

N° d'ordre : 75/2017-C/PH

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE
FACULTÉ DE PHYSIQUE**

**Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat
en physique**

Spécialité : Physique théorique

Par

Omar BOUZIT

THÈME

Contribution à l'étude des processus collectifs non linéaires d'un plasma hors équilibre

Soutenu publiquement le 13/11/2017, devant le jury composé de :

Mme	A. H. HAMICI-BENDIMERAD	Professeur	Présidente
M	Mouloud. TRIBECHE	Professeur	Directeur de thèse
M	Abdelatif TAHRAOUI	Professeur	Examineur
M	Kamel AOUTOU	MCA	Examineur
M	Abdelaziz MEZEGHRANE	MCA	Examineur

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été entièrement réalisé au sein de l'équipe de Physique des Plasmas du Laboratoire de Physique Théorique de la Faculté des sciences Physique de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB) d'Alger.

Je remercie vivement le Professeur **Mouloud. TRIBECHE**, mon directeur de thèse, avec qui J'ai pris le plus grand plaisir à travailler, tant sur le plan scientifique qu'humain, le professeur Tribeche m'a inspiré et m'a forgé en tant que scientifique, son sérieux, sa rigueur, sa disponibilité et sa bienveillance à mon égare ont permis de guider ce travail à bien et à terme. Ces quelques lignes ne sauront suffire pour lui exprimer mon respect et ma gratitude

Je remercie vivement le Professeur **A. H. HAMICI- BENDIMERAD**, du laboratoire de Physique Théorique, qui nous a honorés en acceptant de présider le jury de la présente thèse.

Mes remerciements les plus vifs vont également au Professeur **Abdelatif TAHRAOUI** du laboratoire d'Electronique Quantique, au Docteur **Kamel AOUTOU**, Maître de Conférences du laboratoire de Physique Théorique, ainsi qu'au Docteur **Aziz MEZEGHRANE**, Maître de Conférences à l'université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou (UMMTO) pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury de la présente thèse.

Je remercie le Docteur M. Bacha, K. Aoutou, S. Younsi et S. Mayout sans oublier mon ami K. Ourabah pour les nombreuses et fructueuses discussions qui m'ont permis d'aller au bout de ce travail.

Mes vifs remerciements vont également à tous les membres du Laboratoire de Physique Théorique, particulièrement aux membres de notre groupe de recherche (K. Mebrouk, A. Merrich, L. Djebarni, I. Lourek et K. Bentabet et I. Hedjez)

Que tous mes amis (Benkhelifa, Cherfi, Atmani, Boudjema, Mansour, Mimouni. . .) de la Faculté de Physique soient remerciés pour leur amitié et disponibilité.

Je tiens à remercier mon ami M. K. Mabrouk et mademoiselle Yasmina Chahinèze. Medjkoune pour le soutien qu'ils m'ont prodigué durant ces années de thèse.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon père, ma mère, mon frère, ma petite sœur et à tous mes proches pour leur inestimable affection, leur soutien et leurs encouragements sans cesse renouvelés. A tous ces derniers, j'exprime ma reconnaissance et ma profonde gratitude.

Dédicace

A ma mère et à mon père.

Table des matières

Introduction	1
1 Généralités sur les plasmas	5
1.1 Grandeurs caractéristiques d'un plasma	5
1.1.1 Fréquence de Langmuir	5
1.1.2 Longueur de Debye	7
1.2 Introduction à la physique des plasmas poussiéreux	9
1.2.1 Introduction	9
1.2.2 Définition d'un plasma poussiéreux	9
1.2.3 Grandeurs caractéristiques d'un plasma complexe	10
1.3 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux	13
1.3.1 Onde acoustique poussiéreuse (DA)	14
1.3.2 Onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA)	15
1.4 Physique statistique et fonction de distribution	15
1.4.1 Introduction à la physique statistique extensive	15
1.5 Physique statistique non extensive	17
1.5.1 Entropie de Tsallis	17
1.6 La fonction de distribution de Cairns	18
1.6.1 La fonction de distribution de Cairns à partir de la statistique de Beck-Cohen	19
2 Equation non linéaire de Schrödinger (NLSE)	22
2.1 Introduction	22
2.2 Introduction à l'analyse multi-échelles	23
2.3 Équation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation de Korteweg-de Vries généralisée	26

3 Ondes solitaires dans un plasma contenant des électrons non extensifs et non thermiques	28
3.1 Introduction	28
3.2 Equations de base	29
3.2.1 Equation de Korteweg- de Vries ($K-dV$)	31
3.3 Conclusion	36
4 Ecrantage de Debye et gaine électrostatique dans un plasma avec une distribution des vitesses non-extensive et non thermique	37
4.1 Introduction	37
4.2 Equations de base	38
4.2.1 Longueur effective de Debye	38
4.2.2 Gaine électrostatique du plasma	41
4.3 Conclusion	44
5 Instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique dans un plasma avec une distribution des vitesses non extensive et non thermique	46
5.1 Introduction	46
5.2 Equations de base	47
5.2.1 Equation non linéaire de Schrödinger	48
5.3 Analyse numérique	52
5.4 Ondes scélérates dans le plasma	56
5.5 Conclusion	59
6 Instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse et ondes scélérates dans un plasma poussiéreux polarisé	61
6.1 Introduction	61
6.2 Equations de base	63
6.2.1 Equation non linéaire de Schrödinger	64
6.3 Résultats numériques et discussion	69
6.4 Conclusion	73
7 Etude de la stabilité d'un paquet d'ondes acoustique ionique dans un plasma à deux températures électroniques	74
7.1 Introduction	74
7.2 Equations de base	75

7.3	Equation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation $K-dV g$	76
7.3.1	Etablissement de l'équation de Korteweg-de Vries	76
7.3.2	Etablissement de l'équation de Korteweg-de Vries modifiée	78
7.3.3	Equation de Korteweg-de Vries généralisée	79
7.3.4	Etablissement de l'équation non linéaire de Schrödinger	80
7.4	Equation non linéaire de Schrödinger à partir du système fluide	87
7.5	Conclusion	93
8	Conclusion générale	94
	Bibliographie	98

Introduction générale

De tout temps, l'homme a voulu contrôler son environnement en essayant d'expliquer les phénomènes qui se produisent dans sa vie. Ces explications ne sont pas toujours rationnelles, basées parfois sur des croyances, légendes, comptes populaires ou mythes. Le plus important étant de ne pas rester dans les ténèbres absolues sans aucune explication à donner. C'est ainsi que les philosophes de la Grèce antique et autres civilisations, ont depuis très longtemps divisé la matière qui fait notre quotidien en quatre parties : la terre, l'eau, l'air et le feu.

A l'âge moderne, l'homme, toujours à la recherche d'explications a écarté les explications anciennes pour ne laisser place qu'aux explications rationnelles et scientifiques. Ces dernières ont radicalement modifié notre façon de voir le monde et les différents phénomènes qui y existent. Néanmoins, les anciennes explications ne sont pas toutes, tout à fait fausses: la subdivision de la matière a été depuis toujours véridique. Pour les trois premiers états, la terre représentant l'état solide, l'eau l'état liquide et l'air l'état gazeux. Le quatrième état n'a été découvert que plus récemment: il est appelé Plasma et peut être associé à l'état du feu pour les anciens grecques. C'est au sens large que nous utilisons le terme: quatrième état de la matière, car, des états de la matière à notre aire, il y en a une multitude, tel que l'état des condensats de Bose-Einstein, l'état suprafluide, supraconducteur et autres.

Le terme plasma a été introduit en 1923 par les physiciens Langmuir et Tonk pour désigner le gaz ionisé contenu dans un tube de décharge [1]. C'est un gaz partiellement ou complètement ionisé composé d'espèces ioniques à charge positive, d'électrons et de particules neutres. Le comportement de ces particules doit être collectif et vérifiant la quasi-neutralité dans un volume macroscopique du plasma. L'univers visible est constitué à 99.9% de plasma [2]. En effet les nuages galactiques et les nébuleuses ainsi que les étoiles sont tous à l'état plasma. Même si nous vivons dans la faible portion de l'univers visible à l'état non plasma, nous comptons beaucoup sur ce dernier pour notre survie. En effet les réactions de fusion dans notre soleil n'auraient pas lieu si ce dernier n'était pas à l'état plasma. La lumière du soleil, sans laquelle la vie n'aurait jamais pu exister telle qu'on la

connaît, n'est pas la seule à être émise. En effet, le soleil envoie aussi des vents solaires qui peuvent provoquer de terribles catastrophes sur la terre. Nous vivons sur une planète protégée de toute agression externe, non seulement par le champ magnétique terrestre, mais aussi grâce à l'océan de plasma qui entoure la Terre. Grâce aux avancées de la science, les plasmas créés artificiellement sont largement utilisés dans de nombreuses applications. La maîtrise des plasmas a d'abord donné lieu aux tubes à néon et plus récemment aux écrans à plasma (des téléviseurs extra-grands et ultra-plats), au découpage des métaux par chalumeau à plasma...etc. Par ailleurs, ils sont à la base de ce qui constituera certainement l'énergie de demain à travers la fusion thermonucléaire contrôlée.

Le grand nombre de particules existant dans le plasma nécessite une étude basée sur la physique statistique pour le décrire. La fonction de distribution des vitesses de Boltzmann est déduite de la maximisation de l'entropie de Boltzmann-Gibbs (BG). Même si elle a connu une grande utilisation à cause du grand nombre de systèmes pouvant être modélisés par la statistique de BG, cette dernière a cependant montré ses limites pour les systèmes non ergodiques. En effet, le formalisme de Boltzmann-Gibbs n'est pas toujours adéquat pour décrire les systèmes dotés d'interactions de longues portées et les systèmes à effets de mémoire. Afin de remédier à ce problème, Tsallis [3] a proposé en 1989 la q -entropie, où q est un paramètre mesurant la non extensivité du système, généralement appelé indice entropique. Lorsque ce dernier tend vers 1, l'entropie, dite non extensive, se réduit à celle de Boltzmann-Gibbs. La maximisation de la q -entropie permet alors d'obtenir une fonction de distribution qui prend en considération la propriété d'interaction à longue portée. Ainsi la fonction de distribution de Maxwell se retrouve comme étant un cas particulier de la fonction de distribution de Tsallis ($q \rightarrow 1$). Par ailleurs, une autre fonction de distribution dite de Cairns [4] permet de décrire un plasma contenant une proportion α de particules énergétiques (généralement les électrons à cause de la faiblesse relative de leur masse). Dans le cas limite où le taux de particules non thermiques est nul ($\alpha \rightarrow 0$), la distribution Maxwellienne est retrouvée. Dans un effort de généraliser la fonction de distribution de Cairns, l'approche non extensive a été utilisée. Ceci a permis d'établir une fonction de distribution dite non extensive et non thermique.

La présente thèse de Doctorat s'inscrit dans le cadre général de la modélisation des plasmas. Le premier chapitre traitera de quelques généralités sur la physique des plasmas ainsi que sur la physique des plasmas poussiéreux. Nous y introduirons quelques notions de base [5], telles que la fréquence d'oscillation plasma ainsi que la longueur de Debye du plasma, qui est une longueur caractéristique très importante au delà de laquelle le potentiel

d'une charge n'est plus ressenti par les autres charges du plasma. Nous introduirons aussi quelques notions sur la statistique non extensive et la fonction de Cairns pour les électrons non thermiques. Le second chapitre traitera de l'équation non linéaire de Schrödinger [6], [7]. Cette dernière gouverne la stabilité de modulation d'un paquet d'ondes dans le plasma. L'étude de la stabilité/instabilité de modulation de certains paquets d'onde se propageant dans le plasma en fonction des caractéristiques de ce dernier sera présentée dans les chapitres 5, 6 et 7.

Dans le troisième chapitre, nous étudierons les ondes solitaires ainsi que l'énergie transportée par ces dernières dans un plasma composé de deux espèces, à savoir, des ions fluides à charge positive et des électrons non extensifs et non thermiques [8]. Grâce à un changement de variables approprié, une équation de type Korteweg-de Vries ($K-dV$) [9] sera établie. Les solutions solitaires de cette équation résultent d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion du milieu plasma. L'influence de la non extensivité et de la non thermalité des électrons sur la nature de ces ondes solitaires ainsi que sur l'énergie transportée sera alors examinée.

Dans le quatrième chapitre, nous nous intéresserons au phénomène d'écrantage de Debye et à la gaine électrostatique dans un plasma non extensif et non thermique [10]. Ces deux derniers paramètres influencent grandement la longueur de Debye du plasma. Pour certaines valeurs particulières du couple (α, q) la longueur de Debye devient beaucoup plus grande que son homologue Maxwellienne. Le critère de Böhm associé à la formation de la gaine électrostatique sera aussi établi. Ce dernier dépend des paramètres du plasma et est grandement influencé par la non extensivité et la non thermalité des électrons.

Le cinquième chapitre sera consacré à l'étude de la stabilité de modulation d'un paquet d'onde acoustique ionique se propageant dans un plasma non extensif et non thermique [11]. Grâce à un changement de variables approprié, l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) sera établie [12], [13]. Cette dernière gouverne la stabilité/instabilité de modulation d'un paquet d'onde se propageant dans le plasma. Le domaine de stabilité/instabilité de modulation de ce paquet d'onde dépend de nombreux paramètres du plasma. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons particulièrement à l'influence des paramètres de non extensivité et de non thermalité sur les domaines de stabilité et d'instabilité de modulation du paquet d'ondes. Dans le cas où le plasma est modulationnellement instable, une solution rationnelle de l'équation NLS sera étudiée. Cette dernière représente des structures dites scélérates (rogue waves). L'influence du nombre d'onde, de la non extensivité et de la non thermalité sur l'amplitude de cette dernière sera alors examiné.

Dans le sixième chapitre, nous considérerons un plasma poussiéreux non uniforme, composé d'électrons et d'ions Maxwelliens ainsi que de grains de poussière fluides [14]. Dans ces conditions, deux forces dominantes peuvent agir sur les grains de poussière: la force électrique ainsi que la force de polarisation due à la déformation de la gaine de Debye autour des grains de poussière [15], [16]. La force de polarisation due à la non homogénéité du plasma de base induit des changements dans les propriétés des ondes acoustiques poussiéreuses (principalement la force de rappel nécessaire à l'existence de ce type d'ondes). C'est pourquoi, nous nous proposons d'analyser l'effet de la force de polarisation sur l'instabilité de modulation des ondes acoustiques poussiéreuses [17]. Pour cela, en utilisant la méthode de la perturbation réductive (*RPT*), l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) sera établie dans le cas d'un plasma poussiéreux polarisé. Cette dernière gouverne l'instabilité de modulation des ondes acoustiques poussiéreuses. Nous montrerons alors que le paramètre de polarisation R influence les domaines (en nombre d'onde) de stabilité/instabilité de modulation des ondes acoustiques poussiéreuses. De plus, les ondes scélérates plus connues sous le terme "rogue waves" et dont l'apparition peut être expliquée de nos jours par l'instabilité de modulation, sont sensiblement affectées par les effets de polarisation.

Les deux derniers (cinquième et sixième) chapitres ont porté sur l'étude des zones d'instabilité de modulation des ondes acoustiques ioniques et acoustiques poussiéreuses en fonction de paramètres caractérisant le plasma (non extensivité, non thermalité et polarisation). Pour cela, l'équation de type *NLS* associée à chaque type de plasma a été établie. Sachant qu'il n'y a pas qu'une seule méthode pour établir l'équation *NLS*, nous nous proposons (dans le chapitre sept) d'emprunter deux chemins différents pour établir cette dernière dans le cas des ondes acoustiques ioniques se propageant dans un plasma composé d'ions fluides à charge positive et d'électrons à deux ou plusieurs températures, ces derniers pouvant être Maxwelliens, non thermiques, supra thermiques, non extensifs...etc. Le premier chemin consistera en la détermination d'abord de l'équation de Korteweg-de Vries généralisée grâce à un premier changement de variables et la méthode des perturbations réductives (*RPT*). En utilisant un second changement de variable approprié, nous déterminerons finalement l'équation non linéaire de Schrödinger associée. Le second chemin consistera en l'établissement de l'équation *NLS* à partir du système d'équations fluides régissant la dynamique du plasma (comme dans les chapitres cinq et six).

Nous terminerons cette thèse par une conclusion générale dans laquelle nous résumerons les résultats obtenus et présenterons nos perspectives.

1

Généralités sur les plasmas

1.1 Grandeurs caractéristiques d'un plasma

1.1.1 Fréquence de Langmuir

La tendance vers la quasi-neutralité d'un plasma peut être explorée à travers l'étude de la réponse électronique à une perturbation électrique interne [18]: les processus rapides peuvent briser la neutralité et induire une séparation de charges et les processus lents laissent au plasma le temps de se réorganiser afin de neutraliser la perturbation. La transition entre ces deux régimes définit l'échelle de temps recherchée. Nous allons étudier un modèle unidimensionnel de perturbation électronique permettant d'identifier la fréquence plasma, ou fréquence de Langmuir, qui définit cette échelle [18]. Soit un plasma constitué d'ions supposés infiniment lourds (donc au repos) et d'électrons mobiles de charge $-e$. A l'équilibre, la densité ionique et la densité électronique n_0 sont homogènes. Considérons une perturbation unidimensionnelle, le long de l'axe des x , telle que tous les électrons appartenant au plan $x = x_0$ soient déplacés dans le plan $x = x_0 + \xi(x_0, t)$. Les ions restent au repos et le mouvement thermique des électrons est négligé devant le mouvement

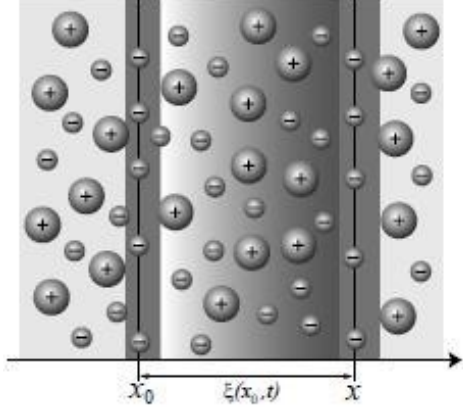


Figure 1.1: Perturbation électronique [Tiré du livre de RAX, Ref. [18], page 78].

dû à la perturbation (voir Fig. 1.1). ξ étant une fonction de la position au repos x_0 , la densité devient inhomogène car les différentes tranches ne sont pas déplacées du même incrément. Ainsi, la séparation de charges résultante génère un champ électrique E . Tous les électrons situés initialement entre le plan $x = x_0$ et le plan $x = x_0 + \xi(x_0, t)$ vont alors se déplacer vers des coordonnées $x > x_0 + \xi$ afin de restaurer l'ordre initial entre les différentes couches d'électrons. On observe donc à l'instant t , un déficit de charges négatives à gauche du plan $x = x_0 + \xi$ (voir Fig. 1.1). Le champ électrique E peut être évalué, en considérant le théorème de Gauss

$$ES = \frac{n_0 e S \xi(x_0, t)}{\varepsilon_0} \quad (1.1)$$

où S est une surface quelconque parallèle au plan $yo z$. Ce champ électrique est la source d'une accélération et le principe fondamental de la dynamique fournit alors une deuxième relation entre E et S . La relation fondamentale de la dynamique appliquée à l'électron s'écrit sous la forme

$$m_e \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -eE \quad (1.2)$$

L'élimination du champ électrique entre ces deux équations permet d'obtenir l'équation décrivant la dynamique du déplacement $\xi(x_0, t)$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e} \xi = 0 \quad (1.3)$$

L'échelle de temps associée à la réponse électronique est donc l'inverse de la pulsation plasma ou de Langmuir ω_p , définie comme

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \quad (1.4)$$

qui peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\omega_p[\text{Hz}]}{2\pi} = 8981\sqrt{n_0[\text{cm}^{-3}]} \quad (1.5)$$

Cette échelle de temps traduit le caractère collectif des forces coulombiennes. L'équation précédente décrit une force de rappel linéaire, opérant sur une échelle de temps ω_p^{-1} . Bien que cette force de rappel ait tendance à restaurer la neutralité du plasma, elle ne peut y parvenir car à l'instant où la tranche de plasma x_0 regagne sa position initiale, $\xi = 0$, l'énergie potentielle du déplacement est convertie en énergie cinétique et le résultat est une oscillation autour de la position assurant la neutralité. Nous avons alors

$$\xi(x_0, t) = \xi_0 \cos[\omega_p t + \theta(x_0)]$$

ξ_0 et x_0 étant les conditions initiales de la perturbation.

1.1.2 Longueur de Debye

La longueur de Debye est la caractéristique spatiale de l'hypothèse de la quasi neutralité et le phénomène d'écrantage électrique. Pour l'établir, nous allons d'abord étudier un modèle unidimensionnel d'écrantage électrique. Pour cela, considérons un plasma de densité électronique n_e et ionique n_i . A l'intérieur du plasma, $n_e = n_i = N$ [18]. Ce plasma, semi-infini, occupe la région de l'espace $x < 0$. Comparativement aux électrons, les ions sont supposés être infiniment lourds et peuvent donc être considérés comme étant au repos. Les électrons possèdent une vitesse non nulle suivant l'axe des x . Cette vitesse leur permet de s'éloigner de l'interface plasma-vide en $x = 0$. De ce fait, les ions et les électrons ne se neutralisent plus mutuellement et créent, par séparation de charges, un champ électrique qui induit une force de rappel sur la population électronique. Les électrons rebroussement donc chemin au bout d'une distance λ (voir Fig. 1.2).

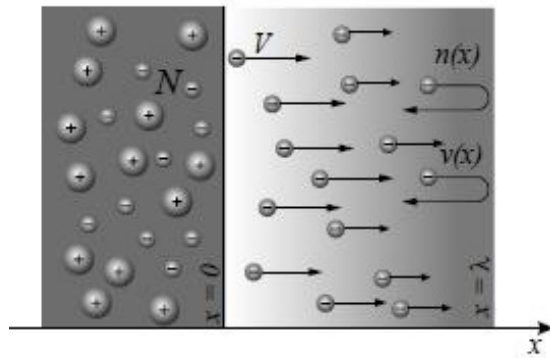


Figure 1.2: Séparation de charge inertielle [Tiré du livre de RAX, Ref. [18], page 82].

Notons par $v(x)$ la vitesse d'un électron à une distance x de l'interface. On a donc $v(x = \lambda) = 0$ et on pose $v(x = 0) = \pm\lambda$. La densité d'électrons $n(x)$ à une distance x de l'interface $x = 0$, vérifie $n(x > \lambda) = 0$ et $n(x \leq 0) = N$ (Figure 1.2). Le potentiel électrostatique $\phi(x)$ à une distance x de l'interface $x = 0$ satisfait les conditions aux limites suivantes

$$\begin{aligned}\phi(x = 0) &= 0 \\ \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=\lambda} &= 0\end{aligned}\quad (1.6)$$

Ceci peut être aisément vérifié grâce au théorème de Gauss dans la mesure où pour $x < \lambda$, la somme totale des charges électriques est nulle $\left(\sum_i q_i = 0\right)$. La longueur λ est donc la longueur caractéristique de brisure de la neutralité lorsque les électrons ont une vitesse V . La valeur de λ peut être obtenue en utilisant les principes de conservation de la charge et de l'impulsion associés à l'équation de Poisson. Le principe de conservation de la charge, en régime stationnaire, se traduit par la nullité de la divergence du flux électronique $\frac{d[n(x)v(x)]}{dx} = 0$. Les quantités $n(x)$, $v(x)$ et $\phi(x)$ vérifient le système d'équations suivant

$$\text{Conservation de l'énergie : } \frac{m}{2}v^2(x) - e\phi(x) = \frac{m}{2}V^2 \quad (1.7)$$

$$\text{Conservation de la charge : } n(x)v(x) = NV \quad (1.8)$$

$$\text{Equation de Poisson : } \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{ne}{\varepsilon_0} \quad (1.9)$$

où $-e$ est la charge de l'électron et m sa masse. A partir des équations précédentes, nous obtenons, respectivement, les expressions de la vitesse et de la densité

$$v(x) = \sqrt{V^2 + \frac{2e\phi(x)}{m}}, \quad n(x) = \frac{NV}{\sqrt{V^2 + \frac{2e\phi(x)}{m}}} \quad (1.10)$$

En introduisant les variables normalisées suivantes

$$\begin{aligned}X &= \sqrt{\frac{2Ne^2}{\varepsilon_0 m V^2}} x \\ \varphi &= \frac{2e}{mV^2} \phi\end{aligned}\quad (1.11)$$

l'équation de Poisson peut être réécrite sous la forme (en tenant compte des conditions aux limites sur la dérivée du potentiel)

$$\left(\frac{d\varphi}{dX}\right)^2 = 4\sqrt{1 + \varphi} \quad (1.12)$$

Cette dernière peut être aisément intégrée pour obtenir

$$\varphi(X) = \left[1 - \frac{3X}{2}\right]^{\frac{4}{3}} - 1 \quad (1.13)$$

Il est évident que la longueur caractéristique λ est donnée par $X = 2/3$, c'est à dire

$$\lambda = \frac{V}{3} \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 m}{Ne^2}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{V}{\omega_p}$$

Notons qu'il est possible d'étendre ce modèle au cas plus réaliste d'une distribution thermique de vitesses. La vitesse V sera remplacée par la vitesse moyenne et la longueur caractéristique obtenue sera perçue comme une longueur d'écrantage au delà de laquelle la violation de la quasi neutralité ne sera plus permise.

1.2 Introduction à la physique des plasmas poussiéreux

1.2.1 Introduction

Dans un discours de 1924, Irving Langmuir décrit la première observation en laboratoire d'un plasma poussiéreux [19]. Dans une décharge d'arc électrique, de minuscules gouttelettes de vapeur de tungstène sont déposées par pulvérisation de la cathode dans le plasma. Il a alors observé des effets inhabituels: les gouttelettes de tungstène, devenues négativement chargées, se déplacent sous l'influence des champs électrostatiques dans la décharge. Il a alors attribué ce phénomène à l'attachement des électrons aux gouttelettes de tungstène.

1.2.2 Définition d'un plasma poussiéreux

Les plasmas poussiéreux sont des gaz ionisés contenant de petites particules de matière solide de taille pouvant atteindre le micron. Ces dernières peuvent collecter des charges électriques (électrons et ions) du plasma de base. Leur charge devient alors très importante et peut équivaloir des centaines de milliers de fois la charge élémentaire. Ces particules sont appelées grains de poussière ou "dust". Les grains de poussière s'appliquent mutuellement de fortes forces de répulsion. Leur mouvement est principalement régi par la force électrique et (parfois) par la force de gravité. D'autres forces, comme la force de polarisation, peuvent agir sur les grains de poussière. Parmi les plasmas poussiéreux, on trouve les plasmas dits fortement couplés (strongly-coupled) qui sont caractérisés par une énergie potentielle bien plus grande que leur énergie cinétique ($\Gamma \gg 1$, avec $\Gamma = \frac{\text{Energie potentielle}}{\text{Energie cinétique}}$). Pour les grandes

valeurs du facteur Γ , les grains de poussière s'auto-organisent en structures qui ressemblent, à l'échelle microscopique, à des structures cristallines.

Les plasmas complexes sont caractérisés par un certain nombre de grandeurs, dont

- Le rayon du grain de poussière r_d .
- La distance inter- grains a .
- La longueur de Debye λ_D .
- Les dimensions du système lui-même.

Suivant les grandeurs r_d , a et λ , nous pouvons distinguer deux situations:

· $r_d \ll \lambda_D \ll a$: dans ce cas, les grains de poussières sont considérés comme étant une collection de grains isolés et écrantés. Les grains de poussières sont alors considérés comme des particules chargées massives similaires à des ions à charges multiples.

· $a \ll r_d$: dans ce cas, il faut tenir compte des inhomogénéités du plasma.

Dans beaucoup de plasmas de laboratoire et de l'espace, il existe un processus fort intéressant dû aux grains de poussière. Ce dernier est le processus de charge qui fait que les grains collectent les charges voisines et ainsi créent une déplétion ou « appauvrissement » chez l'une des espèces présentes dans le plasma.

1.2.3 Grandeurs caractéristiques d'un plasma complexe

Parmi les grandeurs caractéristiques d'un plasma poussiéreux, nous pouvons citer sa fréquence caractéristique ainsi que sa longueur de Debye associée λ_D , au delà de laquelle le potentiel du grain de poussière n'est plus significatif.

Longueur de Debye

L'écrantage du champ électrique d'une particule chargée ou d'une surface à potentiel non nul, est une propriété très intéressante à étudier dans les plasmas. Cette caractéristique fournit une mesure de la distance sur laquelle le champ électrique d'une particule chargée (ici le grain de poussière) est ressenti par les autres particules chargées du plasma. Nous pouvons considérer deux situations pour la longueur de Debye:

1– *Plasma froid* : Les températures des électrons est de l'ordre de eV tandis que la temperature des ions est de l'ordre du $eV/100$. Dans ce cas, le plasma est froid, il y aura autant de charges (en valeur absolue) dans le nuage que dans le grain de poussière. Ce cas correspond à un écrantage parfait, c'est-à-dire, qu'aucun champ électrique créé par le grain de poussière ne sera présent dans le plasma à l'extérieur du nuage d'écrantage. Dans ce

cas, la longueur de Debye indique la distance au bout de laquelle le potentiel du grain de poussière s'annule.

2– *Plasma de température finie* : Si l'agitation thermique des particules chargées du nuage entourant le grain de poussière est non nulle, les particules qui se trouvent à la limite du nuage où le potentiel est faible auront assez d'énergie pour s'en échapper. La limite du nuage se trouve donc à un rayon où l'énergie potentielle électrostatique est de l'ordre de $k_B T_{e,i}$, où T_j représente la température des particules d'espèce j et k_B la constante de Boltzmann. Cette situation correspond à un écrantage incomplet et un potentiel électrique fini peut alors exister dans le plasma.

Nous allons dans ce qui suit estimer l'épaisseur d'un tel nuage chargé (gaine) et déterminer donc la longueur de Debye d'un plasma poussiéreux de densité numérique (nombre de grains par unité de volume) n_d . Le nuage entourant le grain est constitué d'électrons et d'ions supposés être en équilibre thermodynamique local. Leurs densités respectives sont données par

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) \quad (1.14)$$

et

$$n_i = n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T_i}\right) \quad (1.15)$$

où n_{e0} et n_{i0} représentent les densités électronique et ionique loin du nuage chargé ($\phi = 0$). Pour simplifier l'étude, les grains de poussière sont considérés comme étant des sphères ayant la même taille. Leur masse est tellement grande par rapport à celle des ions qu'ils peuvent être considérés comme étant immobiles en comparaison avec les électrons et les ions. L'équation de Poisson s'écrit alors sous la forme

$$\nabla^2 \phi = -4\pi \sum_{j=e,i,d} q_j n_j = 4\pi (en_e - en_i - q_d n_d) \quad (1.16)$$

En substituant les densités électronique et ionique dans l'équation de Poisson, nous obtenons

$$\nabla^2 \phi = 4\pi \left\{ en_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e}\right) - en_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{k_B T_i}\right) - q_d n_d \right\} \quad (1.17)$$

En supposant $\frac{e\phi}{k_B T_e} \ll 1$ et $\frac{e\phi}{k_B T_i} \ll 1$ et en gardant à l'esprit que les grains de poussière ont été considérés immobiles et de charge constante ($q_d n_d = q_d n_{d0} = en_{e0} - en_{i0}$), l'équation de Poisson devient

$$\nabla^2 \phi = \left(\frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \right) \phi \quad (1.18)$$

où $\lambda_{De} = (k_B T_e / 4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$ et $\lambda_{Di} = (k_B T_i / 4\pi n_{i0} e^2)^{1/2}$ représentent, respectivement, les longueurs de Debye électronique et ionique. La solution de cette équation est donnée par

[20]

$$\phi_s = \phi_0 \exp \left[-\frac{r}{\lambda_D} \right] \quad (1.19)$$

où ϕ_0 est la valeur du potentiel au centre du nuage ($r = 0$) et

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De} \lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \quad (1.20)$$

représente la longueur de Debye.

Remarquons que pour un plasma poussiéreux avec des grains à charge négative, nous avons habituellement $n_{e0} \ll n_{i0}$ (on parle alors de dépletion ou d'appauvrissement électronique) et $T_e \geq T_i$. Dans ce cas, $\lambda_{De} \gg \lambda_{Di}$ et $\lambda_D \simeq \lambda_{Di}$. Par conséquent, la distance d'écrantage est principalement déterminée par la température et la densité des ions. Dans le cas opposé, c'est à dire un plasma poussiéreux avec des grains chargés positivement (la majeure partie des ions a été collectée par la surface des grains), nous avons $T_e n_{i0} \ll T_i n_{e0}$ et $\lambda_{De} \ll \lambda_{Di}$. Dans ce cas, $\lambda_D \simeq \lambda_{De}$ et la distance d'écrantage est alors principalement déterminée par la température et la densité des électrons.

