

N° d'ordre : 49/2012-M/EL49/20

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene  
Faculté d'électronique et d'informatique



Présenté pour l'obtention du diplôme de MAGISTER

En : ELECTRONIQUE

Spécialité : Instrumentation Electronique

Par Mr. Aissa BELALIA

**Thème**

**Analyse et Détermination des Caractéristiques  
des Fibres optiques à Cristaux Photoniques  
« FCP »**

Soutenu publiquement le : 29/01/2012, devant le jury composé de :

Dr. R. OUSSAÏD	Professeur	USTHB	Président
Dr. L. CHERBI	Maître de Conférences	USTHB	Directeur de Mémoire
Dr. Y. LAMHENE	Maître de Conférences	USTHB	Examineur
Dr. K MAZIGHI	Maître de Conférences	USTHB	Examineur

# DÉDICACES

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ رَبِّهِ أَوْزَعْنِي أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ الَّتِي أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَى وَالِدِي وَأَنْ أَعْمَلَ صَالِحًا تَرْضَاهُ وَأُدْخِلْنِي بِرَحْمَتِكَ فِي عِبَادِكَ الصَّالِحِينَ ﴾  
صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

*Du profond de mon cœur et avec l'intensité de mes émotions, je dédie ce laborieux travail :*

*À mon très cher père*

*Pour les sacrifices et les encouragements qu'il m'a prodigué tout le long de mes études, pour tout ce qu'il a enduré pour satisfaire toutes mes sollicitudes, pour son soutien inconditionnel dans mes ambitions, pour la grande joie qu'il attend impatiemment de ma réussite.*

*Que le fruit de mes études soit le témoin de ce qu'il espérait de ma personne.*

*À ma très chère mère*

*Pour sa grande sensibilité, pour sa tendresse et sa gentillesse, pour ses sentiments d'affection, pour le grand amour maternel qu'elle me porte.*

*Que dieu la préserve de tout mal pour que je puisse la chérir le plus longtemps possible.*

*A mes frères « Norreddine, Abdelkader, Omar, Youcef, et Hamza*

*À ma sœur Hafsa et son époux Lakheder et leurs filles*

*À ma sœur Houria et son époux Mouhamed*

*Pour leurs encouragements et leurs soutiens moral.*

*Que ce travail soit l'expression d'une fraternité sincère et éternelle.*

*À tout les membres de ma grande famille*

*En témoignage de mon grand respect.*

*Que cette récolte leurs exprime ma grande reconnaissance.*

## *Remerciements*

*Je tiens à exprimer mes sentiments de gratitude et de reconnaissance à Madame CHERBI Lynda pour l'encadrement, pour la confiance, la patience, et l'aide qu'elle m'a accordée et les précieux conseils.*

*Je tiens à remercier M. R. Oussaid, Maître de Conférences à l'USTHB d'avoir accepté de présider le jury, je remercie les membres du jury, M. Youcef LAMHENE et M. Khaled MAZIGHI Maîtres de Conférences à l'USTHB, d'avoir accepté d'évaluer ce travail.*

*Je tiens à remercier les membres du Laboratoire de Génie Biomédicale « 43 » avec lesquels j'ai été amené à travailler.*

*Je remercie aussi M. Hilal et M. Toufik MORSI pour leurs aides précieuses.*

*Ce travail de recherche m'a permis d'acquérir des connaissances scientifiques, notamment grâce à des discussions avec des personnes aussi disponibles que compétentes. Je mets tout particulièrement en avant l'aspect humain des rencontres réalisées dans le cadre de mes recherches qui sont à l'origine du plaisir que j'ai eu à réaliser ce travail.*

*Je tiens à remercier plus particulièrement ma famille et notamment mes parents qui m'ont permis de faire ces études et d'arriver au bout. Sans vous je n'y serais pas arrivé !!!*

*C'est avec beaucoup d'égard, que je remercie les différents collègues et tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

*Mes remerciements vont aussi à mes professeurs de l'université d'USTHB.*

*Et Enfin, Mes sincères remerciements et profonds respects au personnel du département d'Instrumentation et d'Automatique de l'Université de USTHB.*

## Résumé

Plusieurs travaux de recherches ont été lancés pendant cette dernière décennie pour répondre aux exigences du haut débit en remédiant au problème de dispersion chromatique dans les fibres optiques. Certaines de ces recherches ont aboutit à la naissance de nouvelles générations de fibres optiques à savoir les fibres optiques à cristaux photoniques (FCP). Leur technologie est un domaine de recherche très vaste et les différentes applications auxquelles elles sont destinées, ont donné lieu à des conceptions diverses et variées.

Ce travail de recherche consiste à analyser et déterminer les caractéristiques des Fibres optiques à Cristaux Photoniques par guidage à réflexion total interne « FCP- RTI », telles que la distribution modale, la dispersion chromatique, la fréquence normalisée et l'ouverture numérique, en utilisant la Méthode des Eléments Finis Scalaire MEF-SC.

**Mots clés:** Fibre optique à Cristaux Photoniques FCP, Méthode des Eléments Finis Scalaire MEF-SC, Dispersion Chromatique, Indice effectif, réflexion totale interne (RTI), Bande Interdite Photonique (BIP).

## Abstract

Several works of research have been thrown during this last decade to respond to the requirements of the high debit while remedying the chromatic scattering problem in the optic fibers. Some of this research have led to the birth of new generations of optical fibers, photonic crystal optical fibers (PCF) guided by internal reflection RTI. Their technology is a very vast research domain and the different applications to which they are destined, led to various conceptions.

So we are interested in this research to the analysis and characterization of Photonic Crystal optical Fibers "PCF", using the scalar Finite Element Method SC- MEF to determine the essential features of FCP fibers such as chromatic dispersion, the normalized frequency and the numerical aperture.

**Keywords:** Photonic Crystals Fibers (PCF), Scalar Finite Element Method SC-FEM chromatic dispersion, Effective index, total internal reflection (TIR), Guiding Photonic Band Gap (PBG).

# SOMMAIRE

Résumé

Abstract

Sommaire

Liste des Figures

Liste des Abréviations

***INTRODUCTION GENERALE*** ..... 01

## **CHAPITRE I : Principes et Caractéristiques des fibres optiques**

I.1 Introduction..... 04

I.2 Définition d'une fibre optique ..... 04

I.2.1 Composition général..... 04

I.2.2 Principe de guidage..... 04

I.2.3 Les différentes catégories de fibres optiques..... 06

I.3 Equation de propagation linéaire dans une fibre optique..... 07

I.3.1 Modes de propagation dans les fibres optique..... 09

I.3.1.1 Modes transverses..... 10

I.3.1.2 Modes hybrides..... 11

I.3.1.3 Modes faiblement guidés - Modes LP..... 12

I.4 Les caractéristiques des fibres optiques..... 14

I.4.1 La dispersion chromatique..... 14

I.4.2 La dispersion modale de polarisation (PMD)..... 17

I.4.3 L'aire effective..... 18

I.5 Conclusion..... 19

## **CHAPITRE II : Les Fibres optiques à Cristaux Photoniques FCP**

II.1 Introduction .....	21
II.2 Principe de propagation de la lumière dans les FCP.....	21
II.2.1 FCP à guidage par Bande Interdite Photonique (BIP).....	22
II.2.2 FCP à guidage par réflexion totale interne RTI.....	24
II.3 Fabrication.....	25
II.4 Caractéristiques de propagation des FCPs RTI.....	28
II.4.1 Indice effectif du mode fondamental.....	31
II.4.2 La fréquence normalisée.....	32
II.4.3 L'ouverture numérique.....	33
II.5 Pertes dans les FCPs RTI .....	35
II.5.1 Pertes par courbure.....	35
II.5.2 Pertes de confinement.....	38
II.6 Dispersion chromatique dans les FCP-RTI .....	39
II.7 Domaine d'application.....	42
II.7.1 Applications directes.....	42
II.7.2 Applications indirectes.....	42
II.8 Conclusion .....	45

**CHAPITRE III : Etude de la propagation de la lumière dans les FCP par la  
méthode des éléments finis MEF**

III.1. Introduction.....	47
III.2 La méthode des éléments finis scalaire (MEF-SC).....	47
III.2.1 Maillage des domaines.....	49
III.2.2 Méthode de Galerkin.....	49
III.2.3 Eléments triangulaires .....	54
III.2.3.1 Elément triangulaire du premier ordre.....	55
III.2.4 Dérivation des équations matricielles aux valeurs propres .....	57
III.2.5 Condition aux limites .....	61
III.2.5.1 Condition de Neumann.....	61
III.2.5.2 Condition de Dirichlet.....	62
III.3 Matrices élémentaires .....	62
III.4 Matrice globale.....	66
III.5 Solution de l'équation aux valeurs propres.....	67
III.6 Conclusion .....	68

## **CHAPITRE IV : Simulations et Résultats**

IV.1 Introduction.....	70
IV.2 Implémentation de la méthode de modélisation .....	70
IV.2.1 Modélisation et dessin de la structure de la fibre utilisée.....	72
IV.2.2 Maillage de la structure .....	76
IV.2.3 Calcul des coefficients matriciels et assemblage des.....	79
matrices élémentaires	
IV.2.4 Implémentation des conditions aux limites .....	79
IV.2.5 La résolution d'un système aux valeurs et vecteurs propres.....	79
IV.3 Analyse des résultats et interprétation.....	80
IV.3.1 Distribution modale dans une FCP- RTI multimode.....	80
IV.3.2 Etude du mode fondamental dans une FCP .....	81
IV.3.3 Ouverture numérique .....	83
IV.3.4 Fréquence normalisée.....	84
IV.4 Dispersion chromatique .....	85
IV.4.1 FCP avec $d/\Lambda=0.5$ .....	85
IV.4.2 FCP avec $d/\Lambda=0.75$ .....	86
IV.5 L'annulation de la dispersion chromatique pour des basses longueurs d'onde....	87
IV.6 Conclusion.....	89

<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>91</b>
---------------------------------	-----------

## **BIBLIOGRAPHIE**

# Liste des Figures

<b>Figure I.1</b> Structure d'une fibre optique. ....	04
<b>Figure I.2</b> Guidage de la lumière dans le milieu d'indice $n_1$ par réflexion totale interne. ....	05
<b>Figure I.3</b> Section et profil d'indice d'une fibre multimodes à gradient d'indice (a), à saut d'indice(b). ....	07
<b>Figure I.4</b> Lignes de champs des premiers modes transverses. ....	11
<b>Figure I.5</b> Modes de propagation linéairement polarisés dans Une fibre multimodale. ....	15
<b>Figure I.6</b> Elargissement d'une impulsion au cours de la propagation. ....	15
<b>Figure I.7</b> dispersion de guide, du matériau et dispersion chromatique d'une fibre monomode à saut d'indice. ....	16
<b>Figure I.8</b> Illustration de la dispersion de polarisation intermodale. ....	17
<b>Figure II.1</b> Schéma de sections transverses (a) d'une fibre de Bragg, (b) d'une FCP- BIP à arrangement triangulaire et (c) hexagonal , (d) Principe de guidage dans les fibres photonique à BIP. ....	23
<b>Figure II.2</b> (a) Principe de guidage dans les fibres photonique à RTI, (b) schéma descriptif d'une FCP RTI à arrangement triangulaire. ....	25
<b>Figure II.3</b> Arrangement de la préforme primaire. ....	26
<b>Figure II.4</b> Canne microstructurée, préforme secondaire et FCP. ....	27
<b>Figure II.5</b> Exemple d'image de la section transversale d'une FCP. ....	28
<b>Figure II. 6</b> Indice effectif calculé à $1,55 \mu\text{m}$ en fonction de $d/\Lambda$ pour différentes valeurs de $\Lambda$ . ....	31
<b>Figure II.7</b> Indice effectif calculé à $1,55 \mu\text{m}$ en fonction de $\Lambda$ pour différentes valeurs de $d/\Lambda$ . ....	31
<b>Figure II.8</b> Diagramme de phase monomode-multimode fonction de: (a) $d/\Lambda$ ; (b) $\Lambda/\lambda$ et $d/\Lambda$ paramètre de $0,3$ à $0,7$ (pas= $0,05$ ). ....	33
<b>Figure II.9</b> Ouvertures numériques calculées pour une fibre à saut d'indice [cœur dopé germanium à $4,88 \%$ ; gaine silice] et une FCP [ $\Lambda = 2,5 \mu\text{m}$ ; $d = 0,8 \mu\text{m}$ ]. ....	34
<b>Figure II.10</b> Peres de courbure en fonction de la longueur d'onde d'une. ....	37

FCP- RTI ayant pour diamètre de trous  $2,4 \mu\text{m}$  et un pas de  $7,8 \mu\text{m}$ .

**Figure II.11** Pertes de confinement de FCP RTI à  $1550 \text{ nm}$  en fonction de  $d$ , ..... 38  
(a) et du nombre de couronnes de trous (b)).

**Figure II.12** Variation de la dispersion chromatique en fonction des paramètres..... 40  
géométriques de la FCP.

**Figure II.13** Dispersion chromatique calculée à  $1,55 \mu\text{m}$  en fonction de  $d/\Lambda$ .....41  
pour différentes valeurs de  $\Lambda$ .

**Figure II.14** Dispersion chromatique calculée à  $1,55 \mu\text{m}$  en fonction de  $\Lambda$  .....41  
pour différentes valeurs de  $d/\Lambda$ .

**Figure III.1** Un exemple du maillage de la géométrie obtenu avec PDEtool ..... 49

**Figure III .2** Approximation par des fonctions de polynôme : (a) Fonction ..... 54  
linéaire; Fonction quadratique

**Figure III .3** Élément triangulaire : (a) de premier ordre, (b) de deuxième ordre..... 55

**Figure III.4** Élément de premier ordre triangulaire..... 55

**Figure III.5** les différentes coordonnées de zone d'un élément.....56

**Figure III.6** Annulation des conditions de calculs intégraux à..... 61  
l'extérieur de la région

**Figure IV.1** Organigramme de la méthode des éléments finis scalaire..... 71  
(MEF-SC) appliquée aux FCPs

**Figure IV.2** (a) Représentation d'un profil réel à partir d'une image MEB , ..... 72  
(b) et (c) paramètres géométriques du FCP .

**Figure IV.3** Interface principale de PDETool..... 74

**Figure IV.4** Interface graphique de PDETool..... 74

**Figure IV.5** Menu des axes limites de la structure à dessiner..... 75

**Figure IV.6** Création de la structure de la FCP modélisée..... 76

**Figure IV.7** Exemple de maillage de la FCP..... 77

**Figure IV.8** Exportation des variables du maillage  $p$ ,  $e$ ,  $t$ ..... 78

**Figure IV.9** Les trois tableaux  $p$ ,  $t$ ,  $e$ ..... 78

**Figure IV.10** Représentation de la figure de champ électrique suivant les modes ..... 80  
 $LP_{01}(a)$ ,  $LP_{02}(b)$ , susceptibles de se propager dans la FCP à  $532 \text{ nm}$

**Figure IV.11** Représentation de la figure de champ électrique suivant modes..... 81

$LP_{01}$ les (a),  $LP_{02}$  (b), susceptibles de se propager dans la FCP à 532 nm.

**Figure IV.12** Répartition transverse du champ électrique du mode fondamental..... 82

$LP_{01}$  Avec  $d/\Lambda = 0.625$  et  $\lambda = 1400$  nm

**Figure IV.13** Répartition transverse du champ électrique du mode fondamental ..... 82

$LP_{01}$  Avec  $d/\Lambda = 0.625$  et  $\lambda = 1000$  nm

**Figure IV.14** Variation de l'Ouverture numérique en fonction de la longueur ..... 83

d'onde pour une fibre optique à cristaux photonique FCP [ $\Lambda = 8 \mu\text{m}$  ;  $d = 5 \mu\text{m}$ ].

**Figure IV.15** Variation de la fréquence normalisée  $V$  en fonction de la..... 84

longueur d'onde [ $\Lambda = 8 \mu\text{m}$  ;  $d = 5 \mu\text{m}$ ].

**Figure IV.16** Variation de l'indice effectif du mode  $LP_{01}$  en fonction de la ..... 85

longueur d'onde pour  $d = 4 \mu\text{m}$ .

**Figure IV.17** Variation de la dispersion chromatique en fonction de la..... 86

longueur d'onde

**Figure IV.18** Variation de l'indice effectif du mode  $LP_{01}$  en fonction de ..... 87

la longueur d'onde pour  $d = 6 \mu\text{m}$ .

**Figure IV.19** Variation de la dispersion chromatique en fonction de la ..... 87

longueur d'onde

**Figure IV.20** Variation de l'indice effectif du mode  $LP_{01}$  en fonction de la ..... 88

longueur d'onde pour  $d = 5 \mu\text{m}$ .

**Figure IV.21** Variation de la dispersion chromatique en fonction de la ..... 89

longueur d'onde.

# Liste des Abréviations

FCP : Fibres à Cristaux Photoniques

LCF : Liquid Cristal Fiber

PCF : Photonic Cristal Fiber

FCP RTI : Fibres à Cristaux Photoniques à guidage par Réflexion Totale Interne

FCP BIP : Fibres à Cristaux Photoniques à guidage par Bande Interdite Photonique

FEM : Finit Element Method

MEF-SC : Méthode des Elément Finis Scalaire

PMD : Polarization Mode Dispersion

FSM : Fundamental Space filling Mode

$a$  : Le rayon du cœur de la fibre

$\lambda$  : La longueur d'onde.

$\lambda_c$  : La longueur d'onde de coupure du deuxième mode

$n$  : Indice de réfraction du milieu.

$n_{\text{cœur}}$  : Indice de réfraction de cœur

$n_{\text{gaine}}$  : Indice de réfraction de la gaine

$n_{\text{gaine}}$  : Indice effectif du mode fondamental

$V$  : La fréquence normalisée

$ON$  : Ouverture numérique

$E$  : Vecteur champ électrique

$H$  : Vecteur champ magnétique.

$\varepsilon_0$  : Permittivité du vide

$\mu_0$  : Perméabilité du vide

$C$  : Vitesse de la lumière dans le vide

$k_0$  : Vecteur d'onde dans le vide

$J_m$  : La fonction de Bessel

$U$  : Paramètre normalisé du cœur

$W$  : Paramètre normalisé de la gaine

$\beta$  : Constante de propagation

$T_0$  : Largeur de l'impulsion gaussienne de départ

$D_{guide}$  : Dispersion du guide

$D_{mat}$  : Dispersion du matériau

$D_{ch}$  : Dispersion chromatique

$b$  : Constante de propagation normalisée

$\Delta$  : Différence d'indice relative

$L_B$  : Correspondant à la distance de propagation entre deux accords de phase

$A_{eff}$  : L'aire effective du mode fondamental

$\gamma$  : Coefficient non linéaire noté

$\Lambda$  : Espacement entre les trous d'air (Pitch)

$d$  : diamètre des trous d'air

$n_{FSM}$  : Indice effectif de la gaine

$f$  : La fraction d'air

$ON_{eff}$  : Ouverture numérique dans les FCP

$V_{eff}$  : Fréquence normalisée dans les FCP

$\alpha$  : Le coefficient des pertes par courbures

$A$  : L'amplitude du champ électrique dans la gaine

$P$  : La puissance transportée par le mode fondamental multipliée par l'impédance du vide

$R$  : Le rayon de la courbure appliquée à la fibre

$N_i$  : La fonction de base

$\phi_{ei}$  : Fonction de forme

*INTRODUCTION*  
*GENERALE*

# Introduction générale

Les fibres optiques sont de plus en plus présentes aussi bien dans les communications optiques que dans l'instrumentation optique où elles permettent d'effectuer des mesures à distance en des points difficiles d'accès. Les capteurs utilisent la fibre optique elle-même comme élément sensible servant en même temps de support de transmission. Depuis plusieurs années, des progrès très importants ont été accomplis dans le domaine des communications et de l'instrumentation optiques. Aujourd'hui, nous assistons à une migration de l'optoélectronique vers le tout-optique. Toutefois, on est parfois confrontés à la limitation technologique qui rend impossible l'implantation de certaines architectures ou fonctionnalités sur un réseau optique. De ce fait, plusieurs travaux de recherches sont lancés pendant les dernières années. Ces travaux visent plusieurs axes, mais particulièrement l'amélioration des performances des fibres optiques utilisées soit dans les transmissions à haut débit en trouvant des solutions pour la dispersion chromatique, ou bien dans le domaine des capteurs. Certaines de ces recherches ont abouti à la naissance de nouvelles générations de fibres optiques telles que la fibre à cristaux liquide (LCF) ou encore les fibres à cristaux photoniques (FCP) qui ont fait l'objet de notre travail.

Quand la lumière est injectée dans la fibre, il se passe au niveau de cette dernière des phénomènes aussi divers que complexes qui modifient le comportement de l'information optique, comme la dispersion chromatique, les pertes de confinements et les effets non linéaires. L'étude de la propagation de la lumière est donc d'un intérêt capital dans la conception, l'analyse et l'optimisation de la performance des systèmes de communications optiques. En effet, cette étude permet de prédire le type de phénomène qui prédominera dans un certain type de fibres, de le corriger ou de l'exploiter.

La technologie des FCP est un domaine de recherche très vaste et les différentes applications auxquelles les fibres sont destinées ont généré des conceptions de FCP diverses et variées. Il est donc nécessaire d'acquérir non seulement un savoir-faire au niveau de la fabrication de ces fibres de différentes géométries, mais aussi au niveau de

leur modélisation et de leur caractérisation. Ce Mémoire de Magister a fixé les objectifs suivants:

1. Développer des outils de calcul efficaces permettant de modéliser les propriétés physiques de guidage des FCP.
2. Démontrer l'applicabilité d'une des variantes de la méthode des éléments finis à savoir la méthode scalaire des éléments finis (MEF-SC) sur les fibres à cristaux photoniques.
3. Déterminer et représenter la distribution modale des modes guidés dans une FCP en utilisant (MEF-SC).
4. Déterminer la dispersion chromatique des fibres FCP en fonction de leurs paramètres optogéométriques.
5. Annuler la dispersion chromatique des fibres FCP pour des longueurs d'ondes inférieures à 1275nm.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, on va présenter des généralités sur les fibres conventionnelles, on citera les différents types des fibres optiques. Ensuite, on présentera le principe de la dispersion chromatique et son calcul.

Dans le second chapitre, on présentera les fibres de la nouvelle génération à savoir les fibres à cristaux photoniques (FCP), on donnera les deux mécanismes de leurs guidage, la procédure de leur fabrication, leurs différentes caractéristiques telles que la fréquence normalisée, l'ouverture numérique et la dispersion chromatique et on finira ce chapitre par les différentes applications de ces fibres dans le domaine des télécommunications et de l'instrumentation.

Dans le troisième chapitre, on présentera le modèle de simulation, développé pour caractériser la propagation dans les fibres FCP et qui est basé sur la méthode FEM - scalaire. Ce modèle nous permettra de déterminer l'indice effectif des modes guidés, leur distribution modale, leur représentation et le calcul de la dispersion chromatique.

Le dernier chapitre sera consacré à la présentation et interprétation des résultats de simulation obtenus pour les fibres à cristaux photoniques (FCP).

Enfin, une conclusion va synthétiser les résultats obtenus et finir par des perspectives envisageables.

# *CHAPITRE I*

## *Principes et Caractéristiques des fibres optiques*

## I.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de rappeler brièvement les notions physiques et les outils essentiels aux études développées dans cette thèse. Nous commençons, dans un premier temps, par une simple description de la structure d'une fibre optique standard et de ses propriétés intrinsèques. Le concept de modes guidés dans les fibres est alors introduit et la condition de guidage monomode est présentée.

## I.2 Définition d'une fibre optique

### I.2.1 Composition générale

Une fibre optique est un guide d'onde optique, de géométrie simple (figure I.1), constitué au centre d'un cœur d'indice de réfraction élevé (composé essentiellement de silice pure hautement raffinée et plus ou moins dopée). Autour, nous trouvons la gaine dite optique qui possède un indice de réfraction plus faible avec un diamètre extérieur de l'ordre de  $125\mu\text{m}$  pour les fibres conventionnelles. Enfin, une gaine dite mécanique est rajoutée pour protéger la fibre optique en assurant une meilleure résistance mécanique.

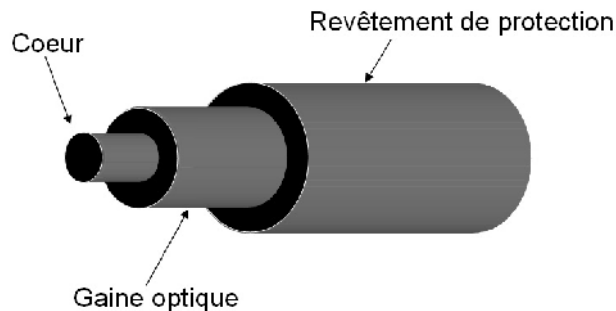


Figure I.1 Structure d'une fibre optique.

### I.2.2 Principe de guidage

Nous avons vu ci-dessus qu'une fibre est constituée de deux milieux d'indices optiques différents : le cœur central et la gaine optique d'indice de réfraction noté respectivement  $n_1$  et  $n_2$ , avec  $n_1 > n_2$ .

Or il est connu que lorsqu'un rayon lumineux d'incidence «  $i_i$  » passe d'un milieu d'indice  $n_1$  à un milieu d'indice  $n_2$ , il est dévié (ou réfracté) avec un angle de réfraction «  $i_r$  » tel que :

$$n_1 \sin(i_i) = n_2 \sin(i_r) \quad (\text{I-1})$$

Dans le cas où l'angle d'incidence respecte la condition suivante :

$$i_i > \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \quad (\text{I-2})$$

Alors le rayon n'est plus réfracté mais réfléchi. Le rayon optique se trouve alors piégé dans le milieu  $n_1$  par des réflexions successives aux interfaces (entre le cœur et la gaine dans une fibre optique) comme le montre la figure suivante :

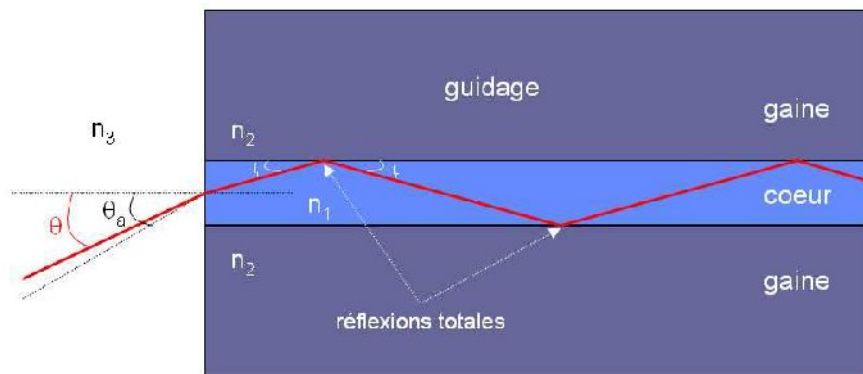


Figure I.2 Guidage de la lumière dans le milieu d'indice  $n_1$  par réflexion totale interne.

On parle alors du guidage par réflexion totale interne (RTI). Pour les fibres optiques, une grandeur supplémentaire est introduite concernant l'angle d'incidence du rayon sur la face d'entrée de la fibre noté  $\theta$ . Elle découle de l'équation (I-2) et stipule que si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à l'angle critique (ou angle d'acceptance) noté  $\theta_a$  et défini par

$$\theta_a = \arcsin\left[\frac{n^2_{\text{cœur}} - n^2_{\text{gaine}}}{n^2_3}\right]^{1/2} \quad (\text{I-3})$$

Avec :  $n_3$  est le milieu extérieur

Alors le rayon sera uniquement guidé dans le cœur.

On définit alors la notion d'ouverture numérique (ON) par la relation (I-4), dans le cas où le milieu extérieur de la fibre est d'indice  $n_3$

$$ON = \sin(\theta_a) = \sqrt{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2} \quad (\text{I-4})$$

### I.2.3 Les différentes catégories de fibres optiques

Il existe deux grandes familles de fibres optiques : les fibres unimodales et multimodes. Une fibre est dite unimodale si un seul chemin optique est envisageable pour la lumière et à l'inverse, une fibre est dite multimode si plusieurs chemins sont possibles. Un paramètre appelé fréquence réduite et noté  $V$  permet de définir la catégorie dans laquelle se situe la fibre:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2} \quad (\text{I-5})$$

Avec  $a$  le rayon du cœur de la fibre et  $\lambda$  la longueur d'onde.

Le critère de sélection est alors très simple : lorsque  $V < 2,405$  la fibre (à saut d'indice) est dite unimodale. Le tableau suivant compare les caractéristiques de ces deux familles de fibres optiques et en donne les champs d'application :

Fibre unimodale	Fibre multimode
ON faible (connexion délicate)	ON forte (connexion facile)
Très faible atténuation (qql dixième de dB/km)	Faible atténuation
Faible dispersion	Forte dispersion
$\Rightarrow$ Haut débit longues distances	$\Rightarrow$ Réseaux locaux

Tableau I.1 Caractéristiques générales des fibres unimodales et multimodes avec leurs applications pratiques [I-1] .

Il est à noter que pour chacune des deux catégories, différents profils d'indice de réfraction sont possibles dont les plus répandus sont les fibres dites à saut d'indice ( figure I.3) et à gradient d'indice.

