice suprathermique s'accompagne d'une légère diminution de l'amplitude du front de l'onde de choc. Nous avons alors tenté de voir dans quelle mesure le champ magnétique peut-il affecter nos structures non linéaires dissipatives. Pour cela, en maintenant constante la valeur de l'indice spectral à  $\kappa = 1.6$ , l'effet d'obliquité (figure 53)

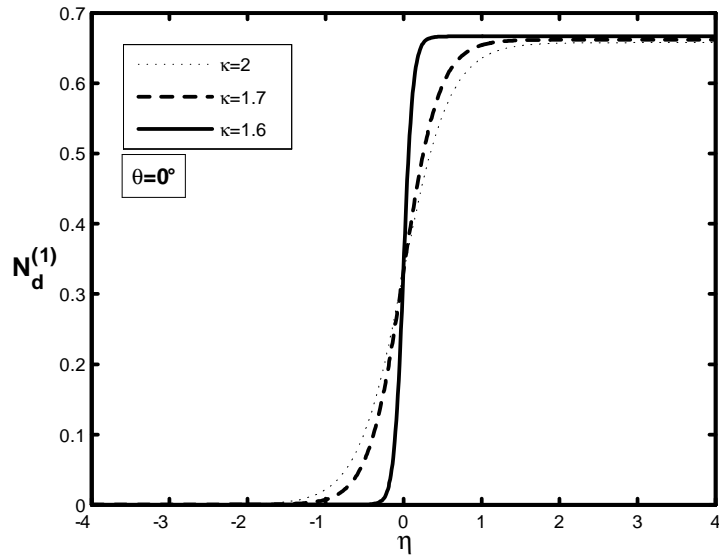
et du module (figure 54) du champ magnétique sur le profil de l'onde de choc a été examiné. Nos résultats révèlent qu'une augmentation de  $\theta$  ou une diminution de  $B_0$  (via  $\omega_{cd}$ ) peut rendre la structure de choc plus dispersive.



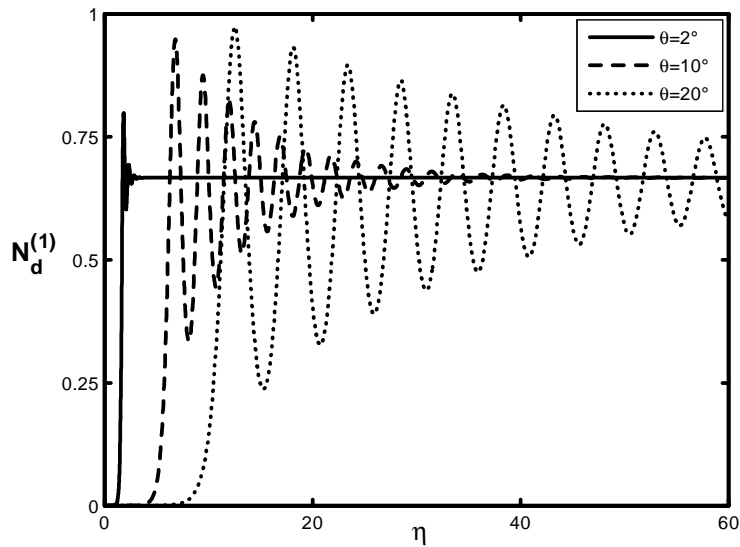
**Figure 50:** Coefficient de Burger (ou de dissipation) en fonction du rapport de densités  $\delta_-$  pour différentes valeurs de l'indice spectral  $\kappa = 1.7, 1.9$  et  $2.2$ .