Fréquence plasma caractéristique

A l'instar du plasma habituel à deux composantes (électrons et ions), un plasma poussiéreux possède la propriété importante de réagir à tout écart ou déviation par rapport à sa neutralité électrique macroscopique. Cette réaction se traduit par des mouvements collectifs de particules chargées dans le but de rétablir la neutralité électrique initiale. Ces mouvements collectifs sont caractérisés par une fréquence d'oscillations appelée fréquence plasma ω_p . Les oscillations électrostatiques des électrons, des ions ou des grains de poussière peuvent être décrites par les équations du modèle fluide suivantes

$$\begin{aligned} \text{Equation de continuité : } & \frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{v}_s) = 0 \\ \text{Equation du mouvement : } & \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{v}_s = -\frac{q_s}{m_s} \nabla \phi \\ \text{Equation de Poisson : } & \nabla^2 \phi = -4\pi \sum_s q_s n_s \end{aligned} \quad (1.21)$$

où n_s , \mathbf{v}_s , q_s représentent, respectivement, la densité, la vitesse et la charge des particules d'espèce s (e pour les électrons, i pour les ions et d pour les grains de poussière) et ϕ le potentiel électrostatique. Nous supposons maintenant que l'amplitude des oscillations est très faible et nous négligeons donc les termes contenant des puissances de l'amplitude d'ordre supérieur. En supposant qu'à l'équilibre, les particules du plasma sont immobiles et qu'aucun champ électrique n'est présent, nous écrivons les grandeurs n_s , v_s et ϕ sous la

forme suivante $n_s = n_{s0} + n_{s1}$ (avec $n_{s1} \ll n_{s0}$), $v_s = v_{s1}$ et $\phi = \phi_1$. En linéarisant le système d'équations (1.21), nous obtenons

$$\frac{d\phi_1^2}{dt^2} + \omega_p^2 \phi_1 = 0 \quad (1.22)$$

où

$$\omega_p^2 = \sum_{s=e,i,d} \frac{4\pi n_{s0} q_s^2}{m_s} = \sum_{s=e,i,d} \omega_{ps}^2 \quad (1.23)$$

et $\omega_{ps} = \sqrt{\frac{4\pi n_{s0} q_s^2}{m_s}}$ est la fréquence plasma associée aux particules d'espèce s . Lorsque les particules du plasma sont déplacées de leurs positions d'équilibre, un champ électrique est généré par la charge d'espace dans le but de restaurer la neutralité électrique du plasma en essayant de ramener les particules chargées à leurs positions initiales. Cependant et à cause de leur inertie, ces particules vont osciller à des fréquences différentes. Par exemple, les électrons vont osciller autour des ions à la fréquence plasma électronique (voir ci-dessus) $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_{e0} e^2}{m_e}}$, les ions (de nombre de charge $Z = 1$) vont osciller autour des grains de poussière à la fréquence plasma ionique $\omega_{pi} = \sqrt{\frac{4\pi n_{i0} e^2}{m_i}}$ et les grains de poussière (de charge $q_d = -Z_d e$) vont osciller autour de leurs positions d'équilibre à la fréquence plasma poussiéreuse $\omega_{pd} = \sqrt{\frac{4\pi n_{d0} Z_d^2 e^2}{m_d}}$.

1.3 Oscillations non linéaires dans les plasmas poussiéreux

Dans les plasmas, la caractéristique de stochasticité fait que les particules chargées se meuvent de manière aléatoire. Elles subissent, néanmoins, les effets des autres particules chargées à travers des interactions de type électromagnétique. Des forces externes peuvent aussi agir sur ces particules, ce qui fait que la quasi-neutralité électrique qui régnait dans le plasma se voit brisée. Le plasma a une tendance très particulière comme nous l'avons déjà mentionné à écranter les champs externes et à restaurer son état de quasi-neutralité. Cette tendance se traduit par l'apparition d'une multitude d'oscillations ou d'ondes qui se propagent ou non dans le plasma. La nature de ces dernières dépend des espèces qui constituent le plasma, des différentes forces mises en jeu et d'autres paramètres propres au plasma considéré. La présence des grains de poussière dans le plasma donne naissance à de nouveaux phénomènes et à de nouvelles échelles caractéristiques temporelles en comparaison avec le plasma à deux composantes, constitué d'électrons et d'ions. La très grande masse des grains relativement

à la masse des autres espèces de particules ainsi que leur charge électrique peuvent modifier et altérer la propagation des ondes susceptibles de se propager dans un tel plasma. Plus encore, de nouveaux modes associés uniquement à la dynamique des grains de poussière peuvent apparaître. Dans ce cas, deux modes d'oscillations peuvent être mis en évidence:

-Des oscillations résultant du mouvement de l'ensemble des particules du plasma (électrons, ions) et le déséquilibre de charge induit par la présence des grains de poussière ($n_{i0}/n_{e0} - 1 = Z_d n_{d0}/n_{e0}$). Ce sont les ondes dites ondes acoustiques ioniques poussiéreuses (DIAW) qui ne sont en fait que la version modifiée de l'onde acoustique ionique habituelle.

-Des oscillations dues au mouvement collectif et à la dynamique des grains de poussière au sein du plasma. Ce sont les ondes dites ondes acoustiques poussiéreuses (DAW). Celles ci représentent un nouveau type d'onde dont l'apparition est due à deux ingrédients: une inertie fournie par les grains de poussière et des forces de rappel dues aux pressions électronique et ionique.

1.3.1 Onde acoustique poussiéreuse (DA)

Les ondes acoustiques poussiéreuses ont été théoriquement prédites par Rao et *al* en 1990 [21] et mises en évidence expérimentalement par Barkan et *al.* en 1995 [22], leurs fréquences sont de l'ordre de 10 à 20 *Hz*. La vitesse de phase ($v_p = \omega/k$) de l'onde acoustique poussiéreuse est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des ions et des électrons; $kV_{td} \ll \omega \ll kV_{te}, V_{ti}$, où $V_{tj} = \sqrt{k_B T_j / m_j}$ représente la vitesse thermique de l'espèce $j = i, e, d$ (ions, électrons et grains de poussière). Dans ces plasmas, les électrons et les ions sont considérés être en équilibre thermodynamique, où ils obéissent à la distribution de Maxwell-Boltzmann, tandis que les grains de poussière chargés négativement sont considérés fluides. Ces derniers fournissent l'inertie tandis que la force de rappel est assuré par la pression électronique et ionique. La relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = Z_{d0} \left(\frac{n_{d0}}{n_{i0}} \right)^{1/2} \left(\frac{k_B T_i}{m_d} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{T_i}{T_e} \left(1 - \frac{Z_{d0} n_{d0}}{n_{i0}} \right) \right]^{(-1/2)} = C_{DA}$$

l'expression C_{DA} représente la vitesse acoustique poussiéreuse, ω la fréquence de l'onde, $T_{j=i,e,d}$ représente la température des électrons, des ions et des grains de poussière, Z_{d0} la charge du grain de poussière. Ce résultat peut être aisément obtenu en linéarisant l'équation de mouvement du grain

$$m_d n_{d0} \frac{\partial v_{d1}}{\partial t} = - \left(T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} + T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \right)$$

1.3.2 Onde acoustique ionique poussiéreuse (DIA)

Le mouvement collectif des ions et des électrons se voit perturbé par la présence des grains de poussière de charge négative dans le plasma. Ceci fait que le mode acoustique ionique est modifié. Shukla et Silin [23] sont les premiers à prédire le mode acoustique ionique poussiéreux, prenant en considération la dynamique des grains de poussière et leur influence. Ces ondes ont une fréquence bien supérieure aux fréquences ioniques et poussiéreuses, et aussi bien inférieure à la fréquence propre électronique avec $kV_{ti}, kV_{tD} \ll \omega \ll kV_{te}$. Considérons cette échelle temporelle. Dans ce cas, les électrons suivent une distribution de Boltzmann alors que les ions et les grains de poussière sont, respectivement, inertiels et immobiles. La relation de dispersion est alors donnée par

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \left[\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_e}{m_i(1 - Z_d \varepsilon)} \right] = C_{SD}$$

C_{SD} est la vitesse acoustique ionique modifiée. La vitesse de phase de l'onde augmente à mesure que la concentration relative des grains ε augmente. Barkan et *al.* [22] ont mené une série d'expériences dans le but d'étudier la propagation et l'amortissement des ondes acoustiques ioniques poussiéreuses. Ils ont alors trouvé que la vitesse de phase de ces dernières augmente avec la concentration relative des grains de poussière. Les valeurs des fréquences mesurées varient de 3 à 5 *kHz*.

1.4 Physique statistique et fonction de distribution

1.4.1 Introduction à la physique statistique extensive

Le concept d'entropie statistique est une notion introduite en théorie de l'information. L'idée de donner une mesure de la quantité d'information remonte à Scilard en 1929, mais le développement de cette idée est essentiellement dû à Shannon. Pour le physicien, la notion de quantité d'information est intimement liée à celle de mesure. L'entropie est en effet, une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens de l'évolution d'un système. L'entropie d'un système en équilibre statistique dont les états microscopiques sont discrets est décrite par Boltzmann Gibbs (BG), où l'on suppose que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire, que le système est non corrélé. Elle est donnée par

$$S_{BG} = -k_B \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \quad (1.24)$$

avec W : le nombre d'état du système. La normalisation des probabilités implique

$$\sum_{i=1}^W p_i = 1 \quad (1.25)$$

k_B est la constante de Boltzmann et p_i est la probabilité du i^{eme} micro état d'énergie E_i . Lorsque tous les micro-états sont équiprobables, où la particule peut se mettre sur tous les micro-états sans discernement, on a $p_i = 1/W$. L'entropie du système est alors écrite sous la forme

$$S_{BG} = k_B \ln W \quad (1.26)$$

L'équation (1.24) a la remarquable propriété de composition. En effet, en considérant deux sous systèmes indépendants A et B , contenant respectivement W_A et W_B états, on a

$$p_{ij}^{A+B} = p_i^A p_j^B \quad (\forall (i, j)) \quad (1.27)$$

Pour ce système constitué de ces deux sous systèmes A et B , l'entropie satisfait l'égalité

$$S_{BG}(A+B) = S_{BG}(A) + S_{BG}(B) \quad (1.28)$$

L'expression (1.24) a été introduite par Boltzmann pour les systèmes continus en 1870, cette dernière a été généralisée par Gibbs pour des systèmes plus complexes. La détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la physique statistique repose sur le fait que le système est en équilibre thermodynamique avec un thermostat porté à la température T , à savoir l'ensemble canonique. Le poids statistique associé à chaque état d'énergie E_i peut être déduit en optimisant l'entropie. Celui-ci est donné par

$$p_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z_{GB}} \quad (1.29)$$

où Z_{GB} est la fonction de partition du système. Les équations (1.24) et (1.29) sont les équations de base de la mécanique statistique. Ces équations sont très réputées et ont fait leur preuve dans différents domaines, de physique, de chimie, d'ingénierie ...etc. Depuis leurs établissements, elles constituent les pièces fondamentales de la physique contemporaine. Cependant, ces équations ne sont pas universelles, en particulier, dans les problèmes dits non ergodiques, dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibres existent, ce qui fait que leur domaine d'utilisation se voit restreint. Comme tous les travaux, cette théorie doit évoluer, c'est pour cela qu'une généralisation ou une nouvelle théorie a vu le jour.

1.5 Physique statistique non extensive

1.5.1 Entropie de Tsallis

La statistique de Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS) donne de bons résultats pour des systèmes en équilibre macroscopique ergodique. Cependant, plusieurs investigations expérimentales et théoriques ont montré que ce formalisme n'est pas toujours adéquat. Pour les systèmes non ergodiques dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent [24], le formalisme BGS ne donne pas de résultats satisfaisants, ce qui fait que le domaine de validité de ce dernier se voit réduit. La généralisation non extensive appropriée à l'entropie (BGS) en équilibre statistique a été identifiée pour la première fois par Renyi [25] et elle fut proposée, bien plus tard en 1988 par Tsallis [3]. Soit

$$S_q = k_B \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{1 - q} \quad (1.30)$$

avec

$$p_i^q = p_i \exp[(q-1) \ln p_i] = p_i [1 + (q-1) \ln p_i] \quad (1.31)$$

q est un paramètre qui décrit le degré de la non extensivité du système. Dans ce cas non extensif, la détermination de la distribution la plus probable du système repose sur une nouvelle définition de l'énergie interne. Cette dernière dépend du paramètre non extensif q . L'énergie interne U_{int} est donnée par

$$U_{int} = q \sum_{i=1}^W p_i E_i \quad (1.32)$$

Dans le but d'optimiser l'entropie S_q , nous utilisons la méthode des multiplicateurs de Lagrange. En effet, en introduisant les facteurs de Lagrange et en déterminant l'extremum de S_q , nous obtenons la probabilité p_i du i^{eme} micro état donnée par

$$p_i = \frac{[1 - \beta (q-1) E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.33)$$

où β est le facteur de Lagrange associé à la contrainte d'énergie constante et Z_q est la fonction de partition du système, donnée par

$$Z_q = \sum_{i=1}^W [1 - \beta_1 (q-1) E_i]^{1/(q-1)} \quad (1.34)$$

Il est aisé de vérifier que lorsque $q \rightarrow 1$, l'expression de l'entropie S_q se ramène à celle de Boltzmann Gibbs S_{BG} . Cette entropie communément appelée q -entropie, est une généralisation de l'entropie de Boltzmann Gibbs. Pour un système constitué de deux sous systèmes indépendants A et B , l'entropie de ce dernier $S_q(A + B)$ est exprimée à l'aide des entropies des sous systèmes $S_q(A)$ et $S_q(B)$ et du paramètre de non extensivité q .

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (q - 1) S_q(A) S_q(B) \quad (1.35)$$

où $(q - 1) S_q(A) S_q(B)$ est le terme de corrélation entre les systèmes A et B . L'équation (1.35) semble être non équilibrée dimensionnellement. En effet, le terme de corrélation $(q - 1)$ est divisé par la constante de Boltzmann k_B . Cette dernière est prise égale à 1.

La q -entropie prend bien en considération les interactions de longue portée, introduites par le terme multiplicatif qui tient compte des corrélations entre les deux sous-systèmes.

1.6 La fonction de distribution de Cairns

La fonction de distribution de Maxwell aide à comprendre un très grand nombre de phénomènes. Elle est devenue ainsi que les grandeurs de la thermodynamique au fil des années, une base de la physique statistique. Malgré la très grande variété de systèmes qui sont représentés par cette fonction de distribution, on a trouvé quelques systèmes qui ne peuvent être décrits par cette fonction de distribution. En effet, ces systèmes sont décrits par une fonction de distribution, quoi que ressemblant à la Maxwellienne, qui exhibe des contours sous forme d'épaules (shoulders) indiquant la présence de particules énergétiques dites non thermiques.

C'est grâce à l'aide de lois empiriques, Cairns et al [4], ont pu établir en 1995 la fonction de distribution non thermique pouvant expliquer les fonctions de distribution récoltées par certains systèmes dans une variété d'environnements de plasma astrophysiques, ayant des distributions avec des composants sensiblement non-Maxwelliens qui sont retrouvés dans les observations faites par la sonde Viking et le satellite Freja. Les populations non thermiques sont très fréquentes dans les plasmas d'espace, et leur présence rend possible divers types d'ondes et instabilités, qui sont absents dans les plasmas Maxwelliens. Ces populations influencent de manière significative les ondes non linéaires qui peuvent avoir lieu dans de tels environnements.

Quoi que décrivant les populations non Maxwelliennes, cette fonction de distribution "empirique" est sujette à discorde en raison du manque d'assise théorique. Pour essayer de remédier à ce manque, Ourabah et al [26], ont proposé très récemment en 2015 une

assise théorique à la fonction de distribution de Cairns. Utilisant la super-statistique de Beck-Cohen, un lien théorique peut être établi entre les deux.

1.6.1 La fonction de distribution de Cairns à partir de la statistique de Beck-Cohen

La super-statistique de Beck-Cohen [27] est une généralisation de la statistique ordinaire de Boltzmann. L'idée principale des super-statistiques [28],[29] est d'envisager un système avec des fluctuations spatio-temporelles d'une quantité intensive. Dans ce cas, cette quantité sera la température ou encore β qui représente l'inverse de la température. Nous considérons un système macroscopique en dehors de l'équilibre, composé de nombreuses petites cellules qui sont temporairement en équilibre local. Nous considérons que la température varie faiblement d'une cellule à l'autre. Nous considérons que chaque cellule est assez grande pour obéir à la mécanique statistique. A chaque cellule est associé un paramètre β , paramètre représentant l'inverse de la température en unité d'énergie. La densité de probabilité est donnée par la fonction $f(\beta)$. Nous supposons que le temps caractéristique local varie sur une échelle plus grande que le temps de relaxation de la cellule pour que cette dernière atteigne l'équilibre thermodynamique. Alors, la distribution $f(\beta)$ façonnera la distribution de Boltzmann généralisée, qui est donnée par [27].

$$B(E) = \int_0^{+\infty} f(\beta) \exp(-\beta E) d\beta \quad (1.36)$$

où B est un facteur effectif de Boltzmann généralisé pour le système en dehors de l'équilibre. En l'absence de fluctuations, $f(\beta) = \delta(\beta - \beta_0)$ le facteur ordinaire de Boltzmann est retrouvé. Il a été démontré que les distributions généralisées (1.36) peuvent décrire la distribution de Tsallis ainsi que d'autres qui ressemblent à la distribution de Tsallis avec de petites corrections [26]. Un choix judicieux de $f(\beta)$ permet d'établir la fonction de distribution non thermique. Pour cela, $f(\beta)$ ne peut être choisie arbitrairement, il y a certaines conditions devant être respectées. (i) elle doit être une densité de probabilité normalisée, (ii) elle doit être choisie de sorte à ce que $\int_0^{+\infty} B(E) dE$ puisse exister. Enfin (iii) elle doit présenter une limite pour laquelle le facteur de Boltzmann habituel est retrouvé. La distribution Γ est l'une des densités de probabilité les plus répandues dans la nature. Soit [30].

$$f(\beta) = \frac{1}{b\Gamma(c)} \left(\frac{\beta}{b}\right)^{c-1} \exp\left(\frac{-\beta}{b}\right) \quad (1.37)$$

où b et c sont des réels positifs. Cette distribution de probabilité continue à deux paramètres contient comme des cas particuliers la distribution exponentielle commune et la distribution χ^2 . En utilisant l'équation (1.37), la valeur moyenne de l'inverse de la température β est donnée par

$$\beta_0 = \int_0^{+\infty} \beta f(\beta) d\beta = bc \quad (1.38)$$

et la variance par

$$\sigma^2 = \int_0^{+\infty} (\beta - \beta_0)^2 f(\beta) d\beta = b^2 c \quad (1.39)$$

Le facteur généralisé de Boltzmann est donné par

$$B(E) = \int_0^{+\infty} f(\beta) \exp(-\beta E) d\beta = (1 + bE)^{-c} \quad (1.40)$$

Il a été montré que, pour une certaine limite de fluctuation, la distribution Γ pouvait conduire à la fonction de distribution de Cairns, en réécrivant l'équation (1.40) comme suit

$$B(E) = (1 + bE)^{-c} = \exp\{-c \ln(1 + bE)\} \quad (1.41)$$

En considérant le cas d'une très faible fluctuation où $bE \ll 1$, l'exponentielle peut être développée, ne gardant que le premier terme bE .

$$B(E) = \exp(-\beta_0 E) \left(1 + \frac{1}{2c} \beta_0^2 E^2\right) \quad (1.42)$$

en introduisant le paramètre $\alpha = 1/(2c)$, l'équation (1.42) nous permet d'obtenir la distribution non thermique

$$B(E) = \exp(-\beta_0 E) (1 + \alpha \beta_0^2 E^2) \quad (1.43)$$

où α est le paramètre non thermique.

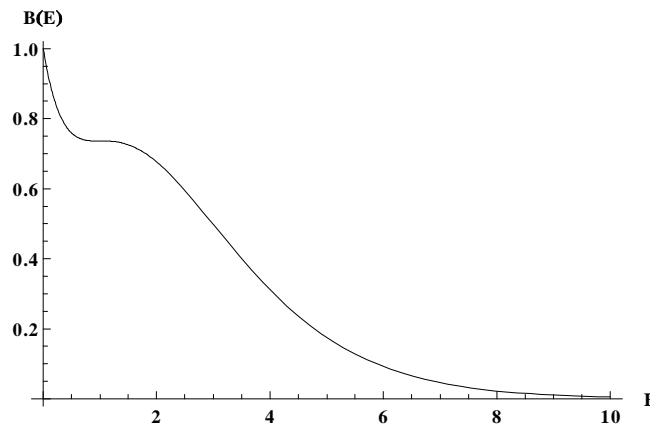


Figure 1.3: Tracé de la distribution non-thermique pour $\alpha = 1$ (non-thermalité maximale)

La figure (1.3), représente le tracé d'une fonction de distribution (1.43), pour la valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 1$, montrant la présence de "shoulder", queue montrant la présence de particules énergétiques, caractéristiques des particules non thermiques. La fonction de distribution introduite par Cairns et *al.* en 1995, a pu donner une fonction de distribution à ces particules énergétiques non thermiques. Ces dernières modifient considérablement la dynamique de certaines ondes dans les plasmas, tel que la vitesse de l'onde ionique solitaire qui se trouve influencée par la présence d'électrons non thermiques, montrant ainsi l'existence d'onde acoustique ionique solitaire de nature raréfactive similaire à celle observée par les satellites Freja et Viking.[31]-[32]

En 2012, Tribeche et *al.* [33] reprisent la fonction de distribution de Cairns dans le cadre de la statistique non extensive de Tsallis, essayant ainsi, en quelque sorte de généraliser la fonction non thermique à un cadre plus large, prenant en considération la possibilité d'interaction à long terme des électrons.

2

Equation non linéaire de Schrödinger (NLSE)

2.1 Introduction

L'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) [12], [13], [34] fournit une description canonique pour la dynamique de l'enveloppe d'une onde plane quasi-monochromatique (l'onde porteuse) se propageant dans un milieu dispersif faiblement non linéaire lorsque les processus de dissipation sont négligeables. Sur de courtes périodes et de petites distances de propagation, la dynamique est linéaire, mais le cumul des interactions non linéaires aboutit à une modulation significative de l'amplitude de l'onde sur de grandes échelles spatiales et temporelles. L'équation *NLS* exprime la façon dont la relation de dispersion linéaire est affectée par l'épaississement des lignes spectrales associées à la modulation et les interactions non linéaires résonnantes.[34]

L'équation *NLS* suppose de faibles non-linéarités et une dispersion finie à l'échelle de l'onde porteuse, tandis que dans les situations où à la fois la dispersion et les non-linéarités sont toutes aussi faibles, une "expansion perturbatrice réductive" conduit à des équations de longues longueurs d'ondes, comme les équations de Korteweg-de Vries, Benjamin-Ono ou, en plusieurs dimensions, l'équation Kadomtsev-Petviashvili.

Dans ce chapitre, nous allons donner quelques notions sur quelques unes des différentes méthodes utilisées pour déterminer l'équation non linéaire de Schrödinger. Ces méthodes sont nombreuses, on peut établir l'équation *NLS* à partir de relation de dispersion faiblement non linéaire, la dérivation en termes de couplage du mode de Fourier, ainsi qu'en utilisant l'analyse multi-échelles.

2.2 Introduction à l'analyse multi-échelles

Comme une simple illustration de la méthode multi-échelles, qui fournit une dérivation systématique des équations d'enveloppe, nous considérons l'exemple de l'équation de Klein-Gordon en trois dimensions de l'espace [34]

$$u_{tt} - \Delta u + \delta u = \lambda u^3 \quad (2.1)$$

où δ est un paramètre positif associé à la dispersion de l'onde, λ représente une constante réelle de couplage. Dans le régime linéaire, l'équation (2.1) admet une solution sous la forme d'une onde monochromatique

$$u_0(x, t) = \psi \exp i(kx - \omega t) + CC. \quad (2.2)$$

se propageant dans une direction prise dans l'axe des x . Ici $CC.$ représente le complexe conjugué de la première partie, et la fréquence ω est donnée par la relation de dispersion suivante

$$\omega^2 = k^2 + \delta \quad (2.3)$$

Afin d'analyser l'influence des effets faiblement non linéaires, nous développons la solution en puissance de ε , qui est un paramètre très petit mesurant l'amplitude de l'onde

$$u = \varepsilon (u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots) \quad (2.4)$$

Comme on le sait, une expansion régulière de perturbation entraîne l'apparition de terme de résonance résultant des effets non linéaires faibles cumulatifs sur la longue période ou sur de grandes distances. Comme dans l'exemple classique de l'oscillateur anharmonique, une analyse multi-échelles est donc nécessaire. A cet effet, nous introduisons les variables à grande échelle $X = \varepsilon x$ et $T = \varepsilon t$, et dans le cas d'une modulation multidimensionnelle $Y = \varepsilon y$ et $Z = \varepsilon z$. En regardant la solution en fonction de deux variables rapides et lentes, l'opérateur linéaire résultant dans l'équation de Klein-Gordon peut être réécrit comme [34]:

$$L = L^{(0)} + \varepsilon L^{(1)} + \varepsilon^2 L^{(2)} + \dots \quad (2.5)$$

où les deux premières contributions sont données par

$$L^{(0)} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \delta \quad (2.6)$$

$$L^{(1)} = 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial T} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial X} \right) \quad (2.7)$$

A l'ordre ε , on a

$$L^{(0)}u_0 = 0 \quad (2.8)$$

et nous retrouvons la solution

$$u_0(x, t) = \psi(X, Y, Z, T) \exp i(kx - \omega t) + CC. \quad (2.9)$$

l'amplitude dépend maintenant des variables lentes.

A l'ordre ε^2 , on a

$$\begin{aligned} L^{(0)}u_1 &= -L^{(1)}u_0 \\ &= 2i \left(\omega \frac{\partial}{\partial \tau} + k \frac{\partial}{\partial X} \right) \psi \exp i(kx - \omega t) + CC. \end{aligned} \quad (2.10)$$

qui exige la condition de solvabilité [34]

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \omega' \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \quad (2.11)$$

en utilisant la relation de dispersion (2.3), on note que $\omega' = \frac{k}{\omega} = v_g$. Sur l'échelle de temps T , le paquet d'onde est simplement transporté à la vitesse de groupe et dépend donc uniquement de la variable $\xi = X - v_g T$. Nous résolvons alors

$$u_1 = 0 \quad (2.12)$$

Deux points de vue équivalents sont possibles pour décrire la contribution de l'effet du développement au prochain ordre; ils peuvent être considérés comme des corrections à la dynamique ayant lieu sur les échelles associées aux variables X et T . Alternativement, il est considéré ici, comme résultat des effets cumulatifs, que la contribution à l'ordre suivant ε^2 affecte la dynamique à l'échelle temporelle, où $\tau = \varepsilon^2 t$, nous écrivons donc $\psi = \psi(\xi, \tau)$ pour indiquer que dans le repère qui se meut avec la vitesse de groupe v_g , l'amplitude évolue dans l'échelle associée à la variable temporelle $\tau = \varepsilon^2 t$. Lorsque cette deuxième échelle de temps est introduite, l'opérateur $L^{(2)}$ dans l'équation (2.5) est donné par

$$L^{(2)} = \frac{\partial^2}{\partial T^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial t \partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial X^2} - \Delta_{\perp} \quad (2.13)$$

où Δ_{\perp} désigne l'opérateur de Laplace par rapport à la coordonnée (lente) transversale dans le cas où l'onde est également transversalement modulée.

A l'ordre ε^3 , nous avons alors

$$\begin{aligned} L^{(0)}u_2 &= -L^{(2)}u_0 + \lambda u_0^{(3)} \\ &= - \left(\frac{\partial^2}{\partial T^2} - 2i\omega \frac{\partial}{\partial \tau} - \Delta_{\perp} \right) u_0 + \lambda u_0^3 \\ &= \left(2i\omega \frac{\partial}{\partial \tau} + \omega\omega'' \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \Delta_{\perp} \right) u_0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

où à partir de la relation de dispersion, le coefficient $1 - \omega'^2$ peut être réécrit sous la forme de $\omega\omega''$. Utilisant la condition de solvabilité qui élimine les termes proportionnels à $\exp i(kx - \omega t)$ (ainsi que de son complexe conjugué). On aboutit à l'équation de Schrödinger cubique

$$2i\frac{\partial\psi}{\partial\tau} + \omega''\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + \alpha\Delta_{\perp}\psi + \beta|\psi|^2\psi = 0 \quad (2.15)$$

où $\beta = 3\lambda/\omega$ et le coefficient $\alpha = 1/\omega$ représente la dérivée seconde $\frac{\partial^2\Omega}{\partial K_y^2} = \frac{\partial^2\Omega}{\partial K_z^2}$ évaluée à $K_x = k$ et pour $K_y = K_z = 0$, où Ω est solution de la relation de dispersion à trois dimensions $-\Omega^2 + K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 + \delta = 0$. En raison de l'isotropie de la relation de dispersion, il faut que $\alpha = v_g/k$. Le terme correctif

$$u_2 = \psi_2 \exp 3i(kx - \omega t) + CC. \quad (2.16)$$

est associé à la troisième harmonique et son amplitude est calculée en fonction de celle de l'onde porteuse tel que

$$\psi_2 = \frac{\psi^3}{-9\omega^2 + 9k^2 + \delta} = \frac{\psi^3}{8\delta} \quad (2.17)$$

Notons que l'amplitude utilisée dans l'équation (2.15) est identifiée à l'amplitude utilisée dans l'équation de Sine-Gordon

$$u_{tt} - \Delta u + q \sin(ru) = 0 \quad (2.18)$$

quand $qr = \delta$ et $\frac{qr^3}{6} = \lambda$, aux ordres de l'expansion, la non-linéarité cubique est pertinente. Une discussion rigoureuse de la validité de l'équation de modulation à une dimension est présentée par Kirrmann, Schneider et Mielke [34].

Remarques

(i) L'équation (2.15) décrit l'évolution temporelle de l'amplitude d'une onde à partir d'une modulation initiale $\psi_0(X, Y, Z)$, une situation appelée dynamique absolue. Dans d'autres cas, comme dans l'optique non linéaire, on utilise souvent des paquets d'ondes pour lesquelles la modulation peut être considérée comme stationnaire (ou à proximité de cet état) par rapport à la période de la vague. Dans ces cas, il est commode d'introduire à la place des variables ξ et τ , le temps différé $\theta = T - \frac{X}{v_g}$ et ξ la coordonnée de la propagation rééchelonnée $\zeta = \varepsilon X = \varepsilon^2 x$. On obtient l'équation non linéaire de Schrödinger *NLS* pour la dynamique convective qui, dans un milieu isotrope, a la forme [34]

$$2i\frac{\partial\psi}{\partial\zeta} + k''\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \tilde{\alpha}\Delta_{\perp}\psi + \tilde{\beta}|\psi|^2\psi = 0 \quad (2.19)$$

avec la dispersion du temps, $k'' = \frac{d^2k}{d\omega^2}$, et le coefficient de diffraction $\tilde{\alpha}$ est donné par $\frac{\partial^2 K_x}{\partial K_y^2}$ ou $\frac{\partial^2 K_x}{\partial K_z^2}$ évalué pour $\Omega = \omega$, $K_y = K_z = 0$. Dans le présent exemple, ces coefficients sont égaux

2.3. Équation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation de Korteweg-de Vries généralisée

à $-1/k^3$ et $-1/k$, respectivement. Dans ce contexte, l'équation (*NLS*) doit être considérée comme un problème initial en termes de coordonnées de propagation. Si la fonction de θ est lente et le temps de dispersion négligé, l'amplitude est régie par l'équation (*NLS*) bidimensionnelle elliptique.

(ii) Il est important de noter que la limite d'une dispersion nulle $\delta \rightarrow 0$ (menant à $\omega'' = 0$ ou $k'' = 0$) ne peut être prise en considération dans les équations (2.15) et (2.19) puisque l'amplitude ψ_2 de la troisième harmonique devient alors infinie, indiquant qu'il ne peut plus être considéré comme "suivant" de l'onde porteuse. Une divergence du coefficient de couplage dans l'équation (*NLS*) peut même survenir lorsque l'équation d'onde primitive comprend des non-linéarités quadratiques car dans ce cas une contribution provient de l'interaction de l'onde porteuse avec la seconde harmonique u_1 qui est non nulle, mais diverge dans le cas limite où la dispersion est nulle.

