

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENNE
FACULTÉ DE PHYSIQUE**



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de DOCTEUR EN SCIENCES

EN: PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique

Par : FAIZA HAMMACHE

SUJET

**Etude de l'appariement neutron-proton dans le cas isovectoriel
avec projection dans l'espace nombre d'occupation.
Application au moment d'inertie des noyaux riches en protons.**

Soutenue publiquement, le 22/ 04 / 2017 devant le jury composé de :

M.	M. FELLAH	Professeur	USTHB, Alger.	Président.
Mme.	N.H. ALLAL	Professeur	USTHB, Alger.	Directrice de Thèse.
M.	M. BENTAIBA	Professeur	USD, Blida.	Examinateur.
M.	A. CHOUCHAOUI	Professeur	USTHB, Alger.	Examinateur.
M.	S. HOUAMER	Professeur	UFA, Sétif.	Examinateur.
Mme.	I. AMI	MCA	UMB, Boumerdes.	Examinatrice.

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe « Théorie de la Structure Nucléaire » du Laboratoire de Physique Théorique, l'USTHB.

Je tiens tout d'abord à remercier très sincèrement ma directrice de thèse Madame, N.H. ALLAL, Professeur à l'USTHB, pour sa grande disponibilité, ses précieux conseils et ses encouragements depuis la naissance de cette thèse. Je lui suis également reconnaissante de m'avoir assuré un encadrement rigoureux tout au long de ces années. Qui a su me guider vers les bonnes références, pour son aide précieuse et pour le temps qu'elle m'a consacré, Je lui dis merci.

Je tiens également à remercier Monsieur, M. FELLAH, Professeur à l'USTHB, Responsable de l'Equipe Théorie de la Structure Nucléaire de Physique Théorique à l'USTHB, tout d'abord pour l'honneur qu'il me fait de présider ce jury, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe et d'avoir mis à ma disposition tous les moyens matériels. Je tiens aussi à le remercier pour ses conseils aussi bien sur le plan scientifique que sur le plan pédagogique.

Que Messieurs M. BENTAIBA, Professeur à l'Université Saad Dahlab, Blida et S. HOUAMER, Professeur à l'Université Ferhat Abbas, Sétif, veuillent bien trouver ici l'expression de ma respectueuse reconnaissance pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'avoir bien voulu accepter d'être membres du jury en ma soutenance.

Je remercie profondément Monsieur M. CHOUCHAOUI, Professeur à l'USTHB, d'avoir accepté d'être membre du jury.

Je remercie également Madame I. AMI, Maître de Conférence à l'Université M'hamed Bougara, Boumerdes, d'avoir accepté d'être membre du jury.

Aussi mes remerciements s'adressent à Monsieur, M.R. OUDIH, Professeur à l'USTHB pour son aide.

Je remercie également l'ensemble de l'équipe du Laboratoire de Physique Théorique collègues, amis(e) et copines pour leur accompagnement constant tout au long de ces années.

Je remercie les Professeurs M. FELLAH et N.H. ALLAL pour m'avoir communiqué certains des codes de calcul FORTRAN utilisés dans le cadre de cette thèse. Il s'agit notamment des codes concernant le champ moyen de Woods-Saxon et le traitement de l'appariement isovectoriel avec et sans projection dans l'espace nombre d'occupation.

Table des matières

Introduction	1
1 Traitement de l'appariement isovectoriel dans le cadre de la théorie BCS généralisée	5
1.1 Introduction	5
1.2 Hamiltonien du système	6
1.3 Diagonalisation de l'hamiltonien	7
1.3.1 Théorème de Wick	7
1.3.2 Diagonalisation de la matrice d'excitation	9
1.4 Représentation quasiparticules	11
1.4.1 Transformation de Bogoliubov–Valatin	11
1.5 Equations du gap	13
1.6 Etats BCS	13
1.6.1 Etat fondamental	13
1.6.2 Etat à une quasiparticule	15
1.6.3 Etat à deux quasiparticules	15
1.6.4 Etat à quatre quasiparticules dont deux appariées	17
1.7 L'hamiltonien en représentation quasiparticules	17
1.7.1 Approximation des quasiparticules indépendantes de première sorte	17
1.7.2 Ecriture générale de l'hamiltonien et approximation des quasiparticules indépendantes de seconde sorte	18
1.8 Energie	22
1.9 Variance du nombre de particules	23

1.9.1	Calcul en représentation particule	23
1.9.2	Calcul en représentation quasiparticule	24
1.10	Limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$	27
1.10.1	Equations du gap	28
1.10.2	Fonctions d'onde	29
1.10.3	Variance du nombre de particules	31
1.10.4	Energies	32
2	Projection en représentation particule	34
2.1	Introduction	34
2.2	Fonctions d'onde	34
2.2.1	Etat fondamental	34
2.2.2	Etat à deux quasiparticules non appariées:	36
2.3	Variance du nombre de particules	38
2.4	Energie	39
2.5	Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$	40
2.5.1	Fonctions d'onde	40
2.5.2	Energie	43
2.6	Extraction de la partie réelle	43
2.6.1	Constantes de normalisation	43
2.6.2	Valeurs moyennes de N et N^2	45
3	Projection en représentation quasiparticule	48
3.1	Introduction	48
3.2	Fonctions d'onde	48
3.2.1	Etat fondamental	48
3.2.2	Etat à deux quasiparticules non appariées $ \nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle_{mm'}$ ($\nu \neq \mu$)	50
3.3	Calcul des valeurs moyennes des différentes obser- vables en représentation quasi- particule, après projection	53
3.3.1	Calcul de $\langle \psi_{mm'} e^{hN} \psi_{mm'} \rangle$	53
3.3.2	Condition de normalisation	55
3.3.3	Valeur moyenne de N	56

3.3.4	Valeur moyenne de N^2	57
3.4	Energie	59
3.4.1	Etat fondamental	59
3.4.2	Etat à deux quasiparticules non appariées	60
3.5	Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$	62
3.5.1	Fonctions d'onde	62
3.5.2	Valeurs moyennes de N et N^2	64
3.5.3	Energie	64
3.6	Extraction des parties réelles	65
4	Moment d'inertie	69
4.1	Introduction	69
4.2	Formule du cranking d'Inglis	70
4.3	Moment d'inertie avant projection	72
4.4	Moment d'inertie après projection	75
4.5	Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$	77
4.5.1	Moment d'inertie avant projection	77
4.5.2	Moment d'inertie après projection	77
5	Résultats numériques et discussion	79
5.1	Modèles utilisés	79
5.1.1	Modèle à un niveau	79
5.1.2	Modèle de Richardson	80
5.1.3	Modèle de Woods-Saxon	81
5.2	Etude de la méthode de projection dans le cas où la fonction d'onde est exprimée en représentation quasiparticule:	82
5.2.1	Modèle à un niveau	82
5.2.2	Cas réalistes	86
5.3	Moment d'inertie	87
5.3.1	Modèle de Richardson	87
5.3.2	Cas réalistes	97

Conclusion	105
Bibliographie	108

Introduction

Au cours des deux dernières décennies, l'étude des corrélations d'appariement a été un défi important en théorie de la structure nucléaire [1],[2]. Ces dernières permettent, entre autres, de déterminer l'énergie de liaison [3], le spectre d'excitation de quasiparticules [4], les probabilités de transition bêta [5], l'énergie de séparation d'un ou deux nucléons [6]-[8], la densité de niveaux, l'effet pair-impair, le moment d'inertie [9]-[13] et les propriétés thermiques des noyaux chauds [10], [14]-[16].

Les méthodes les plus couramment utilisées pour l'étude des corrélations d'appariement sont la théorie de Bardeen-Cooper et Schrieffer (BCS) [10] ,[17] ou l'approximation Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) [18]. Bohr, Mottelson et Pines [19], ainsi que Belyaev [9] ont été les premiers à introduire la théorie BCS de la supraconductivité (destinée initialement à la description de la matière condensée) pour la description du phénomène de l'appariement dans les noyaux. Cette méthode demeure la plus utilisée pour étudier ce phénomène dans le noyau, en raison de sa simplicité sur le plan mathématique [20],[21]. Ceci est vrai que ce soit pour décrire l'appariement entre particules identiques ou pour décrire l'appariement neutron-proton (np) [22]-[29].

Durant une longue période, l'étude de l'appariement dans le noyau atomique a été restreinte à l'appariement entre particules identiques. En effet, dans les noyaux ordinaires, les niveaux de Fermi des systèmes neutron et proton sont nettement séparés et l'appariement np est de ce fait négligeable. C'est seulement avec l'avènement des faisceaux d'ions radioactifs que l'appariement np a connu un regain d'intérêt (voir les références [30] et [31] pour des revues). Il est alors devenu possible d'étudier expérimentalement des noyaux le long de la ligne $N = Z$. Dans ce type de noyaux, les neutrons et les protons au voisinage du niveau de Fermi occupent des orbitales voisines et l'appariement np n'est plus négligeable. Notons que l'appariement np peut exister sous deux formes : isoscalaire ($T=0$) tenant compte seulement de l'appariement np et isovectorelle ($T=1$) qui tient compte également de l'appariement proton-proton et neutron-neutron [2], [32]-[34].

Cependant, il est bien connu que cette théorie présente un défaut majeur consistant en la non-conservation du nombre de particules dans les états BCS [10],[35]. Ceci peut induire des erreurs considérables dans l'évaluation de certaines observables physiques telles que l'énergie du système [36], les transitions électriques [37] et bêta [5], [38]-[39], le tenseur de masse [40], le moment d'inertie [41]-[44], les rayons des systèmes neutron et proton [45]-[46], le moment quadrupolaire électrique [47],[48], l'énergie de séparation de deux neutrons [3],[49] ou les facteurs spectroscopiques [50] etc... Pour palier le défaut de la théorie BCS, plusieurs méthodes ont été proposées. La plupart d'entre elles sont des méthodes de projection dans l'espace nombre d'occupation. Citons entre autres, les méthodes de Kerman [51], Dietrich et al. [52], Lipkin-Nogami (LN) [53]-[58], Kyotoku et al.[59], Capote et Gonzalez [60], Pillet et al. [61] ou de Jia [62],[63], dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Signalons que certaines de ces méthodes, comme la méthode LN, sont approximatives pour éviter la complexité des calculs exacts. Dans le cas de l'appariement np, différentes méthodes ont également été proposées. La méthode LN a été généralisée [64]-[66], de même que des approches de type Projected BCS (PBCS) [67], dans laquelle la projection est effectuée après variation, et Fixed BCS (FBCS) [68], dans laquelle la projection est effectuée avant variation. La projection sur le bon nombre de particules peut aussi être combinée à une projection sur l'isospin [69].

Une approche différente, approximative, est l'approximation de la phase aléatoire (RPA) [70] et ses différentes variantes [71]-[73].

Dans le présent travail, nous nous intéressons à la méthode Sharp-BCS (SBCS) [74] de projection dans l'espace nombre d'occupation. Elle a été proposée à l'origine dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Elle a ensuite été étendue au cas de l'appariement np de type isovectoriel il y a une dizaine d'années [75], puis appliquée à l'étude de différentes observables [36], [38]-[39], [46], [48], [76].

Par ailleurs, le moment d'inertie nucléaire est une grandeur physique très importante pour la description du mouvement de rotation des noyaux. Il est très sensible aux corrélations d'appariement et à la déformation [77]-[80]. De plus, cette observable donne des informations sur la structure interne du noyau. La description théorique du moment d'inertie nucléaire est basée sur plusieurs modèles citons entre autres le modèle du flux rotationnel [78], le modèle du flux irrotationnel [78] et le modèle du cranking d'Inglis [78],[82]-[83].

De nombreuses descriptions théoriques de la rotation nucléaire sont basées sur le modèle du cranking [82]-[83]. Les premiers calculs microscopiques du moment d'inertie ont été faits

par Inglis [82]-[83], en négligeant les interactions résiduelles. Dans ce modèle, les nucléons ne suivent pas de manière rigide le mouvement de rotation global du noyau. Ils sont supposés se déplacer indépendamment les uns des autres dans un champ moyen. Les vitesses collectives sont supposées petites par rapport aux vitesses intrinsèques des nucléons: on admet que le processus est adiabatique. Cependant, les valeurs théoriques calculées dans le cadre de ce modèle sont identiques à celles obtenues en considérant le noyau comme un corps rigide qui sont éloignées des valeurs expérimentales [84]. L'introduction des corrélations d'appariement dans le calcul du moment d'inertie par Belyaev [9] à travers l'approche BCS réduit l'écart entre valeurs théoriques et expérimentales du moment d'inertie à 10 - 40% [85]-[88] . Cette approche a souvent été utilisée que ce soit à température nulle ou à température finie [89]-[93]. Cependant, les valeurs obtenues ne reproduisent toujours pas correctement celles de l'expérience. Ceci est dû au fait que la théorie BCS est seulement une approximation. Depuis lors, des améliorations ont été proposées par Migdal [94] qui a inclu l'interaction entre quasiparticules. Une autre méthode possible est celle proposée par Thouless et Valatin [95], dans le cadre de la méthode d'Hartree-Fock dépendante du temps (TDHF). Cette méthode permet d'aller au-delà de l'approximation des quasiparticules indépendantes. Néanmoins, le nombre élevé des éléments de matrice à calculer a fait que l'utilisation de la méthode est difficile dans les cas réalistes. Ceci a été longtemps un obstacle pour son utilisation. Par ailleurs, Allal et al. [41, 97] ont étudié les effets de la non-conservation du nombre de particules en calculant le moment d'inertie au moyen de la méthode de projection SBCS pour les noyaux déformés de la région des actinides et des terres rares à température nulle ou à température finie [98]. A température finie, Alhassid et al. [99] ont utilisé le formalisme de l'approximation du chemin statique (SPA) combinée avec une projection sur le nombre de parité. De la même façon, Kaneko et Schiller [100] ont utilisé le formalisme de l'approximation du chemin statique (SPA) plus l'approximation de la phase aléatoire (RPA) pour calculer le moment d'inertie à température finie. Pour leur part, Afanasjev et al. [101] ont effectué une approximation de la méthode de projection sur le nombre de particules par le moyen de la méthode de Lipkin -Nogami dans le cadre de l'approche HFB relativiste et non relativiste [101]. Notons que le moment d'inertie peut également être calculé avec des approches complètement différentes comme le modèle du boson en interaction (IBM), qui a été utilisé par Schaaser et Brink [102], Mishra et Mantri [103] et Alonso et al. [104]. Pour leur part, Hasegawa et Tazaki [105] ont calculé le moment d'inertie en diagonalisant de façon exacte l'hamiltonien de

cranking dans le cas du modèle de Richardson pour le noyau ^{160}Dy . Cependant, les études citées précédemment tiennent compte uniquement de l'appariement entre particules identiques.

Or, comme nous l'avons souligné précédemment, les corrélations d'appariement np doivent nécessairement être prises en considération dans les noyaux tels que $N \simeq Z$. Récemment, Mokhtari et al. [106] ont utilisé la théorie BCS généralisée dans le cas de l'appariement isovectoriel à température nulle pour étudier le moment d'inertie des noyaux tels que $N = Z$ dans la région des terres rares. De leur part, Calik et al. [107] ont utilisé la même théorie (BCS) pour calculer le moment d'inertie pour les noyaux lourds pair-pairs déformés de la région des terres rares dans le cas de l'appariement np. Gerçeklioglu et al. [77] ont calculé le moment d'inertie par la méthode du cranking en incluant les effets d'appariement np par l'approche BCS pour les noyaux actinides pair-pairs. De leur côté, Ami et al. ont réalisé une étude à température finie [108, 109, 110] en utilisant des équations du gap établies au moyen du formalisme des intégrales de chemin de Feymann. Cependant, dans les travaux que nous venons de citer, les fluctuations du nombre de particules qui sont inhérentes à l'approche BCS ne sont pas prises en compte, bien que leur importance ait été soulignée dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

Le présent travail porte sur l'étude des effets de l'appariement isovectoriel et de la projection dans l'espace nombre d'occupation sur le moment d'inertie. Dans ce but, le travail est organisé de la manière suivante: le premier chapitre est consacré au rappel du traitement de l'appariement np de type isovectoriel, dans le cadre de l'approximation BCS pour des systèmes pair-pairs. Dans le second chapitre, la méthode Sharp-BCS (SBCS) est rappelée dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Elle est ensuite généralisée au cas de l'appariement isovectoriel en se basant sur la représentation particule. Dans le troisième chapitre, le formalisme de la méthode SBCS est reformulé en représentation quasiparticule. Dans le quatrième chapitre, une nouvelle expression du moment d'inertie, tenant compte des corrélations d'appariement de type isovectoriel et conservant le nombre de particules est établie. Les résultats numériques sont présentés et discutés au chapitre cinq. Ils concernent aussi bien le modèle schématique à un niveau que le modèle schématique de Richardson, ainsi que des cas réalistes traités dans le cadre du modèle de Woods-Saxon pour des noyaux déformés riches en protons tels que $N \simeq Z$ et $N - Z = 0, 2, 4$.

Les principaux résultats sont résumés dans la conclusion générale.

Chapitre 1

Traitement de l'appariement isovectoriel dans le cadre de la théorie BCS généralisée

1.1 Introduction

Le traitement de l'appariement isovectoriel dans le cadre de la théorie BCS généralisée a fait l'objet de nombreux travaux (voir par exemple les Refs [1, 22, 24, 25, 28, 32, 33]). Le but du présent chapitre est de rappeler ce traitement en précisant les différentes notations.

Dans une première partie, la méthode de diagonalisation de l'hamiltonien, à l'aide du théorème de Wick, est rappelée. Il en est de même pour les expressions des différents états BCS et des valeurs moyennes des différentes observables calculées en utilisant la représentation particule.

Une méthode permettant un calcul rapide des valeurs moyennes de l'opérateur nombre de particules et de son carré est ensuite présentée [111].

Dans une dernière partie, il est montré que les expressions obtenues dans le cas de l'appariement isovectoriel généralisent bien celles établies dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

1.2 Hamiltonien du système

Soit un système de nombre de masse A , constitué de N neutrons et Z protons. Dans le formalisme de l'isospin et de la seconde quantification, l'hamiltonien du système s'écrit sous sa forme la plus générale [28, 32, 33] :

$$\begin{aligned}
H = & \sum_{\nu>0,t} \varepsilon_{\nu t} (a_{\nu t}^+ a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'}^{T=1} \sum_{\nu,\mu>0} (a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} + a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'}) \\
& - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'}^{T=0} \sum_{\nu,\mu>0} (a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} - a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'})
\end{aligned} \tag{1.2.1}$$

où :

t est l'indice correspondant à la composante de l'isospin ($t = p, n$) et $a_{\nu t}^+$ et $a_{\nu t}$ représentent respectivement les opérateurs de création et d'annihilation de la particule dans l'état $|\nu t\rangle$ d'énergie $\varepsilon_{\nu t}$. $a_{\tilde{\nu} t}^+$ et $a_{\tilde{\nu} t}$ représentent respectivement les opérateurs de création et d'annihilation de l'état $|\tilde{\nu} t\rangle$, renversé par rapport au sens du temps de l'état $|\nu t\rangle$.

$G_{tt'}^{T=1}$ et $G_{tt'}^{T=0}$ sont des constantes caractérisant l'intensité de la force d'appariement dans les cas isovectoriel et isoscalaire respectivement.

Dans ce qui suit, nous nous restreindrons au cas isovectoriel et nous noterons $G_{tt'}^{T=1} = G_{tt'}$ où $G_{tt'}^{T=0} = 0$. De plus, nous supposons que $G_{np} = G_{pn}$. L'hamiltonien du système s'écrit alors:

$$H = \sum_{\nu>0,t} \varepsilon_{\nu t} (a_{\nu t}^+ a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t}) - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu,\mu>0} (a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} + a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'}) \tag{1.2.2}$$

La diagonalisation exacte de cet hamiltonien n'est possible que dans le cadre de modèles schématiques [112, 113], c'est pourquoi on se contente, notamment dans les cas réalistes, d'un traitement approximatif. On introduit alors l'hamiltonien auxiliaire:

$$H' = H - \sum_{t=n,p} \lambda_t N_t \tag{1.2.3}$$

où λ_p et λ_n sont des paramètres de Lagrange qui correspondent aux potentiels chimiques et N_p, N_n représentent respectivement les opérateurs nombre de protons et nombre de neutrons donnés par:

$$N_t = \sum_{\nu>0} (a_{\nu t}^+ a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t}) \quad , \quad t = n, p \tag{1.2.4}$$

de manière à imposer la conservation en moyenne du nombre de protons et du nombre de neutrons.

Compte tenu de (1.2.2) et (1.2.4), H' s'écrit:

$$H' = \sum_{\nu>0,t} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} (a_{\nu t}^+ a_{\nu t} + a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t}) - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu,\mu>0} (a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} + a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'}) \quad (1.2.5)$$

où l'on a posé:

$$\tilde{\varepsilon}_{\nu t} = \varepsilon_{\nu t} - \lambda_t$$

1.3 Diagonalisation de l'hamiltonien

1.3.1 Théorème de Wick

En appliquant le théorème de Wick, l'hamiltonien H' s'écrit [81] :

$$\begin{aligned} H' = & \sum_{\nu>0,t} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} [a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t} + :a_{\nu t}^+ a_{\nu t}: + :a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t}:] \\ & - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu,\mu>0} \left\{ \begin{aligned} & a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'}^{\square} a_{\mu t} - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t'} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t} a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} \\ & + a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ :a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t}: + :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ : a_{\tilde{\mu} t'}^{\square} a_{\mu t} - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t'} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\mu t} : \\ & - :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\mu} t'} : a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} : + :a_{\nu t}^+ a_{\mu t} : a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t'} \\ & + a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'}^{\square} a_{\mu t'} - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t'} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t'} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} \\ & + a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ :a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'} : + :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ : a_{\tilde{\mu} t}^{\square} a_{\mu t'} - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\mu t'} : \\ & - :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\mu} t} : a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t'} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t'} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} : + :a_{\nu t}^+ a_{\mu t'} : a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} \\ & + :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} : + :a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'} : \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

Dans ce qui suit, nous négligerons les produits normaux : $a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t}$: et : $a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'}$:, ce qui consiste en fait à linéariser l'hamiltonien.

Sachant que les différentes contractions sont telles que :

$$\begin{aligned} a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t'} &= a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t'} \delta_{\nu\mu} \delta_{tt'} \\ a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} &= a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t} \delta_{\nu\mu} \delta_{tt'} \end{aligned}$$

il vient:

$$\begin{aligned}
 H' &= E_0 + \sum_{\nu>0,t} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} (: a_{\nu t}^+ a_{\nu t} : + : a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t} :) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu>0} [a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ : a_{\tilde{\nu} t'} a_{\nu t} : + a_{\tilde{\nu} t'}^{\square} a_{\nu t} : a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ \\
 &\quad + a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ : a_{\tilde{\nu} t} a_{\nu t'} : + a_{\tilde{\nu} t}^{\square} a_{\nu t'} : a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ :] \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu>0} [a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\nu} t'} : + a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'} : a_{\nu t}^+ a_{\nu t} : \\
 &\quad + a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t'} \delta_{tt'} : a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\nu} t} : + a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t} \delta_{tt'} : a_{\nu t}^+ a_{\nu t'} :]
 \end{aligned} \tag{1.3.2}$$

où E_0 est le terme contenant les termes entièrement contractés que l'on déterminera par la suite, soit:

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \sum_{\nu>0,t} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} \{ a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t} + a_{\tilde{\nu} t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t} \} - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu,\mu>0} \{ \\
 &\quad a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'}^{\square} a_{\mu t} \\
 &\quad - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t'} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t'} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\mu} t}^{\square} a_{\mu t'} \\
 &\quad - a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\mu t'} + a_{\nu t}^{+\square} a_{\mu t'} a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\mu} t} \}
 \end{aligned} \tag{1.3.3}$$

Posons:

$$\Delta_{tt'} = G_{tt'} \sum_{\nu>0} a_{\nu t}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t'}^+ = G_{tt'} \sum_{\nu>0} a_{\tilde{\nu} t'}^{\square} a_{\nu t} \tag{1.3.4}$$

et

$$h_{\nu}^{tt} = a_{\nu t}^{+\square} a_{\nu t} \tag{1.3.5}$$

$$h_{\tilde{\nu}}^{t't} = a_{\tilde{\nu} t'}^{+\square} a_{\tilde{\nu} t} \tag{1.3.6}$$

Du fait que nous avons supposé que $G_{np} = G_{pn}$, il vient :

$$\Delta_{np} = \Delta_{pn}$$

Il vient alors pour H' :

$$\begin{aligned}
 H' &= E_0 + \sum_{\nu>0,t} \tilde{\varepsilon}_{\nu t} (: a_{\nu t}^+ a_{\nu t} : + : a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t} :) \\
 &\quad - \sum_{tt'} \Delta_{tt'} \sum_{\nu>0} [: a_{\tilde{\nu} t'} a_{\nu t} : + : a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ :] \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t'} G_{tt'} \sum_{\nu>0} \left[(1 + \delta_{tt'}) h_{\nu}^{t't'} (: a_{\tilde{\nu} t'}^+ a_{\tilde{\nu} t'} : + : a_{\nu t}^+ a_{\nu t} :) \right]
 \end{aligned} \tag{1.3.7}$$

On a donc finalement:

$$H' = E_0 + \sum_{\nu > 0, t} \xi_{\nu t} (: a_{\nu t}^+ a_{\nu t} : + : a_{\tilde{\nu} t}^+ a_{\tilde{\nu} t} :) - \sum_{\nu > 0, tt'} \Delta_{tt'} (: a_{\tilde{\nu} t'} a_{\nu t} : + : a_{\nu t}^+ a_{\tilde{\nu} t'}^+ :) \quad (1.3.8)$$

où l'on a posé:

$$\xi_{\nu t} = \tilde{\varepsilon}_{\nu t} - \frac{1}{2} \sum_{t'} G_{tt'} (1 + \delta_{tt'}) h_{\nu}^{tt'} \quad (1.3.9)$$

Soit, en explicitant la nature des nucléons ($t, t' = n, p$) :

$$\begin{aligned} H' = E_0 + \sum_{\nu > 0} \Big\{ & \xi_{\nu p} (: a_{\nu p}^+ a_{\nu p} : + : a_{\tilde{\nu} p}^+ a_{\tilde{\nu} p} :) + \xi_{\nu n} (: a_{\nu n}^+ a_{\nu n} : + : a_{\tilde{\nu} n}^+ a_{\tilde{\nu} n} :) \\ & - \Delta_{nn} (: a_{\tilde{\nu} n} a_{\nu n} : + : a_{\nu n}^+ a_{\tilde{\nu} n}^+ :) - \Delta_{pp} (: a_{\tilde{\nu} p} a_{\nu p} : + : a_{\nu p}^+ a_{\tilde{\nu} p}^+ :) \\ & - \Delta_{np} (: a_{\tilde{\nu} p} a_{\nu n} : + : a_{\nu n}^+ a_{\tilde{\nu} p}^+ :) - \Delta_{np} (: a_{\tilde{\nu} n} a_{\nu p} : + : a_{\nu p}^+ a_{\tilde{\nu} n}^+ :) \Big\} \end{aligned} \quad (1.3.10)$$

H' peut s'écrire sous forme matricielle:

$$H' = E_0 + \sum_{\nu > 0} \left\{ (a_{\nu p}^+, a_{\nu n}^+, a_{\tilde{\nu} p}, a_{\tilde{\nu} n}) A_{\nu} \begin{pmatrix} a_{\nu p} \\ a_{\nu n} \\ a_{\tilde{\nu} p}^+ \\ a_{\tilde{\nu} n}^+ \end{pmatrix} + \xi_{\nu p} + \xi_{\nu n} \right\} \quad (1.3.11)$$

où A_{ν} est la matrice d'excitation définie par:

$$A_{\nu} = \begin{pmatrix} \xi_{\nu p} & 0 & -\Delta_{pp} & -\Delta_{np} \\ 0 & \xi_{\nu n} & -\Delta_{np} & -\Delta_{nn} \\ -\Delta_{pp} & -\Delta_{np} & -\xi_{\nu p} & 0 \\ -\Delta_{np} & -\Delta_{nn} & 0 & -\xi_{\nu n} \end{pmatrix} \quad (1.3.12)$$

1.3.2 Diagonalisation de la matrice d'excitation

Les valeurs propres de A_{ν} sont solutions de l'équation bicarrée:

$$\lambda^4 - \lambda^2 (E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 + 2\Delta_{np}^2) + E_{\nu n}^2 E_{\nu p}^2 + \Delta_{np}^4 + 2\Delta_{np}^2 (\xi_{\nu p} \xi_{\nu n} - \Delta_{nn} \Delta_{pp}) = 0 \quad (1.3.13)$$

où nous avons posé:

$$E_{\nu t} = \sqrt{\xi_{\nu t}^2 + \Delta_{tt}^2} \quad t = n, p$$

Les valeurs propres de A_ν sont alors $(\pm E_{\nu\tau})$, $\tau = 1, 2$ avec:

$$E_{\nu\tau}^2 = \frac{1}{2} [(E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 + 2\Delta_{np}^2) + (-1)^{\tau+1} \sqrt{(E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2)^2 + 4\Delta_{np}^2 [E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 - 2(\xi_{\nu p}\xi_{\nu n} - \Delta_{nn}\Delta_{pp})]}] \quad (1.3.14)$$

Les vecteurs propres de la matrice A_ν correspondant aux valeurs propres $E_{\nu 1}$ et $E_{\nu 2}$ sont:

$$X_{\nu 1} = \begin{pmatrix} u_{\nu 1p} \\ u_{\nu 1n} \\ v_{\nu 1p} \\ v_{\nu 1n} \end{pmatrix}, \quad X_{\nu 2} = \begin{pmatrix} u_{\nu 2p} \\ u_{\nu 2n} \\ v_{\nu 2p} \\ v_{\nu 2n} \end{pmatrix}$$

En imposant à la transformation d'être canonique, il vient :

$$u_{\nu 1p}^2 + u_{\nu 1n}^2 + v_{\nu 1p}^2 + v_{\nu 1n}^2 = u_{\nu 2p}^2 + u_{\nu 2n}^2 + v_{\nu 2p}^2 + v_{\nu 2n}^2 = 1$$

La relation d'orthogonalité nous permet d'écrire également :

$$u_{\nu 1p}u_{\nu 2p} + u_{\nu 1n}u_{\nu 2n} + v_{\nu 1p}v_{\nu 2p} + v_{\nu 1n}v_{\nu 2n} = 0$$

Les composantes du vecteur $X_{\nu 1}$ sont données par :

$$u_{\nu 1p} = \frac{T_{\nu 1}}{T_\nu}, \quad u_{\nu 1n} = -\frac{T_{\nu 2}}{T_\nu}, \quad v_{\nu 1p} = \frac{T_{\nu 3}}{T_\nu} \quad \text{et} \quad v_{\nu 1n} = -\frac{T_{\nu 4}}{T_\nu} \quad (1.3.15)$$

avec:

$$T_\nu = \sqrt{T_{\nu 1}^2 + T_{\nu 2}^2 + T_{\nu 3}^2 + T_{\nu 4}^2}$$

et

$$\begin{aligned} T_{\nu 1} &= (\xi_{\nu p} + E_{\nu 1})(\xi_{\nu n}^2 - E_{\nu 1}^2) + \Delta_{np}^2(\xi_{\nu n} + E_{\nu 1}) + \Delta_{nn}^2(\xi_{\nu p} + E_{\nu 1}) \\ T_{\nu 2} &= \Delta_{np} [\Delta_{pp}(\xi_{\nu n} + E_{\nu 1})] + \Delta_{nn} [\Delta_{np}(\xi_{\nu p} + E_{\nu 1})] \\ T_{\nu 3} &= -(\xi_{\nu n} - E_{\nu 1}) [\Delta_{pp}(\xi_{\nu n} + E_{\nu 1})] - \Delta_{nn} [\Delta_{pp}\Delta_{nn} - \Delta_{np}^2] \\ T_{\nu 4} &= (\xi_{\nu n} - E_{\nu 1}) [\Delta_{np}(\xi_{\nu p} + E_{\nu 1})] - \Delta_{np} (\Delta_{pp}\Delta_{nn} - \Delta_{np}^2) \end{aligned} \quad (1.3.16)$$

Les composantes du second vecteur propre s'obtiennent en remplaçant $E_{\nu 1}$ par $E_{\nu 2}$ dans (1.3.16), soit :

$$u_{\nu 2p} = \frac{T'_{\nu 1}}{T'_\nu}, \quad u_{\nu 2n} = -\frac{T'_{\nu 2}}{T'_\nu}, \quad v_{\nu 2p} = \frac{T'_{\nu 3}}{T'_\nu} \quad \text{et} \quad v_{\nu 2n} = -\frac{T'_{\nu 4}}{T'_\nu} \quad (1.3.17)$$

avec:

$$T'_\nu = \sqrt{T'^2_{\nu 1} + T'^2_{\nu 2} + T'^2_{\nu 3} + T'^2_{\nu 4}}$$

et

$$\begin{aligned} T'_{\nu 1} &= (\xi_{\nu p} + E_{\nu 2})(\xi_{\nu n}^2 - E_{\nu 2}^2) + \Delta_{np}^2(\xi_{\nu n} + E_{\nu 2}) + \Delta_{nn}^2(\xi_{\nu p} + E_{\nu 2}) \\ T'_{\nu 2} &= \Delta_{np} [\Delta_{pp}(\xi_{\nu n} + E_{\nu 2})] + \Delta_{nn} [\Delta_{np}(\xi_{\nu p} + E_{\nu 2})] \\ T'_{\nu 3} &= -(\xi_{\nu n} - E_{\nu 2}) [\Delta_{pp}(\xi_{\nu n} + E_{\nu 2})] - \Delta_{nn} [\Delta_{pp}\Delta_{nn} - \Delta_{np}^2] \\ T'_{\nu 4} &= (\xi_{\nu n} - E_{\nu 2}) [\Delta_{np}(\xi_{\nu p} + E_{\nu 2})] - \Delta_{np} (\Delta_{pp}\Delta_{nn} - \Delta_{np}^2) \end{aligned} \quad (1.3.18)$$

1.4 Représentation quasiparticules

1.4.1 Transformation de Bogoliubov–Valatin

La transformation T qui diagonalise l'hamiltonien H' s'écrit :

$$T = \begin{pmatrix} u_{\nu 1p} & u_{\nu 1n} & v_{\nu 1p} & v_{\nu 1n} \\ u_{\nu 2p} & u_{\nu 2n} & v_{\nu 2p} & v_{\nu 2n} \\ -v_{\nu 1p} & -v_{\nu 1n} & u_{\nu 1p} & u_{\nu 1n} \\ -v_{\nu 2p} & -v_{\nu 2n} & u_{\nu 2p} & u_{\nu 2n} \end{pmatrix} \quad (1.4.1)$$

En effet:

$$H' = E_0 + \sum_{\nu > 0} (a_{\nu p}^+, a_{\nu n}^+, a_{\tilde{\nu} p}, a_{\tilde{\nu} n}) T^{-1} D T \begin{pmatrix} a_{\nu p} \\ a_{\nu n} \\ a_{\tilde{\nu} p}^+ \\ a_{\tilde{\nu} n}^+ \end{pmatrix} + \sum_{\nu > 0} \xi_{\nu t} \quad (1.4.2)$$

où:

$$D = \begin{pmatrix} E_{\nu 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{\nu 2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_{\nu 1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E_{\nu 2} \end{pmatrix} \quad (1.4.3)$$

En introduisant de nouveaux opérateurs $\alpha_{\nu\tau}^+$ et $\alpha_{\nu\tau}$ qui ne sont autres que des opérateurs de création et d'annihilation de quasiparticules respectivement, il vient:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{\nu 1} \\ \alpha_{\nu 2} \\ \alpha_{\tilde{\nu} 1}^+ \\ \alpha_{\tilde{\nu} 2}^+ \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_{\nu p} \\ a_{\nu n} \\ a_{\tilde{\nu} p}^+ \\ a_{\tilde{\nu} n}^+ \end{pmatrix} \quad (1.4.4)$$

Cette transformation est donc la transformation généralisée de Bogoliubov -Valatin. Sous forme condensée (voir [1, 2, 24]), elle s'écrit :

$$\alpha_{\nu\tau}^+ = \sum_{t=n,p} (u_{\nu\tau t} a_{\nu t}^+ + v_{\nu\tau t} a_{\tilde{\nu} t}) \quad , \quad \tau = 1, 2 \quad (1.4.5)$$

On constate donc l'existence de deux types de quasiparticules, notés 1 et 2.