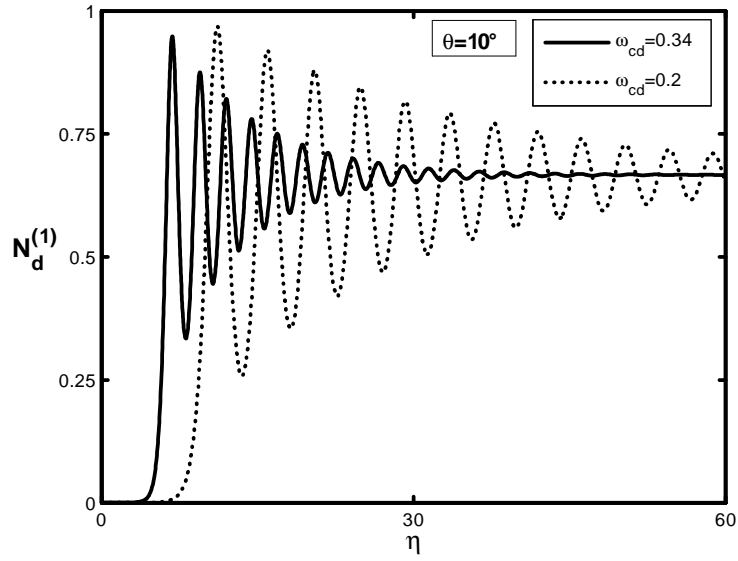
**Figure 51:** Onde de choc non collisionnelle pour différentes valeurs de l'indice supra-thermique  $\kappa = 1.7$  ( $\omega_{ch} = 1.643, V_f = 0.43$ ),  $1.9$  ( $\omega_{ch} = 1.640, V_f = 0.46$ ),  $2.2$  ( $\omega_{ch} = 1.638, V_f = 0.48$ ), avec  $Z = 2.5$ ,  $\sigma_- = 0.8$  et  $\theta = 2^\circ$ .



**Figure 52:** Onde de choc à profil monotone pour différentes valeurs de l'indice spectral  $\kappa = 1.6, 1.7$  et  $2$ , avec  $Z = 2.49$  et  $\sigma_- = 0.8$ .



**Figure 53:** Profil spatial de l'onde de choc oscillatoire pour différentes valeurs de l'angle de propagation  $\theta = 2^\circ, 10^\circ$  et  $20^\circ$ , avec  $Z = 2.5$ ,  $\sigma_- = 0.8$ ,  $\omega_{cd} = 0.34$  et  $\kappa = 1.6$ .



**Figure 54:** Profil spatial de l'onde de choc oscillatoire pour deux valeurs différentes de  $\omega_{cd}$  ( $\sim B_0$ ) = 0.2 et 0.34, avec  $Z = 2.5$ ,  $\sigma_- = 0.8$ ,  $\theta = 10^\circ$  et  $\kappa = 1.6$ .

# 8

## Conclusion

Le travail présenté dans cette thèse a porté essentiellement sur l'étude de certaines oscillations non linéaires et localisées dans un plasma non Maxwellien (à deux composantes ou complexe à charge variable) dans le contexte de la statistique non extensive de Tsallis. Pour cela, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à quelques résultats de la théorie cinétique et adopté des approches analytiques et numériques.

Le premier chapitre a été consacré à quelques notions de base que nous avons jugées nécessaires d'introduire et de définir.

Dans le deuxième chapitre, nous avons étudié l'influence de la non extensivité électronique sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma complexe à charge variable. En faisant appel à la théorie de la sonde électrostatique, les courants de charge ont été calculés de manière self-consistante. Nos résultats ont alors révélé que la fluctuation de la charge rend la structure solitaire très pointue. Dans le cas d'une variation de charge adiabatique, les effets non extensifs affectent de manière significative le profil de l'onde acoustique poussiéreuse à charge variable. La charge du grain de poussière  $Q_d$  adopte le même profil localisé et reste négative. Cette dernière (la charge négative nette portée par la surface du grain de poussière) diminue à mesure que le paramètre  $q$  augmente. Par conséquent, nous pouvons conclure que la surface du grain collecte plus d'ions positifs ou moins d'électrons négatifs, à mesure que  $q$  augmente. Les grains de poussière sont hautement localisés. Cette localisation (accumulation) causée par un équilibre des forces électrostatiques agissant sur les grains, est plus importante pour des valeurs élevées du paramètre  $q$ . Dans le cas  $\omega_{pd}/\nu_{ch} \neq 0$  (variation non adiabatique de la charge), nos résultats ont montré que sous certaines conditions, la variation de la charge du grain induit un amortissement non linéaire de l'onde, qui donne lieu au développement d'une onde de choc acoustique poussiéreuse non collisionnelle. Une

transition de l'onde de choc oscillatoire vers une onde de choc monotone est observée pour une diminution du paramètre  $q$ .