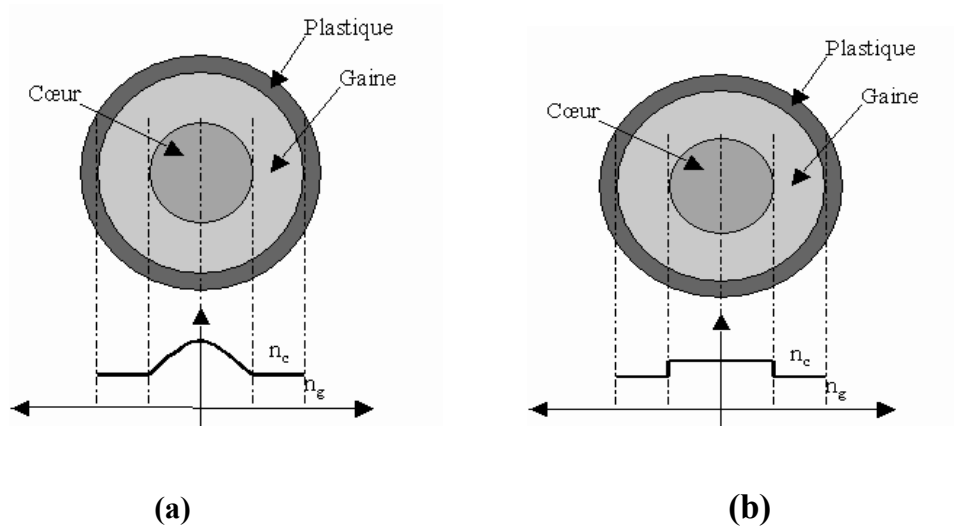


Figure I.3 Section et profil d'indice d'une fibre multimodes à gradient d'indice (a), à saut d'indice(b)

### I.3 Equation de propagation linéaire dans une fibre optique

Comme pour tout phénomène électromagnétique, la propagation d'une onde plane monochromatique de pulsation  $\omega$  suivant l'axe de propagation  $Oz$  d'une fibre optique est régie par les équations de Maxwell. Dans le système international MKSA, celles-ci s'expriment, pour les milieux diélectriques homogènes sans charge et non magnétiques, de la manière suivante [I-2]:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = -\varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{I-6})$$

$$\varepsilon_0 n^2 \nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{I-7})$$

$$\mu_0 \nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{I-8})$$

Où  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont les vecteurs champs électrique et magnétique. Les constantes  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  sont la permittivité et perméabilité du vide et  $n$  est l'indice de réfraction du milieu.

A partir de ce système d'équations couplées, nous pouvons obtenir l'équation d'onde homogène pour  $\mathbf{E}$  qui s'écrit sous la forme :

$$\nabla^2 \vec{E} + n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (\text{I-9})$$

Où  $c = \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_0 \mu_0)}}$  est la vitesse de la lumière dans le vide

A cause de la symétrie de révolution des fibres, il est pratique d'exprimer l'équation d'onde (I-9) dans le système de coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  où le champ électromagnétique peut être séparé en une partie longitudinale (parallèle à  $Oz$ ) et une partie transverse [I-2] :

$$\vec{E}(r, t) = \vec{E}(\rho, \varphi) \exp(j(\omega t - \beta z)) = \left[ \vec{E}_t(\rho, \varphi) + \vec{E}_z(\rho, \varphi) \mathbf{u}_z \right] \exp(j(\omega t - \beta z)) \quad (\text{I-10})$$

$$\vec{H}(r, t) = \vec{H}(\rho, \varphi) \exp(j(\omega t - \beta z)) = \left[ \vec{H}_t(\rho, \varphi) + \vec{H}_z(\rho, \varphi) \mathbf{u}_z \right] \exp(j(\omega t - \beta z)) \quad (\text{I-11})$$

Avec

$\beta = n(\omega/c)$  est la constante de propagation. Comme  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  satisfont les équations de Maxwell, les composantes transverses du champ  $\vec{E}_r$ ,  $\vec{E}_\phi$ ,  $\vec{H}_r$  et  $\vec{H}_\phi$  peuvent s'exprimer en fonction des composantes longitudinales  $\vec{E}_z$  et  $\vec{H}_z$ . L'équation d'onde (I.7) en fonction de  $E_z$  s'écrit alors :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial \varphi^2} + (n^2 k_0^2 - \beta^2) \vec{E}_z = 0 \quad (\text{I-12})$$

Où  $k_0 = \omega/c$  est le vecteur d'onde dans le vide. Dans l'espace de Fourier, l'équation (I.12) peut être facilement résolue en décomposant la composante longitudinale  $E_z$  sous la forme générale :

$$\vec{E}_z(\rho, \varphi) = F(\rho)Q(\varphi) \quad (\text{I-13})$$

Nous obtenons alors les deux équations suivantes pour  $Q(\varphi)$  et  $F(\rho)$  :

$$Q(\varphi) = A_1 \exp(jm\varphi) + A_2 \exp(-jm\varphi) \quad (\text{I-14})$$

$$\frac{d^2 F(\rho)}{d\rho^2} + \frac{dF(\rho)}{d\rho} + \left( n^2 k^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) F(\rho) = 0 \quad (\text{I-15})$$

Où  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes de normalisations et  $m$  est un nombre entier.

### I.3.1 Modes de propagation dans les fibres optiques

L'équation (I-15) est une équation différentielle bien connue, acceptant des fonctions de Bessel comme solutions. Comme le champ doit avoir une valeur finie au centre de la fibre, sa solution générale dans le cœur peut être écrite comme :

$$F(\rho) = J_m(U\rho), \quad \rho \leq a, \quad (\text{I-16})$$

Où  $J_m$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $m$  et  $U$  est le paramètre normalisé du cœur défini par :

$$U = \left( n_{\text{cœur}}^2 k_0^2 - \beta^2 \right)^{1/2} \quad (\text{I-17})$$

Dans la gaine, la décroissance vers zéro du champ lorsque  $\rho$  tend vers l'infini impose que la fonction  $F(\rho)$  soit une fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre  $m$ ,  $K_m$ . Donc,

$$F(\rho) = K_m(W\rho), \quad \rho > a \quad (\text{I-18})$$

où  $W$  est le paramètre normalisé de la gaine défini par :

$$W = \left( \beta^2 - n_{\text{gaine}}^2 k_0^2 \right)^{1/2} \quad (\text{I-19})$$

La continuité des composantes tangentielles des champs E et H à l'interface cœur-gaine (en  $\rho = a$ ) Conduit à l'équation aux valeurs propres suivante [I-2] :

$$\left[ \frac{J_m'(Ua)}{UJ_m(Ua)} + \frac{K_m'(Wa)}{WK_m(Wa)} \right] \left[ \frac{J_m'(Ua)}{UJ_m(Ua)} + \frac{n_{\text{gaine}}^2}{n_{\text{cœur}}^2} \frac{K_m'(Wa)}{WK_m(Wa)} \right] = \left( \frac{m \beta k_0 (n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2)}{a n_{\text{cœur}} U^2 W^2} \right)^2 \quad (\text{I-20})$$

A partir des équations (I-17) et (I-19), nous pouvons introduire la relation :

$$U^2 + W^2 = \left( n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2 \right) k_0^2 \quad (\text{I-21})$$

qui nous amène à l'équation (I-5) de la fréquence normalisée  $V$  définie dans le paragraphe I.2.3 . La résolution de l'équation aux valeurs propres (I-20) permet de déterminer les valeurs possibles de la constante de propagation  $\beta$  pour chaque valeur entière du nombre azimutal  $m$ . Il est courant d'exprimer ces solutions par  $\beta_{mn}$ , où  $m$  et  $n$  sont des nombres entiers. Chaque valeur propre  $\beta_{mn}$  correspond à un mode spécifique guidé par la fibre. La distribution spatiale du champ des modes guidés est obtenue à partir de l'équation (I-13).

Nous allons maintenant examiner quelques cas particuliers qui correspondent aux valeurs  $m = 0$  et  $m \neq 0$ .

### I.3.1.1 Modes transverses

Lorsque le nombre azimutal  $m$  est égal à zéro, les parties longitudinales des champs **E** et **H** sont nulles. Dans ce cas, les modes solutions de l'équation aux valeurs propres sont analogues aux modes transverses électriques (TE) et transverses magnétiques (TM) d'un guide planaire. L'équation (I-19) se scinde alors en deux [I-2] :

$$\left[ \frac{J'_0(Ua)}{UJ_0(Ua)} + \frac{K'_0(Wa)}{WK_0(Wa)} \right] = 0 \quad (\text{I-22})$$

$$\left[ \frac{J'_0(Ua)}{UJ_0(Ua)} + \frac{n_{\text{gaine}}^2}{n_{\text{coeur}}^2} \frac{K'_0(Wa)}{WK_0(Wa)} \right] = 0 \quad (\text{I-23})$$

où les modes TE, TM sont respectivement les solutions des équations (I-22) et (I-23) et sont notés  $TE_{0,n}$  et  $TM_{0,n}$  avec  $n$  la  $n^{\text{ième}}$  racine de ces équations. On peut noter que les modes TE et TM n'existent pas pour certaines fréquences normalisées  $V$ . Une théorie complète [I-3] montre que les modes  $TE_{0,n}$  et  $TM_{0,n}$  ne peuvent exister que si la fréquence normalisée est supérieure à la racine d'ordre  $n$  de l'équation  $J_0(V)$ .

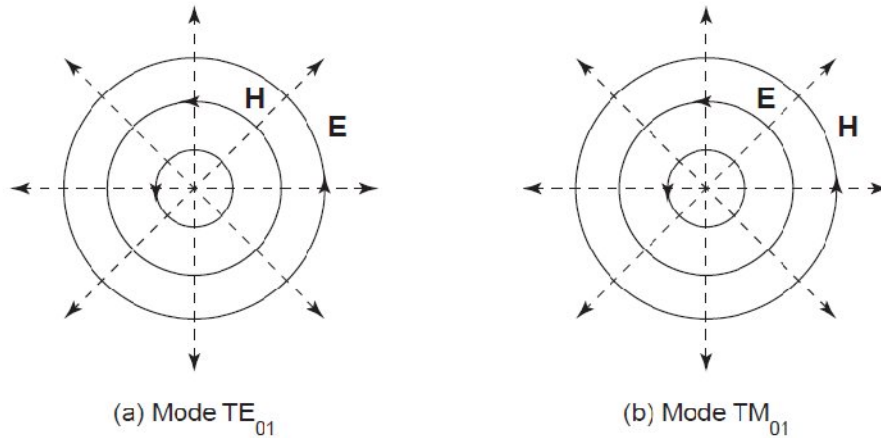


Figure I.4 Lignes de champs des premiers modes transverses

La figure I.4 ci-dessus montre les lignes de champs électrique et magnétique dans le plan d'onde ( $z = \text{cste}$ ) des modes  $TE_{01}$  et  $TM_{01}$ . Pour ces modes, les constantes de propagations sont différentes d'après les équations (I-22) et (I-23).

### I.3.1.2 Modes hybrides

Si le paramètre azimutal  $m$  est supérieur ou égal à 1, les modes guidés de la fibre deviennent hybrides car il existe à la fois une composante longitudinale pour le champ électrique et pour le champ magnétique. Suivant la grandeur relative de ces composantes, le mode est dénommé  $HE_{m,n}$  ( $H_z$  prédominant) ou  $EH_{m,n}$  ( $E_z$  prédominant). Comme pour les modes transverses, l'indice  $n$  désigne la  $n^{\text{ième}}$  racine de l'équation aux valeurs propres pour une valeur de  $m$  données.

Le paramètre important pour chaque mode est sa fréquence de coupure. Cette fréquence est déterminée par les conditions suivantes :  $W \rightarrow 0$  et  $(Ua) \rightarrow V$ . C'est à dire que la coupure se manifeste lorsque le mode se détache de la structure guidante (cœur).

Pour  $m > 1$  et  $W$  petit, l'étude de l'équation aux valeurs propres (I-19) fait apparaître que les modes hybrides n'existent que s'ils ont une fréquence de coupure  $V_c$  inférieure à la fréquence normalisée  $V$ . Le tableau I-2 résume les conditions de coupure ainsi que la désignation des modes.

Mode	Condition de coupure	Fréquence de coupure $V_c$
HE <sub>11</sub>		$V_c = 0$
EH <sub>m,n</sub>	$J_m(V_c) = 0$	$V_{c(m=1)} = 3,832 ; 7,016 ; 10,17 ; 13,12 ; \dots$ ...
HE <sub>1,n+1</sub>	$J_1(V_c) = 0$	$V_c = 3,832 ; 7,016 ; 10,17 ; 13,12 ; \dots$
HE <sub>m,n</sub>	$V_c \frac{J_{m-2}(V_c)}{J_m(V_c)} = - (m-1) \frac{n_c - n_g}{n_g}$	$V_{c(m=2)} = 2,405 ; 5,520 ; 8,654 ; 11,79 ; \dots$ ...

Tableau I.2 Résumé des conditions de coupure et nomenclature des modes [I-2].

Tous les modes ont une fréquence de coupure sauf le mode HE<sub>11</sub> qui peut se propager indépendamment de la valeur de celle-ci. Ce mode est appelé le mode fondamental de la fibre. En d'autres termes il existe un domaine de longueurs d'onde qui, pour une fibre donnée, ne peut supporter qu'un seul mode guidé si  $V < 2,405$ . La valeur  $V_c = 2,405$  est la plus petite fréquence de coupure non nulle que l'on puisse trouver. On dit alors que la fibre a un comportement monomode.

### I.3.1.3 Modes faiblement guidés - Modes LP

Pour une fibre conventionnelle, la différence d'indice de réfraction entre le cœur et la gaine est très faible. Sous cette condition dite de faible guidage, on observe que les constantes de propagation des modes guidés (HE et EH) ou (TE, TM et HE) s'identifient l'une à l'autre. Cette dégénérescence nous amène à combiner les diverses composantes transverses pour former un mode linéairement polarisé. On dit alors que cette structure modale est une onde quasi-transverse ou TEM. L'équation aux valeurs propres

(I-19) se simplifie fortement dans ce cas et peut être écrite de la façon suivante :

$$\frac{U J_0(Ua)}{J_l(Ua)} = \frac{K_{l-1}(Wa)}{K_l(Wa)} = 0 \quad (\text{I-24})$$

Où l'indice  $l$  est donné par

$$l = \begin{cases} 1 & \text{Mode TE, TM} \\ m+1 & \text{Mode EH} \\ m-1 & \text{Mode HE} \end{cases} \quad (\text{I-25})$$

L'équation (I-24) permet donc d'obtenir les constantes de propagation des modes polarisés que l'on désigne  $LP_{l,n}$ , où  $l$  est l'indice azimutal relié à l'indice azimutal  $m$  des modes hybrides et  $n = 1, 2, 3, \dots$  est la  $n$ ème racine de l'équation aux valeurs propres pour  $l$  donné. Le tableau I-3 ci dessous permet d'établir la correspondance entre la désignation en modes LP et la désignation traditionnelle en modes hybrides [I-2].

Désignation en mode LP	Désignation traditionnelle	Nombre de modes dégénérés
$LP_{01}$	$HE_{11} \times 2$	2
$LP_{l,n} (l = m - 1)$	$TE_{0,n}, TM_{0,n}, HE_{m,n} \times 2$	4
$LP_{l,n} (l = m + 1)$	$HE_{m,n} \times 2, EH_{m-2,n} \times 2$	4
$LP_{0,n}$	$HE_{1,n} \times 2$	2

Tableau I.3 Relations entre la notation traditionnelle et la notation LP.

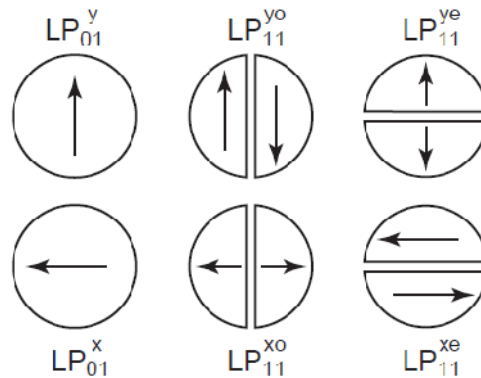


Figure I.5 Modes de propagation linéairement polarisés dans une fibre multimodale

La figure I.5 représente schématiquement les distributions spatiales des modes  $LP_{01}$  et  $LP_{11}$ . Les flèches indiquent les polarisations. L'indice "e" est relatif au terme "even" qui indique une distribution angulaire en  $\cos(\varphi)$  et l'indice "o" à "odd" qui indique une distribution en  $\sin(\varphi)$ . Dans le cas d'une fibre isotrope, les deux modes  $LP_{01}$  ont la même constante de propagation, de même pour les quatre modes  $LP_{11}$ . Nous notons également que les directions de polarisations rectilignes de base sont arbitraires puisque le système est de révolution.

## I.4 Les caractéristiques des fibres optiques

### I.4.1 La dispersion chromatique

Lorsqu'une impulsion se propage en régime linéaire dans une fibre optique, cette dernière subit un phénomène de dispersion qui se traduit physiquement par un étalement temporel :

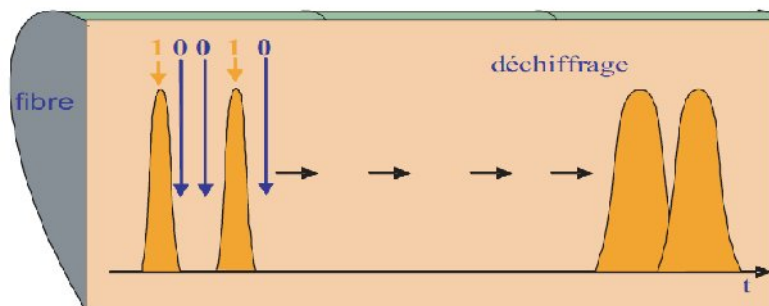


Figure I.6 : Elargissement d'une impulsion au cours de la propagation.

Plusieurs types de dispersion existent, chacune d'elle contribuant à l'étalement de l'impulsion au cours de sa propagation dans le guide. Il faut différencier la dispersion intermodale, la dispersion du matériau, la dispersion du guide et la dispersion de polarisation. Dans ce paragraphe, on s'intéressera uniquement à la dispersion chromatique car elle correspond à la principale cause de dispersion pour les fibres unimodales ayant un profil d'indice de réfraction à symétrie de révolution. Dans le cas où l'impulsion est gaussienne, on peut évaluer simplement sa nouvelle largeur au moyen de la dispersion des vitesses de groupe ( $\beta''$ ) par

$$T = T_0 \sqrt{1 + \left( \frac{2|\beta''|z}{T_0} \right)^2} \quad (\text{I-26})$$

Avec  $T_0$  la largeur de l'impulsion gaussienne de départ.

Moyennant un certain nombre d'approximation comme par exemple les termes croisés intervenant dans la définition du guide, on exprime communément la dispersion chromatique comme étant la somme de la dispersion du matériau et de la dispersion du guide

$$D_{ch} = D_{guide} + D_{mat} \quad (\text{I-27})$$

Avec:

- $D_{guide}$  (*dispersion du guide*) : Elle résulte du fait que les ondes se propagent dans un guide d'onde et non dans un milieu illimité leur donne un indice effectif dépendant de la longueur d'onde; cette influence du guidage entraîne une nouvelle contribution à l'évolution spectrale des temps de propagation.
- $D_{mat}$  (*dispersion du matériau*) : Elle résulte du fait que la silice qui compose majoritairement la fibre optique, possède un indice optique, l'indice de réfraction, qui varie en fonction de la longueur d'onde. Cette dépendance de l'indice en fonction de la longueur d'onde induit une modification de l'indice de groupe propre au milieu et doit être incluse dans les lois de propagation de la lumière dans le guide.

Cette grandeur s'exprime pour les fibres en ps/(nm.km), traduisant une différence de temps de propagation entre deux fréquences (en ps) pour 1nm d'écart en longueur d'onde et pour 1km de propagation. Dans une fibre unimodale standard de type SMF-28, la dispersion

chromatique à 1,55 $\mu\text{m}$  est de l'ordre de 16,5ps/(nm.km) et nulle autour de 1,3 $\mu\text{m}$  d'après la norme ITU-T G.652.

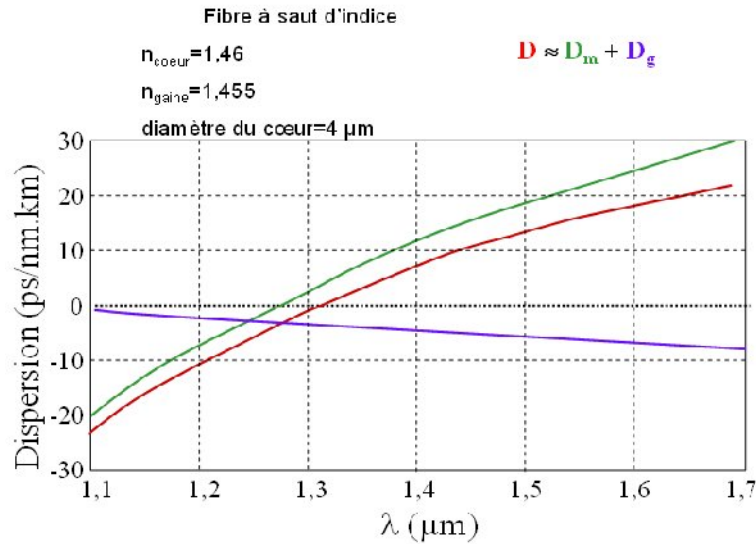


Figure I.7 Dispersion de guide, du matériau et dispersion chromatique d'une fibre monomode à saut d'indice.

La dispersion chromatique est définie comme étant la somme de deux types de dispersion (Eq. (I-27)) à condition de négliger la contribution croisée des deux dérivées premières par rapport à l'indice de réfraction  $n$  et à la fréquence  $V$ .

La dispersion du matériau s'écrit alors [I-5] :

$$D_{mat} = -\frac{\lambda}{c} \frac{dn_{\text{cœur}}^2}{d\lambda^2} \quad [\text{ps} / \text{nm.km}] \quad (\text{I-28})$$

Avec  $n_{\text{cœur}}$  l'indice du cœur de la fibre (proche de  $n_{\text{eff}}$ )

La dispersion du guide s'écrit [I-5]:

$$D_{guide} = \frac{\tau_{guide}}{\Delta\lambda L} = -\frac{n_1\Delta}{c\lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \quad [\text{ps} / \text{nm.km}] \quad (\text{I-29})$$

Avec :  $b$  la constante de propagation normalisée,  $V$  la fréquence spatiale normalisée et

$$\Delta = \frac{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}{2n_{\text{coeur}}^2} \quad \text{la différence d'indice relative}$$

Finalement la dispersion chromatique s'exprime sous la forme suivante d'après l'équation

$$D_{ch} = \frac{n_1 \Delta}{c \lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} - \frac{\lambda}{c} \frac{dn_{\text{coeur}}}{d\lambda^2} \quad [ps / nm.km] \quad (I-30)$$

#### I.4.2 La dispersion modale de polarisation (PMD)

Les paramètres opto-géométriques d'une fibre dite idéale sont à symétrie de révolution dans une section droite. Cependant en réalité, des imperfections de fabrication ou des contraintes mécaniques conduisent à briser cette symétrie. Par conséquent, le cœur central peut alors présenter une légère ovalisation qui va entraîner des contraintes radiales différentielles engendrant ce qu'on appelle une biréfringence. Dans ce cas là, la dégénérescence entre les modes électromagnétiques est levée. Donc pour le mode fondamental  $LP_{01}$  d'une fibre anisotrope, les deux modes électromagnétiques  $HE_{11}^x$  et  $HE_{11}^y$  qui le composent voyagent à des vitesses de phase différentes (donc  $n_{\text{eff}}^x \neq n_{\text{eff}}^y$ ) et donnent lieu à un élargissement de l'impulsion.

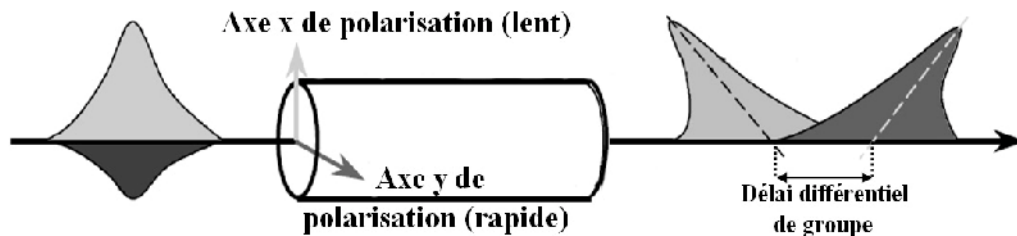


Figure I.8 Illustration de la dispersion de polarisation intermodale.

La biréfringence traduit cette différence d'indice effectif et s'écrit :

$$B = |n_{\text{eff}}^x - n_{\text{eff}}^y| \quad (I-31)$$

La longueur de battement entre ces deux modes électromagnétiques notée  $L_B$  correspondant à la distance de propagation entre deux accords de phase de ces modes, est déduite de la biréfringence :

$$L_B = \frac{\lambda}{B} \quad (I-32)$$

La biréfringence renseigne donc sur la capacité d'une fibre à maintenir un état de polarisation injecté mais elle est aussi à l'origine de la dispersion modale de polarisation appelée communément PMD (pour Polarization Mode Dispersion). En effet, l'existence de deux modes de polarisation (pour le  $LP_{01}$ ) entraîne une dispersion de type intermodal exprimée en  $ps / Km^{1/2}$  et définie par :

$$PMD = \frac{1}{C} \left( \lambda \frac{dB}{d\lambda} - B \right) \quad (I-33)$$

Il faut noter que cette dispersion est aléatoire dans le temps et l'espace puisque les contraintes accidentelles locales vont dépendre des vibrations, de la température, du vieillissement ...

donnant naissance à une biréfringence locale dont les axes et les amplitudes varient dans le temps. C'est pourquoi la biréfringence locale est traitée de façon statistique. De plus, il existe entre les deux polarisations un effet de couplage analogue au couplage des modes entraînant la non conservation d'un état initial de polarisation pour un mode donné au cours de la propagation (hormis fibres spéciales dites à maintien de polarisation). La valeur de cette dispersion est faible, mais pas forcément négligeable devant la dispersion chromatique. Pour les fibres modernes standard, la PMD est typiquement de l'ordre de  $0,05 ps / Km^{1/2}$ .

### I.4.3 L'aire effective

La notion d'aire effective notée  $A_{eff}$  (ou surface effective) d'une fibre s'introduit lors de l'évaluation des effets non linéaires notamment ceux dus à l'effet de réfraction non linéaire (effet Kerr optique) résultant de la susceptibilité non linéaire d'ordre trois. Le développement du calcul est disponible dans [I-5] et aboutit aux relations suivantes :

$$A_{eff} = \frac{\left[ \iint |E_0|^2 ds \right]^2}{\iint |E_0|^4 ds} \quad (I-34)$$

L'aire effective est calculée à partir de la répartition transverse du champ modal, c'est à dire à partir de la distribution  $E_0$ . C'est donc une fonction du diamètre du coeur et du contraste d'indice (ou encore du profil d'indice de réfraction si celui-ci est plus compliqué qu'un simple saut d'indice). Pour avoir un ordre de grandeur de cette surface apparente, on peut s'intéresser au cas où le mode présente une répartition transverse gaussienne de rayon de champ de mode  $w_0$  soit :

$$E_0 = E_{\max} \exp\left(-\left(\frac{r}{w_0}\right)^2\right) \quad (\text{I-35})$$

L'évaluation de l'aire effective donne :

$$A_{\text{eff}} = \pi w_0^2 \quad (\text{I-36})$$

Les valeurs typiques pour des fibres unimodales, par exemple pour la SMF-28, sont de l'ordre de  $85\mu\text{m}^2$  à  $1,55\mu\text{m}$ . Ces valeurs dépendent du type de fibre.

Une autre relation importante qui se déduit de  $A_{\text{eff}}$  est le coefficient non linéaire noté  $\gamma$  et définit par :

$$\gamma = k_0 n_2 \frac{1}{A_{\text{eff}}} \quad (\text{I-37})$$

Avec  $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{cm}^2/\text{W}$  pour la silice et  $k_0$  le vecteur d'onde

Il s'exprime en  $\text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$  et il caractérise entièrement les propriétés non linéaires d'une fibre, une fois la longueur d'onde fixée. Par conséquent, pour limiter la génération des effets non linéaires néfastes à la transmission d'information, il sera donc nécessaire d'obtenir des fortes valeurs d' $A_{\text{eff}}$ .

## I.5 Conclusion

A la lecture de ce premier chapitre, nous pouvons dire que la fibre optique utilisée en tant que support de propagation pour la lumière est devenue un élément clé des télécommunications d'aujourd'hui. Trois caractéristiques majeures de ces fibres se distinguent : la valeur de la dispersion chromatique et son évolution (ou pente) ainsi que l'aire effective. En effet, pour accroître les performances des réseaux optiques, il est nécessaire de contrôler la dispersion chromatique des fibres de ligne pour toutes les longueurs d'onde du signal émis mais aussi de limiter l'influence des effets non linéaires néfastes à la transmission d'information par l'augmentation de l'aire effective

# *CHAPITRE II*

## *Les fibres optiques à cristaux photoniques FCP*

## II.1 Introduction

Ce chapitre est consacré aux fibres à cristal photoniques (PCF, *Photonic Crystal Fiber*) que l'on nomme également fibres à trous (HF, *Holey Fiber*). Ces fibres sont constituées d'une succession périodique de micro-canaux d'air emprisonnés dans la silice et courant sur toute la longueur de la fibre [II-1]. La technologie de fabrication des FCP est devenue de plus en plus mature ces dix dernières années, permettant la conception de structures complexes [II-2] avec parfois des structures périodiques de dimensions nettement inférieures au micron [II-3]. L'avènement de ces nouvelles fibres apporte des propriétés inaccessibles avec des fibres standards. Par exemple, il est possible de fabriquer des fibres infiniment monomodes [II-4], ou possédant des aires effectives très importantes [II-2], ou des propriétés de dispersion ajustables à volonté [II-5], ou encore de très forts coefficients non linéaires. Outre l'ajustement des propriétés optiques, ces fibres et plus particulièrement celles constituées d'un cœur creux ouvrent de nouveaux domaines d'applications comme le transport de gaz ou de molécule [II-6].