Le vide correspondant, appelé état BCS, noté $|\Psi\rangle$, est défini implicitement par:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\nu\tau} |\Psi\rangle &= 0 \\ \langle \Psi | \alpha_{\nu\tau}^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \forall \nu, \tau$$

La transformation inverse s'écrit :

$$a_{\tilde{\nu} t} = \sum_{\tau} (u_{\nu\tau t} \alpha_{\tilde{\nu} \tau} + v_{\nu\tau t} \alpha_{\nu\tau}^+) \quad (1.4.6)$$

En utilisant ces relations, on a finalement:

$$H' = E_0 + \sum_{\nu>0, \tau} E_{\nu\tau} (\alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\nu\tau} + \alpha_{\tilde{\nu}\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau}) \quad (1.4.7)$$

H' est donc l'hamiltonien des quasiparticules indépendantes et $E_{\nu\tau}$ n'est autre que l'énergie d'une quasiparticule.

En utilisant la transformation (1.4.5), h_{ν}^{tt} défini par (1.3.5), devient:

$$h_{\nu}^{tt} = \sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2 \quad (1.4.8)$$

Pour leur part, les $\xi_{\nu t}$ définis par (1.3.9) s'écrivent:

$$\xi_{\nu p} = \tilde{\varepsilon}_{\nu p} - G_{pp} \sum_{\tau} v_{\nu\tau p}^2 - \frac{1}{2} G_{np} \sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 \quad (1.4.9)$$

$$\xi_{\nu n} = \tilde{\varepsilon}_{\nu n} - G_{nn} \sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 - \frac{1}{2} G_{np} \sum_{\tau} v_{\nu\tau p}^2 \quad (1.4.10)$$

Par ailleurs, compte tenu de la transformation (1.4.6), le terme E_0 défini par (1.3.3) s'écrit:

$$\begin{aligned}
 E_0 = & 2 \sum_{\nu>0,t} \left[\tilde{\varepsilon}_{\nu t} - \frac{1}{2} G_{tt} \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2 \right) \right] \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2 \right) \\
 & - G_{np} \sum_{\nu>0} \left[\left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau p}^2 \right) \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 \right) + \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau p} v_{\nu\tau n} \right)^2 \right] \\
 & - \frac{\Delta_{pp}^2}{G_{pp}} - \frac{\Delta_{nn}^2}{G_{nn}} - \frac{\Delta_{np}^2}{G_{np}}
 \end{aligned} \tag{1.4.11}$$

1.5 Equations du gap

Les paramètres du gap s'écrivent, compte tenu de (1.3.4):

$$\begin{aligned}
 \Delta_{nn} &= -G_{nn} \sum_{\nu>0,\tau} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau n} \\
 \Delta_{pp} &= -G_{pp} \sum_{\nu>0,\tau} u_{\nu\tau p} v_{\nu\tau p} \\
 \Delta_{np} &= -G_{np} \sum_{\nu>0,\tau} (u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau p} + u_{\nu\tau p} v_{\nu\tau n})
 \end{aligned} \tag{1.5.1}$$

De même, les conditions de conservation du nombre de protons et du nombre de neutrons deviennent:

$$N_p = 2 \sum_{\nu>0,\tau} v_{\nu\tau p}^2 \tag{1.5.2}$$

$$N_n = 2 \sum_{\nu>0,\tau} v_{\nu\tau n}^2 \tag{1.5.3}$$

Les équations (1.5.1) à (1.5.3) constituent les équations du gap pour un système pair-pair .

1.6 Etats BCS

1.6.1 Etat fondamental

L'état BCS est le vide des quasiparticules, il est défini par:

$$|\Psi\rangle = k \prod_{\nu>0,\tau} \alpha_{\nu 1} \alpha_{\tilde{\nu} 1} \alpha_{\nu 2} \alpha_{\tilde{\nu} 2} |0\rangle \tag{1.6.1}$$

soit, à l'aide de la transformation généralisée de Bogoliubov-Valatin (1.4.5)

$$|\Psi\rangle = \prod_{\nu>0} |\Psi_\nu\rangle \quad (1.6.2)$$

où:

$$|\Psi_\nu\rangle = [B_1^\nu A_{\nu p}^+ A_{\nu n}^+ + B_p^\nu A_{\nu p}^+ + B_n^\nu A_{\nu n}^+ + B_4^\nu (a_{\nu n}^+ a_{\nu p}^+ + a_{\nu p}^+ a_{\nu n}^+) + B_5^\nu] |0\rangle \quad (1.6.3)$$

Les coefficients B_1^ν , B_p^ν , B_n^ν , B_4^ν et B_5^ν sont donnés par:

$$B_i^\nu = b_i^\nu / k \quad , \quad i = 1, 2, p, n, 4, 5 \quad (1.6.4)$$

avec

$$\begin{aligned} b_1^\nu &= (v_{\nu 1p} v_{\nu 2n} - v_{\nu 1n} v_{\nu 2p})^2 \\ b_p^\nu &= v_{\nu 1p}^2 (u_{\nu 2p} v_{\nu 2p} + u_{\nu 2n} v_{\nu 2n}) + v_{\nu 2p}^2 (u_{\nu 1n} v_{\nu 1n} - u_{\nu 1p} v_{\nu 1p}) - 2u_{\nu 1n} v_{\nu 1p} v_{\nu 2p} v_{\nu 2n} \\ b_n^\nu &= v_{\nu 1n}^2 (u_{\nu 2p} v_{\nu 2p} + u_{\nu 2n} v_{\nu 2n}) - v_{\nu 2n}^2 (u_{\nu 1n} v_{\nu 1n} - u_{\nu 1p} v_{\nu 1p}) - 2u_{\nu 1p} v_{\nu 1n} v_{\nu 2p} v_{\nu 2n} \\ b_4^\nu &= v_{\nu 1p} v_{\nu 1n} (u_{\nu 2p} v_{\nu 2p} + u_{\nu 2n} v_{\nu 2n}) - v_{\nu 2n}^2 (u_{\nu 1n} v_{\nu 1p}) - v_{\nu 2p}^2 (u_{\nu 1p} v_{\nu 1n}) \\ b_5^\nu &= (u_{\nu 1n} v_{\nu 1n} + u_{\nu 1p} v_{\nu 1p}) (u_{\nu 2p} v_{\nu 2p} + u_{\nu 2n} v_{\nu 2n}) - (u_{\nu 1n} v_{\nu 2n} + u_{\nu 1p} v_{\nu 2p})^2 \end{aligned}$$

k étant la constante de normalisation:

$$k = \left\{ (b_1^\nu)^2 + (b_p^\nu)^2 + (b_n^\nu)^2 + 2(b_4^\nu)^2 + (b_5^\nu)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.6.5)$$

L'état BCS correspond donc à une superposition d'états possédant un nombre pair de particules.

En effet, le niveau ν peut comprendre :

- soit deux paires homogènes neutron-neutron et proton-proton avec une amplitude de probabilité B_1^ν .
- soit une paire homogène proton-proton avec une amplitude de probabilité B_p^ν .
- soit une paire homogène neutron-neutron avec une amplitude de probabilité B_n^ν .
- soit une paire mixte neutron-proton avec une amplitude de probabilité B_4^ν .
- soit une paire mixte proton- neutron avec une amplitude de probabilité B_4^ν .
- soit aucune particule avec une amplitude de probabilité B_5^ν .

1.6.2 Etat à une quasiparticule

L'état à une quasiparticule est défini par :

$$\begin{aligned} |\nu\tau\rangle &= \alpha_{\nu\tau}^+ |\Psi\rangle \\ &= (B_{3\nu\tau}^{pn} A_{\nu p}^+ a_{\nu n}^+ + B_{3\nu\tau}^{np} A_{\nu n}^+ a_{\nu p}^+ + \gamma_{\nu\tau p} a_{\nu p}^+ + \gamma_{\nu\tau n} a_{\nu n}^+) \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle \end{aligned} \quad (1.6.6)$$

avec:

$$\begin{aligned} B_{3\nu\tau}^{pn} &= -B_4^\nu u_{\nu\tau p} + B_p^\nu u_{\nu\tau n} + B_1^\nu v_{\nu\tau n} \\ B_{3\nu\tau}^{np} &= -B_4^\nu u_{\nu\tau n} + B_n^\nu u_{\nu\tau p} + B_1^\nu v_{\nu\tau p} \\ \gamma_{\nu\tau p} &= B_5^\nu u_{\nu\tau p} + B_p^\nu v_{\nu\tau p} + B_4^\nu v_{\nu\tau n} \\ \gamma_{\nu\tau n} &= B_5^\nu u_{\nu\tau n} + B_n^\nu v_{\nu\tau n} + B_4^\nu v_{\nu\tau p} \end{aligned} \quad \tau = 1, 2 \quad (1.6.7)$$

Il correspond donc à une superposition d'états possédant un nombre impair de particules. En effet, le niveau ν peut comprendre :

- soit une paire homogène proton-proton et un neutron avec une amplitude de probabilité $B_{3\nu\tau}^{pn}$.
- soit une paire homogène neutron-neutron et un proton avec une amplitude de probabilité $B_{3\nu\tau}^{np}$.
- soit un neutron avec une amplitude de probabilité $\gamma_{\nu\tau n}$.
- soit un proton avec une amplitude de probabilité $\gamma_{\nu\tau p}$.

1.6.3 Etat à deux quasiparticules

L'état à deux quasiparticules non appariées dont nous avons besoin pour la suite du travail (voir chapitre 4) est défini par:

$$|\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle = \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau'}^+ |\Psi\rangle \quad (1.6.8)$$

Compte tenu de (1.4.5), on obtient:

$$\begin{aligned} |\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle &= \left\{ (B_{3\nu\tau}^{pn} A_{\nu p}^+ a_{\nu n}^+ + B_{3\nu\tau}^{np} A_{\nu n}^+ a_{\nu p}^+ + \gamma_{\nu\tau p} a_{\nu p}^+ + \gamma_{\nu\tau n} a_{\nu n}^+) \right. \\ &\quad \times \left(B_{3\tilde{\mu}\tau'}^{pn} A_{\tilde{\mu} p}^+ a_{\tilde{\mu} n}^+ + B_{3\tilde{\mu}\tau'}^{np} A_{\tilde{\mu} n}^+ a_{\tilde{\mu} p}^+ + \gamma_{\tilde{\mu}\tau' p} a_{\tilde{\mu} p}^+ + \gamma_{\tilde{\mu}\tau' n} a_{\tilde{\mu} n}^+ \right) \left. \right\} \prod_{j \neq \nu\mu} |\Psi_j\rangle \quad \text{si } \nu \neq \mu \\ &= B_\nu^\tau B_\mu^{\tau'} \prod_{j \neq \nu \neq \mu} |\Psi_j\rangle \end{aligned} \quad (1.6.9)$$

où l'on a posé

$$B_{\nu}^{\tau} = B_{3\nu\tau}^{pn} A_{\nu p}^{+} a_{\nu n}^{+} + B_{3\nu\tau}^{np} A_{\nu n}^{+} a_{\nu p}^{+} + \gamma_{\nu\tau p} a_{\nu p}^{+} + \gamma_{\nu\tau n} a_{\nu n}^{+} \quad (1.6.10a)$$

$$B_{\mu}^{\tau'} = B_{3\mu\tau'}^{pn} A_{\mu p}^{+} a_{\mu n}^{+} + B_{3\mu\tau'}^{np} A_{\mu n}^{+} a_{\mu p}^{+} + \gamma_{\mu\tau' p} a_{\mu p}^{+} + \gamma_{\mu\tau' n} a_{\mu n}^{+} \quad (1.6.10b)$$

Lorsque $\nu = \mu$, l'état à deux quasiparticules appariées est défini par :

$$|\nu\tau\tilde{\nu}\tau'\rangle = \alpha_{\nu\tau}^{+} \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^{+} |\Psi\rangle \quad (1.6.11)$$

et s'écrit :

$$|\nu\tau\tilde{\nu}\tau'\rangle = \left[C_{1\tau\tau'}^{\nu} A_{\nu p}^{+} A_{\nu n}^{+} + C_{p\tau\tau'}^{\nu} A_{\nu p}^{+} + C_{n\tau\tau'}^{\nu} A_{\nu n}^{+} + C_{4\tau\tau'}^{\nu np} a_{\tilde{\nu}n}^{+} a_{\nu p}^{+} + C_{4\tau\tau'}^{\nu pn} a_{\tilde{\nu}p}^{+} a_{\nu n}^{+} + C_{5\tau\tau'}^{\nu} \right] \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle \quad (1.6.12)$$

avec:

$$\begin{aligned} C_{1\tau\tau'}^{\nu} &= c_{1\tau\tau'}^{\nu} / K_{\nu\tau\tau'} \\ C_{p\tau\tau'}^{\nu} &= c_{p\tau\tau'}^{\nu} / K_{\nu\tau\tau'} \\ C_{n\tau\tau'}^{\nu} &= c_{n\tau\tau'}^{\nu} / K_{\nu\tau\tau'} \\ C_{4\tau\tau'}^{\nu np} &= c_{4\tau\tau'}^{\nu np} / K_{\nu\tau\tau'} \\ C_{4\tau\tau'}^{\nu pn} &= c_{4\tau\tau'}^{\nu pn} / K_{\nu\tau\tau'} \\ C_{5\tau\tau'}^{\nu} &= c_{5\tau\tau'}^{\nu} / K_{\nu\tau\tau'} \end{aligned} \quad (1.6.13)$$

où

$$\begin{aligned} c_{1\tau\tau'}^{\nu} &= - (u_{\nu\tau p} B_{3\nu\tau'}^{np} + u_{\nu\tau n} B_{3\nu\tau'}^{pn}) \\ c_{p\tau\tau'}^{\nu} &= (v_{\nu\tau n} B_{3\nu\tau'}^{pn} - u_{\nu\tau p} \gamma_{\nu\tau' p}) \\ c_{n\tau\tau'}^{\nu} &= (v_{\nu\tau p} B_{3\nu\tau'}^{np} - u_{\nu\tau n} \gamma_{\nu\tau' n}) \\ c_{4\tau\tau'}^{\nu np} &= - (v_{\nu\tau p} B_{3\nu\tau'}^{pn} + u_{\nu\tau p} \gamma_{\nu\tau' n}) \\ c_{4\tau\tau'}^{\nu pn} &= - (v_{\nu\tau n} B_{3\nu\tau'}^{np} + u_{\nu\tau n} \gamma_{\nu\tau' p}) \\ c_{5\tau\tau'}^{\nu} &= (v_{\nu\tau n} \gamma_{\nu\tau' n} + v_{\nu\tau p} \gamma_{\nu\tau' p}) \end{aligned} \quad (1.6.14)$$

et

$$K_{\nu\tau\tau'} = \left\{ (c_{1\tau\tau'}^{\nu})^2 + (c_{p\tau\tau'}^{\nu})^2 + (c_{n\tau\tau'}^{\nu})^2 + (c_{4\tau\tau'}^{\nu np})^2 + (c_{4\tau\tau'}^{\nu pn})^2 + (c_{5\tau\tau'}^{\nu})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

1.6.4 Etat à quatre quasiparticules dont deux appariées

La suite du travail nécessite la connaissance de l'état à quatre quasiparticules dont deux appariées (voir chapitre 3).

Ce dernier est défini par :

$$\left| k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \eta\tau_3 \tilde{\eta}\tau_4 \right\rangle = \alpha_{k\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{l}\tau_2}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\eta}\tau_4}^+ |\Psi\rangle$$

Tous calculs faits, il s'écrit :

$$\begin{aligned} \left| k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \eta\tau_3 \tilde{\eta}\tau_4 \right\rangle &= K_{kl\eta}^{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \left\{ \left(B_{3k\tau_1}^{pn} A_{kp}^+ a_{kn}^+ + B_{3k\tau_1}^{np} A_{kn}^+ a_{kp}^+ + \gamma_{k\tau_1 p} a_{kp}^+ + \gamma_{k\tau_1 n} a_{kn}^+ \right) \right. \\ &\times \left(B_{3l\tau_2}^{pn} A_{lp}^+ a_{ln}^+ + B_{3l\tau_2}^{np} A_{ln}^+ a_{lp}^+ + \gamma_{l\tau_2 p} a_{lp}^+ + \gamma_{l\tau_2 n} a_{ln}^+ \right) \\ &\times \left[C_{1\tau_3\tau_4}^\eta A_{\eta p}^+ A_{\eta n}^+ + C_{p\tau_3\tau_4}^\eta A_{\eta p}^+ + C_{n\tau_3\tau_4}^\eta A_{\eta n}^+ + C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta np} a_{\eta n}^+ a_{\eta p}^+ \right. \\ &\left. \left. + C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta pn} a_{\eta p}^+ a_{\eta n}^+ + C_{5\tau_3\tau_4}^\eta \right] \prod_{j \neq \eta \neq l \neq k} |\Psi_j\rangle \right\} \end{aligned} \quad (1.6.15)$$

où $K_{kl\eta}^{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}$ est la constante de normalisation.

et où les $B_{3\nu\tau}^{np}$, $B_{3\nu\tau}^{pn}$, $\gamma_{\nu\tau p}$ et $\gamma_{\nu\tau n}$ sont définis par la relation (1.6.7) et les $C_{i\tau\tau'}^\nu$ ($i = 1, p, n, 5$), $C_{4\tau\tau'}^{\nu np}$, $C_{4\tau\tau'}^{\nu pn}$ par (1.6.13)

La constante de normalisation de l'état à quatre quasiparticules défini par (1.6.15) est donnée par :

$$\begin{aligned} 1 &= \left(K_{kl\eta}^{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \right)^2 \left\{ \left[\left(B_{3k\tau_1}^{pn} \right)^2 + \left(B_{3k\tau_1}^{np} \right)^2 + \left(\gamma_{k\tau_1 p} \right)^2 + \left(\gamma_{k\tau_1 n} \right)^2 \right] \right. \\ &\times \left[\left(B_{3l\tau_2}^{pn} \right)^2 + \left(B_{3l\tau_2}^{np} \right)^2 + \left(\gamma_{l\tau_2 p} \right)^2 + \left(\gamma_{l\tau_2 n} \right)^2 \right] \\ &\times \left[\left(C_{1\tau_3\tau_4}^\eta \right)^2 + \left(C_{p\tau_3\tau_4}^\eta \right)^2 + \left(C_{n\tau_3\tau_4}^\eta \right)^2 + \left(C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta np} \right)^2 + \left(C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta pn} \right)^2 + \left(C_{5\tau_3\tau_4}^\eta \right)^2 \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (1.6.16)$$

1.7 L'hamiltonien en représentation quasiparticules

1.7.1 Approximation des quasiparticules indépendantes de première sorte

L'hamiltonien auxiliaire H' défini par (1.4.7) est diagonal. Rappelons toutefois qu'il a été obtenu en négligeant des produits normaux dans l'expression (1.3.1). C'est ce que nous appellerons dans ce qui suit approximation des quasiparticules indépendantes de première sorte.

1.7.2 Ecriture générale de l'hamiltonien et approximation des quasiparticules indépendantes de seconde sorte

En appliquant le théorème de Wick, et à l'aide de la transformation de Bogoliubov-Valatin définie par (1.4.5), l'hamiltonien H' défini par (1.3.1) peut se mettre sous la forme suivante:

$$H' = E_0 + H_{11} + H_2 + H_{22} + H_{13} + H_{31} + H_{40} + H_{04} \quad (1.7.1)$$

où E_0 est le terme entièrement contracté

H_{11} contient les termes en $\alpha^+ \alpha$, son expression est donnée par :

$$H_{11} = \sum_{\nu > 0, \tau \tau'} E_{\nu \tau \tau'} (\alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'} + \alpha_{\tilde{\nu} \tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu} \tau'}) \quad (1.7.2)$$

où nous avons posé :

$$\begin{aligned} E_{\nu \tau \tau'} = & \sum_t \left[\varepsilon_{\nu t} - \frac{1}{2} \sum_{t'} G_{tt'} \sum_{\tau} v_{\nu \tau t'}^2 \right] (u_{\nu \tau t} u_{\nu \tau' t} - v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t}) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \left(\sum_{\tau} v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t'} \right) (u_{\nu \tau t} u_{\nu \tau' t'} - v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t'}) \\ & - \sum_{tt'} \Delta_{tt'} (u_{\nu \tau t} u_{\nu \tau' t'} + v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t'}) \end{aligned} \quad (1.7.3)$$

H_2 contient les termes en $(\alpha^+ \alpha^+)$ ou $(\alpha \alpha)$, son expression est donnée par :

$$H_2 = \sum_{\nu > 0, \tau \tau'} E_2^{\nu \tau \tau'} (\alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'}^+ + \alpha_{\nu \tau} \alpha_{\tilde{\nu} \tau'}) \quad (1.7.4)$$

avec

$$\begin{aligned} E_2^{\nu \tau \tau'} = & \sum_t \left[\varepsilon_{\nu t} - \frac{1}{2} \sum_{t'} G_{tt'} \sum_{\tau} v_{\nu \tau t'}^2 \right] (u_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t} - u_{\nu \tau' t} v_{\nu \tau t}) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \left(\sum_{\tau} v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t'} \right) (u_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t} - v_{\nu \tau t} u_{\nu \tau' t'}) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{tt'} \Delta_{tt'} (u_{\nu \tau' t} u_{\nu \tau t'} - v_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t'}) \end{aligned} \quad (1.7.5)$$

H_{22} contient les termes en $(\alpha^+ \alpha^+ \alpha \alpha)$, son expression est donnée par :

$$\begin{aligned}
 H_{22} = & -\frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 & u_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (u_{\mu\tau_3 t'} u_{\mu\tau_4 t} + u_{\mu\tau_3 t} u_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_3} \alpha_{\mu\tau_4} \\
 & + u_{\nu\tau_1 t} v_{\nu\tau_2 t'} (v_{\mu\tau_3 t'} u_{\mu\tau_4 t} + v_{\mu\tau_3 t} u_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\mu\tau_4} \alpha_{\nu\tau_2} \\
 & + u_{\nu\tau_1 t} v_{\nu\tau_2 t'} (u_{\mu\tau_3 t'} v_{\mu\tau_4 t} + u_{\mu\tau_3 t} v_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_3} \alpha_{\nu\tau_2} \\
 & + v_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (u_{\mu\tau_3 t'} v_{\mu\tau_4 t} + u_{\mu\tau_3 t} v_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_3} \alpha_{\tilde{\nu}\tau_1} \\
 & + v_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (v_{\mu\tau_3 t'} u_{\mu\tau_4 t} + v_{\mu\tau_3 t} u_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_1} \alpha_{\mu\tau_4} \\
 & + v_{\nu\tau_1 t} v_{\nu\tau_2 t'} (v_{\mu\tau_3 t'} v_{\mu\tau_4 t} + u_{\mu\tau_3 t} v_{\mu\tau_4 t'}) \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_1} \alpha_{\nu\tau_2} \end{aligned} \right\}
 \end{aligned} \tag{1.7.6}$$

H_3 contient les termes en $(\alpha^+ \alpha^+ \alpha^+ \alpha)$ et $(\alpha^+ \alpha \alpha \alpha)$ respectivement, son expression est donnée par :

$$\begin{aligned}
 H_3 = & H_{13} + H_{31} \\
 = & -\frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 & u_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (u_{\mu\tau_3 t'} v_{\mu\tau_4 t} + u_{\mu\tau_3 t} v_{\mu\tau_4 t'}) \left(\alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_3} + \alpha_{\tilde{\mu}\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4} \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2} \alpha_{\nu\tau_1} \right) \\
 & + u_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (u_{\mu\tau_4 t'} v_{\mu\tau_3 t} + u_{\mu\tau_4 t} v_{\mu\tau_3 t'}) \left(\alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\mu\tau_4} + \alpha_{\mu\tau_4}^+ \alpha_{\mu\tau_3} \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2} \alpha_{\nu\tau_1} \right) \\
 & - v_{\nu\tau_2 t'} u_{\nu\tau_1 t} (v_{\mu\tau_4 t} v_{\mu\tau_3 t'} + v_{\mu\tau_4 t'} v_{\mu\tau_3 t}) \left(\alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\nu\tau_2} + \alpha_{\nu\tau_2}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4} \alpha_{\mu\tau_3} \alpha_{\nu\tau_1} \right) \\
 & - v_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} (v_{\mu\tau_3 t} v_{\mu\tau_4 t'} + v_{\mu\tau_4 t} v_{\mu\tau_3 t'}) \left(\alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_1} + \alpha_{\tilde{\nu}\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4} \alpha_{\mu\tau_3} \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2} \right) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned} \tag{1.7.7}$$

H_4 contient les termes en $(\alpha^+ \alpha^+ \alpha^+ \alpha^+)$ et $(\alpha \alpha \alpha \alpha)$ respectivement, son expression est donnée par :

$$\begin{aligned}
 H_4 = & H_{40} + H_{04} \\
 = & \sum_{\nu\mu > 0} \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4} H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \left(\alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2}^+ \alpha_{\mu\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4}^+ + \alpha_{\tilde{\mu}\tau_4} \alpha_{\mu\tau_3} \alpha_{\tilde{\nu}\tau_2} \alpha_{\nu\tau_1} \right)
 \end{aligned} \tag{1.7.8}$$

avec

$$H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} = -\frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} (u_{\nu\tau_1 t} u_{\nu\tau_2 t'} v_{\mu\tau_3 t'} v_{\mu\tau_4 t} + v_{\nu\tau_1 t} v_{\nu\tau_2 t'} u_{\mu\tau_3 t'} u_{\mu\tau_4 t}) \tag{1.7.9}$$

Toutefois, comme cela a été souligné dans les références [32, 33, 28], le terme H_{11} défini par l'équation (1.7.2) n'est toujours pas diagonal. Pour remédier à cela, on peut effectuer une rediagonalisation .

Dans ce cas, le terme H_{11} défini par (1.7.2), peut être réécrit sous la forme matricielle suivante:

$$H_{11} = \sum_{\nu} (\alpha_{\nu 1}^+, \alpha_{\nu 2}^+) C_{\nu} \begin{pmatrix} \alpha_{\nu 1} \\ \alpha_{\nu 2} \end{pmatrix} \quad (1.7.10)$$

où C_{ν} est une matrice définie par :

$$C_{\nu} = \begin{pmatrix} E_{\nu 11} & E_{\nu 12} \\ E_{\nu 21} & E_{\nu 22} \end{pmatrix}$$

où l'on a tenu compte du fait que $E_{\nu 12} = E_{\nu 21}$ à cause de l'hermiticité de H_{11} . Les valeurs propres de la matrice C_{ν} sont respectivement : [8, 39, 46, 48]

$$\chi_{\nu 1,2} = \frac{1}{2} \left[(E_{\nu 11} + E_{\nu 22}) \pm \sqrt{(E_{\nu 11} - E_{\nu 22})^2 + 4E_{\nu 12}^2} \right] \quad (1.7.11)$$

Ses vecteurs propres sont donnés par :

$$\begin{pmatrix} x_{\nu 11} \\ x_{\nu 12} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} x_{\nu 21} \\ x_{\nu 22} \end{pmatrix}$$

avec:

$$\begin{aligned} x_{\nu 11} &= \frac{E_{\nu 12}}{\sqrt{E_{\nu 12}^2 + (\lambda_{\nu 1} - E_{\nu 11})^2}} & x_{\nu 21} &= \frac{(\lambda_2 - E_{\nu 22})}{\sqrt{E_{\nu 12}^2 + (\lambda_{\nu 2} - E_{\nu 22})^2}} \\ x_{\nu 12} &= \frac{(\lambda_1 - E_{\nu 11})}{\sqrt{E_{\nu 12}^2 + (\lambda_{\nu 1} - E_{\nu 11})^2}} & x_{\nu 22} &= \frac{E_{\nu 12}}{\sqrt{E_{\nu 12}^2 + (\lambda_{\nu 2} - E_{\nu 22})^2}} \end{aligned}$$

La transformation T qui diagonalise H_{11} s'écrit :

$$T = \begin{pmatrix} x_{\nu 11} & x_{\nu 21} \\ x_{\nu 12} & x_{\nu 22} \end{pmatrix} \quad (1.7.12)$$

Compte tenu de cette dernière, l'expression (1.7.10) devient :

$$H_{11} = \sum_{\nu} (\alpha_{\nu 1}^+, \alpha_{\nu 2}^+) T \begin{pmatrix} \chi_{\nu 1} & 0 \\ 0 & \chi_{\nu 2} \end{pmatrix} T^{-1} \begin{pmatrix} \alpha_{\nu 1} \\ \alpha_{\nu 2} \end{pmatrix} \quad (1.7.13)$$

En introduisant des nouveaux opérateurs $\beta_{\nu\tau}$ tels que:

$$\begin{pmatrix} \beta_{\nu 1} \\ \beta_{\nu 2} \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} \alpha_{\nu 1} \\ \alpha_{\nu 2} \end{pmatrix}$$

l'hamiltonien H_{11} peut être réécrit sous la forme :

$$H_{11} = \sum_{\nu\tau} \chi_{\nu\tau} \beta_{\nu\tau}^+ \beta_{\nu\tau} \quad (1.7.14)$$

qui est bien diagonal.

$\chi_{\nu\tau}$ est alors l'énergie d'une quasiparticule.

Les nouveaux opérateurs peuvent s'exprimer directement en fonction des opérateurs de création et d'annihilation de particules, soit :

$$\beta_{\nu\tau}^+ = \sum_t (\mathcal{U}_{\nu\tau t} a_{\nu t}^+ + \mathcal{V}_{\nu\tau t} a_{\bar{\nu} t}) \quad , \quad \tau = 1, 2 \quad (1.7.15)$$

avec:

$$\begin{cases} \mathcal{U}_{\nu\tau t} = \sum_{j=1,2} x_{\nu\tau j} u_{\nu j t} \\ \mathcal{V}_{\nu\tau t} = \sum_{j=1,2} x_{\nu\tau j} v_{\nu j t} \end{cases} \quad , \quad \tau = 1, 2 \quad , \quad t = n, p \quad (1.7.16)$$

On constate donc que la rediagonalisation de H_{11} se traduit par une renormalisation des paramètres de la transformation de Bogoliubov-Valatin. Toutes les expressions définies en fonction des $(\alpha_{\nu\tau}^+, \alpha_{\nu\tau})$ et des $(u_{\nu\tau t}, v_{\nu\tau t})$ ($\tau = 1, 2$ et $t = n, p$) restent donc valides à condition de remplacer les opérateurs $(\alpha_{\nu\tau}^+, \alpha_{\nu\tau})$ par leurs homologues $(\beta_{\nu\tau}^+, \beta_{\nu\tau})$ et les paramètres $(u_{\nu\tau t}, v_{\nu\tau t})$ par leurs homologues $(\mathcal{U}_{\nu\tau t}, \mathcal{V}_{\nu\tau t})$. C'est particulièrement le cas dans les expressions (1.7.4), (1.7.6), (1.7.7) et (1.7.8).

L'approximation des quasiparticules indépendantes consiste alors à négliger dans l'expression de H' l'interaction résiduelle $H_{résid}$ définie par :

$$H_{résid} = H_2 + H_{22} + H_3 + H_4$$

Dans ce cas, l'hamiltonien auxiliaire s'écrit :

$$H' = E_0 + \sum_{\nu\tau} \chi_{\nu\tau} \beta_{\nu\tau}^+ \beta_{\nu\tau} \quad (1.7.17)$$

C'est ce que nous appellerons dans ce qui suit approximation des quasiparticules indépendantes de seconde sorte.

Dans la suite du travail et afin de ne pas alourdir les notations, nous utiliserons sauf en cas de nécessité les notations $(\alpha_{\nu\tau}^+, \alpha_{\nu\tau})$, $(u_{\nu\tau t}, v_{\nu\tau t})$. Les résultats après rediagonalisation étant simples à déduire.

1.8 Energie

L'énergie du système s'écrit après un calcul basé sur la représentation particule (voir[46]) :

$$\begin{aligned} E_{BCS} &= \langle \Psi | H | \Psi \rangle \\ &= 2 \sum_{\nu > 0} E_{\nu} + 2 \sum_{\substack{\nu\mu > 0 \\ \nu \neq \mu}} E_{\nu\mu} \end{aligned} \quad (1.8.1)$$

où H est exprimé en représentation particule (défini par (1.2.1)) et E_{ν} et $E_{\nu\mu}$ sont données respectivement par:

$$E_{\nu} = (B_1^{\nu})^2 e_{\nu np} + (B_p^{\nu})^2 e_{\nu p} + (B_n^{\nu})^2 e_{\nu n} + (B_4^{\nu})^2 e'_{\nu np} \quad (1.8.2)$$

avec

$$\begin{aligned} e_{\nu np} &= \varepsilon_{\nu p} + \varepsilon_{\nu n} - \frac{1}{2}G_{nn} - \frac{1}{2}G_{pp} - \frac{1}{2}G_{np} \\ e_{\nu p} &= \varepsilon_{\nu p} - \frac{1}{2}G_{pp} \\ e_{\nu n} &= \varepsilon_{\nu n} - \frac{1}{2}G_{nn} \\ e'_{\nu np} &= \varepsilon_{\nu n} + \varepsilon_{\nu p} - G_{np} \end{aligned} \quad (1.8.3)$$

et

$$\begin{aligned} E_{\nu\mu} &= -\frac{1}{2}G_{nn} (B_1^{\nu} B_p^{\nu} + B_n^{\nu} B_5^{\nu}) (B_1^{\mu} B_p^{\mu} + B_n^{\mu} B_5^{\mu}) - \frac{1}{2}G_{pp} (B_1^{\nu} B_n^{\nu} + B_p^{\nu} B_5^{\nu}) (B_1^{\mu} B_n^{\mu} + B_p^{\mu} B_5^{\mu}) \\ &\quad - G_{np} B_4^{\nu} B_4^{\mu} (B_1^{\nu} - B_5^{\nu}) (B_1^{\mu} - B_5^{\mu}) \end{aligned} \quad (1.8.4)$$

L'énergie du système peut aussi être calculée en se basant sur la représentation quasiparticule. Son expression s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned}
 E_{BCS} = & 2 \sum_{\nu>0,t} \left[\varepsilon_{\nu t} - \frac{1}{2} G_{tt} \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2 \right) \right] \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2 \right) \\
 & - G_{np} \sum_{\nu>0} \left[\left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau p}^2 \right) \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 \right) + \left(\sum_{\tau} v_{\nu\tau p} v_{\nu\tau n} \right)^2 \right] \\
 & - \frac{\Delta_{pp}^2}{G_{pp}} - \frac{\Delta_{nn}^2}{G_{nn}} - \frac{\Delta_{np}^2}{G_{np}}
 \end{aligned} \tag{1.8.5}$$

L'énergie de l'état à une quasiparticule $|\nu\tau\rangle$ défini par (1.6.6) s'écrit alors:

$$\langle \nu\tau | H | \nu\tau \rangle = E_{BCS} + E_{\nu\tau} \tag{1.8.6}$$

où $E_{\nu\tau}$ est l'énergie d'une quasiparticule donnée par (1.3.14) (ou (1.7.11) en cas de rediagonalisation).

L'énergie de l'état à deux quasiparticules non appariées $|\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle$ défini par (1.6.8) s'écrit alors:

$$\langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | H | \nu\tau\tilde{\mu}\tau' \rangle = E_{BCS} + E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'} \tag{1.8.7}$$

où $E_{\nu\tau}$ et $E_{\mu\tau'}$ sont données par (1.3.14) (ou(1.7.11) en cas de rediagonalisation).

Celle de l'état à deux quasiparticules appariées $|\nu\tau\tilde{\nu}\tau'\rangle$ défini par (1.6.12) est donnée par :

$$\langle \nu\tau\tilde{\nu}\tau' | H | \nu\tau\tilde{\nu}\tau' \rangle = E_{BCS} + E_{\nu\tau} + E_{\nu\tau'} \tag{1.8.8}$$

1.9 Variance du nombre de particules

La variance du nombre de particules est définie par

$$Var(N) = \langle \Psi | N^2 | \Psi \rangle - [\langle \Psi | N | \Psi \rangle]^2 \tag{1.9.1}$$

où N est l'opérateur nombre total de particules :

$$\begin{aligned}
 N &= N_n + N_p \\
 &= \sum_{\nu t} \eta_{\nu t} \quad \text{avec} \quad \eta_{\nu t} = a_{\nu t}^+ a_{\nu t}
 \end{aligned} \tag{1.9.2}$$

1.9.1 Calcul en représentation particule

Compte-tenu de la définition (1.6.2) de l'état $|\Psi\rangle$, il vient [114]

$$\langle \Psi | N | \Psi \rangle = 2 \sum_{\nu} \left[2 (B_1^{\nu})^2 + (B_n^{\nu})^2 + (B_p^{\nu})^2 + 2 (B_4^{\nu})^2 \right] \quad (1.9.3)$$

et

$$\begin{aligned} \langle \Psi | N^2 | \Psi \rangle &= 4 \sum_{\nu > 0} \left[4 (B_1^{\nu})^2 + (B_n^{\nu})^2 + (B_p^{\nu})^2 + 2 (B_4^{\nu})^2 \right] \\ &\quad + 4 \sum_{\substack{\nu \mu > 0 \\ \nu \neq \mu}} \left[2 (B_1^{\nu})^2 + (B_n^{\nu})^2 + (B_p^{\nu})^2 + 2 (B_4^{\nu})^2 \right] \\ &\quad \times \left[2 (B_1^{\mu})^2 + (B_n^{\mu})^2 + (B_p^{\mu})^2 + 2 (B_4^{\mu})^2 \right] \end{aligned} \quad (1.9.4)$$

On constate alors que

$$\text{Var}(N) \neq 0 \quad (1.9.5)$$

Ceci constitue le principal défaut de la théorie BCS, à savoir la non-conservation du nombre de particules.