Dans le troisième chapitre, nous avons étudié l'amortissement de l'onde acoustique ionique poussiéreuse dans un plasma complexe non extensif où les grains de poussière exhibent des variations de charge self-consistantes. La méthode des perturbations réductives, utilisée dans le cas des faibles amplitudes, a été exploitée. Nos résultats ont montré l'existence de solitons de compression et de raréfaction. Pour des valeurs du paramètre non extensif  $q > 1$  ( $q < 1$ ), la structure solitaire se rétrécit (s'élargit) à mesure que la non extensivité augmente.

Au cours du quatrième chapitre, nous avons étendu notre étude aux propriétés non linéaires des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses dans un plasma contenant des électrons et des positrons non extensifs. Nous avons constaté l'existence d'ondes solitaires et/ou de double-couches de natures compressive et raréfactive. La concentration des grains de poussière, la concentration des positrons et le rapport des températures jouent un rôle important dans la polarité des pulses solitaires localisés. Nous avons alors constaté qu'à cause de la non extensivité des particules (électrons et positrons), notre modèle de plasma admet des solitons et des double-couches de compression et de raréfaction.

Dans le cinquième chapitre nous avons étudié les ondes acoustiques ioniques non planes (cylindriques et sphériques) dans un plasma contenant des paires (électron-positron) dans le contexte du formalisme non extensif. Nous avons constaté que pour de grandes valeurs de  $\tau$ , le terme additionnel  $(\nu/2\tau)\phi$ , dû aux effets de la géométrie non plane, n'est plus dominant. À mesure que le paramètre non extensif  $q$  augmente, l'amplitude des structures solitaires cylindrique ou sphérique (pour des solitons de Gardner positifs ou négatifs) diminue. Le rapport de températures affecte l'amplitude de l'onde acoustique ionique compressive dans les deux géométries (cylindrique et sphérique). Le profil du potentiel de l'onde acoustique ionique (de compression ou de raréfaction) dans la géométrie sphérique est plus sensible aux effets non extensifs que son analogue dans la géométrie cylindrique.

Dans le sixième chapitre nous avons abordé le problème des ondes scélérates dans un plasma composé d'ions fluides et d'électrons non extensifs. Nous avons, par la suite, étendu cette étude à un plasma magnétisé. Dans la première partie de ce chapitre, l'équation de type Korteweg-de Vries (K-dV) a été établie puis transformée en une équation non linéaire de Schrödinger (NLS). La solution de cette dernière prédit la concentration de l'énergie de l'onde acoustique ionique dans une petite région de l'espace. Nos résultats ont montré que cette solution est une onde scélérate, et que pour  $q < 0$ , l'amplitude de cette onde

augmente fortement avec une augmentation du paramètre non extensif  $q$ , tandis que sa largeur diminue. Cette tendance est inversée dans le cas  $q > 0$ . Les ondes scélérates peuvent s'amortir au voisinage de  $q = 1$ , c'est à dire, quand les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique. Par ailleurs, la largeur des ondes scélérates est plus affectée dans le cas de la non extensivité négative ( $q < 0$ ) que dans le cas de la non extensivité positive ( $0 < q < 1$ ). Par conséquent, les effets non extensifs sont beaucoup plus perceptibles pour les valeurs négatives du paramètre non extensif  $q$ . Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons étudié les ondes acoustiques ioniques scélérates dans un plasma magnétisé composé d'ions fluides et d'électrons non extensifs. L'équation NLS a été établie (avec une méthode différente de celle utilisée dans la première partie). Cette dernière admet des ondes scélérates en guise de solution. Nos résultats ont montré que la non extensivité des électrons affecte de manière significative le profil de ces solutions, et que ces dernières peuvent s'atténuer lorsque les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique (pour  $q > 1$ ). Les régions d'existence de ces ondes scélérates (ou régions d'instabilité des solutions correspondant aux régions où le produit des coefficients non linéaire et dispersif  $PQ$  est positif) ont été identifiées en fonction des différents paramètres du plasma. Nos résultats ont montré que ces régions sont affectées par le paramètre non extensif  $q$ , le rapport des températures  $\sigma$  et l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique.

