

Plusieurs auteurs ( T.HADANO , A.P.OGG... ) ont prouvé l'existence de courbes elliptiques . ayant un point P d'ordre n pour  $n = 1, \dots, 10, 12$

Pour démontrer l'existence de courbes elliptiques  $E/Q$  ayant un point rationnel d'ordre 2 et de conducteur produit de deux nombres premiers , on utilise la méthode employée par A.P.OGG. . Cette méthode est basée sur la résolution de certaines équations diophantiennes

Dans le chapitre 1 , on rappelle quelques points de base pour l'étude des courbes elliptiques équations de WEIERSTRASS , invariants arithmétiques , points singuliers , loi de groupe abélien et groupe de MORDELL-WEIL , homomorphismes .

Dans le chapitre 2 , on rappelle certaines définitions et propriétés des valuations sur un corps , définitions et classification des réductions d'une courbe elliptique , et quelques aspects de la théorie du groupe modulaire  $SL(2,9)$  et des formes modulaires .

Dans le chapitre 3 , on donne la notion de conducteur , on montre qu'une courbe elliptique  $E/Q$  de conducteur  $N(E) = 2^n \times 3$  possède un point d'ordre 2 , cela permet de déterminer une famille de courbes elliptiques  $E/Q$  de conducteur  $N(E) = 2^n \times 3$  en utilisant la résolution d'équations diophantiennes . On termine la thèse par la démonstration de l'inexistence de courbe elliptique  $E/Q$  de conducteur  $N(E) = 10$  .