1.9.2 Calcul en représentation quasiparticule

Soit N l'opérateur nombre total de particules défini par l'équation (1.9.2). Considérons l'opérateur e^{hN} , h étant un nombre réel quelconque [111].

On a alors :

$$e^{hN} = \prod_{\nu > 0, t} e^{h(\eta_{\nu t} + \eta_{\tilde{\nu} t})} \quad (1.9.6)$$

Etant donné que $(\eta_{\nu t})^k = \eta_{\nu t}$ ($k = 1, 2, \dots$), il vient :

$$e^{h\eta_{\nu t}} = 1 + \eta_{\nu t} (e^h - 1) \quad , \quad t = n, p \quad (1.9.7)$$

Alors :

$$e^{hN} = \prod_{\nu > 0, t} [1 + \eta_{\nu t} (e^h - 1)] [1 + \eta_{\tilde{\nu} t} (e^h - 1)] \quad (1.9.8)$$

En utilisant la transformation inverse de Bogoliubov-Valatin définie par (1.29), il vient :

$$[1 + \eta_{\nu t} (e^h - 1)] [1 + \eta_{\tilde{\nu} t} (e^h - 1)] |\Psi\rangle = [1 + F_{\nu t} (e^{2h} - 1)] |\Psi\rangle \quad , \quad t = n, p \quad (1.9.9)$$

où l'on a posé :

$$F_{\nu t} = \left[\sum_{\tau} v_{\nu \tau t}^2 - \sum_{\tau \tau'} u_{\nu \tau t} v_{\nu \tau' t} \alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'}^+ \right] \quad (1.9.10)$$

On en déduit que:

$$e^{hN} |\Psi\rangle = \prod_{\nu>0} \left[1 + (e^{2h} - 1) (F_{\nu n} + F_{\nu p}) + F_{\nu n} F_{\nu p} (e^{2h} - 1)^2 \right] |\Psi\rangle \quad (1.9.11)$$

Si l'on pose :

$$f(h) = \langle \Psi | e^{hN} | \Psi \rangle \quad (1.9.12)$$

il vient :

$$f(h) = \prod_{\nu>0} \langle \Psi | \left[1 + (e^{2h} - 1) (F_{\nu n} + F_{\nu p}) + F_{\nu n} F_{\nu p} (e^{2h} - 1)^2 \right] | \Psi \rangle \quad (1.9.13)$$

Si l'on dérive cette quantité par rapport à h :

$$\begin{aligned} f'(h) &= \langle \Psi | N e^{hN} | \Psi \rangle \\ &= \sum_{\nu>0} \langle \Psi | 2e^{2h} (F_{\nu n} + F_{\nu p}) + 4(e^{2h} - 1) F_{\nu n} F_{\nu p} | \Psi \rangle \\ &\quad \times \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu}} \langle \Psi | 1 + (e^{2h} - 1) (F_{jn} + F_{jp}) + (e^{2h} - 1)^2 F_{jn} F_{jp} | \Psi \rangle \end{aligned} \quad (1.9.14)$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} f'(0) &= \langle \Psi | N | \Psi \rangle \\ &= 2 \sum_{\nu>0} \langle \Psi | (F_{\nu n} + F_{\nu p}) | \Psi \rangle \\ &= 2 \sum_{\nu>0} (v_{\nu \tau n}^2 + v_{\nu \tau p}^2) \end{aligned} \quad (1.9.15)$$

puisque

$$\langle \Psi | F_{\nu t} | \Psi \rangle = \sum_{\tau} v_{\nu \tau t}^2, \quad t = n, p \quad (1.9.16)$$

Soit finalement, en utilisant les notations :

$$U_{\nu t}^2 = \sum_{\tau} u_{\nu \tau t}^2, \quad V_{\nu t}^2 = \sum_{\tau} v_{\nu \tau t}^2, \quad t = n, p \quad (1.9.17)$$

$$\langle \Psi | N | \Psi \rangle = 2 \sum_{\nu > 0, t} V_{\nu t}^2 \quad (1.9.18)$$

Cette écriture est formellement identique à celle utilisée dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

De même, en dérivant une seconde fois $f(h)$, on obtient :

$$\begin{aligned} f''(h) &= \langle \Psi | N^2 e^{hN} | \Psi \rangle \\ &= \sum_{\nu > 0} \left\{ 4e^{2h} \langle \Psi | F_{\nu n} + F_{\nu p} + 2F_{\nu n}F_{\nu p} | \Psi \rangle \right. \\ &\quad \times \prod_{\substack{j > 0 \\ j \neq \nu}} \left\langle \Psi | 1 + (e^{2h} - 1)(F_{jn} + F_{jp}) + (e^{2h} - 1)^2 F_{jn}F_{jp} | \Psi \right\rangle \Big\} \\ &\quad + 2 \sum_{\substack{\nu, j > 0 \\ \nu \neq j}} \left\{ 2 \langle \Psi | e^{2h} (F_{\nu n} + F_{\nu p}) + 2(e^{2h} - 1)^2 F_{\nu n}F_{\nu p} | \Psi \rangle \right. \\ &\quad \times 2 \langle \Psi | e^{2h} (F_{jn} + F_{jp}) + 2(e^{2h} - 1)^2 F_{jn}F_{jp} | \Psi \rangle \\ &\quad \times \prod_{\substack{k > 0 \\ k \neq (j, \nu)}} \left\langle \Psi | 1 + (e^{2h} - 1)(F_{kn} + F_{kp}) + (e^{2h} - 1)^2 F_{kn}F_{kp} | \Psi \right\rangle \Big\} \end{aligned} \quad (1.9.19)$$

On en déduit que:

$$\begin{aligned} f''(0) &= \langle \Psi | N^2 | \Psi \rangle \\ &= 4 \sum_{\nu > 0} \langle \Psi | F_{\nu n} + F_{\nu p} + 2F_{\nu n}F_{\nu p} | \Psi \rangle + 4 \sum_{\substack{\nu, j > 0 \\ \nu \neq j}} \langle \Psi | (F_{\nu n} + F_{\nu p}) | \Psi \rangle \cdot \langle \Psi | (F_{jn} + F_{jp}) | \Psi \rangle \\ &= 4 \sum_{\nu > 0} \left[\sum_{\tau, t} (v_{\nu \tau t}^2) + 2 \sum_{\tau \tau'} v_{\nu \tau n}^2 v_{\nu \tau p}^2 \right] + 4 \sum_{\substack{\nu, j > 0 \\ \nu \neq j}} \left[\sum_{\tau, t} (v_{\nu \tau t}^2) \right] \left[\sum_{\tau, t} (v_{j \tau t}^2) \right] \end{aligned} \quad (1.9.20)$$

Soit, en utilisant la notation (1.9.17),

$$\begin{aligned} \langle \Psi | N^2 | \Psi \rangle &= 4 \sum_{\nu > 0} \left[\sum_t V_{\nu t}^2 + 2V_{\nu n}^2 V_{\nu p}^2 \right] + 4 \sum_{\substack{\nu, j > 0 \\ \nu \neq j}} \left[\left(\sum_t V_{\nu t}^2 \right) \left(\sum_t V_{j t}^2 \right) \right] \\ &= 4 \sum_{\nu > 0} (V_{\nu n}^2 + V_{\nu p}^2)^2 + 4 \sum_{\nu > 0} (V_{\nu n}^2 U_{\nu n}^2 + V_{\nu p}^2 U_{\nu p}^2) \end{aligned} \quad (1.9.21)$$

On en déduit que

$$Var(N) = 4 \sum_{\nu > 0} [U_{\nu n}^2 V_{\nu n}^2 + U_{\nu p}^2 V_{\nu p}^2] \quad (1.9.22)$$

Là encore l'expression obtenue est formellement identique à celle de l'appariement entre particules identiques [10].

1.10 Limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$

En l'absence d'appariement neutron-proton c'est à dire lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, l'expression (1.3.10) devient :

$$H' = E_0 + \sum_{\nu>0} \left\{ \xi_{\nu p} (: a_{\nu p}^+ a_{\nu p} : + : a_{\tilde{\nu} p}^+ a_{\tilde{\nu} p} :) + \xi_{\nu n} (: a_{\nu n}^+ a_{\nu n} : + : a_{\tilde{\nu} n}^+ a_{\tilde{\nu} n} :) \right. \\ \left. - \Delta_{nn} (: a_{\tilde{\nu} n} a_{\nu n} : + : a_{\nu n}^+ a_{\tilde{\nu} n}^+ :) - \Delta_{pp} (: a_{\tilde{\nu} p} a_{\nu p} : + : a_{\nu p}^+ a_{\tilde{\nu} p}^+ :) \right\} \quad (1.10.1)$$

qui peut s'écrire sous la forme matricielle :

$$H' = E_0 + \sum_{\nu>0} (a_{\nu p}^+, a_{\tilde{\nu} p}, a_{\nu n}^+, a_{\tilde{\nu} n}) T^{-1} D T \begin{pmatrix} a_{\nu p} \\ a_{\tilde{\nu} p}^+ \\ a_{\nu n} \\ a_{\tilde{\nu} n}^+ \end{pmatrix} + \xi_{\nu n} + \xi_{\nu p} \quad (1.10.2)$$

où la nouvelle matrice d'excitation est donnée par :

$$A_\nu = \begin{pmatrix} \xi_{\nu p} & -\Delta_{pp} & 0 & 0 \\ -\Delta_{pp} & -\xi_{\nu p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{\nu n} & -\Delta_{nn} \\ 0 & 0 & -\Delta_{nn} & -\xi_{\nu n} \end{pmatrix} \quad (1.10.3)$$

Les valeurs propres de cette dernière sont respectivement $(\pm E_{\nu t})$, $t = n, p$ avec

$$E_{\nu t} = \sqrt{\xi_{\nu t}^2 + \Delta_{tt}^2}, \quad t = n, p \quad (1.10.4)$$

Les vecteurs propres s'écrivent quant à eux:

$$X_{\nu 1} = \begin{pmatrix} u_{\nu 1p} \\ v_{\nu 1p} \\ u_{\nu 1n} \\ v_{\nu 1n} \end{pmatrix}, \quad X_{\nu 2} = \begin{pmatrix} u_{\nu 2p} \\ v_{\nu 2p} \\ u_{\nu 2n} \\ v_{\nu 2n} \end{pmatrix}$$

avec:

$$\begin{cases} u_{\nu 1p}^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\xi_{\nu p}}{E_{\nu p}} \right] \\ v_{\nu 1p}^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\xi_{\nu p}}{E_{\nu p}} \right] \end{cases}, \quad \begin{cases} u_{\nu 1n} = 0 \\ v_{\nu 1n} = 0 \end{cases} \quad (1.10.5)$$

et

$$\begin{cases} u_{\nu 2p} = 0 \\ v_{\nu 2p} = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} u_{\nu 2n}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\xi_{\nu n}}{E_{\nu n}} \right\} \\ v_{\nu 2n}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\xi_{\nu n}}{E_{\nu n}} \right\} \end{cases} \quad (1.10.6)$$

où les $\xi_{\nu t}$, $t = n, p$ définis par (1.4.9) deviennent :

$$\xi_{\nu p} = \tilde{\varepsilon}_{\nu p} - G_{pp} v_{\nu p}^2 - \frac{1}{2} G_{np} v_{\nu n}^2 \quad (1.10.7)$$

$$\xi_{\nu n} = \tilde{\varepsilon}_{\nu n} - G_{nn} v_{\nu n}^2 - \frac{1}{2} G_{np} v_{\nu p}^2$$

Si, de plus, $G_{np} = 0$, alors :

$$\begin{Bmatrix} u_{\nu 1p}^2 \\ v_{\nu 1p}^2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\varepsilon_{\nu p} - \lambda_p}{E_{\nu p}} \right] = \begin{cases} u_{\nu p}^2 \\ v_{\nu p}^2 \end{cases}, \quad u_{\nu 1n} = v_{\nu 1n} = 0 \quad (1.10.8)$$

et

$$u_{\nu 2p} = v_{\nu 2p} = 0, \quad \begin{Bmatrix} u_{\nu 2n}^2 \\ v_{\nu 2n}^2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\varepsilon_{\nu n} - \lambda_n}{E_{\nu n}} \right] = \begin{cases} u_{\nu n}^2 \\ v_{\nu n}^2 \end{cases} \quad (1.10.9)$$

On retrouve dans ce cas les probabilités d'occupation et d'inoccupation des systèmes protons et neutrons dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

1.10.1 Equations du gap

Les conditions de conservation du nombre de protons et du nombre de neutrons définies par (1.5.2) s'écrivent dans ce cas :

$$N_t = 2 \sum_{\nu > 0, \tau} v_{\nu t}^2, \quad t = n, p \quad (1.10.10)$$

et les définitions (1.5.1) des paramètres du gap deviennent :

$$\Delta_{tt} = -G_{tt} \sum_{\nu} u_{\nu t} v_{\nu t}, \quad t = n, p \quad (1.10.11)$$

$$\Delta_{np} = 0 \quad (1.10.12)$$

Là encore, on retrouve les expressions des équations du gap dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Notons toutefois que la concordance exacte avec ce dernier cas n'existe que si $G_{np} = 0$.

Notons également l'existence d'un signe moins dans l'expression (1.10.11) qui n'existe pas dans l'expression usuelle de Δ_{tt} dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

Comme:

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} v_{\nu 1p}^2 = v_{\nu p}^2 \quad \text{et} \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} v_{\nu 1n}^2 = v_{\nu n}^2 \quad (1.10.13)$$

on peut en conclure que :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} v_{\nu 1p}^2 = -v_{\nu p} \quad \text{et} \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} v_{\nu 1n}^2 = -v_{\nu n} \quad (1.10.14)$$

1.10.2 Fonctions d'onde

Etat fondamental

De même, les coefficients, B_1^ν , B_p^ν , B_n^ν , B_4^ν et B_5^ν définis par (1.6.4), s'écrivent, compte tenu de (1.10.5) et (1.10.6) :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_1^\nu &= v_{\nu p} v_{\nu n} \quad , \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_p^\nu = v_{\nu p} u_{\nu n} \quad , \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_n^\nu = v_{\nu n} u_{\nu p} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_4^\nu &= 0 \quad , \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_5^\nu = u_{\nu n} u_{\nu p} \end{aligned} \quad (1.10.15)$$

En remplaçant ces derniers dans (1.6.3), la fonction d'onde devient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\Psi\rangle = \prod_{\nu > 0} |\Psi_\nu\rangle_n |\Psi_\nu\rangle_p \quad (1.10.16)$$

où

$$|\Psi_\nu\rangle_t = (u_{\nu t} + v_{\nu t} A_{\nu t}^+) |0\rangle \quad t = n, p \quad (1.10.17)$$

La fonction d'onde totale du système se ramène au produit des deux fonctions d'onde des deux systèmes neutron et proton.

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\Psi\rangle = |\Psi\rangle_n |\Psi\rangle_p \quad (1.10.18)$$

Etat à une quasiparticule

En procédant de la même manière avec l'état à une quasiparticule défini par (1.6.6) il vient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1\rangle = a_{\nu p}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_p \prod_j |\Psi_j\rangle_n \quad (1.10.19)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2\rangle = a_{\nu n}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_n \prod_j |\Psi_j\rangle_p \quad (1.10.20)$$

Soit encore :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1\rangle = |\nu p\rangle |\Psi\rangle_n \quad (1.10.21)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2\rangle = |\nu n\rangle |\Psi\rangle_p \quad (1.10.22)$$

où $|\nu t\rangle$ ($t = n, p$) est l'état à une quasiparticule dans le cas de l'appariement entre particules identiques :

$$|\nu t\rangle = a_{\nu t}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_t \quad (1.10.23)$$

où l'on a tenu compte du fait que

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_{3\nu 1}^{p,n} = 0, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_{3\nu 1}^{n,p} = v_{\nu n}, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \gamma_{\nu 1 p} = u_{\nu n}, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \gamma_{\nu 1 n} = 0 \quad (1.10.24)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_{3\nu 2}^{p,n} = v_{\nu p}, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} B_{3\nu 2}^{n,p} = 0, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \gamma_{\nu 2 p} = 0, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \gamma_{\nu 2 n} = u_{\nu p} \quad (1.10.25)$$

Etat à deux quasiparticules

En faisant tendre Δ_{np} vers 0 dans l'expression (1.6.9) de l'état à deux quasiparticules non appariées, il vient ($\nu \neq \mu$) :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 1\rangle &= a_{\nu p}^+ a_{\mu p}^+ \prod_{j \neq \nu \neq \mu} |\Psi_j\rangle_p \prod_j |\Psi_j\rangle_n \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 2\rangle &= a_{\nu p}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_p a_{\mu n}^+ \prod_{j \neq \mu} |\Psi_j\rangle_n \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 1\rangle &= a_{\nu n}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_n a_{\mu p}^+ \prod_{j \neq \mu} |\Psi_j\rangle_p \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 2\rangle &= a_{\nu n}^+ a_{\mu n}^+ \prod_{j \neq \nu \neq \mu} |\Psi_j\rangle_n \prod_j |\Psi_j\rangle_p \end{aligned} \quad (1.10.26)$$

Soit encore :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 1\rangle &= |\nu p \tilde{\mu} p\rangle |\Psi\rangle_n \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 2\rangle &= |\nu p\rangle |\tilde{\mu} n\rangle \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 1\rangle &= |\nu n\rangle |\tilde{\mu} p\rangle \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 2\rangle &= |\nu n \tilde{\mu} n\rangle |\Psi\rangle_p \end{aligned} \quad (1.10.27)$$

où l'état $|\nu t\rangle$ est défini par (1.10.23) et où $|\nu t \tilde{\mu} t\rangle$ ($t = n, p$) est l'état à deux quasiparticules non appariées dans le cas de l'appariement entre particules identiques :

$$|\nu t \tilde{\mu} t\rangle = a_{\nu t}^+ a_{\mu t}^+ \prod_{j \neq \nu \neq \mu} |\Psi_j\rangle_t \quad (1.10.28)$$

De même, pour l'état à deux quasiparticules appariées $|\nu\tau\tilde{\nu}\tau'\rangle$ défini par (1.6.12), il vient :

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\nu} 1\rangle &= \left[(v_{\nu p} - u_{\nu p} A_{\nu p}^+) \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_p \right] |\Psi\rangle_n \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\nu} 2\rangle &= \left[a_{\nu p}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_p \right] \left[a_{\tilde{\nu} n}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_n \right] \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\nu} 1\rangle &= \left[a_{\nu n}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_n \right] \left[a_{\tilde{\nu} p}^+ \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_p \right] \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\nu} 2\rangle &= \left[(v_{\nu n} - u_{\nu n} A_{\nu n}^+) \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_n \right] |\Psi\rangle_p
 \end{aligned} \tag{1.10.29}$$

Soit encore :

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\nu} 1\rangle &= |\nu p \tilde{\nu} p\rangle |\Psi\rangle_n \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\nu} 2\rangle &= |\nu p\rangle |\tilde{\nu} n\rangle \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\nu} 1\rangle &= |\nu n\rangle |\tilde{\nu} p\rangle \\
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\nu} 2\rangle &= |\nu n \tilde{\nu} n\rangle |\Psi\rangle_p
 \end{aligned} \tag{1.10.30}$$

où l'état $|\nu t \tilde{\nu} t\rangle$ ($t = n, p$) est l'état à deux quasiparticules appariées dans le cas de l'appariement entre particules identiques défini par :

$$|\nu t \tilde{\nu} t\rangle = (v_{\nu t} - u_{\nu t} A_{\nu t}^+) \prod_{j \neq \nu} |\Psi_j\rangle_t \tag{1.10.31}$$

Notons là aussi que la définition diffère par un signe moins par rapport à l'expression obtenue dans le cas de la théorie BCS usuelle.

1.10.3 Variance du nombre de particules

De même, pour les expressions de N , N^2 et l'expression de la variance définies par (1.9.18), (1.9.21) et (1.9.22) respectivement, on obtient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \Psi | N | \Psi \rangle = 2 \sum_{\nu > 0} (v_{\nu n}^2 + v_{\nu p}^2) \tag{1.10.32}$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \Psi | N^2 | \Psi \rangle = 4 \left[\sum_{\nu > 0} (v_{\nu n}^2 + v_{\nu p}^2) \right] + 4 \sum_{\nu > 0} (v_{\nu n}^2 u_{\nu n}^2 + v_{\nu p}^2 u_{\nu p}^2) \tag{1.10.33}$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \text{Var}(N) = 4 \sum_{\nu > 0} [u_{\nu n}^2 v_{\nu n}^2 + u_{\nu p}^2 v_{\nu p}^2] \tag{1.10.34}$$

Ces écritures sont bien celles utilisées dans le cas de l'appariement entre particules identiques [10].

1.10.4 Energies

Lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, l'énergie BCS définie par (1.8.5) devient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{BCS} = E_{BCSn} + E_{BCSp} - G_{np} \sum_{\nu} (v_{\nu p} v_{\nu n})^2 \quad (1.10.35)$$

où

$$E_{BCSt} = 2 \sum_{\nu} (\varepsilon_{\nu t} - G_{tt} v_{\nu t}^2) v_{\nu t}^2 - \frac{\Delta_{tt}^2}{G_{tt}} \quad t = n, p \quad (1.10.36)$$

On constate alors qu'il existe un terme supplémentaire $(-G_{np} \sum_{\nu} (v_{\nu p} v_{\nu n})^2)$, en plus de la somme des énergies des systèmes neutrons et protons dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Si de plus, $G_{np} = 0$, alors

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{BCS} = E_{BCSn} + E_{BCSp} \quad (1.10.37)$$

Dans ce cas, c. à. d lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, et $G_{np} = 0$, l'énergie d'une quasiparticule $E_{\nu\tau}$ définie par (1.3.14) devient :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{\nu\tau}^2 &= \frac{1}{2} \left[(E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2) + (-1)^{\tau+1} \sqrt{(E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2)^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[(E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2) + (-1)^{\tau+1} |E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2| \right] \quad \text{avec } \tau = 1, 2 \end{aligned} \quad (1.10.38)$$

Soit encore :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{\nu 1}^2 = \frac{1}{2} [E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 + |E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2|] = E_{\nu p}^2 \quad (1.10.39)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{\nu 2}^2 = \frac{1}{2} [E_{\nu n}^2 + E_{\nu p}^2 + |E_{\nu n}^2 - E_{\nu p}^2|] = E_{\nu n}^2 \quad (1.10.40)$$

L'énergie de l'état excité à une quasiparticule s'écrit dans ce cas :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 1 | H | \nu 1 \rangle = E_{BCS} + E_{\nu p} \quad (1.10.41)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 2 | H | \nu 2 \rangle = E_{BCS} + E_{\nu n} \quad (1.10.42)$$

où E_{BCS} est défini par (1.10.36)

De même, l'énergie de l'état à deux quasiparticules non appariées défini par (1.8.7) s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 1 \tilde{\mu} 1 | H | \nu 1 \tilde{\mu} 1 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu p} + E_{\mu p} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 1 \tilde{\mu} 2 | H | \nu 1 \tilde{\mu} 2 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu p} + E_{\mu n} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 2 \tilde{\mu} 1 | H | \nu 2 \tilde{\mu} 1 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu n} + E_{\mu p} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 2 \tilde{\mu} 2 | H | \nu 2 \tilde{\mu} 2 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu n} + E_{\mu n} \end{aligned} \quad (1.10.43)$$

Finalement, l'énergie de l'état à deux quasiparticules appariées défini par (1.8.8) devient :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 1 \tilde{\nu} 1 | H | \nu 1 \tilde{\nu} 1 \rangle &= E_{BCS} + 2E_{\nu p} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 1 \tilde{\nu} 2 | H | \nu 1 \tilde{\nu} 2 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu p} + E_{\nu n} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 2 \tilde{\nu} 1 | H | \nu 2 \tilde{\nu} 1 \rangle &= E_{BCS} + E_{\nu n} + E_{\nu p} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \nu 2 \tilde{\nu} 2 | H | \nu 2 \tilde{\nu} 2 \rangle &= E_{BCS} + 2E_{\nu n} \end{aligned} \tag{1.10.44}$$

Chapitre 2

Projection en représentation particule

2.1 Introduction

Comme souligné au chapitre précédent, le principal défaut de la théorie BCS est la non-conservation du nombre de particules.

Un traitement rigoureux des corrélations d'appariement nécessite donc d'effectuer une projection sur le bon nombre de particules. Dans le présent travail, c'est la méthode Sharp-BCS (SBCS) qui est utilisée. Cette dernière a été utilisée à de nombreuses reprises dans le cas de l'appariement entre particules identiques [6, 41, 44, 74, 96, 115, 116, 117, 118, 119]. Elle a été ensuite généralisée dans le cas de l'appariement isovectoriel en se basant sur la représentation particule [7, 120].

Le but du présent chapitre est de rappeler cette méthode de projection formulée au moyen de la représentation particule.

Comme dans le cas du chapitre 1, il est montré que les expressions obtenues généralisent bien celles correspondant au cas de l'appariement entre particules identiques.

2.2 Fonctions d'onde

2.2.1 Etat fondamental

Dans le cas de l'appariement entre particules identiques le projecteur qui permet d'obtenir l'état projeté sur le bon nombre de particules d'un système pair avec $2P_t$ particules (où P_t , $t = n, p$, signifie le nombre de paires de protons ou de neutrons) à partir de l'état BCS est donné par

[6, 96, 115] :

$$\mathcal{P}_t = \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_t} \prod_{j>0} \left[(1 + \eta_{jt} (\sqrt{z_k} - 1)) \left(1 + \eta_{jt} (\sqrt{z_k} - 1) \right) + cc \right] \quad , \quad t = n, p \quad (2.2.1)$$

avec

$$\begin{aligned} \eta_{\nu t} &= a_{\nu t}^+ a_{\nu t} \\ \xi_k &= \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } k = 0 \quad \text{ou } k = m + 1 \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

$$z_k = \exp i\varphi_k \quad \text{et} \quad \varphi_k = \frac{k\pi}{2(m+1)} \quad (2.2.3)$$

m est un entier non nul et cc est le complexe conjugué par rapport à z_k .

Dans le cas de l'appariement neutron-proton, le projecteur qui permet d'obtenir l'état projeté à la fois sur le bon nombre de neutrons et de protons, pour un système pair-pair, est de la forme

$$\mathcal{P} = \prod_{t=n,p} \mathcal{P}_t$$

où :

m (respectivement m') est le degré d'extraction des fausses composantes du système neutrons (respectivement protons).

La fonction d'onde projetée s'écrit alors : [7, 39, 46, 48, 75, 114, 120, 121]

$$|\Psi_{mm'}\rangle \propto \prod_{t=n,p} \mathcal{P}_t |\Psi\rangle \quad (2.2.4)$$

Soit :

$$|\Psi_{mm'}\rangle = C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} |\Psi(z_k, z_{k'})\rangle + \mathcal{CC} \right\} \quad (2.2.5)$$

avec

$$|\Psi(z_k, z_{k'})\rangle = \prod_{j>0} |\Psi_j(z_k, z_{k'})\rangle \quad (2.2.6)$$

où l'on a posé

$$|\Psi_j(z_k, z_{k'})\rangle = \left[z_k z_{k'} B_1^j A_{jp}^+ A_{jn}^+ + z_{k'} B_p^j A_{jp}^+ + z_k B_n^j A_{jn}^+ + \sqrt{z_k z_{k'}} B_4^j \left(a_{jp}^+ a_{jn}^+ + a_{jn}^+ a_{jp}^+ \right) + B_5^j \right] |0\rangle \quad (2.2.7)$$

$C_{mm'}$ est la constante de normalisation de l'état $|\Psi_{mm'}\rangle$.

La notation $\mathcal{CC}$ signifie que l'on somme sur des termes similaires où le couple $(z_k, z_{k'})$ est remplacé par $(\bar{z}_k, z_{k'})$, puis $(z_k, \bar{z}_{k'})$ et enfin par $(\bar{z}_k, \bar{z}_{k'})$.

Il apparait que les expressions (2.2.6) et (1.38) sont formellement similaires. L'effet de la projection dans ces expressions consiste en une renormalisation des coefficients B_i^j .

Nous avons ainsi obtenu une expression explicite de la fonction d'onde projetée. Cette dernière permet de déduire la valeur moyenne de toute observable physique.

Notons que l'état sera débarrassé de toutes les fausses composantes dès que la condition suivante sera vérifiée [120] :

$$2(m+1) > \text{Max}(P_n, \Omega - P_n) \quad , \quad 2(m'+1) > \text{Max}(P_p, \Omega - P_p) \quad (2.2.8)$$

où $P_n(P_p)$ représente le nombre de paires de neutrons (protons).

Constante de normalisation

Chaque opérateur $\mathcal{O}$ qui commute avec l'opérateur nombre de particules N satisfait la relation [7, 75] :

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{mm'} | \mathcal{O} | \Psi_{mm'} \rangle &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'} \langle \Psi_{mm'} | \mathcal{O} | \Psi \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'} \langle \Psi | \mathcal{O} | \Psi_{mm'} \rangle \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

En utilisant cette dernière propriété, la constante de normalisation de l'état projeté en représentation particule est donnée par :

$$\begin{aligned} 1 &= \langle \Psi_{mm'} | \Psi_{mm'} \rangle = 4(m+1)(m'+1)C_{mm'} \langle \Psi | \Psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \right\} \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

où l'on a posé :

$$A_j(z_k, z_{k'}) = z_k z_{k'} (B_1^j)^2 + z_{k'} (B_p^j)^2 + z_k (B_n^j)^2 + 2\sqrt{z_k z_{k'}} (B_4^j)^2 + (B_5^j)^2 \quad (2.2.11)$$

2.2.2 Etat à deux quasiparticules non appariées:

En utilisant la même méthode que pour l'état fondamental, l'état à deux quasiparticules non appariées dont nous aurons besoin dans la suite du travail (voir chapitre 4) s'écrit, après projection:

$$|(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle \alpha \mathcal{P}_n \mathcal{P}_p |\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle$$

Soit encore

$$|(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle = C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} |\Phi_\nu^\tau(z_k, z_{k'})\rangle |\Phi_{\tilde{\mu}}^{\tau'}(z_k, z_{k'})\rangle \prod_{j \neq \nu \neq \mu} |\Psi_j(z_k, z_{k'})\rangle + \mathcal{CC} \right\} \quad (2.2.12)$$

avec:

$$|\Phi_\nu^\tau(z_k, z_{k'})\rangle = [z_{k'} \sqrt{z_k} B_{3\nu\tau}^{pn} A_{\nu p}^+ a_{\nu n}^+ + z_k \sqrt{z_{k'}} B_{3\nu\tau}^{np} A_{\nu n}^+ a_{\nu p}^+ + \sqrt{z_k} \gamma_{\nu\tau n} a_{\nu n}^+ + \sqrt{z_{k'}} \gamma_{\nu\tau p} a_{\nu p}^+] |0\rangle \quad (2.2.13)$$

$$|\Phi_{\tilde{\mu}}^{\tau'}(z_k, z_{k'})\rangle = [z_{k'} \sqrt{z_k} B_{3\mu\tau'}^{pn} A_{\mu p}^+ a_{\mu n}^+ + z_k \sqrt{z_{k'}} B_{3\mu\tau'}^{np} A_{\mu n}^+ a_{\mu p}^+ + \sqrt{z_k} \gamma_{\mu\tau n} a_{\mu n}^+ + \sqrt{z_{k'}} \gamma_{\mu\tau p} a_{\mu p}^+] |0\rangle \quad (2.2.14)$$

et où $C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}$ est la constante de normalisation.

Constante de normalisation

La constante de normalisation de l'état $|(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle$ est donnée par :

$$\begin{aligned} 1 &= \langle (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'} \langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} \rangle \end{aligned}$$

Sachant que

$$\langle 0 | B_\nu^\tau | \Phi_\nu^\tau(z_k, z_{k'}) \rangle = z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\nu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\nu\tau p})^2 \quad (2.2.15)$$

et

$$\langle 0 | B_{\tilde{\mu}}^{\tau'} | \Phi_{\tilde{\mu}}^{\tau'}(z_k, z_{k'}) \rangle = z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\mu\tau'}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\mu\tau'}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\mu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\mu\tau p})^2 \quad (2.2.16)$$

où B_ν^τ et $B_{\tilde{\mu}}^{\tau'}$ sont définis respectivement par (1.6.10a) et (1.6.10b), il vient :

$$\begin{aligned} 1 &= 4(m+1)(m'+1) (C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \right. \\ &\quad \times \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\nu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\nu\tau p})^2 \right] \\ &\quad \times \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\mu\tau'}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\mu\tau'}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\mu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\mu\tau p})^2 \right] \\ &\quad \times \prod_{j \neq \nu \neq \mu} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \left. \right\} \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

Posons

$$S = \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \left[D_\nu^\tau(z_k, z_{k'}) D_\mu^{\tau'}(z_k, z_{k'}) \prod_{j \neq \nu \neq \mu} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \right] \quad (2.2.18)$$

où

$$D_\nu^\tau(z_k, z_{k'}) = \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\nu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\nu\tau p})^2 \right] \quad (2.2.19)$$

$$D_\mu^{\tau'}(z_k, z_{k'}) = \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\mu\tau'}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\mu\tau'}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\mu\tau' n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\mu\tau' p})^2 \right] \quad (2.2.20)$$

La condition de normalisation devient :

$$1 = 4(m+1)(m'+1)(C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 S \quad (2.2.21)$$

2.3 Variance du nombre de particules

La variance du nombre de particules est définie dans ce cas par [114] :

$$[Var(N)]_{mm'} = \langle \Psi_{mm'} | N^2 | \Psi_{mm'} \rangle - [\langle \Psi_{mm'} | N | \Psi_{mm'} \rangle]^2 \quad (2.3.1)$$

La valeur moyenne de l'opérateur nombre de particules calculée à l'aide de la fonction d'onde (2.2.4) s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{mm'} | N | \Psi_{mm'} \rangle &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \\ &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} N(z_k, z_{k'}) + \overline{z_k}^{-P_n} \overline{z_{k'}}^{-P_p} N(\overline{z_k}, \overline{z_{k'}}) \right] + \mathcal{CC} \right\} \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

avec

$$N(z_k, z_{k'}) = \sum_{l>0} N_l(z_k, z_{k'}) \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq l}} A_j(z_k, z_{k'})$$

et

$$N_l(z_k, z_{k'}) = 2 \left[2z_k z_{k'} (B_1^l)^2 + z_k (B_n^l)^2 + z_{k'} (B_p^l)^2 + 2\sqrt{z_k z_{k'}} (B_4^l)^2 \right] \quad (2.3.3)$$

Quand à la valeur moyenne de N^2 , elle s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{mm'} | N^2 | \Psi_{mm'} \rangle &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \\ &\times \left[\left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} N N(z_k, z_{k'}) + \bar{z}_k^{-P_n} \bar{z}_{k'}^{-P_p} N N(\bar{z}_k, \bar{z}_{k'}) \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \text{cc} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

avec

$$N N(z_k, z_{k'}) = \sum_{i>0} N N_i(z_k, z_{k'}) \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq i}} A_j(z_k, z_{k'}) + \sum_{\substack{i,l>0 \\ i \neq l}} N_i(z_k, z_{k'}) N_l(z_k, z_{k'}) \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq i \neq l}} A_j(z_k, z_{k'}) \quad (2.3.5)$$

où l'on a posé :

$$N N_i(z_k, z_{k'}) = 4 \left[4z_k z_{k'} (B_1^i)^2 + z_k (B_n^i)^2 + z_{k'} (B_p^i)^2 + 2\sqrt{z_k z_{k'}} (B_4^i)^2 \right] \quad (2.3.6)$$

et où $N_l(z_k, z_{k'})$ est défini par (2.3.3).

2.4 Energie

On définit l'énergie dans l'état fondamental projeté par :

$$E_{mm'} = \langle \Psi_{mm'} | H | \Psi_{mm'} \rangle \quad (2.4.1)$$

où H est exprimé en représentation particule et défini par (1.2.1).