(iii) Nous mentionnons enfin que l'interprétation de l'équation de l'enveloppe a été récemment donnée en termes de la méthode du groupe de renormalisation [34].

2.3 Équation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation de Korteweg-de Vries généralisée

Nous retrouvons souvent dans la littérature l'équation non linéaire de Schrödinger, donnée à partir des équations de Korteweg-de Vries (*K-dV*) ou de l'équation modifiée (*K-dV m*). Nous choisissons d'établir, dans un cadre plus global, l'équation *NLS* à partir de l'équation de Korteweg de-Vries généralisée (*K-dV g*), dans la mesure où les deux équations précédentes ne sont que des cas particuliers de l'équation *K-dV* généralisée qui est donnée par l'équation suivante dans un cas général [34]

$$\frac{\partial}{\partial T} + Au \frac{\partial u}{\partial X} + A' u^2 \frac{\partial u}{\partial X} + B \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} = 0 \quad (2.20)$$

où A et A' sont des coefficients de non linéarités et B le coefficient de dispersion. Nous supposons que les opérateurs de dérivation temporels et spatial seront développés de la manière suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} \\ \frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial x_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} = \frac{\partial^3}{\partial x_0^3} + \varepsilon \left(3 \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \right) + \varepsilon^2 \left(3 \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \frac{\partial}{\partial x_2} + 3 \frac{\partial}{\partial x_0} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \right) \end{array} \right. \quad (2.21)$$

2.3. Équation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation de Korteweg-de Vries généralisée

où $\frac{\partial}{\partial t_0}$ représente l'opérateur de dérivation par rapport au temps lent, tandis que $\frac{\partial}{\partial t_i}$ représente l'opérateur de dérivée temporelle par rapport au temps rapide, ε est un paramètre très petit ($\varepsilon \ll 1$). Le même raisonnement est appliqué à l'opérateur de dérivée spatiale $\frac{\partial}{\partial x_0}$. L'amplitude de l'onde porteuse u est écrite en utilisant les perturbations dans l'échelle temporelle et spatiale. La phase avec $(kx_0 - \omega t_0)$ représente la partie lente de l'onde tandis que la partie rapide ne dépend que des variables (x_i, t_i) .

$$u = \sum_{n=1}^{+\infty} \varepsilon^n \sum_{l=-n}^{+n} u_l^{(n)}(x_i, t_i) e^{il(kx_0 - \omega t_0)} + CC \quad (2.22)$$

où CC représente le complexe conjugué. À l'aide des équations (2.21) et (2.22), nous pouvons écrire l'équation (2.20) au premier ordre de ε . La fréquence ω est donnée par

$$\omega = -Bk^3 \quad (2.23)$$

Le développement à l'ordre ε^2 nous permet d'avoir l'expression de la vitesse de groupe V_g

$$V_g = -3Bk^2 = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (2.24)$$

Les développements aux ordres ε^2 et ε^3 nous permettent d'obtenir l'équation non linéaire de Schrödinger associée à l'équation généralisée de Korteweg-de Vries⁽¹⁾

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} + P \frac{\partial^2 u_1^{(1)}}{\partial \xi_1^2} + Q u_1^{(1)} |u_1^{(1)}|^2 = 0 \quad (2.25)$$

où

$$\begin{aligned} P &= -3kB \\ Q &= k \left(\frac{A^2}{6Bk^2} - A' \right) \end{aligned}$$

⁽¹⁾Cette méthode sera développée ultérieurement dans le chapitre VII où nous discuterons des domaines de stabilité/instabilité de modulation d'une onde acoustique ionique dans un plasma à deux températures.

3

Ondes solitaires dans un plasma contenant des électrons non extensifs et non thermiques

3.1 Introduction

Des données d'observation suggèrent la prévalence et la présence continue d'électrons énergétiques dans une variété d'environnements de plasmas astrophysiques, ayant des distributions avec des composants sensiblement non-Maxwelliens [35]-[38]. Ces populations non thermiques sont très fréquentes dans les plasmas spatiaux, et leur présence rend possible divers types d'ondes et instabilités, qui sont absentes dans les plasmas Maxwelliens. Elles sont considérées influences de manière significative les ondes non linéaires [9] qui devraient se produire dans de tels environnements. Afin d'expliquer les observations faites par la sonde Viking [31] et le satellite Freja [32], Cairns et *al.* ont démontré théoriquement que les électrons non thermiques peuvent changer la nature des ondes solitaires acoustiques ioniques (IASWs), permettant ainsi la coexistence de ces ondes, avec leurs natures de raréfaction et de compression. Depuis la distribution pionnière spéciale de Cairns, il y a eu un regain d'intérêt et une percée dans la théorie non linéaire des plasmas non thermiques, couvrant les différents modes de plasma, et d'autres effets non linéaires, on peut citer ici plusieurs références, par exemple [39]-[46].

Récemment [33], on a tenté de généraliser le travail de Cairns et *al.* en le revisitant dans le cadre théorique de la statistique non extensive de Tsallis [3]. Cette distribution hybride proposée prévoyait un meilleur ajustement des observations spatiales en raison de la flexibilité du paramètre non extensif q .

Le but de la présente étude est de déterminer l'existence des ondes acoustiques ioniques solitaires dans le modèle faiblement non linéaire pour un plasma non thermique non extensif, où nous nous concentrons sur l'influence du couple des paramètres non thermique α et non extensif q , sur la nature des ondes acoustiques ioniques solitaires ainsi que sur l'énergie qu'elles transportent [8].

3.2 Equations de base

Nous considérons un plasma non collisionnel, non magnétisé à deux composantes, les ions de charge unique positive sont régis par l'approche fluide tandis que les électrons sont non thermiques non extensifs. On associe respectivement aux deux espèces les densités n_i et n_e . Les expressions régissant la dynamique des ions sont données par

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (3.3)$$

L'équation de la quasi neutralité pour ces deux espèces indique que les deux densités à l'équilibre sont égales, $n_{e0} = n_{i0}$. Nous avons utilisé les expressions adimensionnelles, normalisant les grandeurs physiques, telles que $N_{j=i,e}$ représentant les densités des espèces électroniques et ioniques dans le plasma par leurs valeurs à l'équilibre n_{j0} . V_i représente la vitesse des ions fluides normalisée par la vitesse acoustique ionique dont l'expression est donnée par $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$. Ψ représente le potentiel électrostatique normalisé par T_e/e . Les variables temporelles et spatiales sont respectivement en unités des fréquences ioniques du plasma $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ ainsi que de la longueur de Debye $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)$.

Les électrons non thermiques et non extensifs sont décrits par la fonction de distribution suivante

$$f_e(q, \alpha) = C_{q,\alpha} \left(1 + \alpha \frac{v_x^4}{v_{te}^4} \right) \left(1 - (q-1) \frac{v_x^2}{2v_{te}^2} \right)^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.4)$$

où $C_{q,\alpha}$ représente la constante de normalisation.

$$C_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})(1-q)^{\frac{5}{2}}}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2}) [3\alpha + (\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]} & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q}+\frac{3}{2})(1-q)^{\frac{5}{2}} (\frac{1}{1-q}+\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}+\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}+1) [3\alpha + (\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]} & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

ici, α représente le taux d'électrons non thermiques présents dans notre modèle plasma, q représente le paramètre de non extensivité des électrons. De plus $v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$, T_e et m_e représentent respectivement la température ainsi que la masse associées aux électrons, Γ représente la fonction gamma. Notons que la fonction de distribution (3.4) est non normalisable pour $q < -1$. Dans le cas limite $q \rightarrow 1$, la fonction de distribution (3.4) se réduit à la fonction de distribution de Cairns pour les électrons non thermiques [40].

La fonction de distribution (3.4) exhibe un terme de "cut-off", une limite des vitesses permise pour ce domaine de non extensivité associée aux électrons où $q > 1$. La vitesse maximale que peuvent avoir les électrons est $v_{\max} = \sqrt{2/(q-1)}v_{te}$. La densité des électrons est obtenue en intégrant l'expression de la fonction de distribution sur l'espace des vitesses. Ainsi, la densité des électrons normalisée est donnée par

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } q > 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x & \text{pour } -1 < q < 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$N_e(\phi) = \left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{q+1}{2(q-1)}} \left(1 + A \left(\frac{e\phi}{T_e}\right) + B \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right) \quad (3.7)$$

avec $A = 16q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$ et $B = 16(2q-1)q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$. Notons que pour la limite $q \rightarrow 1$, l'expression de la densité (3.7) est réduite à l'expression de la densité de Cairns [40] avec $n_e(\phi) = \left(1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \frac{e\phi}{T_e} + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right)$, tandis que dans le cas où il n'y a plus d'électrons non thermiques dans le plasma, $\alpha \rightarrow 0$, la densité des électrons non extensifs de Tsallis est retrouvée [41] où $n_e(\phi) = n_{e0} \left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}}$.

Sachant que l'énergie cinétique est toujours positive, nous déterminons, en intégrant sur tout l'espace des vitesses la moyenne de la vitesse carré $\langle v_x^2 \rangle$, l'expression de cette dernière est obtenue

$$\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f_e(v_x) dv_x = \frac{2(35q^2 - 46q + 60\alpha + 15)}{(7q-5)(12\alpha + (5q-3)(3q-1))} \frac{n_{e0}T_e}{m_e}$$

Ainsi, nous obtenons l'expression de l'énergie cinétique donnée par $\langle E_c \rangle = (1/2)m_e \langle v_x^2 \rangle$. La figure (3.1) montre le signe de l'énergie cinétique moyenne en fonction des deux paramètres non thermique α et non extensif q . Nous prenons aussi en considération le fait que la distribution de Cairns développe des ailes (Wings) et peut devenir instable pour $\alpha > 0.25$ comme indiqué par Verheest et Pillay [41].

Ainsi, seuls les couples (q, a) respectant les conditions déjà citées où $\langle E_c \rangle > 0$ peuvent être considérées. Ceci nous permet d'avoir une idée sur les couples (q, α) acceptables pour notre étude pour rester dans un cas physique.

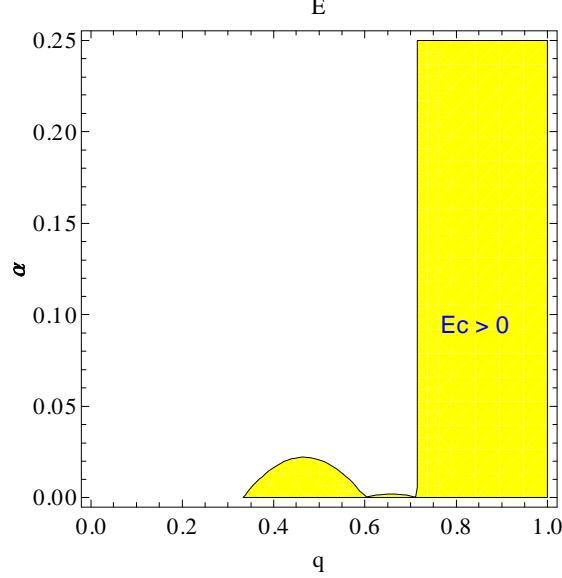


Figure 3.1: le signe de l'énergie cinétique moyenne $\langle E_c \rangle$ en fonction des deux paramètres non thermique α et non extensif q . $\langle E_c \rangle > 0$ (en jaune).

Le domaine où l'énergie cinétique moyenne $\langle E_c \rangle > 0$ est représenté en jaune. Les couples (q, α) qui y sont associés sont les seuls couples qui sont admis à être utilisés plus tard.

3.2.1 Equation de Korteweg- de Vries ($K-dV$)

Pour étudier les ondes acoustiques ioniques solitaires dans le cadre de l'étude des faibles amplitudes, nous utilisons la technique des perturbations réductives standard (RPT) [42]. On introduit le changement de variable appelé "Stretched variables" $\xi = \varepsilon^{1/2}(X - U_0T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$ où ε est le paramètre de la petitesse de l'expansion mesurant l'amplitude de l'onde ou la grandeur de non linéarité. U_0 est la vitesse de phase linéaire normalisée à la vitesse acoustique ionique C_s . Cette vitesse sera déterminée ultérieurement. En faisant un changement de repère, nous utilisons les nouvelles coordonnées (ξ, τ) , les grandeurs physiques sont développées en série de puissances comme suit

$$\begin{aligned}
 N_i &= 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \varepsilon^3 N_i^{(3)} + \dots \\
 V_i &= \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \varepsilon^3 V_i^{(3)} + \dots \\
 \Psi &= \varepsilon \Psi^{(1)} + \varepsilon^2 \Psi^{(2)} + \varepsilon^3 \Psi^{(3)} + \dots
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

tandis que l'expression des nouveaux opérateurs est donnée par

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial T} &= -\varepsilon U_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \\ \frac{\partial}{\partial X} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi}\end{aligned}\quad (3.9)$$

En introduisant les équations (3.8) et (3.9) dans le système d'équations fluides qui gouverne la dynamique des ondes de ce plasma (3.1-3.3), nous pouvons établir au premier ordre du développement en ε l'expression suivante

$$U_0 N_i^{(1)} = V_i^{(1)} = \Psi^{(1)} / U_0$$

où l'expression de la vitesse de phase en est déduite et est donnée par $U_0 = \left(\frac{2}{2A+q+1}\right)^{1/2}$. Nous considérons le second ordre en ε . Les équations (3.1-3.3) nous permettent d'obtenir les expressions suivantes

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - U_0 \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_i^{(1)} V_i^{(1)})}{\partial \xi} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - U_0 \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (3.11)$$

$$\frac{2A+q+1}{2} \Psi^{(2)} + \frac{4A(q+1) + (q+1)(q+3) + 8B}{8} (\Psi^{(1)})^2 - N_i^{(2)} = \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (3.12)$$

De ces équations, on peut tirer l'équation de Korteweg-de Vries (K - dV), donnée sous la forme suivante, où on note le changement de notation $\Psi^{(1)} = \Psi$.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + K \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{U_0^3}{2} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.13)$$

$$K = \frac{3}{2U_0} - \frac{(q+1)(4A+3-q) + 8B}{8} U_0^3$$

où K est l'expression du terme de dispersion. En utilisant le changement de variable $\xi = \xi - M\tau$, où M est la vitesse de l'onde normalisée par la vitesse acoustique ionique C_s et en imposant les conditions aux limites appropriées pour avoir une onde localisée; pour $\xi \rightarrow \pm\infty$, on a $\Psi \rightarrow 0$, $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$ et $d^2\Psi/d\xi^2 \rightarrow 0$, avec ces conditions, la solution de l'équation K - dV (3.13) est donnée par

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_m \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\chi}{\Delta} \right), \quad \text{avec} \quad \Psi_m = \frac{3M}{K} \\ \chi &= \xi - M\tau, \quad \text{et} \quad \Delta = \left(\frac{2U_0^3}{M} \right)^{1/2}.\end{aligned}$$

Les termes Ψ_m et Δ représentent respectivement l'amplitude et la largeur de l'onde ionique-acoustique solitaire localisée. Quand le paramètre non extensif tend vers sa valeur d'équilibre $q \rightarrow 1$ et le paramètre non thermique vers 0, $\alpha \rightarrow 0$, les électrons sont ainsi complètement Maxwelliens. L'équation (3.13) devient identique à l'équation K - dV standard qui existe dans la littérature[9], où le coefficient de non linéarité ($K \rightarrow 1$ et $U_0 \rightarrow 1$). Il est évident que les quantités principales étudiées, à savoir, l'amplitude, la largeur ainsi que la vitesse du soliton acoustique ionique (IA), sont directement affectées par les effets de la non extensivité et de la non thermalité du plasma. Le soliton acoustique ionique peut avoir deux natures; compressive lorsque l'amplitude de ce dernier est positive, raréfactif lorsque l'amplitude est négative. Cela revient à étudier le signe du coefficient de non linéarité K en fonction des deux paramètres (q, α). La figure (3.2) représente le signe du coefficient de non linéarité K , en jaune pour le signe positif, tandis qu'en blanc pour le signe négatif. Ainsi pour chaque couple (q, α) pris dans un domaine valide suivant la figure (3.1), nous déterminons la nature raréfactif ou compressive du soliton.

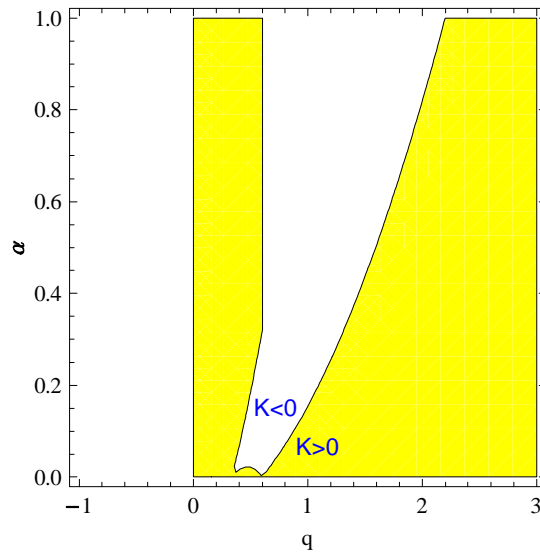


Figure 3.2: Variation du signe du coefficient de non linéarité K en fonction des paramètres (q, α), en jaune $K > 0$, en blanc ($K < 0$).

La figure (3.3) montre que dans le cas de figure où la proportion d'électrons non thermiques est nulle, ($\alpha = 0$) avec une augmentation du paramètre de non extensivité q , le coefficient de non linéarité K augmente et garde toujours des valeurs positives, ceci ne laisse exister que des structures compressives dans notre plasma. Pour ($\alpha = 0.1$), le coefficient K augmente et passe d'une valeur négative pour de faibles valeurs du paramètre de non extensivité q , à des valeurs positives pour une augmentation du paramètre q , ce qui permet

l'existence des deux structures, raréfactive pour les faibles paramètres de non extensivité, compressive pour des valeurs plus grandes.

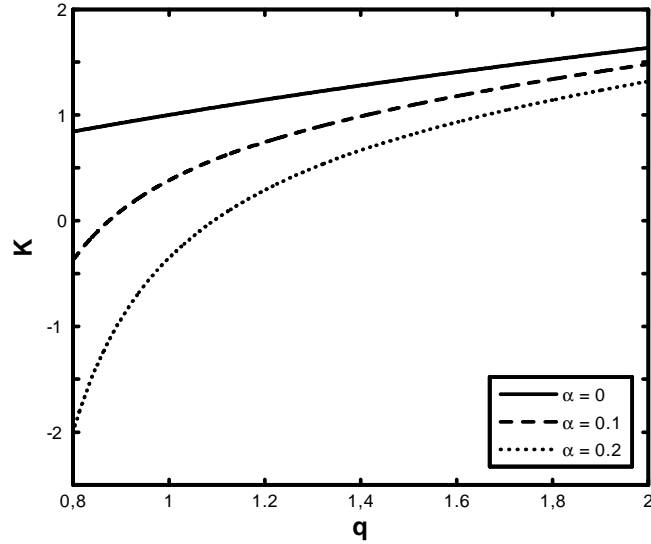


Figure 3.3: Variation du coefficient de non linéarité K en fonction du paramètre de non extensivité q , pour différentes valeurs du paramètre non thermique α

De la figure (3.3), on constate que les deux paramètres (q, α) jouent des rôles différents, le premier tend à exhiber une nature compressive pour la structure solitaire, tandis que le second, tend à exhiber une nature raréfactive. Comme exemple de ces structures dans le plasma, la figure (3.4) représente la variation du potentiel Ψ en fonction de la variable d'espace ξ pour une valeur du paramètre de non extensivité $q = 0.9$, le nombre de Mach $M = 0.1$ ainsi que deux valeurs du paramètre de non thermalité, où une structure solitaire compressive est associée au paramètre $\alpha = 0$, et un soliton de nature raréfactive associé à $\alpha = 0.2$.

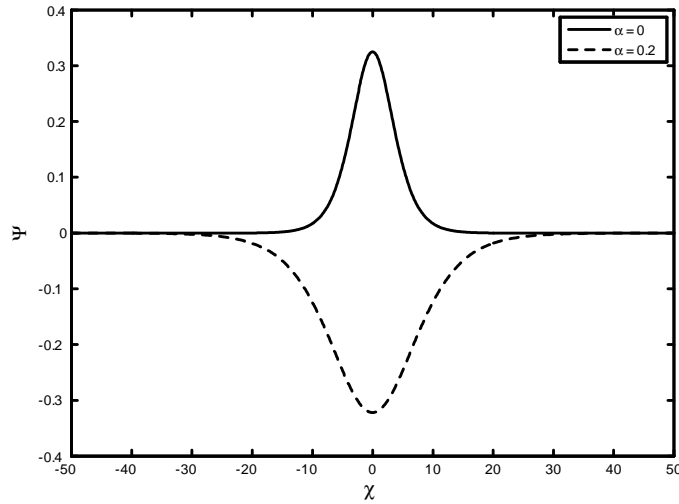


Figure 3.4: variation du potentiel Ψ en fonction de la variable d'espace ξ , pour une valeur du paramètre de non extensivité $q = 0.9$, et un nombre de Mach $M = 0.1$. Pour deux valeurs du paramètre de non thermalité. $\alpha = 0$, (en ligne continue), $\alpha = 0.2$ (en ligne pointillée).

L'énergie du soliton peut être étudiée en utilisant l'expression de la perturbation de la vitesse au premier ordre où $V_i^{(1)} = \Psi_1^{(1)}/U_0 = \Psi_m/U_0 \sec h^2(\chi/U_0) = V_{im} \sec h^2(\chi/\Delta)$. L'énergie du soliton est donnée par

$$\begin{aligned} E_{q,\alpha} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[V_i^{(1)}(\chi) \right]^2 d\chi = \left(\frac{\Psi_m}{U_0} \right)^2 \frac{4}{3} \Delta \\ &= 384 \left(\frac{1}{12 + (q+1)(3-q-4A) + 8B} \right)^2 (2MU_0)^{3/2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

La figure (3.5) représente la variation de l'énergie du soliton $E_{q,\alpha}$ en fonction du paramètre non extensif q , pour plusieurs valeurs du paramètre non thermique α , en ligne continue pour $\alpha = 0$.

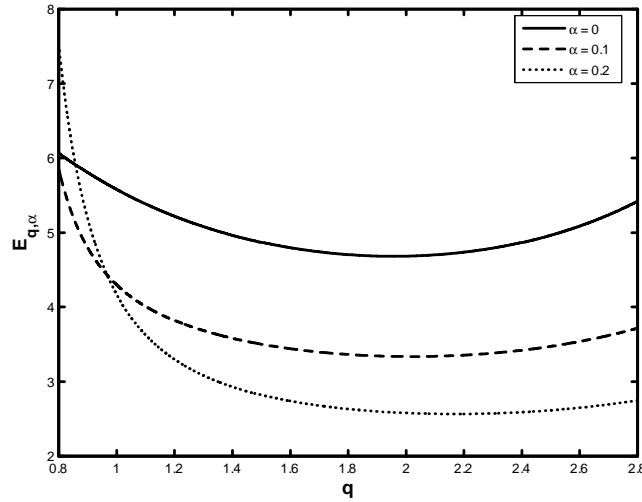


Figure 3.5: variation de l'énergie du soliton en fonction de paramètre non extensif q , pour différentes valeurs de la non thermalité α du plasma.

La figure (3.5) indique que l'énergie transportée par le soliton acoustique ionique diminue avec l'augmentation du paramètre non extensif jusqu'à ce qu'elle atteigne un certain minimum pour ensuite augmenter. Pour des valeurs plus grandes du paramètre non thermique, l'énergie a tendance à considérablement diminuer, mais garde la même allure pour des valeurs du paramètre non extensif $q > 1$. Pour d'autres valeurs, la variation de l'énergie du soliton $E_{q,\alpha}$ est plus abrupte à mesure que α augmente.

3.3 Conclusion

Les ondes acoustiques ioniques sont étudiées dans un modèle faiblement non linéaire pour un plasma à deux espèces, avec des ions fluides à charge unique positive et des électrons non extensifs et non thermiques. On s'est intéressé à ces deux paramètres et à leur influence sur l'onde acoustique ionique solitaire. Il a été montré que cette dernière dépend du degré de non extensivité ainsi que du taux d'électrons non thermiques. Les ondes acoustiques ioniques solitaires pouvaient théoriquement exister dans ce plasma avec leurs deux natures; raréfactives et compressives. La non thermalité du plasma favorise le développement des structures solitaires de raréfaction, l'intervalle du domaine de non extensivité propice à la formation d'onde solitaire raréfactives augmente lorsque la non thermalité du plasma augmente. Dans un plasma non extensif pur, où $\alpha = 0$, l'énergie transportée par le soliton a tendance à diminuer avec l'augmentation de la non extensivité du plasma, atteignant un certain minimum local, puis augmenter.

4

Ecrantage de Debye et gaine électrostatique dans un plasma avec une distribution des vitesses non-extensive et non thermique

4.1 Introduction

Le plasma, souvent décrit comme le quatrième état de la matière, est généralement défini comme un gaz ionisé avec une conductivité électrique très élevée, dont le comportement est dominé par des effets collectifs [5]. Tout champ électrique dû à une particule chargée est écranté par la majeure partie du plasma, par la formation d'un nuage d'écrantage, composé de charge autour de la charge à écranter, sur une distance critique typique connue comme la longueur de Debye, λ_D . Au-delà de cette distance caractéristique, le champ électrique est collectivement écranté. Dans le cas d'un plasma composé d'électrons et d'ions Maxwelliens avec les densités à l'équilibre, $n_{e0} = n_{i0} = n_0$, la longueur de Debye de ce plasma est définie comme [48]

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} = 4\pi n_0 e^2 \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right) \quad (4.1)$$

L'indice 0 représente les quantités non perturbées. Ici et dans ce qui suit, ϕ est le potentiel électrostatique, m_j sont les masses des éléments $j = e, i$ est associé respectivement aux électrons et aux ions tandis que leurs températures sont représentées par T_j . Le phénomène de l'écrantage de Debye a suscité un intérêt considérable en raison de l'influence qu'il peut

avoir sur les caractéristiques fondamentales du plasma [49]-[54]. Récemment [55], une nouvelle distribution hybride a été proposée où l'on a essayé de généraliser le travail pionnier de Cairns et *al.* [4] dans le cadre théorique de la statistique non extensive de Tsallis [3]. Ce dernier a fait des progrès remarquables et a trouvé un large domaine d'application dans différentes disciplines à savoir dans la théorie de l'information, la physique du solide, la physique des plasmas et l'étude des systèmes hors d'équilibre,...etc. Un paramètre particulier, l'indice entropique q qui mesure le degré de non extensivité, a été introduit ($q = 1$ correspond au cas extensif de la statistique de Boltzmann-Gibbs). Le formalisme q -non extensif a été appliqué avec succès à des systèmes dotés d'interactions à longues portées [56], [57], comme cela arrive habituellement dans l'astrophysique et dans la physique des plasmas. Il est intéressant de noter que certains travaux théoriques récents ont porté sur les effets de la non extensivité sur différents types de processus non linéaires [47], [58]-[79].

Dans la référence [55], une suggestion a été faite, cette nouvelle distribution hybride peut permettre un meilleur ajustement des observations spatiales en raison de la flexibilité du paramètre non extensif q . Cela nous amène à nous interroger sur le rôle que peut jouer la non extensivité électronique pour un état non thermal donné sur le phénomène d'écrantage Debye, à savoir, comment la non thermalité et la non extensivité peuvent influencer la capacité du plasma à écranter toute perturbation électrostatique.

4.2 Equations de base

4.2.1 Longueur effective de Debye

Nous considérons un plasma non magnétisé non collisionnel à deux composantes, ayant des ions immobiles à charge unique positive et des électrons non extensifs non thermiques, de densités respectives n_i et n_e . La condition de quasi neutralité de la charge à l'équilibre exige que $n_{e0} = n_{i0} = n_0$. Pour modéliser les effets des électrons non thermiques et non extensifs, nous nous référons à la distribution unidimensionnelle donnée dans la référence [55]. Comme dans le chapitre précédent, la fonction de distribution de Cairns-Tsallis est soumise aux mêmes conditions de stabilité pour les électrons non thermiques avec $\alpha < 0.25$ et aussi la condition de Williams pour que la densité reste toujours positive avec $0.6 < q < 1$, ainsi que le fait que les électrons doivent avoir une énergie cinétique moyenne positive $\langle E_c \rangle > 0$. Ces conditions nous permettent d'avoir l'expression de la densité des électrons non thermiques

et non extensifs. Soit

$$N_e(\phi) = \left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{q+1}{2(q-1)}} \left(1 + A \left(\frac{e\phi}{T_e}\right) + B \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right) \quad (4.2)$$

avec $A = 16q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$ et $B = 16(2q-1)q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$. Les couples des paramètres de non extensivité et de non thermalité qui satisfont à ces conditions sont donnés par la figure (4.1)

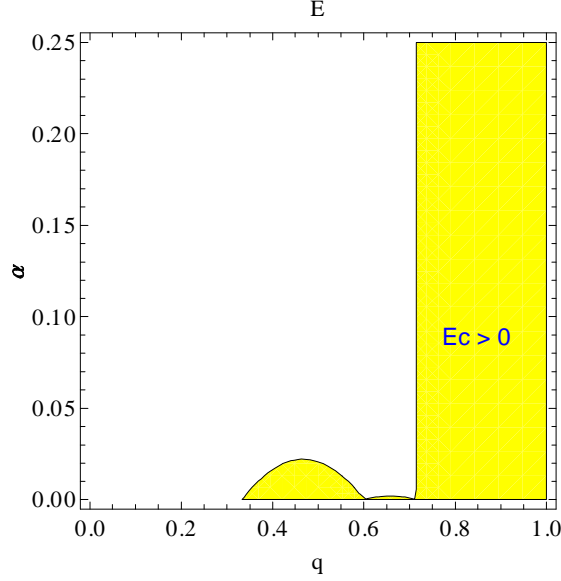


Figure 4.1: Le signe de l'énergie cinétique moyenne $\langle E_c \rangle$ en fonction des deux paramètres non thermiques α et non extensifs q . $\langle E_c \rangle > 0$ (en jaune).

L'équation de Poisson est donnée par

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e n_0 \left\{ 1 - \left[\left(1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \left(1 + A \left(\frac{e\phi}{T_e}\right) + B \left(\frac{e\phi}{T_e}\right)^2\right) \right] \right\} \quad (4.3)$$

Dans la limite des faibles amplitudes $|e\phi/T_e| \ll 1$, la solution de l'équation (4.3) peut être obtenue de manière explicite, où nous utilisons un développement limité du premier ordre de perturbation. L'équation (4.3) se réduit à

$$\nabla^2 \phi = \left(\frac{2A + q + 1}{2}\right) \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{T_e}\right) \phi \quad (4.4)$$

En limitant notre analyse à une seule dimension, l'équation (4.4) est facilement résolue en coordonnées cartésiennes, on obtient alors

$$\phi = \phi_0 \exp\left(\frac{-x}{\lambda_D^{q,\alpha}}\right) \quad (4.5)$$

où $\lambda_D^{q,\alpha}$ est la longueur de Debye effective associée. Elle est donnée par

$$\lambda_D^{q,\alpha} = \sqrt{\frac{2}{2A + q + 1}} \lambda_D \quad (4.6)$$

où $\lambda_D = (Te/4\pi e^2 n_0)^{1/2}$ est la longueur de Debye bien connue pour un plasma à deux composantes avec des ions positifs à charge unique immobiles et des électrons considérés Maxwelliens. L'expression (4.6) peut être considérée comme une généralisation de la longueur d'écrantage de Debye. Cette expression se réduit à l'expression standard trouvée dans la littérature pour les limites appropriées des deux paramètres non thermiques et non extensifs utilisés $(q, \alpha) = (1, 0)$. L'expression (4.6) présente de manière simple les paramètres de dépendance de $\lambda_D^{q,\alpha}$. La figure (4.1) montre la variation de $\eta = \lambda_D^{q,\alpha}/\lambda_D$ en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs du paramètre non thermique α .