Après avoir montré que deux types de guidage peuvent opérer dans les FCP (Bande Interdite Photonique (BIP) ou réflexion totale interne (RTI)), nous décrivons les techniques de fabrication de ce type de fibre, la suite du manuscrit sera consacrée à l'étude des propriétés optiques et géométriques des FCP RTI (Ouverture numérique, Fréquence normalisée, Indice effectif et la Dispersion chromatique). Finalement nous présenterons les différents champs d'application de ces fibres.

## II.2 Principe de propagation de la lumière dans les FCP

Le terme générique de "FCP" regroupe deux catégories de fibres qui se distinguent par les mécanismes de guidage différents qu'elles mettent en jeu : soit un effet de bande interdite photonique dans la gaine, soit la réflexion totale interne. Ces deux types de fibres sont décrits dans la suite de ce chapitre.

### II.2.1 FCP à guidage par Bande Interdite Photonique (BIP)

La "renaissance" des fibres à cristaux photoniques remonte à 1995 lorsqu'un groupe de chercheurs britanniques animé par P. S. J. Russel (Université de Bath), se propose d'appliquer, dans le domaine des fibres optiques, la notion de Bande Interdite Photonique (BIP) [II-7]. Ce mécanisme est déjà connu et mis en œuvre pour guider la lumière dans les cristaux photoniques pour l'optique intégrée. Le but est de concevoir une structure dans laquelle le photon joue le même rôle que l'électron dans un semi-conducteur. Une BIP est une bande spectrale telle qu'une onde à une longueur d'onde comprise dans cette bande ne peut pas se propager dans la structure. L'effet recherché est une résonance transverse dans la gaine optique de la fibre qui maintiendrait la lumière dans une zone centrale (le "cœur") et assurerait son confinement. La propagation se ferait alors dans la direction axiale, invariante.

Les premières fibres basées sur ce principe possèdent une gaine optique composée d'une succession de couches transparentes d'indices alternativement haut et bas semblables à un réseau de Bragg à une dimension (d'où le nom de "fibres de Bragg" qui leur a été attribué) [II-8]. Cette structure permet la formation d'interférences constructives entre les composantes de l'onde lumineuse réfléchies aux interfaces entre les couches. Ces diverses réflexions empêchent la propagation de la lumière radialement et assurent un confinement au centre du réseau de Bragg radial (figure II.1 (a)). Comme le mécanisme de propagation de la lumière ne s'appuie pas sur la notion habituelle de réflexion totale interne, l'indice de la zone où est confinée la lumière (le "cœur"), peut être plus bas que ceux des couches de la gaine optique qui l'entoure le cœur. Nous verrons par la suite les nombreuses applications liées à cette propriété.

Dans le projet de P. S. J. Russel, l'alternance de couches concentriques d'indices haut et bas dans la gaine optique des fibres de Bragg est remplacé par un arrangement triangulaire (figure II.1(b)) ou hexagonal (encore appelé "en nid d'abeilles" (figure II.1(c)) extrêmement régulier de canaux d'air parallèles à l'axe dans une matrice de silice. Ces structures périodiques sont résonantes transversalement à certaines longueurs d'onde et possèdent donc des bandes interdites photoniques. Dans une fibre optique elles constitueront la gaine confinant la lumière, alors qu'un défaut créé au milieu constituera le cœur. Ce dernier est réalisé en supprimant un microcanal d'air dans une matrice triangulaire, ou au contraire en ajoutant un microcanal supplémentaire

dans une matrice hexagonale. Le pas de la structure, qui correspond à la distance séparant les centres de deux trous voisins, est noté  $\Lambda$ , tandis que le diamètre des trous est noté  $d$ . Dans la suite ces fibres seront appelées FCP- BIP

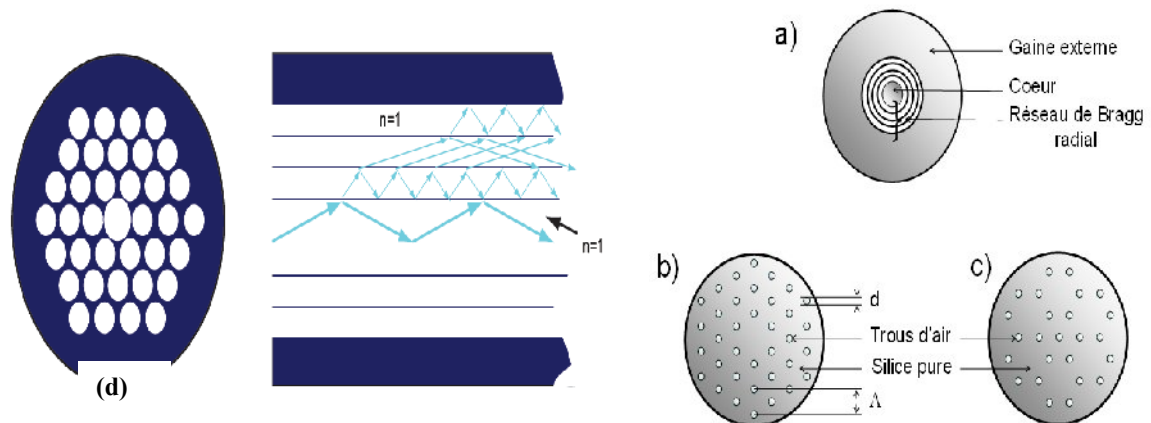


Figure II.1 : Schéma de sections transverses (a) d'une fibre de Bragg, (b) d'une FCP-BIP à arrangement triangulaire et (c) hexagonal, (d) Principe de guidage dans les fibres photonique à BIP.

En 1995, il est démontré pour la première fois qu'une FCP peut présenter de véritables BIP malgré le faible contraste d'indice entre les deux milieux ( $\approx 0,45$ ). Ceci provient du fait que dans les FCP-BIP la propagation ne s'effectue pas perpendiculairement à la direction, mais parallèlement à celle-ci. Les conditions sur le contraste d'indice entre le milieu hôte et l'air, ainsi que sur la proportion d'air nécessaire sont ainsi relâchées [II-9]. L'onde lumineuse injectée dans une FCP BIP est réfléchiée par la gaine microstructurée périodique et se retrouve confinée transversalement dans la région où la périodicité est brisée (zone du défaut constituant le cœur). Un mode transverse peut donc s'installer dans le cœur et être guidé dans la direction  $z$  [II-10]. Les longueurs d'onde ( $\lambda$ ) centrales rejetées par le matériau BIP dépendent de la période du cristal et de la proportion d'air ( $\lambda \approx 2\Lambda$ ) [II-11].

L'un des attraits majeurs des FCP-BIP est que le guidage peut être effectué dans un cœur d'indice bas : ce cœur peut par exemple être un trou rempli d'air ou d'un autre gaz.

Dans un cœur d'air, les pertes de propagation peuvent être faibles à des longueurs d'onde où la silice est peu transparente [II-12]. En remplaçant l'air par un autre gaz ( $H_2$ , Xe), on peut fortement limiter ou au contraire exacerber les effets non linéaires [II-13].

L'une des applications du guidage de la lumière dans une telle fibre est le *transport de forte puissance sans endommager la structure* [II-14]. En 1997, P. S<sup>t</sup>. J. Russel et son groupe a fabriqué pour la première fois une FCP- BIP [II-15] [II-16].

Pourtant le diamètre des trous est variable, (entre 0,2 et 1  $\mu m$ ), et ils sont espacés d'un pas de 2,3  $\mu m$  ce qui donne une proportion d'air dans la gaine assez faible. La caractérisation de cette fibre a montré par la suite que le mécanisme de propagation de la lumière ne reposait pas sur l'effet BIP mais sur la réflexion totale interne. Pourtant cette fibre présentait des caractéristiques de propagation tout à fait originales qui ont très rapidement suscitées un immense intérêt. Cela sera explicité dans le prochain paragraphe.

## II.2.2 FCP à guidage par réflexion totale interne RTI

Comme nous l'avons indiqué plus haut, les raisons pour lesquelles la FCP fabriquée en 1997 par l'équipe de P S<sup>t</sup> J Russel n'a pas donné les résultats escomptés (guidage par BIP) étaient que la régularité du réseau cristallin n'était pas suffisante et que la proportion d'air dans la gaine était trop faible pour permettre l'existence d'une BIP. Pourtant, la lumière se propageait de 337 nm jusqu'à 1550 nm en régime monomode [II-17] . La propagation était assurée grâce à la différence d'indice positive entre le cœur (la silice pure) et la gaine optique (il s'agissait d'un arrangement triangulaire de canaux d'air dans la silice) (voir figure II.2). En effet, la présence d'air dans cette gaine a pour conséquence de diminuer son indice moyen. L'onde lumineuse est donc guidée par réflexion totale interne dans une zone d'indice élevé entourée d'un milieu d'indice moyen plus faible, comme dans le cas classique des Fibres à Saut d'Indice (FSI). Toutefois, il n'existe pas d'interface clairement définie entre le cœur et la gaine comme il en existe dans les FSI [II-18]. C'est pourquoi le mode de guidage qui permet la propagation dans les FCP dépourvues de BIP est appelé "guidage par réflexion totale interne".

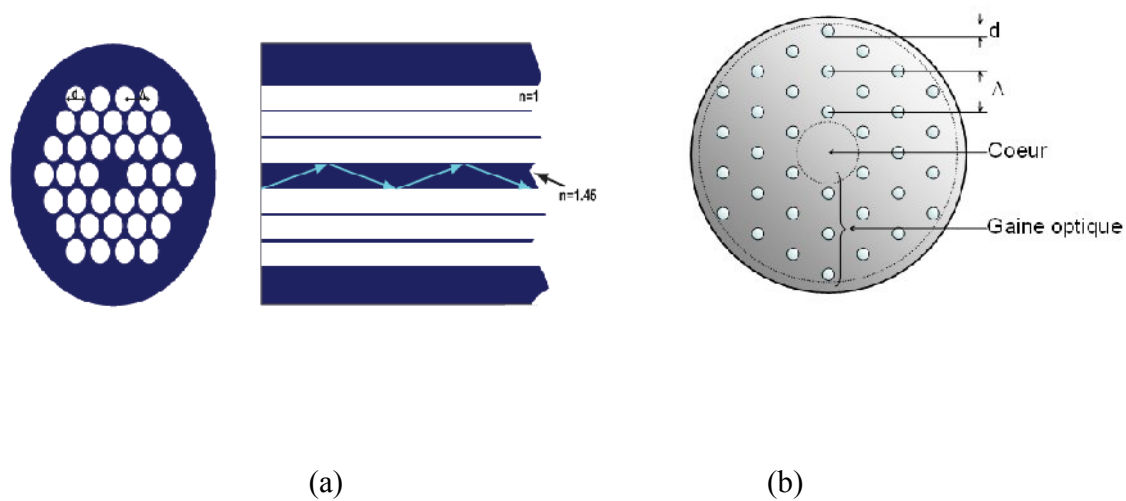


Figure II.2 (a) Principe de guidage dans les fibres photonique à RTI, (b) schéma descriptif d'une FCP RTI à arrangement triangulaire

Dans la suite de ce manuscrit, nous travaillerons exclusivement sur des FCP RTI à arrangement triangulaire que nous nommerons simplement "FCP RTI" ("arrangement triangulaire" sera sous entendu).

### II.3 Fabrication

La première fabrication a été réalisée dans les laboratoires de l'Université de Bath en 1996 [II-12]. La technique employée est celle de l'assemblage-étirage ("Stack and Draw") qui consiste à étirer à haute température un arrangement de capillaires et de barreaux de silice.

La réalisation des FCPs se fait en plusieurs étapes. La première étape consiste à réaliser un arrangement de tubes capillaires à l'intérieur d'un tube de maintien, comme le montre la figure II.3. Ces capillaires sont sélectionnés en fonction de leurs diamètres intérieur et extérieur. Ils proviennent soit du commerce soit d'étirages effectués au laboratoire à partir de tubes de grande section. Un ou plusieurs capillaires au centre sont remplacés par des barreaux de silice afin de former le cœur. On s'attend à ce que le nombre de trous et leur disposition dans cet arrangement soient conservés dans la fibre étirée. Cependant les conditions d'étirage (température, pressions interne et externe) peuvent modifier la taille et la forme de ces trous.

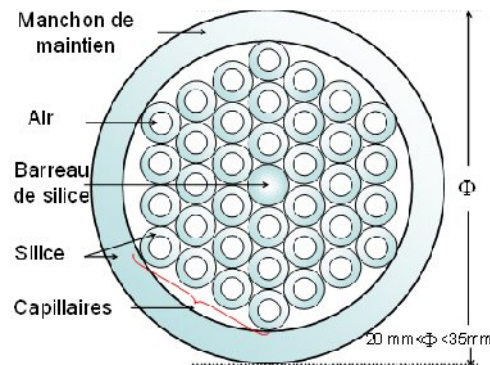


Figure II.3 Arrangement de la préforme primaire

Bien que la régularité de l'arrangement ne soit pas indispensable à l'obtention d'un guidage RTI, elle est recherchée pour deux raisons.

La première est que dans une distribution aléatoire de trous apparaissent des zones de silice plus larges susceptibles de se comporter comme autant de "cœurs" dans lesquels la lumière peut se coupler. D'autre part, il est hautement improbable qu'une fibre comportant un arrangement de trous quelconque présente des caractéristiques de propagation pouvant répondre à un cahier des charges initialement fixé. Autrement dit, la fibre doit ressembler le plus fidèlement possible aux structures régulières sur lesquelles sont basées les simulations numériques qui permettent, connaissant les caractéristiques de propagation visées, de définir les paramètres géométriques à atteindre. Les trous interstitiels entre les capillaires présents dans l'arrangement initial devront être rebouchés lors de l'étirage. Pour cela, on chauffe une extrémité de cet arrangement afin de rendre solidaires les capillaires mais aussi de les reboucher. On réalise ensuite une opération de verrerie qui consiste à enfermer une extrémité du manchon de maintien dans une ampoule de silice afin de pouvoir contrôler ultérieurement la pression différentielle entre l'intérieur des capillaires et les interstices lors du fibrage. L'ensemble constitue la préforme primaire à partir de laquelle vont être étirées des cannes microstructurées aux dimensions extérieures millimétriques (figure II.4 (a)). Cette première réduction d'échelle homothétique est effectuée grâce à une tour de fibrage équipée d'un système d'entraînement par galets et d'un dispositif de coupe de capillaires. Le contrôle des dimensions (diamètre extérieur des cannes, pas et diamètre des trous de la structure interne) repose sur la maîtrise de la rhéologie de la silice pendant l'étirage. Les

vitesse de descente de la préforme et de fibrage, la température du four et les différences de pression dans la préforme sont autant des paramètres qui doivent être maîtrisés avec précision pour obtenir une canne microstructurée de qualité requise.

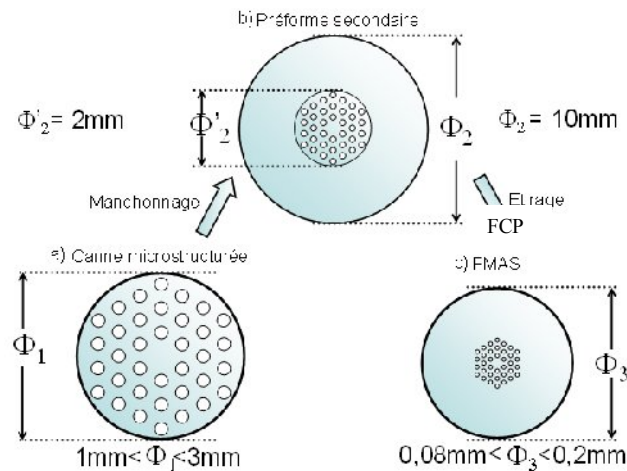


Figure II.4 Canne microstructurée, préforme secondaire et FCP

L'étape suivante consiste à manchonner la canne microstructurée dans un tube à bord épais pour constituer la "préforme secondaire" d'environ dix millimètres de diamètre (figure II.4 (b)). Finalement celle-ci est étirée sur une seconde tour de fibrage qui dispose d'un tambour d'enroulement et d'un système d'enduction qui permet de protéger la fibre par une gaine polymère. La fibre obtenue mesure typiquement  $125\ \mu\text{m}$  de diamètre extérieur (figure II.4 (c)).

Ce fibrage en deux étapes est indispensable pour obtenir un rapport d'échelle important entre les motifs de la préforme primaire et ceux de la fibre.

Aux longueurs d'onde de transparence de la silice, la taille des trous dans la gaine doit être de l'ordre du micron, voire submicronique, pour obtenir les caractéristiques de propagation voulues. Cela signifie que le rapport d'échelle entre les trous des capillaires de la préforme primaire et ceux de la fibre doit être très grand (supérieur à 1000). C'est pourquoi le fibrage en deux étapes avec remanchonnage de la canne microstructurée intermédiaire est une opération indispensable.

Au cours de la seconde étape de fibrage, la température apparaît comme un paramètre très critique, qui doit être parfaitement maîtrisé. En effet, à température trop basse, la trop forte

viscosité de la silice peut conduire à la rupture de la fibre. A mesure que la température augmente, la viscosité de la silice diminue et la pression des canaux d'air augmente, ce qui a une forte influence sur la dimension des trous dans la fibre finale. Au-delà d'une certaine température on constate même qu'une partie ou la totalité des trous peut disparaître, descente de la préforme dans le four et la vitesse d'enroulement de la fibre sont aussi des paramètres dont dépendent les caractéristiques géométriques de la fibre étirée [II-19].

La figure II.5 représente la section transverse d'une des fibres étudiées dans ce mémoire. Ses paramètres géométriques sont  $d=4 \mu\text{m}$  et  $\Lambda=8 \mu\text{m}$ . Le diamètre extérieur de la fibre est de  $133 \mu\text{m}$ . Elle comporte 2 couronnes de trous d'air dans la gaine.

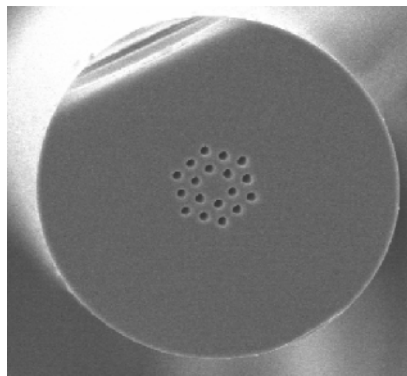


Figure II.5 Exemple d'image de la section transverse d'une FCP

La réalisation des FCP demande donc la maîtrise des paramètres physiques (température, pression) qui sont interdépendants. Le processus de fabrication décrit dans ce paragraphe s'applique aussi bien aux FCP- BIP qu'aux FCP-RTI.

#### II.4 Caractéristiques de propagation des FCPs RTI

Dans ce paragraphe nous allons faire apparaître les principales caractéristiques des FCP-RTI en réalisant une analogie avec les FSI [II-20].

Une FSI est composée d'un cœur d'indice  $n_{\text{cœur}}$  entouré d'une gaine d'indice plus faible  $n_{\text{gaine}}$ . Elle peut guider par RTI des modes transversalement confinés dans son cœur si leur constante de propagation axiale vérifie :

$$k_0 n_{\text{gaine}} < \beta < k_0 n_{\text{coeur}} \quad (\text{II-1})$$

où  $k_0$  est le vecteur d'onde dans le vide. Il est égal à :

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{II-2})$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide.

On associe à chaque mode un indice effectif  $n_{\text{eff}}$  tel que :

$$n_{\text{eff}} = \frac{\beta}{k_0} \quad (\text{II-3})$$

Avec  $\beta$  la Constante de propagation sans perte.

Dans la plupart des cas, la gaine optique des FSI est en silice pure c'est-à-dire que son indice vaut 1,444 à 1550 nm. Le cœur est dopé afin d'augmenter son indice par rapport à celui de la gaine (une différence d'indice de  $3 \cdot 10^{-3}$  à 1550 nm est obtenue avec un cœur en silice dopé avec 2% de germanium). L'indice de gaine dans une FSI varie spectralement de la même manière que celui du cœur de sorte que la différence d'indice est peu sensible à la longueur d'onde. L'ouverture numérique (relation II.4) est aussi quasi invariante avec la longueur d'onde.

$$ON = \sin(\theta_a) = \sqrt{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2} \quad (\text{II-4})$$

La fréquence spatiale normalisée d'une FSI est définie à la relation II.5.

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2} \quad (\text{II-5})$$

où  $a$  représente le rayon du cœur.

La condition de propagation monomode dans une FSI est  $V < V_{\text{lim}} = 2,405$ .

Comme  $V$  augmente lorsque la longueur d'onde diminue, la fibre perd son caractère monomode en dessous d'une certaine longueur d'onde de travail. La longueur d'onde de coupure du deuxième mode, notée  $\lambda_c$ , correspond à la limite spectrale en dessous de laquelle la fibre devient multimode.

La structure des FCP-RTI est plus complexe et la définition d'indice de réfraction pour la gaine est moins aisée car la gaine optique est un milieu hétérogène composé de canaux d'air dans

une matrice en silice. On définit alors un indice effectif de gaine souvent appelé  $n_{FSM}$  (FSM pour "Fundamental Space filling Mode") [II-20]. Il est égal à l'indice effectif du mode fondamental qui se propagerait dans la microstructure de la gaine optique de dimension infinie en l'absence de défaut. Il s'agit du mode qui possède la plus grande fraction d'énergie localisée dans la silice pure. Par conséquent, la constante de propagation de ce mode est la plus élevée parmi toutes celles qui sont associées aux modes pouvant se propager dans cette gaine infinie et sans défaut. Il est donné par la relation suivante.

$$n_{FSM} = \frac{\iint n^2 |E|^2 dS \iint \left| \frac{dE}{dr} \right|^2 dS}{\iint E^2 dS k_0^2 \iint E^2 dS} \quad (\text{II-6})$$

avec  $E$  le champ électrique,  $n$  l'indice de la silice ou du matériau remplissant les trous suivant le point de la section droite considérée,  $S$  la surface d'une cellule élémentaire de cette section droite et  $r$  la distance au centre de la fibre.

Lorsque la longueur d'onde augmente, le champ électromagnétique s'étend de plus en plus loin dans la gaine et pénètre de plus en plus profondément dans les canaux d'air. L'indice de gaine décroît alors et tend vers une valeur minimale  $(f + (1-f)n_{silice}^2)^{1/2}$  avec  $f$  la fraction d'air ( $f \approx 0.91(d/\Lambda)^2$ ). Au contraire aux courtes longueurs d'onde, le champ est fortement confiné dans le cœur de silice et  $n_{FSM}$  augmente en tendant vers  $n_{silice}$  [II-21] [II-22].

On constate donc que contrairement au cas des FSI, la différence d'indice entre le cœur et la gaine optique est une fonction de la longueur d'onde. Plus précisément cette différence d'indice décroît lorsque la longueur d'onde diminue.

Par analogie avec la condition II.1 s'appliquant aux modes des FSI, l'indice effectif  $n_{eff}$  de tout mode se propageant dans une FCP RTI vérifie :

$$n_{FSM} < n_{eff} < n_{coeur} \quad (\text{II-7})$$

L'évolution spectrale de  $n_{FSM}$  ( $n_{eff \text{ gaine}}$ ) dépend fortement des paramètres  $d$  et  $\lambda$ .

### II.4.1 Indice effectif du mode fondamental

Dans la figure II.6, on présente les profils d'indices effectifs du mode fondamental dans une FCP, en fonction de  $d$  et  $\Lambda$  [II-20].

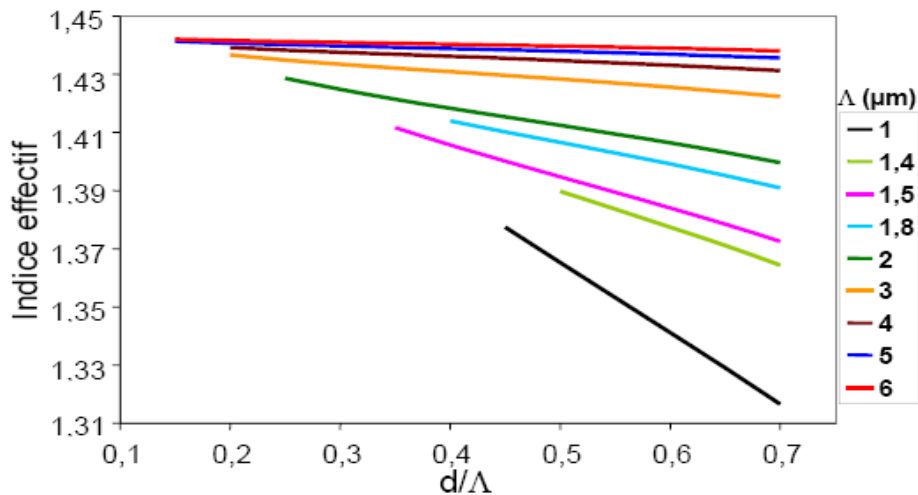


Figure II.6

6 Indice effectif calculé à 1,55 μm en fonction de  $d/\Lambda$  pour différentes valeurs de  $\Lambda$

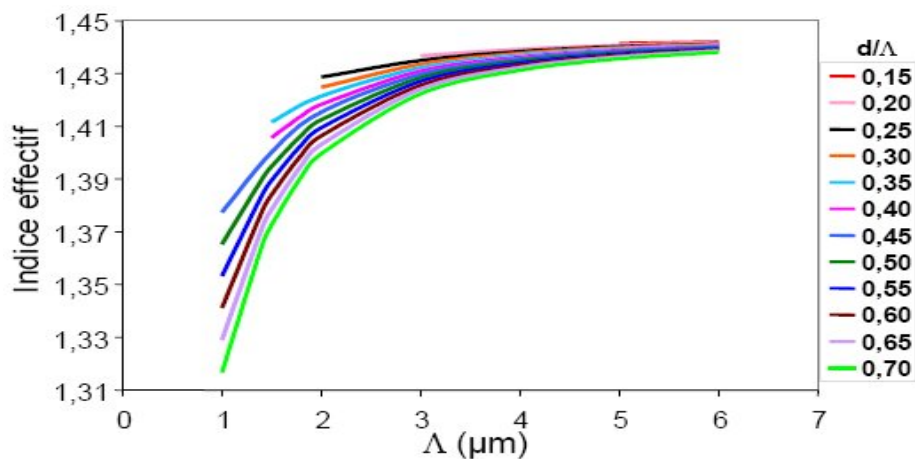


Figure II.7 Indice effectif calculé à 1,55 μm en fonction de  $\Lambda$  pour différentes valeurs de  $d/\Lambda$

A partir de ces deux graphiques, on peut tirer les conclusions suivantes.

- On a une forte variation d'indice entre 1,31 et 1,4442 (indice de la silice à 1,55 μm), pour les fibres considérées. Ceci est dû à la forte variation de l'indice de la gaine photonique. Elle est

à l'origine de la grande diversité des caractéristiques de propagation dans les FCP en fonction de leur profil d'indice (dispersion à très grande valeur absolue, positive ou négative, ou dispersion aplatie par exemple).

➤ D'autre part, on peut remarquer que l'indice effectif décroît de manière linéaire lorsque le rapport  $d/\Lambda$  augmente (Figure II.6) et qu'il croît lorsque  $\Lambda$  augmente (Figure II. 7). Sa variation en fonction de  $\Lambda$  est plus rapide pour les petites valeurs de  $\Lambda$ . On disposera ainsi d'une large plage de couples  $[d ; \Lambda]$  à partir de quelques valeurs calculées pour des couples

$[d ; \Lambda]$  judicieusement choisis.

Ces résultats reflètent bien la logique des FCP, lorsque la proportion d'air présent dans la fibre diminue (c'est à dire lorsque le diamètre du cœur augmente et/ou lorsque  $d/\Lambda$  diminue), l'indice effectif du mode fondamental tend vers la valeur de l'indice de réfraction de la silice (c'est à dire vers l'indice du cœur de la fibre) [II-20].

#### II.4.2 La fréquence normalisée

La fréquence spatiale normalisée dans une FCP, donnée par l'expression II.8, évolue donc d'une manière très différente de celle décrite dans le cas des FSI.

$$V_{eff} = \frac{2\pi}{\lambda} a_{eq} \sqrt{n_{cœur}^2 - n_{FSM}^2} \quad (II-8)$$

où  $a_{eq}$  représente le rayon du cœur qui reste à définir puisque dans une FCP RTI le cœur n'a pas de limite physique précise. Certains auteurs ont choisi de poser  $a_{eq} = \Lambda$ . Dans ce cas la fréquence spatiale normalisée de coupure du second mode, qui était notée  $V_{lim}$  dans le cas des FSI et qui est notée  $V_{co}$  pour les FCP RTI, est égale à  $\pi$  [II-20]. Pour conserver, pour les FCP RTI, la même valeur de  $V$  que pour les FSI (c'est-à-dire 2,405), nous avons choisi  $a_{eq} = \Lambda$

[II-21]. Cette approche est tout à fait valide pour  $d/\Lambda < 0,4$ . Elle est plus approximative au-delà.