On a alors [46, 114, 121]

$$\begin{aligned} E_{mm'} &= \langle \Psi_{mm'} | H | \Psi_{mm'} \rangle = 4(m+1)(m'+1)C_{mm'} \langle \Psi | H | \Psi_{mm'} \rangle \\ &= 8(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \\ &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} E(z_k, z_{k'}) + \bar{z}_k^{-P_n} \bar{z}_{k'}^{-P_p} E(\bar{z}_k, \bar{z}_{k'}) + \text{cc} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

où :

$$E(z_k, z_{k'}) = \sum_{\nu>0} E_\nu(z_k, z_{k'}) \prod_{j \neq \nu} A_j(z_k, z_{k'}) + \sum_{\substack{\nu, \mu>0 \\ \nu \neq \mu}} E_{\nu\mu}(z_k, z_{k'}) \prod_{j \neq \nu \neq \mu} A_j(z_k, z_{k'}) \quad (2.4.3)$$

avec

$$E_\nu(z_k, z_{k'}) = z_{k'} z_k (B_1^\nu)^2 e_{\nu np} + z_{k'} (B_p^\nu)^2 e_{\nu p} + z_k (B_n^\nu)^2 e_{\nu n} + \sqrt{z_{k'} z_k} (B_4^\nu)^2 e'_{\nu np} \quad (2.4.4)$$

Les coefficients $e_{\nu np}$, $e_{\nu p}$, $e_{\nu n}$ et $e'_{\nu np}$ étant déjà définis par (1.8.3), et

$$\begin{aligned} E_{\nu\mu}(z_k, z_{k'}) &= -\frac{G_{nn}}{2} z_k (z_{k'} B_1^\nu B_p^\nu + B_n^\nu B_5^\nu) (z_{k'} B_1^\mu B_p^\mu + B_n^\mu B_5^\mu) \\ &\quad -\frac{G_{pp}}{2} z_{k'} (z_k B_1^\nu B_n^\nu + B_p^\nu B_5^\nu) (z_k B_1^\mu B_n^\mu + B_p^\mu B_5^\mu) \\ &\quad -G_{np} \sqrt{z_{k'} z_k} B_4^\nu B_4^\mu (\sqrt{z_{k'} z_k} B_1^\nu - B_5^\nu) (\sqrt{z_{k'} z_k} B_1^\mu - B_5^\mu) \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

2.5 Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$

2.5.1 Fonctions d'onde

Etat fondamental

En l'absence d'appariement neutron-proton c'est à dire lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, l'expression de $A_j(z_k, z_{k'})$ définie par (2.2.11) devient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} A_j(z_k, z_{k'}) = (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) (u_{jp}^2 + z_{k'} v_{jp}^2) \quad (2.5.1)$$

La constante de normalisation de la fonction d'onde s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} 1 &= \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \right] \right\} \\ &= 4(m+1)(m'+1) \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{j>0} (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) \right] \right. \\ &\quad \times \left. \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} (u_{jp}^2 + z_{k'} v_{jp}^2) \right] + \mathcal{CC} \right\} \\ &= 4(m+1)(m'+1) \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'}^2 \frac{1}{2(m+1) C_m^2} \frac{1}{2(m'+1) C_{m'}^2} \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Sachant que la constante de normalisation dans le cas de l'appariement entre particules identiques s'écrit [74, 119, 121]:

$$1 = 2(m+1) C_m^2 \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_t} \prod_{j>0} (u_{jt}^2 + z_k v_{jt}^2) + cc \right] \quad (2.5.3)$$

on trouve finalement que :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'}^2 = 2C_m^2 C_{m'}^2 \quad (2.5.4)$$

L'expression de la fonction d'onde projetée s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\Psi_{mm'}\rangle &= \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} |\Psi(z_k, z_{k'})\rangle + cc \right\} \\ &= C_m \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \left[z_k^{-P_n} \prod_{j>0} (u_{\nu n} + z_k v_{\nu n} A_{jn}^+) |0\rangle + cc \right] \right\} \\ &\quad \times C_{m'} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \left[z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} (u_{\nu p} + z_{k'} v_{\nu p} A_{jp}^+) |0\rangle + cc \right] \right\} \\ &= |\Psi_n\rangle_m |\Psi_p\rangle_{m'} \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

où

$$|\Psi_t\rangle_m = C_m \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \left[z_k^{-P_t} \prod_{j>0} (u_{jt} + z_k v_{jt} A_{jt}^+) |0\rangle + cc \right] \right\}, \quad t = n, p \quad (2.5.6)$$

La fonction d'onde totale projetée du système se ramène au produit des deux fonctions d'ondes projetées des deux systèmes neutron et proton dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

Etat à deux quasiparticules non appariées

De même, l'expression de l'état à deux quasiparticules devient, lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 1\rangle_{mm'} &\rightarrow \left| (\nu \tilde{\mu})_p \right\rangle_{m'} |\Psi_n\rangle_m \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 2\rangle_{mm'} &\rightarrow \left| (\nu \tilde{\mu})_n \right\rangle_m |\Psi_p\rangle_{m'} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 2 \tilde{\mu} 1\rangle_{mm'} &\rightarrow \left| (\nu_p) \right\rangle_{m'} \left| (\tilde{\mu})_n \right\rangle_{m'} \\ \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\nu 1 \tilde{\mu} 2\rangle_{mm'} &\rightarrow \left| (\nu)_n \right\rangle_m \left| (\tilde{\mu})_p \right\rangle_{m'} \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

Dans ces expressions, $|\Psi_t\rangle_m$ est défini par (2.5.6) et $|\nu_t\rangle_m$ ($t = n, p$) est l'état à une quasiparticule projeté dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Il est défini par [117]:

$$|\nu_t\rangle_m = C_m^\nu \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} a_{\nu t}^+ \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu}} (u_{jt} + z_k v_{jt} A_{jt}^+) |0\rangle + cc \right\} \quad (2.5.8)$$

où la constante C_m^ν est déduite à partir de la condition [98] :

$$1 = 2(m+1)(C_m^\nu)^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \prod_{j \neq \nu} (u_{jt}^2 + z_k v_{jt}^2) + cc \right\} \quad (2.5.9)$$

$|(\nu\tilde{\mu})_t\rangle_m$, $t = n, p$ est l'état à deux quasiparticules non appariées projeté dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Il est défini par [118] :

$$|(\nu\tilde{\mu})_t\rangle_m = C_m^{\nu\mu} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-(P-1)} a_{\nu t}^+ a_{\mu t}^+ \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq (\nu, \mu)}} (u_{jt} + z_k v_{jt} A_{jt}^+) |0\rangle + cc \right\} \quad (2.5.10)$$

où la constante de normalisation $C_m^{\nu\mu}$ est déduite à partir de la condition [98] :

$$1 = 2(m+1)(C_m^{\nu\mu})^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-(P-1)} \prod_{j \neq (\nu, \mu)} (u_{jt}^2 + z_k v_{jt}^2) + cc \right\} \quad (2.5.11)$$

Quand à la condition de normalisation définie par (2.2.21) qui permet de déduire $C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}$ ($\tau, \tau' = 1, 2$), elle devient, à la limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$ et pour $\tau = \tau'$ (qui sont les seuls à intervenir dans la suite du travail (voir chapitre 4)) :

$$\begin{aligned} 1 &= 8(m+1)(m'+1)(C_{mm'}^{\nu\mu 11})^2 \\ &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{j>0} (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) + cc \right\} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-(P-1)} \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu \neq \mu}} (u_{jp}^2 + z_{k'} v_{jp}^2) + cc \right\} \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

Ce que signifie que :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} (C_{mm'}^{\nu\mu 11})^2 = 2(C_m)^2 (C_{m'}^{\nu\mu})^2 \quad (2.5.13)$$

où C_m est définie par (2.5.3) et $C_{m'}^{\nu\mu}$ par (2.5.11).

$$\begin{aligned} 1 &= 8(m+1)(m'+1)(C_{mm'}^{\nu\mu 11})^2 \\ &\times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} (u_{jp}^2 + z_{k'} v_{jp}^2) + cc \right\} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-(P_n-1)} \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu \neq \mu}} (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) + cc \right\} \end{aligned} \quad (2.5.14)$$

Ce qui signifie que :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} (C_{mm'}^{\nu\mu 22})^2 = 2(C_{m'})^2 (C_m^{\nu\mu})^2 \quad (2.5.15)$$

2.5.2 Energie

Pour sa part, l'expression de l'énergie du système dans l'état projeté définie par (2.4.3) devient :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{mm'} &= E_m + E_{m'} \\ &- (m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 G_{np} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \right. \\ &\times \left. \left[\sum_{\nu > 0} z_k v_{\nu n}^2 z_{k'} v_{\nu p}^2 \prod_{j \neq \nu} (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) \prod_{j \neq \nu} (u_{jp}^2 + z_{k'} v_{jp}^2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.5.16)$$

On constate, comme dans le cas de l'approximation BCS (voir Eq (1.10.35)), l'existence d'un terme supplémentaire en G_{np} , en plus de la somme des énergies des systèmes neutrons et protons.

Par contre, lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, et $G_{np} = 0$, l'énergie du système devient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{mm'} = E_m + E_{m'} \quad (2.5.17)$$

L'énergie totale du système se ramène donc uniquement à la somme des énergies projetées des deux systèmes proton et neutron calculées séparément dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

2.6 Extraction de la partie réelle

2.6.1 Constantes de normalisation

Etat fondamental

Pour procéder à l'extraction de la partie réelle de la constante de normalisation de l'état fondamental $|\Psi_{mm'}\rangle$ définie par (2.2.11), posons

$$A_j(z_k, z_{k'}) = \rho_j(x_k, x_{k'}) \exp[i\varphi_j(x_k, x_{k'})] \quad (2.6.1)$$

avec

$$x_k = \frac{k\pi}{2(m+1)} \quad (2.6.2)$$

$$\rho_j(x_k, x_{k'}) = \sqrt{(a_j)^2 + (b_j)^2} \quad (2.6.3)$$

$$tg\varphi_j(x_k, x_{k'}) = \frac{b_j}{a_j} \quad (2.6.4)$$

où l'on a posé

$$\begin{aligned} a_j &= (B_1^j)^2 \cos 2(x_k + x_{k'}) + (B_n^j)^2 \cos(2x_k) + (B_p^j)^2 \cos(2x_{k'}) \\ &\quad + 2(B_4^j)^2 \cos(x_k + x_{k'}) + (B_5^j)^2 \end{aligned} \quad (2.6.5)$$

$$\begin{aligned} b_j &= (B_1^j)^2 \sin 2(x_k + x_{k'}) + (B_n^j)^2 \sin(2x_k) + (B_p^j)^2 \sin(2x_{k'}) \\ &\quad + 2(B_4^j)^2 \sin(x_k + x_{k'}) \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

Posons également

$$\rho(x_k, x_{k'}) = \prod_j \rho_j(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.7)$$

$$\varphi(x_k, x_{k'}) = \sum_j \varphi_j(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.8)$$

$$\theta(x_k, x_{k'}) = -2x_k P_p - 2x_{k'} P_n + \varphi(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.9)$$

Alors

$$1 = 8(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} [\rho(x_k, x_{k'}) \cos \theta(x_k, x_{k'}) + \rho(-x_k, x_{k'}) \cos \theta(-x_k, x_{k'})] \quad (2.6.10)$$

Etat à deux quasiparticules non appariées

Afin d'extraire la partie réelle de la constante de normalisation de l'état à deux quasiparticules définie par (2.2.17), posons :

$$D_\nu^\tau(z_k, z_{k'}) = R_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) \exp[i\Phi_\nu^\tau(x_k, x_{k'})] \quad (2.6.11)$$

et

$$D_\mu^{\tau'}(z_k, z_{k'}) = R_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'}) \exp[i\Phi_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'})] \quad (2.6.12)$$

où $D_\nu^\tau(z_k, z_{k'})$ et $D_\mu^{\tau'}(z_k, z_{k'})$ sont définis par (2.2.19) et (2.2.20).

Il vient :

$$\begin{aligned} 1 &= 4(m+1)(m'+1) (C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j \neq \nu \neq \mu} A_j(z_k, z_{k'}) \right. \\ &\quad \times R_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) \exp[i\Phi_\nu^\tau(x_k, x_{k'})] R_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'}) \exp[i\Phi_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'})] + \mathcal{CC} \Big\} \end{aligned} \quad (2.6.13)$$

où l'on a posé :

$$R_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) = \sqrt{(a_\nu^\tau)^2 + (b_\nu^\tau)^2} \quad (2.6.14)$$

$$tg\Phi_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) = \frac{b_\nu^\tau}{a_\nu^\tau} \quad (2.6.15)$$

avec

$$a_\nu^\tau = \cos(2x_{k'} + x_k) (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + \cos(2x_k + x_{k'}) (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \cos x_{k'} (\gamma_{\nu\tau p})^2 + \cos x_k (\gamma_{\nu\tau n})^2 \quad (2.6.16)$$

et

$$b_\nu^\tau = \sin(2x_{k'} + x_k) (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + \sin(2x_k + x_{k'}) (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \sin x_{k'} (\gamma_{\nu\tau p})^2 + \sin x_k (\gamma_{\nu\tau n})^2 \quad (2.6.17)$$

d'où

$$\begin{aligned} 1 = & 4(m+1)(m\ell+1)(C_{mm\ell}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \frac{\rho(x_k, x_{k'}) R_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) R_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'})}{\rho_\nu(x_k, x_{k'}) \rho_\mu(x_k, x_{k'})} \right. \\ & \left. \times \exp i \left[\theta^{\nu\mu}(x_k, x_{k'}) + \Phi_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) + \Phi_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'}) \right] + \mathcal{CC} \right\} \end{aligned} \quad (2.6.18)$$

avec la notation

$$\theta^{\nu\mu}(x_k, x_{k'}) = \theta(x_k, x_{k'}) - \varphi_\nu(x_k, x_{k'}) - \varphi_\mu(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.19)$$

Finalement,

$$\begin{aligned} 1 = & 8(m+1)(m\ell+1)(C_{mm\ell}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[\frac{\rho(x_k, x_{k'}) R_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) R_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'})}{\rho_\nu(x_k, x_{k'}) \rho_\mu(x_k, x_{k'})} \right. \right. \\ & \times \left(\cos \left(\theta^{\nu\mu}(x_k, x_{k'}) + \Phi_\nu^\tau(x_k, x_{k'}) + \Phi_\mu^{\tau'}(x_k, x_{k'}) \right) \right) \\ & + \frac{\rho(-x_k, x_{k'}) R_\nu^\tau(-x_k, x_{k'}) R_\mu^{\tau'}(-x_k, x_{k'})}{\rho_\nu(-x_k, x_{k'}) \rho_\mu(-x_k, x_{k'})} \\ & \left. \left. \times \left(\cos \left(\theta^{\nu\mu}(-x_k, x_{k'}) + \Phi_\nu^\tau(-x_k, x_{k'}) + \Phi_\mu^{\tau'}(-x_k, x_{k'}) \right) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.6.20)$$

2.6.2 Valeurs moyennes de N et N^2

Après extraction de la partie réelle, l'expression (2.3.2) s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle &= 16 (m+1) (m'+1) (C_{mm'})^2 \\ &\times \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \sum_{i>0} [\mathcal{N}_i(x_k, x_{k'}) + \mathcal{N}_i(-x_k, x_{k'})] \end{aligned} \quad (2.6.21)$$

où l'on a posé:

$$N_i(x_k, x_{k'}) = \frac{\rho(x_k, x_{k'})}{\rho_i(x_k, x_{k'})} r_i(x_k, x_{k'}) \cos \chi_i(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.22)$$

avec:

$$\chi_i(x_k, x_{k'}) = \Theta_i(x_k, x_{k'}) + \theta_i(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.23)$$

et

$$\Theta_i(x_k, x_{k'}) = \theta(x_k, x_{k'}) - \varphi_i(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.24)$$

$$r_i(x_k, x_{k'}) = \sqrt{(\alpha^{(i)})^2 + (\beta^{(i)})^2}, \quad \tan \theta_i(x_k, x_{k'}) = \frac{\beta^{(i)}}{\alpha^{(i)}} \quad (2.6.25)$$

où

$$\alpha^{(i)} = 2(B_1^i)^2 \cos(2x_k + 2x_{k'}) + (B_p^i)^2 \cos 2x_{k'} + (B_n^i)^2 \cos 2x_k + 2(B_4^i)^2 \cos(x_k + x_{k'}) \quad (2.6.26)$$

$$\beta^{(i)} = 2(B_1^i)^2 \sin(2x_k + 2x_{k'}) + (B_p^i)^2 \sin 2x_{k'} + (B_n^i)^2 \sin 2x_k + 2(B_4^i)^2 \sin(x_k + x_{k'}) \quad (2.6.27)$$

Après extraction de la partie réelle, l'expression (2.3.4) devient :

$$\begin{aligned} \langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle &= 32 (m+1) (m'+1) (C_{mm'}^{\nu P})^2 \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \\ &\times \left\{ \sum_{i>0} [\mathcal{N}\mathcal{N}_i(x_k, x_{k'}) + \mathcal{N}\mathcal{N}_i(-x_k, x_{k'})] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{i,l>0 \\ i \neq l}} [\mathcal{N}\mathcal{N}_{il}(x_k, x_{k'}) + \mathcal{N}\mathcal{N}_{il}(-x_k, x_{k'})] \right\} \end{aligned} \quad (2.6.28)$$

où l'on a posé:

$$\mathcal{N}\mathcal{N}_i(x_k, x_{k'}) = \frac{\rho(x_k, x_{k'})}{\rho_i(x_k, x_{k'})} r_{1i}(x_k, x_{k'}) \cos \chi_{1i}(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.29)$$

avec:

$$\chi_{1i}(x_k, x_{k'}) = \Theta_i(x_k, x_{k'}) + \theta_{1i}(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.30)$$

et

$$r_{1i}(x_k, x_{k'}) = \sqrt{(\alpha_1^{(i)})^2 + (\beta_1^{(i)})^2}, \quad \tan \theta_{1i}(x_k, x_{k'}) = \frac{\beta_1^{(i)}}{\alpha_1^{(i)}} \quad (2.6.31)$$

où

$$\alpha_1^{(i)} = 4(B_1^i)^2 \cos(2x_k + 2x_{k'}) + (B_p^i)^2 \cos 2x_{k'} + (B_n^i)^2 \cos 2x_k + 2(B_4^i)^2 \cos(x_k + x_{k'}) \quad (2.6.32)$$

$$\beta_1^{(i)} = 4(B_1^i)^2 \sin(2x_k + 2x_{k'}) + (B_p^i)^2 \sin 2x_{k'} + (B_n^i)^2 \sin 2x_k + 2(B_4^i)^2 \sin(x_k + x_{k'}) \quad (2.6.33)$$

et

$$\mathcal{N}_{il}(x_k, x_{k'}) = \frac{\rho(x_k, x_{k'})}{\rho_i(x_k, x_{k'})\rho_l(x_k, x_{k'})} r_i(x_k, x_{k'}) r_l(x_k, x_{k'}) \cos \chi_{2il}(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.34)$$

avec

$$\chi_{2il}(x_k, x_{k'}) = \Theta_{il}(x_k, x_{k'}) + \theta_i(x_k, x_{k'}) + \theta_l(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.35)$$

$\Theta_{il}(x_k, x_{k'})$ étant défini par

$$\Theta_{il}(x_k, x_{k'}) = \Theta_i(x_k, x_{k'}) - \varphi_l(x_k, x_{k'}) \quad (2.6.36)$$

et $\Theta_i(x_k, x_{k'})$ par (2.6.24).

Chapitre 3

Projection en représentation quasiparticule

3.1 Introduction

Comme cela a été précédemment souligné, la méthode de projection SBCS, dans le cas de l'appariement isovectoriel, a été développée en utilisant la représentation particule. Ce n'est que récemment que le formalisme a été élaboré en représentation quasiparticule [122, 123]. Or, comme nous le verrons au chapitre 4, l'écriture du moment d'inertie nécessite de connaître l'expression des fonctions d'onde du système en représentation quasiparticule. Le présent chapitre est donc consacré à l'établissement des expressions des différents états projetés en représentation quasiparticule.

Les valeurs moyennes des opérateurs nombre de particules et son carré, ainsi que l'hamiltonien en sont déduites. Il est également montré que le formalisme se réduit à celui de l'appariement entre particules identiques lorsque l'appariement np est négligé.

3.2 Fonctions d'onde

3.2.1 Etat fondamental

Afin d'écrire la fonction d'onde projetée définie par l'équation (2.2.4) en représentation quasiparticule, commençons par calculer l'action de l'opérateur de projection sur le bon nombre de

neutrons $\mathcal{P}_n$ défini par l'équation (2.2.1) sur le vide de quasiparticules $|\Psi\rangle$, soit :

$$\mathcal{P}_n |\Psi\rangle = \sum_{k=0}^{n+1} \left\{ \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} \mathcal{T}_{\nu n}(z_k) + cc \right\} |\Psi\rangle \quad (3.2.1)$$

où l'on a posé, pour alléger les notations

$$\mathcal{T}_{\nu n}(z_k) = [(1 + \eta_{\nu n}(\sqrt{z_k} - 1))(1 + \eta_{\tilde{\nu} n}(\sqrt{z_k} - 1))] \quad (3.2.2)$$

En utilisant la transformation inverse de Bogoliubov-Valatin définie par (1.4.6), il vient :

$$\eta_{\nu n} |\Psi\rangle = \eta_{\tilde{\nu} n} |\Psi\rangle = \eta_{\nu n} \eta_{\tilde{\nu} n} |\Psi\rangle = \left[\sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 + \sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+ \right] |\Psi\rangle \quad (3.2.3)$$

alors :

$$\mathcal{T}_{\nu n}(z_k) |\Psi\rangle = \left[1 - \sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 + z_k \sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 + (z_k - 1) \sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+ \right] |\Psi\rangle \quad (3.2.4)$$

Si l'on tient compte du fait que :

$$1 - \sum_{\tau} v_{\nu\tau n}^2 = \sum_{\tau} u_{\nu\tau n}^2 \quad (3.2.5)$$

alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\nu n}(z_k) |\Psi\rangle &= \left[\sum_{\tau} (u_{\nu\tau n}^2 + z_k v_{\nu\tau n}^2) + (z_k - 1) \sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+ \right] |\Psi\rangle \\ &= (U_{\nu n}^2 + z_k V_{\nu n}^2) \left[1 + (z_k - 1) \frac{\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+}{U_{\nu n}^2 + z_k V_{\nu n}^2} \right] |\Psi\rangle \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

où l'on a utilisé les notations (1.9.17), c'est à dire

$$U_{\nu t}^2 = \sum_{\tau} u_{\nu\tau t}^2, \quad V_{\nu t}^2 = \sum_{\tau} v_{\nu\tau t}^2, \quad t = n, p \quad (3.2.7)$$

Sachant que

$$\left[\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+ \right]^i = 0 \quad \text{pour } i \geq 2 \quad (3.2.8)$$

l'équation (3.2.6) peut aussi s'écrire sous forme exponentielle, soit :

$$\mathcal{T}_{\nu n}(z_k) |\Psi\rangle = (U_{\nu n}^2 + z_k V_{\nu n}^2) \exp \left[(z_k - 1) \frac{\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+}{U_{\nu n}^2 + z_k V_{\nu n}^2} \right] |\Psi\rangle \quad (3.2.9)$$

On a donc :

$$\mathcal{P}_n |\Psi\rangle = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) \exp \left[(z_k - 1) \frac{\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+}{D_{\nu n}(z_k)} \right] + cc \right\} |\Psi\rangle \quad (3.2.10)$$

où l'on a introduit la notation

$$D_{\nu t}(z_k) = U_{\nu t}^2 + z_k V_{\nu t}^2 \quad , \quad t = n, p \quad (3.2.11)$$

Un raisonnement similaire avec la projection sur le bon nombre de protons permet de déduire l'état fondamental projeté en représentation quasiparticules, soit : [124, 122]

$$\begin{aligned} |\Psi_{mm'}\rangle = & C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) D_{\nu p}(z_{k'}) \right. \\ & \times \exp \left[(z_k - 1) \frac{\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau n} v_{\nu\tau' n} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\nu\tau'}^+}{D_{\nu n}(z_k)} + (z_{k'} - 1) \frac{\sum_{\tau\tau'} u_{\nu\tau p} v_{\nu\tau' p} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\nu\tau'}^+}{D_{\nu p}(z_{k'})} \right] + \mathcal{CC} \left. \right\} |\Psi\rangle \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

où $C_{mm'}$ est la constante de normalisation et la notation $\mathcal{CC}$ a la même signification qu'au chapitre précédent.

On constate que l'expression (3.2.12) est formellement identique à son homologue dans le cas de l'appariement entre particules identiques donnée par [41, 117, 118] :

$$|\Psi_m\rangle = C_m \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \prod_{\nu>0} D_{\nu}(z_k) \times \exp \left[(z_k - 1) \frac{u_{\nu} v_{\nu}}{D_{\nu}(z_k)} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\nu\tau'}^+ \right] + cc \right\} |\Psi\rangle \quad (3.2.13)$$

où la constante de normalisation C_m est définie par (2.5.3) et où $D_{\nu}(z_k) = u_{\nu}^2 + z_k v_{\nu}^2$.

Cette similitude avec le cas de l'appariement entre particules identiques n'existe pas dans le cas de la fonction d'onde écrite en représentation particule définie par (2.4). Seul le calcul de la limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$ permet de vérifier que cette dernière généralise bien celle obtenue au moyen de la méthode SBCS usuelle (Voir l'équation (2.5.5)).

3.2.2 Etat à deux quasiparticules non appariées $|(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle$ ($\nu \neq \mu$)

La suite de travail (voir chapitre suivant) nécessite la connaissance de l'état projeté à deux quasiparticules non appariées en représentation quasiparticule.

Pour le déterminer, nous nous basons d'une part sur son expression en représentation particule donnée par l'équation (2.10) et d'autre part sur la relation de fermeture qui s'écrit:

$$\begin{aligned}
 1 &= |\Psi\rangle \langle \Psi| + \sum_{\nu > 0, \tau} \alpha_{\nu\tau}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\nu\tau} + \alpha_{\tilde{\nu}\tau}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\tilde{\nu}\tau} + \frac{1}{2} \sum_{\nu > 0, \tau\tau'} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\nu}\tau'}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\tilde{\nu}\tau'} \alpha_{\nu\tau} \\
 &+ \frac{1}{2} \sum_{\nu, \mu > 0, \tau\tau'} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau'}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\tilde{\mu}\tau'} \alpha_{\nu\tau} + \frac{1}{3!} \sum_{\substack{\nu, \mu, \eta > 0 \\ \tau_1 \tau_2 \tau_3}} \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\mu\tau_2}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\eta\tau_3} \alpha_{\mu\tau_2} \alpha_{\nu\tau_1} \\
 &+ \frac{1}{4!} \sum_{\substack{\nu, \mu, \eta, \gamma > 0 \\ \tau_1 \tau_2 \tau_3, \tau_4}} \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_2}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\gamma}\tau_4}^+ |\Psi\rangle \langle \Psi| \alpha_{\tilde{\gamma}\tau_4} \alpha_{\eta\tau_3} \alpha_{\tilde{\mu}\tau_2} \alpha_{\nu\tau_1} + \dots
 \end{aligned} \tag{3.2.14}$$

Sachant que :

$$\langle \Psi | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \rangle = 0$$

$$\langle \Psi | \alpha_{k\tau_1} | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \rangle = 0 \quad , \quad \forall k, \tau_1, \nu, \tau, \mu, \tau' \tag{3.2.15}$$

et

$$\langle \Psi | \alpha_{\tilde{k}\tau_2} \alpha_{k\tau_1} | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \rangle = 0 \quad , \quad \forall k, \tau_1, \tau_2, \nu \neq \mu, \tau, \tau' \tag{3.2.16}$$

calculons le produit scalaire :

$$\langle \Psi | \alpha_{\tilde{k}\tau_2} \alpha_{k\tau_1} | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \rangle = \left\langle k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \left| (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \right. \right\rangle \quad (k \neq l)$$

l'état $|k\tau_1 \tilde{l}\tau_2\rangle$ étant défini par l'équation (1.6.9).

Il vient :

$$\begin{aligned}
 \left\langle k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \left| (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'l} \right. \right\rangle &= C_{mm'l}^{\nu\tau\mu\tau'} \delta_{\nu k} \delta_{\tau\tau_1} \delta_{l\mu} \delta_{\tau'\tau_2} \\
 &\times \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \left[D_{\nu}^{\tau}(z_k, z_{k'}) D_{\mu}^{\tau'}(z_k, z_{k'}) \prod_{j \neq \mu \neq \mu} A_j(z_k, z_{k'}) \right. \\
 &\left. + \mathcal{CC} \right]
 \end{aligned} \tag{3.2.17}$$

où les termes $D_{\nu}^{\tau}(z_k, z_{k'})$ et $D_{\mu}^{\tau'}(z_k, z_{k'})$ sont donnés par les équations (2.2.19) et (2.2.20) respectivement et $C_{mm'l}^{\nu\tau\mu\tau'}$ par (2.2.21).

On constate alors que la somme intervenant dans l'expression (3.2.17) n'est autre que S définie par (2.2.18). D'après l'équation (2.2.21), elle est donnée par :

$$S = \frac{1}{4(m+1)(m'+1)C_{mm'l}^{\nu\tau\mu\tau'}} \tag{3.2.18}$$

Alors :

$$\left\langle k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \left| (\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'} \right. \right\rangle = \frac{1}{4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \delta_{\nu k} \delta_{\tau\tau_1} \delta_{l\mu} \delta_{\tau\tau_2} \quad (3.2.19)$$

De même, calculons le produit scalaire

$$\langle \Psi | \alpha_{\tilde{\eta}\tau_4} \alpha_{\eta\tau_3} \alpha_{\tilde{l}\tau_4} \alpha_{k\tau_3} | (\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'} \rangle = \left\langle k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \eta\tau_3 \tilde{\eta}\tau_4 \left| (\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'} \right. \right\rangle \quad (k \neq l)$$

où l'état $|k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \eta\tau_3 \tilde{\eta}\tau_4\rangle$ est défini par (1.6.15) et sera le seul à donner une contribution non nulle dans l'expression de $|(\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle$.

On a alors :

$$\begin{aligned} \left\langle k\tau_1 \tilde{l}\tau_2 \eta\tau_3 \tilde{\eta}\tau_4 \left| (\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'} \right. \right\rangle &= K_{kl\eta}^{\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \\ &\times \left\{ \left(B_{3k\tau_1}^{pn} A_{kp}^+ a_{kn}^+ + B_{3k\tau_1}^{np} A_{kn}^+ a_{kp}^+ + \gamma_{k\tau_1 p} a_{kp}^+ + \gamma_{k\tau_1 n} a_{kn}^+ \right) \right. \\ &\times \left(B_{3l\tau_2}^{pn} A_{lp}^+ a_{ln}^+ + B_{3l\tau_2}^{np} A_{ln}^+ a_{lp}^+ + \gamma_{l\tau_2 p} a_{lp}^+ + \gamma_{l\tau_2 n} a_{ln}^+ \right) \\ &\times \left[C_{1\tau_3\tau_4}^{\eta} A_{\eta p}^+ A_{\eta n}^+ + C_{p\tau_3\tau_4}^{\eta} A_{\eta p}^+ + C_{n\tau_3\tau_4}^{\eta} A_{\eta n}^+ + C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta np} a_{\tilde{\eta}n}^+ a_{\eta p}^+ \right. \\ &\left. \left. + C_{4\tau_3\tau_4}^{\eta pn} a_{\tilde{\eta}p}^+ a_{\eta n}^+ + C_{5\tau_3\tau_4}^{\eta} \right] \prod_{j \neq \eta \neq l \neq k} |\Psi_j\rangle \right\} \quad (3.2.20) \end{aligned}$$

Si l'on pose :

$$\begin{aligned} \zeta_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4}(z_k, z_{k'}) &= \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\nu\tau}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\nu\tau}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\nu\tau n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\nu\tau p})^2 \right] \\ &\times \left[z_{k'} \sqrt{z_k} (B_{3\mu\tau'}^{pn})^2 + z_k \sqrt{z_{k'}} (B_{3\mu\tau'}^{np})^2 + \sqrt{z_k} (\gamma_{\mu\tau' n})^2 + \sqrt{z_{k'}} (\gamma_{\mu\tau' p})^2 \right] \\ &\times \left[z_k z_{k'} B_1^{\eta} C_{1\tau_3\tau_4}^{\eta} + z_{k'} B_p^{\eta} C_{p\tau_3\tau_4}^{\eta} + z_k B_n^{\eta} C_{n\tau_3\tau_4}^{\eta} \right. \\ &\left. + \sqrt{z_k z_{k'}} B_{4np}^{\eta} (C_{np}^{\eta\tau_3\tau_4} + C_{pn}^{\eta\tau_3\tau_4}) + B_5^{\eta} C_{5\tau_3\tau_4}^{\eta} \right] \quad (3.2.21) \end{aligned}$$

on a finalement :

$$\begin{aligned} |(\nu\tau \tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle &= \frac{1}{4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\mu\tau'}^+ |\Psi\rangle \\ &+ \frac{1}{4!} \sum_{\substack{\eta > 0, \tau_3\tau_4 \\ \eta \neq \nu \neq \mu}} K_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4} C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \zeta_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4}(z_k, z_{k'}) \right. \right. \\ &\left. \left. \times \prod_{j \neq \nu \neq \mu \neq \eta} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \right] \right\} \alpha_{\nu\tau}^+ \alpha_{\mu\tau'}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\eta}\tau_4}^+ |\Psi\rangle + \dots \quad (3.2.22) \end{aligned}$$

3.3 Calcul des valeurs moyennes des différentes obser-vables en représentation quasiparticule, après projec-tion

3.3.1 Calcul de $\langle \psi_{mm'} | e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle$

Comme nous le verrons dans ce qui suit, le calcul de $\langle \psi_{mm'} | e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle$ où h est un paramètre réel arbitraire, nous permettra de déduire par la suite les valeurs moyennes des opérateurs identité, N et N^2 .

Sachant que :

$$e^{hN_n} \mathcal{P}_n |\psi\rangle = \sum_{k=0}^{n+1} \left\{ \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} \left[(U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2) - (z_k e^{2h} - 1) \sum_{\tau, \tau'} u_{\nu \tau n} v_{\nu \tau' n} \alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'}^+ \right] |\psi\rangle + cc \right\} \quad (3.3.1)$$

il vient, pour l'opérateur nombre total de particules $N = N_n + N_p$,

$$\begin{aligned} e^{hN} |\psi_{mm'}\rangle &= C_{mm'} \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \\ &\times \left\{ z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} \left[(U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2) - (z_k e^{2h} - 1) \sum_{\tau, \tau'} u_{\nu \tau n} v_{\nu \tau' n} \alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'}^+ \right] \right. \\ &\times \left. \left[(U_{\nu p}^2 + z_{k'} e^{2h} V_{\nu p}^2) - (z_{k'} e^{2h} - 1) \sum_{\tau, \tau'} u_{\nu \tau p} v_{\nu \tau' p} \alpha_{\nu \tau}^+ \alpha_{\nu \tau'}^+ \right] |\psi\rangle + cc \right\} \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} \langle \psi_{mm'} | e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \\ &\times \left\{ z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} [(U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2) (U_{\nu p}^2 + z_{k'} e^{2h} V_{\nu p}^2)] + cc \right\} \end{aligned}$$

L'expression précédente peut également s'écrire :

$$\begin{aligned} f(h) &= \langle \psi_{mm'} | e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle \quad (3.3.2) \\ &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2) + cc \right\} \\ &\times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (U_{\nu p}^2 + z_{k'} e^{2h} V_{\nu p}^2) + cc \right\} \end{aligned}$$

Posons :

$$F_t(h) = \prod_{\nu>0} [U_{\nu t}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu t}^2] \quad , \quad t = n, p \quad (3.3.3)$$

On a alors :

$$f(h) = 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(h) + cc \right\} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(h) + cc \right\} \quad (3.3.4)$$

En dérivant une première fois l'expression (3.3.4) par rapport à h , on obtient :

$$\begin{aligned} f'(h) &= \langle \psi_{mm'} | N e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F'_n(h) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F'_p(h) + cc \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(h) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(h) + cc \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

En dérivant une seconde fois, on a :

$$\begin{aligned} f''(h) &= \langle \psi_{mm'} | N^2 e^{hN} | \psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F''_n(h) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F''_p(h) + cc \right] \right. \\ &\quad + 2 \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F'_n(h) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F'_p(h) + cc \right] \\ &\quad \left. + \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(h) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(h) + cc \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Compte tenu de (3.3.3), on peut écrire:

$$\text{Log} [F_n(h)] = \sum_{\nu} \text{Log} [U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2] \quad (3.3.7)$$

En dérivant une première fois, il vient:

$$\frac{F'_n(h)}{F_n(h)} = \sum_{\nu} \frac{2z_k e^{2h} V_{\nu n}^2}{U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2} \quad (3.3.8)$$

En dérivant une seconde fois, on obtient, tous calculs faits :

$$F''_n(h) = \frac{(F'_n(h))^2}{F_n(h)} + 4z_k e^{2h} F_n(h) \sum_{\nu} \frac{U_{\nu n}^2 V_{\nu n}^2}{(U_{\nu n}^2 + z_k e^{2h} V_{\nu n}^2)^2} \quad (3.3.9)$$

3.3.2 Condition de normalisation

La condition de normalisation de $|\psi_{mm'}\rangle$ s'écrit alors, en posant $h = 0$ dans (3.3.2) :

$$\begin{aligned} 1 &= \langle \psi_{mm'} | \psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(0) + cc \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Soit encore:

$$1 = 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right] \right\} \quad (3.3.11)$$

Cette dernière expression peut également s'écrire [111, 122]

$$1 = 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 S_n S_p \quad (3.3.12)$$

où l'on a posé :

$$S_n = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right\} \quad (3.3.13)$$

$$S_p = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right\} \quad (3.3.14)$$

On constate, comme pour la fonction d'onde, une similitude formelle entre l'expression (3.3.11) et l'expression utilisée dans le cas de l'appariement entre particules identiques, donnée par :

$$1 = 2(m+1) C_m^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \prod_{j>0} D_j(z_k) + cc \right\} \quad (3.3.15)$$

On constate également que l'expression (3.3.11) est moins compliquée à manier que celle obtenue en représentation particule donnée par (2.2.10).