Au cours du septième et dernier chapitre, nous avons mené une étude sur l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma électronégatif et magnétisé en présence d'électrons suprathermiques. Les paramètres du plasma de la Comète de Halley ont été utilisés. Nos résultats ont alors montré qu'à mesure que les électrons s'écartent de leur équilibre thermodynamique (la valeur de  $\kappa \rightarrow 3/2$ ), les valeurs du coefficient de Burger diminuent et deviennent moins importantes. Par conséquent, la suprathermalité électronique contribue à rendre moins effective la dissipation anormale causée par la fluctuation de la charge électrique des grains de poussière. De plus, une augmentation du paramètre suprathermique  $\kappa$  (une tendance vers l'équilibre thermodynamique) donne lieu à une réduction du nombre d'oscillations de l'onde de choc et son profil tend à devenir monotone (cas de dissipation anormal dominante). Par conséquent, le caractère suprathermique du plasma agit de telle manière à limiter ou inhiber la dissipation anormale du plasma générée par le processus de charge du grain de poussière.

Nous estimons atteints les objectifs qu'on s'est fixés au début de ce travail de recherche. Les perspectives de la présente thèse sont nombreuses. Nous nous proposons à l'avenir de tenir compte du poids du grain de poussière, d'étendre notre étude aux cas d'un plasma

quantique, relativiste et collisionnel et de prendre en compte les autres processus de charge du grain de poussière.

# Bibliographie

- [1] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [2] I. Langmuir, C. G. Found et A. F. Dittmer, *Science* **LX**, 1557, 392 (1924).
- [3] P. Roca Cabarrocas, P. Gay et A. Hadjadj, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 655 (1996).
- [4] A. Dutta, S. P. Lee, Y. Hayafune, S. Hatatani et S. Oda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, 264 (2000).
- [5] A. Dutta, Y. Hayafuna et S. Oda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **39**, L855 (2000).
- [6] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space. Sci.* **38**, 543 (1990).
- [7] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York, 1974), Chap. 8.
- [8] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [9] H. Alfven, *Arkiv. Mat. Astron. Fysik B* **29**, 2 (1943).
- [10] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher et D. Möhlmann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 652 (1994).
- [11] A. Melzer, T. Trottenberg et A. Piel, *Phys. Lett. A* **191**, 301 (1994).
- [12] J. H. Chu et I. Lin, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 4009 (1994).
- [13] E. C. Whipple, T. G. Northrop et D. A. Mendis, *J. Geophys. Res.* **90**, 7405 (1985).
- [14] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [15] N. Akhmediev, A. Ankiewicz et M. Taki, *Phys. Lett. A* **373**, 675 (2009).