Dans la figure II.8 conformément à la référence [II-12], on présente le diagramme de phase monomode-multimode en fonction du rapport  $d/\Lambda$ (a) et  $\Lambda / \lambda$ (b) pour différentes valeurs de  $d/\Lambda$  de 0.3 à 0.7. On remarque la transition très raide entre les deux régions

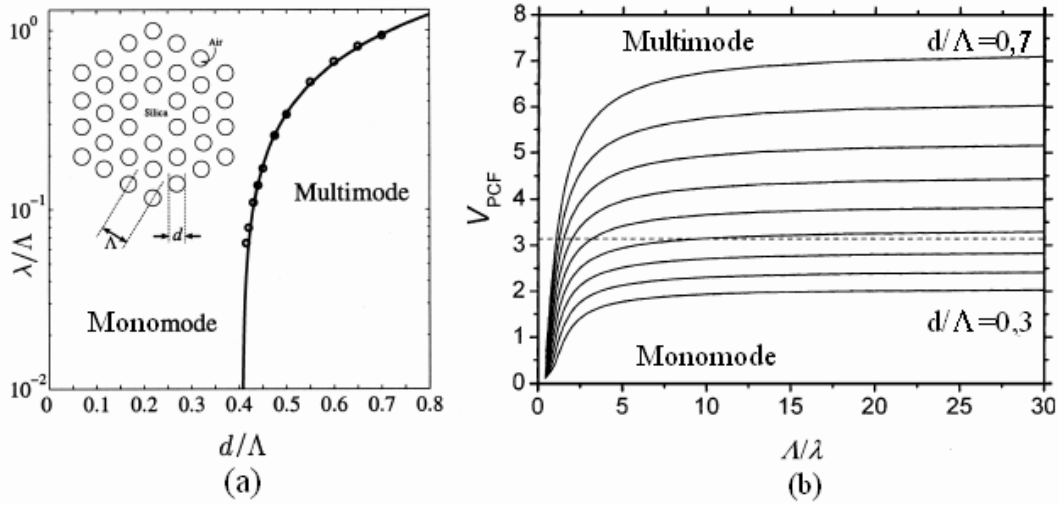


Figure II.8 Diagramme de phase monomode-multimode fonction de: (a)  $d/\Lambda$ ; (b)  $\Lambda/\lambda$  et  $d/\Lambda$  paramètre de 0,3 à 0,7 (pas=0,05)

Valeur limite  $V_{co}$  séparant le domaine monomode et multimode est donc 2,405.  $V$  tend par valeurs inférieures vers une limite qui ne dépend pas de  $\lambda$  mais seulement du rapport  $\Lambda/d$ . Comme on l'a vu précédemment, lorsque  $\lambda$  diminue, le champ a tendance à être confiné dans le cœur ce qui a pour conséquence de diminuer le terme  $\sqrt{n_{coeur}^2 - n_{FSM}^2}$  dans l'expression II.8 car  $n_{FSM}$  tend vers  $n_{coeur}$ . Cette diminution s'oppose à l'augmentation de  $V$  induite par l'évolution croissante de  $1/\lambda$ . Sur la figure II.8 on constate que certaines courbes restent en dessous de la limite  $V_{co} = 2,405$  quelle que soit la longueur d'onde. Ce sont celles pour lesquelles le rapport  $d/\Lambda$  est inférieur à 0,35. Elles correspondent à des fibres à faible proportion d'air dans la gaine. Ces fibres sont donc monomodes quelle que soit la longueur d'onde [II-20]. Dans ce cas, le faible confinement du champ peut conduire à des pertes élevées. Nous allons par la suite passer en revue les causes de pertes dans les FCP- RTI.

### II.4.3 L'ouverture numérique

Le calcul de l'indice effectif de gaine permet de déduire une « ouverture numérique effective »  $ON_{eff}$  pour les FCPs.

$$ON_{eff} = \sqrt{n_{coeur}^2 - n_{eff\ gaine}^2} \quad (II.9)$$

L'ouverture numérique d'une FCP varie beaucoup plus fortement en fonction de la longueur d'onde que celle d'une fibre classique composée de silice et de silice dopée. Cette forte variation est due à la forte variation de l'indice effectif de gaine en fonction de l'étalement du champ. De plus, contrairement aux fibres standards, l'ouverture numérique des FCP augmente avec la longueur d'onde. La Figure II.9 compare l'ouverture numérique d'une FCP à l'ouverture numérique d'une fibre standard dont le cœur est dopé au germanium. Les indices de réfraction du cœur et de la gaine sont calculés grâce à la formule de Sellmeier pour la silice (équation (II.18)), grâce à la formule de Sellmeier modifiée pour la silice dopée au germanium et grâce à la MEF pour l'indice effectif de la gaine photonique de la FCP.

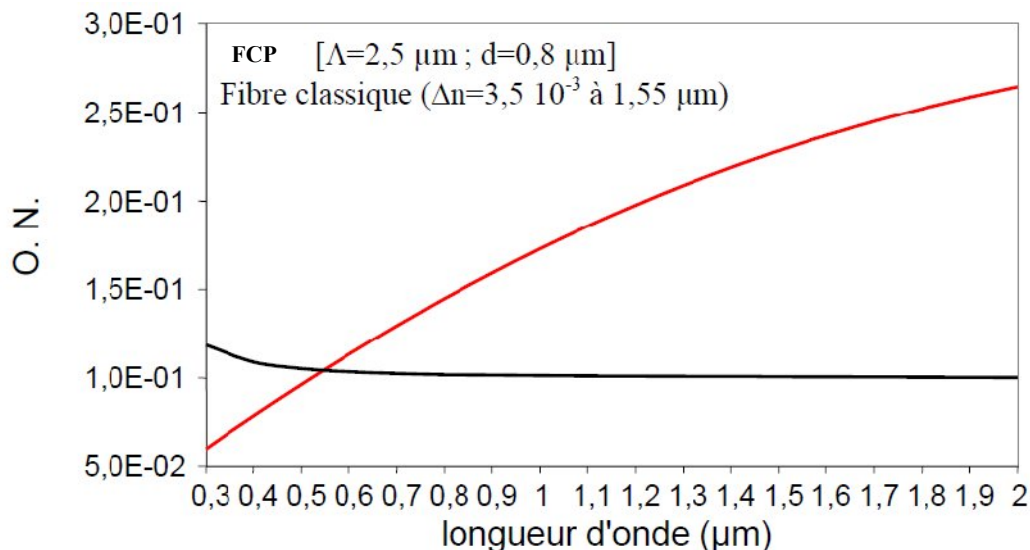


Figure II.9 : Ouvertures numériques calculées pour une fibre à saut d'indice [cœur dopé germanium à 4,88 % ; gaine silice] et une FCP [Λ = 2,5 μm ; d = 0,8 μm].

Dans une FCP, l'ouverture numérique est ajustable en fonction de la dimension des trous et de leur espacement, offrant ainsi une gamme de valeurs accessibles importante contrairement aux fibres à guidage par l'indice classiques [II-27].

## II.5 Pertes dans les FCPs RTI

### II.5.1 Pertes par courbure

Lorsque la proportion d'air diminue, ce qui équivaut à dire que le rapport  $d/\Lambda$  diminue aussi, la fréquence spatiale normalisée s'éloigne de la limite  $V_{co}$ . L'indice  $n_{FSM}$  se rapproche alors de celui du cœur et l'efficacité du guidage diminue, ce qui augmente les pertes par courbure [II-20]. Nous avons déjà indiqué plus haut que, dans une FCP RTI donnée ( $d/\Lambda$  fixé), une diminution de la longueur d'onde de travail amène un meilleur confinement du champ et une augmentation de l'indice de gaine  $n_{FSM}$  qui se rapproche de  $n_{cœur}$  par valeurs inférieures. Dans ce cas aussi, l'efficacité du guidage diminue et les pertes par courbure augmentent. Le domaine spectral d'utilisation des FCPs RTI est de ce fait limité du côté des courtes longueurs d'onde. Vers les grandes longueurs d'onde, l'extension du champ est de plus en plus importante dans la gaine et le confinement devient insuffisant (pertes de confinement). Ce paragraphe a pour but de donner des éléments permettant une évaluation quantitative des pertes par courbure et des pertes de confinement dans les FCP- RTI en fonction des paramètres géométriques  $d$  et  $\Lambda$ , et en fonction de la longueur d'onde.

Il est nécessaire de connaître l'influence du rayon de courbure sur les pertes des fibres optiques en fonction de la longueur d'onde, en particulier pour évaluer la possibilité de conditionner celles-ci dans des dispositifs à encombrement réduit. Une limitation de l'encombrement de dispositifs nécessite en effet que les fibres soient enroulées avec un rayon de courbure le plus petit possible

Pour calculer les pertes par courbure des FCPs RTI, on peut exploiter le modèle établi pour les fibres à profil arbitraire. Ce modèle donne le coefficient de pertes exprimé grâce à la formule suivante [II-14] :

$$2\alpha = \frac{\sqrt{\pi} A^2 a \exp\left(\frac{-4\Delta w^3 R}{3aV^2}\right)}{4Pw \sqrt{\frac{wR}{a} + \frac{V^2}{2\Delta w}}} \quad (\text{II-10})$$

- $V$  est la fréquence spatiale normalisée

- $a$  représente le rayon du cœur
- $\Delta$  est donné par :

$$\Delta = \frac{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}{2n_{\text{cœur}}^2} \quad (\text{II-11})$$

- $\alpha$  est le coefficient des pertes par courbures
- $A$  est l'amplitude du champ électrique dans la gaine
- $P$  est la puissance transportée par le mode fondamental multipliée par l'impédance du vide
- $R$  est le rayon de la courbure appliquée à la fibre
- $w$  est la constante de propagation transverse normalisée dans la gaine :

$$w = a\sqrt{\beta^2 - k^2 n_{\text{gaine}}^2} = \sqrt{V^2 - a^2(k^2 n_{\text{cœur}}^2 - \beta^2)} \quad (\text{II-12})$$

D'une part, on peut adapter la relation II.10 aux FCPs RTI en remplaçant respectivement  $w, \Delta, V$  et  $a$  par  $w_{\text{eff}}, \Delta_{\text{eff}}, V_{\text{eff}}$ , et  $a_{\text{eff}}$  et en faisant l'approximation suivante, mentionnée dans la référence [II-24] :

$$A^2 / P = 1 / A_{\text{eff}} \quad (\text{II-13})$$

où  $A_{\text{eff}}$  représente l'aire effective du mode fondamental.

D'autre part, on remplace dans les expressions II.11 et II.12  $n_{\text{gaine}}$  par  $n_{\text{FSM}}$

$$w_{\text{eff}} = a\sqrt{\beta^2 - k^2 n_{\text{FSM}}^2} = \sqrt{V^2 - a^2(k^2 n_{\text{cœur}}^2 - \beta^2)} \quad (\text{II-14})$$

De manière empirique, la valeur de  $a_{\text{eq}} = \Lambda$ .

La relation II.9 devient alors :

$$\alpha = \frac{\sqrt{\pi} a_{\text{eff}} \exp\left(\frac{-4 \Delta_{\text{eff}} w_{\text{eff}}^3 R}{3 a V_{\text{eff}}^2}\right)}{8 A_{\text{eff}} w_{\text{eff}} \sqrt{\frac{w_{\text{eff}} R}{a_{\text{eff}}} + \frac{V_{\text{eff}}^2}{2 \Delta_{\text{eff}} w_{\text{eff}}}}} \quad (\text{II-15})$$

On définit aussi un rayon de courbure, appelé rayon critique, en dessous duquel les pertes croissent de manière abrupte. Ce rayon a pour expression [II-20] :

$$R_c = \frac{8\pi^2 n_{\text{coeur}}^2}{\lambda^2 w_{\text{eff}}^3} \quad (\text{II-16})$$

Les pertes par courbure d'une FCP RTI caractérisée par  $d = 2,4 \mu\text{m}$  et  $\Lambda = 7,8 \mu\text{m}$ , ont été calculées dans [II-25] en fonction de la longueur d'onde pour trois rayons de courbure différents à l'aide de la relation II.16. Les courbes correspondantes sont présentées sur la figure II.10.

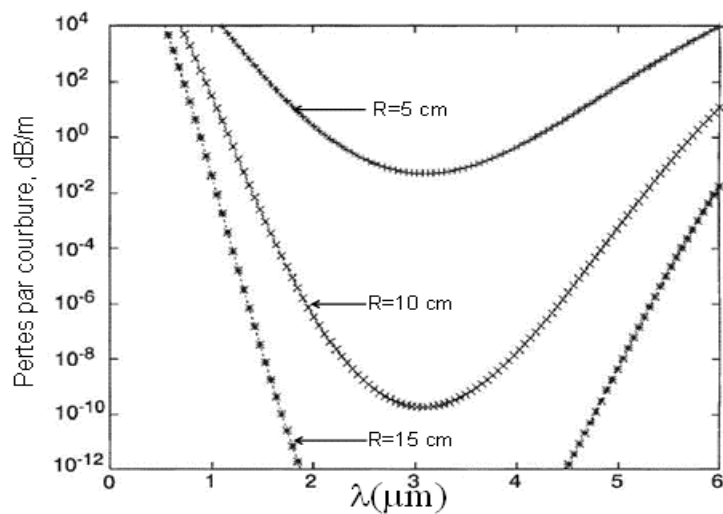


Figure II.10 Pertes de courbure en fonction de la longueur d'onde d'une FCP- RTI ayant pour diamètre de trous  $2,4 \mu\text{m}$  et un pas de  $7,8 \mu\text{m}$

Dans les FSI, les pertes par courbure augmentent continûment avec la longueur d'onde, avec une pente de plus en plus importante. Elles présentent donc "un front de pertes" aux grandes longueurs d'onde. En ce qui concerne les FCP- RTI, on montre qu'aux grandes longueurs d'onde  $w_{\text{eff}}^2$  décroît plus vite que lorsque  $\lambda^{-2}$  augmente, ce qui a pour conséquence une augmentation des pertes avec la longueur d'onde.

### II.5.2 Pertes de confinement

La gaine optique microstructurée a une extension radiale limitée au delà de laquelle se trouve une zone de silice d'indice moyen plus élevé. Si le confinement du champ dans le cœur est insuffisant, une fraction de l'onde évanescente peut déborder au-delà de la gaine optique, ce qui est à l'origine des pertes par confinement.

Celles-ci sont d'autant plus élevées que le champ s'étale plus dans la structure. L'extension du champ doit donc être limitée afin de les maintenir en dessous d'un seuil acceptable. Or le champ est d'autant mieux confiné que la proportion d'air dans la gaine est plus importante et/ou que le nombre de couronnes est plus élevé [II-26]. A une longueur d'onde donnée, les pertes diminuent lorsqu'on augmente  $\Lambda$  tout en maintenant  $d/\Lambda$  constant, comme le montre la figure II.11 (a) [II-26]. Pour une fibre ayant un pas de  $1,4 \mu\text{m}$  et un diamètre de trous de  $1,26 \mu\text{m}$  ( $d/\Lambda=0,9$ ) (figure II.11 (b)), les pertes sont égales à  $10^4 \text{ dB/m}$  à  $1550 \text{ nm}$  lorsque la fibre ne comporte qu'une seule couronne de trous (soit 6 trous d'air) alors qu'elles ne valent plus que  $4 \cdot 10^{-3} \text{ dB/m}$  pour quatre couronnes de trous (60 trous d'air) [II-27].

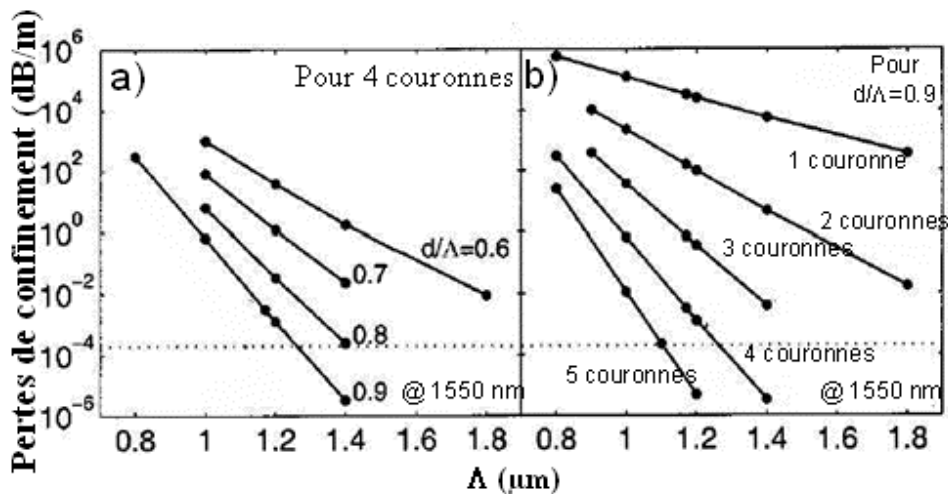


Figure II.11 pertes de confinement de FCP RTI à  $1550 \text{ nm}$  en fonction de  $d$ , (a) et du nombre de couronnes de trous (b)

Pour un mode excité donné, les pertes de confinement renseignent sur la capacité de la fibre à guider ce mode efficacement ou pas : plus elles sont élevées, plus l'atténuation du mode est forte au cours de sa propagation. Autrement dit, du point de vue pratique, on peut considérer

qu'un mode excité a disparu au bout d'une longueur de propagation d'autant plus courte que les pertes de confinement sont plus fortes. Le caractère monomode ou multimode du faisceau émergent dépend donc, dans certains cas, de la longueur de la fibre considérée. Ce paragraphe nous conduit naturellement à nous interroger sur la détermination de la limite du domaine spectral de propagation monomode

## II.6 Dispersion chromatique dans les FCP-RTI

La dispersion chromatique est très pénalisante dans les télécommunications à haut débit. Elle peut rendre difficile, voire impossible, la reconnaissance des informations contenues dans chacun des canaux en provoquant le recouvrement des éléments binaires successifs. C'est donc un paramètre à prendre en compte attentivement lors de la conception de lignes de transmission.

Le paramètre de dispersion chromatique est déduit de la variation de l'indice effectif du mode fondamental calculé par la MEF en fonction de la longueur d'onde. Il est exprimé classiquement en picoseconde d'allongement temporel d'une impulsion par nanomètre de largeur spectrale de cette impulsion et par kilomètre de fibre (ps/(nm.km)) :

$$D_{ch} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}^2}{d\lambda^2} \quad (\text{II-17})$$

Comme nous l'avons vu précédemment, l'évolution spectrale de la distribution du champ dans une FCP -RTI dépend de celle de la différence d'indice cœur - gaine qui augmente lorsque la longueur d'onde augmente. Autrement dit, à la différence des fibres optiques usuelles, l'ouverture numérique des FCP-RTI est une fonction de la longueur d'onde. Nous pouvons ainsi considérer les FCP-RTI comme des fibres à différence d'indice variable en fonction de la longueur d'onde.

L'indice de réfraction  $n$  est égal à 1 pour l'air quelle que soit la longueur d'onde d'étude. Pour la silice, l'indice de réfraction est calculé en fonction de la longueur d'onde à partir de la formule de *Sellmeier* [II-27] [II-28] :

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{A_0 \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} + \frac{A_1 \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)} + \frac{A_2 \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_2^2)}} \quad (\text{II-18})$$

Les valeurs des constantes  $A_i$  et  $\lambda_i$  sont pour la silice pure :

$$A_0 = 0.6961633 \quad ; A_1 = 0.4079426 \quad ; ; A_2 = 0.4079426 \quad ;$$

$$\lambda_0 = 6.84043 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad ; \lambda_1 = 1.162414 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad ; ; \lambda_1 = 9.896161 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad ;$$

La recherche des modes guidés par une fibre est précédée par la détermination de l'intervalle des valeurs de la constante de propagation  $\beta$  correspondant aux modes propagatifs pouvant s'établir dans le cœur :

$$\beta_{\max \text{ gaine}} < \beta < k n_{\text{coeur}} \quad (\text{II-19})$$

Cependant, la dispersion chromatique d'une FCP dépend étroitement de la proportion d'air présente dans la gaine optique, valeur liée au rapport  $d/\Lambda$ . En jouant sur ces paramètres géométriques, il est possible de modifier l'allure de la courbe de dispersion, et par exemple annuler la dispersion chromatique pour des longueurs d'onde inférieures à  $1,27\mu\text{m}$  (figure II.12). D'où la possibilité de compensation de la dispersion [II-20].

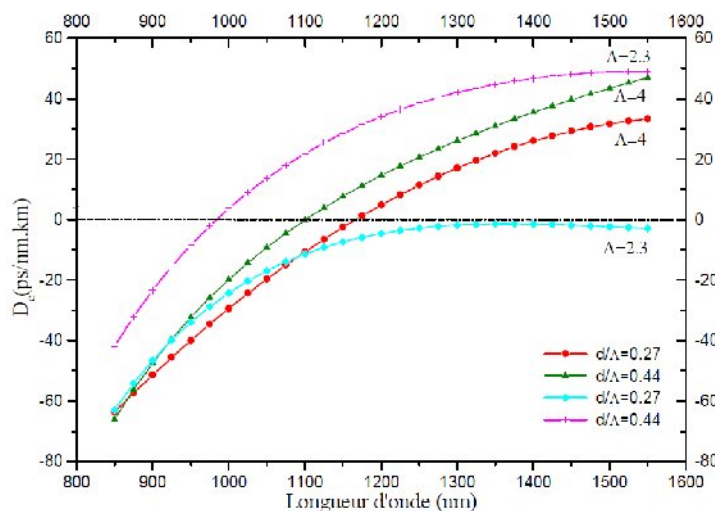


Figure II.12 Variation de la dispersion chromatique en fonction des paramètres géométriques de la FCP

Dans ce qui suit, on présentera les deux figures relatives à la dispersion chromatique des FCP en fonction de la dimension des trous et de leur espacement. Pour les paramètres choisis, la dispersion chromatique à  $1,55 \mu\text{m}$  varie de  $-350 \text{ ps}/(\text{nm.km})$  à  $100 \text{ ps}/(\text{nm.km})$ . Ce

paramétrage de la dispersion chromatique en fonction de la taille et de la répartition des trous est un grand avantage des FCP sur les autres fibres optiques [II-20].

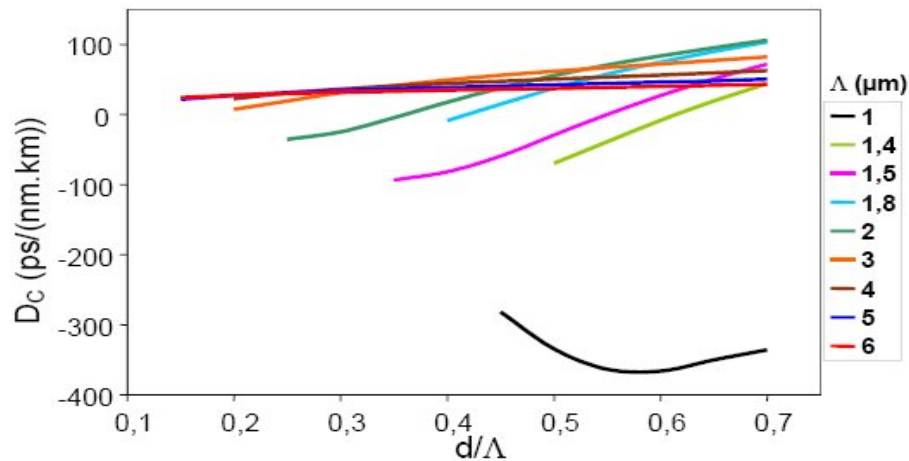


Figure II.13 Dispersion chromatique calculée à  $1,55 \mu\text{m}$  en fonction de  $d/\Lambda$  pour différentes valeurs de  $\Lambda$

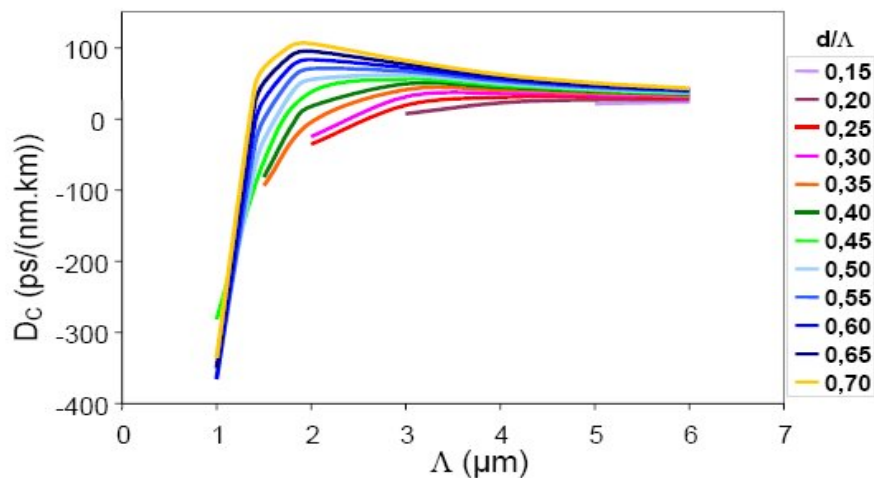


Figure II.14 Dispersion chromatique calculée à  $1,55 \mu\text{m}$  en fonction de  $\Lambda$  pour différentes valeurs de  $d/\Lambda$

A partir de ces deux figures, on peut conclure que l'augmentation de  $\Lambda$  fait aplatir le graphe (Figure II. 14). La même observation peut être faite à partir de la (Figure II.13). À des différentes abscisses, la comparaison de l'amplitude de la variation de la dispersion nous mène à dire que la position du zéro de dispersion est décalée vers les petites valeurs de  $d/\Lambda$  lorsque  $\Lambda$  augmente.

Par exemple : pour  $\Lambda = 6 \mu\text{m}$ , la dispersion chromatique augmente de 13 ps/(nm.km) de  $d/\Lambda = 0,25$  à  $d/\Lambda = 0,7$ . Tandis que, pour  $\Lambda = 2 \mu\text{m}$ , elle augmente de 141 ps/(nm.km) dans le même intervalle de valeurs  $d/\Lambda$ . Pour des valeurs de  $\Lambda \geq 4 \mu\text{m}$ , la dispersion chromatique est toujours positive pour  $d/\Lambda \geq 0,15$ .

D'autre part, on peut remarquer que les FCP pour lesquelles  $\Lambda$  est compris entre 1,5  $\mu\text{m}$  et 3  $\mu\text{m}$  semblent offrir un bon compromis pour obtenir une fibre à dispersion faible et peu sensible à la variation de la taille des trous ( $d$ ) et de leur position ( $\Lambda$ ). Les dispersions très négatives à 1,55  $\mu\text{m}$  (intéressantes pour les fibres destinées à réaliser la fonction de compensation de dispersion dans une liaison optique) sont obtenues pour des FCP à petit cœur ( $\Lambda \approx 1 \mu\text{m}$ ) [II-20].

## II.7 Domaine d'application

Depuis la présentation de la première fibre optique microstructurée, le développement des techniques de fabrication a permis d'amener cette technologie à maturité. Aujourd'hui, de nombreuses géométries de fibre utilisant aussi bien un guidage par réflexion interne totale que les bandes interdites photoniques sont disponibles commercialement.

Sauf que les recherches dans ce domaine devraient maintenant s'orienter vers l'utilisation de ces fibres dans les systèmes optiques. Ceci concerne aussi bien les applications utilisant directement les propriétés de la fibre pour les liens de communications (faible non-linéarité, dispersion), de nouvelles sources lasers (supercontinuum), ou le développement des composants optiques plus performants (*Long Period Fiber Grating*, capteurs), que les applications indirectes.

### II.7.1 Applications directes

Dans cette catégorie, nous incluons toutes les applications qui emploient directement des propriétés intrinsèques de la fibre étirée sans la modifier d'une quelconque façon.

#### ➤ Contrôle de la dispersion

L'obtention de pertes de propagation inférieures à 0,2 dB/km, pertes minimales des fibres silice actuellement utilisées, semble accessible à court terme. Ces caractéristiques intéressent également les télécommunications longue distance et haut débit, d'autant plus que le contrôle des propriétés dispersives de ces fibres est possible en adaptant la géométrie du profil d'indice. Il faut noter que ces fibres peuvent être utilisées comme composants de compensation de dispersion chromatique [II-29].

➤ **Contrôle de la non linéarité**

Comme la dispersion peut déformer les impulsions se propageant, la non linéarité de la fibre peut engendrer des effets d'automodulation ou de modulation croisée de la phase perturbant pour la transmission de données. Afin d'éviter ce genre de problème, il peut être intéressant de grossir le mode, ce qui permet d'éviter des intensités où les effets non linéaires deviennent sensibles. La fibre microstructurée à large mode permet un tel grossissement tout en préservant le caractère monomode.

➤ **Faibles pertes aux courbures**

En combinant une fibre classique dopée au Germanium avec une fibre microstructurée, ou en utilisant une fibre microstructurée adaptée, il est possible de diminuer énormément les pertes par courbures.

➤ **Contrôle de la polarisation**

Habituellement, il est possible d'obtenir des fibres biréfringentes en réalisant un cœur ovale ou en induisant des contraintes dans la fibre. Les biréfringences obtenues sont plutôt faibles. Avec la fibre microstructurée, il est possible d'atteindre des biréfringences plus importantes.

➤ **Transport de faisceaux intenses**

De très grandes densités de puissance peuvent être injectées dans le cœur sans phénomènes de claquage du matériau. Les applications nécessitant de fortes puissances guidées telles que les lasers à forte puissance, la découpe laser, la soudure et le guidage d'atomes froids sont envisagés pour ces fibres.