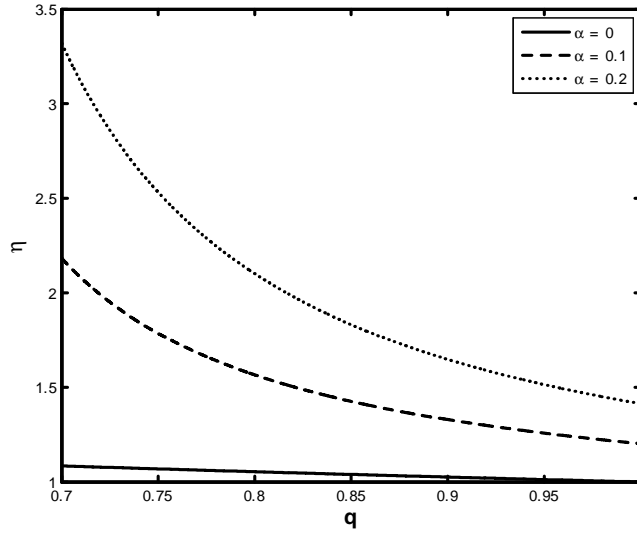


Figure 4.2: Variation du paramètre $\eta = \lambda_D^{q,\alpha}/\lambda_D$ en fonction du paramètre non extensif q ($0.7 < q < 1$) pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0$ (ligne continue), $\alpha = 0.1$ (ligne discontinue) et $\alpha = 0.2$ (ligne en pointillé).

Nous remarquons qu'une augmentation du paramètre non extensif q entraîne une diminution de η , conduisant finalement à la valeur $\eta \simeq 1$, c'est à dire lorsque $\lambda_D^{q,\alpha} \simeq \lambda_D$, quelle que soit la non thermalité du plasma. En outre, une augmentation de α donne des résultats qualitativement similaires mais avec un décalage net de η vers des valeurs plus élevées. Il s'avère (voir Fig. (4.3)), que de petites valeurs pertinentes de q ($q \sim 0.7$) avec des valeurs relativement élevées de α quoique vérifiant la condition ($\alpha < 0.25$) donnent des valeurs plus

grandes de $\lambda_D^{q,\alpha}$. Ce comportement est en accord avec les résultats présentés sur la Fig. (4.3) où le potentiel électrostatique écranté, donné par

$$\Phi = \phi/\phi_0 = \exp\left(-\left[\frac{2A+q+1}{2}\right]^{\frac{1}{2}}\xi\right) \quad (4.7)$$

diminue comme une fonction de la distance $\xi = x/\lambda_D^{q,\alpha}$, ce dernier diminue moins rapidement à mesure que la non thermalité du plasma est grande.

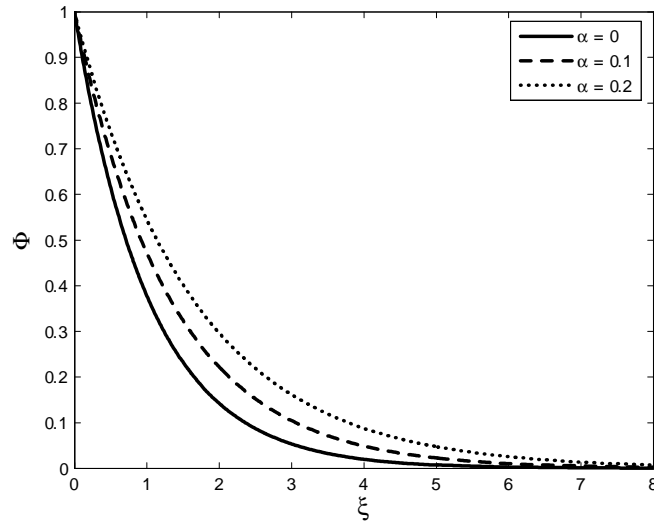


Figure 4.3: La variation spatiale du potentiel électrostatique Φ de la gaine plasma pour différentes valeurs de la non thermalité α du plasma, pour une valeur du paramètre de non extensivité du plasma $q = 0,9$

Ce résultat est quelque peu analogue à la diminution dynamique de l'écrantage (quoique dans un contexte différent) d'une charge libre dans un plasma isotherme classique, quand elle commence à se déplacer [81]. Par souci d'exhaustivité, nous allons examiner les effets de la non extensivité et de la non thermalité des électrons sur la région de la gaine du plasma [5], [48].

4.2.2 Gaine électrostatique du plasma

Il est bien connu que les plasmas de laboratoire sont confinés à l'intérieur des limites matérielles finies. Au bord, le plasma vient en contact avec une paroi solide et les effets de bord deviennent importants. En raison de leur grande mobilité, le flux d'électrons sur le matériau de confinement est souvent beaucoup plus élevé que celui des ions, ainsi, une barrière de potentiel est créée, produisant une couche étroite entre la paroi et la frontière du

plasma dite gaine électrostatique du plasma. Considérons un plasma constitué d'électrons non thermiques et non extensifs et des ions fluides froids. Sur le plan $x = 0$ où le potentiel s'annule $\Phi = 0$, les ions entrent dans la région de la gaine électrostatique du plasma avec une vitesse de dérive initiale v_{i0} . A l'état d'équilibre, nous avons

$$n_i v_i = n_{i0} v_{i0} \quad (4.8)$$

$$\frac{1}{2} m_i v_{i0}^2 = \frac{1}{2} m_i v_i^2 + e \phi_s \quad (4.9)$$

où ϕ_s représente le potentiel électrostatique dans la gaine électrostatique, tandis que n_{i0} représente la densité des ions au plan $x = 0$, où le potentiel ϕ_s est considéré nul. À partir des équations (4.8) et (4.9), nous obtenons l'expression de la densité ionique dans la gaine électrostatique

$$n_{i0}(\phi_s) = n_{i0} \left(1 - \frac{2e\phi_s}{m_i v_{i0}^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

En substituant les densités (4.2) et (4.10) dans l'équation de Poisson, nous obtenons l'équation normalisée suivante

$$\frac{d^2 \Psi_s}{d\xi^2} = \left(1 + \frac{2\Psi_s}{M^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - [1 - (q-1)\Psi_s]^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} (1 - A\Psi_s + B\Psi_s^2) \quad (4.11)$$

où $\Psi_s = -e\phi_s/T_e$, $\xi = x/\lambda_D$ et $M = v_{i0}/C_s$, avec $\lambda_D = (T_e/4\pi n_0 e^2)^{1/2}$ et $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$. En multipliant l'équation (4.11) par $d\Psi_s/d\xi$, en intégrant, et en imposant les conditions aux limites suivantes $\Psi_s = 0$ et $d\Psi_s/d\xi = 0$ pour $\xi = 0$, on obtient l'expression quadratique suivante

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Psi_s}{d\xi} \right)^2 + V(\Psi_s) = \frac{1}{2} E_0^2 \quad (4.12)$$

où $E_0 \simeq 0$ est le faible champ électrique qui se trouve avant la gaine électrique.

$$\begin{aligned} V(\Psi_s) = & M^2 \left[1 - \left(1 + \frac{2\Psi_s}{M^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] - \frac{(2 - 2A\Psi_s + 2B\Psi_s^2)(1 - \gamma\Psi_s)^{\frac{3\gamma+2}{2\gamma}}}{3\gamma + 2} + \\ & \frac{(4A - 8B\Psi_s)(1 - \gamma\Psi_s)^{\frac{5\gamma+2}{2\gamma}}}{(3\gamma + 2)(5\gamma + 2)} - \frac{16B(1 - \gamma\Psi_s)^{\frac{7\gamma+2}{2\gamma}}}{(3\gamma + 2)(5\gamma + 2)(7\gamma + 2)} - \\ & \frac{4A}{(3\gamma + 2)(5\gamma + 2)} - \frac{16B}{(3\gamma + 2)(5\gamma + 2)(7\gamma + 2)} + \frac{2}{(3\gamma + 2)} \end{aligned} \quad (4.13)$$

représente le potentiel de Sagdeev [82], avec $\gamma = q - 1$. L'équation (4.12) admet une solution à condition que $d^2V(\Psi_s = 0)/d\Psi_s^2 < 0$ où

$$M > M_c = \sqrt{\frac{2}{1 + q - 32q\alpha/(3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)}} \quad (4.14)$$

La condition (4.14) est le critère de Böhm pour la formation de la gaine électrostatique dans un plasma à deux composantes avec des électrons non extensifs et non thermiques. Dans le cas particulier d'une distribution de Boltzmann des électrons où ($q \rightarrow 1$ et $\alpha \rightarrow 0$), la célèbre condition $M > 1$ est retrouvée [5]. La figure (4.4) représente la variation du nombre de Mach critique M_c en fonction des deux paramètres q et α , dans laquelle

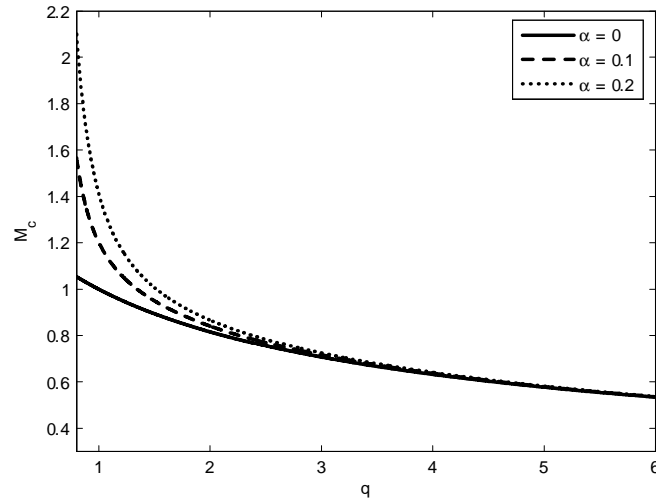


Figure 4.4: Variation du nombre de Mach critique en fonction du paramètre non extensif q , pour différentes valeurs du paramètre non thermique α .

on peut voir que de petites valeurs pertinentes de q et des valeurs relativement élevées de α nécessitent une plus grande vitesse de dérive pour les ions v_{i0} pour la formation correcte de la gaine dans notre modèle de plasma. En revanche, une augmentation du paramètre non extensif q favorise le développement de la gaine électrostatique du plasma dans le sens où le nombre de Mach critique M_c se trouve réduit, ce qui implique l'élargissement du domaine des vitesses de dérive v_{i0} admissible aux ions. La condition (4.14) donne lieu au commentaire suivant. Bien que le nombre de Mach critique M_c représente un seuil valable pour le début de la formation de la gaine électrostatique, il a été normalisé par rapport à la vitesse acoustique du plasma $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$, comme cela a été fait récemment dans la référence [74]. En tant que tel, on devrait éviter de discuter de sa nature "subsonique" ou "supersonique" étant donné que v_{i0} n'a pas été normalisée par rapport à la vitesse acoustique réelle du plasma dépendant du paramètre q .

L'équation (4.11) est numériquement intégrée pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . La région de gaine électrostatique commence là où la quasi neutralité de la charge est brisée (à noter que, les régions de la pré-gaine et la gaine électrostatiques sont fusionnés). Pour $\alpha = 0$, Ψ_s varie lentement avec la distance. À mesure que α augmente,

le gradient de potentiel électrostatique $d\Psi_s/d\xi$ devient brusquement raide réduisant ainsi la fuite des électrons énergétiques au mur. En outre, l'épaisseur de la gaine électrostatique devient de plus en plus large à mesure que la non thermalité des électrons est grande comme le montre la figure (4.5). Il est aussi montré que pour une même distance du mur de la partie principale du plasma, le potentiel de ce dernier varie en fonction du taux d'électrons non thermiques dans la partie principale du plasma. Le potentiel électrostatique est de plus en plus grand à mesure que le plasma est non thermique

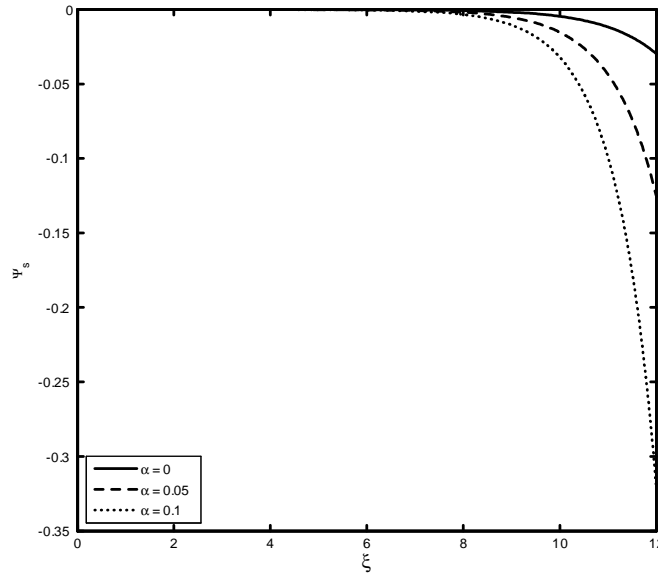


Figure 4.5: La variation spatiale du potentiel électrostatique de la gaine plasma Ψ_s pour différentes valeurs de la non thermalité α du plasma et pour le paramètre non extensif $q = 0,9$ et $M = 3$.

4.3 Conclusion

Pour conclure, nous avons examiné le rôle que peut jouer la non extensivité électronique pour un état non thermique donné sur l'écrantage électrostatique de Debye pour ce plasma. Savoir, comment un jeu entre non thermalité (α) et non extensivité (q) peut influencer la capacité du plasma à écranter toute perturbation électrostatique. L'expression généralisée pour la longueur d'écrantage de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$ a été obtenue pour une distribution de Cairns-Tsallis. Cette dernière se réduit à sa forme standard pour les limites appropriées de q et α . Il a été montré qu'une augmentation de q provoque une diminution de la longueur de Debye quelque soit la quantité d'électrons non thermiques dans le plasma. En outre, une

augmentation de α donne des résultats qualitativement similaires mais avec un décalage net de la longueur de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$ vers des valeurs plus élevées. Des valeurs petites mais pertinentes du paramètre non extensif q , associées à une grande non thermalité du plasma, ont comme résultat de larges longueurs de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$. Nous avons noté que le potentiel électrostatique d'écrantage diminue comme une fonction de la distance, plus lentement à mesure que α augmente, conséquence quelque peu analogue à la diminution de la longueur de Debye (quoique dans un contexte différent) d'une charge libre dans un plasma isotherme classique, à mesure qu'elle commence à se déplacer. En outre, les effets combinés de la non extensivité et de la non thermalité des électrons sur la région de la gaine plasma ont été examinés. De même, le critère de Böhm approprié pour la formation de la gaine a été obtenu. La variation du nombre de Mach critique M_c , au-delà de laquelle le potentiel électrostatiques de la gaine plasma est formé a été étudié. Pour des valeurs petites mais pertinentes de q avec des valeurs relativement élevées de α , le nombre de Mach critique peut atteindre de grandes valeurs. Une grande vitesse de dérive associée aux ions est nécessaire pour la formation adéquate de la gaine électrostatique. En revanche, une augmentation de q favorise la formation de la gaine électrostatique du plasma dans le sens où M_c diminue. Ceci permet donc d'élargir le domaine des vitesses de dérive admissibles aux ions v_{i0} . Pour $\alpha = 0$, le potentiel de la gaine électrostatique Ψ_s subit une variation lente en fonction de la distance. Lorsque α augmente, le gradient du potentiel électrostatique $d\Psi_s/d\xi$ devient brusquement raide, ce qui a comme conséquence la réduction de la fuite des électrons énergétiques vers le mur. Autrement dit, l'épaisseur de la gaine électrostatique s'élargit à mesure que la non thermalité du plasma augmente. Le potentiel électrostatique sur le mur de confinement est plus grand à mesure que l'aspect non thermique des électrons est accentué.

Nos résultats devraient être très pertinents pour expliquer et interpréter l'écrantage ainsi que la formation des gaines électrostatiques dans les plasmas hors équilibre qui sont liées à certains processus, tels que les traitements de surface, l'implantation ionique... etc.

5

Instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique dans un plasma avec une distribution des vitesses non extensive et non thermique

5.1 Introduction

Au cours des dernières années, une grande attention a été accordée à l'étude de l'instabilité de modulation (*MI*) des ondes dans le contexte de l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) [84]-[86], en raison de leur pertinence dans la stabilité de la propagation des ondes. Dans l'équation *NLS*, la non-linéarité est en équilibre avec la dispersion de la vitesse de groupe et les solutions résultantes ont comme enveloppe des structures fixes. Dans le contexte de l'équation *NLS*, le développement de l'instabilité de modulation peut conduire à la mise en évidence de ce qui est appelé vague scélérate ou vague anormale « Rogue wave », cette dernière, étant un événement rare, transportant de hautes énergies ainsi qu'une très grande amplitude par rapport aux ondes de leurs voisinages. Ces ondes ont des conséquences dramatiques. Les vagues scélérates ont deux caractéristiques intéressantes: elles apparaissent de nulle part, disparaissent sans laisser de trace [86] et présentent un pic dominant. Un grand intérêt a été consacré dans divers domaines pour étudier cette onde anormale qui apparaît dans l'Hélium superfluide, les condensats de Bose-Einstein, les océans [87] et dans la physique des plasmas [88]-[91]. Tribeche et *al.* [92] ont étudié les caractéristiques des solitons acoustiques ioniques (*IA*) dans le cadre de la distribution de Tsallis. Bains et *al.*

[93] ont étendu le même travail et ont étudié l'instabilité de modulation des solitons (IA). Il a été montré que les effets non extensifs modifient de façon significative les domaines d'instabilité de modulation associés à ces ondes.

Pour compléter et fournir de nouvelles perspectives à ce qui a déjà été publié, nous nous proposons [11] d'étudier l'instabilité de modulation des ondes acoustiques ioniques dans un plasma non-Maxwellien ayant un excès d'électrons non thermiques comme cela est souvent observé dans les plasmas de laboratoire et de l'espace. Nous utilisons la fonction de distribution hybride de Cairns-Tsallis, proposée par Tribeche et *al.* [33], qui vise à offrir une plus grande souplesse dans la modélisation de tels plasmas non thermiques. Il est intéressant de noter, que pour un état non thermique donné, le degré de la non extensivité change de manière significative les régions où l'onde est modulationnellement instable. De plus, les vagues scélérates sont étudiées dans le régime de l'instabilité.

5.2 Equations de base

Les électrons, étant considérés non thermiques et non extensifs, nous suivons le même cheminement que celui de la première étude[93]. Rappelons que la condition de stabilité en présence de particules énergétiques et non thermiques est donnée par $\alpha < 0.25$ [94]. De plus, la positivité de la densité impose[80] $0.6 < q < 1$. Ces conditions nous permettent d'avoir l'expression de la densité des électrons non thermiques et non extensifs avec le domaine des couples de non thermalité et de non extensivité (α, q) associés. L'ensemble des équations fluides avec l'équation de Poisson qui régissent notre modèle de plasma sous forme normalisée est donné comme suit

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (5.3)$$

où

$$N_e = \{1 + (q - 1)\Psi\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \{1 + A\Psi + B\Psi^2\} \quad (5.4)$$

avec $A = 16q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$ et $B = 16(2q - 1)q\alpha / (3 - 14q + 15q^2 + 12\alpha)$, où $N_{j=i,e} = n_j/n_{j0}$, $\Psi = e\phi/k_B T_e$, $V_i = v_i/C_s$, avec $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$, $T = t/\omega^{-1} = (4\pi e^2 n_{i0}/m_i)^{-1/2}$, $X = x/\lambda_{Di}$ où $\lambda_{Di} = (k_B T_e / 4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}$. Ici, T_e est la température électronique, $-e$ est la charge de l'électron et k_B est la constante de Boltzmann.

5.2.1 Equation non linéaire de Schrödinger

Pour étudier l'instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique "IAWS", nous employons la technique standard de perturbation réductive (*RPT*) pour établir l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) appropriée. Les variables indépendantes sont étirées comme $\xi = \varepsilon(X - v_g T)$ et $\tau = \varepsilon^2 T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde, tandis que v_g est la vitesse de groupe de l'onde. Les variables dépendantes sont ensuite développées comme suit

$$\begin{aligned} N_i &= 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} N_l^{(m)}(\xi, \tau) e^{il(kX - \omega T)} \\ V_i &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} V_l^{(m)}(\xi, \tau) e^{il(kX - \omega T)} \\ \Psi &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \Psi_l^{(m)}(\xi, \tau) e^{il(kX - \omega T)} \end{aligned} \quad (5.5)$$

En pratique, nous supposons que les gammes rapides interviennent à travers la phase ($kX - \omega T$), tandis que les échelles lentes sont prises en compte dans les variables (ξ, τ), en les considérant fonction de la l -ème amplitude de l'harmonique associée. Pour que $N_l^m(\xi, \tau)$, $V_l^m(\xi, \tau)$ et $\Psi_l^m(\xi, \tau)$ soient réels, nous devons considérer la condition $A_{-l}^m = (A_l^m)^*$, où l'astérisque (*) désigne le complexe conjugué. Les opérateurs des équations fluides sont réécrits en fonction des nouvelles variables où

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial T} - \varepsilon v_g \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \\ \frac{\partial}{\partial X} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (5.6)$$

En substituant les expressions des opérateurs (5.6) et les expressions des variables dépendantes (5.5) dans les équations (5.1-5.3), les équations fluides sont écrites à l'ordre $\varepsilon^{(m)}$

$$\begin{aligned} &-il\omega V_l^{(m)} - v_g \frac{\partial V_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_l^{(m-2)}}{\partial \tau} + ilkV_l^{(m)} + \frac{\partial V_l^{(m-1)}}{\partial \xi} \\ &+ \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \left[ik(l-l') \left(N_{l-l'}^{(m-m')} V_{l'}^{(m')} + V_{l-l'}^{(m-m')} N_{l'}^{(m')} \right) \right. \\ &\quad \left. + N_{l-l'}^{(m-m')} \frac{\partial V_{l'}^{(m'-1)}}{\partial \xi} + V_{l-l'}^{(m-m')} \frac{\partial N_{l'}^{(m-1)}}{\partial \xi} \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} &-il\omega V_l^{(m)} - v_g \frac{\partial V_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_l^{(m-2)}}{\partial \tau} + ilk\Psi_l^{(m)} + \frac{\partial \Psi_l^{(m-1)}}{\partial \xi} \\ &+ \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \left(ik(l-l') V_{l-l'}^{(m-m')} V_{l'}^{(m')} + V_{l-l'}^{(m-m')} \frac{\partial V_{l'}^{(m'-1)}}{\partial \xi} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}
 -(l^2 k^2 + C_1) \Psi_l^{(m)} + 2ilk \frac{\partial \Psi_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Psi_l^{(m-2)}}{\partial \xi^2} = -C_2 \sum_{m'=1}^m \sum_{l'=1}^{m'} \Psi_{l'}^{(m')} \Psi_{l-l'}^{(m-m')} \\
 + C_3 \sum_{m', m''=1}^m \sum_{l', l''=1}^{m'} \Psi_{l''}^{(m'')} \Psi_{l'}^{(m')} \Psi_{l-l'-l''}^{(m-m'-m'')} - N_l^{(m)}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

où

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{2A + q + 1}{2} \\
 C_2 &= -\frac{(q+1)(4A+3-q) + 8B}{8} \\
 C_3 &= (q+1) \frac{6A(3-q) + 24B + (3-q)(5-3q)}{48}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

A partir des équations (5.7-5.9), pour la première harmonique $(m, l) = (1, 1)$, nous obtenons le système d'équations suivant

$$\begin{aligned}
 -i\omega N_1^{(1)} + ikV_1^{(1)} &= 0 \\
 -i\omega V_1^{(1)} + ik\Psi_1^{(1)} &= 0 \\
 -(k^2 + C_1) \Psi_1^{(1)} &= -N_1^{(1)}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

La solution pour la premier harmonique est donnée

$$N_1^{(1)} = \frac{k^2}{\omega^2} \Psi_1^{(1)} \tag{5.12}$$

$$V_1^{(1)} = \frac{k}{\omega} \Psi_1^{(1)} \tag{5.13}$$

Ainsi, on obtient la relation de dispersion suivante pour l'onde acoustique ionique

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{k^2 + C_1} \tag{5.14}$$

La figure (5.1), montre le tracé de la relation de dispersion (5.14), dans lequel la variation de la fréquence d'oscillation ω de l'onde a été tracée en fonction du nombre d'onde k pour différentes valeurs du paramètre non thermique α , pour une valeur fixée du paramètre non extensif $q = 1$.

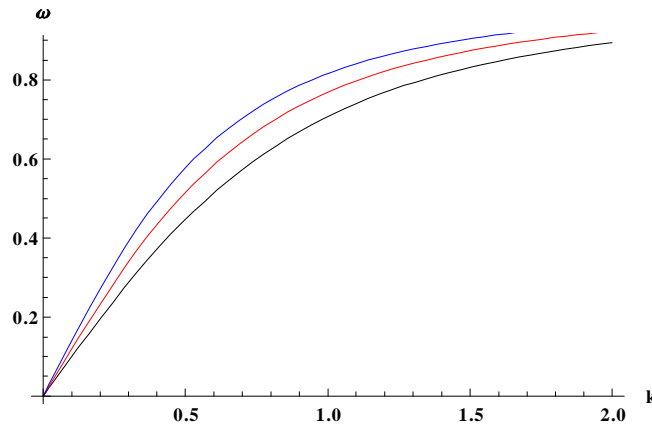


Figure 5.1: Variation de la fréquence ω en fonction du nombre d'onde k , pour une valeur du paramètre non extensif $q = 1$, ainsi que pour différentes valeurs du paramètre non thermique α . En noir $\alpha = 0$, en rouge $\alpha = 0.1$ et en bleu $\alpha = 0.2$.

Nous pouvons noter que la fréquence ω augmente avec l'augmentation du nombre d'onde k . En outre, une augmentation des paramètres non thermiques α conduit à une augmentation de la fréquence ω de l'onde. Les effets de la non extensivité et de la non thermalité sont présentés sur la figure (5.2), où la fréquence de l'onde ω a été tracée en fonction du nombre d'onde k pour une valeur du paramètre non thermique ($\alpha = 0, 1$) et pour trois différentes valeurs du paramètre non extensif q .

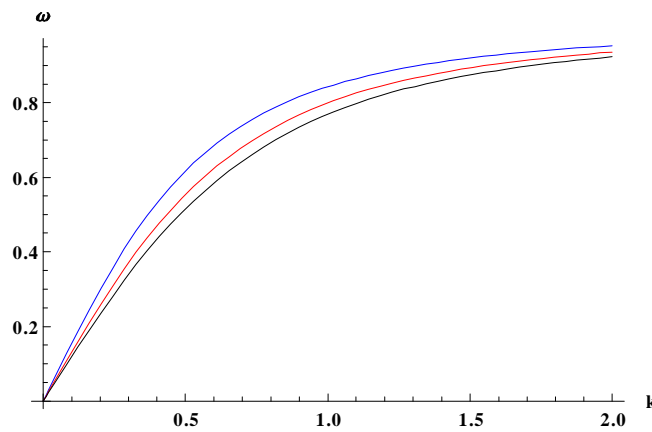


Figure 5.2: Variation de la fréquence ω en fonction du nombre d'onde k , pour une valeur du paramètre non thermique $\alpha = 0.1$ ainsi que pour différentes valeurs du paramètre non extensif q . En noire $q = 1$, en rouge $q = 0.9$ et en bleu $q = 0.8$

Nous constatons que la fréquence ω augmente à mesure que q se déplace loin de sa valeur d'équilibre $q = 1$, ce qui signifie que les deux paramètres de non extensivité et de non thermalité affectent la propagation de l'onde acoustique ionique.

Pour le prochain ordre de perturbation $(m, l) = (2, 1)$, les équations (5.7-5.8-5.9) nous permettent d'obtenir les équations suivantes

$$-i\omega N_1^{(2)} - v_g \frac{\partial N_1^{(1)}}{\partial \xi} + ikV_1^{(2)} + \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (5.15)$$

$$-i\omega V_1^{(2)} - v_g \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial \xi} + ik\Psi_1^{(2)} + \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (5.16)$$

$$-(k^2 + C_1) \Psi_1^{(2)} + 2ik \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi} = -N_1^{(2)} \quad (5.17)$$

à partir desquelles on déduit l'expression suivante donnant la vitesse de groupe

$$v_g = (1 - \omega^2) \frac{\omega}{k}$$

Le développement des équations fluides à l'ordre $(m, l) = (3, 1)$, ainsi que l'introduction des différentes expressions des grandeurs physiques aux différents ordres $(2, 2)$ et $(2, 0)$, nous permettent d'établir l'équation non linéaire de Schrödinger comme

$$i \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \tau} + P \frac{\partial^2 \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi^2} + Q \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \Psi_1^{(1)} = 0 \quad (5.18)$$

où

$$P = -\frac{3\omega^5}{2k^4}$$

$$Q = \frac{\omega^3}{2k^2} \left(\begin{array}{c} 3C_3 + 2C_2(A_\phi + B_\phi) - 2\frac{k}{\omega}(k^2 + C_1)(A_u + B_u) \\ -(k^2 + C_1)(A_n + B_n) \end{array} \right)$$

sont respectivement les coefficients de dispersion et de non linéarité.

$$\begin{aligned} A_n &= (C_1 + 4k^2) A_\phi + C_2 \\ A_u &= \frac{\omega}{k} \left[A_n - (k^2 + C_1)^2 \right] \\ A_\phi &= \frac{(k^2 + C_1)^2}{2k^2} - \frac{C_2}{3k^2} \\ B_n &= C_1 B_\phi + 2C_2 \\ B_u &= -\frac{2\omega}{k} (k^2 + C_1)^2 + v_g B_n \\ B_\phi &= \frac{-2C_2 v_g^2 + (k^2 + 3C_1)}{C_1 v_g^2 - 1} \end{aligned} \quad (5.19)$$

5.3 Analyse numérique

Nous étudions, à présent, la stabilité et l'instabilité de modulation du paquet d'onde sur la base de l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) (5.18), régissant l'instabilité de modulation (MI) de l'onde acoustique ionique. En se basant sur l'analyse de stabilité linéaire [80], [93]-[95], l'onde est modulationnellement instable, lorsque le coefficient $PQ > 0$ dans la région où le nombre d'onde modulationnelle k satisfait la condition $k^2 < \frac{2Q}{p} |\Psi_0|^2$, où Ψ_0 est l'amplitude des ondes porteuses. En outre, le taux de croissance maximum, donné par $Q |\Psi_0|^2$, est atteint pour $k^2 = \sqrt{\frac{2Q}{p}} |\Psi_0|$. Deux types de solutions stationnaires sont possibles: des solutions modulationnellement stables, appelées soliton à enveloppe sombre " dark envelope soliton ", lorsque le coefficient $PQ < 0$, et des solutions modulationnellement instables, appelées soliton à enveloppe lumineuse " bright envelope soliton ", lorsque le coefficient $PQ > 0$. A présent, sur la base de cette analyse, l'instabilité de modulation (MI) de l'onde acoustique ionique (*IAWS*) sera étudiée. Nous pouvons voir que les coefficients de dispersion (P) et de non linéarité (Q) sont en fonction du paramètre non thermique α ainsi que du paramètre non extensif q . Ces derniers sont responsables des régions de stabilité et d'instabilité de modulation pour l'onde acoustique ionique.

Ensuite, nous examinons numériquement la nature de la solution en suivant le signe du coefficient P/Q ainsi que l'influence des paramètres de non extensivité et de non thermalité sur l'instabilité de modulation de l'onde. La figure (5.3) montre la variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k pour différentes valeurs des paramètres non-thermiques pour la valeur du paramètre non extensif $q = 1$.

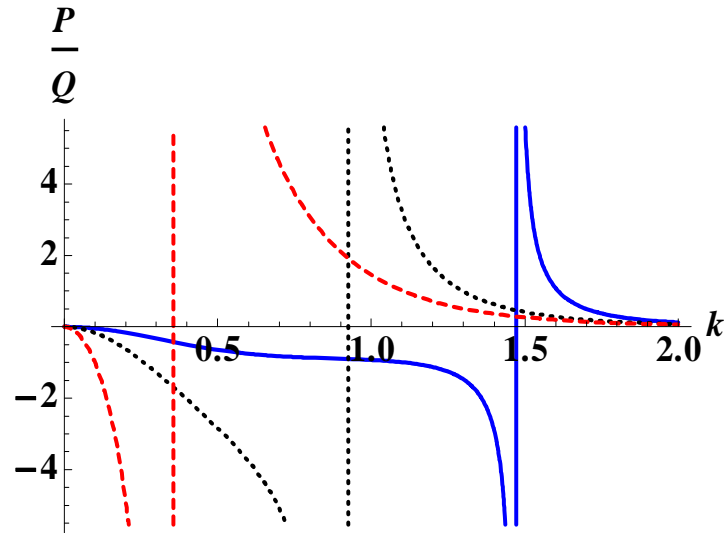


Figure 5.3: Variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k , pour une valeur du paramètre non extensif $q = 1$ et pour différentes valeurs du paramètre non thermique $\alpha = 0$ (bleu), $\alpha = 0.05$ (noir) et $\alpha = 0.1$ (rouge).