3.3.3 Valeur moyenne de N

D'après (3.3.5), la valeur moyenne de l'opérateur nombre total de particules sera déduite à partir de :

$$\begin{aligned}
 f'(0) &= \langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle \\
 &= 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F'_n(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F'_p(0) + cc \right] \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(0) + cc \right] \right\} \quad (3.3.16)
 \end{aligned}$$

Compte tenu de (3.3.10), on peut écrire:

$$\begin{aligned}
 f'(0) &= \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right]^{-1} \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F'_n(0) + cc \right] \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right]^{-1} \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F'_p(0) + cc \right] \right\} \quad (3.3.17)
 \end{aligned}$$

Compte tenu du fait que:

$$F'_t(0) = F_t(0) \sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu t}^2}{U_{\nu t}^2 + z_k V_{\nu t}^2} = F_t(0) \sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu t}^2}{D_{\nu t}(z_k)} \quad , \quad t = n, p \quad (3.3.18)$$

on obtient finalement :

$$\begin{aligned}
 \langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle &= \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) \sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)} + cc \right\} \\
 &\quad + \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right\}^{-1} \\
 &\quad \times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) \sum_{\nu} \frac{2z_{k'} V_{\nu p}^2}{D_{\nu p}(z_{k'})} + cc \right\} \quad (3.3.19)
 \end{aligned}$$

Soit encore [111, 122] :

$$\langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle = \frac{SN_n}{S_n} + \frac{SN_p}{S_p} \quad (3.3.20)$$

avec

$$SN_t = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_t} \prod_{\nu>0} D_{\nu t}(z_k) \sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu t}^2}{D_{\nu t}(z_k)} + cc \right\} \quad , \quad t = n, p \quad (3.3.21)$$

Là aussi, l'analogie avec le cas de l'appariement entre particules identiques est évidente. Rappelons que dans ce dernier cas, la condition de conservation du nombre de particules est donnée par :

$$\begin{aligned} \langle \psi_m | N | \psi_m \rangle &= 2(m+1) C_m^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \sum_{\nu} (2z_k v_{\nu}^2) \prod_{j \neq \nu} D_j(z_k) + cc \right\} \\ &= \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \prod_{\nu > 0} D_{\nu}(z_k) + cc \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \prod_{\nu > 0} D_{\nu}(z_k) \sum_{\nu} \frac{2z_k v_{\nu}^2}{D_{\nu}(z_k)} + cc \right\} \end{aligned} \quad (3.3.22)$$

3.3.4 Valeur moyenne de N^2

La valeur moyenne de N^2 est donnée par:

$$\begin{aligned} f''(0) &= \langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n''(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p(0) + cc \right] \right. \\ &\quad + 2 \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n'(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p'(0) + cc \right] \\ &\quad \left. + \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p''(0) + cc \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.23)$$

Compte tenu de (3.3.10), on peut écrire:

$$\begin{aligned} f''(0) &= \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu > 0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right]^{-1} \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n''(0) + cc \right] \right. \\ &\quad + 2 \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu > 0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right]^{-1} \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} F_n'(0) + cc \right] \\ &\quad \times \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p'(0) + cc \right] \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu > 0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right]^{-1} \\ &\quad \left. + \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu > 0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right]^{-1} \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} F_p''(0) + cc \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

Sachant que, d'après (3.3.9) :

$$F_n''(0) = F_n(0) \left\{ \left[\sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)} \right]^2 + 4z_k \sum_{\nu} \frac{U_{\nu n}^2 V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)^2} \right\}$$

on en déduit finalement que:

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle = & \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right]^{-1} \\
& \times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \left[\xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) \right] \left[\left(\sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)} \right)^2 + 4z_k \sum_{\nu} \frac{U_{\nu n}^2 V_{\nu n}^2}{(D_{\nu n}(z_k))^2} \right] + cc \right\} \\
& + 2 \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) + cc \right]^{-1} \\
& \times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} D_{\nu n}(z_k) \sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)} + cc \right\} \\
& \times \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right]^{-1} \\
& \times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) \sum_{\nu} \frac{2z_{k'} V_{\nu p}^2}{D_{\nu p}(z_{k'})} + cc \right\} \\
& + \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) + cc \right]^{-1} \\
& \times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \left[\xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} D_{\nu p}(z_{k'}) \right] \right. \\
& \times \left[\left(\sum_{\nu} \frac{2z_{k'} V_{\nu p}^2}{D_{\nu p}(z_{k'})} \right)^2 + 4z_{k'} \sum_{\nu} \frac{U_{\nu p}^2 V_{\nu p}^2}{(D_{\nu p}(z_{k'}))^2} \right] + cc \left. \right\} \\
& \left[\left(\sum_{\nu} \frac{2z_{k'} V_{\nu p}^2}{D_{\nu p}(z_{k'})} \right)^2 + 4z_{k'} \sum_{\nu} \frac{U_{\nu p}^2 V_{\nu p}^2}{(D_{\nu p}(z_{k'}))^2} \right]
\end{aligned} \tag{3.3.25}$$

Soit encore [122, 124] :

$$\langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle = \frac{S2N_n}{S_n} + \frac{S2N_p}{S_p} + 2 \frac{SN_n}{S_n} \frac{SN_p}{S_p} \tag{3.3.26}$$

avec

$$S2N_t = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_t} \prod_{\nu>0} D_{\nu t}(z_k) \left[\left(\sum_{\nu>0} \frac{2z_k V_{\nu t}^2}{D_{\nu t}(z_k)} \right)^2 + 4z_k \sum_{\nu>0} \frac{U_{\nu t}^2 V_{\nu t}^2}{(D_{\nu t}(z_k))^2} \right] + cc \right\} \quad \text{avec } t = n, p \tag{3.3.27}$$

L'analogie avec le cas de l'appariement entre particules identiques peut paraître moins évidente pour l'expression (3.3.25) que pour les équations (3.3.19) et (3.3.15) à première vue. Rap-

pelons que dans le cas de la méthode SBCS usuelle, on a :

$$\langle \psi_m | N^2 | \psi_m \rangle = 2(m+1) C_m^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} \sum_{\nu \neq \mu} (2z_k v_\nu^2 v_\mu^2) \prod_{j \neq \nu, \mu} D_j(z_k) + cc \right\} \quad (3.3.28)$$

Notons toutefois qu'ici :

$$N = N_n + N_p \quad (3.3.29)$$

3.4 Energie

3.4.1 Etat fondamental

Connaissant l'expression de l'hamiltonien auxiliaire H' en représentation quasiparticule définie par (1.2.5), et par conséquent celle de H , on peut aisément calculer l'énergie du système. On a alors :

$$\begin{aligned} E_{mm'} &= \langle \Psi_{mm'} | H | \Psi_{mm'} \rangle \\ &= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'} \langle \Psi | H | \Psi_{mm'} \rangle \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

Il apparait clairement que seul le terme H_4 défini par (1.7.8) donnera une contribution non nulle, en plus du terme constant.

On a alors [122, 124] :

$$\begin{aligned} E_{mm'} &= E_{BCS} + 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} D_{jn}(z_k) D_{jp}(z_{k'}) \right. \right. \\ &\quad \times \frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu\mu>0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}} \left\{ H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \left[\frac{(z_k-1)^2 (u_{\nu\tau_1n} v_{\nu\tau_2n} u_{\mu\tau_3n} v_{\mu\tau_4n} + u_{\nu\tau_3n} v_{\nu\tau_4n} u_{\mu\tau_1n} v_{\mu\tau_2n})}{D_{\nu n}(z_k) D_{\mu n}(z_k)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(z_{k'}-1)^2 (u_{\nu\tau_1p} v_{\nu\tau_2p} u_{\mu\tau_3p} v_{\mu\tau_4p} + u_{\nu\tau_3p} v_{\nu\tau_4p} u_{\mu\tau_1p} v_{\mu\tau_2p})}{D_{\nu p}(z_{k'}) D_{\mu p}(z_{k'})} \right] \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 (H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} + H_{40}^{\nu\mu\tau_3\tau_4\tau_1\tau_2}) \frac{(z_k-1)(z_{k'}-1) u_{\nu\tau_1n} v_{\nu\tau_2n} u_{\mu\tau_3p} v_{\mu\tau_4p}}{D_{\nu n}(z_k) D_{\mu p}(z_{k'})} \right\} + cc \right\} \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

où $H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}$ est défini par (1.7.9).

Soit encore :

$$\begin{aligned}
E_{mm'} &= E_{BCS} + 4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^2 \\
&\quad \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \frac{1}{2} \sum_{\substack{\nu\mu>0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}} \left[(z_k - 1)^2 \prod_{j>0} D_{jp}(z_{k'}) \prod_{\substack{j>0 \\ j\neq\nu}} D_{jn}(z_k) H_n^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \right. \right. \\
&\quad + (z_{k'} - 1)^2 \prod_{j>0} D_{jn}(z_k) \prod_{\substack{j>0 \\ j\neq\nu}} D_{jp}(z_{k'}) H_p^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \\
&\quad \left. \left. + 2(z_k - 1)(z_{k'} - 1) \prod_{\substack{j>0 \\ j\neq\nu,\mu}} D_{jp}(z_k) \prod_{\substack{j>0 \\ j\neq\nu,\mu}} D_{jn}(z_{k'}) H_{np}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \right] + \mathcal{CC} \right\} \quad (3.4.3)
\end{aligned}$$

où l'on a posé :

$$H_n^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} = H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} (u_{\nu\tau_1 n} v_{\nu\tau_2 n} u_{\mu\tau_3 n} v_{\mu\tau_4 n} + u_{\nu\tau_3 n} v_{\nu\tau_4 n} u_{\mu\tau_1 n} v_{\mu\tau_2 n}) \quad (3.4.4)$$

$$H_p^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} = H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} (u_{\nu\tau_1 p} v_{\nu\tau_2 p} u_{\mu\tau_3 p} v_{\mu\tau_4 p} + u_{\nu\tau_3 p} v_{\nu\tau_4 p} u_{\mu\tau_1 p} v_{\mu\tau_2 p}) \quad (3.4.5)$$

$$H_{np}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} = (H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} + H_{40}^{\nu\mu\tau_3\tau_4\tau_1\tau_2}) u_{\nu\tau_1 n} v_{\nu\tau_2 n} u_{\mu\tau_3 p} v_{\mu\tau_4 p} \quad (3.4.6)$$

L'expression (3.4.2) est la somme de deux termes similaires au cas de l'appariement entre particules identiques, l'un correspondant au système neutrons et l'autre au système protons, plus un terme en fonction de z_k et $z_{k'}$ qui correspond à l'appariement np.

Rappelons que dans le cas de l'appariement entre particules identiques, l'énergie du système calculée en représentation quasiparticule s'écrit :

$$E_m = E_{BCS} + 2(m+1)C_m^2 G \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu\neq\mu}} (u_\nu^3 v_\nu u_\mu v_\mu^3) \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} (z_k - 1)^2 \prod_{j\neq\nu\mu} D_j(z_k) + cc \right\} \quad (3.4.7)$$

L'écriture (3.4.2) de $E_{mm'}$ permet de montrer que l'effet de la projection sur l'énergie se traduit par un terme correctif par rapport à l'énergie BCS . Ceci n'était pas le cas avec l'écriture (2.4.2) obtenue par un calcul en représentation particule dans laquelle l'effet de projection est implicite.

3.4.2 Etat à deux quasiparticules non appariées

L'énergie de l'état projeté à deux quasiparticules non appariées est donnée par :

$$\begin{aligned}
E_{\nu\tilde{\mu}\tau\tau'}^{mm'} &= \langle (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} | H | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} \rangle \\
&= 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^{\mu\tau\mu\tau'} \langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | H | (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} \rangle \quad (3.4.8)
\end{aligned}$$

où l'on a utilisé la propriété (2.2.9).

On a alors, compte de tenu de (1.7.1) et (3.2.22) :

$$\begin{aligned}
E_{\nu\tilde{\mu}\tau\tau'}^{mm'} &= E_{BCS} + E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'} \\
&+ 4(m+1)(m'+1) \\
&\times (C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'})^2 \sum_{\substack{\eta>0, \tau_3\tau_4 \\ \eta\neq\nu\neq\mu}} \frac{K_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4}}{4!} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} \left[z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \zeta_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4}(z_k, z_{k'}) \right. \right. \\
&\times \left. \left. \prod_{j\neq\nu\neq\mu\neq\eta} A_j(z_k, z_{k'}) + \mathcal{CC} \right] \right\} \langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | H \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_2}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\eta\tau_4}^+ | \Psi \rangle + \dots \quad (3.4.9)
\end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
&\langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | H \alpha_{\nu\tau_1}^+ \alpha_{\tilde{\mu}\tau_2}^+ \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\eta\tau_4}^+ | \Psi \rangle \quad (3.4.10) \\
&= K_{\nu\mu\eta}^{\tau\tau'\tau_3\tau_4} \sum_t \left\{ \mathcal{D}_\eta^{\tau_3\tau_4} (\mathcal{A}_{\nu\mu\tau\tau'}^t + \mathcal{A}_{\mu\nu\tau'\tau}^t) + X_{\nu\tau}^2 X_{\mu\tau'}^2 \varepsilon_{\eta t} \mathcal{C}_{\eta\tau_3\tau_4}^t \right. \\
&\quad - G_{tt} [\mathcal{D}_\eta^{\tau_3\tau_4} \mathcal{F}_{\nu\mu\tau\tau'}^t + X_{\nu\tau}^2 X_{\mu\tau'}^2 (C_1^{\eta\tau_3\tau_4} B_1^\eta + C_t^{\eta\tau_3\tau_4} B_t^\eta)] \Big\} \\
&\quad - \frac{1}{2} G_{np} \left\{ \mathcal{D}_\eta^{\tau_3\tau_4} [X_{\mu\tau'}^2 \mathcal{G}_{\nu\tau} + X_{\nu\tau}^2 \mathcal{G}_{\mu\tau'} \right. \\
&\quad - 2 [\gamma_{\nu\tau p} B_{3\nu\tau}^{p,n} + \gamma_{\nu\tau n} B_{3\nu\tau}^{n,p}] [\gamma_{\mu\tau' n} B_{3\mu\tau'}^{n,p} + \gamma_{\mu\tau' p} B_{3\mu\tau'}^{p,n}] \Big\} \\
&\quad + 2 X_{\nu\tau}^2 X_{\mu\tau'}^2 [C_1^{\eta\tau_3\tau_4} B_1^\eta + B_4^\eta (C_{4np}^{\eta\tau_3\tau_4} - C_{4pn}^{\eta\tau_3\tau_4})] \Big\}
\end{aligned}$$

en utilisant les notations:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{\nu\mu\tau\tau'}^{n(p)} &= \varepsilon_{\nu n(p)} X_{\mu\tau'}^2 \left[\left(B_{3\nu\tau}^{p,n(n,p)} \right)^2 + 2 \left(B_{3\nu\tau}^{n,p(p,n)} \right)^2 + \left(\gamma_{\nu\tau n(p)} \right)^2 \right] \quad (3.4.11) \\
\mathcal{C}_{\eta\tau_3\tau_4}^{n(p)} &= 2C_1^{\eta\tau_3\tau_4} B_1^\eta + 2C_{n(p)}^{\eta\tau_3\tau_4} B_{n(p)}^\eta + B_4^\eta (C_{4np}^{\eta\tau_3\tau_4} + C_{4pn}^{\eta\tau_3\tau_4}) \\
\mathcal{D}_\eta^{\tau_3\tau_4} &= C_1^{\eta\tau_3\tau_4} B_1^\eta + C_p^{\eta\tau_3\tau_4} B_p^\eta + C_n^{\eta\tau_3\tau_4} B_n^\eta + B_4^\eta (C_{4np}^{\eta\tau_3\tau_4} + C_{4pn}^{\eta\tau_3\tau_4}) + C_5^{\eta\tau_3\tau_4} B_5^\eta \\
\mathcal{F}_{\nu\mu\tau\tau'}^{n(p)} &= \left(B_{3\nu\tau}^{p,n(n,p)} \right)^2 X_{\mu\tau'}^2 + \left(B_{3\mu\tau'}^{n,p(p,n)} \right)^2 X_{\nu\tau}^2 + 2\gamma_{\nu\tau p(n)} \gamma_{\mu\tau' p(n)} B_{3\nu\tau}^{n,p(p,n)} B_{3\mu\tau'}^{p,n(p,n)} \\
\mathcal{G}_{\nu\tau} &= (B_{3\nu\tau}^{n,p})^2 + (B_{3\nu\tau}^{p,n})^2
\end{aligned}$$

3.5 Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$

3.5.1 Fonctions d'onde

En l'absence d'appariement neutron-proton c'est à dire lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, les notations définies par (1.9.17) et (3.2.11) deviennent :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} U_{\nu p}^2 = u_{\nu 1p}^2 = u_{\nu p}^2, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} U_{\nu n}^2 = u_{\nu 2n}^2 = u_{\nu n}^2 \quad (3.5.1)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} V_{\nu p}^2 = v_{\nu 1p}^2 = v_{\nu p}^2, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} V_{\nu n}^2 = v_{\nu 2n}^2 = v_{\nu n}^2 \quad (3.5.2)$$

La transformation de Bogoliubov-Valatin généralisée, donnée par (1.4.5) devient alors :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \alpha_{\nu 1}^+ = u_{\nu p} a_{\nu p}^+ + v_{\nu p} a_{\nu p}^- \equiv \alpha_{\nu p}^+ \quad (3.5.3)$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \alpha_{\nu 2}^+ = u_{\nu n} a_{\nu n}^+ + v_{\nu n} a_{\nu n}^- \equiv \alpha_{\nu n}^+ \quad (3.5.4)$$

Quant à l'expression (3.2.11), elle s'écrit dans ce cas :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} D_{\nu p}(z_{k'}) = u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2, \quad \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} D_{\nu n}(z_k) = u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2 \quad (3.5.5)$$

L'expression de la fonction d'onde projetée définie par (3.2.12) est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\Psi_{mm'}\rangle &= C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) (u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2) \right. \\ &\quad \times \exp \left[- (z_k - 1) \frac{u_{\nu n} v_{\nu n} \alpha_{\nu n}^+ \alpha_{\nu n}^-}{(u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2)} - (z_{k'} - 1) \frac{u_{\nu p} v_{\nu p} \alpha_{\nu p}^+ \alpha_{\nu p}^-}{(u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2)} \right] + \mathcal{CC} \Big\} |\Psi\rangle \\ &= C_{mm'} \\ &\quad \times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) \right. \\ &\quad \times \exp \left[- (z_k - 1) \frac{u_{\nu n} v_{\nu n} \alpha_{\nu n}^+ \alpha_{\nu n}^-}{(u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2)} \right] + \mathcal{CC} \Big\} |\Psi\rangle \\ &\quad \times \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2) \right. \\ &\quad \times \exp \left[- (z_{k'} - 1) \frac{u_{\nu p} v_{\nu p} \alpha_{\nu p}^+ \alpha_{\nu p}^-}{(u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2)} \right] + \mathcal{CC} \Big\} |\Psi\rangle \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

L'expression permettant de déduire la constante de normalisation donnée par (3.3.11) devient :

$$\begin{aligned}
 1 &= \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} 4(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) + cc \right] \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2) + cc \right] \right\} \\
 &= 8(m+1)(m'+1) \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'}^2 S_n S_p
 \end{aligned} \tag{3.5.7}$$

où l'on a posé :

$$S_n = \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) + cc \right] \tag{3.5.8}$$

$$S_p = \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2) + cc \right] \tag{3.5.9}$$

Alors :

$$1 = 8(m+1)(m'+1) C_{mm'}^2 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \frac{1}{2(m+1) C_m^2} \frac{1}{2(m'+1) C_{m'}^2}$$

Finalement,

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} C_{mm'}^2 = 2C_m^2 C_{m'}^2 \tag{3.5.10}$$

où C_m et $C_{m'}$ sont définies par (3.3.15).

Tous calculs faits, on déduit que :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} |\Psi_{mm'}\rangle = |\Psi_m\rangle_n |\Psi_{m'}\rangle_p \tag{3.5.11}$$

où

$$|\Psi_m\rangle_t = C_{mt} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_t} \prod_{\nu>0} (u_{\nu t}^2 + z_{k'} v_{\nu t}^2) \times \exp \left[- (z_k - 1) \frac{u_{\nu t} v_{\nu t}}{(u_{\nu t}^2 + z_{k'} v_{\nu t}^2)} \alpha_{\nu t}^+ \alpha_{\nu t}^+ \right] + cc \right\} |\Psi\rangle \tag{3.5.12}$$

La fonction d'onde totale projetée du système se ramène au produit des deux fonctions d'onde projetées des deux systèmes neutron et proton, pris séparément, dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

3.5.2 Valeurs moyennes de N et N^2

De même, pour l'expression de la valeur moyenne de N définie par (3.3.19), on obtient :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle &= 2(m+1) C_m^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) \sum_{\nu} \frac{2z_k v_{\nu n}^2}{(u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2)} + cc \right\} \\ &+ 2(m'+1) C_{m'}^2 \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} \prod_{\nu>0} (u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2) \sum_{\nu} \frac{2z_{k'} v_{\nu p}^2}{(u_{\nu p}^2 + z_{k'} v_{\nu p}^2)} + cc \right\} \\ &= \langle \psi_m | N_n | \psi_m \rangle + \langle \psi_{m'} | N_p | \psi_{m'} \rangle \end{aligned} \quad (3.5.13)$$

La condition de conservation du nombre total de particules du système se ramène à une expression contenant la somme des deux nombres de particules des deux systèmes pris séparément, dans le cas de l'appariement entre particules identiques, définies par (3.3.22).

Pour sa part, l'expression de la valeur moyenne de N^2 définie par (3.3.25), devient, lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, compte tenu des définitions (3.3.25), (3.5.8) et (3.5.9) :

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle &= 2(m+1) C_m^2 \langle \psi_m | N_n^2 | \psi_m \rangle \\ &+ 2(m'+1) C_{m'}^2 \langle \psi_{m'} | N_p^2 | \psi_{m'} \rangle \\ &+ 2 [2(m+1) C_m^2 \langle \psi_m | N_n | \psi_m \rangle] [2(m'+1) C_{m'}^2 \langle \psi_{m'} | N_p | \psi_{m'} \rangle] \end{aligned} \quad (3.5.14)$$

où

$$\begin{aligned} \langle \psi_m | N_n^2 | \psi_m \rangle &= 2(m+1) C_m^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu>0} (u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2) \right. \\ &\times \left[\sum_{\nu} \frac{2z_k v_{\nu n}^2}{(u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2)} + 4z_k \sum_{\nu} \frac{u_{\nu n}^2 v_{\nu n}^2}{(u_{\nu n}^2 + z_k v_{\nu n}^2)^2} \right] + cc \left. \right\} \end{aligned} \quad (3.5.15)$$

Il suffit de remplacer, dans cette dernière expression, l'indice n par p , ainsi que k par k' et m par m' pour trouver $\langle \psi_{m'} | N_p | \psi_{m'} \rangle$.

Là aussi, l'expression de la valeur moyenne de N^2 se ramène à celle obtenue dans le cas de l'appariement entre particules identiques, puisque :

$$N^2 = N_n^2 + 2N_n N_p + N_p^2 \quad (3.5.16)$$

3.5.3 Energie

A la limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, le terme $H_{40}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}$ ($\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4 = 1, 2$) défini par (1.7.9) s'annule sauf dans les cas suivants :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} H_{40}^{\nu\mu 1111} = \frac{1}{2} G_{pp} (u_{\nu p}^2 v_{\mu p}^2 + v_{\nu p}^2 u_{\mu p}^2) \quad (3.5.17)$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} H_{40}^{\nu\mu 1221} &= \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} H_{40}^{\nu\mu 2112} \\
 &= \frac{1}{2} G_{np} (u_{\nu p} u_{\nu n} v_{\mu n} v_{\mu p} + v_{\nu p} v_{\nu n} u_{\mu n} u_{\mu p})
 \end{aligned} \tag{3.5.18}$$

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} H_{40}^{\nu\mu 2222} = \frac{1}{2} G_{pp} (u_{\nu n}^2 v_{\mu n}^2 + v_{\nu n}^2 u_{\mu n}^2) \tag{3.5.19}$$

En injectant ces expressions dans celle de l'énergie définie par (3.4.3), il vient:

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} E_{mm'} &= E_{BCSn} + 2(m+1)C_m^2 G_{nn} \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} (u_{\nu n}^3 v_{\nu n} u_{\mu n} v_{\mu n}^3) \\
 &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} (z_k - 1)^2 \prod_{j \neq \nu\mu} (u_{jn}^2 + z_k v_{jn}^2) + cc \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5.20}$$

$$\begin{aligned}
 &+ E_{BCSp} + 2(m+1)C_{m'}^2 G_{pp} \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} (u_{\nu p}^3 v_{\nu p} u_{\mu p} v_{\mu p}^3) \\
 &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P} (z_{k'} - 1)^2 \prod_{j \neq \nu\mu} (u_{jp}^2 + z_k v_{jp}^2) + cc \right\} - G_{np} \sum_{\nu} (v_{\nu p} v_{\nu n})^2 \\
 &= (E_m)_n + (E_{m'})_p - G_{np} \sum_{\nu} (v_{\nu p} v_{\nu n})^2
 \end{aligned} \tag{3.5.21}$$

où $(E_m)_n$ et $(E_{m'})_p$ sont les énergies des systèmes neutrons et protons, calculées après projection, dans le cas de l'appariement entre particules identiques données par (3.4.7).

Comme c'était déjà le cas avant projection (voir (1.10.35)), l'énergie du système ne se ramène pas uniquement à la somme des énergies des systèmes neutrons et protons.

3.6 Extraction des parties réelles

En utilisant les notations :

$$R_{kt} = \prod_j \rho_{jkt} \quad , \quad \rho_{jkt} = \sqrt{[1 - 4U_{jt}^2 V_{jt}^2 \sin^2 x_k]} \quad , \quad t = n, p \tag{3.6.1}$$

$$\Psi_{kt} = [\Omega - 2P_t] x_k + \sum_j \varphi_{jkt} \quad , \quad tg\varphi_{jkt} = (V_{jt}^2 - U_{jt}^2) tgx_k \quad , \quad t = n, p \tag{3.6.2}$$

$$R_{kt}^{\nu_1, \dots, \nu_l} = \frac{R_{kt}}{\rho_{\nu_1 kt} \dots \rho_{\nu_l kt}} \quad , \quad \Psi_{kt}^{\nu_1, \dots, \nu_l} = \Psi_{kt} - \varphi_{\nu_1 kt} - \dots - \varphi_{\nu_l kt} \quad , \quad t = n, p \quad , \quad l = 1, 2, \dots \tag{3.6.3}$$

l'équation (3.3.11) s'écrit, après extraction de la partie réelle :

$$1 = 16 (m+1) (m'+1) C_{mm'}^2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn} \cos \Psi_{kn} \right\} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} R_{k'p} \cos \Psi_{k'p} \right\} \quad (3.6.4)$$

Si l'on pose :

$$S1_t = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kt} \cos \Psi_{kt} \right\}, \quad t = n, p \quad (3.6.5)$$

alors

$$1 = 16 (m+1) (m'+1) C_{mm'}^2 S1_n S1_p \quad (3.6.6)$$

De même, la condition de conservation du nombre total de particules (3.3.19) s'écrit:

$$\begin{aligned} \langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle &= 2 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn} \cos \Psi_{kn} \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_j V_{jn}^2 R_{kn}^j \cos (\Psi_{kn}^j + x_k) \right\} \\ &+ 2 \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} R_{k'p} \cos \Psi_{k'p} \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sum_j V_{jp}^2 R_{k'p}^j \cos (\Psi_{k'p}^j + x_{k'}) \right\} \end{aligned} \quad (3.6.7)$$

Posons

$$S2_t = \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_j V_{jt}^2 R_{kt}^j \cos (\Psi_{kt}^j + x_k) \quad , \quad t = n, p \quad (3.6.8)$$

Alors:

$$\langle \psi_{mm'} | N | \psi_{mm'} \rangle = 2 \left(\frac{S2_n}{S1_n} + \frac{S2_p}{S1_p} \right) \quad (3.6.9)$$

Afin d'extraire la partie réelle de la valeur moyenne de N^2 donnée par l'équation (3.3.25), posons:

$$B = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \prod_{\nu > 0} D_{\nu n}(z_k) \left[\left(\sum_{\nu} \frac{2z_k V_{\nu n}^2}{D_{\nu n}(z_k)} \right)^2 + 4z_k \sum_{\nu} \frac{U_{\nu n}^2 V_{\nu n}^2}{(D_{\nu n}(z_k))^2} \right] + cc \right\} \quad (3.6.10)$$

Cette expression peut également s'écrire:

$$B = \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} \left[\sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} 4z_k^2 V_{\nu n}^2 V_{\mu n}^2 \prod_{j \neq \nu, \mu} D_{jn}(z_k) + 4z_k \sum_{\nu} V_{\nu n}^2 \prod_{j \neq \nu} D_{jn}(z_k) \right] + cc \right\} \quad (3.6.11)$$

Soit, après extraction de la partie réelle:

$$B = 8 \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} V_{\nu n}^2 V_{\mu n}^2 \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn}^{\nu\mu} \cos (\Psi_{kn}^{\nu\mu} + 2x_k) + 8 \sum_{\nu} V_{\nu n}^2 \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn}^{\nu} \cos (\Psi_{kn}^{\nu} + x_k) \quad (3.6.12)$$

L'équation (3.3.25), s'écrit alors:

$$\begin{aligned}
 \langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle &= 4 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn} \cos \Psi_{kn} \right\}^{-1} \\
 &\times \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} V_{\nu n}^2 V_{\mu n}^2 R_{kn}^{\nu\mu} \cos (\Psi_{kn}^{\nu\mu} + 2x_k) + \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_{\nu} V_{\nu n}^2 R_{kn}^{\nu} \cos (\Psi_{kn}^{\nu} + x_k) \right] \\
 &+ 8 \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k R_{kn} \cos \Psi_{kn} \right\}^{-1} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} R_{k'p} \cos \Psi_{k'p} \right\}^{-1} \\
 &\times \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_j V_{jn}^2 R_{kn}^j \cos (\Psi_{kn}^j + x_k) \right\} \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sum_j V_{jp}^2 R_{k'p}^j \cos (\Psi_{k'p}^j + x_{k'}) \right\} \\
 &+ 4 \left\{ \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} R_{k'p} \cos \Psi_{k'p} \right\}^{-1} \\
 &\times \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} V_{\nu p}^2 V_{\mu p}^2 R_{k'p}^{\nu\mu} \cos (\Psi_{k'p}^{\nu\mu} + 2x_{k'}) \right. \\
 &\left. + \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sum_{\nu} V_{\nu p}^2 R_{k'p}^{\nu} \cos (\Psi_{k'p}^{\nu} + x_{k'}) \right]
 \end{aligned} \tag{3.6.14}$$

Posons:

$$S3_t = \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sum_{\substack{\nu\mu \\ \nu \neq \mu}} V_{\nu t}^2 V_{\mu t}^2 R_{kt}^{\nu\mu} \cos (\Psi_{kt}^{\nu\mu} + 2x_k) \quad , \quad t = n, p \tag{3.6.15}$$

Alors:

$$\langle \psi_{mm'} | N^2 | \psi_{mm'} \rangle = 4 \left\{ \frac{(S3_n + S2_n)}{S1_n} + 2 \left[\left(\frac{S2_n}{S1_n} \right) \left(\frac{S2_p}{S1_p} \right) \right] + \frac{(S3_p + S2_p)}{S1_p} \right\} \tag{3.6.16}$$

Pour extraire la partie réelle de l'énergie définie par (3.4.3), commençons par calculer :

$$\left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k z_k^{-P_n} (z_k - 1)^2 \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu, \mu}} D_{jn} (z_k) + cc \right] = -8 \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sin^2 x_k R_{kn}^{\nu\mu} \cos \Psi_{kn}^{\nu\mu} \tag{3.6.17}$$

et

$$\left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} z_{k'}^{-P_p} (z_{k'} - 1)^2 \prod_{\substack{j>0 \\ j \neq \nu, \mu}} D_{jp} (z_{k'}) + cc \right] = -8 \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sin^2 x_{k'} R_{k'p}^{\nu\mu} \cos \Psi_{k'p}^{\nu\mu} \tag{3.6.18}$$

En utilisant les notations (3.6.1), (3.6.2), (3.6.3) et (3.6.5), il vient:

$$\langle \psi_{mm'} | H_{04} | \psi_{mm'} \rangle = -8 \left(\frac{S4_n}{S1_n} + \frac{S4_p}{S1_p} \right) - 32 \frac{S4_{np}}{S1_n S1_p} \tag{3.6.19}$$

avec les notations:

$$S4_n = \sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sin^2 x_k \sum_{\substack{\nu\mu>0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}} H_n^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} R_{kn}^{\nu\mu} \cos \Psi_{kn}^{\nu\mu} \quad (3.6.20)$$

$$S4_p = \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sin^2 x_{k'} \sum_{\substack{\nu\mu>0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}} H_p^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} R_{k'p}^{\nu\mu} \cos \Psi_{k'p}^{\nu\mu} \quad (3.6.21)$$

$$S4_{np} = \sum_{\substack{\nu\mu>0 \\ \tau_1\tau_2\tau_3\tau_4}} H_{np}^{\nu\mu\tau_1\tau_2\tau_3\tau_4} \left[\sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_{k'} \sin x_{k'} R_{k'p}^{\nu} \cos \Psi_{k'p}^{\nu} \right] \left[\sum_{k=0}^{m+1} \xi_k \sin x_k R_{kn}^{\mu} \cos \Psi_{kn}^{\mu} \right] \quad (3.6.22)$$

Finalement,

$$E_{mm'} = E_{BCS} - 8 \left(\frac{S4_n}{S1_n} + \frac{S4_p}{S1_p} \right) - 32 \frac{S4_{np}}{S1_n S1_p} \quad (3.6.23)$$

Chapitre 4

Moment d'inertie

4.1 Introduction

Le moment d'inertie est une grandeur physique très importante dans la description de la rotation des noyaux [10, 11, 19, 20, 97, 106, 109, 125, 126]. Elle donne des informations aussi bien sur la déformation nucléaire que sur la structure interne du noyau. La description théorique du moment d'inertie nucléaire est souvent basée sur le modèle du cranking d'Inglis [82]. Cependant, il est à présent bien établi que cette grandeur est très sensible aux corrélations d'appariement [11, 35, 97, 106, 109]. En effet, le calcul du moment d'inertie par la seule approche d'Inglis (en négligeant les corrélations d'appariement) est insuffisante. La prise en compte de l'interaction d'appariement entre particules identiques, dans le cadre de la théorie BCS, par Belyaev [9] a permis d'améliorer les prédictions du modèle. Les valeurs obtenues étaient néanmoins encore relativement éloignées des valeurs expérimentales. Ce n'est qu'après une projection dans l'espace nombre d'occupation, aussi bien à température nulle [41], qu'à température finie [127], que les valeurs expérimentales sont correctement reproduites.

Toutefois, dans le cas des noyaux tels que $N \simeq Z$, l'appariement np doit également être pris en compte. Il a été introduit dans la description du moment d'inertie dans le cadre de l'approximation BCS, aussi bien à température nulle [106], qu'à température finie [108, 109, 110].

Dans le présent chapitre, nous nous proposons d'éliminer les fluctuations du nombre de particules, inhérentes à l'approche BCS, dans le cas de l'appariement isovectoriel, dans l'expression du moment d'inertie.

Nous utiliserons pour cela le modèle du cranking d'Inglis en nous basant sur la fonction d'onde projetée à l'aide de la méthode SBCS, exprimée en représentation quasiparticule, établie au chapitre précédent .