➤ **Capteurs**

Pour certaines applications, l'air des trous peut-être remplacé par un milieu gazeux ou aqueux. La fibre peut alors être utilisée comme capteur en tirant profit de l'interaction lumière/matière dans le cœur (capteur de gaz, capteur de pollutions dans des milieux aqueux) [II-30]. Leur sensibilité aux courbures peut être exploitée pour réaliser des capteurs de contraintes tel qu'utilisés dans les ponts.

### II.7.2 Applications indirectes

Dans cette catégorie nous incluons les composants ou systèmes à base de fibres microstructurées :

➤ **Coupleurs**

Une première démonstration expérimentale de coupleurs à base de fibres microstructurées a été faite [II-31].

➤ **Lasers, amplificateurs**

L'emploi de fibres à grande ouverture numérique dopées est particulièrement intéressant pour les lasers ou amplificateurs. Incorporer des dopants avec une concentration suffisante reste un défi. Les techniques double gaine sont privilégiées pour cette étude [II-32].

➤ **Filtrage, LPFG (*Long Period Fiber Grating*)**

Le procédé d'écriture consiste à créer un défaut périodique de la microstructure en utilisant soit un arc électrique, soit un laser CO<sub>2</sub>, soit une pièce mécanique pour créer une pression. L'avantage de ces LPFG (réseaux de Bragg à long pas) réside dans leur sensibilité moindre à la température, sensibilité qui les rapproche des réseaux de Bragg photo-inscrits. C'est une solution alternative aux fibres spéciales permettant de réaliser des réseaux de Bragg insensibles à la température [II-32]. De plus, le fait de ne pas utiliser la photo-sensibilité de la fibre permet d'éviter les problèmes liés au vieillissement de la variation d'indice photo-induite. Il a été démontré que le filtrage peut être obtenu pour un nombre de pas très faibles mais avec des pertes sur toute la bande. Ces travaux sont encore du domaine exploratoire.

## II.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe des fibres FCP et les deux types de guidage pouvant opérer dans ces fibres de nouvelle génération, ce qui permet de distinguer entre les FCP-BIP et les FCP-RTI. Ce chapitre nous a permis aussi de comparer les caractéristiques des fibres standards à celles des fibres FCP. Nous avons constaté que les pertes par courbure et le confinement du champ dans les FCP- RTI peuvent être contrôlés à l'aide des paramètres géométriques  $\Lambda$  et  $d$ . La dispersion chromatique, qui est liée à l'étalement du champ en fonction de la longueur d'onde, peut être aussi finement ajustée par l'intermédiaire du choix de  $\Lambda$  et  $d$ . Ceci constitue l'une des propriétés les plus intéressantes des FCP-RTI. On passera dans le troisième chapitre à notre méthode de modélisation à savoir la méthode des éléments finis scalaire MEF- SC pour caractériser des fibres FCP à deux couches.

# *CHAPITRE III*

*Etude de la propagation  
de la lumière dans les  
FCP par la Méthode  
des Eléments Finis MEF*

### III.1. Introduction

Pour une fibre optique conventionnelle idéalisée à saut d'indice, il est possible de résoudre analytiquement l'équation aux valeurs propres issue des équations de Maxwell qui gouvernent la répartition transverse des modes électromagnétiques dans le guide. Toutefois, une fibre à cristaux photoniques présente un profil plus complexe ce qui mène à résoudre l'équation de propagation dans ces fibres en utilisant un outil numérique rigoureux. Dans ce contexte, la méthode des éléments finis (MEF) est généralement utilisée. Dans ce chapitre nous commençons par expliciter le principe de la MEF basée sur la méthode de Galerkin. Ensuite, nous présentons l'algorithme basée sur cette méthode et avec lequel nous avons déterminé les valeurs et les vecteurs propres de l'équation de propagation de la FCP. Plusieurs caractéristiques de ces fibres ont été déterminées à partir de ces valeurs propres comme la distribution modale, la fréquence normalisée, l'ouverture numérique et la dispersion chromatique.

### III.2 La méthode des éléments finis scalaire (MEF-SC)

La méthode des éléments finis scalaire (MEF-SC) est une méthode numérique la plus souvent utilisée pour la résolution d'équations aux dérivées partielles décrivant des phénomènes physiques. C'est une technique d'approximation des variables inconnues qui permet de transformer un système continu d'équations aux dérivées partielles en un système discret d'équations algébriques. Cette méthode de modélisation nécessite en tout premier lieu de découper le domaine d'étude en sous-espaces élémentaires et de définir des conditions non triviales aux limites de ce domaine borné, pour conduire à l'unicité des solutions. Cette première étape est celle de la réalisation du maillage de la structure étudiée. Les sous-espaces générés sont appelés les éléments du maillage. Des fonctions d'approximation ou fonctions de forme de la solution sont définies sur chacun des éléments à partir de valeurs calculées en un nombre fini de points positionnés sur chaque élément (les nœuds du maillage). Ces valeurs nodales sont appelées les degrés de liberté.

L'approximation de la solution sur tout le domaine étudié est assurée par la somme, correctement pondérée, des fonctions d'approximation définies par morceaux.

Dans ce travail, nous avons appliqué la méthode des éléments finis scalaire pour l'étude de la propagation de la lumière dans une FCP à RTI (guidage par réflexion totale interne). Les grandeurs à déterminer sont les champs électromagnétiques qui peuvent être excités dans la fibre et leurs constantes de propagation (ou les indices effectifs).

Les codes de calculs implémentés qui mettent en œuvre la MEF-SC se décomposent en quatre étapes.

La première, très importante, consiste à diviser convenablement le domaine d'étude (c'est-à-dire, dans le cas qui nous intéresse, la section droite de la fibre) en un nombre fini de sous-espaces qui peuvent, à priori, avoir des formes et des tailles différentes et être affectées de caractéristiques physiques (indices par exemple) différentes.

Dans la deuxième étape, on choisit des fonctions d'interpolation qui fournissent une forme approchée de la solution recherchée dans chaque sous-espace. Dans notre cas, la section droite est divisée en triangles adjacents ayant des sommets communs. Les inconnues sont les champs électriques calculées aux nœuds du réseau (3 nœuds par sous-espaces : les sommets). Notons que les fonctions d'interpolation doivent respecter les relations de continuité des champs électromagnétiques aux frontières entre deux éléments adjacents [III-1]

La troisième étape consiste à transformer l'équation différentielle à résoudre en une équation intégrale qui peut être traitée par les éléments finis. On trouvera le développement mathématique de cette opération dans [III-2] [III-3]. On aboutit finalement à un système d'équations aux valeurs propres de la forme  $[K]\{\phi\} = \beta^2 [M]\{\phi\}$  où le vecteur propre  $\phi$  est la distribution vectorielle du champ électromagnétique aux points nodaux et  $\beta$  est la valeur propre associée (constante de propagation). C'est la résolution de ce système qui constitue la quatrième étape des codes implémentés.

### III.2.1 Maillage des domaines

La méthode des éléments finis repose sur la discrétisation de l'objet à étudier en sous-ensembles, c'est le maillage. On va donc recouvrir le domaine à l'aide d'éléments géométriques, pouvant être des segments à une dimension, des triangles si le domaine est à deux dimensions ou encore des tétraèdres à trois dimensions. Les éléments limitrophes doivent avoir en commun soit un sommet, soit une arête, soit une face. Dans notre étude, nous découperons les domaines en  $N$  triangles, ayant chacun un sommet en commun. Dans notre cas, nous avons utilisé le PDEtool (un outil de Matlab) pour dessiner la structure théorique de la fibre à cristal photonique, et aussi pour faire le maillage, et par la suite extraire les coordonnées  $(x,y)$  de chaque élément (triangle).

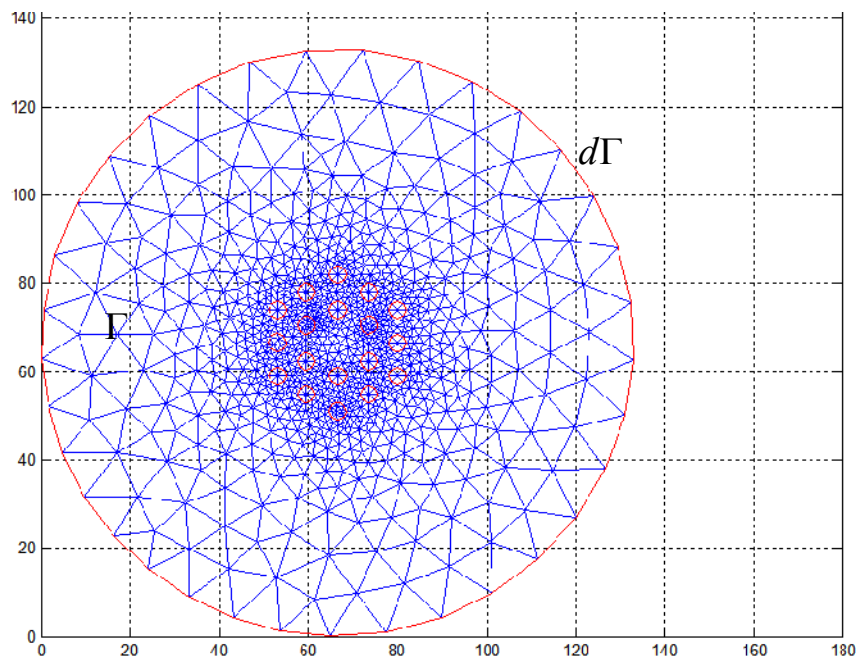


Figure III.1 Un exemple du maillage de la géométrie obtenu avec PDEtool

### III.2.2 Méthode de Galerkin

La méthode de Galerkin consiste à écrire la fonction inconnue  $\phi$  sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de forme correctement pondérées. Ceci permet d'obtenir un système discret (système matriciel) en choisissant successivement comme fonction de pondération dans la formulation faible ces mêmes fonctions de forme. Ce choix est très

important car il permettra d'optimiser la vitesse de la résolution numérique de l'équation. La méthode de Galerkin est largement utilisée non seulement dans la méthode des éléments finis MEF, mais aussi dans la méthode d'analyse hyperfréquence (Microwave) [III-3].

Soit l'équation de propagation scalaire :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k_0(\epsilon_r - n_{eff}^2)\phi = 0 \quad (III-1)$$

Puisque la fonction d'onde  $\phi$  est la solution exacte de l'équation d'onde (III-1), le terme droit de l'équation (III-1) est tout le temps nul. La solution exacte de la fonction d'onde  $\phi$ , cependant, est actuellement inconnue, nous pouvons seulement obtenir une solution approximative de la fonction d'onde  $\bar{\phi}$ .

Quand la solution exacte  $\phi$  de la fonction d'onde est remplacée dans l'équation par la solution (III-1) approximative, le terme de droite de l'équation n'est plus nul et génère plutôt un erreur  $R$ , qui est appelée l'erreur résiduelle :

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} + k_0(\epsilon_r - n_{eff}^2)\bar{\phi} = R. \quad (III-2)$$

Il est naturel de penser que la différence entre  $\bar{\phi}$  et  $\phi$  peut être diminuée en mettant la moyenne de l'erreur résiduelle  $R$  à zéro dans la région entière d'analyse. Sachant que les champs électromagnétiques sont concentrés la plupart du temps dans le cœur, où l'indice de réfraction est plus élevé que dans la gaine. De ce fait, une fonction de pondération  $\psi$  doit être utilisée lors de la mise à zéro de  $R$ , ce qui permet d'obtenir :

$$\iint \psi R \, dx \, dy = 0 \quad (III-3)$$

En remplaçant l'expression de  $R$  (équation III-2) dans la l'équation III-3, nous obtenons :

$$\iint \psi \left\{ \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} + k_0(\epsilon_r - n_{eff}^2)\bar{\phi} \right\} dx \, dy = 0 \quad (III-4)$$

Avec l'intégration partielle de l'équation (III-3) par rapport à  $x$  et  $y$  nous trouvons :

$$\left[ \int \psi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} dy + \int \psi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} dx \right] - \iint \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \right) dx dy + \iint \psi k_0^2 (\varepsilon_r - n_{eff}^2) \bar{\phi} dx dy = 0 \quad (III-5)$$

Donc on peut réécrire l'équation (III-5) comme suit :

$$\left[ \int_{\Gamma} \psi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \right] - \iint \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \right) dx dy + \iint \psi k_0^2 (\varepsilon_r - n_{eff}^2) \bar{\phi} dx dy = 0 \quad (III-6)$$

Avec :

$\int_{\Gamma} d\Gamma$  et  $\partial/\partial n$  sont respectivement le calcul intégral linéaire aux frontières  $\Gamma$  et la dérivée par rapport au vecteur normal  $n$

L'équation d'un seul élément  $e$  est exprimée par :

$$\left[ \int_{\Gamma_e} \psi_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] - \iint_e \left( \frac{\partial \psi_e}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial x} + \frac{\partial \psi_e}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial y} \right) dx dy + \iint_e \psi_e k_0^2 (\varepsilon_r - n_{eff}^2) \bar{\phi}_e dx dy = 0 \quad (III-7)$$

$\psi_e$  et  $\bar{\phi}_e$  sont exprimés dans un élément  $e$  en utilisant les mêmes fonctions de base :

$$\psi_e = \sum_i^{M_e} \phi_{ei} N_i = [N_e]^T \{ \phi_e \} \quad (III-8)$$

$$\bar{\phi}_e = \sum_i^{M_e} \bar{\phi}_{ei} N_i = [N_e]^T \{ \bar{\phi}_e \} \quad (III-9)$$

Avec :

La fonction de base  $N_i$  et le coefficient  $\phi_{ei}$  sont respectivement la fonction de forme et la composante de champ,  $M_e$  est le nombre des nœuds dans  $e$ ,  $[N_e]$  et  $\{ \phi_e \}$  sont définis par :

$$[N_e] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ \dots \ N_{M_e}]^T \quad (III-10)$$

$$\{\phi_e\} = (\phi_1 \phi_2 \phi_3 \dots \phi_{M_e})^T \quad (\text{III-11})$$

En remplaçant l'équation (III-8) et (III-9) dans l'équation (III-7), nous trouvons pour chaque élément e:

$$\sum_e \left\{ -\frac{\partial[N_e]}{\partial x} \frac{\partial[N_e]^T}{\partial x} - \frac{\partial[N_e]}{\partial y} \frac{\partial[N_e]^T}{\partial y} + k_0^2 (\epsilon_r - n_{eff}^2) \right\} dx dy \{\phi_e\} + \left[ \int_{\Gamma_e} \bar{\phi}_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III-12})$$

$$= \{\phi_e\}^T (-[A_e] + \lambda^2 [B_e]) \{\phi_e\} + \left[ \int_{\Gamma_e} \bar{\phi}_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III-13})$$

Ou

$$\{\phi_e\}^T ([A_e] - \lambda^2 [B_e]) \{\phi_e\} - \left[ \int_{\Gamma_e} \bar{\phi}_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III-14})$$

Avec

$$[A_e] = \iint_e \left( \frac{\partial[N_e]}{\partial x} \frac{\partial[N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial[N_e]}{\partial y} \frac{\partial[N_e]^T}{\partial y} \right) dx dy \quad (\text{III-15})$$

$$[B_e] = \iint_e [N_e][N_e]^T dx dy \quad (\text{III-16})$$

$$\lambda^2 = k_0^2 (\epsilon_r - n_{eff}^2) \quad (\text{III-17})$$

L'équation (III-14) est utilisée seulement pour un seul élément (triangle), donc il est nécessaire de sommer toutes les contributions de tous les éléments de la région analysée. Nous obtenons :

$$\sum_e \{\phi_e\}^T ([A_e] - \lambda^2 [B_e]) \{\phi_e\} - \sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \bar{\phi}_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III-18})$$

Ou

$$\{\phi_e\}^T ([A] - \lambda^2 [B]) \{\phi\} - \sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \bar{\phi}_e \frac{\partial \bar{\phi}_e}{\partial n} d\Gamma \right] = 0 \quad (\text{III-19})$$

$$\text{Avec } \{\phi\} = \sum_e \{\phi_e\}, \quad [A] = \sum_e [A_e], \quad [B] = \sum_e [B_e]$$

(III-20)

En ce qui concerne le deuxième terme de l'équation (III-19), nous supposons que la fonction d'onde  $\phi_e$  et sa dérivée normale  $\frac{\partial \phi_e}{\partial n}$  sont continues aux limites entre les éléments. Donc le second terme de l'équation (III-19) devient :

$$- \left( \oint_{\Gamma} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \right) \quad (\text{III-21})$$

Remplaçant l'équation (III-21) dans (III-19), nous obtenons :

$$\{\phi\}^T ([A] - \lambda^2 [B]) \{\phi\} - \left( \oint_{\Gamma} \bar{\phi} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \right) = 0 \quad (\text{III-22})$$

Quand la condition de Dirichlet ou la condition de Neumann (conditions de limites), est appliquée, le deuxième terme de l'équation (III-19) devient zéro et l'équation (III-22) sera simplifiée à :

$$\{\phi\}^T ([A] - \lambda^2 [B]) \{\phi\} = 0 \quad (\text{III-23})$$

Nous obtenons finalement une équation matricielle aux valeurs propres à résoudre:

$$([A] - \lambda^2 [B]) \{\phi\} = 0 \quad (\text{III-24})$$

### III.2.3 Éléments triangulaires

Dans l'analyse des structures transversales en 2D, des éléments triangulaires utilisent des polynômes qui sont généralement employés pour approximer la distribution des champs.

Le concept des approximations des polynômes est illustré dans la figure III-2. Dans la figure III-2(a), La fonction d'onde est approximée par la fonction linéaire, et dans la figure III-2(b), elle est approximée par une fonction quadratique.

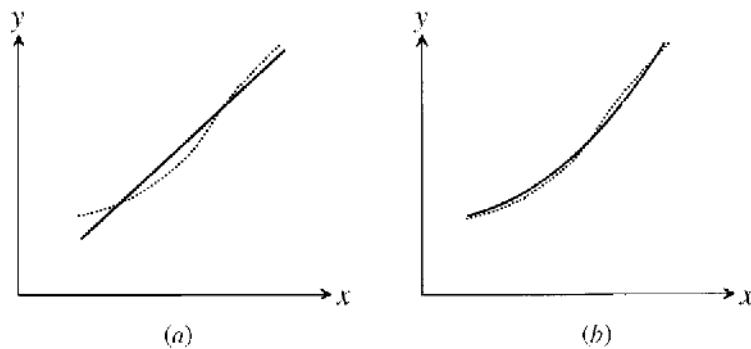


Figure III .2 Approximation par des fonctions de polynôme : (a) Fonction linéaire ; Fonction quadratique

Il existe dans la méthode des éléments finis scalaire deux types d'éléments triangulaires, l'élément triangulaire du premier ordre qui utilise trois nœuds, et l'élément triangulaire du deuxième ordre qui utilise six nœuds, comme le montre la figure III .3(a) et figure III .3(b).

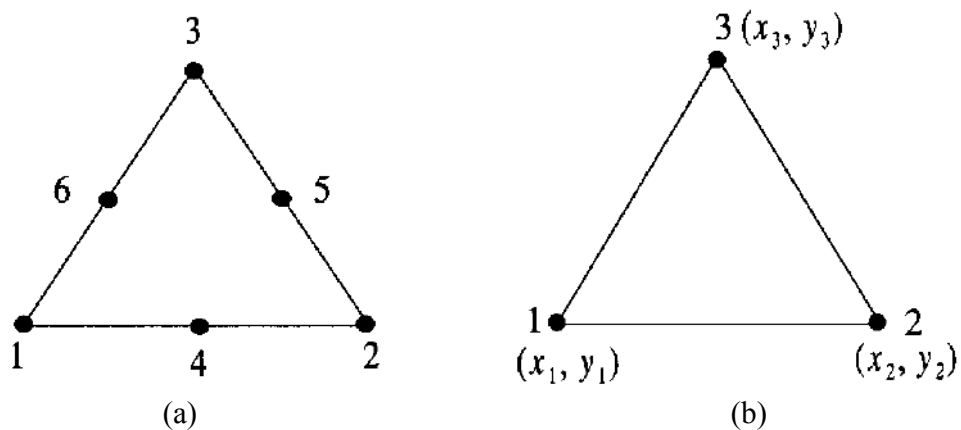


Figure III .3 Éléments triangulaires : (a) de premier ordre, (b) de deuxième ordre

Dans notre travail, nous avons utilisé les éléments triangulaires du premier ordre.

### III.2.3.1 Élément triangulaire du premier ordre

La figure III.4 montre un élément triangulaire du premier ordre. Dans cet élément, la fonction d'onde  $\phi(x, y)$  ayant des coordonnées arbitraires  $(x, y)$  est exprimé par des fonctions de forme  $N_1, N_2$  et  $N_3$  (avec les champs  $\phi_1, \phi_2$  et  $\phi_3$ ) pour chaque nœud du triangle :

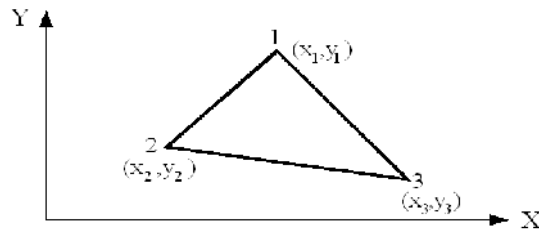


Figure III.4 : Élément de premier ordre triangulaire

$$\phi(x, y) = N_1\phi_1 + N_2\phi_2 + N_3\phi_3 \quad (\text{III-25})$$

$$\phi(x, y) = [N]^T \{\phi\} \quad (\text{III-26})$$

Où  $[N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3]^T$  et  $\{\phi\} = (\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3)^T$ . Les fonctions de forme  $[N]$  et les vecteurs champs  $\{\phi\}$  correspondent respectivement aux fonctions de base et aux coefficients. Les coordonnées des nœuds 1, 2 et 3 sont respectivement  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  et  $(x_3, y_3)$ .

La figure II.5 (a) et figure II.5 (b) montrent deux triangles que nous utilisons ici pour extraire les autres coordonnées nécessaires pour le calcul de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$

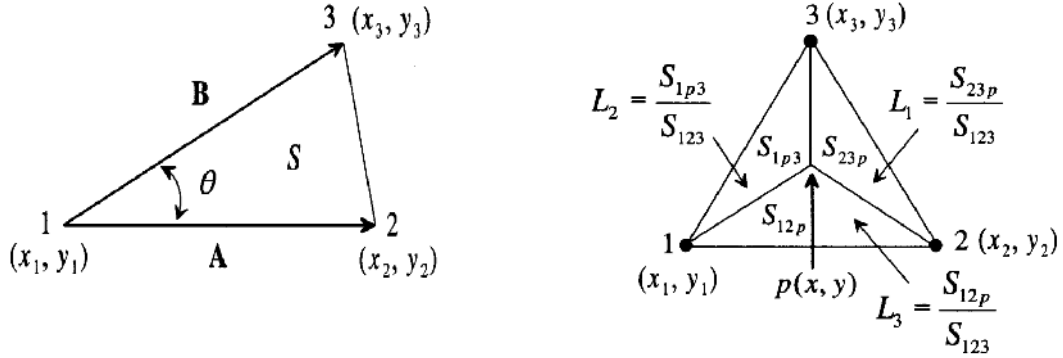


Figure III.5 les différentes coordonnées de zone d'un élément

Quand nous supposons que  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  sont des vecteurs unitaires dans les directions  $x, y, z$ , le vecteur  $A$  du nœud 1 au nœud 2 et le vecteur  $B$  du nœud 1 au nœud 3 sont exprimés comme suit :

$$\begin{cases} A = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} \\ B = (x_3 - x_1)\vec{i} + (y_3 - y_1)\vec{j} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

En utilisant ces expressions, nous obtenons :

$$A \times B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{III.28})$$

Ainsi, nous pouvons obtenir la surface  $S_e$  de triangle 123 comme suit :

$$S_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \quad (\text{III.29})$$

La surface  $S_{23p}$  du triangle 23p formé par les nœuds 2, 3 et le point  $p$  ; la surface  $S_{1p3}$  du triangle 1p3 formé par le nœud 1, point  $p$  et le nœud 3 ; et la surface  $S_{12p}$  du triangle 12p formé par les nœuds 1 et 2 et le point  $p$  sont toutes les trois similaires :

$$S_{23p} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x & y_2 - y \\ x_3 - x & y_3 - y \end{vmatrix} \quad (\text{III.30})$$

$$S_{1p3} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_3 - x & y_3 - y \\ x_1 - x & y_1 - y \end{vmatrix} \quad (\text{III.31})$$

$$S_{12p} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x & y_2 - y \\ x_1 - x & y_1 - y \end{vmatrix} \quad (\text{III.32})$$

On définit aussi :

$$L_1 = \frac{S_{23p}}{S_e} = \frac{\begin{vmatrix} x_2 - x & y_2 - y \\ x_3 - x & y_3 - y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}} \quad (\text{III.33})$$

$$L_2 = \frac{S_{1p3}}{S_e} = \frac{\begin{vmatrix} x_3 - x & y_3 - y \\ x_1 - x & y_1 - y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}} \quad (\text{III.34})$$

$$L_3 = \frac{S_{12p}}{S_e} = \frac{\begin{vmatrix} x_2 - x & y_2 - y \\ x_1 - x & y_1 - y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}} \quad (\text{III.35})$$

### III.2.4 Dérivation des équations matricielles aux valeurs propres

Ici nous passons à la dérivation d'équations matricielles aux valeurs propres pour le mode  $E_{pq}^x$  et le mode  $E_{pq}^y$ .