Ici, il est à noter que, lorsque $q = 1$ où il n'y a aucun effet de non extensivité, les deux solitons sombres et lumineux sont obtenus, comme le montrent les régions où le coefficient P/Q passe des valeurs négatives aux valeurs positives indépendamment de la valeur de α . La valeur critique du nombre d'onde (k_c) pour laquelle l'onde est modulationnellement instable est présentée. Cette dernière a tendance à être décalée vers des valeurs plus faibles à mesure que α augmente. Cela signifie que la non thermalité du plasma favorise l'apparition de l'instabilité de modulation. Notons que pour $\alpha = 0$, on a un plasma Maxwellien (car la figure (5.4) est tracée pour $q = 1$). La valeur critique du nombre d'onde où sont séparés les régions de stabilité et d'instabilité de modulation, est obtenue pour $k_c = 1,47$, ce qui est en accord avec les résultats de Kakutani et Sugimoto [96]. La figure (5.4) (à comparer avec la Fig. (5.3)) présente la variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k , pour une nouvelle augmentation du paramètre non thermique α . Encore une fois, les régions à la fois de stabilité et d'instabilité de modulation sont possibles où ($P/Q < 0$ et $P/Q > 0$). Cependant, les résultats sont différents de ceux du cas précédent (Fig. (5.3)).

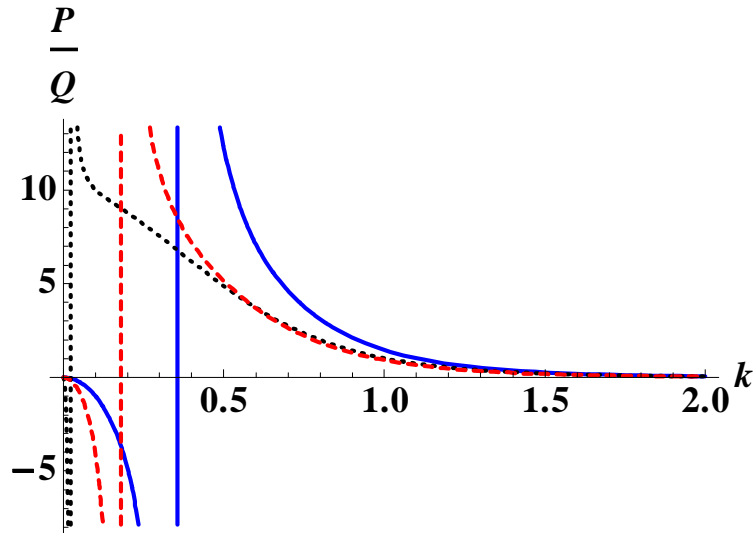


Figure 5.4: Variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k , pour une valeur du paramètre non extensif $q = 1$ et pour différentes valeurs du paramètre non thermique, $\alpha = 0.1$ en bleu, $\alpha = 0.15$ en noir et $\alpha = 2$ en rouge.

On observe que la valeur critique du nombre d'onde k_c pour l'apparition de la première instabilité de modulation diminue jusqu'à atteindre un certain seuil puis augmente avec l'augmentation de α . Une représentation plus claire peut être vue dans la figure (5.5) où la région de stabilité de modulation associée au coefficient ($P/Q < 0$) est représentée en (blanc), tandis que la région représentant l'instabilité de modulation associée à ($P/Q > 0$) est représentée en (jaune) nous montre la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du paramètre de non thermalité du plasma. Nous pouvons aussi voir le seuil de la variation du nombre d'onde critique en fonction de α . Nous pouvons noter que l'augmentation du paramètre non thermique α permet en premier lieu de diminuer la valeur du nombre d'onde critique k_c , puis atteindre un certain seuil, ce dernier va augmenter, et ceci toujours avec l'augmentation du paramètre de non thermalité du plasma pour $q = 1$.

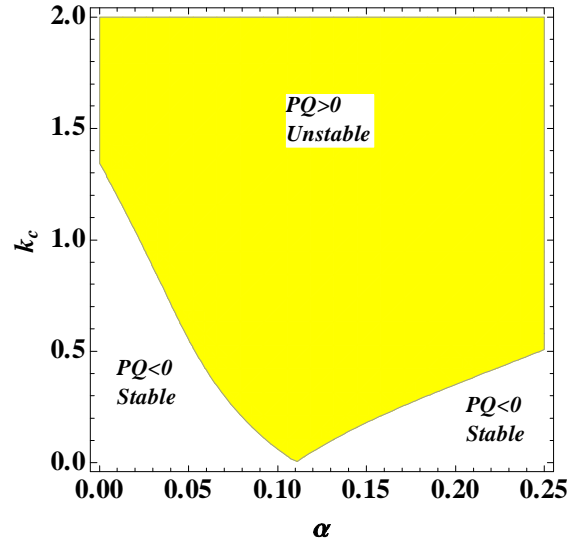


Figure 5.5: Le signe du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k ainsi que du paramètre de non thermalité α , pour une valeur du paramètre non extensif $q = 0.9$.

L'effet combiné de la non extensivité et de la non thermalité est représenté sur la figure (5.6), où le coefficient P/Q a été tracé en fonction du nombre d'onde k , pour différentes valeurs du paramètre de non extensivité q et pour une valeur de la non thermalité $\alpha = 0.1$.

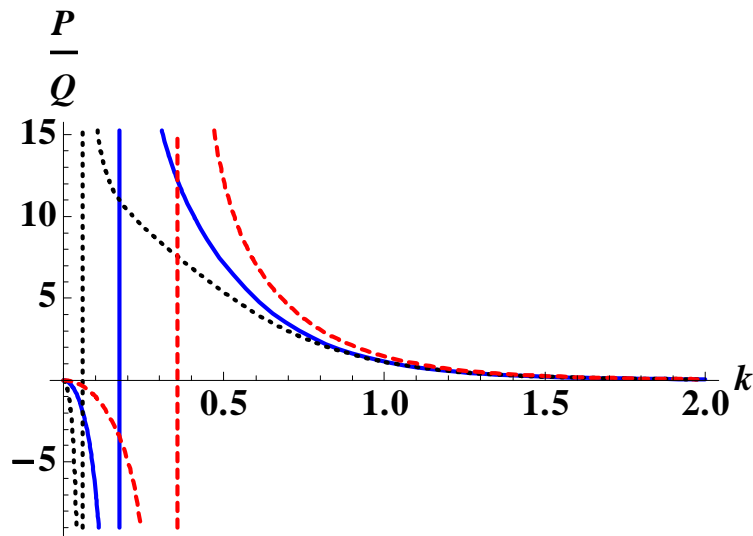


Figure 5.6: Variation du coefficient P/Q en fonction du paramètre du nombre d'onde k , pour différentes valeurs du paramètre de non extensivité $q = 0.8$ en bleu, $q = 0.9$ en noir et $q = 1$ en rouge et pour un paramètre non thermique $\alpha = 0.1$

Dans ce cas, il est également observé que, lorsque les deux effets sont pris en compte, des régions de stabilité de modulation ($P/Q < 0$) ainsi que des régions d'instabilité de modulation ($P/Q > 0$) peuvent exister. La valeur critique du nombre d'onde k_c diminue d'abord puis augmente avec l'augmentation du paramètre non extensif q . Cela signifie

que pour un état non thermique donné, le degré de la non extensivité change de manière significative les régions d'instabilité/stabilité de modulation, cela peut être observé dans la figure (5.7).

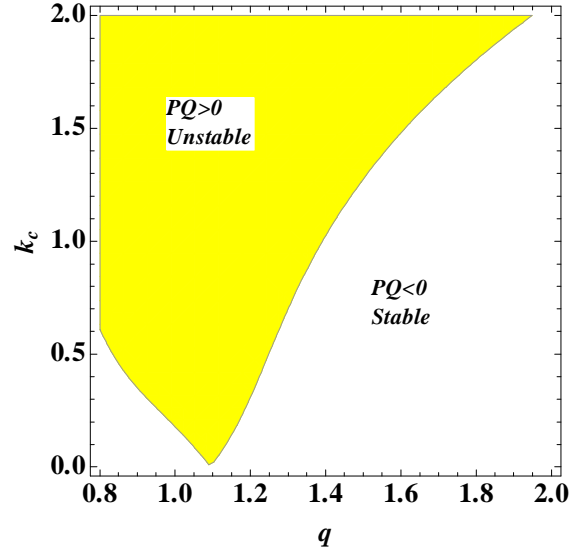


Figure 5.7: Le signe du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k ainsi que du paramètre de non extensivité q , pour une non thermalité $\alpha = 0.2$.

où la région en blanc représente le domaine de stabilité de modulation pour ($P/Q < 0$), tandis que la région en jaune représente le domaine d'instabilité de modulation pour ($P/Q > 0$). Sur une coupe verticale, on peut voir le point séparant les deux régions, il indique le nombre d'onde critique associé à cette non extensivité. La ligne séparant les deux régions peut être vue comme la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du paramètre non extensif q pour une non thermalité α donnée du plasma. Avec l'augmentation du degré de non extensivité, k_c passe par deux phases, la première est une diminution jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur seuil qui est fonction de la non thermalité du plasma, puis inverse son allure pour augmenter avec l'augmentation du paramètre q .

5.4 Ondes scélérates dans le plasma

D'après l'analyse ci-dessus, nous avons déterminé les régions de l'instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique. C'est à dire les régions où le coefficient $P/Q > 0$. Dans cette région, une perturbation aléatoire de l'amplitude croît, créant ainsi des ondes dites anormales plus connues sous le nom de Rogue wave qui est une structure locale à la fois dans l'espace et dans le temps [97]. L'onde dite anormale (solution rationnelle) de l'équation

(NLS) (5.18) dans la région d'instabilité de modulation peut être écrite comme:

$$\Psi = \sqrt{\frac{P}{Q}} \left(\frac{4(1 + 2iP\tau)}{1 + 4P^2\tau^2 + 4\xi^2} - 1 \right) \exp(iP\tau) \quad (5.20)$$

La solution (5.20) indique que l'énergie de l'onde acoustique ionique est concentrée dans une petite région en raison des propriétés non linéaires du milieu. Nous pouvons voir que cette solution rationnelle est également fonction des paramètres non thermiques et non extensifs du plasma. L'effet de la non thermalité du plasma sur les ondes scélérates est représenté dans les figures (5.8a) et (5.8b), où le profil de $|\Psi|$, le potentiel électrostatique, est tracé en fonction de la variable spatiale ξ et la variable temporelle τ . La première figure est pour $\alpha = 0$, tandis que la seconde est pour $\alpha = 0.2$. Les deux figures sont tracées pour une valeur de la non extensivité $q = 1$, ainsi qu'un nombre de Mach $M = 1.5$.

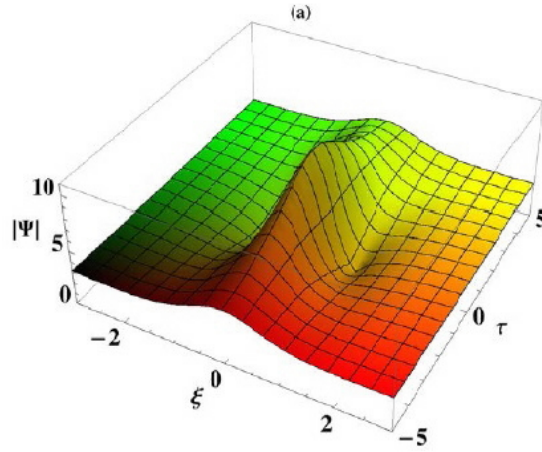


Figure 5.8a: Profil du module de l'onde scélérate $|\Psi|$ en fonction de la variable spatiale ξ et la variable τ , pour $q = 1$ avec $k = 1.5$, $\alpha = 0$.

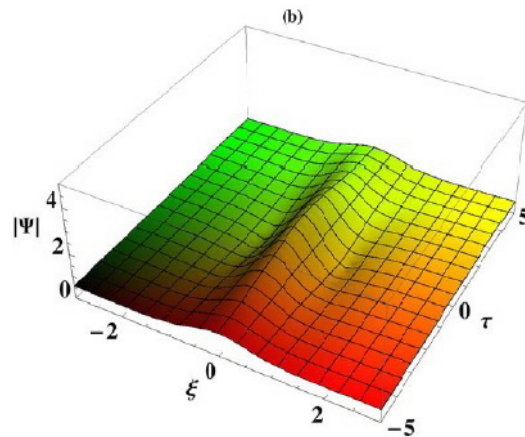


Figure 5.8b: Profil du module de l'onde scélérate $|\Psi|$ en fonction de la variable spatiale ξ et la variable τ , pour $q = 1$ avec $k = 1.5$: $\alpha = 0.2$

On peut remarquer que l'amplitude de l'onde scélérate (rogue wave) diminue avec l'augmentation de la non thermalité du plasma, révélant donc qu'un écart par rapport à l'équilibre thermique des électrons affaiblit la vague scélérate. La figure (5.8c) montre la répartition spatiale de la vague scélérate.

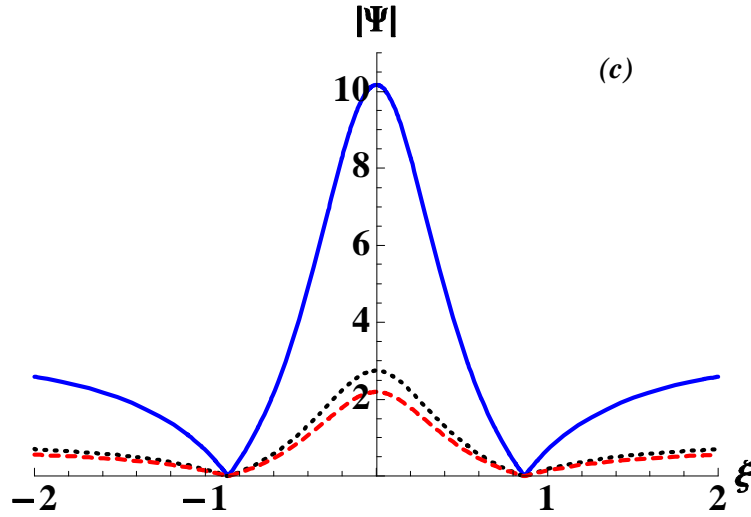


Figure 5.8c: Profil du module de l'onde scélérate $|\Psi|$ en fonction de la variable spatiale ξ et la variable temporelle $\tau = 0$, pour $q = 1$ et $k = 1.5$, $\alpha = 0$ en bleu, $\alpha = 0.05$ en noire et $\alpha = 0.1$ en rouge.

Ici, il est clair que la proportion des électrons non thermiques joue un rôle important sur l'amplitude et la largeur de la vague scélérate dans ce plasma. L'amplitude et la largeur de cette dernière diminuent considérablement lorsque le taux de non thermalité du plasma augmente. Nous pouvons dire que l'énergie est nettement plus élevée lorsque les ondes scélérates sont dans un plasma Maxwellien plutôt que dans un plasma non thermique. La figure (5.9) examine la variation des ondes scélérates en fonction de la non extensivité q , pour un plasma non thermique donné.

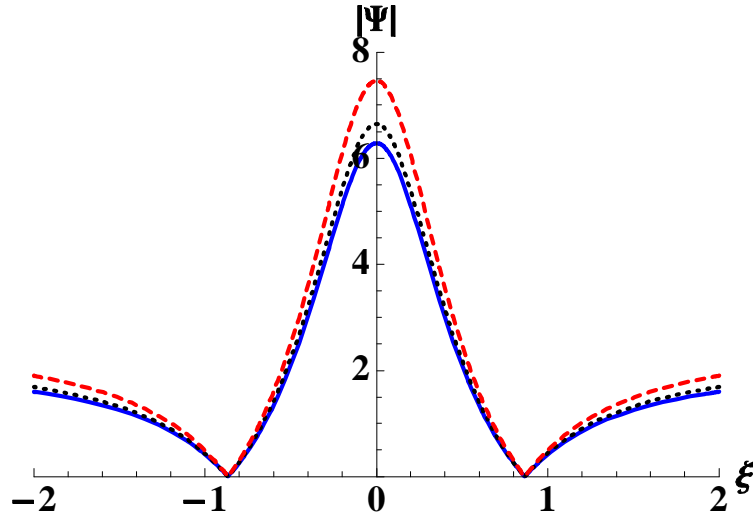


Figure 5.9: Profil du module de l'onde scélérate $|\Psi|$ en fonction de la variable spatiale ξ et de la variable temporelle $\tau = 0$, pour $\alpha = 0.1$ et $k = 0.8$: pour différentes valeurs de la non extensivité $q = 0.9$ en bleu, $q = 0.95$ en noire et $q = 1$ en rouge.

Comme on peut s'y attendre, vu que les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique ($q \rightarrow 1$), à la fois l'amplitude et la largeur des ondes scélérates augmentent.

5.5 Conclusion

Pour conclure, nous avons étudié l'instabilité de modulation d'une onde acoustique ionique dans un plasma à deux espèces, unidimensionnel, non magnétisé et non collisionnel. Les ions sont considérés fluides, tandis que les électrons sont non thermiques, considérés dans le cadre de la statistique non extensif. En utilisant la technique de perturbation réductive (*RPT*), l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) qui régit l'instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique (*IAWS*) est obtenue. Les deux solitons sombres et lumineux peuvent exister. L'instabilité/stabilité de modulation de l'onde acoustique ionique dépend du signe du coefficient PQ de la (*NLSE*) (5.18). Il a été trouvé que la non thermalité et la non extensivité modifient les régions de stabilité/instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique. Les deux paramètres (q, α) agissent sur le nombre d'onde critique k_c qui sépare la région de stabilité de celle d'instabilité de modulation. L'augmentation des deux paramètres non extensif et non thermique du plasma fait en sorte que ce nombre d'onde critique diminue en premier lieu pour augmenter après atteinte d'une valeur minimale critique. En outre, les effets de ces paramètres ont été étudiés sur les ondes scélérates extraites des ondes acoustiques ioniques. Notons qu'il a été observé, que ces ondes scélérates « rogue waves »

deviennent de plus en plus faibles à mesure que le plasma dévie de son équilibre Maxwellien, ceci étant dû à l'accentuation de l'aspect non thermique dans le plasma, par la déviation du paramètre entropique q de sa valeur d'équilibre ou bien par un effet combiné des deux en même temps.

6

Instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse et ondes scélérates dans un plasma poussiéreux polarisé

6.1 Introduction

Au cours des deux dernières décennies, un grand intérêt a été donné au nouveau et fascinant domaine des plasmas poussiéreux. Le nombre de publications sur ce sujet a augmenté de façon exponentielle. Un plasma dit normal est composé d'électrons et d'ions de charge positive, le plasma poussiéreux contient une composante supplémentaire chargée en particules très massives appelées grains de poussière. Les plasmas poussiéreux ou plasmas complexes se produisent dans un certain nombre de plasmas spatiaux, tels que les nuages, les queues en plasma des comètes, les anneaux planétaires, l'ionosphère de la Terre et d'autres planètes [98]-[103]. Une quantité importante de particules de poussière est également fréquemment rencontrée dans les réacteurs industriels pour la fabrication de semi-conducteurs, dans le traitement des rejets pour gravure, pulvérisation, implantation ionique [104]-[110] et dans les chambres des dispositifs de fusion [111]. En outre, les particules poussiéreuses sont considérées comme étant une des principales causes de la dégradation du rendement des appareils de laboratoire. Ces particules de poussière peuvent avoir des tailles allant de quelques dizaines de nanomètres à plusieurs centaines de microns, elles sont généralement des milliards de fois plus massives que les protons, et peuvent avoir entre un millier et

plusieurs centaines de milliers de charges élémentaires. La présence de grains de poussière peut altérer de manière significative les propriétés et le comportement d'un plasma dans lequel ils sont plongés [112], [113]. Ces derniers affectent toutes sortes de modes d'ondes de plasma et, remarquablement, donnent lieu à de nouveaux modes de poussière à très basse fréquence. Le plus étudié de ces modes est le mode "acoustique poussiéreux" (DA) [114] qui apparaît grâce à la force de rappel fournie par la pression thermique du plasma (électrons et ions), tandis que l'inertie est due à la masse du grain de poussière. Les particules de poussière chargées dans le plasma sont soumises à diverses forces qui agissent sur elles. Probablement, la plus importante est la force électrique $F_e = q_d E$ (E est le champ électrique et $q_d = -eZ_d$ la charge d'un grain de poussière, où Z_d est le nombre d'électrons sur la surface de ce dernier). La force électrique est principalement responsable du confinement des particules de charge négative dans le potentiel positif du plasma. En raison de la quasi-neutralité du plasma, le champ électrique est généralement beaucoup plus faible dans le plasma que dans la région de la gaine. Une autre force agit sur les grains de poussière, c'est la force de polarisation qui est due à la déformation de la gaine de Debye autour des particules dans un plasma non-uniforme. L'expression de la force de polarisation F_p est donnée par [15], [16] $F_p = -q_d^2 \nabla \lambda_D / 2\lambda_D^2$ où $\lambda_D = \lambda_{Di} / \sqrt{1 + (\lambda_{Di} / \lambda_{De})^2}$ est la longueur de Debye, avec $\lambda_{Di(e)} = \sqrt{\varepsilon_0 k_B T_{i(e)} / n_{i(e)} e^2}$ est la longueur de Debye associée aux ions (électrons), $T_{j=i,e}$ est la température dans l'unité de l'énergie et $n_{j=i,e}$ représente la densité. Comme le montre Khrapak et *al.* [115] pour les électrons et ions Boltzmanniens, la force de polarisation peut être écrite comme $F_p = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0} (|q_d| e / \lambda_D T_i) (1 - T_i / T_e) q_d \nabla \phi$ ou encore $F_p = R q_d \nabla \phi$ où $R = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0} (|q_d| e / \lambda_D T_i) (1 - T_i / T_e)$ représente les effets de la polarisation sur l'interaction plasma-particule et ϕ est le potentiel électrostatique. Quelque soit le signe de la charge du grain de poussière, la force de polarisation est toujours dans le sens décroissant de la longueur de Debye, elle agit dans la direction opposée à la force électrique. En utilisant un tel modèle utilisant la force de polarisation, Khrapak et *al.* [115] ont démontré que l'effet de polarisation peut jouer un rôle important dans les caractéristiques de propagation des ondes de basses fréquences linéaires « DAW ». En particulier, l'effet de la polarisation provoque une diminution de la vitesse de phase de l'onde. Cette contribution est plus efficace pour de plus grands grains de poussière. Plus tard, Bandyopadhyay et *al.* [116] ont montré qu'une augmentation de la force de polarisation pour un nombre de Mach donné, conduit à une augmentation de l'amplitude et une réduction de la largeur de l'onde acoustique poussiéreuse solitaire. Nous citons ici quelques travaux théoriques récents axés sur l'effet de la force de

polarisation sur les différents processus collectifs dans les plasmas poussiéreux parmi eux [115], [116], [117]-[121].

Cependant, toutes ces études ont été limitées à une onde non modulée, une impulsion ne contenant pas d'oscillation à haute fréquence à l'intérieur du paquet d'ondes. Il est bien connu que la propagation d'onde non linéaire dans un milieu dispersif est généralement soumise à une modulation d'amplitude en raison de l'auto-interaction de l'onde porteuse ou en raison de la non-linéarité moyenne intrinsèque. L'étude de l'instabilité de modulation (*MI*) a suscité un grand engouement, grâce à sa pertinence dans la détermination de la stabilité de la propagation des ondes. Différents modes de plasmas ont été étudiés grâce à l'étude de l'instabilité de modulation, parmi elles nous citons [85],[122]-[127].

Pour compléter et fournir de nouvelles perspectives à ces différents travaux, nous nous proposons ici d'étudier les changements induits par la force de polarisation dans l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans un plasma ayant des électrons et des ions Maxwelliens, tandis que les grains de poussière chargés négativement sont considérés fluides. En outre, les ondes scélérates dites « rogue wave » seront étudiées dans le régime de l'instabilité [17].

6.2 Equations de base

Considérons un plasma poussiéreux unidimensionnel non magnétisé et non collisionnel, composé de trois espèces ; des électrons, des ions à charge unique positive et des grains de poussière ayant respectivement les densités n_e , n_i et n_d . Tous les grains de poussière de ce plasma sont supposés sphériques, de même dimension avec un rayon r_d , et portant une charge en surface $q_d = -eZ_d$. Considérons l'échelle temporelle des grains de poussière, les électrons ainsi que les ions sont supposés en équilibre thermodynamique. Leurs densités respectives sont données par

$$\begin{aligned} n_e(\phi) &= n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ n_i(\phi) &= n_{i0} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) \end{aligned} \quad (6.1)$$

l'indice $j = e, i, d$ est associé respectivement aux électrons, ions et grains de poussière, ϕ représente le potentiel électrostatique, $q_{j=i,e} = \pm e$ sont les charges, tandis que, T_j est la température en unité d'énergie. La condition de la quasi neutralité impose que $n_{i0} = n_{e0} + Z_d N_{d0}$. où l'indice "0" indique l'état d'équilibre. Pour l'étude des ondes acoustiques poussiéreuses

à basses fréquences, nous utilisons les équations suivantes aux grandeurs physiques normalisées.

$$\frac{\partial N_d}{\partial T} + \frac{\partial(N_d V_d)}{\partial X} = 0 \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial V_d}{\partial T} + V_d \frac{\partial V_d}{\partial X} = \chi \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} = N_d + \mu_e N_e - \mu_i N_i \quad (6.4)$$

où $\Psi = e\phi/k_B T_i$. Les densités des électrons, des ions et des grains de poussières sont normalisées par rapport à leurs densités à l'équilibre $N_{j=d,e,i} = n_j/n_{j0}$. La vitesse des grains de poussière fluides v_i est normalisée par rapport à la vitesse du son dans le plasma $V_i = v_i/C_s$ avec $C_s = (Z_d T_i/m_d)^{1/2}$. Le temps T et la variable de l'espace X sont en unités de la période plasma poussiéreuse $\omega_{pd} = (4\pi Z_d^2 e^2 n_{d0}/m_d)^{1/2}$ et de la longueur de Debye $\lambda_{Di} = (T_i/4\pi Z_d^2 e^2 n_{d0})^{1/2}$ respectivement. Ici $\sigma_i = T_i/T_e$, $\mu_e = n_{e0}/Z_d N_{d0} = 1/(\rho - 1)$, $\mu_i = n_{i0}/Z_d N_{d0} = \rho/(\rho - 1)$, avec $\rho = n_{i0}/n_{e0}$, et $\chi = 1 - R$. Notons que pour des paramètres typiques de plasma poussiéreuse [116] $r_d = 1\mu m$, $q_d = 10^3 e$, $n_i = 1.65 \times 10^8 cm^{-3}$, $T_i = 0.03 eV$, $T_e = 3 eV$, $\rho = 1.11$ et $\sigma = 0.01$ ($\lambda_D = 10^{-2}$), le paramètre de polarisation est donné par $R = 0.12$.

6.2.1 Equation non linéaire de Schrödinger

Pour étudier les instabilités de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse dans ce plasma, nous employons la technique standard de perturbation réductive (*RPT*), le but étant d'établir l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) appropriée. Utilisant le changement de variable suivant $\xi = \varepsilon(X - V_g T)$ et $\eta = \varepsilon^2 T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de la dispersion de l'onde et V_g est la vitesse de groupe de l'onde. Les variables dépendantes sont ensuite développées telles que

$$\begin{aligned} N_{d,e,i} &= 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} N_l^{(m)}(\xi, \eta) e^{il(kX - \omega T)} \\ V_d &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} V_l^{(m)}(\xi, \eta) e^{il(kX - \omega T)} \\ \Psi &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^{(m)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \Psi_l^{(m)}(\xi, \eta) e^{il(kX - \omega T)} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Par des pratiques standards, nous supposons que les échelles rapides entrent dans notre discussion par la phase ($kX - \omega T$), tandis que les échelles lentes (ξ, η) le font sous la forme des arguments de la l -ème amplitude harmonique. Pour que les grandeurs $N_l^{(m)}(\xi, \eta)$,

$V(\xi, \eta)$ et $\Psi_l^{(m)}(\xi, \eta)$ soient réelles, il faut que $A_{-l}^m = (A_l^m)^*$ où l'astérisque désigne le complexe conjugué. Les opérateurs dérivés figurant dans les équations fluides sont écrits comme

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial T} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial T} - \varepsilon V_g \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial X} &\rightarrow \frac{\partial}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \xi}\end{aligned}\quad (6.6)$$

En substituant les expressions des opérateurs (6.6) et les expressions des variables perturbées (6.5) dans les équations (6.2-6.4), les équations fluides sont écrites à l'ordre $\varepsilon^{(m)}$

$$\begin{aligned}& -i\omega N_l^{(m)} - v_g \frac{\partial N_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_l^{(m-2)}}{\partial \eta} + ikV_l^{(m)} + \frac{\partial V_l^{(m-1)}}{\partial \xi} \\ & + \sum_{m'=1}^{+\infty} \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} \left[ik(l-l') \left(N_{l-l'}^{(m-m')} V_{l'}^{(m')} + V_{l-l'}^{(m-m')} N_{l'}^{(m')} \right) \right. \\ & \left. + N_{l-l'}^{(m-m')} \frac{\partial V_{l'}^{(m'-1)}}{\partial \xi} + V_{l'}^{(m'-1)} \frac{\partial N_{l-l'}^{(m-m')}}{\partial \xi} \right] = 0\end{aligned}\quad (6.7)$$

$$\begin{aligned}& -i\omega V_l^{(m)} - v_g \frac{\partial V_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_l^{(m-2)}}{\partial \eta} - ik\chi \Psi_l^{(m)} - \chi \frac{\partial \Psi_l^{(m-1)}}{\partial \xi} \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[ik(l-l') V_{l-l'}^{(m-m')} V_{l'}^{(m')} + V_{l-l'}^{(m-m')} \frac{\partial V_{l'}^{(m'-1)}}{\partial \xi} \right] = 0\end{aligned}\quad (6.8)$$

$$\begin{aligned}& -(l^2 k^2 + C_1) \Psi_l^{(m)} + 2ilk \frac{\partial \Psi_l^{(m-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \Psi_l^{(m-2)}}{\partial \xi^2} - N_l^{(m)} = -C_2 \sum_{m'=1}^{m'+\infty} \sum_{l'=-\infty}^{l'+\infty} \Psi_{l'}^{(m')} \Psi_{l-l'}^{(m-m')} \\ & + C_3 \sum_{m', m''=1}^{+\infty} \sum_{l', l''=1}^{+\infty} \Psi_{l''}^{(m'')} \Psi_{l'}^{(m')} \Psi_{l-l'-l''}^{(m-m'-m'')}\end{aligned}\quad (6.9)$$

Pour le premier ordre $(m, l) = (1, 1)$, nous obtenons les quantités du premier ordre en terme de $\Psi_1^{(1)}$ par:

$$\begin{aligned}-i\omega N_1^{(1)} + ikV_1^{(1)} &= 0 \\ -i\omega V_1^{(1)} - ik\chi \Psi_1^{(1)} &= 0 \\ -(k^2 + C_1) \Psi_1^{(1)} - N_1^{(1)} &= 0\end{aligned}\quad (6.10)$$

Avec $C_1 = \mu_e \sigma_i + \mu_i$. La solution pour les premières harmoniques

$$N_1^{(1)} = -\frac{k^2}{\omega^2} \chi \Psi_1^{(1)} \quad (6.11)$$

$$V_1^{(1)} = -\frac{k}{\omega} \chi \Psi_1^{(1)} \quad (6.12)$$

Ainsi, nous obtenons la relation de dispersion suivante

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{\chi}{k^2 + C_1} = \frac{1 - R}{k^2 + C_1} \quad (6.13)$$

La relation de dispersion donnée par l'équation (6.13) dépend de la valeur du paramètre de polarisation R . Comme remarqué par Bandyopadhyay et *al.* [116], pour $R > 1$, la force de polarisation est supérieure à la force électrostatique, ce qui fait que la force nette agissant sur les particules n'est plus une force de rappel. Le tracé de la relation de dispersion donnant la variation de la fréquence ω en fonction du nombre d'onde k est représenté sur la figure(6.1) pour différentes valeurs du paramètre de polarisation, $R = 0$ (ligne noir) $R = 0.5$ (ligne rouge), et $R = 0.9$ (ligne bleue).