Comme dans le cas des chapitres précédents, il sera montré que les expressions obtenues concernant le moment d'inertie généralisent bien celles correspondant au cas de l'appariement entre particules identiques que ce soit avant ou après projection.

4.2 Formule du cranking d'Inglis

Dans le modèle du cranking d'Inglis [82], les nucléons ne suivent pas de manière rigide le mouvement de rotation global du noyau. Ils sont supposés se déplacer indépendamment les uns des autres dans un champ moyen. Les vitesses collectives sont supposées petites par rapport aux vitesses intrinsèques des nucléons : on admet que le processus est adiabatique. L'effet de la rotation est alors considéré comme une perturbation.

Dans ce qui suit, on supposera que l'axe de symétrie du noyau est l'axe Oz et que la rotation se fait autour de l'axe Ox (fixe dans l'espace). Les nucléons se meuvent dans un potentiel moyen qui tourne avec le repère avec une vitesse angulaire ω .

Soit H l'hamiltonien du système sans rotation (donné par l'équation (1.2.2)) et J_x la projection de l'opérateur moment angulaire.

L'hamiltonien du modèle du cranking est alors donné par :

$$H_\omega = H - \hbar\omega J_x \quad (4.2.1)$$

Si l'on considère le terme $\hbar\omega J_x$ comme perturbation à l'hamiltonien dans l'équation (4.2.1), l'énergie propre E_ω et l'état propre $|\Psi_\omega\rangle$ sont donnés au second d'ordre en ω respectivement par :

$$E_\omega = E_0 + \hbar\omega E^{(1)} + \hbar^2\omega^2 E^{(2)} \quad (4.2.2)$$

et

$$|\Psi_\omega\rangle = |\Psi\rangle + \hbar\omega |\Psi^{(1)}\rangle + \hbar^2\omega^2 |\Psi^{(2)}\rangle \quad (4.2.3)$$

où $|\Psi\rangle$ représente l'état non perturbé et E_0 l'énergie correspondante.

On suppose que les états propres de l'hamiltonien H sont normalisés et orthogonaux à tous les états $|\Psi^{(i)}\rangle$ des différents ordres de perturbation:

$$\langle\Psi|\Psi\rangle = 1, \quad \langle\Psi_\omega|\Psi\rangle = 1, \quad \langle\Psi|\Psi^{(i)}\rangle = 0 \quad \forall i \quad (4.2.4)$$

En remplaçant les expressions (4.2.2) et (4.2.3) dans (4.2.1), il vient lorsqu'on identifie les termes de même puissance en ω :

$$H |\Psi\rangle = E_0 |\Psi\rangle \quad (4.2.5)$$

$$H |\Psi^{(1)}\rangle - J_x |\Psi\rangle = E_0 |\Psi^{(1)}\rangle + E^{(1)} |\Psi\rangle \quad (4.2.6)$$

$$H |\Psi^{(2)}\rangle - J_x |\Psi^{(1)}\rangle = E_0 |\Psi^{(2)}\rangle + E^{(1)} |\Psi^{(1)}\rangle + E^{(2)} |\Psi\rangle \quad (4.2.7)$$

En multipliant les deux membres de (4.2.6) par $\langle\Psi|$ et compte tenu de (4.2.4), on obtient:

$$E^{(1)} = 0 \quad (4.2.8)$$

sachant que

$$\langle\Psi| J_x |\Psi\rangle = 0 \quad (4.2.9)$$

En décomposant l'état $|\Psi^{(1)}\rangle$ sur la base des $|\varphi_k\rangle$ où $(|\Psi\rangle \equiv |\varphi_0\rangle \equiv |0\rangle)$

$$|\Psi^{(1)}\rangle = \sum_k a_k |\varphi_k\rangle \quad (4.2.10)$$

il vient d'après (4.2.6) et compte tenu de (4.2.8) :

$$(H - E_0) \sum_k a_k |\varphi_k\rangle = J_x |\Psi\rangle \quad (4.2.11)$$

Si l'on multiplie les deux membres de cette équation par $\langle\varphi_\mu|$, $\mu \neq 0$, on trouve :

$$a_\mu = \frac{\langle\varphi_\mu| J_x |\varphi_0\rangle}{E_k - E_0} \quad (4.2.12)$$

d'où

$$|\Psi^{(1)}\rangle = \sum_{k \neq 0} \frac{\langle\varphi_k| J_x |\varphi_0\rangle}{E_k - E_0} |\varphi_k\rangle \quad (4.2.13)$$

En reportant ce résultat dans (4.2.7) et en multipliant par $\langle\varphi_0|$ cette dernière, il vient :

$$E^{(2)} = - \sum_{k \neq 0} \frac{|\langle\varphi_k| J_x |\varphi_0\rangle|^2}{E_k - E_0} \quad (4.2.14)$$

et donc

$$E_\omega = E_0 - \hbar^2 \omega^2 \sum_{k \neq 0} \frac{|\langle\varphi_k| J_x |\varphi_0\rangle|^2}{E_k - E_0} \quad (4.2.15)$$

L'expression du moment d'inertie dans le cadre du modèle de cranking d'Ingles [82] est donnée par :

$$\mathfrak{S}_c = 2\hbar^2 \sum_{i \neq 0} \frac{|\langle i | J_x | 0 \rangle|^2}{E_i - E_0} \quad (4.2.16)$$

où E_0 est l'énergie de l'état fondamental $|0\rangle$ et E_i est l'énergie de l'état excité $|i\rangle$.

L'opérateur J_x est un opérateur à un corps, il s'écrit dans le formalisme de la seconde quantification, en représentation particule :

$$J_x = \sum_{\substack{tt', \\ kl}} \langle kt | J_x | lt' \rangle a_{kt}^+ a_{lt'} \quad (4.2.17)$$

où $\langle kt | J_x | lt' \rangle$ sont les éléments de matrice de J_x sur la base des états à particules indépendantes.

Notons ici que ces éléments de matrice n'existent que dans le cas où $t = t'$ c.à.d :

$$\langle kt | J_x | lt' \rangle = 0 \quad , \quad t \neq t' \quad \forall \quad k, l \quad (4.2.18)$$

En utilisant la transformation de Bogoliubov-Valatin inverse donnée par (1.4.6), l'opérateur J_x peut également s'écrire en représentation quasiparticule, comme :

$$J_x = \sum_{\substack{tt'kl \\ \tau\tau'}} \langle kt | J_x | lt' \rangle (u_{k\tau} \alpha_{k\tau}^+ - v_{k\tau} \alpha_{k\tau}^-) (u_{l\tau'} \alpha_{l\tau'}^+ - v_{l\tau'} \alpha_{l\tau'}^-) \quad (4.2.19)$$

4.3 Moment d'inertie avant projection

Dans le cas de l'appariement np de type isovectoriel, le moment d'inertie donné par l'expression (4.2.16) devient alors, avant projection :

$$\mathfrak{S} = 2\hbar^2 \sum_{i \neq 0} \frac{|\langle i | J_x | \Psi \rangle|^2}{E_i - E_{BCS}} \quad (4.3.1)$$

où E_{BCS} est l'énergie de l'état fondamental $|\Psi\rangle$ défini par (1.6.2) et E_i est l'énergie de l'état excité $|i\rangle$.

L'élément de matrice $\langle i | J_x | \Psi \rangle$ s'écrit, compte tenu de (4.2.18) et (4.2.19) :

$$\begin{aligned} \langle i | J_x | \Psi \rangle &= \sum_{\substack{tkl \\ \tau_1\tau_2}} \langle kt | J_x | lt \rangle \\ &\times \langle i | \left(\begin{aligned} &u_{k\tau_1} u_{l\tau_2} \alpha_{k\tau_1}^+ \alpha_{l\tau_2} - u_{k\tau_1} v_{l\tau_2} \alpha_{k\tau_1}^+ \alpha_{l\tau_2}^- \\ &- v_{k\tau_1} u_{l\tau_2} \alpha_{k\tau_1}^- \alpha_{l\tau_2} + v_{k\tau_1} v_{l\tau_2} \alpha_{k\tau_1}^- \alpha_{l\tau_2}^- \end{aligned} \right) | \Psi \rangle \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

On constate alors que le seul état $|i\rangle$ qui peut donner une contribution non nulle dans l'expression (4.3.2) est un état à deux quasiparticules non appariées $|\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle$ défini par (1.6.8), d'énergie donnée par (1.8.7) ($|i\rangle \equiv |\nu\tau\tilde{\mu}\tau'\rangle$).

On a alors :

$$\langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | J_x | \Psi \rangle = \sum_{t, \nu \neq \mu} \left[\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle (-u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t}) + \langle \tilde{\mu} t | J_x | \tilde{\nu} t \rangle (-u_{\mu\tau' t} v_{\nu\tau t}) \right] \quad (4.3.3)$$

L'opérateur J_x est un opérateur impair par rapport au renversement du sens du temps, c'est à dire que :

$$\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle = -\langle \tilde{\mu} t | J_x | \tilde{\nu} t \rangle \quad (4.3.4)$$

Alors :

$$\langle \nu\tau\tilde{\mu}\tau' | J_x | \Psi \rangle = \sum_{t, \nu \neq \mu} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle (u_{\mu\tau' t} v_{\nu\tau t} - u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t}) \quad (4.3.5)$$

En injectant l'expression (4.3.5) dans celle du moment d'inertie définie par (4.3.1), il vient finalement :

$$\mathfrak{S} = 2\hbar^2 \sum_{t, \nu \neq \mu} \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\mu\tau' t} v_{\nu\tau t} - u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t})^2}{E_{\nu\mu}^{\tau\tau'} - E_{BCS}} \quad (4.3.6)$$

où $E_{\nu\mu}^{\tau\tau'}$ est l'énergie de l'état à deux quasiparticules non appariées donnée par (1.8.7) et E_{BCS} est l'énergie de l'état fondamental donnée par (1.8.5).

On constate que l'expression (4.3.6) est formellement similaire à celle obtenue par Ami dans la référence [32] et par Mokhtari et al. dans les références [106] et [28]. Toutefois, dans ces travaux, l'expression du moment d'inertie est donnée par :

$$\mathfrak{S} = 2\hbar^2 \sum_{\substack{\nu \neq \mu \\ T T'}} \frac{\left| \sum_{\substack{t t' \\ \tau \tau'}} K_{\nu\mu}^{T T'} \gamma_{\nu\tau T} \gamma_{\mu\tau' T'} \langle \nu t | J_x | \mu t' \rangle (U_{\mu\tau' t'} V_{\nu\tau t} - U_{\nu\tau t} V_{\mu\tau' t'}) \right|^2}{E_{\nu\mu}^{T T'} - E_0} \quad (4.3.7)$$

où

$$\gamma_{\nu\tau T} = B_5^\nu U_{\nu\tau T} + B_T^\nu V_{\nu\tau T} + B_4^\nu V_{\nu\tau T'} \quad \text{et} \quad K_{\nu\mu}^{T T'} = \left(\sum_{\tau \tau'} \gamma_{\nu\tau T}^2 \gamma_{\mu\tau' T'}^2 \right)^{-1/2} \quad (4.3.8)$$

Les coefficients supplémentaires qui apparaissent dans (4.3.7) par rapport à (4.3.6) sont dûs au fait que dans les références [32], [106] et [28], le moment d'inertie a été calculé en supposant que les états excités sont des états à deux particules non appariées et non pas à deux quasiparticules non appariées comme dans le présent travail.

Si l'on tient compte de (1.8.7), l'équation (4.3.6) devient :

$$\mathfrak{S} = 2\hbar^2 \sum_{t, \tau \tau', \nu \neq \mu} \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\mu \tau' t} v_{\nu \tau t} - u_{\nu \tau t} v_{\mu \tau' t})^2}{E_{\nu \tau} + E_{\mu \tau'}} \quad (4.3.9)$$

Notons que l'expression (4.3.9) est identique à celle que l'on obtient en faisant tendre la température vers zéro dans l'expression du moment d'inertie perpendiculaire établie par Ami et al. dans les références [108, 109, 110, 128]. Cette dernière a été obtenue dans le cadre du formalisme des intégrales de chemin de Feynman et est donnée par:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\perp} = \hbar^2 \sum_{\substack{\nu \neq \mu \\ t t' \tau \tau'}} \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \langle \mu t' | J_x | \nu t' \rangle \\ \left[(v_{\nu \tau t} u_{\mu \tau' t} - v_{\mu \tau' t} u_{\nu \tau t}) (v_{\nu \tau t'} u_{\mu \tau' t'} - v_{\mu \tau' t'} u_{\nu \tau t'}) \frac{th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu \tau} \right) + th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\mu \tau'} \right)}{E_{\nu \tau} + E_{\mu \tau'}} \right. \\ \left. + (u_{\nu \tau t} u_{\mu \tau' t} + v_{\nu \tau t} v_{\mu \tau' t}) (u_{\nu \tau t'} u_{\mu \tau' t'} + v_{\nu \tau t'} v_{\mu \tau' t'}) \frac{th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\nu \tau} \right) - th \left(\frac{1}{2} \beta E_{\mu \tau'} \right)}{E_{\nu \tau} - E_{\mu \tau'}} \right] \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

où β est l'inverse de la température.

En effet, compte tenu de (4.2.18), on a bien:

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \mathfrak{S}_{\perp} = 2\hbar^2 \sum_{\substack{t, \nu \neq \mu \\ \tau \tau'}} \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2}{E_{\nu \tau} + E_{\mu \tau'}} (u_{\mu \tau' t} v_{\nu \tau t} - u_{\nu \tau t} v_{\mu \tau' t})^2 \quad (4.3.11)$$

Par ailleurs, notons, comme dans les références [106] et [28], que dans l'expression (4.11), la dépendance vis à vis de l'appariement isovectoriel est plus explicite que dans celle obtenue par Gerceklioglu et al. dans les références [34], [77] et [129]. Cette dernière est donnée par:

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_n + \mathfrak{S}_p \quad (4.3.12)$$

où:

$$\mathfrak{S}_{n(p)} = 2\hbar^2 \sum_s \frac{|\langle s | J_x | s' \rangle|^2}{\widetilde{\varepsilon}_s + \widetilde{\varepsilon}_{s'}} (\widetilde{u}_s \widetilde{v}_{s'} - \widetilde{u}_{s'} \widetilde{v}_s)^2 \quad (4.3.13)$$

avec les notations:

$$\left. \begin{array}{l} (\widetilde{u}_s)^2 \\ (\widetilde{v}_s)^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{E_s - \lambda_{n(p)}}{\widetilde{\varepsilon}_s} \right\} \quad (4.3.14)$$

où E_s sont les énergies à particules indépendantes et

$$\widetilde{\varepsilon}_s = \sqrt{(E_s - \lambda_{n(p)})^2 + \left(\Delta_{n(p)} + \frac{q}{2} \Delta_{p(n)} \right)^2} \quad (4.3.15)$$

q étant un paramètre ajustable.

L'expression (4.3.13) est formellement identique à celle obtenue dans le cas de l'appariement entre particules identiques (voir l'équation (4.5.1)). Toutefois, dans l'approche de Gerceklioglu et al., seuls les paramètres du gap sont affectés par l'appariement isovectoriel à travers le paramètre ajustable q .

4.4 Moment d'inertie après projection

Après projection, l'état fondamental apparaissant dans l'équation (4.3.1) est l'état $|\Psi_{mm'}\rangle$ défini par (3.2.12), d'énergie $E_{mm'}$ définie par (3.4.3).

L'expression du moment d'inertie après projection dans le cadre du modèle de cranking, prend alors la forme :

$$\mathfrak{I}_{mm'} = 2\hbar^2 \sum_{i \neq 0} \frac{|\langle i | J_x | \Psi_{mm'} \rangle|^2}{E_i - E_{mm'}} \quad (4.4.1)$$

Si l'on développe l'exponentielle apparaissant dans l'équation (3.2.12), cette dernière devient:

$$\begin{aligned} |\Psi_{mm'}\rangle &= C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} D_{jn}(z_k) D_{jp}(z_{k'}) \right. \\ &\quad \times \left[1 - \sum_{\eta>0, \tau_3 \tau_4} \mathcal{G}_{\eta\tau_3\tau_4} \alpha_{\eta\tau_3}^+ \alpha_{\tilde{\eta}\tau_4}^+ + \dots \right] + \mathcal{CC} \left. \right\} |\Psi\rangle \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

où l'on a posé :

$$\mathcal{G}_{\eta\tau_3\tau_4} = \left[(z_k - 1) \frac{u_{\eta\tau_3n} u_{\eta\tau_4n}}{D_{\eta n}(z_k)} + (z_{k'} - 1) \frac{u_{\eta\tau_3p} u_{\eta\tau_4p}}{D_{\eta p}(z_{k'})} \right] \quad (4.4.3)$$

Comme c'était le cas avant la projection, le seul état $|i\rangle$ qui puisse donner une contribution non nulle dans l'expression (4.4.1) sera un état excité à deux quasiparticules non appariées $|(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle$ donné par (3.2.22), d'énergie $E_{\nu\tilde{\mu}\tau\tau'}^{mm'}$, donnée par (3.4.9) ($|i\rangle \equiv |(\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'}\rangle$).

Tous calculs faits, l'élément de matrice $\langle i | J_x | \Psi_{mm'} \rangle$ apparaissant dans (4.4.1) est donné par :

$$\begin{aligned} \langle (\nu\tau\tilde{\mu}\tau')_{mm'} | J_x | \Psi_{mm'} \rangle &= \frac{1}{4(m+1)(m'+1)C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \sum_t (u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t} - v_{\nu\tau t} u_{\mu\tau' t}) \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \\ &\quad \times C_{mm'} \left\{ \sum_{k=0}^{m+1} \sum_{k'=0}^{m'+1} \xi_k \xi_{k'} z_k^{-P_n} z_{k'}^{-P_p} \prod_{j>0} D_{jn}(z_k) D_{jp}(z_{k'}) + \mathcal{CC} \right\} \\ &= \frac{C_{mm'}}{C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \sum_t (u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t} - v_{\nu\tau t} u_{\mu\tau' t}) \langle \nu t | J_x | \mu t \rangle \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Le moment d'inertie s'écrit finalement [130, 131, 132]:

$$\mathfrak{S}_{mm'} = 2\hbar^2 \sum_{t\nu\mu\tau\tau'} \left(\frac{C_{mm'}}{C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \right)^2 \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t} - v_{\nu\tau t} u_{\mu\tau' t})^2}{E_{\nu\mu mm'}^{\tau\tau'} - E_{mm'}} \quad (4.4.5)$$

Lorsque l'on compare cette expression avec celle obtenue dans le cadre de l'approximation *BCS*, définie par (4.3.6), on constate que l'effet de la projection se traduit par l'apparition du coefficient $\left(\frac{C_{mm'}}{C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \right)^2$ et par le fait que les énergies présentes au dénominateur sont celles des états projetés.

Dans le présent travail, nous avons utilisé la valeur exacte de $E_{mm'}$. Par contre, pour des raisons de simplicité (et pour alléger les calculs numériques), l'expression (3.4.9) de l'énergie de l'état à deux quasiparticules projetée à été tronquée. Nous avons utilisé l'expression :

$$E_{\nu\mu\tau\tau'}^{mm'} = E_{BCS} + E_{\nu\tau} + E_{\mu\tau'} \quad (4.4.6)$$

Ce choix est motivé par le fait qu'il a été montré que l'effet de l'appariement np sur l'énergie du système, que ce soit avant ou après projection n'est pas très important. A titre d'exemple, dans le cas des noyaux riches en protons étudiés dans la référence [36], cet effet n'excède pas 1.5% en terme d'écart relatif, même si l'écart absolu entre valeurs calculées sans et avec prise en compte de l'appariement np peut atteindre plusieurs MeV. Il a également été montré que l'effet de la projection sur l'énergie du système, avec ou sans prise en compte de l'appariement np, n'est pas très important non plus. Pour les noyaux étudiés dans la référence [36] cet effet ne dépasse pas 2% en terme d'écart relatif.

Un autre élément qui a motivé notre choix est la forme du terme correctif (dû à la projection) dans les expressions (3.4.3) et (3.4.9) des énergies de l'état fondamental ($E_{mm'}$) et de l'état à deux quasiparticules ($E_{\nu\mu\tau\tau'}^{mm'}$) projetés. En ce qui concerne l'état fondamental, le terme correctif contient le produit de pas moins de huit facteurs $u_{\nu\tau t}$ ou $v_{\nu\tau t}$. Ceci explique le fait que ce terme correctif soit relativement petit étant donné que les $u_{\nu\tau t}$ ou $v_{\nu\tau t}$ sont compris entre zéro et un. Un raisonnement similaire peut être fait en ce qui concerne l'état à deux quasiparticules.

4.5 Limites lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$

4.5.1 Moment d'inertie avant projection

A la limite lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$, en utilisant les expressions définies par (1.10.8) et (1.10.9) pour les coefficients $u_{\nu\tau t}$ et $v_{\nu\tau t}$, et les expressions (1.10.35) et (1.10.38) des énergies des états à une quasiparticule, il vient pour le moment d'inertie défini par (4.3.9) :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \mathfrak{S} = 2\hbar^2 \sum_{t, \nu \neq \mu} \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\mu t} v_{\nu t} - u_{\nu t} v_{\mu t})^2}{E_{\nu t} + E_{\mu t}} \quad (4.5.1)$$

On constate que l'expression (4.5.1) est la somme des moments d'inertie des systèmes neutron et proton pris séparément dans le cas de l'appariement entre particules identiques soit :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_n + \mathfrak{S}_p$$

avec [106]

$$\mathfrak{S}_t = 2\hbar^2 \sum_{\nu \neq \mu} \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\mu t} v_{\nu t} - u_{\nu t} v_{\mu t})^2}{E_{\nu t} + E_{\mu t}}, \quad t = n, p \quad (4.5.2)$$

4.5.2 Moment d'inertie après projection

De même, l'expression du moment d'inertie après projection définie par (4.4.5), devient lorsque $\Delta_{np} \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \mathfrak{S}_{mm'} = 2\hbar^2 \sum_{\substack{t, \tau \\ \nu \neq \mu}} \left\{ \left(\frac{C_{mm'}}{C_{mm'}^{\nu\tau\mu\tau'}} \right)^2 \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau t} - v_{\nu\tau t} u_{\mu\tau t})^2}{E_{\nu\mu\tau\tau'}^{mm'} - E_{mm'}} \right\} \quad (4.5.3)$$

puisque

$$(u_{\nu\tau t} v_{\mu\tau' t} - v_{\nu\tau t} u_{\mu\tau' t}) = 0 \quad \text{si} \quad \tau \neq \tau'$$

Alors, compte tenu de (4.4.6) et des limites (3.5.1) et (3.5.2), il vient :

$$\lim_{\Delta_{np} \rightarrow 0} \mathfrak{S}_{mm'} = (\mathfrak{S}_m)_n + (\mathfrak{S}_{m'})_p \quad (4.5.4)$$

où l'on a posé

$$(\mathfrak{S}_m)_t = 2\hbar^2 \sum_{\nu \neq \mu} \left\{ \left(\frac{C_{mt}}{C_{mt}^{\nu\mu}} \right)^2 \frac{|\langle \nu t | J_x | \mu t \rangle|^2 (u_{\nu t} v_{\mu t} - v_{\nu t} u_{\mu t})^2}{E_{\nu\mu}^t + E_m^t} \right\}, \quad t = n, p \quad (4.5.5)$$

Cette dernière expression est celle du moment d'inertie projeté, dans le cas de l'appariement entre particules identiques (voir références [41] et [98]).

L'expression (4.5.4) signifie qu'en l'absence d'appariement np, le moment d'inertie total du système se ramène à la somme des moments d'inertie des systèmes neutron et proton pris indépendamment.

Chapitre 5

Résultats numériques et discussion

5.1 Modèles utilisés

Dans le but de tester la validité de l'approche Sharp-BCS (SBCS) précédemment décrite et de comparer les résultats numériques à ceux fournis par d'autres méthodes, nous l'avons appliquée à différents modèles : le modèle à un niveau, le modèle de Richardson et le modèle de Woods-Saxon.

Nous résumons dans ce qui suit les paramètres utilisés, dans le cas de chaque modèle.

5.1.1 Modèle à un niveau

Le modèle à un niveau est un modèle schématique qui a été largement utilisé dans la littérature du fait qu'il soit exactement soluble [133, 134, 135, 136]. Il permet de modéliser les noyaux sphériques. Dans ce modèle, on suppose qu'il n'y a qu'un seul niveau de dégénérescence Ω et d'énergie $\varepsilon_{\nu t} = 0, t = n, p$ pour chaque ν .

Dans le cas du modèle à un niveau, l'hamiltonien (1.2.2) du présent travail s'écrit sous la forme :

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{tt'} G_{tt'} \sum_{\nu, \mu > 0} (a_{\nu t}^+ a_{\nu t'}^+ a_{\tilde{\mu} t'} a_{\mu t} + a_{\nu t}^+ a_{\nu t'}^+ a_{\tilde{\mu} t} a_{\mu t'}) \quad (5.1.1)$$

qui est également appelé hamiltonien d'appariement pur.

La valeur exacte de l'énergie correspondant à cet hamiltonien a été déterminée par Engel et al.[112], dans le cas particulier où $G_{pp} = G_{nn} = G_{np} = G$

Dans ce cas l'hamiltonien (5.1.1) s'écrit :

$$H = -G \sum_{\nu>0} S_{\nu}^{+} S_{\nu} \quad (5.1.2)$$

où

$$S_{\nu}^{+} = \begin{cases} a_{\nu p}^{+} a_{\tilde{\nu} p}^{+} & (T_z = -1) \\ a_{\nu n}^{+} a_{\tilde{\nu} n}^{+} & (T_z = 1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(a_{\nu n}^{+} a_{\tilde{\nu} p}^{+} + a_{\nu p}^{+} a_{\tilde{\nu} n}^{+} \right) & (T_z = 0) \end{cases}$$

est l'opérateur de création de paires de particules .

L'expression exacte de l'énergie donnée par Engel et al. [112] est dans ce cas :

$$E(\vartheta_s, T) = \frac{G}{8} [(2\mathcal{N} - \vartheta_s)(4\Omega + 6 - 2\mathcal{N} - \vartheta_s) - 4T(T + 1)] \quad (5.1.3)$$

où ϑ_s est la séniorité, $\mathcal{N}$ est le nombre de paires et Ω correspond à la dégénérescence totale des niveaux.

Notons que l'hamiltonien (5.1.2) correspond aux valeurs $x = 1$ et $g_{ph} = 0$ dans la Ref [112].

Le modèle à un niveau a été utilisé dans le présent travail pour juger de l'efficacité de la méthode de projection dans le cas où la fonction d'onde est exprimée en représentation quasiparticule (voir section 5.2).

5.1.2 Modèle de Richardson

Le modèle de Richardson est un modèle schématique qui permet de modéliser les noyaux déformés. Ce modèle a connu un net regain d'intérêt ces dernières années dans l'étude des effets des corrélations d'appariement dans le noyau (que ce soit dans le cas de l'appariement entre particules identiques ou bien dans le cas de l'appariement np). Il consiste en des niveaux doublement dégénérés tels que $\varepsilon_{\nu t} = \nu$ ($\nu = 1, 2, 3, \dots, \Omega$), $t = n, p$.

Chaque état est arbitrairement caractérisé par des valeurs du moment cinétique j_{ν} et de sa projection m_{ν} données dans les Refs [74, 108] qui sont reportées dans le tableau (5.1).

Le modèle de Richardson a été utilisé dans le présent travail pour l'étude du moment d'inertie (voir section 5.3).

Table 5.1: Valeurs du moment cinétique j_ν et de sa projection m_ν utilisées dans le présent travail dans le cas $N=Z=8$ et $\Omega = 8$.

ν	1	2	3	4	5	6	7	8
j_ν	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
m_ν	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

5.1.3 Modèle de Woods-Saxon

Pour les cas réalistes, nous avons utilisé les énergies à particules indépendantes d'un champ moyen déformé de Woods-Saxon avec les paramètres définis dans la Ref [137].

Nous avons utilisé un nombre de couches maximal $N_{\max} = 10$, ce qui correspond à une dégénérescence totale de niveaux $\Omega = 455$.

Dans le présent travail, nous n'avons pas déterminé les paramètres de déformation du fondamental, nous avons utilisé les valeurs tabulées par Goriely et al.[138] et déterminées par la méthode d'Hartree Fock, combinée à la théorie BCS. Nous avons également utilisé celles de Moller [139] qui sont déterminées par le modèle macroscopique-microscopique dans lequel les corrélations d'appariement sont traitées par la méthode de Lipkin-Nogami. Soulignons toutefois que la Ref [138] donne les valeurs des paramètres de déformation (β_2, β_4) , et la Ref [139] donne les valeurs des paramètres $(\varepsilon_2, \varepsilon_4)$, alors que le code de calcul dont nous disposons nécessite la connaissance du paramètre d'élongation c et du paramètre d'étrangement h . Nous avons donc converti les couples (β_2, β_4) et $(\varepsilon_2, \varepsilon_4)$ en couple (c, h) à l'aide de la méthode décrite dans la Ref [140].

Les constantes d'appariement $G_{tt'}$ ont été alors choisies de façon à reproduire les valeurs expérimentales des différences de masse paire-impair entre des noyaux de masses voisines [2]. Ces dernières sont définies par :

$$\Delta_{pp}^{\text{exp}} = -\frac{1}{8} [M(Z+2, N) - 4M(Z+1, N) + 6M(Z, N) - 4M(Z-1, N) + M(Z-2, N)] \quad (5.1.4)$$

$$\Delta_{nn}^{\text{exp}} = -\frac{1}{8} [M(Z, N+2) - 4M(Z, N+1) + 6M(Z, N) - 4M(Z, N-1) + M(Z, N-2)] \quad (5.1.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{np}^{\text{exp}} = & \frac{1}{4} \{ 2 [M(Z, N+1) + M(Z, N-1) + M(Z-1, N) + M(Z+1, N)] \\ & - 4M(Z, N) - [M(Z+1, N+1) + M(Z-1, N+1) + M(Z+1, N-1) \\ & + M(Z-1, N-1)] \} \end{aligned} \quad (5.1.6)$$

où $M(Z, N)$ est la masse expérimentale d'un noyau constitué de Z protons et de N neutrons tabulée dans la Ref [141] (Atomic Mass Evaluation 2012 (AME 2012)).

Le modèle de Woods-Saxon a été utilisé dans les sections 5.2 et 5.3.

5.2 Etude de la méthode de projection dans le cas où la fonction d'onde est exprimée en représentation quasiparticule:

Comme cela a été précédemment souligné, la méthode de projection SBCS, dans le cas de l'appariement isovectoriel, a été développée en utilisant la représentation particule. Ce n'est que récemment que le formalisme a été élaboré en représentation quasiparticules [123].

Ce formalisme a donc été dans une première étape testé numériquement en ce qui concerne des grandeurs précédemment étudiées au moyen de la représentation particule. Il s'agit des fluctuations du nombre de particules (en utilisant la variance sur nombre de particules) et de l'énergie. Dans la présente partie, ces tests sont effectués au moyen du modèle schématique à un niveau, puis dans les cas réalistes à l'aide du modèle de Woods-Saxon.

5.2.1 Modèle à un niveau

Comme l'effet d'appariement est supposé être maximal dans les noyaux tels que $N = Z$, nous avons considéré dans ce qui suit des systèmes pair-pairs tels que $4 \leq N = Z \leq 20$. Nous avons fixé arbitrairement la valeur de Ω à $\Omega = 11$.

Afin de pouvoir effectuer des comparaisons avec la solution exacte de Engel et al. [112], les trois constantes d'appariement ont été choisies égales entre elles : $G_{tt'} = G, t, t' = n, p$.

Convergence

Afin de vérifier la convergence de la méthode de projection, la variance du nombre de particules $[Var(N)]_{mm'}$ et l'énergie $E_{mm'}$ ont été étudiées en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' . Les résultats sont reportés dans le tableau (5.2).

Nous constatons d'après le tableau (5.2) que la convergence de la méthode est rapide. Elle a été atteinte pour $m = m' = 3$. Remarquons que ces valeurs de m et m' correspondent dans ce cas exactement à celles prévues par la conditions (2.2.8). De même, on constate que $[Var(N)]_{mm'} = 0$, ce qui prouve l'efficacité de la méthode de projection.

Dans un second lieu, nous avons également calculé l'énergie BCS (E_{BCS}) et l'énergie projetée ($E_{mm'}$) définies respectivement par les équations (3.4.3) et (3.4.7) dans le cadre du même modèle. Pour avoir une base de comparaison avec la solution exacte de Engel et al.[112], les variations de l'énergie E_{BCS} et l'énergie projetée $E_{mm'}$ et la variation de la valeur exacte E_{Exacte} ont été présentées en fonction de G , dans la même figure (5.2.1) pour les systèmes pair-pairs $N = Z = 8$ et $N = Z = 10$, choisis à titre d'exemple. Nous constatons d'après la figure (5.2.1) que les trois courbes prennent la forme d'une droite décroissante en fonction de G , on remarque aussi que $E_{mm'}$ reproduit mieux l'énergie E_{Exacte} que E_{BCS} . Notons ici que la méthode SBCS, bien qu'étant une méthode de projection exacte, ne permet pas de retrouver les valeurs de E_{Exacte} car elle est basée sur l'approximation BCS.

Les écarts relatifs entre les valeurs E_{BCS} et $E_{mm'}$ d'une part et les valeurs exactes d'autre part, sont mesurés par les quantités suivantes :

$$\delta E_{BCS} = \left| \frac{E_{BCS} - E_{Exacte}}{E_{Exacte}} \right| \quad (5.2.1)$$

$$\delta E_{mm'} = \left| \frac{E_{mm'} - E_{Exacte}}{E_{Exacte}} \right| \quad (5.2.2)$$

Les valeurs moyennes correspondantes (lorsque G varie de 0.01 à 1, avec un pas de 0.01) pour des systèmes tels que $4 \leq N = Z \leq 20$ sont reportées dans le tableau (5.3).

D'après le tableau (5.3), nous pouvons constater que l'approche SBCS a amélioré nettement les valeurs de l'énergie en comparant avec l'approche BCS. En effet, les valeurs de l'écart $\overline{\delta E_{mm'}}$ sont nettement inférieures à celles de $\overline{\delta E_{BCS}}$ qui peuvent atteindre jusqu'à 11%.