Les équations des ondes sont :

$$E_{pq}^x \text{ mode : } \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + (k_0^2 - \beta^2) E_x = 0 \quad (\text{III.36})$$

$$E_{pq}^y \text{ mode : } \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + (k_0^2 - \beta^2) H_x = 0 \quad (\text{III.37})$$

En utilisant l'équation (III.37) et (II.36), nous obtenons les équations d'ondes scalaires [III-2] :

$$\eta^2 \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + (k_0^2 \xi^2 - \eta^2 \beta^2) \phi = 0 \quad (\text{III.38})$$

Où pour le mode  $E_{pq}^x$  :

$$\phi = E_x, \quad \eta^2 = 1, \quad \xi^2 = \varepsilon_r = n_r^2 \quad (\text{III.39})$$

Et pour le mode  $E_{pq}^y$  :

$$\phi = H_x, \quad \eta^2 = \frac{1}{\varepsilon_r} = \frac{1}{n_r^2}, \quad \xi^2 = 1 \quad (\text{III.40})$$

Pour dériver l'équation matricielle aux valeurs propres de ces modes, nous utilisons la méthode de Galerkin expliquée en III.2.2. Après avoir divisé la région d'analyse en plusieurs éléments, la fonction d'onde  $\phi_e$  au niveau des nœuds est exprimée par les fonctions de forme  $N_{ei}$  et les fonctions d'ondes  $\phi_{ei}$  :

$$\phi_e = \sum_{i=1}^{M_e} N_{ei} \phi_{ei} = [N_e]^T \{ \phi_e \} \quad (\text{III.41})$$

Où :

$M_e$  est le nombre de nœuds dans l'élément  $e$  et T la transposée de la matrice. Nous utilisons ainsi les définitions suivantes :

$$[N_e] = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ \dots \ N_{M_e}]^T \quad (\text{III.42})$$

$$\{ \phi_e \} = (\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \dots \ \phi_{M_e})^T \quad (\text{III.43})$$

Remplaçons l'équation (III.41) dans l'équation (III.38), nous obtenons

$$\eta_0^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) [N_e]^T \{ \phi_e \} + (k_0^2 \xi_e^2 - \eta_e^2 \beta^2) [N_e]^T \{ \phi_e \} = 0 \quad (\text{III.44})$$

En multipliant l'équation (III.44) par la fonction de forme et en intégrant dans l'élément  $e$

$$\iint_e [N_e] \eta_e^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) [N_e]^T dx dy \{ \phi_e \} + \iint_e (k_0^2 \xi_e^2 - \eta_e^2 \beta^2) [N_e] [N_e]^T dx dy \{ \phi_e \} = \{ 0 \} \quad (\text{III.45})$$

Intégrant partiellement le premier terme de l'équation (III.45) par rapport à x et y, nous obtenons

$$\left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 [N_e]^T \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} dy + \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 [N_e]^T \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} dx \right] \{\phi_e\} - \iint_e \eta_e^2 \left\{ \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right\} dx dy \{\phi_e\} + \iint_e (k_0^2 \xi_e^2 - \eta_e^2 \beta^2) [N_e] [N_e]^T dx dy \{\phi_e\} = \{0\} \quad (\text{III.46})$$

Si on utilise la relation suivante:

$$\int_{\Gamma} \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} dy + \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} dx = \int_{\Gamma} \phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} dy + \frac{\partial \phi}{\partial y} dx \right) = \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{III.47})$$

Quand on utilise l'équation (III.47) et l'équation (III.46), nous arrivons à l'équation (III.48)

$$\left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 [N_e]^T \frac{\partial [N_e]^T}{\partial n} d\Gamma \right] \{\phi_e\} - \iint_e \eta_e^2 \left\{ \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right\} dx dy \{\phi_e\} + \iint_e (k_0^2 \xi_e^2 - \eta_e^2 \beta^2) [N_e] [N_e]^T dx dy \{\phi_e\} = \{0\} \quad (\text{III.48})$$

Où  $\frac{\partial}{\partial n}$  est la dérivé par rapport à la normale et  $\int_{\Gamma_e} d\Gamma$  est l'intégration linéaire aux limites de  $\Gamma_e$ . La méthode MEF exige la somme de toutes les contributions de tous les éléments:

$$\sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 [N_e]^T \frac{\partial [N_e]^T}{\partial n} d\Gamma \right] \{\phi_e\} - \sum_e \iint_e \eta_e^2 \left\{ \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right\} dx dy \{\phi_e\} + \sum_e \iint_e (k_0^2 \xi_e^2 - \eta_e^2 \beta^2) [N_e] [N_e]^T dx dy \{\phi_e\} = \{0\} \quad (\text{III.49})$$

Nous nous concentrons sur le premier terme de l'équation ci-dessus. Comme mentionné avant,  $\int_{\Gamma_e} d\Gamma$  est une intégrale linéaire sur la limite de l'élément e. Pour simplifier l'argument ici. Nous avons supposé que le côté gauche de l'équation (III.49) est multiplié par le vecteur de la fonction d'onde  $\{\phi_e\}^T$ . Ainsi, nous obtenons :

$$\sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 [N_e] \frac{\partial [N_e]^T}{\partial n} d\Gamma \right] \{\phi_e\}$$

$$\rightarrow \sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 \underbrace{\{\phi_e\}^T [N_e]}_{\text{fonction d'onde}} \underbrace{\frac{\partial [N_e]^T \{\phi_e\}}{\partial n}}_{\text{dérivé de fonction d'onde}} d\Gamma \right]$$

Ceci signifie que le premier terme de l'équation (III.49) peut être réécrit

$$\sum_e \left[ \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 \phi_e \frac{\partial \phi_e}{\partial n} d\Gamma \right]$$

$$= \sum_e \left( \left[ \int_{\Gamma_e} \eta_{e+1}^2 \phi_{e+1} \frac{\partial \phi_{e+1}}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma_e} \eta_e^2 \phi_e \frac{\partial \phi_e}{\partial n} d\Gamma \right] \right)$$

Ici, nous supposons que la fonction d'onde  $\phi_e$  et sa dérivée normale  $\eta_e^2 \phi_e \frac{\partial \phi_e}{\partial n}$  avec la constante  $\eta_e^2$  sont continues aux limites avec les éléments voisins. Avec cette supposition, les termes de calcul intégral à l'intérieur de la région d'analyse sont annulés, puisque, suivant la figure (III.7), les sens des termes issus du calcul intégral linéaire sont opposés pour chaque paire des éléments voisins. Comme résultat, seulement les termes issus du calcul de l'intégrale au périphérique de la région analysée entière qui restent. Bien que cette supposition soit une limitation du MEF-SC, c'est une approximation relativement bonne. Ainsi, les premières conditions dans équation (III.49) peuvent être réécrites.

$$\oint_{\Gamma} \eta^2 \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma \quad (III.50)$$

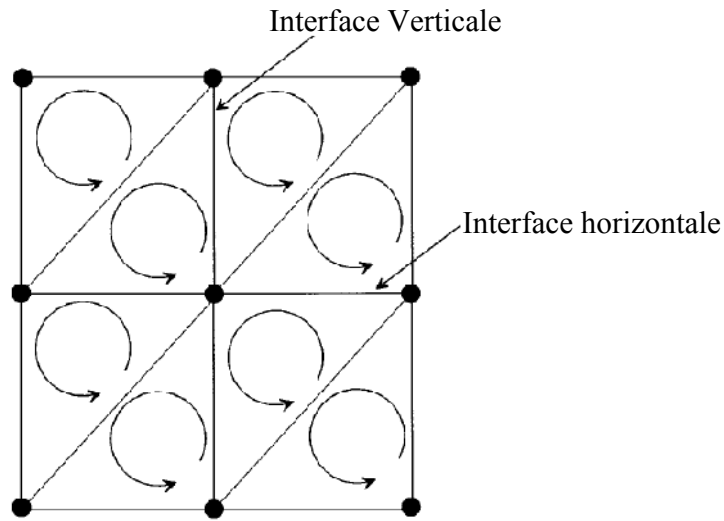


Figure III.6 Annulation des conditions de calculs intégraux à l'extérieur de la région

Utilisons le calcul intégral de terme (III.50) dans l'équation (III.49), nous pouvons réduire l'équation (III.49) à :

$$([K] - \beta^2 [M])\{\phi\} + \oint_{\Gamma} \eta^2 \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma = \{0\} \quad (\text{III.51})$$

### III.2.5 Condition aux limites

Comme la définition correcte des conditions aux limites est un des éléments essentiels pour obtenir un problème bien posé, nous rappelons brièvement le principe des deux conditions les plus utilisées dans la méthode MEF à savoir la condition de Dirichlet et la condition de Neumann.

#### III.2.5.1 condition de Neumann

La condition de Neumann exige que la dérivée de la fonction d'onde soit égale à zéro, ce qui signifie que la variation de la fonction d'onde aux limites serait négligeable, nous obtenons donc :

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial n} = 0 \quad (\text{III.52})$$

**III.2.5.2 condition de Dirichlet**

La condition de Dirichlet exige que la fonction d'onde aux frontières égale à zéro.

$$\phi_i = 0 \quad (\text{III.53})$$

C'est l'application de ces conditions qui nous permet de négliger le terme à gauche de l'équation (III.51). Cette dernière peut être simplifiée à une équation matricielle aux valeurs propres.

$$([K] - \beta^2 [M])\{\phi\} = \{0\} \quad (\text{III.54})$$

Où le carré de la constante de propagation  $\beta$  est la valeur propre et  $\phi$  c'est le vecteur propre. Nous utilisons ces définitions :

$$[K] = \sum_e \left\{ -\eta_e^2 \iint_e \left( \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right) dx dy + k_0^2 \xi_e^2 \iint_e [N_e] [N_e]^T dx dy \right\} \quad (\text{III.55})$$

$$[M] = \sum_e \left\{ \eta_e^2 \iint_e [N_e] [N_e]^T dx dy \right\} \quad (\text{III.56})$$

$$\{\phi\} = \sum_e \{\phi_e\} \quad (\text{III.57})$$

**III.3 Matrices élémentaires**

L'équation des valeurs propres est donnée par :

$$([K] - \beta^2 [M])\{\phi\} = \{0\}$$

Où

$$[K] = \sum_e \left\{ -\eta_e^2 \iint_e \left( \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} + \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} \right) dx dy + k_0^2 \xi_e^2 \iint_e [N_e] [N_e]^T dx dy \right\}$$

$$[K] = \sum_e \left\{ -\eta_e^2 ([A_e] + [B_e]) + k_0^2 \xi_e^2 [C_e] \right\} \quad (\text{III.58})$$

$$[M] = \sum_e \left\{ \eta_e^2 \iint_e [N_e][N_e]^T dx dy \right\}$$

$$[M] = \sum_e \eta_e^2 [C_e] \quad (\text{III.59})$$

$$\{\phi\} = \sum_e \{\phi_e\} \quad (\text{III.60})$$

Comme mentionné précédemment, puisque les paramètres  $\eta_e^2$  et  $\xi_e^2$  sont constants dans chaque élément, seuls les termes ci-dessus montrés dans l'équation (III.58) et (III.59) doivent être calculés afin d'obtenir des expressions explicites pour les matrices  $[K]$  et  $[M]$  :

$$[A_e] = \iint_e \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} dx dy \quad (\text{III.61})$$

$$[B_e] = \iint_e \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} dx dy \quad (\text{III.62})$$

$$[C_e] = \iint_e [N_e][N_e]^T dx dy \quad (\text{III.63})$$

La fonction de forme  $[N_e]$  est exprimée par les coordonnées  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$

$$L_1 = \frac{Q_1(x - x_2) + R_1(y - y_2)}{2S_e} \quad (\text{III.64})$$

$$L_2 = \frac{Q_2(x - x_3) + R_2(y - y_3)}{2S_e} \quad (\text{III.65})$$

$$L_3 = \frac{Q_3(x - x_1) + R_3(y - y_1)}{2S_e} \quad (\text{III.66})$$

Où :

$$Q_1 = y_2 - y_3 \quad (\text{III.67})$$

$$Q_2 = y_3 - y_1 \quad (\text{III.68})$$

$$Q_3 = y_1 - y_2 \quad (\text{III.69})$$

$$R_1 = x_2 - x_3 \quad (\text{III.70})$$

$$R_2 = x_3 - x_1 \quad (\text{III.71})$$

$$R_3 = x_1 - x_2 \quad (\text{III.72})$$

Et

$$S_e = \frac{1}{2} [(y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (\text{III.73})$$

Avec  $S_e$  la surface du triangle représenté sur la figure III-5

Et :

$$[A_e] = \iint_e \frac{\partial [N_e]}{\partial x} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial x} dx dy = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{III.74})$$

$$[B_e] = \iint_e \frac{\partial [N_e]}{\partial y} \frac{\partial [N_e]^T}{\partial y} dx dy = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{III.75})$$

$$[C_e] = \iint_e [N_e][N_e]^T dx dy = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{III.76})$$

Après l'intégration des équations (III.74), (III.75) et (III.76), on peut calculer les coefficients  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  et  $c_{ij}$  des matrices  $[A_e]$ ,  $[B_e]$  et  $[C_e]$  de la manière suivante :

➤ Pour les coefficients de la matrice  $[A_e]$  :

$$a_{11} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{Q_1}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{Q_1^2}{4S_e}, \quad (\text{III.77})$$

$$a_{12} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{Q_1}{2S_e} \right) \left( \frac{Q_2}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{Q_1 Q_2}{4S_e} = a_{21}, \quad (\text{III.78})$$

$$a_{13} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{Q_1}{2S_e} \right) \left( \frac{Q_3}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{Q_1 Q_3}{4S_e} = a_{31}, \quad (\text{III.79})$$

$$a_{22} = \iint_e \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{Q_2}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{Q_2^2}{4S_e}, \quad (\text{III.80})$$

$$a_{23} = \iint_e \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{Q_2}{2S_e} \right) \left( \frac{Q_3}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{Q_2 Q_3}{4S_e} = a_{32}, \quad (\text{III.81})$$

$$a_{33} = \iint_e \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{Q_3}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{Q_3^2}{4S_e} \quad (\text{III.82})$$

➤ Pour les coefficients de la matrice  $[B_e]$  :

$$b_{11} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{R_1}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{R_1^2}{4S_e}, \quad (\text{III.83})$$

$$b_{12} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{R_1}{2S_e} \right) \left( \frac{R_2}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{R_1 R_2}{4S_e} = b_{21}, \quad (\text{III.84})$$

$$b_{13} = \iint_e \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_1}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{R_1}{2S_e} \right) \left( \frac{R_3}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{R_1 R_3}{4S_e} = b_{31}, \quad (\text{III.85})$$

$$b_{22} = \iint_e \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{R_2}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{R_2^2}{4S_e}, \quad (\text{III.86})$$

$$b_{23} = \iint_e \left( \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_2}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right) dx dy = \left( \frac{R_2}{2S_e} \right) \left( \frac{R_3}{2S_e} \right) \iint_e dx dy = \frac{R_2 R_3}{4S_e} = a_{32}, \quad (\text{III.87})$$

$$b_{33} = \iint_e \left( \frac{\partial N_3}{\partial x} \right)^2 dx dy = \iint_e \left( \frac{\partial L_3}{\partial x} \right)^2 dx dy = \left( \frac{R_3}{2S_e} \right)^2 \iint_e dx dy = \frac{R_3^2}{4S_e} \quad (\text{III.88})$$

➤ Pour les coefficients de la matrice  $[C_e]$  :

$$c_{11} = \iint_e N_1^2 dx dy = \iint_e L_1^2 dx dy = \frac{S_e}{6}, \quad (\text{III.89})$$

$$c_{12} = \iint_e N_1 N_2 dx dy = \iint_e L_1 L_2 dx dy = \frac{S_e}{12} = c_{21} \quad (\text{III.90})$$

$$c_{13} = \iint_e N_1 N_3 dx dy = \iint_e L_1 L_3 dx dy = \frac{S_e}{12} = c_{31} \quad (\text{III.91})$$

$$c_{22} = \iint_e N_2^2 dx dy = \iint_e L_2^2 dx dy = \frac{S_e}{6} \quad (\text{III.92})$$

$$c_{23} = \iint_e N_2 N_3 dx dy = \iint_e L_2 L_3 dx dy = \frac{S_e}{12} = c_{32} \quad (\text{III.93})$$

### III.4 Matrice globale

Comme chaque triangle est caractérisé par une matrice élémentaire  $[K_e]$  et  $[M_e]$ , et chaque matrice est d'ordre  $3 \times 3$ .

$$[K_e] = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{III.94})$$

$$[M_e] = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{III.95})$$

Une fois les matrices élémentaires  $[K_e]$  et  $[M_e]$  de chaque triangle sont calculées et le condition aux limites est appliquée, on assemble ces matrices pour avoir une matrice globale  $[K]$  et  $[M]$  en utilisant l'algorithme d'assemblage suivant [III-4] :

A titre d'exemple, nous avons utilisé une FCP maillée avec 1952 triangles et 994 nœuds, la matrice globale finale assemblée est de 994 x 994.

$$[K] = \begin{matrix} \left. \begin{array}{l} \overbrace{\left[ \begin{array}{l} K_{11}^{(1)} \quad K_{22}^{(1)} \quad K_{22}^{(2)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{22}^{(1756)} + K_{22}^{(1952)} \\ K_{21}^{(2)} \quad K_{22}^{(1)} \quad K_{23}^{(2)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{32}^{(867)} + K_{22}^{(976)} + K_{11}^{(156)} \\ K_{805}^{(1)} \quad K_{32}^{(99)} \quad K_{32}^{(105)} + K_{32}^{(124)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{23}^{(145)} + K_{21}^{(195)} \\ K_{13}^{(1)} \quad K_{22}^{(2)} \quad K_{22}^{(2)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{22}^{(1756)} + K_{22}^{(234)} \\ K_{21}^{(2)} \quad K_{22}^{(1)} \quad K_{32}^{(58)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{12}^{(867)} + K_{22}^{(976)} + K_{12}^{(156)} \\ K_{31} \quad K_{32}^{(453)} \quad K_{32}^{(98)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{33}^{(145)} + K_{32}^{(195)} \\ K_{804}^{(1)} \quad K_{32}^{(1)} + K_{32}^{(35)} \quad K_{22}^{(2)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{22}^{(1756)} + K_{21}^{(561)} \\ K_{21}^{(2)} \quad K_{22}^{(1)} \quad K_{32}^{(34)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{21}^{(867)} + K_{33}^{(976)} + K_{43}^{(156)} \\ K_{31} \quad K_{32} \quad K_{65} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{21}^{(145)} + K_{31}^{(195)} \\ \vdots \\ K_{11}^{(1)} \quad K_{22}^{(1)} \quad K_{22}^{(2)} \dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots K_{22}^{(1756)} + K_{22}^{(1952)} \end{array} \right] \end{array} \right\} 994
 \end{matrix}$$

### III.5 Solution de l'équation aux valeurs propres

Après la résolution du système matriciel aux valeurs et vecteurs propres de l'équation (III.96) :

$$([K] - \beta^2 [M])\{\phi\} = \{0\} \tag{III.96}$$

On obtient la constante de propagation  $\beta$  de chaque mode guidé, qui doit avoir un indice effectif  $n_{eff}$  compris entre  $n_{coeur}$  et  $n_{FSM}$  et les vecteurs propres qui contiennent les valeurs du champ électromagnétique  $\phi$  dans chaque triangle de la fibre FCP.

### **III.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales étapes de la méthode des éléments finis scalaire MEF-SC, que nous avons appliquée pour la résolution de l'équation de propagation dans des fibres à cristaux photoniques.

Ces différentes étapes de calculs seront implémentées par la suite par Matlab pour réaliser un code programme permettant de caractériser la propagation de plusieurs types de fibres FCP et déduire leurs caractéristiques importantes comme la dispersion chromatique, ce qui fera l'objet du quatrième chapitre.

# *CHAPITRE IV*

## *Simulations et Résultats*

## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de notre simulation implémentant la méthode de modélisation appliquée sur des fibres FCP à guidage RTI possédant deux couches et qui sont des fibres spécialement dédiées aux capteurs exploitant leurs pertes de confinement en fonction des paramètres géométriques de leur structure. Nous commençons à déterminer et représenter la distribution modale de quelques modes dans quelques fibres FCP après avoir déterminé les indices effectifs des champs des modes guidés. Plusieurs caractéristiques ont été aussi déduites telles que la variation de la fréquence normalisée, qui nous renseigne sur le caractère monomode de la FCP en fonction de ses paramètres optogéométriques et l'ouverture numérique. Par la suite, nous nous sommes focalisés sur le mode fondamental guidé dans ces fibres et son confinement, la variation de son indice effectif en fonction des paramètres géométriques et enfin le calcul de la dispersion chromatique qui est une caractéristique de transmission très importante et qu'on peut facilement compenser dans ces fibres vu le grand degré de liberté qu'elles offrent par rapport aux fibres standards FSI. Une partie de ce chapitre a été consacrée à l'annulation de la dispersion chromatique dans ces fibres en fonction de plusieurs paramètres tels que le diamètre des trous d'air, l'espacement entre les trous  $\Lambda$  (pitch), ce qui nous a permis d'obtenir plusieurs possibilités sur les longueurs d'onde d'annulation de cette dispersion, beaucoup plus inférieures à celles qu'on a obtenus dans les fibres standards (1275nm).

## IV.2 Implémentation de la méthode de modélisation

Le code programme que nous avons réalisé, implémentant l'algorithme de la méthode MEF-SC est constitué des étapes données dans l'organigramme de la figure IV. 1

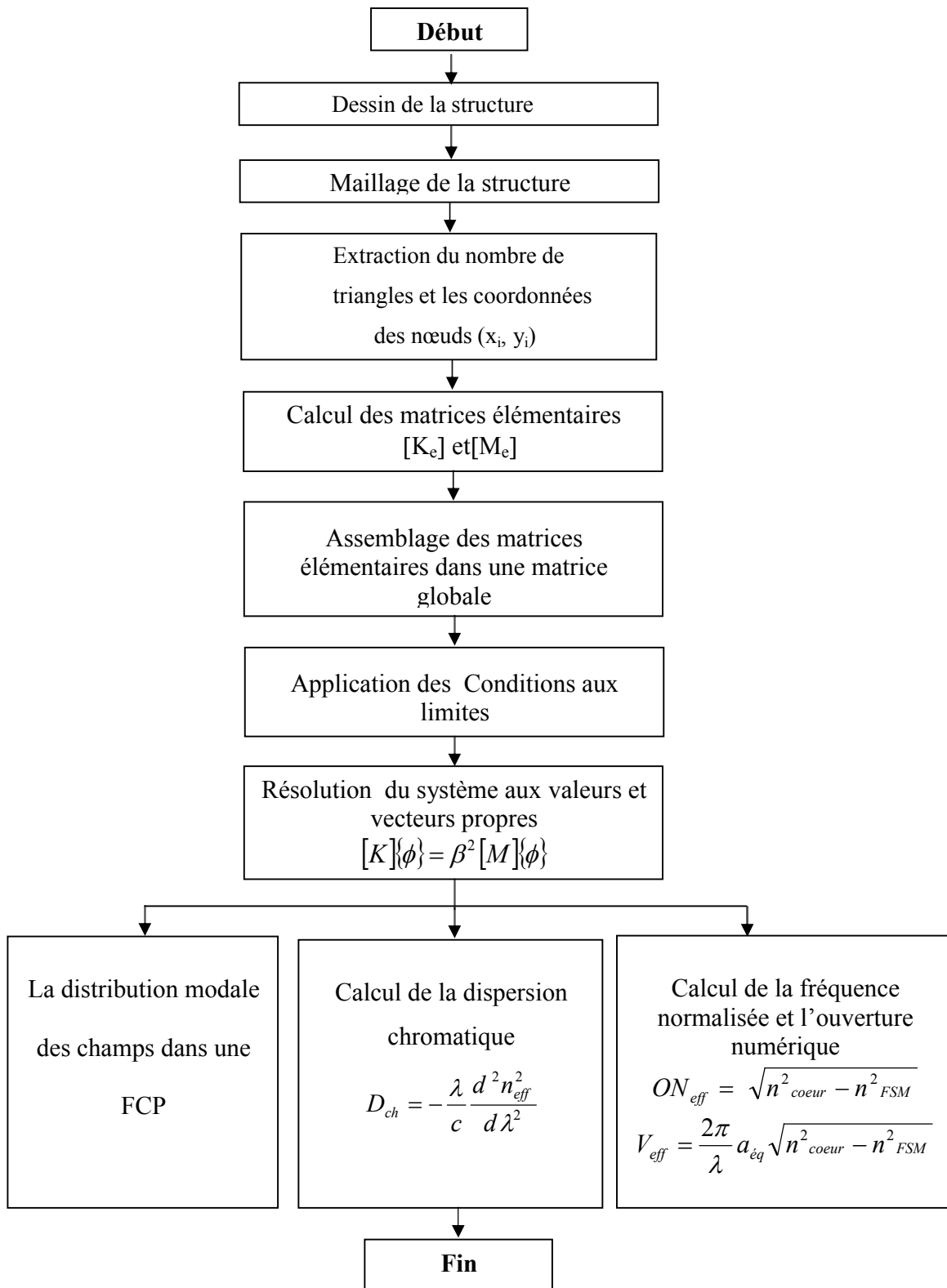


Figure IV.1 Organigramme de la méthode des éléments finis scalaire (MEF-SC) appliquée aux FCPs

### IV.2.1 Modélisation et dessin de la structure de la fibre utilisée

Notre étude est faite sur une fibre à cristaux photoniques air-silice, fabriquée et proposée par la société *Perfos* (plate forme d'étude et de la recherche sur les fibres optiques spéciales), présentant deux couronnes de trous d'air soit 18 trous d'air et ayant une structure hexagonale comme le montre la figure IV.2,

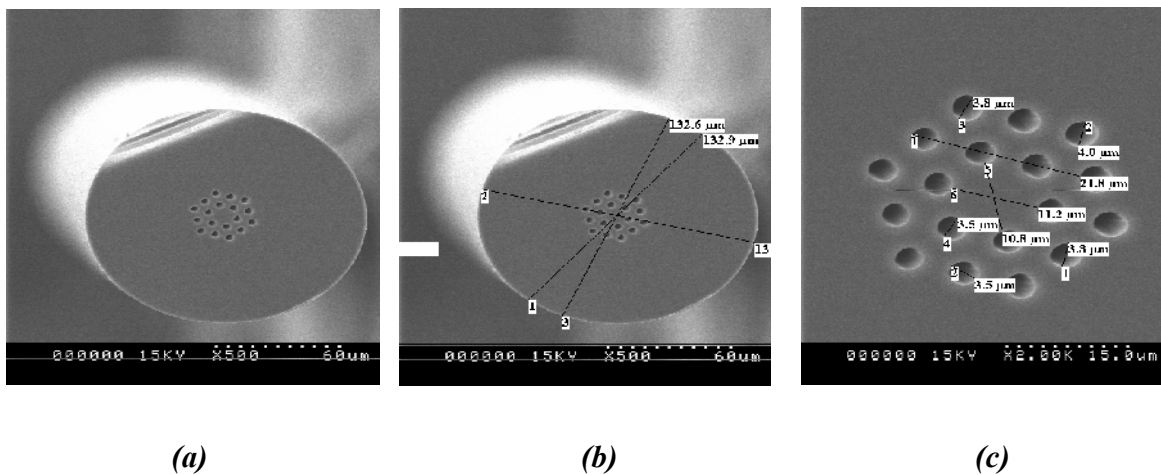


Figure IV.2 Représentation d'un profil réel à partir d'une image MEB (a) , paramètres géométriques de FCP (b) et (c)

Nous avons modélisé cette fibre réelle obtenue par Microscope à Balayage Electronique (MEB) en dessinant les cercles représentant les trous d'air dans le grand cercle.

Une fois la géométrie est définie, il est nécessaire de définir les matériaux utilisés en précisant les valeurs de la permittivité  $\varepsilon$  (ou l'indice de réfraction) et la perméabilité  $\mu$  du milieu de la FCP considérée qui peut éventuellement être anisotrope. Afin de simplifier les calculs, nous avons considéré par la suite que le matériau constitutif des FCP est de la silice pure et parfaitement isotrope. L'indice de réfraction de l'air est choisi égal à 1 quelle que soit la longueur d'onde à laquelle est effectué le calcul.

Les caractéristiques de la fibre FCP sur laquelle on a commencé à faire nos simulations sont représentées dans le tableau IV.1.

Nombre de couches	Nombre de trous	Diamètre du cœur	Diamètre des trous	pitch	Indice des trous	Indice du cœur	Structure
$N_c = 2$	$N_t = 18$	$D = 11\mu\text{m}$	$d = 4\mu\text{m}$	$\Lambda = 8\mu\text{m}$	1	1.4402	Structure hexagonale

Tableau IV.1 Paramètres optogéométriques de la FCP

Nous avons utilisé un outil de MATLAB qui s'appelle PDETool (Partial Differential Equation Toolbox) pour dessiner les structures géométriques des FCP modélisées et les mailler.

En effet, la boîte à outils de PDE sert à résoudre des équations différentielles partielles (EDP). Les problèmes peuvent être complètement spécifiés et résolus au sein d'une interface utilisateur graphique (GUI) de PDETool où l'interface graphique peut être utilisée pour saisir certaines données telles que le domaine, les conditions aux limites et la description du maillage.

Ceux-ci peuvent ensuite être exportés vers les principaux espaces de travail MATLAB pour une utilisation ultérieure. Dans notre cas, nous avons exploité PDETool pour dessiner notre structure et la mailler. Pour la résolution de l'équation de propagation, nous avons implémenté nos propres équations de l'algorithme FEM-SC décrites précédemment dans le chapitre III.

A l'aide de l'outil PDETool, il est possible de réaliser facilement des maillages de formes élémentaires comme des disques, carrés, triangles. On lance MATLAB sur notre ordinateur, on tape PDETool et nous avons à l'écran la figure IV.3.

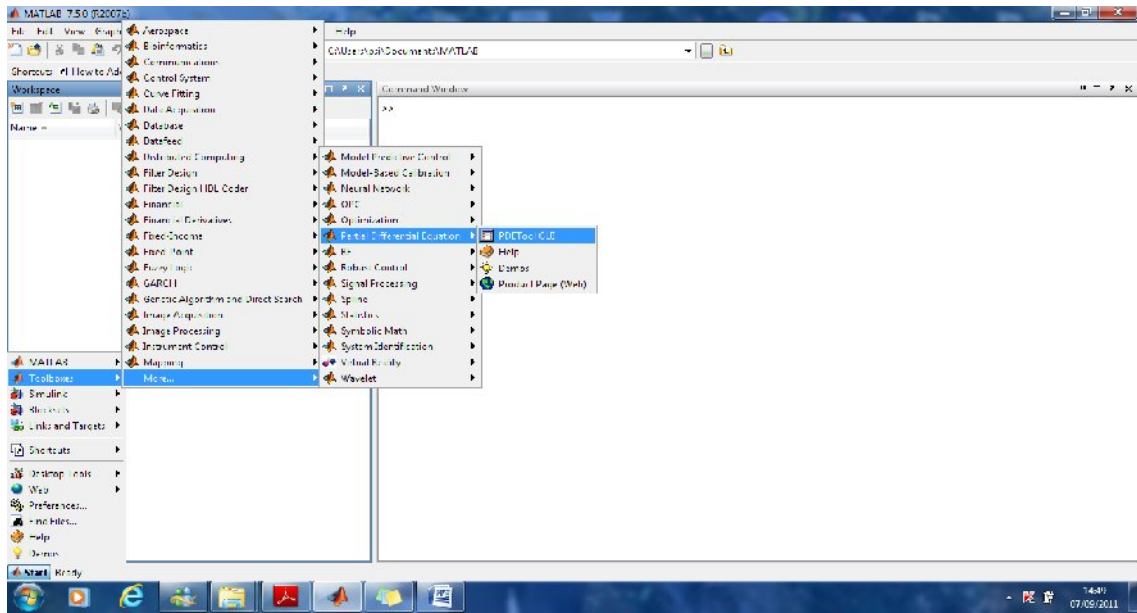


Figure IV.3 Interface principale de PDETool

La fenêtre principale de PDETool contient un certain nombre de rubriques. Le choix de l'une de ces rubriques se fait en cliquant sur le bouton gauche de la souris qui est suivi de l'apparition du menu correspondant.