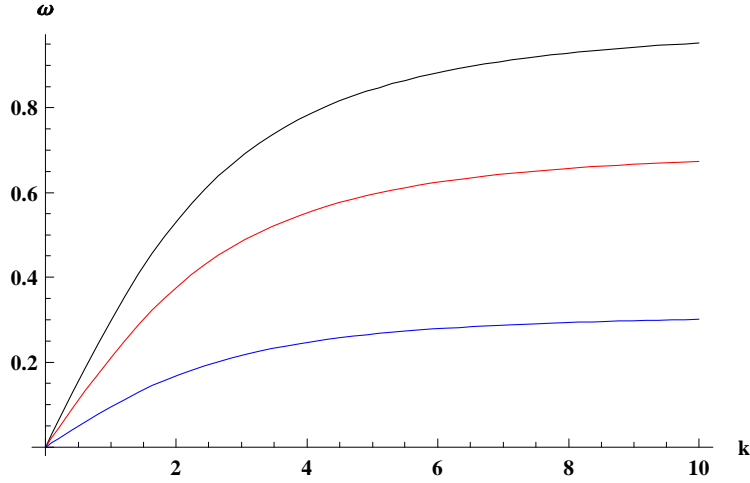


Figure 6.1: La variation de la fréquence ω par rapport au nombre d'onde k pour différentes valeur du paramètre de polarisation R . $R = 0$ (ligne noir) $R = 0.5$ (ligne rouge), et $R = 0.9$ (ligne bleue).

Notons que la valeur de la fréquence ω augmente à mesure que le nombre d'onde k augmente. On observe également que la fréquence est décalée vers des valeurs plus faibles à mesure que R augmente. Il se trouve que l'augmentation du paramètre de polarisation R conduit à une diminution de l'énergie des ondes.

Pour l'ordre $(m, l) = (2, 1)$, les équations (6.7)-(6.9) donnent l'ensemble des équations suivantes

$$-i\omega N_1^{(2)} - V_g \frac{\partial N_1^{(1)}}{\partial \xi} + ikV_1^{(2)} + \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (6.14)$$

$$-i\omega V_1^{(2)} - V_g \frac{\partial V_1^{(1)}}{\partial \xi} - ik\chi \Psi_1^{(2)} - \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (6.15)$$

$$- (k^2 + C_1) \Psi_1^{(2)} + 2ik \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi} - N_1^{(2)} = 0 \quad (6.16)$$

avec la condition de compatibilité qui donne l'expression de la vitesse de groupe

$$V_g = \frac{(\chi - \omega^2) \omega}{\chi k}$$

La figure (6.2) montre la variation de la vitesse de groupe de l'enveloppe de l'onde acoustique poussiéreuse pour différentes valeurs du paramètre de polarisation $R = 0$ (ligne noire), $R = 0.5$ (ligne rouge), et $R = 0.9$ (ligne bleue). Une augmentation de la polarisation conduit à une diminution de la vitesse de groupe V_g .

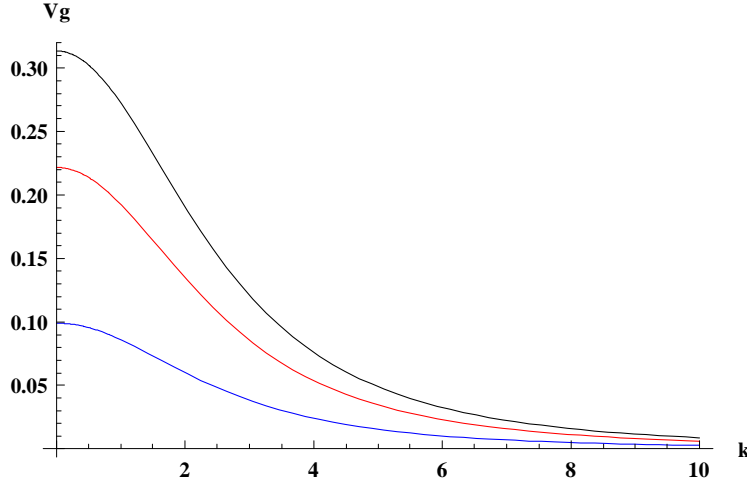


Figure 6.2: Variation de la vitesse de groupe V_g en fonction du nombre d'onde k , pour plusieurs valeurs du paramètre de polarisation. $R = 0$ (ligne noire), $R = 0.5$ (ligne rouge), et $R = 0.9$ (ligne bleu).

Pour $(m, l) = (2, 2)$, les équations (6.7)-(6.9) nous permettent d'aboutir à l'ensemble des équations suivantes

$$\begin{aligned} -\omega N_2^{(2)} + kV_2^{(2)} + \chi^2 \frac{k^2}{\omega^3} \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0 \\ 2\omega V_2^{(2)} + 2k\chi \Psi_2^{(2)} - \frac{k^3}{\omega^3} \chi \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0 \\ -(4k^2 + C_1) \Psi_2^{(2)} - N_2^{(2)} + C_2 \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.17)$$

A partir desquelles on obtient les expressions suivantes au second ordre des grandeurs physiques. Soient

$$\begin{aligned} \Psi_2^{(2)} &= B_\phi \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \\ V_2^{(2)} &= B_u \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \\ N_2^{(2)} &= B_n \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \end{aligned} \quad (6.18)$$

Pour $(m, l) = (2, 0)$, les équations (6.7)-(6.9) donnent l'ensemble des équations suivantes

$$\begin{aligned}
 -V_g N_0^{(2)} + V_0^{(2)} + 2\chi^2 \frac{k^2}{\omega^3} \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0 \\
 -V_g V_0^{(2)} - \chi \Psi_0^{(2)} - \frac{k^2}{\omega^2} \chi^2 \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0 \\
 -C_1 \Psi_0^{(2)} - N_0^{(2)} + 2C_2 \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 &= 0
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Desquelles on dérive les expressions des différentes grandeurs physiques aux seconds ordres

$$\begin{aligned}
 \Psi_0^{(2)} &= A_\phi \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \\
 V_0^{(2)} &= A_u \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \\
 N_0^{(2)} &= A_n \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

Pour la suite, nous procédons de la même façon que dans la référence[123], où nous substituons les expressions des différentes grandeurs physiques obtenues des développements $(m, l) = (2, 0)$ et $(m, l) = (2, 2)$ dans les composantes pour le développement $(m, l) = (3, 1)$ des équations réduites (6.7)-(6.9). Nous obtenons ainsi l'équation de Schrödinger non linéaire suivante

$$i \frac{\partial \Psi_1^{(1)}}{\partial \eta} + \frac{P}{2} \frac{\partial^2 \Psi_1^{(1)}}{\partial \xi^2} + Q \left| \Psi_1^{(1)} \right|^2 \Psi_1^{(1)} = 0 \tag{6.21}$$

P est le paramètre de dispersion, tandis que Q est le paramètre de non linéarité. Ils sont donnés par les expressions suivantes

$$P = 3 \frac{\omega^3}{\chi k^2} \left(\frac{\omega^2}{\chi} - 1 \right)$$

et

$$Q = \left(-\frac{\omega^3}{2\chi k^2} \right) \left(\frac{2\chi k^3}{\omega^3} (A_u + B_u) + \frac{\chi k^2}{\omega^2} (A_n + B_n) + 2C_2 (A_\phi + B_\phi) - 3C_3 \right)$$

avec

$$\begin{aligned}
 A_\phi &= \left(\frac{V_g^2}{\chi - C_1 V_g^2} \right) \left(\frac{\chi^2 k^2}{V_g^2 \omega^2} + \frac{2\chi^2 k^3}{\omega^3 V_g} - 2C_2 \right) \\
 A_u &= -\frac{\chi}{V_g} A_\phi + \frac{\chi^2 k^2}{\omega^2 V_g} \\
 A_n &= \frac{A_u}{V_g} + \frac{2\chi^2 k^3}{\omega^3 V_g} \\
 B_\phi &= \frac{C_2}{3k^2} - \frac{\chi^2 k^2}{2\omega^4} \\
 B_u &= -\frac{k}{\omega} \chi B_\phi + \frac{\chi^2 k^3}{2\omega^3} \\
 B_n &= \frac{k}{\omega} B_u + \frac{\chi^2 k^4}{\omega^4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{2} (\mu_i - \mu_e \sigma_i^2) \\ C_3 &= \frac{1}{6} (\mu_e \sigma_i^3 + \mu_i) \end{aligned}$$

6.3 Résultats numériques et discussion

Examinons maintenant la stabilité/instabilité de modulation du paquet d'ondes modulées dans un plasma poussiéreux sur la base de l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) (6.21), qui régit la stabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse. Basée sur l'analyse linéaire de stabilité [122], on constate que l'onde est modulationnellement instable lorsque le coefficient $PQ > 0$ dans la région de nombre d'onde de modulation $k^2 < \frac{2Q}{P} |\Psi_0|^2$, où Ψ_0 est l'amplitude des ondes porteuses. En outre, le taux de croissance maximum est donné par la quantité $Q |\Psi_0|^2$. Il est atteint pour $k = \sqrt{\frac{Q}{P}} |\Psi_0|$. Deux types de solutions stationnaires sont possibles: des solutions stables, appelées solitons à enveloppe sombre, lorsque le coefficient $PQ < 0$, et des solutions instables appelées solitons à enveloppe lumineuse lorsque le coefficient $PQ > 0$. La solution de l'équation (*NLS*) est donnée par la référence[97], c'est une solution analytique dépendante du temps et de l'espace (η, ξ) .

$$\Psi = \sqrt{\frac{P}{Q}} \left[\frac{4(1 + 2iP\eta)}{1 + 4P^2\eta^2 + 4\xi^2} - 1 \right] \exp(iP\eta) \quad (6.22)$$

Avant de poursuivre, notons que la solution (6.22) prédit la concentration de l'énergie de l'onde acoustique poussiéreuse dans une petite région de l'espace, un fait qui peut servir de base pour l'explication des ondes scélérates acoustiques poussiéreuses. Nous examinons numériquement l'influence du terme de polarisation sur la nature (stable ou instable) et le comportement de la solution en suivant le signe du coefficient P/Q . Pour des paramètres typiques de plasmas poussiéreux [116] avec des grains de poussière de rayon $r_d = 1\mu m$, nous avons $q_d = -10^3 e$, $n_i = 1.65 \times 10^8 cm^{-3}$, $T_i = 0.03 eV$, $T_e = 3 eV$, $\rho = 1.11$ et $\sigma = 0.01$. La figure (6.3) représente la variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k pour différentes valeurs de la force de polarisation R , avec $R = 0$ en noir, $R = 0.5$ en rouge et $R = 0.9$ en bleu.

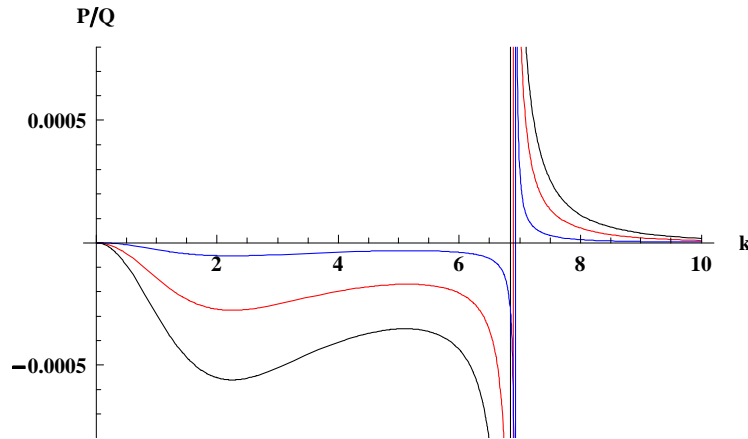


Figure 6.3: Variation du coefficient P/Q en fonction du nombre d'onde k pour différentes valeurs de la force de polarisation R . $R = 0$ en noir, $R = 0.5$ en rouge et $R = 0.9$ en bleu.

Le nombre d'onde critique k_c varie en fonction de la force de polarisation existant dans le plasma. Il existe toujours deux zones, le coefficient $P/Q < 0$ représentant la zone de stabilité de modulation pour le paquet d'onde, tandis que la zone où le coefficient $P/Q > 0$ représente une zone où le paquet d'onde est modulationnellement instable. Notons que pour $Q = 0$, la non linéarité dans le plasma est nulle, de ce fait le coefficient $P/Q \rightarrow \pm\infty$. La valeur correspondante en nombre d'onde $k = k_c$ est appelée le nombre d'onde critique ou seuil pour le déclenchement de l'instabilité de modulation. Nous avons analysé le profil de stabilité en traçant sur la figure (6.4) la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du paramètre de polarisation R .

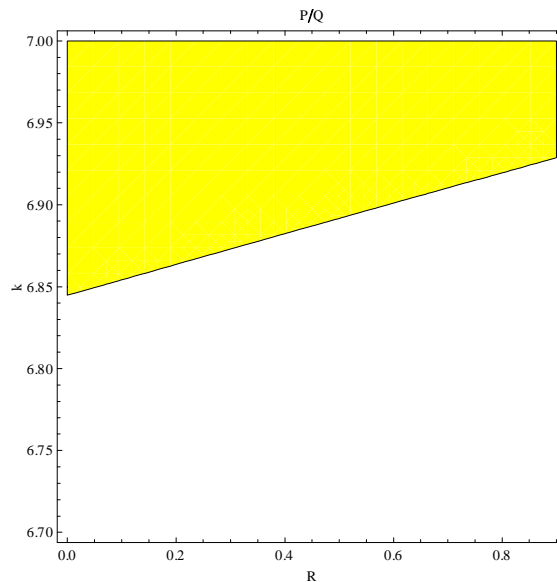


Figure 6.4: Variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du paramètre de polarisation R . la région jaune (blanc) correspond au domaine où l'onde porteuse est modulationnellement instable (stable).

Dans la figure (6.4), la partie jaune (blanche) correspond au domaine où l'onde porteuse est modulationnellement instable (stable). Pour toute valeur du paramètre R , le point de frontière entre les deux régions jaune et blanche donne le nombre d'onde critique k_c associé. La ligne séparatrice entre la région jaune ($P/Q > 0$) et la région blanche ($P/Q < 0$) donne la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du paramètre de polarisation R . Une augmentation du paramètre R conduit à une variation du nombre d'onde critique k_c vers des valeurs supérieures. Il se trouve que l'effet de la polarisation est de réduire le domaine du nombre d'onde pour l'apparition de l'instabilité. Ensuite, nous analysons numériquement l'enveloppe de l'onde $|\Psi|$ pour voir comment le terme de polarisation peut changer et affecter le profil de la vague scélérate acoustique poussiéreuse. Les figures (6.5a)-(6.5c) affichent le profil de la vague scélérate acoustique poussiéreuse $|\Psi|$ par rapport à η et à ξ pour différentes valeurs de $R = 0$ (figure 6.5a), $R = 0.5$ (figure 6.5b) Et pour $R = 0.9$ (figure 6.5C).

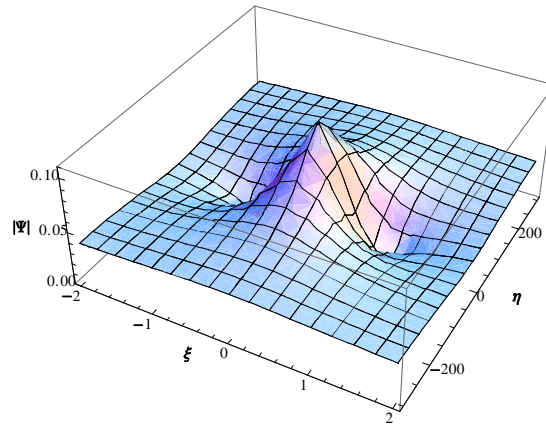


Figure 6.5a: Le profil en valeur absolue de la vague scélérate acoustique poussiéreuse $|\Psi|$ par rapport η et ξ pour $k = 7$ et $R = 0$.

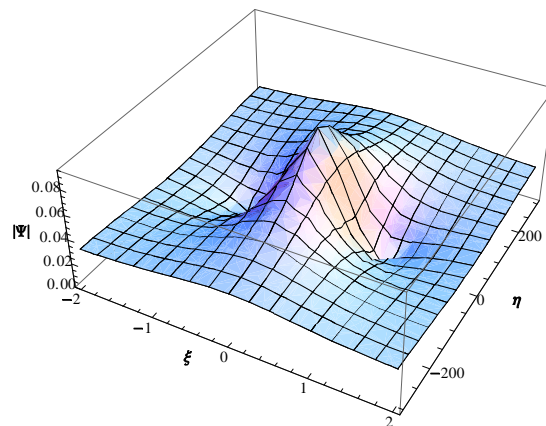


Figure 6.5b: Le profil en valeur absolue de la vague scélérate acoustique poussiéreuse $|\Psi|$ par rapport η et ξ pour $k = 7$ et $R = 0.5$

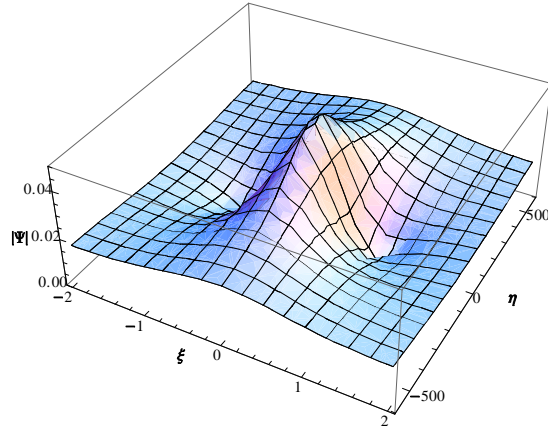


Figure 6.5c: Le profil en valeur absolue de la vague scélérate acoustique poussiéreuse $|\Psi|$ par rapport à η et ξ pour $k = 7$ et $R = 0.9$

Notons que l'augmentation du paramètre de polarisation R conduit à une diminution de l'amplitude de la vague scélérate acoustique poussiéreuse « DA rogue wave ». Pour $R \sim 1$, c'est à dire que, lorsque la force de polarisation devient proche de la force électrostatique, la force nette agissant sur les particules de poussière devient extrêmement faible, presque aplatie. L'amplitude de la « rogue wave » deviendra très petite. Il se trouve que le profil de la vague scélérate acoustique poussiéreuse est très sensible à tout changement dans la force de rappel agissant sur les particules de poussière. La figure (6.6) affiche les contours de l'amplitude de la vague scélérate en fonction du nombre d'onde k et le terme de polarisation R .

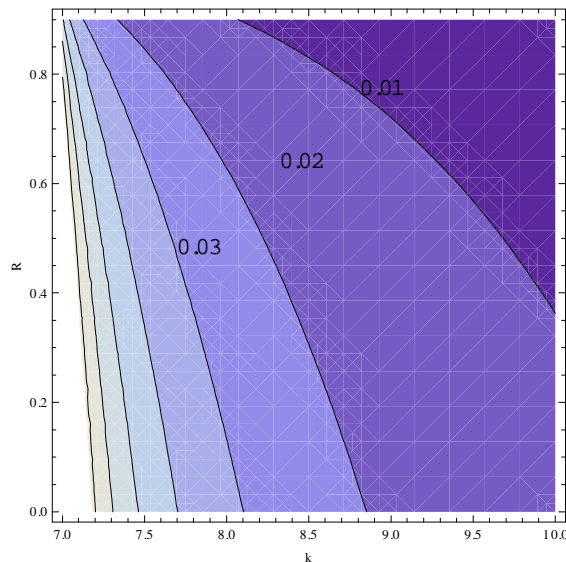


Figure 6.6: Tracé du contour de l'amplitude de la vague scélérate en fonction du nombre d'onde k et le terme de polarisation R . Les régions avec les couleurs les plus claires correspondent à des valeurs plus élevées de l'amplitude de la vague scélérate.

Les régions de couleurs les plus claires correspondent à des valeurs plus élevées de l'amplitude de la vague scélérate. Il est clair que pour un nombre d'onde k donné, l'amplitude de l'onde scélérate diminue en fonction de l'augmentation du paramètre de polarisation. De plus, l'augmentation du nombre d'onde fait tendre l'amplitude de l'onde scélérate vers des valeurs plus faibles.

6.4 Conclusion

Pour conclure, nous avons examiné les effets induits par la force de polarisation sur l'instabilité de modulation d'un paquet d'onde dans un plasma ayant des électrons et des ions thermiques avec des grains de poussière fluides chargés négativement. En utilisant la méthode standard de perturbation réductive, l'équation non linéaire de Schrödinger qui régit l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse a été obtenue. Il a été constaté que ce plasma supporte à la fois les enveloppes solitaires lumineuses ainsi que les enveloppes solitaires sombres. Notons que la présence de la force de polarisation joue un rôle crucial dans la formation et l'excitation de ces enveloppes. Une augmentation de la polarisation R conduit à une augmentation du nombre d'onde critique k_c au delà duquel l'instabilité de modulation est établie. Il se trouve que l'effet du terme de polarisation est de restreindre le domaine des nombres d'onde dans lequel l'instabilité apparaît. Par ailleurs, on a constaté que l'amplitude de l'enveloppe diminue lorsque R augmente, ce qui signifie que les effets des forces de polarisation rendent les ondes scélérates acoustiques poussiéreuses associées plus faibles. Ces dernières peuvent être complètement aplaties lorsque $q \sim 1$, c'est-à-dire, quand la force de polarisation devient proche de la force électrostatique. La force nette agissant sur les particules de grains de poussière devient extrêmement faible. Il se trouve que le profil des vagues scélérates acoustiques poussiéreuses est très sensible à tout changement dans la force de rappel agissant sur les particules de poussière. Les résultats de notre étude peuvent aider à comprendre les principales caractéristiques et les propriétés des ondes non linéaires acoustiques poussiéreuses dans les plasmas poussiéreux de laboratoire.

7

Etude de la stabilité d'un paquet d'ondes acoustique ionique dans un plasma à deux températures électroniques

7.1 Introduction

Les plasma sont des gaz ionisés ayant certaines propriétés tels que la stochasticité, le mouvement collectif ainsi que la quasi neutralité de sa charge globale dans un certain volume. Cette dernière propriété a tendance à être brisée à cause d'une variété de phénomènes. Pour remédier à la brisure de la quasi neutralité, le plasma réagit pour la rétablir, cette réaction va donner naissance à une multitude d'ondes de caractéristiques différentes, suivant la nature ainsi que les composantes de ce plasma. Pour déterminer la dynamique du plasma ainsi que la nature et la propriété des ondes en son sein, plusieurs méthodes ont été introduites au fil des années, telles que la technique des perturbations réductives (*RPT*) qui est utilisée par exemple pour établir les différentes équations de Korteweg-de Vries, la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev [82] et d'autres...

Toutes les ondes qui existent dans le plasma ne sont pas forcément stables; par stables, nous voulons dire que leurs amplitudes ne varient pas drastiquement pour s'effondrer à la fin ou s'estamper. L'étude de la stabilité ou l'instabilité de modulation des ondes peut être faite en étudiant l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) [12], [13] associée au système. Cette dernière peut être établie de différentes manières, nous trouvons, dans la littérature,

deux approches utilisées pour établir l'équation (*NLS*). La première consiste à l'établir à partir de l'équation généralisée de Korteweg-de Vries [129], [130], tandis que la seconde permet de la déduire directement des équations du système fluide associé. L'équation (*NLS*) ainsi établie et suivant l'analyse de stabilité de Akhmediev [128], nous pouvons déduire les différents domaines de stabilité/instabilité de modulation de l'onde, ainsi que, l'étude de l'effet des différentes composantes du plasma sur ces domaines.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'utiliser les deux approches pour établir l'équation (*NLS*). Nous déduirons, par la suite, les domaines de stabilité/instabilité de modulation d'un paquet d'onde acoustique ionique. Nous montrerons les différences entre les deux méthodes dans le cas d'un plasma à plusieurs composantes. Ce travail a été réalisé dans le cadre des stages accordée par la faculté en collaboration avec le Dr. I. Kourakis du Queen's University de Belfast, au royaume uni.

7.2 Equations de base

Nous considérons un plasma unidimensionnel, non magnétisé et non collisionnel, composé de trois espèces distinctes; des ions de charge positive $q_i = +Z_i e$, de masse m_i , entourés par un milieu composé de deux populations d'électrons Maxwelliens, de masse m_e et de charge $-e$, les électrons sont à des températures différentes, T_h et T_c pour décrire respectivement les électrons chauds et froids. La densité de ces derniers est donnée par $n_{eh/c} = n_{eh0/c} e^{\left(\frac{e\Phi}{K_b T_{h/c}}\right)}$ [131], [134]. L'équation de la quasi-neutralité de ce plasma est donnée par

$$n_{i0} = n_{eh0} + n_{ec0} \quad (7.1)$$

où l'indice '0' représente l'équilibre. Le système d'équations normalisées qui gouverne la dynamique des ondes de ce plasma est donné par

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nv)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= -n + 1 + c_1 \phi + c_2 \phi^2 + c_3 \phi^3 \end{aligned} \quad (7.2)$$

Les constantes c_1 , c_2 et c_3 sont utilisées pour représenter les coefficients d'un développement limité dans un cas général où les électrons peuvent suivre toute fonction de distribution représentant le modèle du plasma (non extensif, non thermique, suprathermique...etc.).

Pour notre étude, à titre d'exemple, nous donnons l'expression de ces constantes pour un plasma composé de deux populations d'électrons Maxwelliens. Soient

$$\begin{aligned} c_1 &= \mu (1 + \delta\theta) \\ c_2 &= \frac{\mu}{2} (1 + \delta\theta^2) \\ c_3 &= \frac{\mu}{6} (1 + \delta\theta^3) \end{aligned} \quad (7.3)$$

où nous avons utilisé les variables adimensionnelles suivantes $\mu = \frac{n_{eh0}}{n_{i0}}$, $\delta = \frac{n_{ec0}}{n_{eh0}}$, $\theta = \frac{T_h}{T_c}$, et $\phi = \frac{e\Phi}{k_B T_h}$, n représente la densité des ions normalisée par n_{i0} , v est la vitesse fluide normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$, et ϕ est le potentiel électrostatique, normalisé par T_e/e . Les variables temporelles et spatiales sont respectivement en unité de la période ionique du plasma $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0} Z_i^2 e^2)^{1/2}$ et de la longueur de Debye $\lambda_{De} = (T_e/4\pi Z_i e^2 n_{e0})^{1/2}$. D'après la condition de quasi-neutralité de la charge (7.1) $\mu = 1/1 + \delta$, les nouvelles constantes sont données par $c_1 = (1 + \delta\theta) / (1 + \delta)$, $c_2 = (1 + \delta\theta^2) / 2(1 + \delta)$ et $c_3 = (1 + \delta\theta^3) / 6(1 + \delta)$.

7.3 Equation non linéaire de Schrödinger à partir de l'équation K-dV g

7.3.1 Etablissement de l'équation de Korteweg-de Vries

Dans le but d'établir l'équation Korteweg-de Vries (*K-dV*), nous utilisons le changement de variables suivant

$$\begin{aligned} X &= \varepsilon^{1/2} (x - U_0 t) \\ T &= \varepsilon^{3/2} t \end{aligned} \quad (7.4)$$

où ε est un paramètre de petitesse, donnant la non linéarité du milieu, U_0 est la vitesse de phase linéaire normalisée par C_s , elle sera déterminée ultérieurement. Utilisons le développement en série de puissances suivant

$$\begin{aligned} n &= 1 + \varepsilon n^{(1)} + \varepsilon^2 n^{(2)} + \dots \\ v &= 0 + \varepsilon v^{(1)} + \varepsilon^2 v^{(2)} + \dots \\ \phi &= 0 + \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (7.5)$$

En utilisant les stretched variables (7.4) et le développement des grandeurs physiques en série de puissances (7.5), le système d'équations fluide est développé suivant les ordres de ε , où le premier ordre nous permet d'avoir les expressions des quantités physiques au premier ordre, avec $N^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0^2}$, $V^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0}$, et la vitesse de phase linéaire $U_0^2 = \frac{1}{c_1}$. Le développement au second ordre de ε nous permet d'établir l'équation de Korteweg-de Vries (*K-dV*), où nous avons posé $\phi^{(1)} = u$

$$\frac{\partial u}{\partial T} + Au \frac{\partial u}{\partial X} + B \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} = 0 \quad (7.6)$$

où A et B sont donnés en fonction de c_1, c_2 et c_3 .

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2}c_1^{1/2} - c_2c_1^{-3/2} \\ B &= \frac{1}{2}c_1^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Dans ce cas particulier, on a A et B données en fonction de δ et θ représentant respectivement les coefficients de non linéarité et de dispersion, dans la cas d'un plasma à deux populations d'électrons Maxwelliens de différentes températures

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2} \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{1/2} - \frac{1 + \delta\theta^2}{2(1 + \delta)^{-1/2} (1 + \delta\theta)^{3/2}} \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.8)$$

Nous pouvons étudier un cas très intéressant dans l'équation Korteweg-de Vries (7.6), ce dernier se produit lorsque le coefficient de non linéarité A est nul, c'est-à-dire que l'équation *K-dV* ne prévoit plus l'existence de la non linéarité dans le plasma. Dans la figure (7.1), le signe du coefficient de non linéarité A est tracé en fonction des deux paramètres du plasma, le rapport de température θ ainsi que le rapport de densité initiale des électrons δ . Soit, en jaune lorsque $A > 0$, tandis qu'en blanc pour $A < 0$. La ligne séparatrice entre ces deux régions nous permet d'avoir une idée sur les conditions sur (δ, θ) pour que l'équation de Korteweg-de Vries ne prévoit plus de non linéarité dans le plasma $A = 0$.

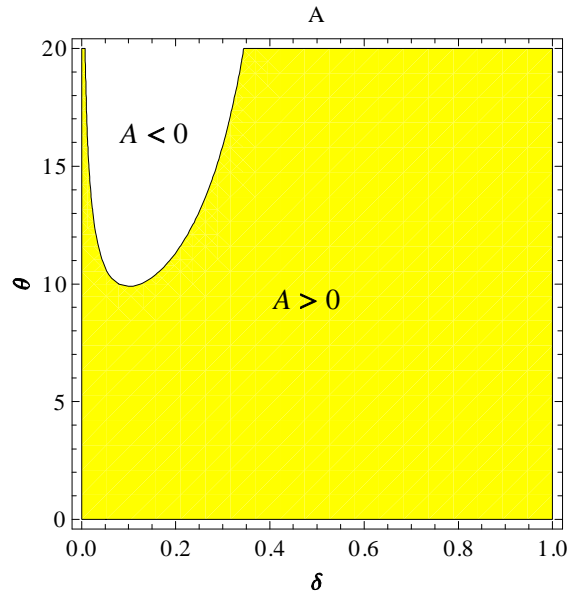


Figure 7.1: Le signe du coefficient de non linéarité A du plasma en fonction du rapport de densités initiales δ ainsi que du rapport de températures initiales θ des électrons $A > 0$ en jaune, $A < 0$ en blanc

7.3.2 Etablissement de l'équation de Korteweg-deVries modifiée

Comme nous l'avons cité plus haut, il existe des cas où, le coefficient de non linéarité de l'équation $K-dV$ (7.6) s'annule pour quelques valeurs critiques, $A_{cr} = 0$. Ceci veut dire que l'équation de Korteweg-de Vries ne prévoit plus l'existence de non linéarité dans le plasma. Pour remédier à ce problème, nous établissons l'équation Korteweg-de Vries modifiée, ainsi l'expression de la non linéarité du plasma pour ces valeurs critiques sera obtenue. Pour cela, nous introduisons les nouvelles variables

$$\begin{aligned} X &= \varepsilon(x - U_0 t) \\ T &= \varepsilon^3 t \end{aligned} \quad (7.9)$$

où ε est le paramètre de petitesse donnant la non linéarité du milieu, U_0 est la vitesse de phase linéaire normalisée par C_s , qui sera déterminée ultérieurement. En utilisons le développement en série de puissances (7.5), le changement de variables (7.9), le système d'équations fluide (7.2) est développé suivant les ordres de ε . Le premier ordre nous permet d'avoir les expressions des quantités physiques au premier ordre, où $N^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0^2}$, $V^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0}$, et la vitesse de phase $U_0^2 = \frac{1}{c_1}$. Au second ordre de ε , nous pouvons établir les expressions de $N^{(2)}$ et de $V^{(2)}$. Ces dernières seront introduites à l'ordre ε pour établir l'équation de

Korteweg-de Vries modifié, où nous posons $\phi^{(1)} = u$

$$\frac{\partial u}{\partial T} + A'u^2 \frac{\partial u}{\partial X} + B \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} = 0 \quad (7.10)$$

où A' et B sont donnés en fonction de c_1, c_2 et c_3 .

$$\begin{aligned} A' &= \frac{3}{2} (c_1^3 + c_1 c_2 - c_3) c_1^{-3/2} \\ B &= \frac{1}{2} c_1^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.11)$$

En fonction de δ et θ , A' et B sont donnés par

$$\begin{aligned} A' &= \frac{3}{2} \left(\left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^3 + \frac{(1 + \delta\theta)(1 + \delta\theta^2)}{2(1 + \delta)^2} - \frac{1 + \delta\theta^3}{6(1 + \delta)} \right) \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.12)$$

7.3.3 Equation de Korteweg-de Vries généralisée

Dans le cas où $A \rightarrow 0$ avec $A \neq 0$, nous pouvons établir l'équation généralisée de Korteweg-de Vries, en utilisant les stretched variables (7.9) ainsi que le développement des grandeurs physiques en série de puissances (7.5). Nous développons les équations du système fluide (7.2) en puissances de ε . Le premier ordre nous permet d'avoir les expressions des quantités physiques au premier ordre, où $N^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0^2}$, $V^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{U_0}$, la vitesse de phase $U_0^2 = \frac{1}{c_1}$. Au second ordre ε , nous obtenons

$$\left(c_2 - \frac{3}{2U_0^4} \right) (\phi^{(1)})^2 = 0 \quad (7.13)$$

la quantité $\phi^{(1)} \neq 0$, dans ce cas, le coefficient de non linéarité associé à l'équation ($K-dV$) est non nul, ($A = c_2 - \frac{3}{2U_0^4} \neq 0$). Nous considérons que le terme $s = c_2 - \frac{3}{2U_0^4} = \frac{1 + \delta\theta^2}{2(1 + \delta)} - \frac{3}{2U_0^4}$ est de l'ordre de ε , ce qui fait que $s (\phi^{(1)})^2$ est d'ordre supérieur à ε^2 . Le terme $s (\phi^{(1)})^2$ sera introduit au prochain ordre en ε^3 . En posant $\phi^{(1)} = u$, l'équation de Korteweg-de Vries généralisée est donnée par

$$\frac{\partial u}{\partial T} + Au \frac{\partial u}{\partial X} + A'u^2 \frac{\partial u}{\partial X} + B \frac{\partial^3 u}{\partial X^3} = 0 \quad (7.14)$$

où A, A' et B sont donnés en fonction de c_1, c_2 et c_3 .