- 
- [16] C. Tsallis, *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics* (Springer Science and Business Media, New York, 2009).
- [17] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [18] A. R. Plastino et A. Plastino, *Phys. Lett. A* **174**, 384 (1993).
- [19] V. H. Hamity et D. E. Barraco, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4664 (1996).
- [20] D. F. Torres, *Physica A* **261**, 512 (1998).
- [21] A. Taruya et M. Sakagami, *Physica A* **322**, 285 (2003).
- [22] M. P. Leubner, *Phys. Plasmas* **11**, 1308 (2004).
- [23] R. Silva et J. S. Alcaniz, *Physica A* **341**, 208 (2004).
- [24] R. Silva et J. A. S. Lima, *Phys. Rev. E* **72**, 057101 (2005).
- [25] J. A. S. Lima, R. Silva et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).
- [26] J. Du, *Phys. Lett. A* **329**, 262 (2004).
- [27] Z. Liu et J. Du, *Phys. Plasmas* **16**, 123707 (2009).
- [28] R. Amour, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 287 (2011).
- [29] H. R. Pakzad et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **334**, 45 (2011).
- [30] M. Tribeche et A. Merriche, *Phys. Plasmas* **18**, 034502 (2011).
- [31] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **18**, 062102 (2011).
- [32] M. Benzekka et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 63 (2011).
- [33] H. R. Pakzad, *Astrophys. Space Sci.* **334**, 55 (2011).
- [34] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [35] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [36] M. Tribeche, R. Hamdi et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **7**, 4013 (2000).
- [37] R. K. Varma, P. K. Shukla et V. Krishan, *Phys. Rev. E* **47**, 3612 (1993).

- 
- [38] N. N. Rao et P. K. Shukla, *Planet. Space Sci.* **42**, 221 (1994).
- [39] S. Ghosh, R. Bharuthram, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **11**, 3602 (2004).
- [40] S. Ghosh, *Phys. Plasmas* **12**, 094504 (2005).
- [41] M. Tribeche, L. Ait Gougam, N. Boubakour et T. H. Zerguini, *J. Plasma Phys.* **73**, 403 (2006).
- [42] M. Tribeche et R. Amour, *Phys. Plasmas* **14**, 103707 (2007).
- [43] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
- [44] M. Tribeche, S. Mayout et R. Amour, *Phys. Plasmas* **16**, 043706 (2009).
- [45] M. Tribeche et M. Benzekka, *Phys. Plasmas* **16**, 083702 (2009).
- [46] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [47] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **17**, 063702 (2010).
- [48] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas* **17**, 124502 (2010).
- [49] R. Amour et M. Tribeche, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **16**, 3533 (2011).
- [50] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **331**, 181 (2011).
- [51] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Plasmas* **18**, 022108 (2011).
- [52] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [53] M. Tribeche, L. Ait Gougam et T. H. Zerguini, *Phys. Scr.* **75**, 354 (2007).
- [54] R. Silva, A. R. Plastino et J. A. S. Lima, *Phys. Lett. A* **249**, 401 (1998).
- [55] J. E. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992).
- [56] M. Bacha et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **337**, 253 (2012).
- [57] M. Bacha, M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 056413 (2012).
- [58] S. Ghosh et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **12**, 092306 (2005).
- [59] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).

- 
- [60] S. I. Popel, M. Y. Yu et V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 4313 (1996).
- [61] R. Z. Sagdeev, *Reviews of Plasma Physics*, édité par M. A. Leontovich, Vol. **4** (Consultants Bureau, New York, 1966), p. 23.
- [62] H. Ikezi, *Phys. Fluids* **16**, 1668 (1973).
- [63] M. Q. Tran, *Phys. Scr.* **20**, 317 (1979).
- [64] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [65] C. H. Su et C. S. Gardner, *J. Math. Phys.* **10**, 536 (1969).
- [66] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **5**, 1607 (1998).
- [67] D. A. Mendis et M. Rosenberg, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32**, 419 (1994).
- [68] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30**, 720 (2002).
- [69] Y. Nakamura, H. Bailung et P. K. Shukla, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1602 (1999).
- [70] Q. Z. Luo, N. D'Angelo et R. L. Merlino, *Phys. Plasmas* **6**, 3455 (1999).
- [71] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **7**, 1044 (2000).
- [72] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Plasmas* **9**, 378 (2002).
- [73] M. R. Gupta, S. Sarkar, S. Ghosh, M. Debnath et M. Khan, *Phys. Rev. E* **63**, 046406 (2001).
- [74] S. Ghosh, T. K. Chaudhuri, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *Phys. Rev. E* **65**, 037401 (2002).
- [75] V. I. Karpman, *Nonlinear Waves in Dispersive Media* (Pergamon, New York, 1975).
- [76] M. J. Rees, *The Very Early Universe*, édité par G. Gibbons, S. Hawking et S. Siklas (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983).
- [77] P. K. Shukla, M. Yu et N. Tsintsadze, *Phys. Fluids* **27**, 327 (1984).
- [78] H. Miller et P. Witta, *Active Galactic Nuclei* (Springer, Berlin, 1987), p. 202.
- [79] F. Rizzato, *J. Plasma Phys.* **40**, 289 (1988).