Afin de pouvoir faire une comparaison avec les résultats obtenus au moyen de la représentation quasiparticule, nous avons calculé l'énergie projetée $E_{mm'}$ en utilisant les mêmes paramètres que

Table 5.2: Variation de la variance du nombre de particules $[Var(N)]_{mm'}$ et de l'énergie $E_{mm'}$ en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' dans le cadre du modèle à

un niveau, pour N=Z=12 et G=0.5 MeV. Les valeurs BCS correspondantes sont

$Var(N) = 21.8181$ et $E_{BCS} = -34.9090 MeV$. La valeur exacte de l'énergie

est $E_{Exacte} = -39.0000 MeV$.

m	m'	$[Var(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$		m	m'	$[Var(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$
0	0	21.8182	-34.9091		3	0	10.9091	-35.6521
0	1	17.0804	-35.2323		3	1	6.1714	-35.9753
0	2	11.0133	-35.6451		3	2	0.1042	-36.3882
0	3	10.9091	-35.6521		3	3	0.0000	-36.3952
0	4	10.5091	-35.6521		3	4	0.0000	-36.3952
0	5	10.9091	-35.6521		3	5	0.0000	-36.3952
1	0	17.0804	-35.2323		4	0	10.9091	-35.6521
1	1	12.3427	-35.5555		4	1	6.1714	-35.9753
1	2	6.2756	-35.9683		4	2	0.1042	-35.3882
1	3	6.1714	-35.9753		4	3	0.0000	-36.3952
1	4	6.1714	-35.9753		4	4	0.0000	-36.3952
1	5	6.1714	-35.9753		4	5	0.0000	-36.3952
2	0	11.0133	-35.6451		5	0	10.9091	-35.6521
2	1	6.2756	-35.9683		5	1	6.1714	-35.9753
2	2	0.2085	-36.3812		5	2	0.1042	-35.3882
2	3	0.1042	-36.3882		5	3	0.0000	-36.3952
2	4	0.1042	-36.3882		5	4	0.0000	-36.3952
2	5	0.1042	-36.3882		5	5	0.0000	-36.3952

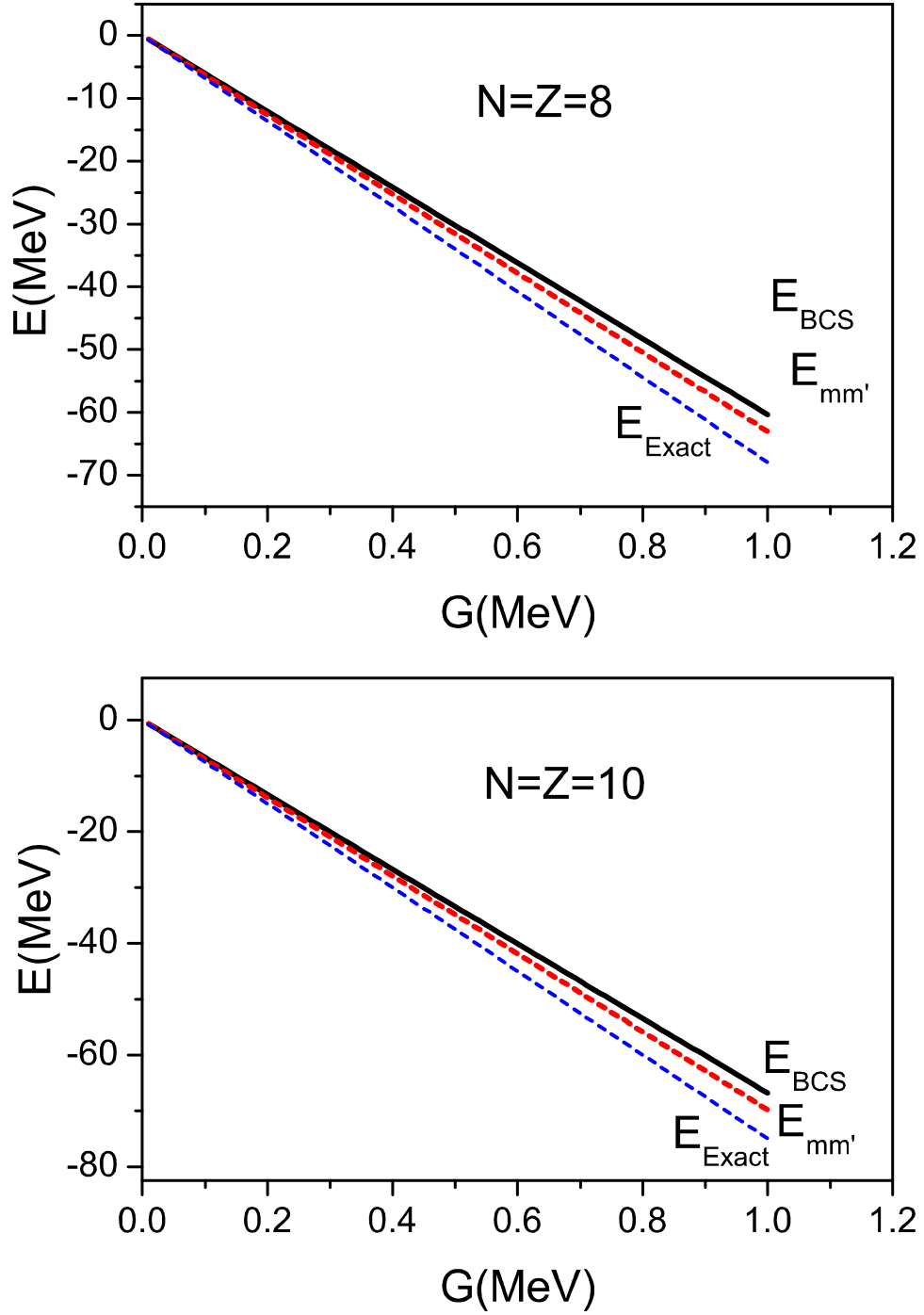


Figure 5.2.1 : Variation de l'énergie E_{BCS} (ligne continue), de l'énergie projetée $E_{mm'}$ (tirets) et de la valeur exacte de l'énergie E_{Exacte} (pointillés) en fonction de G , dans le cas du modèle à un niveau pour les systèmes $N = Z = 8$ (partie supérieure) et $N = Z = 10$ (partie inférieure).

Table 5.3: Variations des valeurs moyennes de δE_{BCS} et $\delta E_{mm'}$ en fonction de $N=Z$, dans le cas du modèle à un niveau.

$N = Z$	$\overline{\delta E_{BCS}} (\%)$	$\overline{\delta E_{mm'}} (\%)$
4	11.69	7.55
6	11.48	6.46
8	11.23	7.22
10	10.91	6.96
12	10.49	6.75
14	9.92	6.38
16	9.09	5.85
18	7.79	5.04
20	5.45	3.63

dans la Ref [121], c'est à dire $N = 8$, $Z = 4$, $\Omega = 12$, $G_{pp} = G_{nn} = 0.0625 MeV$, $G_{np} = 0.044 MeV$. Nous retrouvons rigoureusement la même valeur que dans la Ref [121], c'est à dire $E_{mm'} = -3.654 MeV$.

Il est tout à fait naturel que la valeur de l'énergie soit identique, que l'on utilise la représentation particule ou la représentation quasiparticule. Toutefois, la représentation quasiparticule a l'avantage d'être plus maniable, donc mieux adaptée au calcul numérique pour la suite du travail.

5.2.2 Cas réalistes

Les tests numériques dans le cas du modèle à un niveau ayant été satisfaisants, la méthode de projection a été appliquée par la suite à quelques noyaux réels. La variance du nombre de particules $[Var(N)_{mm'}]$ et l'énergie $E_{mm'}$ ont été étudiées en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' , dans le cas des noyaux ^{32}S et ^{44}Ti pris à titre d'exemple.

Nous constatons d'après les tableaux (5.4) et (5.5) que la convergence est très rapide et est atteinte dès que $m = 4$ et $m' = 3$ dans le cas du ^{32}S et $m = 4$ et $m' = 5$ dans le cas du ^{44}Ti . Les valeurs prévues par la condition théorique de convergence (2.2.8) sont respectivement $(m, m') > 219$ pour le noyau ^{32}S et $(m, m') > 216$ pour le noyau ^{44}Ti . La convergence effective est donc bien plus rapide que la convergence théorique.

Dans ce qui suit, afin de s'assurer d'une bonne convergence, nous utiliserons les valeurs $m = m' = 5$.

Remarquons aussi que l'écart relatif entre l'énergie projetée et l'énergie non projetée ($\delta E = 0.40\%$ pour le noyau ^{32}S et $\delta E = 0.32\%$ pour le noyau ^{44}Ti) peut paraître faible. Cependant, les écarts absolus peuvent atteindre plusieurs MeV .

Notons que, comme dans le cas du modèle à un niveau, les résultats obtenus dans le présent travail, en utilisant la représentation quasiparticule sont en bon accord avec ceux obtenus en représentation particule (voir par exemple les Refs [120] et [121]). En effet, les fluctuations du nombre de particules sont totalement éliminées puisque la variance du nombre de particules est nulle et la convergence est rapidement atteinte. Toutefois, l'utilisation de la représentation quasiparticule rend les formules faciles à manipuler et donc mieux adaptées aux calculs numériques.

5.3 Moment d'inertie

Une étude numérique du moment d'inertie nucléaire a été effectuée dans une première étape dans le cadre du modèle schématique de Richardson puis, dans le cas réaliste en utilisant les énergies à particules indépendantes d'un champ moyen de Woods-Saxon.

5.3.1 Modèle de Richardson

Nous avons considéré dans ce qui suit un système pair-pair tel que $N = Z = 8$. Nous avons fixé arbitrairement la valeur de Ω à $\Omega = 8$.

Convergence de la méthode

Dans une première étape, nous avons vérifié la convergence de la méthode de projection SBCS. La variation du moment d'inertie a été étudiée en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' , pour les valeurs $\Delta_{pp} = 1.2MeV$, $\Delta_{nn} = 1.4MeV$ et $\Delta_{np} = 1.0MeV$ choisies à titre d'exemple. Les valeurs des constantes d'appariement $G_{tt'}$ ($t, t' = n, p$) ont été choisies de manière à reproduire ces valeurs. Les résultats sont reportés dans le tableau (5-6). Nous constatons d'après le tableau que la convergence a été atteinte pour $m = 5$ et $m' = 3$.

Table 5.4: Variation de la variance du nombre de particules $[Var(N)]_{mm'}$ et de l'énergie $E_{mm'}$ en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' pour le noyau ^{32}S . Les valeurs BCS correspondantes sont $Var(N) = 10.5163$ et $E_{BCS} = -609.8704 MeV$.

m	m'	$[Var(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$	m	m'	$[Var(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$
0	0	9.9619	-609.9859	3	0	5.0571	-611.1558
0	1	5.4025	-611.0693	3	1	0.4976	-612.2392
0	2	4.9149	-611.1729	3	2	0.0101	-612.3428
0	3	4.9049	-611.1747	3	3	0.0001	-612.3446
0	4	4.9048	-611.1747	3	4	0.0000	-612.3447
0	5	4.9048	-611.1747	3	5	0.0000	-612.3447
1	0	5.4965	-611.0601	4	0	5.0570	-611.1558
1	1	0.9370	-612.1435	4	1	0.4976	-612.2393
1	2	0.4495	-612.2471	4	2	0.0100	-612.3429
1	3	0.4395	-612.2489	4	3	0.0000	-612.3447
1	4	0.4394	-612.2489	4	4	0.0000	-612.3447
1	5	0.4394	-612.2489	4	5	0.0000	-612.3447
2	0	5.0648	-611.1544	5	0	5.0570	-611.1558
2	1	0.5054	-612.2378	5	1	0.4976	-612.2393
2	2	0.0178	-612.3414	5	2	0.0100	-612.3429
2	3	0.0078	-612.3432	5	3	0.0000	-612.3447
2	4	0.0077	-612.3432	5	4	0.0000	-612.3447
2	5	0.0077	-612.3432	5	5	0.0000	-612.3447

Table 5.5: Même chose que le tableau 5-4 pour le noyau ^{44}Ti . Les valeurs BCS correspondantes sont $\text{Var}(N) = 14.4369$ et $E_{BCS} = -934.4467 \text{ MeV}$.

m	m'	$[\text{Var}(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$	m	m'	$[\text{Var}(N)]_{mm'}$	$E_{mm'}$
0	0	13.9596	-934.1016	3	0	7.2100	-935.7681
0	1	8.6632	-935.4755	3	1	1.9137	-937.1420
0	2	6.8896	-935.7989	3	2	0.1401	-937.4655
0	3	6.7575	-935.8162	3	3	0.0079	-937.4827
0	4	6.7529	-935.8167	3	4	0.0033	-937.4833
0	5	6.7528	-935.8167	3	5	0.0032	-937.4833
1	0	8.8137	-935.4842	4	0	7.2068	-935.7685
1	1	3.5173	-936.8581	4	1	1.9105	-937.1424
1	2	1.7437	-937.1816	4	2	0.1369	-937.4659
1	3	1.6115	-937.1988	4	3	0.0047	-937.4831
1	4	1.6069	-937.1994	4	4	0.0001	-937.4837
1	5	1.6068	-937.1994	4	5	0.0000	-937.4837
2	0	7.3129	-935.7547	5	0	7.2068	-935.7685
2	1	2.0165	-937.1286	5	1	1.9109	-937.1424
2	2	0.2430	-937.4521	5	2	0.1368	-937.4659
2	3	0.1108	-937.4693	5	3	0.0046	-937.4831
2	4	0.1062	-937.4699	5	4	0.0000	-937.4837
2	5	0.1061	-937.4699	5	5	0.0000	-937.4837

Table 5.6: Variation du moment d'inertie $\mathfrak{I}_{mm'}$ en fonction des degrés d'extraction des fausses composantes m et m' , dans le cas du modèle de Richardson, pour $\Delta_{pp} = 1.2 \text{ MeV}$, $\Delta_{nn} = 1.4 \text{ MeV}$, et $\Delta_{np} = 1.0 \text{ MeV}$. La valeur BCS correspondante est $\mathfrak{I}_{BCS} = 1.706 (\hbar^2 \cdot \text{MeV}^{-1})$.

m	m'	$\mathfrak{I}_{mm'}(\hbar^2 \cdot \text{MeV}^{-1})$	m	m'	$\mathfrak{I}_{mm'}(\hbar^2 \cdot \text{MeV}^{-1})$
0	0	1.320	3	0	1.155
0	1	1.189	3	1	1.053
0	2	1.190	3	2	1.055
0	3	1.191	3	3	1.056
0	4	1.192	3	4	1.056
0	5	1.192	3	5	1.056
1	0	1.154	4	0	1.156
1	1	1.052	4	1	1.053
1	2	1.053	4	2	1.055
1	3	1.054	4	3	1.056
1	4	1.055	4	4	1.056
1	5	1.055	4	5	1.056
2	0	1.155	5	0	1.156
2	1	1.052	5	1	1.054
2	2	1.054	5	2	1.055
2	3	1.055	5	3	1.056
2	4	1.055	5	4	1.056
2	5	1.055	5	5	1.056

Effet de l'appariement np

Afin d'étudier l'effet de l'appariement np, les écarts relatifs avant et après la projection sont définis par :

$$\delta\mathfrak{S}_{np} = \frac{\mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np}) - \mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np} = 0)}{\mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np} = 0)} \quad (5.3.1)$$

$$\delta\mathfrak{S}_{np-proj} = \frac{\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np}) - \mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np} = 0)}{\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np} = 0)} \quad (5.3.2)$$

Les figures (5.3.1) et (5.3.2) représentent les variations de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ et $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ en fonction de Δ_{np} ($0.0 \text{ MeV} \leq \Delta_{np} \leq 0.9 \text{ MeV}$).

Nous considérons pour cette étude deux valeurs de Δ_{pp} (c.à.d. $\Delta_{pp} = 1.0 \text{ MeV}$ et $\Delta_{pp} = 1.4 \text{ MeV}$) pour des valeurs fixées de Δ_{nn} ($1.0 \text{ MeV} \leq \Delta_{nn} \leq 1.5 \text{ MeV}$). D'après les figures (5.3.1) et (5.3.2), il apparait que les valeurs de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ et $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ ne sont pas constantes en fonction de Δ_{np} . Leurs comportements respectifs sont similaires pour les différentes valeurs de Δ_{nn} sauf lorsque $\Delta_{nn} = \Delta_{pp}$.

Quand $\Delta_{nn} = \Delta_{pp}$, les écarts relatifs $\delta\mathfrak{S}_{np}$ et $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ sont tous les deux positifs et sont croissants en fonction de Δ_{np} . Cependant, l'écart relatif $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ augmente moins rapidement que l'écart relatif $\delta\mathfrak{S}_{np}$.

Lorsque $\Delta_{nn} \neq \Delta_{pp}$, le comportement de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ est similaire à celui observé lorsque $\Delta_{nn} = \Delta_{pp}$. Par contre, $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ devient négatif. Au voisinage de $\Delta_{np} = 0$, $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ décroît brusquement. Il augmente jusqu'à changer de signe pour les grandes valeurs de Δ_{nn} . Notons ici que la position du minimum de $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ dépend à la fois de Δ_{nn} et Δ_{pp} . Dans ce qui suit, la valeur de Δ_{np} correspondant au minimum de $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ sera notée $(\Delta_{np})_{\min}$. Notons également que, comme dans le cas où $\Delta_{nn} = \Delta_{pp}$, l'accroissement de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ est plus rapide que celui de $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$. Cependant, en valeur absolue, l'effet de l'appariement np est plus important après projection pour les petites valeurs de Δ_{np} (c.à.d. $\Delta_{np} < (\Delta_{np})_{\min}$).

La situation s'inverse au-delà de $(\Delta_{np})_{\min}$. Toutefois, l'effet de l'appariement np est en moyenne plus important avant la projection (de l'ordre de 10% en valeur absolue) qu'après la projection (de l'ordre de 5% en valeur absolue).

Le fait que $\delta\mathfrak{S}_{np}$ est positif est surprenant puisque généralement l'inclusion de l'appariement fait diminuer la valeur du moment d'inertie. Cependant, des résultats similaires ont déjà été obtenus dans le cadre du modèle de Richardson (voir Refs [108, 109] à température nulle).

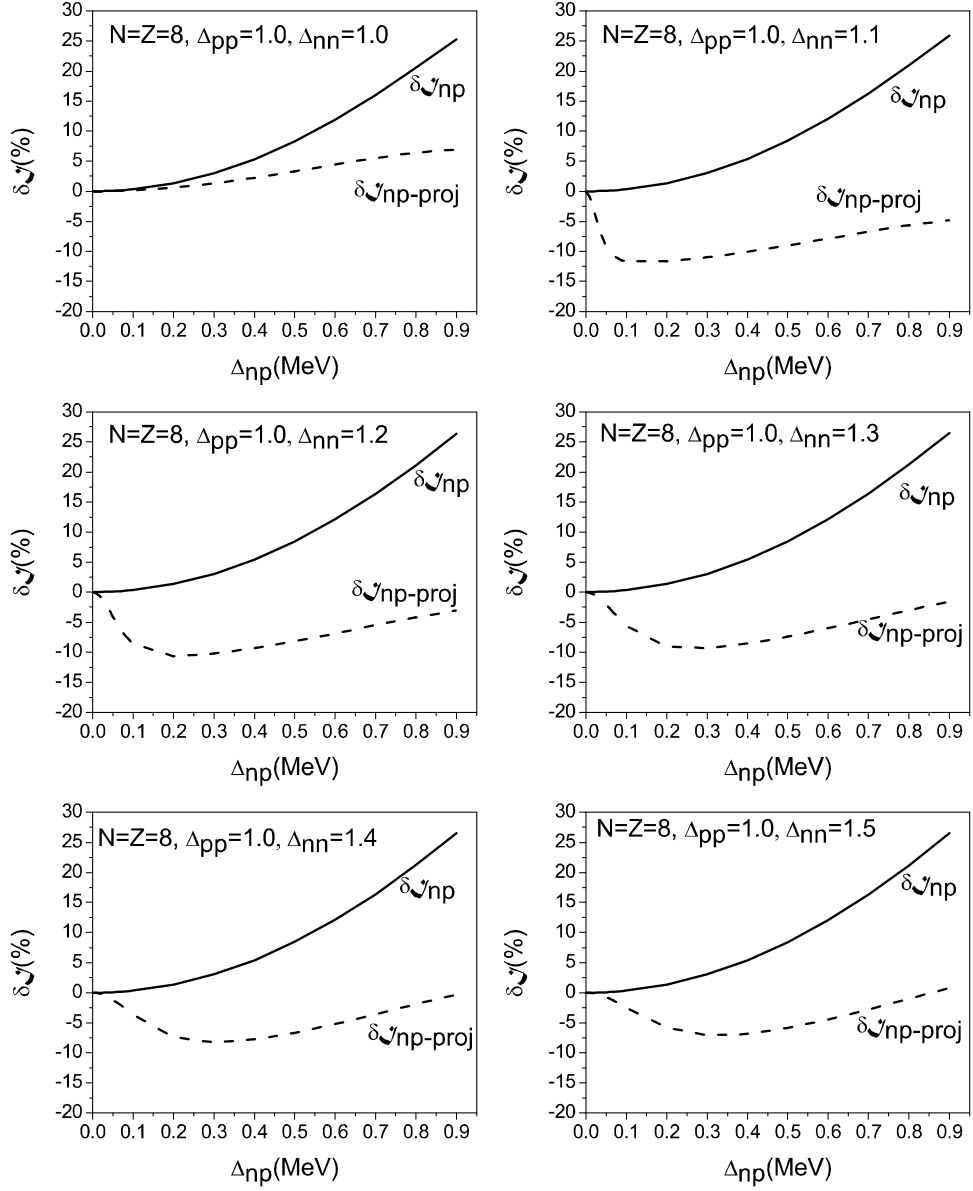


Figure 5.3.1 : Variation de δS_{np} (ligne continue) et $\delta S_{np-proj}$ (tirets) en fonction de Δ_{np} pour des valeurs fixées de Δ_{nn} , lorsque $\Delta_{pp} = 1.0 \text{ MeV}$, dans le cadre du modèle de Richardson.

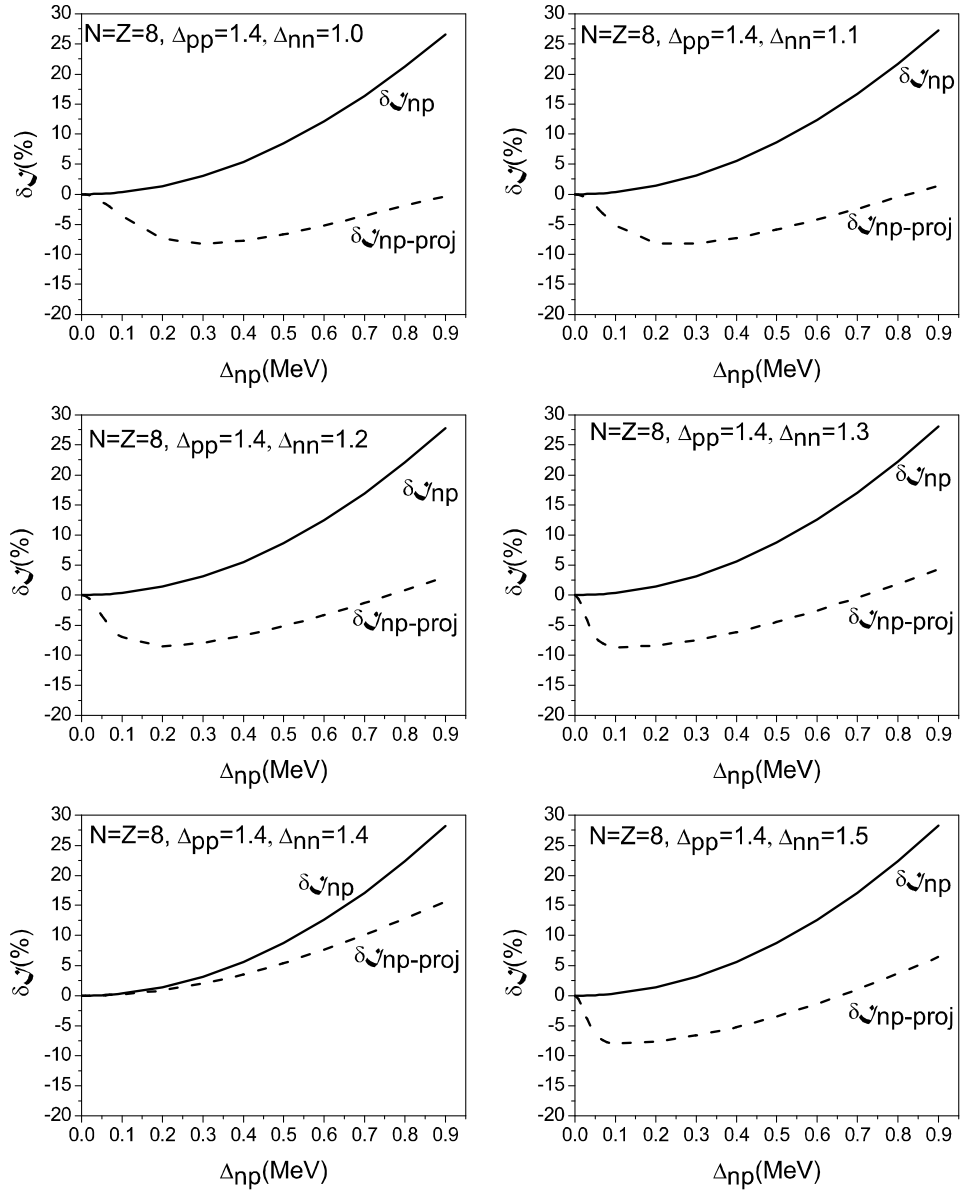


Figure 5.3.2 : Môme chose que la fig. 5.3.1 pour $\Delta_{pp} = 1.4 \text{ MeV}$.

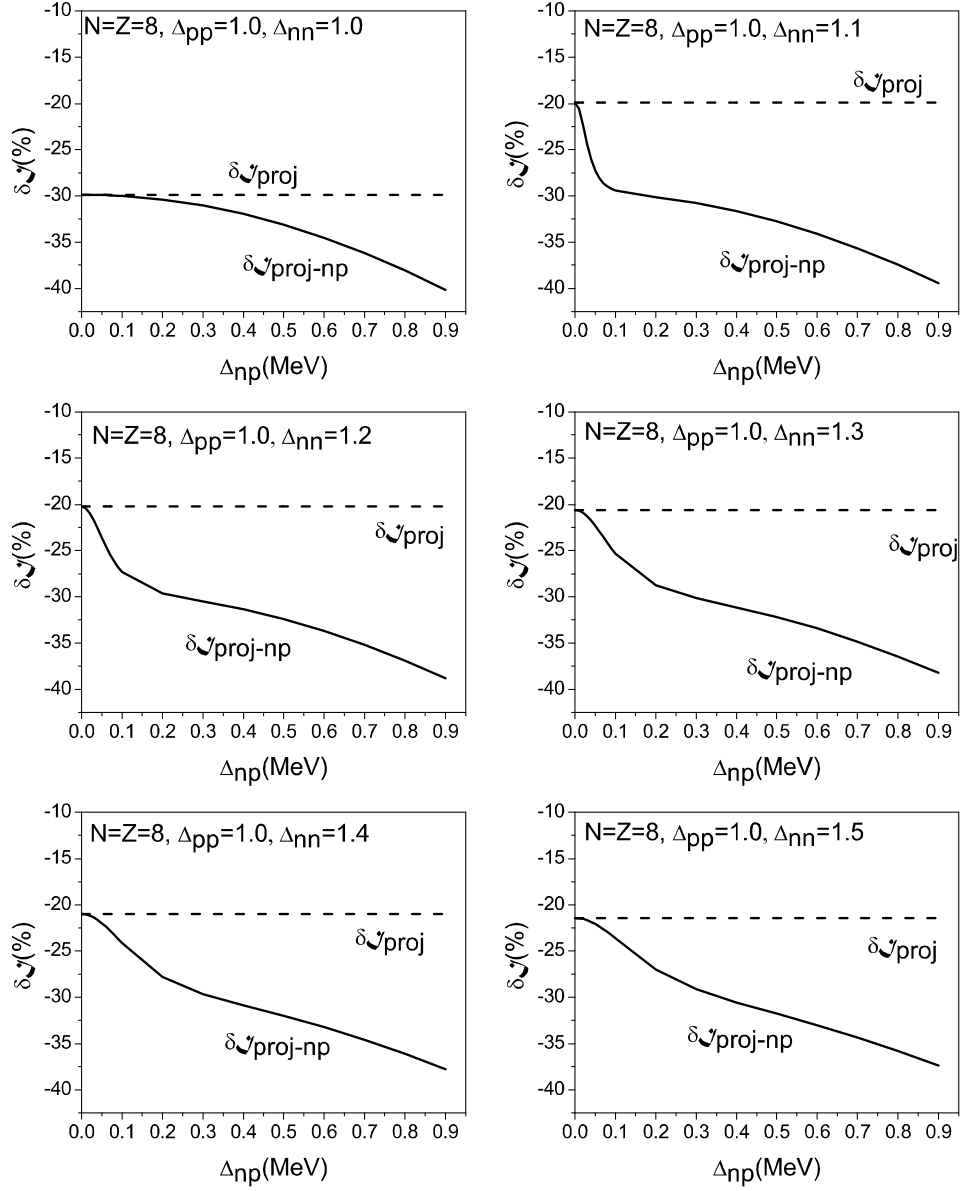


Figure 5.3.3 : Variation de $\delta\mathcal{S}_{proj}$ (ligne continue) et $\delta\mathcal{S}_{proj-np}$ (tirets) en fonction de Δ_{np} pour des valeurs fixées de Δ_{nn} , lorsque $\Delta_{pp} = 1.0 \text{ MeV}$, dans le cadre du modèle de Richardson.

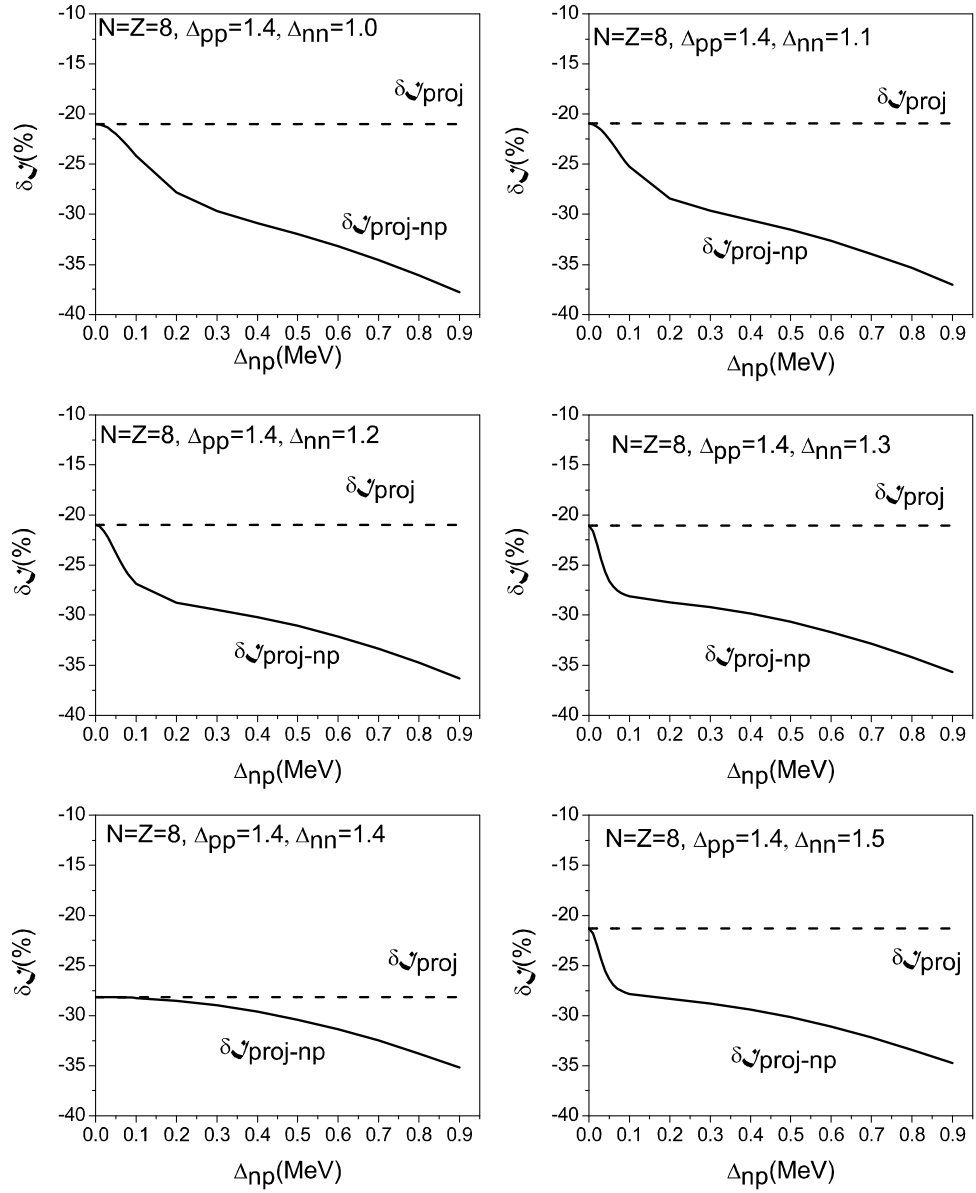


Figure 5.3.4 : Même chose que la fig. 5.3.3 pour $\Delta_{pp} = 1.4 \text{ MeV}$.

Table 5.7: Variation des valeurs moyennes (par rapport aux valeurs de Δ_{np} ($0 \leq \Delta_{np} \leq 0.9$)) de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ (2ième colonne), $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ (3ième colonne), $\delta\mathfrak{S}_{proj}$ (4ième colonne) et $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$ (dernière colonne) (voir le texte pour la notation), en fonction de Δ_{nn} , pour $\Delta_{pp} = 1.0 \text{ MeV}$.

$\Delta_{nn}(\text{MeV})$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np-proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj-np}}(\%)$
1.0	9.20	3.09	-29.88	-33.53
1.1	9.35	-7.82	-19.87	-32.11
1.2	9.45	-6.66	-20.22	-31.61
1.3	9.49	-5.51	-20.59	-31.11
1.4	9.49	-4.47	-21.00	-30.71
1.5	9.45	-3.54	-21.44	-30.40

Table 5.8: Même chose que le tableau III pour $\Delta_{pp} = 1.4 \text{ MeV}$.

$\Delta_{nn}(\text{MeV})$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np-proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj-np}}(\%)$
1.0	9.49	-4.47	-21.00	-31.44
1.1	9.69	-4.03	-20.98	-29.67
1.2	9.83	-3.64	-21.00	-30.39
1.3	9.92	-3.21	-21.06	-30.21
1.4	9.96	5.81	-28.14	-30.65
1.5	9.96	-2.12	-21.32	-29.71

Effet de la projection

Afin d'étudier l'effet de la projection, aussi bien dans le cas de l'appariement entre particules identiques que dans l'appariement np, les écarts relatifs sont définis par :

$$\delta\mathfrak{S}_{proj} = \frac{\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np} = 0) - \mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np} = 0)}{\mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np} = 0)} \quad (5.3.3)$$

et

$$\delta\mathfrak{S}_{proj-np} = \frac{\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np}) - \mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np})}{\mathfrak{S}_{BCS}(\Delta_{np})} \quad (5.3.4)$$

Les variations de $\delta\mathfrak{S}_{proj}$ et $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$ en fonction de Δ_{np} sont représentées dans les figures (5.3.3) et (5.3.4) avec les mêmes paramètres que ceux des figures (5.3.1) et (5.3.2).

L'effet de la projection en fonction de Δ_{np} est bien sûr constant dans le cas de l'appariement entre particules identiques et n'a été représenté que pour guider l'oeil. Notons cependant qu'il est négatif.

L'effet des fluctuations du nombre de particules dans le cas de l'appariement isovectoriel est lui aussi négatif, c'est à dire qu'il correspond à une diminution du moment d'inertie. Néanmoins, en valeur absolue, cet effet augmente en fonction de Δ_{np} dans tous les cas considérés. Cependant, comme c'était déjà le cas pour l'effet de l'appariement np, le comportement de $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$ n'est pas le même lorsque $\Delta_{nn} = \Delta_{pp}$ et lorsque $\Delta_{nn} \neq \Delta_{pp}$.

Dans le premier cas, la variation est lente à partir de $\Delta_{np} = 0$, alors qu'elle est nettement plus rapide pour les petites valeurs de Δ_{np} . Dans le second cas, la pente devient plus douce pour les valeurs plus importantes de Δ_{np} .

Il apparait aussi d'après les tableaux que l'effet de la projection est plus important dans le cas de l'appariement np (de l'ordre de 31% en valeur absolue) que dans le cas de l'appariement entre particules identiques (de l'ordre de 22% en valeur absolue).

5.3.2 Cas réalistes

Nous avons ensuite étudié le moment d'inertie de noyaux pair-pairs tels que $(N - Z) = 0, 2, 4$, puisque l'effet d'appariement np est supposé être maximal dans ce type de noyaux. Notons que nous n'avons considéré que des noyaux dont l'état fondamental est déformé et dont les valeurs des $\Delta_{tt'}^{\text{exp}}(t, t' = n, p)$ définies par les relations (5.1.4), (5.1.5) et (5.1.6) peuvent être calculées.

Pour chaque noyau, les valeurs du moment d'inertie ont été calculées avec et sans prise en compte de l'appariement np et dans les deux cas, avant et après projection. Ces valeurs sont reportées dans le tableau (5.9), de même que celles des paramètres du gap $\Delta_{tt'}(t, t' = n, p)$.

Notons ici que le but principal du présent travail est l'étude des effets de l'appariement isovectoriel et de la projection dans l'espace nombre d'occupation sur le moment d'inertie. C'est pourquoi nous nous sommes contentés d'utiliser les paramètres de déformation du fondamental de la Ref [138]. Le fait que les isotopes du Se et du Kr [142, 143], ainsi que ceux du Ge [144, 145] présentent une coexistence de forme n'a pas été pris en compte. De même, le fait que les isotopes du Ge ont une déformation du fondamental triaxiale [144] n'a pas été pris en compte.

Table 5.9: Valeurs des paramètres du gap $\Delta_{tt'}$, ($t, t' = n, p$ (MeV)) (colonnes 2 à 4), et valeurs calculées du moment d'inertie ($\hbar^2.MeV^{-1}$) (colonnes 5 à 8) (voir le texte pour les notations).