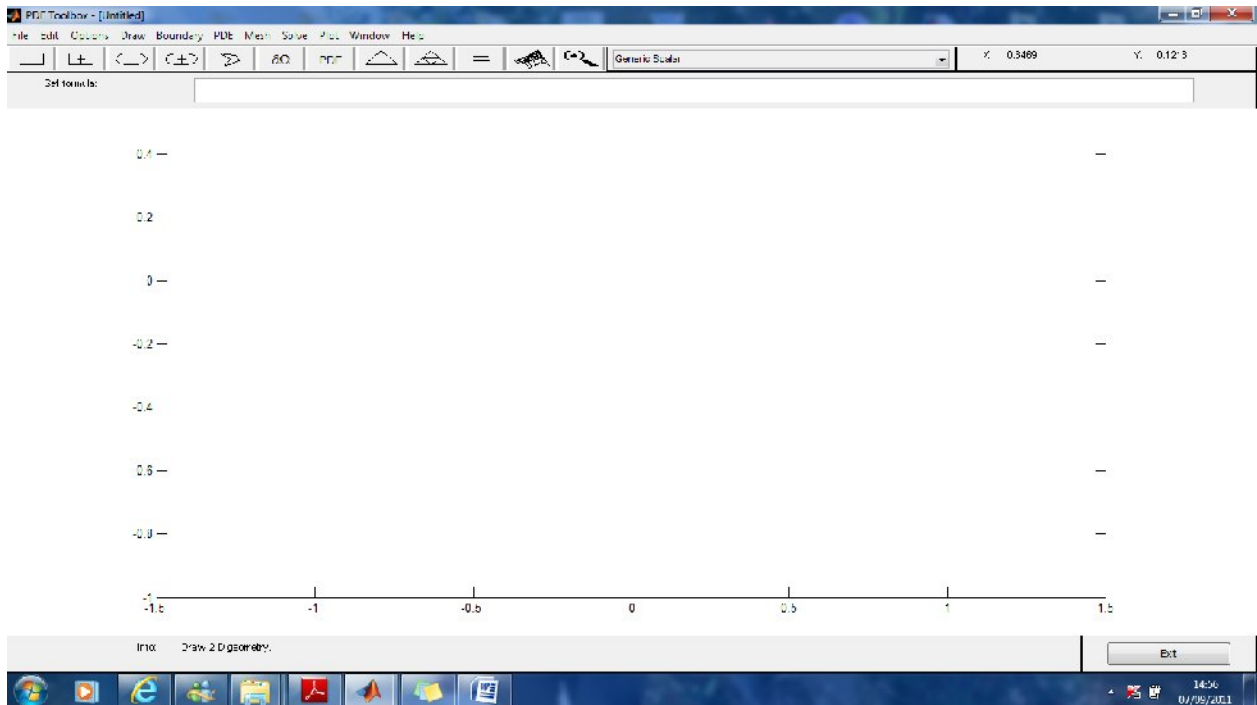


Figure IV.4 Interface graphique de PDETool

On Sélectionne le menu **Options** puis l'item *Axes Limites...* et on saisi les bornes du domaine de calcul, par exemple dans notre cas, comme le diamètre de la FCP est de  $133\mu\text{m}$ , nous avons choisi les intervalles  $[0\ 180]$  pour l'axe des  $x$  et l'axe des  $y$ . Sur ce même menu, on vérifie que l'item *Snap* soit activé. Cette fonctionnalité permet de forcer tout point à être sur un nœud de la grille.

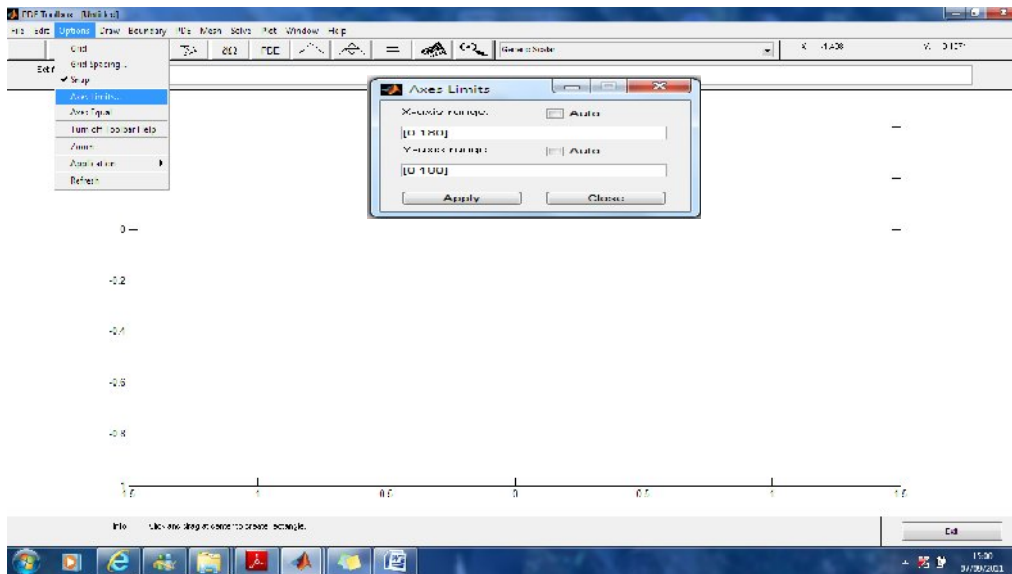


Figure IV.5 Menu des axes limites de la structure à dessiner

Après avoir fixé les axes limites de la structure, nous passons à une étape très importante qui consiste à positionner les 18 trous d'air sur un grand cercle en se basant sur la structure réelle de la fibre FCP modélisée dans la Figure IV.2.

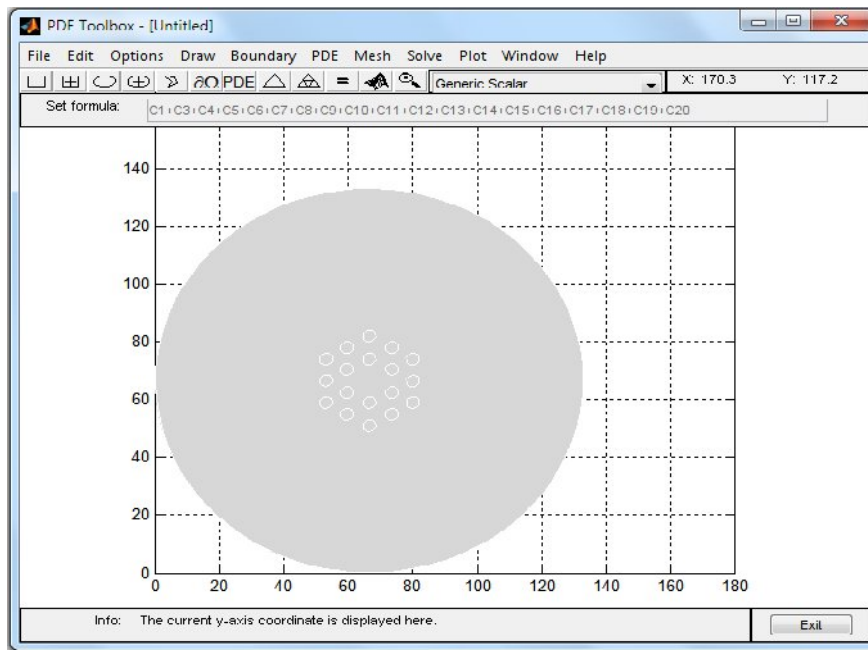


Figure IV.6 Création de la structure de la FCP modélisée

### IV.2.2 Maillage de la structure

Une étape majeure sur laquelle se base la méthode des éléments finis MEF, c'est le maillage de la structure. On va donc recouvrir le domaine à l'aide d'éléments géométriques, pouvant être des triangles si le domaine est à deux dimensions. Avec le PDEtool et dans la barre d'outils, dès qu'on utilise Mesh, il apparaît deux types de maillage, le maillage initial et le maillage raffiné. Dans le premier temps, nous avons utilisé le maillage initial (figure IV.7) et par la suite quand nous avons voulu améliorer la précision des résultats nous avons utilisé le maillage raffiné afin d'augmenter le nombre de triangles.

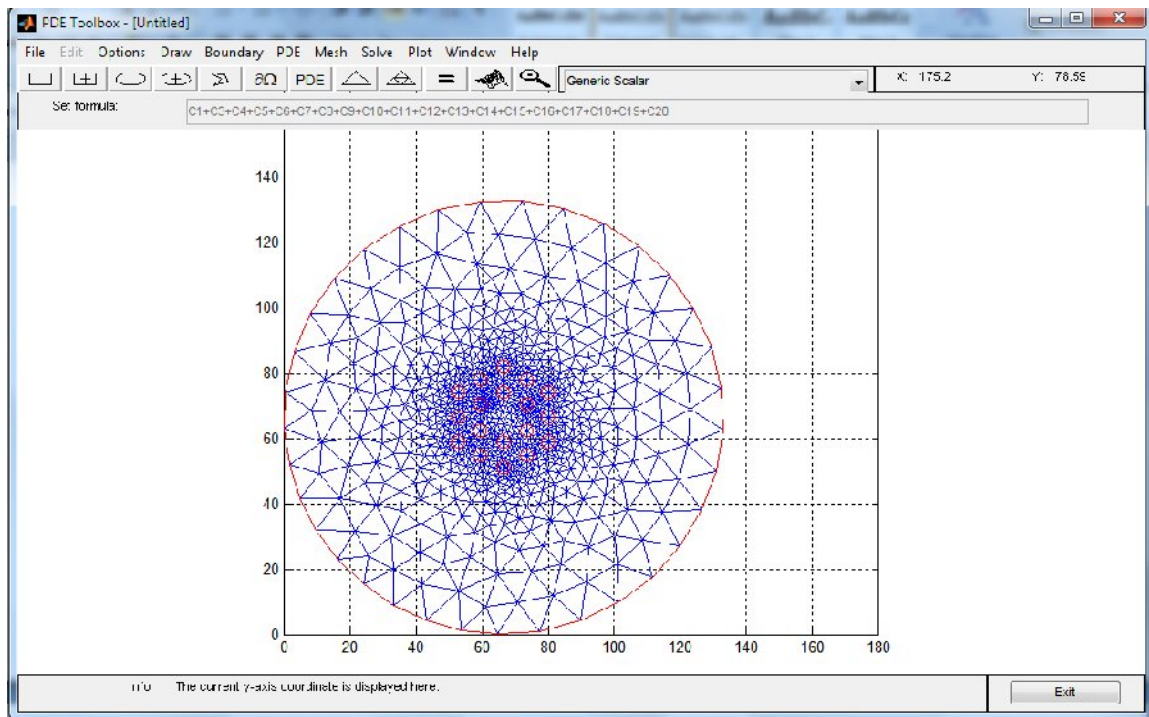


Figure IV.7 Exemple du maillage de la FCP

Dès qu'on termine le maillage de la structure, il est nécessaire de numéroter les nœuds et les triangles pour pouvoir exploiter leur nombre et les coordonnées des nœuds. La connaissance préalable du positionnement des triangles est indispensable dans l'étape de l'application des conditions aux limites et l'assemblage des matrices élémentaires dans les matrices globales [K] et [M]. PDE tool permet aussi d'exporter les paramètres du maillage (les matrices [p e t]) (figure IV.8) pour les utiliser dans le Code programme que nous avons réalisé pour déterminer les matrices élémentaires de l'algorithme de MEF-SC, Cela est réalisé en sélectionnant le menu « Mesh » puis l'item *Export Mesh...*

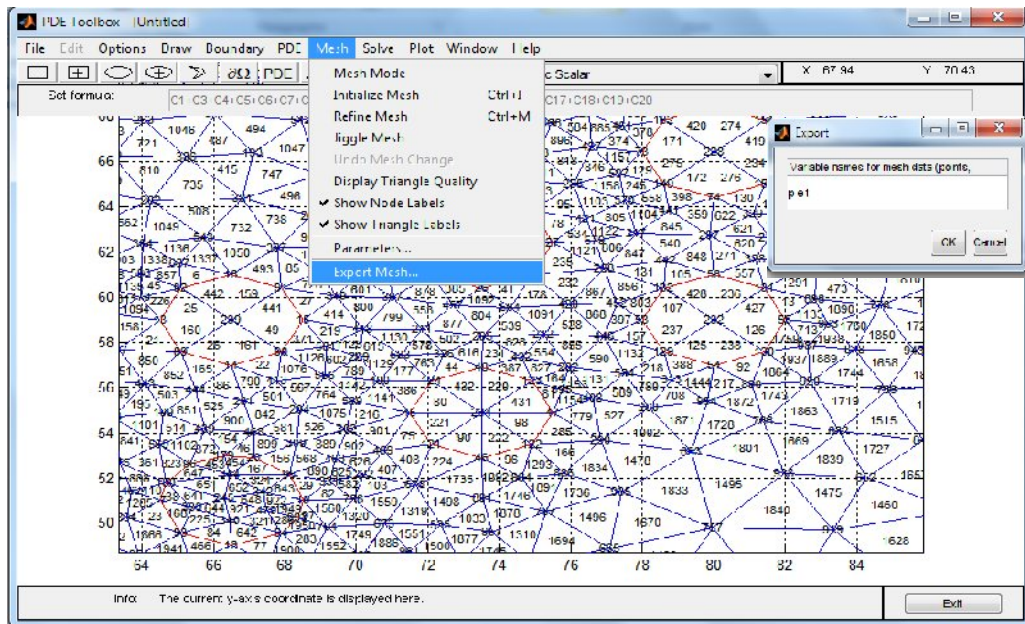


Figure IV.8 Exportation des variables du maillage  $p$ ,  $e$ ,  $t$

Sachant que  $\mathbf{p}$  est un tableau regroupant tous les points (nœuds) du maillage et leurs coordonnées selon (X, Y), le tableau  $\mathbf{e}$  contient les numéros des deux extrémités de chaque arête placée sur la frontière du maillage ainsi que la référence de l'arête et le tableau  $\mathbf{t}$  contient les trois sommets de chaque triangle (numéro du nœud) ainsi qu'un numéro de référence.

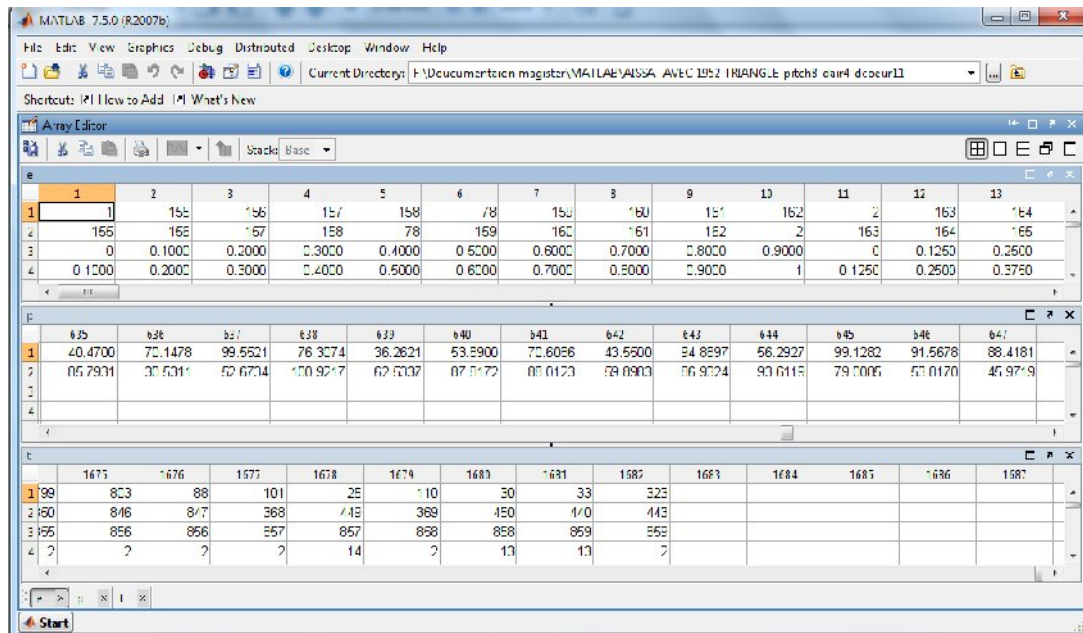


Figure IV.9 Les trois tableaux  $p$ ,  $t$ ,  $e$

### IV.2.3 Calcul des coefficients matriciels et assemblage des matrices élémentaires

Dans cette étape, nous avons calculé en fonction des coordonnées de chaque nœud obtenu dans le maillage, les coefficients matriciels de chaque triangle, donnés par les équations ((III.73), (III.74), (III.75), (III.76)).

Après le calcul de ces coefficients, on obtient des matrices élémentaires  $K_e$  et  $M_e$  de 3x3 pour chaque triangle où le nombre de matrices doit être le même que celui des triangles. Nous avons ensuite appliqué un algorithme déjà expliqué dans le troisième chapitre [III-2] pour assembler les matrices élémentaires dans les matrices globales  $K$  et  $M$ , ce qui nous a permis d'obtenir un système matriciel aux valeurs et vecteurs propres à résoudre.

### IV.2.4 Implémentation des conditions aux limites

Dans notre travail, nous avons utilisé les conditions aux limites de Dirichlet qui consistent à annuler le champ à la frontière de la surface de la fibre optique. Pour appliquer cette condition dans notre code programme, nous avons éliminé les nœuds se trouvant sur la frontière, ce qui a impliqué la suppression des coefficients correspondant à ces nœuds dans les matrices élémentaires  $K_e$  et  $M_e$  de chaque triangle.

### IV.2.5 La résolution d'un système aux valeurs et vecteurs propres

La forme du système matriciel aux valeurs et vecteurs propres est la suivante :

$$[K]\{\phi\} = \beta^2 [M]\{\phi\}$$

Nous avons utilisé des instructions en MATLAB pour résoudre ce système matriciel et déterminer la distribution modale dans la FCP considérée.

La résolution de ce système conduit à l'obtention de  $\beta^2$ , valeurs propres correspondants aux indices effectifs des modes de propagation de la FCP et la matrice des vecteurs propres  $\phi$  dont chaque colonne constitue les valeurs du champ de chaque mode guidé. Seules certaines valeurs propres ont un sens physique. Le tri consiste à ne considérer que les solutions correspondant à des modes guidés dans le cœur et qui doivent appartenir à l'intervalle suivant :

$$n_{FSM} < \beta < n_{cœur}$$

Où  $n_{coeur}$  est l'indice de réfraction de la silice constituant le cœur de la fibre et  $n_{FSM}$  est l'indice équivalent de la gaine déjà défini dans le chapitre II.

### IV.3 Analyse des résultats et interprétation

Nous avons fait nos simulations sur une fibre FCP à RTI ayant les caractéristiques définies dans le tableau IV.1, le maillage appliqué sur la structure nous a permis d'avoir 1952 triangles.

#### IV.3.1 Distribution modale dans une FCP- RTI multimode

Afin de tester l'algorithme FEM-SC implémenté, on était obligé de vérifier est ce que les indices effectifs des modes obtenus sont ceux des modes guidés et ne sont pas ceux des faux modes (spurious modes), et cela en vérifiant qu'ils sont compris entre  $n_{coeur}$  et  $n_{FSM}$ . Ensuite, une fois qu'on repère un mode dont l'indice effectif est dans l'intervalle, on le dessine et on le compare aux modes de la nomenclature des autres travaux où le logiciel de simulation COMSOL Multiphysics qui a été utilisé dans leurs simulations [IV-1] afin de désigner la nature réelle de chaque mode calculé.

Les résultats de la simulation sont illustrés par la figure IV.10, où nous présentons quelques exemples des modes susceptibles de se propager dans la fibre optique FCP à une longueur d'onde de 532 nm.

- Modes propagés simulés par MEF-SC

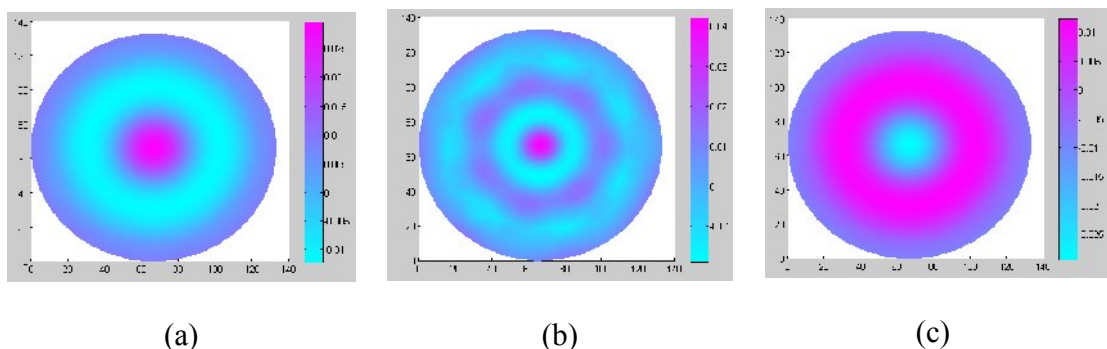


Figure IV.10 Représentation du champ électrique des modes  $LP_{01}$ (a),  $LP_{02}$ (b) et  $LP_{11}$ (c) guidés dans la FCP à 532 nm, simulés par MEF-SC

➤ Modes propagés simulés par le logiciel COMSOL Multiphysics

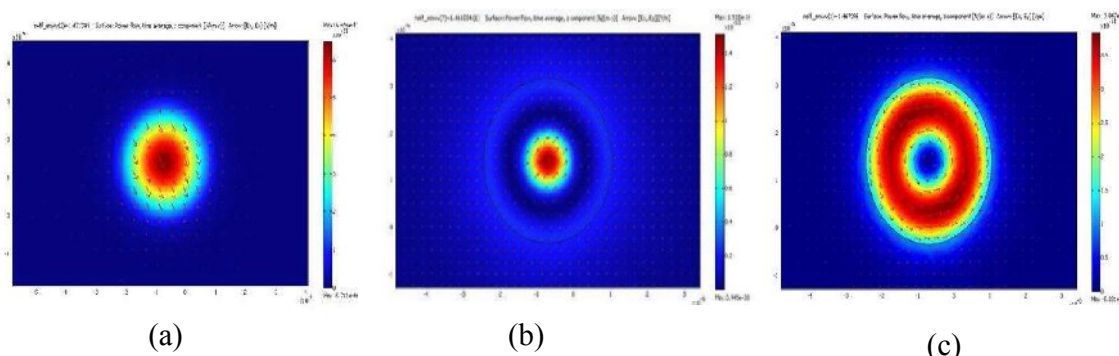


Figure IV.11 Représentation du champ électrique des modes  $LP_{01}$ (a),  $LP_{02}$  (b) et  $LP_{11}$  (c) guidés dans la FCP à 532 nm et simulés par COMSOL

### IV.3.2 Etude du mode fondamental dans une FCP

Dans cette partie, on a étudié le confinement du mode fondamental en fonction de plusieurs paramètres optogéométriques comme  $d$ ,  $pitch$  et la longueur d'onde.

Le tableau IV.1 compare les valeurs des indices effectifs du mode fondamental  $LP_{01}$  calculé par la méthode des éléments finis scalaire MEF-SC pour différentes valeurs de longueurs d'ondes avec celles calculées par la méthode du faisceau propagé (Beam Propagation Method) [IV-2]

$\lambda(\mu m)$	Indice effectif $n_{eff}$ calculé par la MEF-SC	Indice effectif $n_{eff}$ calculé par la MFP (BPM)
0.502	1.46101	1.46225
0.601	1.45420	1.45570
0.701	1.45418	1.45475
0.801	1.45168	1.45290
0.899	1.44912	1.45125
1.000	1.45031	1.45500
1.110	1.44907	1.44850
1.200	1.44761	1.44755
1.300	1.44674	1.44585
1.400	1.44557	1.44540
1.501	1.44438	1.44300
1.550	1.44377	1.44210
1.600	1.44315	1.44150

Tableau IV.2 Comparaison entre les valeurs de l'indice effectif du mode fondamental  $LP_{01}$  calculés par la méthode des éléments finis et la méthode du faisceau propagé MFP

D'après ces résultats, on peut constater que les valeurs des indices effectifs calculés par notre méthode des éléments finis scalaire MEF-SC sont très proches de celles calculées par la

méthode du faisceau propagé BPM. Néanmoins, le pas de variation de la méthode MEF-SC est plus petit que celui de la BPM, ce qui valide l'application de la méthode MEF-SC sur les FCP et montre la précision de cette méthode.

La figure IV.12 et figure IV.13 illustrent le confinement du champ électrique dans une fibre optique à cristaux photoniques avec deux longueurs d'onde différentes 1400nm et 1000nm respectivement pour une valeur de  $d/\Lambda$  égale à 0.625. Avec :  $D=11\mu\text{m}$  ;  $d=5\mu\text{m}$  et  $\Lambda=8\mu\text{m}$ .

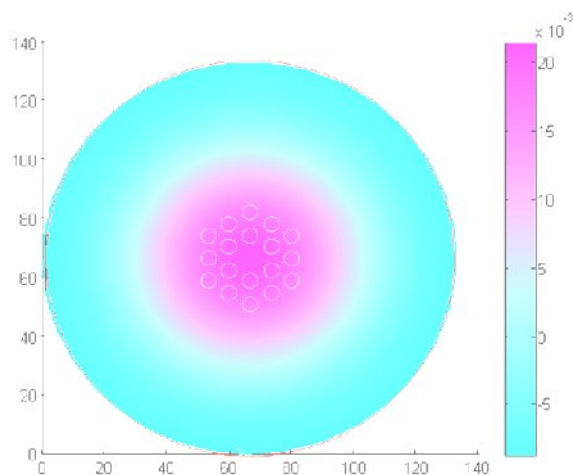


Figure IV.12 Répartition transverse du champ électrique du mode fondamental  $LP_{01}$  avec  $d/\Lambda = 0.625$  et  $\lambda = 1400\text{ nm}$

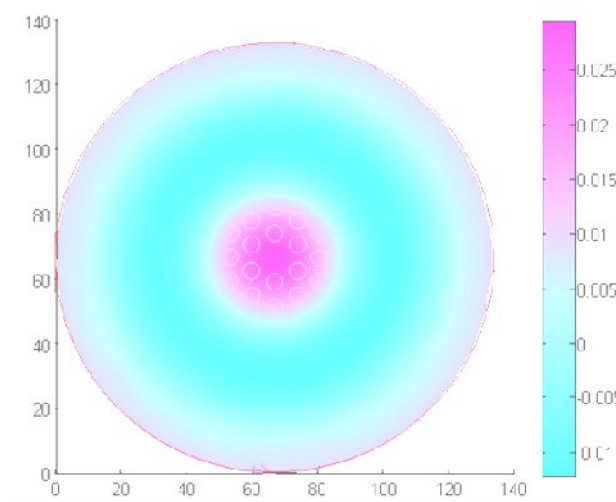


Figure IV.13 Répartition transverse du champ électrique du mode fondamental  $LP_{01}$  avec  $d/\Lambda = 0.625$  et  $\lambda = 1000\text{ nm}$

Et d'après la figure IV.12 et la figure IV.13, on peut déduire que lorsque le mode est bien confiné dans le cœur et cela pour les courtes longueurs d'onde, son indice effectif est proche de

l'indice de réfraction du cœur. Par contre, quand le mode est peu confiné pour de grandes longueurs d'onde (fig. IV.12) du fait qu'une partie importante de l'énergie se propage dans la gaine, l'indice effectif du mode fondamental diminue en se rapprochant de celui de la gaine, ce qui confirme ce qui a été dit dans les recherches antérieures [IV-1].

### IV.3.3 Ouverture numérique

Dans la figure IV.14, nous avons calculé et représenté la variation de l'ouverture numérique en fonction de la longueur d'onde, où nous remarquons qu'il est possible d'atteindre de très grandes valeurs d'ouverture numérique et des valeurs allant jusqu'à 0.638. La possibilité d'obtenir de telles valeurs d'ouverture numérique constitue sans aucun doute une des propriétés les plus exceptionnelles offertes par la technologie des FCP-RTI en comparaison avec les valeurs d'ouverture numérique atteignables par la technologie des fibres conventionnelles à faible indice ( $ON \sim 0.5$ ), ce qui correspond à un demi-angle d'ouverture de  $30^\circ$ . Les ouvertures numériques des fibres à cristaux photonique allant jusqu'à 0.638 rendent possible de collecter la lumière sur un cône d'acceptance ayant un demi-angle d'ouverture de l'ordre de  $40^\circ$ .

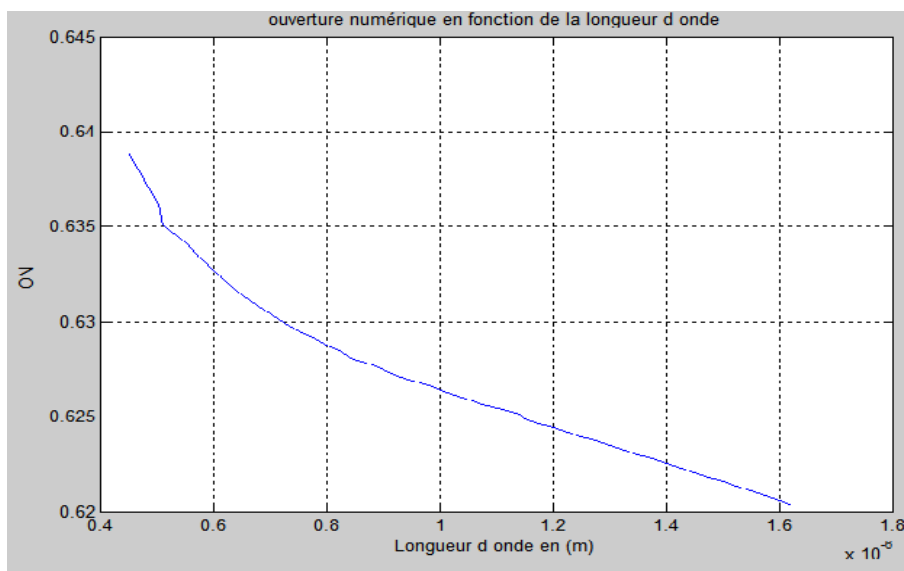


Figure IV.14 variation de l'ouverture numérique en fonction de la longueur d'onde pour une fibre optique à cristaux photonique FCP [ $\Lambda = 8 \mu\text{m}$  ;  $d = 5 \mu\text{m}$ ].