- 
- [80] V. Berezhian, M. El-Ashry et U. Mofiz, Phys. Rev. E **50**, 448 (1994).
- [81] S. Popel, S. Vladimirov et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **2**, 716 (1995).
- [82] Y. Nejoh, Phys. Plasmas **3**, 1447 (1996).
- [83] S. Mahajan, V. Berezhiani et R. Miklaszewski, Phys. Plasmas **5**, 3264 (1998).
- [84] P. K. Shukla, J. Mendonca et R. Bingham, Phys. Scr. T **113**, 133 (2004).
- [85] H. Hasegawa et Y. Ohsawa, J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 1764 (2004).
- [86] W. F. El-Taibany, W. M. Moslem, M. Wadati et P. K. Shukla, Phys. Lett. A **372**, 4067 (2008).
- [87] M. Bacha et M. Tribeche, J. Plasma Phys. **79**, 569 (2013).
- [88] C. M. Surko, M. Leventhal et A. Passner, Phys. Rev. Lett. **62**, 901 (1989).
- [89] R. G. Greaves et C. M. Surko, Phys. Rev. Lett. **75**, 3846 (1995).
- [90] P. Helander et D. J. Ward, Phys. Rev. Lett. **90**, 135004 (2003).
- [91] F. C. Michel, Rev. Mod. Phys. **54**, 1 (1982).
- [92] E. T. Hansen et A. G. Emslie, *The Physics of Solar Flares* (Cambridge University Press, Cambridge, 1988), p. 124.
- [93] P. K. Shukla, A. A. Mamun et L. Stenflo, Phys. Scr. **68**, 295 (2003).
- [94] W. M. Moslem, R. Sabry et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **17**, 032305 (2010).
- [95] P. Chatterjee et U. N. Ghosh, Eur. Phys. J. D **64**, 413 (2011).
- [96] P. Eslami, M. Mottaghizadeh et H. R. Pakzad, Phys. Plasmas **18**, 072305 (2011).
- [97] M. Iqbal et P. K. Shukla, Phys. Lett. A **375**, 2725 (2011).
- [98] A. A. Mamun et P. K. Shukla, Phys. Lett. A **290**, 173 (2001).
- [99] A. A. Mamun et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **9**, 1468 (2002).
- [100] J. K. Xue, Phys. Plasmas **10**, 3430 (2003).
- [101] J. K. Xue et H. Lang, Phys. Plasmas **10**, 339 (2003).