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2} c_1^{1/2} - c_2 c_1^{-3/2} \\ A' &= \frac{3}{2} (c_1^3 + c_1 c_2 - c_3) c_1^{-3/2} \\ B &= \frac{1}{2} c_1^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.15)$$

En fonction de δ et θ , A , A' et B sont donnés dans le cas d'un plasma à deux composantes électroniques Maxwelliennes à différentes températures par

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2} \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{1/2} - \frac{1 + \delta\theta^2}{2(1 + \delta)^{-1/2} (1 + \delta\theta)^{3/2}} \\ A' &= \frac{3}{2} \left(\left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^3 + \frac{(1 + \delta\theta)(1 + \delta\theta^2)}{2(1 + \delta)^2} - \frac{1 + \delta\theta^3}{6(1 + \delta)} \right) \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \\ B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \end{aligned} \quad (7.16)$$

7.3.4 Etablissement de l'équation non linéaire de Schrödinger

Pour étudier la Stabilité/Instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique, nous établissons l'équation non linéaire de Schrödinger. Cette dernière peut être établie suivant différentes méthodes, comme cité dans le chapitre II. Nous nous proposons, dans cette partie, d'établir l'équation *NLS* à partir de l'équation généralisée de Korteweg-de Vries (7.14, 7.16). Nous utilisons le changement de variables suivant où les variables temporelle et spatiale sont écrites sous forme d'un développement en série de puissances, soit

$$\begin{aligned} t &= \sum_i \varepsilon^i T_i \\ x &= \sum_i \varepsilon^i X_i. \end{aligned} \quad (7.17)$$

le potentiel est aussi développé en série de puissances

$$u = \sum_{n=1}^{+\infty} \varepsilon^n \sum_{l=-\infty}^{+\infty} u_l^{(n)} e^{il(k_1 X_0 - \omega_1 T_0)} \quad (7.18)$$

ici, $u_l^{(n)}$ représente la variation lente de la perturbation, tandis que le terme $e^{il(k_1 X_0 - \omega_1 T_0)}$ représente la variation rapide de la perturbation, ω_1 représente la fréquence et k_1 le nombre d'onde. Nous prenons en considération la condition $u_{-l}^{(n)} = u_l^{(n)*}$. Les opérateurs de variation temporelle et spatiale sont écrits à l'aide du changement de variables (7.17), soit

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} \\ \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial X_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2} \\ \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} &= \frac{\partial^3}{\partial X_0^3} + \varepsilon \left(3 \frac{\partial^2}{\partial X_0^2} \frac{\partial}{\partial X_1} \right) + \varepsilon^2 \left(3 \frac{\partial^2}{\partial X_0^2} \frac{\partial}{\partial X_2} + 3 \frac{\partial}{\partial X_0} \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} \right) \end{aligned} \right. \quad (7.19)$$

En utilisant les équations ci-dessus (7.19) ainsi que le changement de variable considéré(7.18), nous développons l'équation de Korteweg-de Vries généralisée (*K-dV g*) (7.14) aux différents ordres en ε . Au premier ordre en ε , l'équation (*K-dV g*) est donnée par

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial T_0} + B \frac{\partial^3 u^{(1)}}{\partial X_0^3} = 0 \quad (7.20)$$

où nous avons l'expression de l'opérateur linéaire donnée par $L_0 = \frac{\partial}{\partial T_0} + B \frac{\partial^3}{\partial X_0^3}$. En considérant le développement à la première harmonique : $l = 1$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial T_0} + B \frac{\partial^3 u_1^{(1)}}{\partial X_0^3} &= 0 \\ -i\omega_1 - iBk_1^3 &= 0 \end{aligned}$$

nous obtenons la relation de dispersion donnée par

$$\omega_1 = -Bk_1^3 \quad (7.21)$$

le développement de l'équation (K -dV g) au second ordre en ε , nous permet d'avoir l'expression suivante

$$\left(\frac{\partial}{\partial T_0} + B \frac{\partial^3}{\partial X_0^3} \right) u^{(2)} = -\frac{\partial u^{(1)}}{\partial T_1} - A \left(u^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial X_0} \right) - B \left(3 \frac{\partial^2}{\partial X_0^2} \frac{\partial}{\partial X_1} u^{(1)} \right) \quad (7.22)$$

avec

$$\begin{aligned} u^{(2)} &= u_2^{(2)} e^{i2(k_1 X_0 + \omega T_0)} + cc + u_1^{(2)} e^{i(k_1 X_0 + \omega T_0)} + cc + u_0^{(2)} \\ u^{(1)} &= u_1^{(1)} e^{i(k_1 X_0 + \omega T_0)} + cc \end{aligned}$$

où, cc représente le complexe conjugué. Le terme séculaire devant être nul.

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial t_1} - 3Bk_1^2 \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x_1} = 0 \quad (7.23)$$

l'équation (7.23) est sous la forme de l'équation de propagation d'une onde. Nous pouvons conclure que la vitesse de groupe ⁽¹⁾ Vg_1 est donnée par

$$Vg_1 = \frac{\partial \omega_1}{\partial k_1} = -3Bk_1^2 \quad (7.24)$$

L'expansion à la seconde harmonique $l = 2$ de l'équation (7.22) nous permet d'avoir

$$(-2i\omega - 8ik^3) u_2^{(2)} = -ikA \left| u_1^{(1)} \right|^2$$

⁽¹⁾Dans certains articles, une autre approche est utilisée pour établir l'équation NLS à partir d'une équation K-dV g. Elle consiste à introduire un changement de base pour se mettre dans le repère de l'onde $t = \varepsilon^3 T$, et $x = \varepsilon(X - Vg T)$. Dans cette méthode, nous retrouvons les mêmes expressions associées à la fréquence $\omega = \omega_1$ ainsi qu'aux expressions des vitesses de groupe $Vg = Vg_1$. La différence est que dans cette méthode l'onde est supposée voyager à une vitesse de groupe qu'il faudra déterminer, tandis qu'ici, nous aboutissons à un résultat déjà connu, qui est l'équation de propagation d'une onde.

où l'expression du potentiel $u_2^{(2)}$ est donnée par

$$u_2^{(2)} = \frac{A}{6Bk_1^2} \left| u_1^{(1)} \right|^2 \quad (7.25)$$

Le développement au troisième ordre en ε de l'équation $K-dV$ généralisée nous permet d'avoir l'expression suivante

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial T_0} + B \frac{\partial^3}{\partial X_0^3} \right) u^{(3)} = & -\frac{\partial u^{(2)}}{\partial T_1} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial T_2} - A \left(u^{(1)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial X_0} + u^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial X_1} + u^{(2)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial X_0} \right) \\ & - B \left(3 \frac{\partial^2}{\partial^2 X_0} \frac{\partial}{\partial X_1} u^{(1)} + 3 \frac{\partial^2}{\partial^2 X_0} \frac{\partial}{\partial X_2} u^{(1)} + 3 \frac{\partial}{\partial X_0} \frac{\partial^2}{\partial^2 X_1} u^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (7.26)$$

Pour $l = 0$, l'ordre où l'harmonique est nulle, l'équation (7.26) est restreinte aux termes

$$\frac{\partial u_0^{(2)}}{\partial t_1} + A \frac{\partial}{\partial X_1} \left| u_1^{(1)} \right|^2 = 0 \quad (7.27)$$

En utilisant l'équation(7.23), nous pouvons écrire

$$\frac{\partial}{\partial t_1} = -Vg_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \quad (7.28)$$

A l'aide des équations (7.28) et (7.28), l'expression du potentiel $u_0^{(2)}$ est donnée par

$$u_0^{(2)} = -\frac{A}{3Bk_1^2} \left| u_1^{(1)} \right|^2 \quad (7.29)$$

En posant le terme séculaire de l'équation (7.26) égal à zéro, le développement à l'ordre de la première harmonique, nous permet de réécrire l'équation (7.26) sous la forme

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_1^{(2)}}{\partial T_1} + \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial T_2} + A \left(ik_1 u_0^{(2)} u_1^{(1)*} + ik_1 u_2^{(2)} u_1^{(1)} \right) + \\ B \left(-3k_1^2 \frac{\partial u_1^{(2)}}{\partial X_1} - 3k_1^2 \frac{\partial u_1^{(1)}}{\partial X_2} + 3ik_1 \frac{\partial^2 u_1^{(1)}}{\partial X_1^2} \right) + A' \left(ik_1 u_1^{(1)} \left| u_1^{(1)} \right|^2 \right) = & 0 \end{aligned} \quad (7.30)$$

sachant que

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_1} - 3Bk^2 \frac{\partial}{\partial x_1} \right) u_1^{(2)} = 0 \quad (7.31)$$

l'équation (7.30) est réécrite pour obtenir l'expression suivante

$$i \left(\frac{\partial}{\partial T_2} - 3Bk_1^2 \frac{\partial}{\partial X_2} \right) u_1^{(1)} - 3Bk_1 \frac{\partial^2 u_1^{(1)}}{\partial X_1^2} + k \left(\frac{A^2}{6Bk_1^2} - A' \right) u_1^{(1)} \left| u_1^{(1)} \right|^2 = 0 \quad (7.32)$$

À l'aide du changement de variables $\xi = \varepsilon (X_1 - Vg_1 T_1)$ et $\tau = \varepsilon^2 T_1$, et en posant $u_1^{(1)} = u$, l'équation non linéaire de Schrödinger est ainsi obtenue, soit

$$i \frac{\partial u}{\partial \tau} + P_1 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + Q_1 u |u|^2 = 0 \quad (7.33)$$

où

$$\begin{aligned} P_1 &= -3Bk_1 \\ Q_1 &= k_1 \left(\frac{A^2}{6Bk_1^2} - A' \right) \end{aligned} \quad (7.34)$$

En utilisant les expressions de A, A' et B données en fonction de c_1, c_2 et c_3 par les équations(7.15) dans un cadre général, les expressions des coefficients P_1 et Q_1 sont données par

$$\begin{aligned} P_1 &= -\frac{3}{2}k_1c_1^{-3/2} \\ Q_1 &= k_1 \left(\frac{\left(\frac{3}{2}c_1^{1/2} - c_2c_1^{-3/2} \right)^2}{3c_1^{-3/2}k_1^2} - \frac{3}{2} (c_1^3 + c_1c_2 - c_3) c_1^{-3/2} \right) \end{aligned} \quad (7.35)$$

Dans le cadre de notre étude sur les plasmas à trois espèces avec des électrons à deux températures, les coefficients P_1 et Q_1 sont donnés en utilisant les expressions des coefficients A, A' et B (7.16) données en fonction de δ et de θ . Les expressions des coefficients de dispersion et de non linéarité sont données par

$$\begin{aligned} P_1 &= -\frac{3}{2}k_1 \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^{-3/2} \\ Q_1 &= k_1 \left(\frac{\left(\frac{3}{2} \left(\frac{1+\delta\theta}{1+\delta} \right)^{1/2} - \frac{1+\delta\theta^2}{2(1+\delta)} \left(\frac{1+\delta\theta}{1+\delta} \right)^{-3/2} \right)^2}{3k_1^2 \left(\frac{1+\delta\theta}{1+\delta} \right)^{-3/2}} - \frac{3}{2} \left(\left(\frac{1+\delta\theta}{1+\delta} \right)^3 + \frac{(1+\delta\theta)(1+\delta\theta^2)}{2(1+\delta)^2} - \frac{1+\delta\theta^3}{6(1+\delta)} \right) \left(\frac{1+\delta\theta}{1+\delta} \right)^{-3/2} \right) \end{aligned} \quad (7.36)$$

Dans le but d'étudier la Stabilité/Instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique, nous devons étudier le signe du coefficient PQ . Le paquet d'ondes est considéré modulationnellement instable lorsque le coefficient $P/Q > 0$, tandis qu'il est considéré modulationnellement stable si $P/Q < 0$. La figure (7.2) représente les variations du signe du coefficient PQ en fonction des paramètres θ et δ . Différentes couleurs ont été attribuées à la zone où $P/Q > 0$, associée aux différentes valeurs des nombres d'onde k , $k = 0.1$ en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.3$ en bleu et $k = 0.4$ en marron.

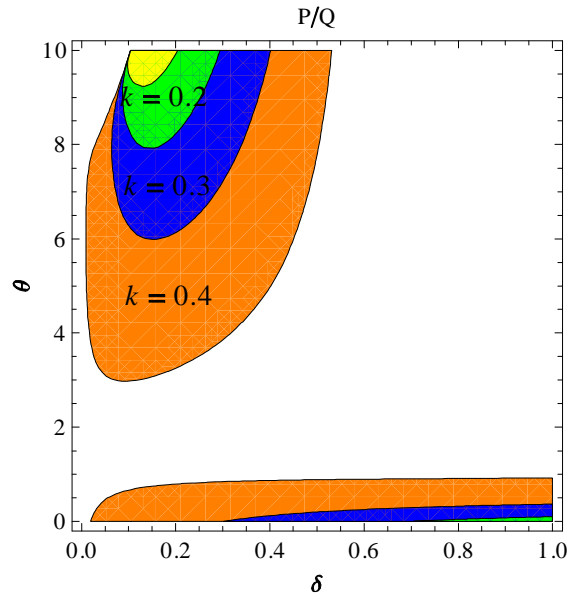


Figure 7.2: Le coefficient $P/Q > 0$ en fonction des rapports de densités initiales des électrons δ ainsi que du rapport de température des électrons θ , pour différentes valeurs des nombres d'onde k . $k = 0.1$ en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.5$ en bleu $k = 0.8$ marron.

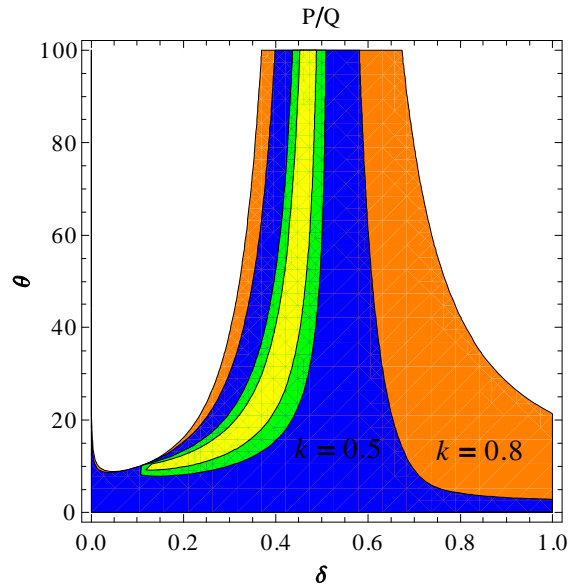


Figure 7.3: Le coefficient $P/Q > 0$ en fonction des rapports de densités initiales des électrons δ ainsi que du rapport de température des électrons θ , pour différentes valeurs des nombre d'onde k $k = 0.1$ en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.5$ en bleu et $k = 0.8$ en orange.

La figure (7.3) représente la variation du coefficient $P/Q > 0$ en fonction du rapport de densité initiale δ des électrons ainsi que du rapport de température θ , les différents domaines colorés sont associés aux différents nombres d'onde k , où nous avons pour $k = 0.1$, le domaine où le coefficient $P/Q > 0$ est tracé en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.5$ en bleu et pour $k = 0.8$,

le domaine où $P/Q > 0$ est tracé en marron. Entre chaque deux différents domaines, la ligne séparatrice représente la variation du rapport de température critique des électrons θ_c en fonction du rapport des densités initiales des électrons δ associées au nombre d'onde k . Nous remarquons que, pour une valeur donnée du rapport de température θ , le domaine des valeurs du rapport de densité δ augmente avec l'augmentation des valeurs des nombres d'onde k . Ce qui fait que pour une valeur déterminée du rapport de température θ , le domaine des valeurs du rapport de densité δ , où le paquet d'onde est modulationnellement stable est plus grand. La figure (7.4) représente les différents domaines où le coefficient $P/Q > 0$ associé à certaines valeurs du rapport de densité δ en fonction du rapport de température θ ainsi que du nombre d'onde k . Ces différents domaines sont représentés par différentes couleurs, soit $\delta = 0.1$ représenté en jaune, $\delta = 0.3$ en vert, $k = 0.5$ en bleu et $k = 0.9$ en marron. Le domaine des nombres d'onde k où le paquet d'onde est modulationnellement instable est de plus en plus petit.

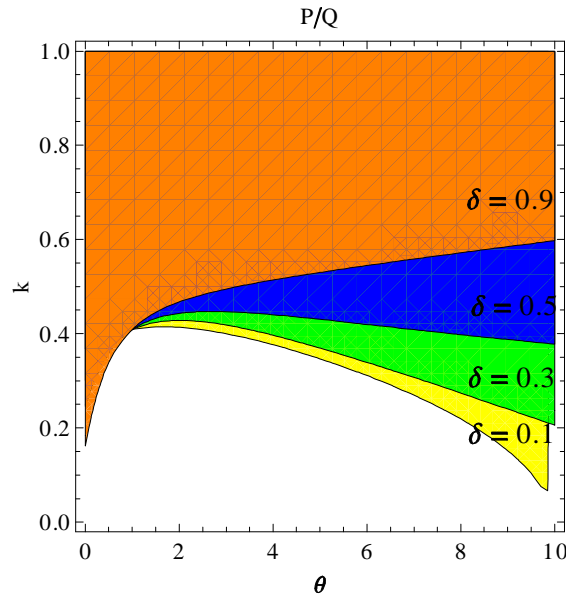


Figure 7.4: Le signe du coefficient $P/Q > 0$ en fonction du nombre d'onde k ainsi que du rapport de température θ pour différentes valeurs du rapport de densité δ . $\delta = 0$ en jaune, $\delta = 0.3$ en vert, $\delta = 0.5$ en bleu et $\delta = 0.9$ en orange.

La ligne séparatrice entre les domaines colorés représente la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du rapport de température θ . Cette figure nous permet d'avoir une idée sur les domaines des nombres d'onde k ainsi que du rapport de température θ où le paquet d'onde est modulationnellement stable/instable. Pour $\delta = 0$, le nombre d'onde critique est de $k_c = 0.408$. La figure (7.5) représente la variation du nombre d'onde critique k_c associé à certaines valeurs du rapport de densité δ en fonction du rapport de température

θ . cette dernière figure nous permet de voir les différents domaines où le paquet d'onde est modulationnellement stable/instable, ainsi que le nombre d'onde critique où le paquet d'onde passe d'un état modulationnellement stable à un état modulationnellement instable.

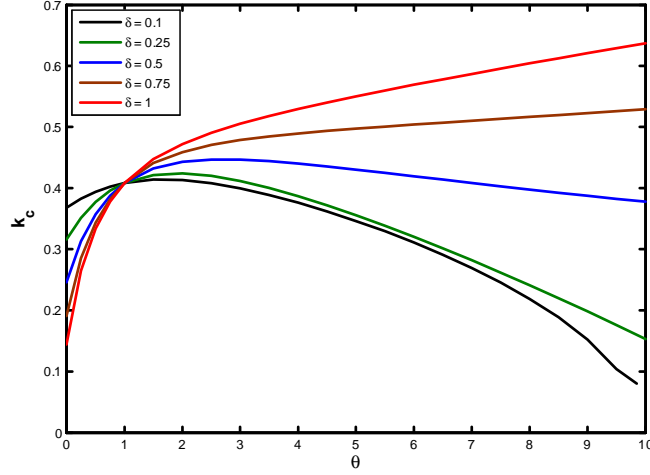


Figure 7.5: Variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du rapport de température des électrons θ , pour certaines valeurs du rapport de densité initiale des électrons δ .

Nous pouvons voir la présence de deux domaines d'étude qui dépendent de la valeur du nombre d'onde θ . Pour $\theta < 1$, le nombre d'onde critique k_c associé à une valeur du rapport de densité δ augmente en fonction de l'augmentation de la valeur du rapport de température. Aussi, pour une même valeur du rapport de température $0 < \theta_0 < 1$, le nombre d'onde critique diminue avec l'augmentation de la valeur du rapport de densité initiale δ des électrons. Ce qui fait que le domaine des nombres d'onde k où le paquet d'onde est modulationnellement stable augmente avec l'augmentation du rapport de densité initiale δ . Dans le second domaine où $\theta > 1$, le nombre d'onde critique k_c augmente avec l'augmentation de la valeur du rapport de densité δ . Le domaine du nombre d'onde k associé à une valeur donnée du rapport de température θ , où le paquet d'onde est modulationnellement instable diminue avec l'augmentation de la valeur du rapport de densité.

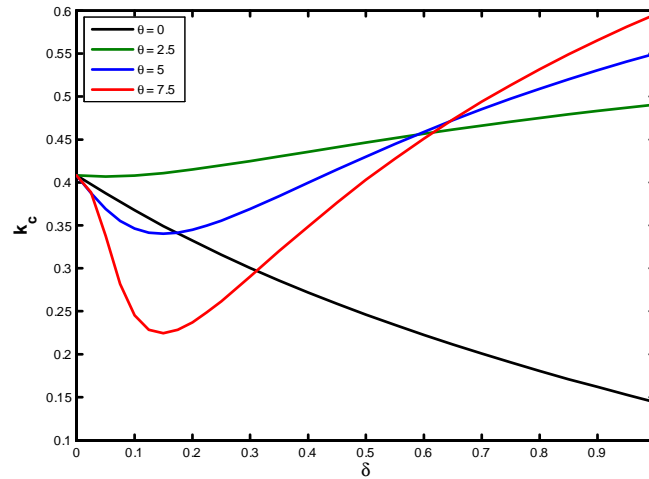


Figure 7.6: Variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du rapport de densité δ pour certaines valeurs du rapport de température θ .

La figure (7.6) nous donne une idée sur la variation du nombre d'onde critique k_c , déterminant la frontière entre les domaines où le paquet d'onde est modulationnellement stable/instable en fonction du rapport de densité δ pour plusieurs valeurs du rapport de température θ .

7.4 Equation non linéaire de Schrödinger à partir du système fluide

Dans le but d'étudier la stabilité/instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique, nous établissons à partir du système d'équations fluide (7.2) l'équation non linéaire de Schrödinger. Les grandeurs physiques sont développées suivant les harmoniques

$$\begin{aligned}
 n &= 1 + \sum_{m=1}^{+\infty} \varepsilon^m \sum_{l=-\infty}^{+\infty} n_l^{(m)} e^{il(k_0 x - \omega_0 t)} \\
 v &= \sum_{m=1}^{+\infty} \varepsilon^m \sum_{l=-\infty}^{+\infty} v_l^{(m)} e^{il(k_0 x - \omega_0 t)} \\
 \phi &= \sum_{m=1}^{+\infty} \varepsilon^m \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \phi_l^{(m)} e^{il(k_0 x - \omega_0 t)}
 \end{aligned} \tag{7.37}$$

En utilisant le développement des grandeurs physiques (7.37), ainsi que le changement de variables (7.9), le système d'équations fluide (7.2) est développé selon les différents ordres

en ε . Au premier ordre, nous aboutissons à la relation de dispersion, donnée par

$$\omega_0^2 = \frac{k_0^2}{k_0^2 + c_1} \quad (7.38)$$

Au second ordre en ε , nous retrouvons l'expression de la vitesse de groupe U_0

$$U_0 = (1 - \omega_0^2) \frac{\omega_0}{k_0} \quad (7.39)$$

tandis qu'au troisième ordre en ε , nous aboutissons à l'équation non linéaire de Schrödinger⁽¹⁾

$$i \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial \tau} + P_0 \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial \xi^2} + Q_0 \left| \phi_1^{(1)} \right|^2 \phi_1^{(1)} = 0 \quad (7.40)$$

où

$$P_0 = -\frac{3}{2} c_1 \frac{\omega_0^5}{k_0^4}$$

$$Q_0 = \frac{\omega_0^3}{2k_0^2} \left[3c_3 + 2c_2 (A_{\phi 0} + B_{\phi 0}) - 2 \frac{k_0}{\omega_0} (k_0^2 + c_1) (A_{u0} + B_{u0}) - (k_0^2 + c_1) (A_{n0} + B_{n0}) \right] \quad (7.41)$$

Les différents coefficients sont donnés en fonction de c_1 , c_2 et c_3 .

$$\begin{aligned} A_{n0} &= (c_1 + 4k_0^2) A_{\phi 0} + c_2 \\ A_{u0} &= \frac{\omega_0}{k_0} \left[A_{n0} - (k_0^2 + c_1)^2 \right] \\ A_{\phi 0} &= \frac{(k_0^2 + c_1)^2}{2k_0^2} - \frac{c_2}{3k_0^2} \\ B_{n0} &= c_1 B_{\phi 0} + 2c_2 \\ B_{u0} &= -\frac{2\omega_0}{k_0} (k_0^2 + c_1)^2 + U_0 B_{n0} \\ B_{\phi 0} &= \frac{-2c_2 U_0^2 + (k_0^2 + 3c_1)}{c_1 U_0^2 - 1} \end{aligned} \quad (7.42)$$

⁽¹⁾On peut trouver plus de détail, dans le chapitre: Instabilité de modulation de l'onde acoustique poussièreuse et ondes scélérates dans un plasma poussièreux polarisé.

Les différents coefficients sont donnés en fonction de δ et θ

$$\begin{aligned}
 A_{n0} &= \left(\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} + 4k_0^2 \right) A_{\phi 0} + \frac{1 + \delta\theta^2}{2(1 + \delta)} \\
 A_{u0} &= \frac{\omega_0}{k_0} \left[A_{n0} - \left(k_0^2 + \frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^2 \right] \\
 A_{\phi 0} &= \frac{\left(k_0^2 + \frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^2}{2k_0^2} - \frac{1 + \delta\theta^2}{12(1 + \delta)k_0^2} \\
 B_{n0} &= \frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} B_{\phi 0} + \frac{1 + \delta\theta^2}{1 + \delta} \\
 B_{u0} &= -\frac{2\omega_0}{k_0} \left(k_0^2 + \frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} \right)^2 + U_0 B_{n0} \\
 B_{\phi 0} &= \frac{-\frac{1 + \delta\theta^2}{1 + \delta} U_0^2 + k_0^2 + 3\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta}}{\frac{1 + \delta\theta}{1 + \delta} U_0^2 - 1}
 \end{aligned} \tag{7.43}$$

Dans le but d'étudier la stabilité/instabilité de modulation du paquet d'onde acoustique ionique, nous traçons sur la figure (7.7) la variation du signe du coefficient P/Q en fonction du paramètre du rapport de température des électrons θ ainsi que du nombre d'onde k pour différentes valeurs du rapport de densité initiale des électrons δ . Nous représentons $\delta = 0$ en jaune, $\delta = 0.5$ en vert, tandis que $\delta = 0.9$ est en rouge.

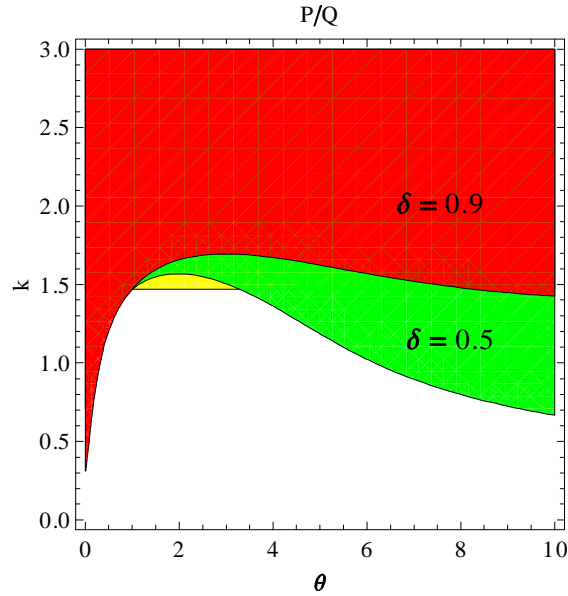


Figure 7.7: Variation du signe du coefficient $P/Q > 0$ colorée en fonction de la variation du rapport de température θ ainsi que du nombre d'onde k , pour différentes valeurs du rapport de densité initiale δ des électrons. $\delta = 0$ est tracé en jaune, $\delta = 0.5$ est tracé en vert, $\delta = 0.9$ en rouge.

La ligne séparatrice entre chaque domaine coloré, représente la variation du nombre d'onde critique k_c associée au rapport de densité initiale des électrons δ en fonction du rapport de température θ . Pour $\delta = 0$, la zone en jaune représentant le domaine où le coefficient $P/Q > 0$ est rectangulaire, le nombre d'onde critique k_c est donc constant $k_c \simeq 1.47$. Pour $\delta = 0.5$, le nombre d'onde critique associé à $\theta = 0$ est de $k_c \simeq 0.709$. Les figures (7.8-7.9) représentent les domaines où le coefficient $P/Q > 0$ en fonction des rapports des densités initiales δ ainsi que celui des températures des électrons θ pour différentes valeurs du nombre d'onde k .

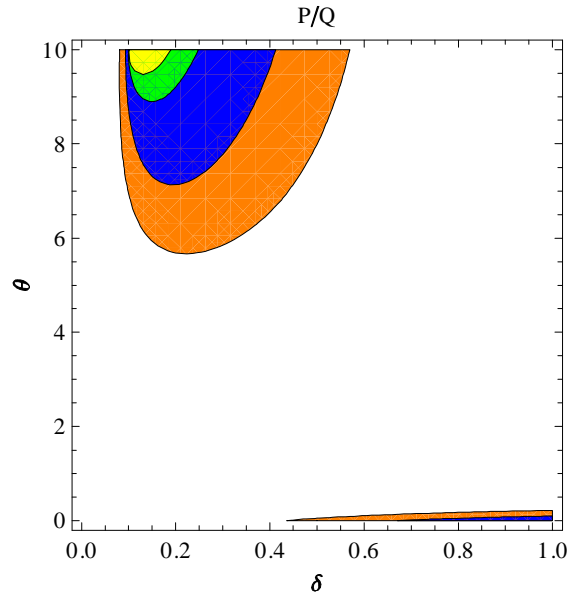


Figure 7.8: Variation du coefficient $P/Q > 0$ en fonction des variations des rapport des densités initiales δ ainsi que des températures θ des électrons pour différentes valeurs du nombre d'onde k . $k = 0.1$ en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.5$ en bleu et $k = 0.8$ en marron.

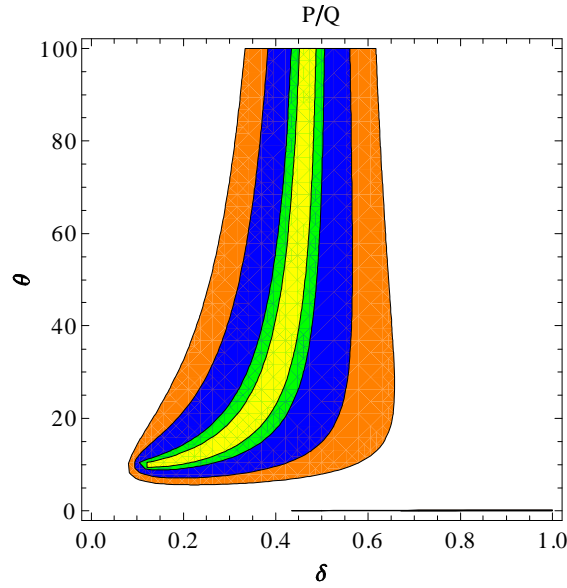


Figure 7.9: Variation du coefficient $P/Q > 0$ en fonction des variations des rapport des densités initiales δ ainsi que des températures θ des électrons pour différentes valeurs du nombre d'onde k ; $k = 0.1$ en jaune, $k = 0.2$ en vert, $k = 0.5$ en bleu et $k = 0.8$ en marron .