Parmi les avantages offerts par l'utilisation des fibres ayant une aussi grande ouverture numérique, notons par exemple, leur utilisation pour la réalisation d'un laser ou d'un amplificateur fibré peut substantiellement faciliter le couplage de la lumière provenant des diodes laser à haute puissance [IV-3].

#### IV.3.4 Fréquence normalisée

Comme on l'a vu précédemment, lorsque  $\lambda$  diminue, le champ du mode fondamental a tendance à être confiné dans le cœur, ce qui a pour conséquence de diminuer l'ouverture numérique car  $n_{FSM}$  tend vers  $n_{cœur}$ . Cette diminution s'oppose à l'augmentation de la fréquence normalisée  $V$ . Sur la figure IV.15, on constate que la courbe de fréquence normalisée reste en dessus de la limite  $V_{co} = 2,405$  quelle que soit la longueur d'onde. D'un autre côté, le rapport de  $d/\Lambda$  pour la FCP considérée est égal à 0.5 qui est supérieur à la valeur 0.44, condition pour laquelle la FCP est monomode. Ce qui nous permet de constater que la fibre considérée est en régime multimode.

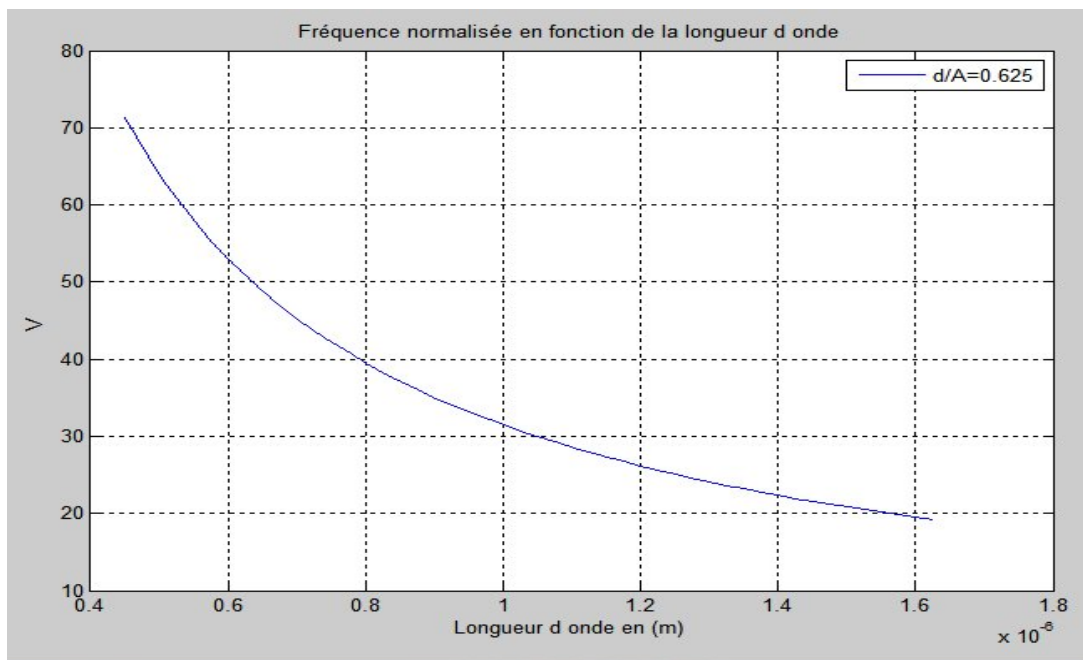


Figure IV.15 Variation de la fréquence normalisée  $V$  en fonction de la longueur d'onde [ $\Lambda = 8 \mu\text{m}$  ;  $d = 5 \mu\text{m}$ ].

## IV.4 Dispersion chromatique

La dispersion chromatique est déduite de la variation de l'indice effectif du mode fondamental  $LP_{01}$  en fonction de la longueur d'onde et en utilisant l'équation de *Sellmeier* de la silice en fonction de longueur d'onde.

### IV.4.1 FCP avec $d/\Lambda=0.5$

A partir du tableau IV.2, on peut représenter la variation de l'indice effectif du mode fondamental  $LP_{01}$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

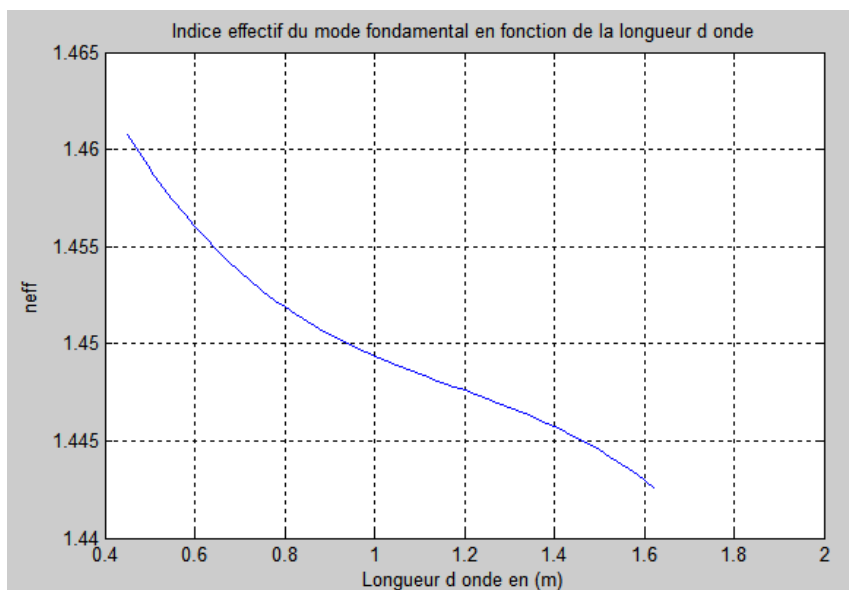


Figure IV.16 Variation de l'indice effectif du mode  $LP_{01}$  en fonction de la longueur d'onde

D'après les simulations illustrées dans la figure IV.16, nous constatons que l'indice effectif varie fortement : de 1.461016 à 1.442843. Cette particularité des FCP découle de la forte variation de l'indice de la gaine photonique. Elle est à l'origine de la grande diversité des caractéristiques de dispersion des FCPs en fonction de leur profil d'indice (dispersion à très grande valeur absolue, positive ou négative, ou dispersion aplatie par exemple).

A partir du tableau IV.2, on peut aussi calculer et représenter la variation de la dispersion chromatique en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

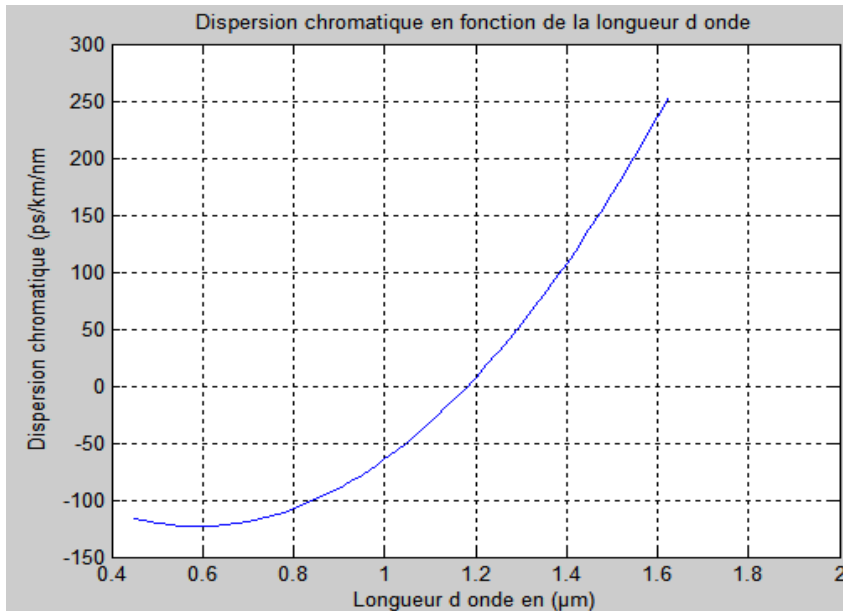


Figure IV.17 Variation de la dispersion chromatique d'une FCP en fonction de la longueur d'onde pour  $d/\Lambda=0.5$

D'après la figure IV.17, nous constatons que la longueur d'onde d'annulation de la dispersion chromatique est proche de 1186nm.

#### **IV.4.2 FCP avec $d/\Lambda=0.75$**

Le tableau. IV.3 représente les nouvelles caractéristiques de la fibre FCP, pour un diamètre des trous d'air égal à  $6\mu\text{m}$ .

Nombre de couches	Nombre de trous	Diamètre du cœur	Diamètre des trous	pitch	Indice des trous	Indice du cœur	Structure
$N_c=2$	$N_t=18$	$D = 11\mu\text{m}$	$d = 6\mu\text{m}$	$\Lambda = 8\mu\text{m}$	1	1.4402	Structure hexagonale

Tableau IV.3 Paramètres optogéométriques de la FCP pour  $d/\Lambda=0.75$ .

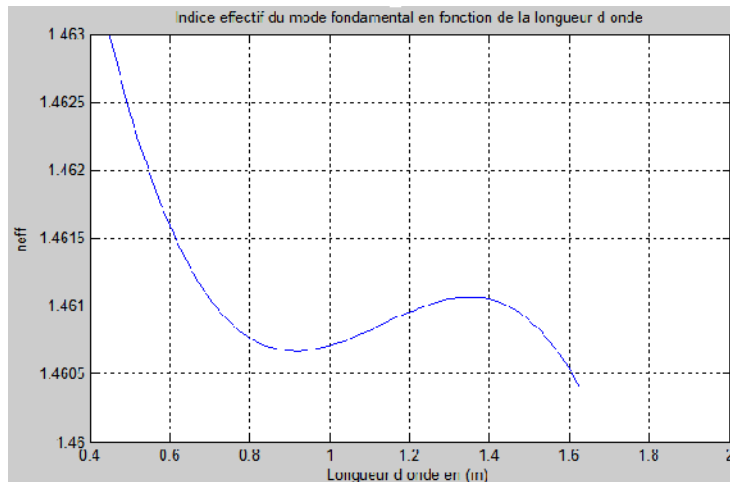


Figure IV.18 Variation de l'indice effectif du mode LP<sub>01</sub> en fonction de la longueur d'onde pour  $d/\Lambda=0.75$

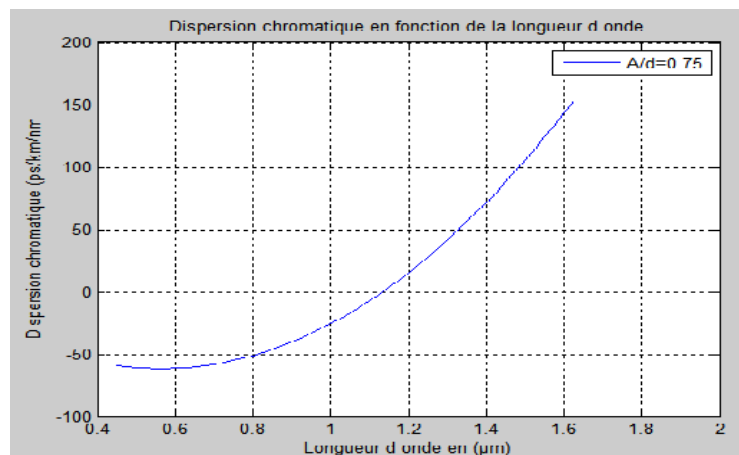


Figure IV.19 Variation de la dispersion chromatique d'une FCP en fonction de la longueur d'onde pour  $d/\Lambda=0.75$

Après avoir calculé les indices effectifs du mode fondamental LP<sub>01</sub>, calculé et représenté la dispersion chromatique, nous avons obtenu dans ce cas le zéro de dispersion chromatique aux alentours de 1125nm.

#### IV.5 L'annulation de la dispersion chromatique pour des basses longueurs d'onde

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à l'annulation de la dispersion chromatique dans les fibres PCF en jouant sur plusieurs paramètres de la structure de la fibre comme le diamètre des trous et l'espace entre les trous (pitch). Dans un premier temps nous avons

obtenu le zéro de dispersion chromatique proche de 1186nm et 1125nm, respectivement pour une fibre FCP ayant  $d=4\mu\text{m}$  et  $d=6\mu\text{m}$ .

Ensuite, nous avons voulu décaler le zéro de dispersion à des longueurs d'onde inférieures à 1000nm et cela en faisant plusieurs simulations où nous varions l'espacement entre les trous ou le diamètre des trous d'air.

Dans la figure IV.20, on a représenté la variation de  $n_{\text{eff}}$  en fonction de longueur d'onde pour une fibre ayant les caractéristiques données dans le tableau IV.3. Où on peut remarquer que l'indice effectif augmente et décroît avec la longueur d'onde lorsque le rapport  $d/\Lambda$  augmente, chose qu'on peut exploiter dans l'annulation de la dispersion chromatique.

Nombre de couches	Nombre de trous	Diamètre du cœur	Diamètre des trous	pitch	Indice de la gaine	Indice du cœur	Structure
$N_c=2$	$N_t=18$	$D=11\mu\text{m}$	$d=5\mu\text{m}$	$\Lambda=8\mu\text{m}$	1	1.4402	Structure hexagonale

Tableau IV.3 Paramètres optogéométriques de la FCP pour  $d/\Lambda=0.625$ .

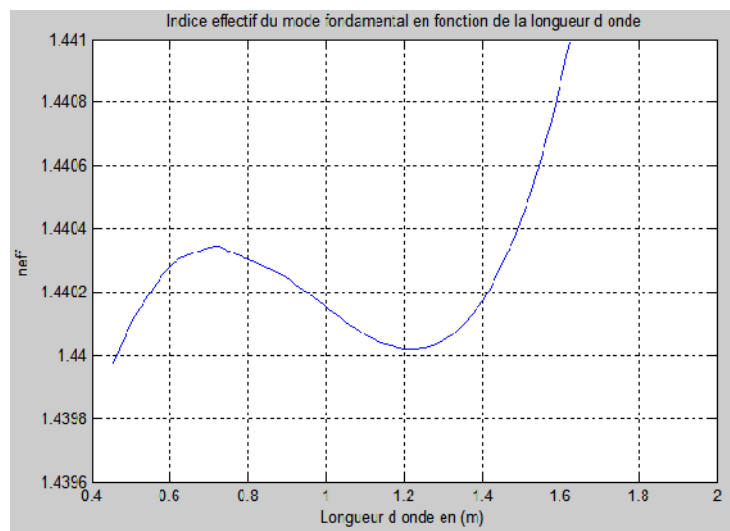


Figure IV.20 Variation de l'indice effectif du mode  $LP_{01}$  de FCP en fonction de la longueur d'onde pour  $d/\Lambda=0.625$

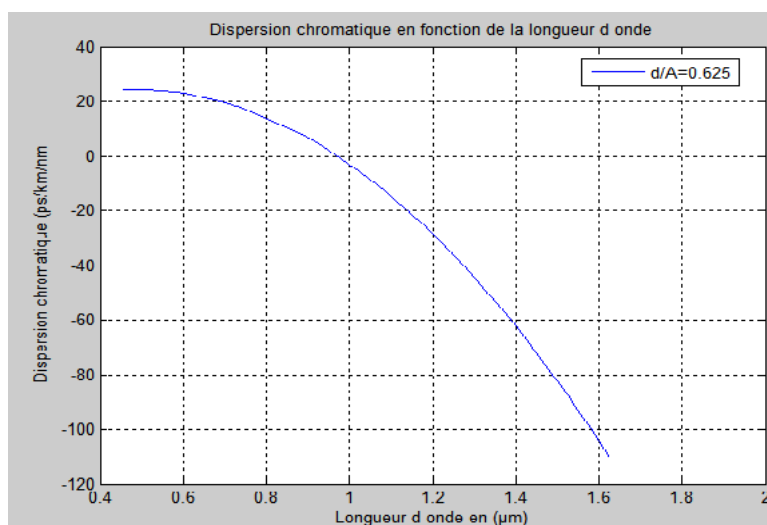


Figure IV.21 Variation de la dispersion chromatique d'une FCP en fonction de la longueur d'onde pour  $d/A=0.625$

D'après la courbe présentée sur la figure IV.21, nous avons obtenu la longueur d'onde de zéro de dispersion aux alentours de 0.966 nm dans une fibre FCP ayant pitch= 8μm et d=5μm, chose qui ne risque pas d'avoir lieu dans les fibres standards où le zéro de dispersion ne peut être plus petit que 1275nm, cela est dû au nombre de degrés de liberté qu'elles offrent ces fibres FCP pour annuler la dispersion chromatique comparativement aux fibres standards.

## IV.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter notre exploitation du PDEtool de MATLAB pour dessiner la structure de la fibre optique à cristaux photoniques via le profil réel, la mailler et exporter les coordonnées nécessaires dans l'algorithme de la méthode des éléments finis scalaire MEF-SC pour le calcul modal dans ces fibres. Nous avons montré aussi qu'une modification de la taille des trous d'air dans la gaine ou de l'espacement entre les trous d'air (pitch) aboutit au control de la dispersion chromatique et du coup ça nous permet de décaler le zéro de dispersion vers les basses longueurs d'onde inférieures à 1000nm.

Nous avons aussi montré qu'en utilisant un petit nombre de couches de trous et des grandes longueurs d'onde, le confinement du champ dans le cœur de la FCP est faible où nous nous sommes rendu compte de l'application de ces fibres dans les capteurs en exploitant les pertes de confinement en fonction du nombre de couches et les paramètres optogéométriques de la fibre FCP.

# *CONCLUSION GÉNÉRALE*

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objectif d'analyser et déterminer les caractéristiques des fibres optiques à cristaux photoniques FCP à guidage par réflexion totale interne afin de prévoir leurs applications dans les systèmes optiques.

Tout d'abord, nous avons commencé par la présentation des deux mécanismes du guidage dans ces fibres à savoir RTI et BIP avec les différentes caractéristiques permettant d'éclaircir le principe de la propagation de la lumière dans les FCP telles que la fréquence normalisée, l'ouverture numérique et la dispersion chromatique.

Ensuite, nous avons explicité la méthode des éléments finis scalaire MEF-SC permettant de modéliser la propagation des ondes électromagnétiques dans ces fibres optiques FCP et de déterminer leur distribution modale en calculant les vecteurs propres, donnant les champs des modes guidés et les valeurs propres permettant d'avoir les valeurs de leurs indices effectifs. La comparaison des résultats obtenus à ceux des travaux antérieurs a démontré l'efficacité de la méthode MEF-SC dans la modélisation des fibres FCP-RTI.

Nous avons constaté à travers les résultats obtenus que les caractéristiques de propagation des fibres optiques à cristaux photoniques à réflexion totale interne (FCP RTI) sont particulièrement attractives pour de nombreuses applications, en particulier dans les domaines des télécommunications et dans l'instrumentation optique (Capteurs de force, Laser). Mais, pour que les FCP - RTI puissent remplir les fonctions attendues, il est indispensable que leurs caractéristiques soient parfaitement en accord avec le cahier des charges prévu. En particulier, l'annulation de la dispersion chromatique et la fréquence normalisée sont très sensibles aux paramètres optogéométriques des fibres optiques FCPs.

Nous avons effectué des simulations numériques sur plusieurs fibres PCF-RTI pour évaluer la dépendance de leurs caractéristiques de guidage ( $D_c$ ,  $ON$ ,  $V$ ) en fonction des paramètres géométriques ( $d$ ,  $\Lambda$ ) en comparant à chaque fois les résultats obtenus avec ceux trouvés dans les travaux antérieurs. En effet, nous avons constaté qu'en jouant sur le diamètre des trous d'air  $d$ , et/ou l'espacement entre les trous d'air (pitch)  $\Lambda$ , nous pouvons parfois obtenir des résultats très intéressants. Dans notre travail, nous nous sommes aussi intéressés à l'annulation de la dispersion chromatique aux courtes longueurs d'ondes. Les simulations effectuées sur ce sujet, nous ont permis de voir la possibilité d'ajuster la dispersion chromatique en jouant sur la

géométrie de la fibre optique à cristaux photonique FCP, ce qui nous a permis de décaler la dispersion chromatique vers une longueur d'onde aux alentours de 966nm. Un résultat que nous ne pouvons pas avoir dans les fibres optiques conventionnelles pour lesquelles le minimum du zéro de dispersion chromatique ne peut pas être inférieur à 1275nm. Comme perspectives, les résultats obtenus dans ce travail, nous permettrons de penser à investiguer mieux ce type de fibres pour trouver d'autres éventuelles applications dans le control de la polarisation, le control de la biréfringence et aussi dans le domaine des capteurs.

# *BIBLIOGRAPHIE*

---

## Chapitre I : Principes et caractéristiques des fibres optiques

[I-1] FREDERIC GEROME " *Conception et caractérisation de fibres compensatrices de dispersion chromatique pour application aux liaisons optiques WDM*" Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2002.

[I-2] LAURENT PROVINO " *génération et amplification contrôlées de très larges bandes spectrales dans les fibres optiques conventionnelles et microstructurées*" Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2002.

[I-3] A. W. SNYDER, J. D. LOVE, " *Optical Waveguide Theory*", Chapman and Hall, London (1983).

[I-4] AUGUSTE, J.-L., " *Conception, réalisation et caractérisation d'une fibre à forte dispersion chromatique négative* ", Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2001.

[I-5] GEROME, F. : " *Etude de fibres à compensation de dispersion pour application WDM et lignes haut-débit* ", Rapport de DEA, Université de Limoges, p.10- 13, 2002.

## Chapitre II : Les fibres à cristaux photoniques FCP

[II-1] P. S. RUSSELL, " *Photonic Crystal Fibers*", *Science*, 299, pp. 358-362, 2003.

[II-2] W. Wadsworth, R. Percival, G. Bouwmans, J. Knight et P. S. Russell, " *High power air-clad photonic crystal fiber laser*", *Opt. Exp.*, 11, n° 1, pp. 48-53 ,2003.

[II-3] S. G. LEON-SAVAL, T. A. BIRKS, W. J. WADSWORTH, P. S. RUSSELL et M. W. MASON, " *Supercontinuum generation in submicron fiber waveguides*", *Opt. Exp.*, 12, n° 13, pp. 2864-2869 ,2004.

[II-4] T. BIRKS, J. KNIGHT ET P. S. J. RUSSEL, " *Endlessly single-mode photonic crystal fibers*", *Opt. Lett.*, 22, n° 13, pp. 961-963 ,1997.

[II-5] A. FERRANDO, E. SILVESTRE, P. ANDRÉS, J. J. MIRET ET M. V. ANDRÉS, " *Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fibers* ", *Opt. Exp.*, 9, pp. 687-697 ,2001.

[II-6] F. Benabid, F. Couny, J. C. Knight, T. A. Birks et P. S. Russell, " *Compact, stable and efficient all-fiber gas cells using hollow-core photonic crystal fibers*", *Nature*, 434, n° 7032, pp. 488-491 ,2005.

- 
- [II-7] BARKOU S.E., BROENG J., BJARKLEV A., "Silica air photonic crystal fiber design that permits waveguiding by a true photonic bandgap effect," *Optics letters*, vol. 24, n°1, 1999
- [II-8] YABLONOVITCH E., GMITTER T. J., LEUNG K. M., "Photonic band gap structures: the face-centered cubic case employing non-spherical atoms," *Physical Review Letters*, vol. 67, n° 17, 1991
- [II-9] BROENG J., BARKOU S.E., SONDERGAARD T., BJARKLEV A., " Analysis of air guiding photonic bandgap fibers," *Optics letters*, vol. 25, n°2, 2000
- [II-10] PEYRILLOUX A., "Modélisation et caractérisation des fibres microstructures air/silice pour application aux télécommunications optiques," Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2003.
- [II-11] BROENG J., BARKOU S.E., SONDERGAARD T., BARBEITO P.M., BJARKLEV A., "Waveguidance by the photonic bandgap effect in optical fibres," *Journal of Optics A: Pure Applied optics*, vol. 1, 1999
- [II-12] LAURENT LABONTÉ. " Analyse théorique et expérimentale des principales caractéristiques du mode fondamental dans les fibres optiques microstructurées air/silice " Thèse de doctorat Université de Limoges, 2005.
- [II-13] OUZOUMOV D.G., AHMAD F.R., MULLER D., VANKATARAMAN N., GALLAGHER M.T., THOMAS M.G., SILCOX J., KOCH K.W., GAETA A.L., " Generation of megawatt optical solitons in hollow-core photonic crystal band-gap fibers," *Science* 301:1702-1704, 2003
- [II-14] CREGAN R. F., MANGAN B. J., KNIGHT J. C., BIRKS T. A., RUSSELL P. St. J., ROBERTS P. J., ALLAN D. C., " Single-mode photonic band gap guidance of light in air," *Science*, vol. 285, 1999
- [II-15] KNIGHT J. C., BIRKS T. A., RUSSELL P. St. J., ATKIN D. M., " All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding," *Optics Letters*, vol. 21, n° 19, 1996
- [II-16] KNIGHT J. C., BIRKS T. A., RUSSELL P. St. J., ATKIN D. M., " All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding: errata," *Optics letters*, vol. 22, n° 7, 1997
- [II-17] BIRKS T. A., KNIGHT J. C., RUSSELL P. St. J., " Endlessly single-mode photonic crystal fiber," *Optics Letters*, vol. 22, n° 13, 1997.

- 
- [II-18] BIRKS T. A., MOGILEVTSEV, KNIGHT J. C, RUSSELL P. St. J, BROENG J, " *The analogy between photonic crystal fibres and step index fibres*", Optical Fiber Communication Conference, San Jose, California, 1998
- [II-19] AUGUSTE J.L., B LONDY J.M, ROY J.M., " *Technique de l'ingénieur*, " RE 43-1, 2005 .
- [II-20] LAURENT LABONTÉ. " *Analyse théorique et expérimentale des principales caractéristiques du mode fondamental dans les fibres optiques microstructurées air/silice* " Thèse de doctorat Université de Limoges, 2005.
- [II-21] PIERRE VIALE., " *gestion des effets non linéaires dans les fibres optiques à bande interdite photonique*, " Thèse de doctorat Université de Limoges, 2006.
- [II-22] VINCENT PUREUR., " *Modélisation et caractérisation de fibres à guidage par bande interdites photonique à cœur solide*, " Thèse de doctorat Université des sciences et technologie de Lille, 2009.
- [II-23] ALIN MARIAN APETREI., " *Contribution à l'étude de guides à la limite de diffraction couplés : les canaux des fibres microstructurées*, " Thèse de doctorat Université paris xi , 2007.
- [II-24] SAKAI J., " *Simplified bending loss formula for single-mode optical fibers*, " *Applied optics*, vol. 18, 1979.
- [II-25] SORENSEN T., BROENG J., BJARKLEV A., KNUDSEN E., BARKOU LIBORI S.E., " *Macro-bending loss properties of photonic crystal fiber*", *Electronics letters*, vol. 37, n°5, 2001.
- [II-26] WHITE T.P., McPHEDRAN R.C, DE STERKE C.M., BOTTEN L.C., STEEL M.J., " *Confinement losses in microstructured optical fibers*", *Optics letters*, vol. 26, n° 21, 2001.
- [II-27] AMBRE PEYRILLOUX " *Modélisation et caractérisation des fibres microstructurées air/silice pour application aux télécommunications optiques*" Thèse de doctorat Université de Limoges ,2003.
- [II-28] F. BRECHET, J. MARCOU, D. PAGNOUX, AND P. ROY" *Complete Analysis of the Characteristics of Propagation into Photonic Crystal Fibers, by the Finite Element Method* " *Optical Fiber Technology* 6, 181-191 .2000.
- [II-29] GÉROME F., L.AUGUSTE J., BONDY J. M., ROY P. " *Conception et fabrication d'une nouvelle fibre à cristaux photonique compensatrices de dispersion.*" .2006.

[II-30] CREGAN R. F., MANGAN B. J., KNIGHT J. C., BIRKS T. A., RUSSELL P. St. J., ROBERTS P. J., ALLAN D. C. "*Single-mode photonic band gap guidance of light in air.*" *Science*, , vol 285, p1537-1539, 1999.

[II-31] LEE B. H.. "*Photonic crystal fiber coupler.*" *Optics Letters*, vol. 27, no 10, p 812-814. 2002.

[II-32] MINH CHÂU PHAN HUY. "*Développement de composants transducteurs et de dispositifs aux fonctionnalités innovantes fondés sur la technologie des fibres microstructurées et des réseaux de Bragg*" Université de Limoges, 2006.

### **Chapitre III : Etude de la propagation de la lumière dans les FCP par la Méthode des Eléments Finis**

[III-1] PEYRILLOUX A. "*Modélisation et caractérisation des fibres microstructurées air/silice pour application aux télécommunications*". Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2003.

[III-2] KENJI KAWANO, TSUTOMU KITO "*Introduction to optical wave guide analysis* ", 2001

[III-3] FABIEN DROUART "*Non-Linearité Kerr dans les Fibres Optiques Microstructurées*" Institut Fresnel CNRS –Marseille, 2008.

[III-4] ANASTASIS C. POLYCARPOU "*Introduction to the Finite Element Method in Electromagnetics*".2006.

### **Chapitre IV : Simulations et Résultats**

[IV-1] CHRISTELLE LESVIGNE-BUY "*Conversions non-linéaires et élargissements spectraux dans les fibres optiques microstructurées*" Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2008.

[IV-2] RAPHAËL JAMIER "*Propriétés linéaires des fibres optiques à cristal photonique à coeur solide*" " Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2007.

[IV-3] EMMANUEL KERRINCKX "*Les microstructurations dans fibres optiques*" Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille de ,2005.