- 
- [102] A. M. Wazwaz, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **12**, 1395 (2007).
- [103] A. M. Wazwaz, *Partial Differential Equations and Solitary Waves Theory* (Higher Education Press, Springer, Berlin, 2009).
- [104] N. C. Lee, *Phys. Plasmas* **16**, 042316 (2009).
- [105] A. M. Wazwaz, *Appl. Math. Comput.* **217**, 2277 (2010).
- [106] V. M. Vassilev, P. A. Djondjorov, M. T. Hadzhilazova et I. M. Mladenov, *AIP Conf. Proc.* **86**, 1404 (2011).
- [107] M. M. Hossain, A. A. Mamun et K. S. Ashrafi, *Phys. Plasmas* **18**, 103704 (2011).
- [108] A. A. Mamun et S. Islam, *J. Geophys. Res.* **116**, A12323 (2011).
- [109] A. Mannan et A. A. Mamun, *Phys. Rev. E* **84**, 026408 (2011).
- [110] P. K. Shukla, N. N. Rao, M. Y. Yu et N. L. Tsintsadze, *Phys. Rep.* **135**, 1 (1986).
- [111] S. Ghosh et R. Bharuthram, *Astrophys. Space Sci.* **314**, 121 (2008).
- [112] H. R. Pakzad, *Phys. Lett. A* **373**, 847 (2009).
- [113] H. R. Pakzad, *Astrophys. Space Sci.* **326**, 77 (2009).
- [114] A. Renyi, *Acta Math. Hung.* **6**, 285 (1955).
- [115] U. N. Ghosh, D. K. Ghosh, P. Chatterjee, M. Bacha et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **343**, 265 (2013).
- [116] E. I. El-Awady et W. M. Moslem, *Phys. Plasmas* **18**, 082306 (2011).
- [117] S. A. El-Tantawy, M. Tribeche et W. M. Moslem, *Phys. Plasmas* **19**, 032104 (2012).
- [118] V. Ruban, Y. Kodama, M. Ruderman et al., *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **185**, 5 (2010).
- [119] C. Kharif, E. Pelinovsky et A. Slunyaev, *Rogue Waves in the Ocean* (Springer, Heidelberg, 2009).
- [120] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath et B. Jalali, *Nature* **450**, 1054 (2007).
- [121] D. I. Yeom et B. J. Eggleton, *Nature* **450**, 953 (2007).

- 
- [122] M. S. Ruderman, Eur. Phys. J. Spec. Top. **185**, 57 (2010).
- [123] M. Bacha, S. Boukhalfa et M. Tribeche, Astrophys. Space Sci. **341**, 591 (2012).
- [124] L. Djebarni, *Investigation numérique du mode acoustique associé à différents modèles de plasma*, Mémoire de Magister, USTHB (2011).
- [125] K. Shimizu et Y. H. Ichikawa, J. Phys. Soc. Jpn. **33**, 789 (1972).
- [126] S. K. El-Labany, J. Plasma Phys. **54**, 295 (1995).
- [127] S. K. El-Labany, N. A. El-Bedwehy et H. N. Abd El-Razek, Phys. Plasmas **14**, 103704 (2007).
- [128] A. Ankwicz, N. Devine et N. Akhmediev, Phys. Lett. A **373**, 3997 (2009).
- [129] G. K. Parks, *Physics of Space Plasmas. An Introduction* (Westview Press, University of California, Berkley, 1984).
- [130] M. Tribeche et M. Bacha, Phys. Plasmas **17**, 073701 (2010).
- [131] W. C. Feldman, J. R. Asbridge, S. J. Bame et M. D. Montgomery, J. Geophys. Res. **78**, 2017 (1973).
- [132] V. Formisano, G. Moreno et F. Palmiotto, J. Geophys. Res. **78**, 3714 (1973).
- [133] J. D. Scudder, E. C. Sittler et H. S. Bridge, J. Geophys. Res. **86**, 8157 (1981).
- [134] E. Marsch, K. H. Muhlhauser, R. Schwenn, H. Rosenbauer, W. Phillip et F. M. Neubauer, J. Geophys. Res. **87**, 52 (1982).
- [135] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, Geophys. **6**, 221 (1999).
- [136] N. Rubab et G. Murtaza, Phys. Scr. **73**, 178 (2006).
- [137] E. Marsch et S. Livi, Phys. Fluids **28**, 1379 (1985).
- [138] D. Summers, S. Xue et R. M. Thorne, Phys. Plasmas **1**, 2012 (1994).
- [139] R. L. Mace et M. A. Hellberg, Phys. Plasmas **2**, 2098 (1995).
- [140] C. Venugopal, J. K. Varughese, S. Antony, C. P. Anilkumar et G. Renuka, Phys. Plasmas **4**, 3455 (1997).