Comme le montrent les figures (7.8)-(7.9), une augmentation dans le nombre d'onde k permet de plus grand domaines de valeurs du rapport des densités initiales δ , ainsi que du rapport de température θ des électrons où le paquet d'onde est considéré modulationnellement instable. La figure (7.10) nous permet d'avoir les variations des nombres d'ondes critiques k_c en fonction de la variation du rapport de densité initiale δ associé à différentes valeurs du rapport de température θ .

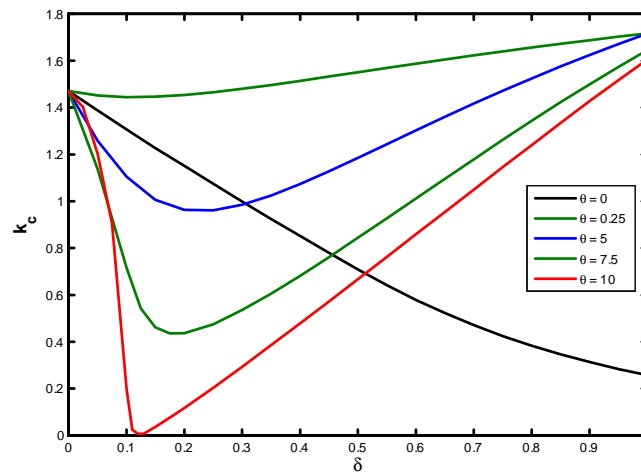


Figure 7.10: Variation du nombre d'onde critique k_c en fonction de la variation du rapport de la densité δ pour de multiples valeurs du rapport de température θ .

Sur la figure (7.10), nous pouvons distinguer la présence d'un point caractéristique δ_0 qu'on associe au couple (δ_0, θ) . Pour $\delta < \delta_0$, une augmentation de la valeur du rapport de température θ fait en sorte que le nombre d'onde critique k_c est de plus en plus petit. Ce qui fait que le domaine des valeurs du nombre d'onde k où le paquet d'onde est modulationnellement instable est de plus en plus grand. Pour $\delta > \delta_0$, nous remarquons qu'une augmentation dans la valeur du rapport de température θ se trouve responsable de l'augmentation du nombre d'onde critique k_c associé. Ce qui fait que le domaine des valeurs du nombre d'onde k où le paquet d'onde est modulationnellement instable se trouve réduit. La figure (7.11) représente la variation du nombre d'onde critique k_c en fonction du rapport de température θ des électrons pour de multiples valeurs du rapport de densité δ .

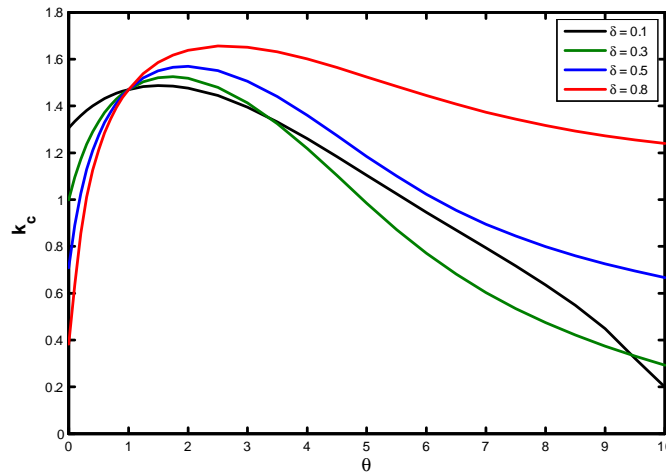


Figure 7.11: Variation du nombre d'onde critique k_c en fonction de la variation du rapport de la température θ pour de multiples valeurs du rapport de densité δ .

Sur cette figure, nous pouvons noter l'existence de deux régions. Pour $0 < \theta < 1$, le nombre d'onde critique k_c a tendance à diminuer pour de grandes valeurs du rapport de densité δ . Ce qui fait que le domaine des valeurs du nombre d'onde k augmente proportionnellement par rapport à la densité initiale des électrons δ . La seconde région est associée à $\theta > 1$. Dans cette dernière, notons qu'une augmentation dans le rapport de densité initiale des électrons δ entraîne une augmentation du nombre d'onde critique associé k_c . De ce fait, le domaine des nombres d'onde k où le paquet d'onde est modulationnellement instable devient de plus en plus petit.

7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les différentes excitations que peuvent avoir des ondes acoustiques ioniques se propageant dans un plasma à trois composantes ou plus, unidimensionnel, non magnétisé et non collisionnel. Les ions sont considérés fluide où leur dynamique est régit par les équations fluides, et où l'on a considéré deux espèces d'électrons ou plus.

Dans notre étude, deux approches différentes ont été utilisées. L'une, dans un cas global, où nous avons considéré que les apports de toutes les espèces électroniques dans l'approximation des faibles perturbations où $\phi \ll 1$, sont prises en considération dans l'équation de Poisson. Les constantes c_1, c_2 et c_3 sont des constantes à déterminer suivant le nombre d'espèce d'électrons ainsi que leurs fonctions de distributions respectives. La seconde est l'étude de l'excitation des ondes acoustiques ioniques en présence de deux espèces électroniques Maxwelliennes, ayant deux différentes températures (T_h et T_C). Dans ce cas, nous avons pu établir l'expression de Poisson adéquate à ce système ainsi que les constantes c_1, c_2 et c_3 associés.

Le but de cette étude est de déterminer les domaines de stabilité/instabilité de modulation d'un paquet d'onde acoustique ionique qui se propage dans un plasma multi-espèces. Pour cela, nous avons déterminé l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) associée, d'abord dans le cas général, en fonction des constantes c_1, c_2 et c_3 . Ensuite, dans le cas de notre étude, en fonction des constantes δ et θ . L'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) est établie en utilisant deux approches différentes. La première étant de l'établir directement à partir du système d'équations fluide régissant la dynamique de ce plasma en faisant le changement de variables adéquat où toutes les grandeurs physiques « densité, vitesse et potentiel électrostatique » sont perturbées en série d'harmoniques. La seconde méthode étant de l'établir à partir de l'équation Korteweg-de Vries généralisée (*K-dV g*). Pour cela, nous avons déterminé l'équation *K-dV* associée ainsi que l'équation de Korteweg-de Vries modifiée (*K-dV m*) afin d'établir l'équation de Korteweg-de Vries généralisée. Cette dernière étant décrite en fonction du potentiel électrostatique. Le développement en série d'harmoniques du potentiel nous a ainsi permis d'établir l'équation non linéaire de Schrödinger.

L'étude des domaines de stabilité/instabilité s'est faite selon le critère de l'analyse de stabilité suivant le signe du coefficient PQ . Nous avons déterminé les domaines de stabilité et d'instabilité de modulation du paquet d'ondes. Pour les deux équations *NLS* établies, les domaines de stabilité/instabilité ont été étudiés ainsi que l'influence des paramètres du plasma sur ces derniers.

8

Conclusion générale

Pour conclure, nous revenons brièvement sur les résultats obtenus dans cette thèse, dont l'objectif était d'analyser certains phénomènes dans les plasmas hors équilibre thermodynamique. Nous avons utilisé, pour cela, des méthodes analytiques et numériques. Le modèle fluide a été utilisé pour décrire la dynamique des plasmas étudiés, aussi, des méthodes de perturbation réductive pour aboutir aux équations dont les solutions sont les ondes pouvant exister au sein du plasma. Ces équations sont l'équation de Korteweg-de Vries ($K-dV$) et l'équation non linéaire de Schrödinger ($NLSE$). A cette étape, une étude numérique prend le relais où nous exploitons nos résultats en essayant de décrire au mieux l'influence des différents paramètres caractérisant le plasma sur les ondes qui peuvent exister dans le plasma. Nous avons étudié, dans cette thèse, différentes structures: les solitons ainsi que l'énergie pouvant être transportée par ces structures solitaires, les ondes scélérates associées aux ondes acoustiques ioniques, les ondes scélérates associées aux ondes acoustiques poussiéreuses, les phénomènes de l'écrantage de Debye ainsi que la formation de la gaine électrostatique dans le plasma.

Le premier chapitre a été consacré à l'introduction des concepts et grandeurs de base pour toute étude dans le domaine de la physique des plasmas. Nous avons, pour cela, introduit la longueur caractéristique de Debye, ainsi que les fréquences propres électroniques et ioniques pour un plasma à deux composantes. Nous avons, par la suite, défini les plasmas complexes, incluant des particules extrêmement massives et chargées par rapport aux autres composantes du plasma, ces plasmas sont connus sous le nom de plasmas poussiéreux. Nous avons explicité les grandeurs caractéristiques de ces plasmas et défini certaines des plus importantes découvertes de ces milieux, à savoir, les ondes acoustiques poussiéreuses et les ondes acoustiques ioniques poussiéreuses (DA et DIA).

Le second chapitre a été réservé à l'introduction d'une partie importante de notre travail utilisé dans les chapitres six et sept. Nous avons, en effet, discuté de l'instabilité de modulation. Cette dernière, régie par l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*), nous permet d'avoir les domaines des nombres d'onde k où l'onde est dite modulationnellement stable/instable. Cette fameuse équation (*NLS*) à deux types de solutions appelées (soliton lumineux et soliton sombre) dépendant de certaines conditions qu'on a mis en évidence. Dans le domaine de l'instabilité de modulation, l'équation non linéaire de Schrödinger admet une solution rationnelle. Cette dernière peut exhiber un maximum très important localisé dans le temps et l'espace. Cette structure est plus connue sous le nom de "Freak ou Rogue wave".

Au troisième chapitre, les ondes acoustiques ioniques sont étudiées dans un modèle faiblement non linéaire pour un plasma à deux espèces, avec des ions fluides à charge unique positive et des électrons non extensifs et non thermiques [8]. Nous nous sommes intéressé à l'influence de ces deux paramètres et à leurs effets combinés sur l'onde acoustique ionique solitaire. Il a été montré que, dépendant du degré de non extensivité ainsi que du taux d'électrons non thermiques, les ondes acoustiques ioniques solitaires pouvaient théoriquement exister dans ce plasma avec leurs deux natures; raréfiative et compressive. La non thermalité du plasma favorise le développement des structures solitaires de raréfaction, en effet, l'intervalle du domaine de non extensivité augmente lorsque la non thermalité du plasma augmente. Dans un plasma non extensif pur, où $\alpha = 0$, l'énergie transportée par le soliton a tendance à diminuer avec l'augmentation de la non extensivité du plasma, atteignant un certain minimum local, puis commence à augmenter.

Dans le quatrième chapitre, nous avons examiné le rôle que peut jouer la non extensivité électronique pour un état non thermique donné sur l'écrantage électrostatique de Debye [10], à savoir, comment une combinaison entre non thermalité (α) et non extensivité (q) peut influencer la capacité du plasma à écranter toute perturbation électrostatique. Une distribution de Cairns-Tsallis a été décrite ainsi qu'une expression généralisée pour la longueur d'écrantage de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$ a été obtenue. Cette dernière se réduit à sa forme standard pour des limites appropriées pour q et α . Nous avons montré qu'une augmentation de q provoque une diminution de la longueur de Debye, quelle que soit la quantité d'électrons non thermiques présentes dans le plasma. En outre, une augmentation de α donne des résultats qualitativement similaires mais avec un décalage net de la longueur de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$ vers des valeurs plus élevées. Des valeurs petites mais pertinentes du paramètre non extensive q , associées à une grande non thermalité du plasma, ont comme résultat de larges longueurs

de Debye $\lambda_D^{q,\alpha}$. Le potentiel électrostatique d'écrantage diminue comme une fonction de la distance, plus lentement à mesure que α augmente. En outre, les effets combinés de la non extensivité et de la non thermalité des électrons sur la région de la gaine du plasma ont été examinés, le critère de Böhm approprié pour la formation de la gaine a été ainsi établi. La variation du nombre de Mach critique M_c , au-delà duquel, le potentiel électrostatique de la gaine plasma est formé, par rapport au paramètre non extensif a été étudié pour différentes valeurs du paramètre non thermique. Pour des valeurs petites mais pertinentes de q avec des valeurs relativement élevées de α , une grande vitesse de dérive associée aux ions est nécessaire pour la formation adéquate de la gaine électrostatique. En revanche, une augmentation de q favorise la formation de la gaine électrostatique du plasma dans le sens où M_c diminue. Ceci permet donc d'élargir le domaine des vitesses de dérive admissibles aux ions v_{i0} . Pour $\alpha = 0$, le potentiel de la gaine électrostatique Ψ_s subit une variation lente en fonction de la distance. Lorsque α augmente, le gradient du potentiel électrostatique $d\Psi_s/d\xi$ devient brusquement raide, ce qui a comme conséquence la réduction de la fuite des électrons énergétiques vers le mur. En outre, l'épaisseur de la gaine électrostatique s'élargit à mesure que la non thermalité du plasma augmente. Nos résultats devraient être très pertinents pour expliquer et interpréter l'écrantage ainsi que la formation des gaines électrostatiques dans les plasmas hors équilibre qui sont liés à certains processus tels que les traitements de surface, l'implantation ionique... etc.

Dans le cinquième chapitre, nous avons étudié la modulation instabilité d'une onde acoustique ionique dans un plasma à deux espèces unidimensionnel non magnétisé et non collisionnel [11]. Les ions sont considérés fluide, tandis que les électrons sont non thermiques considérés dans le cadre de la statistique non extensive. En utilisant la technique de perturbation réductrice (*RPT*), l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLSE*) qui régit l'instabilité de modulation de l'onde acoustique ionique (*IAWS*) est obtenue. Les deux solitons sombres et lumineux peuvent exister. Nous avons noté que l'instabilité/stabilité de modulation de l'onde acoustique ionique dépend du signe du coefficient P/Q de la (*NLSE*). Il a été prouvé que non thermalité et non extensivité modifient les régions de la stabilité/instabilité de l'onde acoustique ionique. Les deux paramètres agissent sur le nombre d'onde critique k_c séparant la région de stabilité et celle de l'instabilité de modulation. L'augmentation des deux paramètres non extensifs et non thermiques du plasma fait en sorte que ce nombre d'onde critique diminue, en premier lieu, pour augmenter après avoir atteint une valeur minimale. En outre, les effets de ces paramètres ont été étudiés sur les ondes scélérates extraites

des ondes acoustiques ioniques. Nous avons observé que ces ondes scélérates « rogue waves » deviennent de plus en plus faibles à mesure que le plasma dévie de son équilibre.

Dans le sixième chapitre, nous avons examiné les effets induits par la force de polarisation sur l'instabilité de modulation dans un plasma ayant des électrons et des ions thermiques avec des grains de poussières fluides chargés négativement [17]. En utilisant la méthode standard de perturbation réductrice, l'équation non linéaire de Schrödinger qui régit l'instabilité de modulation de l'onde acoustique poussiéreuse a été obtenue. Nous avons constaté que notre modèle de plasma supporte à la fois les enveloppes solitaires lumineuses ainsi que les enveloppes solitaires sombres. La présence de la force de polarisation joue un rôle crucial dans la formation et l'excitation de ces enveloppes. Une augmentation de la polarisation R conduit à une augmentation du nombre d'onde critique k_c au-delà duquel l'instabilité de modulation est établie. Il se trouve que l'effet du terme de polarisation est de restreindre le domaine des nombres d'onde dans lequel l'instabilité de modulation apparaît. En outre, On a constaté que l'amplitude de l'enveloppe diminue lorsque R augmente, ce qui signifie que les effets des forces de polarisation rendent les ondes scélérates acoustiques poussiéreuses associées plus faibles. Ces dernières peuvent être complètement aplaties lorsque $R \sim 1$, c'est-à-dire, lorsque la force de polarisation devient proche de la force électrostatique. La force nette agissant sur les particules de grains de poussière devient extrêmement faible. Il se trouve que le profil des vagues scélérates associées aux ondes acoustiques poussiéreuses est très sensible à tout changement dans la force de rappel agissant sur les particules de poussière. Les résultats de notre étude peuvent aider à comprendre les principales caractéristiques et les propriétés des ondes non linéaires acoustiques poussiéreuses dans les plasmas poussiéreux de laboratoire.

En fin, dans le septième chapitre, nous avons étudié les différentes excitations que peuvent avoir des ondes acoustiques ioniques se propageant dans un plasma à trois composantes ou plus, unidimensionnel, non magnétisé et non collisionnel. Des ions considérés fluides où leurs dynamiques est régit par les équations fluides, ainsi que deux espèces d'électrons ou plus. Dans notre étude, deux approches ont été faites. L'une, dans un cas global, où nous avons considéré que l'apport de toutes les espèces électroniques dans l'approximation des faibles perturbations où $\phi \ll 1$, était pris en considération dans l'équation de Poisson où les c_1, c_2 et c_3 sont des constantes à déterminer suivant le nombre d'espèces d'électrons ainsi que leurs fonctions de distributions respectives. La seconde est l'étude de l'excitation des ondes acoustiques ioniques en présence de deux espèces électroniques Maxwelliennes ayant deux différentes températures (T_h et T_C). Dans ce cas, nous avons pu établir l'équation

de Poisson adéquate à ce système ainsi que les constantes c_1 , c_2 et c_3 associées. Le but de cette étude est de déterminer les domaines de stabilité/instabilité de modulation d'un paquet d'onde acoustique ionique qui se propage dans un plasma multi-espèces, nous avons, pour cela, déterminé l'équation non linéaire de Schrödinger (*NLS*) associée au cas général, donnée en fonction des constantes c_1 , c_2 et c_3 , et aussi dans le cas de notre exemple d'étude où l'équation (*NLS*) était en fonction des constantes δ et θ . Deux méthodes sont connues pour établir cette dernière. La première est de l'établir directement à partir du système d'équations fluide qui régit la dynamique de ce plasma, en faisant le changement de variables adéquat où toutes les grandeurs physiques « densité, vitesse et potentiel électrostatique » sont perturbées en série d'harmonique. La seconde méthode étant d'établir l'équation (*NLS*) à partir de l'équation Korteweg-de Vries généralisée (*K-dV g*). Pour cela, nous avons déterminé l'équation *K-dV* associée ainsi que l'équation de Korteweg-de Vries modifiée (*K-dV m*) pour établir en fin l'équation de Korteweg-de Vries généralisée. Cette dernière étant décrite en fonction du potentiel électrostatique. Le développement en série d'harmoniques du potentiel nous a permis d'établir l'équation non linéaire de Schrödinger. L'étude des domaines de stabilité/instabilité est faite selon le critère de l'analyse de stabilité suivant le signe du coefficient PQ . Nous avons déterminé les domaines de stabilité et d'instabilité de modulation du paquet d'onde. Pour les deux équations (*NLS*) établies, les domaines de stabilité/instabilité sont étudiés ainsi que l'influence des paramètres du plasma sur ces derniers.

Bibliographie

- [1] B. Held, *Cold plasma Physics* (Masson, Paris, 1994).
- [2] G. Schmidt, *Physics of High Temperature Plasmas* (Academic, New York, 1979).
- [3] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [4] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709 (1995).
- [5] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum, New York, 1974).
- [6] T. Taniuti et N. Yajima, *J. Math. Phys.* **10**, 1369 (1969).
- [7] N. Asano, T. Taniuti et N. Yajima, *J. Math. Phys.* **10**, 2020 (1969).
- [8] O. Bouzit, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **21**, 062101 (2014).
- [9] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [10] O. Bouzit, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **22**, 052112 (2015).
- [11] O. Bouzit, M. Tribeche et A. S. Bains, *Phys. Plasmas* **22**, 084506 (2015).
- [12] K. Shimizu et Y. H. Ichikawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **33**, 789 (1973).
- [13] T. Kakutani et N. Suoimoto, *Phys. Fluids* **17**, 1617 (1974).
- [14] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol, 2002).
- [15] S. Hamaguchi et R. T. Farouki, *Phys. Rev. E* **49**, 4430 (1994).
- [16] S. Hamaguchi et R. T. Farouki, *Phys. Plasmas* **1**, 2110 (1994).

-
- [17] O. Bouzit et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **22**, 103703 (2015).
- [18] J. M. Rax, *Physique des Plasmas, Cours et Applications* (DUNOD, Paris, 2005).
- [19] I. Langmuir, C. G. Found et A. F. Dittmer, *Science* LX 1557, 392 (1924).
- [20] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **1**, 1362 (1994).
- [21] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [22] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [23] P. K. Shukla et V. P. Silin, *Phys. Scr.* **45**, 508 (1992).
- [24] E. G. D. Cohen, *Physica A* **305**, 19 (2002).
- [25] A. Renyi, *Acta Math. Acad. Sci. Hung.* **6**, 285 (1955).
- [26] K. Ourabah, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Rev. E* **91**, 012133 (2015).
- [27] C. Beck et E. G. D. Cohen, *Physica A* **322**, 267 (2003).
- [28] G. Wilk et Z. Wlodarczyk, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2770 (2000).
- [29] C. Beck, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 180601 (2001).
- [30] M. Abramowitz et I. A. Stegun (eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, 10th ed. (National Bureau of Standards, Gaithersburg, 1972).
- [31] R. Bostrom, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
- [32] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Bostrom et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
- [33] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [34] C. Sulem et P.L. Sulem, *The nonlinear Schrödinger: Self-Focusing and Wave Collapse*, (Springer-Verlag New York, 1999).
- [35] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlin. Processes Geophys.* **6**, 221 (1999).
- [36] W. C. Feldman, S. J. Anderson, S. J. Bame, S. P. Gary, J. T. Gosling, D. J. McComas, M. F. Thomsen, G. Paschmann et M. M. Hoppe, *J. Geophys. Res.* **88**, 96 (1983).

-
- [37] R. Lundlin, A. Zakharov, R. Pellinen, H. Borg, B. Hultqvist, N. Pissarenko, E. M. Dubinin, S. W. Barabash, I. Liede et H. Koskinen, *Nature (London)* **341**, 609 (1989).
- [38] Y. Futaana, S. Machida, Y. Saito, A. Matsuoka et H. Hayakawa, *J. Geophys. Res.* **108**, 1025 (2003).
- [39] S. R. Pillay et F. Verheest, *J. Plasma Phys.* **71**, 177 (2005).
- [40] F. Verheest et S. R. Pillay, *Nonlin. Processes Geophys.* **15**, 551 (2008).
- [41] F. Verheest et S. R. Pillay, *Phys. Plasmas* **15**, 013703 (2008).
- [42] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996 (1966).
- [43] A. A. Mamun et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **80**, 037401 (2009).
- [44] R. Sabry, W. M. Moslem et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **16**, 032302 (2009).
- [45] N. Shukla, W. M. Moslem et P. K. Shukla, *J. Plasma Fusion Res. Ser.* **8**, 0883 (2009).
- [46] F. Verheest, *Phys. Plasmas* **18**, 083701 (2011).
- [47] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [48] D. R. Nicholson, *Introduction to Plasma Theory* (Wiley, New York, 1983), p.3.
- [49] S. V. Lakshmi, R. Bharuthram et P. K. Shukla, *Astrophys. Space Sci.* **209**, 213 (1993).
- [50] C. Hansen, A. B. Reimann et J. Fajans, *Phys. Plasmas* **3**, 1820 (1996).
- [51] R. P. Drake et R. S. Marjoribanks, *Phys. Plasmas* **9**, 267 (2002).
- [52] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev et G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **17**, 042107 (2010).
- [53] L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **18**, 062102 (2011).
- [54] Y. Liu, S. Q. Liu et K. Xu, *Phys. Plasmas* **19**, 073702 (2012).
- [55] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev E* **85**, 037401 (2012).
- [56] V. Latora, A. Rapisarda et C. Tsallis, *Phys. Rev. E* **64**, 056134 (2001).
- [57] V. Latora, A. Rapisarda et C. Tsallis, *Physica A* **305**, 129 (2002).
- [58] J. A. S. Lima, R. Silva Jr et J. Santos, *Phys. Rev. E* **61**, 3260 (2000).

- [59] G. Kaniadakis, Phys. Lett. A **288**, 283 (2001).
- [60] S. Martinez, F. Pennini et A. Plastino, Phys. Lett. A **282**, 263 (2001).
- [61] T. Wada, Phys. Lett. A **297**, 334 (2002).
- [62] J. Du, Phys. Lett. A **329**, 262 (2004).
- [63] F. Sattin, Phys. Scr. **71**, 443 (2005).
- [64] L. Guo et J. Du, Phys. Lett. A **362**, 368 (2007).
- [65] M. P. Leubner, Nonlinear Processes Geophys. **15**, 531 (2008).
- [66] N. G. de Almeida, Physica A **387**, 2745 (2008).
- [67] L. Liyan et J. Du, Physica A **387**, 4821 (2008).
- [68] M. Tribeche et P. K. Shukla, Phys. Plasmas **18**, 103702 (2011).
- [69] A. S. Bains, M. Tribeche, N. S. Saini et T. S. Gill, Phys. Plasmas **18**, 104503 (2011).
- [70] R. Amour, M. Tribeche et P. K. Shukla, Astrophys. Space Sci. **338**, 287 (2012).
- [71] W. El-Taibany et M. Tribeche, Phys. Plasmas **19**, 024507 (2012).
- [72] M. Tribeche et P. K. Shukla, Phys. Lett. A **376**, 1207 (2012).
- [73] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, Phys. Rev. E **85**, 037401 (2012).
- [74] M. Tribeche, L. Djebarni et H. Schamel, Phys. Lett. A **376**, 3164 (2012).
- [75] M. Bacha, M. Tribeche et P. K. Shukla, Phys. Rev. E **85**, 056413 (2012).
- [76] A. S. Bains, B. Li et M. Tribeche, Phys. Plasmas **20**, 092119 (2013).
- [77] K. Ourabah et M. Tribeche, Int. J. Mod. Phys. B **27**, 1350181 (2013).
- [78] K. Ourabah et M. Tribeche, Physica A **393**, 470 (2014).
- [79] K. Ourabah et M. Tribeche, Annals Phys. **342**, 78 (2014).
- [80] G. Williams, I. Kourakis, F. Verheest et M. A. Hellberg, Phys. Rev. E **88**, 023103 (2013).

-
- [81] E. E. Trofimovich et V. P. Krainov, *JETP* **77**, 910 (1993).
- [82] R. Z. Sagdeev, in *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1966), Vol. **4**, p. 23.
- [83] S. Robertson, *Plasma Phys. Control. Fusion* **55**, 093001 (2013).
- [84] A. P. Misra et A. R. Chowdhary, *Eur. Phys. J. D* **39**, 49 (2006).
- [85] N. S. Saini et I. Kourakis, *Phys. Plasmas* **15**, 123701 (2008).
- [86] T. S. Gill, A. S. Bains et C. Bedi, *Phys. Plasmas* **17**, 013701 (2010).
- [87] C. Kharif, E. Pelinovsky et A. Slunyaev, *Rogue Waves in the Ocean* (Springer-Verlag, Berlin, 2009).
- [88] L. Stenflo et M. Marklund, *J. Plasma Phys.* **76**, 293 (2010).
- [89] W. M. Moslem, R. Sabry, S. K. El-Labany et P. K. Shukla. *Phys. Rev. E* **84**, 066402 (2011).
- [90] S. Guo, L. Mei et A. Sun, *Annals Phys.* **332**, 38 (2013).
- [91] Y. Y. Wang, J. T. Lib, C.Q. Dai, X. F. Chen et J. F. Zhang. *Phys. Lett. A* **377**, 2097 (2013).
- [92] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [93] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Plasmas* **18**, 022108 (2011).
- [94] F. Verheest et S. R. Pillay, *Phys. Plasmas* **15**, 013703 (2008).
- [95] M.R. Amin, G.E. Morfill et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **58**, 6517 (1998).
- [96] T. Kakutani et N. Sugimoto, *Phys. Fluids* **17**, 1617 (1974).
- [97] A. Ankiewicz, N. Devine et N. Akhmediev, *Phys. Lett. A* **373**, 3997 (2009).
- [98] C. K. Goertz, *Rev. Geophys.* **27**, 271 (1989).
- [99] M. Horanyi, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **34**, 383 (1996).
- [100] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas* (Kluwer, Dordrecht, 2000).

-
- [101] V. E. Fortov, A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, V. I. Molotkov et O. F. Petrov, *Phys. Usp.* **47**, 447 (2004).
- [102] V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, S. V. Vladimirov et H. M. Thomas, *Elementary Physics of Complex Plasmas*, Lect. Notes Phys. 731 (Springer, Berlin Heidelberg, 2008).
- [103] D.A. Mendis et M. Horanyi, *Rev. Geophys.* **51**, 53 (2013).
- [104] M. A. Lieberman et A. J. Lichtenberg, *Principle of Plasma Discharges and Material Processing* (Wiley, New York, 1994).
- [105] J. E. Daugherty et D. B. Graves, *J. Appl. Phys.* **78**, 2279 (1995).
- [106] M. Takai, T. Nishimoto, M. Kondo et A. Matsuda, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 2828 (2000).
- [107] A. A. Samarian, B. W. James, S. V. Vladimirov et N. F. Cramer, *Phys. Rev. E* **64**, 025402 (2001).
- [108] A. A. Samarian et S. V. Vladimirov, *Phys. Rev. E* **67**, 066404 (2003).
- [109] A. A. Samarian, S. V. Vladimirov et B. W. James, *Phys. Plasmas* **12**, 022103 (2005).
- [110] N. C. Adhikary, H. Bailung, A. R. Pal, J. Chutia et Y. Nakamura, *Phys. Plasmas* **14**, 103705 (2007).
- [111] J. Winter, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 1201 (1998).
- [112] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thomson et N. D'Angelo, *Phys. Plasmas* **5**, 1607 (1998).
- [113] P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **8**, 1791 (2001).
- [114] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space Sci.* **38**, 543 (1990).
- [115] S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, V. V. Yaroshenko et G. E. Morfill, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 245004 (2009).
- [116] P. Bandyopadhyay, U. Konopka, S. A. Khrapak, G. E. Morfill et A. Sen, *New J. Phys.* **12**, 073002 (2010).
- [117] A. A. Mamun, K. S. Ashrafi et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **82**, 026405 (2010).
- [118] K. S. Ashrafi, A. A. Mamun et P. K. Shukla, *Europhys. Lett.* **92**, 15004 (2010).

- [119] M. Asaduzzaman, A. A. Mamun et K. S. Ashrafi, *Phys. Plasmas* **18**, 113704 (2011).
- [120] S. Pervin, K. S. Ashrafi, M. S. Zobaer, Md. Salahuddin et A. A. Mamun, *Cent. Eur. J. Phys.* **12**, 799 (2014).
- [121] M. Shahmansouri et H. Alinejad, *Phys. Plasmas* **22**, 043704 (2015).
- [122] M. R. Amin, G. E. Morfill et P.K. Shukla, *Phys. Rev. E* **58**, 6517 (1998).
- [123] I. Kourakis et P.K. Shukla, *Nonlinear Process. Geophys.* **12**, 407 (2005).
- [124] A. P. Misra et A.R. Chowdhary, *Eur. Phys. J. D* **39**, 49 (2006).
- [125] C. Bhowmik, A.P. Misra et P.K. Shukla, *Phys. Plasmas* **14**, 122107 (2007).
- [126] T. S. Gill, A.S. Bains et C. Bedi, *Phys. Plasmas* **17**, 013701 (2010).
- [127] A. S. Bains, M. Tribeche et T.S. Gill, *Phys. Lett. A* **375**, 205926 (2011).
- [128] A. Ankiewicz, N. Devine et N. Akhmediev, *Phys. Lett. A* **373**, 3997 (2009).
- [129] M. Bacha, S. Boukhalifa et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **341**, 591 (2012).
- [130] U. M. Abdelsalam, W. M. Moslem, A. H. Khater et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **18**, 092305 (2011).
- [131] L. L. Yadav, R. S. Tiwari, K.P. Maheshwari et S.R. Sharma, *Phys. Rev. E* **52**, 3045 (1995).
- [132] I. Kourakisa et P. K. Shuklab, *Phys. Plasmas*, **11**, 9 (2004).
- [133] M. Salahuddin, H. Saleem et M. Saddiq, *Phys. Rev. E.* **66**, 036407 (2002).
- [134] G. C. Das, S. N. Paul et B. Karmakar, *Phys. Fluids* **29**, **7**, 2192 (1986).