Noyaux	Δ_{pp}	Δ_{nn}	Δ_{np}	$\Im_{BCS}(\Delta_{np})$	$\Im_{mm'}(\Delta_{np})$	$\Im_{BCS}(\Delta_{np} = 0)$	$\Im_{mm'}(\Delta_{np} = 0)$
$^{60}_{28}\text{Ni}_{32}$	1.663	1.537	0.334	3.71	2.24	3.64	2.24
$^{60}_{30}\text{Zn}_{30}$	1.650	1.782	1.091	3.74	2.53	2.89	1.88
$^{62}_{30}\text{Zn}_{32}$	1.459	1.617	0.609	3.94	2.77	3.59	2.37
$^{64}_{30}\text{Zn}_{34}$	1.429	1.699	0.515	3.78	2.57	3.52	2.29
$^{64}_{32}\text{Ge}_{32}$	1.811	1.975	1.498	5.44	3.45	3.02	1.93
$^{66}_{32}\text{Ge}_{34}$	1.607	1.799	0.786	4.47	2.93	3.98	2.50
$^{68}_{32}\text{Ge}_{36}$	1.592	1.876	0.615	3.91	2.56	3.43	2.16
$^{68}_{34}\text{Se}_{34}$	2.112	2.047	1.529	5.61	3.47	2.93	1.81
$^{70}_{34}\text{Se}_{36}$	1.755	1.914	0.764	3.90	2.53	3.09	1.90
$^{72}_{34}\text{Se}_{38}$	1.743	1.982	0.643	3.17	2.02	2.76	1.69
$^{72}_{36}\text{Kr}_{36}$	2.008	1.926	1.340	5.05	3.32	3.33	2.08
$^{74}_{36}\text{Kr}_{38}$	1.580	1.681	0.649	10.87	7.66	10.39	7.03
$^{76}_{36}\text{Kr}_{40}$	1.715	1.578	0.547	9.89	6.82	9.61	6.45
$^{76}_{38}\text{Sr}_{38}$	1.641	1.475	0.918	11.48	7.97	10.68	7.17
$^{78}_{38}\text{Sr}_{40}$	1.353	1.310	0.212	11.03	7.31	10.98	7.21
$^{80}_{38}\text{Sr}_{42}$	1.742	1.629	0.632	9.63	6.30	9.22	5.92

Cependant, l'absence de données expérimentales concernant le moment d'inertie de ces noyaux ne permet pas vraiment de tirer des conclusions quant à la validité des résultats.

Effet de la déformation

Nous avons ensuite étudié l'effet de la déformation sur le moment d'inertie projeté du noyau ^{60}Zn choisi à titre d'exemple. Les valeurs du moment d'inertie ont été calculées en fixant h ($h = 0.018$) et en faisant varier c ($1.01 \leq c \leq 1.2$), puis en faisant varier h ($-0.1 \leq h \leq 0.1$) pour une valeur de c fixée ($c = 1.076$). Les valeurs correspondantes sont tabulées dans les tableaux (5.10) et (5.11) respectivement. Nous remarquons d'après le tableau (5.10) que, par exemple, $\mathfrak{S}_{mm'}$ change brusquement quand c passe de 1.05 à 1.06 et lorsque h passe de -0.07 à -0.06 (voir le tableau (5.11)). Ceci confirme que la valeur du moment d'inertie est sensible aux paramètres de déformation.

Les paramètres de déformation du fondamental doivent donc être soigneusement choisis.

Effet de l'appariement np

L'effet de l'appariement np a ensuite été étudié avant et après la projection en utilisant les quantités $\delta\mathfrak{S}_{np}$ et $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$ définies par les équations (5.3.1) et (5.3.2). Leurs variations en fonction de Z pour $(N - Z) = 0, 2, 4$ sont représentées sur la partie gauche de la figure (5.3.5). Nous constatons d'après la figure (5.3.5) que les quantités sont toutes les deux positives. L'effet de l'appariement np correspond ainsi à une augmentation du moment d'inertie, comme c'était le cas dans le cas du modèle schématique avant projection. Notons que des résultats similaires avaient été obtenus dans le cadre de l'approche BCS pour des noyaux pair-pairs tels que $N \simeq Z$ (voir les Refs [106] et [28] ainsi que les résultats à température nulle dans les Refs [108] et [109]). Nous n'avons pas trouvé d'explication simple à ce fait. Il apparait également que l'effet de l'appariement np est important car la valeur moyenne de l'écart est de l'ordre de 21% avant la projection et de l'ordre de 25% après la projection (voir la partie gauche du tableau (5.12) où sont reportées les valeur moyennes de $\delta\mathfrak{S}_{np}$ et $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$, calculées sur tous les noyaux considérés).

Table 5.10: Variations du moment d'inertie projeté (2ième colonne) en fonction du paramètre d'élongation c , pour une valeur fixée de paramètre d'étranglement h ($h = 0.018$), dans le cas du noyau ^{60}Zn choisi à titre d'exemple. Les valeurs correspondant à l'état fondamental sont

$$c = 1.076, h = 0.018.$$

c	$\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np})(\hbar^2 \text{MeV}^{-1})$
1.01	2.585
1.02	2.581
1.03	2.583
1.04	2.590
1.05	2.610
1.06	3.372
1.07	2.517
1.08	2.571
1.09	2.641
1.10	2.709
1.11	2.667
1.12	2.804
1.13	3.432
1.14	3.812
1.15	3.094
1.16	3.331
1.17	3.470
1.18	3.689
1.19	3.902
1.20	4.150

Table 5.11: Variations du moment d'inertie projeté (2ième colonne) en fonction du paramètre d'étranglement h , pour une valeur fixée de paramètre d'élongation c ($c = 1.076$), dans le cas du noyau ^{60}Zn choisi à titre d'exemple. Les valeurs correspondant à l'état fondamental sont

$$c = 1.076, h = 0.018$$

h	$\mathfrak{S}_{mm'}(\Delta_{np})(\hbar^2 \text{MeV}^{-1})$
-0.10	2.494
-0.09	2.885
-0.08	2.887
-0.07	2.893
-0.06	2.497
-0.05	2.516
-0.04	2.521
-0.03	2.506
-0.02	2.510
-0.01	2.523
0.00	2.540
0.01	2.560
0.02	2.534
0.03	2.555
0.04	2.555
0.05	2.578
0.06	2.600
0.07	2.624
0.08	2.647
0.09	2.675
0.10	2.735

Table 5.12: Valeurs moyennes de $\delta\mathfrak{S}_{np}$, $\delta\mathfrak{S}_{np-proj}$, $\delta\mathfrak{S}_{proj}$ et $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$ en fonction de $(N - Z)$.

	Effet de l'appariement np		Effet de la projection	
	Avant projection	Après projection	Appariement entre particules identiques	Appariement np
$N - Z$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{np-proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj}}(\%)$	$\overline{\delta\mathfrak{S}_{proj-np}}(\%)$
0	52.02	55.40	-35.99	-34.35
2	9.12	13.95	-35.03	-32.21
4	7.51	10.48	-36.38	-34.66
Total	21.17	24.92	-35.79	-33.70

On constate également que l'effet d'appariement np est plus important après la projection qu'avant cette dernière. Ce fait semble être en contradiction avec les résultats obtenus dans le cadre du modèle de Richardson.

Cependant, dans les cas réalistes, la valeur de Δ_{np} est relativement petite par rapport à celles de Δ_{pp} et Δ_{nn} (voir tableau (5.9)). La situation dans ce cas correspond à la première partie des figures (5.3.1) et (5.3.2) (c. à. d. lorsque $|\delta\mathfrak{S}_{np-proj}| > |\delta\mathfrak{S}_{np}|$).

De plus, l'effet de l'appariement np dépend fortement de $(N - Z)$. En effet, d'après la figure (5.3.5), l'effet de l'appariement np diminue nettement en fonction de $(N - Z)$, que ce soit avant ou après la projection. Ceci est confirmé dans le tableau (5.12). Des observations similaires ont été faites pour le moment quadrupolaire électrique [48], pour l'énergie du système [36] et dans le cas des rayons des systèmes neutron et proton [46].

Effet de la projection

L'effet de la projection a ensuite été étudié au moyen des écarts relatifs $\delta\mathfrak{S}_{proj}$ et $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$ avec et sans prise en compte de l'appariement np définis par les équations (5.3.3) et (5.3.4). Leurs variations en fonction de Z pour $(N - Z) = 0, 2, 4$ sont représentées sur la partie droite de la figure (5.3.5). On constate sur la figure (5.3.5) que les quantités sont toutes les deux négatives. On constate aussi que l'effet de la projection est pratiquement le même dans le cas de l'appariement np et dans le cas de l'appariement entre particules identiques, et est de l'ordre de 35% en valeur absolue. Ceci est confirmé dans la partie droite du tableau (5.12) où nous avons reporté les valeurs

moyennes de $\delta\mathfrak{S}_{proj}$ et $\delta\mathfrak{S}_{proj-np}$, calculées sur tous les noyaux considérés. Rappelons que dans le cas du modèle schématique l'effet de la projection était nettement plus important dans le cas de l'appariement np. Nous n'avons pas trouvé d'explication pour cette différence de comportement entre le cas schématique et le cas réaliste.

Par ailleurs, l'effet de la projection ne dépend pas de $(N - Z)$ (voir la partie droite du tableau (5.12)) comme c'est le cas pour l'énergie du système [36]. Par contre, dans le cas du moment quadropolaire électrique [48] et des rayons des systèmes neutron et proton [46], l'effet de la projection diminue lorsque $(N - Z)$ augmente. L'effet de $(N - Z)$ sur les fluctuations du nombre de particules semble donc dépendre de l'observable considérée.

Néanmoins, il semble que l'effet de la projection sur le moment d'inertie est plus important que celui de l'appariement np en valeur absolue (voir le tableau (5.12)).

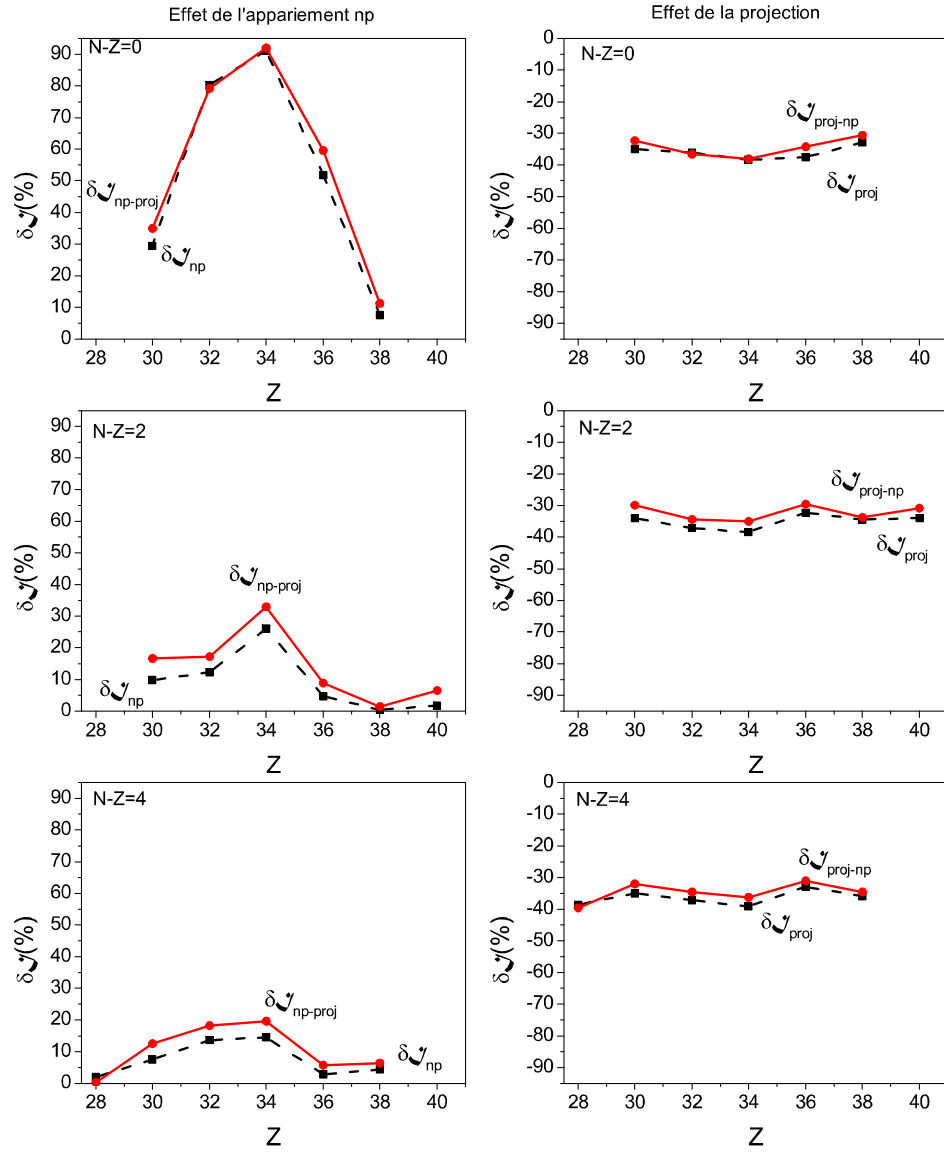


Figure 5.3.5 : Effet de l'appariement np (partie gauche) et effet de la projection (partie droite) sur le moment d'inertie en fonction de Z pour $(N - Z) = 0, 2$ et 4 .

Conclusion

Dans le présent travail, nous avons étudié l'effet de l'appariement np de type isovectoriel sur le moment d'inertie des noyaux pair-pairs riches en protons avec projection dans l'espace nombre d'occupation par la méthode de projection SBCS.

Dans une première partie, une nouvelle expression de la fonction d'onde projetée a été établie en utilisant la représentation quasiparticule. Il a été montré que cette dernière généralise celle utilisée dans le cas de l'appariement entre particules identiques. Les expressions de l'énergie projetée du système et de la variance du nombre de particules ont été déduites. Ces expressions se présentent comme la limite de suites convergentes.

Une nouvelle expression du moment d'inertie incluant les corrélations d'appariement de type isovectoriel avec projection dans l'espace nombre d'occupation a été ensuite établie dans le cadre du modèle du cranking. Le moment d'inertie apparaît alors également comme la limite d'une suite rapidement convergente. Là aussi, l'expression du moment d'inertie du présent travail généralise celle obtenue dans le cas de l'appariement entre particules identiques.

Dans une deuxième partie, nous avons effectué une étude numérique de l'énergie projetée du système et de la variance du nombre de particules dans un premier lieu dans le cas du modèle à un niveau. En effet, la valeur exacte de l'énergie du système peut être calculée dans le cadre de ce modèle. La convergence est rapide et les fluctuations du nombre de particules sont totalement éliminées. Il a été montré que l'énergie projetée reproduit mieux la valeur exacte de l'énergie que celle obtenue dans le cadre de l'approche BCS. Les résultats numériques obtenus sont identiques à ceux déduits au moyen de la représentation particule. Toutefois, la présente méthode a l'avantage d'être beaucoup plus maniable, aussi bien sur le plan analytique que sur le plan numérique.

Dans un second lieu, les valeurs numériques de l'énergie du système et de la variance du nombre de particules ont été calculées pour des noyaux pair-pairs riches en protons, en se basant sur les énergies et états propres d'un champ moyen déformé de Woods-Saxon. La convergence

est rapide et là encore les fluctuations du nombre de particules sont totalement éliminées, ce qui prouve l'efficacité de la méthode du présent travail. Les résultats numériques obtenus sont identiques à ceux déduits au moyen de la représentation particule.

Nous avons effectué par la suite, une étude numérique du moment d'inertie en utilisant, dans une première étape, le modèle schématique de Richardson. La convergence a été atteinte rapidement. Les effets de l'appariement np et de la projection sur le moment d'inertie ont été étudiés séparément.

Concernant l'effet de l'appariement np, il a été montré que, dans ce cas, il est plus important avant la projection (de l'ordre de 10% en valeur absolue en moyenne) qu'après cette dernière (de l'ordre de 5% en valeur absolue en moyenne). L'effet de l'appariement np correspond à une diminution de la valeur du moment d'inertie. Il a été constaté qu'en valeur absolue l'effet de l'appariement np est plus important après projection pour les petites valeurs de Δ_{np} . La situation s'inverse pour des valeurs plus importantes de Δ_{np} .

Concernant l'effet de la projection, il s'avère être plus important dans le cas de l'appariement np (de l'ordre de 31% en valeur absolue en moyenne) que dans le cas de l'appariement entre particules identiques (de l'ordre de 22% en valeur absolue en moyenne). Il a été également constaté qu'en valeur absolue, cet effet augmente en fonction de Δ_{np} .

Dans un second lieu, nous avons considéré des noyaux déformés tels que $(N - Z) = 0, 2, 4$ en se basant sur les énergies et états propres d'un champ moyen déformé de Woods-Saxon. Nous n'avons considéré que des noyaux déformés dont les valeurs "expérimentales" des paramètres du gap sont connues. Les valeurs du moment d'inertie ont été calculées avec et sans prise en compte de l'appariement np et dans les deux cas, avant et après projection. Toutefois, l'absence de données expérimentales sur le moment d'inertie de ces noyaux ne permet pas vraiment de tirer des conclusions quant à la validité des résultats.

Le fait que le moment d'inertie est très sensible à la déformation du noyau a été vérifié. Les paramètres de déformation du noyau doivent donc être soigneusement choisis.

Nous avons par la suite étudié séparément l'effet de l'appariement np et l'effet de la projection sur le moment d'inertie.

Concernant l'effet de l'appariement np, il a été constaté qu'il correspond à une augmentation du moment d'inertie. Il a été également constaté que l'effet de l'appariement np est important (de l'ordre de 21% en moyenne) avant la projection et après la projection (de l'ordre de 25% en

moyenne). Par ailleurs, l'effet de l'appariement np diminue nettement en fonction de $(N - Z)$, que ce soit avant ou après la projection.

Concernant l'effet de la projection, il a été constaté qu'il est pratiquement le même, que ce soit dans le cas de l'appariement np ou dans le cas de l'appariement entre particules identiques, et est de l'ordre de 35% en valeur absolue en moyenne. Par contre, l'effet de la projection ne dépend pas de $(N - Z)$.

Bibliographie

- [1] O. Civitarese, M. Reboiro and P. Vogel, Phys. Rev. **C56** (1997) 1840.
- [2] F. Simkovic, Ch. C. Moustakidis, L. Pacearescu and A. Faessler, Phys. Rev. **C68** (2003) 054319.
- [3] P.H. Heenen, A. Valor, M. Bender, P. Bonche and H. Flocard, Eur. Phys. J. **A11** (2001) 393.
- [4] G.D. Drakoulis, F.G. Kondev and P.M. Walker, Phys. Lett. **B419** (1998) 7.
- [5] M.Fellah and T.F. Hammann, Il Nuovo Cimento **A30** (1975) 239.
- [6] N. Benhamouda, N.H. Allal, M. Fellah and M.R. Oudih, Int. J. Mod. Phys. **E17** (2008) 1357.
- [7] S. Kerrouchi, D. Mokhtari, N.H. Allal and M. Fellah, Int. J. Mod. Phys. **E18** (2009) 141.
- [8] F. Hammache, N.H. Allal and M. Fellah, Int. J. Mod. Phys. **E21**(2012)1250100.
- [9] S.T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **31** (1959) 11.
- [10] P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many Body Problem (Springer, Berlin, 1980).
- [11] X. Guan, K. D. Launey, Y. Wang, F. Pan and J. P. Draayer, Phys. Rev. **C92** (2015) 044303.
- [12] M. Hasegawa and S. Tazaki, Phys. Rev. **C47** (1993) 188.
- [13] V. Zelevinsky and A. Volya, Phys. Atom. Nucl. **66** (203) 1781.
- [14] M. Sano and S. Yamasaki, Prog. Theor. Phys. **29** (1963) 397.
- [15] L.G. Moretto, Phys. Lett. **B35** (1971) 379.

-
- [16] L.G. Moretto, Nucl. Phys. **A185** (1972) 145.
- [17] J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schrieffer, Phys. Rev. **106** (1957) 162.
- [18] Z.H. Zhang, X. Wu, Y.A. Lei and J.Y. Zvariance du nombre de particules, Nucl. Phys **A 13** (2009) 19.
- [19] A. Bohr, B.R. Mottelson and D. Pines, Phys. Rev. **110** (1958) 936.
- [20] S.X. Liu, J.Y. Zeng and E.G. Zhao, Phys. Rev. **C66** (2002) 024320.
- [21] M.R. Oudih, M. Fellah, N.H. Allal and N. Benhamouda, Phys. Rev. **C76** (2007) 047307.
- [22] A. Goswami and L.S. Kisslinger, Phys. Rev. **140** (1965) B26.
- [23] J.N. Ginocchio and J. Weneser, Phys. Rev. **170** (1968) 859.
- [24] A.L. Goodman, G.L. Struble, J. Bar-Touv and A. Goswami, Phys. Rev. **C2** (1970) 380.
- [25] A. Goodman, Adv. Nucl. Phys. **11** (1979) 263 .
- [26] O. Civitarese and M. Reboiro, Phys. Rev. **C56** (1997) 1179.
- [27] P. Vogel, Czec. J. Phys. **48** (1998) 269.
- [28] D. Mokhtari, I. Ami, M. Fellah and N.H. Allal, Int. J. Mod. Phys. **E17** (2008) 655.
- [29] T. Skrypnik, Nucl. Phys. **B863** (2012) 435.
- [30] B. Cederwall, F. Ghazi Moradi, T. Back, A. Johnson, J. Blomqvist, E. Clement, G. de France, R. Wadsworth, K. Andgren, K. Lagergren, A. Dijon, G. Jaworski, R. Liotta, C. Qi, B.M. Nyako, J. Nyberg, M. Palacz, H. Al-Azri, G. de Angelis, A. Atac, S. Bhattacharyyac, T. Brock, J .R. Brown, P. Davies, A. Di Nitto, Zs. Dombradi, A. Gadea, J. Gal, B. Hadinia, F. Johnston-Theasby, P. Joshi, K. Juhasz, R. Julin, A. Jungclaus, G. Kalinka, S.O. Kara, A. Khaplanov, J. Kownacki, G. La Rana, S. M. Lenzi, J. Molnar, R Moro, D. R. Napoli, B. S. Nara Singh, A. Persson, F. Recchia, M. Sandzeliusd, J.-N. Scheurer, G. Sletten, D. Sohler, P.-A. Soderstrom, M. J. Taylor, J. Timar, J. J. Valiente-Dobon, E. Vardaci and S. Williams, Nature **469** (2011) 68.
- [31] S. Frauendorf and A. O. Macchiavelli, Prog. Part. Nucl. Phys. **78** (2014) 24.

- [32] I. Ami, Mémoire de Magister, USTHB, 2005.
- [33] M. Douici, Mémoire de Magister, USTHB, 2008.
- [34] A. E. Calik, C. Deniz and M. Gerçeklioglu, *Pramana J. Phys.* **73** (2009) 847.
- [35] Z.H. Zhang, J. Meng, E.6G. Zhao and S.-G. Zhou, *Phys. Rev.* **C87** (2013) 054308.
- [36] M. Fellah, N. H. Allal and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E24** (2015) 1550042.
- [37] M. Fellah and T.F. Hammann, *Phys. Rev.* **C10** (1974) 284.
- [38] S. Kerrouchi, N.H. Allal, M. Fellah and M. Douici, *Int. J. Mod. Phys.* **E19** (2010) 1383.
- [39] S. Kerrouchi, N.H. Allal, M. Fellah and M. Douici, M. R. Oudih, *Int. Mod. Phys.* **E24** (2015) 1550014.
- [40] M. Fellah and T.F. Hammann, *Phys. Rev.* **C20** (1979) 1560.
- [41] N.H. Allal and M. Fellah, *Phys. Rev.* **C43** (1991) 2648.
- [42] J.Y. Zeng, T.H. Jin and Z.J. Zhao, *Phys. Rev.* **C50** (1994) 1388.
- [43] J.A. Sheikh, P. Ring, E. Lopes and R. Rossignoli, *Phys. Rev.* **C66** (2002) 044318.
- [44] N.H. Allal, M. Fellah, N. Benhamouda and M.R.Oudih, *Phys. Rev.* **C77** (2008) 054310.
- [45] M. Horoi, *Phys. Rev.* **C50** (1994) 2834.
- [46] M. Douici, N.H. Allal, M. Fellah, N. Benhamouda and M.R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E21** (2012) 1250046.
- [47] N. Benhamouda, M.R. Oudih, N.H. Allal and M. Fellah, *Nucl. Phys.* **A690**, 219 (2001).
- [48] M. Douici, N.H. Allal, M. Fellah, N. Benhamouda and M.R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E22**, 1350029 (2013).
- [49] G. Hupin and D. Lacroix, *Phys. Rev.* **C86** (2012) 024309.
- [50] Y. Benbouzid, N.H. Allal and M. Fellah, *Rom. J. Phys* **61** (2016) 424.
- [51] A.K. Kerman, R.D. Lawson and M.H. Macfarlane, *Phys. Rev.* **124** (1961) 162.

- [52] K. Dietrich, H. J. Mang and J. H. Pradal, Phys. Rev. **135** (1964) B22.
- [53] H. J. Lipkin, Ann. Phys. (N.Y.) **12** (1960) 425.
- [54] Y. Nogami, Phys. Rev. **134** (1964) B313.
- [55] Y. Nogami and I. J. Zucker, Nucl. Phys. **60** (1964) 203.
- [56] H. C. Pradhan, Y. Nogami and J. Law, Nucl. Phys. **A201** (1973) 357.
- [57] T.R. Rodriguez, J.L. Egido and L.M. Robledo, Phys. Rev. **C72** (2005) 064303.
- [58] X. B. Wang, J. Dobaczewski, M. Kortelainen, L. F. Yu and M. V. Stoitsov, Phys. Rev. **C90** (2014) 014312.
- [59] M. Kyotoku, Phys. Rev. **C37** (1988) 2242.
- [60] R. Capote and A. Gonzalez, Phys. Rev. **C59** (1999) 3477.
- [61] N. Pillet, P. Quentin and J. Libert, Nucl. Phys. **A697** (2012) 141.
- [62] L.Y. Jia, Phys. Rev. **C88** (2013) 044303.
- [63] L.Y. Jia, Nucl. Phys. **A941** (2015) 2930.
- [64] W. Satula and R. Wyss, Phys. Lett. **B393** (1997) 1.
- [65] W. Satula and R. Wyss, Nucl. Phys. **A676** (2000) 120.
- [66] K. Sieja and A. Baran, Acta Phys. Pol. **B37** (2006) 107.
- [67] N. Sandulescu, B. Errea and J. Dukelsky, Phys. Rev. **C80** (2009) 044335.
- [68] A. A. Raduta, M. I. Krivoruchenko and A. Faessler, Phys. Rev. **C85** (2012) 054314.
- [69] A. A. Raduta and E. Moya de Guerra, Ann. Phys. (N.Y.) **284** (2000) 134.
- [70] Y.R. Shimizu and R.A. Broglia, Nucl. Phys. **A515** (1990) 38.
- [71] F. Catara, N. Dinh Dang and M. Sambataro, Nucl. Phys. **A579** (1994) 1.
- [72] J. Dukelsky and P. Schuck, Phys. Lett. **B387** (1996) 233.

-
- [73] J.G. Hirsch, A.L. Marino, J. Dukelsky and P. Schuck, *Ann. Phys. (N.Y.)* **296** (2002) 187.
- [74] M. Fellah, T.F. Hammann and D.E. Medjadi, *Phys. Rev.* **C8** (1973) 1585.
- [75] N.H. Allal, M. Fellah, M.R. Oudih and N. Benhamouda, *Eur. Phys. J.* **A27**, s01(2006) 301.
- [76] A. Berbiche, M. Fellah and N.H. Allal, *J. Th. Appl.Phys.* **8** (2014) 118.
- [77] M. Gerceklioglu and A. E. Calik, *Acta Phys. Slovaca* **55** (2005) 197.
- [78] D.J. Rowe, *Nuclear Collective Motion: Models and Theory* (Methuen and Co., London, 1970).
- [79] S.G. Nilsson and I. Ragnarsson, *Shapes and Shells in Nuclear Structure* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [80] D.M. Brink and R.A. Broglia, *Nuclear Superfluidity- Pairing in Finite Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 2005).
- [81] F. Hammache, *Mémoire de Magister*, USTHB, 2010.
- [82] D. R. Inglis, *Phys. Rev.* **96** (1954) 1059.
- [83] D. R. Inglis, *Phys. Rev.* **97** (1955) 701.
- [84] W. Greiner and J. Marhun, *Nuclear Models*, (Springer, Berlin, 1996).
- [85] J.J. Griffin and M. Rich, *Phys. Rev.* **118** (1960) 850.
- [86] A. Sobiczewski, S. Bjørnholm and K. Pomorski, *Nucl. Phys.* **A202** (1973) 274.
- [87] M. Brack, T. Ledergerber, H.C. Pauli and A.S. Jensen, *Nucl. Phys.* **A234** (1974) 185.
- [88] C.W. Ma and C.F. Tsang, *Phys. Rev.* **C11** (1975) 213.
- [89] M. Brack, J. Damgaard, A. S. Jensen, H. C. Pauli, V. M. Strutinsky and C. Y. Wong, *Rev. Mod. Phys.* **44** (1972) 320.
- [90] K. Pomorski, B. Nerlo-Pomorska, I. Ragnarsson, R. K. Sheline and A. Sobiczewski *Nucl. Phys.* **A205** (1973) 433.
- [91] A.L. Goodman, *Phys. Rev.* **C48** (1993) 2679.

- [92] I. Ami, M. Fellah, N.H. Allal and M.R. Oudih, *Rom. J. Phys.* **59** (2014) 504.
- [93] I. Ami, M. Fellah and N.H. Allal, *Rom. J. Phys.* **60** (2015) 1420.
- [94] A.B. Migdal, *Nucl. Phys.* **13** (1959) 655.
- [95] D.J. Thouless and J.G. Valatin, *Nucl. Phys.* **31** (1962) 211.
- [96] N. Benhamouda, N.H. Allal, M. Fellah and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E14** (2005) 197.
- [97] N.H. Allal, Thèse de Doctorat, USTHB, 1994.
- [98] N.H. Allal, M. Fellah, N. Benhamouda and M. R. Oudih, *Phys. Rev.* **C77** (2008) 054301.
- [99] Y. Alhassid, G. F. Bertsch, L. Fang, and S. Liu, *Phys. Rev.* **C72** (2005) 064326.
- [100] K. Kaneko and A. Schiller, *Phys. Rev.* **C 75** (2007) 044304.
- [101] A.V. Afanasjev, J. Konig, P. Ring, L.M. Robledo and J.L. Egido, *Phys. Rev.* **C 62** (2000) 054306.
- [102] H. Schaaser and D.M. Brink, *Nucl. Phys.* **A 542** (1986) 1.
- [103] A. Mishra and A.N. Mantri, *Z. Phys.* **A 328** (1987) 171.
- [104] C.E. Alonso, J.M. Arias, H.M. Sofia and A. Vitturi, *Nucl. Phys.* **A 604** (1996) 53.
- [105] M. Hasegawa and S. Tazaki, *Phys. Rev.* **C 47** (1993) 188.
- [106] D. Mokhtari, Thèse de Doctorat, USTHB, 2010.
- [107] A. E. Calik, C. Deniz and M. Gerceklioglu, *Pramana J. Phys.* **73** (2009) 847.
- [108] I. Ami, M. Fellah, N.H. Allal, N. Benhamouda, M. Belabbas and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E20** (2011) 1947.
- [109] I. Ami, Thèse de Doctorat, USTHB, 2012.
- [110] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda and N.H. Allal, *J. Phys. Conf. Series* **413** (2013) 012032.
- [111] M. Fellah, communication privée.

- [112] J. Engel, S. Pittel, M. Stoitsov, P. Vogel and J. Dukelsky, Phys. Rev. **C55** (1997) 1781.
- [113] J. Engel, K. Langanke and P. Vogel, Phys. Lett. **B389** (1996) 211.
- [114] A. Berbiche, M. Fellah and N.H. Allal, J. Theor. Appl. Phys. **8** (2014) 118.
- [115] M. R. Oudih, M. Fellah and N.H. Allal, Int. J. Mod. Phys. **E12** (2003) 109.
- [116] M. R. Oudih, M. Fellah, N.H. Allal and N. Benhamouda, Int. J. Mod. Phys. **E15** (2006) 643.
- [117] M. Fellah and T. F. Hammann, Phys. Rev. **C10** (1974) 284.
- [118] M. Fellah and T. F. Hammann, Phys. Rev. **C20** (1979) 239.
- [119] S. Kerrouchi, Mémoire de Magister, USTHB, 2005.
- [120] S. Kerrouchi, Thèse de Doctorat, USTHB, 2010.
- [121] A. Berbiche, Mémoire de Magister, USTHB, 2011.
- [122] M. Fellah, N.H. Allal, F. Hammache and M. R. Oudih, Proceedings du 11^{ième} Congrès National de la Physique et de ses Applications (CNPA'2014), Blida, Décembre 2014, p.204.
- [123] M. Fellah, N.H. Allal, F. Hammache and M. R. Oudih, Int. J. Mod. Phys. **E24** (2015) 1550097.
- [124] N.H. Allal, M. Fellah, F. Hammache and M. R. Oudih, AIP Conf. Proc. **1653** (2015) 020011.
- [125] A. L. Goodman, Phys. Rev. **C39** (1989) 2008.
- [126] H. Zdunczuk, W. Satuła, J. Dobaczewski, and M. Kosmulski, Phys. Rev. **C76** (2007) 044304.
- [127] N.H. Allal and M. Fellah, Phys. Rev. **C77** (2008) 054310.
- [128] I. Ami, M. Fellah, N. Benhamouda et N.H. Allal, 9^{ième} Congrès National de la Physique et de ses Applications, (CNPA'2010), Ouargla, Octobre 2010.
- [129] E. Meftunoglu, M. Gerceklioglu, H. H. Erbil and A. A. Kuliev, J. Phy. G : Nucl. Part. Phys. **24** (1998) 107.

-
- [130] F. Hammache, N.H. Allal, M. Fellah and M. R. Oudih, *Int. J. Mod. Phys.* **E25** (2016) 1650032.
- [131] F. Hammache, N.H. Allal, M. Fellah and M. R. Oudih, 6th International Advances in Applied Physics and Materials Science Congress and Exhibition (APMAS 2016), Istanbul, Turkey, June 2016.
- [132] F. Hammache, N.H. Allal, M. Fellah and M. R. Oudih, 6th Conférence Nationale sur les Rayonnements et leurs Applications, CNRA 2015, Alger, Novembre 2015.
- [133] A. A. Raduta, M.I. Krivoruchenko and Amand Faessler, *Phys. Rev.* **C85** (2012) 054314.
- [134] J. Dukelsky, V. G. Gueorguiv, P. Van Isacker, S. Dimitrova, B. Errea and S. Lerma, *Phys. Lett.* **B96** (2006) 072503.
- [135] J. Dukelsky, B. Errea and S. Lerma H, *Int. J. Mod. Phys.* **E17** (2008) 2155.
- [136] M. R. Oudih, Thèse de Magister, USTHB, 1993.
- [137] N.H. Allal and M. Fellah, *Phys. Rev.* **C10** (1994) 1404.
- [138] S. Goriely, F. Tondeur and J. M. Pearson, *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **77** (2001) 311.
- [139] P. Moller and J. R. Nix, *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **59** (1995) 185.
- [140] N. Daira-Aifa, Thèse de Magister, USTHB, 1993.
- [141] M. Wang, Audi, A. H. Wapstra, F. G. Gondey, L. Mac Cormick, X. Xu and B. Pfeiffer, *Chinese Physics* **C86** (2012) 1603.
- [142] A. V. Afanasjev and S. Frauendorf, *Phys. Rev.* **C 71** (2005) 064318.
- [143] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo and K. Matsuyanagi, *Prog. Theor. Phys.* **119** (2008) 59.
- [144] L. Guo, J.A. Mahrun and P.G. Reinhard, *Phys. Rev.* **C 76** (2007) 034317.
- [145] M. Yamagami, K. Matsuyanagi and M. Matsuo, *Nucl. Phys.* **A 693** (2001) 579.
- [146] A. A. Raduta, C. M. Raduta and B. Codirla, *Nucl. Phys.* **A678** (2000) 382.

- [147] J. A. Sheikh and R. Wyss, Phys. Rev. **C62** (2000) 051302 (R).
- [148] G. Lalazissis, D. Raman and P. Ring, Atom. Data and Nucl. Data Tables **71** (1999) 1.
- [149] A. H. Wapstra, G. Audi, and C. Thibault, Nucl. Phys. **A729** (2003) 129.
- [150] J. Dukelsky, G. G. Dussel, J. G. Hirsch and P. Schuk, Nucl. Phys. **A714** (2003) 63.
- [151] H. Olofsson, R. Bengtsson and P. Moller, Nucl. Phys. **A787** (2007) 107-146.
- [152] P. G. Reinhard, W. Nazarewicz, M. Bender and J.A. Maruhn, Phys. Rev. **C 53** (1996) 2776.
- [153] R. Capote and A. Gonzalez, Phys. Rev. **C 59** (1999) 3477.
- [154] K. Kaneko and A. Schiller, Phys. Rev. **C 76** (2007) 064306.
- [155] M. Bender and P.H. Heenen, Phys. Rev. **C 78** (2008) 024309.
- [156] T. Nakatsukasa, T. Inakura and K. Yabana, Phys. Rev. **C 76** (2007) 24318.