- 
- [141] J. S. Yoon et Y. D. Jung, *Phys. Plasmas* **6**, 1627 (1999).
- [142] A. V. Milovanov et L. M. Zelenyi, *Nonlinear Proces. Geophys.* **7**, 211 (2000).
- [143] H. Gunell et F. Skiff, *Phys. Plasmas* **8**, 3550 (2001).
- [144] M. P. Leubner et N. Schupfer, *Nonlinear Proces. Geophys.* **9**, 75 (2002).
- [145] Y. D. Jung, *Phys. Plasmas* **10**, 1215 (2003).
- [146] S. Zaheer, G. Murtaza et H. A. Shah, *Phys. Plasmas* **11**, 2246 (2004).
- [147] M. N. S. Qureshi, H. A. Shah, G. Murtaza, S. J. Schwartz et F. Mahmood, *Phys. Plasmas* **11**, 3819 (2004).
- [148] R. J. Dumont, C. K. Phillips et D. N. Smithe, *Phys. Plasmas* **12**, 042508 (2005).
- [149] M. A. Sarwar et A. M. Mirza, *Phys. Plasmas* **12**, 062108 (2005).
- [150] A. Mushtaq et H. A. Shah, *Phys. Plasmas* **13**, 012303 (2006).
- [151] M. A. Sarwar, A. M. Mirza et A. A. Malik, *Phys. Plasmas* **13**, 072107 (2006).
- [152] N. Rubab, G. Murtaza et A. Mushtaq, *Phys. Plasmas* **13**, 112104 (2006).
- [153] H. Abassi et H. H. Pajouh, *Phys. Plasmas* **14**, 012307 (2007).
- [154] M. J. Lee, *Phys. Plasmas* **14**, 032112 (2007).
- [155] M. A. Sarwar, A. M. Mirza et M. S. Qaisar, *Phys. Plasmas* **14**, 073702 (2007).
- [156] L. N. Hau et W. Z. Fu, *Phys. Plasmas* **14**, 110702 (2007).
- [157] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702 (2008).
- [158] S. C. Na et Y. D. Jung, *Phys. Plasmas* **15**, 024501 (2008).
- [159] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **15**, 073706 (2008).
- [160] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **16**, 083701 (2009).
- [161] M. Tribeche et N. Boubakour, *Phys. Plasmas* **16**, 084502 (2009).
- [162] N. Boubakour, M. Tribeche et K. Aoutou, *Phys. Scr.* **79**, 065503 (2009).

- [163] M. Tribeche et M. Bacha, *Phys. Plasmas* **19**, 123706 (2012).
- [164] S. Ghosh, S. Sarkar, M. Khan et M. R. Gupta, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **29**, 26 (2001).
- [165] S. K. El-Labany, W. M. Moslem, W. F. El-Taibany et M. Mahmoud, *Phys. Plasmas* **11**, 3303 (2004).
- [166] A. Jeffrey et S. Xu, *Wave Motion* **11**, 559 (1989).
- [167] M. Horanyi et D. A. Mendis, *Astrophys. J.* **294**, 357 (1985).
- [168] M. Horanyi et D. A. Mendis, *Astrophys. J.* **307**, 800 (1986).
- [169] A. Wekhof, *Moon Planets* **24**, 157 (1981).
- [170] I. M. Podgorny, E. M. Dubinin et P. L. Israelevich, *Moon Planets* **27**, 135 (1982).
- [171] G. H. Schwehm et B. Kneissel, *Proceedings of the Joint NASA/ ESA Working Group Meeting* (ESA SP-174, 1981), p. 77.
- [172] N. Divine, H. Fetching, T. I. Gombosi et al., *Space Sci. Rev.* **43**, 1 (1986).
- [173] K. A. Anderson, C. W. Carlson, D. W. Curtis et al., *Proceedings of the 20th ESLAB Symposium on the Exploration of Halley's Comet* (Heidelberg, ESA SP-250, 1986), p. 259.